Theoretisch-praktische Anweisung
über die
geometrische Eintheilung
und den
Gebrauch
der üblichen
Pantographe.
(Storchschnäbel.)

Für Künstler sowohl, die solche verfertigen, als auch für Zeichner, welche dieselben gebrauchen.

Nebst der Beschreibung eines ganz einfachen Instrumentes, welches sich ein jeder selbst zum Verkleinern und Vergrössern der Zeichnungen verfertigen kann.

Von
Georg Winkler,
Professor der Mathematik an der k. k. Forstlehranstalt zu Mariabrunn bey Wien.

Zweyte verbesserte und vermehrte Ausgabe.

Mit zwey Kupfertafeln.

Wien, 1819.
Bey Christian Kaulfuss.
Plankengasse Nro. 1125.

Vorerinnerung.

Gegenwärtige Blätter enthalten die Anweisung, wie der Mechaniker einen Pantograph von was immer für einer gegebenen Länge, ohne sich sclavisch nach einem andern richten zu müssen, praktisch eintheilen kann. Diese Eintheilung stützet sich ganz auf geometrische Gründe, durch welche, nach der vorkommenden Anleitung, jene Eintheilung leicht zu prüfen ist.

Der Zeichner kann sich von der Richtigkeit der Eintheilung ebenfalls nach der angegebenen Methode leicht überzeugen. Auch findet derselbe in der beygefügten Tabelle alle möglichen Verhältnisse, nach welchen man Zeichnungen mit einem solchen Instrumente verkleinern oder vergrössern kann.

Unter allen deutschen Schriften, in welchen über diesen Gegenstand geschrieben ist, kommen meines Wissens, immer nur einseitige Erwähnungen vor, die weder den Mechaniker, noch den Zeichner befriedigen können. Die vorliegende Anweisung soll, wie ich glaube, dasjenige enthalten, was jeder für sein Fach benöthiget.

In dieser zweyten Ausgabe glaubte ich auch die andere, in der Kupfertafel II. vorgestellte, bey uns bisher weniger übliche Art Pantograph mit aufnehmen zu müssen, weil diese Art wegen ihrer gleichförmigern und sanftern Bewegung, ihrer einfachern, daher richtigern geometrischen Eintheilung, und folglich wegen ihres leichtern Gebrauches, in Hinsicht auf Eintheilung, in der Folge mehr in Anwendung kommen dürfte, als die in der Kupfertafel I. vorgestellte Art. Die in §. 27 für den praktischen Gebrauch aufgestellten sehr einfachen Regeln mögen das so eben Gesagte bestätigen.

Der vortheilhaft bekannte priv. Mechanicus, Hr. Gerard Sattler in Wien, verfertiget dieses Instrument in grosser Vollkommenheit um einen sehr billigen Preis.

Um unnöthige Weitläufigkeiten zu vermeiden, wurde das Detail der mechanischen Construction des Instrumentes hinweg gelassen, und bloss die Hauptsache davon berühret; dagegen ist der geometrische Theil, so viel es nur immer zur genauen Kenntniss des Pantographs nöthig ist, möglichst deutlich aus einander gesetzt.

Beschreibung, Eintheilung und Gebrauch des in der Kupfertafel I. abgebildeten Pantographs.

§. 1.

Dieser Pantograph bestehet aus zwey langen Linealen B m und D m von willkührlicher Länge, gewöhnlich 2 bis 2 ½ Schuh lang, und aus zwey kurzen g u und g n (Fig. 1), die entweder aus Holz oder Messing gemacht werden. Die Theile a n, n m, m u, u g und g n, müssen einander vollkommen gleich, und bey m, u, g und n um Zapfen beweglich seyn; so zwar, dass bey jeder Stellung des Instrumentes m u, u g, g n und n m ein Parallelogram bilden.

Ferner müssen die drey Puncte m, u und a, sodann m, u und h, wie auch g, d und n, so wie die drey Puncte h, d und a bei jeder Stellung des Pantographs immer vollkommen in einer geraden Linie liegen.

Auf den Schenkeln D r und g n lassen sich Schieber A und C von Messing vor- und rückwärts schieben, die sich jeder mit einer Stellschraube S fest stellen lassen.

Das ganze Instrument bewegt sich auf Rollen, wie unter Lit. M eine abgebildet ist, welche sich nicht nur um die Achse a, sondern auch zugleich um die Achse b c sehr leicht drehen lassen.

Die Linie a n = A r wird in 60 gleiche Theile getheilt. Da aber der Schieber A die Theilungspuncte, auf welche der Mittelpunct a gestellt werden soll, deckt, und erst am Rande desselben die Theilungspuncte gesehen und gelesen werden können *); so wird die Linie a n = A r um den Theil A D weiter heraus gerückt, und es wird D p = A r = a n in 60 gleiche Theile getheilt **), und jeder zehnte Punct mit der gehörigen Zahl beschrieben, so dass am Rande des Schiebers A die Zahl 60 zu stehen kommt.

Diese Eintheilung wollen wir die erste Theilung nennen, zum Unterschiede derjenigen, die weiter unten auf dem Schenkel g n noch vorkommen wird.

Durch diese Theilung entstehen die Verhältnisse; 6 : 60 = 1 : 10
7 : 60
8 : 60 = 2 : 15
9 : 60 = 3 : 20
10 : 60 = 1 : 6
11 : 60
12 : 60 = 1 : 5
13 : 60

*) Wenn auf dem Schieber A, dem Mittelpuncte a gegenüber, eine Oeffnung gemacht wird, damit man die Theilstriche sehen kann, so kann man die Linie A r = a n in 60 gleiche Theile theilen. Es müsste aber der Mittelpunct a, und ein Rand dieser Oeffnung in gerader Linie liegen.

**) Diese Theilung geschieht am richtigsten und bequemsten mittelst der bekannten Methode durch ein gleichseitiges Dreyeck, wo sodann alle Puncte von Einem Puncte, z. B. von dem Puncte D aus, auf der Linie D p aufgetragen werden.

und so weiter nach diesem Gesetze - - - - - - - - - - - - -
und endlich 60 : 60 = 1 : 1.

§. 2.

Um zu bestimmen, wo auf dem andern Schenkel g n der Anfangspunct oder der gleichnahmige Punct 60 des Schenkels D r, und der unverschiebbare Punct h auf dem Schenkel B m zu stehen komme, so stelle man den Rand des Schiebers A auf 60, und rücke den Rand des Schiebers C so nahe an g, als es sich thun lässt. Sodann lege man ein rectificirtes, gerades Lineal an die Mittelpuncte a und d, und schiebe den Mittelpunct h genau an das angelegte Lineal, dass nähmlich die drey Puncte a, d und h vollkommen in einer geraden Linie liegen *). In dieser Stellung wird nun der Punct h befestigt und unverrückbar gemacht. An dem Rande des Schiebers C wird eine kleine Vertiefung gezogen, und mit der Zahl 60 beschrieben.

Nun schiebe man den Rand des Schiebers A von Punct zu Punct, lege dann immer bey jedem Puncte das Lineal an die Mittelpuncte a und h, rücke den Schieber C mit seinem Mittelpunct d genau an das Lineal, so dass jedes Mahl die Mittelpuncte a, d und h vollkommen in einer geraden Linie liegen, und ziehe bey jeder neuen Stellung des Schiebers A und C an dem Rand des letztern eine feine Vertiefung; so wird diese immer den gleichnahmigen Punct, worauf der Rand des Schiebers A stehet, anzeigen. Auf diese Art fahre man bis zum sechsten Punct (von

*) Diese Puncte können mit sehr feinen Nadeln von gleicher Dicke bemerket werden.

p gegen D gezählet) fort, und beschreibe denselben auf beyden Schenkeln mit der Zahl 6. Die beyden Schieber A und C werden dann mit ihren Mittelpuncten in b und f stehen.

Diese erste Theilung wird auf beyden Schenkeln am Rande links durch feine Vertiefungen bemerkt und beschrieben.

§. 3.

Nun wird die Linie d n = C t in 30 gleiche Theile getheilt. Da aber der Schieber C die Theilungspuncte wieder deckt, und erst am Rande desselben gelesen werden können; so wird die Linie d n um das Stück C E weiter gegen g gerückt, und E q = d n in 30 gleiche Theile getheilt. Bey dieser Theilung, welche wir die zweyte Theilung nennen wollen, fällt der Punct 30 bey E mit dem Punct 60 der ersten Theilung zusammen. Jeder zehnte Punct wird wieder mit der gehörigen Zahl von q gegen E beschrieben, wozu die mittlere Spalte auf beyden Schenkeln g n und D r bestimmt ist.

Damit man aber von der zweyten Theilung die gleichnahmigen Puncte auch auf dem Schenkel D r erhalte, so verfahre man auf ähnliche Art wie oben, nähmlich man schiebe den Rand des Schiebers C von Punct zu Punct, lege bey jedem neuen Puncte ein Lineal an die Mittelpuncte h und d, und rücke den Mittelpunct a des Schiebers A an das angelegte Lineal dergestalt, dass jedes Mahl die drey Puncte h, d und a vollkommen in einer geraden Linie liegen, ziehe dann an dem Rande des Schiebers A eine kleine Vertiefung in der mittlern Spalte, und fahre auf diese Art von Punct zu Punct bis zum 6ten Puncte (von q gegen E gezählt) fort, welchen man auf beyden Schenkeln mit der Zahl 6 beschreibt; so ergeben sich die gleichnahmigen Puncte der zweyten Theilung auf dem Schenkel D r. Die Puncte von 6 bis 1 werden auf beyden Schenkeln sowohl der ersten als zweyten Theilung nicht angemerkt, weil die Schieber ohnehin nicht so nahe gegen r und n hin geschoben werden können.

§. 4.

Durch diese beyden Theilungen hat man auch zugleich die Theilungen der folgenden Verhältnisse:

1 : 10
1 : 9
1 : 6
1 : 5
1 : 4
3 : 10
1 : 3
2 : 5
3 : 7
1 : 2
3 : 5
2 : 3
7 : 10
5 : 7
3 : 4
4 : 5
5 : 6
7 : 8

und 9 : 10 erhalten.

Diese, und die nachfolgenden Verhältnisse werden in der Spalte rechts auf beyden Schenkeln beschrieben.

Die Verhältnisse

2 : 9
4 : 9
5 : 9
7 : 9
und 8 : 9 erhält man, wenn die Linie D p = a n in 9 gleiche Theile getheilt wird,
und die Verhältnisse
1 : 8
3 : 8
und 5 : 8 werden erhalten, wenn man die Linie D p = a n in 8 gleiche Theile theilet,
und endlich die Verhältnisse
1 : 7
2 : 7
4 : 7
und 6 : 7 erhält man, wenn die Linie D p = a n in 7 gleiche Theile getheilt wird. Diese drey letzten Theilungsarten wollen wir unter die dritte Theilung zusammen fassen.

§. 5.

