

**Energiezustände in einem  
Halbleiterübergitter  
in  
gekreuzten elektrischen und magnetischen  
Feldern**

Diplomarbeit  
von  
Claudia Blöser

FACHBEREICH PHYSIK  
JOHANN WOLFGANG GOETHE-UNIVERSITÄT  
FRANKFURT AM MAIN

März 2005



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>2. Physikalische Grundlagen</b>	<b>9</b>
2.1. Bandstrukturen im Festkörper . . . . .	9
2.1.1. Energiebänder . . . . .	9
2.1.2. Ladungsträgerbewegung in Bändern . . . . .	10
2.1.3. Halbleiter . . . . .	12
2.2. Potentialtöpfe und Übergitter . . . . .	16
2.2.1. Unendlich und endlich tiefer Potentialtopf . . . . .	16
2.2.2. Übergitter . . . . .	17
2.2.3. Exzitonen . . . . .	20
2.3. Wannier-Stark-Quantisierung . . . . .	24
2.3.1. Wannier-Stark-Leiter im Einteilchen-Bild . . . . .	26
2.3.2. Wannier-Stark-Leiter mit Vielteilchen-Effekten . . . . .	29
2.3.3. Bloch-Oszillationen . . . . .	32
2.4. Landau-Quantisierung . . . . .	36
2.4.1. Freie Ladungsträger . . . . .	36
2.4.2. Volumenhalbleiter . . . . .	38
2.4.3. Übergitter in elektrischen und magnetischen Feldern . . . . .	41
2.4.4. Landau-Quantisierung im Einteilchen-Bild . . . . .	43
2.4.5. Landau-Quantisierung mit Vielteilchen-Effekten . . . . .	50
2.5. Fano-Resonanzen . . . . .	52
<b>3. Experimentelle Techniken</b>	<b>57</b>
3.1. Messaufbau und Durchführung der Experimente . . . . .	59
3.1.1. Apparative Ausstattung . . . . .	59
3.1.2. Elektroreflexionsmessungen . . . . .	61
3.1.3. Transmissionsmessungen . . . . .	64
3.2. Die Probe . . . . .	65
3.2.1. Die Probenstruktur . . . . .	65

3.2.2. Die Probenpräparation . . . . .	66
<b>4. Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>69</b>
4.1. Elektroreflexionsspektren für feste Magnetfelder . . . . .	69
4.1.1. Messungen ohne Magnetfeld . . . . .	69
4.1.2. Messungen mit Magnetfeld . . . . .	72
4.2. Experimentelle Ergebnisse und Vergleich mit der Theorie . . . . .	75
4.2.1. Elektroreflexionsspektren . . . . .	75
4.2.2. Absorptionsspektren . . . . .	81
4.3. Vergleich der spektralen Untersuchungen mit zeitaufgelösten Messungen . . . . .	85
<b>5. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>95</b>
<b>6. Danksagung</b>	<b>99</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>101</b>
A.1. Bezeichnungen . . . . .	101
A.2. Fano-Resonanz . . . . .	102
A.3. Berechnung der Anregungsdichte . . . . .	104
A.4. Feldbestimmung . . . . .	105
A.5. Fabry-Perot-Interferenzen . . . . .	107
A.6. Zener-Effekt . . . . .	107
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>110</b>

# 1. Einleitung

Energiezustände von Ladungsträgern in einem Kristall, der durch ein periodisches Potential modelliert wird, sind grundlegender Gegenstand der Festkörperphysik. Quantenmechanische Theorien über den Einfluss elektrischer und magnetischer Felder auf die Energiezustände eines Festkörpers existieren beinahe so lange wie die Quantenmechanik selbst: Die Ausbildung von *Landau-Niveaus* im Magnetfeld wurde vor über 70 Jahren mathematisch hergeleitet [1], während die Quantisierung der Energiebänder im elektrischen Feld vor über 50 Jahren vorhergesagt wurde [2]. Im Gegensatz zu der Formierung von Landau-Zuständen kann jedoch die Quantisierung im elektrischen Feld in sogenannte *Wannier-Stark-Zustände* in natürlich vorkommenden Materialien nicht beobachtet werden, da die zur energetischen Aufspaltung notwendigen Feldstärken zu hoch sind. ESAKI und TSU schlugen 1970 eine neue künstliche Materialklasse vor, die es erlaubt, quantenmechanische Effekte auf einer experimentell zugänglichen Größenskala zu beobachten: Halbleiterübergitter [3].

Halbleiterübergitter werden durch Schichtung von Halbleitermaterialien unterschiedlicher Bandlücke realisiert. Dabei entsteht eine periodische Quantentopfstruktur, die sich von der eines Volumenkristalls vor allem durch die um etwa eine Größenordnung größere Gitterperiode unterscheidet. Durch die Kopplung der Quantentöpfe kommt es, analog zur Bandstruktur in Festkörpern, zur Ausbildung von sogenannten *Minibändern*. Nachdem es durch den Fortschritt der MBE (engl: *molecular beam epitaxy*)-Technik möglich wurde, Halbleiterübergitter mit präzise definierten Schichtdicken herzustellen, eröffnete sich die Perspektive, mit diesen idealen Modellsystemen fundamentale, lange vorhergesagte quantenmechanische Phänomene zu enträtseln.

Zu diesen Phänomenen gehört die bereits erwähnte Wannier-Stark-Aufspaltung der Energiebänder, aber auch deren dynamisches Pendant, die *Bloch-Oszillationen*. Schon 1928 berechnete BLOCH das Verhalten eines elektronischen Wellenpakets, das als Superposition von benachbarten Wannier-Stark-Zuständen betrachtet werden kann, unter Einfluss eines konstanten elektrischen Feldes [4]. Wohlbekannt ist die makroskopische Beobachtung, die sich im Ohmschen Gesetz manifestiert, dass ein konstantes elektrisches Feld zu einer konstanten Stromdichte führt. Geprägt durch diese im Alltag grundlegende Erfahrung mutet das quantenmechanische Resultat widersprüchlich an: Ein konstantes elektrisches Feld veranlasst ein elektronisches Wellenpaket zu einer oszillatorischen Bewegung, den oben genannten Bloch-Oszillationen. Das

klassische Ohmsche Gesetz wird durch mikroskopische Streuprozesse ermöglicht, die bei Raumtemperatur weit unterhalb einer Pikosekunde ( $10^{-12}$  s) erfolgen. Die Beobachtung von Bloch-Oszillationen im Übergitter verdankt sich der im Vergleich zu Volumenkristallen erhöhten Oszillationsfrequenz, die proportional zur Gitterperiode ist, so dass sie die Streurate der Ladungsträger übersteigen kann.

Während Bloch-Oszillationen die *Dynamik* der Ladungsträger im Übergitter betreffen, bestimmen die Energiezustände die damit eng verknüpften *spektralen* Eigenschaften des Systems. Letztere werden im Rahmen dieser Arbeit an einer GaAs/AlGaAs-Übergitterprobe mit Hilfe von Elektreflexions- und Transmissionsspektroskopie untersucht. In Anwesenheit gekreuzter elektrischer und magnetischer Felder werden Wannier-Stark- und Landau-Quantisierung der Energieniveaus beobachtet. Dabei liegt das elektrische Feld in Wachstumsrichtung des Übergitters an, während das magnetische Feld senkrecht dazu in der Ebene der Schichten steht (siehe Abbildung 1.1). Im Gegensatz zu der Konfiguration parallel gerichteter Felder in Wachstumsrichtung [5] können die Quantisierungseffekte der beiden Felder nicht entkoppelt voneinander betrachtet werden: Das elektrische und das magnetische Feld konkurrieren um den Einfluss auf die Energiezustände des Übergitters.

Zwei Aspekte motivieren die Experimente dieser Arbeit: Zum einen liegt eine Theorie in Form von numerischen Modellrechnungen vor, die von S. STEPANOW und S. GLUTSCH aus Jena erstellt wurde [6]. Im Rahmen einer Kooperation erfüllt die vorliegende Arbeit den Zweck, die theoretischen Absorptionsspektren mit experimentellen Ergebnissen zu vergleichen. Im Zusammenspiel mit der Theorie werden wertvolle neue Erkenntnisse über die Entwicklung der Energieübergänge zwischen Wannier-Stark- bzw. Landau-Niveaus in Abhängigkeit der angelegten Felder gewonnen. Je nach relativem Wert des elektrischen und magnetischen Feldes  $B/F = x$  lassen sich verschiedene Bereiche des Spektrums identifizieren: Der *Wannier-Stark-Bereich* für kleines  $x$ , der *Landau-Bereich* für großes  $x$  und ein nahezu strukturloser *Übergangsbereich* zwischen den beiden für mittleres  $x$ . In jedem der Bereiche soll der Charakter der beobachteten Energieübergänge enthüllt werden. Eine der größten Herausforderungen ist die Erklärung des Ursprungs des strukturlosen Übergangsbereichs.

Ein zweites Anliegen dieser Arbeit ist eine Verknüpfung der Resultate der spektral aufgelösten Experimente mit Ergebnissen zeitaufgelöster Untersuchungen der Dynamik elektronischer Wellenpakete. Dynamische Prozesse in Halbleiterübergittern sind ein zentraler Forschungsgegenstand unserer Arbeitsgruppe. Somit liegt es nahe, experimentelle Beobachtungen von Bloch-Oszillationen mit den spektralen Befunden bezüglich der Energieniveaus zu vergleichen.

Die vorliegende Arbeit beginnt mit einer Darstellung der physikalischen Grundlagen, die zum Verständnis von Halbleiterübergittern in elektrischen und magnetischen Feldern notwendig sind. In diesem Kontext werden auch die theoretischen Absorptionsspektren vorgestellt, die später mit den experimentellen Daten verglichen werden. Im zweiten Kapitel werden die ex-

---

perimentellen Techniken diskutiert: Nach einer kritischen Darstellung der Messmethoden folgt eine Beschreibung der experimentellen Aufbauten und der für die Durchführung der Messungen relevanten Parameter. Der zweite Teil des Kapitels ist der untersuchten Probenstruktur und der Probenpräparation gewidmet. Im dritten Kapitel werden die Messergebnisse in drei Abschnitten präsentiert und diskutiert: Zunächst werden Elektroreflexionsspektren gezeigt, die bei jeweils festem Magnetfeld und variiertem elektrischem Feld aufgenommen wurden. Der zweite Teil macht den Schwerpunkt dieser Arbeit aus: Es werden die Ergebnisse von Elektroreflexions- und Transmissionsmessungen bei jeweils festem elektrischem Feld in Abhängigkeit des Magnetfeldes dargestellt und im Vergleich mit theoretischen Spektren diskutiert. Der letzte Abschnitt dient einem Brückenschlag zwischen spektralen und zeitaufgelösten Messungen. Am Schluss der Arbeit befindet sich eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse, verbunden mit einem Ausblick auf zukünftige Untersuchungen.

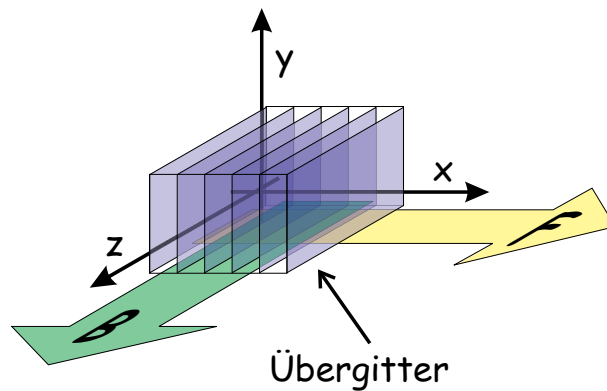


Abbildung 1.1.: Darstellung der in dieser Arbeit gewählten Geometrie gekreuzter Felder: Das elektrische Feld  $F$  liegt in Wachstumsrichtung des Übergitters ( $x$ -Richtung) an, während das Magnetfeld  $B$  senkrecht dazu ( $z$ -Richtung) in der Ebene der Übergitterschichten orientiert ist.





## 2. Physikalische Grundlagen

### 2.1. Bandstrukturen im Festkörper

#### 2.1.1. Energiebänder

Eine kurze Erläuterung der Bandstruktur in Festkörpern ist unerlässlich, sind doch die optischen Eigenschaften eines Kristalls wesentlich von dessen Bandstruktur bestimmt. In einem ersten Zugang lässt sich die Existenz von Energiebändern durch das *Pauli-Prinzip* motivieren. Dieses besagt, dass sich Fermionen (z.B. Elektronen) in einem Potential in mindestens einer Quantenzahl unterscheiden müssen. Um ein periodisches Kristallgitter zu modellieren, kann vom Grenzfall isolierter Atome ausgegangen werden, die allmählich näher aneinander rücken. Der Tunneleffekt (siehe Abschnitt 1.2.1) erlaubt es Elektronen, von einem Atom zum anderen zu tunneln. Da jedoch jedes diskrete Energieniveau nach dem Pauli-Prinzip nur von höchstens zwei Elektronen, die sich in ihrem Spinzustand unterscheiden, besetzt werden darf, spaltet das Niveau auf: Besteht der Kristall aus  $N$  Atomen, so spaltet ein Energieniveau  $E_n$  des isolierten Atoms durch Wechselwirkung mit den  $(N - 1)$  Atomen des Kristalls in  $N$  Zustände auf, die das entsprechende, quasikontinuierliche Band bilden. Jeder Zustand kann von je 2 Elektronen mit entgegengesetztem Spin besetzt werden. Die energetische Verbreiterung der Energieniveaus resultiert auch aus dem *Heisenbergschen Unbestimmtheitsprinzip*, welches ein Zeit- mit einem Energieintervall verknüpft:  $\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$ . Die Aufenthaltsdauer  $\Delta t$  eines tunnelnden Elektrons bei einem bestimmten Atom ist endlich, daher besitzt auch die entsprechende Energie keinen scharfen Wert.

Um die Entstehung von erlaubten Energiebändern und verbotenen Zonen im Festkörper etwas genauer zu skizzieren, wird im Folgenden die *Einelektronennäherung* verwendet, die alle Elektron-Elektron-Wechselwirkungen vernachlässigt. Der Festkörper wird als *periodisches Potential* modelliert, das durch die positiven Atomrümpfe entsteht. Die Lösung der Einelektronen-Schrödinger-Gleichung mit periodischem Potential ist eine modulierte ebene Welle

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r})e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad (2.1)$$

mit einem gitterperiodischen Modulationsfaktor

$$u_{\vec{k}} = u_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{r}_n) \quad , \quad (2.2)$$

wobei  $\vec{r}_n$  einen Translationsvektor im dreidimensionalen periodischen Gitter bezeichnet und zusammengesetzt ist aus Vielfachen  $(n_1, n_2, n_3)$  der drei Basisvektoren  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  des Realgitters. Der Wellenzahlvektor  $\vec{k}$  nimmt bei periodischen Randbedingungen diskrete Werte an. Diese Aussage heißt *Bloch'sches Theorem*, wobei die elektronischen Wellenfunktionen als *Bloch-Wellen* bezeichnet werden [4].

Betrachten wir den Grenzfall eines verschwindend kleinen periodischen Potentials. Die Energiezustände der freien Elektronen werden durch die Dispersionsrelation  $E = \hbar^2 k^2 / 2m$  beschrieben. Wird das periodische Potential berücksichtigt, sind die Elektronenzustände nicht nur auf dieser einen Parabel im Impulsraum ( $\vec{k}$ -Raum) angesiedelt, sondern auch auf allen periodisch verschobenen. Das Periodizitätsintervall heisst *Brillouin-Zone* und beträgt im  $\vec{k}$ -Raum  $2\pi/a$ . An den Grenzen einer Brillouin-Zone liegt eine Entartung der Energiewerte vor, die aus dem Schnittpunkt zweier Parabeln resultiert. Bei diesen  $\vec{k}$ -Werten existiert eine Superposition der beiden entsprechenden Bloch-Wellen. Dies hat zur Folge, dass die beiden ebenen Wellen in stehende Wellen übergehen, die man sich als aus einer einlaufenden und einer Bragg-reflektierten Welle entstanden vorstellen kann. Die stehenden Wellen besitzen zwei Hauptphasenlagen, zu denen zwei Aufenthaltswahrscheinlichkeiten korrespondieren:  $\psi_1^2 \sim \cos^2 \pi x/a$  und  $\psi_2^2 \sim \sin^2 \pi x/a$ . Im ersten Fall ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons am Ort der Atomrümpfe maximal, während ein Elektron im Zustand  $\psi_2$  am häufigsten zwischen den Rümpfen anzutreffen ist. Der erste Fall resultiert aufgrund der räumlichen Nähe von positiven Rumpfen und Elektronen in einer niedrigeren Gesamtenergie, als sie durch die Energieparabel des freien Elektrons gegeben wäre. Der zweite Fall entspricht hingegen einer höheren Gesamtenergie. Diese Erhöhung bzw. Absenkung der Energie an der Brillouin-Zonengrenze führt zu den Abweichungen von der Dispersion des freien Elektrons. In Abbildung 2.1 ist diese Aufspaltung dargestellt: Zwischen den Elektronenzuständen, die erlaubten Energiebändern entsprechen, entstehen energetisch verbotene Zonen, die als *Bandlücken* bezeichnet werden.

### 2.1.2. Ladungsträgerbewegung in Bändern

In diesem Abschnitt soll eine Bewegungsgleichung für Kristallelektronen in einem äußeren elektrischen Feld im Rahmen des *semiklassischen Modells* hergeleitet werden. Der Vergleich mit der Newtonschen Bewegungsgleichung motiviert das wichtige Konzept der *effektiven Masse*.

Im Festkörper wird ein Elektron durch eine räumlich modulierte, unendlich ausgedehnte Bloch-Welle dargestellt. Um ein lokalisiertes Elektron zu beschreiben, betrachtet man ein Wellenpaket, das aus einer Superposition von Bloch-Wellen mit Wellenvektoren  $\vec{k}'$  aus einem Bereich

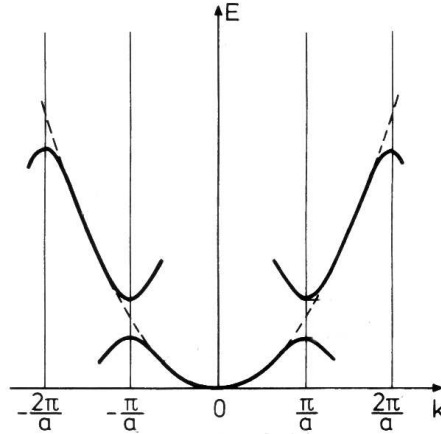


Abbildung 2.1.: Aufspaltung der Energieparabel in Energiebänder und Bandlücken. Nach [7].

um einen mittleren Wellenvektor  $\vec{k}$  aufgebaut ist. In der semiklassischen Darstellung wird der Ort eines Elektrons nicht mit einer Genauigkeit beschrieben, die der Ausdehnung eines Wellenpakets entspricht, sondern es wird lediglich der mittlere Wellenvektor  $\vec{k}$  betrachtet. Das Modell beruht auf dem Kenntnis der Dispersionsrelation der Bandstruktur  $E(\vec{k})$  und setzt diese in Beziehung zu Transporteigenschaften<sup>1</sup>. Damit ist die Geschwindigkeit eines Elektrons durch die Gruppengeschwindigkeit des Wellenpakets gegeben:

$$\vec{v} = \nabla_k \omega(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_k E(\vec{k}) \quad (2.3)$$

Hierbei ist die Dispersionsrelation  $E(\vec{k})$  desjenigen Bandes einzusetzen, aus dem das betrachtete Elektron stammt. Wird durch ein elektrisches Feld eine Kraft  $\vec{K}$  auf das Elektron ausgeübt, erfährt es einen Energiezuwachs  $dE$ :

$$dE = \vec{K} \cdot d\vec{s} = \vec{K} \cdot \vec{v} dt. \quad (2.4)$$

Außerdem gilt

$$dE = \nabla_k E(\vec{k}) d\vec{k} = \hbar \vec{v} \cdot d\vec{k} = \hbar \frac{d\vec{k}}{dt} \cdot d\vec{s}. \quad (2.5)$$

Somit ergibt sich mit Gleichung (2.4)

<sup>1</sup>Eine Beschreibung des semiklassischen Modells befindet sich z.B. in [8].

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{K}. \quad (2.6)$$

Dies ist die gesuchte Bewegungsgleichung für Ladungsträger im Kristall, die das Pendant zur Newtonschen Bewegungsgleichung darstellt. Für eine Komponente der Beschleunigung  $a_i$  ergibt sich nach Gleichung (2.3) und (2.6)

$$a_i = \frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \sum_j \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \cdot K_j. \quad (2.7)$$

Dieser Ausdruck ist völlig analog zur Newtonschen Bewegungsgleichung

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \vec{K}, \quad (2.8)$$

wenn man die skalare Masse  $m$  durch eine tensorielle *effektive Masse*  $m_{\text{eff}}$  ersetzt:

$$(m_{\text{eff}})_{ij} = \left( \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j} \right)^{-1} \quad \text{mit } i, j = x, y, z. \quad (2.9)$$

Die effektive Masse hängt demnach von der Richtung ab, in die sich der Ladungsträger bewegt und ist proportional zur inversen Krümmung der Dispersionsrelation  $E(\vec{k})$ . Im einfachsten Fall sind die effektiven Massen in allen drei gleich  $m_{\text{eff}}$ , so dass sich der Ausdruck (2.9) vereinfacht:

$$m_{\text{eff}} = \left( \frac{1}{\hbar} \frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}. \quad (2.10)$$

Die Extrema der Dispersionsrelation weisen einen nahezu parabolischen Verlauf auf. In einer solchen Umgebung erweist die *Effektivmassennäherung* ihren Nutzen, bei der die Ladungsträger als freie Teilchen mit konstanter Masse  $m_{\text{eff}}$  betrachtet werden.

### 2.1.3. Halbleiter

Nachdem in den vorhergehenden Abschnitten das Bändermodell eingeführt und die Bewegungsgleichung für Ladungsträger im Festkörper hergeleitet wurde, kann nun die Materialklasse der Halbleiter vorgestellt werden.

Elektronen in einem vollständig besetzten Band tragen unter Einfluss eines elektrischen Feldes nicht zum elektrischen Strom bei, da sie mangels freier Niveaus keine Energie aufnehmen können. Ebenso wenig leisten vollständig leere Bänder einen Beitrag zum Strom. Zwischen

dem höchsten gefüllten Band (*Valenzband*) und dem niedrigsten leeren Band (*Leitungsband*) existiert eine verbotene Zone. Der Unterschied zwischen *Isolatoren* und *Halbleitern* besteht in der Größe dieser Bandlücke: Sowohl Halbleiter als auch Isolatoren besitzen bei  $T=0\text{ K}$  ein vollbesetztes Valenzband und ein leeres Leitungsband. Bei Halbleitern ist die Bandlücke jedoch kleiner (ca.  $1\text{ eV}$ ), so dass bei Temperaturen  $T>0\text{ K}$  der energiereiche Ausläufer der Fermi-Verteilung<sup>2</sup> bis ins Leitungsband hineinragt. Jedes Elektron, das unter thermischer Energiezufuhr ins Leitungsband angeregt wird, hinterlässt im Valenzband eine freie Stelle, die man als *Defektelektron* oder *Loch* bezeichnet. Sowohl Elektronen als auch Löcher können zum elektrischen Strom beitragen, folglich wird die Bewegung der Löcher analog zu der im vorigen Abschnitt behandelten Elektronenbewegung beschrieben. Im Gegensatz zu *Metallen*, die ein partiell gefülltes Band besitzen und somit immer über Leitungselektronen verfügen, ist bei Halbleitern die elektrische Leitfähigkeit offensichtlich stark temperaturabhängig. Darüber hinaus kann sie durch *Dotierung* (Einbau von elektrisch aktiven Störstellen, d.h. Fremdatomen) variiert werden.

Die optischen Eigenschaften von Halbleitern werden durch deren Bandstruktur bestimmt. Im Folgenden werden wichtige Charakteristika genannt, wobei besonders auf den Halbleiter GaAs eingegangen wird, aus dem die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben aufgebaut sind.

Es wird zwischen *direkten* und *indirekten* Halbleitern unterschieden: Liegt das Maximum des Valenzbandes senkrecht (d.h. bei demselben  $k$ -Vektor) unter dem Minimum des Leitungsbandes, so handelt es sich um einen direkten Halbleiter. Elektronen können demnach bereits durch Absorption eines Photons der Energie  $h\nu \geq E_{gap}$  und bei Erhaltung des Wellenvektors  $\vec{k}$  ins Leitungsband übergehen. Im Gegensatz dazu ist der minimale Abstand zwischen Leitungs- und Valenzband bei *indirekten* Halbleitern für Zustände mit verschiedenen  $k$ -Vektoren gegeben. Übergänge sind nur bei höheren Photonenenergien oder bei zusätzlicher Absorption eines Phonons möglich, wie in Abbildung 2.2 illustriert ist. Die wichtigen Halbleiter Silizium und Germanium besitzen beispielsweise indirekte Bandlücken, während viele III-V-Halbleiter (Verbindungshalbleiter, die aus Elementen der III. und V. Gruppe des Periodensystems aufgebaut sind) zu den direkten Halbleitern gehören. In Abbildung 2.3 ist die Bandstruktur von GaAs als einem typischen III-V-Halbleiter dargestellt.

Bei genauerer Betrachtung der Bandstruktur im Zentrum der Brillouin-Zone ( $\Gamma$ -Punkt,  $\vec{k}=0$ ) zeigt sich eine kompliziertere Struktur des Valenzbandmaximums, als in Abb. 2.3 zu erkennen ist: Zusätzlich zu zwei Valenzbändern unterschiedlich starker Krümmung existiert ein weiteres Band, das energetisch tiefer liegt (siehe Abb. 2.4).

Verantwortlich für diese Aufspaltung ist die Spin-Bahn-Kopplung. Die Valenzbandzustände sind p-artig, d.h. besitzen den Bahndrehimpuls  $l = 1$ . Die Spin-Bahn-Kopplung führt dazu,

<sup>2</sup>Als Fermi-Energie wird die obere Grenzenergie bezeichnet, die bei  $T \rightarrow 0\text{ K}$  besetzte von unbesetzten Zuständen trennt.

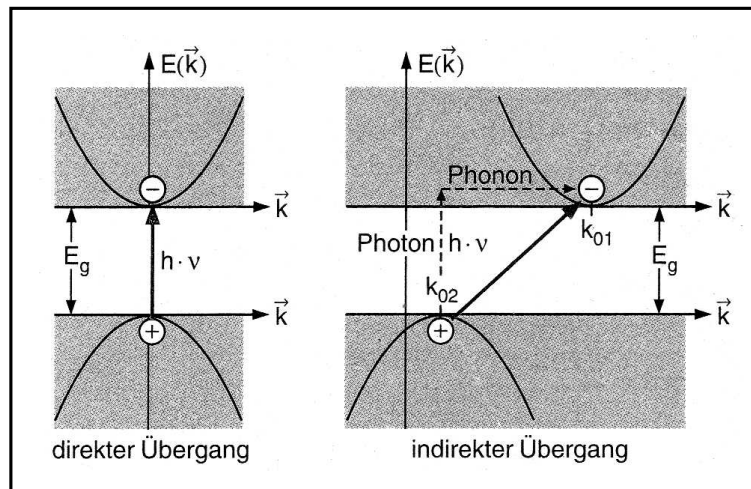


Abbildung 2.2.: Direkte und indirekte Übergänge. [9] entnommen.

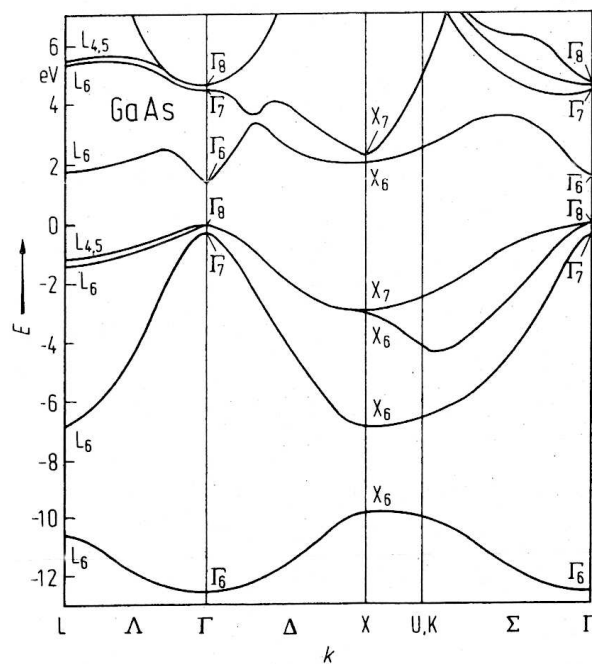


Abbildung 2.3.: Bandstruktur von Volumen-GaAs in der Umgebung der Punkte hoher Symmetrie. [10] entnommen.

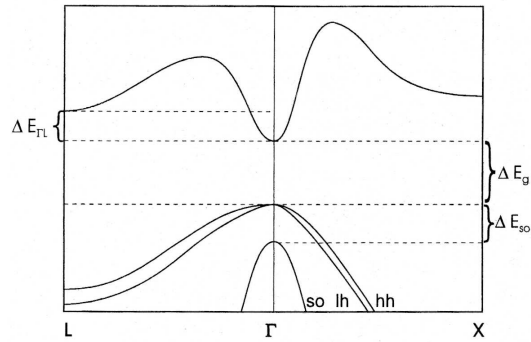


Abbildung 2.4.: Bandstruktur von Volumen-GaAs im Zentrum der Brillouin-Zone. [11] entnommen.

dass die Summe des Bahndrehimpulses und des Spins, der Gesamtdrehimpuls  $j$ , betrachtet werden muss. Mit den drei Bahndrehimpulseinstellungen  $l_z = 0, \pm 1$  und den zwei Spineinstellungen  $s_z = \pm \frac{1}{2}$  ergeben sich Zustände, die den Gesamtdrehimpuls  $j = \frac{1}{2}$  oder  $j = \frac{3}{2}$  aufweisen. Die Zustände mit dem Gesamtdrehimpuls  $j = \frac{1}{2}$  bilden das sogenannte *Split-off*-Band, das gegenüber den Zuständen mit  $j = \frac{3}{2}$  energetisch um  $\Delta E_{so}$  abgesenkt ist. Aufgrund des energetischen Abstandes zu den Valenzbändern mit  $j = \frac{3}{2}$  spielt es bei optischen Experimenten keine Rolle. Für  $j = \frac{3}{2}$  sind die vier Drehimpulseinstellungen  $j_z = \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2}$  möglich, die, wie erwähnt, zu zwei verschiedenen Bändern unterschiedlicher Krümmung gehören. Da die stärkere Krümmung mit einer größeren effektiven Masse einhergeht, bezeichnet man das stark gekrümmte Band als *Schwerlochband* (englisch: *heavy hole band*, hh) und das schwächer gekrümmte als *Leichtlochband* (englisch: *light hole band*, lh). Das Leitungsband hat aufgrund seines s-artigen Charakters keinen Bahndrehimpuls, sondern weist nur eine zweifache Spinartung auf, besitzt also die Drehimpuls-Einstellmöglichkeiten  $j_z = \pm \frac{1}{2}$ .

In Tabelle 2.1 sind die Werte der effektiven Massen der Elektronen, der schweren und der leichten Löcher für GaAs zusammengestellt. Die Dispersionsrelationen des Leitungs-, Schwerloch- und Leichtlochbandes sind um den  $\Gamma$ -Punkt nahezu parabelförmig. Für größere  $k$ -Werte kommt es infolge der *Valenzbandkopplung* zu sogenannten *Nichtparabolizitäten* der Bandstruktur, welche die optischen Eigenschaften des Halbleiters beeinflussen [12, 13]. Da das Leitungsband direkter Halbleiter am  $\Gamma$ -Punkt zudem sphärisch-symmetrisch ist, kann die effektive Masse als konstant und isotrop betrachtet werden.

$m_e$	=	0,067
$m_{hh}$	=	0,47
$m_{lh}$	=	0,07

Tabelle 2.1.: Effektive Ladungsträgermassen in GaAs in Einheiten der Ruhemasse  $m_0$  des Elektrons. Werte aus [14].

## 2.2. Potentialtöpfe und Übergitter

### 2.2.1. Unendlich und endlich tiefer Potentialtopf

Im Potentialtopfmodell besitzen Ladungsträger in einem bestimmten Bereich (Topf) gebundene Zustände. Da dieses Modell grundlegend für die Beschreibung von Halbleiterübergitterstrukturen ist, werden zunächst die wichtigsten Aussagen, die aus einer quantenmechanischen Behandlung des „Teilchens im Potentialtopf“ gewonnen werden, zusammengefasst.

Die erlaubten Energiezustände eines Teilchens im unendlich tiefen Potentialtopf errechnen sich als Lösungen der eindimensionalen Schrödingergleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi_n}{dx^2} + V(x)\psi_n = E_n\psi_n, \quad (2.11)$$

wobei  $V(x)$  das Potential bezeichnet (das in diesem Fall als  $V(x)=\infty$  für  $x < 0$  und  $x > a$  bzw.  $V(x)=0$  für  $0 < x < a$  angenommen wird),  $m$  die Masse des Teilchens und  $E_n$  bzw.  $\psi_n$  die Eigenenergie bzw. den Eigenzustand der  $n$ -ten Lösung darstellt. Die Lösung ist bekanntermaßen:

$$E_n = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2, \quad \psi_n = A \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right). \quad (2.12)$$

Die erlaubten Wellenfunktionen verschwinden in den unendlich hohen Wänden des Potentialtopfes. Die Eigenenergien hängen quadratisch von  $n$  ab, und die Abstände der Energieniveaus werden mit kleineren Topfbreiten  $a$  und kleineren Massen größer.

Die Lösung der Schrödingergleichung für einen Potentialtopf mit endlich hohen Wänden verlangt die Aufstellung von Randbedingungen: Zum einen muss die Wellenfunktion stetig an den Rändern des Potentialtopfes  $x = 0$  und  $x = a$  verlaufen. Die Notwendigkeit der zweiten Randbedingung ergibt sich aus der Tatsache, dass die Schrödingergleichung eine Differentialgleichung zweiter Ordnung ist. In der Regel wird die Stetigkeit von  $\frac{1}{m} \frac{d\psi}{dx}$  gewählt, wobei der Faktor  $1/m$  die Erhaltung des Teilchenflusses sichert [15]. Die Lösungen dieses Problems sind Wellenfunktionen, die innerhalb des Potentialtopfes zwar wieder eine Sinusform aufweisen, jedoch außerhalb des Potentialtopfes - aus Sicht der klassischen Physik unerklärlich - nicht vollständig verschwinden, sondern exponentiell abklingen. Diese endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit außerhalb des Potentialtopfes ist der Grund für den *Tunneleffekt*. Abbildung 2.5 illustriert den Unterschied zwischen dem unendlich und dem endlich tiefen Potentialtopf.



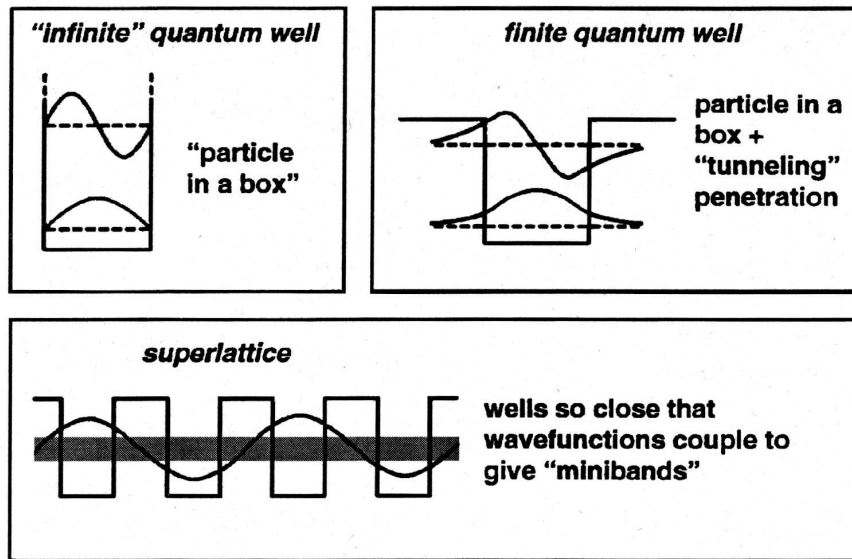


Abbildung 2.5.: **Oben:** Vergleich zwischen einem unendlich und einem endlich tiefen Potentialtopf. Im Fall des endlichen Topfes existiert ein Ausläufer der Wellenfunktion außerhalb des Potentialtopfes („Tunneleffekt“). **Unten:** Wird die Barriere zwischen den Potentialtöpfen so dünn, dass Wellenfunktionen in die benachbarten Töpfe signifikant hineinragen, so bildet sich ein *Miniband* aus. [15] entnommen.

### 2.2.2. Übergitter

Ebenfalls in Abbildung 2.5 ist eine Übergitterstruktur dargestellt. Eine periodische Abfolge von Quantentöpfen wird als *Übergitter* bezeichnet, wenn die Wellenfunktionen jedes einzelnen Quantentopfes signifikante Ausläufer in die benachbarten Töpfe hinein besitzen, so dass die Töpfe untereinander koppeln. Eine periodische Potentialtopfstruktur ohne diese Kopplung wird als Mehrfachquantentopf (englisch: *multiple quantum well*, MQW) bezeichnet. Bevor die Charakteristika von Übergittern erläutert werden, erfolgt ein Abriss über die Realisierung von Übergitterstrukturen mit besonderem Augenmerk auf das Materialsystem Galliumarsenid/Aluminiumgalliumarsenid (GaAs/AlGaAs), das im Rahmen dieser Arbeit untersucht wird.

#### Realisierung von Übergitterstrukturen

Übergitter werden durch die räumlich präzise Abfolge von verschiedenen Halbleitermaterialien unterschiedlicher Bandlücke realisiert. Eine solche Struktur, die als *Heterostruktur* bezeichnet wird, ist in Abb. 2.6 schematisch dargestellt: Betrachtet man die Leitungsbandkante als Funktion des Ortes in Wachstumsrichtung, so entsteht durch die periodische Abfolge zweier Materialien A und B mit den Dicken  $a$  und  $b$  ein periodisches Potential. Dabei bildet das Material mit größerer Bandlücke (Material A) die Potentialbarrieren. Die Gitterkonstante  $d$  des

Übergitters ergibt sich aus der Summe der Barrierenbreite  $a$  und der Topfbreite  $b$ , kann also durch die Dicke der Schichten kontrolliert werden. Zu beachten ist, dass das Übergitter nicht eindimensional ist, sondern senkrecht zur Wachstumsrichtung die Eigenschaften des Volumenmaterials aufweist.

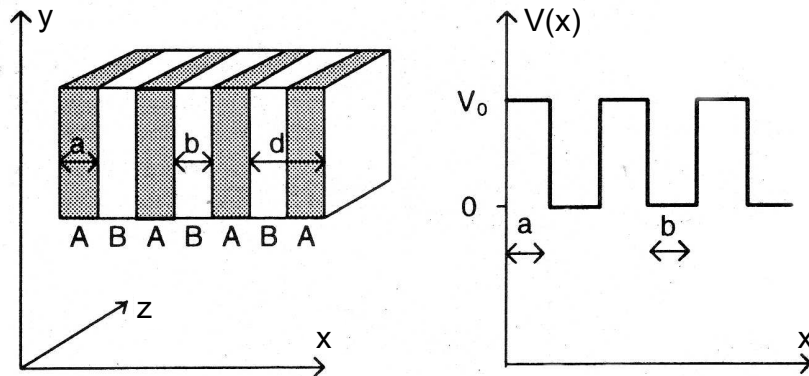


Abbildung 2.6.: Schematische Darstellung einer Übergitterstruktur der Periode  $d$  bestehend aus den Materialien A und B (links). In dieser Struktur erfahren Ladungsträger ein periodisches Potential, das auf der rechten Seite dargestellt ist. [16] entnommen.

Das erste Übergitter wurde unter Verwendung der Halbleitermaterialien GaAs und  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  hergestellt [17]. Ein Vorteil dieses Materialsystems begründet sich in der geringen Abweichung der jeweiligen Gitterkonstanten. Darüber hinaus weisen die beiden Materialien ein ähnliches Wärmeausdehnungsverhalten auf, so dass mechanische Verspannungen vermieden werden. Die Potentialtöpfe werden von GaAs mit einer Bandlücke von etwa 1.52 eV (bei  $T \leq 10\text{ K}$ ) gebildet [14], während  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  die Barrieren realisiert. Für Al-Konzentrationen unter  $x=0.45$  ist die Bandlücke von  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  direkt und liegt zwischen 1.519 eV (für  $x=0$ ) und 2.080 eV (für  $x=0.44$ ) [18].

Erst die Entwicklung epitaktischer Wachstumstechniken ermöglichte die Herstellung von Heterostrukturen mit präzisen Schichtdicken von einigen Nanometern. Eine repräsentative Methode ist die Molekularstrahlepitaxie (englisch: *molecular beam epitaxy*, MBE). *Epitaxie* steht für eine Wachstumsmethode für dünne Kristallschichten, wobei die Gitterstruktur des Substratkristalls erhalten bleibt. Ein Überblick über die Technik der MBE und einiger anderer Methoden, sowie eine Diskussion der nötigen Kontroll- und Analysemöglichkeiten von Schichtdicke und -qualität befindet sich in [16].

## Charakteristika von Übergittern

Ein Übergitter ist im Gegensatz zu einem MQW durch die Existenz sogenannter *Minibänder* charakterisiert. Analog zur Ausbildung der Bandstruktur im Kristallgitter aufgrund der periodischen Anordnung der Atome kommt es im Übergitter durch die periodische Abfolge der Quantentöpfe zur Formierung von Minibändern: Koppeln zwei Töpfe, die identische Energieeigenwerte besitzen, spaltet sich jeder Zustand in zwei Zustände (den bindenden und antibindenden) auf. Bei einem System aus vielen Töpfen spaltet jeder Zustand in viele dicht benachbarte Zustände auf, die das Miniband bilden, das umso breiter ist, je stärker die Kopplung zwischen den Töpfen ist. Jeder ursprüngliche Energieeigenwert  $E_n$  spaltet in ein Miniband auf, wobei er selbst etwa in der Mitte des Minibandes angesiedelt ist, so dass sich jeweils  $n$  Minibänder für Elektronen, schwere sowie für leichte Löcher ausbilden. Der entsprechende Ladungsträger ist dann im gesamten Miniband frei beweglich, kann sich demnach als *delokalisiert* in Übergitterrichtung vorgestellt werden.

Die Dispersionsrelation für ein Miniband der Breite  $\Delta_n$  ist nach dem Tight-Binding-Modell<sup>3</sup> gegeben durch [16]:

$$E_n(k_x) = \frac{\Delta_n}{2} [1 - \cos(k_x d)]. \quad (2.13)$$

In der  $yz$ -Ebene parallel zu den Übergitterschichten gilt weiterhin die parabolische Dispersionsrelation. Unter der Bedingung isotroper effektiver Massen in der  $yz$ -Ebene ergibt sich für ein Teilchen im Übergitter die Gesamtenergie  $E(\vec{k})$ :

$$E_n = \frac{\Delta_n}{2} [1 - \cos(k_x d)] + \hbar^2 \frac{k_y^2 + k_z^2}{2m_{\text{eff}}}. \quad (2.14)$$

Die Breite eines Minibandes  $\Delta$  ist gegeben durch

$$\Delta \approx 4\gamma, \quad (2.15)$$

wobei  $\gamma$  das dem jeweiligen Miniband entsprechende Überlappintegral der Wellenfunktionen benachbarter Quantentöpfe ist [19]:

$$\gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x)V(x)\psi(x - nd)dx. \quad (2.16)$$

<sup>3</sup>Diese Bezeichnung leitet sich aus dem Englischen für „stark gebunden“ her. Gebräuchlich ist auch der Begriff „Nächste-Nachbarn-Näherung“: Die Elektronen werden als relativ stark gebunden betrachtet und nur der Wellenfunktionsüberlapp mit den am nächsten benachbarten Quantentöpfen berücksichtigt.

