Ein Dutzend

mathematischer

Betrachtungen

von

Clemens Rudolph Ritter v. Schinnern.

Wien,
bey Geistinger.
1826.

Vorrede.

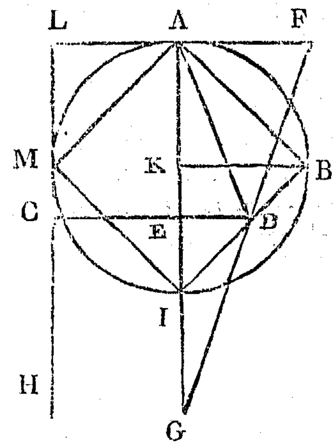
Ich lege hier den Liebhabern der Mathematik einige Resultate meines Nachdenkens in diesem Zweige menschlichen Wissens zur Prüfung vor.

Mögen Sie Dasjenige, was Sie in dieser Schrift als wahr und neu erkennen, als einen kleinen Beytrag zum Nutzen oder Vergnügen für den Menschen ansehen, und mögen Sie Dasjenige, was Sie als unrichtig erkennen, als Fehler des ersten litterarischen Products eines Jünglings mit Nachsicht beurtheilen.

Graz im Herbst 1825.

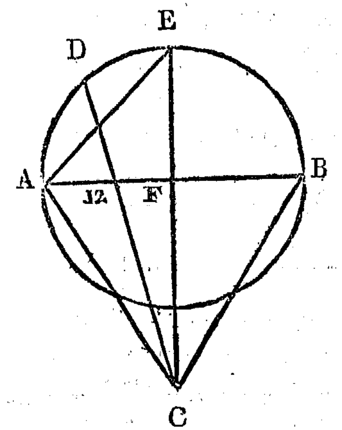
Der Verfasser.

Die Rectification des Kreises.



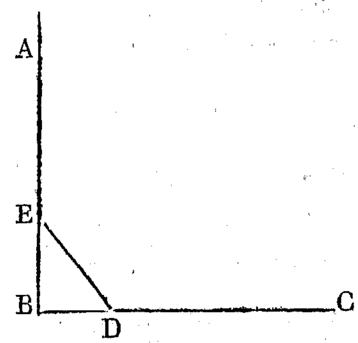
Es sey der Kreis ABIMA mit dem Halbmesser AK. — Man schreibe dem Kreise sein Quadrat ABIM ein, ziehe den Durchmesser AI, verlängere selben bis G, so dass IG = AK, errichte in A die rechten Winkel GAF und GAL, so dass AF = AK und AL = AK ziehe aus L die Parallele LH zu AI, verbinde F und G durch die Gerade FG, trage mit der Zirkelöffnung AB aus A auf die Linie FG den Punct D auf, verbinde A mit D und ziehe aus D die Parallele DC zu LF bis DC die LH schneidet, so ist CD = Bogen AB. Der Beweis scheint folgender zu seyn: Man setze AK $= 1$, EA $= y$ und ED $= z$, so verhält sich wegen Aehnlichkeit der Dreyecke AFG und EDG, AF: AG = ED: EG und deren Werthe substituirt $1 : 3 = z : 3 - y$ woraus die Gleichung I: $y = 3 - 3z$ entsteht; ferner ist in dem rechtwinkligen Dreyecke AED, $AD^2 = AE^2 + ED^2$ und deren Werthe substituirt II $2 = y^2 + z^2$ weil $AD = AB$ und $AD^2 = AB^2$ und $AB^2 = AK^2 + KB^2 = 1 + 1 = 2$; aus welchen 2 Gleichungen I und II durch Substitution die quadratische Gleichung $10z^2 - 18z + 9 = 2$ hervorgeht, woraus der Werth von $z = 0,56833763$ gefunden wird. Nun ist aber $CD = CE + ED = 1 + z = 1,56833763$ mithin verhält sich $AK : CD = 1 : 1,56833763$ oder $= 7 : 11$ was zu beweisen war.

Die gelöste Aufgabe dem Kreise jedes regelmässige Polygon durch blosse Verzeichnung einzuschreiben.



Es sey der Kreis EDABE mit dem Durchmesser AB. — Man errichte auf den Durchmesser AB das gleichseitige Dreyeck ABC, theile den Durchmesser AB in so viele gleiche Theile, als das einzuschreibende Vieleck Seiten haben soll, ziehe durch den zweyten Theilungspunct F die Gerade CE und verbinde E mit A, so ist EA die Seite des verlangten Vielecks. Der Beweis scheint folgender zu seyn: Man wolle ein regelmässiges Vieleck von n Seiten einschreiben so ist der Winkel ACB $= 60°$ vermöge der Voraussetzung und die Schenkel dieses Winkels AC und CB schneiden von dem Kreis ADEBA einen Bogen ADEB ab $= 180° = 60° \times 3$. Vermöge der Voraussetzung theile ich aber AB in n gleiche Theile mithin wird durch die Linien AC, DC, EC etc. auch der Winkel ACB und somit auch der Bogen ADEB in n gleiche Theile getheilt. Dadurch wird der Bogen $AD = \frac{60^\circ}{n} \times 3$, denn, wenn der Winkel $ACB = 60^\circ$ von dem Kreis ADEBA einen $Bogen = 60^\circ \times 3$ abschneidet, so wird der Winkel $\frac{ACB}{n} = \frac{60^\circ}{n}$ von demselben Kreise einen Bogen $= \frac{60^\circ}{n} \times 3$ und mithin der doppelte Winkel $\frac{ACB}{n}$ nähmlich $2 \times \frac{ACB}{n} = \frac{2 \times 60^\circ}{n}$ einen Bogen von $\frac{2 \times 60^\circ \times 3}{n} = \frac{360^\circ}{n}$ abschneiden und EA wird die Sehne dieses Bogens seyn. Die Seite eines eingeschriebenen regelmässigen Polygons von n Seiten ist aber der Sehne eines Bogens von $\frac{360^\circ}{n}$ gleich, der Winkel ACE ist aber $= \frac{360^\circ}{n}$ und wird von den Schenkeln AC und CE gebildet und CE geht durch den zweyten Theilungspunct der Linie AB, mithin scheint richtig, was zu beweisen war.

