

Fokussier- und Abbildungseigenschaften von Quadrupoltriplettlinen

Christine Claessens

Masterarbeit
am Institut für Angewandte Physik
der Goethe-Universität Frankfurt am Main

Gutachter:
Prof. Dr. Holger Podlech
Dr. Oliver Meusel

18. Dezember 2013

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Physikalische Grundlagen	3
1.1 Magnetfelder	3
1.2 Multipolfehler	11
1.3 Ferromagnetismus	13
1.4 Strahldynamik	15
1.5 Numerische Simulationsmethoden	23
2 Anforderungen und Auslegung der magnetischen Triplets	29
2.1 Magnet-Design	29
2.2 Layout der Frankfurter Neutronenquelle	29
2.3 Designparameter	31
2.4 Herstellungsdetails	33
3 Vermessung der Quadrupoltriplets	35
3.1 Messaufbau	35
3.2 Messung	38
3.3 Messergebnisse	40
Simulation des Magnetfeldes und Particle Tracking	51
4 Simulationen mit LORASR	51
4.1 Simulationsgenauigkeit	52
4.2 Akzeptanz des internen Triplets	53
4.3 Akzeptanz der MEBT	56
4.4 Eingangsverteilung für die MEBT-Sektion	61

5 Simulationen mit CST EM STUDIO	67
5.1 Simulationsgenauigkeit	68
5.2 Erregerkurven	71
5.3 Radiale Homogenität	75
5.4 Multipolanalyse	78
6 Simulationen mit BENDER	81
6.1 KV-Strahl (10 mm, 20 mrad)	82
6.2 KV-Strahl (10 mm, 2 mrad)	87
6.3 Erlaubte höhere Multipolmomente	90
6.4 Überlagerung von Multipolfeldern	95
7 Zusammenfassung und Ausblick	103
Literatur	107
Anhang:	111
1 Technische Zeichnungen	111
Danksagung	113

Einleitung

In den letzten Jahrzehnten hat die Beschleunigerphysik zunehmend an Bedeutung gewonnen. Sie beschäftigt sich mit der Strahldynamik von Teilchenstrahlen und der Entwicklung von Teilchenbeschleunigern und sorgt so für die Infrastruktur, auf die zahlreiche Bereiche der physikalischen Forschung zurückgreifen. Dabei hat die Weiterentwicklung der Beschleunigertechnik ein immer schnelleres Tempo angenommen und man ist von den ersten MeV-Beschleunigern in den 50er Jahren in nur 6 Jahrzehnten auf 7 TeV bis sogar 14 TeV als aktuellen Höhepunkt der Teilchenbeschleunigertechnik in Form des LHCs am Cern gekommen. Dies erlaubt zuvor nie möglich gewesene Einblicke in das Innere der Materie und somit in die Anfänge des Universums. Aber nicht nur die Kern- und Hochenergiephysik profitieren von dieser Technik. Immer weitere Möglichkeiten in der Energiegewinnung und sogar der Medizin eröffnen sich durch Teilchenbeschleuniger. So gehen mehr und mehr Ionenstrahltherapieanlagen in verschiedenen Ländern in Betrieb und sorgen für eine, für bestimmte Tumore, effizientere und verträglichere Form der Strahlenbehandlung mit einer hohen Erfolgsquote [Heidelberger Ionenstrahl-Therapiezentrum]. Des Weiteren gibt es neue Forschungsprojekte, die auf eine kontrollierte Sekundärteilchenerzeugung hinarbeiten, um zum Beispiel Neutronenstrahl getriebene unterkritische Transmutationsreaktoren zu entwickeln, in denen hochradioaktiver Abfall unschädlicher gemacht und gleichzeitig Energie gewonnen werden soll [Podlech 2009].

Auch das FRANZ-Projekt (Frankfurt Neutron Source am Stern-Gerlach-Zentrum) soll einen intensiven Neutronenstrahl mit variabler Neutronenenergie zwischen 10 keV und 400 keV für astrophysikalische Kernphysikexperimente zur Verfügung stellen. Ziel ist hierbei sowohl die Bestimmung von Wirkungsquerschnitten in Neutroneneinfangsreaktion zur Untersuchung des s-Prozesses, wie er in roten Riesen stattfindet, als auch Materialforschung für Transmutations- und Fusionsreaktoren [Chau u. a. 2006]. Die Neutronen werden in einem Lithium-Target in ${}^7\text{Li}(p,n){}^7\text{Be}$ Reaktionen erzeugt, wozu ein Protonenstrahl mit einer entsprechend verstellbaren Strahlenergie zwischen 1,8 MeV und 2,2 MeV benötigt wird. Um diesen zu erzeugen, liefert zunächst die Volumenionenquelle des FRANZ-Beschleunigers einen kontinuierlichen 120 keV, 200 mA Protonenstrahl. Dieser wird dann in der LEBT Sektion (*Low Energy Beam Transport*) von einem elektromagnetischem Choppersystem in 50 ns bis 100 ns lange Protonenbunche mit einer Wiederholungsrate von 250 kHz geteilt und zusammen mit vier Solenoiden für die HF-Beschleunigung vorbereitet. Auf den letzten Solenoiden folgt ein 4-Rod-RFQ (*Radio-Frequency-Quadrupole*), der zusammen mit dem gekoppelten IH-Driftröhren-Linearbeschleuniger die Teilchenpakete beschleunigt. Nach mehreren weiteren strahloptischen Elementen werden dann in einem *Bunch-Compressor* jeweils neun Mikrobunche zu einem einzigen hochintensiven 1 ns-Protonenbunch vereinigt, der erwartungsgemäß einen Strom von bis zu 8 A und die bereits erwähnten 1,8 MeV bis 2,2 MeV aufweist [Meusel 2010].

Eine besondere Herausforderung stellen die benötigten hohen Protonenstrahlintensitäten und daher großen Raumladungen dar. Wichtig ist es, beim Design der Beschleunigerelemente auf die großen defokussierenden Kräfte zu achten und sich genau die Strahldynamik des Protonenstrahls anzuschauen. In der LEBT Sektion wird die transversale Fokussierung

von Solenoiden und anschließend von dem RFQ gewährleistet. Nach der ersten Beschleunigungssektion kommen drei magnetische Quadrupoltripletts zum Einsatz, deren Felder und ihre Wirkung auf den Protonenstrahl in dieser Arbeit systematisch untersucht werden. Der erste der drei Quadrupole ist in eine Driftröhre der IH-DTL Struktur integriert, die beiden folgenden umrahmen einen CH-Rebuncher, der für die longitudinale Fokussierung und Energievariation sorgen soll. Von besonderem Interesse sind dabei die Magnetfelder am Rand der Apertur, da aufgrund der starken Raumladungskräfte und der feldstärkenbeschränkenden Materialsättigungseffekte des unter Vollast gefahrenen Magneten, der Protonenstrahl den Strahlrohrdurchmesser ganz ausfüllt und gerade hier höhere Multipolfehler einen bedeutenden Einfluss auf die Magnetfeldstärken nehmen. Außerdem gilt es die Qualität der Vorhersage der verschiedenen verwendeten Feld- und Strahldynamik-Simulationsprogramme (CST EM STUDIO, LORASR, BENDER) zu beurteilen. Dazu werden ihre Ergebnisse untereinander und vor allem mit den Messungen verglichen. Ziel ist es, am Ende ein besseres Verständnis des Einflusses eines realen Quadrupolmagneten auf einen Teilchenbunch zu haben und die Vorhersagbarkeit des Strahlverhaltens beim Durchlaufen der Tripletts zu testen.

Nach dem einführenden Theorieteil werden in den darauffolgenden Kapiteln zuerst die Auslegung und die Vermessung der drei Tripletts an der GSI in Darmstadt beschrieben und dann versucht mit Hilfe von LORASR einen Akzeptanzrahmen der MEBT-Sektion (*Medium Energy Beam Transport*) für ein Teilchenpaket anzugeben. Anschließend werden die Ergebnisse aus Feldvermessung und CST EM STUDIO Feldsimulationen verglichen. Damit soll die Frage, inwieweit es mit *Particle Tracking* Simulationen, in denen mit in CST EM STUDIO simulierten und anschließend in BENDER importierten Feldern gearbeitet wird, möglich ist, zutreffende Aussagen zu machen, beantwortet werden. Im letzten Kapitel werden wiederum die Ergebnisse dieser Simulationen präsentiert und ihre Bedeutung, im Vergleich mit den erweiterten Untersuchungen der Transporteigenschaften durch verschiedene aus überlagerten Multipolfeldern generierten Magnetfelder, eingeordnet. Abschließend wird nochmals ein Fazit zur Aussagekraft der Ergebnisse und der Folgen für den Strahltransport gezogen und ein Ausblick auf die noch ausstehenden Schritte und weitere experimentelle Analyseoptionen gegeben.

1 Physikalische Grundlagen

In den nun folgenden Abschnitten werden die physikalischen Grundlagen für die späteren Untersuchungen der Quadrupolmagnetfelder und der Strahldynamik behandelt. Zu diesem Zweck geben die ersten Abschnitte des Kapitels ein Überblick über die mathematische Beschreibung statischer Magnetfelder mittels Multipolentwicklung auf der Grundlage der Maxwell-Gleichungen und das Design normalleitender Elektromagnete sowie die möglichen resultierenden Multipolfehler. Im nächsten Abschnitt wird kurz auf die Eigenschaften ferromagnetischer Stoffe eingegangen und anschließend wichtige Begriffe der Strahldynamik eingeführt und die Bewegungsgleichungen für geladene Teilchen im Magnetfeld hergeleitet. Zum Schluss werden verwendete Simulationsprogramme vorgestellt.

1.1 Magnetfelder

1.1.1 Maxwell-Gleichungen

Magnetostatische Felder in Beschleunigern lassen sich meist als Überlagerung mehrerer Multipolterme beschreiben. Multipolfelder sind Lösungen verschiedener Ordnung der Maxwell-Gleichungen. Diese lauten in differentieller Form wie folgt:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.4)$$

Die elektrische Flussdichte \vec{D} und die magnetische Feldstärke \vec{H} sind über die elektrische Permittivität $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ und die magnetische Permeabilität $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ mit der elektrischen Feldstärke \vec{E} und der magnetischen Flussdichte \vec{B} verknüpft:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (1.5)$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (1.6)$$

Bei ε_0 und μ_0 handelt es sich um die elektrische und magnetische Feldkonstante, ε_r und μ_r sind die Dielektrizitätszahl und Permeabilitätszahl, die von den Materialeigenschaften, in denen das Feld sich befindet, abhängen und im Vakuum beide 1 betragen. Die Größen \vec{J} und ρ verkörpern die elektrische Stromdichte und die elektrische Ladungsdichte. Da Gleichung (1.2) und (1.4) weder von der Strom- noch von der Ladungsdichte abhängig sind, werden sie als die homogenen Maxwell-Gleichungen bezeichnet, während Gleichung (1.1) und (1.3) die inhomogenen Maxwell-Gleichungen sind. Sind die Strom- und Ladungsdichte

als Funktion des Ortes und der Zeit bekannt, lassen sich die Gleichungen integrieren und unter der Annahme, dass die propagierenden elektromagnetischen Wellen im Beschleuniger die externen Magnetfelder nicht beeinflussen, lösen. Oft ist dies analytisch allerdings nicht möglich, so dass man auf numerische Methoden zurückgreift. Sind nun noch die Permittivität und Permeabilität im Material konstant, so werden die Gleichungen linear und es gilt das Superpositionsprinzip. Das heißt, dass aus den Lösungen \vec{B}_1 und \vec{B}_2 für die Stromdichten \vec{J}_1 und \vec{J}_2 durch Summierung $\vec{B}_3 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ direkt auf die Lösung für $\vec{J}_3 = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$ geschlossen werden kann. Das bedeutet, dass jedes komplizierte Feld als Überlagerung einfacherer Felder, deren Feldstärken sich an jedem Ort addieren, dargestellt werden kann.

Da hier die magnetostatischen Betrachtungen von optischen Beschleunigerelementen im Vordergrund stehen, werden nun Lösungen für die Maxwell-Gleichungen im Falle konstanter Materialeigenschaften und konstanter Stromdichten gesucht. Dafür reicht es, die Gleichungen primär in zwei Dimensionen zu betrachten [Wolski 2009, Kapitel 1].

1.1.2 Zweidimensionale Multipolfelder

Betrachtet man einen ladungs- und stromfreien Raum, dann genügt jedes Magnetfeld den aus den Maxwell-Gleichungen abgeleiteten Relationen:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.7)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0 \quad (1.8)$$

Schreibt man das transversale Feld eines beliebigen Magnetfeldes $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ mit konstantem B_z in komplexen Koordinaten (1.9), so lässt sich zeigen, dass es den beiden Gleichungen (1.7) und (1.8) genügt.

$$B_y + i \cdot B_x = C_n(x + i \cdot y)^{n-1} \quad (1.9)$$

Dazu wendet man den Differentialoperator $\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y}$ auf beiden Seiten von Gleichung (1.9) an:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) (B_y + i \cdot B_x) = \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) (C_n(x + i \cdot y)^{n-1}) \quad (1.10)$$

$$\longrightarrow \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) + i \cdot \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \right) =$$

$$C_n(n-1)(x + i \cdot y)^{n-2} + i^2 C_n(n-1)(x + i \cdot y)^{n-2} = 0 \quad (1.11)$$

Damit das gilt, müssen Realteil und Imaginärteil gleich 0 sein, was zu den Ausdrücken

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} = 0 \quad (1.12)$$

und

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0 \quad (1.13)$$

führt. Wenn also B_z konstant ist, somit jegliche Ableitung von B_z verschwindet und B_x und B_y beide unabhängig von z sind, so wurde gezeigt, dass das Feld die Maxwell-Gleichungen in einer Vakuumkammer erfüllt.

Felder der Form von Gleichung (1.9) werden Multipolfelder genannt. Der Index n ist ganzzahlig und gibt die Ordnung der Multipolkomponente an ($n = 1$ ist ein Dipol, $n = 2$ ein Quadrupol, usw.)¹. Da man in diesem Fall alle Lösungen der Maxwell-Gleichungen superpositionieren kann, lassen sich alle Felder, für die die genannten Bedingungen gelten, als Reihenentwicklung aus Multipoltermen zusammensetzen:

$$B_y + i \cdot B_x = \sum_{n=1}^{\infty} C_n (x + i \cdot y)^{n-1} \quad (1.14)$$

Der Koeffizient C_n gibt Orientierung und Stärke jeder Multipolkomponente an. Für ein reines Einkomponentenfeld n -ter Ordnung wäre $C_{n'} = 0$ für alle anderen Ordnungen $n' \neq n$. Die Flussdichte im reinen Quadrupolfeld ist im Ursprung (Magnetfeldmitte) null und steigt in x - und y -Richtung linear an (wegen $(n-1) = 1$), hat also einen konstanten Gradienten.

