

# Über den Energiegehalt der Seen.

Mit Beispielen vom Lunzer Untersee nach Messungen  
mit einem einfachen Temperaturlot.

Von

Wilhelm Schmidt (Wien).

Mit 4 Figuren im Text.

## Einleitung.

Für den Sommer 1914 waren umfassende, mehr rein physikalische Untersuchungen im Lunzer See geplant, die nun durch die Ungunst der äußeren Verhältnisse weit hinausgeschoben erscheinen. Vorbereitende Messungen hatten aber zu allgemeinen Überlegungen angeregt, die an und für sich von einiger Bedeutung sein mögen, da sie eine Reihe von Erscheinungen von dem Gesichtspunkt des Energieinhaltes aus betrachten lassen.

Neben der Wärmeenergie eines Sees ist nämlich die rein mechanische durchaus nicht zu vernachlässigen, ja sie spielt eine Rolle, die weit über die bisher gemachten Anwendungen, z. B. Seespiegelschwankungen, Temperaturseichen, hinausgeht. Jede stabile Schichtung mit nach oben abnehmender Dichte bedarf zu ihrer vollständigen oder teilweisen Umlagerung eines ganz bedeutenden Arbeitsaufwandes, der im wesentlichen wieder nur aus mechanischen Energieformen (Strömungsenergie z. B., welche zuletzt doch größtenteils auf Windwirkung zurückgeht) geschöpft werden kann. So liegen für eine Sprungschicht z. B. zwar die Vorbedingungen in den Temperaturverhältnissen, ihr eigentliches Entstehen aber oder ihr Tieferlegen ist nur ein Werk mechanischer Energie.

Natürlich verlangen da bindende Schlüsse ein genaues Eingehen auf alles irgendwie in Betracht Kommende; soweit allgemeine Überlegungen möglich sind, erscheinen sie kurz, ohne Anspruch auf Vollständigkeit, im Abschnitt I an geeigneten Stellen einer bloß äußerlich systematischen Einteilung. Es ist hier zunächst auf dauernde

Zustände des Energieinhaltes, dann auf Veränderungen desselben Bezug genommen, jedesmal mit der Unterteilung in thermische und mechanische Energie. Die dazwischen eingeschobenen Beispiele und Belege auf Grund des Stoffes ganz vorläufiger Messungen im Lunzer See werden willkommen sein.

Das Hauptgewicht ruht dabei auf möglichst genauen quantitativen Angaben. Solche liefern aus den Temperaturwerten in jedem einzelnen Fall zwei graphische Verfahren (Abschnitt II), bei welchen das Integrieren durch Flächenmessungen ersetzt ist und von denen das eine die Bestimmung des Wärmegehalts unter Berücksichtigung der besonderen Gestaltung des Seebeckens bezweckt, das andere, besonders wichtige, unter denselben Bedingungen die Lage des Schwerpunkts der ganzen Wassermasse liefert; damit ist zugleich die „Stabilität“ der letzteren, d. i. die Arbeitsmenge, die zum vollständigen Durchmischen notwendig aufzuwenden wäre, gegeben.

Schließlich hängt jede solche Bestimmung wesentlich von der Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Unterlagen, der Beobachtungen, ab. So sehr da auch die Methodik der wichtigsten, der Temperaturmessungen, fortgeschritten ist, werden doch weitere Anforderungen gestellt, denen durch ein Temperaturlot, das schon bei einer einzigen Lotung den ganzen Temperaturquerschnitt durch die Tiefe aufzeichnet, wesentlich Genüge geleistet erscheint. Es ist in Abschnitt III beschrieben. Schon die erste mit ihm erlangte Messungsreihe ergab neben dem Stoff für die Belege in Abschnitt I ein sehr schönes Beispiel für die Entstehung und die raschen Schwankungen einer Sprungschicht.

Natürlich ist mit Ermittlung der Temperatur noch nicht alles getan. Möglichst genaue Messungen der Ein- und Ausstrahlung, der Verdunstung, der Strömungen, der Vorgänge in der Oberflächenschicht, der Wirkungen des Windes und der anderen meteorologischen Bedingungen neben dem Studium der Temperaturseichen und damit zusammenhängender Erscheinungen sind für die Wiederkehr ruhigerer Zeiten geplant. Dann wird man erst daran gehen können, Einzelfälle aus den Bedingungen heraus aufzubauen und die Betrachtungen, die hier nur kurz hingeworfen werden konnten, streng durchzuführen; jedenfalls darf man daraus sowohl Festigung alter Erkenntnisse wie auch Auffinden neuer erwarten.

## I. Energiebetrachtungen.

### A. Energieinhalt.

#### 1. Wärmegehalt.

§ 1. *Definition des Wärmegehalts.* Den Wärmegehalt des Wassers mißt man am bequemsten nach Kalorien, indem man angibt, wieviel Wärme zugeführt werden muß, um die betrachtete Wassermenge — wir wählen 1 Liter — von einer bestimmten willkürlich festsetzbaren Ausgangstemperatur — als solche empfiehlt sich ohne weiteres  $0^{\circ}\text{C}$  — auf die beobachtete Temperatur zu bringen.<sup>1)</sup> Ist diese  $t^{\circ}$ , so beträgt dann der Wärmegehalt  $t$  Kalorien. Von der geringfügigen Änderung der Wärmekapazität mit der Temperatur dürfen wir dabei vollkommen absehen.

*Wärmegehalt einer Wassersäule.* Wäre die Temperatur des Sees durchwegs gleich  $t^{\circ}$ , so ließe sich sein gesamter Wärmegehalt sofort durch Multiplikation von  $t$  mit der Maßzahl seines Volumens  $V$  erhalten. In der Regel finden sich aber in verschiedenen Schichten verschiedene Temperaturen.<sup>2)</sup> Ein brauchbarer Ausdruck bleibt aber da immer noch der Wärmegehalt einer senkrechten Wassersäule, angenommen von  $1\text{ dm}^2$  Querschnitt. Die für jedes dm der Höhe getrennt bestimmten Wärmegehalte sind einfach zu addieren, oder aber man geht auf die graphische Darstellung zurück und trägt auf der Ordinatenachse eines rechtwinkligen Koordinatensystems nach abwärts die Tiefen, nach rechts die Temperaturen auf, erhält also aus einer bestimmten Messungsreihe eine Kurve<sup>3)</sup> und in dem von dieser Kurve und den Achsen eingeschlossenen Flächeninhalt den Wärmegehalt. Division durch die Höhe der Säule liefert die Mitteltemperatur.

§ 2. *Wärmegehalt des ganzen Sees.* Dies gilt aber nur für eine Wassersäule, gibt auf keinen Fall ein Maß für den Wärmegehalt des ganzen Sees. Hier muß die graphische Darstellung berücksichtigen, daß den tieferen Teilen wegen ihres geringeren Volums weniger Einfluß einzuräumen ist; will man also wieder in ähnlicher Weise wie eben vorgehen, so ist eine Tiefenskala zu benützen mit nach unten enger werdender Teilung, und zwar muß in ihr, wie leicht einzusehen, der

<sup>1)</sup> Wie man sieht, bedeutet dieser Begriff keine absolute Größe. Sind aber auch die Einzelwerte von der Wahl des Ausgangspunktes abhängig, so sind die viel wichtigeren Unterschiede desselben (siehe § 8) davon frei.

<sup>2)</sup> Vorläufig werde in jeder horizontalen Schicht durchwegs gleiche Temperatur angenommen.

<sup>3)</sup> Solche Darstellungen sind z. B. auch die Kurven Fig. 4, § 18.

Abstand je zweier Teilstriche proportional sein dem zwischen den entsprechenden Tiefenschichten gelegenen Volumen. Wie eine derartige Skala für einen See auf Grund der Lotungsergebnisse einfach zu beschaffen ist, wird in Abschnitt II, §§ 13 u. 14 für den Lunzer See gezeigt. Mit dem Wärmegehalt ist auch die wahre Mitteltemperatur, einfach durch Division durch das Volumen, gegeben.<sup>1)</sup>

*Beispiel.* Wir werden hier und im folgenden die Berechnungen dreier im Lunzer Untersee mit dem im Abschnitt III, § 17 beschriebenen Apparat gewonnener Temperaturlotungen als Beispiel führen. Zwei stammen vom 14. April und zwar eine von 11<sup>h</sup> 35<sup>m</sup> a, die andere von 3<sup>h</sup> 22<sup>m</sup> p, die dritte endlich vom 16. April, 7<sup>h</sup> 22<sup>m</sup> a. Sie werden folgeweise mit a, b, c bezeichnet.

Ihre Auswertung nach § 14 liefert die Wärmeinhalte des ganzen Sees 7,56, 7,96 und 7,58.10<sup>10</sup> kg-Kalorien und die Mitteltemperaturen 5,52, 5,81 und 5,53° C.

Hätte man bloß die Mitteltemperatur einer Wassersäule über der tiefsten Stelle (33,7 m) bestimmt, so hätte man die Zahlen 5,18, bzw. 5,40 und 5,15° erhalten, Werte, die wegen des unverhältnismäßig starken Einflusses der tiefsten Schichten von den soeben für den ganzen See errechneten ziemlich abweichen. Die Wärmeinhalte der ganzen Säule, 1750, 1820 und 1740 Kalorien, dürften noch weniger für allgemeine Überlegungen Verwendung finden können.

Damit wäre nun wohl die wichtigste Seite der Temperaturverteilung physikalisch beschrieben, nicht aber ihre Einwirkung auf die Lagenergie, die später, §§ 4—6, besprochen wird.

## 2. Inhalt an mechanischer Energie.

### a) Energie der Bewegung, kinetische Energie.

§ 3. *Mangel an Beobachtungen.* Die Energie der Bewegung, die als wichtiges Zwischenglied bei Energieumsetzungen anzusehen ist, zu bestimmen, müßten wir von jedem Teilchen des Sees die Strömungs-

<sup>1)</sup> Die Methode des § 1, Bestimmung des Wärmegehalts einer Wassersäule, ist von Forel angegeben und hat vielfache Verwendung gefunden. Wo man die morphometrischen Werte des Sees nicht kennt, ist sie der einzige Weg, um überhaupt etwas aussagen zu können. Die zweite Methode mit Berücksichtigung des verschiedenen Volums der einzelnen Tiefenschichten hat W. Halbfaß eingeführt, allerdings in einer viel ungenaueren Form. Sie ist, wenn möglich, immer anzuwenden, wo man den Wärmehaushalt etwas genauer studieren will, und es wäre meiner Meinung nach verfehlt, sie nur auf besondere Gebiete zu verweisen, dafür aber in der ersten Methode die den Betrachtungen über den Wärmehaushalt im festen Erdboden entsprechende zu sehen.