Die gelöste Aufgabe jedes Quadrat zu verzeichnen dessen Flächeninhalt eine irrationale Zahl ist.



Es sey ein Quadrat von dem Flächeninhalt $= n$ zu verzeichnen: Man suche 2 Zahlen x und y deren Summe $x + y = n$ und deren Unterschied $x - y, = 1$ ist (x wird gefunden, wenn man zu n, 1 addirt und die Summe halbirt nähmlich $x = \frac{n+1}{2}$ und y, wenn man von n, 1 abzieht und den Rest halbirt, nähmlich $y = \frac{n-1}{2}$ denn $\frac{n+1}{2} + \frac{n-1}{2} = n$ und $\frac{n+1}{2} - \frac{n-1}{2} = 1$) und zeichne ein rechtwinkliges Dreyeck, dessen Hypothenuse $= x$ und dessen eine Kathete $= y$ ist, so ist die andere Kathete die Seite des zu verzeichnenden Quadrats; denn wenn $x + y = n$ und $x - y = 1$ so ist $x^2 = y^2 + n$ und $\sqrt{n}$ alsdann geometrisch construirt, worauf es hier ankam.

Es sey z. B. ein Quadrat zu verzeichnen dessen Flächeninhalt $11 \square'''$ haben soll, so ist $x = 6'''$ und

$y = 5'''$. Man zeichne also einen rechten Winkel ABC, trage aus der Spitze A auf den Schenkel BC eine Länge $BD = 5'''$ auf und bestimme mit der Zirkelöffnung von $6'''$ aus dem Puncte D auf AB den Punct E, so ist EB die Seite eines Quadrats von 11 □''' denn $36 = 25 + 11 = 25 + EB^2$.

Eine Betrachtung, welche zeigt, wann man in der gewöhnlichen Zahlenlotterie die Wahrscheinlichkeit des Gewinnes für sich hat.

Dieses wird dann der Fall seyn, wenn man erstens immer eine und dieselbe Nummer setzt, und zweytens den Einsatz so lange verdoppelt, bis die gesetzte Nummer gezogen wird; denn da es erstens binnen 18 Ziehungen schon wahrscheinlich ist, dass die gesetzte Nummer gezogen wird, weil $18 \times 5 = 90$ ist, so ist es bey mehr Ziehungen noch um so wahrscheinlicher und weil zweytens die Einsätze die geometrische Reihe $I = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \ldots + 2^{n-1}$ und die Gewinne die geometrische Reihe $II = 14 + 28 + 56 + 112 + \ldots + 2^{n-1} \times 14$ bilden, weil der Einsatz 14 Mahl bezahlt wird; so ist klar, dass das nte Glied der Reihe II jederzeit grösser ist als die Summe von n Gliedern der Reihe I nähmlich $2^{n-1} \times 14 > 2^{n} - 1$; der Spieler daher jederzeit gewinnt, sobald nur seine Nummer früher oder später gezogen wird.

Eine sehr einfache Berechnung der Kugel.

Es sey der Halbmesser eines Kreises $= a$, so ist dessen Flächeninhalt $= 3{,}14159a^2$ und der Flächeninhalt des um diesen Kreis herumbeschriebenen Quadrats wird $= 4a^2$ seyn, um nun die Oberfläche der Kugel mit dem Halbmesser a zu finden, so sage ich: die Oberfläche der Kugel verhält sich zur Seitenoberfläche des um sie herum beschriebenen Cubus gleich wie sich der Kreis vom Halbmesser der Kugel, zu seinem umschriebenen Quadrat verhält (ich vergleiche hier die ganze Oberfläche der Kugel darum nur mit der Oberfläche des Cubus ohne Grundflächen, weil die Kugel keine Grundflächen hat, sie hat nähmlich nur Grundpuncte und weil man nur Gleiches mit Gleichem vergleichen kann) nähmlich $x : 16a^2 = 3{,}14159a^2 : 4a^2$, woraus der Werth von $x = \frac{16a^2 \times 3{,}14159a^2}{4a^2} = 3{,}14159a^2 \times 4$ hervorgeht; also, dass die Oberfläche der Kugel 4 Mahl so gross ist als ein dazu gehöriger grösster Kreis.

