

Simulationen
zu zylindrischer Kompression
von Plasmatargets

Diplomarbeit
von
Reinhard Schmitt
aus
Frankfurt am Main

vorgelegt beim Fachbereich Physik
der Johann Wolfgang Goethe–Universität
in Frankfurt am Main

Frankfurt am Main, Januar 2003

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	9
1 Kernfusion	11
1.1 Definition	11
1.2 Massendefekt und Bindungsenergie	11
1.3 Die Entstehung der Elemente	13
1.3.1 Die Entstehung der ersten Nukleonen	13
1.3.2 Die Entstehung von Helium in den Sternen	13
1.3.3 Die Entstehung schwererer Elemente	14
1.3.4 Fusionsreaktionen	14
1.4 Technische Nutzung der Fusionsenergie	15
1.4.1 Energiebilanz eines Fusionsplasmas - Lawson-Kriterium	15
2 Trägheitseinschlussfusion	19
2.1 Pelletkompression	20
2.1.1 Direkte Pelletbestrahlung	20
2.1.2 Indirekte Pelletbestrahlung	22
2.2 Das ρR -Kriterium	22
2.3 Konzept einer Trägheitsfusionsanlage	24
3 Hydrodynamik	27
3.1 Herleitung grundlegender Gleichungen	27
3.1.1 Die Kontinuitätsgleichung	28
3.1.2 Euler'sche Gleichung	28
3.1.3 Die Energie-Gleichung	29
3.1.4 Die Impuls-Gleichung	29
3.2 Hydrodynamik in MULTI2D	30
3.2.1 Lagrange'sche Darstellung	30
3.2.2 Das Lagrange-Gitter in MULTI2D	30
3.2.3 Lagrange'sche Hydrodynamik in MULTI2D	31
4 Energiedeposition	35
4.1 Deposition der Energie eines Schwerions	35
4.2 Stopping power	38
4.3 Energiedeposition in der Simulation	38
4.4 Energiedeposition in MULTI2D	39
4.4.1 Energiedeposition in MULTI2D bei zylindrischer R-Z-Geometrie	39
4.4.2 Energiedeposition in MULTI2D bei kartesischer x-y-Geometrie	39

5	Untersuchungen mit modifiziertem MULTI2D	41
5.1	Target- und Strahleigenschaften	41
5.1.1	Das für die vorliegenden Untersuchungen benutzte Target	41
5.1.2	Strahleigenschaften	44
5.2	Targetdynamik bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt	44
5.2.1	Anfangsphase	45
5.2.2	Zusammentreffen der Materie im Zentrum	48
5.2.3	Targetexpansion	50
5.3	Targetdynamik bei elliptischem Strahlquerschnitt	59
5.3.1	case_5 im Vergleich zu case_1	59
5.3.2	Anfangsphase	59
5.3.3	Zusammentreffen der Materie im Zentrum	60
5.3.4	Vergleich des Kompressionsverhaltens bei unterschiedlicher Elliptizität des Strahlprofils und Vergleich der Ergebnisse mit [Vat98]	73
	Zusammenfassung und Ausblick	75

Abbildungsverzeichnis

1.1	Bindungsenergie pro Nukleon	12
1.2	Wirkungsquerschnitt	16
1.3	Reaktionsraten bei verschiedenen Fusionsreaktionen in Abhängigkeit von der Temperatur	17
2.1	Prinzip des Trägheitseinschlusses mit Laserstrahlen	21
2.2	Prinzip des Trägheitseinschlusses mit Schwerionenstrahlen	21
2.3	Prinzip der indirekten Pelletbestrahlung mit Laserstrahlen	22
2.4	Prinzip der indirekte Pelletbestrahlung mit Schwerionenstrahlung	23
2.5	Prinzip eines Trägheitseinschluss-Fusionskraftwerkes	24
2.6	Prinzip eines Trägheitseinschluss-Fusionsreaktors	25
3.1	Kraftübertragung zwischen Gitterzellen	33
4.1	Ein Schweres Ion I passiert ein Elektron $-e$ im Abstand b mit der Geschwindigkeit v im Abstand b	36
4.2	Einbettung des quasikartesischen Koordinatensystems (x,y) in das zylindrischen System \mathbf{R},\mathbf{Z}	40
5.1	Schematische Darstellung des Targets	42
5.2	Lagrange-Gitter des Targets	43
5.3	Strahl-Target-Profil bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt	45
5.4	Temperatur im Target bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1, Profil	46
5.5	Temperaturverteilung zu ausgewählten Zeiten bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	47
5.6	Temperaturverteilung im Zentrum bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	48
5.7	Temperaturverlauf innerhalb von Gebieten gleicher Initialisierungsdichte und Bestrahlung bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	49
5.8	Temperaturverlauf an Initialisierungsdichte- und Bestrahlungsgrenzen bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	50
5.9	Druckverteilung zu ausgewählten Zeiten bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	51
5.10	Druckverteilung im Zentrum bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	51
5.11	Druckverlauf innerhalb von Gebieten gleicher Initialisierungsdichte und Bestrahlung bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	52
5.12	Druckverlauf an Initialisierungsdichte- und Bestrahlungsgrenzen bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	52
5.13	Geschwindigkeitsverteilung zu ausgewählten Zeiten bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	53

5.14	Geschwindigkeitsverteilung im Zentrum bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	53
5.15	Geschwindigkeitsverlauf innerhalb von Gebieten gleicher Initialisierungsdichte und Bestrahlung bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	54
5.16	Geschwindigkeitsverlauf an Initialisierungsdichte- und Bestrahlungsgrenzen bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	54
5.17	Einlaufende Stoßwelle bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	55
5.18	Dichteverteilung nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, case_1	55
5.19	Dichteverteilung im Zentrum bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	56
5.20	Auslaufende Stoßwelle bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	56
5.21	Dichteverlauf innerhalb von Gebieten gleicher Initialisierungsdichte und Bestrahlung bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	57
5.22	Dichteverlauf an Initialisierungsdichte- und Bestrahlungsgrenzen bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1	57
5.23	Dichte im Targetzentrum - $\frac{1}{20}$ Targetradius -, bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1, Profil	58
5.24	Strahl-Target-Profil bei elliptischem Strahlquerschnitt	60
5.25	Temperatur im Targetprofil bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, Profil	61
5.26	Temperaturverteilung zu ausgewählten Zeiten bei elliptischem Strahlquerschnitt, entlang der x-Achse, case_5	62
5.27	Temperaturverteilung zu ausgewählten Zeiten bei elliptischem Strahlquerschnitt, entlang der y-Achse, case_5	63
5.28	Vergleich des Drucks im Target bei radialsymmetrischem, case_1, und elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, vor und nach dem Eintreffen der Druckwelle im Targetzentrum.	64
5.29	Temperaturverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der x-Achse,	65
5.30	Temperaturverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der y-Achse	65
5.31	Druckverteilung zu ausgewählten Zeiten bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der x-Achse	66
5.32	Druckverteilung zu ausgewählten Zeiten bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der y-Achse	66
5.33	Druckverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der x-Achse	67
5.34	Druckverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der y-Achse	67
5.35	Einlaufende Stoßwelle bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der x-Achse	68
5.36	Einlaufende Stoßwelle bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der y-Achse	68
5.37	Dichteverteilung nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, case_5, in x-Richtung	69
5.38	Dichteverteilung nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, case_5, in y-Richtung	69
5.39	Dichteverteilung nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, case_5, in x-Richtung, in enger zeitlicher Auflösung	70
5.40	Dichteverteilung nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, case_5, in y-Richtung, in enger zeitlicher Auflösung	70

5.41 Dichteverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der x-Achse	71
5.42 Dichteverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der y-Achse	71
5.43 Dichte im Targetzentrum - $\frac{1}{20}$ Targetradius - , bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, Profil	72
5.44 Darstellung des Verlaufs der Achsenverhältnisse beim Ring maximaler Dichte, bei case_1, case_3 case_4 und case_5	73
5.45 Dichteverlauf im Targetzentrum bei case_1 bis case_5	74

Einleitung

Für eine langfristige Lösung des Energieproblems gibt es gegenwärtig noch kein Konzept, das zeitlich absehbar realisiert werden könnte. In dieser Situation müssen alle Möglichkeiten entsprechend ihrer Realisierungschancen in Betracht gezogen werden. Die thermonukleare Fusion durch Trägheitseinschluss ist eine solche Möglichkeit. Die friedliche Nutzung der bei der Verschmelzung leichter Kerne freiwerdende Energie wäre eine fast unerschöpfliche Energiequelle. Entscheidend für die technische Nutzung der Fusionsenergie ist der Wirkungsgrad eines zukünftigen Fusionsreaktors. Es muß ein wesentlich größerer Teil der bei der Kernverschmelzung freiwerdenden Energie nutzbar gemacht werden, als zur Verschmelzung der Kerne aufgewendet werden muß. Um dieses Ziel zu erreichen, werden zwei sehr verschiedene Technologielinien verfolgt: die Magneteinschlussfusion und die Trägheitseinschlussfusion.

Bei der Trägheitseinschlussfusion werden kleine Treibstoffkügelchen mit einem Durchmesser von ≈ 5 mm, sogenannte Pellets, durch äußere Bestrahlung auf vielfache Festkörperdichte komprimiert. Dadurch wird auch die Temperatur stark erhöht, so daß – in dem in der Mitte befindlichen Brennstoff – Fusionsreaktionen zünden und sich ein thermonuklearer Brand nach außen fortpflanzt. In dieser Arbeit soll mit Simulationsexperimenten der Einfluß des Strahlprofils auf die Pellet- bzw. Targetdynamik bei der Trägheitseinschlussfusion mit Schwerionenstrahlen untersucht werden. Dabei wird erstmals das Verhältnis der Elliptizität des Strahlprofils zur Elliptizität der Kompression untersucht.

Einer kurzen Einführung in die Kernfusion, Kapitel (1), folgt in Kapitel (2) eine Einführung in die Trägheitseinschlussfusion. Durch die Energiedeposition wird das Pellet während der Bestrahlung schnell erhitzt, es geht dann sehr schnell in den Plasmazustand über. Die Pelletdynamik während des Kompressionsprozesses läßt sich daher am besten mit einem hydrodynamischen Modell beschreiben. In Kapitel (3) folgt daher, auf eine kurze Einführung in die Hydrodynamik, die Vorstellung spezieller Methoden zur Realisierung von numerischen Simulationen der Pellet- bzw. Targetdynamik mit Konzepten aus der Hydrodynamik im Simulationscode MULTI2D.

Der Verlauf des Kompressionsprozesses hängt sowohl vom Aufbau des Pellets als auch von der zur Aufheizung des Pellets benutzten Art der Bestrahlung ab. In dieser Arbeit, insbesondere in Kapitel (4), wird stärker auf die “Direkte Pelletkompression mit Schwerionenstrahlung“ Bezug genommen, als auf andere Bestrahlungsarten, weil die bei den Simulationen zu dieser Arbeit verwendete Methode der Energiedeposition am ehesten der “Direkten Pelletkompression mit Schwerionenstrahlung“ entspricht.

In Kapitel (5) werden Simulationsexperimente vorgestellt und Ergebnisse diskutiert. Der MULTI2D-Code, in seiner ursprünglichen Version, beschreibt die Energiedeposition in zylindrischer R-Z-Geometrie. Zur Untersuchung der Pellet- bzw. Targetdynamik in Abhängigkeit vom Strahlprofil, wurde eine C-Routine erstellt die es erlaubt, die Energiedeposition in zwei kartesischen Koordinaten darzustellen.

Kapitel 1

Kernfusion

1.1 Definition

Kernfusion ist ein nuklearer Prozess, bei dem zwei leichte Atomkerne zu einem schwereren Kern verschmelzen. Dabei wird Energie freigesetzt, z.B.



Gemäß der Einsteinschen Gleichung $E = m c^2$, $\Delta W = \Delta m c^2$ tritt dabei ein Massenverlust, auch Massendefekt genannt, auf. Daher ist die Gesamtmasse der Endprodukte bei einer Kernfusion immer geringer als die Gesamtmasse der Ausgangsprodukte [Mat01].

1.2 Massendefekt und Bindungsenergie

Die Masse eines stabilen Atomkerns ist kleiner als die Summe der Massen aller ihn bildenden freien Nukleonen. Ein Nukleon ist entweder ein Proton oder ein Neutron.

Die Differenz zwischen der Kernmasse und der Masse aller Nukleonen nennt man Massendefekt ΔW . Der Massendefekt wird als Energiemaß angegeben, wobei gilt $\Delta W = \Delta m c^2$. Der Massendefekt ist betragsmäßig gleich der Bindungsenergie B des Atomkerns. Es gilt $\Delta W = -B$. Die Bindungsenergie eines Atomkerns ist ungefähr proportional zur Anzahl der Nukleonen. Die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon ist $B/A \approx 8 \text{ MeV}$, A ist die Atommassenzahl. Die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon ist ein Maß für die Stabilität der Atomkerne. Die Funktion $B/A(A)$ hat ein Maximum bei $A=56$. Eisen (${}^{56}_{26}\text{Fe}$) ist der stabilste bekannte Atomkern mit $B/A \approx 8.8 \text{ MeV}$, siehe Abb. (1.1).

Zur Energiegewinnung kann deshalb entweder die Spaltung schwerer oder die Fusion leichter Kerne dienen. Für $A < 56$ treten einige lokale Maxima bei ${}^4_2\text{He}$, ${}^8_4\text{Be}$, ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{16}_8\text{O}$ und ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ auf. Für $A > 56$ fällt B/A mit wachsender Nukleonenzahl. Würde jedes Nukleon eines Atomkerns mit allen anderen Nukleonen desselben Kerns durch Kernkräfte in Wechselwirkung treten, müßte die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon stetig mit der Nukleonenzahl steigen. Das ist aber nicht der Fall. Es handelt sich um eine Kraft mit Sättigungscharakter. Die Kernkraft¹, die die gegenseitige Anziehung der Nukleonen bewirkt, ist kurzreichweitig, sie wirkt im wesentlichen zwischen benachbarten Nukleonen. Das Teilchen das zwischen den Nukleonen ausgetauscht wird wird π -Meson oder Pion genannt [May84].

Nukleonen sind Fermionen, also Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen. Verbinden sich zwei Neutronen oder zwei Protonen in einem Atomkern zu einem sogenannten Cooper-Paar mit dem Gesamtspin $S=0$, ist das immer

¹Die Kernkraft ist eine Erscheinungsform der sogenannten "starken Wechselwirkung".

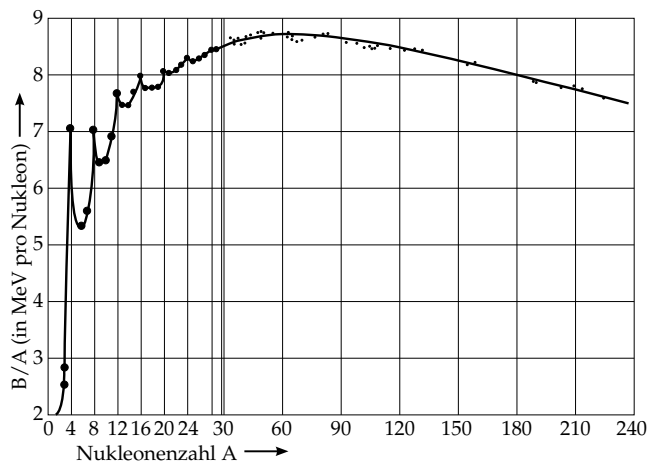


Abbildung 1.1: Die Bindungsenergie pro Nukleon hat ein Maximum bei Eisen (${}^{56}_{26}\text{Fe}$), daher kann zur Energiegewinnung entweder die Spaltung schwerer oder die Fusion leichter Kerne dienen [May84].

mit einem Energiegewinn für den Atomkern verbunden. Kerne in denen entweder alle Neutronen oder alle Protonen Cooper-Paar-Bindungen eingehen sind stabiler als andere Kerne. Die höchsten Bindungsenergien pro Nukleon, relativ zu ihren jeweiligen "Nachbarn" mit einem Nukleon mehr oder weniger weisen Kerne auf in denen sowohl alle Neutronen, als auch alle Protonen, also alle Nukleonen Cooper-Paar-Bindungen eingehen. Daher definieren die Kerne ${}^4_2\text{He}$, ${}^8_4\text{Be}$, ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{16}_8\text{O}$ und ${}^{20}_{10}\text{Ne}$, mit geraden Protonen und geraden Neutronenzahlen wie oben erwähnt, lokale Maxima, wenn man, wie in Figur 1.1, die Bindungsenergie pro Nukleon gegen die Nukleonenzahl aufträgt. Diese Kerne sind stabiler und kommen daher in der Natur auch häufiger vor als ihre Nachbarn.

Kerne mit den Protonen- oder Neutronenzahlen 2, 8, 20, 28, 50, 82 und 126 sind besonders stabil, man nennt diese Zahlen magische Zahlen. Atomkerne bei denen sowohl die Protonen als auch die Neutronenzahl gleich einer magischen Zahl ist nennt man doppelt magische Kerne. Auch solche Kerne, wie z.B. ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ und ${}^{208}_{82}\text{Pb}$, sind besonders stabil und kommen häufiger in der Natur vor als ihre Nachbarn [Sto97]. Magische und doppelt magische Kerne besitzen eine besonders hohe Separationsenergie für ein einzelnes Nukleon, gleichzeitig ist die Separationsenergie für ein weiteres hinzugefügtes Nukleon wesentlich kleiner. In Analogie zur Atomphysik spricht man daher bei magischen Neutronen- oder Protonenzahlen von Schalenabschlüssen im Atomkern [Mue01]. Wie die Elektronen in der Elektronenhülle, so haben auch die Nukleonen in sphärischen Atomkernen wohldefinierte quantenmechanische Zustände, die sich für jedes Nukleon aus dessen Spinquantenzahl s , Bahndrehimpulsquantenzahl j und magnetischer Quantenzahl m ergeben. Es gilt das Pauli-Prinzip. In einem Kern kann daher jeder quantenmechanische Zustand nur von einem Nukleon eingenommen werden. Beim Schalenmodell geht man davon aus, daß die Nukleonen im Atomkern nicht direkt miteinander wechselwirken und sich in einem mittleren Potential befinden, das durch die anderen Nukleonen erzeugt wird.

Bei kleinen Massenzahlen ist es energetisch günstig, ein weiteres Nukleon aufzunehmen, für Kerne mit größeren Massenzahlen als Eisen (${}^{56}_{26}\text{Fe}$), ist die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon kleiner als $B/A \approx 8.8 \text{ MeV}$, da die Coulomb-Abstoßung der Protonen im Gegensatz zur Kernkraft keinen Sättigungscharakter hat, sie wirkt umso stärker, je mehr Protonen sich im Kern befinden [Sto97].

1.3 Die Entstehung der Elemente

1.3.1 Die Entstehung der ersten Nukleonen

Man geht heute davon aus, dass die ersten Hadronen² $\approx 10^{-6}$ s nach dem Urknall³, aufgrund einer Abkühlung des "Quark-Gluon-Plasmas"⁴ bei einer Temperatur von $\approx 10^{12}$ K entstanden sind, was in diesem Fall einer thermischen Energie der Teilchen von 170 MeV entspricht [Sta01]. ≈ 3 Minuten nach dem Urknall konnten sich nach weiterer Abkühlung des Universums die Protonen und Neutronen zu Deuteronen verbinden. Aus je 2 Deuteronen entstanden die ersten ${}^4_2\text{He}$ -Kerne. Daneben traten in sehr geringen Mengen auch ${}^7_3\text{Li}$ -Kerne auf. Wie in Abschnitt (1.1) erwähnt sind ${}^4_2\text{He}$ -Kerne besonders stabil. Größere Kerne als ${}^7_3\text{Li}$ konnten sich nicht bilden. Dies führte dazu, daß das Universum ≈ 3 Minuten nach dem Urknall zu 75 Gewichtsprozent aus Protonen und zu 25 Gewichtsprozent aus ${}^4_2\text{He}$ -Kernen bestand [Fae01]. Die Temperatur des Universum betrug 3 Minuten nach dem Urknall $\approx 10^9$ K [Hof01]. Erst nach 300000 bis 700000 Jahren war das Universum so weit durch Expansion abgekühlt, daß sich Elektronen stabil an die ${}^1_1\text{H}$ - und ${}^4_2\text{He}$ -Kerne anlagern, und so die ersten Atome entstehen konnten [Fae01]. Die Temperatur des Universum betrug zu dieser Zeit noch ≈ 4000 K [Hof01].

1.3.2 Die Entstehung von Helium in den Sternen

Man geht davon aus, daß alle natürlichen Elemente durch Kernfusionsreaktionen aus den bereits eine Millionen Jahre nach dem Urknall vorhandenen ${}^1_1\text{H}$ - und ${}^4_2\text{He}$ - und – in sehr geringen Mengen – ${}^7_3\text{Li}$ -Atomen entstanden sind.

Bis eine Millionen Jahre nach dem Urknall war die Materieverteilung im Universum aufgrund der hohen Temperaturen homogen⁵. Erst danach war das Universum so weit abgekühlt, daß sich aufgrund zufälliger minimaler Dichteschwankungen und der Wirkung der Gravitationskraft Strukturen im Universum herausbilden konnten [Fri95].

Etwa eine Milliarde Jahre nach dem Urknall, das Universum war zu dieser Zeit bereits auf eine Temperatur zwischen 20 K und 3 K abgekühlt⁶ [Hof01], verdichtete sich aufgrund der Gravitationskraft die Materie in den Gebieten höherer Dichte immer weiter, es entstanden sogenannte Materiewolken. Durch weitere Verdichtung verkleinerte sich das Trägheitsmoment und die Winkelgeschwindigkeit der Materiewolken nahm zu.

Diese rotierenden Materieansammlungen waren die Vorläufer der Galaxien. Erst im Laufe von einigen Milliarden Jahren bildeten sich daraus die ersten Galaxien. Innerhalb dieser Gaswolken fand eine weitere Verdichtung der Materie statt. Es bildeten sich relativ kleine kugelförmige Strukturen, bis schließlich fünf Milliarden Jahre nach dem Urknall die ersten thermonuklearen Reaktionen in diesen ersten Sternen stattfanden [Fri95].

Zu den wichtigsten Fusionsreaktionen in den Sternen gehört der Deuteriumzyklus, siehe Abschnitt (1.3.4). 86 % der Fusion von Wasserstoff-Kernen zu Helium, läuft über den Deuteriumzyklus [Fae01].

²Hadronen sind Elementarteilchen die der starken Wechselwirkung unterliegen und räumlich ausgedehnt sind. Entsprechend dem Spin gibt es Mesonen, das sind Elementarteilchen mit ganzzahligem Spin, deshalb auch Bosonen genannt und Baryonen, mit halbzahligem Spin, deshalb auch Fermionen genannt. Baryonen sind aus drei sogenannten Quarks aufgebaut. Zu den Baryonen gehören auch die Nukleonen (Kernteilchen), also die Neutronen und die Protonen [Sto97].

³Das Alter des Universum wird heute auf ≈ 15 Milliarden Jahre geschätzt [Sta01, Her01, Fae01, Fri95].

⁴Zustand der Kernmaterie, in der sich Quarks und Gluonen (Gluonen sind die Austauscheteilchen der Quarks) fast frei bewegen können, statt in Baryonen und Mesonen gebunden zu sein [Sto97].

⁵Eine über einen betrachteten Bereich gleichmäßige und einheitliche chemische bzw. physikalische Eigenschaften aufweisende Substanz wird als homogen bezeichnet [VUW01].

⁶1965 wurde erstmals von Penzias und Wilson die kosmische Hintergrundstrahlung gemessen deren Wellenlänge einer Temperatur von 3 K entspricht [Fri95].

1.3.3 Die Entstehung schwererer Elemente

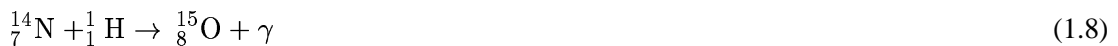
In den Sternen entstehen über weit verzweigte Reaktionsketten auch schwerere Elemente bis hin zu den Elementen Eisen ${}_{26}^{56}\text{Fe}$ und Nickel ${}_{28}^{60}\text{Ni}$. Wie in Abschn. (1.1) erwähnt, ist ${}_{26}^{56}\text{Fe}$ das Element mit der höchsten mittleren Bindungsenergie pro Nukleon, und daher das stabilste Element. Bei ${}_{28}^{60}\text{Ni}$ stoppt die Fusion zu schwereren Elementen, da eine weitere Anlagerung von Nukleonen energetisch ungünstig wäre. In manchen Sternen bildet sich nach einiger Zeit ein Eisen-Nickel-Kern. Da nun keine Fusionsprozesse mehr stattfinden, wird keine Energie mehr frei und der Stern kühlt ab. Durch diese Abkühlung kann die Eisen-Nickel Materie im Zentrum des Sterns die darüberliegende Materie nicht mehr tragen. Daher kollabiert der Stern, dabei wird die gesamte Materie auf Kernmateriedichte zusammengedrückt. Bei der darauffolgenden Explosion, einer sogenannten "Supernova", entstehen schwerere Elemente bis hin zum Uran (${}_{92}^{238}\text{U}$) [Fae01].

1.3.4 Fusionsreaktionen

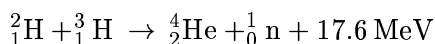
Die Sonne und die Fixsterne gewinnen Energie aus Fusionsreaktionen wie dem Deuteriumzyklus (pp-Reaktion):



oder dem Kohlenstoffzyklus (CNO-Zyklus)



außerdem soll hier die Fusionsreaktion von Deuterium und Tritium, Reaktion (1.1) aus Abschnitt (1.1),



erwähnt werden. Bei Fusionsreaktionen spielt die Elektronenhülle der Atome keine Rolle. Man schreibt daher für das Proton ${}^1_1\text{H}$ auch ${}^1_1\text{p}$ oder einfach p. Ebenso schreibt man für Deuterium ${}^2_1\text{H}$ auch ${}^2_1\text{D}$ oder D und für Tritium ${}^3_1\text{H}$, ${}^3_1\text{T}$ oder T. In beiden Zyklen werden im Ergebnis vier Nukleonen zu einem stabilen ${}^4_2\text{He}$ -Kern verschmolzen. Die freigesetzte Energie beträgt 24.69 MeV [Sto97].

1.4 Technische Nutzung der Fusionsenergie

Eine Fusionsreaktion läuft auf der Erde unter Normalbedingungen nicht von alleine ab. Die Kernfusion ist eine Schwellenwertreaktion. Beide Kerne sind positiv geladen und stoßen sich daher gegenseitig ab. Diese Coulombschwelle muß überwunden werden, wenn eine Fusionsreaktion ablaufen soll. Die für den Deuterium-Zyklus notwendige Energie ist $E = 0.5 \text{ MeV}$. Soll den Teilchen diese Energie aufgrund thermischer Bewegungsenergie anhaften, entspricht das einer Temperatur von etwa $T \approx 5.8 \cdot 10^9 \text{ K}$ [Sto97]. Es gilt $E_{\text{therm}} = k T$ (k ist die Boltzmann-Konstante: $k = 0.8617 \cdot 10^{-4} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$).

Bei thermischen Fusionsreaktionen ergibt sich die Reaktionswahrscheinlichkeit aus dem Produkt von Maxwell-Wahrscheinlichkeit und Tunnel-Wahrscheinlichkeit. Denn aufgrund des Tunneleffektes⁷ muß der Potentialwall nur teilweise überwunden bzw. der Schwellenwert nur zum Teil erreicht werden. Für den Deuterium-Zyklus ist das Produkt von Maxwell- und Tunnel-Wahrscheinlichkeit bei $kT \approx 20 \text{ keV}$ maximal⁸. Da diese Energie bei Teilchenkollisionen zur Verfügung stehen muß, muß den Teilchen die Energie in Form von kinetischer Energie mitgegeben werden. Bei Temperaturen dieser Größenordnung ist ein Großteil der Materie vollständig ionisiert. Man spricht von einem Plasmazustand⁹.

Die Fusion zweier leichter Atomkerne kann auch erreicht werden, indem man die Kerne mit Hilfe von Teilchenbeschleunigern kollidieren läßt. Dabei fusionieren aber immer nur einige wenige Teilchen, außerdem ist bei der Fusion mit Hilfe von Teilchenbeschleunigern die Energieausbeute wesentlich geringer als der Energieaufwand für die Beschleunigermaschinen. In einem Fusionskraftwerk muß daher die freiwerdende Fusionsenergie dazu verwendet werden, weitere Reaktionen in Gang zu setzen. Zur Energieerzeugung kommt daher nur die thermische Kernfusion in Frage. Damit sich in einem Reaktor eine sich selbst erhaltende Reaktionskette aufbaut, muß die freiwerdende Fusionsenergie mindestens so groß sein wie die benötigte thermische Plasmaenergie. Die Menge der freiwerdenden Fusionsenergie hängt aber bei einem bestimmten Brennstoff, z.B. Deuterium und Tritium, von der Anzahl der Fusionsreaktionen ab. Die Gesamtzahl der Fusionsreaktionen einer Reaktionskette hängt wiederum von der Teilchendichte und von der sogenannten Einschlußzeit ab, also von der Zeit, in der der Brennstoff in einer für Fusionsreaktionen ausreichenden Dichte gehalten wird [Vog95, Sto97]. Um einen Fusionsprozess zur Energieerzeugung nutzen zu können, müssen also bestimmte Anforderungen an diesen gestellt werden.

1.4.1 Energiebilanz eines Fusionsplasmas - Lawson-Kriterium

Die Forderung, daß die freiwerdende Fusionsenergie dazu benutzt werden muß, weitere Reaktionen in Gang zu setzen, wird unter anderem mit dem Lawson-Kriterium quantifiziert.

Für eine selbsterhaltende Reaktion muß die freiwerdende Fusionsenergie mindestens die Verluste decken, die durch Strahlung und Aufheizung entstehen. Es muß also folgende Ungleichung erfüllt sein:

$$E_{\text{fusion}} \geq E_{\text{therm}} + E_{\text{rad}}. \quad (1.11)$$

⁷Das Überwinden einer Potentialbarriere der Höhe $V(r)$ durch ein Teilchen mit der kinetischen Energie $E \ll V(r)$. Einen solchen Prozess dürfte es nach der klassischen Physik nicht geben. Er beruht auf dem Welle-Teilchen-Dualismus. Die Wahrscheinlichkeit T , daß ein Teilchen bzw. "Wellenpaket" durch einen Potentialwall "tunnelt" ist $T \approx e^{-\left(\frac{2}{\hbar}\right) \int_0^D \sqrt{2m(V(r)-E)} dr}$, dabei ist D die "Gesamtdicke" der Barriere, m die Teilchenmasse und \hbar das Planck'sche Wirkungsquantum: $\hbar = 6.582173 \cdot 10^{-22} \text{ MeVs}$ [Sto97, May84].

⁸In der Plasmaphysik spricht man auch von einer *Temperatur* $T \approx 20 \text{ keV}$, man misst also die Temperatur in Energieeinheiten.