Daß bei genauerem Arbeiten die Anforderungen an das Beobachtungsmaterial größer werden, ist selbstverständlich, aber kein Grund, einen Weg abzulehnen, eher ein Ansporn nach genauerem Material zu trachten. Man vergleiche übrigens die Ausführungen W. Halbfaß' in „Der gegenwärtige Stand der Seenforschung“ III., Abderhaldens Fortschritte der naturwissenschaftlichen Forschung, 9, (1913).

geschwindigkeit wissen, was wir heute auch bei den bestuntersuchten Seen nicht einmal annähernd können. Zu bilden wäre die halbe Summe der Quadrate der Geschwindigkeiten jedes  $\text{dm}^3$  oder, wenn wir auf das Kontinuum übergehen  $\frac{1}{2}jc^2\text{dm}^3$  ( $c$  die Geschwindigkeit,  $m$  die Masse des Teilchens).

Wegen unserer Unkenntnis müssen wir aber davon absehen, sie in die Berechnungen einzubeziehen, doch ist zu hoffen, daß die Zukunft genügend genaue Methoden zu ihrer Bestimmung bringt.

#### b) Energie der Lage, potentielle Energie.

§ 4. *Allgemeines.* Diese Energie ist von größter Bedeutung für die Beurteilung der Möglichkeit des Auftretens von Strömungssystemen, der Erhaltung einer augenblicklichen Temperaturverteilung, endlich des Vorkommens von Temperaturseichen.

Die leichte Verschiebbarkeit der Wasserteilchen läßt die schwereren in die Tiefe wandern, die leichteren nach aufwärts, es bildet sich von selbst die „stabile“ Schichtung heraus, das System ist nicht mehr, auch nicht auf einen Anstoß von außen hin, imstande, Arbeit zu leisten.<sup>2)</sup> Nichtsdestoweniger können wir Unterschiede in der „Stabilität“ erkennen: je größer die Dichteunterschiede zwischen oben und unten, desto größer diese, desto schwieriger eine Störung des Zustandes, die in dem Falle nur durch Hineinstecken von Arbeit möglich wäre.

*Definition der Stabilität als Arbeitsaufwand; Vergleichslage.* Gerade diese Arbeit können wir nun als Maß für die Stabilität annehmen, indem wir z. B. bestimmen, wieviel Energieaufwand notwendig ist, um die vorgegebene Lagerung in eine besonders festgestellte instabile überzuführen. Die geeignetste Wahl der letzteren dürfte sich aus der Überlegung ergeben, daß bei jeder Änderung aus der stabilsten (Ruhelage) heraus der Schwerpunkt des ganzen Sees gehoben werden muß, daß dieser andererseits je nach der Stabilität verschieden tief unter dem Schwerpunkt liegt, den die ganze Wassermasse des Sees bei

<sup>1)</sup> Hier und im folgenden ist jedes Integral ohne Grenzbezeichnung über den ganzen See zu erstrecken; bei denen über einen Teilbereich sind die Tiefen in Meter als Grenzen angeführt,  $\int_0^{10} \mu dz$  läuft z. B. von der Oberfläche bis zu 10 m Tiefe.

<sup>2)</sup> Wir können also hier nicht von potentieller Energie in der Weise sprechen, wie der Ausdruck gewöhnlich gebraucht wird, denn das Bezeichnende der stabilen Lage ist eben der Mangel an potentieller Energie gegenüber den anderen möglichen Zuständen.

indifferentem Gleichgewicht, also überall gleicher Dichte (z. B. gleicher Temperatur) besitzen würde. Diese Lage wollen wir nun als Vergleichslage benützen. Die Stabilität  $S$  ist dann durch die Arbeitsmenge gegeben, welche notwendigerweise aufgewendet werden muß, um die anfängliche Schichtung in eine ganz gleichförmige Verteilung überzuführen.<sup>1)</sup> Das ist aber auch der Arbeitsaufwand, welcher ein Heben der ganzen Wassermasse des Sees um den Höhenunterschied des Schwerpunkts in den beiden Lagen — der tatsächlichen Lagerung und der Vergleichslage — begleitet.<sup>2)</sup>

§ 5. *Berechnung des Schwerpunkts und der Stabilität.* Es handelt sich also darum, den jeweiligen Schwerpunkt, d. h. seine Tiefe  $s$ , zu bestimmen. Nach der allgemeinen Regel wäre die Masse jedes

<sup>1)</sup> Man denke nicht etwa an ein Mischen durch Umrühren, Erzeugen kleiner Wirbel, das notwendig mit Energieverlust verknüpft wäre, der mit dem Zweck nichts zu tun hätte. Einem einfachen Beispiel wird die Vorstellung leicht folgen: das Seebecken sei ein rechtwinkliger Trog, die einzelnen Schichten hätten, von unten nach oben immer spezifisch leichter werdend, die Dicken  $a, b, c \dots$ . Man teile nun den ganzen Trog durch Einschieben von senkrechten Querwänden in einzelne Abteile, deren Breiten sich wie  $a:b:c \dots$  verhalten, bringe im ersten Abteil die Wassermasse der früher tiefsten Schicht unter, im zweiten die der nächsthöheren usw. Für jedes Abteil liegt dann der Schwerpunkt genau in der Mitte der Höhe und ebenso auch der Schwerpunkt der ganzen Masse. Wir haben dann den verlangten Vergleichszustand, der instabil und arbeitsfähig ist. Wie man bei unregelmäßig gestalteten Becken entsprechend vorzugehen hätte, ist leicht ausdenken.

Den Zustand, wo alle Wasserteilchen durch Mischung dieselbe Temperatur erhalten hätten, könnte man eigentlich nur dann als streng gelten lassen, wenn der Ausdehnungskoeffizient des Wassers über alle Temperaturen konstant wäre. In Wirklichkeit ist das aber nicht der Fall, und deshalb nimmt das Wasser nach der Mischung geringeres Volum ein als vorher. Zur Erzielung des richtigen Vergleichswertes müßte man sich diesen Ausfall an Volum ergänzt denken, was ja bei einem See mit Zu- und Abfluß schon unwillkürlich in der Vorstellung enthalten ist.

Noch eine weitere Vorsicht ist gegenüber dem Zustand der Mischung als Vergleichszustand, welcher die leichtere Ausdrucksweise und Vorstellung für sich hat, angebracht: dieser ist nämlich kein in die mechanische Reihe hineinpassender Zustand, d. h., er kann nicht sowohl im einen wie im andern Sinn durchlaufen werden. Dadurch können aber die verschiedenen Prinzipien der Mechanik nicht mehr auf ihn angewendet werden.

Die beiden letzten Bemerkungen wollen nur jeden scheinbaren Mangel an Exaktheit vermieden wissen.

<sup>2)</sup> Man darf sich ja die ganze Masse im Schwerpunkt vereinigt denken, und dann folgt tatsächlich die gesamte gegen die Schwerkraft geleistete Arbeit als Produkt Kraft mal Weg in der obigen Form.

einzelnen Teilchens mit dessen Abstand vom Ausgangsniveau, der Seeoberfläche z. B., zu multiplizieren, alle diese Produkte zu addieren und durch die Gesamtmasse des ganzen Sees zu dividieren, also zu bilden:

$$s = \frac{\int z \, dm}{M}$$

(z die laufende Tiefe, M die Gesamtmasse); oder, da wir in jeder wagrechten Schicht vom Volumen  $dv$  wieder durchwegs die gleiche Dichte  $\rho$  annehmen:

$$s = \frac{\int z \rho \, dv}{\int \rho \, dv}$$

In der Vergleichslage (siehe oben) darf  $\rho$  überall gleich  $\rho_0$  gesetzt<sup>1)</sup> werden, fällt also im Zähler und Nenner heraus, und es wird dann

$$s_0 = \frac{\int z \, dv}{V}$$

Wir machen nun noch einmal Gebrauch davon, daß die Abweichungen des spezifischen Gewichts, die durch Temperaturverschiedenheiten hervorgebracht werden, nur sehr geringfügig sind, schreiben  $\rho = 1 + \mu$ , wo  $\mu$  also eine kleine, nie positive Größe ist, verlegen den Ausgangspunkt für die Tiefenzählung in den Schwerpunkt der Vergleichslage, so daß  $s_0' = 0$  wird, das neue  $z' = z - s_0$ . Es verschwindet dann auch  $\int z' \, dv$  und unsere gesuchte Differenz  $s - s_0$  wird

$$\sigma = \frac{\int z' (1 + \mu) \, dv}{\int (1 + \mu) \, dv} = \frac{\int \mu z' \, dv}{\int dv + \int \mu \, dv} = \frac{\int \mu z' \, dv}{V + \int \mu \, dv}$$

wobei wir noch das zweite Glied im Nenner gegenüber dem ersten vernachlässigen dürfen, also da bloß mehr V haben.

Die Verlagerung des Schwerpunkts läßt aber sofort die Stabilität S, wie oben definiert, bestimmen: es ist dies die Arbeitsmenge, die aufgewendet werden muß, um die gesamte Wassermenge des Sees, also — da wir nur einen geringen Fehler machen, wenn wir hierbei  $\rho$  durchaus gleich 1 setzen — V Tonnen, um die Strecke  $\sigma$  zu heben. Es ist also:

$$S = V \cdot \sigma = \int \mu z' \, dv.$$

Damit ist das Maß für die Stabilität gewonnen.

Auch dieses Integral ist nun der graphischen Auswertung durch Planimetrieren zugänglich; der für den bestimmten See in allen Fällen gleiche Ausdruck  $z \cdot dv$  liefert wieder eine Skala, während die jedes-

<sup>1)</sup> Wir sehen hier von Kompression ab, die ja bei ihrem geringen Zahlenwert für Wasser kaum je bei Seen in Betracht kommen kann. Im übrigen wäre ihr unschwer Rechnung zu tragen.

mal verschiedenen  $\mu$  winkelrecht dazu abgetragen werden. Das Nähere der Konstruktion siehe Abschnitt II, §§ 15 u. 16.