Die gleichnahmigen Verhältnisse, die sich durch die erste und zweyte Theilung nicht schon unmittelbar auf den Schenkel g n ergeben haben, können wieder nach der vorigen Methode auf demselben bestimmt werden; indem man den Rand des Schiebers A nach und nach auf alle noch zu übertragende Puncte (Verhältnisse) stellet, an die Mittelpuncte a und h ein Lineal anlegt, den Mittelpunct d des Schiebers C an das Lineal rückt, dass jedes Mahl die drey Puncte a, d und h in einer geraden Linie liegen, und an dem Rand des Schiebers C eine feine Vertiefung in der Spalte rechts ziehet; so erhält man auf diese Art die gleichnahmigen Verhältnisse auf den

Schenkel g n. Und somit wäre die Eintheilung praktisch geschehen.

§. 6.

Diese praktische Eintheilung kann durch die Theorie auf folgende Art, entweder von dem Künstler selbst, oder von jenem, der ein derley Instrument zum Gebrauche nimmt, und sich von der Richtigkeit der Eintheilung überzeugen will, geprüft werden. Oder es können die gleichnahmigen Puncte des einen Schenkels, durch die Rechnung auf folgende Art bestimmt, und auf den andern Schenkel, von Einem Puncte aus, nach einem beliebigen, gut ausgetheilten 10theiligen Massstabe aufgetragen werden.

Bey der ersten Theilung wird wie vorhin (§. 1.) die Linie D p = a n in 60 gleiche Theile getheilet, und die gleichnahmigen Puncte werden von dem Puncte q, der oben in §. 3 schon bestimmt wurde, gegen E nach und nach vermittelst eines Stangenzirkels auf den Schenkel g n getragen.

Denn in den ähnlichen Dreyecken b f n und b h m (Fig. 1.) verhält sich $b m : m h = b n : n f$; es ist aber $b n = p 6 = \frac{6}{60} D p = 6$, weil $a n = D p = 60$, und $D 6 = a b$ ist. Ferner ist, $b m = n m + b n = a n + b n = 60 + 6 = 66$; setzet man für b m und b n die gefundenen Werthe in die vorige Proportion, so ist $66 : m h = 6 : n f$; daraus folgt $n f = \frac{6 \cdot mh}{66} = q 6$; welcher Werth, wenn die Linie m h auf einem gut ausgetheilten willkührlichen Massstabe in Zahlen bestimmt ist, für den 6ten Punct von q nach 6 gegen E auf den Schenkel g n getragen wird.

Durch ähnliche Proportionen können auch die Werthe für die übrigen Puncte bestimmt, und von q gegen E gehörig aufgetragen werden.

Überhaupt wird man finden, dass für den Punct
6 von q gegen E zu tragen ist, $\frac{6 \cdot mh}{66} = mh \,.\, 0{,}0909$
7 - - - - - - - $\frac{7 \cdot mh}{67} = mh \,.\, 0{,}1045$
8 - - - - - - - $\frac{8 \cdot mh}{68} = mh \,.\, 0{,}1176$
9 - - - - - - - $\frac{9 \cdot mh}{69} = mh \,.\, 0{,}1304$
10 - - - - - - - $\frac{10 \cdot mh}{70} = mh \,.\, 0{,}1428$
u. s. w. nach diesem Gesetze fort - - -
\- - - - - - - - -
\- - - - - - - - -
endlich ist für den Punct 60 von q gegen E zu tragen $\frac{60 \cdot mh}{120} = \frac{1 \cdot mh}{2} = mh \,.\, 0{,}5000$.

Man habe z. B. auf einem zehntheiligen Massstabe die Linie m h = 2,565 Schuhe gefunden, so ist $m\,h \,.\, 0{,}0909 = 2{,}565^{\mathrm{I}} \,.\, 0{,}0909 = 0{,}233^{\mathrm{I}} = 0^{\mathrm{I}}, 2^{\mathrm{II}}, 3^{\mathrm{III}}, 3^{\mathrm{IV}}$ = der Länge, welche man für den Punct 6 von q gegen E tragen muss. Und so bey den übrigen.

§. 7.

Bey der zweyten Theilung, wo nähmlich die Linie E q = d n in 30 gleiche Theile wie vorhin (§. 1.) getheilet wird, werden die gleichnahmigen Puncte, die man auf dem Schenkel D r von p gegen D traget, auf folgende Art aus den ähnlichen Dreyecken a d n ∽ a h m und b f n ∽ b h m bestimmt.

Denn es ist, a n : n d = a m : m h oder
$a\,n : \frac{30}{6} \cdot f\,n = 2\; a\,n : m\,h$; weil $n\,d = \frac{30}{6} \,.\, f\,n = 5 \,.\, f\,n$
und a n = m n ist; daher ist auch
$1 : 5\, f\,n = 2 : m\,h$, daraus folgt $f\,n = \frac{1}{10}\, m\,h$;
ferner ist
h m : m b = f n : n b oder
$h\,m : m\,b = \frac{1}{10}\, m\,b : n\,b$, wenn man für $f\,n = \frac{1}{10}\, m\,h$ setzet. Es ist aber auch
$1 : m\,b = \frac{1}{10} : n\,b$, und

$n\,b = \frac{1}{10}\, m\,b = \frac{1}{10}\,(b\,n + n\,m)$ oder
$10\, n\,b = n\,m$, also auch
$9\, n\,b = n\,a$; daraus folgt $n\,b = p\,6 = \frac{1}{9} \,.\, n\,a$

Wenn die Linie n a = D p auf einem Massstabe in Zahlen wieder bekannt wird, und man trägt den Werth von $n\,b = p\,6 = \frac{1}{9}\, D\,p$ von p gegen D bis 6 auf; so wird dadurch der gleichnahmige Punct 6 der zweyten Theilung auf den Schenkel D r übertragen. Der Ausdruck $\frac{1}{9}\, D\,p$ zeiget zugleich, dass der 6te Punct der zweyten Theilung auf dem Schenkel D r mit dem Verhältniss 1 : 9 zusammenfällt.

Durch ähnliche Proportionen können nun wieder die Werthe für die übrigen gleichnahmigen Puncte bestimmt, und von p gegen D gehörig aufgetragen werden. Man wird überhaupt finden, dass für den Punct 6 von p gegen D getragen
werden muss - - - $\frac{6 \cdot Dp}{54} = Dp \,.\, 0{,}1111$
für den Punct 7 - - $\frac{7 \cdot Dp}{53} = Dp \,.\, 0{,}1321$
\- - - 8 - - $\frac{8 \cdot Dp}{52} = Dp \,.\, 0{,}1538$
\- - - 9 - - $\frac{9 \cdot Dp}{51} = Dp \,.\, 0{,}1765$
\- - - 10 - - $\frac{10 \cdot Dp}{50} = Dp \,.\, 0{,}2000$
u. s. w. nach diesem Gesetze fort - - -
\- - - - - - - - -
\- - - - - - - - -
\- - - - - - - - -
und endlich für den Punct 30 muss von p gegen D getragen werden $\frac{30}{30} \,.\, Dp = Dp = a\,n$.

§. 8.

Wenn man die gleichnahmigen Werthe für jeden Punct von 6 angefangen bis 30 nach diesem Gesetze, welches leicht fortgesetzt werden kann, bestimmt; so wird man finden, dass der 6te Punct der zweyten Theilung mit dem Verhältniss 1 : 9 übereintrifft. Und dass überhaupt

der 10te Punct der 2ten Theil. mit dem 12ten Punct der 1ten Th. od. mit d. Verh. 1 : 5 übereintr.
- 12te Punct der 2ten Theil. mit dem 15ten Punct der 1ten Th. od. mit d. Verh. 1 : 4 übereintr.
- 15te Punct der 2ten Theil. mit dem 20ten Punct der 1ten Th. od mit d. Verh. 1 : 3 übereintr.
- 20te Punct der 2ten Theil. mit dem 30ten Punct der 1ten Th. oder mit d. Verh. 1 : 2 übereintr.
- 24te Punct der 2ten Theil. mit dem 40ten Punct der 1ten Th. oder mit d. Verh. 2 : 3 übereintr.
- 30te Punct der 2ten Theil. mit dem 60ten Punct der 1ten Th. oder mit d. Verh. 1 : 1 übereintr.

Denn es ist $\frac{10}{60} . Dp = \frac{10}{50} . 60 = 12$

$\frac{12}{48} . Dp = \frac{12}{48} . 60 = 15$,

$\frac{15}{45} . Dp = \frac{15}{45} . 60 = 20$,

u. s. w.

endlich ist $\frac{30}{30} . Dp = \frac{30}{30} . 60 = 60$.

Ferner wird man finden, dass

der 18te Punct der 2ten Theilung mit d. Verh. 3 : 7 übereintrifft.
- 25te Punct der 2ten Theilung mit d. Verh. 5 : 7 übereintr.
- 28te Punct der 2ten Theilung mit d. Verh. 7 : 8 übereintr.

Denn wenn man die Linie Dp als Einheit betrachtet, dieselbe in 7 gleiche Theile theilet und 3 solche Theile nimmt; so ist

$\frac{3}{7} \cdot Dp = \frac{3}{7} . 1 = \frac{3}{7} = 3 : 7$,

ebenso $\frac{5}{7} . Dp = \frac{5}{7} . 1 = \frac{5}{7} = 5 : 7$, u. s. w. (§. 4).

§. 9.

Durch dieses Auftragen der gleichnahmigen nach der Rechnung bestimmten Puncte von einem Schenkel auf den andern, werden zugleich die in §. 4. schon angegebenen Verhältnisse 1 : 10

1 : 9

1 : 6

u. s. w.

bis 9 : 10 erhalten.

Die Verhältnisse 2 : 9

4 : 9

5 : 9

7 : 9

und 8 : 9 erhält man aber, wenn man folgende Werthe von q gegen E auf den Schenkel g n nach der Ordnung auftraget, nähmlich: für dass Verhältniss 2 : 9 muss man von

q gegen E tragen	-	-	$\frac{2 . mh}{11} = mh . 0,1818$
für das Verhältniss 4 : 9	-		$\frac{4 . mh}{13} = mh . 0,3077$
- - - 5 : 9	-		$\frac{5 . mh}{14} = mh . 0,3371$
- - - 7 : 9	-		$\frac{7 . mh}{16} = mh . 0,4375$
- - - 8 : 9	-		$\frac{8 . mh}{17} = mh . 0,4706$

Denn wenn man die Linie D p, wie schon oben angeführt wurde, in 9 gleiche Theile theilet, so ergeben sich die vorigen Verhältnisse auf den Schenkel D r, und die Werthe für die gleichnahmigen Puncte, die auf den Schenkel g n von q gegen E getragen werden müssen, können aus den ähnlichen Dreyecken b n f und b m h abgeleitet werden; nähmlich wenn man $b n = \frac{2}{9} a n$ setzet, so ist $b m =$ $b n + n m = \frac{2}{9} . a n + a n = \frac{2 . a n + 9 . a n}{9} =$ $\frac{11}{9} . a n$; ferner verhält sich

$b m : m h = b n : n f$, oder

$\frac{11}{9} . a n : m h = \frac{2}{9} . a n : n f$, und auch

$11 : m h = 2 : n f$, daraus folgt $n f = \frac{2 . mh}{11} = mh . 0,1818$ = dem Werthe, den man aus q gegen E auf den Schenkel g n tragen muss, um den Punct des Verhältnisses 2 : 9 zu erhalten. Auf ähnliche Art erhält man die oben angegebenen Werthe der übrigen Verhältnisse, wenn man für b n nach der Ordnung $\frac{4}{9}$ a n, $\frac{5}{9}$ a n . . . setzet.