Nun finde ich auch eben so leicht den Cubikinhalt der Kugel, ich sage nähmlich: der Cubikinhalt der Kugel verhält sich zum Cubikinhalt des um sie herumbeschriebenen Cubus, gleichwie sich die Oberfläche der Kugel zur ganzen Oberfläche des Cubus verhält; (ich vergleiche hier die Kugeloberfläche darum mit den Seiten und Grundflächen des Cubus, weil es sich hier darum handelt, dass die Oberflächen einen körperlichen Raum einschliessen, was bey einem Cubus ohne Grundflächen undenkbar ist) nähmlich $y : 8a^3 = 3{,}14159a^2 \times 4 : 24a^2$ woraus der Werth von

$$y = \frac{8a^3 \times 3{,}14159a^2 \times 4}{24a^2} = \frac{3{,}14159a^2 \times 4 \times a}{3}$$ hervorgeht, nähmlich, dass der Cubikinhalt der Kugel dem dritten Theile des Productes ihrer Oberfläche in den Halbmesser gleich ist.

Einige Worte über eine Kritik der Mathematik.

Jede Wissenschaft bedarf einer Kritik und über viele Wissenschaften sind auch schon Kritiken geschrieben worden, zu denjenigen Wissenschaften aber, von welchen noch keine, wenigstens keine vollständige erschienen ist, gehört nach meinem Wissen auch die Mathematik. Es wäre daher zu wünschen, dass ein Gelehrter, welcher diesem Geschäfte gewachsen ist, eine schreiben möchte. Man glaube ja nicht, dass sich kein Stoff hiezu finden wird, der Mängel werden für eine abstracte Wissenschaft nur zu viele seyn. Als ein Beleg zu diesen Worten soll das Folgende dienen. Wie bekannt kommt in der Mathematik auch ein Theil der Grössenlehre unter dem Nahmen Analysis infinitorum vor. Es sey mir erlaubt, zu untersuchen, ob es auch eine solche mathematische Wissenschaft überhaupt geben könne. Das Unendliche ist nach Angabe der Mathematik entweder unendlich klein oder unendlich gross.

Was aber das unendlich Kleine betrifft, so ist klar, dass selbes kein Gegenstand der Berechnung seyn kann, weil es gar nicht existirt, denn eine Kleinheit ohne Ende ist ein Unding, ein Nichts; und was das Unendliche im wahren Sinne des Worts, nähmlich das unendlich Grosse betrifft, so ist selbes ebenfalls kein Gegenstand der Berechnung und zwar aus dem einfachen Grunde, weil das Unendliche keine Grösse ist, da es sich weder durch Zusatz vermehren noch durch Wegnahme vermindern lässt; denn liesse sich dies, so würde das Unendliche aufhören unendlich zu seyn. Man ersieht also was von dem Ausdrucke ∞^2 zu halten ist. Noch sonderbarer erscheinen derley Ideen in der Anwendung auf wirklich unendliche Gegenstände z. B. wer kann sich die Ewigkeit in der zweyten Potenz denken?

Dagegen werden vielleicht Manche einwenden: man verstehe in der Mathematik unter dem Worte unendlich nur den Sinn von ungemein, allein dagegen ist erstens zu erinnern, warum man denn alsdann nicht das schärfer bezeichnende Wort wirklich gebrauche; und zweytens wo denn bey abstracten Grössen die Gränze zwischen dem Gemeinen und Ungemeinen ist? Aber nun angenommen, man solle ungemein sagen und wüsste die Gränze zwischen dem Gemeinen und Ungemeinen, so kann es zwar sowohl ungemein grosse als auch ungemein kleine Grössen geben und das ungemein Kleine kann wieder entweder für uns bemerkbar oder unbemerkbar klein seyn, allein was nun das unbemerkbar ungemein Kleine betrifft, so kann selbes offenbar kein Gegenstand der Berechnung seyn, denn um einen Gegenstand zu berechnen, muss ich doch früher wissen, dass selber existirt. Was aber zuletzt das bemerkbar ungemein Kleine und ungemein Grosse betrifft, so unterliegen selbe als endliche Grössen; auch den Formen der Berechnung des Endlichen, und die Berechnung des Erstern, des ungemein Kleinen wird daher ein Gegenstand der Division und die Berechnung des Letztern ein Gegenstand der Multiplikation seyn, in keinem Falle aber werden selbe Grössen einer eigenen Berechnungsform unterliegen und mithin wird es auch keine Analysis infinitorum geben können.

Eine Betrachtung über die Kosten - Beyträge zur Stiegen - Beleuchtung.

Gewöhnlich tragen die Parteyen eines Hauses zur Kosten - Bestreitung der Stiegen - Beleuchtung gleich viel bey, allein dieses ist eine offenbare Unbilligkeit, denn schon beym oberflächlichen Nachdenken zeigt es sich, dass z. B. der Bewohner des 4ten Stockwerkes 4mahl mehr Licht braucht als der Bewohner des 1ten Stockes, also auch billigerweise mehr zahlen soll. Wenn man aber glaubt, dass er 4mahl mehr zahlen soll, so irrt man, da die Bewohner aller Stockwerke über eine und dieselbe Stiege gehen. Um nun das Verhältniss, nach welchem die Bewohner verschiedener Stockwerke zur Stiegen - Beleuchtung Geldbeyträge zu machen haben, zu finden; so setze man: es seyn x Stockwerke, in jedem Stockwerke wohne Eine Partey und die Geldsumme für die gesammte Stiegen - Beleuchtung betrage für einen bestimmten Zeitraum n fl., so kostet die Beleuchtung der Stiege zu einem Stockwerke: vorausgesetzt, dass die Stiege

zu jedem Stockwerke gleich stark beleuchtet ist $\frac{n}{x}$ fl. Ueber die Stiege zum 1ten Stockwerke gehen aber x Parteyen, mithin kommt auf die Partey des 1ten Stockes $\frac{n}{x^2}$ fl.; über die Stiege zum 2ten Stockwerke gehen x — 1. Parteyen, mithin kommt auf die Partey im 2ten Stocke $\frac{n}{x^2} + \frac{n}{x^2 - x}$ fl., für die Partey im 3ten Stocke $\frac{n}{x^2} + \frac{n}{x^2 - x} + \frac{n}{x^2 - 2x}$ fl.; für die im 4ten $\frac{n}{x^2} + \frac{n}{x^2 - x} + \frac{n}{x^2 - 2x} + \frac{n}{x^2 - 3x}$ fl. u. s. w.