⁹Ein Plasma ist allgemein ein Gemisch von freien Elektronen, Ionen und Atomen bzw. Molekülen. Alle Bestandteile des Gemisches besitzen eine große kinetische Energie, sind miteinander jedoch nicht unbedingt in thermischem Gleichgewicht [Sto97]. Siehe auch die Fußnote zum Quark-Gluon-Plasma (auf Seite 13).

Die Strahlungsverluste E_{rad} können vernachlässigt werden, da bei den erreichten Fusionstemperaturen von 20-100 keV Bremsstrahlungsverluste klein gegenüber dem thermischen Energieanteil sind. Die Ungleichung, die zur technischen Nutzung der Fusionsenergie erfüllt werden muß, vereinfacht sich also zu

$$E_{\text{fusion}} \geq E_{\text{therm}}. \quad (1.12)$$

Unmittelbar vor dem Fusionsprozess liegt der Treibstoff, also die Materie, die fusioniert werden soll, ionisiert vor. Die Elektronen sind also nicht an die Atomkerne gebunden und bewegen sich frei im Plasma. Im vorliegenden Fall spricht man auch von einem voll ionisierten Plasma. Das Plasma soll sich im Gleichgewicht befinden, so daß Atomkerne und Elektronen die gleiche Temperatur haben $T_{\text{Ion}} = T_{\text{Elektron}}$. Die thermische Energie des Plasmas ergibt sich unter der Annahme eines idealen Gases als Summe der thermischen Energie der Elektronen und der Ionen im Plasma, $E_{\text{therm}} = E_{\text{therm,Ionen}} + E_{\text{therm,Electronen}}$, also

$$E_{\text{therm}} = \frac{3}{2}nkT_{\text{Ion}} + \frac{3}{2}nkT_{\text{Elektron}} = 3nkT. \quad (1.13)$$

Dabei ist n ist die volumenbezogene Teilchenzahldichte. Die Fusionsenergie E_{fusion} kann abgeschätzt werden, wenn man annimmt, daß z.B. ein zu gleichen Teilen aus Deuterium und Tritium bestehender Treibstoff vorliegt. Die Anzahl der Reaktionen pro Volumeneinheit und Zeit, ist dann

$$n_{\text{D}}n_{\text{T}} \langle v\sigma \rangle. \quad (1.14)$$

Dabei sind n_{D} und n_{T} die Teilchenzahldichten von Deuterium und Tritium, also die Treibstoffdichte, und $\langle v\sigma \rangle$ die über die Geschwindigkeit gemittelten Reaktionsraten. σ ist dabei der Wirkungsquerschnitt.

Einen Wirkungsquerschnitt kann man sich anschaulich als die Aufprallfläche der Teilchen im Stoß vorstellen, siehe Abb. (1.2), dabei kann man sich ein Teilchen als punktförmig und das andere als mit der Aufprallfläche behaftet vorstellen.

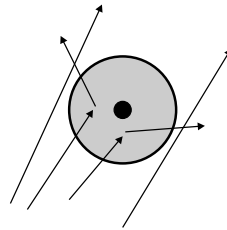


Abbildung 1.2: Wirkungsquerschnitt in geometrischer Deutung. Die Teilchen, die die graue Fläche passieren, führen einen Stoß durch [Sto97].

Die Abb. (1.3) zeigt die Reaktionsraten bei verschiedenen Fusionsreaktionen in Abhängigkeit von der Temperatur. Nennt man die bei jedem einzelnen Fusionsprozess freiwerdende Energie W und die Einschlußzeit, also die Zeit während der der Treibstoff zusammengehalten wird τ , kann man die bei der Fusion freiwerdende Energie als

$$E_{\text{fusion}} = n_{\text{D}}n_{\text{T}} \langle v\sigma \rangle W\tau \quad (1.15)$$

ausdrücken. Eingesetzt in Gl. (1.12) folgt daraus das **Lawson-Kriterium**

$$n_{\text{D}}n_{\text{T}} \langle v\sigma \rangle W\tau \geq 3nkT, \quad (1.16)$$

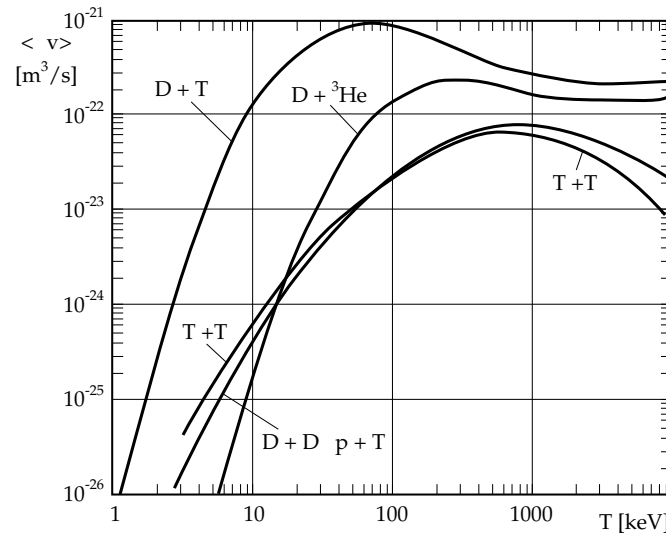


Abbildung 1.3: Reaktionsraten bei verschiedenen Fusionsreaktionen in Abhängigkeit von der Temperatur [Sch93].

oder, da Deuterium und Tritium zu gleichen Teilen vorliegen sollen, erhält man mit $n_D = n_T = n/2$

$$\frac{n^2}{4} \langle v \sigma \rangle W \tau \geq 3nkT, \quad (1.17)$$

das Lawson-Kriterium als Produkt aus Teilchendichte n und Einschlußzeit τ [Sto97, Lut98, Vog95, Geb96]:

$$n\tau \geq \frac{12kT}{\langle v \sigma \rangle W} \quad (1.18)$$

Durch die Bestimmung der Reaktionsraten¹⁰, siehe Abb. (1.3), bei geeigneten Temperaturen zwischen 10 keV [Ber92, Boc81] und 20 keV [Vog95] und Einsetzen der Werte für die Reaktionsenergie und Reaktionsraten erhält man z.B. [Lut98]

$$n\tau \geq 10^{14} \text{s/cm}^3 \quad \text{für D-T-Reaktionen.} \quad (1.19)$$

Dieses Kriterium ist eine Bedingung an das Produkt aus Teilchenzahldichte und Einschlußzeit. Entweder wird die Teilchenzahldichte n sehr klein und die Einschlußzeit τ groß gewählt, oder umgekehrt, eine sehr große Dichte und eine entsprechend kleine Einschlußzeit. Beim magnetischen Einschluß sind die Teilchenzahldichten $\approx 10^{14} \text{cm}^{-3}$, die Einschlußzeit muß daher $\geq 1 \text{s}$ sein. Diese Teilchenzahl entspricht Vakuumbedingungen¹¹. Beim Trägheitseinschluss sind die Teilchenzahldichten $\geq 10^{24} \text{cm}^{-3}$, und die Einschlußzeiten $\approx 10^{-9} \text{s}$ [Hof01].

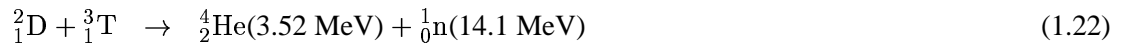
Bei der Untersuchung der Kernverschmelzungen von Wasserstoffisotopen hat sich ergeben, daß Fusionsreaktionen wie sie in der Sonne ablaufen, z.B.



¹⁰bei der Deuterium-Tritium-Fusion sind die Reaktionsraten $\langle v \sigma \rangle$ bei einer Temperatur von $\approx 20 \text{ keV}$ bzw. $\approx 2 \cdot 10^8 \text{ K}$, $\langle v \sigma \rangle \approx 6 \cdot 10^{-16} \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ [Sch93] [Lut98] [Ber92]. Der Wirkungsquerschnitt ist $\sigma \approx 3 \cdot 10^{-24}$ [Vog95]. Daraus läßt sich eine mittlere Teilchengeschwindigkeit $\approx 2 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ ableiten.

¹¹Bei normalem Luftdruck enthält 1 cm^3 Gas $\geq 10^{19}$ Teilchen.

sehr kleine Wirkungsquerschnitte haben. Für die Anwendung unter terrestrischen Bedingungen eignen sich jedoch Reaktionen, bei denen der Wirkungsquerschnitt bei möglichst geringen Temperaturen maximal ist. Wie in Abb. (1.3) deutlich zu sehen ist, ist dies bei der bereits erwähnten Fusionsreaktion (1.1) zwischen Deuterium und Tritium



der Fall. Daher geht man zur Zeit davon aus, daß der Treibstoff eines ersten Forschungsreaktors ein Deuterium-Tritium-Gemisch sein könnte [Lut98].

Kapitel 2

Trägheitseinschlussfusion

Bei der Trägheitseinschlussfusion werden kleine Treibstoffkügelchen mit einem Durchmesser von ≈ 5 mm, sogenannte Pellets, durch äußere Bestrahlung auf vielfache Festkörperdichte komprimiert. Dadurch wird unter anderem die Temperatur stark erhöht, so daß in dem in der Mitte befindlichen Brennstoff Fusionsreaktionen zünden und sich ein thermonuklearer Brand nach aussen fortpflanzt. Um mit einem Deuterium-Tritium-Gemisch als Brennstoff Fusionsreaktionen in ausreichender Reaktionsrate auszulösen, ist eine Temperatur von $\approx 10^8$ K nötig¹.

Um ein Treibstoffpellet zu komprimieren, wird von außen, innerhalb von ≈ 20 ns, ≈ 5 MJ Laser-, Schwerionen- oder Röntgenstrahlenergie deponiert. Das entspricht einer Leistung von ≈ 250 TW. Durch den daraufhin einsetzenden Kompressionsprozess erfolgt eine sehr starke Temperaturerhöhung im Zentrum. In dem auf diese Weise entstandenen heißen Plasma können dann Kernfusionen erfolgen. Durch die Trägheit des Pellets wird dieses so lange zusammengehalten, bis ein Energieüberschuß erzielt wird, und das Plasmakügelchen zerplatzt.

Zur Pelletkompression ist kein Plasmaeinschluß durch technische Mittel nötig, die Trägheitskräfte des implodierenden Pellets sollen die für Fusionsreaktionen nötigen Drücke genügend lange aufrechterhalten, bis eine ausreichende Menge in Helium umgesetzt ist. Die Bedingungen, unter denen dieser Vorgang abläuft, d.h. die Einschlußzeit, die Menge des Brennstoffs und vor allem seine Dichte während des Brennvorgangs sind miteinander stark korreliert. Die Einschlußzeit ist weitgehend durch die Dynamik des Kompressions- und Explosionsprozesses bestimmt. Sie liegt in der Größenordnung von 1 ns. Die für einen technisch kontrollierbaren Prozess noch beherrschbare Brennstoffmenge liegt bei nur wenigen Milligramm. Um das Lawson-Kriterium zu erfüllen, muß bei dieser Menge die Brennstoffdichte das etwa Tausendfache normaler Festkörperdichte erreichen [Boc93, Boc81, Ber92].

Ein Treibstoffpellet ist meist eine mit einem geeigneten Treibstoff, z.B. mit einer Deuterium-Tritium-Mischung, gefüllte Hohlkugel, die, je nach Art der Bestrahlung, von unterschiedlichen Schichten, z.B. Kompressor- und Strahlstopperschicht umgeben ist [Sto97]. Im einfachsten Fall besteht ein Pellet aus einem hohlen Plastikügelchen, an dessen Innenwand sich eine Schicht von festem gefrorenem Wasserstoff, bestehend aus den Isotopen Deuterium und Tritium, befindet [Hof01].

Der Kompressionsprozess unterscheidet sich danach, ob zur Aufheizung des Pellets Strahlung benutzt wird, die beim Eintritt in die Pelletoberfläche relativ stark mit der Materie wechselwirkt, also relativ viel Energie an die äußersten Schichten des Pellets abgibt, wie es z.B. bei Laserstrahlung der Fall ist, oder ob die Wechselwirkung der Strahlung mit den äußeren Pelletschichten nur gering ist, und der größte Teil der Strahlenergie im Innern des Pellets deponiert wird. Dies ist, wie in Kapitel (4) noch ausführlich erläutert wird, bei der Energiedeposition mit Schwerionenstrahlung der Fall.

Neben diesen beiden Methoden der direkten Bestrahlung gibt es noch die Methode der indirekten Pelletbestrahlung. Bei der indirekten Pelletbestrahlung wird Schwerionenstrahlenergie an sogenannte

¹bzw. von ≈ 10 keV (siehe Fußnote auf Seite 15)

Konverter abgegeben, die dadurch erhitzt werden. Die Konverter geben diese Energie dann entsprechend ihrer Temperatur in Form von Strahlung an den Raum ab, in dem sich das Pellet befindet.

2.1 Pelletkompression

Von besonderer Bedeutung bei der Pelletkompression ist die Erhaltung der Kugelsymmetrie während des Kompressionsprozesses. Auf diese Weise soll erreicht werden, daß in einem kleinen zentralen und hochkomprimierten Bereich des Pellets, in dem sich ein festes DT-Gemisches befindet, Zündbedingungen erreicht werden. Die dabei freiwerdenden Alphateilchen und Neutronen deponieren ihre kinetische Energie in außerhalb dieses zentralen Bereichs liegendem gasförmigen DT-Brennstoff und zünden diesen ebenfalls. Danach breitet sich eine Brennfront im Target aus, die zur Fusion eines großen Teils des Brennstoffes führen soll, bevor das Pellet explodiert [Hof01]. Es ist also effizienter, nur einen sehr kleinen Teil des Brennstoffs durch Energiezufuhr von außen zur Kernfusion anzuregen, die dabei freiwerdende Energie, soll dann die Zündung eines möglichst großen Teils des restlichen Brennstoffs bewirken.

Durch die Energiedeposition wird das Pellet während der Bestrahlung schnell erhitzt, es geht dann sehr schnell in den Plasmazustand über, siehe Kapitel (3). Bei nichtsphärischer Kompression würde das Pellet frühzeitig, also bevor Fusionsreaktionen stattfinden konnten, zerstört werden. Nur eine in hohem Maße sphärische Kompression gewährleistet, daß der Brennstoff im Zentrum des Pellets räumlich gleichmäßig verdichtet wird, und damit die Zündtemperatur erreicht werden kann. Wenn die Kugelsymmetrie während der Kompression nicht erhalten bleibt, kommt es zu sogenannten hydrodynamischen Instabilitäten [Sto97], es hängt dann von verschiedenen Faktoren, wie der Menge der eingestrahnten Energie, dem Grad der Instabilität und dem Pelletaufbau ab, ob eine Zündung des Brennstoffs dennoch möglich ist.

Hydrodynamische Instabilitäten können aus unsymmetrischer Bestrahlung resultieren. Aber selbst bei vollständig symmetrischer Bestrahlung kommt es zu sogenannten Raleigh-Taylor Instabilitäten, wenn eine dünnere Flüssigkeit gegen eine dichtere beschleunigt wird [Dal66], das kann aber je nach Aufbau des Pellets und Art der Bestrahlung durchaus der Fall sein.

Ob ein System, bestehend aus Pellet und Strahl, technisch nutzbar ist, siehe Abschnitt (1.4), hängt aber nicht nur davon ab, ob der Brennstoff im Pellet zündet, sondern auch davon, ob nach der Zündung eine ausreichende Menge Treibstoff verbrannt wird, bevor das Pellet von der durch die Zündung des Brennstoffs ausgelösten Stoßwelle zerstört wird [Boc93]. Diese Bedingung wird mit dem ρR -Kriterium, siehe Abschnitt (2.2), quantifiziert. Mit dem ρR -Kriterium wird die Fusionsreaktionszeit mit der Zeit verglichen, die die vom Zentrum des Pellets ausgehenden Stoßwelle bis zum Pelletrand benötigt. Je dichter der Treibstoff ist, desto schneller wird der Treibstoff verbrannt, und je größer das Pellet, desto länger kann Treibstoff verbrannt werden. Daher stellt das ρR -Kriterium eine Bedingung für das Produkt aus der Dichte ρ und dem Pelletradius R zum Zeitpunkt der Zündung dar. In jedem Fall wirkt sich eine sphärische Kompression günstig auf den Brennprozess aus, eine in hohem Masse symmetrische Bestrahlung läßt sich mit Ionen- oder Laserstrahlen aber nur schwer erreichen, aus diesem Grund hat man neben der direkten Pelletbestrahlung mit Laser- oder Schwerionenstrahlung auch die indirekte Pelletbestrahlung mit Röntgenstrahlung in Betracht gezogen [Hof01].

2.1.1 Direkte Pelletbestrahlung

Direkte Pelletkompression mit Laserstrahlung

Bei der Deposition von Laserstrahlung wird die Pelletoberfläche aufgrund der Deposition von Strahlenergie in den äußersten Pelletschichten erhitzt, so daß eine schlagartige Verdampfung eintritt. Durch

diese sogenannte Materialablation wird eine zum Zentrum des bestrahlten Pellets verlaufende Stoßwelle ausgelöst, die den Brennstoff im Zentrum des Pellets stark erhitzt und komprimiert, so daß er zündet, siehe Abb. (2.1).

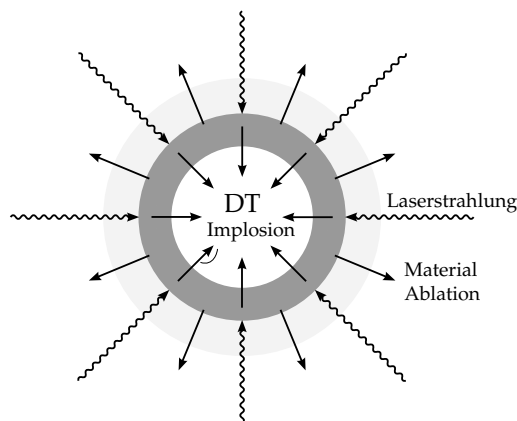


Abbildung 2.1: Prinzip des Trägheitseinschlusses mit Laserstrahlen. Durch die Materialverdampfung von der Pelletoberfläche wird eine zum Zentrum des bestrahlten Pellets verlaufende Stoßwelle ausgelöst [Boc93].

Direkte Pelletkompression mit Schwerionenstrahlung

Bei der Deposition von Schwerionenstrahlung wird, wie insbesondere in Abschnitt (4.2) erläutert, die meiste Energie in einem durch die Teilchenenergie regulierbaren relativ kleinen Abschnitt der Gesamteindringtiefe kurz vor dem Erreichen der maximalen Eindringtiefe abgegeben. Durch die Temperaturerhöhung in diesem Bereich wird ebenso wie bei der Deposition von Photonenstrahlung eine Stoßwelle ausgelöst, die sich jedoch vom Ort der Energiedeposition ausgehend sowohl zum Targetzentrum, als auch zur Targetoberfläche ausbreitet. Die Materialablation von der Pelletoberfläche durch die Aufheizung des Targets spielt beim Trägheitseinschluss mit Schwerionenstrahlung nur eine untergeordnete Rolle und ist nicht Auslöser des Implosionsprozesses², siehe Abb. (2.2).

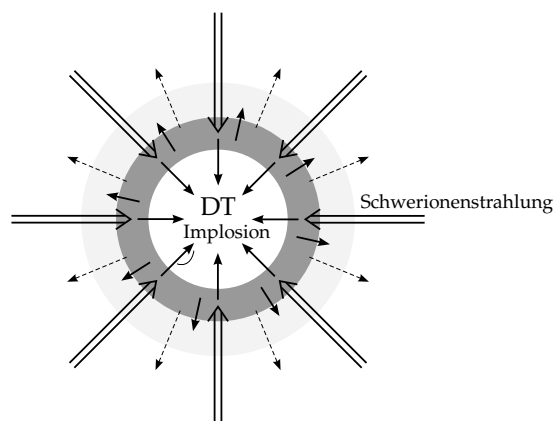


Abbildung 2.2: Prinzip des Trägheitseinschlusses mit Schwerionenstrahlen. Vom Ort der Energiedeposition ausgehend bewegt sich eine Schockwelle sowohl zum Targetzentrum, als auch zur Targetoberfläche [Boc93].

²Der Unterschied zwischen der Energiedeposition mit Photonen- oder Ionenstrahlen wird in Veröffentlichungen zur Tumorthherapie mit Schwerionenstrahlung veranschaulicht. Z.B. in [Seb01] Abb. 2: "Schaubild zur Dosisabgabe verschiedener Strahlenarten im Körper ..."

2.1.2 Indirekte Pelletbestrahlung

Bei der indirekten Pelletbestrahlung befindet sich das Pellet in einem Hohlraum der indirekt entweder durch intensive Schwerionen- oder durch Laserstrahlung, und direkt durch Röntgenstrahlung, aufgeheizt wird.

indirekte Pelletbestrahlung mit Laserstrahlung

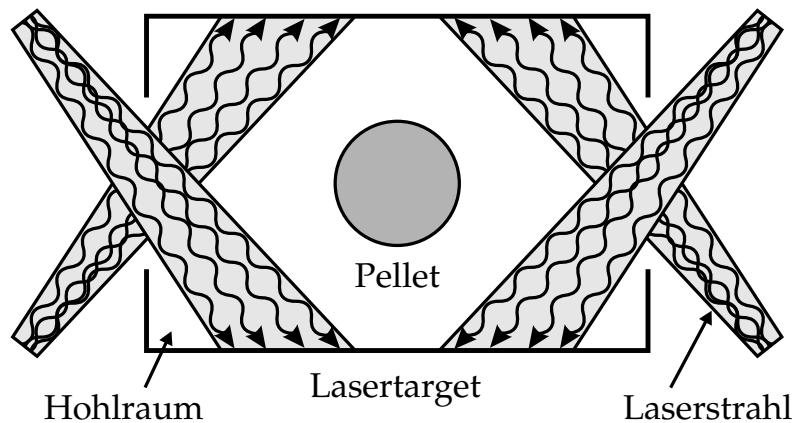


Abbildung 2.3: Prinzip der indirekten Pelletbestrahlung mit Laserstrahlen. Laserstrahlen treffen durch am Hohlraum angebrachten optische Öffnungen auf die Innenseite der Hohlraumwand und heizen sie auf. Ihrer hohen Temperatur entsprechend emittiert diese Plancksche Hohlraumstrahlung in den Hohlraum. Die guten Reemissionseigenschaften der Hohlraumwand sollen dafür sorgen, daß er sich homogen mit Strahlungsenergie füllt. Das Pellet beginnt die Strahlung zu absorbieren und wird symmetrisch komprimiert [Hof01].

Bei der indirekten Pelletbestrahlung mit Laserstrahlung, siehe Abb. (2.3), treffen Laserstrahlen durch am Hohlraum angebrachte optische Öffnungen auf die Innenseite der Hohlraumwand, geben dort ihre gesamte Energie ab, und heizen diese auf $\approx 3 \cdot 10^6 K$ auf.

Daraufhin emittiert die Hohlraumwand, ihrer hohen Temperatur entsprechend Röntgenstrahlung, sogenannte Plancksche Hohlraumstrahlung, in den Hohlraum. Die guten Reemissionseigenschaften der Hohlraumwand sorgen dafür, daß dieser sich homogen mit Strahlungsenergie füllt, und der Kompressionsprozess in hohem Masse symmetrisch abläuft.

indirekte Pelletbestrahlung mit Schwerionenstrahlung

Bei der indirekten Pelletbestrahlung mit Schwerionenstrahlung, siehe Abb. (2.4), treffen Schwerionenstrahlen auf seitlich am Hohlraum angebrachtes Konvertermaterial, dringen aufgrund ihrer hohen kinetischen Energie tief in dieses ein, geben dort ihre gesamte Energie ab, und heizen es auf.

Daraufhin emittiert das Konvertermaterial, seiner hohen Temperatur entsprechend Röntgenstrahlung in den Hohlraum. Neben den guten Reemissionseigenschaften der Hohlraumwand sorgen hier auch Symmetrisierungsschilde dafür, daß dieser sich homogen mit Strahlungsenergie füllt. Das Pellet beginnt die Strahlung zu absorbieren. Der Kompressionsprozess läuft gleich ab wie bei der indirekten Pelletkompression mit Laserstrahlung [Hof01].

2.2 Das ρR -Kriterium

Die Einschlußzeit, siehe Abschnitt (1.4.1), ist bei einem Trägheitsfusionspellet nicht direkt beeinflussbar, wohl aber der Pelletradius R und die Treibstoffdichte ρ zum Zeitpunkt der Zündung.

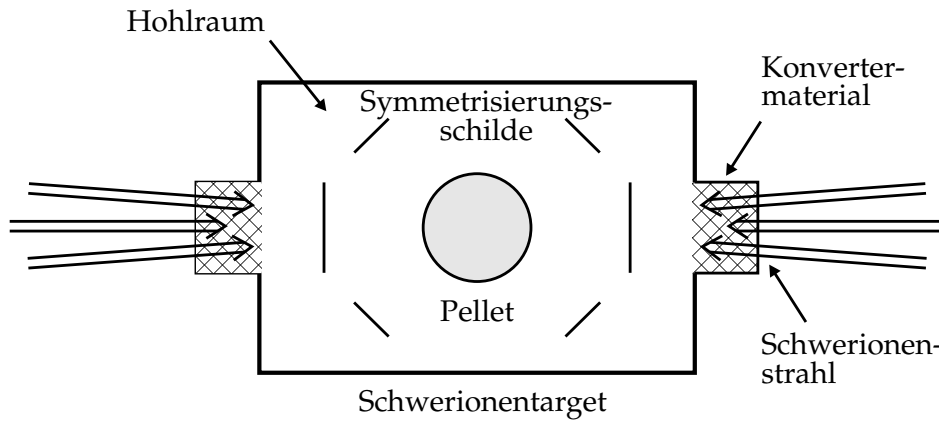


Abbildung 2.4: Prinzip der indirekten Pelletbestrahlung mit Schwerionenstrahlung. Schwerionenstrahlen dringen aufgrund ihrer hohen kinetischen Energie tief in das Konvertermaterial ein und heizen es auf. Daraufhin emittiert das Konvertermaterial, seiner hohen Temperatur entsprechend, Plancksche Hohlraumstrahlung in den Hohlraum. Die guten Reemissionseigenschaften der Hohlraumwand und Symmetrisierungsschilde sorgen auch hier dafür, daß er sich homogen mit Strahlungsenergie füllt. Das Pellet absorbiert die Strahlung und wird symmetrisch komprimiert. Der gezeigte Entwurf ist generisch zu verstehen; die Anordnung der Konverter und Symmetrisierungsschilde muß mit umfangreichen Simulationen angepasst werden [Hof01, Lut98].

Wie in Abschnitt (2.1) erwähnt, stellt das ρR -Kriterium eine Bedingung für das Produkt aus der Dichte ρ und dem Pelletradius R zum Zeitpunkt der Zündung dar. Dieses Produkt hat die Dimension ($\frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$). Zur Bestimmung des ρR -Kriteriums schätzt man die beiden Zeitparameter, Auflösungszeit τ_a und Fusionsreaktionszeit τ_r , ab. Unter der Auflösungszeit versteht man die Zeitspanne, in der die durch die zentrale Zündung entstehenden Stoßwellen das Pellet zerstören. Diese Zeit kann abgeschätzt werden als die Zeit, die bei der Propagation einer Schallwelle vom Zentrum bis zum Rand vergeht:

$$\tau_a \approx \frac{R}{c_s}, \quad \text{wobei } c_s \text{ die Schallgeschwindigkeit ist.} \quad (2.1)$$

Die Fusionsreaktionszeit kann als das Inverse der Reaktionsrate abgeschätzt werden,

$$\tau_r \approx \left[\frac{\rho}{m_I} \langle v\sigma \rangle \right]^{-1}, \quad (2.2)$$

vergleiche Gl. (1.15), dabei ist m_I die Masse der Ionen.

Wenn man annimmt, daß die Verbrennung durch Fusion linear mit der Zeit abläuft,

$$\begin{aligned} f_b &= \frac{\tau_a}{\tau_r} \\ &= \left(\frac{\langle v\sigma \rangle}{m_I c_s} \right) \rho R. \end{aligned} \quad (2.3)$$

wird der Quotient $\frac{\langle v\sigma \rangle}{m_I c_s} \approx 1 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$. Für eine effiziente Trägheitsfusion muß die Auflösungszeit größer als die Fusionsreaktionszeit sein, also

$$f_b > 1. \quad (2.4)$$

Unter Berücksichtigung der Dimension des ρR -Kriteriums ergibt sich die Bedingung [Lut98, Geb96]:

$$\rho R > 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}. \quad (2.5)$$

2.3 Konzept einer Trägheitsfusionsanlage

Abb. (2.5) zeigt ein mögliches Konzept einer Trägheitsfusionsanlage, bei der Schwerionenstrahlen die zum Aufheizen des Brennstoffes notwendige Energie auf das Pellet übertragen sollen. Die bekannten Ionenquellen liefern zurzeit nicht ausreichend hohe Ströme³. In den bisherigen Konzepten müssen daher die Intensitäten mehrerer Ionenquellen (1) gebündelt werden⁴, bevor sie in einem Linearbeschleuniger (2) auf die notwendige Energie⁵ von $50 \frac{\text{MeV}}{\text{u}}$, beschleunigt werden. Der vom Linearbeschleuniger gelieferten Ionenstrom wird solange in einem Speicherring (3) angesammelt, bis der Speicherring bis zur Raumladungsgrenze mit schweren Ionen gefüllt ist. Danach wird der gesamte Ioneninhalt des Speicherrings in einer schnellen Ejektion entleert und den Kompressorringen (4) zugeführt. Diese erzeugen Ionenpulse von ≈ 20 ns dauer. Diese kurzen Ionenpulse haben beim Austritt aus den Kompressorringen einen Durchmesser von einigen cm, mit Plasmalinsen [GSI97] werden die Ionenpulse auf dem Weg in die Reaktorkammer (5), siehe Abb. (2.6), mit dem Fusionstarget auf einen Durchmesser von wenigen mm fokussiert.

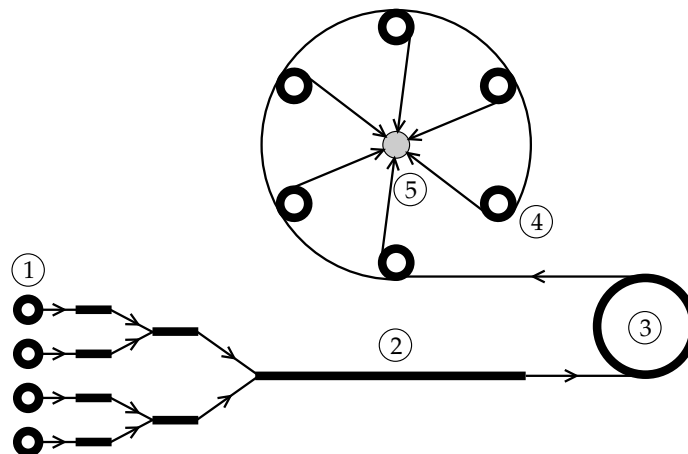


Abbildung 2.5: Prinzip eines Trägheitseinschluss-Fusionskraftwerkes. Die Ströme mehrerer Ionenquellen (1) werden gebündelt, bevor sie in einem Linearbeschleuniger (2) auf die notwendige Energie beschleunigt werden. Ein Speicherring (3) sammelt den vom Linearbeschleuniger gelieferten Ionenstrom solange auf, bis der Speicherring bis zur Raumladungsgrenze mit schweren Ionen gefüllt ist. Anschließend wird der gesamte Ioneninhalt des Speicherrings in einer schnellen Extraktion entleert und den Kompressorringen (4) zugeführt. Diese erzeugen einen kurzen Ionenpuls, der dann in die Reaktorkammer (5) mit dem Fusionstarget geführt wird [Hof01].