In der Beschleunigerphysik ist es oftmals günstig, Polarkoordinaten mit $x = r \cdot \cos(\theta)$ und $y = r \cdot \sin(\theta)$ zu verwenden. Der Ausdruck (1.14) ändert sich dann zu:

$$B_y + i \cdot B_x = \sum_{n=1}^{\infty} C_n r^{n-1} e^{i(n-1)\theta} \quad (1.15)$$

In dieser Form sieht man, dass eine Rotation des Feldes um π/n um die z -Achse nur das Vorzeichen des Feldes ändert. Schreibt man außerdem die komplexe Konstante C_n als $C_n = |C_n| \cdot e^{i\Phi_n}$ so gibt die Phase Φ_n die Orientierung des Feldes an mit der Konvention, dass $\Phi_n = 0$ dem „Normal-Feld“ und $\Phi_n = \pi/2$ dem „Skew-Feld“ entspricht (siehe Abbildung 1.1) [Wolski 2009, Kapitel 3].

¹In einem Solenoidfeld wäre $C_n = 0$ für alle n und B_z ungleich null.

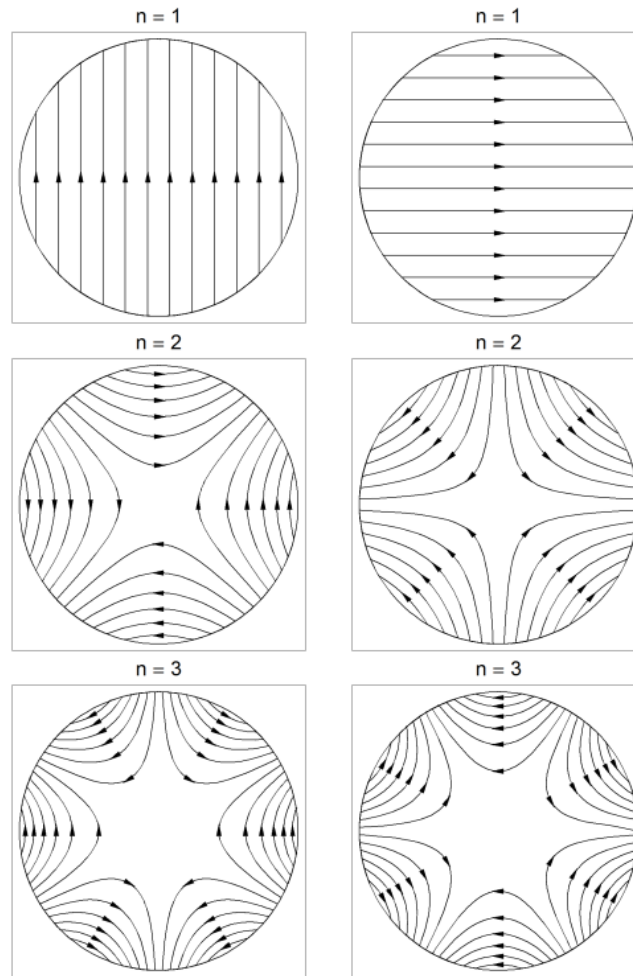


Abbildung 1.1: Reine Multipolfelder (von oben nach unten): Dipol, Quadrupol, Sextupol. Die Felder auf der linken Seite sind Normal-Felder ($\Phi_n = 0$), auf der rechten Skew-Felder ($\Phi_n = \frac{\pi}{2}$). Die y -Achse zeigt in vertikaler, die x -Achse in horizontaler Richtung. Bildquelle: Wolski 2009, Abbildung 4

1.1.3 Polkonturen und Spulenstrom

Ausgehend von gegebenen Ladungen und Strömen lassen sich theoretisch die Maxwell-Gleichungen integrieren und die von ihnen erzeugten Felder berechnen. Die Integration ist nur für einige wenige einfache Konfigurationen analytisch durchführbar und wird in der Regel numerisch gelöst. Dabei gibt es zwei Möglichkeiten ein Magnetfeld zu generieren: Einerseits durch Kombination von Magnetfeldern, die von stromdurchflossenen Drähten ausgehen (gemäß des Biot-Savart-Gesetzes), andererseits durch das Verwenden von Materialien mit hoher Permeabilität und geeigneter Geometrie. Da das Thema dieser Arbeit Quadrupol-Elektromagnete sind, wird hier nur die erste Möglichkeit betrachtet. Ihr Vorteil besteht darin, dass sie sich im Betrieb über weite Bereiche beliebig regeln lassen.

Normalleitende Magnete haben üblicherweise einen Eisenkern, um die Flussdichte innerhalb des Magneten zu erhöhen. Die Form des Eisens bestimmt dabei die Form des Magnetfeldes. Um auf analytischem Wege die Form des Eisenkerns für ein perfektes Magnetfeld aus nur einer Multipolkomponente herzuleiten, muss von der Annahme, der Kernquerschnitt

setze sich in Richtung z unendlich weit fort und sei auch in x - und y -Richtung nicht limitiert, ausgegangen werden. Außerdem nimmt man eine unendlich große Permeabilitätszahl für das Eisen an. Zur weiteren Analyse wird das magnetische Potential φ herangezogen mit

$$\vec{B} = -\vec{\nabla}\varphi, \quad (1.16)$$

wobei die Rotation des Feldes somit immer zu null wird (mathematisch ist die Rotation eines Gradienten immer gleich null). Zusammen mit der dritten Maxwell-Gleichung (1.3) folgt daraus, dass das Magnetfeld nur dann aus einem skalaren Potential abgeleitet werden kann, solange keine Stromdichte und keine zeitabhängige elektrische Flussdichte am Ort des Feldes vorliegen, andernfalls muss auf ein Vektorpotential zurückgegriffen werden. Nach Gleichung (1.8) ist diese Bedingung aber bereits erfüllt, und es gilt die Poisson-Gleichung für das Potential:

$$\Delta\varphi = 0 \quad (1.17)$$

Das Magnetfeld steht, da es aus dem Gradienten des Potentials berechnet wird, immer senkrecht auf einer Oberfläche konstanten, skalaren Potentials. Um also ein reines Ein-Multipolfeld zu erzeugen, muss bei unendlicher Permeabilität des Eisens, die Eisenkernoberfläche mit der gewünschten Äquipotentialfläche übereinstimmen. Das gesuchte Potential muss also folgende Gleichung erfüllen:

$$-\left(\frac{\partial}{\partial y} + i \cdot \frac{\partial}{\partial x}\right)\varphi = B_y + i \cdot B_x = C_n (x + i \cdot y)^{n-1} \quad (1.18)$$

Eine Lösung dieses Ausdrucks in Polarkoordinaten ($\vec{r} = \vec{x} \cdot \cos(\theta) + \vec{y} \cdot \sin(\theta)$, $\vec{\theta} = -\vec{x} \cdot \sin(\theta) + \vec{y} \cdot \cos(\theta)$) lautet:

$$\varphi = -|C_n| \frac{r^n}{n} \sin(n\theta - \phi_n) \quad (1.19)$$

Dies lässt sich nachvollziehen, wendet man den $\vec{\nabla}$ -Operator in Polarkoordinaten auf die rechte Seite von Gleichung (1.19) an:

$$-\vec{\nabla}\varphi = \vec{r} \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{\vec{\theta}}{r} \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial\theta} =$$

$$(\vec{x} \cdot \cos(\theta) + \vec{y} \cdot \sin(\theta)) \cdot |C_n| r^{n-1} \sin(n\theta - \phi_n) - (\vec{x} \cdot \sin(\theta) - \vec{y} \cdot \cos(\theta)) \cdot |C_n| r^{n-1} \cos(n\theta - \phi_n) =$$

$$\vec{x} \cdot \sin((n-1) \cdot \theta - \phi_n) \cdot |C_n| r^{n-1} + \vec{y} \cdot \cos((n-1) \cdot \theta - \phi_n) \cdot |C_n| r^{n-1} \quad (1.20)$$

Ersetzt man in dem Ausdruck für das Magnetfeld $|C_n|e^{-i\phi_n}$ wieder durch C_n und transformiert ihn zurück in kartesische Koordinaten, führt das zurück zu Gleichung (1.18)

$$-\vec{\nabla}\varphi = C_n r^{n-1} e^{i(n-1)\theta} = C_n (x + i \cdot y)^{n-1} = B_y + i \cdot B_x \quad (1.21)$$

und es wird ersichtlich, dass das Potential φ tatsächlich ein Multipolfeld erzeugt. Das bedeutet für die Form der Oberfläche des Eisenkernquerschnitts, dass sie einer Kurve

$$r^n \sin(n\theta - \phi_n) = r_0^n \quad (1.22)$$

entsprechen muss, wobei r_0 der minimale Abstand zwischen Oberfläche und dem Koordinatenursprung ist (siehe Abbildung 1.2) .

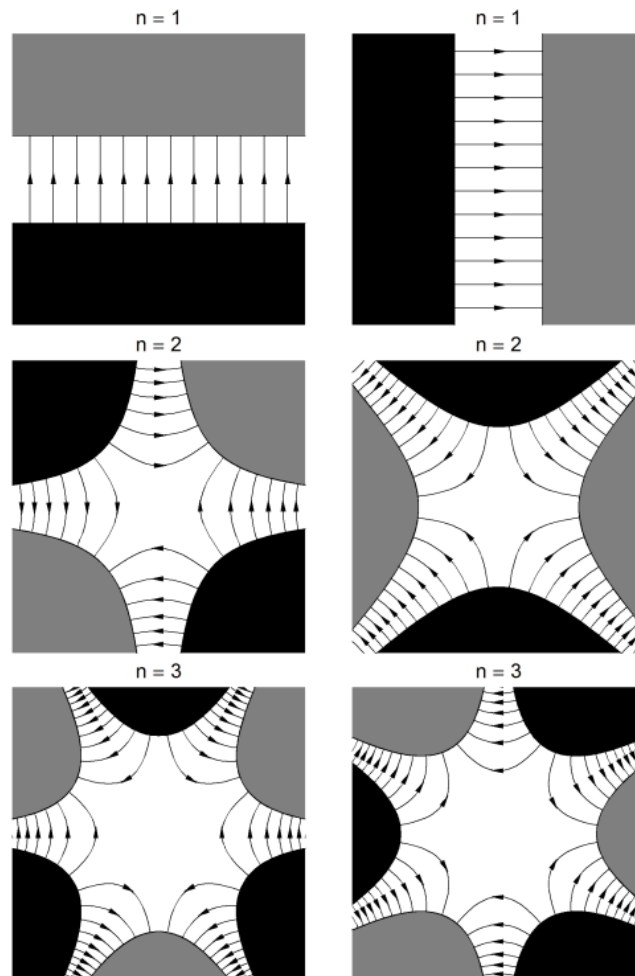


Abbildung 1.2: Polformen für Dipol, Quadrupol und Sextupol. Die Multipolordnungen sind von oben nach unten aufsteigend sortiert, links und rechts sind die Normal- und die Skew-Felder gegenübergestellt. Entsprechend Gleichung (1.22) wechselt die Feldrichtung von Pol zu Pol ihr Vorzeichen (Abwechslung von Nord- und Südpol) und geht $r \rightarrow \infty$ für $(n\theta - \phi_n) = m \in N^+$. Die Kurven der Quadrupoloberflächen beschreiben Hyperbeln. Bildquelle: Wolski 2009, Abbildung 8

Auf diesem Weg lassen sich alle Multipolkombinationen erzeugen, in dem man einfach die Potentiale addiert und eine Gleichung für $r(\theta)$ aufstellt. Das Magnetfeld wird von Strömen, die durch Leiter fließen, welche zu Spulen um die Pole aufgewickelt werden, erzeugt. In der Praxis wird von der theoretisch idealen Geometrie etwas abgewichen, um den störenden Einfluss der endlichen Ausdehnung in alle Richtungen und der endlichen Permeabilität zu minimieren. Außerdem muss ausreichend Platz für die Spulen vorhanden sein, deren Windungszahl N und Stromstärke I zusammen mit den Sättigungseigenschaften des Eisenkerns die Magnetfeldstärke bestimmen. Um diesen Zusammenhang zu bestimmen, benutzt man wieder die dritte Maxwell-Gleichung (1.3) und integriert beide Seiten über die Fläche S , die durch die Kurve C begrenzt wird und senkrecht zur Rotation des Magnetfeldes, also

senkrecht zu \vec{e}_z , steht:

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = -NI \quad (1.23)$$

Nach dem Satz von Stokes wird das Integral auf der linken Seite zu

$$\int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = -NI. \quad (1.24)$$

Für den magnetischen Quadrupol wählt man der Einfachheit halber eine geschlossene Kurve wie sie in Abbildung 1.3 gezeigt wird.