Ein Beyspiel soll diess deutlicher machen: gesetzt es sey ein Haus mit 4 Stockwerken, in jedem Stockwerke eine Partey und die Beleuchtung für eine gewisse Zeit koste 48 fl., so kostet die Beleuchtung der Stiege zu einem Stockwerke 12 fl., über die Stiege zum 1ten Stockwerke gehen aber 4 Parteyen, mithin kommt auf die Partey im 1ten Stocke nur der Betrag von 3 fl., für die Partey im 2ten Stocke kommt zuerst ihr Antheil an der Beleuchtung der Stiege bis zum 1ten Stockwerke nähmlich 3 fl., und der dritte Theil der Kosten für die Beleuchtung vom 1ten bis zum 2ten Stockwerke, nähmlich 4 fl., nach denselben Gesetzen zahlt die Partey des dritten Stockes 3 + 4 + 6 fl., und die des 4ten 3 + 4 + 6 + 12 fl., man ersieht hieraus, dass die Partey des letzten Stockes die Beleuchtung vom 3ten oder vorletzten Stocke angefangen bis zum letzten ganz allein bestreiten muss, was auch nicht mehr als billig ist, da ausser ihr sonst Niemand vom Hause immer hinaufgeht. Die Beyträge werden sich daher in diesem Beyspiele wie 3: 7: 13: 25 verhalten. Da ich voraus gesetzt habe, dass in jedem Stockwerke nur eine Partey wohne, so habe ich hiedurch eigentlich gefunden, was jeder Stock zu zahlen hat, woraus hervorgeht, dass nur die Parteyen eines und desselben Stockwerkes den Geldbeytrag für eben diesen Stock, in welchem sie wohnen, zu gleichen Theilen zu tragen haben. Wenn daher in obigen Beyspiel im 1ten Stock 3, im 2ten 7, im 3ten 13 und im 4ten 25 Parteyen wohnen, so zahlt alsdann jede Partey Einen Gulden.

Die Formeln für den geometrisch- arithmetischen Rösselsprung.

Es ist bekannt, dass sich schon Euler mit dem Versuche zur Auffindung solcher Formeln beschäftigt hat, es ist mir aber nicht bekannt, dass irgend Jemand schon solche Formeln gefunden hat, ich bin daher so frey, selbe demjenigen Publico, welches hiefür ein Interesse hat, hiemit vorzulegen.

Fig. 1.

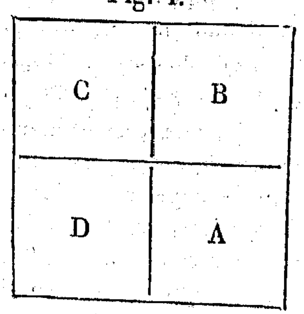
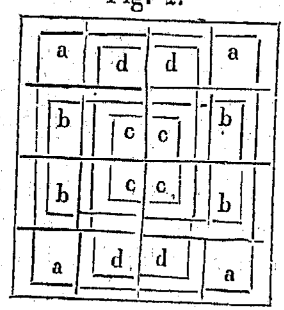


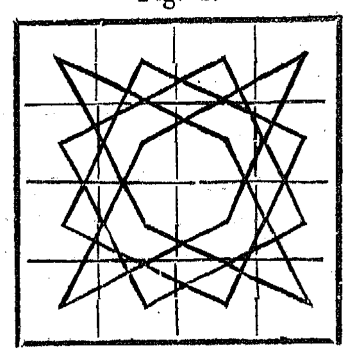
Fig. 2.



Man zerlege die Schachtafel nach Fig. 1. in 4 gleiche Quadrate A, B, C und D, dadurch wird die Schwierigkeit schon um 3/4 Theile vermindert; denn es ist klar, dass alles, was von A gilt, auch von B, C und D gilt, da ich die Schachtafel so drehen kann, dass mir bald B, C oder D zunächst zu meiner Rechten zu liegen kommt. — Alsdann zerlege man nach Fig. 2. das Quadrat A in seine 16 Felder und schreibe dem Quadrate A die 4 Rechtecke aaaa, bbbb, cccc und dddd ein und nun beobachte man folgende allgemeine Regeln:

1. Springe man nie füher aus dem Quadrate A hinaus, bevor man nicht in demselben 4 Felder dergestalt berührt hat, dass die Mittelpuncte derselben durch gerade Linien verbunden, eine von den geometrischen Figuren bilden, wie sie die Fig. 3. zeigt.

Fig. 3.