Hierbei bezeichnet  $V(x)$  das Übergitterpotential. Die Übergitter-Wellenfunktionen  $\psi$  haben die Form

$$\psi(k_x, x) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_n e^{ik_x d} \phi(x - nd). \quad (2.17)$$

Die einhüllende Funktion  $\phi(x - nd)$  gehört jeweils zu dem Potentialtopf, der sich an der Stelle der  $n$ -ten Übergitterperiode befindet. Ein wichtiger Zusammenhang ist die Beziehung zwischen Minibandbreite und Masse in Wachstumsrichtung  $m_x$ <sup>4</sup> [20]:

$$\frac{\Delta d}{2\hbar^2} = \frac{1}{m_x d}. \quad (2.18)$$

Daraus folgt, dass die Minibänder für Löcher schmaler sind als für Elektronen, da Löcher eine größere Masse besitzen. In Tabelle 2.2 sind theoretisch berechnete Breiten ([21, 22]) der zwei niedrigsten Minibänder der Elektronen, schweren und leichten Löcher für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Übergitterstruktur zusammengestellt.

	$\Delta_1$ (meV)	$\Delta_2$ (meV)
e	21.4	79.2
hh	1.3	5.4
lh	19.3	67.1

Tabelle 2.2.: Theoretisch berechnete Breiten der beiden niedrigsten Minibänder der Elektronen (e), schweren (hh) und leichten Löcher (lh) für die in dieser Arbeit untersuchte Übergitterstruktur. Die Werte für die Elektronen und schweren Löcher stammen aus [21], die für leichte Löcher aus [22].

Die Entartung der Schwerloch- und Leichtlochbänder am  $\Gamma$ -Punkt wird in Quantentopfstrukturen infolge der Symmetrie-Brechung (Auszeichnung der Wachstumsrichtung) aufgehoben, so dass nur noch eine zweifache Entartung vorliegt. In Anwesenheit eines Magnetfeldes wird auch diese Entartung aufgehoben, so dass sich das in Abb. 2.7 skizzierte Energieschema ergibt.

### 2.2.3. Exzitonen

Eine optische Anregung in einem Halbleiter involviert immer zwei Teilchen: Wird ein Elektron ins Leitungsband angeregt, entsteht gleichzeitig ein Loch im Valenzband. Die beiden geladenen Teilchen sind durch Coulomb-Wechselwirkung miteinander verbunden und bilden ein

<sup>4</sup>Dieser Zusammenhang ergibt sich aus dem Vergleich der Minibandenergiedispersion (Glg. 2.13) und der kinetischen Energie  $\hbar^2 k_x^2 / 2m_x$  für eine Masse  $m_x$ . Aus der Taylor-Entwicklung von  $\cos(k_x d)$  um  $k_x = 0$  ergibt sich  $\cos(k_x d) = 1 - k_x^2 d^2 / 2 + \mathcal{O}(k_x^4)$ . Damit lautet die Minibandenergiedispersion  $\Delta(1 - \cos(k_x d)) / 2 \approx \Delta k_x^2 d^2 / 4$ . Ein Vergleich mit  $\hbar^2 k_x^2 / 2m_x$  liefert die Beziehung  $\Delta d / 2 = \hbar^2 / m_x d$ .

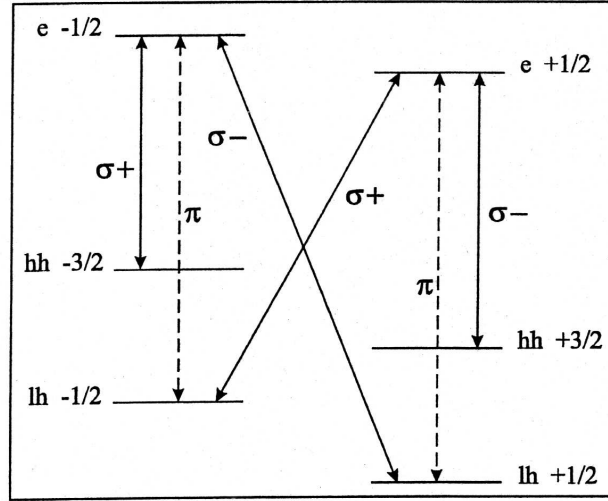


Abbildung 2.7.: Energieniveaus der Elektronen (e), schweren (hh) und leichten (lh) Löcher in einer Quantentopfstruktur in Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes. Im Gegensatz zum Volumenmaterial sind die Niveaus der schweren und leichten Löcher am  $\Gamma$ -Punkt nicht mehr entartet. Erlaubte optische Dipolübergänge bei Anregung mit  $\sigma^+$ -,  $\sigma^-$ - bzw.  $\pi$ -polarisiertem Licht sind durch Pfeile gekennzeichnet. Nach [23].

sogenanntes *Exziton*. Anhand von Abbildung 2.8 wird ersichtlich, dass bei Anregung eines Exzitons Zustände knapp unterhalb der Bandkante eingenommen werden können.

Es liegt nahe, das gebundene Elektron-Loch-Paar als wasserstoffähnliches Problem zu behandeln. Nach Einführung der Relativkoordinate  $\vec{r} = \vec{r}_e - \vec{r}_h$  und der reduzierten effektiven Masse  $m_r = m_e m_h / (m_e + m_h)$  für Elektron und Loch lässt sich (für Halbleiter mit einer direkten Bandlücke und einfachen parabolischen Bändern) die Relativbewegung für Elektron und Loch von der Schwerpunktsbewegung entkoppeln, so dass die Exzitondispersionsrelation (siehe Abb. 2.8) lautet ([14, 24]):

$$E_{n_B}^{ex}(\vec{K}) = E_{gap} - \frac{R_y^*}{n_B^2} + \frac{\hbar^2 \vec{K}^2}{2(m_e + m_h)} \quad \text{mit} \quad \vec{K} = \vec{k}_e + \vec{k}_h. \quad (2.19)$$

Hierbei ist  $n_B = 1, 2, 3, \dots$  die Hauptquantenzahl und

$$R_y^* = \frac{\hbar^2}{2m_r a_{ex}^2} = R_{yH} \frac{m_r}{\epsilon_r^2 m_0} = 13.6 \text{ eV} \frac{m_r}{\epsilon_r^2 m_0} \quad (2.20)$$

die exzitonische Rydberg-Energie (Bindungsenergie des Grundzustands), die sich durch  $m_r$  und die relative Dielektrizitätskonstante des Materials  $\epsilon_r$  ( $\epsilon_r = 13.13$  für GaAs) von der Rydberg-Energie des Wasserstoffatoms  $R_{yH}$  unterscheidet. Der dritte Term in Gleichung 2.19 beschreibt

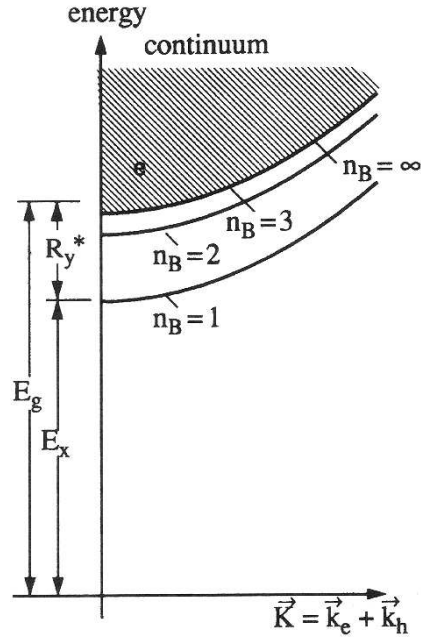


Abbildung 2.8.: Exziton-Energiedispersion in einem Volumenhalbleiter mit direkter Bandlücke. [14] entnommen.

die Bewegung des Schwerpunkts des Elektron-Loch-Paares mit der Gesamtmasse  $m_e + m_h$ . Wie die Rydberg-Energie wird der Bohr-Radius des Wasserstoffatoms  $a_H$  durch  $m_r$  und  $\epsilon_r$  modifiziert, um den Radius des Exzitons  $a_{ex}$  zu erhalten, der ein Maß für die räumliche Ausdehnung der exzitonischen Wellenfunktion ist:

$$a_{ex} = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{e^2} \frac{\epsilon_r}{m_r} = a_H \frac{\epsilon_r m_0}{m_r} = 0.0529 \text{ nm} \frac{\epsilon_r m_0}{m_r}. \quad (2.21)$$

Unter Verwendung typischer Parameter für Halbleiter findet man [14]

$$1 \text{ meV} \leq R_y^* \leq 200 \text{ meV} \ll E_{gap} \quad (2.22)$$

und

$$50 \text{ nm} \geq a_{ex} \geq 1 \text{ nm} > d. \quad (2.23)$$

Dies bedeutet, dass  $R_y^*$  sehr viel kleiner als die Breite der Bandlücke und der Radius größer als die Gitterkonstante ist. Letztere Tatsache rechtfertigt im Nachhinein die Anwendung des Wasserstoffmodells mit einer makroskopischen Dielektrizitätskonstanten<sup>5</sup>.

<sup>5</sup>In Isolatoren wie z.B. NaCl oder in organischen Kristallen existieren auch Exzitonen, deren Elektron-Loch-Wellenfunktion nur auf eine Gitterzelle ausgedehnt ist. Diese sogenannten *Frenkel*-Exzitonen erfordern eine

In Abbildung 2.9 ist das exzitonische Absorptionsspektrum von GaAs bei verschiedenen Temperaturen dargestellt. Wie in den meisten optischen Experimenten ist lediglich der  $n_B = 1$  Exzitonpeak zu sehen, während die höheren Exzitononen nicht mehr aufzulösen sind und mit der Absorptionskante verschmelzen. Es wird ebenfalls deutlich, dass die Stärke des Exzitonpeaks temperaturabhängig ist: Bei Raumtemperatur ist der Peak vollständig ausgewaschen, weil die Exziton-Bindungsenergie von Phononen (Gitterschwingungen) bereitgestellt wird, so dass es zur Ionisation des Exzitons kommt.

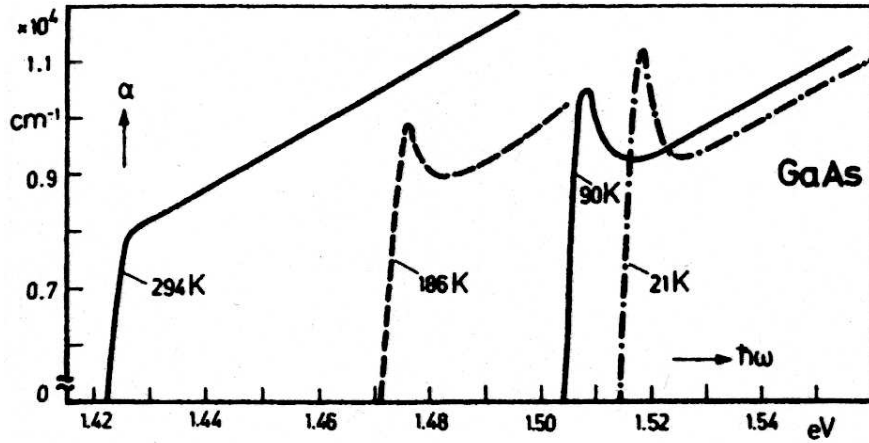


Abbildung 2.9.: Experimentell beobachtetes exzitonisches Absorptionsspektrum von GaAs bei Temperaturen zwischen 21 K und 294 K. [25] entnommen.

Die exzitonische Bindungsenergie ist dimensionsabhängig. Für den zwei- bzw. dreidimensionalen Fall ( $D = 2$  bzw.  $D = 3$ ) ergibt sich [24]

$$E_{n_B, D}^{ex} = -\frac{R_y^*}{\left(n_B - \frac{3-D}{2}\right)^2}. \quad (2.24)$$

Demnach ergibt sich für den zweidimensionalen Fall eine viermal größere exzitonische Grundzustandsenergie als in drei Dimensionen. Eine reale Quantentopfstruktur stellt einen quasi-zweidimensionalen (2-3-dimensionalen) Fall dar, so dass die Grundzustandsbindungsenergie um maximal den Faktor drei größer ist als im Volumenhalbleiter [26]. Das Anwachsen der Exzitonbindungsenergie bei Dimensionserniedrigung wird durch ein anschauliches Argument einsichtig: Wird die Exzitonwellenfunktion durch die Barrieren eingeschränkt, so wird die Ausdehnung der Wellenfunktion auch in der Quantentopfebene reduziert, da die energetisch günstige sphärische Symmetrie angestrebt wird. Dies führt zu einer Annäherung von Elektron und Loch und damit zu einer Verkleinerung des exzitonischen Bohr-Radius  $a_{ex}$ , was gemäß Gleichung (2.20) eine Erhöhung der Bindungsenergie bewirkt. In Abbildung 2.10 sind berechnete Absorptionskurven

andere theoretische Beschreibung als die in Halbleitern vorliegenden *Wannier*-Exzitonen.

für den zwei- und dreidimensionalen Fall für zwei verschiedene Dämpfungskonstanten  $\gamma$ , die die Linienbreite der Übergänge festlegen, gezeigt. Man erkennt deutlich, dass aufgrund der viermal größeren Bindungsenergie im zweidimensionalen System die niedrigste exzitonische Resonanz stärker von der Kontinuumsgrenze separiert ist. Für Photonenenergien oberhalb der Bandkante ist in beiden Fällen die Kontinuumsabsorption größer als ohne Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung. Der sogenannte „Sommerfeld-Faktor“ beschreibt die Verstärkung der Oszillatorstärke der Kontinuumszustände [14].

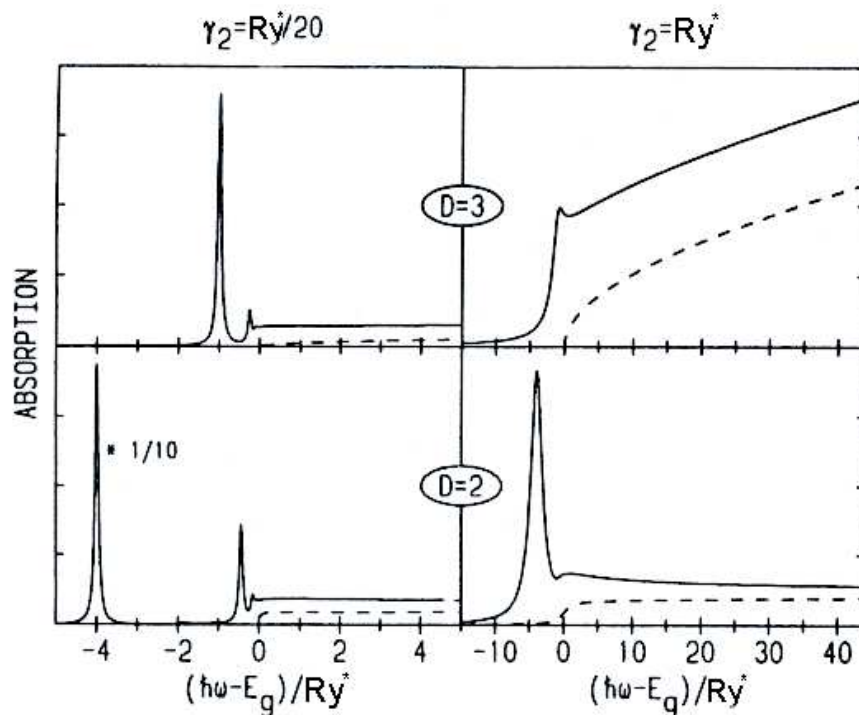


Abbildung 2.10.: Berechnete Absorptionsspektren für ein drei- (obere Bildhälfte) und zweidimensionales (untere Bildhälfte) System. Die unterbrochenen Linien zeigen den Absorptionsverlauf ohne Coulomb-Wechselwirkung. [24] entnommen.

### 2.3. Wannier-Stark-Quantisierung

Dieser Abschnitt widmet sich dem Einfluss eines elektrischen Feldes auf die optischen Eigenschaften von Übergittern. Der Effekt eines elektrischen Feldes auf die Energiezustände von Festkörpern ruft seit mehr als 50 Jahren Interesse hervor, doch erst die Realisierung von Halbleiterübergittern machte es möglich, quantenmechanische Vorhersagen experimentell zu untersuchen.



Der feldfreie Fall, die sogenannte *Flachband-Situation*, wurde in Abschnitt 1.2 diskutiert: Die Ladungsträgerwellenfunktionen sind über das gesamte Miniband der Breite  $\Delta$  delokalisiert. Wird ein elektrisches Feld  $F$  in Wachstumsrichtung des Übergitters ( $x$ -Richtung) angelegt, so wird die Translationssymmetrie des periodischen Potentials gebrochen. Dies resultiert in einer energetischen Verschiebung der Energieniveaus benachbarter Quantentöpfe um  $\Delta E = eFd$ . Mit steigendem elektrischen Feld werden die Ladungsträger zunehmend lokalisiert. Diese *Wannier-Stark-Lokalisierung* ist in Abbildung 2.11 illustriert.

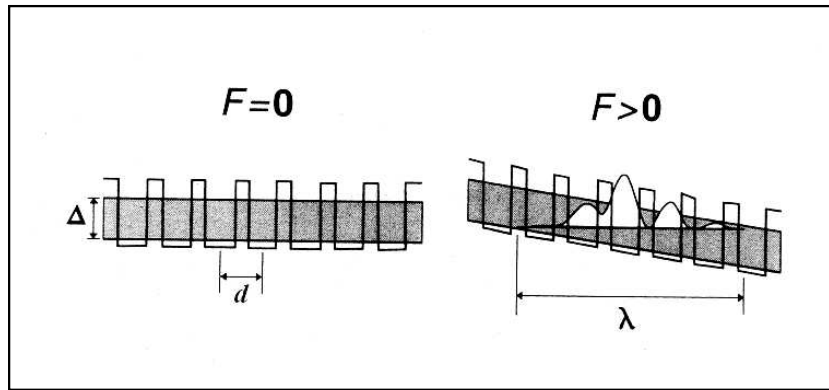


Abbildung 2.11.: Einfluss eines elektrischen Feldes  $F$  auf die elektronischen Eigenschaften eines Übergitters - Wannier-Stark-Lokalisierung ([16] entnommen).

Es wird ersichtlich, dass die Ladungsträgerwellenfunktionen die im elektrischen Feld verkippten Minibandkanten nicht überschreiten können, so dass sie sich über die *Lokalisierungslänge*

$$\lambda \approx \frac{\Delta}{eF} \approx \frac{2\hbar^2}{m_x d^2} \cdot \frac{1}{eF} \quad (2.25)$$

erstrecken. Aufgrund der Beziehung zwischen Minibandbreite und Masse (Glg. 2.18) hängt die Lokalisierung außer von der elektrischen Feldstärke noch von der effektiven Masse der Ladungsträger ab: Während Elektronen und leichte Löcher bei wenigen kV/cm noch über einige Gitterperioden delokalisiert bleiben, sind die schweren Löcher bereits vollständig in einzelnen Quantentöpfen lokalisiert. Unter der Bedingung  $eFd = \Delta$  wird  $\lambda$  gleich der Periodenlänge  $d$  des Übergitters: Die Wellenfunktionen sind dann vollständig in einzelnen Potentialtöpfen lokalisiert.

Neben der Lokalisierung der Ladungsträger verursacht das elektrische Feld die Aufspaltung des Minibandes in eine Folge diskreter Energiezustände, die sogenannte *Wannier-Stark-Leiter* [27]. Dies wird relevant, wenn die energetische Verschiebung zwischen Energieniveaus benachbarter Töpfe größer wird als die Linienbreite eines Energiezustands. Der energetische Abstand der Wannier-Stark-Zustände ist  $\Delta E = eFd$ . Obwohl die Aufspaltung der Energiebänder in

Anwesenheit eines elektrischen Feldes auch schon für Volumenhalbleiter vorausgesagt wurde [2], konnte sie erst in Übergittern aufgrund ihrer größeren Gitterperiode  $d$  beobachtet werden. Wannier-Stark-Lokalisierung und -Quantisierung waren demnach ungefähr 40 Jahre lang Gegenstand der Kontroverse [28], bis 1988 Mendez et al. [29] und Voisin et al. [30] zum ersten Mal diese Phänomene experimentell beobachteten.

### 2.3.1. Wannier-Stark-Leiter im Einteilchen-Bild

Die Einteilchen-Näherung betrachtet ein Elektron ohne Wechselwirkung mit anderen Elektronen oder Löchern. Folglich werden exzitonische Effekte nicht berücksichtigt. Die Bewegung eines Elektrons in  $x$ -Richtung in einem Übergitterpotential  $V(x)$  unter dem Einfluss eines ebenfalls in  $x$ -Richtung angelegten konstanten elektrischen Feldes  $F$  wird durch folgende eindimensionale zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung beschrieben:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d^2}{dx^2} + eFx + V(x) \right) \psi(x) = E\psi(x). \quad (2.26)$$

Sie kann mit Hilfe der Tight-Binding-Methode für ein Übergitter mit  $2N + 1$  Perioden  $(-N, \dots, 0, \dots, +N)$  gelöst werden [31]. Die Übergitterwellenfunktionen  $\psi_m(x)$  werden als Linearkombinationen aller Einzelquantentopf-Wellenfunktionen  $\phi(x - nd)$ , wobei  $n$  ganzzahlig ist, ausgedrückt:

$$\psi_m(x) = \sum_{n=-N}^N c_{(n-m)} \phi(x - nd). \quad (2.27)$$

Berücksichtigt man nur den Überlapp von Wellenfunktionen nächster Nachbarn und vernachlässigt die Kopplung mit anderen Minibändern<sup>6</sup>, so sind die Koeffizienten  $c_{(n-m)} = c_\nu$  durch die Bessel-Funktionen  $J_\nu$  erster Art der Ordnung  $\nu$  gegeben:

$$c_\nu = J_\nu \left( \frac{2\gamma}{eFd} \right) \approx J_\nu \left( \frac{\Delta}{2eFd} \right). \quad (2.28)$$

Ein großes elektrisches Feld lässt den Potentialabfall über dem Übergitter größer werden als die Minibandbreite ( $2eFd \gg \Delta$ ). In diesem Fall können die Bessel-Funktionen approximiert werden durch [31]

---

<sup>6</sup>Wird die vereinfachende Beschränkung auf ein Miniband aufgegeben, kommt es zu einer Tunnelwahrscheinlichkeit der elektronischen Wellenfunktion in das Kontinuum bzw. in gebundene Zustände höherer Bänder. Dies bedeutet im Allgemeinen eine Verringerung der Lebenszeit des Wannier-Stark-Zustands. Das Tunneln in Zustände höherer Bänder ist als *Zener-Effekt* bekannt, der im Zusammenhang mit den experimentellen Ergebnissen in 4.1 diskutiert wird.

$$J_\nu \left( \frac{\Delta}{2eFd} \right) \approx \frac{1}{|\nu|!} \left( \frac{\Delta}{4eFd} \right)^{|\nu|}. \quad (2.29)$$

An dieser Näherung erkennt man die Lokalisierung der Ladungsträger deutlich, da die Komponenten  $J_\nu$  mit wachsendem  $\nu$  drastisch abfallen. Das Spektrum diskreter Eigenenergien der Elektronen wird als *Wannier-Stark-Leiter* bezeichnet und durch folgenden linearen Zusammenhang zwischen Energie und elektrischem Feld beschrieben [27]:

$$E_{n_{\text{WS}}} = E_1 + n_{\text{WS}} eFd, \quad -N \leq n_{\text{WS}} \leq +N. \quad (2.30)$$

Analog kann das Spektrum für die Zustände der Löcher im Valenzband hergeleitet werden.

Welche energetischen Übergänge sind in optischen Experimenten durch Anregung von Elektronen ins Leitungsband möglich? Im feldfreien Fall (Minibandbereich) beginnt (endet) die Absorption bei der Energie, die dem Abstand der Oberkante (Unterkante) des  $n$ -ten Valenzminibandes zu der Unterkante (Oberkante) des  $n$ -ten Leitungsminibandes entspricht. Die Auswahlregel  $\Delta n_{\text{WS}} = 0$  ist zwar in niedrigster Ordnung wie im Fall isolierter Quantentöpfe gültig, jedoch lassen sich experimentell beispielsweise auch Übergänge zwischen dem dritten Schwerloch-Miniband und dem ersten Elektron-Miniband beobachten [11]. Für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-Übergitterprobe wurden die Energieübergänge in einem Zweibandmodell (d.h. unter Berücksichtigung der ersten beiden Minibänder für Elektronen und Löcher), das leichte Löcher vernachlässigt, bestimmt [21]: Bezeichne  $n_h$  das  $n$ -te Valenzminiband und  $n_e$  das  $n$ -te Leitungsminiband, so liegen die Übergänge mit  $[n_h, n_e] = [1, 1]$  bzw.  $[2, 2]$  zwischen  $\hbar\omega \epsilon$  [1.549 eV, 1.572 eV] bzw. [1.644 eV, 1.729 eV].

Wird ein elektrisches Feld angelegt, lassen sich im Absorptionsspektrum die Übergänge der Wannier-Stark-Leiter identifizieren (Wannier-Stark-Bereich). Damit ein solcher Übergang möglich ist, müssen die Wellenfunktionen von Elektron und Loch einen gewissen räumlichen Überlapp besitzen. In Abbildung 2.12 sind mögliche Übergänge angedeutet, die durch den jeweiligen *Wannier-Stark-Index*  $n_{\text{WS}}$  gekennzeichnet sind.

Wie aus der Abbildung ersichtlich wird, sind räumlich direkte (mit  $n_{\text{WS}} = 0$  gekennzeichnet) und räumlich indirekte (mit  $n_{\text{WS}} = \pm 1$  gekennzeichnet) Übergänge möglich: Bei dem mit  $n_{\text{WS}} = 0$  gekennzeichneten Übergang befindet sich das Maximum der Wahrscheinlichkeitsdichte des Elektrons im selben Topf wie das des Lochs, das aufgrund seiner größeren Masse als bereits lokalisiert betrachtet wird (Glg. (2.18)). Dies wird als *Intrawell-Übergang* bezeichnet. Bei einem *Interwell-Übergang* hingegen befindet sich das Maximum der elektronischen Aufenthaltswahrscheinlichkeit nicht im selben Topf wie das des Lochs. Hat das Elektron sein Maximum im Quantentopf  $i$  und das Loch in Quantentopf  $j$ , so wird der Übergang mit dem Wannier-Stark-Index  $n_{\text{WS}} = i - j$  gekennzeichnet. Hierbei werden Übergänge, deren Übergangsenergie

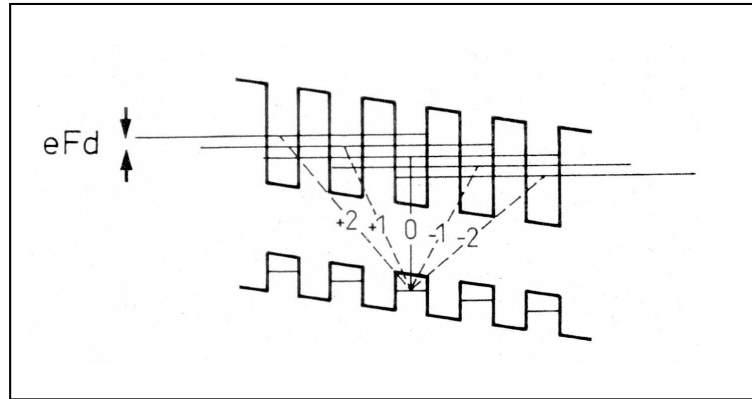


Abbildung 2.12.: Wannier-Stark-Quantisierung: Aufspaltung in diskrete Energieniveaus. Mögliche Übergänge sind durch den Wannier-Stark-Index  $n_{\text{WS}}$  gekennzeichnet. ([16] entnommen).

größer (geringer) ist als die des direkten Wannier-Stark-Übergangs, mit einem positiven (negativen) Index markiert. Um zu spezifizieren, welche Zustände des Valenzbandes beteiligt sind, wird dem Wannier-Stark-Index die Abkürzung hh bzw. lh für Schwerloch- bzw. Leichtlochübergänge vorangestellt. Fällt über dem gesamten Übergitter ein konstantes elektrisches Feld ab, sind die Übergangsenergien für einen Wannier-Stark-Index  $n_{\text{WS}}$  unabhängig von der Lage eines Topfes im Übergitter und es gilt für die Übergangsenergien  $\mathcal{E}_{n_{\text{WS}}}$ :

$$\mathcal{E}_{n_{\text{WS}}}(F) = \mathcal{E}_0(F) + n_{\text{WS}}eFd, \quad n_{\text{WS}} = \dots, -1, 0, +1, \dots \quad (2.31)$$

$\mathcal{E}_0(F)$  ist die Intrawell-Übergangsenergie

$$\mathcal{E}_0(F) = E_{\text{gap}} + E_{1e}(F) + E_{1h}(F), \quad (2.32)$$

wobei  $E_{\text{gap}}$  die Bandlücke des Halbleitermaterials ist, aus dem die Quantentöpfe bestehen, und  $E_{1e}$  bzw.  $E_{1h}$  die Einzelquantentopfenergie des Elektrons bzw. Lochs bezeichnet. Die Intrawell-Energie weist aufgrund des Stark-Effekts im Einzelquantentopf [32] eine Feldabhängigkeit auf. Sie hängt quadratisch vom elektrischen Feld und in vierter Potenz von der Breite eines Quantentopfes ab [33]. Da die Quantentöpfe in Übergittern, in denen die Wannier-Stark-Leiter untersucht werden soll, sehr schmal sind (damit die Kopplung zwischen ihnen groß ist), ist die Stark-Verschiebung so gering, dass  $\mathcal{E}_0$  als feldunabhängig betrachtet werden kann [34]. Folglich schieben die Wannier-Stark-Niveaus mit positivem Index gemäß Gleichung 2.31 mit steigender Feldstärke proportional zu  $F$  zu höheren Energien, die Übergänge mit negativem Index zu niedrigeren Energien. Die Anzahl der beobachteten Wannier-Stark-Übergänge gibt Aufschluss über die Ausdehnung der Wellenfunktionen der Elektronen: Da die Löcher aufgrund

ihrer größeren Masse schon bei niedrigeren Feldern stark lokalisiert sind, hängt es von der elektronischen Wellenfunktion ab, wie viele indirekte Übergänge möglich sind. Im Fall hoher Feldstärken weisen nur noch die Valenzband- und Leitungsbandzustände ein und desselben Quantentopfes einen endlichen Überlapp auf, so dass lediglich IntraWell-Übergänge möglich sind.

### 2.3.2. Wannier-Stark-Leiter mit Vielteilchen-Effekten

Optische Experimente an Halbleiter-Übergittern, in denen die Wannier-Stark-Leiter sichtbar gemacht wird, beruhen auf der Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren. Die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektronen und Löchern führt zur Bildung von exzitonischen Energieniveaus unterhalb der Energien der Einteilchen-Übergänge (siehe Abschnitt 2.2.3). Es ist daher zu erwarten, dass die beobachteten Wannier-Stark-Leitern durch exzitonische Effekte modifiziert werden. Tatsächlich zeigt der Vergleich experimenteller Daten [11, 29, 35] mit dem Einteilchen-Modell Unterschiede, die auf die Vernachlässigung der Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern zurückzuführen sind. DIGNAM und SIPE veröffentlichten die ersten Berechnungen der exzitonischen Wannier-Stark-Leiter [36, 37]. Sie betonen, dass Exzitonen nach außen hin elektrisch neutral sind und deshalb der Hamilton-Operator auch in einem elektrischen Feld  $F$  seine Translationssymmetrie beibehält. Im Folgenden wird die Theorie von DIGNAM und SIPE, die interessante Effekte wie die *Absorptions-Asymmetrie* bezüglich negativer und positiver Wannier-Stark-Indizes beschreibt, vorgestellt.

Der Hamilton-Operator für die Bewegung eines Exzitons im Übergitter unter Einfluss eines konstanten elektrischen Feldes lautet [36, 37]:

$$H(x_e, x_h, r) = H_0(x_e, x_h, r) + V_e(x_e) + V_h(x_h) + eFx, \quad (2.33)$$

wobei  $V_e(x_e)$  und  $V_h(x_h)$  stückweise konstante Übergitterpotentiale für Elektronen bzw. Löcher sind.  $H_0$  enthält die kinetischen und die Coulomb-Terme und ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} H_0(x_e, x_h, r) = & -\frac{\hbar^2}{2m_r(x_e, x_h)} \frac{1}{r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) \\ & - \frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial x_e} \frac{1}{m_{e,x}(x_e)} \frac{\partial}{\partial x_e} \\ & - \frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial x_h} \frac{1}{m_{h,x}(x_h)} \frac{\partial}{\partial x_h} - \frac{e^2}{\epsilon(r^2 + x^2)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Hierbei sind  $x_e$  und  $x_h$  die Elektron- bzw. Loch- $x$ -Koordinaten ( $x \equiv x_e - x_h$ ),  $r$  ist der

Elektron-Loch-Abstand in der  $yz$ -Ebene. Die schichtabhängige reduzierte effektive Elektron-Loch-Masse  $m_r$  in der  $yz$ -Ebene ist definiert durch  $m_r(x_e, x_h)^{-1} \equiv m_{e\parallel}(x_e)^{-1} + m_{h\parallel}(x_h)^{-1}$ . Die schichtabhängige effektive Masse für Elektron bzw. Loch in  $x$ -Richtung ist mit  $m_{e,x}(x_e)$  bzw.  $m_{h,x}(x_h)$  bezeichnet.  $\epsilon$  steht für eine mittlere statische Dielektrizitätskonstante der Struktur. In diesem Modell wird die Nichtparabolizität der Bänder und die Valenzbandkopplung<sup>7</sup> nicht berücksichtigt, da diese Effekte nur geringe Auswirkungen auf Exzitonbindungsenergien und Oszillatorstärken haben.

Wie oben angedeutet ist der Hamilton-Operator des Exzitons auch in Anwesenheit eines elektrischen Feldes invariant unter Translationen der Elektron- und Lochkoordinate um  $nd$ , wobei  $d$  die Übergitterperiode bezeichnet und  $n$  ganzzahlig ist. Demnach kann in Analogie zur Wellenfunktion für  $F = 0$  die Exziton-Wellenfunktion in der Form

$$\psi_{n'_{\text{WS}}} (r, x_e, z_h) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_n e^{ik_x nd} W_{n'_{\text{WS}}} (r, x_e - nd, x_h - nd) \quad (2.35)$$

geschrieben werden. Hierbei ist  $k_x$  die Wellenzahl des Exzitons in  $x$ -Richtung und  $W_{n'_{\text{WS}}}$  bezeichnet eine vom elektrischen Feld abhängige Wannier-Funktion, die noch bestimmt werden muss. Der Index  $n'_{\text{WS}}$  steht für eine diskrete Quantenzahl, die im Grenzfall hoher elektrischer Felder in das Einteilchen-Analogon, den Einteilchen Wannier-Stark-Index  $n_{\text{WS}}$ , übergeht. Die Wannier-Funktionen werden als Überlagerung von Exziton-Grundzustandsfunktionen (1s-Exzitonen)  $\phi_l$  für alle möglichen Elektron-Loch Abstände  $l$  konstruiert:

$$\psi_{n'_{\text{WS}}} (r, x_e, x_h) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_n e^{ik_x nd} b_l^{n'_{\text{WS}}} \phi_l(r, x_e - nd, x_h - nd) \quad (2.36)$$

Die Bestimmung der Koeffizienten  $b_l^{n'_{\text{WS}}}$  und der Grundzustandsfunktion des Exzitons wird in [37] durchgeführt. Für letztere existiert keine analytische Lösung, so dass sie mit Hilfe von Variationsrechnung gefunden wird.

Verschiedene Periodenlängen  $d$  des Übergitters führen zu qualitativ unterschiedlichen Ergebnissen bezüglich des Verlaufs der Übergangsenergien in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke, die Oszillatorstärken der exzitonischen Zustände und die Exzitonbindungsenergien. In [37] sind die Ergebnisse für GaAs/AlGaAs-Übergitter mit Periodenlängen von 20 nm, 9 nm, 6.5 nm und 5 nm zusammengestellt. Das in dieser Arbeit untersuchte Übergitter besitzt eine Periode von 11.4 nm. Im Folgenden werden Einsichten aufgeführt, die aus der theoretischen Behandlung der Übergitter mit 20 nm und 9 nm Periodenlänge gewonnen werden.

---

<sup>7</sup>Valenzbandkopplung führt zu der Mischung von Leicht- und Schwerlochzuständen. Dieses Mischen verursacht Nichtparabolizitäten in der Bandstruktur [12, 13].

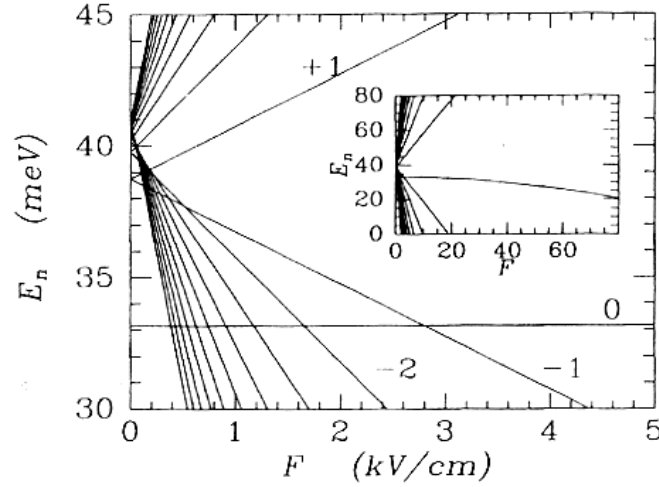


Abbildung 2.13.: Ergebnisse von Modellrechnungen [37] zur exzitonischen Wannier-Stark-Leiter eines GaAs/Al<sub>0.35</sub>Ga<sub>0.65</sub>As-Übergitters mit 20 nm Periodenlänge: Schwerloch-Exziton-Übergangsenergien als Funktion des angelegten elektrischen Feldes.

Beim langperiodischen Gitter ( $d = 20$  nm) fällt auf, dass im Gegensatz zum Einteilchen-Bild der Abstand zwischen zwei Energieniveaus nicht  $eFd$  beträgt, sondern vom Wannier-Stark-Index  $n_{\text{WS}}$  abhängt (vgl. Abbildung 2.13). Der Effekt der Coulomb-Wechselwirkung (und damit die exzitonische (dimensionsabhängige) Bindungsenergie  $E_{n_B, (D)}^{\text{ex}}$ ) ist offenbar verschieden für unterschiedliche Wannier-Stark-Zustände, was sich in einer Modifikation von Gleichung 2.31 ausdrückt, die zu

$$\mathcal{E}_{n_{\text{WS}}}(F) = \mathcal{E}_0(F) - E_{n_B, n_{\text{WS}}}^{\text{ex}}(F) + n_{\text{WS}} eFd \quad (2.37)$$

wird. Die Exzitonbindungsenergien stellen sich für Übergänge mit gleichen Beträgen von  $n_{\text{WS}}$  als ungefähr gleich heraus:  $E_{n_B, n_{\text{WS}}}^{\text{ex}} \approx E_{n_B, -n_{\text{WS}}}^{\text{ex}}$ . Die Exzitonbindungsenergie ist bei langperiodischen Übergittern für elektrische Felder bis zu 10 kV/cm nahezu feldunabhängig. Dies kann auf die Tatsache zurückgeführt werden, dass aufgrund der schwachen Kopplung zwischen den Quantentöpfen die Wannier-Funktionen schon bei sehr kleinen Feldern nahezu vollständig lokalisiert sind. Bei hohen elektrischen Feldern wird eine Verschiebung des 1shh0-Übergangs (d.h. des Schwerloch-Elektron-Übergangs des Exzitons im Grundzustand) beobachtet, wie im Inset von Abb. 2.13 zu sehen ist. Verantwortlich dafür ist der Quantum-Confined-Stark-Effekt (QCSE) [32]. Für höhere Exzitonen ( $2s, 3s, \dots, n_{BS}$ ), nimmt die Bindungsenergie — analog zu angeregten Zuständen in einem Atom — mit steigendem  $n_B$  immer mehr ab, so dass für  $n_B \rightarrow \infty$  Gl. (2.37) in Gl. (2.31) übergeht. Die Einteilchen-Wannier-Stark-Zustände bilden also den „Limit“ für exzitonische Wannier-Stark-Zustände (für  $n_B \rightarrow \infty$ ), so dass man sie in

diesem Sinne als „Kontinuum“ der entsprechenden exzitonischen Zustände bezeichnet.

In Abbildung 2.14 sind die 1shh-Exzitonenergien als eine Funktion des elektrischen Feldes für das kürzer periodische Übergitter dargestellt. Wichtige Unterschiede zum länger periodischen Übergitter sind vor allem auf die stärkere Kopplung zwischen den Potentialtöpfen zurückzuführen. Dies resultiert in einer stärkeren Delokalisierung der exzitonischen Wellenfunktion bei  $F = 0$  und damit in einer Feldabhängigkeit der Exzitonbindungsenergie  $E^{ex}$ , für die nicht mehr gilt  $E_{n_{WS}}^{ex} \approx E_{-n_{WS}}^{ex}$ . Diese Asymmetrie bezüglich der energetischen Abstände vom  $n_{WS} = 0$ -Übergang (der  $n_{WS} = -1$ -Übergang besitzt einen geringeren Abstand zu ihm als der  $n_{WS} = +1$ -Übergang) geht einher mit einer Asymmetrie der Oszillatorstärken: Die Dicke der Linie in Abb. 2.14 ist proportional zur Absorptionsstärke des Übergangs. Die Absorptionsstärke, die umso größer ist je kleiner der Elektron-Loch-Abstand ist, ist für die Zustände mit Wannier-Stark-Index  $-n_{WS}$  viel größer als für Zustände mit Index  $+n_{WS}$ . Die Asymmetrie von Übergängen mit positiven und negativen Wannier-Stark-Indizes bezüglich der energetischen Abstände vom  $n_{WS} = 0$ -Übergang und die Asymmetrie in Bezug auf Oszillatorstärken wird in dem Begriff der *Absorptions-Asymmetrie* zusammengefasst [38] und auch experimentell beobachtet. Sie ist auf eine Asymmetrie in den Bindungsenergien der Wannier-Stark-Zustände zurückzuführen, die in Abb. 2.15 dargestellt sind: Die Bindungsenergie erreicht für Zustände mit negativem Index ein Maximum genau bei den Feldern, bei denen das Maximum in der Absorption auftritt. Die Bindungsenergien für Zustände mit  $n_{WS} > 0$  liegen insgesamt etwas tiefer als die korrespondierenden Zustände mit negativem  $n_{WS}$ . Die Absorptions-Asymmetrie ist demnach exzitonischer Natur und kann im Einteilchen-Bild nicht erklärt werden.

Auffällig sind die vermiedenen Überkreuzungen (*Anticrossings*) für  $F < 7 \text{ kV/cm}$ . Anticrossings entstehen, wenn sich Zustände energetisch nahe kommen und miteinander wechselwirken. Ohne Wechselwirkung würden sie kreuzen; mit Wechselwirkung kommt es zur vermiedenen Überkreuzung.