Der Werth, für das Verhältniss 1 : 8 wird erhalten, wenn man in den ähnlichen Dreyecken b n f und b m h für $bn = \frac{1}{8}an$, und $bm = bn + mn = \frac{1}{8}an + an = \frac{9}{8}an$ setzt, so verhält sich

$bm : mh = bn : nf$, oder

$\frac{9}{8}an : mh = \frac{1}{8}an : nf$ oder

$9 : mh = 1 : nf$; woraus $nf = \frac{1 \cdot mh}{9} = mh \cdot 0{,}1111$ = dem Werthe folgt, welchen man aus q gegen E tragen muss, um den gleichnahmigen Punct des Verhältnisses 1 : 8 zu erhalten. Auf ähnliche Weise erhält man den Werth für das Verhältniss

niss 3 : 8 - - - $\frac{3 \cdot mh}{11} = mh \cdot 0{,}2727$

5 : 8 - - - $\frac{5 \cdot mh}{13} = mh \cdot 0{,}3846$

wenn man für b n die Werthe $\frac{3}{8}$ a n, $\frac{5}{8}$ a n setzt, u. s. w.

Und endlich für die Verhältnisse 1 : 7
2 : 7
4 : 7
und 6 : 7 werden die Werthe nach der Ordnung erhalten

$\frac{1 \cdot mh}{8} = mh \cdot 0{,}1250$

$\frac{2 \cdot mh}{9} = mh \cdot 0{,}2222$

$\frac{4 \cdot mh}{11} = mh \cdot 0{,}3636$

$\frac{6 \cdot mh}{13} = mh \cdot 0{,}4615$

welche auf gleiche Art wie alle vorigen aus den ähnlichen Dreyecken b n f und b m h abgeleitet werden können.

Und nun wären auch alle gleichnahmigen Puncte sowohl der ersten als zweyten Theilung von einem Schenkel auf den andern durch die Rechnung bestimmt, durch welche sowohl der Künstler als auch derjenige, welcher ein solches Instrument zum Gebrauche nimmt, die praktisch gemachte Einthei-

lung prüfen kann, und wodurch auch zugleich die Richtigkeit der in §. 1 bis §. 3 beschriebenen praktischen Eintheilung erwiesen ist.

§. 10.

Derjenige Künstler, welcher sich die obigen Werthe der gleichnahmigen Puncte des einen Schenkels, für die Übertragung auf den andern, in Zahlen für verschiedene Längen m h, und daraus bestimmten D p = n a entwickelt, kann demnach auch diese Puncte durch das Auftragen aus Einem Puncte gleich unmittelbar bewerkstelligen. Und setzet derselbe fest, dass h m eine beliebige bestimmte Länge haben soll, und macht dann die Länge $ma = \frac{9}{8}$ m h *), so darf nur die einzige Linie h m auf einem gut ausgetheilten Massstabe gemessen werden, um die obigen Werthe in Zahlen zu bestimmen; nur muss dann der Punct d nach den zwey festgesetzten Puncten a und h. bestimmt werden, anstatt dass in §. 2 der Punct h nach a und d bestimmt wurde.

§. 11.

Die in §. 4 und §. 8. angegebenen verschiedenen Verhältnisse werden auf den zwey Schenkeln Dr und gn des Pantographs mit den gehörigen Zahlen beschrieben. Es kann aber der Pantograph noch bei weitem nach mehreren bestimmten Verhältnissen verkleinern und vergrössern, wie weiter unten

*) Welches sehr leicht geschehen kann, weil bey jeder gegebenen Länge eines Pantographs a m sehr nahe 9/8 m h seyn muss.

folgen wird, wenn der Rand eines jeden Schiebers A und C auf die gehörigen Puncte gestellt wird.

Denn durch die erste Theilung, d. i. durch die Theilung der Linie D p in 60 gleiche Theile, entstehen nebst obigen in §. 4. angegebenen Verhältnissen noch folgende

. . . .
7 : 60
8 : 60 = 2 : 15
9 : 60 = 3 : 20
. . . .
11 : 60
13 : 60
14 : 60 = 7 : 30
. . . .
16 : 60 = 4 : 15
. . . .
u. s. w. . . . . . .

(Die punctirten Stellen bezeichnen die in §. 4. angegebenen Verhältnisse.)

Ferner entstehen in der zweyten Theilung durch die in §. 7. angegebenen Werthe wieder eben so viele verschiedene Verhältnisse, wenn man in dem für jeden Punct gefundenen Werthe die Linie Dp = an = 1 setzet (§. 8.).

Und endlich werden durch die Verwechslungen des Stützpunctes, des Bleystiftes und der Spitze, wie weiter unten bey der Anwendung des Pantographs vorkommen wird, noch verschiedene Verhältnisse erhalten, welche mit den oben schon angegebenen Verhältnissen alle am Ende in eine Tabelle zur bessern Übersicht zusammengestellt worden sind.

Gebrauch dieses Pantographs.

§. 12.

Wenn eine Zeichnung (Riss, Plan) nach der Hälfte verkleinert (copirt) werden soll, d. i. wenn jede Linie auf der Copie die Hälfte von ihrer gleichnahmigen Linie auf dem Original-Riss seyn soll, so wird der Stützpunct, um welchen sich nähmlich dass ganze Instrument beym Copiren drehen muss, nach a, und der Rand des Schiebers A auf 60, der Bleystift nach d und der Rand des Schiebers C wird ebenfalls auf 60 gestellt; die Spitze oder der Griffel, mit welcher man auf dem Original nachfahret, wird nach h versetzt; endlich legt man die zu copirende Zeichnung, das Original, unter h, und das weisse Papier, worauf die Copie erscheinen soll, wird unter d geleget u. s. w.; so wird die Zeichnung nach der Hälfte copirt erscheinen. Denn es sey in (Fig. 2.) C a b f e d die erste Stellung des Pantographs, und nun habe man die Spitze desselben auf dem Original von b nach B geführt, so ist auf der Copie die gleichnahmige Linie a A entstanden und das Instrument hat die Lage CABFED erhalten *); es ist also in den ähnlichen Dreyecken C a d und C b e, dann in CAD und CBE

Ca : ad = Cb : be und
CA : AD = CB : BE; es ist
aber ad = AD und be = BE

weil nach (§. 1.) C d = d e = e f = f a = ad; u. folgl. a d e f a in jeder Lage des Instruments ein Parallelogram ist,

*) Diese Bezeichnung ist durch alle Figuren beybehalten worden, dass nähmlich die punctirten Linien die erste Lage, und die scharfgezogenen Linien diejenige Lage

daher verhält sich

Ca : CA = Cb : CB, und folglich ist CaA ∽ CbB: also verhält sich

Cb : Ca = bB : aA, es ist aber

Cb : Ca = Ce : Cd = 2 : 1, folglich auch

bB : aA = 2 : 1, daraus folgt aA = $\frac{1}{2}$ bB; das heisst: wenn die gerade bB irgend eine Linie einer Originalzeichnung ist; so wird bey der obigen Stellung des Pantographs die gleichnahmige aA nur die Hälfte von bB seyn.

Anmerkung. Dass dieser Beweis auch für eine krumme Linie Statt findet, erhellet daraus wenn man sich die Krumme in so viele gleiche Theile getheilt denkt, dass man einen solchen Theil für eine gerade Linie, und folglich als eine Seite eines Dreyeckes ansehen kann, wo sodann die vorangeführten Proportionen eben so wie in den Dreyecken CaA und CbB Statt finden.

Diese Verkleinerung nach der Hälfte des Originals kann auch auf eine andere Art noch geschehen, wie in §. 14. und in der am Ende beygefügten Tabelle noch vorkommen wird.

§. 13.

Soll ein Riss in der nähmlichen Grösse copirt werden, so setzt man (Fig. 1.) den Stützpunct nach d, den Schieber C auf 60, den Bleystift nach a und den Schieber A gleichfalls auf 60; so wird die Copie gleich dem Original erscheinen.

des Pantographs bezeichnen, welche er bekömmt, wenn man auf dem Originale nach irgend einer Linie nachgefahren ist.

Denn in den ähnlichen Dreyecken aCd und abe (Fig. 3.) verhält sich

aC : Cb = ad : de; und wegen ad = de ist auch aC = Cb.

Ferner wegen ACD ∽ ABE verhält sich AC : CB = AD : DE, und wegen AD = DE ist wieder AC = CB; also haben die Dreyecke CaA und CbB zwey Seiten und den eingeschlossenen Scheitelwinkel bey C gleich, folglich sind diese Dreyecke, wie auch die Seiten Bb und Aa einander gleich.

§. 14.

Wenn eine Zeichnung nach einem gegebenen Verhältnisse, z. B. nach $\frac{1}{3}$ = 3 : 1 verkleinert werden soll, so kann solches auf dreyerley Art geschehen.

I. Wird der Stützpunct nach d, der Bleystift nach a in Fig. 1. und der Rand eines jeden Schiebers auf das Verhältniss 1 : 3, oder auf den Punct 20 der 1ten Theilung gesetzt, so erfolgt die Verkleinerung nach dem verlangten Verhältnisse. Denn in (Fig. 4.) finden aus den ähnlichen Dreyecken aCd und abe, dann aus ACD und ABE folgende Proportionen Statt.

aC : Cb = ad : de und

AC : CB = AD : DE; es ist aber ad = AD und de = DE, daher

aC : Cb = AC : CB, oder

aC : AC = Cb : CB, daher CaA ∽ CbB; also verhält sich

Cb : bB = Ca : aA, oder

Cb : Ca = bB : aA; es ist aber

Cb : Ca = de : da = 3 : 1; also auch

bB : aA = 3 : 1; daraus folgt Aa = $\frac{1}{3}$ Bb.

Da für jede zwey andere gleichnahmige Puncte solche ähnliche Dreyecke entstehen, so findet dieser Beweis auch für jede zwey gleichnahmigen Puncte Statt. Wenn der Stützpunct in d verbleibet, und man verwechselt bloss den Bleystift und die Spitze, d. i. wenn der Bleystift nach h, und die Spitze nach a (Fig. 1.) und beyde Schieber auf das verlangte Verhältniss z. B. auf 1 : 3 gesetzet werden; so wird das Original nach 1 : 3 vergrössert. Dieses folgt in Fig. 4 aus den ähnlichen Dreyecken a C d und a b e; A C D und A B E, dann aus C a A und C b B und aus den daraus entspringenden Proportionen, wie vorhin.