*Beispiel.* Die Auswertung des Diagrammes liefert nach den drei Lotungen a, b und c für die Stabilität folgeweise die Werte 1,83, 2,45 und 0,97  $\cdot 10^6$  mkg-Gew. Der Abstand des Schwerpunkts von dem einer gleichförmigen Verteilung ist  $\sigma = 0,13, 0,18$  und  $0,07$  mm, also immer eine verhältnismäßig kleine Strecke.

§ 6. *Verschiedener Einfluß der einzelnen Tiefen; Temperaturseichen.* Die Änderungen der Temperaturverhältnisse bedingen also ganz merkbare der Energie der Lage. Am meisten Einfluß kommt natürlich den obersten Schichten zu (vgl. § 12 am Schluß), am wenigsten jenen in der Tiefe des Schwerpunkts; unter diesem findet sich ein zweites Maximum der Wirksamkeit, das jedoch dem an der Oberfläche nachsteht.

Die Überlegungen führen auch zu allgemeinen Aussagen über Temperaturseichen. Nehmen wir nur zwei Schichten an, die obere warm, die untere kalt, die so wird die Schwerpunktsverschiebung  $\sigma$  und die Stabilität S bei geringer Mächtigkeit der oberen Schicht auch nur gering sein, damit aber auch die Kraft, welche bei einer Störung des Gleichgewichts (Schiefstellung der Trennungsfläche z. B.) die Wiederherstellung des letzteren anstrebt: die Dauer einer da eingeleiteten Schwingung ist groß. Je näher die Trennungsfläche an dem Schwerpunkt liegt, desto größerer Widerstand wird einer Störung entgegengesetzt, desto kürzer ist die Schwingungsdauer. Ein Tieferlegen der Grenzfläche unter den Schwerpunkt bringt die Schwingungsdauer wieder fortschreitend hinauf.<sup>1)</sup>

*Wirkung von Wasserstandsänderungen.* Eine Ursache von Schwerpunktsverlagerung erscheint aber nicht berücksichtigt: die Veränderung des Wasserstandes. Ist dieser höher, so wird der See tiefer, seine Maße größer, die Diagramme müßten abgeändert werden. In allen den Fällen aber, wo die Wasserstandsänderungen nicht eine vergleichsweise starke Volumsänderung mit sich bringen, dürfen wir ohne zu großen Fehler für unsere Zwecke immer noch die gleichen Kurvenzüge verwenden. Denn wenn auch z. B. der augenblickliche

<sup>1)</sup> Die reine Temperaturseichentheorie, wie sie E. M. Wedderburn für einfache Verhältnisse gegeben hat, kann nur unvollkommen auf die immer verwickelten und ständig wechselnden tatsächlichen Zustände angewendet werden; vielleicht lassen sich aber diese letzteren auf dem von uns eingeschlagenen Weg — etwa durch einen einzigen gerechneten oder genauer beobachteten Fall gestützt — auch auf einfache Weise behandeln. Man hätte ein Pendel von der Pendellänge  $\sigma$  und einem sehr großen Trägheitsmoment als Vergleich anzunehmen.



Schwerpunkt wegen des höheren Wasserstandes nach oben gerückt erscheint, so ist dies auch mit dem Schwerpunkt der Vergleichslage der Fall, und der Höhenunterschied zwischen beiden Schwerpunkten unterscheidet sich nur unwesentlich von dem ohne Berücksichtigung des Wasserüberschusses oben enthaltenen.

*Beispiel.* Rechnet man in den erwähnten drei Lotungen die Hebungen des Seespiegels, welche dieselben Schwerpunktsveränderungen — allerdings in der entgegengesetzten Richtung — bewirken können, wie die kurz vorher besprochenen Temperaturschichtungen, so folgen<sup>1)</sup> bzw. 0,21, 0,29 und 0,11 mm. Die verhältnismäßige Kleinheit der Zahlen zeigt wieder, daß die obersten Schichten auf die Lage des Schwerpunkts den größten Einfluß ausüben, denn sonst würde man, z. B. einen rechtwinkligen Trog vorausgesetzt, etwa das Doppelte der früher (§ 5) gegebenen Zahlen erwartet haben. Überhaupt aber sind diese Massen klein gegen die des ganzen Sees, können also wirklich eine sinngemäße Anwendung des Diagramms nicht stören. Man hätte ja erst von einer Hebung des Seespiegels um 20 cm einen Fehler der Resultate von etwa 1% zu erwarten, eine im Vergleich zu den anderen Fehlerquellen unbedeutende Größe.

## B. Änderungen des Energieinhalts.

### 1. Des Wärmegehalts.

§ 7. *Verschiedene Einflüsse.* Es ist auch hier nicht die Absicht, alle die verschiedenen Arten, auf welche der Wärmegehalt geändert werden kann, zu besprechen. Nur kurz erwähnt sei der Einfluß der Temperatur der Luft an der Wasseroberfläche, der noch zu wenig studierten Verdunstung in ihrer Abhängigkeit von Feuchtigkeitsgehalt und Wind, der Kondensation, der Zufuhr von Massen von außen durch Zuflüsse, durch Niederschläge u. a. Vor allem wichtig ist aber die Strahlung, sowohl für die Wärmezufuhr besonders durch die Sonnenstrahlung, wie auch für die Wärmeabfuhr durch Ausstrahlung.

*Aufnahme von Sonnenstrahlung.* Vor einer Reihe von Jahren habe ich auf Grund von Berechnungen und Beobachtungen gezeigt,<sup>2)</sup> daß ein großer Teil der Sonnenstrahlung nicht in das Wasser eindringt,

<sup>1)</sup> Ein Steigen des Sees um 1 cm bedeutet bei der Oberfläche von  $6,79 \cdot 10^6 \text{ m}^2$  ein Hinzutreten einer Masse von 6,79 Tonnen; ihr Schwerpunkt liegt an der Oberfläche, jener des ganzen Sees, in welchem wir uns die Gesamtmasse ( $13,7 \cdot 10^6$  Tonnen) vereinigt denken, in 1285 cm (vgl. § 13) Tiefe. Der Schwerpunkt beider Massen zusammen liegt dann nach bekannten Regeln um etwa  $1285 \cdot 6,79 \cdot 10^3 / 13,67 \cdot 10^6$ , d. i. um 0,64 cm höher. Damit sind die Zahlen gerechnet.

<sup>2)</sup> Über die Reflexion der Sonnenstrahlung an Wasserflächen. Wiener Sitz.-Ber., 117, IIa, 75, (1908); kurz auch Meteorolog. Zeitschr., 44, 80, (1909) und Archiv f. Optik, 446 (1908).

sondern an der Oberfläche zurückgespiegelt wird. Ist dieser Ausfall auch bei senkrecht stehender Sonne klein (2%), wächst er doch bei tieferstehender, also morgens und abends und insbesondere im Winter, zu höheren Beträgen an (bei 30° Sonnenhöhe 6%, bei 10° 35%).

Der dennoch ins Wasser eindringende Teil der Strahlung wird meist (hauptsächlich in den langen Wellen, die wir nicht sehen können) in den obersten Schichten verschluckt, so in reinem Wasser bis 1 dm schon 45%; bis 10 m Tiefe gelangt weniger als  $\frac{1}{5}$ .<sup>1)</sup>

Die Strahlung des Himmels würde ein ähnliches, wenn auch weniger ausgesprochenes Verhalten zeigen, doch fehlen für sie brauchbare Zahlenangaben. Wird sie klein, wie zur Nachtzeit bei klarem Wetter, so tritt die Ausstrahlung des Wassers in den Vordergrund.

§ 8. *Ausstrahlung aus einer Wasseroberfläche.* Man weiß, daß diese von der Temperatur und besonders von der Oberflächenbeschaffenheit des strahlenden Körpers wesentlich abhängt. Am stärksten ist sie bei „schwarzen“ (diese Bezeichnung vom Verhalten gegen sichtbare Strahlen herübergenommen) Körpern. Nun ist das Wasser schon in sehr dünnen Schichten für die in erster Linie in Betracht kommenden großen Wellenlängen schwarz, undurchdringlich. Man müßte ihm also auch starkes Ausstrahlungsvermögen zuschreiben. Ein solches besitzt nun sicherlich jedes Teilchen im Inneren der Wassermasse; nach außen kann aber nur ein Teil der Strahlung gelangen, denn auch die Strahlen aus dem Inneren der Wassermasse werden an der Oberfläche reflektiert und zwar im allgemeinen zu höheren Bruchteilen als die von außen einfallenden. Beim Austritt senkrecht nach oben beträgt der Verlust allerdings auch bloß 2%, die früher (§ 7) angeführten Beträge von 6%, bzw. 35% finden sich aber schon bei Neigungen des Strahles gegen die Oberfläche von 49,5° bzw. 42,4°, während Strahlen mit Neigungen kleiner als 41,4° überhaupt nicht aus dem Wasser hinauskommen können („Totale Reflexion“). Dieses Verhalten muß nun das Ausstrahlungsvermögen freier Wasserflächen wesentlich beeinträchtigen. Führt man den Vergleich zahlenmäßig durch, so findet man, daß aus 1 cm<sup>2</sup> der Wasseroberfläche etwa 83% der aus der gleich großen horizontalen schwarzen Fläche ausgestrahlten Menge ausgesandt werden. Das andere bleibt durch Reflexion dem Wasser erhalten.

<sup>1)</sup> Absorption der Sonnenstrahlung in Wasser. Wiener Sitz.-Ber., 117, IIa, 237 (1908); kurz auch Meteorol. Zeitschr., 43, 321 (1908).

Bei der noch nicht geklärten Rolle der Ausstrahlung sind diese Bemerkungen von Wichtigkeit.