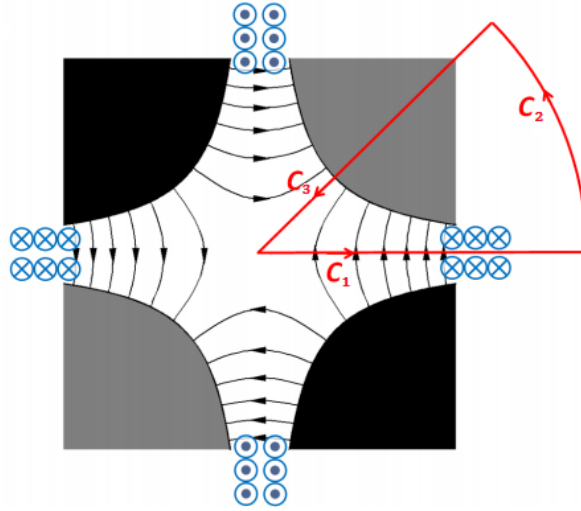


Abbildung 1.3: Geschlossene Kurve, über die das Magnetfeld eines Quadrupols integriert wird. Zwischen den Polen sind die Spulenwindungen und die Orientierung des Stroms eingezeichnet. Bildquelle: Wolski 2009, Abbildung 11

Der Integrationspfad startet im Ursprung und läuft genau zwischen zwei Polen senkrecht zum Magnetfeld bis zum Eisenjoch (C_1). Im Inneren des Eisenkerns ändert er seine Richtung und stellt die Verbindung (C_2) zum Startpunkt des dritten Pfadabschnitts (C_3) her, der nun entlang einer Polschuhsymmetrieachse und damit parallel zum Magnetfeld, das hier nur eine Radialkomponente hat, zurück zum Ursprung führt. Das Integral lässt sich auf diese Weise aufteilen in die Summe der Integrale über die Teilstrecken:

$$\int_{C_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{C_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{C_3} \vec{H} \cdot d\vec{l} = -NI \quad (1.25)$$

Der Pfad C_1 liegt senkrecht zu dem Magnetfeld und das Teilintegral verschwindet. Ebenso ist das Magnetfeld im Eisen, wegen der angenommenen unendlichen Permeabilität des Eisens, sehr klein und das Integral entlang C_2 somit vernachlässigbar. Es bleibt also nur das dritte Integral zu berechnen.

$$\int_0^{r_0} \frac{B_r(r)}{\mu_0} dr = NI \quad (1.26)$$

Da das Magnetfeld hier nur eine Radialkomponente aufweist, lässt sich C_n einfach aus B_r berechnen.

$$B_r = |C_n| r^{n-1} \quad (1.27)$$

Daraus folgt:

$$|C_n| = \mu_0 N I \frac{n}{r_0^n} \quad (1.28)$$

Setzt man das wiederum für den Quadrupol, also ($n = 2$) in Gleichung (1.9) ein

$$B_y + i \cdot B_x = \frac{\mu_0 n N I}{r_0} \left(\frac{x + i \cdot y}{r_0} \right)^{n-1} = \frac{2\mu_0 N I}{r_0} \left(\frac{x + i \cdot y}{r_0} \right) \quad (1.29)$$

und berechnet den Gradienten beispielsweise in horizontaler Richtung

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \frac{2\mu_0 N I}{r_0^2}, \quad (1.30)$$

so sieht man, dass dieser beim Quadrupol konstant ist. Die magnetische Flussdichte nimmt also linear mit dem Abstand zum Mittelpunkt zu. Dabei sind die x - und y -Ebene entkoppelt. Die x -Komponente der Magnetfeldstärke hängt nur von der y -Position im Raum ab und umgekehrt [Wolski 2009, Kapitel 4].

1.1.4 Longitudinales Feld

Die Magnetfeldstärke fällt an den Enden der Magnete immer weiter ab. Zur Untersuchung der Strahldynamik und Auslegung des Magneten ersetzt man das reale Feld gedanklich durch ein Quadrupolkastfeld. Dieses wird charakterisiert durch den maximalen Feldgradienten G_0 und die effektive Länge L_{eff} des Magnetfeldes, welche sich aus dem Integral des Magnetfeldes über seine gesamte Länge, geteilt durch die maximale Flussdichte ergibt [Maiberger 2011, Kapitel 2.2]:

$$L_{eff} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\vec{B}(z)| dz}{|\vec{B}_{max}(z)|} \quad (1.31)$$

Im Quadrupolfeld lässt sich die effektive Länge auf diese Weise in der Nähe der z -Achse nur ungenau berechnen und wird daher über den Gradienten ermittelt. Dabei sollte idealerweise die effektive Länge nicht vom radialen Abstand vom Ursprung abhängen.

$$L_{eff} = \frac{\int_{-z}^z |G(z)| dz}{G_0} \quad (1.32)$$

Sämtliche Feldfehler außer Acht gelassen, lässt sich so das magnetische Wirkfeld B_{eff} aus dem Produkt von Gradient und effektiver Länge berechnen und zu einer groben Analyse des Quadrupols als Strahlführungselement heranziehen.

$$B_{eff} = G_0 \cdot L_{eff} \quad (1.33)$$

1.2 Multipolfehler

Die Multipolanalyse eines Magnetfeldes gibt Auskunft über die Stärke der Beimischung unerwünschter Multipolmomente. Es ist in der Realität nicht möglich, ein reines Feld mit einer einzigen Multipolkomponente zu produzieren. Jedes Magnetfeld lässt sich in die Summe des gewünschten Feldes und der Reihe der weiteren Multipolkomponenten aufteilen. Die genaue Feldform kann aber einen großen Einfluss auf die Strahldynamik haben und sollte darum genau untersucht werden.

1.2.1 Erlaubte Multipolfehler

Multipolfehler lassen sich generell in zwei Arten unterteilen: die systematischen Designfehler (erlaubte Fehler) und die zufälligen Fabrikationsfehler (verbotene Fehler). Erstere werden durch die begrenzte Fähigkeit, perfekte Polkonturen und Stromverteilungen zu designen, hervorgerufen und gehorchen bestimmten Symmetriebedingungen. Die zufälligen Fehler werden durch Fertigungs- und Montagefehler verursacht und sind schwerer vorherzusehen. Sie entsprechen genau der Differenz zwischen den systematisch fehlerbehafteten Designfeldern und dem realen Feld. Im Abschnitt 1.1.2 wurde aus Gleichung (1.15) gefolgert, dass bei einer Rotation des Magneten um π/n das Feld erhalten bleibt und sich nur sein Vorzeichen ändert ($\vec{B} \rightarrow -\vec{B}$). Diese Eigenschaft geht aus der Symmetrie des Feldes hervor und ist im Designfeld immer erfüllt. Das heißt, dass nur solche Multipolfehler höherer Ordnung erlaubt sind, die der Symmetriebedingung genügen. Betrachtet man den systematischen Fehler einer Ordnung m , bei einem gewünschten Einkomponentenfeld der Ordnung n so gilt:

$$B_y + i \cdot B_x = |C_n| e^{-i\phi_n} r^{n-1} e^{i(n-1)\theta} + |C_m| e^{-i\phi_m} r^{m-1} e^{i(m-1)\theta}. \quad (1.34)$$

Nach einer Rotation um π/n ($\phi_n \rightarrow \phi_n + \pi$ und $\phi_m \rightarrow \phi_m + m\pi/n$) sieht das Feld wieder genau gleich aus, nur dass durch die umgekehrte Stromrichtung sich das Vorzeichen ändert. Daraus folgt die Bedingung:

$$e^{-i\frac{m}{n}\pi} = 1. \quad (1.35)$$

Folglich muss $\frac{m}{n}$ eine ungerade ganze Zahl sein

$$\frac{m}{n} = 3, 5, 7, \dots \quad (1.36)$$

und sind bei einem Quadrupolfeld nur Multipolkomponenten mit $m = n \cdot \frac{m}{n}$ erlaubt (6, 10, 14 etc.). Ein reales Feld enthält dagegen sämtliche Multipolfehler höherer und niedrigerer Ordnung. Der Dipolfeldanteil lässt sich allerdings bis zu einem gewissen Grad durch eine angepasste Ausrichtung der mechanischen Quadrupolachse korrigieren [Tanabe (2005, Kapitel 2.9)].

1.2.2 Multipolanalyse

Aus einem Satz numerischer oder gemessener Felddaten lassen sich mit Hilfe von polynomialen Datenanpassungen (Fit) die verschiedenen Multipolkomponenten und ihre Stärke bestimmen. Betrachtet man zum Beispiel das Magnetfeld in kartesischen Koordinaten für $y = 0$ entlang der x -Achse (Ursprung auf der Strahlachse in der Quadrupolmitte), so ist die Reihenentwicklung des Feldes gegeben durch:

$$B_y = \sum_{n=1}^{\infty} C_n x^{n-1}. \quad (1.37)$$

Die Anzahl der Datenpunkte ist dabei ausschlaggebend für die höchste darstellbare Ordnung. In kartesischen Koordinaten lassen sich nur Aussagen begrenzter Qualität treffen, weil die Multipolkomponenten höherer Ordnung die Werte der Datenpunkte mitbestimmen.

Darum wird die Multipolanalyse meist in Polarkoordinaten durchgeführt:

$$B_\theta + i \cdot B_r = \sum_{n=1}^{\infty} C_n r^{n-1} e^{in\theta} \quad (1.38)$$

Nimmt man eine Reihe von Messpunkten B_m zu den Winkeln $\theta_m = 2\pi \frac{m}{M}$ bei konstanten Radius r_0 auf, lassen sich die Koeffizienten C_n durch eine Fouriertransformation bestimmen. Man erhält

$$\sum_{m=1}^{M-1} B_m e^{-2\pi i n' \frac{m}{M}} = \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{\infty} C_n r_0^{n-1} e^{2\pi i (n-n') \frac{m}{M}} \quad (1.39)$$

für eine beliebige Variable n' . Die Summierung über m verschwindet auf der rechten Seite solange $n = n'$ ist:

$$\sum_{m=1}^{M-1} B_m e^{-2\pi i n' \frac{m}{M}} = M C_{n'} r_0^{n'-1}. \quad (1.40)$$

Benennt man n' jetzt in n um und löst nach der C_n auf, so gewinnt man folgenden Ausdruck:

$$C_n = \frac{1}{M r_0^{n-1}} \sum_{m=1}^{M-1} B_m e^{-2\pi i n \frac{m}{M}}. \quad (1.41)$$

Der Vorteil dieser Vorgehensweise besteht darin, dass die benutzten Funktionen die Form $e^{in\theta}$ haben und somit orthogonal sind ($\int_0^{2\pi} e^{in\theta} e^{-in'\theta} d\theta = 2\pi \delta_{nn'}$) und bei der Bestimmung einer Multipolkomponente ihre Stärke nicht von der An- oder Abwesenheit der anderen Komponenten abhängt. Ein weiterer Vorteil gegenüber der Analyse in kartesischen Koordinaten ist die Abhängigkeit vom radialen Abstand r_0 . Angenommen das Feld wird mit einer Genauigkeit ΔB_m gemessen, dann korreliert der Fehler der Multipolkomponenten antiproportional mit der $(n-1)$ -ten Potenz des Radius, der Fehler wird also umso kleiner je größer der Radius gewählt wird, bei dem die Messungen durchgeführt werden:

$$\Delta C_n \approx \frac{\Delta B_m}{r_0^{n-1}}. \quad (1.42)$$

Wird nun auf Basis der gefitteten Multipolkoeffizienten numerisch ein Feld generiert, so ist

die Genauigkeit ($\Delta B \approx \Delta C_n \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n-1}$) innerhalb von r_0 umso besser je größer r_0 ist und wird außerhalb schnell schlechter [Wolski 2009, Kapitel 5].

1.2.3 Dreidimensionales Design

Longitudinal kann das Magnetfeld wegen der endlichen Ausdehnung nicht gleichmäßig sein. So ist zum Beispiel der Gradient des Magnetfeldes im Quadrupol entlang der z -Achse nicht konstant. Das Magnetfeld mag in der Mitte des Magneten in zwei Dimensionen die gewünschte Verteilung haben, aber spätestens an den Feldrändern weicht es davon ab. Die Länge des Randfeldes hängt von der Apertur des Quadrupolmagneten ab und ist ungefähr so lang wie die Vektoräquipotentiallinien, die die Richtung der Flusslinien beschreiben. Da diese mit größerem radialen Abstand vom Ursprung immer kürzer werden, werden die Polschuhe zum Ausgleich longitudinal derart geformt, dass sie zur Mitte hin kürzer sind als am Rand. So soll ein Gesamtfeld möglichst uniformer Länge geschaffen werden. Diese Verformung ist an allen vier Polschuhen gleich, wiederholt sich dementsprechend bei einer Rotation des Feldes um $\pi/2$ und gehorcht damit der Symmetriebedingung für erlaubte Multipolfehler, wie sie in Abschnitt 1.2.1 erläutert ist. Darum ist es wichtig, eine vorher festgelegte Obergrenze für die Multipolkomponentenstärke der nächsthöheren Ordnung ($n = 6$) einzuhalten und einen Kompromiss zwischen longitudinaler Feldoptimierung und Erhaltung des reinen Feldes zu finden. Die zweite erlaubte Multipolkomponente ($n = 10$) kann dabei außer acht gelassen werden, da sie wegen $|\frac{B_{10}}{B_2}| \propto \left(\frac{r}{r_0}\right)^8$ für $r < r_0$ sehr klein wird [Tanabe 2005, Kapitel 9.4].

1.3 Ferromagnetismus

Der Kern eines Elektromagneten wird aus Eisen oder anderen ferromagnetischen Stoffen hergestellt. Die Eigenschaften ferromagnetischer Stoffe werden durch ungepaarte Elektronen in den äußeren Elektronenschalen, die den gesamten resultierenden Spin des Atoms tragen, verursacht. Die Dipol-Dipol-Wechselwirkung der Elektronenspins ist schwach und stellt im Material selbst keine Ordnung her, ihre Reichweite ist aber unendlich groß und daher für die Materialeigenschaften im Magnetfeld entscheidend.

Gemäß dem Pauli-Prinzip muss für eine antisymmetrische Ortswellenfunktion die Spin-Wellenfunktion der Teilchen symmetrisch sein. Wegen des durchschnittlich größeren Abstandes in der antisymmetrischen Ortswellenfunktion ist dieser Zustand aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung energetisch günstiger und es werden daher die Spins bevorzugt gleichgerichtet. Gleichzeitig können Elektronen mit parallelen Spins sich nicht im gleichen Ortszustand befinden und müssen daher höhere Energiezustände besetzen. Eine Gleichstellung der Spins wird also nur eintreten, wenn die Absenkung der potentiellen Energie die Erhöhung der kinetischen Energie übersteigt. Dies ist nur in wenigen Materialien der Fall, was erklärt warum die meisten nicht ferromagnetisch sind [Hunklinger 2007, Kapitel 12.2].

Ein Ferromagnet setzt sich aus einer Anzahl sogenannter Domänen (Weiss-Bezirke) zusammen, innerhalb derer er lokal gesättigt ist. Die Spinausrichtungen in den verschiedenen Domänen brauchen nicht parallel zu sein. In schwachen äußeren Magnetfeldern wachsen die Volumen der günstig orientierten Domänen, in starken Magnetfeldern drehen sich die Spins in Richtung des Feldes [Kittel 1983, Kapitel 15]. Zwischen dem ferromagnetischem Material und dem Magneten entsteht eine Anziehungskraft. Man unterscheidet zwischen weich- und hart-magnetischen Stoffen, je nachdem, ob die Magnetisierung nach Entfernung aus dem Magnetfeld verloren geht oder bestehen bleibt. Es bleibt ein Restmagnetismus zurück (Remanenz), der je nach Material unterschiedlich stark ist. Für die Magnetisierung \vec{M} und die magnetische Flussdichte \vec{B} gilt die Beziehung

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0(\vec{H} + \chi \vec{H}) = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}). \quad (1.43)$$

Dabei ist χ die magnetische Suszeptibilität. Sie ist bei Ferromagneten nicht konstant, sondern hängt von der externen Feldstärke und der Magnetisierungsvorgeschichte ab. Um mit einem Elektromagneten bei gleicher Stromstärke immer wieder die gleiche Feldstärke zu erreichen, ist es wichtig, stets auf der gleichen Magnetisierungskurve (Hysteresekurve) zu bleiben. Die Magnetisierungskurve ergibt sich wenn man die magnetische Flussdichte B oder die Magnetisierung M gegen die magnetische Feldstärke H aufträgt. In der Beschleunigerphysik kommen vor allem weichmagnetische Stoffe zum Einsatz, die per Definition leicht zu magnetisieren und zu entmagnetisieren und darum besonders zur Herstellung von Elektromagneten geeignet sind.