II. Wenn der Rand eines jeden Schiebers wie vorher auf dem Verhältnisse 1 : 3 oder auf dem 15ten Punct der 2ten Theilung verbleibet, der Stützpunct aber nach a, und der Bleystift nach d versetzt wird (Fig. 1.), so geschieht die Verkleinerung nach 4 : 1, d. h. jede Linie der Copie wird der 4te Theil von der gleichnahmigen Linie des Originals.

Denn in Fig. 5. findet aus den ähnlichen Dreyecken C a d und C b e, dann in C A D und C B E folgendes Statt:

$Ca : ad = Cb : be$ und

$CA : AD = CB : BE$, es ist aber $ad = AD$ und $be = BE$, daher

$Ca : CA = Cb : CB$; folglich ist $CaA \sim CbB$ also verhält sich

$Cb : bB = Ca : aA$, oder

$Cb : Ca = bB : aA$; es ist aber

$Ca : ab = Cd : de = 1 : 3$, und

$(Ca + ab) : Ca = (1 + 3) : 1$, oder

$Cb : Ca = 4 : 1$; also auch

$bB : aA = 4 : 1$; daraus folgt $aA = \frac{1}{4}\, bB$.

III. Verbleiben die Schieber abermahls wie vorher auf dem Verhältniss 1 : 3, oder auf dem 20ten

Punct der ersten, oder auf dem 15ten Punct der zweyten Theilung stehen, und es wird der Stützpunct nach h, der Bleystift nach d, und die Spitze nach a (Fig. 1.) versetzt, so erfolgt die Verkleinerung nach dem Verhältnisse 4 : 3, nähmlich es wird jede Linie der Copie $\frac{3}{4}$ Theile von ihrer gleichnahmigen Linie auf dem Original enthalten.

Denn in Fig. 6. ist aus den ähnlichen Dreyecken b a f und b C e, dann aus B A F und B C E

$bf : ba = fe : aC$ und

$BF : BA = FE : AC$; es ist aber $bf = BF$, und $fe = FE$,

mithin $ba : BA = aC : AC$; daher $CaA \sim CbB$ also verhält sich auch

$Cb : bB = Ca : aA$, oder

$Cb : Ca = bB : aA$; es ist aber

$ba : Ca = bf : fe = 1 : 3$, und auch

$(ba + aC) : Ca = (1 + 3) : 3$, oder

$Cb : Ca = 4 : 3$; also auch

$bB : aA = 4 : 3$; daraus folgt $aA = \frac{3}{4}\, bB$.

Unter diesen drey Methoden, Zeichnungen zu verkleinern, ist die erste am gewöhnlichsten.

§. 15.

Da sich bey ähnlichen Vielecken die Flächeninhalte verhalten wie die Quadrate ihrer gleichnahmigen Seiten, und wenn man den Flächeninhalt eines Vieleckes, wovon A a (Fig. 4.) eine Seite ist, mit f, und den Flächeninhalt des ähnlichen Vieleckes, wovon b B die gleichnahmige Seite ist, mit F bezeichnet; so verhält sich

$(Aa)^2 : (bB)^2 = f : F$, oder

$Aa : bB = \sqrt{F} : \sqrt{F}$; es ist aber

$Aa : bB = 1 : 3$, vermög §. 14. I; also auch

$\sqrt{f} : \sqrt{F} = 1 : 3$, oder
$f : F = 1^2 : 3^2 = 1 : 9$, daraus folgt
$f = \frac{1}{9} F$; das heisst: *die Flächenräume werden beym Verkleinern oder Vergrössern einer Zeichnung immer nach dem Verhältnisse wie die Quadrate ihrer gleichnahmigen Seiten verkleinert oder vergrössert.*

§. 16.

Wenn der Pantograph auf das Verhältniss 1 : 3 gestellt, der Stützpunct nach a, und der Bleystift nach d (Fig. 1.) gesetzt wird, so wird vermög §. 14. II. eine Zeichnung nach dem Verhältniss 4 : 1 verkleinert. Man erhält demnach umgekehrt, für diese Stellung des Stützpunctes und Bleystiftes, aus einem gegebenen Verhältnisse m : n, z. B. 4 : 1, nach welchem eine Zeichnung verkleinert werden soll, das Verhältniss oder den Theilungspunct auf den Schenkeln D r und g n, worauf die Schieber A und C gestellt werden müssen, *wenn man das zweyte Glied des gegebenen Verkleinerungs-Verhältnisses durch die Differenz beyder Glieder dividirt*; nähmlich hier ist $\frac{n}{m-n}$, oder vermög obigem Beyspiel $\frac{1}{4-1} = \frac{1}{3}$ = 1 : 3 das gesuchte Verhältniss, auf welches der Pantograph gestellt werden muss, um die Zeichnung, bey obiger Stellung des Stützpunctes etc., nach dem verlangten Verhältnisse 4 : 1 zu verkleinern.

Vermög §. 14. III. wird eine Zeichnung nach dem Verhältniss 4 : 3 verkleinert, wenn der Pantograph ebenfalls wieder auf das Verhältniss 1 : 3 gestellt, der Stützpunct aber nach h, und der Bleystift nach d versetzt wird. Man findet daher wieder aus einem gegebenen Verhältnisse m : n, z. B. 4 : 3, nach welchem eine Zeichnung, für diese Stellung des Stützpunctes etc., verkleinert werden soll, das Verhältniss oder den Theilungspunct, worauf die Schieber A und C gestellt werden müssen, *wenn man das zweyte Glied des gegebenen Verkleinerungs-Verhältnisses durch die Differenz der beyden Glieder dividirt*, nähmlich hier *ist* $\frac{3}{3-4} = \frac{3}{1}$ = 1 : 3 das gesuchte Verhältniss.

§. 17.

Auf ähnliche Art, nur in umgekehrter Ordnung, wurde aus den bereits in §. 1, 3 und 4 angegebenen Verhältnissen, welche nur zum Verkleinern und Vergrössern dienen, wenn der Stützpunct in d ist, (Fig. 1.) die übrigen Verhältnisse für die in §. 14. II. und III. angeführten Verkleinerungsarten abgeleitet, und in die beygefügte Tabelle zusammen gestellt. So z. B. ist aus dem Verhältniss 1 : 7 (§. 4.) das Verhältniss 8 : 7 abgeleitet, und beyde in der Tabelle in der letzten Spalte eingetragen; weil wegen Gründen des (§. 14. III.) $\frac{7}{1+7} = \frac{7}{8}$ = 8 : 7 ist.

In dem Falle, wenn aus einem gegebenen Verhältnisse, nach welchem eine Zeichnung verkleinert werden soll, das Verhältniss zu suchen ist, worauf die Schieber des Pantographs zu stellen sind, und man findet in der Tabelle dieses zu suchende Verhältniss nicht ausdrücklich angesetzt; so werden die Schieber auf die daselbst angezeigten Theilungspuncte gestellt. Es sey z. B. eine Zeichnung nach dem Verhältnisse 5 : 4, nach der Art §. 14. III. zu verkleinern, so wäre vermög §. 16. das zu suchende Verhältniss $\frac{4}{5-4} = \frac{4}{1}$ = 1 : 4: aber an dessen Statt findet man in der Tabelle, Hauptspalte III. den Theilungspunct 15, welcher vermög §. 8. mit 1 : 4 zusammen fällt, auf welchen demnach die beyden Schieber A und C (Fig. 1.) zu stellen sind.

§. 18.

Aus dem Bisherigen ist nun zu ersehen, dass es am vortheilhaftesten ist, *wenn man beym Verkleinern sowohl wie beym Vergrössern der Zeichnungen, den Stützpunct immer nach* d (Fig. 1.) setzet, *und beym Verkleinern den Bleystift nach* a, *und die Spitze nach* h, *so wie den Rand eines jeden Schiebers auf das gegebene Verhältniss setzet, nach welchem das Original verkleinert werden soll. Beym Vergrössern hingegen wird der Bleystift nach* h, *die Spitze nach* a, *und die beyden Schieber auf das verlangte Verhältniss gesetzt, nach welchem das Original vergrössert werden soll.* Denn nach dieser Methode kommt das Original sowohl, als die Copie jedes auf eine andere Seite des Pantographs zu liegen, in welcher Lage eines dem andern während des Copirens nicht hinderlich ist. Die Copi erscheint hierbey, vom Original aus betrachtet, verkehrt, bey Umdrehung derselben aber in eben der Lage wie das Original. Hingegen kömmt nach den andern zwey Methoden die Copie und das Original beyde auf eine und dieselbe Seite zu liegen, und wenn letzteres gross ist, so wird es von dem erstern bedeckt, daher man im Copiren gehindert wird. Die Copie kommt aber nach der nähmlichen Ordnung wie aufdem Original zum Vorschein.

§. 19.

Wenn man von dem Original so viel copirt hat, als man mit dem Instrumente fassen konnte,

und es ist noch ein Theil zu copiren übrig, so bestimmt man, um weiter copiren zu können, auf dem Original zwey Puncte, die um so zweckdienlicher sind, je weiter sie von einander entfernt liegen. Diese nähmlichen zwey Puncte bemerke man auch auf der Copie mit beliebigen gleichen Zeichen oder Buchstaben, verrücke sodann nach Erforderniss entweder die Copie sammt Instrument oder das Original sammt demselben, oder auch alle drey zugleich, welches einen jeden der Augenschein sogleich lehret, wie diese Verrückung geschehen soll.

Nun stelle man die Spitze des Bleystifts oder der Pickirnadel b *) auf einen von den zwey bemerkten Puncten in der Copie, rücke sodann den gleichnahmigen Punct auf dem Original unter die Spitze h, und stecke in diesen Punct sogleich eine feine Nadel. Hierauf führe man die Spitze der Nadel b nach dem zweyten oben bemerkten Puncte auf der Copie, und drehe das Original um die im ersten Puncte eingesteckte Nadel so lange, bis die Spitze h in dem gleichnahmigen zweyten Punct auf dem Original genau eintrifft; welches öfters erst durch wiederhohltes Verfahren bewerkstelligt werden kann. Ist dieses geschehen, so werden die Zeichnungen beyde mit Gewichtern oder besser mit Häftnägeln befestiget, und wieder weiter fort copirt.

Auf diese Art muss man verfahren, wenn das Bleygewicht, worin der Stützpunct f befestiget ist, auf der Copie stehet. Ganz nach der umgekehrten Ordnung wäre aber zu verfahren, wenn dieses Bley-

*) Um die fortzusetzende Copie verlässlich zu machen, muss man bey der Bestimmung dieser zwey Puncte jedes Mahl die Pickirnadel einspannen.

gewicht auf dem Original stände; nähmlich man stelle die Spitze h in einen von den vorbemerkten zwey Puncten auf dem Original, und rücke den gleichnahmigen Punct auf der Copie unter den Bleystift oder die Nadelspitze b, stecke allda sogleich eine feine Nadel ein. Nun führe man die Spitze h nach dem zweyten bestimmten Puncte auf dem Originale, und drehe die Copie um die eingesteckte Nadel so lange, bis der Bleystift oder die Nadel b in dem zweyten gleichnahmigen Puncte der Copie eintrifft, u. s. w.