*Beispiele; aus reinen Energiebetrachtungen Schrägstellung der Sprungschicht erschlossen.* Um wieder auf das Beispiel zurückzukommen, nimmt von a auf b (siehe § 2) der Inhalt an Wärmeenergie um  $4,0 \cdot 10^9$  kg-Kalorien zu, von b auf c um  $3,8 \cdot 10^9$  kg-Kalorien ab. Rechnet man nun, wieviel davon auf  $1 \text{ cm}^2$  der Oberfläche, durch die ja höchstwahrscheinlich die Energiemengen zum größten Teil hindurchgegangen sind, entfällt, so erhält man die Zahlen  $+590 \text{ g-Kal/cm}^2$  und  $-560 \text{ g-Kal/cm}^2$ . Es war zwar der 14. April ein schöner Tag, als Ursache der Erwärmung könnten deshalb die Sonnenstrahlen angenommen werden. Nun wäre es mit Rücksicht auf die Verluste durch Reflexion ein sicher zu hoher Betrag, wenn wir für die in jeder Minute durch  $1 \text{ cm}^2$  der Oberfläche hindurchdringende Sonnenstrahlung  $1,5 \text{ g-Kal}$  annehmen, was in der Zwischenzeit zwischen a und b eine Zufuhr von etwa  $340 \text{ g-Kal}$  ergeben würde. Die beobachtete Zunahme des Wärmeinhalts kann also nur zum Teil von Sonnenstrahlung herrühren; für den übrigbleibenden läßt sich aber keine ausreichende Energiequelle ausfindig machen, es müssen da also noch andere Umstände mitspielen.

Im Gegensatz zu der bei Windstille gemachten Vormittagsbeobachtung herrscht nun am Nachmittag stärkerer Westwind; dieser mußte das erwärmte Oberflächenwasser in den östlichen Teil des Sees, wo die Beobachtungen angestellt wurden, zusammentreiben, dort der warmen Schicht eine größere Mächtigkeit erteilen. Dadurch wird dann der größere Wärmegehalt vorgetäuscht. Da die einzelnen mitwirkenden Faktoren doch mindestens teilweise bekannt sind, wäre es sogar bloß aus unseren Beobachtungen heraus möglich den Betrag der Schiefstellung der Grenze zwischen warm und kalt, also der Sprungschicht, in der Längsrichtung des Sees beiläufig anzugeben. Die Richtigkeit des Gedankenganges wird übrigens auch durch den beobachteten Zusammenhang zwischen Sprungschichttiefe und Windstärke im Laufe des Nachmittags bestätigt. (Vgl. Abschnitt III, § 18.

*Abkühlung durch Niederschlag.* Zwischen b und c lag ein kalter windiger Tag mit viel Niederschlag, der zum Teil noch als Schnee die Seeoberfläche erreichte. Verdunstung hat für die Abkühlung wohl kaum eine Rolle gespielt, wie auch der angeforderte Betrag,  $9,3 \text{ mm}$ , für die Zeit schon unter günstigen Umständen entschieden zu hoch wäre. Rechnen wir mit flüssigem Niederschlag von  $0^\circ$  Temperatur, so wären  $102 \text{ mm}$  notwendig gewesen, bei Schnee aber bloß  $6,6 \text{ mm}$ ; es ist durchaus nicht unwahrscheinlich, daß von den gefallen  $13,7 \text{ mm}$  dieser Betrag als Schnee zu Boden kam. Übrigens hat gerade da auch die Abkühlung durch die kalte Luft (Mitteltemperatur der drei Termine  $3,2^\circ$ ) eine Rolle gespielt, sicherlich nicht aber die Ausstrahlung; darf man doch die letztere unter günstigen Verhältnissen, klarem Himmel (der in diesen Nächten nicht herrschte) nur auf etwa  $0,08 \text{ g-Kal/cm}^2\text{min}^1$ ) veranschlagen, woraus sich selbst bei 20stündiger Dauer der Ausstrahlung erst  $96 \text{ g-Kal/cm}^2$  ergeben.

<sup>1)</sup> Die Ausstrahlung betrug z. B. in einer vollkommen klaren Juninacht in Wien  $0,12 \text{ gKal/cm}^2\text{min}$ , natürlich abends und morgens weniger; davon ist dann noch der Ausfall durch Reflexion an der Unterseite der Wasseroberfläche, wie oben bestimmt, abzuziehen.

Die Temperaturverteilung bei a zeigt übrigens sehr schön, wie sich bei Abwesenheit von Wind und Strömungen die Sonnenwärme gerade in den obersten Schichten aufspeichert (vgl. Abschnitt III, § 18, Fig. 4).

## 2. Änderungen der mechanischen Energie.

### a) Energie der Bewegung, Kinetische Energie.

§ 9. *Allgemeine Bedeutung für den Energieumsatz.* Diejenigen Strömungen, die unter dem Namen von Konvektionsströmungen als eines der hauptsächlichsten Zwischenglieder im Umsatz der Energien bekannt sind, dürften wohl kaum so bald eine ins Einzelne gehende Untersuchung erfahren können, obwohl aus ihrem Verhalten viel für die tatsächliche „Innere Reibung“ (nicht im streng physikalischen Sinn, sondern etwa so, wie man den Ausdruck in der Meteorologie verwendet) des Seewassers erschlossen werden könnte. Größere Aussicht besteht in dieser Richtung für die durch Wind an der Oberfläche hervorgerufenen Versetzungen, die dann mitunter recht verwickelte Systeme in der Tiefe auslösen. Sie alle fallen bei mangelndem Energienachschub der Vernichtung durch innere Reibung anheim, die in ihnen aufgespeicherte Energie verwandelt sich in Wärme, oder aber — und das unterscheidet in vielen Fällen diese geordneten Strömungen wesentlich von den Konvektionsströmungen — sie verändern die ganze Temperaturschichtung, damit die Stabilität des Sees. Der im zuletzt genannten Bestandteil gelegene Aufwand läßt sich am leichtesten nachweisen und messen; am schwierigsten bleibt immer noch die Bestimmung des vom Wind tatsächlich übernommenen Anteils, der von dessen Stärke und Dauer und dem erzeugten Wellenschlag abhängt. Vielleicht darf nach den neueren Fortschritten dieses Gebietes in der Ozeanographie auch ähnliches in der Seenkunde erwartet werden.

*Temperaturseichen.* Aber nicht bloß die Stabilität des Sees als solche kann durch derartige Strömungen Veränderungen erfahren, sondern es wird unter Umständen, wahrscheinlich ziemlich häufig, sozusagen freie potentielle Energie durch sie aufgespeichert, so z. B. dadurch, daß eine Trennungsschicht zwischen wärmerem und kälterem Wasser schief gestellt wird. Nach Aufhören der Ursache kann sich diese Energie frei äußern und stehende Unterwasserschwankungen (Temperaturseichen) einleiten, die in einem ständigen Wechsel von Anhäufung potentieller und kinetischer Energie (hin und her gehende Bewegungen) bestehen. Gerade in diesem Fall wären

bei den größeren Massenverschiebungen die Strömungen weitaus leichter nachzuweisen als bei den stehenden Schwankungen der Seeoberfläche, die ja auch von Strömungen begleitet sein müssen.

§ 10. *Berechnung des zum Herausarbeiten der Sprungschicht nötigen Energieaufwandes.* Nur Strömungsenergie, hervorgebracht durch den nach Mittag einsetzenden Wind, konnte am 14. April die obersten Schichten so stark mischen, daß bis zu etwa 4 m Tiefe fast genaue Isothermie herrschte und an deren unterer Grenze eine deutliche Sprungschicht geschaffen wurde.

Diese Durchmischung war mit Energieaufwand verbunden, den wir, um Weitläufigkeiten zu vermeiden, bloß zwischen zwei Grenzen einschließen wollen, zwischen denen der tatsächliche Wert sicher liegt. Eine untere Grenze erhalten wir, wenn wir annehmen,<sup>1)</sup> daß vor dem Einsetzen des Windes in den obersten 5 m lineare Temperaturabnahme mit Anschluß an die Temperaturen der tieferen Schichten herrschte, der Wärmegehalt aber der gleiche war, wie nachher. Wir entnehmen diese Werte dem einfachen Temperatur-Tiefendiagramm (Volumskala), wobei bloß eine Gerade so zu ziehen ist, daß die beiden Flächenstücke, welche zwischen ihr und der Kurve für b entstehen, gleich groß sind, gehen mit den so erhaltenen Werten für die einzelnen Tiefenstufen in das Arbeitsdiagramm ein, zeichnen die entsprechende Kurve und messen hier den zwischen ihr und der Kurve für b liegenden Flächeninhalt, indem wir eines der beiden Flächenstücke mit positivem, das andere mit negativem Vorzeichen nehmen. Wir erhalten so als unteren Grenzwert  $5,4 \cdot 10^5$  mkg-Gew. Arbeitsaufwand oder 0,04 mm Schwerpunktsverschiebung.

Nun war aber vor Eintreten des Windes die Temperaturverteilung sicher keine lineare, sondern wird der am Vormittag bei Windstille herrschenden (a) ähnlich gewesen sein. Wir können also als Ausgangsverteilung eine andere annehmen, die wir durch Anpassen der Verteilungskurve von a an den Wärmeinhalt von b erhalten. Die so gewonnenen Werte wieder in das Arbeitsdiagramm übertragen, liefern einen Aufwand von  $30,5 \cdot 10^5$  mkg-Gew., entsprechend 0,22 mm Schwerpunktsverschiebung.

Ist dieser Wert auch sicher zu hoch, da an der Oberfläche kaum die geforderte Temperatur  $16,4^\circ$  erreicht worden ist, so liegt er doch zweifellos dem tatsächlichen weit näher als der früher auf der Voraussetzung linearer Temperaturabnahme gefunde. Wir dürfen mit gutem Grund annehmen, daß der Wind bei-  
läufig  $20 \cdot 10^5$  mkg-Gew. Arbeit leisten mußte, um die obersten Schichten zu mischen, die Sprungschicht in 5 m Tiefe herauszuarbeiten. Damit ist die Frage nach der Entstehung der Sprungschicht eine Energiefrage geworden.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Die Vormittagsbeobachtung können wir deshalb nicht unmittelbar zum Vergleich heranziehen, weil wir auf denselben Wärmeinhalt zurückgehen müssen, dieser aber am Nachmittag bedeutend höher ist als vormittags (vgl. § 8).