Das Pellet wird in die Reaktorkammer injiziert und, wenn es den Mittelpunkt der Kammer erreicht hat, gezündet, Abb. (2.6). Der Umsatz in Wärmeenergie erfolgt in der 2-3 m dicken flüssigen Wand der Reaktorkammer. Die erhitzte Flüssigkeit wird einem Wärmetauscher zugeführt, dem sich eine Stromerzeugungsanlage konventioneller Art anschließt [Hof01, Boc81, Boc93].

³Um die zur Zündung des Fusionspellets notwendige Energie von 5 MJ, in 20 ns zu deponieren, ist bei einer Teilchenenergie von 10 GeV ein Teilchenstrom von 25 kA notwendig [Boc81].

⁴Zur Zeit wird an der GSI intensiv untersucht, ob statt mehrerer Ionenquellen auch eine einzige Laserplasma-Ionenquelle eingesetzt werden kann. Dabei wird ausgenutzt, daß intensive hochenergetische Ionenstrahlen entstehen, wenn intensive Laserstrahlung auf eine Festkörperoberfläche fokussiert wird.

⁵50 MeV pro Nukleon, bei Teilchen mit $A \approx 200$, ist die Teilchenenergie ≈ 10 GeV [Boc81]

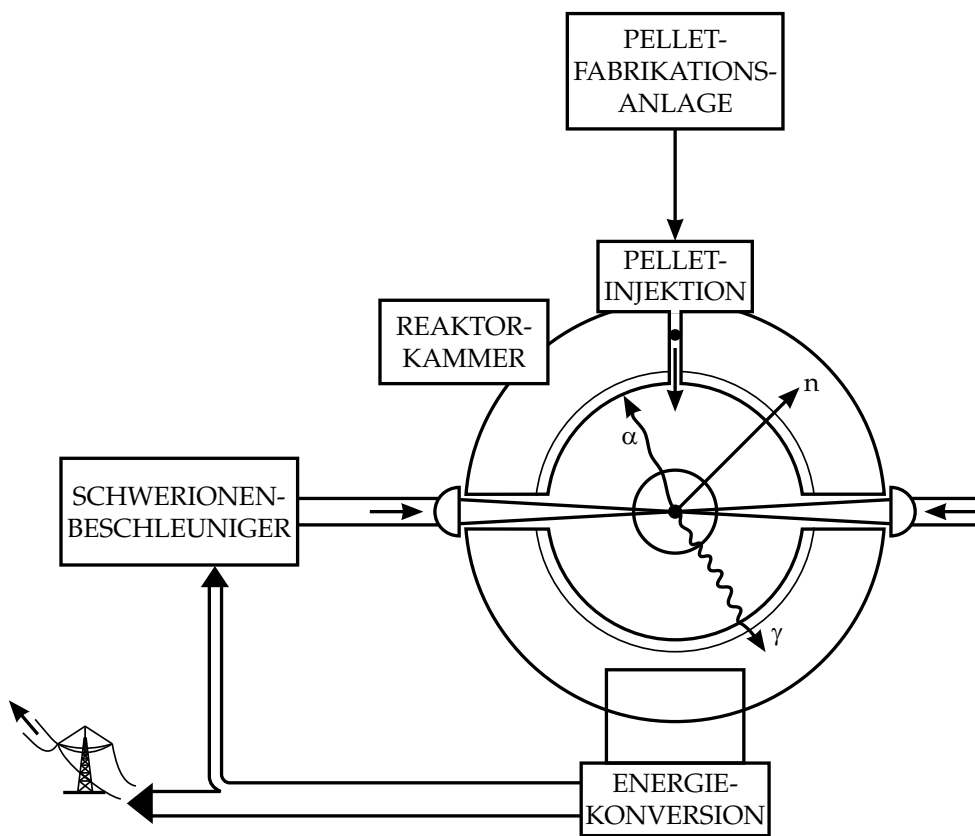


Abbildung 2.6: Prinzip eines Trägheitseinschluss-Fusionsreaktors [Boc93]

Kapitel 3

Hydrodynamik

Die Pelletdynamik während des Kompressionsprozesses lässt sich am besten mit einem hydrodynamischen Modell beschreiben. Da das Pellet während der Bestrahlung stark erhitzt wird, hat es bereits nach kurzer Zeit den Plasmazustand erreicht, siehe Abschnitt (2.1). Die Simulationen in dieser Arbeit werden mit dem Code MULTI2D [Ram92] ausgeführt, in dem für die Fusionsforschung wichtige Größen wie Druck, Temperatur und Dichte mit Hilfe eines hydrodynamischen Modells berechnet werden, siehe Abschnitt (3.2).

Die Hydrodynamik ist die Lehre von bewegten Flüssigkeiten und nicht zu sehr verdünnten Gasen. Diese werden manchmal unter dem Begriff “fluids“ zusammengefasst. Im Folgenden steht der Begriff Flüssigkeit stets für fluid.

Die in der Hydrodynamik behandelten Erscheinungen haben makroskopischen Character, daher versteht man unter einem Flüssigkeitselement einen Volumenbereich mit genügend vielen Molekülen. Das sogenannte Volumenelement, das diese Moleküle umschließt ist klein gegenüber dem betrachteten Gesamtvolumen, aber groß gegenüber den zwischenmolekularen Abständen [Fer99]. Flüssigkeitselemente sind nicht formelastisch. Daher wirken auf Flüssigkeiten keine Scher-, Drill- oder Biegekräfte, selbst kleinste äußere Krafteinwirkungen bewirken eine Deformation von Flüssigkeitselementen. Dagegen sind Flüssigkeitselemente im allgemeinen volumenelastisch. Druckkräfte bewirken eine Volumenänderung [Vog95].

Der Bewegungszustand einer Flüssigkeit wird mathematisch mit Hilfe von Funktionen beschrieben, die die Geschwindigkeitsverteilung in der Flüssigkeit $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$, sowie thermodynamischen Größen die z.B. den Druck $p = p(x, y, z, t)$ oder die Dichte $\rho = \rho(x, y, z, t)$, angeben. Alle diese Größen sind im allgemeinen Funktionen der Koordinaten x, y, z und der Zeit t [Lan84]. Diese Darstellung eines Bewegungszustandes einer Flüssigkeit nennt man Euler'sche Darstellung [Gre91]. Die grundlegenden hydrodynamischen Gleichungen ergeben sich aus den Erhaltungssätzen für die Masse, den Impuls und die Energie sowie aus dem Newtonschen Kraftgesetz [Zel66].

3.1 Herleitung grundlegender Gleichungen

Zunächst sollen einige hydrodynamische Gleichungen für ideale Flüssigkeiten aus Erhaltungssätzen hergeleitet werden. Bei idealen Flüssigkeiten können Reibungs- und Wärmeleitungseffekte vernachlässigt werden.

3.1.1 Die Kontinuitätsgleichung

Unter der Voraussetzung, daß die innerhalb eines bestimmten Volumens V_0 vorhandene Masse¹ konstant ist, beschreibt die Kontinuitätsgleichung,

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (3.1)$$

die wechselseitige Abhängigkeit von Dichteänderung und Zu -oder Abfluß von Masse bezogen auf ein bestimmtes aber beliebiges Volumen.

Pro Zeiteinheit fließt durch die Oberfläche F von V_0 die Masse $\oint_F \rho \vec{v} d\vec{f}$. Der Betrag von $d\vec{f}$ ist gleich der Fläche des Flächenelements, die Richtung von $d\vec{f}$ ist die Richtung der Flächennormalen, die Orientierung von $d\vec{f}$ ist, von innen nach aussen. Ausströmen von Masse aus dem Volumen hat also positives Vorzeichen. Ausströmen von Masse aus dem Volumen hat eine Verringerung der Dichte innerhalb des Volumens zur Folge, daher schreibt man:

$$\oint_F \rho \vec{v} d\vec{f} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_0} \rho dV. \quad (3.2)$$

Mit dem Gauß'schen Satz wird aus dem Oberflächenintegral ein Volumenintegral und man erhält die Kontinuitätsgleichung in der Form,

$$\int_{V_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v})\right) dV = 0, \quad (3.3)$$

mit $\operatorname{div}(\rho \vec{v}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \rho v_i}{\partial x_i}\right)$ bzw.,

$$\int_{V_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v})\right) dV = 0, \quad (3.4)$$

dabei ist $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n}\right)$. In beiden Fällen ist $n=3$ und die Komponenten 1,2 und 3 bezeichnen die 3 Raumrichtungen x , y und z . Da die Gleichung für jedes beliebige Volumen gilt, muß der Integrand gleich Null sein, so daß Gleichung (3.1) richtig ist [Lan84, Gre91].

3.1.2 Euler'sche Gleichung

Eine weitere wichtige Grundgleichung der Hydrodynamik wird Euler'sche Gleichung,

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p, \quad (3.5)$$

genannt. Sie läßt sich aus dem Newtonschen Kraftgesetz ableiten. Die Kraft, die auf ein Flüssigkeitsvolumen V_0 mit der Oberfläche F wirkt ist,

$$F = -\oint_F p d\vec{f} = -\int_{V_0} \nabla p dV. \quad (3.6)$$

Die Bewegungsgleichung eines Flüssigkeitselements ist daher,

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p. \quad (3.7)$$

¹ $M = \int_{V_0} \rho dV$

Da hier die physikalischen Grössen in den Raumpunkten betrachtet werden sollen, muß die Ableitung durch Grössen ausgedrückt werden, die zu festen Raumpunkten gehören.

Die Geschwindigkeitsänderung $d\vec{v}$ während der Zeit dt setzt sich zusammen aus der Geschwindigkeitsänderung in einem Raumpunkt während der Zeit dt , $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dt$, und der Differenz der Geschwindigkeiten in den Endpunkten der Strecke $d\vec{r}$, die das Flüssigkeitselement während der Zeit dt zurückgelegt hat, $dx \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + dy \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + dz \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = (d\vec{r} \cdot \nabla) \vec{v}$.

Es ist also $d\vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dt + (d\vec{r} \cdot \nabla) \vec{v}$. Division durch dt und Einsetzen in die Newtonsche Gleichung ergibt Gleichung (3.5) [Lan84].

3.1.3 Die Energie-Gleichung

Die Änderung der inneren Energie ϵ einer Flüssigkeit im Volumens V_0 ergibt sich aus der Summe der mit der Umgebung ausgetauschten Arbeit und Wärme.

$$du = \delta A + \delta Q \quad (3.8)$$

Da hier Reibungs- und Wärmeleitungseffekte vernachlässigt werden, ist die mit der Umgebung ausgetauschten Wärme $\delta Q = 0$, und die innere Energie eines Flüssigkeitselements wird ausschließlich durch Kompressionsarbeit der umgebenden Flüssigkeitselemente erhöht, so daß $du = \delta A$.

Bezeichnet man die spezifische innere Energie eines Flüssigkeitselements mit ϵ und das spezifische Volumen mit $V = \frac{1}{\rho}$, ist die Energie-Gleichung,

$$\rho \left(\frac{d\epsilon}{dt} \right) + p \left(\frac{dV}{dt} \right) = 0, \quad (3.9)$$

Unter Benutzung der Kontinuitätsgleichung und der Bewegungsgleichung kann die Energie-Gleichung auch in der Form,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \epsilon + \frac{\rho v^2}{2} \right) = -\text{div}(\rho \vec{v} (\epsilon + \frac{v^2}{2}) + p \vec{v}), \quad (3.10)$$

dargestellt werden. $\rho \epsilon + \frac{\rho v^2}{2}$ ist die Energie je Volumeneinheit der Flüssigkeit. Durch Integration über ein beliebiges aber bestimmtes Volumen V_0 gewinnt diese Gleichung an Anschauung:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_0} \left(\rho \epsilon + \frac{\rho v^2}{2} \right) dV = - \oint_F \left(\rho \vec{v} (\epsilon + \frac{v^2}{2}) + p \vec{v} \right) d\vec{f}. \quad (3.11)$$

Auf der linken Seite steht die Energieänderung der Flüssigkeit je Zeiteinheit in einem bestimmten Volumen. Das Oberflächenintegral auf der rechten Seite ist die Energiemenge, die pro Zeiteinheit aus dem Volumen herausfließt und die vom Druck geleistete Arbeit. [Zel66, Lan84, Gre91].

3.1.4 Die Impuls-Gleichung

Die Impuls-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) = - \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} \quad \text{mit } \Pi_{ik} = \rho v_i v_k + p \delta_{ik}, \quad (3.12)$$

beschreibt den Impuls-Zustrom und den Impuls-Abfluß bezogen auf ein bestimmtes aber beliebiges Volumen V_0 . Der Impuls pro Volumeneinheit eines Flüssigkeitselementes ist der Stromdichtevektor $\vec{j} = (\rho \vec{v})$. Die Geschwindigkeit der Impulsänderung $\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}$ ist in Komponentenschreibweise:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) = \sum_{i=1}^3 \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial t} v_i, \quad (3.13)$$

die Indizes $i=1,2,3$ stehen für die drei Raumrichtungen x,y und z .

$\frac{\partial \rho}{\partial t}$ wird mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung (3.1) umgeformt in $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial(\rho v_k)}{\partial x_k}$ und $\frac{\partial v_i}{\partial t}$ wird mit Hilfe der Euler'sche Gleichung (3.5) umgeformt in $\frac{\partial v_i}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 -v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}$.

Die Gleichung 3.13 erhält damit die Form:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) = \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{\partial p}{\partial x_i} - v_i \frac{\partial(\rho v_k)}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho v_i v_k) \quad (3.14)$$

Daraus folgt Gl. (3.12), wobei das Kroneckersymbol δ_{ik} für den Einheitstensor mit den Komponenten 1 für $i = k$ und 0 für $i \neq k$ steht. Betrachtet man das Integral von Gl. (3.12) über ein Volumen V_0 ,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_0} (\rho v_i) dV = - \int_{V_0} \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} dV \quad (3.15)$$

und wandelt das rechte Integral nach dem Gauß'schen Satz in ein Oberflächenintegral um, Betrachtet man das Integral von Gl. (3.12) über ein Volumen V_0 ,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_0} (\rho v_i) dV = - \oint_F \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} d\vec{f}_k \quad (3.16)$$

steht auf der linken Seite die Änderung der i -ten Impulskomponente pro Zeiteinheit in dem betrachteten Volumen. Auf der rechten steht die Menge des Impulses, die pro Zeiteinheit aus dem Volumen herausfließt [Lan84, Gre91, Zel66].

3.2 Hydrodynamik in MULTI2D

3.2.1 Lagrange'sche Darstellung

Im Simulationscode MULTI2D werden die Bewegungsgleichungen durch eine zweidimensionale Erweiterung der Lagrange'schen Methode von Richtmeyer und Morton gelöst [Ram92].

In der Lagrange'sche Darstellung eines Bewegungszustandes betrachtet man keine Felder physikalischer Größen, wie in der Euler'schen Darstellung, sondern die Bewegung von Flüssigkeitselementen \vec{r} . Die Position eines Flüssigkeitselements \vec{r} ergibt sich dann aus dessen Position \vec{r}_0 zur Zeit t_0 und der Bewegung \vec{F} der Flüssigkeit.

$$\vec{r} = \vec{F}(\vec{r}_0, t) . \quad (3.17)$$

Diese Darstellung nennt man Lagrange'sche Darstellung eines Bewegungszustandes Geschwindigkeit und Beschleunigung des Flüssigkeitselementes sind [Gre91]:

$$\vec{v} = \frac{\delta}{\delta t} \vec{F}(\vec{r}_0, t) , \quad \vec{a} = \frac{\delta^2}{\delta t^2} \vec{F}(\vec{r}_0, t) . \quad (3.18)$$

3.2.2 Das Lagrange-Gitter in MULTI2D

Zur Behandlung in einem Computercode müssen die physikalischen Variablen diskretisiert werden. Es können keine Differentiale, sondern nur Differenzen der Raum- und Zeitkoordinaten betrachtet werden. Die räumliche Diskretisierung wird, wenn mehr als eine Dimension dargestellt werden soll, mit Hilfe eines Punktgitters realisiert. Das Lagrange-Gitter in MULTI2D ist in der Programmiersprache C [RRZ97] implementiert. Definierte Variablen- und Typennamen werden hier in Anführungszeichen gesetzt. Dieses Programm muß die Information über Dreiecke, Eckpunkte, Kanten und deren Nachbarschaftsbeziehungen verwalten.

Die Dreieckselemente im MULTI2D-Gitter werden als Elemente der Strukturvariablen² `“*t“` vom Typ `“trngl“` deklariert. `“t“` ist eine Zeigervariable³ auf ein Feld⁴ vom Typ `“trngl“`. die Größe des Feldes entspricht hier der Anzahl der im Lagrange-Gitter enthaltenen Dreiecke. Die Strukturvariablen des Typs `“trngl“` bestehen aus einem integer Feld `“v“` der Länge 3 zur Bezeichnung, im Sinne von Numerierung, der Ecken der Dreiecke und einem integer Feld `“s“` der Länge 3 zur Bezeichnung der Dreiecksseiten. Die Feldvariablen `“v“` und `“s“` sind die Komponenten der Strukturvariablen vom Typ `“trngl“`. Das Feld `“*t“` der Struktur `“trngl“` ist selbst Komponente einer Variablen der Struktur `“mesh“`, in der letztlich alle gitterbildenden Komponenten enthalten sind.

Der Vorteil von Zeigern ist, daß auf in einer Strukturvariablen hinterlegte Werte zugegriffen werden kann, ohne daß vor diesem Zugriff Speicherplatz für alle Komponenten der Strukturvariablen bereit gestellt werden muß [Bre97].

Neben der Zeigervariablen `“*t“` mit der Struktur `“trngl“` gibt es in der `“mesh“` Struktur unter anderem die Zeigerstrukturvariablen `“*p“` vom Strukturtyp `“point“` zur Darstellung der Eckpunkte der Dreiecke und Zeigerstrukturvariablen `“*w“` vom Strukturtyp `“wall“` zur Darstellung von Dreiecksseiten, also Zellwänden. Variablen vom Strukturtyp `“point“` enthalten ihrerseits als Komponenten je zwei Variablen `“x“` und `“y“` vom Typ `real`. Variablen vom Strukturtyp `“wall“` enthalten ihrerseits als Komponenten je zwei integer Felder der Länge 2, `“p[2]“`, zur Bezeichnung der Zellpunkte und `“t[2]“` zur Beschreibung der an die Wände grenzenden Zellen. Im nächsten Abschnitt wird beschrieben, wie z.B. Druckänderungen an Zellenwänden zu Beschleunigungen der Dreieckszellen führen können.

Da sowohl die Zellen, als auch die Zellwände die Nummern bzw. Koordinaten der Eckpunkte enthalten, können physikalische Informationen über die Zellwände die zu zwei Zellen gehören, von Zelle zu Zelle weitergegeben werden.

3.2.3 Lagrange'sche Hydrodynamik in MULTI2D

In MULTI2D haben die Flüssigkeitselemente Dreiecksgestalt. Alle Dreieckselemente zusammen bilden ein sogenanntes unstrukturiertes Lagrange-Gitter.

Bei einem Lagrange-Gitter werden die Gitter-Punkte durch Lagrange'sche Flüssigkeitselemente gebildet. In MULTI2D wird jedem Gitter-Punkt eine Masse m_k , eine Geschwindigkeit \vec{v}_k und eine innere Energie ϵ_k (mit $k=1,2, \dots, K$), K ist die Anzahl der Gitter-Punkte, zugeordnet. Jeder Zelle wird eine Temperatur T_l , ein Druck P_l und eine Massendichte ρ_l (mit $l=1,2, \dots, L=K-2$, L ist die Anzahl der Dreieckszellen) zugeordnet.

Die Gitter-Punkte erhalten bei der Initialisierung jeweils ein Drittel der Summe der Gesamtmassen der an sie grenzenden Zellen. Veränderungen werden mit reellen Differenzen realisiert. Man schreibt daher z.B. Δt , statt δt für einen Zeitschritt und Δx statt δx für einen Ortsschritt bzw. den Abstand zweier benachbarter Punkte des Raumgitters. Die Fortschreibung der Gitterkonfiguration

²Eine Struktur ist in der Programmiersprache C eine Ansammlung mehrerer Variablen unter einem Namen. Die zu einer Struktur zusammengefassten Variablen werden als Komponenten bezeichnet. Die Typen der Komponenten einer Struktur können unterschiedlich sein [RRZ97].

³Zu jedem Typ T, kann man in C einen Zeigertyp `“*T“` erzeugen. Der Wert eines Zeigertyps ist die Adresse (Zeiger) eines Objekts (z.B. einer Variablen). Im Zusammenhang mit Zeigern werden hauptsächlich zwei Operatoren benutzt, die aufeinanderfolgend angewandt die Identität ergeben.

1. Der Adreß-Operator `&`, der, angewandt auf ein Objekt (z.B. eine Variable), die Adresse dieses Objektes liefert (Variablen haben in C also einen Namen einen Wert und eine Adresse).

2. Der Dereferenzierungsoperator `*`, der angewandt auf einen Zeiger, das Objekt liefert, das unter dieser Adresse abgelegt ist [RRZ97].

⁴Zu jedem Variablentyp T, kann man in C einen Typ `“Feld von T“` erzeugen. Bei Feldern handelt es sich um eine Ansammlung von Objekten gleichen Typs, wobei die Objekte in aufeinanderfolgenden Speicherbereichen abgelegt werden. [RRZ97]

wird in x-y-Koordinaten aufgrund des $(i + 1 - \text{ten})$ Zeitschrittes

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{(i+1,k,x)} &= \mathbf{r}_{(i,k,x)} + \mathbf{v}_{(i,k,x)} \Delta t, \\ \mathbf{r}_{(i+1,k,y)} &= \mathbf{r}_{(i,k,y)} + \mathbf{v}_{(i,k,y)} \Delta t, \\ \mathbf{v}_{(i+1,k,x)} &= \mathbf{v}_{(i,k,x)} + \mathbf{a}_{(i,k,x)} \Delta t, \\ \mathbf{v}_{(i+1,k,y)} &= \mathbf{v}_{(i,k,y)} + \mathbf{a}_{(i,k,y)} \Delta t, \end{aligned} \quad (3.19)$$

durchgeführt. Danach werden die neuen Dichten und Volumina der Zellen bestimmt. Die Änderung der inneren Energie einer Zelle durch mechanische Arbeit⁵ wird zu je einem Drittel auf deren Eckpunkte verteilt. Die Drücke werden aus den für jede Zelle gegebenen Werten für Dichte und Temperatur bestimmt. Dazu stehen die tabellierten SESAME Zustandsgleichungen [T4G83] für verschiedene Materialien und das ideale Gas zur Verfügung.

Die Beschleunigungen der Gitterpunkte werden unter der Annahme berechnet, daß die Zellwände starr sind und Druckdifferenzen auf die Gitterpunkte übertragen können. Die Beschleunigung $\vec{a}(k)$ eines Gitterpunktes k während eines Zeitschrittes ergibt sich aus der Summe aller Kraftübertragungen aufgrund von Druckdifferenzen an den Zellwänden, die den k -ten Gitterpunkt als einen Endpunkt haben. Seien Z_I und Z_2 die beiden Zellen, die die Wand \vec{w} ⁶ als gemeinsame Seite haben, und $P(Z_I)$ bzw. $P(Z_2)$ deren Drücke, so ergibt sich der Betrag der Beschleunigungsdifferenz $\Delta \vec{a}(k, w)$ des Gitterpunktes k aufgrund der Wand \vec{w} während eines Zeitschrittes in Komponentendarstellung:

$$a_{(k,w,x)} = \frac{\|P(Z_2) - P(Z_I)\| \|y_{w,p} - y_{w,k}\|}{2 m_k}, \quad (3.20)$$

$$a_{(k,w,y)} = \frac{\|P(Z_2) - P(Z_I)\| \|x_{w,p} - x_{w,k}\|}{2 m_k}. \quad (3.21)$$

Dabei ist p der andere Endpunkt von \vec{w} und m_k die Masse die dem Gitterpunkt k zugewiesen wurde, siehe Abb. 3.1. Da die Kraft auf beide Endpunkte der Wand aufgeteilt wird, steht ein Faktor 2 im Nenner. Für jeden Gitterpunkt werden die Kräfte aus den dort zusammenlaufenden Wänden addiert.

Damit das Vorzeichen der Beschleunigung berechnet werden kann, hat die Wand \vec{w} eine Orientierung. Gibt man der Wand \vec{w} eine Orientierung von $\vec{p}(\vec{w})$ nach $\vec{k}(\vec{w})$ ⁷, kann man einen Vektor $\vec{n} \perp$ senkrecht auf \vec{w} definieren, der mit einer 90 Grad Drehung aus \vec{w} hervorgeht. Einen Einheitsvektor \vec{n} in dieser Richtung definiert man, indem man \vec{w} durch den Abstand zwischen $\vec{p}(\vec{w})$ nach $\vec{k}(\vec{w})$ dividiert, die zu diesem Zweck auch als Vektoren aufgefasst werden, siehe Abb.(3.1),

$$\vec{n} = \frac{(y_{w,p} - y_{w,k}), (x_{w,k} - x_{w,p})}{\|\vec{k}(\vec{w}) - \vec{p}(\vec{w})\|}. \quad (3.22)$$

Über die Nummer der Gitterpunkte und der Dreiecke wird die Lage der Dreiecke zur orientierten Fläche festgelegt, so daß sich aus dem Produkt des Zählers der Gl.(3.22) mit der Druckdifferenz die Kraft ergibt, die wie in Gl.(3.21) berechnet, zu einer Beschleunigung der an die Wand \vec{w} grenzenden Gitterpunkte $\vec{p}(\vec{w})$ und $\vec{k}(\vec{w})$ führt, siehe Abb. (3.1).

⁵ Im MULTI2D-Code wird auch Energie aufgrund von Strahlungstransport und Wärmeleitung zwischen den Zellen ausgetauscht, siehe [Geb96].

⁶Die Zellwände \vec{w} werden, wie in Abschnitt (3.2.2) beschrieben, im MULTI2D-Code durch die Zeigervariable “*w“ vom Strukturtyp “wall“ dargestellt. Da Variablen vom Strukturtyp “wall“ unter anderem als Komponenten zwei integer Felder, “p[2]“, zur Bezeichnung der Zellpunkte haben, sind sie auch Feldvariablen. Im Gegensatz zu anderen Objekten die durch Feldvariablen beschrieben werden, spielt die Orientierung der durch “*w“ dargestellten Wände eine Rolle, da sie zur Bestimmung der Richtung des senkrecht zur Wand orientierten Druckes benötigt wird. Daher wird im folgenden weiterhin die Variable mit “*w“, die Wand aber als Vector, mit \vec{w} , bezeichnet.

⁷ $\vec{w} = \vec{p}(\vec{w}) - \vec{k}(\vec{w})$ wobei $\vec{p}(\vec{w})$ und $\vec{k}(\vec{w})$ die zu den jeweiligen Punkten zeigenden Vektoren sind.

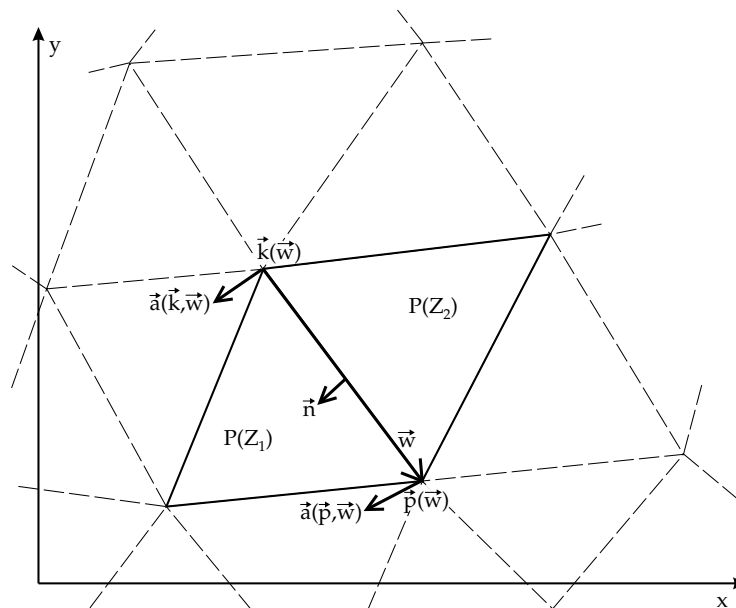


Abbildung 3.1: Veranschaulichung der Kraftübertragung zwischen Gitterzellen, zur beschleunigung von Gitterpunkten. Die Beschleunigungen der Gitterpunkte werden unter der Annahme berechnet, daß die Zellwände starr sind und Druckdifferenzen auf die Gitterpunkte übertragen können. Die Beschleunigung $\vec{a}(\vec{k})$ eines Gitterpunktes \vec{k} während eines Zeitschrittes ergibt sich aus der Summe aller Kraftübertragungen aufgrund von Druckdifferenzen an den Zellwänden, die den k-ten Gitterpunkt als einen Endpunkt haben.

Zur Bestimmung der Beschleunigung werden die Massen der Gitterzellen in Anteilen proportional zum Winkel, den die Seiten an einem Gitterpunkt bilden, auf die Gitterpunkte verteilt [Ram92]. Die Ecken eines Dreiecks werden also unabhängig voneinander beschleunigt, denn jeder Gitterpunkt ist Ecke von von mehreren Dreiecken⁸, so daß auf die Ecken bzw. Gitterpunkte eines Dreiecks unterschiedliche Kräfte wirken. Daher können die Gitterzellen während des Kompressionsprozesses ihre Form und Größe ganz erheblich ändern, bzw., wenn die Gitterpunkte eines Dreiecks in gleicher Weise beschleunigt werden, ihre Position ändern.

⁸Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Gitter ist jeder Gitterpunkt, außer den Randpunkten, Ecke von sechs Dreiecken, siehe Abb. (5.2), Schematische Darstellung des verwendeten Lagrange-Gitters.

Kapitel 4

Energiedeposition

Ein Schwerion, das mit großer Geschwindigkeit auf ein Target trifft, geht Stoßprozesse mit den Hüllenelektronen und Kernen der Targetatome ein. Die leichten Hüllenelektronen der Targetatome können einen beachtlichen Teil der Energie des Schwerions aufnehmen, ohne bedeutende Ablenkungen hervorzurufen. Die Kerne der Targetatome können dagegen nur sehr wenig Energie absorbieren, eindringende Teilchen aber wegen ihrer größeren Ladung stärker streuen.