### 2.3.3. Bloch-Oszillationen

Ein elektrisches Feld führt neben der Ausbildung der Wannier-Stark-Leiter zu einem damit eng verknüpften grundlegenden Phänomen, den Bloch-Oszillationen. Führt man sich das bekannte Ohmsche Gesetz vor Augen, so erscheint die Existenz von Bloch-Oszillationen besonders überraschend, wenn nicht widersprüchlich: Nach dem Ohmschen Gesetz erzeugt ein an einen Festkörper angelegtes elektrisches Feld eine Stromdichte, die sich proportional zur Feldstärke verhält. Bloch-Oszillationen sind oszillatorische Bewegungen, die Elektronen bei Anlegen eines elektrischen Feldes ausführen - die Ladungsträger besitzen keine konstante Driftgeschwindigkeit, die zum Stromtransport erforderlich ist, folglich verliert das Ohmsche Gesetz seine Gültigkeit. Dieses scheinbare Paradoxon wird durch den Hinweis auf die Grenzen makrosko-



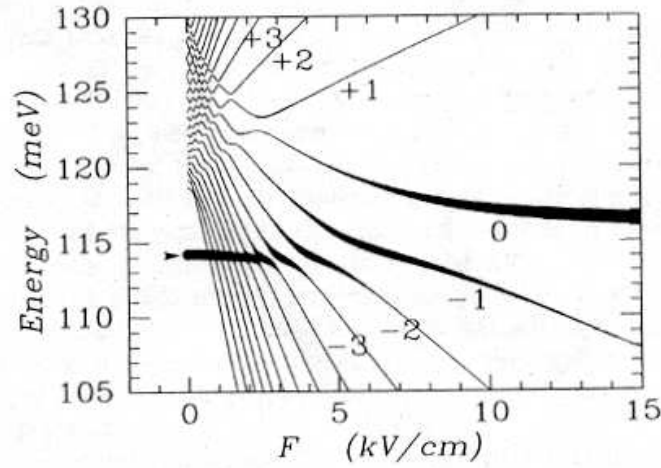


Abbildung 2.14.: Ergebnisse von Modellrechnungen [37] zur exzitonischen Wannier-Stark-Leiter eines GaAs/Al<sub>0.35</sub>Ga<sub>0.65</sub>As-Übergitters mit 9 nm Periodenlänge: Schwerloch-Exziton-Übergangsenergien als Funktion des angelegten elektrischen Feldes. Die Dicke der Linien ist proportional zur Absorptionsstärke.

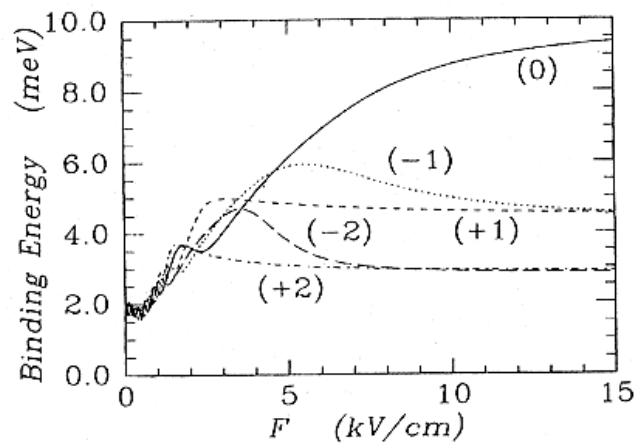


Abbildung 2.15.: Schwerloch-Exzitonbindungsenergien für die exzitonischen Wannier-Stark-Übergänge mit den Indizes  $n_{\text{WS}} = 0, \pm 1, \pm 2$  als Funktion des angelegten elektrischen Feldes. [37] entnommen.

pischer und quantenphysikalischer Beschreibung aufgelöst: Bloch-Oszillationen resultieren aus der perfekten Periodizität des atomaren Potentials. Gäbe es keine Streuprozesse, die die Oszillationen unterdrücken und eine konstante Driftgeschwindigkeit hervorrufen, träte das Ohmsche Gesetz nie in Kraft. Da mikroskopische Streuprozesse jedoch im Pikosekundenbereich erfolgen, ist die Dynamik der Elektronen nur auf ultrakurzen Zeitskalen durch das quantenphysikalische Phänomen der Bloch-Oszillationen bestimmt.

Im Folgenden werden zwei Ansätze zur Erklärung von Bloch-Oszillationen erläutert, die sich als äquivalent herausstellen. Im semiklassischen Bild werden die Elektronen als Bloch-Elektronen in einem Potential mit zeitabhängigem Wellenvektor  $k$  beschrieben. Im Wannier-Stark-Bild ergeben sich Bloch-Oszillationen aus der zeitlichen Entwicklung einer Superposition von Wannier-Stark-Zuständen.

### Semiklassische Beschreibung

Die Bewegung des Elektrons, dargestellt als Wellenpaket mit mittlerer Wellenzahl  $k$ , in Richtung eines elektrischen Feldes  $F$  wird beschrieben durch

$$\hbar \frac{d}{dt} k = eF \quad \Rightarrow \quad k(t) = k(0) + \frac{q}{\hbar} eF t. \quad (2.38)$$

Die Wellenzahl  $k$  wächst also in Richtung des Feldes linear mit der Zeit an. Nach Gleichung (2.3) lässt sich die mittlere Geschwindigkeit des Wellenpakets bestimmen, wenn die Dispersionsrelation  $E(k)$  bekannt ist. Für die kosinusförmige Dispersionsrelation der (Mini-)Bänder (vgl. Gleichung (2.13)) ist die zugehörige Geschwindigkeit sinusförmig:

$$v(k) = \frac{\Delta d}{\hbar} \sin(kd). \quad (2.39)$$

Am Rand der Brillouin-Zone (bei  $\pi/d$ ) findet eine Bragg-Reflexion statt, so dass das Wellenpaket am anderen Rand der Brillouin-Zone ( $-\pi/d$ ) wieder auftaucht. Durch die periodische Geschwindigkeitsfunktion ergibt sich eine Oszillation im  $k$ -Raum mit der Frequenz  $\nu_B$  und Periode  $T$

$$\frac{1}{T_B} = \nu_B = \frac{eFd}{\hbar} \quad \Rightarrow \quad \omega_B = \frac{eFd}{\hbar}. \quad (2.40)$$

Dieser Oszillation im  $k$ -Raum entspricht auch eine Oszillation im Ortsraum, da die Ortsraum-Geschwindigkeit mit dem Wellenvektor bzw. der Energie in Zusammenhang steht (siehe Gleichung (2.3)). Da die Oszillation räumlich durch die Ränder des verkippten (Mini-)Bandes begrenzt ist, ergibt sich eine räumliche Amplitude  $L$  von (vgl. Abbildung 2.11)

$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{\Delta}{2eF}. \quad (2.41)$$

Die räumliche Oszillation verursacht ein zeitlich veränderliches Dipolmoment, das mit der Emission elektromagnetischer Strahlung einhergeht, die zum Nachweis der Oszillationen dienen kann. Die Detektion von Bloch-Oszillationen in Volumenhalbleitern erweist sich bisher als unmöglich: Um eine Bloch-Oszillation zu beobachten, muss mindestens eine vollständige Periode der Oszillation durchlaufen werden. Streuprozesse (Phononen, Ladungsträger-Ladungsträger-Streuung) führen zur Zerstörung der Bloch-Oszillationen. Die Oszillationsperiode muss demnach klein genug, d.h. die Bloch-Frequenz groß genug sein, um Streuprozessen zu entgehen. Dies kann durch hohe elektrische Feldstärken oder größere Gitterperioden  $d$  erreicht werden. Für Festkörper mit Gitterkonstanten im Angström-Bereich liegen die benötigten Feldstärken jenseits der Zerstörungsschwelle der Probe. Erst durch die größere Gitterperiode des Übergitters im Vergleich zum Volumenmaterial können Bloch-Oszillationen im THz-Bereich bereits bei wenigen kV/cm beobachtet werden. Möglich ist dies mit optischen Methoden wie Vierwellenmischen und elektro-optischen Verfahren ([39, 40, 41, 42, 43, 44, 45]) und mit zeitaufgelösten Messungen der Terahertzemission von Bloch-oszillierenden Elektronen ([46, 47, 48, 49]).

### Wannier-Stark-Bild

Im Rahmen des Wannier-Stark-Bildes entstehen Bloch-Oszillationen durch Quantenschwebungen zwischen Wannier-Stark-Zuständen. Eine Schwebung wird im allgemeinen durch eine Überlagerung von energetisch nahe beieinander liegenden Zuständen hervorgerufen, wobei die Schwebungsfrequenz durch die Energiedifferenz zwischen den beiden Zuständen bestimmt ist. Demnach entsprechen Bloch-Oszillationen einer Quantenschwebung von (mindestens) zwei Wannier-Stark-Zuständen mit der Energiedifferenz  $\hbar\omega_B$ . Genauer gesagt sind es die elektronischen Wellenfunktionen, die überlagert werden, so dass die resultierende Amplitude mit der Bloch-Schwingungsfrequenz  $\omega_B$  moduliert ist. Experimentell kann die kohärente Überlagerung der elektronischen Wellenfunktionen durch einen kurzen Laserpuls präpariert werden, wenn die spektrale Breite des Pulses ausreicht, um die gleichzeitige Population der gewünschten Wannier-Stark-Zustände zu erreichen. Meist werden die beiden Zustände mit der größten Oszillatorstärke angeregt, und zwar der direkte Schwerloch-Elektron-Übergang (hh0) und der energetisch benachbarte, zu niedrigerer Energie verschobene hh-1-Übergang.

Mathematisch lässt sich die Superposition zeitabhängiger Wannier-Stark-Zustände als

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n a_n e^{-i\omega_n t} |\psi_n\rangle, \quad a_n \in \mathbb{R} \quad (2.42)$$

darstellen, wobei  $\hbar\omega_n$  diejenige Energie ist, die für einen Interbandübergang vom Loch- in den  $n$ -ten Wannier-Stark-Zustand nötig ist. Über den Erwartungswert der Ortskomponente in Wachstumsrichtung ( $x$ -Richtung) ergibt sich die elektronische Intraband-Dipolmomentdichte  $P_{intra}$  zu

$$P_{intra} = -e \langle \psi(t) | x | \psi(t) \rangle. \quad (2.43)$$

Durch Einsetzen des Superpositionszustandes (Gleichung (2.42)) ergibt sich

$$P_{intra} = -e \sum_{p>q} 2a_p a_q \cos(\omega_p - \omega_q) \langle \psi_p | x | \psi_q \rangle, \quad (2.44)$$

wobei  $\hbar(\omega_p - \omega_q)$  der Energiedifferenz zweier Wannier-Stark-Zustände entspricht und gemäß Gleichung (2.31) durch  $(p - q)eFd$  gegeben ist. Werden zwei benachbarte Übergänge ange- regt, wie z.B. der hh0- und hh-1-Übergang, so folgt für die Kreisfrequenz der Intraband- Polarisation  $\omega_B = eFd/\hbar$ . Derselbe Zusammenhang wurde bereits mittels semiklassischer Überlegungen hergeleitet (Gleichung 2.40). Auch für die räumliche Amplitude der Oszilla- tion liefern die semiklassische Betrachtung und das Wannier-Stark-Bild dasselbe Ergebnis: Ein Wellenpaket in einem Wannier-Stark-Zustand ist räumlich durch seine Lokalisierungslänge (Gleichung 2.25) beschränkt, da die Wellenfunktion nicht über die Grenzen des Minibandes hinaus existieren kann. Gleiches gilt auch für die Oszillation des Wellenpaketes, folglich ist die Amplitude der Oszillation ebenfalls durch die Lokalisierungslänge bestimmt, welche identisch mit der im semiklassischen Bild gefundenen Amplitude (Gleichung (2.41)) ist. Im Hinblick auf den Vergleich zwischen den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten spektralen Messungen und zeitaufgelösten Experimenten, die zur Messung von Bloch-Oszillationen dienen, ist vor allem das Wannier-Stark-Bild relevant: In spektralen Messungen wird die Existenz und Be- schaffenheit von Wannier-Stark-Übergängen geprüft, indem energetische Übergänge zwischen ihnen detektiert werden. Damit geben spektrale Messungen Aufschluss über eine wichtige Grundlage von Bloch-Oszillationen.

## 2.4. Landau-Quantisierung

### 2.4.1. Freie Ladungsträger

Um die Effekte eines äußeren Magnetfeldes  $B$  auf Halbleiter, insbesondere auf Übergitter, zu verstehen, wird zunächst das Verhalten freier Ladungsträger (d.h. für ein verschwinden- des periodisches Potential) diskutiert, da sich die Resultate auf Ladungsträger im Halbleiter übertragen lassen.

Bereits aus der klassischen Physik ist bekannt, dass ein Teilchen mit der elektrischen Ladung  $\pm e$  im Magnetfeld aufgrund der Lorentz-Kraft eine Zyklotronbewegung ausführt, deren Kreisfrequenz

$$\omega_c = \frac{eB}{m} \quad (2.45)$$

linear von der Stärke des angelegten Feldes abhängt und antiproportional zur Masse des Teilchens ist. Quantenmechanisch führt die Anwesenheit eines Magnetfeldes zur Ausbildung diskreter Energieniveaus in der Richtung senkrecht zum Magnetfeld, in der die Lorentz-Kraft wirkt. Die Berechnung dieser Energieniveaus erfolgte 1930 durch L. LANDAU [1]. Zu Beginn der Überlegungen steht natürlich die Aufstellung des Hamilton-Operators<sup>8</sup>. Wie in der klassischen Theorie muss in Anwesenheit eines Magnetfeldes der kinetische Impuls  $m\vec{v}$  durch die Differenz von kanonischem Impuls  $\vec{p}$  und dem Produkt aus der Ladung  $e$  und dem Vektorpotential  $\vec{A}$  ( $\text{rot}\vec{A} = \vec{B}$ ) ersetzt werden. Der Übergang von der klassischen Physik zur Quantenmechanik erfolgt dadurch, dass statt des kanonischen Impulses der Operator  $\hat{\vec{p}} = -i\hbar\nabla$  verwendet wird. Unter Vernachlässigung des Teilchenspins ergibt sich der Hamilton-Operator zu

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (\hat{\vec{p}} - e\vec{A})^2. \quad (2.46)$$

In allen weiteren Betrachtungen wird die Magnetfeldrichtung als  $z$ -Achse gewählt. In Landau-Eichung  $\vec{A} = -By\vec{e}_x$  lautet die stationäre Schrödinger-Gleichung

$$\frac{1}{2m} [(\hat{p}_x + eBy)^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2] \psi = E\psi. \quad (2.47)$$

Da der Hamilton-Operator die Koordinaten  $x$  und  $z$  nicht explizit enthält, ist er mit  $\hat{p}_x$  und  $\hat{p}_z$  vertauschbar. Dies bedeutet, dass die  $x$ - und  $z$ -Komponente des kanonischen Impulses Erhaltungsgrößen sind und der Separationsansatz  $\psi = \exp[i(k_x x + k_z z)] \phi(y)$  gerechtfertigt ist. Da  $A_z = 0$  ist, ist die  $z$ -Komponente des kanonischen Impulses gleich der Komponente des gewöhnlichen kinetischen Impulses  $mv_z$  und kann beliebige Werte annehmen: Die Bewegung in Feldrichtung ist also nicht quantisiert. Der Separationsansatz führt auf die Bewegungsgleichung eines um  $y_0 = \hbar k_x / (eB)$  zentrierten harmonischen Oszillators

$$\frac{d^2}{dy^2} \phi(y) + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ \left( E - \frac{p_z^2}{2m} \right) - \frac{m}{2} \omega_c^2 (y - y_0)^2 \right] \phi(y) = 0. \quad (2.48)$$

Die Lösung dieser bekannten Gleichung ist in vielen Lehrbüchern zu finden (siehe z.B. [51]). Die *Eigenfunktionen* sind durch das Produkt einer Gaussfunktion und den hermiteschen Po-

<sup>8</sup>Die Ableitung der Energieniveaus im Magnetfeld erfolgt nach [50].

lynomen gegeben, wobei die in der Gauss-Funktion auftretende „magnetische Länge“

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}} \quad (2.49)$$

ein Maß für die räumliche Ausdehnung der Wellenfunktion ist. Das Magnetfeld lokalisiert also — wie auch das elektrische Feld — die Ladungsträger. Im Unterschied zum elektrischen Feld ist jedoch die magnetfeldinduzierte Lokalisierung unabhängig von der Masse des Teilchens. Die *Eigenenergien* ergeben sich zu

$$E_{n_L} = (n_L + \frac{1}{2}) \hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}, \quad (2.50)$$

wobei  $n_L = 0, 1, 2, 3, \dots$  und

$$\omega_c = \frac{eB}{m} \quad (2.51)$$

die klassische Zyklotronfrequenz ist. Die Energie der Bewegung senkrecht zur Feldrichtung ist in Abständen von  $\hbar\omega_c$  quantisiert, und man bezeichnet die entsprechenden Niveaus als *Landau-Niveaus* mit Landau-Index  $n_L$ . Der Anteil der Eigenenergie proportional zu  $k_z$  berücksichtigt die kinetische Energie parallel zur Magnetfeldrichtung. Die Einschränkung der Bewegung senkrecht zur Feldrichtung bedeutet eine Reduktion der Dimensionalität des Systems.

### 2.4.2. Volumenhalbleiter

Die Resultate lassen sich im Rahmen der Effektivmassennäherung und unter Vernachlässigung der Coulomb-Wechselwirkung auch auf Ladungsträger im Halbleiter übertragen. In einem Halbleiter spaltet jeder Valenz- und jeder Leitungsbandzustand im Magnetfeld in Landau-Niveaus, den sogenannten *Landau-Fächer*, auf. In Abbildung 2.16 ist diese Aufspaltung schematisch dargestellt.

In magneto-optischen Experimenten sind Zyklotronresonanz-Übergänge (CR) zwischen benachbarten Landau-Niveaus sowie Übergänge zwischen verschiedenen Bändern (Interband, IB) möglich. Der energetische Abstand vergrößert sich mit steigendem  $B$ -Feld gemäß Gleichung (2.50). Da die Zyklotronfrequenz (und damit der Abstand der Landau-Niveaus) antiproportional zur Masse der Ladungsträger ist, liegen die Landau-Niveaus der schweren Löcher sehr viel dichter als die der Elektronen.

Unter der Annahme isotroper Effektivmasse und unter Vernachlässigung der Coulomb-Wechselwirkung sieht das Interband-Absorptionsspektrum eines Volumenhalbleiters so aus,

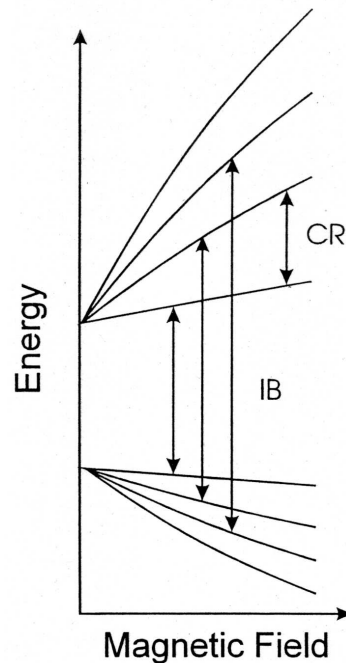


Abbildung 2.16.: Schematische Darstellung der Landau-Niveaus von Elektronen und Löchern. Mögliche Zyklotronresonanz-Übergänge (CR) und Interband-Übergänge (IB) sind angedeutet. Entnommen aus [52].

wie in Abb. 2.17 dargestellt. In diesem isotropen Fall gilt die Auswahlregel für Interband-Übergänge  $\Delta n_L = 0$ .

Die Interpretation magneto-optischer Experimente ist deshalb so schwierig, weil in der Natur (a) komplexe Bandstrukturen und damit anisotrope Effektivmassen eine Rolle spielen und (b) die Coulomb-Wechselwirkung berücksichtigt werden muss.

(a) Die Änderung der effektiven Masse kann dazu führen, dass sich die Energie der Landau-Niveaus nicht linear im Magnetfeld entwickelt. Aufgrund der Nichtparabolizität der Minibänder gilt die parabolische Näherung nur in der Umgebung von  $k = 0$ , so dass die Effektivmassennäherung nur in einem schmalen Energiebereich gültig bleibt. Wird im Hamilton-Operator (Gleichung (2.46)) die anisotrope Masse dadurch berücksichtigt, dass der Faktor  $1/2m_i$  für alle Raumrichtungen  $i = x, y, z$  verschieden sein kann, so erhält man Landau-Niveaus, die vom Wert der effektiven Masse abhängen [53]. Die Nichtparabolizität der Minibänder ist also ein Grund für die nichtlineare Abhängigkeit der Landau-Energien vom Magnetfeld.

(b) Die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektron und Loch führt ebenfalls zur nichtlinearen Abhängigkeit der Landau-Energien vom Magnetfeld. Beispielsweise ergibt sich für das unterste

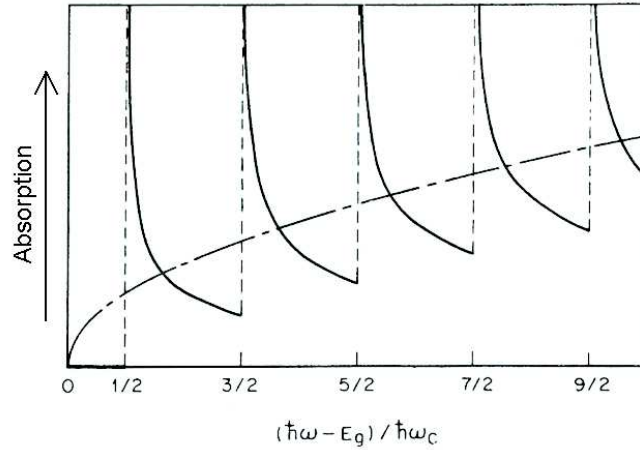


Abbildung 2.17.: Absorptionsspektrum eines Volumenhalbleiters im Magnetfeld unter Annahme einer isotropen Effektivmasse und unter Vernachlässigung der Coulomb-Wechselwirkung. Die durchbrochene Linie markiert das Spektrum ohne Magnetfeld. [53] entnommen.

Energieniveau  $E_0$  eines Elektrons im (Coulomb-)Potential  $U(r)$  für kleine Magnetfelder  $B$  [50]:

$$E_0 = -\frac{m_e e^2 B^2}{8\pi^2 \hbar^4 c^2} \left( \int U(r) dV \right)^2. \quad (2.52)$$

Die Coulomb-Wechselwirkung führt außerdem zur Ausbildung von Exzitonen, deren Verhalten im externen Magnetfeld äquivalent ist zum Verhalten des atomaren Wasserstoffs. Eine exakte analytische Lösung dieses Problems existiert nicht, so dass es sinnvoll ist, sich die relative Stärke des Einflusses des Magnetfeldes gegenüber der Coulomb-Wechselwirkung vor Augen zu führen. Zu diesem Zweck wird das dimensionslose Verhältnis

$$\gamma = \frac{\hbar\omega_c}{2R_y} \quad (2.53)$$

eingeführt, das umgekehrt proportional zum Quadrat der Teilchenmasse ist. Für das Wasserstoffatom beträgt dieses Verhältnis bei einem Magnetfeld von  $B = 7\text{T}$  etwa  $\gamma = 3 \cdot 10^{-5}$ , so dass die störungstheoretische Behandlung des Magnetfeldes gerechtfertigt ist. In Halbleitern erhöht sich  $\gamma$  jedoch durch die viel kleinere reduzierte Masse des Elektron-Loch-Paares. Berücksichtigt man ferner die Verkleinerung des Coulomb-Potentials durch die größere relative Dielektrizitätskonstante, so ergibt sich z.B. für GaAs ein Verhältnis von  $\gamma \approx 1.3$  [54]. Diese Betrachtungen zeigen, dass in Halbleitern mit kleinen Effektivmassen ein äußeres Magnetfeld einen starken Einfluss auf das System hat.

Der Hamilton-Operator für Exzitonen im Magnetfeld, sogenannte *Magnetoexzitonen*, setzt sich aus der Summe der Einteilchen-Operatoren für Elektron und Loch und dem Coulomb-Potential



zwischen den beiden Konstituenten zusammen:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_e} (\vec{p}_e - e\vec{A})^2 + \frac{1}{2m_h} (\vec{p}_h + e\vec{A})^2 - \frac{e^2}{\epsilon_r \epsilon_0 |\vec{r}_e - \vec{r}_h|}. \quad (2.54)$$

Das Problem kann durch die Einführung von Relativkoordinaten vereinfacht werden. Betrachtet man nur direkte optische Übergänge, bei denen der Schwerpunktsimpuls verschwindet, so lautet die Schrödinger-Gleichung des Magnetoexzitons [53]

$$\left[ \frac{p^2}{2m_r} - \frac{q^2}{\epsilon_r \epsilon_0 r} + \frac{q^2 B^2}{8m_r} (x^2 + y^2) \right] \phi = E\phi. \quad (2.55)$$

Der Hamilton-Operator besteht aus drei Anteilen: Der erste Term entspricht der kinetischen Energie der Relativbewegung von Elektron und Loch, der zweite ihrer Coulomb-Wechselwirkung. Der dritte Term mit quadratischer Magnetfeldabhängigkeit führt zur diamagnetischen Anhebung der Eigenenergien. Einen Überblick über verschiedene Lösungsmöglichkeiten dieser Schrödinger-Gleichung bietet [53]. Insgesamt führt die Coulomb-Wechselwirkung zur Ausbildung von exzitonischen Niveaus unterhalb der Einteilchen-Landau-Zustände und zur Quantisierung des eindimensionalen Kontinuums in Magnetfeldrichtung, so dass Streuzustände *und* gebundene Zustände in Magnetfeldrichtung vorliegen [53]. Der qualitative Verlauf der Absorption für den Übergang zwischen dem untersten Valenz- und Leitungssubband im Volumenhalbleiter ist in Abb. 2.18 für ein relatives Magnetfeld von  $\gamma = 2$  dargestellt [55].

### 2.4.3. Übergitter in elektrischen und magnetischen Feldern

Der Effekt eines elektrischen Feldes in Wachstumsrichtung des Übergitters ( $x$ -Richtung) wurde in Abschnitt 2.3 diskutiert. Wird zudem ein magnetisches Feld angelegt, sind traditionell zwei Feldkonfigurationen möglich<sup>9</sup>: Steht das Magnetfeld in Wachstumsrichtung und damit parallel zum elektrischen Feld in  $x$ -Richtung, kommt es zu einer magnetfeldinduzierten Lokalisierung der Ladungsträger in der  $yz$ -Ebene (parallel zu den Übergitterschichten). Somit wird die Dimensionalität des Halbleiterübergitters weiter reduziert: Das elektrische Feld lokalisiert die Ladungsträger in  $x$ -Richtung und stellt damit eine quasi-zweidimensionale (d.h. 2-3 dimensionale) Situation her, da eine freie Ladungsträgerbewegung lediglich in der  $yz$ -Ebene möglich ist. Das zusätzliche Magnetfeld schränkt die Bewegung in der  $yz$ -Ebene ein, so dass der Halbleiter bei genügend großen Feldstärken nur eine Dimension aufweist, ähnlich wie ein Quantendraht [59]. Bei genügend großen elektrischen Feldstärken sind die Ladungsträger in

<sup>9</sup>Neuere Arbeiten untersuchen auch Feldkonfigurationen, in denen B- und E-Feld nicht senkrecht oder parallel zueinander stehen, sondern einen arbiträren Winkel einschließen [56, 57, 58].

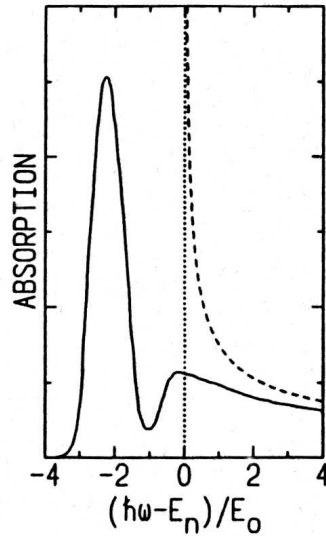


Abbildung 2.18.: Berechneter Verlauf der Magnetoabsorption im Volumenhalbleiter für  $\gamma = 2$  nach [55] ([24] entnommen). Die gestrichelte Kurve ergibt sich für die Absorption unter Vernachlässigung der Coulomb-Wechselwirkung.

einem Einzelquantentopf lokalisiert, der sich, vergleichbar mit einem Quantenpunkt [60], als nulldimensional betrachten lässt. In einem Übergitter kommt es demnach in Abhängigkeit der Feldstärken zu einer null- bis eindimensionalen Situation, die in einem diskreten optischen Spektrum resultiert [61]. Diese Geometrie wurde experimentell untersucht [5, 62]: Obwohl die Wannier-Stark- und Landau-Quantisierung als entkoppelt betrachtet werden können, kommt es aufgrund von Linienkreuzungen und vermiedenen Überkreuzungen zum komplexen Zusammenspiel der beiden Feldeinflüsse. Auch der Fall des magnetischen Feldes in Wachstumsrichtung ohne elektrisches Feld wurde theoretisch und experimentell untersucht [63].

In der zweiten Feldkonfiguration ist das Magnetfeld parallel zu den Übergitterschichten in  $z$ -Richtung und damit senkrecht zum elektrischen Feld orientiert. Diese Konfiguration wurde für die Experimente im Rahmen dieser Arbeit gewählt und ist in Abbildung 2.19 dargestellt. Sie lässt eine besonders interessante Situation entstehen: Im Gegensatz zur erstgenannten Geometrie lassen sich Wannier-Stark- und Landau-Quantisierung nicht als voneinander entkoppelt betrachten, da sowohl das Magnetfeld als auch das elektrische Feld die Ladungsträger in Wachstumsrichtung ( $x$ -Richtung) lokalisiert. Somit konkurrieren die beiden Felder um den Einfluss auf die Energiezustände der Ladungsträger im Übergitter.

Experimentelle Untersuchungen des Einflusses eines Magnetfeldes parallel zu den Übergitterschichten wurden ohne elektrisches Feld ( $F = 0$ ) von BELLE *et al.* [64] und mit elektrischem Feld ( $F \neq 0$ ,  $F \perp B$ ) von ALEXANDROU *et al.* [65] durchgeführt und mit theo-

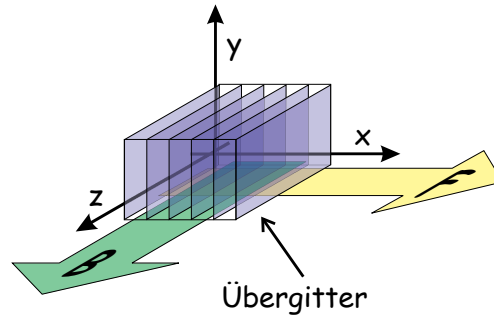


Abbildung 2.19.: Darstellung der in dieser Arbeit gewählten Geometrie gekreuzter Felder: Das elektrische Feld  $F$  liegt in Wachstumsrichtung des Übergitters ( $x$ -Richtung) an, während das Magnetfeld  $B$  senkrecht dazu ( $z$ -Richtung) in der Ebene der Übergitterschichten orientiert ist.

retischen Berechnungen von DIGNAM und SIPE verglichen [66]. In diesen Rechnungen werden jedoch die Kontinuumszustände vernachlässigt. Eine Theorie, die Kontinuumszustände berücksichtigt, wurde von S. M. STEPANOW und S. GLUTSCH entworfen [6]. Ihre Modellrechnungen beziehen sich auf die Übergitterstruktur, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersucht wird. Die theoretischen Resultate von S. M. STEPANOW und S. GLUTSCH werden in den folgenden beiden Abschnitten (2.4.4 und 2.4.5) dargestellt und später (Kapitel 4) mit experimentellen Befunden verglichen. Ein Ergebnis der theoretischen Betrachtungen soll hier aufgrund seiner Wichtigkeit vorweggenommen werden: In Anwesenheit eines elektrischen Feldes in  $x$ -Richtung werden die Ladungsträger in  $x$ -Richtung lokalisiert und es entstehen, wie bereits beschrieben, Wannier-Stark-Niveaus. Das Magnetfeld in  $z$ -Richtung lokalisiert die Ladungsträger ebenfalls in  $x$ -Richtung; und die Theorie bestätigt die naheliegende Vermutung: Jeder Wannier-Stark-Zustand spaltet in einen Landau-Fächer auf.

#### 2.4.4. Landau-Quantisierung im Einteilchen-Bild

Die magnetfeldinduzierten Energiezustände lassen sich in einem Absorptionsspektrum identifizieren. Unter Vernachlässigung der Coulomb-Wechselwirkung ist der Absorptionskoeffizient  $\alpha(\omega)$  proportional zur Zustandsdichte  $D(\omega)$ , die auch mit der Abkürzung DOS bezeichnet wird:

$$\alpha(\omega) = \omega D(\omega)/(c_0 n), \quad (2.56)$$

wobei  $c_0$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit und  $n$  den Brechungsindex bezeichnet. Die Bestimmung der DOS erfordert die Berechnung der Eigenwerte des Hamilton-Operators des Problems. Das Koordinatensystem ist wie oben festgelegt: Die Übergitter-Wachstumsrichtung wird als

$x$ -Richtung gewählt; das elektrische Feld ist  $\vec{F} = F\vec{e}_x$  und das Magnetfeld  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ . Das periodische Übergitterpotential wird durch ein rechteckiges Potential<sup>10</sup>  $W_{e,h}(x)$  modelliert, wobei die Barrierenhöhen für Elektronen bzw. Löcher 790 meV bzw. 460 meV betragen. Es wird in dieser theoretischen Betrachtung die Existenz je zweier Minibänder für Elektronen sowie Löcher angenommen („Zweibandmodell“). Ferner werden leichte Löcher vernachlässigt, so dass mit der Bezeichnung „Loch“ immer das schwere Loch gemeint ist. So nimmt der Hamilton-Operator folgende Form an:

$$\hat{H}_{e,h} = -\frac{\hbar^2}{2m_{e,h,x}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2m_{e,h\parallel}} \left[ \left( \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial z} \mp eBy \right)^2 \right] \pm eFx + W_{e,h}(x). \quad (2.57)$$

Hierbei bezeichnen  $m_{e,hx}$  und  $m_{e,h\parallel}$  die effektive Elektron- und Lochmasse in Wachstumsrichtung bzw. in der Übergitterebene. Die Elektronenmasse wird als isotrop angenommen<sup>11</sup>, d.h.  $m_{e,x} = m_{e\parallel} = m_e(\text{GaAs})$  und Valenzbandmischen vernachlässigt. Eine weitere Näherung ist die Annahme, dass die Ladungsträgermassen in Barrieren- und Topfmaterial denselben Wert annehmen.

Da  $\hat{H}$  mit den  $y$ - und  $z$ -Komponenten des Impulses kommutiert, kann das Eigenwertproblem mit Hilfe eines Separationsansatzes gelöst werden.

Vor der Berechnung der DOS werden die Energiebereiche der ersten und zweiten Minibänder für Elektronen und Löcher berechnet: Das erste bzw. zweite elektronische Miniband liegt zwischen 22.9 und 44.3 meV bzw. 97.9 und 177.1 meV. Die Energie des ersten bzw. zweiten Valenzminibandes reicht von 6.9 bis 8.2 meV bzw. von 27.5 bis 32.9 meV. Diese Werte beziehen sich jeweils auf die Bandkante des Leitungs- bzw. Valenzbandes. Mit diesen Parametern und einer Bandlücke von GaAs von 1.519 meV können die Energiebereiche der Übergänge zwischen Valenz- und Leitungsband ausgerechnet werden: Bezeichne  $n_h$  das  $n$ -te Valenzminiband und  $n_e$  das  $n$ -te Leitungsminiband, so liegen die Übergänge mit  $[n_h, n_e] = [1, 1]$  bzw.  $[2, 2]$  zwischen  $\hbar\omega \in [1.549 \text{ eV}, 1.572 \text{ eV}]$  bzw.  $[1.644 \text{ eV}, 1.729 \text{ eV}]$ .

Unter der fiktiven Annahme einer unendlichen Anzahl von Übergitterperioden wird die DOS berechnet. In Abbildung 2.20 sind die Ergebnisse für den Fall ohne elektrisches Feld dargestellt.

Der untere Teil der Abbildung zeigt einen Graustufen-Plot der Größe  $D''(\omega) = d^2D(\omega)/d\omega^2$  als Funktion der Photonenenergie  $\hbar\omega$  und des magnetischen Feldes. Die zweite Ableitung der DOS bezüglich der Energie wurde gebildet, um die Auflösung zu vergrößern. Zusätzlich verstärkt eine nichtlineare Darstellung schwächere Übergänge. Bei der Berechnung wurde eine konstan-

---

<sup>10</sup>Da die potentielle Energie des Kristallpotentials unberücksichtigt bleibt, handelt es sich um eine „effektive potentielle Energie“, die in der Theorie „Potential“ genannt wird.

<sup>11</sup>In die Schrödinger-Gleichung geht eine in alle Raumrichtungen isotrope Elektronenmasse ein. Durch das Übergitterpotential  $W$  resultiert eine Minibanddispersion, so dass die Elektronenmasse in Wachstumsrichtung einen anderen Wert annehmen kann als parallel zu den Schichten.

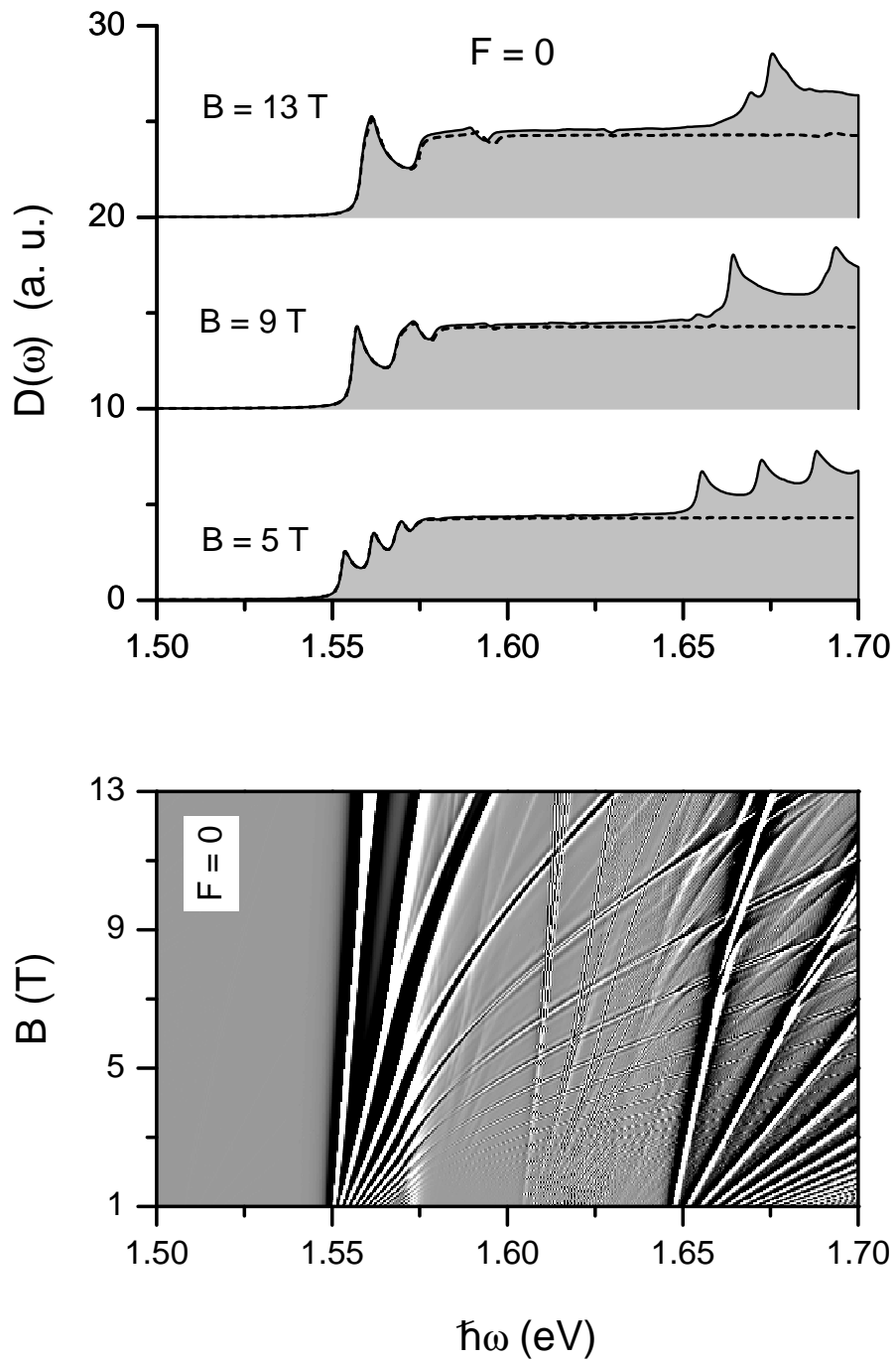


Abbildung 2.20.: Ergebnisse der Theorie ohne Coulomb-Wechselwirkung [6, 21]: Graustufenplot (nicht-lineare Skala) von  $D''(\omega)$  als Funktion der Photonenenergie  $\hbar\omega$  und Magnetfeld  $B$  für  $F = 0$ . Deutlich sind zwei Landau-Fächer zu erkennen, die bei 1.550 eV und 1.645 eV entspringen.

te homogene Linienbreite von 1 meV gewählt, d.h. Linienverbreiterung durch Streuung vernachlässigt.

Sehr deutlich sind zwei Landau-Fächer zu erkennen, die bei  $\hbar\omega = 1.550$  eV bzw.  $\hbar\omega = 1.645$  eV entspringen. Diese Landau-Fächer entstehen aus den Übergängen zwischen Valenz- und Leitungs-Miniband: Der erste Landau-Fächer bei 1.550 eV stammt aus den Miniband-Übergängen  $[n_h, n_e] = [1, 1]$  und der zweite Fächer bei 1.645 eV aus den Miniband-Übergängen  $[n_h, n_e] = [2, 2]$ . Darüber hinaus sind schwächere Übergänge sichtbar, die zu Übergängen mit  $n_h \neq n_e$  gehören. Im Unterschied zu freien Teilchen (vgl. Gleichung (2.50)) zeigen die Landau-Niveaus keine lineare Abhängigkeit vom Magnetfeld. Wie bereits beschrieben (siehe Abschnitt 2.4.2), ist dies darauf zurückzuführen, dass die effektive Masse in Wachstumsrichtung von der nicht-parabolischen Miniband-Dispersion abhängt.

Um die relativen Größen der Übergänge zu untersuchen, ist im oberen Teil von Abbildung 2.20  $D(\omega)$  in linearer Darstellung zu sehen. Zunächst fällt auf, dass die schwachen Übergänge zwischen verschiedenen Minibändern keine Rolle spielen - die Region zwischen den Minibändern ist fast strukturlos. Betrachtet man die Entwicklung der Landau-Niveaus des 1. Minibandes mit dem Magnetfeld, so erkennt man eine Vergrößerung der Linienbreite und schließlich die Verschmelzung mit dem Kontinuum. Dieses Verhalten wurde bereits von BELLE beobachtet [64] und von MAAN semiklassisch erklärt [67].

Wird zusätzlich zum Magnetfeld ein elektrisches Feld angelegt, ergibt sich eine kompliziertere Situation, die in Abbildung 2.21 dargestellt ist.