Ab einer bestimmten Magnetisierung M bewirkt die Erhöhung der magnetischen Feldstärke H keine weitere Erhöhung der Magnetisierung mehr. Alle Atomspins sind entlang der Magnetfeldlinien ausgerichtet und die Magnetisierung erreicht einen materialspezifischen Sättigungswert. Anschaulich sieht man den Beginn der Sättigungsmagnetisierung an der abflachenden Steigung in der Hysteresekurve.

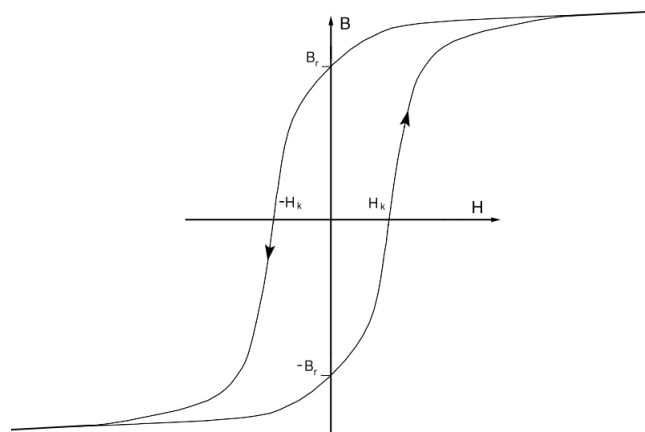


Abbildung 1.4: Typische Hysteresekurve eines ferromagnetischen Stoffes. Aufgetragen wird die magnetische Flussdichte im Material gegen das äußere Magnetfeld H . Die Schnittpunkte mit der B -Achse entsprechen der Restmagnetisierung nach Entfernen des zuvor vorhandenen externen Feldes. Bildquelle: Kittel 1983, Kapitel 15, Bild 29, modifiziert

1.4 Strahldynamik

Unter einem Ionenstrahl versteht man ein Teilchenensemble, das im Allgemeinen aus nur einer Teilchensorte gleicher Masse und gleicher Ladung besteht, deren Geschwindigkeit in z -Richtung deutlich größer ist als die Teilchengeschwindigkeiten in die anderen Raumrichtungen ($v_z \gg v_x, v_y$). Für die Strahldynamik ist nur die elektromagnetische Wechselwirkung von Bedeutung. Alle anderen Wechselwirkungen sind bei der Betrachtung von Ionen wegen der kleinen Massen und großen Abständen vernachlässigbar [Struckmeier 2006].

1.4.1 Phasenraum und Emittanz

Jedes Teilchen im Strahl kann durch drei Orts- und drei Impulskoordinaten beschrieben werden. Ein Teilchenensemble mit N Teilchen wird also durch N Punkte im $6N$ -dimensionalen Phasenraum repräsentiert. Der Phasenraum wird von den generalisierten Koordinaten q_j und den generalisierten Impulsen p_j aufgespannt. Nach dem Satz von Liouville bleibt die Teilchendichte im Phasenraum unter Einwirkung konservativer Kräfte erhalten. Der Flächeninhalt der Phasenraum-Ellipse ändert sich nicht, wohl aber ihre Form. Anders ausgedrückt: Das Volumen $dV = dq_1 \dots dq_n dp^1 \dots dp^n$ eines hamiltonischen System $H(q_i, p_j, t)$ mit n Freiheitsgraden ist invariant unter kanonischen Transformationen, also Transformationen, die die Form der kanonischen Gleichungen erhalten:

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad (1.44)$$

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \quad (1.45)$$

Der Satz von Liouville folgt aus dem Umstand, dass die nicht-relativistische Zeitentwicklung eines hamiltonischen Systems selbst eine kanonische Transformation ist. Er gilt allerdings nur dann, wenn die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen, sprich die Raumladungskräfte, vernachlässigt, oder durch ein glattes äußeres Feld, wie es von einer kontinuierlichen Ladungsverteilung hervorgerufen wird, genähert werden können. Unter diesen Bedingungen wird der $6N$ -dimensionale Phasenraum zu N 6-dimensionalen Phasenräumen und die lokale Punktdichte des Teilchenensemble aus N Teilchen bleibt erhalten. Der Satz von Liouville ist somit unter der Voraussetzung, dass sich sowohl die elastische Streuung der Coulomb-wechselwirkenden Teilchen, als auch die dissipativen Kräfte vernachlässigen lassen und die Gesamtteilchenzahl erhalten bleibt, auf die Zeitentwicklung eines Teilchenpaketes anwendbar [Struckmeier 2006].

Sind die horizontale und die vertikale Ebene entkoppelt, genügt es den zweidimensionalen Phasenraum zu betrachten. Für die Untersuchung der Strahldynamik eines Teilchensystems werden in der Regel die Unterräume $x - p_x$, $y - p_y$ und $z - p_z$ betrachtet. Statt der transversalen Impulskomponenten p_x und p_y werden dabei meist die Richtungsabweichungen x' (mit $x' = \frac{dx}{dz} = \frac{v_x}{v_z} = \frac{p_x}{p_z} = \tan(\alpha)$) und y' verwendet. In der Beschleunigerphysik entsprechen diese Richtungsabweichungen in sehr guter Näherung dem Divergenzwinkel

($\tan(\alpha) \approx \alpha$), da aus der Definition eines Teilchenstrahls direkt $p_x \ll p_z$ folgt. In longitudinaler Richtung wird dahingegen oft die Orts- und Impulsabweichung (Δz bzw. Δp_z) des Sollteilchens durch die Phasen- und Energieabweichung ($\Delta\Phi$ bzw. ΔW) ersetzt.

Als Emittanz ϵ bezeichnet man die Fläche, die ein Teilchenensemble aus einem Teilchenstrahl im Phasenraum einnimmt, geteilt durch π :

$$A_x = \int \int dx dx' = \epsilon_x \pi \rightarrow \epsilon_x = \frac{A_x}{\pi} \quad (1.46)$$

$$A_y = \int \int dy dy' = \epsilon_y \pi \rightarrow \epsilon_y = \frac{A_y}{\pi}. \quad (1.47)$$

In Beschleunigern nimmt die Emittanz idealerweise die Form einer Ellipse an, mit der minimalen und maximalen Varianz als Halbachsen (siehe Abbildung 1.5). Mit ihr lässt sich die Strahlqualität bemessen.

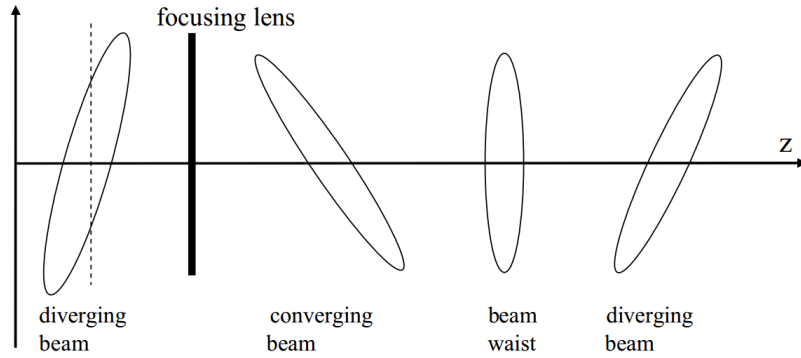


Abbildung 1.5: Beispiele für Strahlpaket-Emittanzen mit verschiedenen Fokus-Zuständen (von links nach rechts): divergentes, konvergentes, fokussiertes und divergentes Teilchenensemble. Bildquelle: [Wiedemann 2007, Abbildung 5.1]

Um zu verhindern, dass eine Beschleunigung des Strahls, also eine Erhöhung von p_z , die Richtungsabweichungen und damit die Emittanz verkleinert, ist es sinnvoll diese auf die z -Geschwindigkeit zu normieren [Gross 2000]:

$$\epsilon_{norm} = \beta\gamma\epsilon \quad (1.48)$$

Hierbei ist $\beta = \frac{v}{c}$ das Verhältnis von Teilchengeschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit und $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ der Lorentzfaktor.

Weitere wichtige Begriffe sind die fraktionelle, die effektive und die rms-Emittanz. Die fraktionelle Emittanz beinhaltet nicht alle Teilchen, da es zum Beispiel bei der Ausbildung großer Bereiche geringer Teilchendichte oft nicht sinnvoll ist die Gesamtemittanz zu betrachten, sondern nur einen Teilstrahl der wahlweise 95%, 97% oder 99% aller Teilchen beinhalten kann. Führen nichtlineare Kräfte zu Abweichungen von der typischen elliptischen Form, gibt die effektive Emittanz die kleinste einhüllende Ellipse an.

Meist wird jedoch die rms-Emittanz (*Root-Mean-Square-Emittanz*) eines Teilchenstrahls angegeben. Sie dient der Beschreibung realer Ionenstrahlen und berücksichtigt außer der belegten Fläche noch die Dichteverteilung. Die rms-Emittanz ist nach Sacherer definiert als [Sacherer 1971]:

$$\epsilon_{rms} = \sqrt{x^2 x'^2 - \overline{xx'}^2} \quad (1.49)$$

Für eine Kapchinsky-Vladimirsky-Verteilung (kurz: KV-Verteilung) ist die rms-Emittanz gleich einem Viertel der Gesamtemittanz [Wangler 2008].

1.4.2 Twissparameter

Die Phasenraumellipse im xx' -Unterraum (im yy' -Raum äquivalent) lässt sich durch folgende Formel beschreiben:

$$\gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 = \epsilon \quad (1.50)$$

Abbildung 1.6 zeigt den Zusammenhang der Twissparameter mit den Eigenschaften einer Ellipse: Der Flächeninhalt der Ellipse beträgt $\pi\epsilon$. Die große Halbachse schließt mit der x -Achse den Winkel φ ein, wobei für φ die Beziehung $\tan(2 \cdot \varphi) = \frac{2\alpha}{\gamma - \beta}$ gilt. Weiterhin lassen sich alle Schnittpunktkoordinaten der Ellipse mit den Achsen und sowohl Maximal- als auch Minimalwerte in x - und y -Richtung durch Twissparameter ausdrücken.

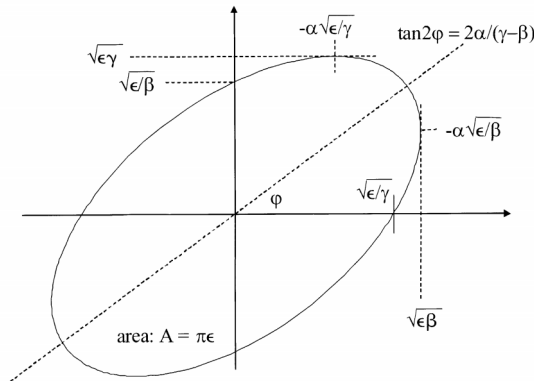


Abbildung 1.6: Mit Hilfe der Twissparameter α , β und γ lassen sich alle Ellipseigenschaften einer Phasenraumellipse beschreiben. Bildquelle: Wiedemann 2007, Abbildung 5.2

Die Ellipse wird durch die vier Parameter γ , α , β und ϵ überbestimmt. Daher müssen die drei Twissparameter untereinander eine Abhängigkeit aufweisen. Es gilt: $\beta\lambda - \alpha^2 = 1$. Die Twissparameter beziehen sich definitionsgemäß immer auf den entsprechenden Emittanzentyp [Wiedemann 2007].

1.4.3 Emittanzwachstum und Raumladung

Es gibt eine Vielzahl von Effekten, die zu einem Emittanzwachstum führen. Dazu gehören geometrische und chromatische Aberrationen (verursacht durch Geschwindigkeitsvariation) sowie Änderungen der Dichtefunktionen aufgrund von nichtlinearen Kräften. Nichtlineare Kräfte werden zum Beispiel von Fokussier-, Ablenk- und Beschleunigerelementen sowie von den Raumladungskräften einer inhomogenen Ladungsdichteverteilung hervorgerufen. Unter ihrer Einwirkung verliert der Satz von Liouville seine Gültigkeit und es kommt nicht nur zu einer Vergrößerung der effektiven Emittanz durch Verformung, sondern auch zu einem wirklichen Emittanzwachstum. Des Weiteren bewirkt die Dispersion in Magneten eine Kopplung der Unterräume und führt damit zum Wachstum der zweidimensionalen Emittanz [Kester 2011].

Um die Auswirkungen der durch Raumladung verursachten Felder abschätzen zu können, betrachtet man zuerst einen zylinderförmigen Strahl mit homogener Ladungsverteilung und verwendet wieder die Maxwell-Gleichungen, diesmal aber nicht unter Abwesenheit von Ladung:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_b}{\epsilon_0} \quad (1.51)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_b, \quad (1.52)$$

Hierbei gilt für die Ladungsdichte ρ_b und die Stromdichte j_b des Strahlstroms:

$$\rho_b = \frac{I_b}{\pi r_b^2 \beta c} \quad (1.53)$$

$$\vec{j}_b = \rho_b \beta c \vec{e}_z \quad (1.54)$$

mit dem Strahlstrom I_b , dem Strahlradius r_b und den Einheitsvektoren in Zylinderkoordinaten \vec{e}_z , \vec{e}_r und \vec{e}_φ . Unter Verwendung der Sätze von Gauß und Stokes gelangt man nach Integration über das Zylindervolumen von Gleichung (1.53) und über die Zylinderoberfläche von Gleichung (1.54) zu folgenden Ausdrücken für das selbstinduzierte E- und B-Feld [Struckmeier 2005]:

$$\vec{E}_r(r) = E_r \vec{e}_r = \frac{\rho_b}{2\epsilon_0} r \vec{e}_r = \frac{I_b}{2\pi\epsilon_0\beta c} \frac{r}{r_b^2} \vec{e}_r \quad (1.55)$$

$$\vec{B}_\varphi(r) = B_\varphi \vec{e}_\varphi = \frac{1}{2} \mu_0 \rho_b \beta c r \vec{e}_\varphi = \frac{I_b}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{r}{r_b^2} \vec{e}_\varphi \quad (1.56)$$

Die Formel für die Kraft, die diese Felder auf ein Teilchen mit der Ladung q im Teilchenstrahl ausüben, setzt sich aus der Summe von Lorentz- und Coulombkraft

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}):$$

$$\vec{F}(r) = q (E_r + \beta c B_\varphi \vec{e}_z \times \vec{e}_\varphi) = \frac{q I_b}{2\pi\epsilon_0\beta c} (1 - \beta^2) \frac{r}{r_b^2} \vec{e}_r. \quad (1.57)$$

Die Lorentzkraft setzt sich aus einem repulsiven elektrischen und einem attraktiven magnetischem Teil zusammen, der aber erst im Grenzfall $\beta \rightarrow 1$ den elektrischen Teil aufhebt.