Das eindringende Schwerion verliert also fast ausschließlich durch Streuung an Elektronen Energie. Die Ablenkung des Teilchens aus seiner Einfallrichtung resultiert dagegen im wesentlichen aus elastischen Stößen mit den Atomkernen. Da die Atomkerne nur einen extrem geringen Teil des Volumens von Materie ausfüllen, fliegt das eindringende Schwerion fast immer in sehr großem Abstand an den Atomkernen vorbei. Daher sind die Kräfte, die das Schwerion aus seiner Bahn ablenken, nur sehr schwach. Die durch die Ablenkung hervorgerufene Streuung des Schwerions ist daher in aller Regel auf einen schmalen Winkelbereich beschränkt, so daß es sich mehr oder weniger geradlinig weiterbewegt, während es ständig an Energie verliert und schließlich entweder zum Stillstand kommt oder das Target wieder verläßt.

Will man die Energiedeposition eines Schwerions bei der Durchquerung eines Targets betrachten, sind inelastische Stöße mit Hüllenelektronen also der wichtigste Prozess [Jac83].

4.1 Deposition der Energie eines Schwerions

Ein Schwerion mit der Ladung $Z_I e$, der Masse m_I , der Geschwindigkeit v und der kinetischen Energie $E_{I,kin}$ treffe mit dem Stoßparameter b auf ein Hüllenelektron mit der Ladung $-e$ und der Masse $m_e \ll m_I$, wobei das Elektron als während des Stoßes frei und anfänglich in Ruhe betrachtet werden kann. Im Folgenden beziehen sich alle physikalischen Größen mit dem Index I auf das eindringende Schwerion. Alle physikalischen Größen mit dem ersten Index 1 beziehen sich auf das Ruhesystem K_1 des eindringenden Schwerions und alle physikalischen Größen mit dem ersten Index 2 auf das Ruhesystem K_2 des getroffenen Elektrons.

Wenn die Geschwindigkeit des Ions groß gegenüber der charakteristischen Bahngeschwindigkeit des Elektrons ist, muß zur Bestimmung des Energieübertrags nur der Impulsstoß Δp berücksichtigt werden, der durch das elektromagnetische Feld des Schwerions bewirkt wird.

$$\Delta \vec{p} = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_{E,B} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} -e (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) dt, \quad (4.1)$$

dabei ist $-e$ die Ladung des Elektrons. Das elektrische Feld des Schwerions im Abstand r vom Schwer-

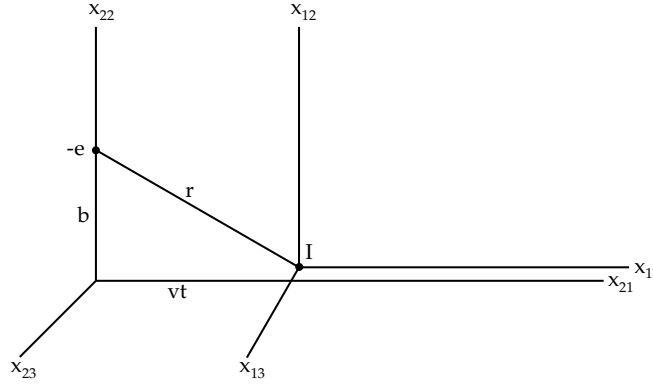


Abbildung 4.1: Ein schweres Ion I paßiert ein Elektron -e im Abstand b mit der Geschwindigkeit v im Abstand b .

ion ist¹:

$$\vec{E}_I = \frac{q_I}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (4.2)$$

wobei q_I die Ladung des Schwerions ist. Da das Elektron als frei und anfänglich in Ruhe betrachtet wird, kann die Wirkung des B-Feldes hier vernachlässigt werden.

Somit sind im Ruhesystem K_1 des Schwerions die Feldkomponenten der elektrischen und magnetischen Felder mit $q_I = Z_I e$:

$$\begin{aligned} E_{11} &= -\frac{q_I v t_1}{r_1^3}, & E_{12} &= \frac{q_I b}{r_1^3}, & E_{13} &= 0 \\ B_{11} &= 0, & B_{12} &= 0, & B_{13} &= 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Um den Energieverlust des Schwerions bei einem inelastischen Stoß mit einem Elektron zu bestimmen, benötigt man die Feldwirkungen des Schwerions am Ort des Elektrons, dargestellt in den Koordinaten des Ruhesystems des Elektrons K_2 . Dazu muß der Abstand r zwischen dem Elektron und dem Proton in Koordinaten des Systems K_2 ausgedrückt werden.

Fliegt das Schwerion im Ruhesystem des Elektrons mit der konstanten Geschwindigkeit v entlang der positiven x_{21} -Achse, so ist der Ort des Schwerions gegeben durch $x_{21} = v t_2$ und der Abstand zwischen Schwerion und Elektron in Koordinaten des Systems K_1 ist $r_1 = \sqrt{(b^2 + (v t_2)^2)}$, wenn die Koordinatensysteme K_1 und K_2 achsenparallel sind und zur Zeit $t_1 = t_2 = 0$ die Ursprünge der beiden Koordinatensysteme am selben Ort sind, siehe Abb. (4.1).

In der Abbildung (4.1) wird das Schwerion mit I und das Elektron mit -e bezeichnet, zwischen den Zeiten t_1 und t_2 und den Abständen r_1 und r_2 wird nicht unterschieden. Transformiert werden muß die Koordinate $t_1 = \gamma_2 t_2$. Die nichtverschwindenden Feldkomponenten E_{11} und E_{12} des Systems K_1 , ausgedrückt in Koordinaten des Systems K_2 sind

$$E_{11} = -\frac{q_I \gamma_2 v t_2}{(b^2 + \gamma_2^2 v^2 t_2^2)^{3/2}}, \quad E_{12} = \frac{q_I b}{(b^2 + \gamma_2^2 v^2 t_2^2)^{3/2}}. \quad (4.4)$$

Für die spezielle Lorentztransformation bei einer Bewegung in x_1 Richtung mit der Geschwindigkeit $v = c\beta^2$ lauten die Transformationsgleichungen:

$$\begin{aligned} E_{21} &= E_{11} & B_{21} &= B_{11} \\ E_{22} &= \gamma(E_{12} - \beta B_{13}) & B_{22} &= \gamma(B_{12} + \beta E_{13}) \\ E_{23} &= \gamma(E_{13} + \beta B_{12}) & B_{23} &= \gamma(B_{13} - \beta E_{12}) \end{aligned} \quad (4.5)$$

¹Hier wird das Gaußsche Maßsystem, auch cgs-System genannt, zugrundegelegt

² $\beta = \frac{v}{c}$

so daß die nichtverschwindenden Feldkomponenten E_{11} und E_{12} des Systems K_1 am Ort des Elektrons in die Feldkomponenten

$$\begin{aligned} E_{21} &= E_{11} &= -\frac{q_I \gamma_2 v t_2}{(b^2 + \gamma_2^2 v^2 t_2^2)^{3/2}} \\ E_{22} &= \gamma_2 E_{12} &= \frac{\gamma_2 q_I b}{(b^2 + \gamma_2^2 v^2 t_2^2)^{3/2}} \\ B_{23} &= \gamma_2 \beta_2 E_{12} &= \beta_2 E_{22} , \end{aligned} \quad (4.6)$$

im System K_2 transformiert werden.

Das elektrische Feld E_{21} wirkt in Bewegungsrichtung des Schwerions, so daß die Impulswirkung des Schwerions auf das Elektron zu Beginn und gegen Ende des Stoßes gleiche Beträge und umgekehrte Vorzeichen haben, und sich daher in ihrer Gesamtwirkung gerade aufheben. Daher verschwindet das Zeitintegral über das E_{21} Feld.

Das transversale elektrische Feld E_{22} dagegen hat ein nichtverschwindendes Zeitintegral, daher ist der Impulsstoß transversal gerichtet und hat den Betrag

$$\Delta p_1 = \int F_2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e E_{22}(t) dt = \frac{2 Z_I e^2}{b v} . \quad (4.7)$$

Daraus ergibt sich für die auf das Elektron übertragene Energie:

$$\Delta E_1(b) = \frac{(\Delta p)^2}{2m_e} = \frac{2 Z_I^2 e^4}{m_e v^2} \left(\frac{1}{b^2} \right) . \quad (4.8)$$

Da die Ablenkung, die das einfallende Schwerion erfährt vernachlässigt wird, ist der Energieübertrag nur von der Ladung und Geschwindigkeit, nicht aber von der Masse des einfallenden Teilchens abhängig.

In Gleichung (4.8) steht das Quadrat des Stoßparameters im Nenner. Für den Stoßparameter b in dieser Gleichung gibt es aber eine Untergrenze. Der maximal mögliche Energieübertrag ergibt sich im Falle eines Zentralstoßes zu,

$$\Delta E_{I_{\max}} = 2m_e \gamma_2^2 v^2 , \quad (4.9)$$

daraus läßt sich durch Gleichsetzen des mit Gleichung (4.8) ein minimaler Stoßparameter errechnen, bis zu dem die Näherung 4.8 richtig ist.

$$\Delta E(b_{\min}) = \Delta E_{I_{\max}} = 2m_e \gamma_2^2 v^2 \quad (4.10)$$

Das Ergebnis ist:

$$b_{\min} = \frac{Z_I e^2}{\gamma_2 m_e v^2} . \quad (4.11)$$

Ein Maß für die Stoßdauer, also das Zeitintervall, innerhalb dessen man am Ort des Elektrons starke Felder erwarten kann ist

$$\Delta t = \frac{b}{\gamma_2 v} , \quad (4.12)$$

also die Zeit, die das Schwerion benötigt, um eine Strecke der Länge des Stoßparameters zurückzulegen. Ist die Stoßdauer länger als die Umlaufperiode ω_e des Hüllenelektrons, kommt es zu keinem merklichen Energieübertrag mehr. Es ist also,

$$\Delta t(b_{\max}) \sim \frac{1}{\omega} , \quad (4.13)$$

hieraus erhält man die Abschätzung für den maximalen Stoßparameter,

$$b_{\max} = \frac{\gamma_2 v}{\omega} . \quad (4.14)$$

4.2 Stopping power

Befinden sich nun in einer Volumeneinheit N_2 Atome mit Z_2 Elektronen pro Atom, so ist die Anzahl der Elektronen, die sich in einem Materiestück der Dicke dx zwischen den Stoßparametern b und $(b + db)$ befinden, gegeben durch

$$dn = N_2 Z_2 2\pi b db dx . \quad (4.15)$$

Durch Multiplikation von Gleichung (4.15) mit dem Energieübertrag $\Delta E(b)$ und anschließender Integration über alle Stoßparameter erhält man die Energie, die das einfallende Teilchen pro Wegeinheit verliert:

$$\left(\frac{dE_I}{dx} \right) = 2\pi N_2 Z_2 \int \Delta E(b) b db . \quad (4.16)$$

Zur Beschreibung der Energiedeposition eines Schwerionenstrahls in einem Target verwendet man die sogenannte stopping power $\left(\frac{dE}{dx} \right)$.

Die stopping power gibt also den Energieverlust je Wegstrecke an, den das Schwerion im Target zurücklegt. Bei der Integration darf man sich aus oben genannten Gründen auf den Parameterbereich zwischen b_{\min} und b_{\max} beschränken. Benutzt man die Näherung (4.8), erhält man die Energiedeposition je Wegstrecke in Materie:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE_I}{dx} \right) &= 4\pi N_2 Z_2 \frac{Z_1^2 e^4}{mv^2} \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{1}{b} db \\ &= 4\pi N_2 Z_2 \frac{Z_1^2 e^4}{mv^2} \ln \Lambda \end{aligned} \quad (4.17)$$

mit dem Coulomb-Logarithmus

$$\Lambda = \frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \frac{\gamma_2^2 mv^3}{Z_1 e^2 \omega} . \quad (4.18)$$

Das charakteristische $\left(\frac{1}{v^2} \right)$ -Verhalten in Gl. (4.17) bewirkt einen starken Anstieg der stopping power für kleine Werte von v , den sogenannten Bragg-Peak, für $v \rightarrow 0$ ist diese Formel nicht mehr gültig [Jac83].

4.3 Energiedeposition in der Simulation

Wie in Abschnitt (4.2) gezeigt, ist der Energieverlust eines Schwerions auf seinem Weg durch ein Target hauptsächlich von der Elektronendichte entlang der Bahn des Schwerions abhängig. Der differenzielle Energieverlust $\frac{dE}{dz}$ hängt aber auch von der Momentangeschwindigkeit des Schwerions ab. In jedem Fall gibt es aber für jeden Schwerionenstrahl in Abhängigkeit von der Eintrittsgeschwindigkeit in das Target, vom Targetmaterial und vom Ionisierungsgrad eine Reichweite R . Die Reichweite eines Strahls in einem bestimmten homogenen Material ist das Produkt aus Eindringtiefe L in das Target und Dichte ρ des Targets $R = L \rho$. Dabei ist die Reichweite eines Strahls in einem bestimmten Targetmaterial unabhängig von dessen Dichte. Die Eindringtiefe L dagegen ist dichteabhängig und ergibt sich aus $L = \frac{R}{\rho}$. Daraus läßt sich für jeden Strahl ein Durchschnittswert für die einem bestimmten Targetmaterial deponierte Energie je Masse berechnen. In der Mitte der Strahlreichweite kann man davon ausgehen, daß der differenzielle Energieverlust in guter Näherung dem durchschnittlichen Energieverlust entspricht.

4.4 Energiedeposition in MULTI2D

4.4.1 Energiedeposition in MULTI2D bei zylindrischer $\mathbf{R-Z}$ -Geometrie

In MULTI2D wird die Targetdynamik in zwei räumlichen Dimensionen, in zylindrischer $\mathbf{R-Z}$ -Geometrie beschrieben [Ram92]. Bei dieser Darstellung erfolgt die Energiedeposition im Target dadurch, daß ein Energiepaket auf seinem Weg durch ein radialsymmetrisches Target beim Durchgang durch die Dreiecke des Lagrange-Gitters Energie an diese Dreiecke abgibt, bis es schließlich alle Energie abgegeben hat und zum Stillstand kommt.

4.4.2 Energiedeposition in MULTI2D bei kartesischer $x-y$ -Geometrie

Der MULTI2D-Code wird in dieser Arbeit dazu benutzt, die Entwicklung der Targetdynamik in Abhängigkeit von zwei kartesischen Koordinaten zu berechnen. Hierzu wurde eine C-Routine erstellt, die es erlaubt, die zylindrischen $\mathbf{R,Z}$ -Koordinaten hier als kartesische $x-y$ -Koordinaten zu benutzen.

Betrachtet wird ein Querschnitt eines zylindrischen Targets, siehe Abb. (5.1) in Abschnitt (5.1.1). Wegen der im Verlaufe der Deposition sinkenden Momentangeschwindigkeit der Schwerionen und um den Einfluß von Störungen aus der Umgebung des betrachteten Querschnitts vernachlässigen zu können, soll der betrachtete Querschnitt bei ungefähr $z = \frac{\text{minimaleStrahlreichweite}}{2}$ liegen. In der Nähe dieses Querschnitts kann man bei einem zeitlich homogenen Strahl auch von einer zeitlich homogenen Energiedeposition ausgehen. Die Energiedeposition soll ausschließlich massenabhängig sein, siehe Abschnitt (4.3), die Temperaturabhängigkeit wird vernachlässigt. Bei den vorliegenden Simulationen wird in jedem Zeitschritt von einer C-Routine geprüft, ob eine Gitterzelle ganz oder teilweise im Strahlprofil liegt oder nicht. Liegt die Gitterzelle im Strahlprofil, wird die in dieser Gitterzelle zu deponierende Energie wie folgt berechnet³:

$$\Delta E_{\text{depo,Zelle}} = \frac{E_{\text{depo}}}{m \cdot t_{\text{Strahlzeit}}} \cdot V_{\text{Zelle}} \cdot \rho_{\text{Zelle}} \cdot \Delta t_{\text{Zeitschritt}} \quad (4.19)$$

Der Ursprung des kartesischen Koordinatensystems für das Lagrange-Gitter, siehe Abb. (5.2), wurde auf der \mathbf{R} -Achse weit außerhalb vom Ursprung des zylindrischen Systems auf den Punkt ($\mathbf{R}=20, \mathbf{Z}=0$) des zylindrischen Systems gelegt⁴, siehe Abb. (4.2), so daß der Wert von \mathbf{R} innerhalb des Targets annähernd konstant ist.

³Tatsächlich wird die zu deponierende Energie noch genauer berechnet, jede Gitterzelle wird vor der "Prüfung" in vier Teile geteilt. Dann wird für jedes Zellviertel geprüft, ob dessen "Mittelpunkt" der sich aus den Mittelwerten der x - und y -Koordinaten für die drei Eckpunkte ergibt, sich im Strahlprofil befindet. Bei Zellen die am Rand des Strahlprofils liegen, wird je nachdem ob 1,2,3 oder 4 Viertel der Zelle im Strahlprofil liegen, $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ oder eben $\frac{4}{4}$ der Energie wie in Gl.(4.19) berechnet deponiert. Um eine ausreichende Auflösung für die Berechnung der Targetdynamik zu erhalten, musste das Gitter aber in so viele Zellen aufgeteilt werden, siehe Abschnitt (5.1.1), daß die Zellviertelung, wie Tests ergaben, keine wesentliche Verbesserung der Genauigkeit der Energiedeposition bringt.

⁴Das ist notwendig, um das zylindrische Koordinatensystem aus MULTI2D als kartesisches bzw, quasikartesisches Koordinatensystem zu benutzen, denn das Volumen des zylindrischen Systems steigt in \mathbf{R} -Richtung mit \mathbf{R}^2 an, während das Volumen des kartesischen Systems in y -Richtung nur mit y zunimmt. In das Volumen eines Hohlzylinders dagegen, geht die Differenz der Quadrate zweier Radien ein,

$$V_{\text{Vollzyl.}} = \pi r^2 z, \quad r \neq \text{const}; \quad V_{\text{Hohlzyl.}} = \pi(R_2^2 - R_1^2)z, \quad (R_2 - R_1) = \text{const} \quad (4.20)$$

so daß, wenn diese Radien nur eng genug beieinander und ihr Abstand vom Ursprung des zylindrischen Koordinatensystems ausreichend groß ist, diese Differenz als ungefähr konstant angenommen werden kann.

$$dV_{\text{Vollzyl.}} = 2 \pi r dr dz, \quad r \neq \text{const}; \quad dV_{\text{Hohlzyl.}} = 2 \pi R dr dz, \quad R \approx \text{const} \quad (4.21)$$

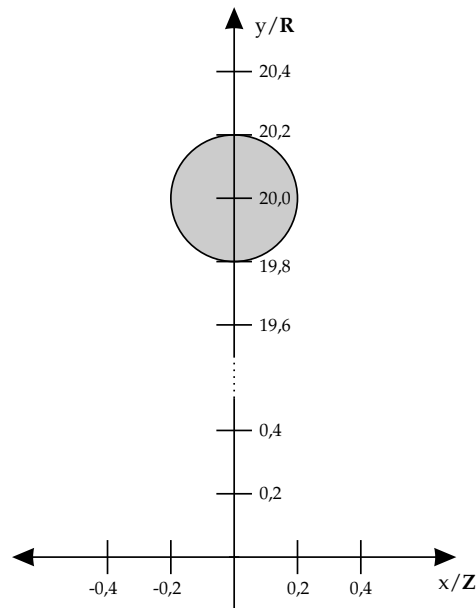


Abbildung 4.2: Einbettung des quasikartesischen Koordinatensystems (x,y) in das zylindrische System \mathbf{R},\mathbf{Z} . Das Verhältnis vom Gitterradius zum Abstand zwischen den Ursprüngen des zylindrischen und des quasikartesischen Koordinatensystems ist $\approx 1 : 100$. Dadurch verhält sich die y -Koordinate im x - y -Koordinatensystem quasikartesisch.

Dadurch laufen die Berechnungen auf einem Ring mit dem Volumen

$$V_{\text{MULTI2D}} \approx (\pi \cdot r_1^2) (2\pi \cdot \mathbf{R}) = (\pi \cdot 0,2 \text{ cm}^2) (2\pi \cdot 20 \text{ cm})$$

Bei den Rechnungen, etwa für die Gesamtenergie, wird berücksichtigt, daß der Querschnitt im MULTI2D mit kartesischer x - y -Geometrie anstatt der Einheitstiefe eine Tiefe von $(2\pi \mathbf{R})$ hat.

Kapitel 5

Untersuchungen mit modifiziertem MULTI2D

5.1 Target- und Strahleigenschaften

Wichtig für die Trägheitsfusionsforschung sind numerische Simulationsrechnungen zur Untersuchung der Dynamik von Targets bei Energiedeposition mit Schwerionenstrahlung.

Die Übereinstimmung von Targetverhalten und theoretischem Modellverhalten hängt in hohem Maße von der Stabilität der erhaltenen Ergebnisse bei Veränderung von Anfangsbedingungen ab [Vat98]. Im Speziellen soll hier der Einfluß des Strahlprofils auf die Targetdynamik untersucht werden. Um einen Vergleich der Ergebnisse mit [Vat98] zu ermöglichen wurden die gleichen Parameter, als Simulationscode aber der Code MULTI2D [Ram92] benutzt. Dadurch ist es möglich, diesen Code für den kritischen Fall zylindrischer Konvergenz zu testen. Das Kompressionsverhalten des Targets soll bei einem radialsymmetrischen und bei mehreren unterschiedlichen elliptischen Ionenstrahlprofilen, bei sonst gleichen Rahmenbedingungen, untersucht werden.

Allerdings sind die grundlegenden Wechselwirkungen zwischen schweren Ionen und dichter und heißer, ionisierter Materie und die hydrodynamische Reaktion von Materie auf intensive Bestrahlung bisher noch wenig untersucht, siehe Abschnitt (2.3).

5.1.1 Das für die vorliegenden Untersuchungen benutzte Target

Als Target wird ein zylindrisches Target mit zylindersymmetrischer Massenverteilung benutzt. Das Target besteht aus einem Goldkern der Dichte $\frac{1}{10} \rho_{\text{Gold}}$ mit dem Radius $r_2 = 0.05 \text{ cm}$ und einem Goldmantel der Dichte ρ_{Gold} mit dem Radius $r_1 = 2 \text{ cm}$. Das Target soll länger als die minimale Strahlreichweite sein. Betrachtet wird ein zweidimensionaler Schnitt durch die x-y-Ebene senkrecht zur Zylinderachse, siehe Abb. (5.1). Diese 2D-Näherung des Targets ist gut, bis Störungen aus der Umgebung in die Schnittebene hineingelaufen sind. Um den Einfluß von Störungen aus der Umgebung des betrachteten Querschnitts vernachlässigen zu können, soll der betrachtete Querschnitt ungefähr bei $z = \frac{\text{minimale Strahlreichweite}}{2}$ liegen. Der Querschnitt wird durch das in Abb. (5.2) dargestellte Lagrange-Gitter, siehe auch die Abschnitte (3.2.1) und (3.2.2) dargestellt.

Targeteigenschaften

- siehe Kapitel (2) -

Targetmaterial:

Gold

Dichte des inneren Bereichs

$$\rho_{0,2} = 1.95 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Dichte des äußeren Bereichs	$\rho_{0,1} = 19.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Targetradius	$r_1 = 0.2 \text{ cm}$
Radius des Bereichs niedriger Dichte	$r_2 = 0.05 \text{ cm}$

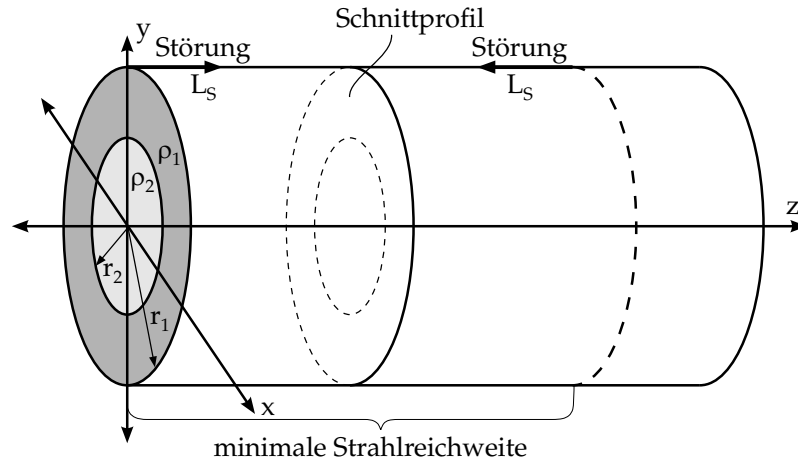


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung des Targets. Um den Einfluß von Störungen aus der Umgebung des betrachteten Querschnitts vernachlässigen zu können, soll der betrachtete Querschnitt bei ungefähr $z = \frac{\text{minimale Strahlreichweite}}{2}$ liegen.

Das Gitter

Das Gitter besteht aus 43200 Gitterzellen und 21721 Gitterpunkten, die Gitterzellen repräsentieren die in Kapitel (3) eingeführten Flüssigkeitselemente. Auf einem Radius befinden sich 120 Gitterpunkte. Da in Bereichen hoher Dynamik, wie z.B. im Zentrum des Gitters, wesentlich mehr Zellen benötigt werden als in Bereichen relativ niedriger Dynamik wie am Gitterrand, ist die Zelldichte im Gitter nicht homogen.

Durchschnittlich wird, bei einer Fläche von 12.56 mm^2 , 1 mm^2 durch ≈ 3400 Zellen repräsentiert. Im Inneren des Gitters, ist die Zelldichte ca 30 mal höher als am Gitterrand, so daß im Innern ≈ 19700 Gitterzellen 1 mm^2 repräsentieren, während am Rand nur ≈ 600 Gitterzellen 1 mm^2 repräsentieren. In Abb. (5.2) ist das benutzte Lagrange-Gitter dargestellt, wobei nur $\frac{1}{100}$ der Gitterzellen dargestellt sind, damit die relative Zelldichte besser zu sehen ist. Neuartig ist bei dieser Gitterdefinition, daß die Targetdynamik in einer Schnittebene senkrecht zur Strahlrichtung betrachtet wird, siehe Abb. (5.1).

Bisher wurde in MULTI2D die Targetdynamik stets bei radialsymmetrischem Target und radialsymmetrischer Energiedeposition untersucht, siehe Abschnitt (4.4.1). Dies ermöglicht erstmals die Untersuchung, wie sich in MULTI2D eine Bestrahlung mit nichtradsymmetrischen Strahlen auf die Targetdynamik auswirkt.

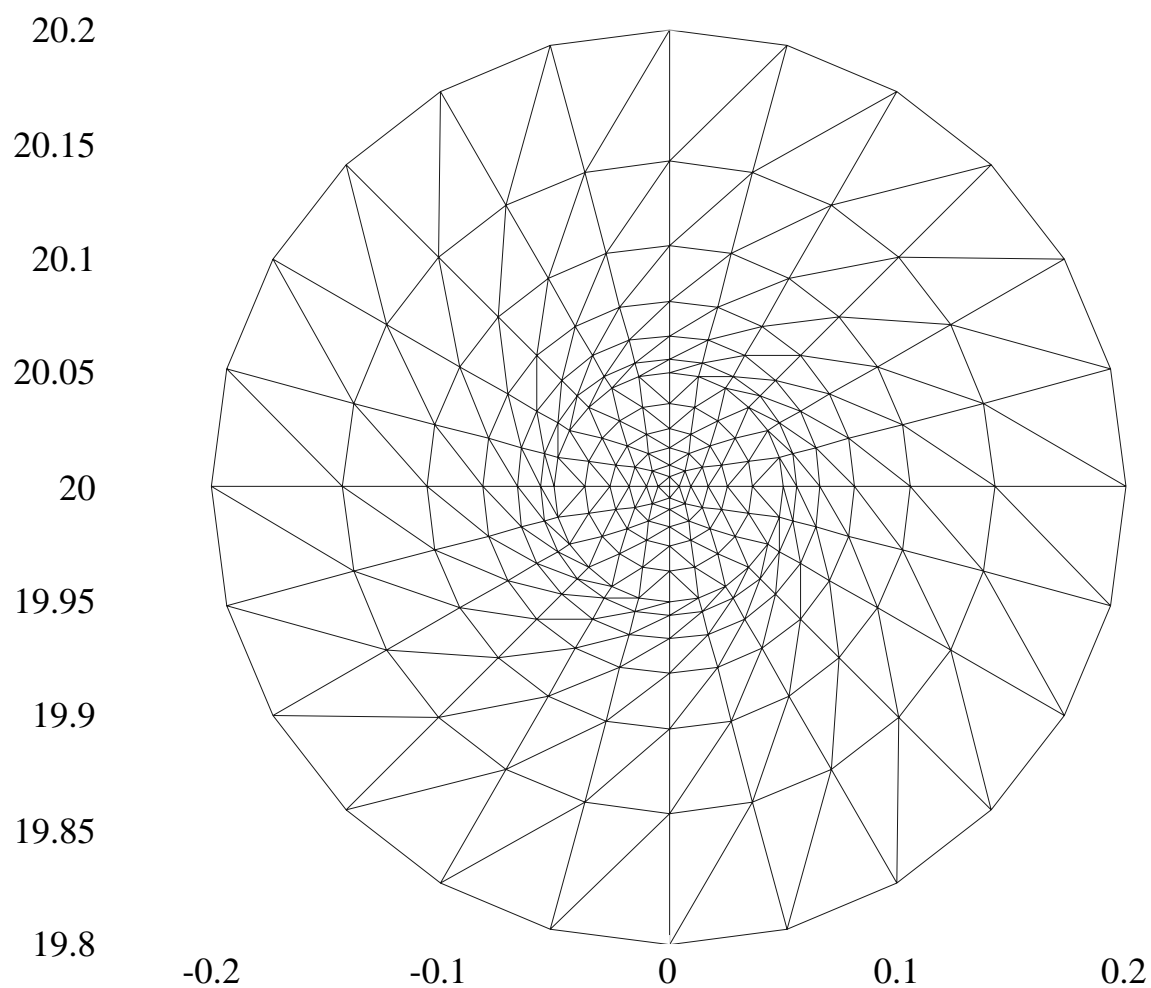


Abbildung 5.2: Schematische Darstellung des verwendeten Lagrange-Gitters des Targets mit 423 Gitterzellen. Das für die Simulationen verwendete Gitter hat 42300 Gitterzellen. Die großen Radiuswerte rühren aus der Imitation kartesischer Koordinaten mit Zylinderkoordinaten her, siehe Abschnitt (4.4.2). Durch den großen Abstand des x-y-Koordinatensystems vom Ursprung des zylindrischen Koordinatensystems, verhält sich die y-Koordinate im x-y-Koordinatensystem quasikartesisch.