<sup>2)</sup> Gewöhnlich wird den „Konvektionsströmungen“ größerer Einfluß darauf zugeschrieben; solcher ist in unserem Falle vollständig ausgeschlossen, wird aber auch sonst keine allzu große Bedeutung erlangen können, da die Wirkung der Abkühlung durch Strahlung, im günstigsten Falle  $60 \text{ gKal/cm}^2$  während einer Nacht, so unverhältnismäßig weit hinter den anderen Energieumsätzen zurück-

*Erweiterung früherer Ansichten.* Die Bedeutung, welche durch Wind hervorgerufene Strömungen für die Sprungschicht haben, ist in einem Aufsatz von A. Merz<sup>1)</sup> gut hervorgehoben. Der Satz, daß „die vom Wind erzeugten Zirkulationsströmungen zwar nicht in der Lage sind, eine Sprungschicht selbst zu schaffen, daß sie aber vermögen, eine vorhandene Sprungschicht mehr und mehr zu verschärfen“ (S. 88), erscheint aber, wenigstens im ersten Teile, abänderungsbedürftig. Auch beim Fehlen jeder Sprungschicht, aber (dann natürlich gleichförmiger) Abnahme der Temperatur mit zunehmender Tiefe wird — eben wegen des notwendigen Aufwandes an mechanischer Energie — ein Wind zunächst nur in den obersten Schichten sein Strömungssystem erzeugen können und von hier aus die Lagerung abbauen. Dabei müssen Wasserteilchen ihre Geschwindigkeit verlieren; das eigentlich Wirksame sind da also nicht die ausgebildeten dauernden Zirkulationsströmungen, sondern deren Grenzpartien, in denen Geschwindigkeit für Arbeitsleistung verbraucht wird. Hingegen sind die Zirkulationsströmungen an und für sich eine wesentliche Stütze der Erhaltung einer einmal ausgebildeten Schichtung.

Der Unterschied zwischen der Wirkung des Seegangs und der des Windes besteht für uns nur darin, daß jener von vornherein „ungeordnete“ Bewegung erzeugt, dieser aber daneben — besonders in späteren Stadien — eine geordnete, deren wesentliche Seite aber für uns ist, daß sie die ungeordnete Bewegung in größere Tiefen, eben an ihre untere Grenze, hinabträgt.

Es ist übrigens wegen der mechanischen Stabilität nicht isothermer Schichten Vorsicht beim Übertragen von den einfachen Verhältnissen des Versuches auf die Bedingungen in der Natur geboten; so dürfte das Zirkulationssystem unter der Sprungschicht kaum je vollkommen ausgebildet sein, außer im Falle der Isothermie.

Schließlich müssen wir uns auch die anderweitig (§ 8, Beispiel) gefolgerte Schrägstellung der Sprungschicht längs des Sees als Umsatz von kinetischer Energie vorstellen, denn ein solcher Zustand kann nur dann dauernd erhalten bleiben, wenn ein ausgebildetes Strömungssystem fortwährend durch „Reibung“ Energie abgibt. Über den engen Zusammenhang dieser Schrägstellung mit der Windstärke siehe Abschnitt III, § 18.

## b) Energie der Lage, potentielle Energie.

§ 11. *Einfluß von Temperaturänderung, Wasseraustausch, Wärmeleitung.* Die für uns wichtigsten Arten, auf welche die Stabilität einer Schichtung geändert wird, sind einmal die Veränderungen des ganzen Wärmeinhalts, dann, bei konstant bleibendem Wärmegehalt, der Schichtung.

Eine Temperaturzunahme der oberen Schichten (der Einfachheit halber Temperaturen über  $4^{\circ}$  angenommen) rückt den Schwerpunkt

steht (§ 8), während die anderen Fälle mit stärkerer Abkühlung der Oberfläche, d. i. niedrige Lufttemperatur, Verdunstung, erst bei Luftbewegung stärker zur Wirkung kommen können; dann rückt aber jedenfalls schon die rein mechanische Wirkung des Windes an die erste Stelle.

<sup>1)</sup> Die Sprungschicht der Seen, Mitt. d. Ver. d. Geograph., Univ. Leipzig 1911.

tiefer. Ein Einströmen schweren Wassers in der Tiefe, vereint mit Abfluß der leichtesten Schichten an der Oberfläche, hebt jenen. Im ersteren Fall würde also die Schwingungsdauer von Temperaturseichen herabgesetzt, im letzteren erhöht.

Auch Vorgänge, die sonst mit keinerlei Änderungen des gesamten Energieinhaltes verknüpft sind, können Änderungen der Stabilität hervorbringen: so der langsame Ausgleich der verschiedenen Temperaturen durch Wärmeleitung eine Verringerung.

Alle diese Umstände müssen Berücksichtigung finden, wenn man die Vorgänge in einem See wirklich auflösen will. Sie ermöglichen es auch aus verschiedenen Anzeichen auf die Verlässlichkeit von Messungen zu schließen und liefern insbesondere bei raschen Änderungen wichtige Aufschlüsse.

§ 12. *Mechanische Energie geringer als die Wärmeenergie.* Einige allgemeine Bemerkungen sind im Anschluß an die Lotungen vielleicht von Vorteil. Es ergibt sich z. B. von a auf b (§ 5, Beispiel) eine Zunahme der Stabilität um  $0,62 \cdot 10^6$  mkg-Gew., von b auf c eine Abnahme um  $1,48 \cdot 10^6$  mkg-Gew. Diese Zahlen sind von der immerhin willkürlichen Annahme eines Vergleichszustandes frei, also viel sprechender und allgemeiner als die für den einzelnen Fall angeführten.

Die Zunahme, als durch Wärmezufuhr bedingt, wurde schon besprochen, die Abnahme aber stellt uns die Arbeit dar, welche jedenfalls größtenteils durch die lebhafteste Luftbewegung am 15. April in den See hineingesteckt wurde. Die Umwandlung erfolgte dann durch die Form der Strömungsenergie hindurch. Sie hätte genügt, der ganzen Wassermasse des Sees eine gleichförmige Geschwindigkeit  $c = 4,6$  cm/sec zu erteilen<sup>1)</sup>, wenn man jeden Verlust hätte vermeiden können.

So groß die gebrachten Werte an und für sich sind, so stellen sie doch nur den kleineren Teil der im See enthaltenen Energie dar; rechnen wir nämlich die Änderungen des Wärmeinhalts zwischen diesen drei Messungen in die äquivalente Arbeitsenergie um, so folgen<sup>2)</sup> die Zahlen  $+0,94 \cdot 10^7$  und  $-0,89 \cdot 10^7$  mkg-Gew., Zahlen, die durchschnittlich zehnmal so groß sind, wie die der mechanischen Energie. Trotzdem bleiben aber beide Formen wegen ihrer reinlichen Trennung ohne gegenseitigen direkten Einfluß. Indirekter findet aber in ausgedehntem Maße statt und zwar in der Richtung einer Beeinflussung der mechanischen Verhältnisse durch die thermischen. Es wurde ja schon erwähnt, wie die Temperaturverteilung wesentlich auch den statischen Zustand bedingt und hier auch Fälle möglich sind, wo sich ohne irgendeinen Anstoß von außen die Stabilität ändert: Wärmeaustausch der verschiedenen Schichten durch Leitung setzt diese im Anfang herab, in einzelnen Fällen aber, z. B. Abgabe von Wärme aus einer Schicht.

<sup>1)</sup> Die Energieänderung von  $0,62 \cdot 10^6$  mkg-Gew. entspricht in absolutem Maß  $E = 1,48 \cdot 98,1 \cdot 10^{12}$  Erg, die Masse ist  $M = 13,70 \cdot 10^{12}$  g; damit ergibt sich aus  $E = \frac{1}{2} M \cdot c^2$  der angeführte Wert.

<sup>2)</sup> 1 kg Kal. gleichwertig 426,6 mkg-Gew. angenommen.

knapp unter dem Schwerpunkt an eine tieferliegende ist auch Zunahme der Stabilität denkbar, wie einfach aus dem Betrachten des Diagramms (§ 16, Fig. 3) folgt.

*Abhängigkeit der Beständigkeit der Sprungschicht von Temperatur und Tiefe.* Im Anschluß an das früher Erwähnte lassen sich auch Angaben über die Umstände machen, welche das Entstehen, bzw. Tieferlegen der Sprungschicht beeinflussen. Gemäß dem mit höherer Temperatur immer rascher abnehmenden spezifischen Gewicht des Wassers werden Sprungschichten am leichtesten (mit dem geringsten Energieaufwand) entstehen bei Temperaturen in der Nähe von  $4^{\circ}$ , allerdings da im Anfang auch am vergänglichsten sein. Je höher die Temperatur, desto größer der Aufwand an Energie zur Bildung der Sprungschicht, desto stabiler aber dann diese. Denselben Temperatursprung vorausgesetzt, verhalten sich die Stabilitäten bei  $9^{\circ}$  und  $18^{\circ}$  etwa wie 2:5.

Auch die Tiefenlage der Sprungschicht unterliegt allgemeinen Einflüssen. Die großen Zwischenräume, die in der Skala für den Arbeitsinhalt (Fig. 3) den obersten Meterstufen entsprechen, zeigen, daß hier — natürlich stets die gleichen äußeren Umstände vorausgesetzt — ein Tieferlegen der Sprungschicht größeren Widerstand erfahren muß als in der Nähe des Schwerpunkts (also 10—16 m), wogegen sich die Verhältnisse in größeren Tiefen wieder etwas mehr denen an der Oberfläche nähern. Man müßte also im allgemeinen — die wesentlichen Züge dieser Skalen dürften sich bei den verschiedenen Seen nicht allzu stark unterscheiden — Sprungschichten am seltensten in der Tiefe des Schwerpunkts antreffen, meist verhältnismäßig hoch oben oder tiefer unten. Derartige Schlußfolgerungen ließen sich aber nur an reicherm Beobachtungsmaterial prüfen.

## II. Hilfsmittel zur Bestimmung des Energieinhalts.

### A. Volum-(Wärmegehalts-)Skala.

§ 13. *Einfache graphische Darstellung.* Hätte das Seebecken eine geometrisch einfache Gestalt, so könnten die im Abschnitt I besprochenen Größen ohne allzuviele Mühe berechnet werden. Für die tatsächlichen Verhältnisse wird sich auch nicht mit Annäherungen arbeiten lassen, vielmehr am besten mit graphischen Darstellungen, bei denen, wie erwähnt, die notwendigen Integrationen durch Flächenmessung ersetzt werden können.