Ist dieser Grenzfall nicht gegeben, dominieren die repulsiven Kräfte der Raumladung. Sie defokussieren den Strahl und müssen von strahloptischen Elementen kompensiert werden. Beim FRANZ-Projekt beträgt $\beta = 0,065$ für den Protonenstrahl mit einer Energie von 2 MeV was bedeutet, dass die magnetische Raumladungskraft praktisch vernachlässigbar ist. Bei 1 A Strahlpulsstrom wäre die magnetische Kraft kleiner als $6,24 \cdot 10^{-19} \text{ N}$ (Zum Vergleich: die Lorentzkraft des Erdmagnetfeldes auf ein Proton mit der kinetischen Energie von 2 MeV beträgt $1,51 \cdot 10^{-16} \text{ N}$).

Ein Maß für die Wirkung der Raumladung ist die generalisierte Perveanz K . Sie ist eine dimensionslose Größe und kann für KV-Verteilungen aus der Newtonschen Bewegungsgleichung eines Strahlteilchens hergeleitet werden:

$$\gamma m \cdot \frac{d^2 r}{dt^2} = \gamma m \cdot \frac{d^2 r}{dz^2} \cdot (\beta c)^2 = F(r) \quad (1.58)$$

Daraus folgt für das Enveloppenteilchen ($r = r_b$) die radiale Bewegungsgleichung:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{q I_b}{2\pi\epsilon_0 m (\beta c \gamma)^3} \cdot \frac{1}{r_b} = \frac{K}{r_b}. \quad (1.59)$$

Die generalisierte Perveanz $K = \frac{q I_b}{2\pi\epsilon_0 m (\beta c \gamma)^3}$ und damit die Wirkung der Raumladung ist demzufolge umso größer, je größer der Strahlstrom und umso kleiner, je größer die Masse und die Geschwindigkeit der Teilchen sind. Sie entspricht in der klassischen Strahldynamik, in der die gesamte Beschleunigungsspannung in Bewegung umgesetzt wird ($q U_a = \frac{mv^2}{2}$), genau dem Verhältnis von Potentialdifferenz im Strahl ($\Delta\Phi = \int_0^{r_b} E_r(r) dr = \frac{I_b}{4\pi\epsilon_0 v}$) und Beschleunigungsspannung [Gross 2000]:

$$K = \frac{\Delta\Phi}{U_a}. \quad (1.60)$$

Zur Simulation von Teilchenstrahlen kommen mehrere gängige Modelle von Dichteverteilungen zum Einsatz. Die KV-Verteilung hat die besondere Eigenschaft, keine nichtlinearen Raumladungskräfte hervorzurufen. Alle Punkte im Phasenraum sind bei ihr gleichmäßig auf einer transversalen 4-dimensionalen Hyperfläche verteilt, was bewirkt, dass Projektionen auf zweidimensionale Unterräume elliptische Flächen mit homogener Dichte ergeben. In der Realität liegt im Teilchenstrahl allerdings nie eine wirklich homogene Ladungsverteilung vor. Weitere Modelle, die auch nichtlineare Raumladungseffekte bewirken, sind Waterbag-, Gauß- und parabolische Dichteverteilungen [Wiesner 2008]. In dieser Arbeit wurden vorwiegend KV- oder Gauß-Verteilungen zur Simulation von Strahltransporten verwendet. Außerdem kam eine Verteilung zum Einsatz, wie sie am Ausgang des FRANZ-RFQs vorliegt. So sollte die Wirkung auf den Strahl durch die Magneten, sowohl mit als auch ohne Raumladungseffekte simuliert werden.

1.4.4 Wölbung

Als Wölbung bezeichnet man das vierte normierte Moment. Sie entspricht dem Verhältnis der vierten Momente und der quadrierten zweiten Momente der Strahlverteilung.

$$V_x = \frac{\overline{x^4}}{\overline{x^2}^2} \quad (1.61)$$

Für diskrete Verteilungen werden das vierte und das zweite Moment wie folgt berechnet:

$$\overline{x^4} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4 \quad (1.62)$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (1.63)$$

Für kontinuierliche elliptische Symmetrien mit verschwindendem ersten Moment \bar{x} gelten folgende Ausdrücke:

$$\overline{x^4} = \frac{3\pi a_x^5 a_y}{8} \int_0^1 r^4 \cdot n(r) dr^2 \quad (1.64)$$

$$\overline{x^2} = \frac{\pi a_x^3 a_y}{2} \int_0^1 r^2 \cdot n(r) dr^2 \quad (1.65)$$

Dabei sind a_x und a_y die maximalen Ausdehnungen des Strahls in x - und in y -Richtung. Die Wölbung kann sowohl von der Raumverteilung als auch von der Impulsverteilung berechnet werden. In dieser Arbeit wird als Wölbung immer das vierte normierte Moment der Verteilung der Teilchenpositionen bezeichnet.

In diesem Sinne lässt sich anhand der Wölbung auf die räumliche Verteilungsfunktion schließen. Eine homogene Ionendichteverteilung $n(r) = \frac{1}{\pi a_x a_y}$ hat eine Wölbung von $V = 2$, die Wölbung einer Waterbag-Verteilung $n(r) = \frac{2}{\pi a_x a_y} (1 - r^2)$ beträgt $V = 9/4$. Ist die Wölbung einer Verteilung größer als $V = 2$ bedeutet das, dass die Verteilung bei kleineren Radien eine höhere Dichte hat als bei großen Radien. Ist $V < 2$ so handelt es sich bei der Verteilung um einen Hohlstrahl. Die Umverteilung eines Strahls während des Transportes durch nichtlineare Feldenergien führt immer zu einem Wachstum der rms-Emittanz. Die Teilchenverteilung entwickelt sich hin zu einer homogeneren Verteilung und die Wölbung nähert sich dem Wert $V = 2$ an [Lotz 2011, Abschnitt 2.1.2, zitiert nach Struckmeier 2005].

1.4.5 Bewegung im magnetischen Feld

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten das Verhalten eines Teilchenstrahls betrachtet wurde, wird hier noch einmal auf die Bewegung einzelner Teilchen in externen Magnetfeldern eingegangen. Es werden zunächst homogene Felder betrachtet und Randfelder vernachlässigt. Auf ein geladenes Teilchen mit der Ladung q , der Masse m und der Geschwindigkeit \vec{v} wirkt (im nicht-relativistischen Fall $|\vec{v}| \ll c$) die Lorentzkraft \vec{F} :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (1.66)$$

Handelt es sich bei dem Magnetfeld um ein Feld mit nur einer Komponente B_y , so folgt daraus näherungsweise für die Beschleunigung:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = \frac{q}{m} B_0 \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \omega_{zyklo} \cdot \begin{pmatrix} -v_z \\ 0 \\ v_x \end{pmatrix} \quad (1.67)$$

Liegt beim Eintritt in das Magnetfeld nur eine Geschwindigkeitskomponente v_z vor, wird das Teilchen in z -Richtung abgebremst und in negativer x -Richtung beschleunigt. Der Gesamtgeschwindigkeitsbetrag bleibt erhalten und das Teilchen beschreibt in der xz -Ebene eine Kreisbahn. Die Bewegung kann als Drehung des Geschwindigkeitsvektor aufgefasst werden, während das Feld keinen Einfluss auf die Gesamtenergie des Teilchens hat.

Im Falle eines Quadrupolfeldes mit zwei transversalen ortsabhängigen Komponenten $B_x = G \cdot y$ und $B_y = G \cdot x$ ohne longitudinale Komponente und einem Strahlteilchen mit $v_z \gg v_x, v_y$ wird die Bewegungsgleichung zu:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = \frac{q}{m} G \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y \\ x \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{q}{m} G \cdot \begin{pmatrix} -v_z \cdot x \\ v_z \cdot y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.68)$$

Das bedeutet, dass ein Teilchen, das durch ein Quadrupolfeld fliegt, in Abhängigkeit seiner radialen Position in x -Richtung zum Ursprung hin und in y -Richtung vom Ursprung weg beschleunigt wird. Ein magnetischer Quadrupol fokussiert und defokussiert also immer gleichzeitig in den zwei transversalen Ebenen. Je weiter außen im Feld ein Ion das Quadrupolfeld durchläuft, desto größer ist seine transversale Beschleunigung, ähnlich wie bei einer optischen Linse. Um eine Netto-Fokussierung zu erlangen, macht man sich die alternierende Gradientenfokussierung zu Nutze. Fügt man Quadrupolfelder alternierender Orientierung hintereinander, wird in einer Ebene abwechselnd fokussiert und defokussiert. Aufgrund der Tatsache, dass ein geladenes Teilchen nach einer Fokussierung weiter innen auf die folgende Linse trifft, die dann wegen der radialen Abhängigkeit der transversalen Beschleunigung weniger stark defokussiert, erreicht man somit, dass mit jedem weiteren Quadrupol die Gesamtfokussierung des Strahls immer besser wird (siehe Abbildung 1.7).

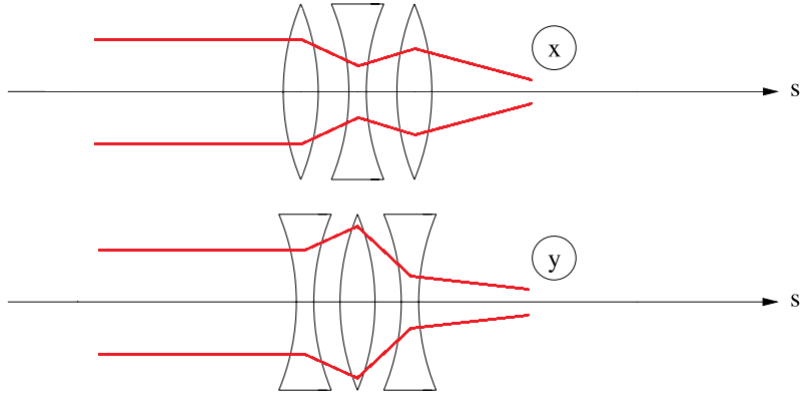


Abbildung 1.7: Schematische Darstellung der alternierenden Gradientenfokussierung in einem Triplet. Bildquelle: Hinterberger 2008, Abbildung 4.28, modifiziert

Die Trajektoriengleichungen in den beiden Ebenen lauten [Wangler 2008, Kapitel 7]:

$$x'' + k^2 x = 0 \quad (1.69)$$

$$y'' - k^2 y = 0 \quad (1.70)$$

mit $k^2 = \frac{G}{(B\rho)}$ als Geometriefaktor, der die Linseneigenschaften der Quadrupollinse als Funktion des Gradienten und der magnetischen Steifigkeit $\frac{p}{e} = (B\rho)$ (ρ ist der Krümmungsradius der Teilchenbahn) spezifiziert. Die Brennweite einer Quadrupollinse entspricht dem Kehrwert des Produktes von Geometriefaktor und magnetischer Länge l (dünne Linsen-näherung). Die Brennweite f ist somit definiert als $f = \frac{1}{k^2 l} = \frac{p}{e l G}$ und abhängig vom Gradienten, der Magnetfeldlänge, der Teilchenladung und dem Impuls.

Für ein reines Quadrupolfeld mit horizontaler Fokussierung lässt sich eine Transportmatrix aufstellen, die die Teilchenpositionen im Phasenraum nach der Strecke L_Q über den Krümmungsradius $\phi = L_Q k$ (für $\frac{1}{\rho} \rightarrow 0$) mit den Eingangspositionen verknüpft:

$$\begin{pmatrix} x(L_Q) \\ x'(L_Q) \\ y(L_Q) \\ y'(L_Q) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \frac{1}{k} \sin\phi & 0 & 0 \\ -k \cdot \sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cosh\phi & \frac{1}{k} \cdot \sinh\phi \\ 0 & 0 & k \cdot \sinh\phi & \cosh\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x(0) \\ x'(0) \\ y(0) \\ y'(0) \end{pmatrix} \quad (1.71)$$

Unter Näherung des Quadrupolfeldes mit infinitesimal kurzer Länge als dünne Linse ($k \cdot L_{eff} \rightarrow 0$) lässt sich die Transportmatrix mit der Fokussierlänge $f = \frac{1}{k^2 L_{eff}} \gg L_Q$ weiter vereinfachen zu:

$$M_{QP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -f^{-1} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & f^{-1} & 1 \end{bmatrix} \quad (1.72)$$

Mögliche Kopplungen zwischen der x - und der y -Ebene wurden hier vernachlässigt [Wangler 2008, Kapitel 7].

1.5 Numerische Simulationsmethoden

Um die Magnetfelder der Quadrupole und den Teilchentransport durch die Triplets nachzuvollziehen, sind numerische Computersimulationen unverzichtbar. Dabei kommen einerseits Programme, die aus gegebenen Stromverteilungen, gemäß den Materialeigenschaften und physikalischen Gesetzen, die induzierten Felder simulieren und andererseits Programme, die die Trajektorie geladener Teilchenensembles bei gegebenen Feldern und Eingangsverteilungen im Phasenraum simulieren, zum Einsatz. Im Folgenden werden die drei verwendeten Simulationsprogramme kurz vorgestellt und erläutert.