5.1.2 Strahleigenschaften

Die hier vorgestellten Simulationen werden mit Hohlstrahlen unterschiedlicher Elliptizität durchgeführt. Die Strahleigenschaften reduzieren sich bei den hier besprochenen Simulationen auf Angaben zur Energiedeposition. Da die Energiedeposition auf einem Targetquerschnitt simuliert wird, der ungefähr in der Mitte der Strahlreichweite liegen soll, werden für die Energiedeposition, $\frac{E_{\text{Depo}}}{m}$, Durchschnittswerte benutzt. Für alle hier besprochenen Simulationen gilt:

Strahleigenschaften

$$\text{Strahlzeit} \quad \tau = 2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$\text{Deponierte Energie pro Masse} \quad \frac{E_{\text{Depo}}}{m} = 1.4 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

$$\text{Deponierte Leistung pro Masse} \quad \frac{P_{\text{Depo}}}{m} = 7 \cdot 10^{13} \frac{\text{W}}{\text{g}}$$

Der Strahl ist räumlich und zeitlich homogen.

Die bestrahlte Fläche beträgt in allen Fällen 0.0236 cm^2 .

Zur Untersuchung des Kompressionsverhaltens bei unterschiedlichen Hohlstrahlprofilen wird die Targetdynamik bei einem rotationssymmetrischen und vier elliptischen Profilen mit den Achsenverhältnissen: $\frac{112.5}{88.8}$, $\frac{125}{80}$, $\frac{137.5}{72.7}$ und $\frac{150}{66}$ betrachtet. Einführend soll das Kompressionsverhalten des Targets bei einem Hohlstrahl mit kreisförmigem Strahlquerschnitt betrachtet werden.

5.2 Targetdynamik bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt

Der bestrahlte Bereich ist:

Strahleigenschaften

$$\text{Bestrahlter Bereich } r \quad r_2 < r < r_{\text{beam}}$$

$r_{\text{beam}} = 0.1 \text{ cm}$, so daß der innere Teil des dichteren Bereichs im Target erhitzt wird, siehe Abb.(5.3) und Abschnitt (5.1.1).

Zur Darstellung des Kompressionsverhaltens von Festkörpertargets bzw. -pellets werden in zweidimensionalen Grafiken immer nur eine physikalische Größe in Abhängigkeit von ein oder zwei Raumrichtungen oder von der Zeit dargestellt: Die Dynamik der Größen Dichte, Druck, Temperatur und Geschwindigkeit während und nach der Deposition thermischer Energie im Target werden dargestellt durch:

1. zweidimensionale Targetschnitte dieser Größen zu bestimmten Zeiten, z.B. Abbn. (5.4) und (5.25).
2. orts aufgelöste Darstellungen dieser Größen entlang einer kartesischen Achse des Targetschnitts zu ausgewählten Zeiten, z.B. Abbn. (5.5) und (5.6),
3. zeitaufgelöste Darstellungen dieser Größen an bestimmten Orten des Gitters, bzw in bestimmten Volumenbereichen des Targets, sowohl innerhalb von Gebieten gleicher Initialisierungsdichte und Bestrahlung, als auch an deren Grenzen, z.B. Abbn. (5.7) und (5.8).

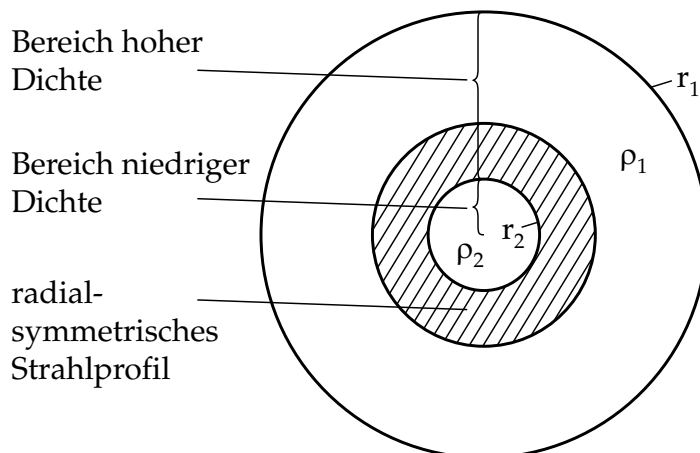


Abbildung 5.3: Strahl-Target-Profil bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, siehe auch Abb. (5.1)

Die orts- und zeitaufgelösten Darstellungen der Targetdynamik sind jeweils in einer Serie für radialsymmetrischen und elliptischen Strahlquerschnitt gezeigt. Für die Targetdynamik bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt sind das für die Temperatur die Abbn. (5.5) bis (5.8), für den Druck die Abbn. (5.9) bis (5.12), für die Geschwindigkeit der Flüssigkeitselemente bzw. der Gitterzellen die Abbn. (5.13) bis (5.16) und für die Dichte die Abbn. (5.17) bis (5.22)

Für die Targetdynamik bei elliptischem Strahlquerschnitt sind das für die Temperatur die Abbn. (5.26) bis (5.30), für den Druck die Abbn. (5.31) bis (5.34) und für die Dichte die Abbn. (5.35) bis (5.42)

5.2.1 Anfangsphase

Das Eindringen der Schwerionen in das Target führt, wie in Abschnitt (4.1) beschrieben, zu einem Energieübertrag auf die Target-, bzw. Pelletteilchen. Dadurch erhöht sich deren kinetische Energie und damit die Temperatur des Pellets. Die Temperaturerhöhung aufgrund der Energiedeposition wird in den Targetschnitten Abb. (5.4) veranschaulicht. In dieser Abb. und in der ortsaufgelösten Darstellung der Temperatur Abb. (5.5), sieht man, daß die Temperatur im bestrahlten Bereich während der Strahlzeit auf ≈ 65 eV ansteigt. In [Ram92] wird beschrieben, wie die Temperaturerhöhung aufgrund der Energiedeposition im Simulationsprogramm MULTI2D berechnet wird.

In der Simulation werden Energiebeträge auf Gitterzellen übertragen, wie in Abschnitt (4.4.2) beschrieben. Auf ein reales Target bezogen bedeutet das, man überträgt Energie auf kleine Volumenbereiche eines Targets, also z.B. auch eines Pellets. Diese Volumenbereiche sollen dieselben Eigenschaften haben wie die in Kapitel (3) (auf Seite 27 oben) eingeführten Flüssigkeitselemente. Die Zelldrücke die sich daraus ergeben, werden mit den SESAME Zustandsgleichungen, siehe Abschnitt (3.2.3), berechnet.

Wie in den ortsaufgelösten Darstellungen für die Temperatur Abb. (5.5) und den Druck Abb. (5.9) zu erkennen ist, nimmt die Temperatur und der Druck während der ersten 10 ns der Bestrahlung fast ausschließlich im bestrahlten Bereich zu. Gut erkennbar ist das auch in den zeitaufgelösten Darstellungen (5.7) und (5.8) für die Temperatur sowie (5.11) und (5.12) für den Druck.

Dadurch entsteht ein Druckgradient in Richtung der nichtbestrahlten Gebiete. Wie in Abschnitt (3.2.3) beschrieben, wird die innere Energie der Zellen auf die Gitterpunkte, durch die die Zellen "aufgespannt" werden, aufgeteilt und die Gitterpunkte aufgrund der Druckdifferenzen beschleunigt. Der ortsaufgelösten Darstellung der Geschwindigkeit, Abb. (5.13), kann man entnehmen, daß sich Gitterpunkte entlang diesem Gradienten vom inneren Rand des bestrahlten Bereichs aus nach innen,

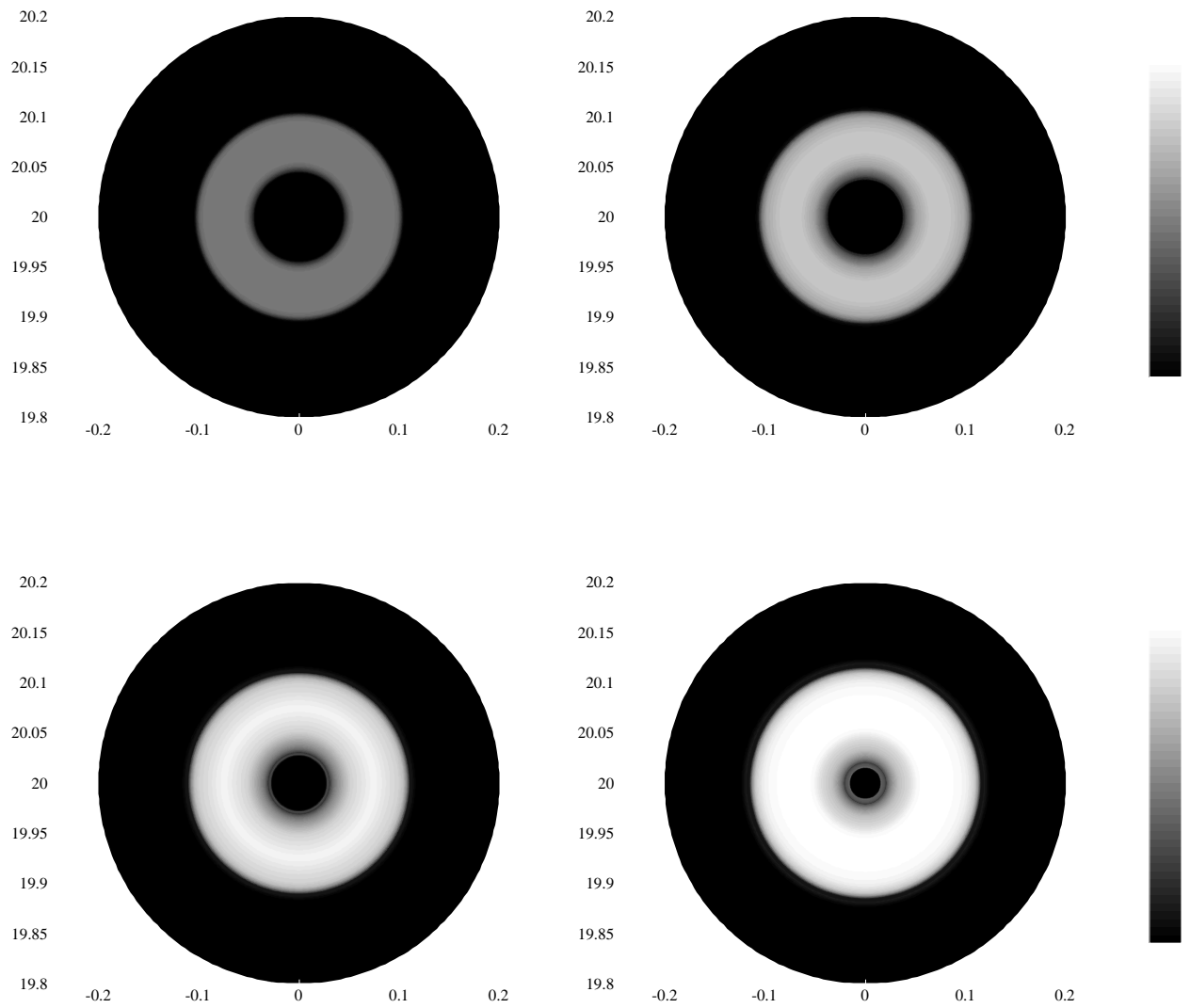


Abbildung 5.4: Temperatur im Target bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1, während der Deposition; von links oben nach rechts unten, nach 05, 10, 15 und 20 ns, auf einer Skala von 0 eV (schwarz) bis 65 eV (weiß).

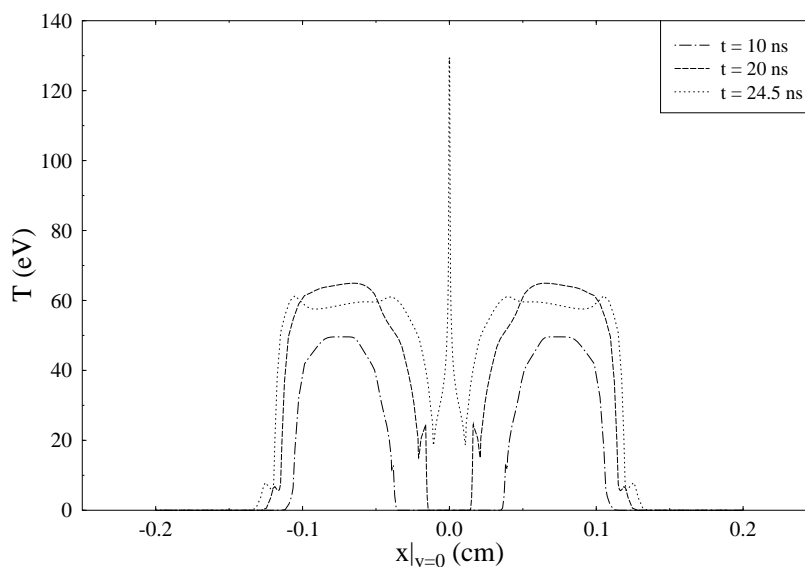


Abbildung 5.5: Temperaturverteilung zu ausgewählten Zeiten bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

und von äußeren Rand des bestrahlten Bereichs aus nach außen bewegen. Da die Gitterpunkte unabhängig voneinander beschleunigt werden, können die Gitterzellen- bzw. Flüssigkeitselemente, wie in Abschnitt (3.2.3) beschrieben, dabei stark verformt werden.

Durch die Beschleunigung in Richtung der Druckgradienten entsteht ein Materiefluß, sowohl in Richtung Zentrum, als auch in Richtung Targetperipherie. Durch diesen Materiefluß, der aufgrund der hohen Temperaturen im bestrahlten Bereich auch ein Energiefluß ist, erhöhen sich ≈ 15 ns nach Beginn der Bestrahlung der Druck und die Temperatur auch in den angrenzenden Gebieten. Das ist in den bereits erwähnten Abbn. (5.9) und (5.11) für den Druck, und in den Abbn. (5.5) und (5.7) für die Temperatur gut zu sehen.

Die Beschleunigung der Gitterpunkte am inneren Rand des bestrahlten Bereichs in Richtung Targetzentrum beginnt, wie man in der zeitaufgelösten Darstellung der Geschwindigkeit, Abb. (5.16), sieht, bereits mit dem Beginn der Bestrahlung. Sie bewirkt eine Kompression der Materie im Targetzentrum. Die Kompression der Materie im Targetzentrum soll, wie in Kapitel (2) beschrieben, die Fusion eines Treibers im Pelletzentrum aufgrund der Materieträgheit ermöglichen. In der orts aufgelösten Darstellung der Geschwindigkeit, Abb. (5.13), und in der zeitaufgelösten Darstellung der Geschwindigkeit, Abb. (5.15), sieht man, daß ≈ 15 ns nach dem Beginn der Bestrahlung, auch Gitterpunkte bzw. Flüssigkeitselemente in Gebieten außerhalb des bestrahlten Bereichs eine radiale Geschwindigkeitskomponente haben. Mit fortschreitender Strahlzeit nehmen immer mehr Volumenelemente aus dem Pelletinnern an dieser Bewegung teil. Nach 20 ns - die Energiedeposition endet zu diesem Zeitpunkt - bewegt sich fast der gesamte innere Teil des Pellets mit einer Geschwindigkeit von $\approx 10^6 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ auf das Targetzentrum zu.

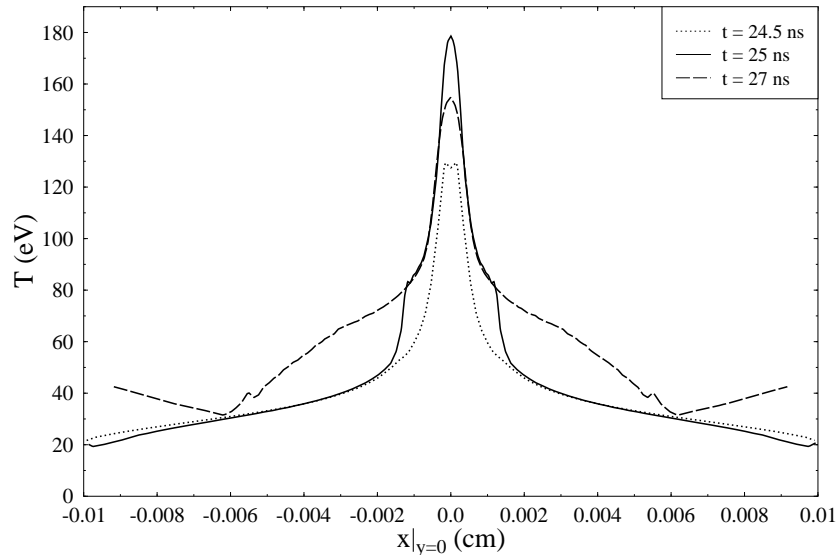


Abbildung 5.6: Temperaturverteilung im Zentrum bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case 1.1.

5.2.2 Zusammentreffen der Materie im Zentrum

Die orts aufgelöste Darstellung der Geschwindigkeit im Target-Zentrum, Abb. (5.14), zeigt, daß sich 4.5 ns später im Zentrum ein Bereich ohne Geschwindigkeitskomponente in Richtung Zentrum ausgebildet hat, der Radius dieses Bereichs umfaßt zu diesem Zeitpunkt erst $\approx 1.4 \cdot 10^{-3}$ cm. Also kommen ≈ 24.5 ns nach dem Beginn der Bestrahlung die ersten Flüssigkeitselemente der durch die Energiedeposition im Pelletmantel ausgelöseten Verdichtungswelle im Targetzentrum zum Stillstand.

Aufgrund der niedrigeren Initialisierungsdichte im inneren Bereich des Targets weisen Gitterpunkte, die sich in Richtung des Targetzentrums bewegen, größere Geschwindigkeiten auf als Gitterpunkte die sich in Richtung der Peripherie des Targets bewegen. Die Dichteänderung aufgrund dieses Materieflusses während der Strahlzeit ist in der orts aufgelösten Darstellung der Dichte, Abb. (5.17), dargestellt. In der zeitaufgelösten Darstellung des Temperaturverlaufs Abb. (5.8) sieht man ein plötzliches Ansteigen der Temperatur im Zentrum bei ≈ 24.5 ns, zu diesem Zeitpunkt erreicht die Temperatur ihr Maximum im Zentrum. Die orts aufgelöste Darstellung, Abb. (5.6), zeigt einen engen Ausschnitt des Targetzentrums, in dieser Darstellung wird deutlich, daß die Temperatur nicht nur in einem singulären Punkt, also einem Gitterpunkt, extrem ansteigt, sondern, daß das Gebiet extrem hoher Temperatur im Zentrum des Targets einen Radius von $\approx 10^{-3}$ cm hat. In der orts aufgelösten Darstellung Abb. (5.5) sieht man, daß sich die Temperaturkurve auch vor Erreichen des Temperaturmaximums im Zentrum nach 24.5 ns aufgrund des Energieabflusses stetig in nichtbestrahlte Gebiete hinein verbreitert. In Abb. (5.17) sieht man, daß die Dichte im Zentrum des Targets, zum Zeitpunkt des Aufeinandertreffens der Flüssigkeitselemente im Zentrum, 24.5 ns nach Beginn der Energiedeposition, erstmals einen höheren Wert als die Initialisierungsdichte erreicht. Die Dichte im Zentrum beträgt zu dieser Zeit ungefähr $18 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, also fast das 10-fache der Initialisierungsdichte des inneren Bereichs.

Das Abstoppen der Verdichtungswelle im Target-Zentrum hat, wie die orts aufgelösten Darstellungen des Drucks, Abbn. (5.9) und (5.10) zeigen, einen Druckanstieg um mehr als das 5-fache innerhalb

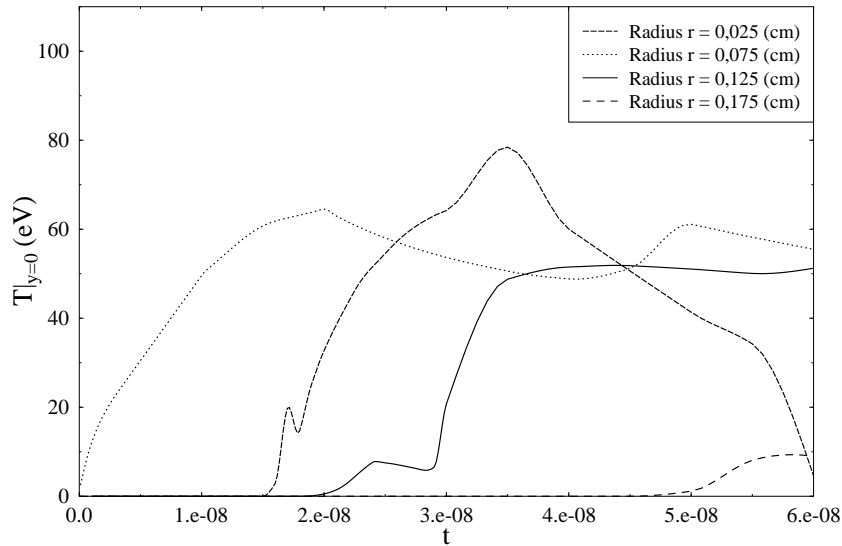


Abbildung 5.7: Temperaturverlauf innerhalb von Gebieten gleicher Initialisierungsdichte und Bestrahlung bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

der nächsten 0.5 ns zur Folge. Dieser Druckanstieg ist zu diesem Zeitpunkt räumlich noch nahezu singular. Er umfaßt zu diesem Zeitpunkt nur einen Radius von $\approx 1,4 \cdot 10^{-3}$ cm, also den der bisher abgestoppten Materie. Das Aufeinandertreffen der Flüssigkeitselemente im Target-Zentrum hat natürlich auch eine starke Verdichtung der Materie in diesem Bereich zur Folge. Die Verdichtungswelle kann aber, wie in den orts aufgelösten Darstellungen der Dichte, Abb. (5.17) und (5.20), deutlich zu sehen ist, das Targetzentrum nicht erreichen, da zum Zeitpunkt des Einlaufens der Verdichtungswelle der Druck im Zentrum schon zu groß ist¹.

Dennoch bewirkt das Einlaufen der Verdichtungswelle ins Target-Zentrum eine Erhöhung der Dichte im Targetzentrum, vor allem aber in der Nähe des Zentrums. Wie in der Dichteverteilung kurz nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, Abb. (5.18), (5.19) und (5.23) zu sehen ist, bildet sich aus der anfänglich mäßigen Dichteerhöhung im Zentrum nach 24.6 ns ein kleinerer Ring hoher Dichte um das Targetzentrum herum. Bereits nach 24.75 ns, also nur 0.2 ns nach dem Zusammentreffen der Materie im Zentrum, ist die Dichte in diesem Ring höher als im weiter vom Targetzentrum entfernt liegenden Ring hoher Dichte. In der orts aufgelösten Darstellung der Dichte im Targetzentrum, Abb. (5.19), sieht man, daß die maximale Dichte in diesem Ring bei 27 ns, also 7 ns nach Ende der Bestrahlung, auf $\approx 160 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ also das etwa 80-fache der Initialisierungsdichte angestiegen ist. Der Druck im Zentrum ist nach 25 ns nur noch unwesentlich gestiegen, mit der Menge der abgestoppten Materie hat sich der Bereich hohen Drucks aber, wie in der orts aufgelösten Darstellung des Drucks in der Nähe des Targetzentrums, Abb. (5.10), deutlich zu sehen ist, auf einen Radius von $\approx 6 \cdot 10^{-3}$ cm ausgeweitet.

Der zeitaufgelösten Darstellung der Dichte, Abb. (5.22), kann man entnehmen, daß der Verdichtungsvorgang im Zentrum des Targets nach ≈ 27 ns abgeschlossen ist. Zu dieser Zeit bewegen sich

¹die gleiche Interpretation lassen die Abbildungen in [Geb94] zu. Dort wurde ebenso wie in dieser Arbeit Energie mit einem Hohlstrahl auf den äusseren, dichteren Teil eines Zylinders mit Innen wesentlich geringerer Dichte als Außen deponiert. In [Geb94] wurde der eindimensionale MULTI code verwendet.

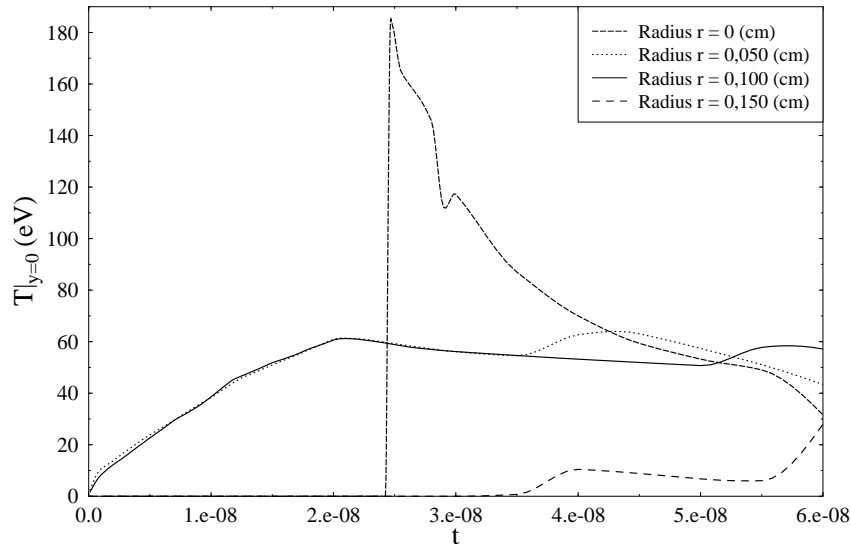


Abbildung 5.8: Temperaturverlauf an Initialisierungsdichte- und Bestrahlungsgrenzen bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

aber immer noch Flüssigkeitselemente aus der näheren Umgebung des Zentrums in Richtung Zentrum, siehe Abb. (5.15).

5.2.3 Targetexpansion

Erst nach über 35 ns ist dieser Vorgang abgeschlossen. Das läßt sich besonders gut am Verlauf der Geschwindigkeiten in bestimmten Gebieten des Targetquerschnitts, Abbn. (5.15) und (5.16), erkennen. Danach bewegen sich die Flüssigkeitselemente aufgrund des hohen Drucks im Zentrum in Richtung Peripherie des Targets. In den Abbn. (5.8), und (5.12) für die Temperatur und den Druck an Initialisierungsdichte- und Bestrahlungsgrenzen sieht man, daß die Temperatur und der Druck im Zentrum zu diesem Zeitpunkt schon stark abgefallen sind. Bis zu diesem Zeitpunkt haben sich Temperatur und Druck an den Grenzen des bestrahlten Bereichs gleich entwickelt. Nach 35 ns aber trifft die Druckwelle aus dem Zentrum am inneren Rand des bestrahlten Gebiets ein, so daß die Temperatur und der Druck hier ansteigen, während sie am äußeren Rand des bestrahlten Gebiets leicht abfallen.

40 ns nach Strahlungsbeginn haben schließlich alle Gitterpunkte Geschwindigkeitskomponenten in Richtung der Targetperipherie. Wie man in der orts aufgelösten Darstellung der Dichte bei großen Zeitschritten, Abb. (5.20) und in den zeitaufgelösten Darstellungen der Dichte, Abbn. (5.22) und (5.21), zu sehen ist, ist die Dichte jetzt in den weiter außen liegenden Bereichen höher als im Zentrum des Pellets. Im Temperaturprofil, Abb. (5.4), sieht man, daß die Radialsymmetrie der Temperaturverteilung während der Bestrahlung noch sehr gut erhalten ist. Nach der Bestrahlung, während und nach dem Zusammentreffen der Verdichtungswellen ist die Radialsymmetrie der Dichteverteilung, wie in der Profildarstellung Abb. (5.23) zu sehen ist, immer noch recht gut, aber nicht mehr vollständig erhalten. Das ist sicherlich ein Effekt der endlichen Auflösung des Lagrange-Gitters, berücksichtigt man aber, daß das Dreiecksgitter von Anfang an keine Zylindersymmetrie besitzt, ist die Erhaltung der Symmetrie bei der Kompression erstaunlich gut.