Bei niedrigen magnetischen Feldstärken wird die DOS durch Wannier-Stark-Übergänge geprägt. Der räumlich direkte Wannier-Stark-Übergang mit  $n_{\text{WS}} = 0$  entspringt in der Mitte des Minibandes, d.h. für das erste Miniband bei ca. 1.56 eV. Für  $F = 10$  kV/cm und das erste Minibandpaar sind Wannier-Stark-Übergänge  $n_{\text{WS}} = -2, \dots, +3$  zu identifizieren. Für  $F = 5$  kV/cm sind Wannier-Stark-Übergänge schwieriger aufzulösen, da sie mit Franz-Keldysh-Oszillationen interferieren [38].

In Anwesenheit eines Magnetfeldes verschieben sich diese Linien ungefähr quadratisch [65] zu höheren Energien und es entstehen weitere Übergänge, die sich ebenfalls mit dem Magnetfeld energetisch verschieben. Die Spektren legen das oben vorweggenommene wichtige Resultat nahe, dass aus jedem Wannier-Stark-Zustand ein Landau-Fächer entspringt. Dies ist besonders für den  $n_{\text{WS}} = 0$ -Übergang des ersten Minibandpaares bei  $F=10$  kV/cm zu sehen: Für  $B \geq 5$  T entspringen aus ihm die Übergänge  $(n_{\text{WS}}, n_{\text{L}}) = (0,0), (0,1), (0,2)$  und  $(0,3)$ . (Auf die Identifikation der Übergänge wird in Abschnitt 4.2.1 genauer eingegangen. In Abbildung 4.6 werden die Übergangsenergien als Funktion des Magnetfeldes aufgetragen und mit experimentellen Ergebnissen verglichen.) Ihre Abhängigkeit vom magnetischen Feld ist zunächst nichtlinear, wird jedoch für große  $B$ -Felder linear. Für große  $B$ -Felder und  $F = 10$  kV/cm sind

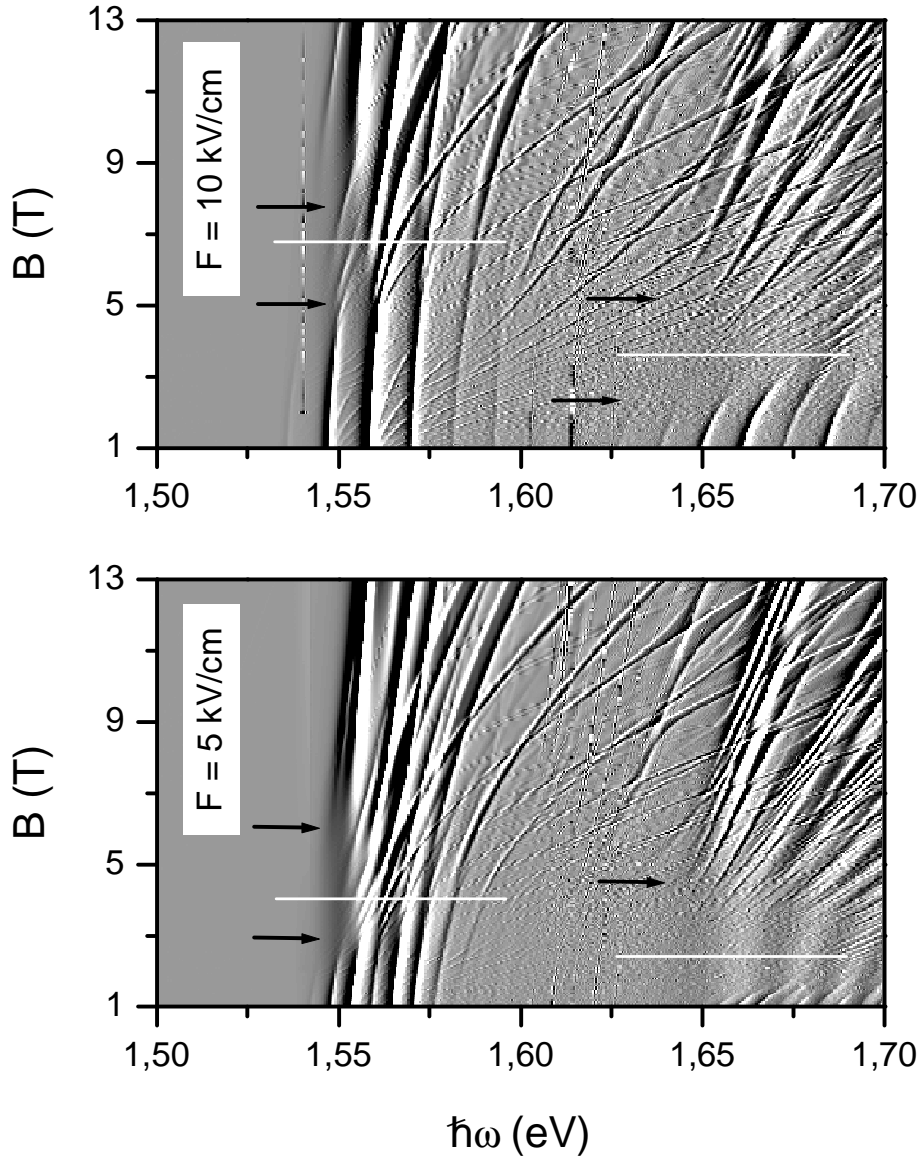


Abbildung 2.21.: Ergebnisse der Theorie ohne Coulomb-Wechselwirkung [21]: Graustufenplot (nichtlineare Skala) von  $D''(\omega)$  als Funktion der Photonenenergie  $\hbar\omega$  und des Magnetfelds  $B$  für  $F = 5 \text{ kV/cm}$  und  $F = 10 \text{ kV/cm}$ . Die Grenzen der strukturlosen Übergangsbereiche sind mit schwarzen Pfeilen markiert. Es ist darauf zu achten, dass für  $F = 10 \text{ kV/cm}$  die untere Grenze des Übergangsbereichs für das zweite Miniband unterhalb von  $B = 1 \text{ T}$  liegt und deshalb auf der Abbildung nicht zu sehen ist. Die Bedingung für den Übergangsbereich lautet  $\hbar\omega_B = \hbar\omega_C$  und ist mit weißen Linien gekennzeichnet.

Landau-Niveaus sichtbar, die aus verschiedenen Wannier-Stark-Zuständen entstanden sind, nämlich  $(n_{\text{WS}}, n_{\text{L}}) = (-2,0), (-1,0), (0,0), (1,0), (0,1), (1,1)$  und  $(0,2)$  (Für die Zuordnung der Übergänge siehe Abschnitt 4.2.1).

Die Spektren zeigen einen weiteren interessanten Aspekt: Es entstehen nahezu strukturlose Regionen, deren obere und untere Grenzen in Abbildung 2.21 durch schwarze Pfeile markiert sind. Die bei kleinem B-Feld starken Wannier-Stark-Linien verlieren bei Erhöhung von  $B$  an Oszillatorstärke, bis sie fast verschwinden. Es folgt eine strukturlose Region, die von uns *Übergangsbereich* genannt wird. Bei weiterer Erhöhung von  $B$  treten neue Strukturen hervor, die auf den Einfluss des Magnetfeldes zurückzuführen sind — das elektrische Feld ist in dieser Region schwach relativ zu  $B$ , so dass die magnetfeldinduzierte Quantisierung als dominant betrachtet werden kann. Das elektrische Feld verursacht lediglich eine Polarisation des Zustands, so dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeit gegenüber dem Fall ohne E-Feld leicht verschoben ist [65]. Es gibt demnach drei Bereiche des Spektrums: Der *Wannier-Stark-Bereich* ist von diskreten Übergängen geprägt, die durch den Einfluss des elektrischen Feld entstehen. Diese verlieren mit steigendem B-Feld an Oszillatorstärke, so dass es zum strukturlosen *Übergangsbereich* kommt. Bei weiterer Erhöhung des B-Feldes entstehen wieder diskrete Linien, die Landau-Charakter besitzen — das ist der *Landau-Bereich*.

Eine wichtige Fragestellung betrifft die Entstehung des Übergangsbereichs. Die strukturlose Region ist insofern interessant, als Wannier-Stark- und Landau-Quantisierung *allein* jeweils zu diskreten Energiezuständen führen. Der Ursprung des kontinuierlichen, d.h. nahezu strukturlosen Übergangsbereichs ist demnach zunächst rätselhaft.

Offensichtlich hängt das Auftreten der strukturlosen Region vom relativen Wert des  $E$ - und  $B$ -Feldes ab, denn für 5 kV/cm liegt sie bei kleineren Werten von  $B$  als für 10 kV/cm. Der Übergangsbereich wurde bereits von ALEXANDROU *et al.* in einem GaAs/Ga<sub>0.65</sub>Al<sub>0.35</sub>As-Übergitter beobachtet [65]. Diese Autoren geben eine Bedingung für das Auftreten der strukturlosen Region an: Der Übergangsbereich befindet sich ungefähr dort, wo die energetische Aufspaltung der Wannier-Stark-Niveaus  $\hbar\omega_B = eFd$  dieselbe ist wie der Abstand der Landau-Niveaus  $\hbar\omega_C = \hbar eB/m$ , d.h.

$$\hbar\omega_B = \hbar\omega_C. \quad (2.58)$$

In Bezug auf Abbildung 2.21 untersuchen wir die Angemessenheit dieser Bedingung. Sie ist durch weiße Linien markiert, deren Positionen wie folgt ermittelt werden: Um den Wert des Magnetfeldes zu berechnen, bei dem gemäß (2.58) der Übergangsbereich auftritt, muss der Wert der Masse des Ladungsträgers bestimmt werden, der in die Zyklotronfrequenz  $\omega_C = eB/m$  eingeht. Da das Elektron eine Zyklotronoszillation in der  $xy$ -Ebene ausführt, müssen Anteile der Masse in  $x$ - und  $y$ -Richtung (d.h. in Wachstumsrichtung und parallel zu den Schichten)



berücksichtigt werden, so dass die angemessene effektive Elektronmasse  $m^* = \sqrt{m_{e\parallel} \cdot m_{ex}}$  ist [20]. Für das erste Miniband gilt  $m_{ex} = m_{e(\text{GaAs})} = m_{e\parallel} = 0.067m_0$ , da die Massen in Barrieren- und Topfmaterial als gleich angenommen werden. Für das zweite Miniband ergeben die Berechnungen einen Wert von  $m_{ex} = 0.017m_0$ . Dieser Wert weicht stark von dem des Volumenmaterials ab: Das Elektron wird im zweiten Miniband am Rand der Brillouin-Zone angeregt, wo die Abweichung der Dispersionsrelation vom Verlauf für GaAs — aufgrund der Kopplung der Quantentöpfe — besonders groß ist. Im Gegensatz dazu erfährt das Elektron im ersten Miniband bei  $\vec{k} = 0$  keine wesentliche Änderung von der Dispersionsrelation für GaAs. Mit den angegebenen Werten der Massen stellt sich heraus, dass die Bedingung  $\hbar\omega_B = \hbar\omega_C$  den Übergangsbereich tatsächlich treffend charakterisiert: In Abbildung 2.21 liegen die weißen Linien innerhalb der durch schwarze Pfeile markierten Übergangsregionen.

Eine Erklärung für die Entstehung des strukturlosen Übergangsbereichs im Absorptionsspektrum gewinnen wir durch nähere Analyse von Abbildung 2.21. Betrachtet man das erste Minibandpaar für konstantes  $F$  und steigendes  $B$ , erkennt man deutlich, wie die Anzahl der Übergänge wächst, wenn sich  $\hbar\omega_C$  dem Wert von  $\hbar\omega_B$  annähert. Es kommt zu Anticrossings, d.h. Wechselwirkung von Zuständen, die sich energetisch annähern. Durch Anticrossings wird Oszillatorstärke auf mehrere Zustände verteilt: Die Landau-Übergänge  $n_L = 1$ , die aus jedem Wannier-Stark-Zustand entspringen, sind schwach, bis sie sich starken Übergängen ( $n_L = 0$ ) annähern und von letzteren Oszillatorstärke „abzweigen“. Derselbe Mechanismus ist bei höheren Landau-Niveaus von Wannier-Stark-Übergängen mit negativem  $n_{\text{WS}}$  wirksam: Wenn sie sich starken Übergängen nähern, geben letztere Oszillatorstärke an die schwächeren Übergänge weiter, die dadurch oft erst sichtbar werden.

Im Übergangsbereich findet demnach eine Verteilung von Oszillatorstärke auf viele Zustände statt. Wird eine bestimmte Dichte an Absorptionslinien überschritten, sind individuelle Linien nicht mehr unterscheidbar und das Spektrum wirkt strukturlos. Steigt das Magnetfeld weiter an, werden wieder Strukturen sichtbar, da der energetische Abstand der Landau-Niveaus wächst, so dass individuelle Linien aufgelöst werden können und darüberhinaus starke Landau-Zustände mit niedrigem Index über Wannier-Stark-Zustände zu dominieren beginnen. Bei hohen Magnetfeldern ähnelt das Spektrum einem typischen Zyklotronresonanz-Spektrum.

Der Strukturverlust ist beim zweiten Minibandpaar noch ausgeprägter. Abbildung 2.21 legt zwei Gründe nahe: Erstens gibt es eine größere Anzahl von Wannier-Stark-Zuständen, da die Wellenfunktion des Elektrons im 2. Miniband aufgrund der größeren Minibandbreite stärker delokalisiert ist als im 1. Miniband (vgl. Gleichung 2.25). Daraus entspringt eine größere Anzahl von Landau-Zuständen, so dass aufgrund der vermehrten Anticrossings die Oszillatorstärke noch stärker verteilt wird als im Falle des 1. Minibandes. Zweitens gibt es einen Einfluss von Zuständen des ersten Minibandes: Landau-Übergänge mit hohem Index sind schwach, bis sie das zweite Miniband kreuzen und mit dessen Zuständen wechselwirken. Der oben beschriebene

Mechanismus der Verteilung der Oszillatorstärke bei Anticrossings wird auch hier wirksam.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass der Strukturverlust im Übergangsbereich des Absorptionsspektrums auf die Wechselwirkung einer wachsenden Anzahl von Zuständen zurückzuführen ist. Dies wird auch im Zusammenhang mit den experimentellen Spektren wieder aufgegriffen und bestätigt.

### 2.4.5. Landau-Quantisierung mit Vielteilchen-Effekten

Die wichtigsten Merkmale, die das Absorptionsspektrum unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung vom Einteilchenspektrum unterscheiden, sind folgende: Es kommt, wie bereits erwähnt, zur Ausbildung von exzitonischen Zuständen unterhalb der Einteilchen-Zustände. Des Weiteren wird die Kontinuumsabsorption stark erhöht. Außerdem können durch die Coulomb-Wechselwirkung diskrete Zustände mit Kontinuumszuständen koppeln, was zu asymmetrischen Linienformen, den *Fano-Resonanzen*, führt, auf die im nächsten Abschnitt (2.5) eingegangen wird.

In Abbildung 2.22 ist das Absorptionsspektrum des in dieser Arbeit untersuchten Übergitters für verschiedene elektrische und magnetische Felder zu sehen. Da die numerischen Berechnungen sehr aufwändig sind, konnten keine Graustufenplots ähnlich denen ohne Coulomb-Wechselwirkung erstellt werden, sondern das Magnetfeld wurde in 3 T-Schritten variiert<sup>12</sup>. Dieser Graph wird im Folgenden kurz beschrieben und in Kapitel 4 mit den experimentellen Ergebnissen verglichen. Für  $F = 0$  (Flachband-Situation) und  $B = 0$  ist eine starke Lorentz-Linie zu sehen, die dem Exziton-Grundzustand entspricht. Höhere Exzitonzustände ( $2s$ ,  $3s$  etc.) können nicht aufgelöst werden, da ihr energetischer Abstand kleiner als die theoretisch angenommene Linienbreite von 1 meV ist. Sie verursachen ein Quasi-Kontinuum kurz unterhalb der Bandkante (1.549 eV). Die Kontinuumsabsorption über der Bandlücke ist auf die freie Bewegung in der Übergitterebene zurückzuführen.

Wird ein Magnetfeld angelegt, kommt es zur Landau-Quantisierung und zur energetischen Verschiebung des Grundzustand-Exzitons. Letztere ist diamagnetisch, d.h. quadratisch, im Gegensatz zum Fall ohne Coulomb-Wechselwirkung. Insgesamt ist das Spektrum für  $F=0$  nicht qualitativ verschieden von dem eines Volumenhalbleiters im Magnetfeld [59] oder vom dem eines Übergitters mit magnetischem Feld in Wachstumsrichtung [63], wo die genannten Eigenschaften ebenfalls beobachtet werden.

Betrachten wir den Fall  $F \neq 0$ : Für  $B = 0$  sind Wannier-Stark-Übergänge zu sehen. Aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung sind sie nicht äquidistant — diese Absorptions-Asymmetrie wurde in Abschnitt 2.3.2 beschrieben. Wird das magnetische Feld erhöht, verlieren die Wannier-

---

<sup>12</sup>Die zugrundeliegende Theorie und die numerischen Methoden sind in [6] und [21] dargestellt.

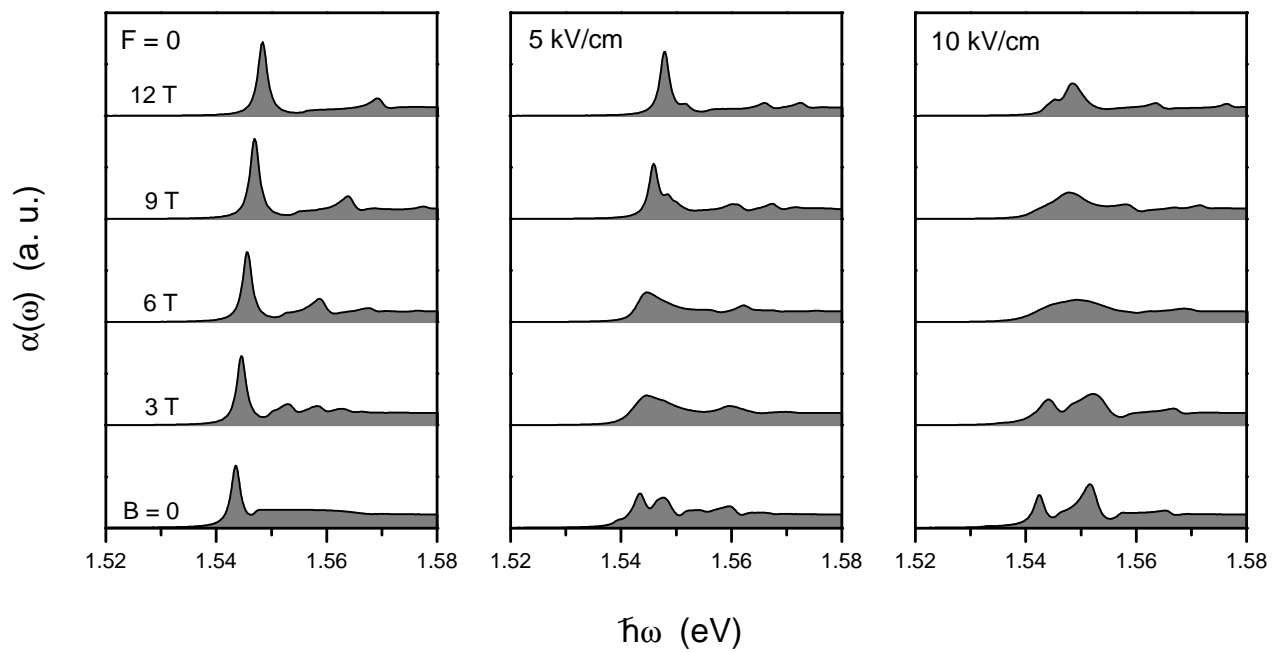


Abbildung 2.22.: Theoretisch berechnete Absorptionsspektren unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung: Absorptionskoeffizient  $\alpha(\omega)$  als Funktion der Photonenenergie  $\hbar\omega$  für die elektrischen Felder  $F=0$  kV/cm, 5 kV/cm und 10 kV/cm (von links nach rechts) und magnetische Felder  $B=0$  T, 3 T, 6 T, 9 T und 12 T (von unten nach oben).

Stark-Übergänge an Oszillatorstärke, bis sie nicht mehr einzeln auflösen sind. Dies ist der Strukturverlust im Absorptionsspektrum, der bereits unter Vernachlässigung der Coulomb-Wechselwirkung in Abschnitt 2.4.4 beschrieben wurde. Auch in den Absorptionsspektren mit Coulomb-Wechselwirkung ist zu erkennen, dass der Übergangsbereich für  $F=5\text{ kV/cm}$  schon bei ca.  $B=3\text{ T}$  auftritt, während für  $F=10\text{ kV/cm}$  bei  $B=3\text{ T}$  noch deutliche Wannier-Stark-Strukturen zu sehen sind. Für  $F=10\text{ kV/cm}$  wird der Übergangsbereich erst bei ca.  $6\text{ T}$  erreicht. Entsprechend kommt es bei  $F=5\text{ kV/cm}$  auch für kleinere B-Felder als bei  $F=10\text{ kV/cm}$  zur Ausbildung von Landau-Niveaus. Der genaue Wert für  $B$ , bei dem die Landau-Quantisierung einsetzt, ist aufgrund der großen Schritte von  $3\text{ T}$  schwer auszumachen. Für  $F=5\text{ kV/cm}$  erkennt man jedoch bei  $9\text{ T}$  schon deutliche Strukturen, folglich setzt der Landau-Bereich bei ca.  $7\text{ T}$  einsetzt, während das Spektrum bei  $F=10\text{ kV/cm}$  für  $9\text{ T}$  noch nicht sehr stark strukturiert ist.

Ob Coulomb-Effekte den Verlust der Struktur unterstützen, kann anhand der vorliegenden Daten nicht mit Sicherheit gesagt werden. Es scheint zwar, als ob der Übergangsbereich ohne Coulomb-Wechselwirkung (siehe Abb. 2.21) noch deutlichere Strukturen im Vergleich zu den Spektren mit Coulomb-Wechselwirkung aufweist, allerdings ist zu beachten, dass in Abb. 2.21 die zweite Ableitung der DOS auf einer nichtlinearen Skala zur Erhöhung der Auflösung aufgetragen ist, so dass auch sehr schwache Signaturen verstärkt hervortreten. Ein entsprechender Graph unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung wurde, wie bereits erwähnt, aufgrund des zu großen Rechenaufwands nicht erstellt.

Auffällig ist im theoretischen Absorptionsspektrum die Asymmetrie vieler Absorptionslinien. Besonders deutlich ist sie bei den Landau-Übergängen, aber auch bei den Wannier-Stark-Übergängen für  $F=10\text{ kV/cm}$  und  $B=0\text{ T}$ . Der Grund dieser Asymmetrie ist die *Fano-Resonanz*, die Gegenstand des nächsten Kapitels ist.

## 2.5. Fano-Resonanzen

Fano-Resonanzen (oder Fano-Interferenzen) resultieren aus der quantenmechanischen Kopplung zwischen diskreten Zuständen und energetisch entarteten Kontinuumszuständen [68]. Sind optische Übergänge von einem Anfangszustand sowohl zu einem diskreten Zustand als auch zu einem Kontinuumszustand möglich, manifestiert sich die Fano-Interferenz im Absorptionsspektrum in einer asymmetrischen Linienform, dem sogenannten Fano-Beutler-Profil [59]. Diese Asymmetrie läßt sich veranschaulichen, indem die involvierten Zustände als gekoppelte Oszillatoren betrachtet werden: Bezüglich der Resonanzenergie des diskreten Zustands gibt es sowohl auf der Seite niedrigerer Energie als auch auf Seite höherer Energie Oszillatoren, die das Kontinuum bilden. Schwingen sie auf der einen Seite in Phase mit dem Oszillator des diskreten Zustands, und auf der anderen Seite gegenphasig, so kommt es auf der ersteren zu

konstruktiver Interferenz, während auf der anderen Seite destruktive Interferenz vorliegt [69]. Auf Seite der Energie, an der die Interferenz destruktiv ist, kommt es zu einem ausgeprägten Absorptionsminimum („Dip“). Ein einfaches quantenmechanisches Modell ist im Anhang (A.2) dargestellt.

Fano-Resonanzen werden in der Atomphysik im Kontext der Autoionisation diskutiert [70]. Für das Helium-Atom beispielsweise bedeutet Autoionisation den Zerfall in  $\text{He}^+ + e^-$ , d.h. ein Elektron besitzt einen gebundenen Zustand, der mit dem Kontinuumszustand des ionisierten Elektrons entartet ist. In Streuexperimenten manifestiert sich dieser Zustand als asymmetrischer Peak im Anregungsspektrum. In Volumenhalbleitern werden gut ausgeprägte Exzitonenzustände meist nur unterhalb der ersten Bandkante beobachtet, so dass es zu keiner Fano-Resonanz kommen kann. In Ionenkristallen hingegen findet man häufiger den Fall, dass gut ausgeprägte Exzitonen auf dem 2. Valenzband, das durch Spin-Bahn-Kopplung abgespalten ist, sitzen. Hier kann es dann insbesondere durch die Austauschwechselwirkung zwischen Elektron und Loch zur Fano-Resonanz kommen [71]. In Halbleitern können Fano-Resonanzen durch Reduzierung der Dimensionalität möglich werden [12]: Sie wurden in Experimenten an GaAs/AlGaAs-Quantentöpfen [72] und an Volumen-GaAs im Magnetfeld [59] beobachtet.

### Fano-Resonanzen in Halbleiter-Übergittern

Die Existenz von Fano-Resonanzen in Halbleiter-Übergittern wurden von WHITTAKER vorhergesagt [73]. Notwendige Bedingungen für ihr Auftreten sind zum einen die Existenz einer diskreten Resonanzenergie, die mit einem Kontinuum energetisch entartet ist, und zum anderen die Kopplung zwischen dem diskreten Zustand und den Kontinuumszuständen. Inwiefern sind diese Bedingungen in Übergittern erfüllt? In Anwesenheit eines elektrischen Feldes sind die diskreten Wannier-Stark Übergänge energetisch entartet mit Kontinuumszuständen niedrigerer Übergänge, die aus der ungebundenen Bewegung in der Ebene der Übergitterschichten resultieren, und werden durch die Coulomb-Wechselwirkung mit ihnen gekoppelt [73]. Die erste experimentelle Beobachtung von Fano-Resonanzen in einem Übergitter erfolgte durch HOLFELD *et al.* [69]. In Abbildung 2.23 sind die Absorptionsspektren dargestellt, die mittels Transmissionsmessungen an einem GaAs/Al<sub>0,2</sub>Ga<sub>0,7</sub>As-Übergitter (35 Perioden mit 6.7 nm bzw. 1.7 nm Topf- bzw. Barrierenbreite) erhalten wurden. In Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage [73] (gestrichelte Linien) sieht man Fano-Linienprofile für jeden Wannier-Stark-Zustand.

Im Rahmen dieser Arbeit werden ebenfalls elektrische Felder  $F$  an das Übergitter angelegt, so dass Fano-Resonanzen, d.h. asymmetrische Linienformen der Wannier-Stark Übergänge, erwartet werden. Auch im Fall  $F = 0$  sollte es in Anwesenheit eines Magnetfeldes *parallel zu den Übergitterschichten* zu Fano-Resonanzen kommen: Bei einem Magnetfeld *in Wachstumsrichtung* ist die Bewegung in der Ebene quantisiert, und es gibt kein Kontinuum, also auch keine Fano-Resonanzen. Ist das Magnetfeld parallel zu den Übergitterschichten orientiert, ist

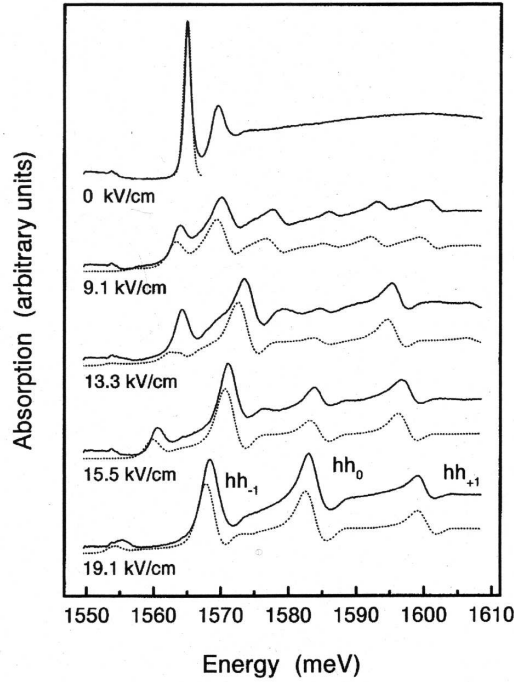


Abbildung 2.23.: Durchgezogene Linien: Experimentelles Absorptionsspektrum eines 67/17-Übergitters bei verschiedenen elektrischen Feldern. Gestrichelte Linien: Theoretisch berechnete Spektren. [69] entnommen.

das System translationsinvariant in Richtung des Magnetfeldes, also gibt es in dieser Richtung ein Kontinuum.

An dieser Stelle muss erwähnt werden, dass asymmetrische Linienformen im Absorptionsspektrum nicht notwendiger Weise auf Fano-Resonanzen zurückzuführen sind. Allein das Zusammenspiel der optischen Konstanten kann zu Asymmetrien im Absorptionsspektrum führen: Der komplexe Brechungsindex ist durch

$$\tilde{n}(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)} = n(\omega) + i\kappa(\omega) \quad (2.59)$$

gegeben. Die dielektrische Funktion  $\epsilon$  hat einen Real- und einen Imaginärteil

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_2(\omega), \quad (2.60)$$

wobei der Imaginärteil durch

$$\epsilon_2(\omega) = 2n(\omega)\kappa(\omega) \quad (2.61)$$

gegeben ist und diejenige Größe darstellt, die am direktesten die quantenmechanische Übergangswahrscheinlichkeit und die Zustandsdichten widerspiegelt. Für die einer Messung am einfachsten zugänglichen Absorptionskonstante  $\alpha(\omega)$  gilt hingegen:

$$\alpha(\omega) \equiv \frac{2 \cdot \omega}{c} \cdot \kappa(\omega) \propto \frac{\epsilon_2}{n(\omega)}. \quad (2.62)$$

Man darf nun aus einem beobachteten asymmetrischen Verlauf von  $\alpha(\omega)$  nicht ohne Weiteres auf einen entsprechenden asymmetrischen Verlauf von  $\epsilon_2(\omega)$  schließen. Der Grund dafür ist der folgende: Selbst wenn in der Umgebung einer Resonanz  $\epsilon_2(\omega)$  symmetrisch verläuft, ist  $n(\omega)$  nicht symmetrisch (vgl. Abbildung 2.24). Da optische Messungen der Absorption oder Reflexion sensitiv auf diese optischen Größen sind, kann eine asymmetrische Absorptionslinie auch auf den asymmetrischen Verlauf des Brechungsindex zurückgeführt werden. In diesem Fall ist wie bei der Fano-Resonanz *Interferenz* Grund für die asymmetrische Linienform: Der spektrale Verlauf des Brechungsindex ist durch die Interferenz der Amplituden der einlaufenden und auslaufenden elektromagnetischen Wellen im Medium bestimmt. Bei der Fano-Resonanz hingegen tritt Interferenz auf der Ebene der elektronischen Wellenfunktionen auf, ist also ein quantenmechanischer Effekt, der sich bereits in  $\epsilon_2(\omega)$  niederschlagen sollte.

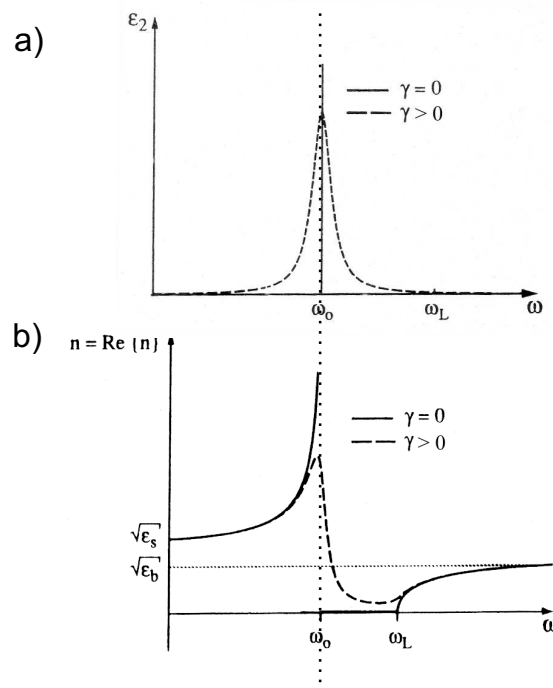


Abbildung 2.24.: Spektraler Verlauf (a) des Imaginärteils der dielektrischen Funktion und (b) des Realteils des Brechungsindex für den Fall ohne ( $\gamma = 0$ ) und mit ( $\gamma > 0$ ) Dämpfung in der Umgebung einer Resonanz  $\omega_0$ . Nach [14].

Ein Indikator, der darauf hinweist, ob es sich bei einer asymmetrischen Absorptionslinie um eine Fano-Resonanz handelt, ist das 1s-Exziton. Ist dessen Linienform symmetrisch, rühren die Asymmetrien der angeregten Zustände wahrscheinlich von einer Fano-Resonanz her, da sich die durch optische Größen verursachte Asymmetrie auch bei dem 1s-Exziton zeigen müsste. In unserem Fall zeigt das 1s-Exziton tatsächlich eine symmetrische Form, so dass das Zusammenspiel der optischen Konstanten keine große Rolle zu spielen scheint. Der sogenannte Untergrund-Brechungsindex von GaAs ist sehr hoch ( $n \approx 3.35$  [74]), so dass seine Modulation an der Bandkante und die dadurch verursachte Asymmetrie nicht relevant sein dürfte.



### 3. Experimentelle Techniken

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen an Halbleiterübergittern erschließen die spektralen Eigenschaften der Probe und dienen somit zum einen dem Vergleich mit theoretisch berechneten Absorptionsspektren, zum anderen stellen sie eine Grundlage der zeitaufgelösten Untersuchung von Halbleiterübergittern dar. In spektralen Messungen werden Anregungsenergien und deren Abhängigkeit von elektrischen und magnetischen Feldern studiert, wobei in den hier präsentierten Experimenten das elektrische und das magnetische Feld gekreuzt sind, d.h. senkrecht zueinander stehen: Das elektrische Feld wird in Wachstumsrichtung des Übergitters ( $x$ -Richtung), das magnetische Feld in der Ebene der Übergitterschichten ( $z$ -Richtung) angelegt.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Elektroreflexions- und Transmissionsexperimente durchgeführt. Die Verwendung zweier unterschiedlicher Methoden hat mehrere Gründe: Zum einen bieten sich beide Techniken an, um die vorhandene apparative Ausstattung gleichzeitig zu den zeitaufgelösten Messungen auch für spektralaufgelöste Messungen zu nutzen [75]. Zum anderen lassen sich durch jede der beiden Methoden wertvolle Informationen gewinnen: Transmissionspektren können direkt mit theoretischen Absorptionsspektren verglichen werden, insbesondere auch in Hinsicht auf Linienformen. Allerdings ist der Präparationsprozess bei Transmissionsproben, der in Abschnitt 3.2.2 beschrieben wird, sehr schwierig, so dass uns lange Zeit keine geeignete Probe zur Verfügung stand. Deshalb wurden zuerst Elektroreflexionsexperimente durchgeführt, die Aufschluss über die Abhängigkeit der Übergangsenergien vom elektrischen und magnetischen Feld liefern und globale Eigenschaften der Spektren für verschiedene relative Werte von elektrischem und magnetischem Feld klar zutage treten lassen. Im Folgenden werden die Vorteile und Schwierigkeiten beider Methoden, anschließend der Aufbau und die Durchführung der Experimente, beschrieben.

Die Elektroreflexionsspektroskopie gehört zu den Modulationstechniken [76]. Die zugrundeliegende Idee der Modulationsspektroskopie ist die folgende: Anstatt ein optisches Spektrum direkt aufzunehmen, wird die Ableitung bezüglich eines gewählten Parameters gemessen. Erreicht wird dies, indem ein Parameter des Messsystems periodisch moduliert und die verursachte Änderung in den optischen Eigenschaften gemessen wird. Die in den Spektren sichtbaren Strukturen besitzen demnach Ableitungscharakter. Elektroreflexion (ER) nutzt die Modulation des extern angelegten elektrischen Feldes, um Veränderungen der dielektrischen Funktion

der Probe hervorzurufen, die sich wiederum in messbaren optischen Signaturen niederschlagen. Detektiert wird die spektral aufgelöste Änderung in der Reflexion des Lichtes [46]. Die ersten experimentellen Ergebnisse der Untersuchung von Übergittern mit ER-Spektroskopie werden in [30] präsentiert. Ein Vorteil dieser Methode ist die gute Qualität der Spektren (d.h. hohes Signal-zu-Rausch-Verhältnis) und die große Sensitivität, so dass auch schwache Signaturen des Spektrums sichtbar werden [77, 78]. Eine Schwierigkeit, die mit der Interpretation von ER-Spektren verbunden ist, betrifft die Energien der Wannier-Stark- bzw. Landau-Übergänge: Die Übergangsenergien sind nicht ohne Weiteres aus den ableitungsähnlichen Strukturen des Spektrums abzulesen. Das Vorgehen zu ihrer Bestimmung wird in Abschnitt 4.2 beschrieben. Eine Analyse der Intensität und Linienformen wird im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt<sup>1</sup>, da zu diesem Zweck Transmissionsspektren zur Verfügung stehen. Aus diesem Grund ist es nicht notwendig, eine Normalisierung der Spektren bezüglich der spektralen Form des anregenden Laserpulses durchzuführen.

Bei den Transmissionsexperimenten wird der transmittierte Lichtpuls spektral aufgelöst detektiert. Bei dieser Methode wird eine Normalisierung des Signals bezüglich der spektralen Form des anregenden Laserpulses vorgenommen, um Aussagen über Intensität und Linienformen der Absorptionslinien treffen zu können [79]. Das gemessene transmittierte Signal lässt direkt auf das Absorptionsverhalten der Probe schließen, da der Logarithmus der gemessenen Transmission ungefähr proportional zum Absorptionskoeffizienten ist<sup>2</sup>. Mittels Transmissionsmessungen lassen sich demnach Absorptionsspektren erhalten, die direkt mit theoretisch berechneten Absorptionsspektren vergleichbar sind.

Ein Hindernis bei der Analyse der Absorptionsspektren sind *Fabry-Perot-Interferenzen*: Interne Reflexionen in der Probe führen zu Interferenzeffekten, die eine Modulation des Signals hervorrufen. Im Gegensatz zu den ER-Messungen ist dieser Effekt bei den Transmissionsmessungen groß, da das Substrat der Transmissionsprobe durch Ätzen entfernt wurde (siehe Abschnitt 3.2.2), und deshalb die große Differenz der Brechungsindizes von Probe und Luft starke Auswirkung hat.

---

<sup>1</sup>Eine solche Analyse unter Verwendung analytischer und aufwändiger numerischer Methoden findet sich in [35].

<sup>2</sup>Sei  $I_0(\omega)$  die auf die Probe auftreffende Lichtintensität,  $T(\omega)$  die gemessene Transmission und  $R(\omega) \propto I_0(\omega)$  das Referenzsignal. Da die transmittierten Werte bei Absorptionslinien negativ sind, wird zunächst das Inverse des Transmissionssignals gebildet. Dann gilt der Zusammenhang zwischen der Transmission  $T(\omega)$  und dem Absorptionskoeffizient  $\alpha(\omega)$ :

$$(-T(\omega)) = I_0(\omega) \exp(-\alpha(\omega) d) \quad \Rightarrow \quad \ln(-T(\omega)) \propto \alpha(\omega). \quad (3.1)$$

## 3.1. Messaufbau und Durchführung der Experimente

### 3.1.1. Apparative Ausstattung

#### Der Laser

Die im Rahmen dieser Arbeit behandelten Experimente werden mit Hilfe eines kommerziell erhältlichen Lasersystems, das aus einem diodengepumpten Festkörperlaser<sup>3</sup> und einem Ti:Saphir-Laser<sup>4</sup> besteht, durchgeführt. Der mit Titan dotierte Saphirkristall fungiert als Lasermedium und wird durch den im Dauerstrichbetrieb laufenden Festkörperlaser mit 5 W Ausgangsleistung gepumpt. Das Verstärkungsspektrum des Titan-Saphirkristalls reicht von 700-1000 nm und gewährleistet somit die Verstärkung eines Spektrums mit einer Halbwertsbreite (englisch: *full width at half maximum*, FWHM) von 20 nm bei wählbarer Zentralwellenlänge.

Die Untersuchung dynamischer Prozesse erfordert eine zeitauflösende Spektroskopie, deren auflösbares Zeitintervall  $\Delta t$  klein ist gegen die Dauer  $T$  des untersuchten Prozesses. Der verwendete Laser ermöglicht die Untersuchung von Vorgängen im Subpikosekundenbereich, da er Lichtpulse von 50-120 fs Dauer erzeugen kann. Das Prinzip der Pulserzeugung ist die Phasenkopplung zwischen vielen, gleichzeitig im Resonator oszillierenden Lasermoden. Die Kopplung wird erreicht durch Ausnutzen der „Selbst-Phasen-Modulation“ [80]. Nach jedem Umlauf eines Pulses, der durch Resonatorlänge und Lichtgeschwindigkeit festgelegt ist, verlässt ein Puls den Resonator. Die Wiederholrate des verwendeten Lasers beträgt 86 MHz.

Die Elektroreflexions- und Transmissionsexperimente dienen nicht zur zeitaufgelösten Messung, bieten sich jedoch an, um die vorhandene apparative Ausstattung auch für spektral aufgelöste Messungen zu nutzen [75]. Prinzipiell wäre als Lichtquelle auch die Verwendung einer Lampe denkbar, deren Licht die Probe kontinuierlich beleuchtet<sup>5</sup>. Entscheidend für die Aufnahme der Spektren ist, dass eine Anregung der Ladungsträger in einem spektralen Bereich von 785-810 nm (dies entspricht einem energetischen Bereich von 1.53 - 1.57 eV) möglich ist. Diese Bedingung wird von den kurzen Pulsen des Lasers erfüllt, so dass er der Lampe vorgezogen wird, bietet er doch den Vorteil höherer Lichtintensität und ermöglicht damit rauschärmere Messungen.

Für zeitaufgelöste Messungen wird das Laserlicht mit Hilfe eines Strahlteilers in einen stärkeren Anrege-Puls (englisch: *Pump*) und einen schwächeren Abfrage-Puls (englisch: *Probe*) geteilt. Zur Durchführung der Elektroreflexions- und Transmissionsexperimente wird das Licht des Anrege-Strahls abgeblockt und nur der schwächere Abfrage-Strahl verwendet. Seine mittlere Leistung beträgt ca. 2 mW.

---

<sup>3</sup>Millenia, Spectra Physics, USA

<sup>4</sup>Tsunami, Spectra Physics, USA

<sup>5</sup>Zur Aufnahme von Fotostromspektren dient in [54] beispielsweise eine Halogenlampe.