1.5.1 LORASR

LORASR steht für *Longitudinale und radiale Strahldynamikrechnung mit Raumladung*. Der Strahldynamik-Code wurde am Institut für Angewandte Physik der Goethe Universität Frankfurt entwickelt und ist auf das Strahldynamikdesign zusammenhängender Driftrohrenkomponenten spezialisiert [Tiede 2006]. Es sind Simulationen sowohl von $\beta\lambda$ - und $\beta\lambda/2$ -Strukturen als auch kurzer RFQ-Strukturen möglich. Weiterhin wurden auch optische Strahlführungselemente wie Dipole, Quadrupole und Solenoide implementiert. Zwar gibt es keine prinzipielle Einschränkung des simulierten Strahldynamikkonzepts, doch ist das Programm besonders auf Designs mit $\beta\lambda/2$ -H-Moden-Kavitäten als Hauptbeschleunigerelemente ausgelegt. Es wurde an der Goethe Universität Frankfurt mangels einer echten Alternative zur Strahldynamikberechnung solcher Beschleunigerkonzepte entwickelt, um die am IAP entstehenden H-Moden Resonatoren vor der Herstellung ausführlich numerisch testen zu können. Dabei entspricht LORASR den aktuellen Anforderungen der Beschleunigerphysik mit dem Schwerpunkt auf der Untersuchung der Raumladungskräfte und der exakten Quantifizierung und Analyse von Strahlverlusten [Tiede 2009, Abschnitt 3.2]. Eine genauere Vorstellung des Programms findet sich in der Quelle dieses Abschnittes.

1.5.2 CST EM STUDIO

CST EM STUDIO ist eine kommerzielle Software auf Basis der Finiten Integrationsmethode zur Berechnung statischer und niederfrequenter Felder. Sie dient der Charakterisierung, dem Design und der Optimierung von elektromagnetischen Objekten vor ihrer Herstellung. Die Eingabe eines Objektes erfolgt dabei ähnlich wie bei einem CAD-Programm. Der *Magnetostatic Solver* ermöglicht die 3D Simulation von Magneten und Spulen, Sensoren und Aktuatoren, Motoren, Abschirmung von Feldern usw.. Das Programm wird in dieser Arbeit verwendet, um die Feldverteilungen der Quadrupole und der Triplets zu simulieren und mit den gemessenen Feldern zu vergleichen. [CST 2012]

Finite Integrationstheorie (FIT) Mit Hilfe der finiten Integrationsmethode werden die Maxwell-Gleichungen in die Matrizenform umgewandelt. Jeder Körper wird in ein Gitter aus Teilgebieten unterteilt, die stückweise linear, homogen und isentrop sein müssen, das heißt ϵ , μ , κ sind über eine Gitterzelle konstant. Die Integrale über die Maxwell-Gleichungen können dann mittels einer numerischen Methode diskretisiert werden.

$$\int_{x_0}^{x_0+\Delta} f(x)dx = \Delta f\left(x_0 + \frac{\Delta}{2}\right) + O(\Delta^3) \quad (1.73)$$

Diese Näherungsformel für ein Integral benutzt eine Stützstelle in der Mitte des Intervalls (Runge-Kutta-Verfahren) und ihr Fehler skaliert mit Δ^3 . Ein Flächenintegral lautet demnach:

$$\int_{x_0}^{x_0+\Delta} \int_{y_0}^{y_0+\Delta} f(x, y)dxdy = \Delta f\left(x_0 + \frac{\Delta}{2}, y_0 + \frac{\Delta}{2}\right) + O(\Delta^4) \quad (1.74)$$

FIT-Gitter Will man die obigen Integrationsmethoden auf die Maxwell-Gleichungen in einem Materialgitter anwenden, muss das Gitter bestimmte Bedingungen erfüllen.

- Jede Seite einer Gitterzelle kann eine unterschiedliche Länge haben, aber ihre Längen müssen der jeweiligen Integrationsschrittweite entsprechen.
- Die Richtung von $d\vec{s}$ muss parallel zu den Gitterseiten gewählt werden.
- Demzufolge steht $d\vec{A}$ senkrecht auf den Gitterseiten.
- Das Material einer Gitterzelle wird von ϵ , μ und κ definiert.

Die Feldkomponenten werden so angeordnet, dass \vec{E} und \vec{B} parallel und \vec{B} und \vec{D} senkrecht (ein anderer Winkel ist nur erlaubt, wenn sich ϵ , μ und κ in den benachbarten Gitterzellen nicht unterscheiden) zu den Gitterseiten stehen. Auf diese Weise entstehen zwei Gitter (G und \tilde{G}) und es wird gewährleistet, dass die berechneten Feldstärken an sämtlichen Materialoberflächen stetig sind. Das elektrische Feld wird nur durch tangential zu den Gitterzellen stehende Komponenten ausgedrückt und ist - trotz angrenzender Gitterzellen, die mit einem anderen Material gefüllt sind - ebenso stetig wie das Magnetfeld, dass senkrecht auf den Materialoberflächen steht.

Um die Maxwell-Gleichungen in Matrizenform eindeutig lösen zu können, müssen die Randbedingungen an den äußersten Oberflächen des Objekts erfüllt sein. Dass die Randflächen auf dem Gitterrand liegen ist dabei nicht erforderlich.

Anwendung in CST EM STUDIO In CST bestehen die Gitterzellen aus orthogonal zueinander verlaufenden Linien. Die Integralform wird direkt in ein Gitterraum-Doublett $G - \tilde{G}$ übertragen. In einer Zelle G sind die elektrische Spannung entlang einer Zelle V_i und die magnetische Flussdichte folgendermaßen definiert:

$$e_i = \int_{L_i} \vec{E} d\vec{s} \quad ; \quad b_i = \int_{A_i} \vec{B} d\vec{A} \quad (1.75)$$

L_i ist die Strecke auf der Kante i und A_i die Oberfläche der Seite i einer Gitterzelle. Die elektrische Spannung und magnetische Flussdichte werden in einer Zelle wie in Abbildung 1.8 dargestellt.

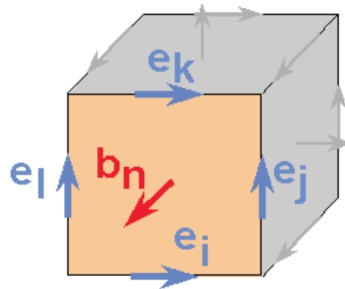


Abbildung 1.8: Darstellung der elektrischen Spannung und magnetischen Flussdichte in einer Zelle. Bildquelle: Liebermann 2007, Abbildung 5.4

Setzt man die Summe der Feldkomponenten aus dem Bild in die Integralform der ersten Maxwell-Gleichung ein,

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = - \oint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{A} \quad (1.76)$$

ergibt sich folgende Gleichung:

$$e_i + e_j - e_k - e_l = - \frac{\partial}{\partial t} b_n \quad (1.77)$$

Diese Gleichung lässt sich nun in eine Matrixform schreiben:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & \\ 1 & \cdot & 1 & \cdot & -1 & \cdot & -1 \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & & & \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} e_i \\ \cdot \\ e_j \\ \cdot \\ e_k \\ \cdot \\ e_l \\ \cdot \\ e_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{e}} = -\frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ b_n \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{C}\mathbf{e} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{b} \quad (1.78)$$

In Summenschreibweise lautet die Matrixform der ersten Maxwell-Gleichung $\sum_k c_{ik} e_k = -\frac{\partial b_i}{\partial t}$. Zur Umwandlung der zweiten Maxwell-Gleichung begibt man sich in den \tilde{G} Gitterraum. Dieser ist so definiert, dass jeder Punkt \tilde{P}_i innerhalb eines Volumens V_i in G liegt. Die magnetische Spannung h_i , der Strom i_i und der elektrische Fluss d_i sind wie folgt definiert:

$$h_i = \int_{\tilde{L}_i} \vec{H} d\vec{s} \quad (1.79)$$

$$i_i = \int_{\tilde{A}} \vec{J} d\vec{A} \quad (1.80)$$

$$d_i = \int_{\tilde{A}_i} \vec{D} d\vec{A} \quad (1.81)$$

Setzt man wieder die Komponentensummen in die integrierte Form der Maxwell-Gleichung ein

$$\oint \vec{H} d\vec{s} = - \int \left(\frac{\partial}{\partial t} \vec{D} + \vec{J} \right) d\vec{A} \quad (1.82)$$

erhält man entsprechend:

$$\sum_k \tilde{c}_{ik} h_k = \frac{\partial}{\partial t} d_i + i_i \quad \rightarrow \quad \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{h} = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{d} + \mathbf{j} \quad (1.83)$$

Die dritte und vierte Maxwell-Gleichung lauten:

$$\tilde{\mathbf{S}}\mathbf{d} = \mathbf{q} \quad (1.84)$$

$$\mathbf{S}\mathbf{b} = 0 \quad (1.85)$$

Eine ausführlichere Darstellung der finiten Integrationstheorie und ihrer Anwendung in CST findet sich in der Quelle dieses Abschnittes [Liebermann 2007, Abschnitt 5].

Im praktischen Umgang mit CST Studio wird ein Objekt entweder aus einem hexaedrischen oder tetraedrischen Gitter aufgebaut (siehe Abbildung 1.9). Das *hexahedral mesh* zerlegt das Volumen in quaderförmige Volumina. Das hat gegenüber dem *tetrahedral mesh* mit tetraedrischen Teilvolumina den Vorteil, dass es bei gleicher Gitterzellenzahl weniger Rechenleistung benötigt. Dagegen ist es jedoch gerade für gewölbte Oberflächen beziehungsweise alle Oberflächen, die entlang der kartesischen Koordinatenachsen verlaufen, ungeeigneter, um diese anzupassen. Darum wird mit weniger tetraederförmigen Gitterzellen eine glattere Konvergenzkurve der Simulationsergebnisse erreicht, als mit einem hexaederförmigen Gitter. Hinzu kommt noch, dass CST Studio bei der Simulation mit einem *tetrahedral mesh* auf alle CPU-Kernen des Simulationsrechners zugreift und die Simulationen deshalb deutlich schneller abgeschlossen sind, als bei einem *hexahedral mesh* [Schwarz 2013].

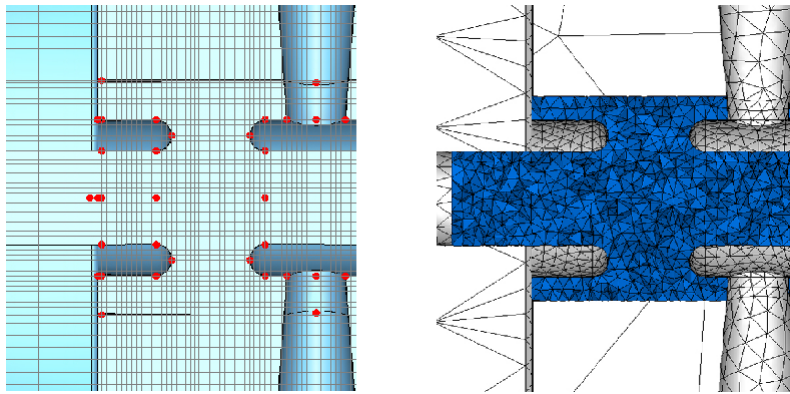


Abbildung 1.9: Beispiel einer Struktur mit hexaedrischem Gitter (links) und tetraedrischem Gitter (rechts). In diesem Fall handelt es sich um den Ausschnitt des FRANZ CH-Rebunchers. Bildquelle: Schwarz 2013

Wegen der Skalierung der Integrationsfehler mit $\mathcal{O}(\Delta^4)$ sind die Simulationsergebnisse umso genauer je größer die Zelldichte $n = \frac{N}{V}$ ist. Ab einer gewissen Dichte kommt es allerdings vermehrt zu numerischen Rundungsfehlern bei Gleitkommaoperationen. Oft wird eine hohe Gitterzellendichte in den Feldbereichen besonderen Interesses (zum Beispiel um die Strahlachse) verwendet, während sie in den äußeren Bereichen niedriger gehalten wird, um die Rechenzeit so kurz wie möglich zu halten, ohne Abstriche bei der Qualität der simulierten Felder in Strahlnähe machen zu müssen.

1.5.3 BENDER

BENDER ist ein *Particle-In-Cell* Programm und ermöglicht die Simulation von kontinuierlichen oder gebunchten Teilchenverteilungen durch beliebige zeit- und ortsabhängige elektrische und magnetische Felder, mit oder ohne Raumladung und mit oder ohne Sekundärteilchen [Noll 2012b, Code Entwicklung]. Die Eingabeverteilung und die Felder lassen sich sowohl aus anderen Simulationsprogrammen importieren als auch in BENDER generieren. Bei den generierbaren Multipolfeldern handelt es sich um ideale Kastenfelder, die sich aber beliebig überlagern lassen. Die Eingabe erfolgt über eine Datei im XML-Format, in der sich Aufbau der Felder, Strahlparameter, Koordinatensysteme, Einheiten, Formatierung und Ausgabedateien flexibel anpassen lassen. Da die Anzahl der Teilchen im realistischen Strahl zu hoch ist, wird mit Makroteilchen gerechnet, die eine bestimmte Anzahl Teilchen N enthalten und die Masse $M = N \cdot m$ und Ladung $Q = N \cdot q$ tragen. Die Bewegungsgleichungen lassen sich mit verschiedenen Methoden wie Velocity-Verlet-Integration, Euler- oder Runge-Kutta-Verfahren integrieren, wobei in den Simulationen für diese Arbeit das Velocity-Verlet-Verfahren benutzt wurde [Noll 2012a, Numerische Strahldynamik]:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v(t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2}a(t) \cdot \Delta t^2 \quad (1.86)$$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \frac{a(t) + a(t + \Delta t)}{2} \cdot \Delta t \quad (1.87)$$

Hierbei wird in jedem Zeitschritt, ausgehend vom aktuellen Ort, der aktuellen Geschwindigkeit und der Beschleunigung aller Makroteilchen ihre Positionen im nächsten Schritt berechnet, aus denen sich dann wiederum im Zusammenhang mit dem Potential die Beschleunigung und somit auch die Geschwindigkeit im nächsten Zeitschritt ableiten lassen.

Zur Lösung des Raumladungsproblems setzt BENDER außerdem auf die Verwendung der Finite-Elemente-Methode. Dabei handelt es sich um ein numerisches Verfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen, das die Berechnung von Problemen aus verschiedensten physikalischen Disziplinen ermöglicht. Es unterteilt das zu berechnende Volumen ähnlich wie CST EM STUDIO in eine Vielzahl kleinerer, aber nicht unendlich kleiner, Elemente. Innerhalb jedes Elements werden für die gesuchte Lösung n Ansatzfunktionen definiert, die auf den meisten Gebieten gleich 0 sind. Durch Linearkombination der Funktionen wird für jedes Element eine Matrix aufgestellt und die möglichen Lösungen festgelegt. Die Gesamtmatrix wird durch Addition der Einzelmatrizen gebildet. Der Vorteil des Ansatzes liegt darin, dass der Einfluss jedes Freiheitsgrades auf die direkten Nachbarknoten beschränkt ist, so dass die meisten Werte der Gesamtmatrix 0 sind und sich ein dünn besetztes lineares Gleichungssystem ergibt.