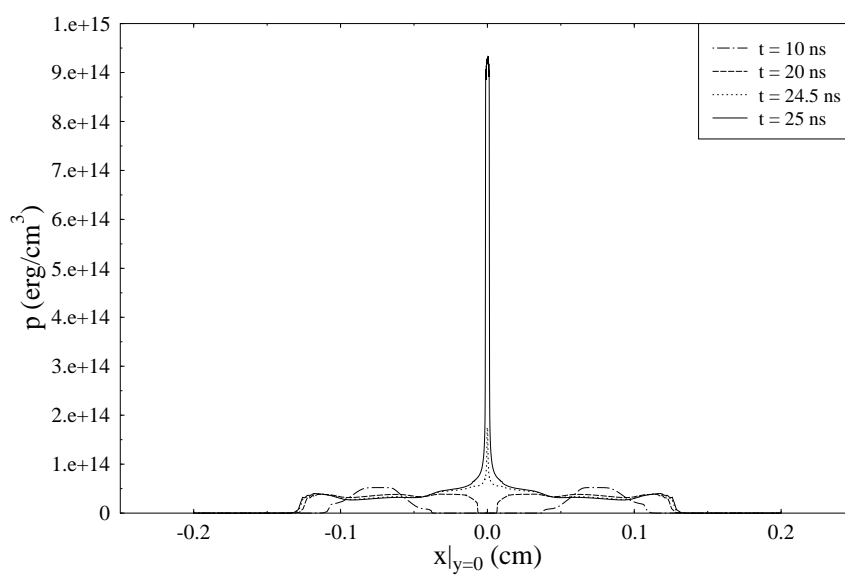


Abbildung 5.9: Druckverteilung zu ausgewählten Zeiten bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

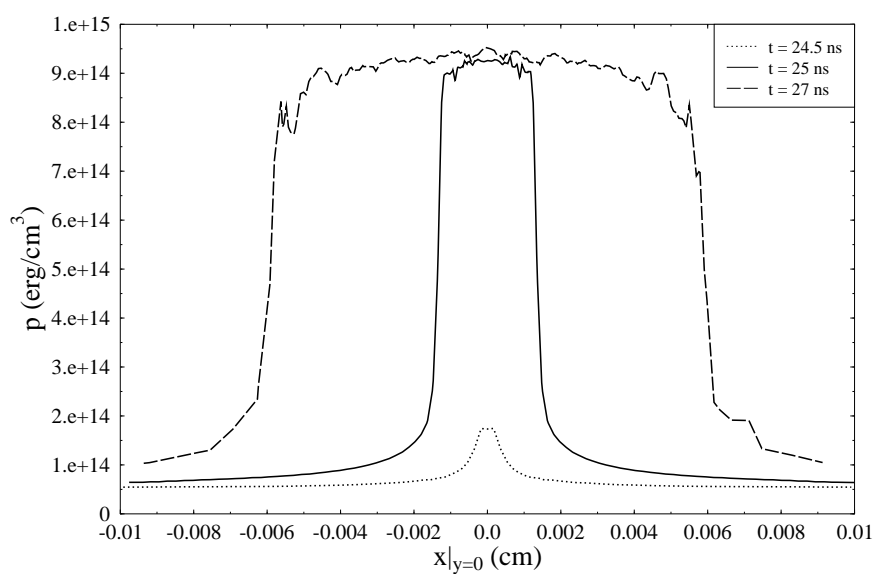


Abbildung 5.10: Druckverteilung im Zentrum bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

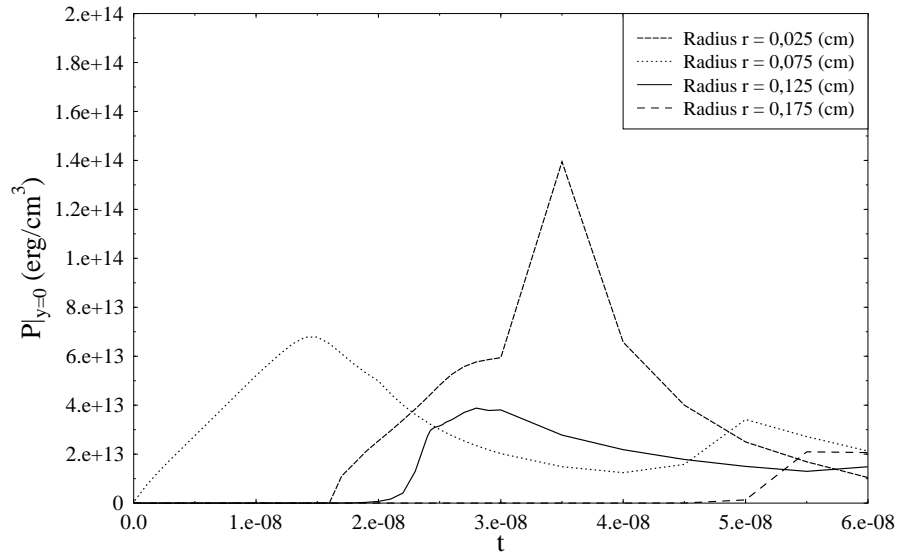


Abbildung 5.11: Druckverlauf innerhalb von Gebieten gleicher Initialisierungsdichte und Bestrahlung bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

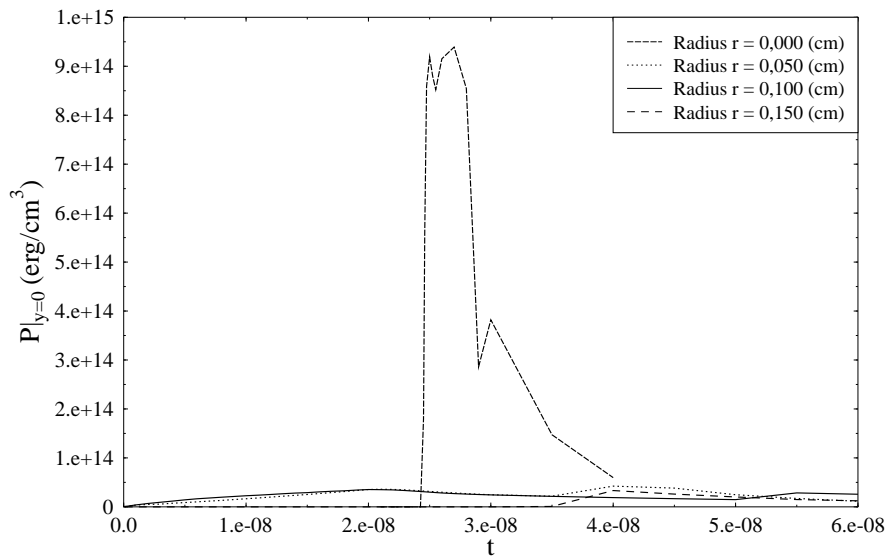


Abbildung 5.12: Druckverlauf an Initialisierungsdichte- und Bestrahlungsgrenzen bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

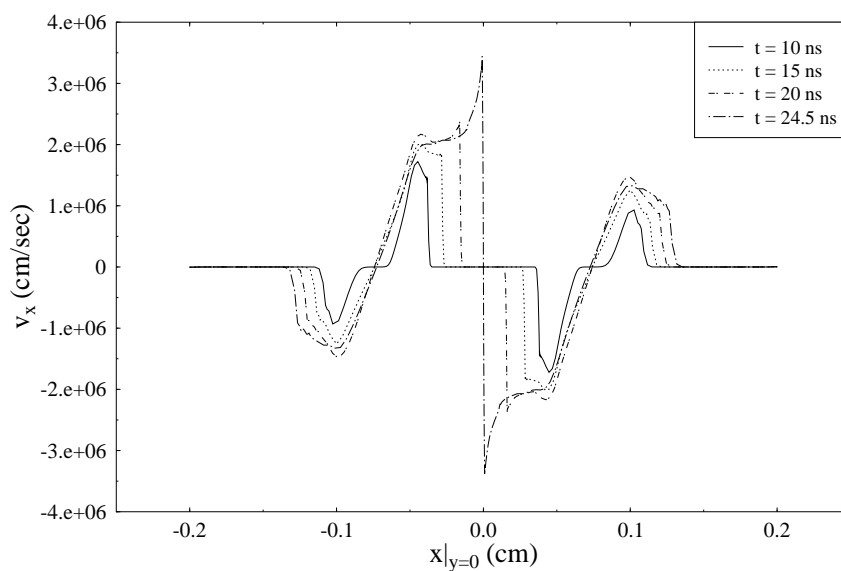


Abbildung 5.13: Geschwindigkeitsverteilung zu ausgewählten Zeiten bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

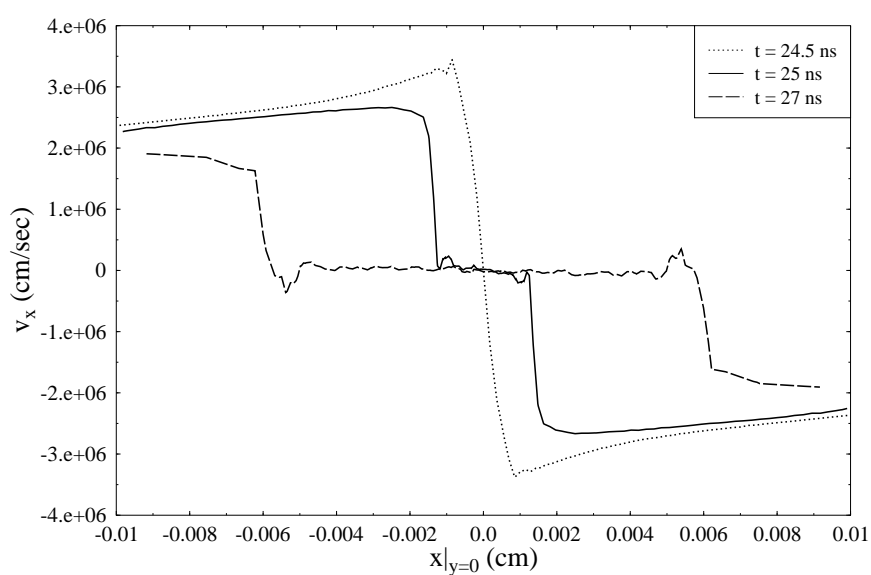


Abbildung 5.14: Geschwindigkeitsverteilung im Zentrum bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

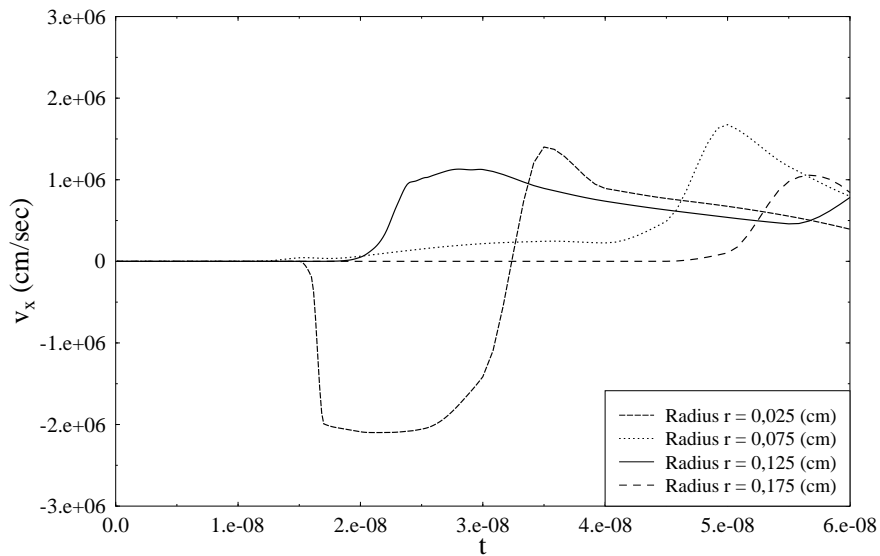


Abbildung 5.15: Geschwindigkeitsverlauf innerhalb von Gebieten gleicher Initialisierungsdichte und Bestrahlung bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

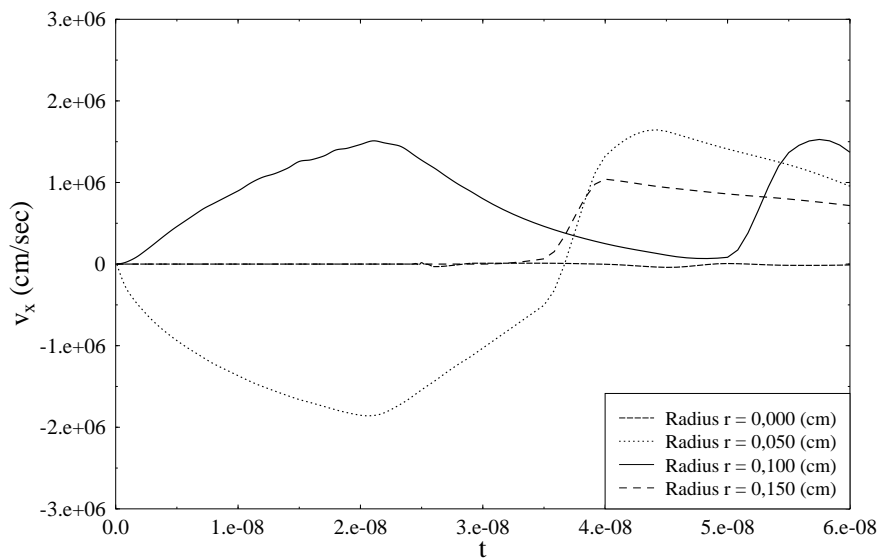


Abbildung 5.16: Geschwindigkeitsverlauf an Initialisierungsdichte- und Bestrahlungsgrenzen bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

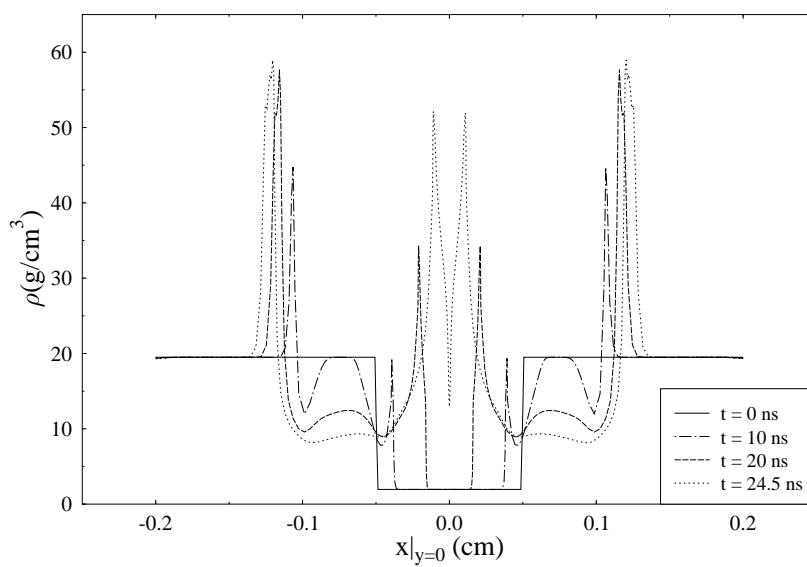


Abbildung 5.17: Einlaufende Stoßwelle bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

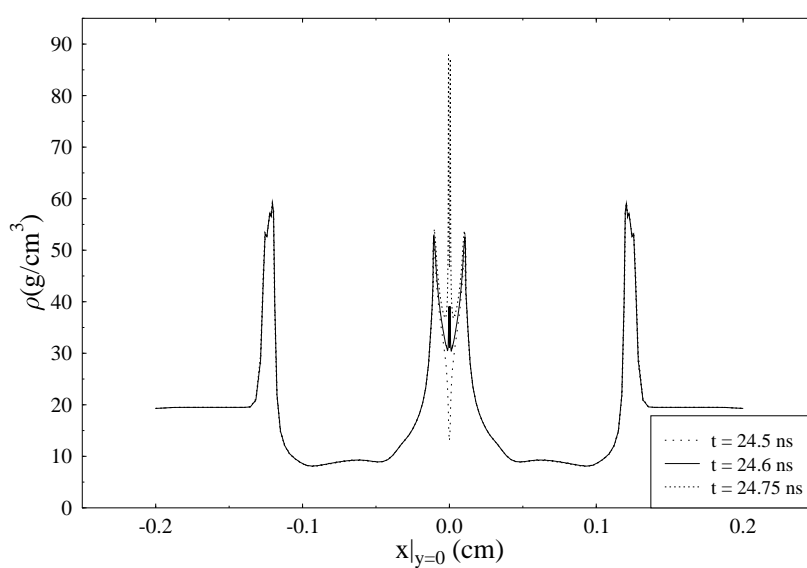


Abbildung 5.18: Dichteverteilung nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, case_1.

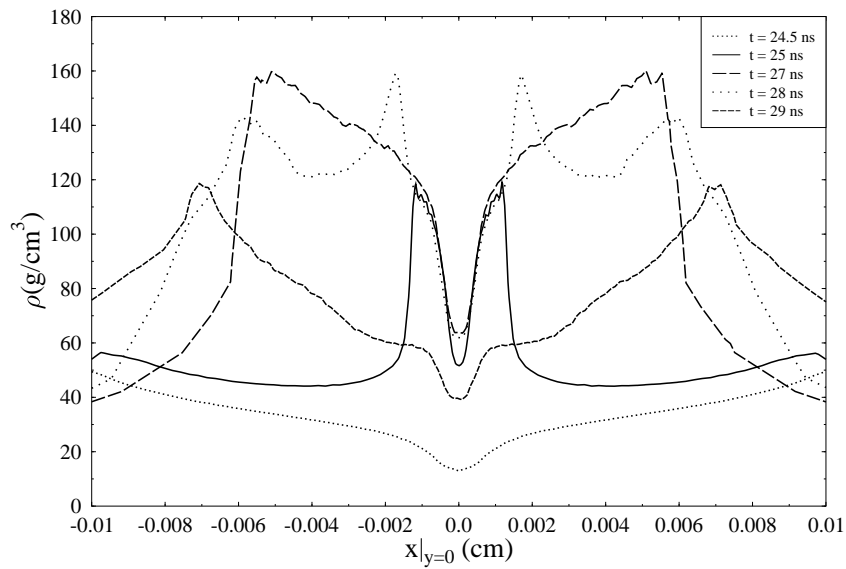


Abbildung 5.19: Dichteverteilung im Zentrum bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

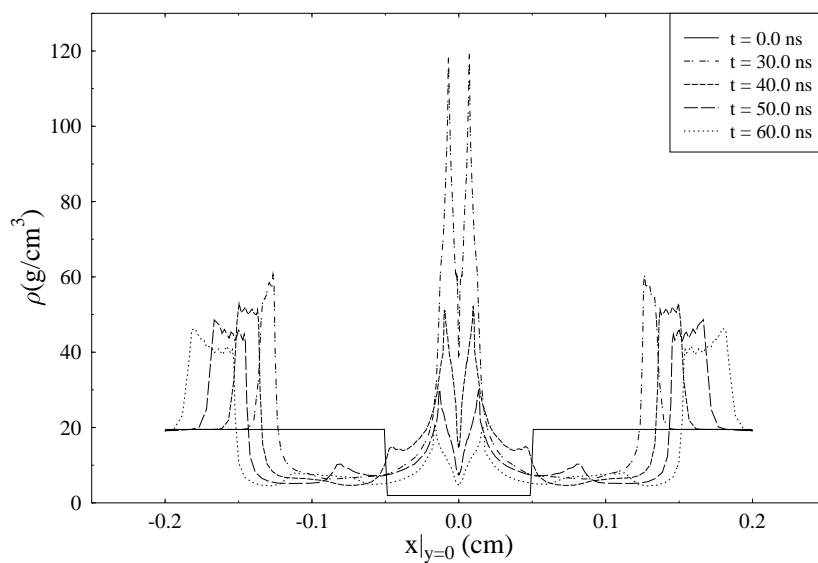


Abbildung 5.20: Auslaufende Stoßwelle bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

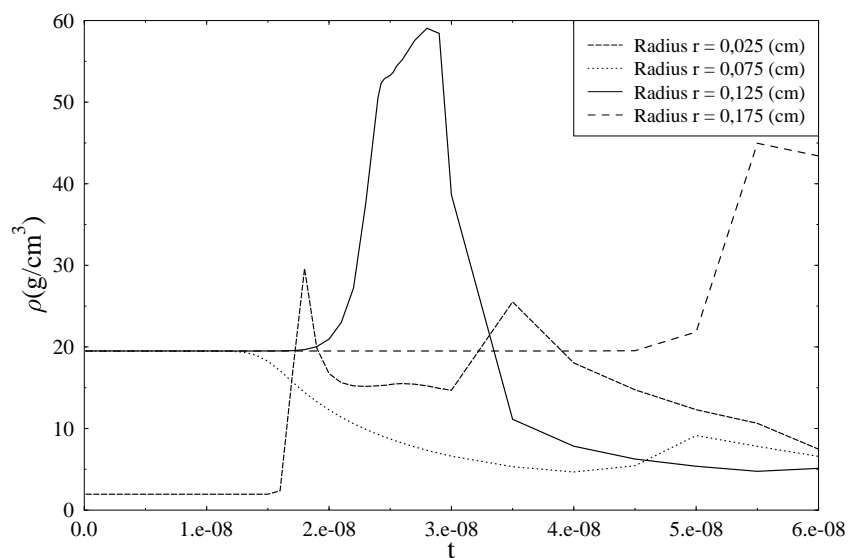


Abbildung 5.21: Dichteverlauf innerhalb von Gebieten gleicher Initialisierungsdichte und Bestrahlung bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

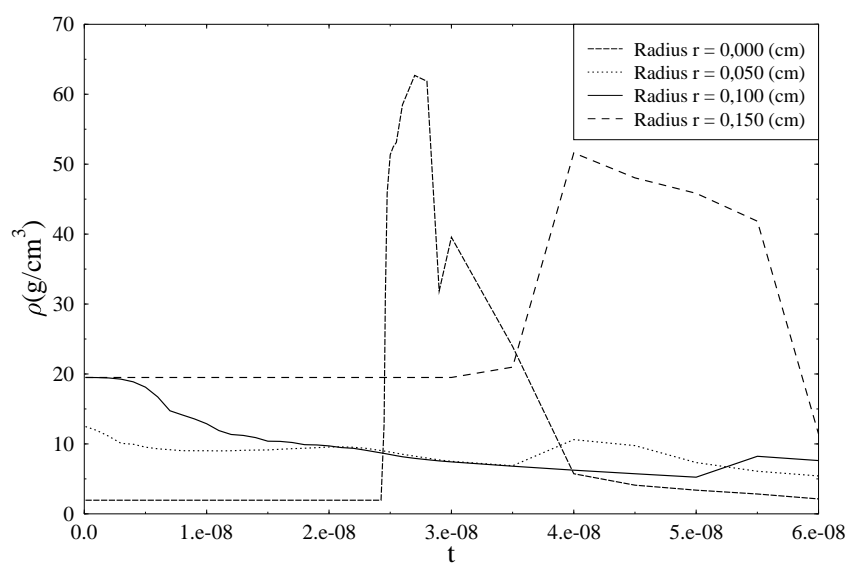


Abbildung 5.22: Dichteverlauf an Initialisierungsdichte- und Bestrahlungsgrenzen bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1.

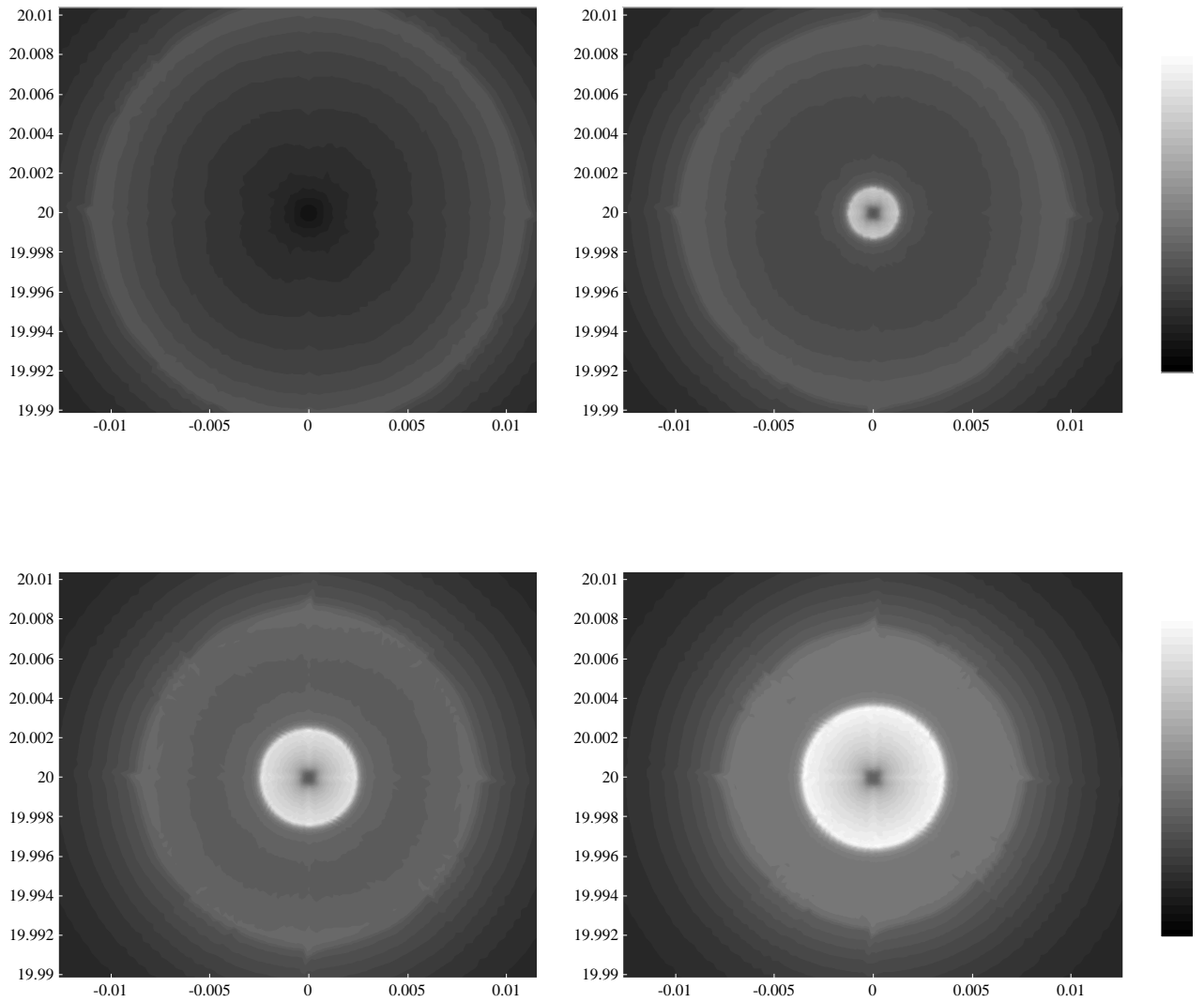


Abbildung 5.23: Dichte im Targetzentrum - $\frac{1}{20}$ Targetradius -, bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt, case_1, nach der Deposition; von links oben nach rechts unten, nach 24.5, 25, 25.5 und 26 ns, auf einer Skala von 0 $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ - schwarz bis 150 $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ - weiß.

5.3 Targetdynamik bei elliptischem Strahlquerschnitt

Nachdem im vorigen Abschnitt die Targetdynamik aufgrund von Energiedeposition mit schweren Ionen im Targetmantel bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt vorgestellt wurde, soll in diesem Abschnitt die Targetdynamik bei elliptischem Strahlquerschnitt betrachtet und mit der Targetdynamik bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt verglichen werden. Die in Abschnitt (5.1.2) definierten Achsenverhältnisse werden im Folgenden als unterschiedliche “cases“ bezeichnet:

Achsenverhältnis

$\frac{100}{100}$	case_1
$\frac{112.5}{88.8}$	case_2
$\frac{125}{80}$	case_3
$\frac{137.5}{72.7}$	case_4
$\frac{150}{66.6}$	case_5

Wie in Abschnitt (2.1) erwähnt, kann eine asymmetrische Targetkompression hydrodynamische Instabilitäten zur Folge haben. Bei den Simulationen zu dieser Arbeit hat sich herausgestellt, daß wenn die Exzentrizität des Strahlprofils größer als bei dem hier mit dem Kompressionsverhalten bei radialsymmetrischem Strahlprofil verglichenen case_5 ist, die Kompression im Targetzentrum vorzeitig abbricht bzw. instabil wird. Daher wurden für die betrachteten Fälle Zwischenwerte zwischen dem radialsymmetrischem Fall und case_5 mit gleichem Abstand ausgewählt.

5.3.1 case_5 im Vergleich zu case_1

Zunächst sollen orts aufgelöste Darstellungen von Temperatur, Druck und Dichte bei case_5 vorgestellt und mit denen von case_1 verglichen werden, weil hier der Unterschied zu den Darstellungen dieser Größen zum radialsymmetrischen Fall am deutlichsten ist ².

Strahleigenschaften

Der bestrahlte Bereich ist eine Ellipse mit den Halbachsen, und kreisförmigem Ausschnitt im Zentrum

kleine Halbachse = 0.0666 cm (x-Achse)
große Halbachse = 0.15 cm (y-Achse)

so daß ein elliptischer Ausschnitt des dichteren Bereichs im Target bestrahlt wird, siehe Abb. (5.24), siehe Abschnitt (5.1.1). Der Strahl ist räumlich und zeitlich homogen, siehe Abschnitt (5.1.2) auf Seite (44).

5.3.2 Anfangsphase

Aufgrund der Elliptizität des Strahls in y-Richtung wird eine wesentlich größere Anzahl Zellen entlang der y-Achse bestrahlt als entlang der x-Achse. Dies ist der Profildarstellung der Temperatur,

²bei den anderen cases ergibt sich der bestrahlte Bereich in gleicher Weise aus den Achsenverhältnissen (x-Achse: $\frac{\text{Zähler}}{1000}$ cm) (y-Achse: $\frac{\text{Nenner}}{1000}$ cm)

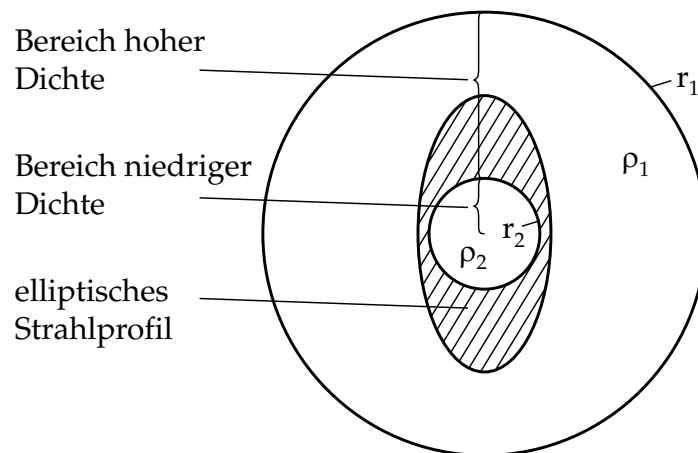


Abbildung 5.24: Strahl-Target-Profil bei elliptischem Strahlquerschnitt, siehe auch Abb. (5.1)

Abb. (5.25), gut zu sehen. Man vergleiche dazu die Profildarstellung der Temperatur, Abb. (5.4) zu den gleichen Bestrahlungszeiten bei radialsymmetrischem Strahlquerschnitt.

Das elliptische Strahlprofil ist auch in der orts aufgelösten Darstellung für die Temperatur gut erkennbar, siehe Abbn. (5.26) für die x-Achse und (5.27) für die y-Achse. Es zeigt sich, daß die Temperaturen entlang der y-Achse, Abb. (5.27), c.a. 15 % über denen der x-Achse liegen. Die Temperaturkurven für die x- und y-Achse im Zentrum des Targets, siehe Abbn. (5.29) und (5.30), sind nahezu gleich, die Werte für die Temperatur im Zentrum sind um c.a. 15 % niedriger als bei radialsymmetrischem Strahlprofil. Bei dem hier gewählten Achsenverhältnis verläuft die Targetkompression also noch recht gut symmetrisch, vgl. Abb. (5.6) bei radialsymmetrischem Strahlprofil.