2. Beobachte man diese Regel auch bey den Quadraten B C und D.

3. Bilde man die 16 geometrischen Figuren in 4 Touren dergestalt, dass in einer Tour in jedem der

4 Quadrate A B C und D nie mehr als eine geometrische Figur gebildet wird und

4. sehe man darauf, dass die gleichen Figuren einer Tour mit einander parallel liegen, und dass man alle berührten Felder mit den fortlaufenden Zahlen bezeichne und zwar in derselben Ordnung, in welcher man die Felder berührt hat. Um nun die Formeln zu finden, braucht man nur die Aufeinanderfolge festzusetzen, in welcher die 4 grossen Quadrate A B C und D berührt und welche Figuren (ein Rhombus oder ein Quadrat) in denselben gebildet werden müssen. Bezeichnet man nun die Bildung eines Rhombus mit R und die Bildung eines Quadrats mit Q so ergeben sich folgende Formeln.

I. Formel für die mit a bezeichneten Felder. (Siehe Fig. 2.)

Die Aufeinanderfolge der

Touren.	Berührung d. Quadrate.	Bildung d. g. Figuren.
1. Tour	ABCD	R. R. R. R.
2. —	DCBA	Q. Q. Q. Q.
3. —	ABCD	R. Q. R. Q.
4. —	DCBA	R. Q. R. Q.

II. Formel für die mit b bezeichneten Felder.

1. Tour	ABCD	Q. R. Q. R.
2. —	DCBA	Q. R. Q. R.
3. —	ABCD	Q. Q. Q. Q.
4. —	DCBA	R. R. R. R.

III. Formel für die mit c bezeichneten Felder.

1. Tour	ABCD	R. Q. R. Q.
2. —	ABCD	R. R. Q. Q.
3. —	DCBA	R. Q. R. Q.
4. —	DCBA	R. R. Q. Q.

IV. Formel für die mit d bezeichneten Felder.

Die Aufeinanderfolge der

Touren.	Berührung d. Quadrate.	Bildung d. g. Figuren.
1. Tour	ABCD	Q. Q. R. R.
2. —	ABCD	Q. R. Q. R.
3. —	DCBA	Q. Q. R. R.
4. —	DCBA	Q. R. Q. R.

Beobachtet man nun, je nach Umständen, nebst den allgemeinen Regeln eine von diesen Formeln z. B. die erste wenn man den Springer zuerst auf einen in Fig. 2. mit a bezeichneten Felde aufsetzt, so wird stets folgendes der Fall seyn.

1tens wird der Springer, man mag ihn aufsetzen, wo immer; alle Felder und zwar jedes nur Einmahl berühren.

2tens werden die Mittelpuncte, von je 4 und 4 nach einander besetzten Felder, durch gerade Linien verbunden, geometrische Figuren bilden und

3tens werden die Summen der Zahlen in den Horizontalreihen jederzeit einander gleich seyn, nähmlich die Summe 260 geben.

Hier folgen 4 Beyspiele für die 4 Formeln.

Fig. 4. als Beyspiel für die erste Formel.

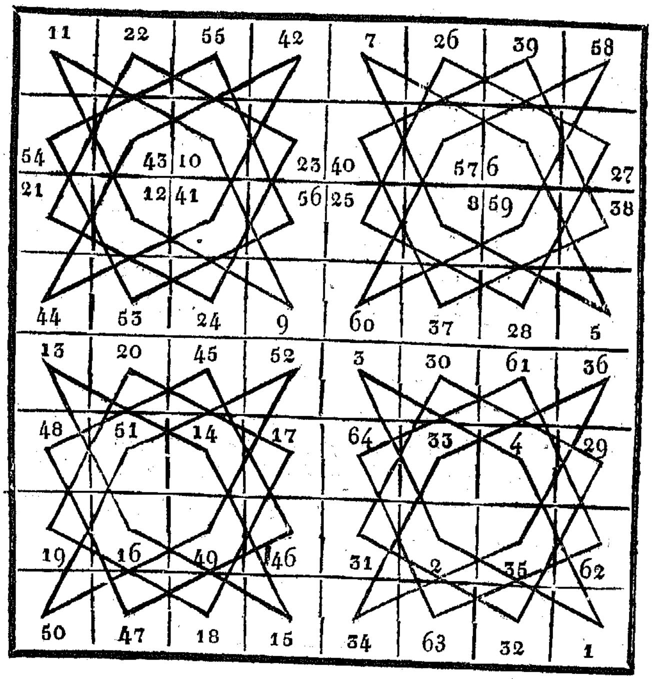


Fig. 5. als Beyspiel für die zweyte Formel.

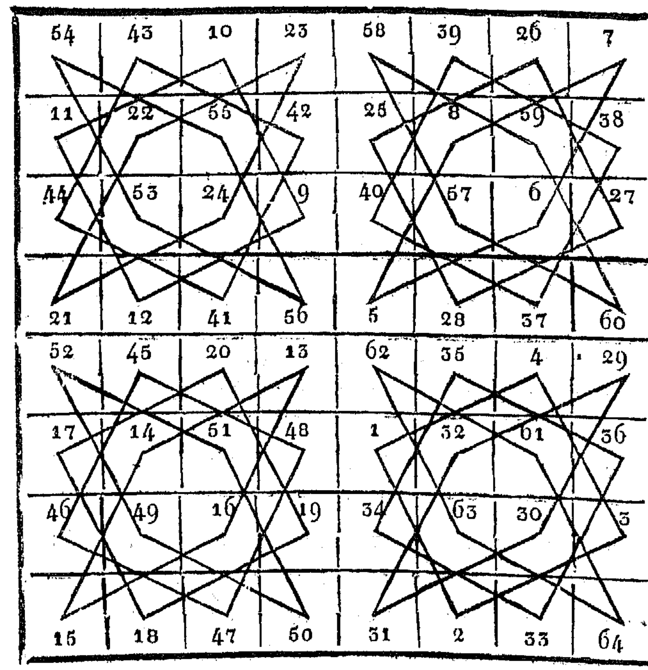


Fig. 6. als Beyspiel für die dritte Formel.