Die einfachere Aufgabe ist noch die Bestimmung des Wärmegehalts. Dazu müßte man die Masse (oder, da wir hier die Dichte des Wassers ohne irgend störenden Fehler  $= 1$  setzen können, auch das Volumen  $dv$ ) jedes Teilchens multiplizieren mit der Gradzahl seiner Temperatur  $t_z$  (so bezeichnet, weil sie in der Tiefe  $z$  herrschen soll) und diese Werte über den ganzen Seeinhalt summieren, in der mathematischen Zeichensprache das Integral  $\int t_z dv$  bilden<sup>1)</sup>. Dies gelingt einfach graphisch

<sup>1)</sup> Wegen der Integrationsgrenzen siehe Fußnote zu § 3.



durch Anlegen eines rechtwinkligen Koordinatensystems ( $xy$ ), wobei  $x = t_z$ ,  $y = v_z$  ist,  $v_z$  dabei nicht etwa das Gesamtvolumen des Sees darstellend, sondern dasjenige, welches sich in jedem Fall unterhalb der durch den betrachteten Punkt (Tiefe  $z$ ) gelegten Horizontalebene befindet.  $\int t_z dv$  wird dann  $\int x dy$ . Eine bestimmte Temperaturverteilung im See erscheint durch eine Kurve dargestellt und die von dieser und den Koordinatenachsen eingeschlossene Fläche ist als Übersetzung des obigen Integrals dem gesuchten Wärmegehalt proportional. Beispiel unten, § 14, Fig. 2.

*Ersatz der Skala nach  $v$  durch eine nach  $z$ .* Nun wäre es umständlich, jedesmal zur Tiefe  $z$ , bei welcher eine Temperatur abgelesen wurde, gesondert den Zahlenwert des  $v_z$  zu suchen; man kann aber an der Einteilung der Ordinatenaxe gleich die Stellen bezeichnen, welche bestimmten  $z$  (etwa nach vollen Metern fortschreitend) entsprechen, d. h. gleich eine — nun ungleichförmige — Skala der  $z$  dort anbringen. Auch dies geschieht am besten graphisch.

Wir gehen von der bekannten hypsographischen Kurve aus, deren Ordinaten den Tiefen, deren Abszissen den in jener Tiefe liegenden Isobathenflächen proportional sind. Sowie man das Gesamtvolumen  $V$  des Sees durch Planimetrieren der gesamten von der hypsographischen Kurve und den beiden Achsen eingeschlossenen Fläche erhält, so gewinnt man das Volumen  $v_z$ , das sich unterhalb der Tiefenschicht  $z$  findet, durch Ausmessen des Flächeninhalts jenes Zwickels, welcher unterhalb der zur Abszissenaxe parallelen der Tiefe  $z$  entsprechenden Geraden liegt.

§ 14. *Zahlenwerte für den Lunzer See.* Der Darstellung erscheint hier — wie in den früher gebrachten Beispielen — der Lunzer Untersee zugrunde gelegt. Die morphometrischen Werte, den Flächeninhalt der einzelnen Isobathen, entnahm ich den Bestimmungen G. Götzingers, die ich für zuverlässiger ansehen muß als meine Ausmessungen auf der Vervielfältigung der ebenfalls von ihm gezeichneten Tiefenkarte<sup>2)</sup>. Das Gesamtvolumen des Sees  $V$  ergibt sich aber bei mir höher, zu 13,70 gegen  $13,44 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  bei jenem.

Die einzelnen Stufenwerte, die auch später noch gebraucht werden, folgen hier:

<sup>1)</sup> Geomorphologie der Lunzer Seen und ihres Gebietes. Internat. Revue d. ges. Hydrobiol. u. Hydrogr., 1912.

|                      |   |      |      |      |       |       |       |       |                                  |
|----------------------|---|------|------|------|-------|-------|-------|-------|----------------------------------|
| Tiefe z              | 0 | 5    | 10   | 15   | 20    | 25    | 30    | 33,7  | m                                |
| Volum v <sub>z</sub> | 0 | 3,09 | 5,84 | 8,34 | 10,52 | 12,31 | 13,36 | 13,70 | · 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> |

*Graphisches Einschalten der Zwischenwerte:* Es wäre ziemlich langwierig, diese Flächenmessung für alle Meterstufen durchzuführen. Man beschränkt sich z. B. auf Fünfmeterstufen und interpoliert zwischen diesen graphisch, indem man wieder in ein rechtwinkliges Koordinaten-

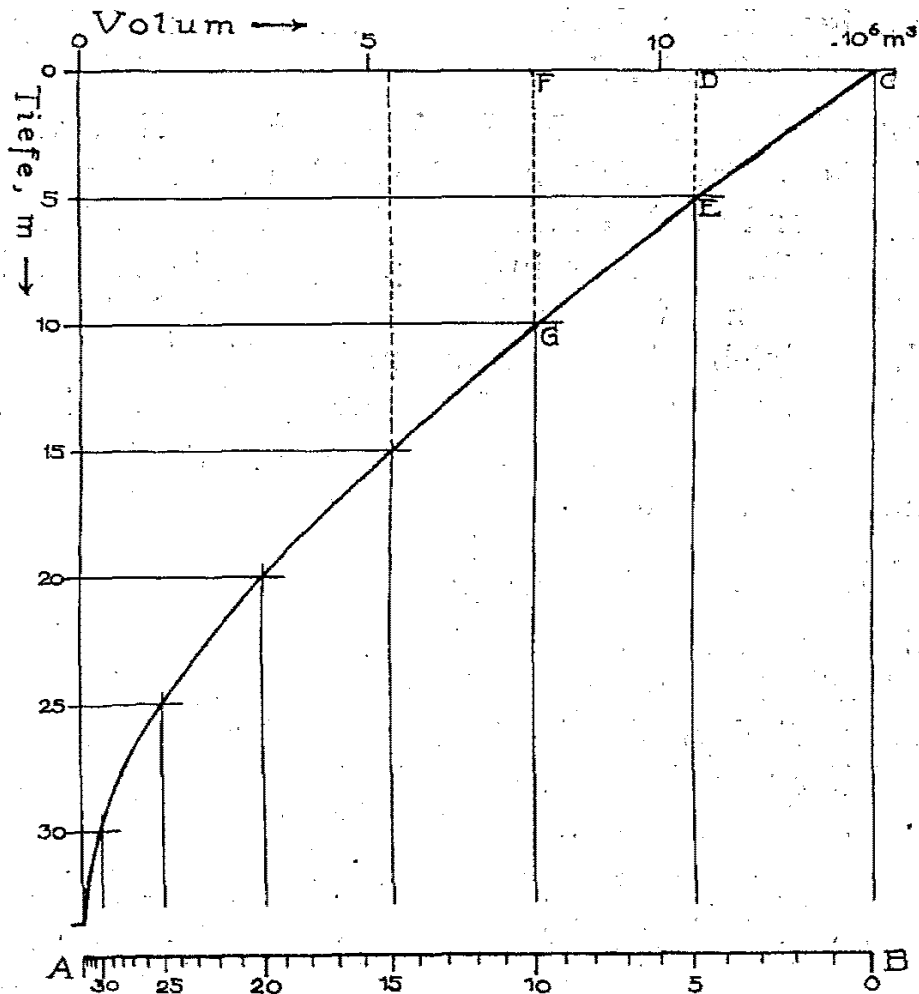


Fig. 1. Volumkurve für den Lunzer Untersee: Hilfsmittel zur Gewinnung der Zwischenteilstriche der Volumskala und zur Berechnung der Schwerpunktsskala.

system eingeht, die  $z$  als Ordinaten einträgt, dazu für die berechneten Punkte die  $v_z$  als Abszissen, durch die so erhaltenen Punkte eine Kurve hindurchlegt, aus welcher man wieder in bekannter Weise die Zwischenwerte entnimmt. Man begnügt sich aber nicht mit den Zahlen für die  $v_z$ , sondern trägt die ihnen entsprechenden Strecken einfach durch Fällen des Lotes auf einer Skala (AB, am Fuße von Figur 1) ab und schreibt zu jedem dieser Striche gleich die ent-

sprechende Tiefe. So ist dann die Strecke zwischen den Teilstrichen 0 und 5 proportional dem Wasservolumen zwischen 0 und 5 m Tiefe usw. Werden noch die Zwischenwerte eingetragen, so haben wir die für unseren Zweck brauchbarste Skala.

In den tiefsten Schichten ist das auf die einzelnen Meterstufen entfallende Volum klein, die gegenseitigen Abstände der Teilstriche der Skala sind da gering (eben auch proportional den entsprechenden Isobathenflächen); sie wachsen ständig mit Annäherung an die Oberfläche.

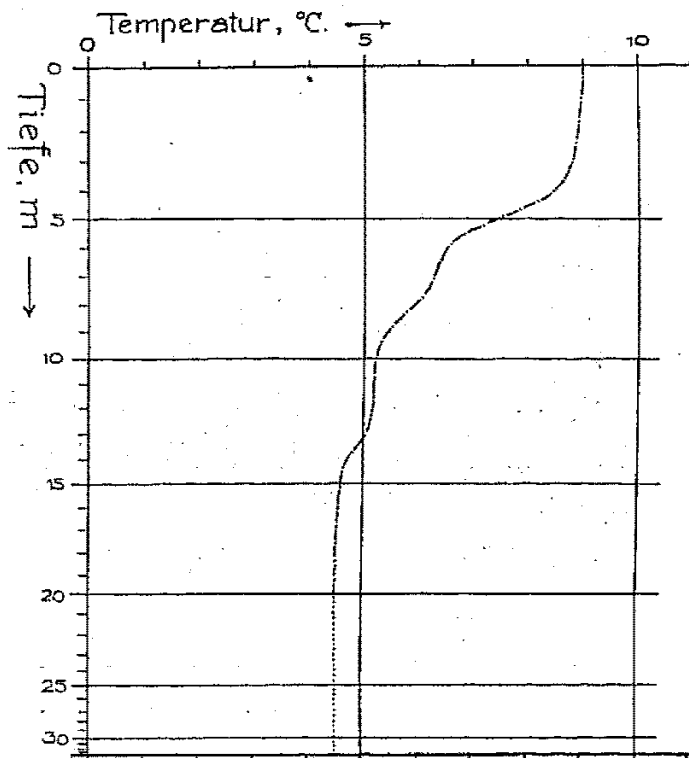


Fig. 2. Tafel zur Bestimmung des Wärmegehalts im Lunzer Untersee. Eingetragen die Lotung vom 14. April 1914, 3<sup>h</sup> 22<sup>m</sup> p.