2 Anforderungen und Auslegung der magnetischen Triplets

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Planung und der Bestellung der Magnete. Die technischen Details der Quadrupoltriplets wurden auf Grundlage der Anforderungen des Betriebs im FRANZ-Projekt und mit Hilfe der Simulationsprogramme LORASR und CST EM STUDIO festgelegt.

2.1 Magnet-Design

Ein Elektromagnet sollte bei vertretbaren Kosten seine Aufgaben mit ausreichenden Sicherheiten erfüllen können. Die durch Produktion und Materialeigenschaften bedingten möglichen Feldveränderungen oder Feldstärkenvariationen dürfen dabei den späteren Einsatz nicht gefährden. Außerdem muss die Interaktion mit anderen Beschleunigerelementen und anderen Magneten berücksichtigt werden.

Es werden eine Reihe an Anforderungen an den Magneten gestellt. An erster Stelle stehen dabei die Strahlparameter, die den Rahmen festlegen (zum Beispiel das zu beschleunigende Element, seine Masse und die Ladung der Ionen). Zusammen mit dem gewünschten Ablenkwinkel der Fokussierung definieren sie den Wert des Wirkfeldes. Weiterhin müssen magnetische und mechanische Apertur zusammenpassen, so dass ein Strahl ein möglichst homogenes Feld durchläuft. Außerdem ist es von essentieller Bedeutung wie der Magnet betrieben werden soll, wie viel Platz er in der *Beam-Line* einnehmen kann und wie er dorthin transportiert wird [Tanabe 2005].

2.2 Layout der Frankfurter Neutronenquelle

Die Frankfurter Neutronenquelle am Stern-Gerlach-Zentrum (FRANZ) soll sowohl einen kontinuierlichen Neutronenfluss niedriger Intensität als auch hoch intensive Neutronenpulse mit Energien von 1 keV bis 500 keV bei sehr schnellen Wiederholungsraten produzieren. Die Motivation davon ist es einerseits Aktivierungsexperimente durchzuführen, um Detektor- und Material- Lebensdauern zu testen und andererseits Neutroneneinfangquerschnitte zu messen, um den s-Prozess [Reifarth 2010] wie er in Sternen stattfindet zu untersuchen [Chau u. a. 2006]. Abbildung 2.1 zeigt ein schematisches Layout.

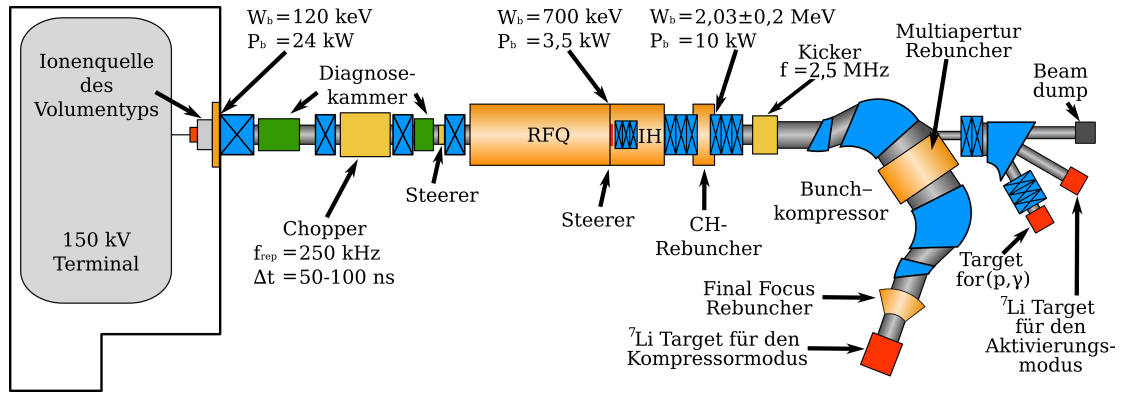


Abbildung 2.1: Layout der Frankfurter Neutronenquelle FRANZ. Die untersuchten Quadrupoltripletts sind in die IH-Struktur und vor und nach den CH-Rebuncher eingezeichnet (blau). Bildquelle: Ratzinger u. a. 2011, Fig. 1.1

Die Neutronen werden aus einer ${}^7\text{Li}(p,n){}^7\text{Be}$ Reaktion [Beer u. a. 2001] gewonnen, die beim Beschuss eines Lithium-Targets mit 2 MeV Protonen ausgelöst werden. Der hoch intensive Protonenstrahl wird dazu in einer Volumentyp-Ionenquelle [Nörenberg u. a. 2008] erzeugt, die für einen Betrieb bis zu 200 mA ausgelegt ist, und anschließend von einem elektromagnetischem Choppersystem in Protonenpulse mit einer Plateaulänge von $t_p = 50$ ns bis $t_p = 100$ ns bei einer Wiederholrate von 250 kHz geteilt. Das Choppersystem überlagert in Abständen von $4 \mu\text{s}$ ein konstantes Magnetfeld, das den Strahl von der Strahlachse ablenkt, mit einem gepulsten elektrischen Feld, das die magnetische Ablenkung kurzzeitig aufhebt [Wiesner 2008]. Anschließend wird der Strahl von einem Radiofrequenzquadrupol (RFQ) [Heilmann. u. a. 2011; Schempp 1990] auf 700 keV und danach von einer Interdigitalen H-Moden Struktur (IH-Struktur) [Ratzinger 1998; Heilmann u. a. 2013] auf 2 MeV beschleunigt. Beide Beschleuniger arbeiten bei einer Frequenz von 175 MHz und sind miteinander gekoppelt. Zur transversalen Fokussierung wird in die dritte Driftröhre der IH-Struktur ein magnetisches Quadrupoltriplett integriert, um größere Strahlverluste durch Raumladungskräfte zu vermeiden.

Auf den IH-Beschleuniger folgt ein von zwei weiteren baugleichen Quadrupoltripletts umrahmter Crossbar-H-Moden- (kurz: CH-) Rebuncher. Er sorgt für die longitudinale Fokussierung und die Energievariation von $\pm 0,2$ MeV. Zum Schluss werden immer jeweils 9 Mikrobunche von einem Kicker auf 9 verschieden lange Trajektorien durch den Bunch-Kompressor [Chau u. a. 2010] gelenkt und zu einem einzigen 1 ns langen, höchst intensiven Protonenpuls gebündelt. Dieser trifft auf das Lithium-Target und erzeugt dort den gewünschten Neutronenpuls. Die Probe, auf die der Neutronenpuls treffen soll, befindet sich in einem $4\pi\text{BaF}_2$ -Detektor [Heil u. a. 2001], der am Forschungszentrum Karlsruhe entwickelt wurde und die verschiedenen Neutronenreaktionen nachweisen soll. Abbildung 2.2 zeigt den Aufbau der MEBT und den IH-Beschleuniger, mit den drei Tripletts und dem CH-Rebuncher im yz -Schnitt.

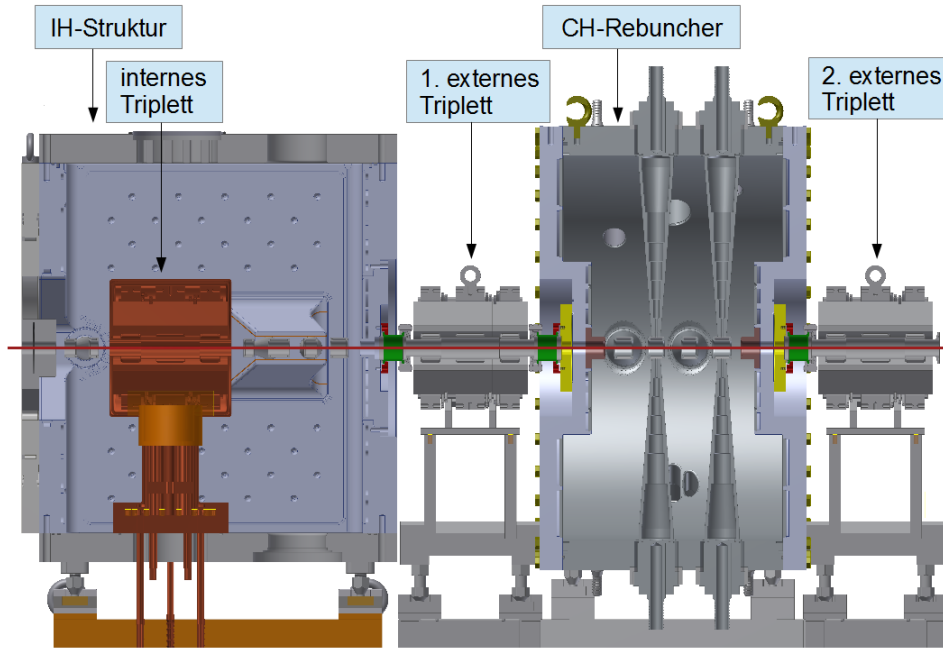


Abbildung 2.2: Schnitt durch die yz -Ebene der MEBT. Die Strahlachse ist rot markiert. Ein Teilchenpaket wird in der IH-Struktur (links) von 700 keV auf 2 MeV beschleunigt und im CH-Rebuncher (rechts) longitudinal fokussiert oder um $\pm 0,2$ MeV in der Energie variiert. Die drei Triplets sollen für die transversale Fokussierung sorgen. Bildquelle: Heilmann u. a. 2013

2.3 Designparameter

Um die Designparameter der Quadrupole, wie sie die Strahleigenschaften der Protonenbunche vorgeben, zu ermitteln wurden Simulationen mit LORASR angestellt. Dazu wurden die umgebenden Beschleunigersektionen ab dem Ausgang des RFQs eingegeben und eine Eingangsverteilung verwendet, wie sie nach dem damaligem RFQ-Entwurf zu erwarten war. Die Simulationen wurden mit einem 140 mA-Protonenstrahl durchgeführt und die effektiven Längen und die Kastenfeldstärken der drei Triplets so eingestellt, dass der Strahl möglichst gut durch die Beschleunigersektion transportiert wird. Tabelle 2.1 enthält die Gradienten und effektiven Längen aller drei Triplets, wie sie schließlich auch bestellt wurden. In Abbildung 2.3 ist die Strahleinhüllende der LORASR Simulation mit den Quadrupolparametern aus der Tabelle zu sehen und Abbildung 2.4 zeigt die Eingangs- und Ausgangsemittanzen der MEBT. Anhand der Neigung der Ellipsen lässt sich ablesen, dass der Strahl in der x -Ebene leicht divergent und in der y -Ebene konvergent in die IH-Struktur eintritt und nach der transversalen Fokussiersektion in x -Richtung stark konvergent und in y -Richtung fokussiert ist.

Triplet	Effektive Längen [cm]	Gradienten [$\frac{T}{m}$]
Internes	4,1 - 6,1 - 4,1	54,0 - 51,5 - 54,0
1. Externes	4,1 - 6,1 - 4,1	43,5 - 49,0 - 43,5
2. Externes	4,1 - 6,1 - 4,1	39,0 - 46,5 - 43,5

Tabelle 2.1: Effektive Längen und Gradientenmaxima der Quadrupolmagnete aller Triplets für einen Strahlstrom von 140 mA.

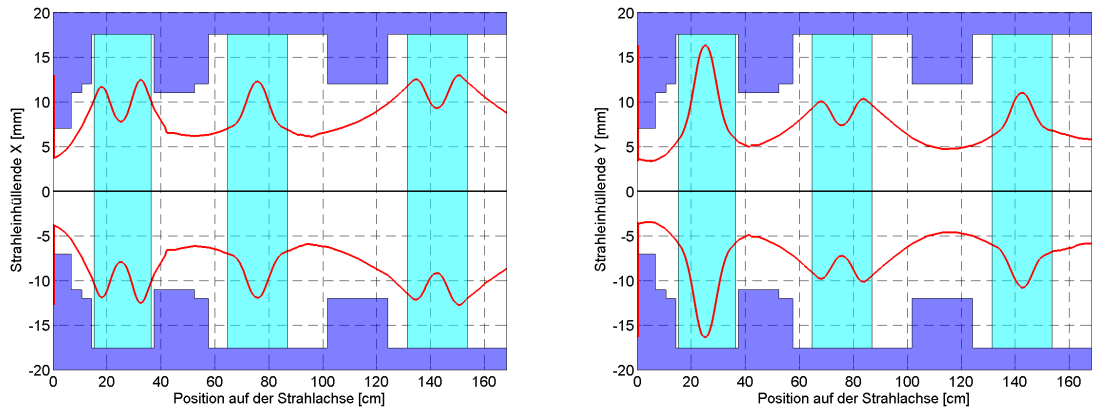


Abbildung 2.3: Transversale Strahleinhüllende (rot), Apertur (dunkelblau) und mechanische Triplets (hellblau) in der x -Ebene (links) und y -Ebene (rechts) mit 99% aller Teilchen in der MEBT bei 140 mA Strahlstrom. Die IH-Struktur beschleunigt den Strahl von 700 keV auf 2 MeV, so dass im ersten internen Triplet die Protonen eine Energie von 993 keV und in den beiden externen Triplets eine Energie von 2 MeV haben.