10	39	26	55	42	7	58	23
27	54	9	40	57	24	43	6
38	11	56	25	8	41	22	59
53	28	37	12	21	60	5	44
36	13	30	49	4	45	64	19
29	52	33	16	61	20	3	46
14	35	50	31	48	1	18	63
51	32	15	34	17	62	47	2

Fig. 7. als Beyspiel für die vierte Formel.

55	26	39	10	23	58	7	42
38	11	56	25	8	41	22	59
27	54	9	40	57	24	43	6
12	37	28	53	44	5	60	21
29	52	35	16	61	20	1	46
36	13	32	49	4	45	62	19
51	30	15	34	17	64	47	2
14	33	50	31	48	3	18	63

Man dürfte vielleicht noch zu erinnern haben:

1. dass ich die Art der Springung in einer jeden einzelnen geometrischen Figur nicht angegeben habe, allein die ergibt sich aus den andern Regeln meistens von selbst, und da wo sie sich nicht von selbst ergibt, nähmlich bey den Fällen, wo eine Tour in demselben Quadrate wieder anfängt, wo die vorige aufhörte und bey Bildung der 16ten geometrischen Figur wie z. B. in Fig. 4 bey Nr. 13. Nr. 29 und Nr. 61 sind die allenfalligen Irrungen nach vollendeter Springung sehr leicht zu ändern, und

2. dass, wenn man die Stellung von Nr. 1 und 3 verwechselt, was allzeit auch wirklich angeht, die Summen der Zahlen in den Horizontalreihen einander offenbar nicht mehr gleich seyen, allein dagegen erinnere ich, dass man alsdann diejenigen Springungen, wobey nach obiger Angabe eine Irrung möglich war, ebenfalls gehörig verwechsle, wo hernach die Zahlen in den Horizontalreihen wieder gleiche Summen geben werden. — Wenn man z. B. in Fig. 4 Nr. 1 mit 3 verwechseln will, so verwechsle man alsdann auch Nr. 30 mit 32, 33 mit 35 und 62 mit 64 so behauptet die Formel wieder ihre Wahrheit.

Will man, dass alle Summen der Zahlen statt in der Horizontal in den Vertical-Reihen einander gleich seyen, so gelten hier folgende Formeln:

I. Formel für die in Fig. 2. mit a bezeichneten Felder.

Die Aufeinanderfolge der

Touren.	Berührung d. Quadrate.	Bildung d. g. Figuren.
1. Tour	ADCB	R. R. R. R.
2. —	BCDA	Q. Q. Q. Q.
3. —	ADCB	R. Q. R. Q.
4. —	BCDA	R. Q. R. Q.
II. Formel für die mit b bezeichneten Anfangsfelder.		
1. Tour	ADCB	Q. Q. R. R.
2. —	ADCB	Q. R. Q. R.
3. —	BCDA	Q. Q. R. R.
4. —	BCDA	Q. R. Q. R.
III. Formel für die mit c bezeichneten Anfangsfelder.		
1. Tour	ADCB	R. Q. R. Q.
2. —	ADCB	R. R. Q. Q.
3. —	BCDA	R. Q. R. Q.
4. —	BCDA	R. R. Q. Q.
IV. Formel für die mit d bezeichneten Anfangsfelder.		
1. Tour	ADCB	Q. R. Q. R.
2. —	BCDA	Q. R. Q. R.
3. —	ADCB	Q. Q. Q. Q.
4. —	BCDA	R. R. R. R.

*

Fig. 8. als Beyspiel für die erste Formel.

11	54	21	44	13	46	17	50
22	43	12	53	20	49	14	47
55	10	41	24	45	16	51	18
42	23	56	9	52	19	48	15
7	40	25	60	3	64	31	34
26	57	8	37	30	33	2	63
39	6	59	28	61	4	35	32
58	27	38	5	36	29	62	1

Fig. 9. als Beyspiel für die zweyte Formel.

10	27	38	53	14	51	34	31
39	54	11	28	35	32	15	50
26	9	56	37	52	15	30	33
55	40	25	12	29	36	49	16
42	57	8	21	48	17	2	63
7	24	41	60	1	62	47	18
58	43	22	5	20	45	64	3
23	6	59	44	61	4	19	46

Fig. 10. als Beyspiel für die dritte Formel.

10	27	38	53	36	29	14	51
39	54	11	28	13	52	33	30
26	9	56	37	32	35	50	15
55	40	25	12	49	16	51	34
42	57	8	21	4	61	48	17
7	24	41	60	45	20	3	64
58	43	22	5	62	1	18	47
23	6	59	44	19	46	63	2

Fig. 11. als Beyspiel für die vierte Formel.

23	42	11	54	13	46	17	50
10	55	22	43	20	49	14	47
41	24	53	12	45	16	51	18
56	9	44	21	52	19	48	15
7	40	25	60	29	36	1	62
26	57	8	37	4	61	32	35
39	6	59	28	33	30	63	2
58	27	38	5	64	3	34	31

Ich zeichnete in den Fig. 6. bis inclusive 11 die geometrischen Figuren, obschon sie allzeit statt finden, darum nicht wirklich, damit die arithmetische Gleichheit desto leichter in die Augen fällt.