*Verwendungsweise der Skala.* Die gewonnene Volumskala verwenden wir nun so, wie es Figur 2 erkennen läßt. Die bei einer Lotung (hier vom 14. April 1914, 3<sup>h</sup> 22<sup>m</sup> p) erhaltenen Temperaturen sind als Abszissen der einzelnen Punkte abgetragen, während die Ordinaten, der Tiefe entsprechend, der Volumskala entnommen werden, welche an der Ordinatenachse aufgetragen erscheint. Die Punkte lassen sich mit genügender Genauigkeit durch eine Kurve verbinden und die links von der Kurve liegende, außerdem durch die Skala und die Ordinaten 0 und 33,7 (Maximaltiefe) begrenzte Fläche liefert — mit dem entsprechenden Proportionalitätsfaktor — den Wärmeinhalt, wie er in Abschnitt I § 2 definiert ist.

Diagramm und Skala gelten natürlich bloß für den Lunzer See; wie aber die Konstruktion für andere Seen durchzuführen ist, dürfte aus dem Gesagten klar sein.

### B. Schwerpunkts-(Arbeits-)Skala.

§ 15. *Formeln.* Schwieriger ist es schon, eine Skala zur Bestimmung der Stabilität zu konstruieren, im wesentlichen ist der Weg aber der gleiche. Wir werden es wiederum durch Umrechnung dahinbringen, daß in dem gesuchten  $\int \mu z' dv$  das Glied  $z' dv$  ersetzt wird durch ein anderes, ein gewöhnliches Differential  $d\eta = z' dv$ . Nun können wir aber noch nicht die  $z'$  benützen, da der Schwerpunkt der ganzen Wassermasse, von dem aus eben die  $z'$  gezählt werden, unbekannt ist. Wir gehen deshalb auf die gewöhnliche Zählung zurück, haben  $z' = z - s$  (wo  $s$  die Tiefe des Schwerpunkts), ferner  $d\eta = z dv - s dv$ . Wir integrieren dies von 0 bis zur laufenden Tiefe  $z$ , haben dann:

$$\int_0^z d\eta = \eta_z = \int_0^z z dv - s \int_0^z dv = \int_0^z z dv - s v z.^1)$$

Daraus sind nun die einzelnen  $\eta_z$ , d. h. die Teilstriche der Schwerpunktskala zu rechnen.

*Berechnung der Teilstrichwerte der Skala.* Was das Integral  $\int_0^z z dv$  anlangt, so ist es genau gleich gebaut, wie das bei der Berechnung des Wärmehalts (§ 13) gebrauchte; wir konstruieren es also gerade so, wie das letztere mit Hilfe der Volumskala, indem wir zu jedem der Tiefe  $z$  entsprechenden Teilstrich dieser Skala den Wert  $z$  als Abszisse auftragen. Nun sind wir aber sogar der Konstruktion dieser Kurve überhoben, da sie schon gezeichnet vorliegt und zwar in Fig. 1, denn diese können wir uns um  $90^\circ$  gedreht denken, haben dann die Teilung der Volumskala AB für die Ordinaten anzunehmen, finden beim Teilstrich 0 auch die Abszisse 0, beim Teilstrich 5 die Abszisse 5, ganz allgemein beim Teilstrich  $z$  die Abszisse  $z$ , genau so, wie wir es wünschen. Um nunmehr das Integral für die Fünfmeterstufen auszuwerten, haben wir bloß wieder Flächen zu messen, für  $\int_0^5 z dv$  die Fläche CDE, für  $\int_0^{10} z dv$  die Fläche CFG usw.

Zur vollständigen Berechnung bedürfen wir noch der Kenntnis von  $s$ , das gleich ist  $\int z dv / V$ , also, da der Zähler gleich dem letzten der gerade ermittelten Integrale ist ( $= 17,6 \cdot 10^7 \text{ m}^4$ ), auch sofort zu

<sup>1)</sup> Wegen der Integrationsgrenzen siehe § 3, Fußnote.

berechnen. Es wird mit  $V = 13,70 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  (§ 14) die Tiefe des Schwerpunkts  $s = 12,85 \text{ m}$ .

Wir geben nun die Werte der einzelnen Teilstriche nach der oben gebrachten Formel, in welcher das Integral soeben bestimmt wurde, während die Reihe  $s \cdot v_z$  mit den Zahlen der kleinen Tafel in § 14 gerechnet ist.

|                   |   |       |       |        |        |        |        |        |                          |
|-------------------|---|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------------------------|
| Tiefe, z:         | 0 | 5     | 10    | 15     | 20     | 25     | 30     | 33,7   | m                        |
| $\int_0^z z dv$ : | 0 | 7,56  | 28,18 | 59,41  | 97,54  | 137,33 | 165,99 | 176,08 | $\cdot 10^6 \text{ m}^4$ |
| $s \cdot v_z$ :   | 0 | 39,64 | 74,98 | 107,20 | 135,18 | 157,02 | 171,67 | 176,08 | $\cdot 10^6 \text{ m}^4$ |
| $-\eta_z$ :       | 0 | 32,08 | 46,80 | 47,79  | 37,64  | 19,79  | 5,68   | 0      | $\cdot 10^6 \text{ m}^4$ |

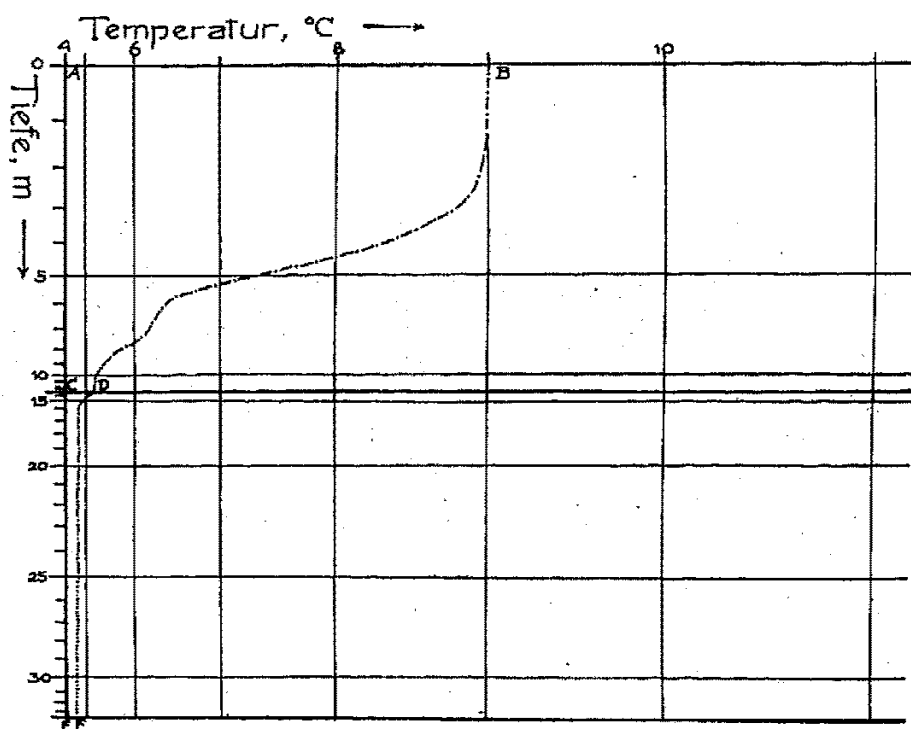


Fig. 3. Tafel zur Bestimmung der Stabilität und der Schwerpunktsverlagerung des Lunzer Untersees. Eingetragen die Lotung vom 14. April 1914, 3<sup>h</sup> 22<sup>m</sup> p.

Wie man sieht, nehmen die Teilstrichwerte unserer Skala, die  $\eta_z$ , zunächst zu (wir vernachlässigen das durchweg negative Zeichen) bis zur Tiefe des Schwerpunkts, vermindern sich aber von ihm abwärts. Um die Übersichtlichkeit zu erhöhen teilen wir deshalb die Skala von vornherein in zwei Hälften, die eine von 0 m Tiefe bis zum Schwerpunkt, die andere von diesem abwärts. So ist sie auch in Fig. 3 angeordnet, wo der dicke Strich die beiden Hälften trennt. Die Zwischenteilung zwischen den berechneten Werten lieferte gerade so wie bei der Volumskala graphische Interpolation.

§ 16. *Ersetzen der Skala für das spezifische Gewicht durch eine Temperaturskala.* Die Auswertung von  $\int \mu z' dv$  oder, wie wir jetzt schreiben dürfen,  $\int \mu d\eta^1$ ) hätte nun so zu geschehen, daß für die beobachtete Temperatur  $t_z$  das spezifische Gewicht  $\varrho$  aufgesucht, daraus  $\mu = \varrho - 1$  (vgl. § 5) abgeleitet und nun dieses als Abszisse vom Teilstrich  $z$  aus abgetragen wird. Es hat aber keinen Zweck, dieses Umrechnen bei jeder Messung zu wiederholen, sondern wir schaffen uns auch gleich für die Abszissen eine einfache Skala, indem wir die den verschiedenen Temperaturen entsprechenden Werte anzeichnen und mit diesen beziffern; so z. B. wird der Anfang dieser Teilung (Abszisse 0) mit  $4^0$  bezeichnet werden, der Teilstrich  $0^0$  (spezifisches Gewicht des Wassers 0,999868) liegt bei 0,000132 — wir dürfen hier das negative Zeichen, das wieder allen Werten gemeinsam ist, ohne weiteres vernachlässigen — usw. Die reine Skala der spezifischen Gewichte kann man daneben immer noch verwenden, muß dies sogar tun, wo das spezifische Gewicht nicht allein von der Temperatur bestimmt ist, bei Suspension von festen Teilchen z. B. oder Salzgehalt. Für unsere Zwecke dürfte das aber nur selten notwendig werden.

*Verwendungsweise der Tafel zur Bestimmung der Stabilität und Schwerpunktsverschiebung.* In die so vorgerichtete Tafel ist nun in Fig. 3 die Lotung vom 14. April, 3<sup>h</sup> 22<sup>m</sup> p, eingetragen, dieselbe wie in Fig. 2. Auch hier wird ausgewertet durch Messen des zwischen der Kurve, den Ordinaten 0 und 33,7 und der Skala liegenden Flächeninhalts, dabei muß aber — entsprechend dem verschiedenen Sinn der beiden Skalenhälften (vgl. § 15) der eine Teil, ACDB, positiv, der andere, CDFE, negativ genommen werden, was beim Planimetrieren einfach durch Umfahren in entgegengesetztem Sinn erreicht werden kann.