§. 20.

1. Aufgabe. Zwey Grundrisse sind nach verschiedenen Massstäben aufgenommen oder verzeichnet, z. B. der eine nach 40 Klafter = 1 Wiener Zoll, der andere nach 60 Kl. = 1 W. Z.; man soll beyde Zeichnungen in Eine zusammen setzen, bey welcher z. B. 150 Kl. = 1 W. Z. sind; auf welches Verhältniss oder auf welchen Theilungspunct müssen die Schieber des Pantographs gestellt werden?

Auflösung. Das Verhältniss der ersten Karte zu 40 Kl. = 1 W. Z. und der reducirten zu 150 Kl. = 1 W. Z. ist $= \frac{40}{150} = \frac{4}{15} = 15 : 4$, d. h. die erste Karte muss nach dem Verhältniss 15 : 4 reducirt werden, und dieses Verhältniss zeigt, dass die Schieber auf die Theilungspuncte 16 (Tabelle, Hauptspalte I.) gestellt werden müssen. Eben so findet man, dass die zweyte Karte zu 60 Kl. = 1 W. Z. nach dem Verhältnisse $\frac{60}{150} = \frac{2}{5} = 5 : 2$ reducirt, und die Schieber auf die Theilungspuncte 24 (Hauptspalte I.) oder auf die Theilungspuncte 40 (Hauptspalte II.) gesetzt werden müssen.

2. Aufgabe. Eine Karte ist nach dem verjüngten Massstabe 50° = 1 W. Z. aufgenommen, und nach dem Verhältniss 3 : 2 reducirt worden. Eine andere Karte ist nach eben dem Massstabe aufgenommen, aber nach dem Verhältnisse 2 : 1 reducirt. Jene Karte soll mit dieser zusammengestossen, und der Massstab der letztern Karte beybehalten werden. Auf welches Verhältniss muss der Pantograph gestellt werden, damit die erstere Karte ebenfalls nach dem Verhältnisse 2 : 1 reducirt, und mit der zweyten in Eine zusammen gesetzt werden könne?

Auflösung. Weil hier ein Factor $\frac{2}{3}$ und das Product $\frac{1}{2}$ bekannt ist, so wird der zweyte Factor x sehr leicht gefunden aus der Gleichung $\frac{2}{3} \cdot x = \frac{1}{2}$, woraus $x = \frac{3}{4}$ folgt; nähmlich es muss der Pantograph auf das Verhältniss 3 : 4 gestellt werden, um die nach dem Verhältniss 3 : 2 reducirte Karte auf das Verhältniss 2 : 1 zu reduciren, und mit der zweyten Karte in Eine zusammen gesetzt werden zu können.

Wäre umgekehrt, die zweyte nach 2 : 1 reducirte Karte auf die erste zu reducieren, und mit ihr in Eine Karte zusammen zu setzen, so findet man auf dieselbe Art, aus $\frac{1}{2} \cdot x = \frac{2}{3}$, die Grösse $x = \frac{4}{3}$, d. h. die Schieber des Pantographs müssen ebenfalls auf das Verhältniss 3 : 4 gestellt, aber der Bleystift muss nach h und die Spitze nach a (Fig. 1) zum Vergrössern versetzt werden.

§. 21.

Sollen zwey Zeichnungen, welche nach verschiedenen Massstäben aufgenommen oder verzeichnet sind, die kein schickliches bestimmtes Verhältniss gegen einander haben, an einander gestossen (zusammen gesetzt) werden, d. i. soll aus beyden Eine Zeichnung nach einerley Massstab verfertigt werden; so verfährt man am kürzesten, wenn man die Länge einer gewissen Anzahl Klafter oder Ruthen etc. — des grössern Massstabes unter die Spitze b des Pantographs von b nach B (Fig. 4.) aufträgt, und die Schieber mit ihrem Rande beyläufig auf ein Verhältniss stellt, als man nach dem Augenmasse glaubt, oder nach einer vorhergegangenen Untersuchung gefunden hat, das die Massstäbe gegen einander haben. Nun fahre man mit der Spitze von b bis B, und messe die durch den Bleystift, oder besser mit der Pickirnadel bezeichnete Entfernung der Puncte A und a, ob sie auf dem kleinern Massstab eine gleiche Anzahl Klafter oder Ruthen etc., als man von dem grössern von b nach B getragen hat, abschneidet. Ist dieses (welches selten der Fall seyn wird), so stehen die Schieber gut, und man kann sie in dieser Stellung fest stellen, und die vorgelegten zwey Zeichnungen zusammenstossen machen. Ist aber die bezeichnete Linie A a noch kleiner als die bestimmte Anzahl Klafter, Ruthen etc. des kleinern Massstabes, so müssen die Schieber etwas näher gegen D und E (Fig. 1.) gerückt werden; jedoch so, das die Mittelpuncte h, d und a jederzeit in gerader Linie stehen, welches dadurch bewirkt wird, wenn man ein gutes Linial an die Spitze, den Bleystift und Stützpunct anlegt, weil alle drey von gleicher Dicke seyn müssen, indem bey der Verwechselung ein jeder in des andern Öffnung genau passen muss. Ist aber die bezeichnete Linie A a grösser, als die bestimmte Anzahl Klafter des kleinern Massstabes, so müssen die Schieber weiter von D und E mit der obigen Bemerkung weggerücket, und das Verschieben so lange wiederhohlt werden, bis man seinen Zweck genau erreicht hat.

§. 22.

Wären zwey Zeichnungen zusammen zu stossen, wovon eine oder beyde mit gar keinem Massstab versehen, aber doch nach verschiedenen Massstäben aufgenommen oder verzeichnet sind, so müssen solche Zeichnungen wenigstens Eine gleichnahmige, scharf begränzte Linie haben, um aus derselben Eine Zeichnung nach einerley Massstab verfertigen zu können. Man verfährt dabey auf ähnliche Art wie vorhin; nähmlich man untersucht die gleichnahmigen Linien von beiden Karten auf einem beliebigen Massstab, welches Verhältniss sie gegen einander haben, und stellt den Pantograph auf dasselbe. Z.B. die Linie A a (Fig. 4) der kleinern Karte habe auf einem beliebigen Massstabe 68 Theile, und die gleichnahmige Linie b B der grössern Karte habe auf demselben Massstabe 273 solche Theile abgeschnitten, so haben diese Linien sehr nahe das Verhältniss $\frac{68}{273} = \frac{1}{4}$, auf welches der Pantograph in diesem Falle gestellt werden müsste, um beyde Karten in Eine zu copiren.

Nun stellt man den Bleystift, oder besser die Pickirnadel auf den Punct A der kleinern Linie A a, rückt die gleichnahmige Linie der andern Karte mit einem Punct b unter den Griffel, und führt diesen nach den andern Endpunct B. Trifft nun die Spitze der Pickirnadel genau in dem zweyten Endpunct A der gleichnahmigen Linie A a; so haben die Schieber des Pantographs die richtige Stellung, ausser diesem müssten dieselben nach Erforderniss vor- oder rückwärts mit der im vorigen §. gemachten Bemerkung gerückt, und sonach endlich die Copirung weiter vorgenommen werden.

Beschreibung, Eintheilung und Gebrauch des in der Kupfertafel II. vorgestellten Pantographs.

§. 23.

Dieser Pantograph besteht aus fünf prismatischen Stäben, jeder von 2 Schuhen (oder auch darüber) in der Länge, $\frac{4}{5}$ Zoll in der Breite und $\frac{1}{6}$ Zoll in der Dicke, von gutem harten Holze, besser aber von Messing. Vier von diesen Stäben sind an ihren Endpuncten A, B, C und D vermittelst Zapfen verbunden, um welche sie sich bewegen; und da die Stäbe von vollkommen gleicher Länge A B = B C = C D = D A sind, so bilden sie bey jeder Stellung des Pantographs ein gleichseitiges Parallelogramm. Der fünfte Stab E F ist vermittelst Schieber m und n und beweglichen Zapfen E und F an zwey entgegen gesetzte Stäbe A B und D C dergestalt verbunden, dass derselbe mit den andern entgegen gesetzten zwey Stäben A D und B C vollkommen parallel ist, und die Mittelpuncte der Zapfen A, F und B, wie auch D, E und C bey jeder Stellung des Instrumentes vollkommen in gerader Linie liegen. Auch an diesem Stabe E F lässt sich ein Schieber p, mit welchem eine zylindrische Hülse G verbunden ist, so verschieben, dass nach Erforderniss die drey Puncte A, G und C ebenfalls in gerader Linie zu stehen kommen. Ein Rand eines jeden Schiebers und der Mittelpunct E, F und G, um welchen die Bewegung geschieht, liegen genau in einer geraden Linie. Auch ist jeder Schieber mit einer Stellschraube a, b und c versehen.

Bey dieser Art Pantograph ist die Bewegung viel gleichförmiger, leichter und sanfter als bey der zuerst beschriebenen Art, weil hier vermög dieser Construction alle Theile des Instrumentes bey jeder Stellung immer gleichförmig unterstützt sind.

Der Griffel oder die Spitze, womit man auf dem Original nach der Zeichnung nachfährt, verbleibt hier immer an seinem Orte A, und nur die Puncte G und C können versetzt, d. i. der Stützpunct, welcher in einem Bleygewichte Z befestiget ist, und die Copirnadel oder der Bleystift können entweder nach G oder C versetzt werden.

Wenn der Hebel g d e, welcher um den Punct e beweglich ist, bey g so weit zurück gezogen wird, dass der andere Hebel i f mit seiner hakenartigen, abwärts stehenden Schnautze bey f ihn fassen kann, so wird vermittelst einer seidenen Schnur d D E q und einer stählenen Feder r s die Spitze u der Copirnadel oder des Bleystifts in der hohlen Hülse v w dergestalt nahe an das Papier der Copie erhalten, dass es mit dem Finger bey g nur eines kleinen Druckes gegen i bedarf, um die Copirnadel in das Papier der Copie, oder den Bleystift auf dasselbe zu drücken, und dadurch die Copie ersichtlich zu machen. Drückt man den Hebel i f bey i nieder, so löset sich der Hebel g d e bey f aus, die Feder r s zieht ihn vorwärts bis an den festen Stift bey h, und hebt zugleich den beweglichen cylindrischen Stift t y, in welchem unten die Copirnadel oder der Bleystift u eingesetzt wird, in die Höhe, damit diese Spitze u ausser dem Copiren das Papier nicht berühret.

Übrigens bewegt sich das ganze Instrument ebenfalls auf solchen Rollen, wie Tafel I. Lit. M eine abgebildet ist.