Eine Betrachtung, welche die Entbehrlichkeit der Stiegen zeigen soll.

Täglich hört man Klagen über das beschwerliche Stiegensteigen; es frägt sich nun, ob es nicht möglich wäre, diesen Klagen abzuhelfen? Ich glaube man kann selben und zwar durch Hülfe der Mechanik abhelfen, wenn man nähmlich die Stiegen selbst entbehrlich macht, und dieses kann auf folgende Art geschehen.

Erstens befestige man in jedem Stockwerke in der Mauer einen hinlänglich starken Hacken, zweytens bringe man in jedem Stockwerke eine liegende Winde an, drittens hänge man an den Hacken einen Flaschenzug mit einem Behältniss für die Last und viertens befestige man in dem Behältniss für die Last eine stehende Winde.

Durch diese Vorrichtungen wird man im Stande seyn, sich selbst und eine Last auf und ab zu winden. Sich selbst wird man auf und ab bringen, wenn man den Strick, woran die Kraft am Flaschenzuge wirkt, um die stehende Winde schlägt, in das Behältniss der Last steigt und an der stehenden Winde zu drehen beginnt, und eine Last wird man in die Höhe und Tiefe schaffen, wenn man den Strick, woran die Kraft wirkt, statt um die stehende um die liegende Winde schlägt und dann an letzterer dreht.

Diese Einrichtung würde folgende Vortheile vor einer Stiege gewähren, erstens würde sie die Gesundheit aller Menschen, insbesondere aber die der Dienstbothen, aller Kranken, Aerzte, Brief- und Lastträger bey weiten besser erhalten, zweytens würde man alle Lasten mit weit geringerm Kraftaufwand hin und her

schaffen können, drittens käme sie wohlfeiler, viertens würde sie besonders in grossen Städten von Nutzen seyn, wo wegen Raumersparniss die Stiegen oft so schmal und gebogen in die Höhe gehen, dass man grosse Meubles über die Stiege gar nicht in die Höhe schaffen kann, fünftens würde sie in Gebäuden, wo schon Stiegen bestehen, auch den Vortheil gewähren, dass in Feuersgefahr, wenn die Stiege schon in Flammen oder eingestürzt ist, ein Rettungsmittel mehr vorhanden wäre, sechstens würde auch die Sicherheit der Person und des Eigenthums in Gebäuden, wo keine Stiege ist, hiedurch befördert, indem während der Nacht oder gefahrvoller Zeiten der Flaschenzug in die Höhe gezogen werden könnte.

Die Cohäsion ist von der Gravitation identisch verschieden.

Diess lässt sich mathematisch erweisen; denn gesetzt der Körper B sey specifisch doppelt so schwer als der Körper A, so enthält der Körper B in gleichem Raume doppelt so viel Masse als der Körper A und die Theile des Körpers B werden sich ebendesshalb auch in doppelter Nähe befinden als die Theile des Körpers A. Es wirkt mithin im Körper B eine doppelt so grosse Masse in doppelter Nähe als im Körper A, mithin müsste nach den Gravitationsgesetzen die anziehende Kraft in B 8mahl so gross seyn als in A. 8 ist aber die dritte Potenz von 2, mithin müssten sich die Cohäsionskräfte zweyer Körper, wenn die Cohäsion mit der Gravitation identisch wäre, gegen einander verhalten wie die dritten Potenzen ihrer specifischen Gewichte, mithin müsste der specifisch schwerere Körper auch jederzeit eine stärkere Cohäsion haben; diess ist aber nicht der Fall, denn Eisen ist z. B. fester als Bley, mithin was zu erweisen war.

Das Verhältniss des Glücks zur Kunst im Whistspiel.

Um dieses zu finden, ist es nöthig sowohl das Glück als die Kunst zu berechnen. Unter Glück verstehe ich hier die mögliche Anzahl der verschiedenen Spiele, und unter Kunst die Anzahl aller möglichen Beurtheilungen eines Spielers in einem Spiel. Ich will zuerst das Glück berechnen. Hier kommen folgende Fragen zu beantworten. Erstens: Wie oft kann der Kartenfall beym Spieler A wechseln? Zweytens: Wie oft beym Spieler B? Drittens: Wie oft beym C? Viertens: Wie oft beym D? (da 4 Spieler sind) Fünftens: In wie vielfach verschiedener Ordnung können 4 Personen sitzen? und Sechstens: Wie oft kann der Atout wechseln?

Um die ersten 4 Fragen zu beantworten, stelle man sich vor, es würden jederzeit alle 13 Karten auf einmahl ausgegeben, so kann Erstens: der Kartenfall beym Spieler A 635013559600mahl wechseln, weil sich 52 (denn so viele Karten sind) zu 13 so vielmahl verbinden lassen. Zweytens kann der Kartenfall beym

Spieler B 8122425444mahl wechseln da sich 39 zu 13 so vielmahl verbinden lassen; denn da A schon 13 Karten hat, so bleibt für B nur die Wahl zwischen 39 Karten. Drittens kann der Kartenfall beym Spieler C 10400600mahl wechseln, da sich 26 zu 13 so vielmahl verbinden lassen, denn da A und B, jeder schon 13 Karten haben, so bleibt für C nur die Wahl zwischen 26 Karten. Viertens ist der Kartenfall des Spielers D gleich 1, denn da A, B und C schon Karten haben, so bleibt für D keine Wahl mehr übrig. Fünftens können 4 Personen auf 24fach verschiedene Art sitzen, weil sich 4 so oft versetzen lassen, und Sechstens kann der Atout 4mahl wechseln, weil 4 Farben sind.