### Der Magnetkryostat

Für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen muss eine Proben­temperatur von ca. 10 K herrschen, um störende thermische Effekte zu minimieren. Ferner müssen für magnetfeldabhängige Messungen Magnetfelder angelegt werden können. Beide experimentellen Bedingungen werden von unserem Helium-Durchflusskryostat<sup>6</sup> erfüllt. Durch konstanten Helium-Gasfluss im Probenraum und gleichzeitiges Heizen am Probenstab wird die Proben­temperatur geregelt und kann zwischen 300 K und 4 K eingestellt werden. Das Magnetsystem verfügt über einen Stickstoff- und einen Heliumtank, die durch ein Zwischen­vakuum voneinander isoliert sind. Eine regelmäßige Befüllung der Tanks ist erforderlich. Innerhalb des Helium­­tanks befinden sich supraleitende Spulen, die homogene Magnetfelder im Probenraum bis 8 T ermöglichen.

### Der Monochromator

Um das Transmissions- und Reflexionsverhalten der Probe in Abhängigkeit der Anregungswellenlänge zu studieren, muss der Laserpuls spektral zerlegt werden. Dazu dient ein Gittermonochromator<sup>7</sup> von 48 cm Fokusslänge. Er kann entweder manuell über ein Kontrollgerät oder über eine serielle Schnittstelle (RS-232) vom Rechner gesteuert werden. Das Laserlicht trifft nach Eintritt in den Monochromator über einen Planspiegel auf einen Hohlspiegel, der es zu einem parallelen Lichtbündel formt und auf das Gitter lenkt. Dieses besteht aus vielen geraden Furchen, die das einfallende Licht reflektieren. Die einzelnen Furchen können als kohärente Lichtquellen angesehen werden, deren reflektierte Anteile je nach Richtung und Wellenlänge konstruktiv oder destruktiv interferieren. Das monochromatische Licht wird über einen Hohlspiegel und einen Planspiegel zum Austrittsspalt geleitet.

Das kleinste noch auflösbare Wellenlängenintervall  $\Delta\lambda$  ist nach [80] gegeben durch:

$$\Delta\lambda = \left( b + \frac{f\lambda}{a} \right) \frac{d\lambda}{dx} \quad (3.2)$$

Dabei bezeichnet  $b$  die Spaltbreite des Monochromators,  $f$  seine Fokusslänge,  $a$  die Breite seiner begrenzenden Apertur und  $d\lambda/dx$  seine lineare Dispersion. Es wurde das Gitter mit 1200 g/mm verwendet (g steht für Gitterfurchen, englisch: *grooves*). Für  $d\lambda/dx$  gilt 1.6 nm/mm. Für den bei den Messungen betrachteten Wellenlängenbereich bei  $\lambda = 800$  nm wird für die verwendeten Spaltbreiten von 100  $\mu\text{m}$  und 200  $\mu\text{m}$  eine theoretische spektrale Auflösung von 0.16 nm bzw. 0.32 nm (entsprechend 0.32 meV und 0.64 meV) berechnet. Die experimentelle Überprüfung der theoretischen spektralen Auflösung ergab Abweichungen von ca. 20 % [54], so dass bei

---

<sup>6</sup>Oxford Instruments, Spectromag

<sup>7</sup>CVI, Digikröm DK480, 300 g/mm bzw. 1200 g/mm

den verwendeten Spaltbreiten 0.22 nm bzw. 0.38 nm (entsprechend 0.43 meV bzw. 0.73 meV) aufgelöst werden können.

Die Wellenlängenkalibrierung erfolgt mit einer Natrium- oder Xenonlampe. Obwohl der Monochromator prinzipiell wellenlängenstabil läuft (Änderungen von nur ca. 0.02 nm während einiger Wochen [54]), kann aufgrund transportbedingter Erschütterungen eine Kalibrierung notwendig sein.

### 3.1.2. Elektroreflexionsmessungen

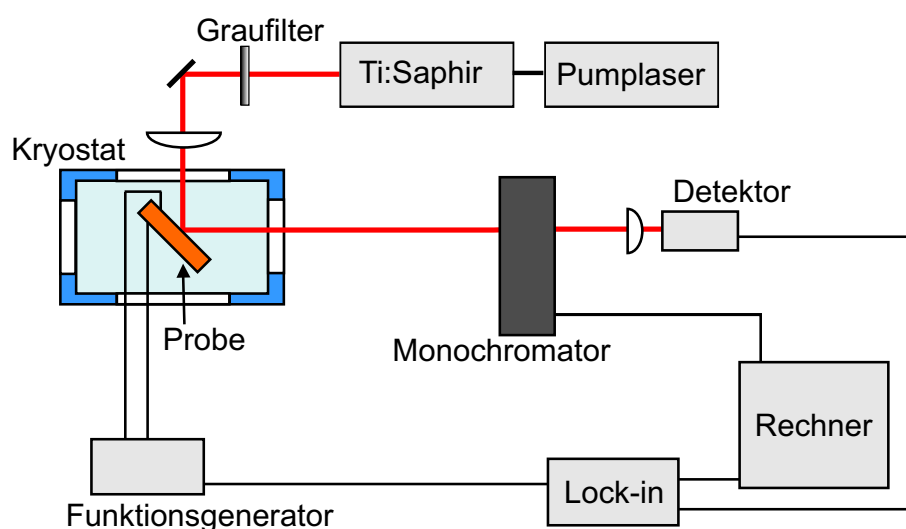


Abbildung 3.1.: Schematische Darstellung des Messplatzes für die Elektroreflexionsmessungen.

Abbildung 3.1 zeigt schematisch den Aufbau, der zur Messung der Elektroreflexionsspektren verwendet wurde. Der Laserstrahl, der näherungsweise als paralleles Lichtbündel betrachtet werden kann, wird mit Hilfe einer justierbaren Linse (Brennweite 20 cm) auf die Probe abgebildet, die sich im Kryostat befindet. Vor der Linse kann die Intensität des Strahls und damit die Anregungsleistung mit Hilfe eines variablen Graufilters reguliert werden. In unseren Experimenten beträgt sie ca. 2 mW. Der beleuchtete Fleck auf der Probe hat die Form einer Ellipse mit den Halbachsen  $a = 230 \mu\text{m}$  und  $b = 290 \mu\text{m}$ . Daraus ergibt sich eine Anregungsdichte<sup>8</sup> von  $2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ . Die Probe bildet mit dem Strahl einen Winkel von  $45^\circ$ , so dass der reflektierte Strahl das Seitenfenster des Kryostaten verlässt. Er durchläuft den Monochromator und wird dann mit einer kurzbrennweitigen Linse auf einen Si-Detektor fokussiert. Die Vorspan-

<sup>8</sup>Die Berechnung der Anregungsdichte wird im Anhang A.3 vorgeführt.

nung, die an der Probe anliegt, wird von einem Funktionsgenerator bereitgestellt. Er sorgt für eine sinusförmige Modulation der Vorspannung mit geringer Amplitude (50 mV) und einer Frequenz von 10 kHz um einen interessierenden Spannungswert  $U_0$ . Da die Modulation der Amplitude klein gegen die angelegte Vorspannung ist, ist auch die Bezeichnung „differentielle“ Elektroreflexion gebräuchlich.

Zur Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses wird ein Lock-In-Verstärker eingesetzt. Der Funktionsgenerator stellt mit der Modulationsfrequenz der Vorspannung die Referenzfrequenz für den Lock-In-Verstärker bereit. Alle Signalbeiträge mit anderen Frequenzen als der Modulationsfrequenz werden stark unterdrückt, so dass ein Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 100:1 (Peak zu Peak) erreicht wird.

Das Messsignal gelangt vom Detektor über den Lock-In-Verstärker zum Messrechner, der auch den Monochromator steuert. Gemessen wird das Signal, das auf der Modulationsfrequenz der Vorspannung liegt, das heißt die Änderung der Reflexion mit der Änderung der Vorspannung. Der letztlich interessierende Parameter ist das elektrische Feld  $F$ , das an dem Übergitter anliegt. Der Zusammenhang zwischen  $F$  und der externen Vorspannung wird weiter unten erläutert (siehe Gleichung 3.3). Das Messsignal entspricht demnach der Änderung der Reflexion mit der Änderung des elektrischen Feldes, wobei die Änderungen differentiell klein sind:  $dR/dF$ .

#### **Durchführung der Experimente**

Vor der Messung wählt man im Messprogramm Start- und Endwellenlänge des Monochromators, dessen Spaltbreite, die Schrittweite zwischen der Aufnahme zweier Messpunkte, die Wartezeit  $t_{warten}$  vor Aufnahme eines Messpunktes, die Zeitkonstante  $t_c$  des Lock-In-Verstärkers sowie dessen Sensitivität, ebenso die Anzahl der Messdurchläufe (Scans), über die das Spektrum gemittelt wird. Es wurden sowohl vorspannungsabhängige Messungen bei konstantem Magnetfeld (9 Messreihen für 0, 1, ..., 8 T) als auch magnetfeldabhängige Messungen bei konstanter Vorspannung (d.h. konstantem elektrischem Feld) durchgeführt. Alle experimentellen Parameter sind in den Tabellen 3.1 und 3.2 in der Übersicht zusammengestellt.

Parameter	
$V_{app}$	-1.2 V bis +1.0 V
$\Delta V(AC)$	0.05 V
$\Delta V(DC)$	0.05 V
Modulationsfrequenz	10 kHz
$T_{Probe}$	10 K
$\lambda_{Ph}$	780 nm bis 820 nm
$\lambda_{FWHM}$	$\approx 20$ nm
$\Delta\lambda_{Schritt}$	0.2 nm
$t_c$	200 ms
$t_{warten}$	600 ms
Sensitivität (Lock-In)	100 $\mu V$
Spaltbreite d. Monochromators	200 $\mu m$
spektrale Auflösung	0.38 nm bzw. 0.73 meV
Anzahl der Scans	1

Tabelle 3.1.: Parameter für die vorspannungsabhängigen Elektroreflexionsmessungen bei konstantem Magnetfeld. Es wurden 9 Messreihen für 0, 1, ..., 8 T aufgenommen.

Parameter	
$V_{app}$ (elektr. Feld $F$ )	-0.5 V ( $\cong 9$ kV/cm)
$\Delta V(AC)$	0.05 V
$\Delta V(DC)$	0.05 V
Modulationsfrequenz	10 kHz
B	0 T; 0.25 T; 0.5 T; ...8 T
$T_{Probe}$	10 K
$\lambda_{Ph}$	780 nm bis 820 nm
$\lambda_{FWHM}$	$\approx 20$ nm
$\Delta\lambda_{Schritt}$	0.2 nm
$t_c$	200 ms
$t_{warten}$	600 ms
Sensitivität (Lock-In)	500 $\mu V$
Spaltbreite d. Monochromators	200 $\mu m$
spektrale Auflösung	0.38 nm bzw. 0.73 meV
Anzahl der Scans	1

Tabelle 3.2.: Parameter für die magnetfeldabhängigen Elektroreflexionsmessungen.

## 3.1.3. Transmissionsmessungen

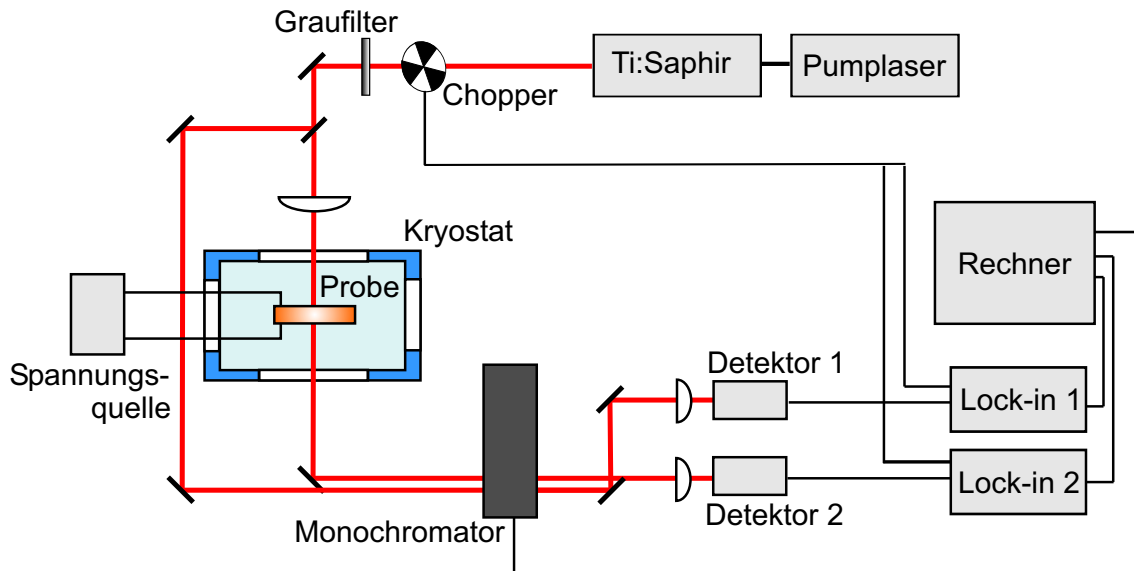


Abbildung 3.2.: Schematische Darstellung des Messplatzes für die Transmissionsmessungen.

Der experimentelle Aufbau für die Transmissionsmessungen ist in Abb. 3.2 schematisch dargestellt. Im Lichtstrahl befindet sich ein mechanischer Lichtzerhacker (englisch: *Chopper*)<sup>9</sup>, der den Strahl periodisch unterbricht und das Referenzsignal für einen Lock-In-Verstärker bereitstellt. Es wird ein Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 60:1 (Peak zu Peak) erreicht.

Um ein Transmissionsspektrum zu erhalten, das unabhängig von der spektralen Form des Laserpulses ist, wird eine Normalisierung des transmittierten Signals vorgenommen: Der Laserstrahl wird mit Hilfe eines Strahlteilers in einen Referenz- und einen Messstrahl geteilt. Der Messstrahl wird mit einer Sammellinse (Brennweite 20 cm) auf die Probe fokussiert, die sich im Kryostat befindet. Die Anregungsleitung wird durch einen variablen Graufilter eingestellt und beträgt wie bei den Elektroreflexionsmessungen 2 mW, so dass sich die Anregungsdichte ebenfalls zu  $2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  errechnet. Der Referenzstrahl wird außen um den Kryostat herumgeführt. Beide Strahlen treffen in einem vertikalen Abstand von ca. 5 mm auf den Eintrittsspalt des Monochromators. Hinter dem Monochromator werden sie separat auf je einen Detektor fokussiert. Die Signale der Detektoren werden über je einen Lock-In-Verstärker an den Messrechner weitergeleitet, der auch den Monochromator steuert. Das Messprogramm dividiert das Transmissionssignal durch das Referenzspektrum, so dass das normalisierte Spektrum weitgehend unabhängig von der Form des anregenden Laserpulses ist.

<sup>9</sup>Stanford Research Systems, Modell SR540



Die Probe ist mit einer Gleichspannungsquelle<sup>10</sup> in Reihe geschaltet, um Messungen bei externer Vorspannung durchführen zu können.

## Durchführung der Experimente

Es werden drei Messreihen für jeweils konstante Vorspannung aufgenommen. Das Magnetfeld wird in 1 T-Schritten variiert. Vor der Durchführung der Messungen werden wie bei den Elektreflexionsmessungen die experimentellen Parameter festgelegt, die in Tabelle 3.3 zusammengestellt sind.

Parameter	Messreihe 1	Messreihe 2	Messreihe 3
$V_{app}$ (elektr. Feld $F$ )	-2.2 V (Flachband)	-1.5 V ( $\cong$ 5 kV/cm)	0 V ( $\cong$ 10 kV/cm)
$B$	0 T, 1 T, ..., 8 T		
$T_{Probe}$	10 K		
$\lambda_{Ph}$	784.8 nm bis 810.2 nm		
$\lambda_{FWHM}$	$\approx$ 16 nm		
$\Delta\lambda_{Schritt}$	0.2 nm		
$t_c$	200 ms		
$t_{warten}$	900 ms		
Spaltbreite d. Monochromators	100 $\mu$ m		
spektrale Auflösung	0.22 nm bzw. 0.43 meV		
Anzahl der Scans	4		

Tabelle 3.3.: Parameter für die Transmissionsmessungen.

## 3.2. Die Probe

### 3.2.1. Die Probenstruktur

Die in dieser Arbeit untersuchte GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-Übergitterprobe wurde mittels Molekularstrahlepitaxie (englisch: *molecular beam epitaxy*, MBE) am Fraunhofer-Institut für Angewandte Festkörperphysik in Freiburg von K. KÖHLER hergestellt. Sie wurde bereits für die Untersuchung des kohärenten Hall-Effekts verwendet [81].

Die in den beiden Messkonfigurationen untersuchten Proben weisen prinzipiell dieselbe Struktur auf, sie unterscheiden sich lediglich hinsichtlich des Präparationsprozesses, der unten beschrieben wird. Das Übergitter ist auf einem n<sup>+</sup>-dotierten GaAs-Substrat gewachsen und be-

<sup>10</sup>Agilent, Modell 6633B, 0-50 V/0-2 A

steht aus 35 Perioden. Die Dicke der GaAs-Töpfe beträgt 9.7 nm, die Dicke der  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Barrieren 1.7 nm. Der genaue Probenaufbau ist in Tabelle 3.4 dargestellt. Die Oberseite der Probe ist undotiert, so dass sich ein intrinsisches Schottky-Feld ausbildet. Um über eine externe Spannungsquelle ein elektrisches Feld über dem Übergitter anlegen zu können, ist eine Kontaktierung an Ober- und Unterseite notwendig. Auf das  $n^+$ -dotierte GaAs-Substrat wird eine 200 nm dicke Gold-Germanium Schicht als unterseitiger Kontakt aufgedampft, während auf der Oberseite eine Schottky-Kontaktierung (Chrom/Gold) verwendet wird. Dieser semi-transparente Flächenkontakt besteht aus 1 nm Chrom als Haftsicht und 5 nm Gold als Kontaktmaterial. Um das im Übergitter vorliegende elektrische Feld zu homogenisieren, ist die periodische Struktur in GaAs- bzw.  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Pufferschichten eingebettet [75]. Eine 800 nm dicke  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}:\text{Si}$ -Schicht bildet die sogenannte *Stoppätzschicht*.

Die Übergitterprobe besitzt aufgrund ihrer Diodenstruktur ein intrinsisches elektrisches Feld. Dieses stellt sich durch Ausgleich der Fermi-Niveaus zwischen den Kontaktschichten und der intrinsischen Schicht ein. Wird ein externes elektrisches Feld mit Hilfe einer Spannungsquelle angelegt, so muss dieses intrinsische Feld ausgeglichen werden, um die Flachbandsituation zu erreichen. Dies ist bei einer externen Vorspannung  $V_{\text{ext}} = -V_{\text{int}}$  der Fall, wobei  $V_{\text{int}}$  die intrinsische Spannung der Schottky-Diode bezeichnet, die bei der untersuchten Probe 0.9 V beträgt. Der Zusammenhang zwischen dem elektrischen Feld  $F$ , das an dem Übergitter anliegt, und der externen Vorspannung, lautet:

$$F = \frac{-V_{\text{ext}} - V_{\text{int}}}{L} = F_{\text{ext}} + F_{\text{int}}. \quad (3.3)$$

Hierbei bezeichnet  $L$  die Dicke der intrinsischen Probenschicht, die bei der vorliegenden Probe 455.7 nm beträgt. Bei der Probe, die für die Transmissionsexperimente verwendet wird, weicht der Zusammenhang zwischen externer Vorspannung und dem elektrischen Feld von Gleichung (3.3) ab. Dies wird im Anhang (A.4) erläutert.

Die Breite des ersten elektronischen Minibandes ( $\Delta$ ) der verwendeten Übergitterprobe wird zu ca. 21 meV bestimmt [21].

#### 3.2.2. Die Probenpräparation

Die Probe wird mit Hilfe eines Diamantritzers auf eine geeignete Größe von einigen Millimetern Kantenlänge zugeschnitten. Um ein externes elektrisches Feld anlegen zu können, muss die Probe mit ohmschen Kontakten versehen werden. Bevor dies geschehen kann, durchläuft sie einen gründlichen Reinigungsprozess, der in [82] ausführlich beschrieben ist.

Zunächst skizziere ich die Schritte, die für die Kontaktierung der in den Elektroreflexionsmessungen untersuchten Probe notwendig sind: Die Probe erhält ohmsche Kontakte in einer

Schichtdicke	Material	Dotierung
30.0 nm	GaAs	i (intrinsisch)
1.7 nm	$\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$	i
<i>folgende Sequenz 35× wiederholt:</i>		
9.7 nm	GaAs	i
1.7 nm	$\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$	i
<i>Ende der periodischen Übergitterstruktur</i>		
25.0 nm	GaAs	i
100.0 nm	$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}:\text{Si}$ , $x = 0.3 \rightarrow 0.0$	$2 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3} \rightarrow 2 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}$
800.0 nm	$\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}:\text{Si}$	$2 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$
170.0 nm	$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}:\text{Si}$ , $x = 0.3 \rightarrow 0.0$	$2 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}$
100.0 nm	GaAs:Si	$2 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$
	$\text{n}^+$ -GaAs-Substrat	$2 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$

Tabelle 3.4.: Aufbau der Übergitterprobe II 3596

Aufdampfanlage. Unterseitig wird eine 200 nm dicke Gold-Germanium Schicht auf das Substrat aufgedampft. Um einen ohmschen Kontakt zwischen der aufgedampften Schicht und dem Substrat herzustellen, wird die Probe getempert. Der Temperungsprozess umfasst eine ca. 60 sekundige Erhitzung auf  $400^\circ\text{C}$ , damit die Germanium-Atome in das Halbleitermaterial eindiffundieren. Die Oberseite der Probe wird mit einer semitransparenten Chrom-Gold-Schicht bedampft (1 nm Chrom/ 5 nm Gold), wobei Chrom als Haftmaterial für Gold dient.

Für Transmissionsexperimente muss ein ca.  $2\text{ mm}^2$  großer Teil der Probe dergestalt präpariert (geätzt) werden, dass er optisch transparent ist. Ein Querschnitt der Probe ist in Abbildung 3.3 zu sehen.

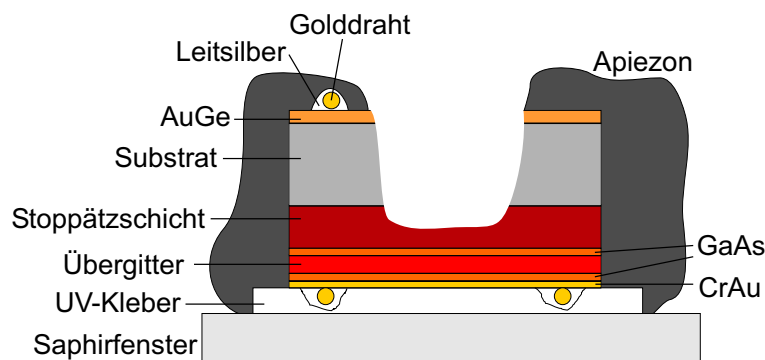


Abbildung 3.3.: Querschnitt der Probe für Transmissionmessungen. Nicht alle Schichten sind dargestellt, ferner ist das Verhältnis der Schichtdicken nicht maßstabsgetreu.

Der Präparationsprozess ist aufwändig und wird im Folgenden beschrieben: Zunächst wird der flächige semitransparente Cr/Au-Kontakt auf die Probenoberseite aufgedampft. Auf diesem Kontakt werden zwei flachgewalzte Golddrähte mit Leitsilber fixiert. Nun wird UV-Kleber auf die Probe aufgetragen und eine Saphirscheibe aufgelegt. Die Dicke des Klebers ist durch die Dicke der Golddrähte und des Leitsilbers ungefähr festgelegt und beträgt ca. 50-70  $\mu\text{m}$ . Wenn der Kleber fixiert und mittels einer UV-Pistole ausgehärtet ist, wird die Probe in der Läppmaschine justiert, in der 400  $\mu\text{m}$  des  $\text{n}^+$  – GaAs–Substrats abgeschliffen werden. Anschließend werden der unterseitige, 200 nm dicke AuGe-Kontakt und zusätzlich 200 nm Gold aufgedampft. Im Gegensatz zu der Probe für Elektrofreflexionsexperimente kann dieser Kontakt nicht getempert werden. Da der verwendete UV-Kleber ein anderes thermisches Ausdehnungsverhalten zeigt als die Probe, käme es beim Tempern zu großen Spannungen und zur Zerstörung der Probe. Der letzte Schritt vor dem Ätzvorgang ist die Erstellung einer Maske aus säurebeständigem Wachs (Apiezon). Schließlich wird mit einer Ätzlösung (die Stammlösung, bestehend aus 200 g Zitronensäure und 200 ml Di-Wasser (deionisiert), wird im Verhältnis 3:1 mit  $\text{H}_2\text{O}_2$  gemischt) mit einer Ätzrate von ca. 480 nm/min bis in die Stoppätzschicht (800 nm  $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As} : \text{Si}$ ) geätzt. Dieser Prozess ist als „selective wet etching“ [83] bekannt.

Das Saphirscheibchen, auf das die Probe geklebt wurde, ist für eine Probenhalterung vorgesehen. Zur weiteren Kontaktierung dient 100  $\mu\text{m}$  starker Golddraht, der auf der Kontaktschicht der Probe mit einem Tropfen Leitsilber befestigt wird. Abschließend werden die Drähtchen mit den Kupferkontakten der Probenhalterung verbunden.

## 4. Ergebnisse und Diskussion

In diesem Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse vorgestellt und unter verschiedenen Aspekten diskutiert. Das Kapitel gliedert sich in drei Abschnitte: Zunächst werden die Elektroreflexionsspektren für festes Magnetfeld und variiertes elektrisches Feld präsentiert. Der zweite Abschnitt, der den Schwerpunkt dieser Arbeit darstellt, ist den Ergebnissen der magnetfeldabhängigen Elektroreflexions- und Transmissionsmessungen gewidmet. Alle Spektren werden im Licht der theoretischen Ergebnisse (siehe Abschnitt 2.4.3 - 2.5) diskutiert. Im dritten Abschnitt folgt ein Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit zeitaufgelösten Messungen im Hinblick auf den Übergangsbereich zwischen Wannier-Stark- und Landau-Bereich.

### 4.1. Elektroreflexionsspektren für feste Magnetfelder

In diesem Abschnitt werden die Elektroreflexionsspektren für jeweils festes Magnetfeld in Abhängigkeit der Vorspannung (bzw. des elektrischen Feldes) und der Photonenenergie des Anregungslichtes vorgestellt. Diese Messungen dienen als Vorarbeiten zu den Experimenten, die in Abschnitt 4.2 vorgestellt werden: Es zeigt sich, dass der experimentelle Aufbau gelungen ist und qualitativ gute, d.h. rauscharme, Messergebnisse ermöglicht. Zum anderen wird die Beschaffenheit der Probe geprüft. Die Reproduzierbarkeit des Wannier-Stark-Fächers, der bereits mit Hilfe von Photoströmmessungen beobachtet wurde [54], lässt auf die gute Qualität der Probe schließen.

In den Abbildungen 4.2 - 4.4 sind die Ergebnisse für  $B = 0, 2, 4, 6$  und  $8$  T mit Hilfe einer Farbkodierung („Konturplot“) dreidimensional dargestellt. Die Vorspannung am Übergitter variiert von  $-1.2$  V bis  $+1$  V, was elektrischen Feldern von ca.  $2$  kV/cm bis  $41$  kV/cm entspricht.

#### 4.1.1. Messungen ohne Magnetfeld

Im oberen Teil von Abbildung 4.2 sind die vorspannungsabhängigen Elektroreflexionsmessungen für  $B = 0$  T dargestellt. Für niedrige elektrische Feldstärken ist der Minibandbereich erkennbar: Es dominiert eine starke Signatur des Schwerloch-Minibandüberganges (HH) bei etwa  $1.548$  meV. Das Exziton des ersten Leichtloch-Minibandes (LH) zeichnet sich bei et-

was höheren Energien ab. Für Feldstärken ab ca.  $7 \text{ kV/cm}$  deutet sich der Übergang in den Wannier-Stark-Bereich an: Es entwickeln sich Wannier-Stark-Übergänge, die sich durch ihre energetische Abhängigkeit vom elektrischen Feld auszeichnen. Der Wannier-Stark-Fächer des Elektron-Schwerloch-Übergangs ist für die Indizes  $-1$ ,  $0$ , sowie  $+1$  sichtbar. Der  $hh+1$ -Übergang besitzt aufgrund der in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Absorptions-Asymmetrie schwächere Oszillatorstärke als der  $hh-1$ -Übergang. Bei höheren Energien ist der Fächer des Elektron-Leichtloch-Übergangs für die Indizes  $-1$  und  $0$  zu finden. Ab elektrischen Feldstärken von ca.  $20 \text{ kV/cm}$  verliert der  $hh-1$ -Übergang zunehmend an Oszillatorstärke, wodurch sich die allmähliche Lokalisierung der elektronischen Wellenfunktion in Einzelquantentöpfen andeutet.

Im Bereich hoher Feldstärken (ab ca.  $10 \text{ kV/cm}$ ) ist ein Merkmal des Spektrums besonders auffällig: Der  $hh0$ -Übergang erscheint an einigen Stellen, die durch Pfeile markiert sind, „zerissen“. Dasselbe Phänomen lässt sich bei dem schwach erkennbaren  $lh0$ -Übergang beobachten. Es liegt die Vermutung nahe, dass dies auf Wechselwirkung mit höheren Minibändern zurückzuführen ist. Das Tunneln von Ladungsträgern durch die Bandlücke von einem (Mini-) Band in Zustände des nächsthöheren (Mini-) Bandes in Anwesenheit eines elektrischen Feldes heißt *Zener-Effekt* und wird im Folgenden kurz beschrieben.

### Zener-Effekt

Ein elektrisches Feld führt im Übergitter zur Ausbildung diskreter Zustände, der Wannier-Stark-Leiter, wenn die Kopplung zu anderen Minibändern vernachlässigt wird (siehe Abschnitt 2.3.1). Berücksichtigt man jedoch die Wechselwirkung verschiedener Bänder, so existiert eine gewisse Tunnelwahrscheinlichkeit für Elektronen in Zustände höherer Bänder bzw. in das Kontinuum. Ein elektrisches Feld erhöht diese Tunnelwahrscheinlichkeit, indem es die Potentialbarriere für Elektronen erniedrigt. Dies illustriert Abbildung 4.1:

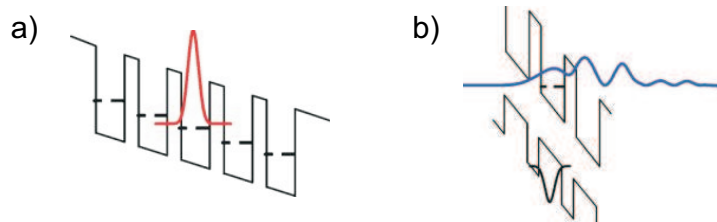


Abbildung 4.1.: a) Mittlere elektrische Feldstärke: Wannier-Stark-Lokalisierung der elektronischen Wellenfunktion. b) Hohe Feldstärke: Zener-Tunneln.

Bei genügend großen Feldstärken werden die Ladungsträger als vollständig in Einzelquantentöpfen lokalisiert angenommen (Abb. 4.1a). Steigt die Feldstärke weiter an (Abb. 4.1b), wird das Tunneln der elektronischen Wellenfunktion in Zustände anderer Bänder erleichtert und der

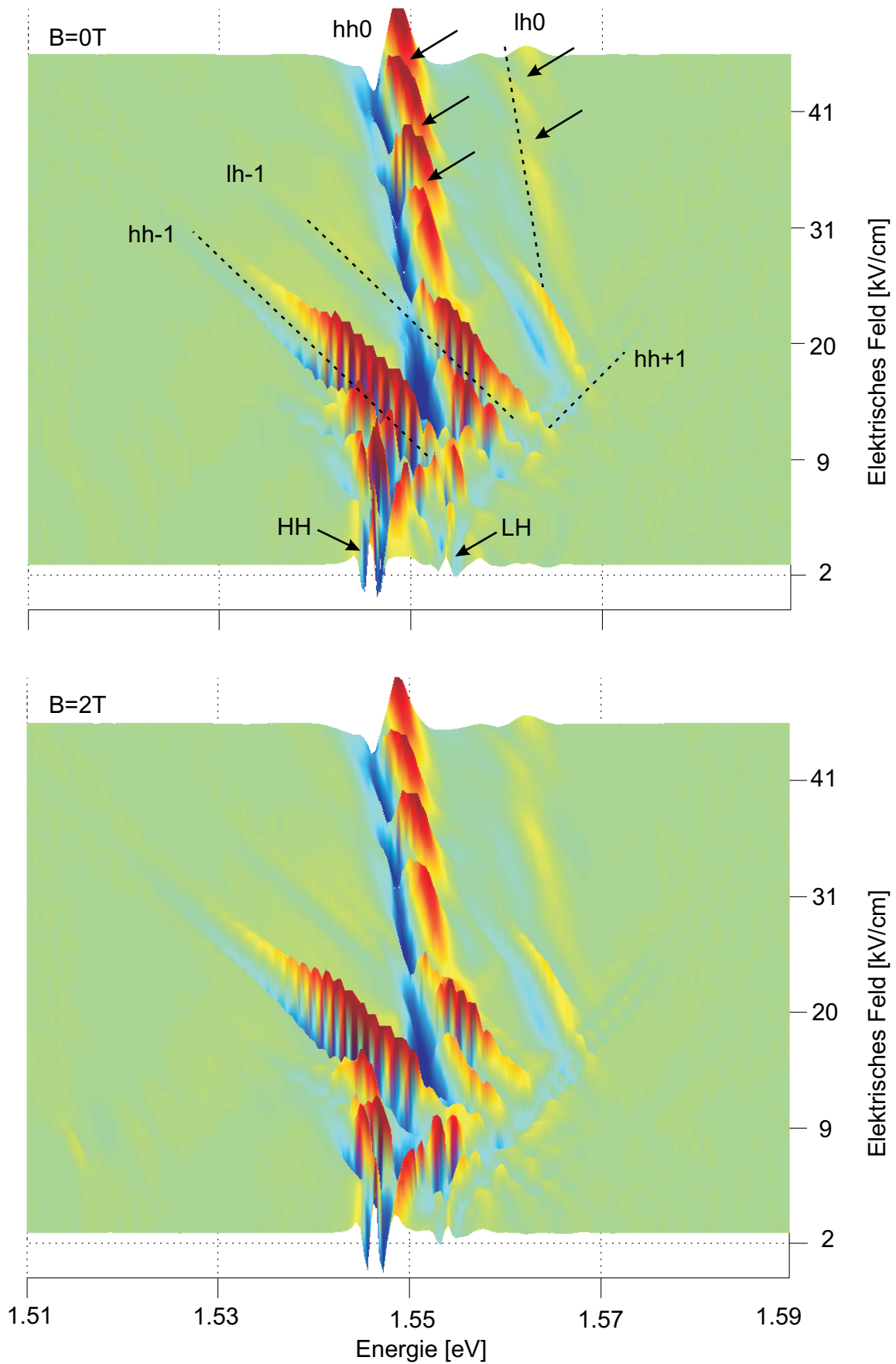


Abbildung 4.2.: Elektroreflexionsspektren für  $B=0\text{T}$  und  $B=2\text{T}$ .

Zustand kann nicht mehr in der Einband-Näherung beschrieben werden. Dieses Phänomen ist als *Zener-Tunneln* bekannt [84] und ist Ursache für eine E-Feld-induzierte Delokalisierung der elektronischen Wellenfunktion und eine Verringerung der Lebensdauer des Zustands. Zener-Tunneln wurde sowohl in spektralen Messungen als auch in zeitaufgelösten Untersuchungen der Dynamik an Übergittern experimentell beobachtet [85]. Auf Grundlage der Berechnungen von ZENER [84] lässt sich die elektrische Feldstärke, bei welcher Zener-Tunneln in den Experimenten dieser Arbeit relevant wird, zu  $F=10\text{ kV/cm}$  bestimmen. Diese Rechnung ist im Anhang A.6 durchgeführt.

#### 4.1.2. Messungen mit Magnetfeld

In Abbildung 4.2 (unten)–4.4 sind die Ergebnisse für vorpannungsabhängige Elektroreflexionsmessungen für ein jeweils festes Magnetfeld von  $B = 2, 4, 6$  und  $8\text{ T}$  dargestellt. Das Magnetfeld steht dabei senkrecht zum elektrischen Feld, d.h. in der Ebene der Übergitterschichten. Die durch das Magnetfeld induzierte Landau-Quantisierung und die durch das elektrische Feld verursachte Wannier-Stark-Quantisierung können nicht als entkoppelt betrachtet werden, sondern konkurrieren um den Einfluss auf die Energiezustände des Übergitters (siehe Abschnitt 2.4.3).

Das Spektrum für  $B = 2\text{ T}$  unterscheidet sich noch nicht wesentlich von den Ergebnissen ohne Magnetfeld. Deutlich sind alle oben genannten Wannier-Stark-Übergänge, sowie Zener-Durchbrüche zu erkennen. Für  $B = 4, 6$  und  $8\text{ T}$  macht sich der wachsende Einfluss des Magnetfeldes bemerkbar: Im Bereich niedriger elektrischer Feldstärken gewinnen Landau-Niveaus an Oszillatorstärke. Eines davon ist exemplarisch mit einem schwarzen Pfeil gekennzeichnet. Aufgrund des Strukturreichtums der Elektroreflexionsspektren ist die Identifikation der Landau-Übergänge schwierig. Sie wird erst im Zusammenhang mit den Spektren diskutiert, die bei variiertem Magnetfeld aufgenommen wurden (siehe 4.2), da sich Landau-Übergänge am besten mittels ihrer energetischen Verschiebung im Magnetfeld charakterisieren lassen.

Bei steigendem elektrischem Feld tritt der *Übergangsbereich* auf, der in Abschnitt 2.4.4 diskutiert wurde: Wenn die magnetische und elektrische Energie dieselbe Größenordnung besitzen, kommt es aufgrund von Niveaure Kreuzungen zu einer strukturlosen Region. Für kleinere Magnetfelder ist schon bei niedrigeren elektrischen Feldstärken der Strukturverlust zu erkennen: Obwohl es schwierig ist, den genauen Wert des Zentrums des Übergangsbereiches festzustellen, ist es doch offensichtlich, dass der  $hh_0$ -Übergang für  $B = 4\text{ T}$  bereits bei ca.  $11\text{ kV/cm}$  wieder an Oszillatorstärke gewinnt, während dies für  $B = 8\text{ T}$  erst bei ca.  $25\text{ kV/cm}$  der Fall ist (In Abb. 4.3 und 4.4 ist dies durch gestrichelte Ellipsen markiert.)

Der Einfluss des Magnetfeldes macht sich auch im Zusammenhang mit den Zener-Durchbrüchen bemerkbar: Für steigendes Magnetfeld nimmt die Oszillatorstärke des  $hh_0$ -Übergangs insgesamt ab, gleichzeitig kommt es seltener zu Durchbrüchen von höheren Bändern.



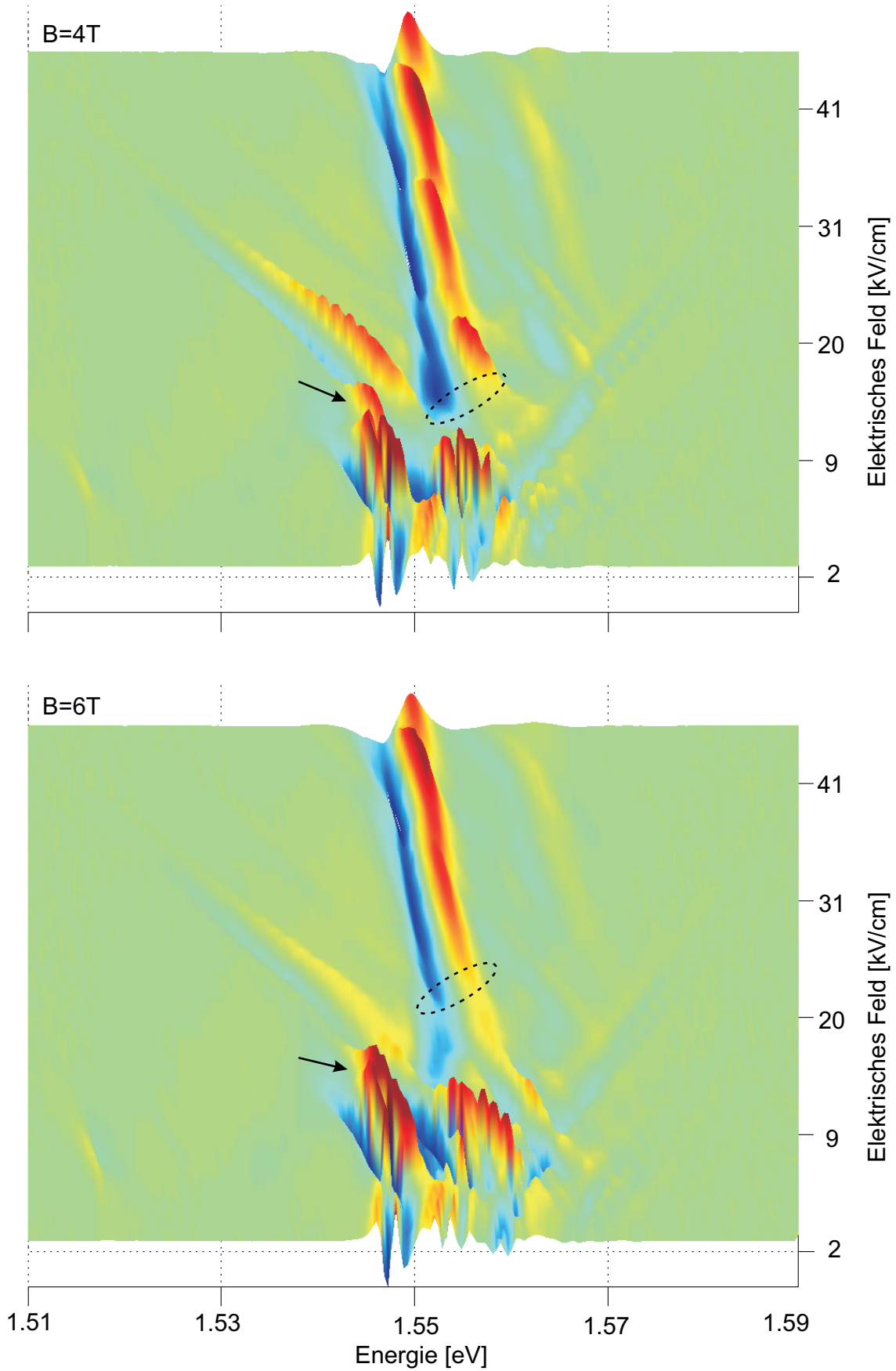


Abbildung 4.3.: Elektroreflexionsspektren für  $B=4T$  und  $B=6T$ .