§. 24.

Auch die Eintheilung ist bey dieser Art Pantograph gegen der erstern Art viel einfacher. Denn es werden nur der mittlere Stab E F und die zwey entgegen gesetzten A B und D C, woran jener vermittelst der Zapfen E und F und der Schuber m und n verbunden ist, in 24 gleiche Theile getheilt, und mit Zahlen wie die Figur zeigt beschrieben, jeder solcher Haupttheil wird wieder in 10, also die ganze Länge A B = D C = E F in 240 gleiche Theile getheilt.

Hierdurch wird auch der Gebrauch, in Hinsicht auf Eintheilung sehr einfach und bequem; nähmlich da der Griffel immer an seinem Orte A verbleibt, so werden bloss der copirende Bleystift oder die Copirnadel mit dem Stützpunct in den Puncten G und C verwechselt.

I. Steht demnach der Stützpunct in C und der Bleystift in G; so pflegt man nur Zeichnungen von geringer Ausdehnung nach gewissen Verhältnissen zu verkleinern, wenn der Rand der Schieber zwischen den Theilstrichen 1 und 24 auf den gehörigen Theilstrich gestellt wird, Fig. 9.

II. Versetzt man aber den Stützpunct nach G, und den Bleystift nach C, so wird

1) Die Copie gleich dem Originale, wenn der Rand der Schieber m, n und p genau in der Mitte zwischen D und C, A und B, E und F, d. i. genau auf dem 12. Theilstrich steht, Fig. 8.

2) Die Copie wird nach einem gegebenen Verhältnisse verkleinert, wenn der Rand der Schieber zwischen den Theilstrichen 1 und 12 auf den gehörigen Theilstrich gestellt wird, Fig. 10.

3) Die Copie wird nach einem gewissen Verhältnisse vergrössert, wenn der Rand der Schieber zwischen den Theilstrichen 12 und 24 auf den gehörigen Theilstrich gestellt wird, Fig. 11.

§. 25.

Vermög §. 24. I. und Fig. 9. wird eine Zeichnung nach dem Verhältnisse 3 : 1 verkleinert, wenn der Rand eines jeden Schiebers auf den Theilstrich 8 gestellt wird.

Denn vermög der Eintheilung des Instrumentes §. 24, und der ähnlichen Dreyecke C E G und C D A, dann C e g und C d a verhält sich bey der ersten Stellung A B C D des Instrumentes

C A : C G = C D : C E, und bey der 2ten Stellung C d a b

C a : C g = C d : C e; nun ist C D = C d und C E = C e, daher

C A : C G = C a : C g; also ist das Dreyeck C G g ∽ C A a

Daher verhält sich ferner

C A : A a = C G : G g, oder

C A : C G = A a : G g; es verhält sich aber

C A : C G = C D : C E = 3 : 1; also auch

A a : G g = 3 : 1; daraus folgt G g = $\frac{1}{3}$ A a; das heisst: wenn die Gerade A a irgend eine Linie einer Originalzeichnung ist; so wird bey der obigen Stellung des Panthographs die gleichnahmige G g nur $\frac{1}{3}$ von A a seyn.

§. 26.

Bey der Versetzung des Stützpunctes vermög §. 24. II. 2) wird eine Zeichnung nach dem Verhältniss 2 : 1 verkleinert, wenn der Rand eines jeden Schiebers auf den Theilstrich 8 gestellt wird, Fig. 10.

Denn vermög der Eintheilung des Instruments und der ähnlichen Dreyecke G E C und G D A, dann g e C und G d a verhält sich

C A : C G = D E : E G, und

C a : C g = d e : e g, ferner wegen d e = D E und e g = E G ist

C A : C G = C a : C g, oder

C A : C a = C G : C g; also ist das Dreyeck C A a ∾ C G g;

daher verhält sich

C A : A a = C G : G g, oder

C A : C G = A a : G g; es verhält sich aber

A G : C G = D G : E G = 3 : 1 oder

(A G — C G) : C G = (3 — 1) : 1 oder

C A : C G = 2 : 1; also auch

A a : G g = 2 : 1; daraus folgt G g = $\frac{1}{2}$ A a.

Auf ähnliche Art lässt sich darthun, dass die Copie gleich dem Original erscheint, wenn man nach §. 24. II. 1) das Instrument auf den 12ten Theilstrich setzet.

Eben so erhellet in der Figur 11 aus den Dreyecken G E C ∾ G D A, g e C ∾ g d a, und A a C ∾ G g C, dass nach §. 24. II. 3) eine Zeichnung nach dem Verhältnisse 1 : 2 vergrössert wird, wenn der Rand eines jeden Schiebers auf den Theilstrich 16 gestellt wird.

§. 27.

Nun lassen sich allgemeine Regeln aufstellen, nach welchen aus einem gegebenen Reductions-Verhältnisse jedes Mahl bestimmt werden kann, auf welchen Theilstrich die Schieber dieses Pantographs gestellt werden müssen.

1) Für die Reduction nach §. 24. I. darf man nur die Zahl 240 mit dem Verkleinerungs-Verhältniss multipliciren, um den Theilungsstrich zu erhalten, auf welchen der Rand eines jeden Schiebers gestellt werden muss, (§. 25.). Es sey z. B. eine Zeichnung nach dem Verhältniss 3 : 1 zu verkleinern, so ist 240 . $\frac{1}{3}$ = 80, das heisst, die Schieber sind auf den mit 8 bezeichneten Theilstrich zu stellen, wegen der Theilung eines jeden Haupttheiles in 10 gleiche Theile (§. 24.). Ingleichen, es sey eine Zeichnung nach dem Verhältnisse 5 : 2 zu reduciren, so wird wegen 240 . $\frac{2}{5}$ = 96 jeder Schieber auf den 6ten Theilstrich zwischen den Haupttheilen 9 und 10 gestellt werden müssen; und so in andern Fällen.

2) Für die Reduction nach §. 24. II. 2) muss man das zweyte Glied des Verkleinerungs-Verhältnisses durch die Summe der beyden Glieder desselben dividiren, und mit diesem Quotienten die Zahl 240 multipliciren, um den Theilstrich zu erhalten, auf welchen der Rand eines jeden Schiebers gestellt werden muss. Es sey z. B. eine Karte nach dem Verhältniss 2 : 1 zu verkleinern, so ist vermög erst gegebner Regel $\frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$ der Quotient, und 240 . $\frac{1}{3}$ = 80, d. h. jeder Schieber muss mit seinem Rande auf den achten Haupt-

theil gestellt werden (§. 26.). Ingleichen, es sey eine Karte nach dem Verhältnisse 3 : 2 zu reduciren, so ist $\frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$, und ferner 240. $\frac{2}{5}$ = 96, d. h. jeder Schieber muss zwischen den Haupttheilen 9 und 10 auf die 6te Unterabtheilung gestellt werden.

3) Für die Reduction nach §. 24. II. 3) muss man ebenfalls das zweyte Glied des Vergrösserungs-Verhältnisses durch die Summe der beyden Glieder desselben dividiren, und mit diesem Quotienten die Zahl 240 multipliciren, um auch wieder den zu suchenden Theilstrich zu erhalten (§. 26.)

Es sey eine Karte z. B. nach dem Verhältnisse 3 : 4 zu vergrössern, so ist $\frac{4}{3+4} = \frac{4}{7}$; und ferner 240. $\frac{4}{7}$ = 139 $\frac{1}{7}$, d. h. der Rand eines jeden Schiebers muss zwischen den Haupttheilen 13 und 14 über den 9ten Theilstrich noch um $\frac{1}{7}$ einer Unterabtheilung hinübergesetzt werden, welche Annäherung in diesem Falle nach dem Augenmasse beurtheilt, und nach §. 21. geprüft werden muss.

§. 28.

Alles übrige, was in Hinsicht auf das Copiren selbst, §. 18 und 19., sodann in Bezug auf das Zusammensetzen zweyer nach verschiedenen Massstäben verzeichneten Karten in Eine §. 20, 21 und 22. gesagt worden ist, gilt auch hier für diese Art Pantograph. Soll z. B. eine Karte nach 80 Klafter = 1 Wiener Zoll verzeichnet, mit einer andern Karte, welche nach 150 Kl. = 1 W. Z. verzeichnet ist, in Eine Karte zusammen gesetzt werden, bey welcher der Massstab 100 Kl. = 1 W. Z. wird, so muss die

erste Karte zu 80 Kl., nach dem Verhältnisse $\frac{80}{100} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ = 5 : 4 verkleinert werden; also ist vermög §. 27. 2) der Quotient $\frac{4}{5+4} = \frac{4}{9}$, und ferner 240. $\frac{4}{9}$ = 106 $\frac{2}{3}$, d. h.: es muss der Rand eines jeden Schiebers zwischen den Haupttheilen 10 und 11 noch über dem Theilstrich 6 um $\frac{2}{3}$ einer Unterabtheilung hinüber gesetzt werden.

Und eben so findet man, dass die zweyte Karte zu 150 Kl. nach dem Verhältnisse $\frac{150}{100} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$ = 2 : 3 vergrössert werden muss; also ist vermög §. 27. 3) der Quotient $\frac{3}{2+3} = \frac{3}{5}$, und ferner 240. $\frac{3}{5}$ = 144; d. h. es muss der Rand eines jeden Schiebers zwischen den Haupttheilen 14 und 15 auf den 4ten Theilstrich gesetzt werden, um die verlangte Zusammensetzung zu erhalten.

Anmerkung. Da der gemeine sogenannte Storchschnabel ebenfalls nach denselben Grundsätzen, wie der Pantograph gebaut und construirt ist, so gelten für denselben, in Hinsicht auf die Reduction der Zeichnungen nach einem gegebenen Verhältnisse, ebenfalls die nun angeführten Gründe.

Beschreibung und Gebrauch eines sehr einfachen Reductions-Mittels.

§. 29.

Das einfachste Copir-Instrument ist wohl das in Fig. 7. abgebildete, welches in solchen Fällen, wo keine gar zu grosse Genauigkeit erforderlich ist, mit Vortheil gebraucht, und von jedem selbst leicht verfertiget werden kann. Es besteht aus einem hölzernen Lineal A B, von einer solchen Länge, dass zwey

Bogen grosses Zeichen-Papier P Q und R S darunter liegen können; also ungefähr eine Länge von 4 Schuhen, $2\frac{1}{2}$ bis 3 Zoll Breite, und $\frac{1}{4}$ Zoll Dicke. Bey C ist ein Plättchen von Messing angebracht, durch welches eine Nadel gesteckt, das Lineal auf einem Tische befestiget und um diese Nadel beweglich gemacht wird. Von diesem Puncte C aus werden willkührliche, aber unter sich gleiche Theile auf dem schief zugehobelten Rande nach der ganzen Länge des Lineals aufgetragen, und jeder zehnte Punct, wie die Figur weiset, beschrieben. Es versteht sich von selbst, dass, je kleiner diese Theile sind, desto genauer man eine Zeichnung copiren kann.