Jetzt erst ist man im Stande die Anzahl aller möglichen Spiele zu erfahren; man muss nähmlich die Zahlen, welche man als Antworten auf obige 6 Fragen erhalten hat, mit einander multipliciren, da alle diese Fälle der Möglichkeit dieser 6 Antworten in der verschiedensten Verbindung neben einander bestehen können wo man die Zahl 5149894,,,, 825487,,, 884112,, 566794, 24000 erhält.

Nun die Berechnung der Kunst. Da selbe in diesem Spiel nur im Zugeben der Karten besteht, so darf man nur die Reihe $13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2$ addiren, denn beym ersten Zugeben hat man die Wahl zwischen 13, beym zweyten zwischen 12 Karten u. s. w. wo man die Zahl 90 erhält. Es zeigt sich demnach dass das Glück die Kunst mehr als 50,000 quatrillionenmahl überwiegt, woraus hervorgeht, wie wenig man sich im Whistspiel ohne Glück auf seine Geschicklichkeit verlassen kann. Bey der Berechnung der Kunst ist zu bemerken, dass zwar nicht jedes Spiel so viele Beurtheilungen zulässt, aber doch einige Spiele denkbar sind, wo alle diese Beurtheilungen statt finden können, und dass es hier nur auf Berechnung des Maximums der Möglichkeit ankam.

Das Verhältniss des Glücks zur Kunst im L'hombre-Spiel.

Dieses lässt sich auf eine ähnliche Art wie im Whist berechnen. Bey der Berechnung des Glücks kommen hier folgende Fragen zu beantworten. Erstens: Wie oft kann der Kartenfall beym Spieler A wechseln? Zweytens wie oft beym B? Drittens wie oft beym C (da drey Spieler sind)? Viertens wie oft im Talon? Fünftens in wie vielfach verschiedener Ordnung können die Karten im Talon liegen? und Sechstens in wie viel Ordnungen können 3 Personen sitzen?

Um die 4 ersten Fragen zu beantworten, stelle man sich vor, es würden alle 9 Karten auf einmahl ausgegeben, so kann nach einer ähnlichen Berechnung wie beym Whist (da L'hombre mit 40 Karten gespielt wird) der Kartenfall Erstens beym Spieler A 273438880 mahl wechseln. Zweytens beym Spieler B 20160075 mahl. Drittens beym C 497420mahl und viertens ist der Kartenfall im Talon = 1. Fünftens können die Blätter im Talon in 6227020800fach verschiedener Ordnung liegen, weil sich 13 Grössen so oft versetzen lassen, und Sechstens können 3 Personen in 6fach verschiedener Ordnung sitzen, weil sich 3 Grössen so oft versetzen lassen. Diese 6 Zahlen mit einander multiplizirt bestimmen die Zahl aller möglichen Spiele auf,

102,,,,, 448881,,,, 173710,,, 629849,, 747456, 000000.

Nun die Berechnung der Kunst: Hier kommen folgende Fragen vor. Erstens: Spielen oder nicht? Zweytens: Wenn man spielt, mit oder ohne Umschlag? Drittens wenn man ohne Umschlag spielt in welcher Farbe? Viertens: Kaufen oder nicht? Fünftens: wenn man kauft, wie viele Karten? Sechstens: welche Karten verwerfen? und Siebentens: wie Spielen?

Bey der ersten Frage sind 2 Fälle möglich, bey der zweyten ebenfalls 2, bey der dritten 4 da 4 Farben sind, bey der vierten 2, bey der fünften 9 da man 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 oder 9 Karten kaufen kann, bey der sechsten Frage ist das Maximum der Beurtheilungsfälle 126 da die Anzahl der Verbindungen von 9 zu 4 oder 5 = 126 und grösser als die Anzahl der Verbindungen von 9 Grössen zu 1, 2, 3, 6, 7, 8 oder 9 ist, bey der siebenten Frage sind 44 Beurtheilungen möglich weil $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 44$ ist.

Nun erst ist man im Stande die Zahl aller möglichen Beurtheilungen zu erfahren, man muss nähmlich die Zahlen, welche man als Antworten auf obige 7 Fragen erhalten hat, addiren, weil alle diese Fälle der Möglichkeit dieser 7 Antworten nur nach einander statt finden können, wodurch die Zahl aller möglichen Beurtheilungen auf 189 bestimmt wird. Es zeigt sich demnach, dass im L'hombre das Glück die Kunst mehr als 500,000 quatrillionenmahl übersteigt, woraus hervorgeht, dass man sich im L'hambre ohne Glück noch weniger als im Whist auf seine Geschicklichkeit verlassen darf, übrigens gilt hier, bey der Berechnung der Kunst dieselbe Bemerkung, welche beym Whist gemacht wurde.

Vergleicht man nun beyde Spiele, Whist und L'hombre mit einander, so findet man erstens: Dass L'hombre beyläufig 20mahl mehr Abwechslung gewährt, weil im L'hombre 20mahl mehr verschiedene Spiele möglich sind als im Whist; zweytens: Dass L'hombre beyläufig doppelt raffinirter ist, weil die Kunst im L'hombre 2mahl grösser als im Whist; drittens: Dass hingegen L'hombre 10mahl mehr Hazard-Spiel ist als Whist, weil im L'hombre das Verhältniss des Glücks zur Kunst 10mahl grösser ist als im Whist.