Um für die Praxis in bequemen Abmessungen zu bleiben, wurde für diesen Fall eine Einheit in den  $\eta$ , d. i.  $10^6 \text{ m}^4$  oder  $10^9 \text{ mkg-Gew.}$  ( $1 \text{ m}^3$  wiegt ja  $10^3 \text{ kg}$ ), gleich 0,2 cm, der Wert von 0,001 in den  $\mu$  gleich 20 cm gewählt; dann entspricht jedes  $\text{cm}^2$  Fläche  $2,5 \cdot 10^5 \text{ mkg-Gew.}$

Damit wäre das Integral  $\int \mu z' dv$ , damit der Zahlenwert der Stabilität  $S$  (§ 5), des Arbeitsaufwandes, der zur Mischung notwendig ist, gefunden. Die Bestimmung der Schwerpunktsverschiebung hat nun gar keine Schwierigkeit, da wir diese durch Division durch  $V$ , als Maßzahl des Gewichtes des ganzen Seeinhaltes, erreichen.

<sup>1)</sup> Wegen der Integrationsgrenzen siehe § 3, Fußnote.

Auch da kann der Umrechnungsfaktor gleich ein für allemal bestimmt werden; in unserm Fall entspricht  $1 \text{ cm}^2$  einer Schwerpunktsverschiebung von  $0,0183 \text{ mm}$ .

Der besonderen Beziehungen, die sofort aus dem Diagramm zu erkennen sind, wurde schon im ersten Abschnitt, §§ 6, 12, gedacht.

### III. Das Temperaturlot und einige seiner Registrierungen.

§ 17. *Beschreibung des Instruments.* Die Berechnungen der früheren Abschnitte werden erst durch genaue Kenntnis der Temperaturverteilung ermöglicht. An Stelle der umständlichen und stets länger dauernden Arbeit durch Einzelmessungen dürfte sich besonders da das kontinuierliche Aufschreiben der Temperaturverhältnisse durch die ganze Wassersäule hindurch, die das Temperaturlot liefert, empfehlen.

Das Instrument selbst ist in der Zeitschrift für Instrumentenkunde<sup>1)</sup> genauer beschrieben. Es besteht aus einem nur unten offenen Zinkblechkästchen, das in das Wasser versenkt wird. Ist es anfangs, an der Oberfläche, ganz mit Luft gefüllt, so wird das Luftquantum beim Tiefsinken wegen des höheren Drucks zusammengepreßt werden, in 10 m Tiefe z. B., da der Druck hier zwei Atmosphären beträgt gegen früher eine, auf die Hälfte, in 20 m auf ein Drittel usf. Der Wasserspiegel innerhalb des Zinkblechkästchens ändert dementsprechend seine Lage und auf ihm liegt nun ein Schwimmer auf, der mit einem Teil seines Gewichts einen an ihm befestigten Papierstreifen spannt, wobei das andere Ende des letzteren oben im Luftraum des Kästchens um eine horizontale Walze herumgeschlungen ist und durch ein geeignetes Übergewicht desto weiter aufgerollt wird, je höher der Schwimmer steigt. Auf der Oberseite dieser Walze schreibt nun, die Ausschläge parallel zu deren Achse vollführend, eine Schreibfeder, die durch einen von unten hereinreichenden Hebel mit einem Bimetallthermometer in Verbindung steht. Dieses übermitteln die Temperatur des Wassers in einigem Abstand seitlich vom Kästchen, ungestört durch vielleicht mögliche Einflüsse von diesem her und außerdem gegen Strömungswirkungen geschützt. Quer über die Breite des Papierstreifens (etwa 10 cm) wird also die Temperatur aufgetragen, während andererseits das Papier in seiner Längsrichtung

<sup>1)</sup> Über ein einfaches Temperaturlot, Zeitschrift für Instrumentenkunde, 34, 328 (1914).

unter der Feder weiter wandert, wenn der Schwimmer sich hebt oder senkt, d. h. das ganze Instrument seine Tiefe ändert.

*Vorgang bei der Lotung.* Man hat somit durch eine einzige Lotung, d. h. Hinablassen und Heraufholen des Apparates, in rechtwinkligen Koordinaten die Temperatur in jeder einzelnen Tiefe aufgezeichnet, wobei es wegen des Zusammendrängens der stärkeren Temperaturverschiedenheiten in den obersten Schichten sogar von Vorteil erscheint, daß die Tiefenskala keine gleichförmige ist, sondern für die obersten Meter weiter als für die unteren. Man erleichtert hier das nachträglich vorzunehmende Ausmessen, indem man dem Instrument — z. B. bei den vollen Fünfmeterstufen — einen Ruck erteilt, der sich dann in der Kurve als Querstrich abzeichnet.

Das Versenken muß zwar mit einiger Behutsamkeit geschehen, doch genügen 5 Minuten für die ganze Messung vollkommen. Dann kann sofort ein neuer Papierstreifen eingezogen und eine weitere Lotung vorgenommen werden, was für das Aufdecken rascher Änderungen wichtig sein kann. Die Tiefenskala stellt man sich am besten empirisch her, eben durch die erwähnten Marken. Zur Kontrolle der Temperaturen wird man, wenn möglich, gleichzeitig gemachte Messungen mit anderen Apparaten (z. B. Schöpfer) in ungestörten Schichten (z. B. den tiefsten) heranziehen.

§ 18. *Einige Registrierungen; Windeinfluß.* In der bisherigen Ausführung, für Tiefen bis etwa 40—50 m geeignet, hat sich das Instrument als sehr brauchbar erwiesen. Fig. 4 bringt als Beispiel die auf gleichförmige Tiefenskala umgezeichneten Temperaturverteilungskurven, die am 14. April und zwar in der Achse des Sees zwischen dem dritten und vierten Querprofil gewonnen wurden. Die erste Lotung, vormittags bei Windstille erhalten, zeigt die schon (§ 8, Beispiele) erwähnte starke Temperaturzunahme bei Annäherung an die Oberfläche. Kurz nach Mittag war Westwind eingefallen und der brachte sofort eine ausgiebige Mischung der obersten Schichten, das Ausbilden einer Sprungschichte, die zusehends schärfer wird. Diese Sprungschicht hält sich aber nicht in derselben Tiefe, sondern vollführt verhältnismäßig rasche Schwankungen um ganz erhebliche Beträge (beinahe 1 m). Sie gingen zuweilen so schnell vor sich, daß schon die beim Hinablassen und Aufholen des Instruments gezogenen Kurven voneinander abwichen, ein Zeichen dafür, wie schon der geringe Zeitraum von 5 Minuten oder weniger erkennbare Veränderungen brachte.



Besonders lehrreich ist das Eingehen auf die gleichzeitig herrschende Windstärke. Der West hatte mit ziemlich gleicher Stärke bis nach 4<sup>h</sup> geweht, war dann abgeflaut. Nach einer kurzen Zunahme um  $\frac{1}{2}5^h$  war es später ziemlich ruhig geworden. Das zeitweilige Abflauen um 4<sup>h</sup>, das endgültige um 5<sup>h</sup> ist jedesmal von einem Anstieg der Sprungschichte gefolgt, wobei die zeitliche Verzögerung ohne weiteres aus der Trägheit der Massen, die Langsamkeit der Bewegung außerdem noch durch die verhältnismäßig geringen Kräfte, die in den

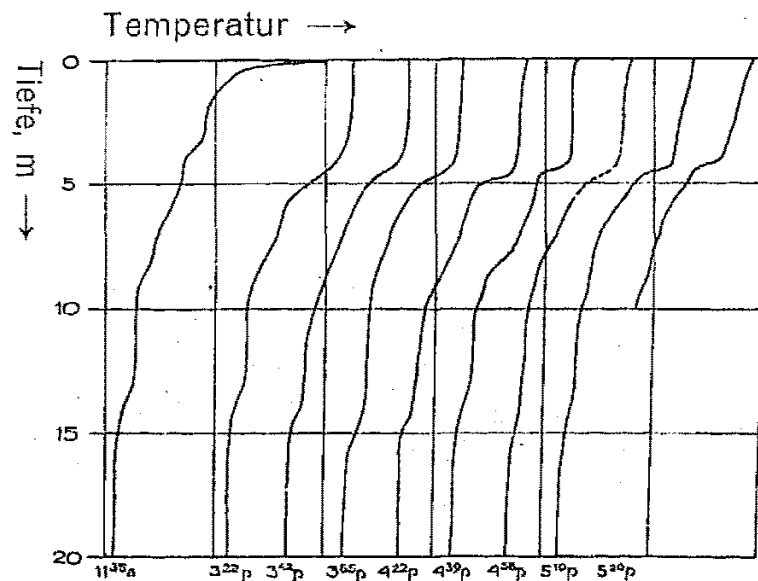


Fig. 4. Temperaturverteilung im Lunzer Untersee nach Messungen mit dem Temperaturlot zu verschiedenen Zeiten am 14. April 1914. Tiefenskala linear, der Abstand zweier senkrechter Geraden entspricht  $4^{\circ}\text{C}$  Temperaturunterschied. Die späteren Kurven sind um bestimmte Stücke nach rechts verschoben. Die ersten beiden Lotungen werden im Text unter der Bezeichnung a bzw. b verwendet.

Gleichgewichtszustand zurückführen, folgt. Jedenfalls wird das aus Energiebetrachtungen (§ 8) erschlossene Zusammenwehen des warmen Wassers durch den Wind auch durch diese Erscheinungen erwiesen.

Bei den so ausgesprochenen Wirkungen ist es vielleicht nicht nutzlos, darauf hinzuweisen, daß z. B. in den Alpenseen, wo während beständigeren Wetters Berg- und Talwinde regelmäßig abwechseln, durch diese leicht Temperaturseichen von 24stündiger (unter günstigen Umständen auch 12stündiger) Dauer vorgetäuscht werden können. In einem solchen Fall ist also immer genauere Untersuchung nötig, die wohl meist ziemlich schwer fallen dürfte.