Soll demnach eine Figur D E F G . . . .; z. B nach dem Verhältnisse 3 : 1 oder nach $\frac{1}{3}$ verkleinert, und auf den Bogen P Q copirt werden, so lege man das weisse Papier P Q zunächst an den festen Punct C, darneben das Original R S, und befestige beyde an den Ecken mit Häftnägeln, oder dgl.

§. 30.

Das Copiren selbst aber geht sehr geschwind von Statten, wenn man, von dem rechten Rande des Originals angefangen, alle links folgenden Zahlen der Zehner und Fünfer der Theilstriche durch den Nenner des Bruches, nach welchem verkleinert werden soll, dividirt, und den Quotienten mit dem Zähler dieses Bruches multipliciret (hier wird durch 3 dividiret, und mit 1 multiplicirt, weil nach $\frac{1}{3}$ verkleinert werden soll), und diese Resultate mit einer Farbe, die sich leicht wieder wegwaschen lässt, über die unveränderlichen Zahlen schreibet; hier ist z. B. $\frac{30}{3} = 10$; $\frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$; $\frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$; $\frac{45}{3} = 15$ u. s. w., wie es die Figur weiset.

Um nun die Figur D E F G . . . . zu copiren, bewege man das Lineal A B mit dem eingetheilten Rande bis D, so trifft hier der Theilstrich, welcher mit $11\frac{2}{3}$ bezeichnet ist, auf diesen Punct; nun bemerke man in dieser Lage des Lineals mit einer Copirnadel oder einem Bleystift den gleichnahmigen Punct d zwischen dem 11ten und 12ten Strich von C an gerechnet, so zwar: dass der Punct d um $\frac{1}{3}$ dieses Theiles rückwärts von dem 12ten Theilstrich stehet. Man rücke ferner den Rand des Lineals auf E: da dieser Punct mit demjenigen Theilstrich übereintrifft, welcher um 3 Striche weiter vorwärts von $11\frac{2}{3}$ steht, und hier in unserem Beyspiele 3 Theile von dem Originale, 1 Theil für die Copie betragen, weil $\frac{3}{3} = 1$ ist; so muss man zu $11\frac{2}{3}$ noch 1 hinzu zählen, und von C an $12\frac{2}{3}$ für den gleichnahmigen Punct e rechnen; u. s. w.

Dass nun $de = \frac{1}{3}DE$ ist, erhellet daraus, weil

$$\left.\begin{array}{r} Cd = \frac{1}{3}CD \\ \text{und } Ce = \frac{1}{3}CE \end{array}\right\}$$ gemacht wurde, daher verhält sich $Cd : Ce = \frac{1}{3}CD : \frac{1}{3}CE = CD : CE$; folglich ist das Dreyeck $Cde \backsim CDE$; daher ist auch

$Cd : de = CD : DE$

oder $\frac{1}{3}CD : de = CD : DE$

oder $\frac{1}{3} : de = 1 : DE$; daraus folgt $de = \frac{1}{3}DE$. Und so auch bey den übrigen.

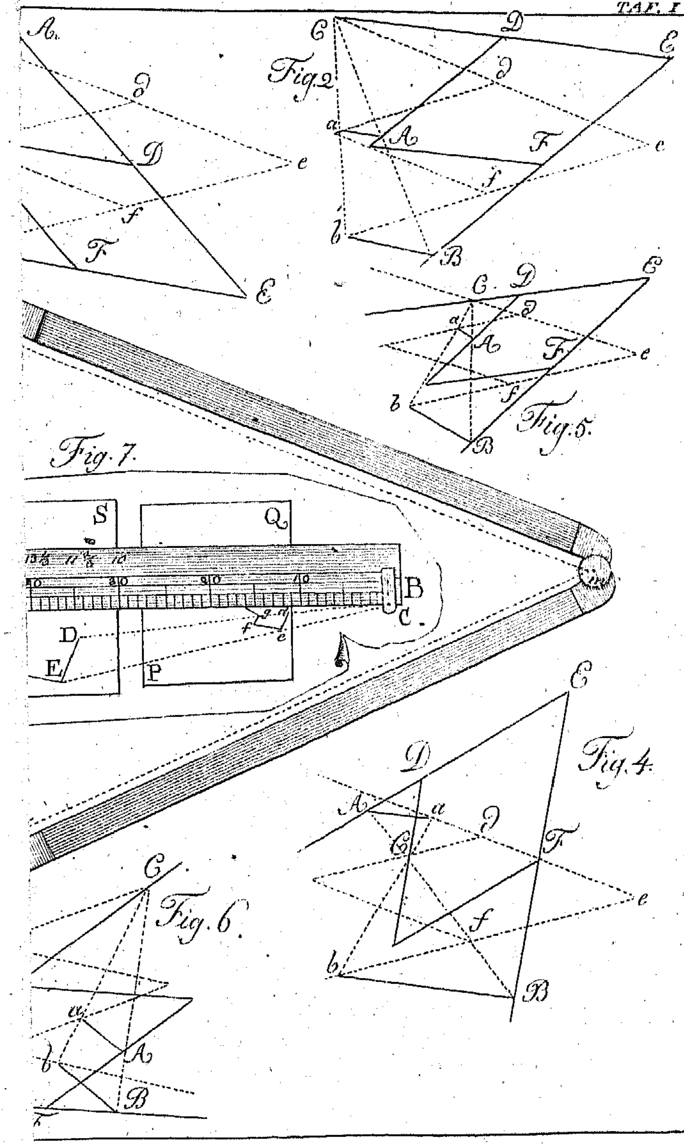
§. 31.

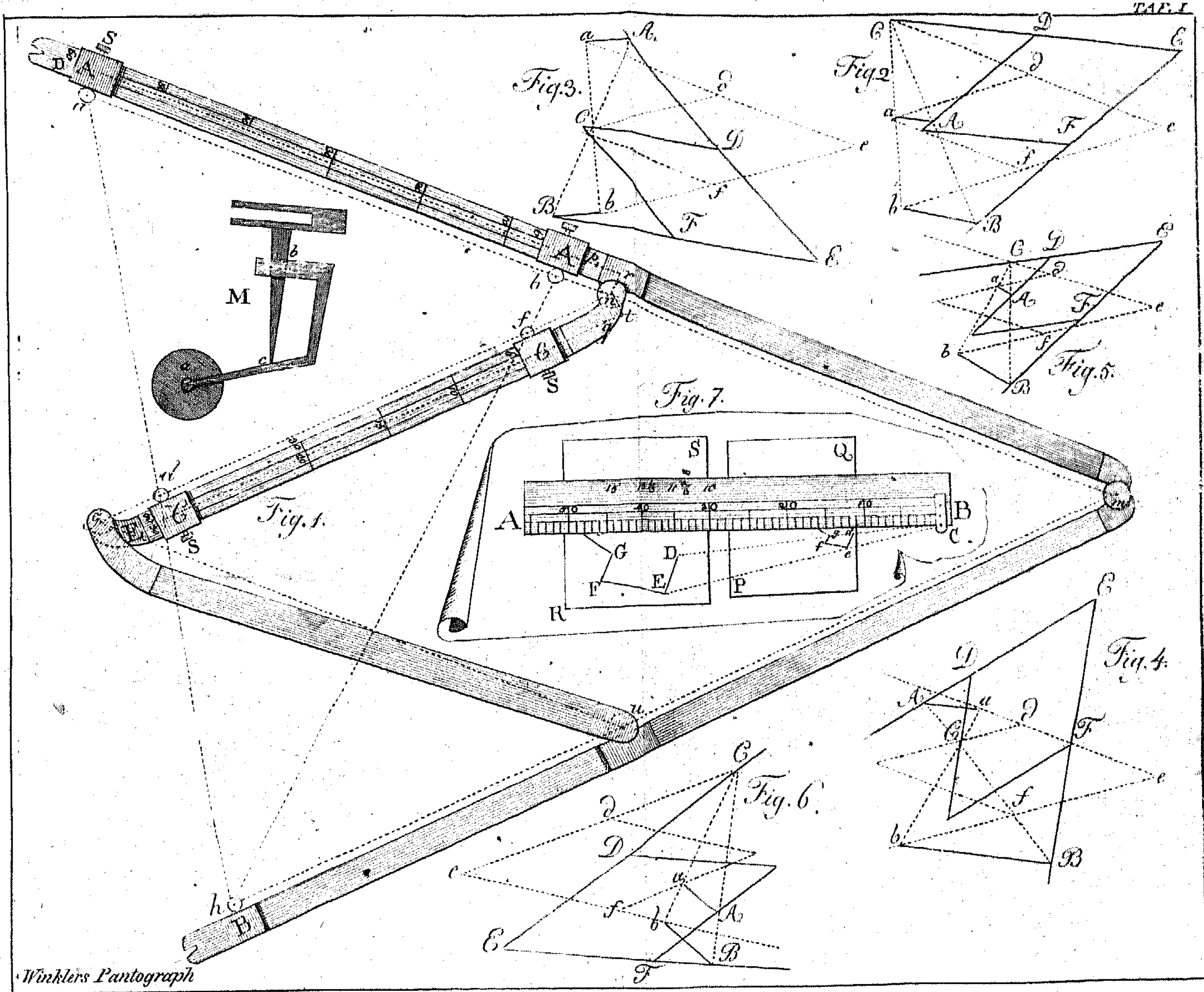
Ist eine Zeichnung nach einem gewissen Verhältnisse zu vergrössern, so wird nur die Copie und das Original in Hinsicht ihrer Lage verwechselt, und übrigens ganz so wie vorhin verfahren.

Soll nach einem anderen gegebenen Verhältnisse verkleinert oder vergrössert werden, so darf mau nur die oben darüber geschriebenen Zahlen wieder wegwischen, und die andern vermög §. 20 bestimmten wieder darüber setzen, u. s. f.