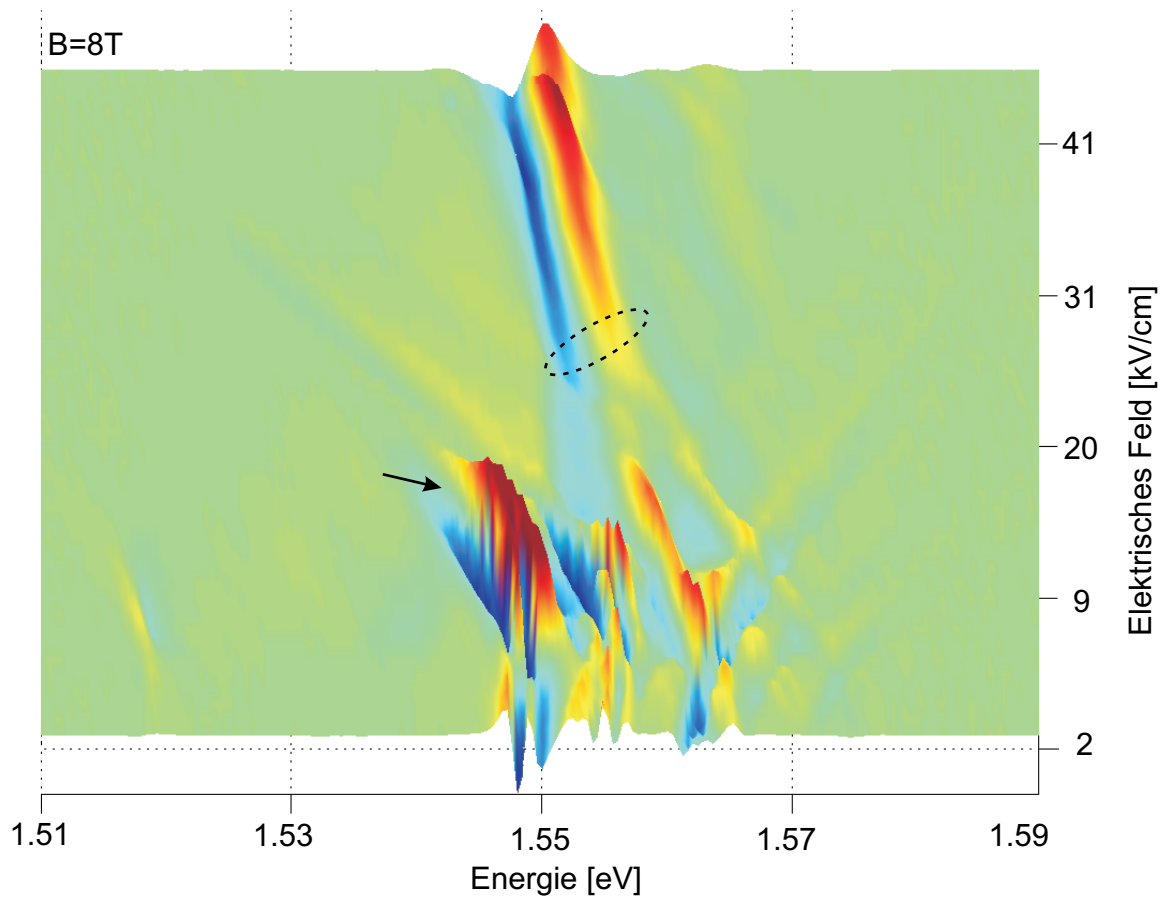


Abbildung 4.4.: Elektreflexionsspektrum für  $B=8\text{T}$ .

Es besteht jedoch ein Unterschied zu dem in Abschnitt 2.4.4 beschriebenen Übergangsbereich, denn in den vorliegenden Spektren wird das *elektrische*, nicht das magnetische (wie oben und später diskutiert) Feld variiert. An dieser Stelle lässt sich zusammenfassend festhalten, dass der Übergangsbereich sowohl in magnetfeld- als auch in vorspannungsabhängigen Messungen auftritt. Leider stehen keine theoretischen Spektren für den Fall von festem Magnetfeld und variiertem elektrischen Feld zur Verfügung.

## 4.2. Experimentelle Ergebnisse und Vergleich mit der Theorie

In diesem Abschnitt sind die Ergebnisse der magnetfeldabhängigen Elektroreflexions- und Transmissionsmessungen dargestellt. Aus den Elektroreflexionsdaten werden die Energien der Wannier-Stark- und Landau-Übergänge herausgelesen und deren Entwicklung mit dem magnetischen Feld verfolgt. Die Ergebnisse werden mit Resultaten der Einteilchen-Theorie (siehe Abschnitt 2.4.4) detailliert verglichen. Es folgt die Darstellung der aus Transmissionsexperimenten erhaltenen Absorptionsspektren. Diese werden in Abhängigkeit des Magnetfeldes für verschiedene feste elektrische Felder mit theoretischen Absorptionsspektren unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung (siehe Abschnitt 2.4.5) verglichen.

### 4.2.1. Elektroreflexionsspektren

In Abbildung 4.5 sind Elektroreflexionsspektren für ein elektrisches Feld von  $F = 9 \text{ kV/cm}$  und Magnetfelder von  $B = 0, 0.25, \dots, 8 \text{ T}$  dargestellt. In Übereinstimmung mit der Theorie können drei Bereiche des Spektrums unterschieden werden: Für niedrige  $B$ -Felder erkennt man einige deutliche Signaturen, die mit steigendem Magnetfeld zu höheren Energien schieben. Wird das Magnetfeld weiter erhöht, nimmt die Höhe der Peaks ab, bis sie fast alle verschwinden. Zwischen 4 und 6 T beobachten wir eine nahezu strukturlose Region, deren Zentrum bei 5 T mit einer gestrichelten Kurve markiert ist. Für noch größere Magnetfelder entstehen wieder deutliche Signaturen. Ihre Amplituden nehmen zu und sie zeigen eine lineare Verschiebung zu höheren Energien in Abhängigkeit des Magnetfeldes mit verschiedenen Steigungen.

Es liegt nahe, die drei Bereiche des Spektrums als *Wannier-Stark-Bereich* (für niedrige  $B$ -Felder), *Landau-Bereich* (für große  $B$ -Felder) und den dazwischen liegenden *Übergangsbereich* zu identifizieren. Um diese Vermutung zu verifizieren und eine genaue Charakterisierung der Übergänge vornehmen zu können, werden im Folgenden die energetischen Positionen der Übergänge aus den Elektroreflexionsspektren herausgelesen und ihre energetische Verschiebung in Abhängigkeit des Magnetfeldes bestimmt.

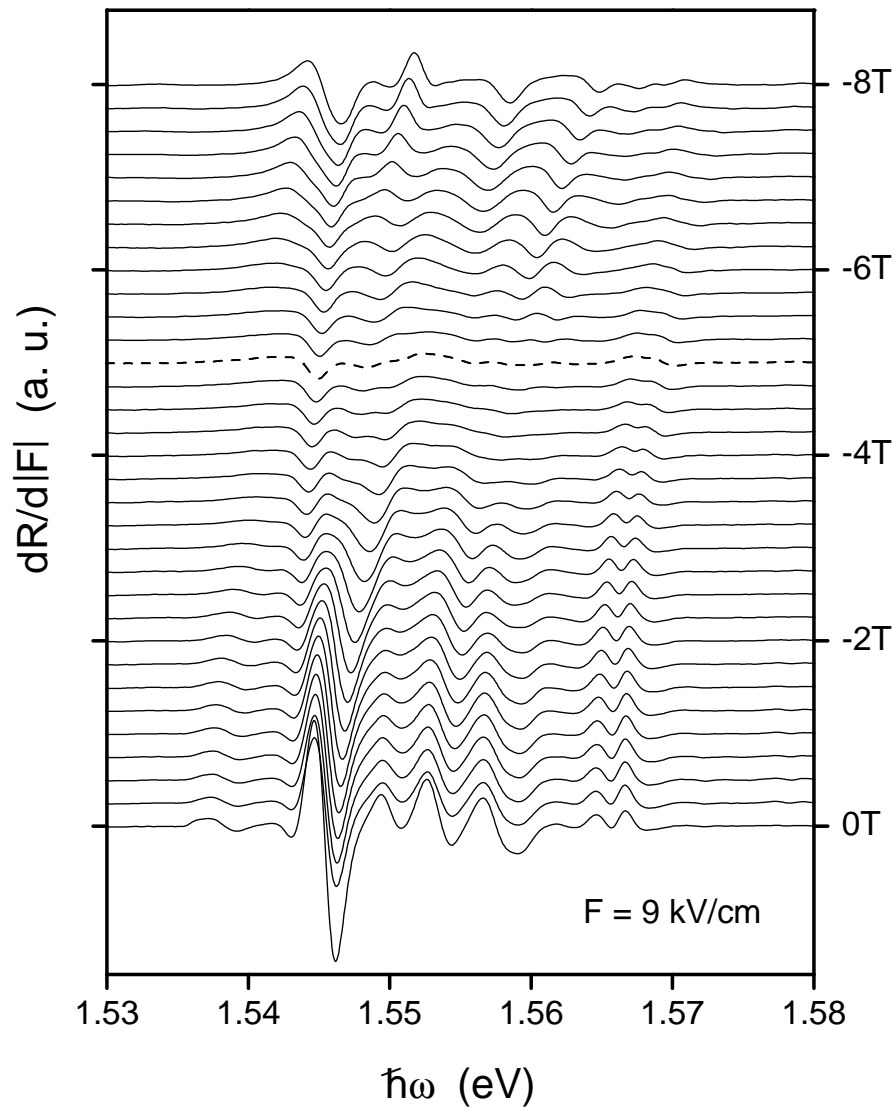


Abbildung 4.5.: Experimentelle Elektroreflexionsspektren für Magnetfelder von  $B=0, 0.25, \dots, 8 \text{ T}$  (von unten nach oben) und ein elektrisches Feld von  $9 \text{ kV/cm}$ .

### Bestimmung der Übergangsenergien aus Elektreflexionsspektren

In den Elektreflexionsmessungen wird die Änderung der Reflexion  $\Delta R$  mit der Änderung des elektrischen Feldes  $\Delta F$  gemessen. Um die Energien der Wannier-Stark und Landau-Übergänge zu bestimmen, nutzen wir die Näherung, dass das gemessene  $\Delta R$  bei GaAs im Wesentlichen durch  $\Delta \text{Re}\chi(\omega) = \chi_1(\omega)$  bestimmt ist, wobei  $\chi$  die Suszeptibilität bezeichnet<sup>1</sup>. Gemessen wird also  $\Delta \text{Re}\chi(\omega) = \frac{d}{dF} \text{Re}\chi(\omega) \Delta F$ . Da die Änderung des elektrischen Feldes  $\Delta F$  eine Änderung der Resonanzfrequenz  $\omega_0$  (Frequenz des Energieübergangs) bedeutet, gilt:

$$\frac{d\chi(\omega)}{dF} = \frac{d\chi(\omega)}{d\omega_0} \frac{d\omega_0}{dF} = -\frac{d\chi(\omega)}{d\omega} \frac{d\omega_0}{dF}. \quad (4.1)$$

Dabei wurde im ersten Schritt benutzt, dass  $\Delta\omega_0 = \Delta\omega_0(F)$  gilt. Der zweite Schritt wird durch die Überlegung ermöglicht, dass eine Verschiebung der Resonanzfrequenz  $\Delta\omega_0$  - bis auf das Vorzeichen - einer Verschiebung der Koordinatenachse um  $\Delta\omega$  entspricht.

Unter der Annahme einer Lorentz-förmigen Absorptionslinie (wobei der Absorptionskoeffizient proportional zu  $\text{Im}\chi(\omega)$  ist) gilt

$$\begin{aligned} \text{Im}\chi(\omega) &\propto \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2} \quad \text{und} \\ \text{Re}\chi(\omega) &\propto \frac{(\omega - \omega_0)}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

wobei  $\gamma$  eine Dämpfungskonstante bezeichnet. Die Resonanzenergien entsprechen demnach Extremwerten von  $\Delta \text{Re}\chi(\omega)$ , d.h. Extremwerten des Messsignals  $\Delta R$ . Aus  $\Delta \text{Re}\chi(\omega) \propto \Delta \epsilon_1(\omega)$  ( $\epsilon$  ist die dielektrische Funktion) kann mittels der Kramers-Kronig-Relationen (KK)  $\Delta \text{Im}\chi(\omega)$  berechnet werden:

$$\begin{aligned} \text{Im}\chi(\omega) = \epsilon_2(\omega) &= -\frac{2\omega_0}{\pi} P \int_0^\infty \frac{\epsilon_1(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' \quad (\text{KK, siehe z.B. [14]}) \\ \Rightarrow \frac{d \text{Im}\chi(\omega)}{dF} = \frac{d\epsilon_2(\omega)}{dF} &= -\frac{2\omega_0}{\pi} P \int_0^\infty \frac{\frac{d\epsilon_1(\omega')}{dF}}{\omega' - \omega} d\omega' = -\frac{2\omega_0}{\pi} P \int_0^\infty \frac{\frac{d \text{Re}\chi(\omega')}{dF}}{\omega' - \omega} d\omega' \end{aligned} \quad (4.3)$$

Diese Rechnung wird zwecks Vergleich mit der Theorie durchgeführt, da diese  $\text{Im}\chi(\omega)$  berechnet. Die Übergangsenergien entsprechen dann Nullstellen.

Zusammenfassend ist das Vorgehen zur Bestimmung der Übergangspositionen folgendes: Ge-

<sup>1</sup>Im Allgemeinen gilt  $\Delta R = \frac{\partial R}{\partial \chi_1} \cdot \Delta \chi_1 + \frac{\partial R}{\partial \chi_2} \cdot \Delta \chi_2$ . In GaAs dominiert  $\frac{\partial R}{\partial \chi_1}$  [21, 86].

messen wird  $\Delta R \propto \Delta \text{Re}\chi(\omega)$ . Die Resonanzenergien liegen bei den Extremwerten des Messsignals. Da es jedoch viele Extrema gibt, die mit denen benachbarter Übergänge überlappen, und demnach die Zuordnung der Extrema zu Übergängen nur schwer möglich ist, wird eine Kramers-Kronig-Transformation durchgeführt. So erhält man  $\Delta \text{Im}\chi(\omega)$ , was auch von der Theorie berechnet wird. Die Resonanzenergien entsprechen dann Nullstellen. Nicht alle Nullstellen korrespondieren jedoch mit Energieübergängen (da es auch mehr Extrema als echte Übergänge in  $\Delta \text{Re}\chi(\omega)$  gibt und die Ableitungssignaturen der Übergänge teilweise überlappen). Die Zuordnung der Übergänge muss daher durch Vorwissen (z.B. auf der Basis von theoretischen Übergangsbestimmungen, die in Abb. 4.6 (oberer Graph) zu sehen sind, oder von Photostrommessungen [5]) gestützt werden.

Diese Methode zur Bestimmung der Übergangspositionen gilt nur näherungsweise, da sich mit dem elektrischen Feld nicht nur die Resonanzfrequenz des Übergangs ändert, sondern auch seine Oszillatorstärke und Dämpfung. Die Änderung der Oszillatorstärke und der Dämpfung mit dem elektrischen Feld wird hier vernachlässigt, so dass die Resonanzenergien eventuell etwas verschoben gegenüber ihren wahren Positionen berechnet werden. Der dadurch entstehende Fehler ist jedoch klein verglichen mit dem energetischen Abstand der Übergänge.

### Vergleich der experimentell und theoretisch ermittelten Übergangsenergien

In Abbildung 4.6 sind die theoretischen und experimentellen Ergebnisse für die Entwicklung der Übergangsenergien mit dem magnetischen Feld dargestellt. Die theoretischen Übergangspositionen (oberer Graph) wurden aus der DOS für  $F = 10 \text{ kV/cm}$  bestimmt. Sie korrespondieren zu den Übergängen, die in Abbildung 2.21 beobachtet werden. Es können für kleine Werte des Magnetfeldes die Wannier-Stark-Übergänge  $n_{\text{WS}} = -2, \dots, +1$  identifiziert werden. Bei ungefähr  $B = 5 \text{ T}$  spaltet jeder Wannier-Stark-Zustand in einen Landau-Fächer auf, so dass eine große Anzahl neuer Zustände entsteht, von denen jeder mit einem Index-Paar  $(n_{\text{WS}}, n_{\text{L}})$  gekennzeichnet ist. Es können jedoch nicht alle denkbaren aus einem Wannier-Stark-Zustand entspringenden Landau-Zustände beobachtet werden. Anhand ihrer Steigung im Magnetfeld, die zunächst nichtlinear und bei höheren  $B$ -Feldern linear ist, lässt sich ihr Landau-Index feststellen.

Im Vergleich zu entsprechenden theoretischen Daten mit Coulomb-Wechselwirkung<sup>2</sup> lässt sich feststellen, dass diese den Charakter der optischen Übergänge nicht stark verändert. Die Coulomb-Wechselwirkung führt zu einer Verstärkung einiger Übergänge, insbesondere des  $(-1,0)$ -Übergangs für große  $B$ -Felder. Darüberhinaus führt sie zu einer Verschiebung der Übergänge zu niedrigeren Energien, wobei diese Verschiebung besonders für Übergänge mit

---

<sup>2</sup>Analog zu Abbildung 4.6 wurde ein Graph unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung erstellt, der hier jedoch nicht gezeigt wird. Aufgrund der geringeren Anzahl an Datenpunkten eignete er sich schlechter zum Vergleich mit dem Experiment.

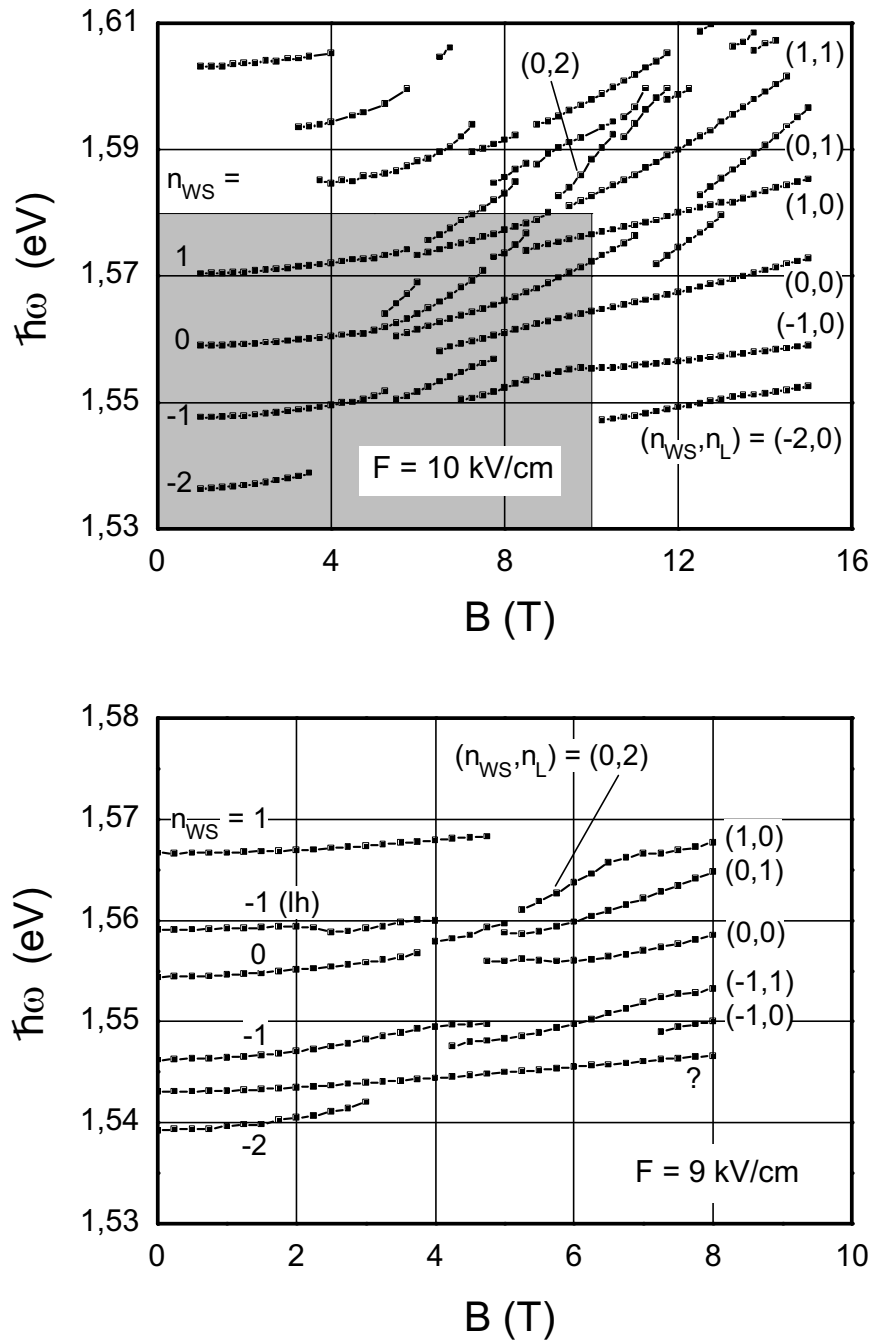


Abbildung 4.6.: Energien der Wannier-Stark- und Landau-Übergänge als Funktion des Magnetfeldes  $B$ . **Oben:** Theoretische Resultate für  $F=10 \text{ kV/cm}$  ohne Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung. **Unten:** Experimentelle Werte für  $F=9 \text{ kV/cm}$ , die auf der Grundlage der Elektroflektionsmessungen (Abb. 4.5) bestimmt wurden.

großer Oszillatorstärke signifikant ist.

Die experimentell ermittelten Übergangsenergien (unterer Graph in Abbildung 4.6), wurden auf Grundlage der Elektroreflexionsspektren bestimmt. Der Feld- und Energiebereich der experimentellen Daten entspricht dem grauschattierten Bereich in den theoretischen Daten (oberer Graph). Die experimentellen Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit der Einteilchen-Theorie: Für niedrige  $B$ -Feldstärken sind — wie in der Theorie — die Wannier-Stark-Übergänge  $n_{\text{WS}} = -2, \dots, +1$  sichtbar. Die energetische Verschiebung der experimentell ermittelten Übergangspositionen gegenüber den theoretisch berechneten kann zum einen auf Coulomb-Effekte zurückgeführt werden, zum anderen könnte die oben erwähnte Ungenauigkeit bei der Bestimmung der Übergangspositionen aus den Elektroreflexionsdaten eine Rolle spielen. Zwischen 4 und 5 T spaltet jeder Wannier-Stark-Zustand in Landau-Zustände auf. Der Wert des Magnetfeldes, bei dem die Wannier-Stark-Niveaus in Landau-Niveaus aufspalten, ist etwas kleiner als in der Theorie. Dies ist jedoch verständlich, da der Wert des elektrischen Feldes im Experiment ebenfalls etwas kleiner ist (9 kV/cm anstatt 10 kV/cm).

Die Erklärung für den Ursprung des strukturlosen Übergangsbereichs, die in Abschnitt 2.4.4 erläutert wurde, wird durch die Elektroreflexionsmessungen verifiziert: In Abbildung 4.6 ist zu sehen, dass zwischen 4 und 5 T jeder Wannier-Stark-Zustand in Landau-Zustände aufspaltet, die sich mit steigendem Magnetfeld zu höheren Energien verschieben, so dass sie sich energetisch annähern. Unserer Erklärung zufolge müsste bei diesen Magnetfeldern der Strukturverlust des Spektrums auftreten — und tatsächlich wird der Übergangsbereich in den Elektroreflexionsspektren (Abb. 4.5) in der Region um 5 T beobachtet.

Ein weiterer Aspekt des Übergangsbereichs deutet sich in den Elektroreflexionsspektren an: Zwar kann man auf der Basis der Elektroreflexionsspektren keine sichere Aussage bezüglich der Linienbreiten der Energieübergänge treffen, es scheint jedoch so, als behielten die Signaturen ihre energetische Breite auch in der Nähe des Übergangsbereichs bei. Diese Vermutung wird anhand der experimentellen Absorptionsspektren (siehe Abschnitt 4.2.2), die Aussagen über Linienbreiten zulassen, bestätigt.

Die Verschiebung der Landau-Übergänge mit dem magnetischen Feld ist in der Umgebung des Übergangsbereichs nichtlinear und wird bei größeren  $B$ -Feldern fast linear. Die Landau-Übergänge sind durch die Steigung ihrer energetischen Verschiebung charakterisiert, wobei die experimentell beobachteten Steigungen mit den theoretisch vorhergesagten zufriedenstellend übereinstimmen.

Es lassen sich auch Unterschiede zwischen den experimentellen Daten und den Ergebnissen der Einteilchen-Theorie feststellen. Der energetische Abstand zwischen den Übergängen  $n_{\text{WS}} = 1$  und  $n_{\text{WS}} = 0$  ist größer als der Abstand zwischen den Übergängen  $n_{\text{WS}} = 0$  und  $n_{\text{WS}} = -1$ . Dies ist als Absorptions-Asymmetrie bekannt (siehe Abschnitt 2.3.2). Ein weiterer Unterschied



ist bei der Betrachtung der Übergänge (0,2) und (1,0) zu verzeichnen: In der Theorie ist bei ca. 8 T ein Anticrossing der beiden Übergänge zu beobachten, das im Experiment nicht aufzulösen ist. Auffällig ist ferner, dass eine experimentell ermittelte Linie keine Entsprechung in der theoretischen Abbildung findet. Sie ist mit einem Fragezeichen versehen. Vor allem bei hohen  $B$ -Feldern entspricht sie einer starken Signatur im experimentellen Spektrum zwischen 1.54 eV und 1.55 eV. Sie könnte dem (-2,0)-Übergang zuzuordnen sein, der in der Theorie erst bei  $B > 10$  T zu sehen ist. Bei kleinen  $B$ -Feldern entsteht die Signatur vermutlich nicht aufgrund eines eigenständigen Übergangs, sondern als „Nebenlinie“ des  $n_{\text{WS}} = -1$ - und  $n_{\text{WS}} = -2$ -Übergangs. Es ist auffällig, dass die Linie bei allen Magnetfeldstärken, insbesondere auch im Übergangsbereich, ununterbrochen existiert. Wir vermuten, dass dies nicht auf die durchgehende Existenz eines einzigen Übergangs hindeutet, sondern auf die Wechselwirkung vieler Zustände zurückzuführen ist: Durch Austausch von Oszillatorstärke kann eine Reihe von Anticrossings als eine Linie im Spektrum erscheinen.

Schließlich bleibt noch zu bemerken, dass der Leichtloch-Übergang lh-1 im Experiment zu beobachten ist und aufgrund der Vernachlässigung der leichten Löcher in der Theorie im oberen Graphen fehlt.

#### 4.2.2. Absorptionsspektren

Dieser Abschnitt ist den Absorptionsspektren gewidmet, die durch Transmissionsexperimente erhalten wurden. In Abbildung 4.7 ist der durch Transmissionsexperimente ermittelte Absorptionskoeffizient  $\alpha(\omega)$  als Funktion der Anregungsenergie  $\hbar\omega$  für die elektrischen Felder  $F=0$  kV/cm, 6 kV/cm und 11 kV/cm (von links nach rechts) und magnetische Felder von  $B=0, 1, \dots, 8$  T (von unten nach oben) dargestellt. Die gezeigten Spektren sind weitgehend von Fabry-Perot-Interferenzen befreit. (Ein Beispiel für ein unkorrigiertes Spektrum befindet sich im Anhang A.5.) Diese experimentellen Spektren werden mit den theoretischen Absorptionsspektren unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung verglichen, die bereits in Abschnitt 2.4.5 beschrieben wurden und an dieser Stelle noch einmal zwecks Vergleich gezeigt werden (siehe Abbildung 4.8).

Die optischen Übergänge erscheinen in den experimentellen Spektren gegenüber den entsprechenden theoretisch ermittelten Übergängen um 2 meV bis 8 meV zu höheren Energien verschoben. Ein möglicher Grund könnte die Tendenz des Zweibandmodells sein, Bindungsenergien zu überschätzen; eine andere Unsicherheit könnte in der Bestimmung der Bandlückenenergie liegen. Nichtsdestotrotz zeigen die experimentell ermittelten Spektren eine gute Übereinstimmung mit der Theorie, wenn man von den Artefakten der Fabry-Perot-Interferenzen absieht, die nicht vollständig entfernt werden konnten und ein Signal unterhalb der Bandkante verursachen.

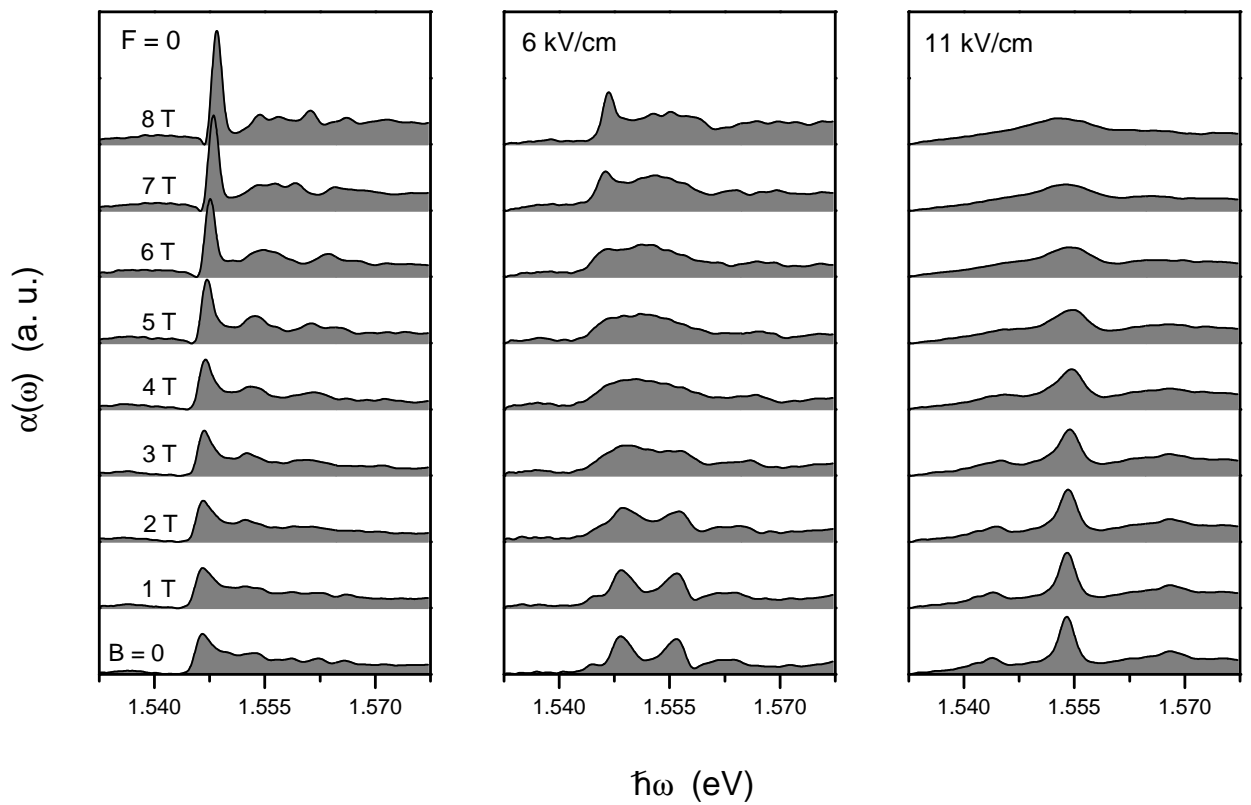


Abbildung 4.7.: Durch Transmissionsexperimente ermittelter Absorptionskoeffizient  $\alpha(\omega)$  als Funktion der Photonenenergie  $\hbar\omega$  für die elektrischen Felder  $F=0$  kV/cm, 6 kV/cm und 11 kV/cm (von links nach rechts) und magnetische Felder von  $B=0, 1, \dots, 8$  T (von unten nach oben).

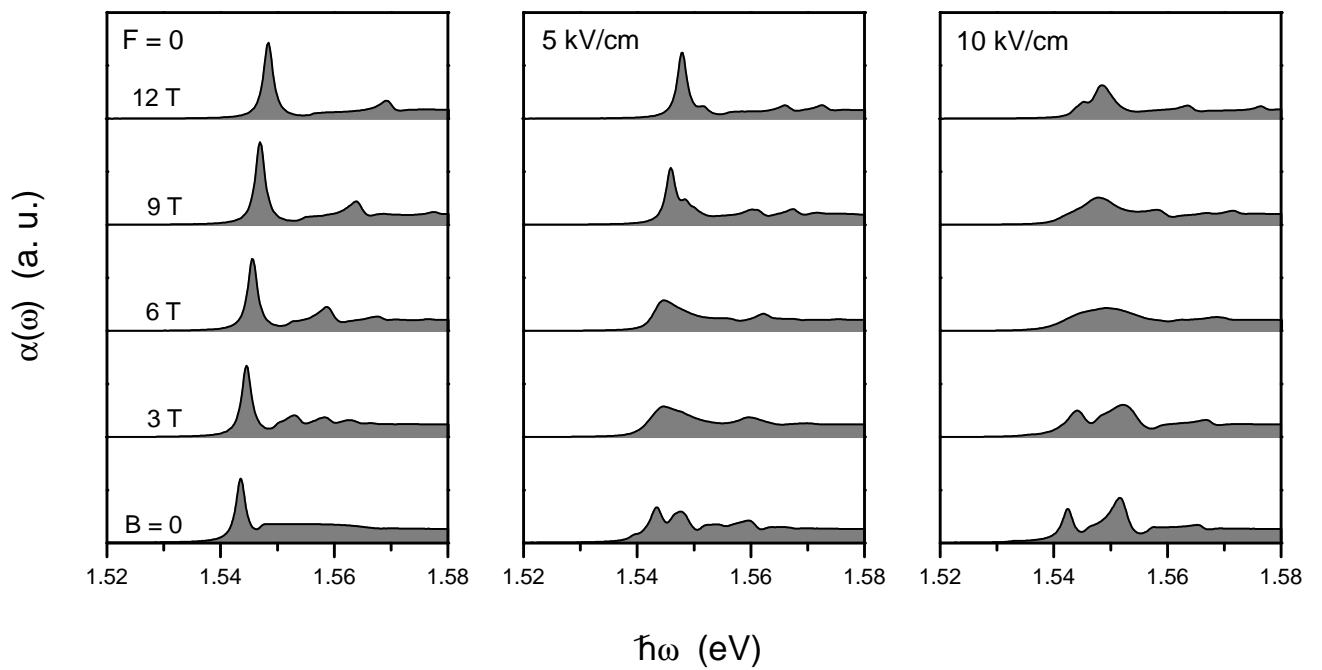


Abbildung 4.8.: Theoretisch berechnete Absorptionsspektren unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung: Absorptionskoeffizient  $\alpha(\omega)$  als Funktion der Photonenergie  $\hbar\omega$  für die elektrischen Felder  $F=0$  kV/cm, 5 kV/cm und 10 kV/cm (von links nach rechts) und magnetische Felder  $B=0$  T, 3 T, 6 T, 9 T und 12 T (von unten nach oben).

Für  $F=0\text{ kV/cm}$  (linker Graph von Abb. 4.7) wird das Spektrum durch das 1s-Exziton des Schwerlochübergangs dominiert. Mit steigendem Magnetfeld erfährt es eine diamagnetische Verschiebung, die auch in den theoretischen Spektren zu sehen ist. Seine Oszillatorstärke wächst mit steigendem Magnetfeld. Dieser Effekt ist in den experimentellen Spektren ausgeprägter als in der Theorie. Experimentell beobachtet man zudem eine Veränderung der Linienform: Während die Linie bei  $B = 0\text{ T}$  asymmetrisch ist, wird sie mit steigendem  $B$ -Feld allmählich symmetrisch. Im Gegensatz dazu weist die theoretische Linienform für alle  $B$ -Felder eine symmetrische Lorentz-Form auf. Der Grund für diese Diskrepanz ist, dass für die homogene Linienbreite in der Theorie ein konstanter Wert angenommen wird und Streueffekte nicht berücksichtigt werden. In Realität wird das Übergitter mit steigendem Magnetfeld eindimensional, so dass die Streuung der Ladungsträger abnimmt. Dieser Übergang vom dreidimensionalen zum eindimensionalen System, der eine Verringerung der Streueffekte bedeutet, drückt sich im Experiment durch eine Verringerung der homogenen Linienbreite aus.

In Anwesenheit eines Magnetfeldes kommt es zur Ausbildung von Strukturen im Kontinuum des ersten Minibandpaares zwischen  $1.55\text{ eV}$  und  $1.57\text{ eV}$ . Diese Signaturen sind auf Landau-Quantisierung zurückzuführen. Bei  $B = 8\text{ T}$  ist ein Peak bei  $1.56\text{ eV}$  deutlich zu identifizieren: Es ist das 1s-Exziton des ersten Landau-Niveaus ( $n_L = 1$ ). Der „Dip“ an der höherenergetischen Seite dieses Peaks deutet auf eine Fano-Resonanz hin (siehe Abschnitt 2.5).

Betrachten wir nun den mittleren Graph in Abbildung 4.7 für ein elektrisches Feld von  $F = 6\text{ kV/cm}$ . Für  $B = 0\text{ T}$  können vier Übergänge identifiziert werden, die zu den 1s-Exzitonen der Wannier-Stark-Übergänge  $n_{\text{WS}} = -2, -1, 0$  und  $+1$  gehören. Der räumlich direkte Übergang  $n_{\text{WS}} = 0$  liegt bei ca.  $1.555\text{ eV}$  und wird — wie auch in den theoretischen Spektren — gefolgt von einem ausgeprägten „Dip“, der durch Fano-Resonanz entsteht. Mit steigendem Magnetfeld verlieren die Wannier-Stark-Übergänge an Oszillatorstärke und sind bei  $4\text{ T}$  nicht mehr zu erkennen. Der strukturlose Übergangsbereich befindet sich zwischen  $4$  und  $6\text{ T}$ . Dies ist in Übereinstimmung mit der Theorie, die für die Spektren bei  $3$  und  $6\text{ T}$  verwaschene Strukturen vorhersagt (siehe mittlerer Graph von Abb. 4.8). Wird das Magnetfeld weiter erhöht, entstehen neue Strukturen aus dem Kontinuum. Wie in den theoretischen Daten wird das Spektrum vom Übergang  $(n_{\text{WS}}, n_L) = (-1, 0)$  dominiert.

Ein kleiner Unterschied zu den theoretischen Spektren ist der „Dip“ bei  $1.57\text{ eV}$  (besonders deutlich für  $B=5\text{ T}$  zu sehen), der vermutlich eine Signatur des leichten Loches ist. In Photostrommessungen wurde der räumlich direkte Leichtloch-Übergang für  $B = 0\text{ T}$  bei  $1.57\text{ eV}$  beobachtet [54], so dass diese Vermutung bestätigt wird.

Für  $F = 11\text{ kV/cm}$  und  $B = 0\text{ T}$  sind die Wannier-Stark-Übergänge  $n_{\text{WS}} = -1, 0$  und  $n_{\text{WS}} = +1$  deutlich sichtbar. Aufgrund der Absorptions-Asymmetrie sind die Peaks nicht äquidistant. Der Fano-Effekt für  $n_{\text{WS}} = 0$  und  $n_{\text{WS}} = 1$  ist viel kleiner als theoretisch vorhergesagt — die Linien sind fast symmetrisch. Mit steigendem Magnetfeld verschwinden die

Linien, so dass zwischen 6 und 7 T der strukturlose Übergangsbereich beginnt. Dies ist in guter Übereinstimmung mit der Theorie. Die Entstehung von neuen Strukturen wird für ein elektrisches Feld von  $F = 11 \text{ kV/cm}$  erst bei ca. 9 T vorhergesagt und deshalb im Experiment nicht mehr beobachtet.

Anhand der experimentellen Absorptionsspektren, insbesondere für  $F = 6 \text{ kV/cm}$ , lässt sich der im Zusammenhang mit den Elektreflexionsspektren angedeutete Aspekt des Übergangsbereichs aufgreifen: Wie vermutet, vergrößert sich für steigendes Magnetfeld und Annäherung an den Übergangsbereich die Linienbreite der Wannier-Stark-Übergänge nicht. Die Linienbreite eines Übergangs gibt Aufschluss über die Lebensdauer des entsprechenden Zustands: Aufgrund der Unbestimmtheitsrelation  $\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$  folgt, dass eine energetisch breitere Absorptionslinie mit einer kürzeren Lebenszeit (d.h. Verweildauer des Elektrons) des entsprechenden Energiezustands zusammenhängt. Eine Verbreiterung der homogenen Linienbreite käme durch Streueffekte zustande. In der Theorie werden Streueffekte vernachlässigt, d.h. eine konstante Linienbreite angenommen, so dass keine Aussagen über eine durch Streuung verursachte Linienverbreiterung getroffen werden können.

Experimentell ist in der Umgebung des Übergangsbereichs keine Linienverbreiterung zu beobachten. Vielmehr gewinnt der „Untergrund“ zwischen den beiden Wannier-Stark-Zuständen mit steigendem Magnetfeld an Oszillatorstärke (siehe Abb. 4.7, mittlerer Graph). Auf der Basis der Erkenntnis, dass aus jedem Wannier-Stark-Zustand ein Landau-Fächer entsteht, lässt sich sagen, dass dieser „Untergrund“ aus vielen, mit steigendem Magnetfeld entstehenden Landau-Zuständen zusammengesetzt ist, die aufgrund ihrer energetischen Nähe nicht einzeln aufgelöst werden können. Durch den oben beschriebenen (Abschnitt 2.4.4) Anticrossing-Mechanismus wird die Oszillatorstärke auf eine Vielzahl von Zuständen verteilt, so dass bei 3 T kein individueller Zustand mehr aufzulösen ist.

Bezüglich des Übergangsbereichs lässt sich anhand der Absorptionsspektren zusammenfassend feststellen, dass die Lebensdauer der involvierten Zustände (homogene Linienverbreiterung) keine Rolle bei der Entstehung der strukturlosen Region spielt. Hingegen wird die These gestützt, dass die Verteilung der Oszillatorstärke auf eine wachsende Anzahl von energetisch nahe beieinander liegenden Zuständen für den Strukturverlust des Spektrums verantwortlich ist.

### 4.3. Vergleich der spektralen Untersuchungen mit zeitaufgelösten Messungen

Im vorigen Abschnitt wurde als auffälliges Charakteristikum der Elektreflexions- und Absorptionsspektren in gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern der nahezu struktur-

lose *Übergangsbereich* herausgestellt. Dieser soll im folgenden Abschnitt unter einem anderen Aspekt beleuchtet werden, und zwar im Vergleich mit zeitaufgelösten Messungen. Das Anliegen dabei ist folgendes: Eine wichtige Größe ist das Verhältnis des Magnetfeldes zum elektrischen Feld, das hier mit  $B/F = x$  bezeichnet wird. In den Elektreflexions- und Absorptionsspektren lassen sich zwei Bereiche unterscheiden: Der Wannier-Stark-Bereich für kleines  $x$  und der Landau-Bereich für großes  $x$ . Die Dynamik optisch angeregter Wellenpakete läßt sich in entsprechende Bereiche unterteilen, wobei für kleines  $x$  vom *Magneto-Bloch*-Bereich und für große  $x$  vom *Zyklotron*-Bereich gesprochen wird. Der Übergang zwischen diesen Bereichen findet in spektral aufgelösten Daten nicht bei dem gleichen  $x$ -Wert statt wie in zeitaufgelösten Daten. In diesem Abschnitt wird dieser Befund dargestellt.