5.3.3 Zusammentreffen der Materie im Zentrum

Der Grund für die im Vergleich zur Targetbestrahlung mit radialsymmetrischem Strahlprofil niedrigeren Temperaturen liegt in der ineffizienteren Kompression des Targetzentrums. Das wird deutlich, wenn man in der Abb. (5.28) auf Seite (64) die Druckprofile der Targets bei radialsymmetrischem- und bei elliptischem Strahlprofil 24 ns und 25 ns nach Strahlungsbeginn³, also 0.5 ns vor und 0.5 ns nach dem Zusammentreffen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum vergleicht. Um einen besseren Vergleich der Druckprofile zu ermöglichen, wurde die Graustufenskala bei allen vier Profilen auf, $0 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ -schwarz bis $8 \cdot 10^{13} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ -weiß, festgelegt. Vergleicht man die durch Graustufen wiedergegebenen Druckverhältnisse bei den Profilen in Abb. (5.28), sieht man, daß auf der großen Ellipsenachse, und hier speziell in der Nähe der Brennpunkte, die höchsten Drücke auftreten. Die niedrigsten Drücke treten auf der kleinen Ellipsenachse auf. Die Drücke bei Bestrahlung mit radialsymmetrischem Strahlprofil, liegen zwischen diesen beiden. Zu diesem Resultat kommt man auch, wenn man die orts aufgelösten Darstellungen der Drücke entlang einer Achse bei Bestrahlung mit radialsymmetrischem Strahlprofil, Abb. (5.9 auf Seite 51), mit den Drücken entlang der kleinen Ellipsenachse, Abb. (5.31 auf Seite 66) und entlang der großen Ellipsenachse, Abb. (5.32 auf Seite 66) bei Bestrahlung mit dem elliptischen Strahlprofil, vergleicht. Obwohl die Kompression mit elliptischem Strahlprofil, trotz der asymmetrischen Druckverteilung, noch recht gut symmetrisch verläuft, so daß der Druck im Targetzentrum, 25 ns nach Strahlbeginn, sowohl bei radialsymmetrischem, als auch bei elliptischem Strahlprofil $\approx 9 \cdot 10^{14} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ beträgt⁴, sind in Abb. (5.28) bei elliptischem Strahlprofil

³ 4 ns und 5 ns nach dem Ende der Bestrahlung

⁴ Die genauen Werte sind $9.37 \cdot 10^{14} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ bei radialsymmetrischem Strahlprofil und $9.15 \cdot 10^{14} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ bei elliptischem Strahlprofil. Der Maximalwert im Zentrum liegt bei radialsymmetrischem Strahlprofil also nur ganz leicht über dem Ma-

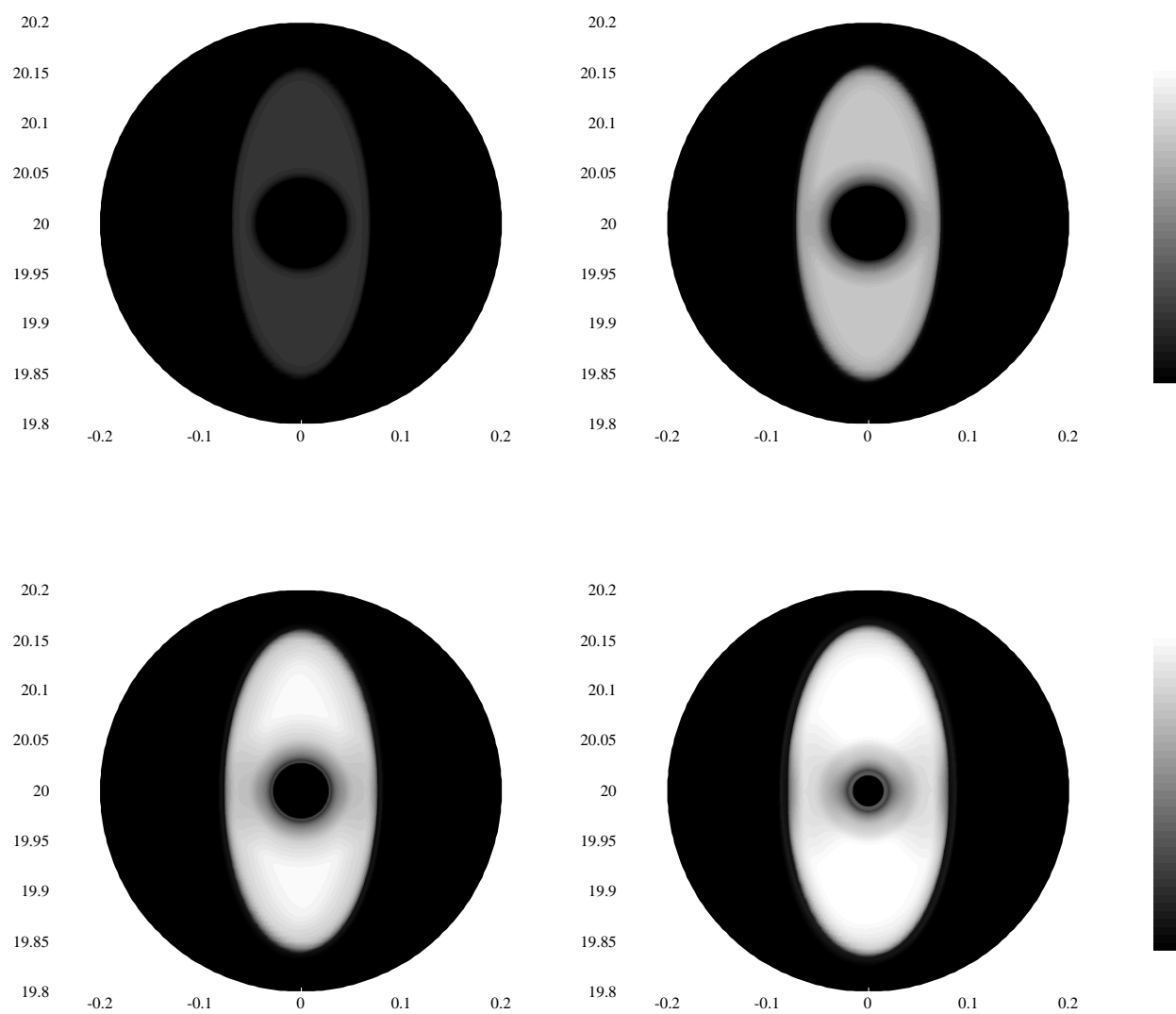


Abbildung 5.25: Temperatur im Targetprofil bei elliptischem Strahlquerschnitt während der Deposition; von links oben nach rechts unten, nach 05, 10, 15 und 20 ns, auf einer Skala von 0 eV-schwarz bis 65 eV-weiß, case_5.

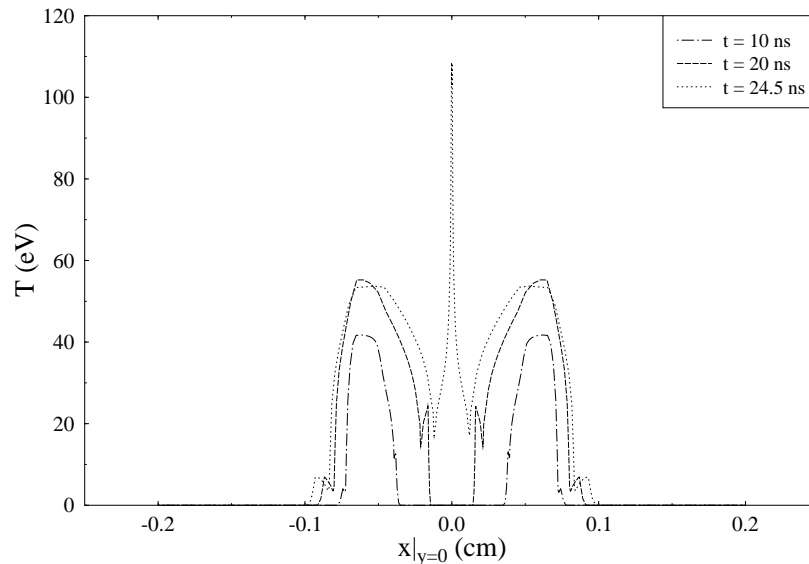


Abbildung 5.26: Temperaturverteilung zu ausgewählten Zeiten bei elliptischem Strahlquerschnitt, entlang der x-Achse, case_5.

deformationen des Targetzentrums erkennbar. Vergleicht man die ortsaufgelösten Darstellungen des Drucks im Targetzentrum bei radialsymmetrischem Strahlprofil, Abb. (5.10 auf Seite 51), mit dem Druck im Targetzentrum bei elliptischem Strahlprofil, Abbn. (5.33 auf Seite 67) und (5.34 auf Seite 67), sieht man, daß im Fall der Energiedeposition mit elliptischem Strahlprofil der Druck im Zentrum nach 27 ns, also 2.5 ns nach dem Zusammentreffen der Druckwellen im Zentrum, auf $\approx 7.5 \cdot 10^{14} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ abgefallen ist, während sich im Fall der Energiedeposition mit radialsymmetrischem Strahlprofil das Niveau mit einem Druck von $\approx 9 \cdot 10^{14} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ verbreitert hat. In Übereinstimmung damit sieht man in Abb. (5.28), daß das Niveau mit einem Druck von $8 \cdot 10^{13} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ im Zentrum bei radialsymmetrischem Strahlprofil größer und symmetrischer ist, als bei elliptischem Strahlprofil. Bei genauem Hinsehen ist in den Abbn. (5.33) und (5.34) auch erkennbar, daß aufgrund des höheren Drucks senkrecht zur x-Achse, zum Zeitpunkt 27 ns nach Strahlungsbeginn, das Gebiet hohen Drucks im Targetzentrum jetzt leicht in x-Richtung exzentrisch ist.

Vergleicht man die ortsaufgelöste Darstellung der Dichten im Target bei Bestrahlung mit radialsymmetrischem Strahlprofil, Abb. (5.17 auf Seite 55), mit den ortsaufgelösten Darstellungen der Dichten im Target bei Bestrahlung mit elliptischem Strahlprofil in x- und y-Richtung, Abbn. (5.35 auf Seite 68) und (5.36 auf Seite 68) sieht man, daß in Folge der asymmetrischen Bestrahlung die erreichten Dichten im Falle der Bestrahlung mit elliptischem Strahlprofil niedriger sind als bei Bestrahlung mit radialsymmetrischem Strahlprofil. Vergleicht man die Dichten in Richtung der kleinen und der großen Ellipsenachse bei Bestrahlung mit elliptischem Strahlprofil, sieht man daß aufgrund der höheren Temperaturen und Drücke entlang der großen Ellipsenachse auch die Maxima der durch die Bereiche unterschiedlicher Drücke ausgelösten Dichtewellen in y-Richtung, also in Richtung der großen Ellipsenachse, größer sind, als die in x-Richtung, also in Richtung der kleinen Ellipsenachse. Im Targetzentrum dagegen sind die Verhältnisse auch hier wieder anders, aufgrund des hohen Drucks in Richtung der kleinen Ellipsenachse und des kleinen Drucks in Richtung der großen Ellipsenachse,

ximalwert bei elliptischem Strahlprofil.

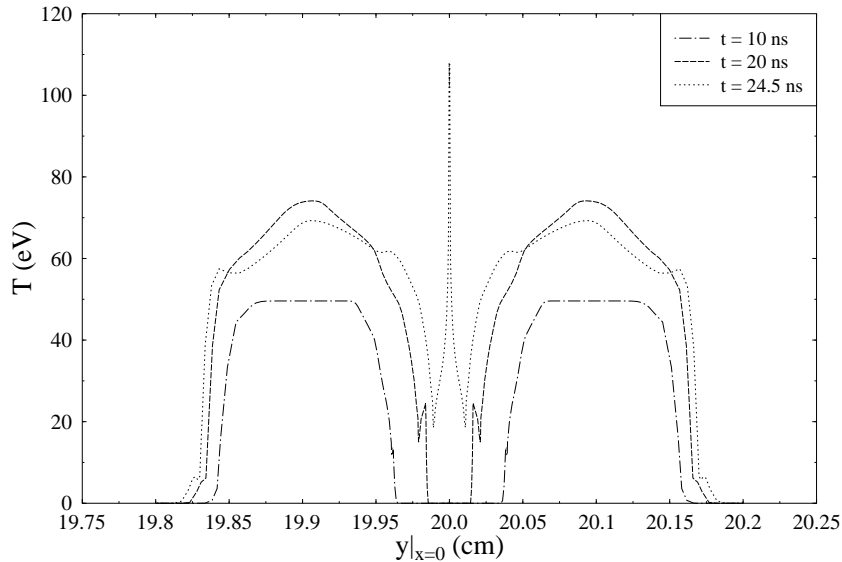


Abbildung 5.27: Temperaturverteilung zu ausgewählten Zeiten bei elliptischem Strahlquerschnitt, entlang der y-Achse, case_5.

entsteht ein elliptischer Ring hoher Dichte im Targetzentrum, der in x-Richtung exzentrisch ist. Die Exzentrizität der Dichte im Targetzentrum ist im Dichteprofil des Zentrums, Abb. (5.43) gut zu sehen (vgl. dazu das Profil bei radialsymmetrischer Energiedeposition, Abb. (5.23)). Dies hat zur Folge, daß die Entstehung des kleinen Rings maximaler Dichte, kurz nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, nicht ganz symmetrisch verläuft. Vergleicht man die orts aufgelösten Darstellungen der Dichte in case_5 für die x- und y-Achse, Abbn. (5.37) und (5.38), sieht man das die Entwicklung des Rings maximaler Dichte auf der x-Achse, 24.6 ns nach Beginn der Energiedeposition, zeitlich etwas hinter der Entwicklung des Rings maximaler Dichte auf der y-Achse verläuft. (Vergleiche dazu auch den radialsymmetrischen “case“ in Abb. (5.18)). Betrachtet man dieses asymmetrische Verhalten in noch engerer zeitlicher Auflösung, Abbn. (5.39) und (5.40), sieht man, das der neu entstandene elliptische Ring hoher Dichte im Zentrum in x-Richtung nach 24.65 ns bereits einen Teil des Rings maximaler Dichte im Zentrum darstellt, während die Dichtewerte dieses Rings in y-Richtung noch unter denen des ursprünglichen Rings maximaler Dichte liegen. Ein Vergleich von Abb. (5.38) mit Abb. (5.39) zeigt außerdem, daß der zeitliche Abstand zwischen der Entwicklung des Ellipse maximaler Dichte in x- und y-Richtung ≤ 0.05 ns beträgt. In den orts aufgelösten Darstellungen der Dichte im Targetzentrum, Abb. (5.41) und (5.42), sieht man, daß die maximale Dichte im Ring entlang der x-Achse nach 28 ns erreicht wird, sie beträgt wie bei der radialsymmetrischen Energiedeposition, siehe Abb. (5.41) in Abschnitt (5.2.2) bei der die Maximaldichte nach 27 ns erreicht wird, $\approx 160 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Entlang der y-Achse wird die Maximaldichte nach 27 ns erreicht, und beträgt $\approx 155 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Die maximale Dichte ist also, wie aufgrund des höheren Drucks in x-Richtung erwartet, entlang der x-Achse größer als entlang der y-Achse.

Die Expansion des Targets verläuft anschließend wie in Abschnitt 5.2.3 beschrieben

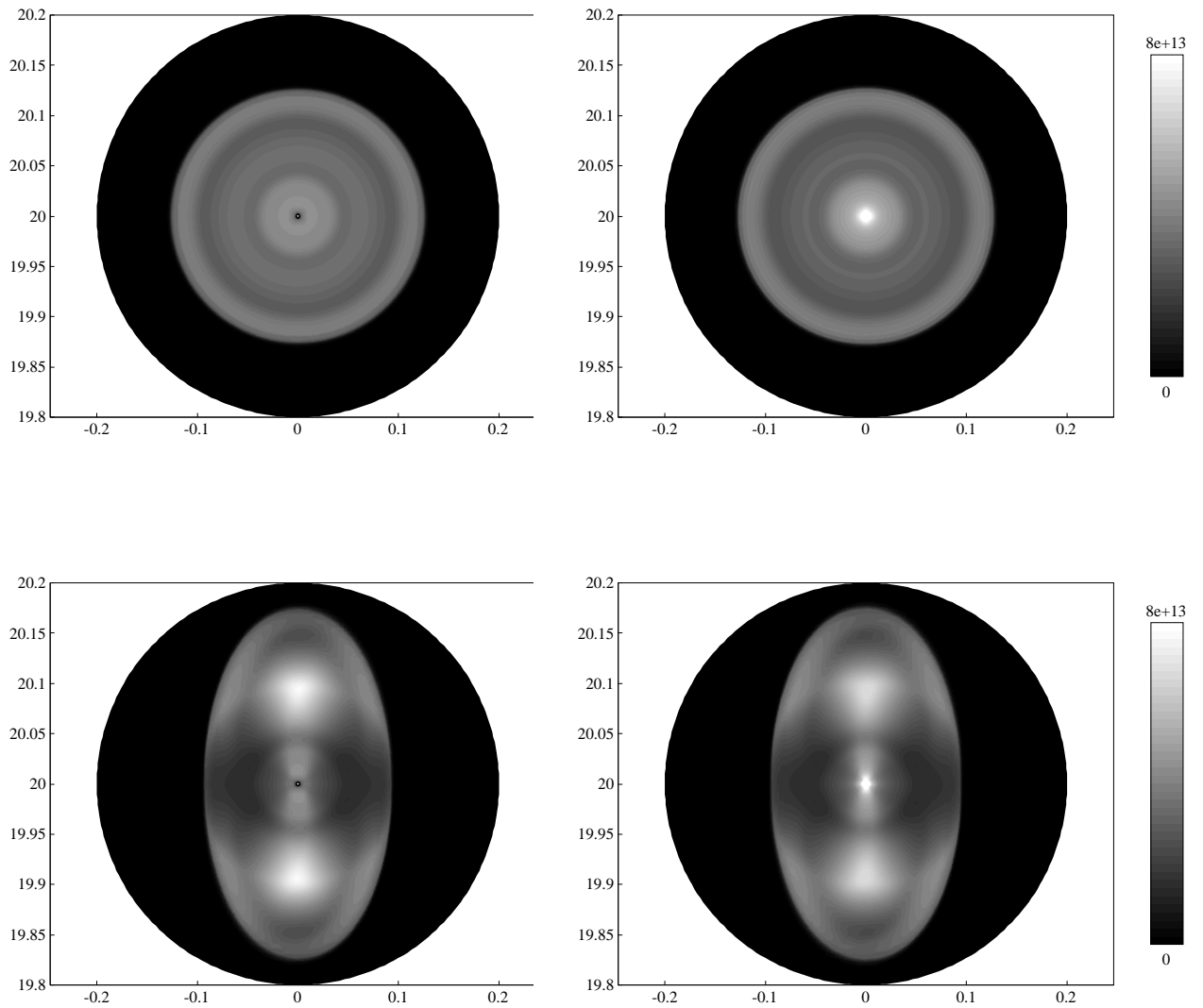


Abbildung 5.28: Vergleich des Drucks im Target bei radialsymmetrischem, case_1, und elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, 0.5 ns vor und 0.5 ns nach dem Eintreffen der Druckwelle im Targetzentrum. auf einer Skala von $0 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ -schwarz bis $8 \cdot 10^{13} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ -weiß.

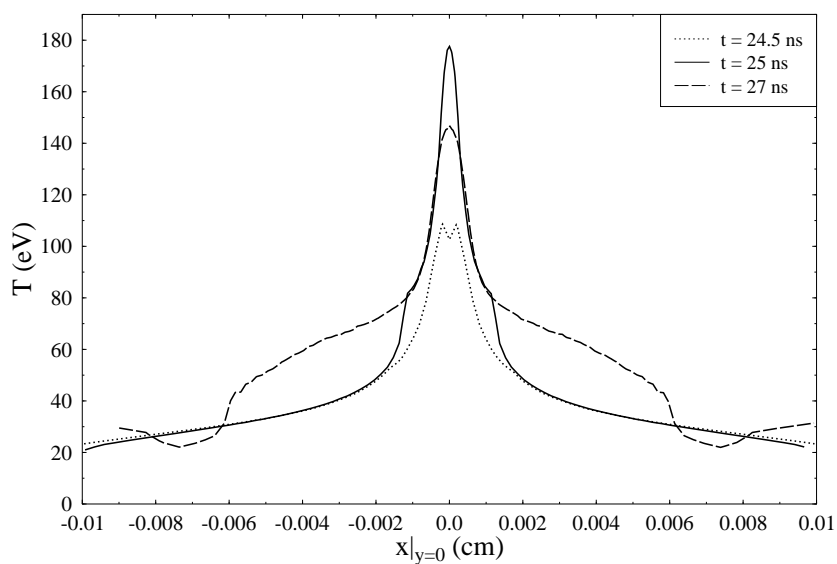


Abbildung 5.29: Temperaturverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der x-Achse.

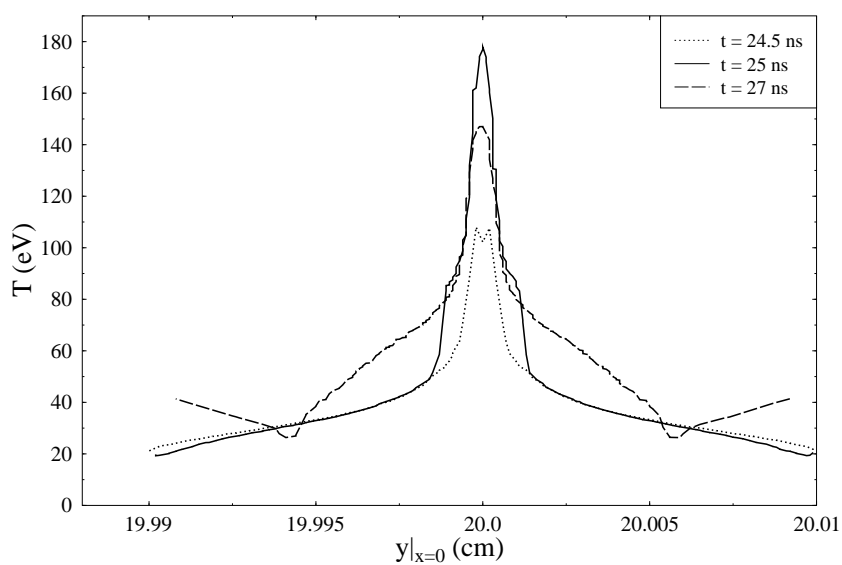


Abbildung 5.30: Temperaturverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der y-Achse.

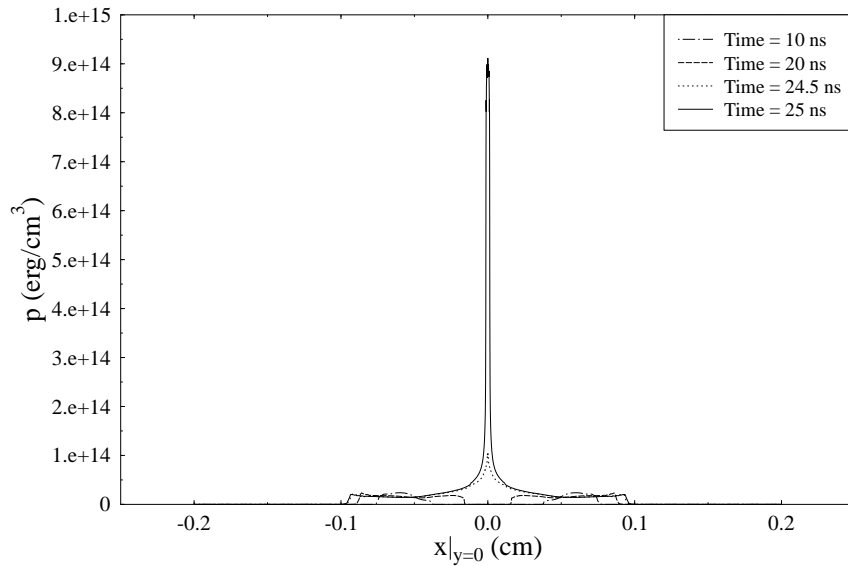


Abbildung 5.31: Druckverteilung zu ausgewählten Zeiten bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der x-Achse.

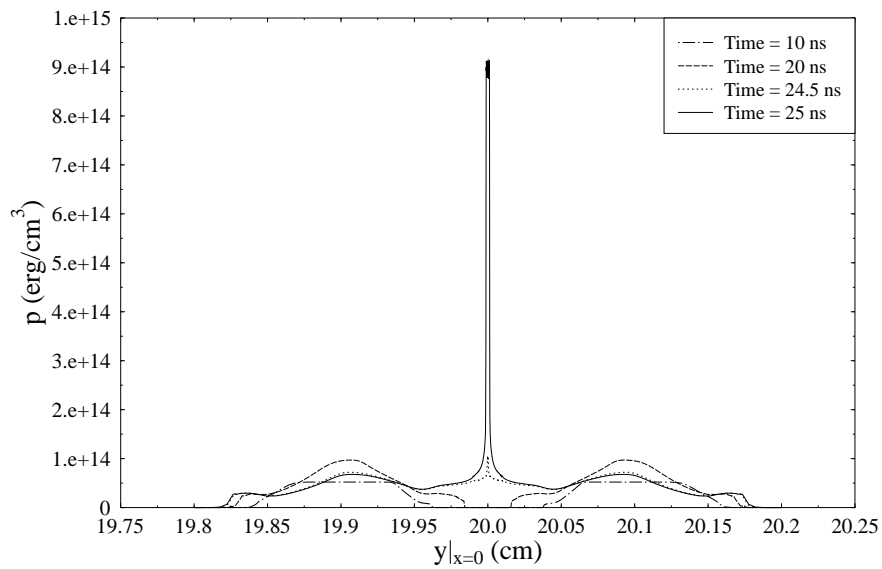


Abbildung 5.32: Druckverteilung zu ausgewählten Zeiten bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der y-Achse.

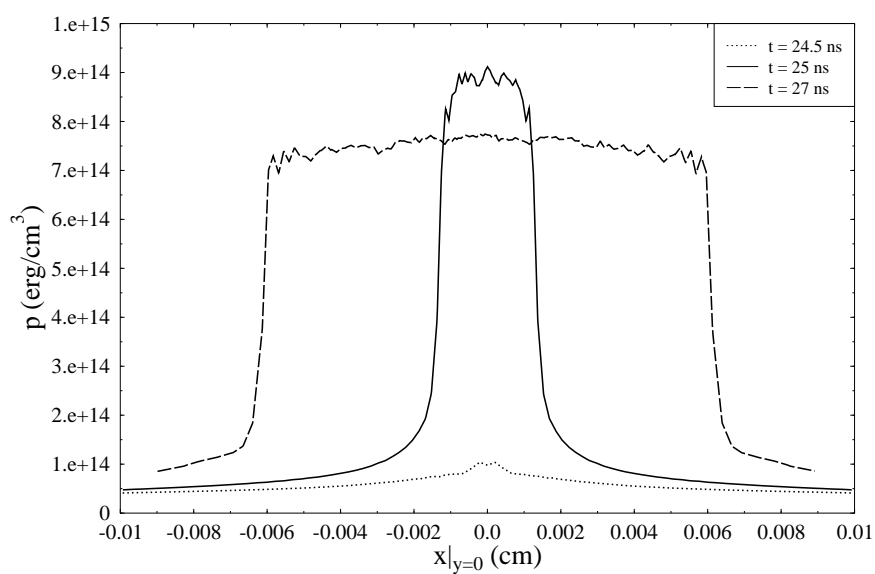


Abbildung 5.33: Druckverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der x-Achse.

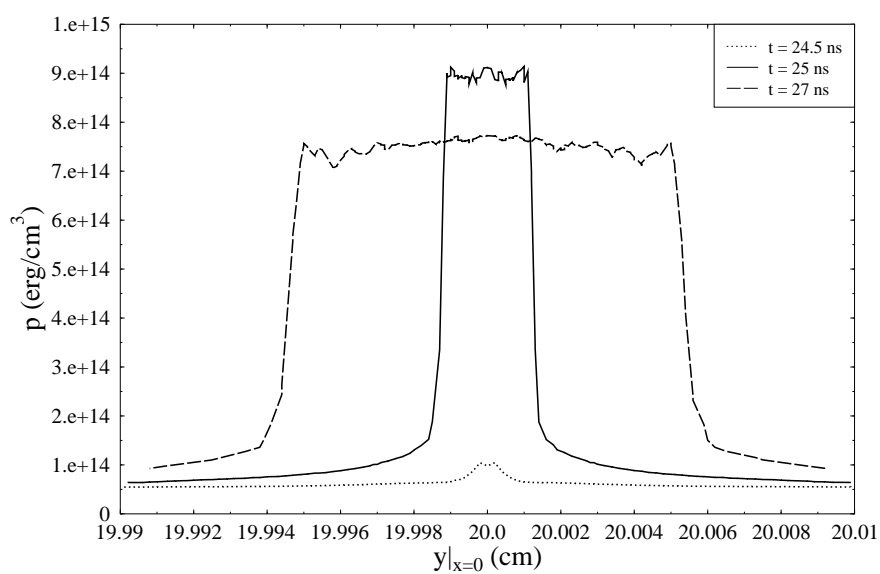


Abbildung 5.34: Druckverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der y-Achse.

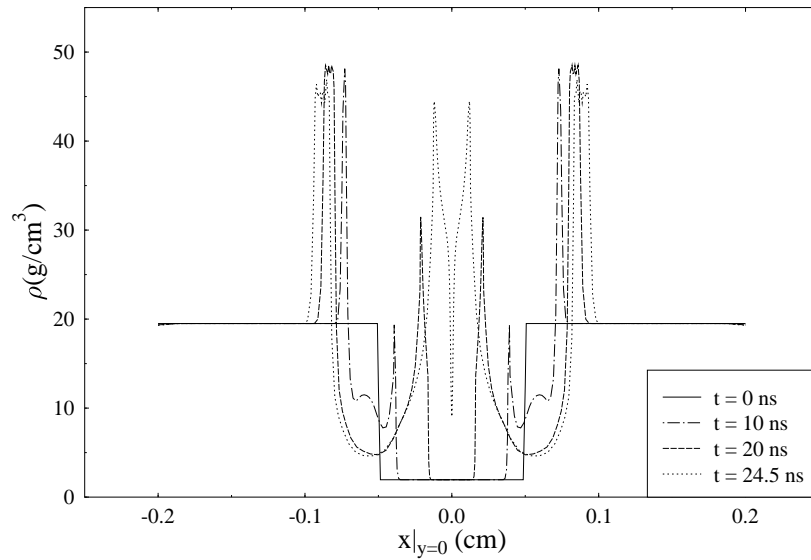


Abbildung 5.35: Einlaufende Stoßwelle bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der x-Achse.

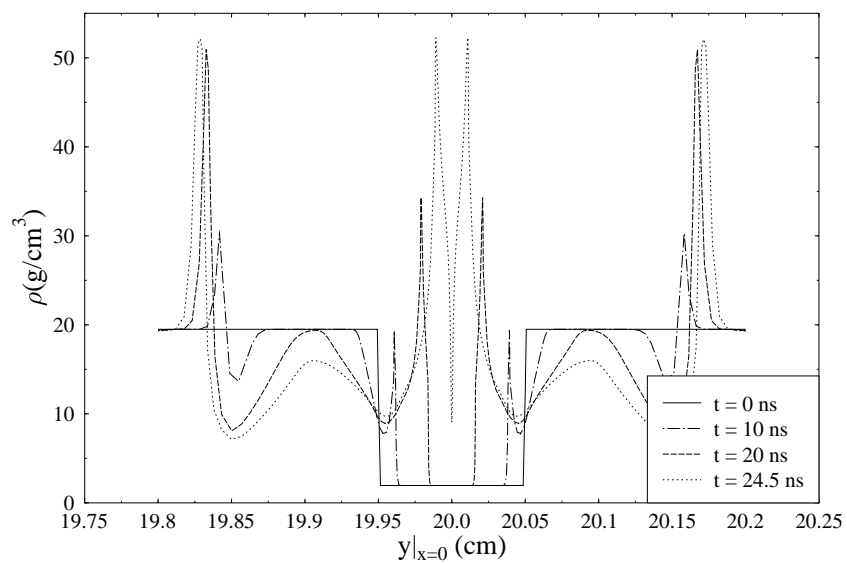


Abbildung 5.36: Einlaufende Stoßwelle bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der y-Achse.

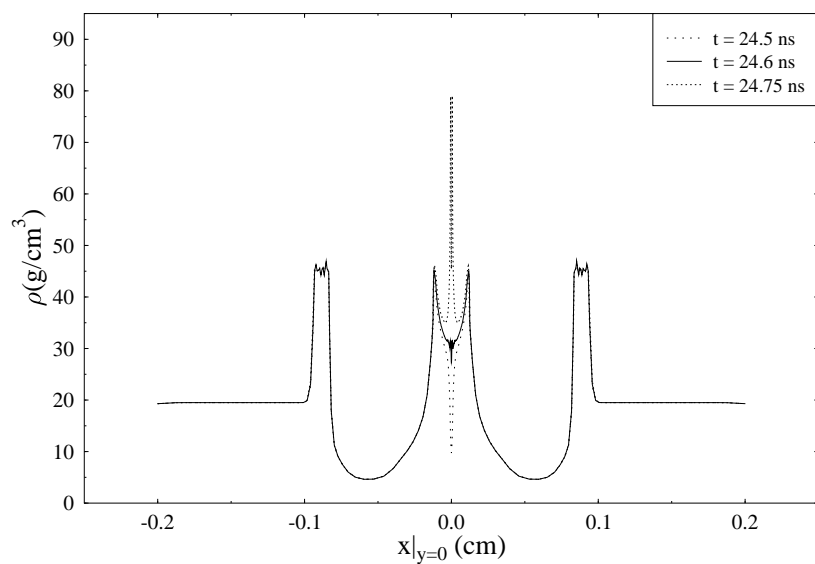


Abbildung 5.37: Dichteverteilung nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, case_5, in x-Richtung.