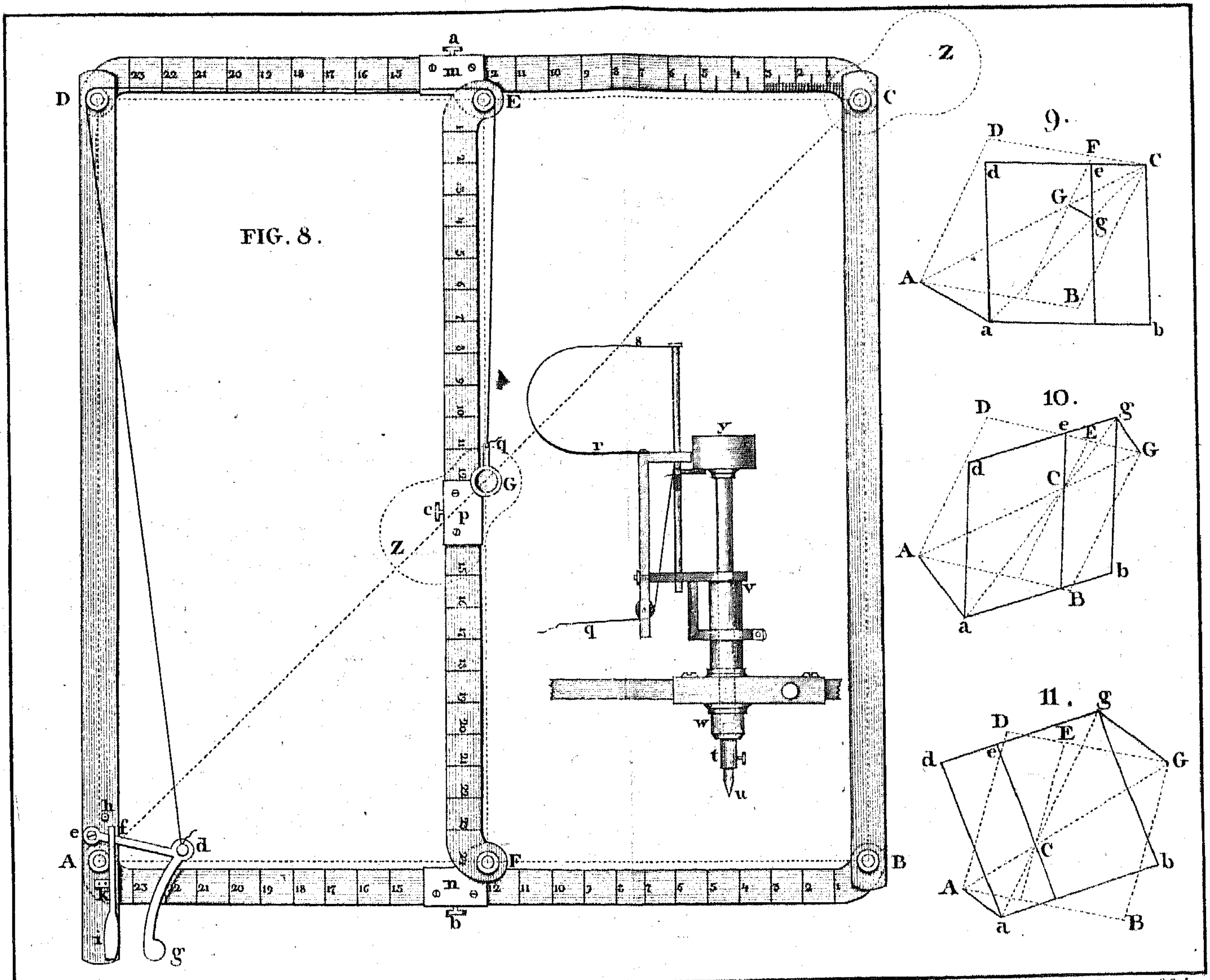
Diese Methode, Zeichnungen nach einem gegebenen Verhältnisse, wo es auf keine gar zu grosse Genauigkeit ankömmt, zu verkleinern oder zu vergrössern, führet den besonderen Vortheil mit sich, dass dadurch das Original nicht im Geringsten beschädigt oder beschmutzt wird.

TAF. I





Winklers Pantograph



Winklers Pantograph

in Kupfer gest. von C. Stein

Tabelle zu Figur I.

Aus welcher man für jede Verwechselung des Stützpunctes, des Bleystiftes und der Spitze des Griffels des Pantographs jedes Verhältniss entnehmen kann, nach welchem man Zeichnungen zu verkleinern oder zu vergrössern im Stande ist.

Die Verkleinerung kann geschehen:

I. Wenn der Stützpunct in d, die Bleystifte in a, und die Spitze in h ist.						II. Wenn der Stützpunct in a, die Bleystifte in d, und die Spitze in h ist.				III. Wenn der Stützpunct in h, die Bleystifte in d, und die Spitze in a ist.			
auf der 1ten Theilung		auf der 2ten Theilung		auf der 3ten Theilung		auf der 1ten Theilung		auf der 3ten Theilung		auf der 1ten Theilung		auf der 3ten Theilung	
nach dem Verhältnisse	Jeder Schieber muss mit seinem Rande stehen, auf dem	nach dem Verhältnisse	Jeder Schieber muss mit seinem Range stehen, auf dem	nach dem Verhältnisse	Jeder Schieber muss mit seinem Rande stehen, auf dem	nach dem Verhältnisse	Jeder Schieber muss mit seinem Rande stehen, auf dem	nach dem Verhältnisse	Jeder Schieber muss mit seinem Rande stehen, auf dem	nach dem Verhältnisse	Jeder Schieber muss mit seinem Rande stehen, auf dem	nach dem Verhältnisse	Jeder Schieber muss mit seinem Rande stehen, auf dem
10 : 1	Puncte 6	9 : 1	Puncte 6		Verhältnisse	11 : 1	Puncte 6		Verhältnisse	11 : 10	Puncte 6		Verhältnisse
60 : 7	— 7	53 : 7	— 7	8 : 1	1 : 8	67 : 7	— 7	9 : 1	1 : 8	67 : 60	— 7	9 : 8	1 : 8
15 : 2	— 8	13 : 2	— 8	7 : 1	1 : 7	17 : 2	— 8	8 : 1	1 : 7	17 : 15	— 8	8 : 7	1 : 7
20 : 3	— 9	17 : 3	— 9	9 : 2	2 : 9	23 : 3	— 9	11 : 2	2 : 9	23 : 20	— 9	11 : 9	2 : 9
6 : 1	— 10	5 : 1	— 10	7 : 2	2 : 7	7 : 1	— 10	9 : 2	2 : 7	7 : 6	— 10	9 : 7	2 : 7
60 : 11	— 11	49 : 11	— 11	8 : 3	3 : 8	71 : 11	— 11	11 : 3	3 : 8	71 : 60	— 11	11 : 8	3 : 8
5 : 1	— 12	4 : 1	— 12	9 : 4	4 : 9	[illegible] : 1	— 12	13 : 4	4 : 9	6 : 5	— 12	13 : 9	4 : 9
60 : 13	— 13	47 : 13	— 13	9 : 5	5 : 9	73 : 13	— 13	14 : 5	5 : 9	73 : 60	— 13	14 : 9	5 : 9
30 : 7	— 14	23 : 7	— 14	7 : 4	4 : 7	37 : 7	— 14	11 : 4	4 : 7	37 : 30	— 14	11 : 7	4 : 7
4 : 1	— 15	3 : 1	— 15	8 : 5	5 : 8	5 : 1	— 15	13 : 5	5 : 8	5 : 4	— 15	13 : 8	5 : 8
15 : 4	— 16	11 : 4	— 16	9 : 7	7 : 9	19 : 4	— 16	16 : 7	7 : 9	19 : 15	— 16	16 : 9	7 : 9
60 : 17	— 17	43 : 17	— 17	7 : 6	6 : 7	77 : 17	— 17	13 : 6	6 : 7	77 : 60	— 17	13 : 7	6 : 7
10 : 3	— 18	7 : 3	— 18	9 : 8	8 : 9	13 : 3	— 18	17 : 8	8 : 9	13 : 10	— 18	17 : 9	8 : 9
60 : 19	— 19	41 : 19	— 19			79 : 19	— 19			79 : 60	— 19		
3 : 1	— 20	2 : 1	— 20			4 : 1	— 20			4 : 3	— 20		
20 : 7	— 21	13 : 7	— 21			27 : 7	— 21			27 : 20	— 21		
30 : 11	— 22	19 : 11	— 22			41 : 11	— 22			41 : 30	— 22		
60 : 23	— 23	37 : 23	— 23			83 : 23	— 23			83 : 60	— 23		
5 : 2	— 24	3 : 2	— 24			7 : 2	— 24			7 : 5	— 24		
12 : 5	— 25	17 : 5	— 25			17 : 5	— 25			17 : 12	— 25		
30 : 13	— 26	17 : 13	— 26			43 : 13	— 26			43 : 30	— 26		
20 : 9	— 27	11 : 9	— 27			29 : 9	— 27			29 : 20	— 27		
15 : 7	— 28	8 : 7	— 28			22 : 7	— 28			22 : 15	— 28		
60 : 29	— 29	31 : 29	— 29			89 : 29	— 29			89 : 60	— 29		
2 : 1	— 30	1 : 1	— 30			3 : 1	— 30			3 : 2	— 30		
60 : 31	— 31					91 : 31	— 31			91 : 60	— 31		
15 : 8	— 32					23 : 8	— 32			23 : 15	— 32		
20 : 11	— 33					31 : 11	— 33			31 : 20	— 33		
30 : 17	— 34					47 : 17	— 34			47 : 30	— 34		
12 : 7	— 35					19 : 7	— 35			19 : 12	— 35		
5 : 3	— 36					8 : 3	— 36			8 : 5	— 36		
60 : 37	— 37					97 : 37	— 37			97 : 60	— 37		
30 : 19	— 38					49 : 19	— 38			49 : 30	— 38		
20 : 13	— 39					33 : 13	— 39			33 : 20	— 39		
3 : 2	— 40					5 : 2	— 40			5 : 3	— 40		
60 : 41	— 41					101 : 41	— 41			101 : 60	— 41		
10 : 7	— 42					17 : 7	— 42			17 : 10	— 42		
60 : 43	— 43					103 : 43	— 43			103 : 60	— 43		
15 : 11	— 44					26 : 11	— 44			26 : 15	— 44		
4 : 3	— 45					7 : 3	— 45			7 : 4	— 45		
30 : 23	— 46					53 : 23	— 46			53 : 30	— 46		
60 : 47	— 47					107 : 47	— 47			107 : 60	— 47		
5 : 4	— 48					9 : 4	— 48			9 : 5	— 48		
60 : 49	— 49					109 : 49	— 49			109 : 60	— 49		
6 : 5	— 50					11 : 5	— 50			11 : 6	— 50		
20 : 17	— 51					37 : 17	— 51			37 : 20	— 51		
15 : 13	— 52					28 : 13	— 52			28 : 15	— 52		
60 : 53	— 53					113 : 53	— 53			113 : 60	— 53		
10 : 9	— 54					19 : 9	— 54			19 : 10	— 54		
12 : 11	— 55					23 : 11	— 55			23 : 12	— 55		
15 : 14	— 56					29 : 14	— 56			29 : 15	— 56		
60 : 57	— 57					117 : 57	— 57			117 : 60	— 57		
30 : 29	— 58					59 : 29	— 58			59 : 30	— 58		
60 : 59	— 59					119 : 59	— 59			119 : 60	— 59		
1 : 1	— 60					2 : 1	— 60			2 : 1	— 60		

Die Vergrösserung kann ebenfalls nach den hier angegebenen umgekehrten Verhältnissen geschehen, wenn der Stützpunct in d verbleibet, der Bleystift aber nach h und die Spitze nach a versetzt wird.

Anmerkung. Die Verhältnisse und die Theilungspuncte sind alle nach der Ordnung, wie sie auf dem Pantograph von r gegen D und von n gegen E folgen, hieher gesetzt worden.