In den bisher beschriebenen spektral aufgelösten Messungen werden *Interband*-Übergänge zwischen Valenzbandzuständen und Wannier-Stark- bzw. Landau-Zuständen des Leitungsbandes angeregt. Wie bereits erläutert, schieben die Wannier-Stark-Zustände mit steigendem Magnetfeld zu höheren Energien und verlieren dabei an Oszillatorstärke, bis sie nicht mehr zu identifizieren sind. Es hängt von der Stärke des elektrischen Feldes ab, bei welchem Wert des magnetischen Feldes der Wannier-Stark-Bereich in eine strukturlose Region übergeht. Wie bereits erwähnt, lautet die grobe Bedingung für den Strukturverlust  $\omega_C = \omega_B$  [65]. Die Plausibilität dieser Bedingung erwächst aus der Tatsache, dass sie angibt, wann die magnetische Energie  $\hbar\omega_C$  und die elektrische Energie  $eFd$  dieselbe Größenordnung besitzen bzw. die energetische Aufspaltung der Wannier-Stark-Niveaus ( $eFd$ ) den Abständen der Landau-Niveaus ( $\hbar\omega_C$ ) entspricht. Um das Verschwinden der Wannier-Stark-Zustände zu verstehen, muss die Wechselwirkung der Zustände untereinander berücksichtigt werden, wie bereits mehrfach (zuerst in Abschnitt 2.4.4) beschrieben wurde: Die Energien der Zustände mit Wannier-Stark-Index  $n_{\text{WS}}$  verschieben sich mit steigendem Magnetfeld ungefähr gemäß  $B^2 n_{\text{WS}}^2 d^2$  [65]. Folglich nähern sich Zustände mit großem negativem Index Zuständen mit kleinerem Index, so dass sie immer stärker wechselwirken. Hinzu kommen Landau-Übergänge im Magnetfeld, die sich ebenfalls mit steigendem Magnetfeld verschieben und mit Wannier-Stark-Übergängen antikreuzen. Somit verteilt sich die Oszillatorstärke auf immer mehr energetisch nahe beieinanderliegende Übergänge, so dass die Oszillatorstärke jedes einzelnen abnimmt. Wenn die Zustände so sehr verwaschen, dass sie nicht mehr auflösen sind, ist die strukturlose Region erreicht. In Abbildung 4.9 (links) markiert die gestrichelte Linie das Zentrum der strukturlosen Region der Elektreflexionsdaten (ER) bei ca. 5 T. In den ER-Daten ist der Übergangsbereich sehr gut zu beobachten, da das Magnetfeld in Schritten von nur 0.25 T variiert wurde. In den Absorptionsspektren (Abbildung 4.10 (links)), die in Schritten von 1 T aufgenommen wurden, liegt der Beginn des Übergangsbereichs bei ungefähr 6 T, während sein Ende bei ca. 9 T nicht mehr beobachtet werden kann.

Der Vergleich mit zeitaufgelösten Messungen, welche die Untersuchung kohärenter Dynamik elektronischer Wellenpakete erlauben, lässt neue Fragen entstehen und ermöglicht tiefere Ein-

sicht in das Verhältnis zwischen der Beschaffenheit elektronischer Energiezustände und der Dynamik der elektronischen Wellenpakete. Die zeitauflösenden Messmethoden und ihre Ergebnisse sollen im Folgenden vorgestellt werden. Die Messungen wurden in unserer Arbeitsgruppe von A. B. HUMMEL durchgeführt.

### **Beschreibung der zeitaufgelösten Messmethode und ihrer Ergebnisse**

REOS bzw. TEOS (englisch: *reflective/transmittive electro-optic sampling*) sind Messmethoden, die den linearen elektro-optischen Effekt (Pockels Effekt) ausnutzen [87]. Dieser basiert auf der nicht-linearen Suszeptibilität zweiter Ordnung und beschreibt die Änderung des Brechungsindex im elektrischen Feld [88]. Diese Brechungsindexänderung ist richtungsabhängig, es liegt also eine optische Anisotropie (Doppelbrechung) vor. Bei der zeitaufgelösten Messung wird ein zirkular polarisierter Anregestrahler auf die Probe fokussiert. Dieser induziert Bloch-Oszillationen, die mit einem oszillierenden Dipolmoment verknüpft sind. Durch das zeitlich veränderliche Dipolmoment (d.h. zeitabhängiges elektrisches Feld) wird eine zeitabhängige Brechungsindexänderung hervorgerufen. Der linear polarisierte Abfragestrahl erfährt eine Polarisationsänderung, die sich zeitlich mit dem Brechungsindex ändert. Diese zeitabhängige Änderung der Polarisation des Abfragestrahls wird detektiert: Der reflektierte bzw. transmittierte Abfragestrahl wird mittels eines polarisierenden Strahlteilers in seine orthogonalen Polarisationskomponenten aufgeteilt und auf zwei Photodioden in einem Differenzdetektor fokussiert. Die Zeitverzögerung (engl.: *delay*) zwischen Anrege- und Abfragestrahl wird variiert und somit die Dynamik des Systems verfolgt. Mit diesen Messmethoden werden Bloch-Oszillationen nachgewiesen, indem ihre Auswirkungen auf die optischen Eigenschaften (Brechungsindex) des Kristalls detektiert werden.

Bloch-Oszillationen gehören zu den *Intraband*-Prozessen, d.h. sie spielen sich innerhalb eines Minibandes ab (siehe Abschnitt 2.3.3). Hingegen sind spektrale Untersuchungen wie z.B. Elektreflexions- oder Transmissionsspektroskopie, wie bereits erwähnt, auf *Interband*-Übergänge zwischen Valenz- und Leitungsband sensitiv.

In Abbildung 4.9 und 4.10 (jeweils rechts) sind die Ergebnisse von REOS- und TEOS-Messungen bei festem elektrischem Feld und variiertem Magnetfeld dargestellt. Die Spektren zeigen in Übereinstimmung mit semiklassischen Berechnungen die strikte Trennung zweier Regimes: Für einen kleinen Wert  $B/F = x$  liegt der *Magneto-Bloch-Bereich* vor, in dem ein leichter Abfall der Bloch-Oszillationsfrequenzen zu verzeichnen ist. Im Gegensatz dazu erkennt man einen deutlichen Anstieg der Frequenzen im *Zyklotron-Regime* bei großem  $x$ . Der Frequenzverlauf ist mit gestrichelten Geraden angedeutet. Am Übergangsbereich bei  $B=3\text{ T}$  (gestrichelte Kurve) beobachtet man das Ausbleiben langlebiger Bloch-Oszillationen.

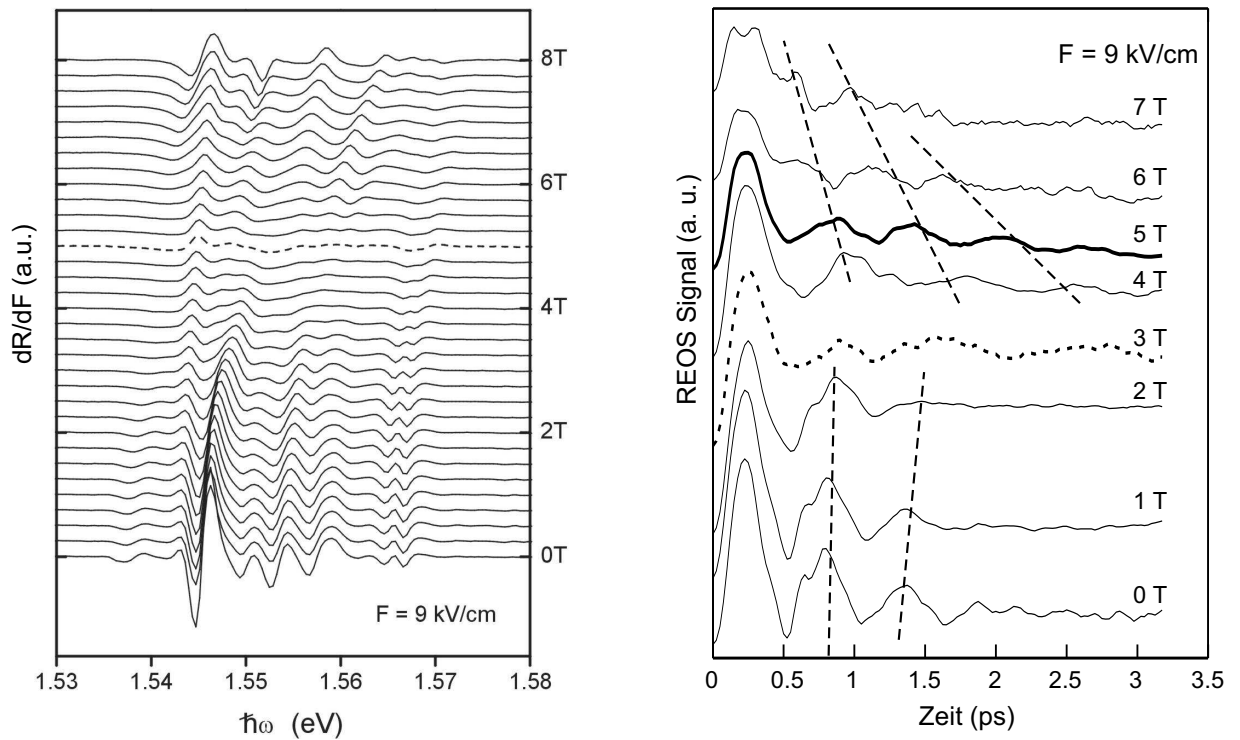


Abbildung 4.9.: **Links:** Elektroreflexionsspektren (ER) für ein elektrisches Feld von 9 kV/cm und Magnetfelder von 0 T bis 8 T. Die gestrichelte Linie markiert das Zentrum des Übergangsbereichs zwischen Wannier-Stark- und Landau-Bereich. **Rechts:** REOS Signale für Magnetfelder von 0 T bis 7 T und einem elektrischen Feld von 9 kV/cm bei gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern. Die durchgezogene fettgedruckte Kurve bei 5 T ist mit denselben experimentellen Parametern aufgenommen worden wie die gestrichelt markierte Kurve in den ER-Spektren. Auffällig ist die Existenz von Oszillationen in dem Feldbereich um 5 T, der in den ER-Daten strukturlos ist. Die gestrichelte Kurve (3 T) markiert den Übergangsbereich ohne Oszillationen in den REOS-Daten.



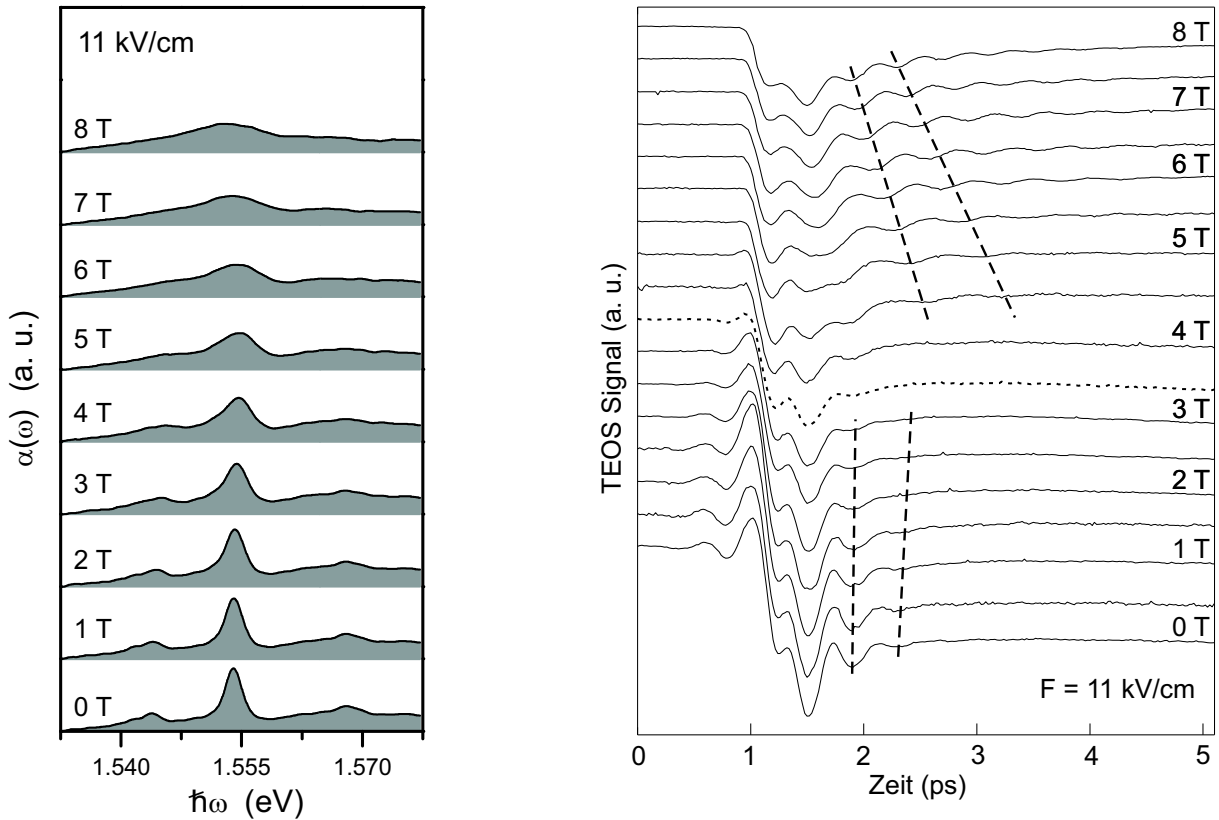


Abbildung 4.10.: **Links:** Absorptionsspektren für ein elektrisches Feld von 11 kV/cm und Magnetfelder von 0 T bis 8 T. Ab ca. 6 T beginnt der nahezu strukturlose Übergangsbereich **Rechts:** TEOS Signale für Magnetfelder von 0 T bis 8 T und einem elektrischen Feld von 11 kV/cm. Die getrichelte Kurve (3.5 T) markiert den Übergangsbereich ohne Oszillationen in den TEOS Daten. Er befindet sich bei niedrigeren  $B$ -Feldern als in den Absorptionsspektren. Bei höheren  $B$ -Feldern (ab ca. 5 T) sind wieder Oszillationen sichtbar. In diesem Feldbereich sind die Absorptionsdaten nahezu strukturlos.

### Vergleich der spektral- und zeitaufgelösten Messungen

In den Abbildungen 4.9 und 4.10 sind jeweils die Ergebnisse einer spektral aufgelösten und einer zeitaufgelösten Messmethode zum Vergleich nebeneinander dargestellt. Abbildung 4.9 zeigt links die bekannten ER-Spektren und rechts die ebenfalls in Reflexionsgeometrie an derselben Probe aufgenommenen REOS-Spektren. In Abbildung 4.10 sieht man links die in Transmissionsexperimenten aufgenommenen Absorptionsspektren und rechts die Ergebnisse der entsprechenden zeitaufgelösten Transmissionsmessungen, die TEOS-Spektren. Um einen Vergleich zwischen einer spektral- und einer zeitaufgelösten Messung vornehmen zu können, müssen die elektrischen Felder dieselben sein. Bei den ER- und REOS-Daten liegt ein elektrisches Feld von  $F=9\text{ kV/cm}$  an, bei den Absorptions- bzw. TEOS-Daten beträgt  $F=11\text{ kV/cm}$ .

Es liegt die Vermutung nahe, dass die strukturlose Region in den spektralen Messungen auch mit einer strukturlosen Region in den zeitaufgelösten Messungen bei dem selben Feldverhältnis  $x$  korrespondiert. Dies ist plausibel, sind doch Überlagerungen von Wannier-Stark-Zuständen konstitutiv für Bloch-Oszillationen: Letztere können als Quantenschwebungen zwischen benachbarten Wannier-Stark-Zuständen betrachtet werden (siehe Abschnitt 2.3.3.). Das Verschwinden der Wannier-Stark-Zustände müßte demnach ein Verschwinden der Bloch-Oszillationen mit sich bringen. Überraschenderweise werden jedoch sehr wohl Oszillationen beobachtet, obwohl keine Wannier-Stark-Zustände sichtbar sind. Umgekehrt ist es erstaunlich, dass die strukturlose Region in den zeitaufgelösten Daten bei einem Feldverhältnis auftritt, bei dem in den spektralen Daten noch deutliche Wannier-Stark-Übergänge zu beobachten sind.

Um dem Verständnis der Diskrepanz zwischen spektralen und zeitaufgelösten Messungen näherzukommen, beziehen wir das dynamische Verhalten der elektronischen Wellenpakete mit ein. Vorhersagen in Bezug auf die Dynamik von Wellenpaketen können auf der Grundlage eines semiklassischen Modells getroffen werden [81]. Die Elektronenbahnen hängen von dem Feldverhältnis  $x$  ab. Der Magneto-Bloch-Bereich und das Zyklotron-Regime sind durch den Wert des Magnetfeldes getrennt, für den sich die elektrische und die magnetische Kraft auf ein Elektron genau aufheben. In diesem Fall bewegt sich das Elektron mit einer konstanten Driftgeschwindigkeit in  $y$ -Richtung (Ebene der Übergitterschichten), und die Oszillationen verschwinden. Die Bedingung für den Übergang zwischen dem Magneto-Bloch und dem Zyklotron-Bereich berechnet sich zu  $2\omega_C = \omega_B$ .

Dieses dynamische Gleichgewicht der Kräfte hat keinen Einfluss auf die Wannier-Stark-Leiter. Dementsprechend können spektral aufgelöste Daten deutliche Übergänge aufweisen, wie auch im Vergleich des linken und rechten Teils der Abbildungen 4.9 und 4.10 zu sehen ist: In den zeitaufgelösten Daten liegt der Übergangsbereich für die REOS-Messungen bei einem B-Feld von 3 T (gestrichelte Kurve), bei dem in den ER-Daten noch deutliche Linien zu sehen sind. In den TEOS-Daten liegt der Übergangsbereich bei 3.5 T, wo in den Absorptionsspektren deut-

liche Strukturen erkennbar sind. Umgekehrt ist es auffällig, dass der Feldbereich bei ungefähr  $\omega_C = \omega_B$ , bei dem das Verwaschen der Wannier-Stark-Übergänge auftritt, keine Konsequenzen bezüglich des dynamischen Verhaltens der Elektronen hat. Diese Tatsache scheint nur durch die Annahme erklärbar, dass trotz des scheinbar strukturlosen Spektrums noch Wannier-Stark-Niveaus für die Entstehung von Bloch-Oszillationen zur Verfügung stehen. Von Interesse ist auch die maximale Auslenkung in Übergitterrichtung als Funktion des Verhältnisses von Magnetfeld und elektrischem Feld. Im Rahmen des semiklassischen Modells kann sie berechnet werden und ist in Abbildung 4.11 graphisch dargestellt. Auch in Bezug auf diese dynamische Größe ist  $\omega_C = \omega_B$  kein ausgezeichneter Punkt [20].

In Abbildung 4.12 sind die berechneten und experimentellen Werte für die strukturlose Region für spektral- und zeitaufgelöste Messungen dargestellt. Es werden ER-Daten mit REOS-Daten verglichen<sup>3</sup>. Die beiden Linien, die durch den Ursprung laufen, geben die theoretische Vorhersage für die strukturlose Region an. Dabei gehört die gestrichelte Linie zu spektralen ER-Messungen ( $\omega_C = \omega_B$ ), die durchgezogene Linie bezieht sich auf die zeitaufgelöste REOS-Messtechnik ( $2\omega_C = \omega_B$ ). Die experimentell gefundenen Werte sind durch senkrechte Balken gekennzeichnet, wobei auch hier gestrichelte Linien zu Elektroreflexions- und durchgezogene Linien zu REOS-Messungen korrespondieren.

Wie schon in Abschnitt 2.4.4 diskutiert, ist für die theoretische Vorhersage eine Berechnung der Zyklotronfrequenz  $\omega_C = eB/m$  und damit eine Bestimmung der relevanten Masse notwendig. In der Theorie, die in Abschnitt 2.4.4 vorgestellt wurde, werden die Massen in Barrieren- und Topfmaterial als gleich angenommen, so dass in dieser Näherung für das erste Miniband (das hier relevant ist)  $m_{ex} = m_{e(\text{GaAs})} = m_{e\parallel} = 0.067m_0$  gilt. Wird jedoch berücksichtigt, dass die effektive Elektronenmasse im Barrierenmaterial AlGaAs eine andere ist als im Topfmaterial GaAs, so ergibt sich eine Elektronenmasse in Wachstumsrichtung von  $m_{ex} = 0.114m_0$  [20]. Insgesamt lautet die adäquate Elektronenmasse für die Zyklotronbewegung in der  $xy$ -Ebene:

$$\sqrt{m_{\parallel} \cdot m_{ex}} = \sqrt{0.067m_0 \cdot 0.114m_0} = 0.088m_0 \quad (4.4)$$

Dieser Wert wurde für die Erstellung von Abb. 4.12 verwendet. Es stellt sich ferner die Frage, ob die angemessene Masse nicht die reduzierte Masse des Elektron-Loch-Paares sein sollte. Dies verneinen wir mit dem Hinweis darauf, dass im vorliegenden Fall nicht nur Energieübergänge zwischen Landau- und Wannier-Stark-Übergängen gleichen Indexes möglich sind, d.h. es gilt nicht  $\Delta n_L = 0$ . Der energetische Abstand eines Überganges kann also größer oder kleiner als der des Übergangs mit  $\Delta n_L = 0$  sein, so dass sich im Mittel über viele Übergänge der Einfluss der reduzierten Masse aufhebt. Somit ist die Annahme gerechtfertigt, nur die Elektronenmasse zu betrachten.

---

<sup>3</sup>Es existiert bislang noch kein entsprechender Graph für den Vergleich von Absorptions- und TEOS-Daten, da entsprechende TEOS-Daten nur für ein elektrisches Feld von  $F=11\text{ kV/cm}$  vorliegen.

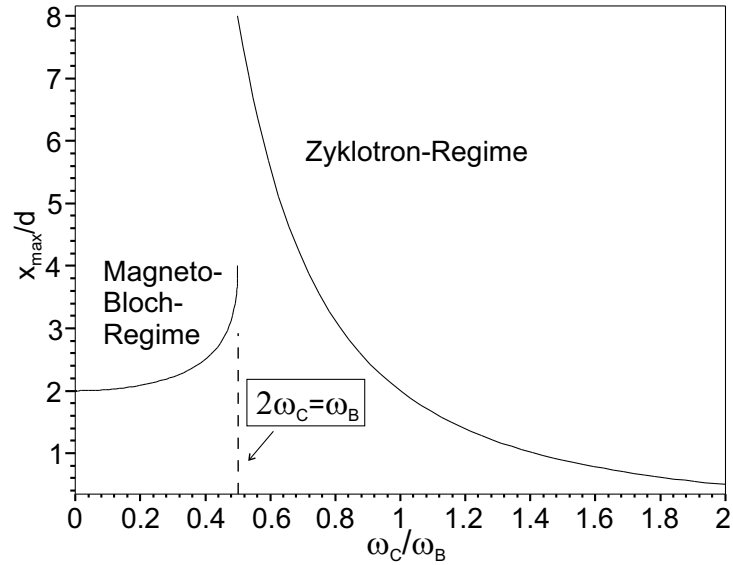


Abbildung 4.11.: Maximale räumliche Amplitude (Auslenkung) eines elektronischen Wellenpakets in Abhängigkeit des relativen magnetischen und elektrischen Feldes in Einheiten der Bloch-Amplitude ohne Magnetfeld. Der Übergang zwischen Magneto-Bloch-Bereich und Zyklotron-Bereich liegt bei  $2\omega_C = \omega_B$ . [20] entnommen.

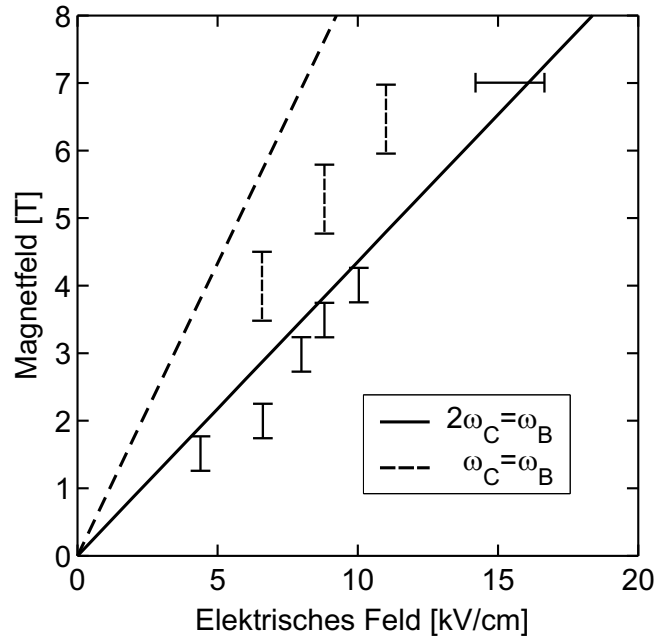


Abbildung 4.12.: Theoretische Vorhersagen (Linien durch den Ursprungspunkt) und experimentelle Befunde (Balken) für den Übergang von elektrisch dominiertem zu magnetisch dominiertem Bereich. Gestrichelte Linien: Spektral aufgelöste Messungen. Durchgezogene Linien: Zeitaufgelöste Messungen (REOS).

Die REOS-Messungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage. Die experimentellen Ergebnisse der Elektroreflexionsmessungen sind jedoch nicht ohne Weiteres mit der theoretischen Vorhersage in Einklang zu bringen. Die Balken geben den Magnetfeldbereich an, in dem die Wannier-Stark-Übergänge nicht unterscheidbar sind. Obwohl die Bedingung  $\omega_C = \omega_B$  als ungefähre Charakterisierung des Übergangsbereichs dienlich ist (siehe Abschnitt 2.4.4, Abb. 2.21), erscheint sie bei näherer Analyse als zu ungenau: Der Strukturverlust tritt schon bei kleineren Werten des Magnetfeldes ein als theoretisch vorhergesagt. Die Ursache dieser Diskrepanz konnte bisher nicht endgültig geklärt werden, jedoch wird im Folgenden eine Vermutung skizziert, die das dynamische Verhalten des Elektrons mit einbezieht: Die Amplitude der Bloch-Oszillation, die der Auslenkung des Elektrons entspricht, ist ein Maß für die räumliche Ausdehnung des elektronischen Wellenpakets. Ist das elektronische Wellenpaket über mehrere Übergitterperioden ausgedehnt, sind viele räumlich indirekte Übergänge möglich. Folglich reduziert sich die Stärke jedes einzelnen Übergangs. Es liegt die Schlussfolgerung nahe, dass die Amplitude der Bloch-Oszillationen im strukturlosen Bereich der Elektroreflexionsspektren ein Maximum erreicht, und durch die gleichzeitige Anregung vieler indirekter Übergänge die einzelnen Linien verwaschen. Diese Vermutung wird durch Abbildung 4.11 gestützt, welche die maximale räumliche Auslenkung darstellt. Wie bereits erwähnt, ist  $\omega_C = \omega_B$  (also  $\omega_C/\omega_B = 1$ ) kein ausgezeichneter Punkt. Für kleinere Werte des Magnetfeldes, d.h. kleinere Werte von  $\omega_C/\omega_B$ , wächst die Auslenkung des Wellenpakets und damit seine Ausdehnung drastisch an. Dies könnte erklären, warum der Strukturverlust in den Elektroreflexionsdaten schon bei kleineren Magnetfeldern auftritt, als die Bedingung  $\omega_C = \omega_B$  vorhersagt. Die maximale Auslenkung ist im Zyklotron-Regime in der Nähe von  $2\omega_C = \omega_B$  am größten, demnach ist auch in den spektralen Daten der Strukturverlust in der Nähe dieses Feldbereichs zu erwarten.

Dies stellt den Versuch einer Erklärung dar, der in Zukunft theoretisch behandelt werden müsste. Es besteht die Hoffnung, dass eine fundierte theoretische Berechnung den Unterschied zwischen spektralen und dynamischen Eigenschaften von Übergittern, bzw. zwischen Intra- und Interbandprozessen, erklären könnte.

Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass ALEXANDROU *et al.* den Übergangsbereich in spektral aufgelösten Daten ebenfalls beobachtet haben [65]. Mit Hilfe von Photostromspektroskopie untersuchten sie ein GaAs/Ga<sub>0,65</sub>Al<sub>0,35</sub>As-Übergitter in gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern. Dessen Periodenlänge ist kürzer als bei dem in dieser Arbeit untersuchten Übergitter: Bei ALEXANDROU *et al.* beträgt die Breite der GaAs-Töpfe 4 nm und die der GaAlAs-Barrieren 2 nm. Im Gegensatz zu unseren Befunden stimmt jedoch in ihrem Fall die Lage des Übergangsbereichs gut mit der Bedingung  $\omega_C = \omega_B$  überein, wenn die Masse der Form 4.4 verwendet wird<sup>4</sup>. Daraus muss die Konsequenz gezogen werden, dass Ver-

---

<sup>4</sup>ALEXANDROU *et al.* schreiben leider nicht explizit, welche Massenformel sie verwenden. Auch in einer entsprechenden Veröffentlichung von M. M. DIGNAM und E. SIPE [66] befindet sich kein Hinweis. In privater

gleiche zwischen spektral- und zeitaufgelösten Messungen nicht möglich sind, wenn diese an verschiedenen Übergitterproben in unterschiedlichen experimentellen Situationen aufgenommen wurden. Selbst eine neue elektrische Kontaktierung kann das Verhältnis von angelegter Vorspannung und am Übergitter abfallenden elektrischen Feld ändern. Um einen sicheren Vergleich zu ermöglichen, sollten die spektral- und zeitaufgelösten Messungen möglichst direkt aufeinander folgend durchgeführt werden. Zwischen den REOS- und den ER-Messungen wurde die Probe aus dem Kryostaten herausgenommen, hingegen folgten die Absorptions- und TEOS-Messungen direkt aufeinander, so dass der Befund als sicher gelten kann.

---

Korrespondenz bejahte M. M. DIGNAM jedoch die Gültigkeit der Form 4.4.

## 5. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit werden Energiezustände in einem GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-Halbleiterübergitter in gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern untersucht. Dabei liegt das elektrische Feld  $F$  in Wachstumsrichtung an, während das Magnetfeld  $B$  senkrecht dazu in der Ebene der Schichten orientiert ist. Es werden die experimentellen Methoden der Elektreflexions- und Transmissionsspektroskopie angewendet. Die experimentellen Ergebnisse werden sowohl mit theoretischen Berechnungen verglichen als auch mit zeitaufgelösten Daten in Bezug gesetzt.

Sowohl in den Elektreflexions- als auch in den Transmissionsspektren lassen sich je nach relativem Wert des elektrischen und magnetischen Feldes  $B/F = x$  drei verschiedene Bereiche unterscheiden. Für kleines  $x$  sind Wannier-Stark-Übergänge sichtbar, die sich mit steigendem  $B$ -Feld zu höheren Energien verschieben. Die auffälligste Beobachtung ist das Verschwinden der Wannier-Stark-Zustände mit steigendem Magnetfeld: Bei mittlerem  $x$ , wenn die magnetische Energie  $\hbar\omega_C$  die Größenordnung der elektrischen Energie  $\hbar\omega_B$  erreicht, beobachtet man einen nahezu strukturlosen Übergangsbereich. Für größere Magnetfeldstärken lassen sich wieder Übergänge identifizieren, die Landau-Charakter besitzen.

Die Existenz eines strukturlosen Übergangsbereichs unterscheidet die Geometrie gekreuzter Felder wesentlich von der Konfiguration parallel gerichteter Felder ( $F$ - und  $B$ -Feld in Wachstumsrichtung [5]). Der Übergangsbereich wurde bereits zuvor beobachtet [65], eine Erklärung seines Ursprungs stand jedoch noch aus. Letztere gewinnen wir aus der Zusammenarbeit mit der Theorie: Auf der Grundlage der Modellrechnungen von S. GLUTSCH und S. STEPANOW aus Jena lässt sich feststellen, dass jeder Wannier-Stark-Zustand in Anwesenheit eines Magnetfeldes in Landau-Zustände aufspaltet. Mit steigendem Magnetfeld verschieben sich diese, wie auch die Wannier-Stark-Zustände, zu höheren Energien, so dass sich eine wachsende Anzahl von Zuständen energetisch annähert. Die Wechselwirkung von Zuständen führt zu vermiedenen Überkreuzungen und damit zu einer Verteilung der Oszillatorstärke, so dass die Stärke jedes einzelnen Zustands abnimmt und einzelne Linien nicht mehr auflösen sind. Interessanterweise spielt die Verkürzung der Lebenszeit der involvierten Zustände (homogene Linienverbreiterung) eine untergeordnete Rolle bei der Entstehung des Übergangsbereichs.

Auch hinsichtlich anderer Aspekte ist die Übereinstimmung von Theorie und Experiment zufriedenstellend: Die auf Grundlage der Einteilchen-Theorie vorhergesagte energetische Verschiebung der Wannier-Stark- und Landau-Niveaus mit steigendem Magnetfeld kann experimentell

mittels Elektroreflexionsmessungen verifiziert werden. Die experimentellen Absorptionsspektren lassen sich direkt mit den theoretischen Absorptionsspektren vergleichen und zeigen die vorhergesagten Energieübergänge. Darüberhinaus sind Fano-Resonanzen als asymmetrische Linienprofile zu beobachten.

Das Zusammenspiel von Theorie und Experiment stellt sich demnach in dieser Arbeit als sehr fruchtbar heraus: Die vorgestellten Experimente leisten der Theorie einen Dienst, indem sie wesentliche theoretische Vorhersagen experimentell verifizieren. Andererseits gewinnt das Verständnis der experimentellen Beobachtungen erst durch theoretische Erkenntnisse sein Fundament.

Während der Vergleich von Theorie und Experiment weitgehend abgeschlossen ist [21], wirft der Vergleich der spektral aufgelösten Daten mit zeitaufgelösten Messergebnissen noch ungelöste Fragen auf. Die Dynamik optisch angeregter Wellenpakete lässt sich analog zu den Elektroreflexions- und Absorptionsspektren in ein elektrisch-dominiertes Regime für kleines  $B/F = x$  und ein magnetisch-dominiertes Regime für großes  $x$  unterteilen. Die beiden Bereiche sind durch einen mittleren  $x$ -Wert separiert, bei dem keine kohärenten Oszillationen zu beobachten sind. Dieser Übergang findet entgegen der Erwartung nicht bei dem gleichen  $x$ -Wert statt wie in spektral aufgelösten Daten. In der vorliegenden Arbeit wird dieser Befund präzisiert: Absorptionsspektren werden mit TEOS-Spektren (englisch: *transmittive electro-optic sampling*), Elektroreflexionsdaten mit REOS-Spektren (englisch: *reflective electro-optic sampling*) verglichen.

Sehr deutlich ist die Diskrepanz zu erkennen: In spektral aufgelösten Daten liegt der Übergangsbereich bei größeren  $x$ -Werten als in zeitaufgelösten Daten, so dass im spektralen Übergangsbereich wieder langlebige Oszillationen in den zeitaufgelösten Messungen zu beobachten sind. Umgekehrt sind in den spektral aufgelösten Messungen noch deutliche Strukturen erkennbar, wenn am dynamischen Übergang zwischen elektrisch- und magnetisch-dominiertem Regime Oszillationen ausbleiben.

Die Experimente dieser Arbeit motivieren demnach die weitere Beschäftigung mit folgenden Problemen: Die Diskrepanz zwischen spektral- und zeitaufgelösten Daten hinsichtlich des Übergangsbereichs muss in Zukunft theoretisch behandelt werden. Es besteht bereits ein Angebot von M. M. DIGNAM, sich des Problems anzunehmen. Damit verbunden ist die Frage nach der genauen Bedingung für den Übergangsbereich in den spektralen Daten, da die bisherige Bedingung zu grob zu sein scheint.

Die Untersuchung von Energiezuständen in Halbleiterübergittern wird auch in Zukunft eine Rolle spielen. Nachdem die Geometrien von parallel und senkrecht orientiertem  $B$  und  $F$  eingehend behandelt wurden, stellt nun der Fall arbiträrer Feldanordnung eine neue Aufgabe dar. Wenn das Magnetfeld mit dem elektrischen Feld einen arbiträren Winkel einschließt, wird



---

in zeitaufgelösten Messungen eine Kopplung von Magneto-Bloch- und Zyklotron-Oszillationen beobachtet, die sich in einem kohärenten Quasi-DC-Strom und verstärkter Feldabschirmung ausdrückt [58]. Es wäre interessant zu untersuchen, mit welchen spektralen Eigenschaften diese dynamischen Befunde korrespondieren. Hierzu bieten sich die Methoden der Elektroreflexions- und Transmissionsspektroskopie an, die sich in dieser Arbeit als geeignet erwiesen haben.



## 6. Danksagung

Bei allen Menschen, die mich bei meiner Diplomarbeit unterstützt haben, möchte ich mich ganz herzlich bedanken.

Herrn Prof. Hartmut G. Roskos danke ich für die Aufnahme ins Physikalische Institut und für die Möglichkeit, im Rahmen der Kooperation mit S. Glutsch eine Veröffentlichung zu verfassen. Diesbezüglich kam es zu vielen interessanten Diskussionen, in denen ich von ihm lernen konnte, wie man im Ringen um wissenschaftliche Aussagen nie zu genau nachfragen kann.

Frau Dipl. Phys. Anne Beate Hummel danke ich für ihre engagierte Betreuung meiner Arbeit. Ihre Diplomarbeit diente mir zu Beginn als Einführung in die Welt der Übergitter und später als Vorbild für meine eigene. Ich habe mich bemüht, etwas von ihrer sorgfältigen Arbeitsweise zu lernen (unerreichbar ist ihre Kunst des Laborbuch-Schreibens!) und war oft froh über ihre ruhige Zuversicht, wenn ich mich nach einer langen Diskussion selbst wie ein „strukturloser Übergangsbereich“ gefühlt habe.

Herrn Dr. Stephan Glutsch und Herrn Dipl. Phys. Sebastian Stepanow aus Jena danke ich für die Erstellung der Theorie und die Berechnung der Absorptionsspektren. Herrn Glutsch bin ich insbesondere für seine stete Zusammenarbeit per Email und seinen Besuch in Frankfurt dankbar.

Herrn Prof. Ernst Mohler möchte ich für seine große Hilfsbereitschaft danken, insbesondere für seine Erklärungen zur Fano-Resonanz und zur Auswertung der Elektroreflexionsspektren.

Bei Herrn Dr. Alvydas Lisauskas bedanke ich mich für viele interessante Stunden im Labor, seine Geduld bei der Einführung in die zeitaufgelöste Photostromspektroskopie [89] und in den Situationen, in denen das endlich gefundene Signal mysteriöser Weise wieder verschwand...

Herrn Dipl. Phys. Robert Sachs und Dr. Mark Thompson habe ich die Befreiung meiner Transmissionsspektren von Fabry-Perot-Interferenzen zu verdanken. Frau Dipl. Phys. Johanna Kolb nahm mir die Angst vor LaTeX und half mir diesbezüglich bei einigen Fragen. Außerdem wurde auf ihrem Schreibtisch das beste Eis aus flüssigem Stickstoff zusammengebracht.

Auch bei meinen beiden Zimmergenossen, Robert Wipf und Tobias Hahn, bedanke ich mich für physikalische und sonstige Diskussionen, ihre Hilfe in Situationen der Art: „Ich schicke euch gleich mal ein paar ziemlich große Emails...“ und andere lebensrettende Maßnahmen

(Stichwort: Espresso). Den anderen Mitgliedern der Arbeitsgruppe Roskos danke ich für das angenehme Arbeitsklima.

Frau Marion Jordan danke ich für ihre schwungvollen Begrüßungen und die Verwaltungsarbeit.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dirk Rischke, meinem Vertrauensdozenten der Studienstiftung, nicht nur für seine erhellenden (und sogar unterhaltsamen) Theorievorlesungen, sondern vor allem für seine stete Ermutigung.

Ohne meine guten Freunde aus der Physik - Christian, Jan, Philipp, Francesca und Kirsten - hätte mir mein Studium nicht halb so viel Freude bereitet.

Ein herzliches Dankeschön an meinen Freund Bernhard für viele erholsame Stunden abseits der Uni.

Meinen Eltern danke ich für all ihre Unterstützung und immerwährende Bestärkung.

# A. Anhang

## A.1. Bezeichnungen

Es folgt eine Liste der wichtigsten Bezeichnungen. Ausnahmen werden im Text explizit erwähnt.

$x, y, z$	Ortskoordinaten.
$\vec{r}$	Ortsvektor.
$\vec{v}$	Geschwindigkeitsvektor $\dot{\vec{r}}$ .
$\vec{k}; k$	Wellenvektor; sein Betrag.
$F$	Elektrisches Feld (stets in $x$ -Richtung).
$B$	Magnetisches Feld (stets in $z$ -Richtung).
$E; E_n$	Energie; diskrete Energie.
$V$	Potential.
$e$	Elementarladung (positiv).
$\epsilon_0; \epsilon(\omega)$	Dielektrizitätskonstante des Vakuums; dielektrische Funktion.
$\chi(\omega)$	Suszeptibilität.
$h; \hbar$	Plancksches Wirkungsquantum ( $\hbar = h/2\pi$ ).
$m_0$	Ruhemasse des freien Elektrons.
$m_{\text{eff}}$	Effektive Masse.
$m_e; m_h$	Effektive Masse von Elektron bzw. Loch.
$m_r$	Reduzierte effektive Masse eines Elektron-Loch-Paares.
$n_{\text{WS}}$	Wannier-Stark-Index.
$n_{\text{L}}$	Landau-Index.
hh; lh	Schwerloch; Leichtloch.
$\Delta_n$	Breite des $n$ -ten Minibandes.
$d$	Länge einer Übergitterperiode.
$\lambda; \lambda_c$	Lokalisierungslänge; magnetische Länge.
$\omega; \omega_B; \omega_C$	Kreisfrequenz (im Allgemeinen); Bloch-Frequenz; Zyklotronfrequenz.

## A.2. Fano-Resonanz

Dieses quantenmechanische Modell der Fano-Resonanz verdeutlicht, wie durch die Kopplung zwischen einem diskreten Zustand und Kontinuumszuständen eine Asymmetrie in der Absorption um den diskreten Zustand auftritt<sup>1</sup>.

Sei  $E_0$  die Energie der diskreten Resonanz. Das Kontinuum wird als diskretisiert, d.h. aufgebaut aus dicht liegenden diskreten Energien  $E_i$ , angenommen<sup>2</sup>. Im Rahmen der Störungstheorie erster Ordnung wird das Eigenwertproblem formuliert: Die Wechselwirkung zwischen dem diskreten Zustand und dem Kontinuum, welche die Funktion der Kopplung übernimmt, wird  $\kappa$  genannt und entspricht in unserem Fall der Coulomb-Wechselwirkung.  $\kappa$  koppelt  $E_0$  mit  $E_i$ , während die  $E_i$  untereinander ungekoppelt sind. Deshalb steht  $\kappa$  in der Matrix nur in der 1. Zeile und 1. Spalte, und bis auf die Diagonalelemente sind die restlichen Matrixeinträge Null. Die Diagonalelemente sind durch die Differenz aus ungestörter Energie und gestörter Energie  $\lambda$  gegeben.

$$\begin{pmatrix} E_0 - \lambda & \kappa & \dots & \kappa & \dots \\ \kappa & E_1 - \lambda & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ \kappa & \vdots & 0 & E_j - \lambda & 0 \\ \vdots & 0 & \dots & 0 & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ c_j \\ \vdots \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Wie sehen die Einträge des Zustandsvektors  $\vec{c}$  aus? Dazu betrachtet man zwei Fälle:

1)  $\lambda \approx E_0$ , d.h. die gestörte Energie entspricht ungefähr der ungestörten des diskreten Zustands. Dann gilt  $c_0 \approx 1$  und  $c_j(E_j - E_0) + \kappa \approx 0$ , d.h.  $c_j \approx \kappa/(E_0 - E_j)$ . Der Eintrag (d.h. die Amplitude)  $c_0$  dominiert also.

2)  $\lambda \approx E_i$ , d.h. die gestörten Energien entsprechen ungefähr den ungestörten der Kontinuumszustände. Dann gilt  $c_i = \delta_{ij}$  und  $c_0(E_0 - E_j) + \kappa \approx 0$ , d.h.  $c_0 \approx \kappa/(E_j - E_0)$ . Die Amplitude  $c_0$  enthält also Beimischungen der Kontinuumsenergien. Es werden nur Terme erster Ordnung in  $\kappa$  berücksichtigt. Die Normierung der  $c$  wäre von zweiter Ordnung in  $\kappa$  und wird deshalb übergangen.