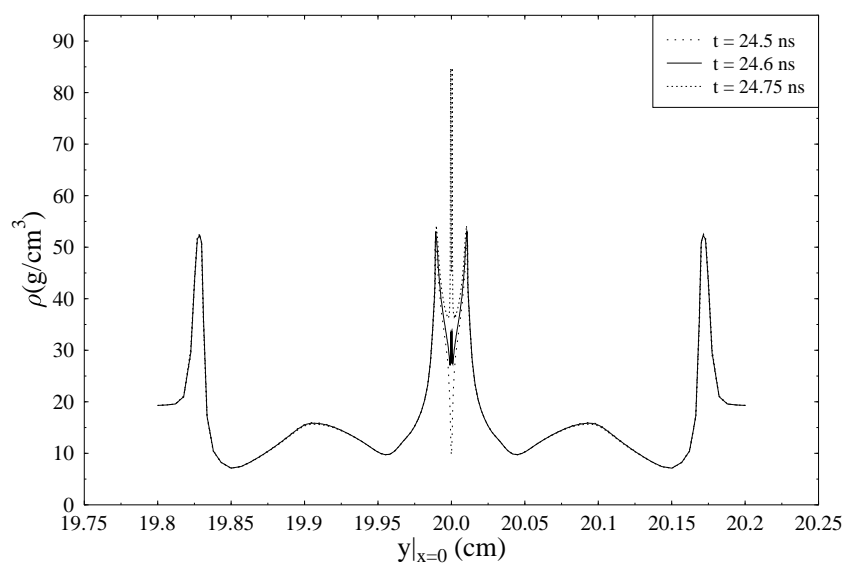


Abbildung 5.38: Dichteverteilung nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, case_5, in y-Richtung.

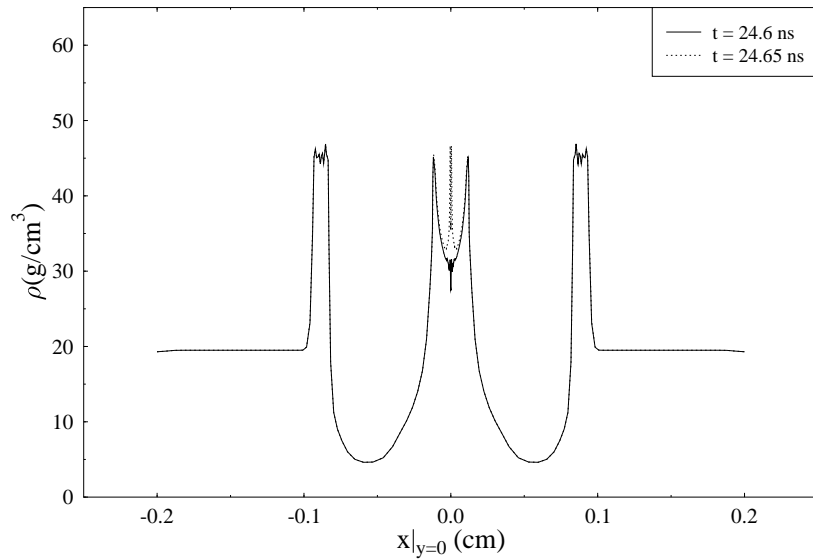


Abbildung 5.39: Dichteverteilung nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, case_5, in x-Richtung, in enger zeitlicher Auflösung.

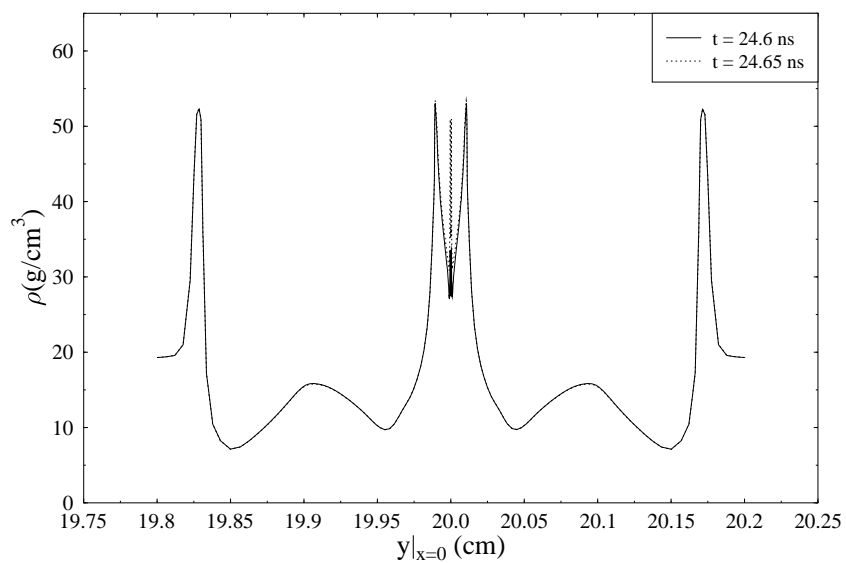


Abbildung 5.40: Dichteverteilung nach dem Abstoppen der Flüssigkeitselemente im Targetzentrum, case_5, in y-Richtung, in enger zeitlicher Auflösung.

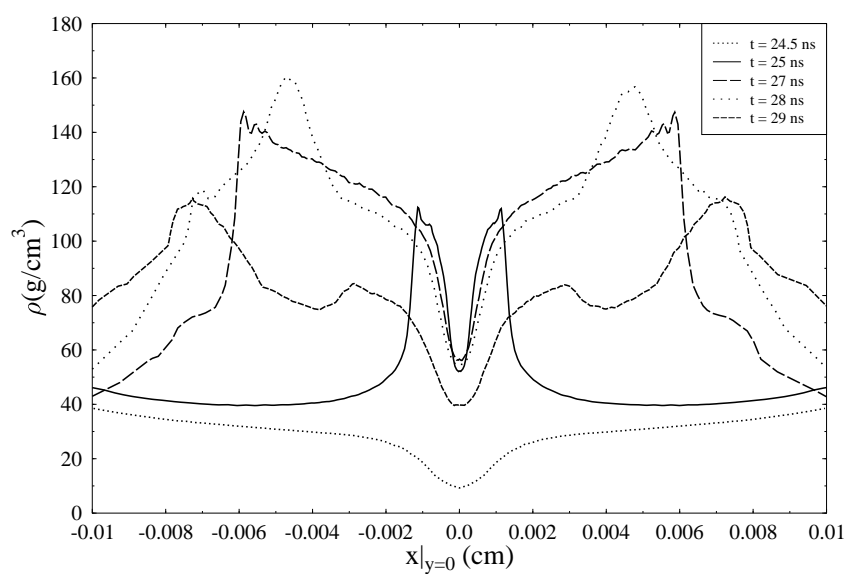


Abbildung 5.41: Dichteverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der x-Achse

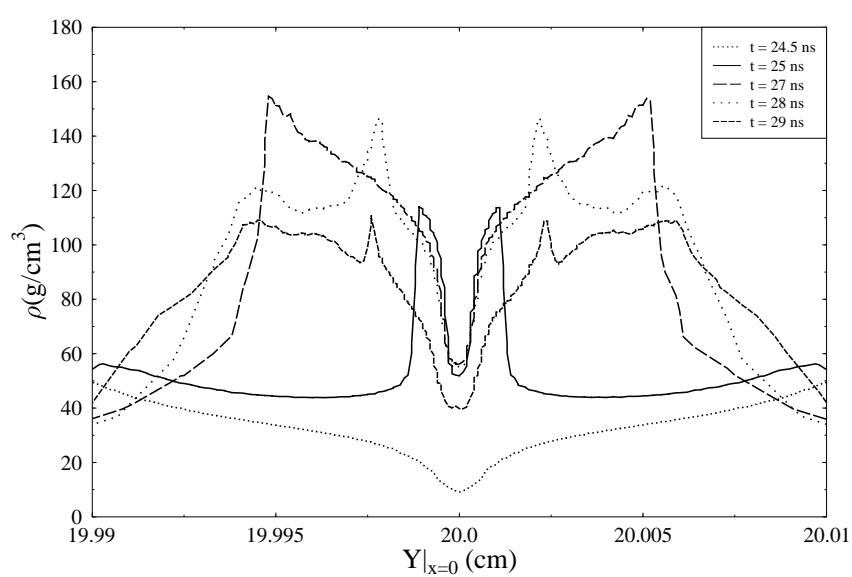


Abbildung 5.42: Dichteverteilung im Zentrum bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5, entlang der y-Achse

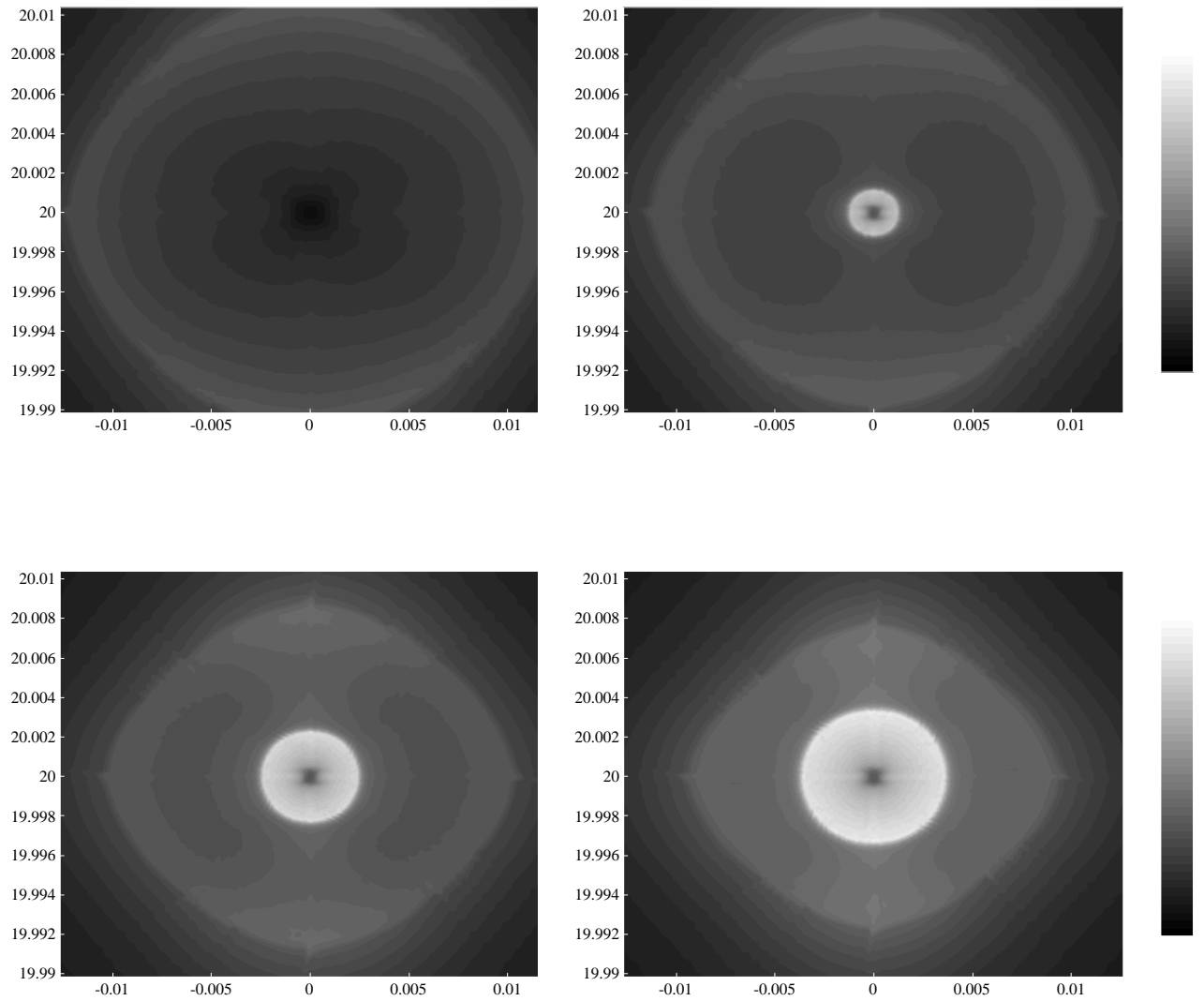


Abbildung 5.43: Dichte im Targetzentrum - $\frac{1}{20}$ Targetradius -, bei elliptischem Strahlquerschnitt, case_5 nach der Deposition; von links oben nach rechts unten, nach 24.5, 25, 25.5 und 26 ns, auf einer Skala von $0 \frac{g}{cm^3}$ – schwarz bis $150 \frac{g}{cm^3}$ – weiß.

5.3.4 Vergleich des Kompressionsverhaltens bei unterschiedlicher Elliptizität des Strahlprofils und Vergleich der Ergebnisse mit [Vat98]

Abb. (5.44) zeigt den Exzentrizitätsverlaufs des elliptischen Rings maximaler Dichte bei den verschiedenen cases. Die Exzentrizität dieses Rings nimmt offensichtlich mit der Zeit, bzw. der Dichte, oder der Abnahme der von dem Ring eingeschlossenen Fläche zu. Offensichtlich nimmt die Exzentrizität dieses Rings auch mit der Exzentrizität des Energiestrahls zu, und zwar in umgekehrter Richtung. Je Exzentrischer die Energiedeposition in y-Richtung ist, desto Exzentrischer ist der elliptische Ring maximaler Dichte in x-Richtung.

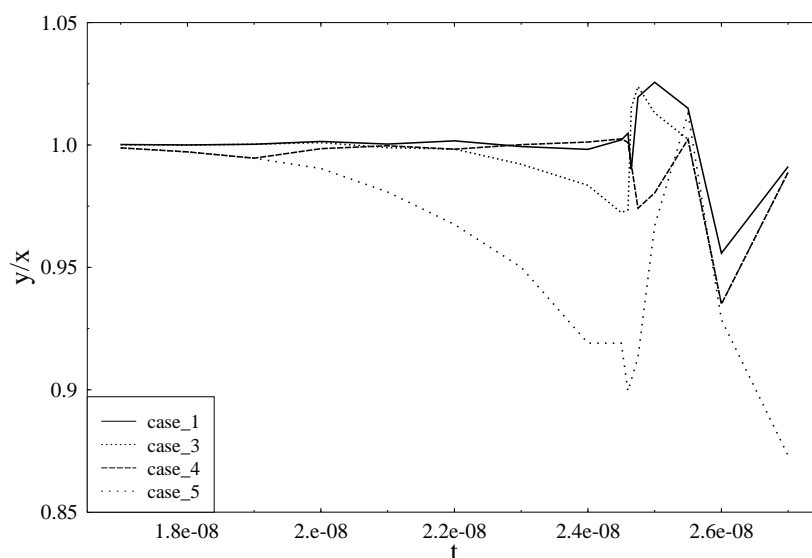


Abbildung 5.44: Darstellung des Verlaufs der Achsenverhältnisse beim Ring maximaler Dichte, bei case_1, case_3, case_4 und case_5

Abb. (5.45) zeigt einen zeitlichen Verlauf der Dichten im Zentrum bei den 5 cases. Wie bei [Vat98] sinken auch hier die erreichten Dichten im Zentrum mit wachsender Strahlelliptizität⁵. Die Werte für die Dichten im Targetzentrum sind nicht direkt mit den Dichtewerten für das Gebiet mit niedriger Initialisierungsdichte aus [Vat98] vergleichbar, weil in dieser Arbeit die maximalen Dichten nicht im Targetzentrum zu finden sind.

Wie in Abschnitt (5.3) erwähnt, hat sich bei den Simulationen zu dieser Arbeit herausgestellt, daß wenn die Exzentrizität des Strahlprofils größer als bei case_5 ist, die Kompression im Targetzentrum vorzeitig abbricht bzw. instabil wird. Erstaunlicherweise entspricht case_5 aber dem Fall mit der geringsten Exzentrizität aus der Arbeit [Vat98]. In [Vat98] wurde für wesentlich extremere Achsenverhältnisse Dichtewerte für das Gebiet mit niedriger Initialisierungsdichte bestimmt.

⁵Für das erneute Ansteigen der Dichte im Zentrum bei den ersten 3 cases kurz vor 30 ns gibt es keine schlüssige Erklärung. Dabei ist zu bemerken, daß das Targetzentrum hier lediglich wegen der besseren Vergleichbarkeit der cases ausgewählt wurde.

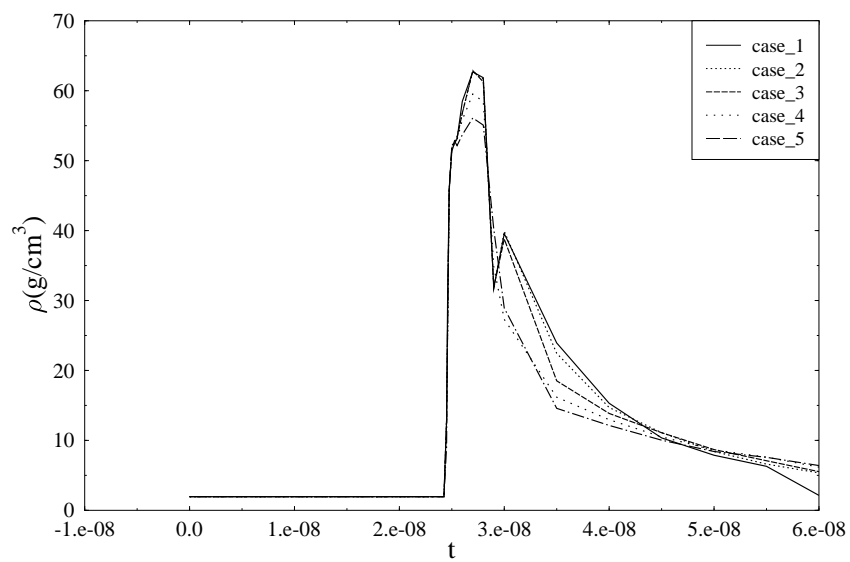


Abbildung 5.45: Dichteverlauf im Targetzentrum bei case_1 bis case_5

Zusammenfassung und Ausblick

Um, mit Simulationsexperimenten, den Einfluß des Strahlprofils auf die Pellet- bzw. Targetdynamik bei der Trägheitseinschlussfusion mit Schwerionenstrahlen zu untersuchen, wurde der Simulationscode MULTI2D so modifiziert, daß eine Darstellung der Energiedeposition in zwei kartesischen Koordinaten möglich ist.

Für die Simulationen wurde die Strahl-Target-Kombination von V. Vatulín, O. Vinokurov und N. Riabikina, "Investigation of the Dynamics of Solid Cylindrical Targets Illuminated by Ion Beams with Elliptic Cross Section", aus dem GSI Report High Energy Density in Matter Produced by Heavy Ion Beams (GSI-99-04), verwendet. Die in der Arbeit von Vatulín et al. verwendeten Strahlparameter, beziehen sich auf ein an der GSI in Darmstadt in Planung befindliches Ionen- und Antiprotonensynchrotron mit wesentlich höherer Strahlleistung als beim gegenwärtigen Schwerionensynchrotron SIS. Um eine ausreichend hohe Auflösung zu erhalten, wurde für die Target-Simulation in MULTI2D ein Lagrange-Gitter mit 43200 Gitterpunkten ausgewählt.

Als erstes wurden umfangreiche Untersuchungen der Entwicklung der Temperatur, des Drucks, der Geschwindigkeit und der Dichte der Volumenelemente des Targets durchgeführt. Hierzu wurden zweidimensionale Targetschnitte dieser Größen zu bestimmten Zeiten, orts aufgelöste Darstellungen dieser Größen entlang einer kartesischen Achse des Targetschnitts zu ausgewählten Zeiten, und zeitaufgelöste Darstellungen dieser Größen an bestimmten Orten des Gitters, bzw. in bestimmten Volumenbereichen des Targets angefertigt.

Sowohl bei Bestrahlung mit radialsymmetrischem Hohlstrahl, als auch bei Bestrahlung mit elliptischem Hohlstrahl, werden innerhalb von 20 ns 1.4 MJ/g deponiert. Während und nach der Energiedeposition breitet sich eine Kompressionswelle sowohl in Richtung Targetzentrum als auch in Richtung Targetperipherie aus. ≈ 25 ns nach Beginn der Energiedeposition erreichen Temperatur und Druck ihren Maximalwert im Zentrum des Targets. Der Radius des Gebiets maximalen Drucks vergrößert sich innerhalb der nächsten 2 ns auf $\approx 6 \cdot 10^{-3}$ cm.

Die Kompressionswelle breitet sich langsamer in Richtung Targetzentrum aus, als der Druck und die Temperatur. Wegen des hohen Drucks im Zentrum, befindet sich der Ort maximaler Dichte nicht im Targetzentrum, sondern bildet bei der Vereinigung der Dichtewelle im Targetzentrum, ≈ 24.5 ns nach Strahlungsbeginn, einen Ring hoher Dichte um das Zentrum herum. Kurz darauf, ≈ 24.6 ns nach Strahlungsbeginn, bildet sich, ausgelöst durch das Zusammentreffen der Dichtewelle im Targetzentrum, ein kleinerer Ring hoher Dichte um das Targetzentrum herum. Bereits nach 24.75 ns, also nur 0.2 ns nach dem Zusammentreffen der Materie im Zentrum, ist die Dichte in diesem Ring höher als im weiter vom Targetzentrum entfernt liegenden Ring hoher Dichte. Dies gilt sowohl für die Bestrahlung mit radialsymmetrischem Hohlstrahl, als auch für die Bestrahlung mit elliptischem Hohlstrahl. Die Maximalwerte der Größen Temperatur, Druck und Dichte im Target liegen bei Bestrahlung mit elliptischem Hohlstrahl bis zu 20% unter denen bei Bestrahlung mit radialsymmetrischem Hohlstrahl. Die Dichten im Ring maximaler Dichte liegen bei Bestrahlung mit radialsymmetrischem Hohlstrahl bei $\approx 160 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, bei Bestrahlung mit elliptischem Hohlstrahl knapp darunter. Das maximale Achsenverhältnis lag bei (1:2.25), bei größeren Achsenverhältnissen wird die weniger dichte Substanz im Zentrum des Pellets so ungleichmäßig komprimiert, das es vorzeitig zu einer Vermischung des Trei-

bers im Pelletzentrum mit dem Pelletmantel kommt, so daß der Treiber nicht ausreichend komprimiert wird.

Die theoretische Untersuchung, welchen Einfluss das Strahlprofil auf die Targetkompression hat ist von großer Bedeutung, weil der Transport und die Fokussierung von Schwerionenstrahlung so hoher Intensität, wie sie für eine Targetkompression mit Fusionsbrennen nötig sind, sehr schwierig und noch nicht Stand der Technik ist.

Sollte durch andere Arbeiten bestätigt werden, daß bei direkter Bestrahlung eines Hohltargets, bzw. eines Targets mit einem Mantel aus relativ dichtem Material und einem weniger dichten Treiber im Targetzentrum, mit einem Schwerionen-Hohl-Strahl, das Maximum der Druckwelle das Zentrum nicht erreicht, und somit ein Ring bzw. eine Hohlkugel maximalen Drucks um das Zentrum herum gebildet wird, hätte das, falls diese Technik zur Anwendung kommt, Konsequenzen für die Kompressionsdynamik eines realen Pellets. Möglicherweise wird nach der Zündung des Plasmas ein größerer Teil des Treibstoffs schneller verbrannt werden als bei einer Zündung im Pelletzentrum, außerdem könnte sich die Lebensdauer des Pellets erhöhen. Dies hätte für den Fall der direkten Bestrahlung eines Hohltargets mit einem Schwerionen-Hohl-Strahl eine Änderung des ρR -Kriterium zur Folge, das Pellet müsste nicht so stark komprimiert werden wie bisher vermutet, so daß die technischen Voraussetzungen für ein Fusionsbrennen vielleicht schneller realisiert werden können, als bisher angenommen.

Literaturverzeichnis

- [Ber92] Raith, Wilhelm (Hrsg.), *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Bd. 5, Vielteilchensysteme, Walter de Gruyter, Berlin - New York, 1992
- [Bre97] Breyman, Ulrich C++ *Eine Einführung*, Carl Hanser Verlag München Wien, 1997
- [Boc93] Bock, Rudolf, *Schwerionenforschung*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, Darmstadt, 1993
- [Boc81] Bock, Rudolf, *Ionenstrahlfusion*, Phys. Bl. 37 (1981) Nr. 7
- [Dal66] Daly, Bart, J. *Numerical Study of Two Fluid Rayleigh-Taylor Instability*, The Physics of Fluids, Volume 10, Number 2, 1967
- [Seb01] Debus, Jürgen Peter *Schwere Ionen gegen Krebs*, in ... und er würfelt doch!, Reise zum Urknall, Müller-Krumbhaar, H. und Wagner, H.-F., Wiley-VCH, Berlin 2001
- [Fae01] Faessler, Amand *Atomkerne: Bausteine der Materie und Brennstoff für die Sterne*, in ... und er würfelt doch!, Reise zum Urknall, Müller-Krumbhaar, H. und Wagner, H.-F., Wiley-VCH, Berlin 2001
- [Fer99] Ferziger, Joel H. *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer, Berlin, Heidelberg 1999
- [For89] Forster, Otto, *Analysis 2*, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1984
- [Fri95] Fritzsche, Harald, *Vom Urknall zum Zerfall*, dtv München
- [Geb94] O.Geb, K.H. Kang, K.-J. Lutz and J.A. Maruhn, GSI Report (GSI-95-06): *Cylindrical Convergence in Experiments with High Intensity Ion Beams*, in High Energy Density in Matter Produced by Heavy Ion Beams, Annual Report 1994, Gesellschaft für Schwerionenforschung, Darmstadt, S. 39
- [Geb96] Geb, O., Diplomarbeit, Frankfurt/Main, 1996
- [Gre91] Greiner, Walter, *Hydrodynamik*, Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main 1991
- [Gre93] Greiner, Walter, *Thermodynamik und Statistische Mechanik*, Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main 1993
- [GSI97] *Plasmaphysik mit schweren Ionen - der andere Weg zur Kernfusion*, GSI-Nachrichten 1/97
- [Her01] Herten, Gregor, *Teilchenphysik*, in ... und er würfelt doch!, Reise zum Urknall, Müller-Krumbhaar, H. und Wagner, H.-F., Wiley-VCH, Berlin 2001

- [Hof01] Hoffmann, Dieter H.H. *Kernfusion - grenzenlose Energie aus Wasser*, in ... und er würfelt doch!, Reise zum Urknall, Müller-Krumbhaar, H. und Wagner, H.-F., Wiley-VCH, Berlin 2001
- [Jac83] Jackson, John David, *Klassische Elektrodynamik*, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1983
- [Kan95] Kang, K., Dissertation, Frankfurt/Main, 1995
- [Lan84] Landau, L. D., Lifschitz, E. M. *Hydrodynamik*, Akademie Verlag GmbH, Berlin, 1991
- [Lut98] Lutz, K.-J., Dissertation, Frankfurt/Main, 1998
- [Mar98] J.A. Maruhn, I. Hofmann, GSI Report (GSI-99-04) *Achievable Maximal Temperatures in Simple Gold Targets for Various Future GSI Accelerator Scenarios*, in High Energy Density in Matter Produced by Heavy Ion Beams, Annual Report 1998, Gesellschaft für Schwerionenforschung, Darmstadt, S. 43
- [Mat01] Matis, Howard, *ABC's of Nuclear Science*, //www.lbl.gov/abc/Basic.html
- [May84] T. Mayer-Kuckuk, *Kernphysik*, Verl. B.G. Teubner, Stuttgart, 1984
- [Mue01] http://www.e18.physik.tu-muenchen.de/skript/Schalenmodell_Atomkerns.html
- [Ram92] Ramis, R., Meyer-ter-Vehn, J., *MULTI2D - A Computer Code for Two-Dimensional Radiation Hydrodynamics*, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, 8046 Garching, Fed. Rep. Germany, 1992
- [RRZ97] Regionales Rechenzentrum für Niedersachsen / Universität Hannover, *Die Programmiersprache C. Ein Nachschlagewerk*, RRNZ, Hannover, 1997
- [Sch94] Schröder, Ulrich E., *Spezielle Relativitätstheorie*, Verl. Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1994
- [Sch93] Schumacher, Uwe, *Fusionsforschung*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, 1993
- [Sta01] Stachel, Johanna, *Der Urknall im Labor*, in ... und er würfelt doch!, Reise zum Urknall, Müller-Krumbhaar, H. und Wagner, H.-F., Wiley-VCH, Berlin 2001
- [Sto97] Stöcker, *Taschenbuch der Physik*, Verl. Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1994
- [T4G83] T4-Group, *SESAME '83: Report on the Los Alamos Equation-of-State Library*, Rep. LALP-83-4, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM (1983)
- [Vog95] Vogel, H., *Gerthsen Physik*, Springer, 1997
- [Vat98] V.Vatulin, O.Vinokurov, N.Riabikina, GSI Report (GSI-99-04): *Numerical Investigation of the Dynamics of Solid Cylindrical Targets Illuminated by Ion Beams with Elliptic Cross Section*, in High Energy Density in Matter Produced by Heavy Ion Beams, Annual Report 1998, Gesellschaft für Schwerionenforschung, Darmstadt, S. 42
- [VUW01] *Aggregatzustand und Zustandsgrößen*,
<http://i115srv.vu-wien.ac.at/physik/ws95/w9570dir/w9571u10.htm>
- [Zel66] Zel'dovich, Ya. B., Raizer, Yu. P.; *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*, Vol. I, Academic Press, New York and London, 1966

Danksagung

Mein erster Dank geht an Herrn Prof. Dr. J. A. Maruhn für die Themenstellung und die freundliche und entgegenkommende Betreuung der Arbeit. Das große Interesse und die vielen hilfreichen Anregungen haben diese Arbeit geprägt.

Den Herren Dr. Thomas Bürvenich, Dipl.-Phys. Stefan Bernhard und Dipl.-Phys. Frank Illenberger möchte ich sehr herzlich für ihre freundliche Unterstützung in Form zahlreicher Ideen und Anregungen, Beantwortung meiner Fragen und die kritische Hinterfragung hat diese Arbeit wesentlich beeinflußt.

Meinen Zimmerkollegen Dipl.-Phys. Manuel Reiter und Dipl.-Phys. Lennard Kudling danke ich für die angenehme Arbeitsatmosphäre und für die freundliche Unterstützung bei allen EDV-technischen Fragen.

Schließlich gilt mein besonderer Dank der technischen Assistentin Frau Astrid Steidl für das anfertigen zahlreicher Zeichnungen.

Diese Arbeit soll meiner Frau Karola, meinen Kindern Julie und Joel, sowie meinen Eltern Erwin und Gertrud gewidmet sein.