Nun werden die Wahrscheinlichkeiten  $P$  bestimmt, mit der ein optischer Übergang von einem beliebigen Grundzustand a) in den diskreten Zustand  $E_0$  und b) in einen Kontinuumszustand

<sup>1</sup>Für dieses Modell danke ich Herrn Prof. E. Mohler.

<sup>2</sup>Diese diskrete Behandlung eines Kontinuums wird durch die Annahme von Randbedingungen motiviert. Analogie: Ein unendlich langes Seil kann mit unendlich vielen Frequenzen schwingen, wobei die Werte der Frequenzen kontinuierlich verteilt sind. Werden Randbedingungen eingeführt, d.h. das Seil an zwei Enden festgehalten, sind nur noch diskrete Energien möglich, bei denen ganzzahlige Vielfache der halben Wellenlänge ihre Nulldurchgänge an den Endpunkten haben.

$E_j$  stattfinden kann. Dabei ist  $A_0$  die ungestörte Übergangsamplitude zu  $E_0$  und  $a_j$  zu  $E_j$ , wobei angenommen wird, dass die Übergangsamplitude zu allen Kontinuumszuständen gleich ist, d.h.  $a_j = a$ :

a)

$$P_0 = |A_0 + a \sum_j \frac{\kappa}{E_0 - E_j}|^2 \quad (\text{A.2})$$

und

b)

$$P_j = |a + A_0 \frac{\kappa}{E_j - E_0}|^2. \quad (\text{A.3})$$

Vernachlässigt man Terme zweiter Ordnung in  $\kappa$  und nimmt  $A_0$  und  $a$  als reell an, so erhält man

a)

$$P_0 \approx A_0^2 + 2aA_0 \sum_j \frac{\kappa}{E_0 - E_j} \quad (\text{A.4})$$

und

b)

$$P_j \approx a^2 + 2aA_0 \sum_j \frac{\kappa}{E_j - E_0}. \quad (\text{A.5})$$

Offensichtlich ist in der Wahrscheinlichkeit  $P_0$  für einen Übergang in den diskreten Zustand ein Anteil für einen Übergang in einen Kontinuumszustand enthalten und anders herum. Setzt man  $A_0 = 1$  und  $a/A_0 = V$ , ergibt sich

$$P_0 \approx 1 + 2V \sum_j \frac{\kappa}{E_0 - E_j} \quad (\text{A.6})$$

und

$$P_j \approx V^2 + 2V \sum_j \frac{\kappa}{E_j - E_0}. \quad (\text{A.7})$$

Ist der zweite Summand bei  $P_j$  positiv, so ist der zweite Summand bei  $P_0$  negativ. Das bedeutet, dass die Oszillatorstärke, die durch die Kopplung bei den Kontinuumszuständen hinzukommt, dem diskreten Zustand abgezogen wird. Wenn der zweite Summand bei  $P_j$  negativ ist, wird den Kontinuumszuständen die Oszillatorstärke abgezogen, die dem diskreten Zustand hinzugefügt wird. Es kommt auf das Vorzeichen der Wechselwirkung  $\kappa$  an, welche Richtung die Asymmetrie hat, d.h. auf welcher energetischen Seite der diskreten Resonanz etwas hinzugefügt bzw.

abgezogen wird. Man erkennt auch, dass die Kopplung durch  $\kappa$  notwendig für das Auftreten der Fano-Resonanz ist, da im Fall  $\kappa = 0$  keine Mischung der Übergangsamplituden besteht. In diesem Fall besteht keine feste Phasenbeziehung zwischen dem diskreten Zustand und den Kontinuumszuständen und Interferenzeffekte treten nicht auf.

Es handelt sich um ein einfaches Modell, da es z.B. die Abstandsabhängigkeit von  $\kappa$  nicht berücksichtigt, obwohl es plausibel erscheint, dass die Wechselwirkung für Kontinuumszustände, die energetisch nahe an der diskreten Resonanz liegen, größer ist als für weiter entfernte. Trotzdem verdeutlicht es sehr gut die wesentlichen Aspekte der Fano-Resonanz.

### A.3. Berechnung der Anregungsdichte

Berechnung der Volumenanzregungsdichte  $\rho$ :

$$\rho = \frac{\text{Anzahl der Photonen, die eine Anregung verursachen (N)}}{\text{Volumen (V)}}. \quad (\text{A.8})$$

Seien in einem Laserpuls  $N'$  Photonen enthalten. Die Energie eines Pulses sei  $E_{\text{Puls}}$  und die Energie eines Photons  $E_{\text{Photon}}$ . Das Volumen  $V$  setzt sich aus beleuchteter Fläche  $A$  und Absorptionstiefe  $d$  zusammen. Unter der Annahme, dass nur jedes zweite Photon eines Pulses eine Anregung verursacht, gilt:

$$\frac{N}{V} = \frac{0.5 \cdot N'}{V} = \frac{0.5 \cdot E_{\text{puls}}}{E_{\text{photon}}} \cdot \frac{1}{A \cdot d}. \quad (\text{A.9})$$

Die Energie eines Laserpulses ist durch den Quotient aus mittlerer Leistung  $P$  (in Watt) und Repetitionsrate  $f_{\text{Laser}}$  (in Hz) gegeben. Ferner ist die Energie eines Photons  $h \cdot c/\lambda$ , wobei  $\lambda$  die Wellenlänge eines Photons ist. Damit gilt:

$$\rho = \frac{0.5 \cdot P}{f_{\text{Laser}}} \cdot \frac{\lambda}{h \cdot c} \cdot \frac{1}{A \cdot d}. \quad (\text{A.10})$$

Für die Anregungsbedingungen

- $P = 2 \text{ mW}$
- $\lambda = 800 \text{ nm}$
- $f_{\text{Laser}} = 86 \text{ MHz}$
- $A = 230 \mu\text{m} \cdot 290 \mu\text{m} \cdot \pi$



- $d = 1 \mu\text{m}$

ergibt sich eine Anregungsdichte  $\rho$  von ca.  $2 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-3}$ .

## A.4. Feldbestimmung

Der Zusammenhang zwischen dem elektrischen Feld  $F$ , das an dem Übergitter anliegt, und der externen Vorspannung weicht für die Transmissionsprobe von Gleichung 3.3 ab, da im Gegensatz zu der Probe für Elektreflexionsexperimente der substratseitige Kontakt nicht getempert werden kann (siehe Abschnitt 3.2.2). Zur Feldbestimmung wird Gleichung 2.31 herangezogen:

$$\mathcal{E}_{n_{\text{WS}}}(F) = \mathcal{E}_0(F) + n_{\text{WS}}eFd, \quad n_{\text{WS}} = \dots, -1, 0, +1, \dots \quad (\text{A.11})$$

Aus dem energetischen Abstand der Elektron-Schwerloch-Übergänge  $n_{\text{WS}} = -1$  und  $n_{\text{WS}} = 0$  lässt sich das an dem Übergitter anliegende elektrische Feld bestimmen:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{n_{\text{WS}}=-1} - \mathcal{E}_{n_{\text{WS}}=0} &= (-1)edF + \mathcal{E}_0(F) - \mathcal{E}_0(F) \\ \Rightarrow F &= \frac{\mathcal{E}_{n_{\text{WS}}=-1} - \mathcal{E}_{n_{\text{WS}}=0}}{ed}. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

In Abbildung A.1 sind Absorptionsspektren der untersuchten Probe ohne Magnetfeld in Abhängigkeit von der externen Vorspannung dargestellt. Die Spektren wurde in einem einfachen Transmissionsexperiment aufgenommen und mit dem spektralen Verlauf der verwendeten Laserstrahlung normiert. Die Vorspannung variiert in 0.1 V-Schritten. Im Flachbandbereich ( $-1.8 \text{ V}$  bis  $-2.5 \text{ V}$ ) sind der Schwerloch- und der Leichtloch-Minibandübergang zu sehen. Ab einer Vorspannung von  $-1.5 \text{ V}$  lassen sich der hh-1- und der hh0-Übergang identifizieren und aus ihrem Abstand das elektrische Feld bestimmen. Der Abstand der beiden Übergänge und das daraus bestimmte elektrische Feld sind in Abbildung A.2 dargestellt. Im Absorptionsspektrum A.1 sind die Kurven für diejenigen Vorspannungen fettgedruckt, die den experimentell relevanten elektrischen Feldern ( $10 \text{ kV/cm}$  ( $0 \text{ V}$ ),  $5 \text{ kV/cm}$  ( $-1.5 \text{ V}$ ) und der Flachband-Situation ( $-2.2 \text{ V}$ )) entsprechen.

Dieser Methode der Feldbestimmung haftet jedoch ein Fehler an: Der energetische Abstand zwischen den Wannier-Stark-Niveaus  $n_{\text{WS}} = -1$  und  $n_{\text{WS}} = 0$  ist nicht gleich groß wie der Abstand der Niveaus  $n_{\text{WS}} = 0$  und  $n_{\text{WS}} = +1$ . Grund für diese Absorptions-Asymmetrie sind Coulomb-Effekte (siehe Abschnitt 2.3.2). Der energetische Abstand der Übergänge  $n_{\text{WS}} = -1$  und  $0$  ist in der exzitonischen Wannier-Stark-Leiter kleiner als der Abstand der Übergänge

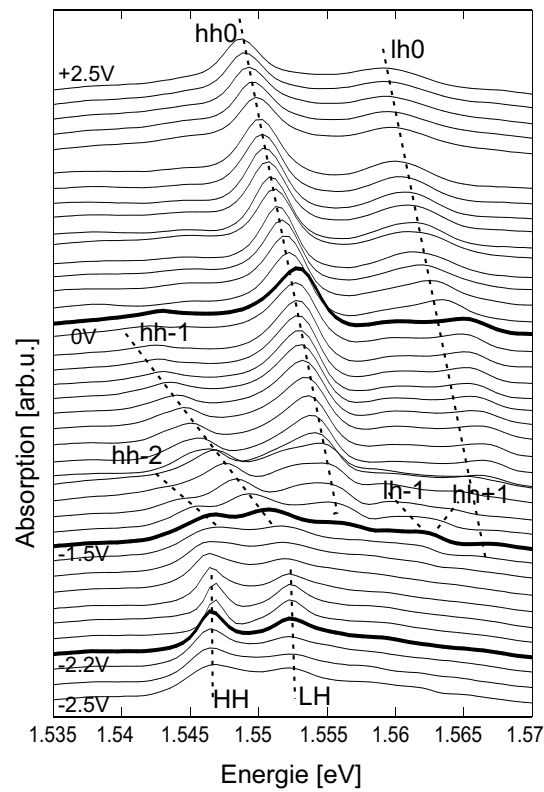


Abbildung A.1.: Absorptionsspektrum der Transmissionsprobe ohne Magnetfeld in Abhängigkeit von der externen Vorspannung, die in Schritten von 0.1 V variiert wird. Miniband- und Wannier-Stark-Übergänge sind gekennzeichnet. Die fettgedruckten Kurven entsprechen elektrischen Feldern von 10 kV/cm (0 V), 5 kV/cm (-1.5 V) und der Flachband-Situation (-2.2 V).

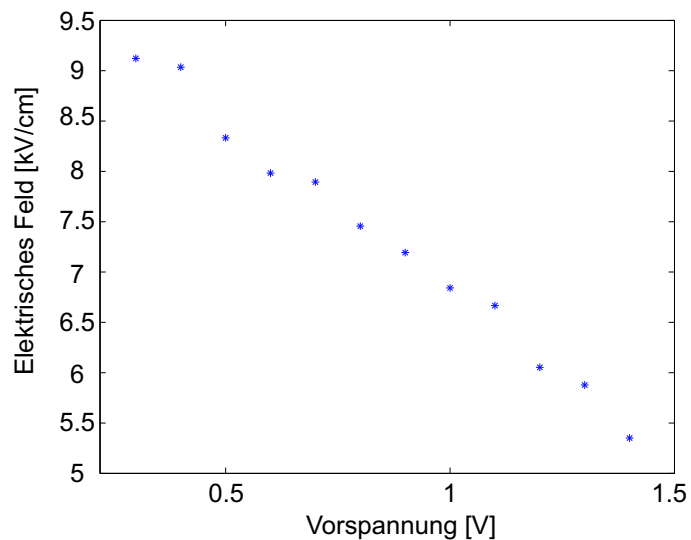


Abbildung A.2.: Aus den Energiedifferenzen des hh0- und hh-1-Übergangs (herausgelesen aus Abb. A.1) und Gleichung A.12 ermitteltes elektrisches Feld in Abhängigkeit der externen Vorspannung.

$n_{\text{WS}}=0$  und  $+1$ , folglich ist das mit der oben beschriebenen Methode bestimmte elektrische Feld etwas zu klein. Um einen genaueren Wert zu erhalten, kann man die energetische Differenz der Übergänge  $n_{\text{WS}}=+1$  und  $-1$  verwenden, die  $2eFd$  beträgt<sup>3</sup>. Leider ist der  $hh+1$ -Übergang im Absorptionsspektrum (Abb. A.1) nur bei einigen wenigen Vorspannungen und dann auch nur sehr schwach zu sehen. Deshalb mussten wir zunächst mit der ungenaueren Methode (mittels des Abstands zwischen  $n_{\text{WS}} = -1$  und  $0$ ) eine ungefähre Feldbestimmung vornehmen, um sie später evtl. zu korrigieren. Allerdings stimmte das „ungenau“ ermittelte elektrische Feld bis auf einen Fall mit der genauen Bestimmung überein: Lediglich in einem Absorptionsspektrum wurde das zuvor abgeschätzte elektrische Feld von  $5 \text{ kV/cm}$  auf  $6 \text{ kV/cm}$  korrigiert.

## A.5. Fabry-Perot-Interferenzen

Durch Reflexionen im Inneren der Probe entstehen hinter der Probe Interferenzen, die eine Modulation des Signals verursachen. Abbildung A.3 (oben) zeigt das ursprüngliche Transmissionssignal (bzw. dessen Inverses) für den Fall ohne Magnetfeld. Deutlich ist ein Abfall der Absorption zu höheren Energien zu erkennen. Mit Hilfe eines Computerprogramms wurden die Schichten der Probe modelliert und die resultierende Fabry-Perot-Modulationskurve errechnet. Hierbei wurde für GaAs ein Brechungsindex von  $n = 3.6$  und für  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$   $n = 3.325$  angenommen. Für ein Übergitter mit 35 GaAs/ $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Perioden ( $9.7 \text{ nm}/1.7 \text{ nm}$ ), eine GaAs-Deckschicht von  $30 \text{ nm}$  und eine Substratdicke von  $100 \mu\text{m}$  ergibt sich die Fabry-Perot-Modulationskurve, die in Abb. A.3 (Mitte) dargestellt ist. Wird diese Kurve von den experimentellen Daten subtrahiert, so erhält man das korrigierte Spektrum (Abbildung A.3 unten). Das korrigierte Spektrum weist das erwartete Kontinuum über der Bandlücke auf. Lediglich eine schwache Modulation mit kürzerer Wellenlänge mit einem Maximum bei  $1.54 \text{ eV}$  ist zu erahnen, die auf eine nicht berücksichtigte dickere Schicht hindeutet. Vermutlich ist die UV-Kleberschicht dafür verantwortlich. Ferner fällt auf, dass der Nullpunkt der Transmissionskurve für  $B = 8 \text{ T}$  (grüne Kurve) tiefer liegt als für die übrigen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sich das Referenzspektrum bei  $8 \text{ T}$  leicht verschoben hat. Eventuell liegt dies an einem Einfluss des Magnetfeldes auf den Monochromator oder die Spiegel.

## A.6. Zener-Effekt

Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, dass Zener-Tunneln für Übergitter, insbesondere für die in dieser Arbeit verwendeten Parameter, eine große Rolle spielt.

<sup>3</sup>Als Test für die Genauigkeit dieser Methode wurde auf diese Weise das elektrische Feld eines theoretischen Spektrums nachgeprüft, dessen elektrisches Feld von der Theorie zu  $F=10 \text{ kV/cm}$  bestimmt war. Das durch den Abstand von  $n_{\text{WS}}=+1$  und  $-1$  bestimmte elektrische Feld beträgt  $F=10.13 \text{ kV/cm}$ , d.h. der Fehler ist von der Größenordnung von  $1\%$  und damit zu vernachlässigen.

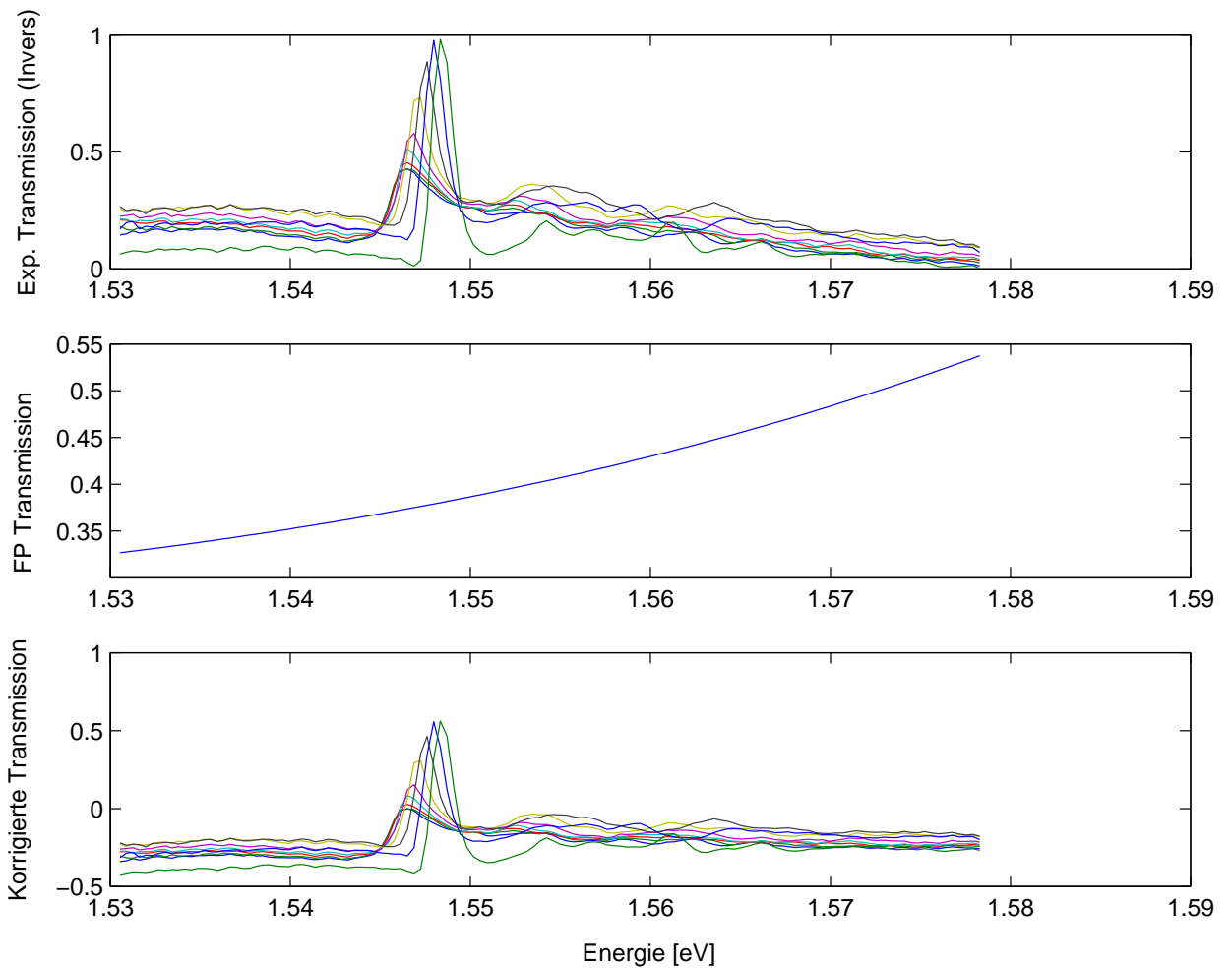


Abbildung A.3.: Oben: Das Inverse der experimentellen Transmission (a.u.) als Funktion der Anregungsenergie. Das Kontinuum über der Bandlücke weist einen energetischen Abfall auf, der auf Fabry-Perot-Interferenzen zurückzuführen ist. Mitte: Berechnete Fabry-Perot-Modulation. Unten: Das durch Subtraktion der Fabry-Perot-Modulation korrigierte (inverse) Transmissionssignal.

In seiner grundlegenden Arbeit [84] berechnet ZENER die Rate (Teilchenzahl pro Zeiteinheit)  $\gamma$ , mit der ein Elektron in einen Zustand eines höheren Bandes tunnelt. Dafür geht er von der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung für ein Teilchen im Gitterpotential und im elektrischen Feld  $F$  aus. Um sie zu lösen, verwendet er als Ansatz eine zeitunabhängige Wellenfunktion, die im verbotenen Bereich zwischen den Bändern exponentiell abklingt. Für die Tunnelrate  $\gamma$  ergibt sich

$$\gamma = \frac{eFa}{h} \exp - \left\{ \frac{\pi^2 m_e a E_{gap}^2}{h^2 |eF|} \right\}, \quad (\text{A.13})$$

wobei  $a$  die Gitterperiode,  $e$  die Elementarladung,  $m_e$  die effektive Elektronenmasse und  $E_{gap}$  die Bandlückenenergie bezeichnet.

Für einen Volumenhalbleiter mit Gitterperiode  $a = 3 \cdot 10^{-8} \text{cm}$ , einer Bandlücke von  $E_{gap} = 2 \text{eV}$  und einem elektrischen Feld  $F^*$  in V/cm erhält man

$$\gamma = 10^7 F^* 10^{-2 \cdot 10^7 / F^*} \quad [\text{Anzahl/Sekunde}]. \quad (\text{A.14})$$

Offensichtlich spielt das Tunneln in höhere Bänder erst dann eine Rolle, wenn  $F^*$  die Größenordnung  $10^7$  erreicht, d.h.  $F \approx 10^7 \text{V/cm} = 10^4 \text{kV/cm}$ .

Werden jedoch die Parameter für das Übergitter, das in dieser Arbeit untersucht wird, in Gleichung A.13 eingesetzt, so ist der Wert für  $\gamma$  deutlich größer. Statt der Gitterperiode  $a$  muss die Übergitterperiode  $d = 11.4 \cdot 10^{-9} \text{m}$  verwendet werden. Die Energielücke zwischen den ersten beiden elektronischen Minibändern beträgt [21]:

$$E_{gap} \approx 54 \text{meV} = 54 \cdot 10^{-3} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{VAs}.$$

Ferner muss die Elektronenmasse in Übergitterrichtung

$$m_{e,x} = 0.114 \cdot m_0 = 0.114 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$$

berücksichtigt werden. Mit  $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{As}$  und  $h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{VAs}^2$  ergibt sich:

$$\begin{aligned} \gamma &\approx 2.5 \cdot 10^8 F^* \exp - \{13 \cdot 10^4 / F^*\} \\ &= 2.5 \cdot 10^8 F^* \cdot 10^{-5.6 \cdot 10^4 / F^*}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Dabei wurde im letzten Schritt

$$\exp\{x\} = 10^{\lg(\exp\{x\})} = 10^{x \cdot \lg(e)} = 10^{0.434 x}$$

ausgenutzt.

Aus Gleichung A.15 wird ersichtlich, dass für das untersuchte Übergitter Zener-Tunneln relevant wird, wenn  $F^*$  die Größenordnung  $10^4$  erreicht, d.h.  $F \approx 10^4 \text{ V/cm} = 10 \text{ kV/cm}$ . Dieser Wert stimmt mit dem experimentellen Befund sehr gut überein.

# Literaturverzeichnis

- [1] LANDAU, L.: Diamagnetismus der Metalle. In: *Zeitschrift für Physik* 64 (1930), S. 629
- [2] JAMES, H. M.: Electronic States in Perturbed Periodic Systems. In: *Phys. Rev.* 76 (1949), S. 1611
- [3] ESAKI, L. ; TSU, R.: Superlattice and Negative Differential Conductivity in Semiconductors. In: *IBM J. Res. Develop.* (1970), S. 61–65
- [4] BLOCH, F.: Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern. In: *Z. Phys.* 52 (1928), S. 555
- [5] HUMMEL, A. B. ; BAUER, T. ; ROSKOS, H. G. ; GLUTSCH, S. ; KÖHLER, K.: Influence of a strong magnetic field on the Wannier-Stark states of an electrically biased GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As superlattice. In: *Phys. Rev. B* 67 (2003), S. 045319
- [6] STEPANOW, S. M.: *Optische Absorption von Supergittern in gekreuzten äußeren elektrischen und magnetischen Feldern*, Friedrich-Schiller-Universität Jena, Physikal.-Astronom. Fakultät, Diplomarbeit, 2002
- [7] IBACH, H. (Hrsg.) ; LÜTH, H. (Hrsg.): *Festkörperphysik*. Springer, 1988
- [8] ASHCROFT, N. W. ; MERMIN, N. D.: *Festkörperphysik*. Oldenburgerverlag München Wien, 2001
- [9] DEMTRÖDER, W.: *Experimentalphysik 3*. Springer-Verlag, 1. Auflage, 1996
- [10] CHELIKOVSKY, J. R. ; COHEN, M. L.: Nonlocal pseudopotential calculations for the electronic structure of eleven diamond and zinc-blende semiconductors. In: *Phys. Rev. B* 14 (1976), S. 556
- [11] WOLTER, F.: *Terahertz-Emission von Bloch-Oszillationen in dissipativer Umgebung*, RWTH Aachen, Diss., 1998
- [12] BROIDO, D. A. ; SHAM, L. J.: Valence-band coupling and Fano-resonance effects on the excitonic spectrum in undoped quantum wells. In: *Phys. Rev. B* 34 (1986), Nr. 6, S. 3917

- [13] ALTARELLI, M. ; EKENBERG, U.: Calculations of hole subbands in semiconductor quantum wells and superlattices. In: *Phys. Rev. B* 32 (1985), Nr. 8, S. 5138
- [14] KLINGSHIRN, C. F.: *Semiconductor Optics*. Springer-Verlag, 1997
- [15] MILLER, David A.: Optical physics of quantum wells. In: *The Scottish Universities Summer School in Physics*, 1995, S. 239
- [16] GRAHN, H. T.: *Semiconductor Superlattices*. World Scientific, 1995
- [17] CHO, A. Y.: Growth of Periodic Structures by the Molecular-Beam Method. In: *Appl. Phys. Lett.* 19 (1971), Nr. 11, S. 467
- [18] RÜHLE, W. W. ; LEO, K. ; BAUSER, E.: Cooling of a hot electron-hole plasma in  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . In: *Phys. Rev. B* 40 (1989), Nr. 3, S. 1756
- [19] WEISBUCH, C. ; VINTER, B.: *Quantum Semiconductor Structures*. Academic Press, 1991
- [20] BAUER, Tobias: *Kohärenter Hall-Effekt in einem Halbleiterübergitter*, Physikalisches Institut der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt am Main, Diss., Juni 2002
- [21] STEPANOW, S. ; GLUTSCH, S. ; HUMMEL, A. B. ; BLÖSER, C. ; ROSKOS, H. G. ; KÖHLER, K. *Semiconductor superlattice in crossed electric and magnetic fields*. Veröffentlichung in Vorbereitung.
- [22] MEINERT, G. *Rechnungen zur Wannier-Stark-Leiter*. Private Korrespondenz.
- [23] SCHMITT-RINK, S. ; STARK, J. B. ; W, Knox ; CHEMLA, D. S. ; SCHÄFER, W.: Optical Properties of Quasi-Zero-Dimensional Magneto-Excitons. In: *Jour. Appl. Phys. A* 53 (1991), S. 491
- [24] RAPPEN, T.: *Kohärente Dynamik elementarer Anregungen im Halbleiter unter dem Einfluß eines statischen Magnetfeldes*, Universität Dortmund, Diss., 1994
- [25] SEEGER, K.: *Semiconductor Physics*. Springer-Verlag, 2002
- [26] SCHMITT-RINK, S. ; CHEMLA, D. S. ; MILLER, D. A. B.: Linear and nonlinear optical properties of semiconductor quantum wells. In: *Adv. Phys.* 38 (1989), S. 89
- [27] WANNIER, G. H.: Wave Functions and Effective Hamiltonian for Bloch Electrons in an Electric Field. In: *Phys. Rev.* 117 (1960), Nr. 2, S. 432
- [28] ZAK, J.: Stark Ladder in Solids? In: *Phys. Rev. Lett.* 20 (1968), Nr. 26, S. 1477
- [29] MENDEZ, E. E. ; AGULLO-RUEDA, F. ; HONG, J. M.: Stark Localization in GaAs-GaAlAs Superlattices under an Electric Field. In: *Phys. Rev. Lett.* 60 (1988), Nr. 23, S. 2426



- [30] VOISIN, P. ; BLEUSE, J.: Observation of the Wannier-Stark Quantization in a Semiconductor Superlattice. In: *Phys. Rev. Lett.* 61 (1988), Nr. 14, S. 1639
- [31] BLEUSE, J. ; BASTARD, G. ; VOISIN, P.: Electric-Field-Induced Localization and Oscillatory Electro-optical Properties of Semiconductor Superlattices. In: *Phys. Rev. Lett.* 60 (1988), Nr. 3, S. 220
- [32] MENDEZ, E. E. ; BASTARD, G. ; CHANG, L. L. ; ESAKI, L. ; MORKOC, H. ; FISCHER, R.: Effect of an electric field on the luminescence of GaAs quantum wells. In: *Phys. Rev. B* 26 (1982), Nr. 12, S. 7101
- [33] BASTARD, G. ; MENDEZ, E. E. ; CHANG, L. L. ; ESAKI, L.: Variational calculations on a quantum well in an electric field. In: *Phys. Rev. B* 28 (1983), Nr. 6, S. 3241
- [34] AGULLO-RUEDA, F. ; MENDEZ, E. E. ; HONG, J. M.: Quantum coherence in semiconductor superlattices. In: *Phys. Rev. B* 60 (1989), Nr. 2
- [35] BRÜGGEMANN, F.: *Photostrom und Photolumineszenz Untersuchungen an GaAs/AlGaAs Übergittern*, RWTH Aachen, Diplomarbeit, 1994
- [36] DIGNAM, M. M. ; SIPE, J. E.: Exciton Stark Ladder in GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As Superlattices. In: *Phys. Rev. Lett.* 64 (1990), Nr. 15, S. 1797
- [37] DIGNAM, M. M. ; SIPE, J. E.: Exciton Stark ladder in semiconductor superlattices. In: *Phys. Rev. B* 43 (1991), Nr. 5, S. 4097
- [38] LINDER, N.: Excitons in superlattices: Absorption asymmetry, dimensionality transition, and exciton localization. In: *Phys. Rev. B* 55 (1997), Nr. 20, S. 13664
- [39] FELDMANN, J. ; LEO, K. ; SHAH, J. ; MILLER, D. A. B. ; CUNNINGHAM, J. E. ; MEIER, T. ; VON PLESSSEN, G. ; SCHULZE, A. ; THOMAS, P. ; SCHMITT-RINK, S.: Optical investigation of Bloch oscillations in a semiconductor superlattice. In: *Phys. Rev. B* 46 (1992), S. 7252
- [40] VON PLESSSEN, G. ; THOMAS, P.: Method for observing Bloch oscillations in the time domain. In: *Phys. Rev. B* 45 (1992), S. 9185
- [41] SUDZIUS, M. ; LYSENKO, V. G. ; LÖSER, F. ; LEO, K. ; DIGNAM, M. M. ; KÖHLER, K.: Optical control of Bloch-oscillation amplitudes: From harmonic spatial motion to breathing modes. In: *Phys. Rev. B* 57 (1998), S. R12693
- [42] LEISCHING, P. ; DEKORSY, T. ; BAKKER, H. J. ; KURZ, H. ; KÖHLER, K.: Exceptionally slow dephasing of electronic continuum states in a semiconductor. In: *Phys. Rev. B* 51 (1995), S. 18015

- [43] DEKORSY, T. ; LEISCHING, P. ; KÖHLER, K. ; KURZ, H.: Electro-optic detection of Bloch-oscillations. In: *Phys. Rev. B* 50 (1994), S. 8106
- [44] DEKORSY, T. ; OTT, R. ; KURZ, H. ; KÖHLER, K.: Bloch-oscillations at room temperature. In: *Phys. Rev. B* 51 (1995), S. 17275
- [45] FÖRST, M. ; SEGSCHNEIDER, G. ; DEKORSY, T. ; KURZ, H. ; KÖHLER, K.: Midbandgap electro-optic detection of Bloch oscillations. In: *Phys. Rev. B* 61 (2000), S. R10563
- [46] WASCHKE, C. ; ROSKOS, H. G. ; SCHWEDLER, R. ; LEO, K. ; KURZ, H.: Coherent Submillimeter-Wave Emission from Bloch Oscillations in a Semiconductor Superlattice. In: *Phys. Rev. Lett.* 70 (1993), Nr. 21, S. 3319
- [47] WASCHKE, C. ; ROSKOS, H. G. ; LEO, K. ; KURZ, H. ; KÖHLER, K.: Experimental realization of the Bloch oscillator in a semiconductor superlattice. In: *Semicond. Sci. Technol.* 9 (1994), S. 416
- [48] MARTINI, R. ; KLOSE, G. ; ROSKOS, H. G. ; KURZ, H. ; GRAHN, H. T. ; HEY, R.: Superradiant emission from Bloch oscillations in semiconductor superlattices. In: *Phys. Rev. B* 54 (1996), S. 14325
- [49] BOLIVAR, P. H. ; WOLTER, F. ; MÜLLER, A. ; ROSKOS, H. G. ; KURZ, H. ; KÖHLER, K.: Excitonic Emission of THz-Radiation: Experimental Evidence of the Shortcomings of the Bloch Equation Method. In: *Phys. Rev. Lett.* 78 (1997), S. 2232
- [50] LANDAU, L. ; LIFSCHITZ, E.: *Lehrbuch der Theoretischen Physik*. Bd. III Quantenmechanik. 6. Akademie-Verlag Berlin, 1979
- [51] GREINER, W.: *Quantenmechanik I*. 4. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt a.M., 1989
- [52] NICHOLAS, R. J.: *Effects of magnetic fields on quantum wells and superlattices*. Bd. 75. P. Bhattacharya, Properties of III-V Quantum Wells and Superlattices, 1996
- [53] BASSANI, F. ; BALDERESCHI, A.: Theory of Magnetic Field Effects on Critical Points. In: *Surface Science* 37 (1973), S. 304
- [54] HUMMEL, Anne B.: *Fotostromspektroskopie an GaAs/AlGaAs-Übergittern im magnetischen Feld*, Physikalisches Institut der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt am Main, Diplomarbeit, August 1999
- [55] ELLIOTT, R. J. ; LOUDON, R.: Theory of the absorption edge in semiconductors in a high magnetic field. In: *J. Phys. Chem. Solids* 15 (1960), S. 196
- [56] FROMHOLD, T. M. ; KROKHIN, A. A. ; TENCH, C. R. ; BUJKIEWICZ, S. ; WILKINSON, P. B. ; SHEARD, F. W. ; EAVES, L.: Effects of Stochastic Webs on Chaotic Electron Transport in Semiconductor Superlattices. In: *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001), Nr. 4, S. 046803–1

- 
- [57] FROMHOLD, T. M. ; PATANE, A. ; BUJKIEWICZ, S. ; WILKINSON, P. B. ; FOWLER, D. ; SHERWOOD, D. ; STAPLETON, S. P. ; KROKHIN, A. A. ; EAVES, L. ; HENINI, M. ; SANKESHWAR, N. S. ; SHEARD, F. W.: Chaotic electron diffusion through stochastic webs enhances current flow in superlattices. In: *Nature* 428 (2004), S. 726
- [58] KOSEVICH, Y. A. ; HUMMEL, A. B. ; ROSKOS, H. G. ; KÖHLER, K. *Non-avoided eigenfrequency crossing of interacting electronic excitations in a superlattice*. Veröffentlichung in Vorbereitung.
- [59] GLUTSCH, S. ; SIEGNER, U. ; MYCEK, M.-A. ; CHEMLA, D. S.: Fano resonances due to coupled magnetoexciton and continuum states in bulk semiconductors. In: *Phys. Rev. B* 50 (1994), Nr. 23, S. 17009
- [60] STARK, J. B. ; KNOX, W.H. ; CHEMLA, D. S. ; SCHÄFER, W. ; SCHMITT-RINK, S. ; STAFFORD, C.: Femtosecond dynamics of excitons under extreme magnetic confinement. In: *Phys. Rev. Lett.* , S. 3033
- [61] BARTICEVIC, Z. ; PACHECO, M. ; CLARO, F.: Exciton Stark and Landau ladders in a GaAs/AlGaAs superlattice. In: *Phys. Rev. B* 51 (1995), S. 14414
- [62] ALEXANDROU, A. ; MENDEZ, E. E. ; HONG, J. M.: Interplay between Landau and Stark quantizations in GaAs/Ga<sub>0.65</sub>Al<sub>0.35</sub>As superlattices. In: *Phys. Rev. B* 44 (1991), Nr. 4, S. 1934
- [63] MEINHOLD, D. ; LEO, K. ; FROMER, N. A. ; CHEMLA, D. S. ; GLUTSCH, S. ; KÖHLER, K.: Zener tunneling in superlattices in a magnetic field. In: *Phys. Rev. B* 65 (2002), S. 161307
- [64] BELLE, G ; MAAN, J. C.: Measurement of the miniband width in a superlattice with interband absorption in a magnetic field parallel to the layers. In: *Solid State Communications* 56 (1985), Nr. 1, S. 65–68
- [65] ALEXANDROU, A. ; DIGNAM, M. M. ; MENDEZ, E. E. ; SIPE, J. E. ; HONG, J.M.: Competition between magnetic-field- and electric-field-induced localizations in GaAs/Ga<sub>0.65</sub>Al<sub>0.35</sub>As superlattices. In: *Phys. Rev. B* 44 (1994), S. 13124
- [66] DIGNAM, M. M. ; SIPE, J. E.: Semiconductor superlattice exciton states in crossed electric and magnetic fields. In: *Phys. Rev. B* 45 (1992), Nr. 12, S. 6819
- [67] MAAN, J. C.: *Festkörperprobleme/Advances in Solid State Physics*. Bd. 27. P. Grosse (Vieweg, Braunschweig), 1987
- [68] FANO, U.: Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts. In: *Phys. Rev.* 124 (1961), Nr. 6, S. 1866

- [69] HOLFELD, C. P. ; LÖSER, F. ; SUDZIUS, M. ; LEO, K.: Fano Resonances in Semiconductor Superlattices. In: *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), Nr. 4, S. 874
- [70] RICE, O. K.: Predissociation and the Crossing of Molecular Potential Energy Curves. In: *J. Chem. Phys.* 1 (1933), S. 375
- [71] ONODERA, Y.: Interference of an Exciton with the Continuum Absorption Caused by the Elektron-Hole Exchange Interaction. In: *Phys. Rev. B* 4 (1971), Nr. 8, S. 2751
- [72] OBERLI, D. Y. ; BÖHM, G. ; WEIMANN, G. ; BRUNN, J. A.: Fano resonances in the excitation spectra of semiconductor quantum wells. In: *Phys. Rev. B* 49 (1994), Nr. 8
- [73] WHITTAKER, D. M.: Saddle-Points and Stark Ladders: High-Resolution Calculations of Exciton Spectra in Superlattices. In: *Europhys. Lett.* 31 (1995), Nr. 1, S. 55
- [74] LANDOLT-BÖRNSTEIN: *Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaft und Technik.* Bd. 17 (Halbleiter): *Physik der Elemente der IV. Gruppe und der III-V Verbindungen (Teilband a).* Springer-Verlag, 1982
- [75] LEISCHING, P.: *Zeitaufgelöste optische Untersuchungen kohärenter Wellenpakete in Halbleiter-Übergittern*, Fakultät für Elektrotechnik der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Diss., 1995
- [76] GLEMBOCKI, O.J. (Hrsg.) ; POLLACK, F. H. (Hrsg.) ; PONCE, F. (Hrsg.): *Spectroscopic Characterization Techniques for Semiconductor Technology.* Bd. 946. 1988 (III)
- [77] GIBB, K. ; DIGNAM, M. M. ; SIPE, J. E. ; ROTH, A. P.: Observation of Wannier- Stark localization by electroreflectance spectroscopy. In: *Phys. Rev. B* 48 (1993), Nr. 11, S. 8156
- [78] NAKAYAMA, M. ; TANAKA, I. ; DOGUCHI, T. ; NISHIMURA, H.: High sensitivity of electroreflectance to stark-ladder transitions in a GaAs/AlAs superlattice. In: *Solid State Communications* 77 (1991), Nr. 4, S. 303–306
- [79] LEISCHING, P.: Bloch oscillations of excitonic wave packets in semiconductor superlattices. In: *Phys. Rev. B* 50 (1994), Nr. 19, S. 14389
- [80] DEMTRÖDER, W.: *Laserspektroskopie.* 2. Auflage. Springer-Verlag, 1991
- [81] BAUER, T. ; KOLB, J. ; HUMMEL, A.B. ; ROSKOS, H. G. ; KOSEVIC, Y. ; KÖHLER, K.: Coherent Hall Effect in a Semiconductor Superlattice. In: *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002), S. 086801
- [82] KOLB, J.: *Elektrische Feldabschirmung in GaAs/ AlGaAs-Übergittern und Optische Eigenschaften eines neuartigen dichroitischen Strahlteilers für den THz-Frequenzbereich,*

Physikalisches Institut der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main, Diplomarbeit, April 2001

- [83] TONG, M. ; BALLEGEER, D. G. ; KETTERSON, A. ; ROAN, E. J. ; CHEN, K. Y. ; ADESIDA, I.: A Comparative Study of Wet and Dry Selective Etching Processes for GaAs/AlGaAs/InGaAs Pseudomorphic MODFETs. In: *Journal of Electronic Materials* 21 (1992), Nr. 1, S. 9
- [84] ZENER, C.: A Theory of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics. In: *Proc. Roy. Soc.* 145 (1934), S. 523
- [85] LÖSER, F. ; ROSAM, B. ; MEINHOLD, D. ; LYSSENKO, V. G. ; SUDZIUS, M. ; DIGNAM, M. M. ; GLUTSCH, S. ; BECHSTEDT, F. ; ROSSI, F. ; KÖHLER, K. ; LEO, K.: Nonlinear transport in superlattices: Bloch oscillations and Zener breakdown. In: *Physica E* 11 (2001), S. 268
- [86] MOHLER, E. *Auswertung der Elektroreflexionsspektren*. Private Korrespondenz.
- [87] DEKORSY, T.: *Kohärente und inkohärente Ladungsträger- und Gitterdynamik in Halbleitern und Halbleiterheterostrukturen*, RWTH Aachen, Diss., 1996
- [88] SHIH, C. C. ; YARIF, A.: A theoretical model of the linear electro-optic effect. In: *Jour. Phys. C* 15 (1982), S. 825
- [89] LISAIKAS, A. ; BLÖSER, C. ; SACHS, R. ; ROSKOS, H. ; JUOZAPAVICIUS, A. ; VALUSIS, G. ; KÖHLER, K.: Time-resolved photocurrent spectroscopy of the evolution of the electric field in optically excited superlattices and the prospects for Bloch gain. In: *Appl. Phys. Lett.* 86 (2005), S. 102103