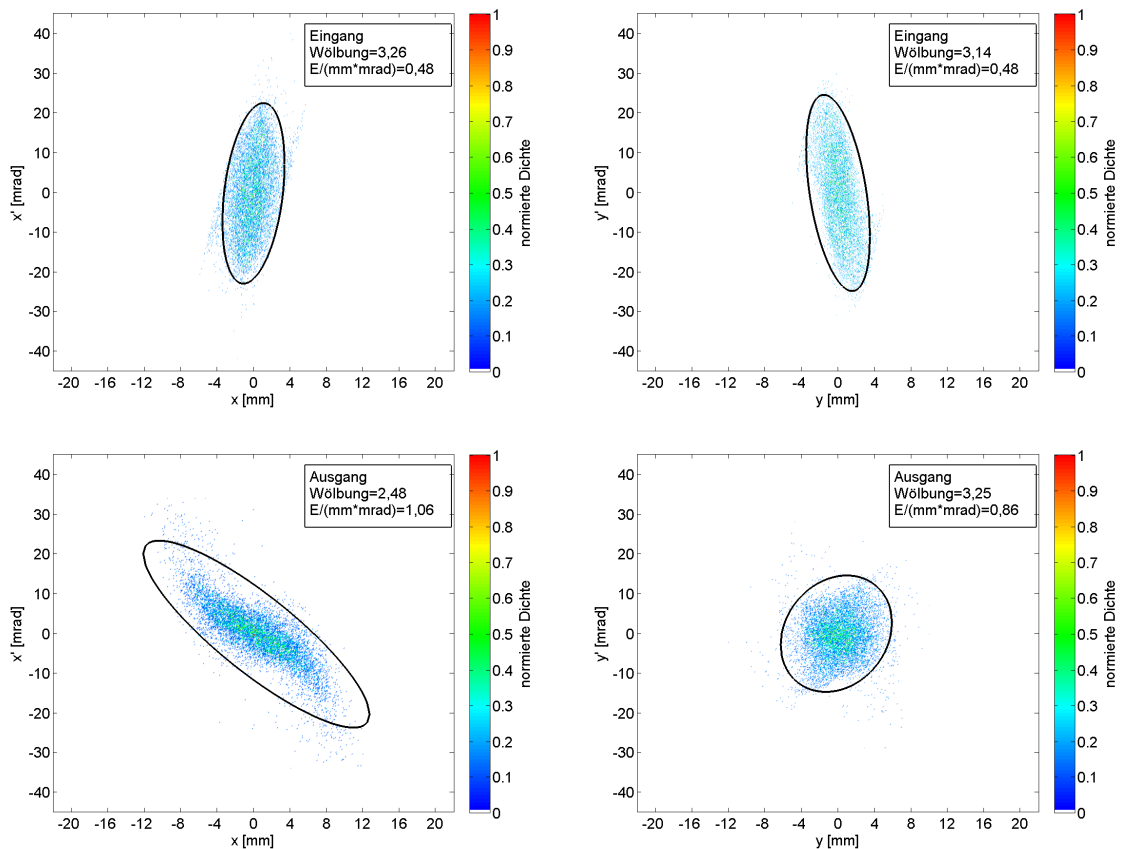


Abbildung 2.4: Eingangs- (oben) und Ausgangsemittanzen (unten) in der x - und y -Ebene. Die Ellipsen enthalten 97% der Teilchen. Die angegebene Emittanz entspricht der normierten rms-Emittanz in $[mm \cdot mrad]$. Aufgrund von Raumladungseffekten wächst die normierte rms-Emittanz in der x -Ebene von 0,48 $mm \cdot mrad$ um den Faktor 2,22 auf 1,05 $mm \cdot mrad$ und in der y -Achse von 0,48 $mm \cdot mrad$ um den Faktor 1,67 auf 0,82 $mm \cdot mrad$.

Die Wirkfelder der äußeren, kürzeren Quadrupole betragen in der Planung also bis zu 2,2 T, die der mittleren, längeren Magnete bis zu 3,1 T betragen. Mit diesen Einstellungen ergibt sich folgendes Verlustprofil (Transmission in % entlang der Strahlachse) in Abbildung 2.5.

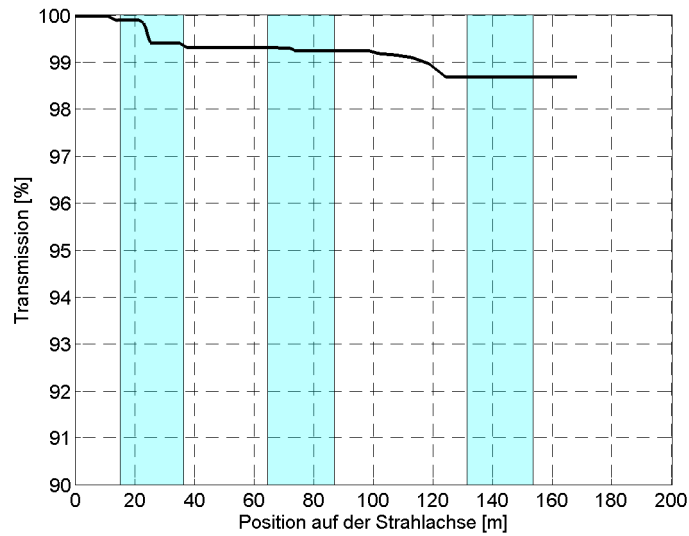


Abbildung 2.5: Transmission in Prozent zwischen dem Eingang der IH-Struktur und dem Ende des zweiten externen Triplets. Die Positionen der Triplets sind blau markiert. Im internen Triplet gehen 0,7% der Teilchen verloren.

Es ist ersichtlich, dass im internen Triplet die meisten Verluste anfallen. Hier treffen die Protonen auf ein ungekühltes Strahlrohr. Es ist daher wichtig, den Energieverlust zu ermitteln. Bei 140 mA Strahlstrom und 993 keV bedeutet ein Teilchenverlust von 0,7% eine Verlustleistung von 973 W. Berücksichtigt man noch das Tastverhältnis von 1,2%, so beträgt die Verlustleistung 11,68 W und ist unbedenklich. Allerdings wird in den LORASR Simulationen nicht berücksichtigt, dass die Apertur der äußeren Singulets kleiner ist als die der mittleren Singulets (27 cm statt 35 cm), weshalb die zu erwartende Transmission, je nach Form der Strahleinhüllenden, unter der berechneten liegt.

2.4 Herstellungsdetails

Kopien der technischen Zeichnungen der Magnete, die die mit LORASR bestimmten Anforderungen erfüllen sollen, befinden sich im Anhang. Getestet wurden die Felder mit Magnetmodellen in CST EM STUDIO (siehe Kapitel 5).

Der Aufbau besteht aus einem zylindrischen Eisenjoch mit vier Polschuhen aus Vacoflux. Vacoflux 50 hat eine runde Hystereseschleife mit einer Koerziivitätsfeldstärke von $H_c \sim 0,8 \frac{A}{cm}$ und eignet sich ausgezeichnet als Material mit höchsten Flussdichten [Vacuumschmelze 2001]. Ohne Spulen sind die Joche 34 mm (kurze Singulets) und 50 mm (lange Singulets) lang. Der mittlere Magnet jedes Triplets hat, bei gleichem Jochdurchmesser (Innen- / Außendurchmesser: 160 mm/220 mm), kürzere Polschuhe als die äußeren, da wegen der Aufweitung des Strahls in der y -Ebene dem Strahl in der Mitte des Triplets mehr

Platz eingeräumt wird und das Strahlrohr einen größeren Innenradius hat (35 mm statt 27 mm). Um jeden Polschuh ist eine Spule mit 15 Windungen gewickelt. Ursprünglich war eine Bestromung mit 300 A bzw. 440 A geplant, wofür die Spulen wegen der großen Stromstärken mit zwei Wasserkühlkreisläufen pro Quadrupol gekühlt werden müssen. Darum hat der Kupferdraht der Spulen eine quadratische Querschnittsfläche von $5 \times 5 \text{ mm}^2$ und einen Kühlrohrdurchmesser in der Mitte von 3 mm. Bilder der Triplets sind in den Abbildungen 3.1 und 3.2 in Abschnitt 3.1 zu sehen.

Da sich aber herausstellte, dass die realen Magnete die simulierten Feldstärken und Längen nicht erreichen, hat der Hersteller (Bruker) versichert, dass sie auch dauerhaft mit bis zu 500 A betrieben werden dürfen. Die ausführliche Analyse des Magnetfeldes mit CST EM STUDIO wird in Kapitel 5 zusammengefasst.

3 Vermessung der Quadrupoltripletts

Die Vermessung erfolgte im Magnetlabor des GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung in Darmstadt. Die Tripletts wurden dafür dorthin geliefert und über mehrere Tage von einer sehr präzisen Messvorrichtung vermessen. Ihr Aufbau und die Durchführung der Messungen werden in diesem Kapitel behandelt. Eine Multipolanalyse konnte wegen der kleinen Apertur nicht durchgeführt werden, da das Magnetlabor keine geeigneten Spulen besitzt. Für die Multipolanalyse können daher nur die simulierten Magnetfelder und mitgelieferte Messdaten des Herstellers herangezogen werden.

3.1 Messaufbau

Es folgt eine umfassende, aber nicht vollständige Beschreibung des Messaufbaus und der Justierung der einzelnen Elemente. Eine ähnliche Messung an dem gleichen Messstand wurde bereits für die Solenoide des FRANZ-Projektes durchgeführt [Maiberger 2011].

Der Messstand besteht aus einem justierbaren Messturm, an dem horizontal ein Sondenstab befestigt ist, an dessen Ende zwei parallele Hall-Sonden (Ausrichtung parallel zur x -Ebene) die Feldstärken messen, aus denen sich wiederum die Gradienten berechnen lassen. Der Messturm gleitet auf Luftkissen über einen ebenen, massiven Granittisch mit sehr glatter Oberfläche und wird dabei von mehreren Servomotoren bis auf 0,1 mm genau in den kartesischen Raumkoordinaten x , y und z frei positioniert. Die Motoren werden automatisiert von einem Mapper-Programm, in dem der Messplan eingegeben werden kann, angesteuert.

Die Justierung des gesamten Messstandes beginnt mit dem Aufbau eines Tripletts. Die Anschlüsse des Tripletts sind nach Quadrupol, Ein- und Ausgängen sortiert und gegeneinander isoliert. Vor dem Anschließen des Netzteils, werden vorsorglich alle Spulenwiderstände und sämtliche Kurzschlüsse überprüft. Im nächsten Schritt bringt man die Wasserkühlung derart an, dass das abfließende Wasser zur Temperaturkontrolle an den Wärmesensoren vorbeifließt. In den Kühlkreisläufen herrscht eine Druckdifferenz von 11 bar. Fällt die Kühlung aus oder erhitzt sich das Wasser zu stark, wird der Spulenstrom automatisch ausgeschaltet. Nach einem Test des Wasserkreislaufs wird das Netzteil, entsprechend der Stromrichtungsangaben auf den Anschlüssen, an einen Quadrupol angeschlossen. Später wird zu Beginn jeder Vermessung eines Quadrupols dieser zuerst dreimal auf seiner maximalen Hysteresekurve angefahren und die Temperatur des Wassers kontrolliert. Nun stellt man senkrecht zur Strahlrichtung eine Wasserwaage auf das Triplet, um es so exakt wie möglich waagrecht auszurichten. In Abbildung 3.1 sind zwei Fotos vom Messstand mitsamt einer der Triplettlinsen zu sehen.

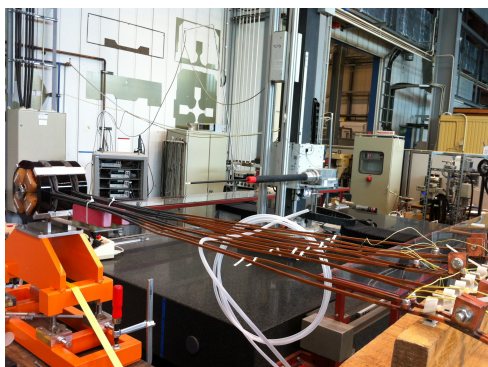


Abbildung 3.1: *Links*: Aufgebautes Triplet (UFFFRANZ02) am Messstand. Dahinter steht der Messturm mit Sondenstab und Hall-Sondenkopf auf dem Granitblock. *Rechts* im Bild sind die Strom- und Wasseranschlüsse erkennbar. *Rechts*: Nahaufnahme eines Quadrupoltripletts mit Messaufbau im Hintergrund.

3.1.1 Koordinatensystem

Vor Beginn einer Messung muss zuerst das Koordinatensystem definiert werden. Es wurde ein kartesisches Koordinatensystem verwendet, dessen z -Achse auf der Strahlachse liegt, mit dem Ursprung immer in der Mitte des Tripletts (also in der Mitte des langen Magneten). Die x -Achse liegt horizontal, die y -Achse vertikal im Raum. Abbildung 3.2 zeigt ein Foto eines Tripletts mit eingezeichnetem Koordinatensystem.

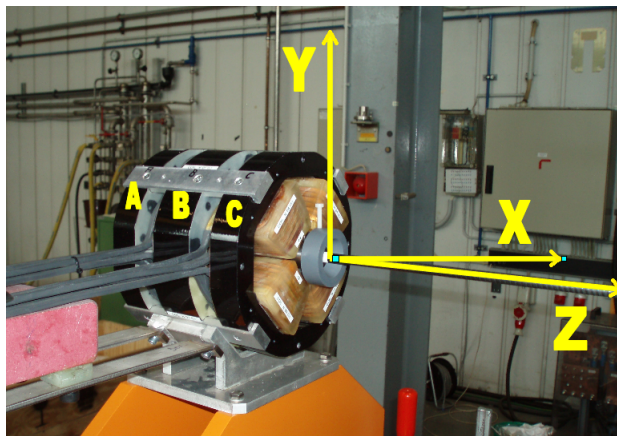


Abbildung 3.2: Quadrupoltriplett (UFFFRANZ02) im Magnetlabor der GSI mit eingezeichnetem Koordinatensystem und Beschriftung (ABC) der Quadrupolsingulets. Koordinatenursprung liegt nicht wie eingezeichnet vor Quadrupol C sondern in der Mitte von Quadrupol B.

3.1.2 Raumdefinition

Die Definition des Koordinatensystems erfolgt in mehreren Schritten. Man beginnt mit der z -Achse. Diese ist vom System vorgegeben, weshalb der Messaufbau entsprechend justiert werden muss. Dazu wird die Sondenspitze vom Mapper nahe an ein fest positioniertes Fernrohr herangefahren und von ihm anvisiert. Danach fährt der Turm weit zurück und

korrigiert außerdem die x - und y -Abweichung von der Fadenkreuzmitte, so dass die Sondenspitze wieder auf ihr liegt. Nach dem Strahlensatz muss der Turm nun transversal in die entgegengesetzte Richtung auf den an der z -Achse gespiegelten Punkt fahren und das Fernrohr ihn anvisierend justiert werden, damit die Blickrichtung genau entlang der z -Achse verläuft.

Anschließend werden etwaige Winkelfehler des Sondenkopfes korrigiert. Dies geschieht, indem man einen Planspiegel am Sondenkopf anbringt, in dem sich das beleuchtete Target an der Vorderseite des Fernrohres spiegelt, wenn der Spiegel senkrecht zur Blickrichtung durch das Fernrohr steht. Dazu stellt man den Fokus auf den doppelten Abstand zwischen Fernrohr und Sonde ein und kann so das Target durch das Fernrohr anvisieren und die Sondenposition derart verändern, dass das Target genau im Fadenkreuz des Fernrohres liegt. Zur groben Winkelkorrektur dienen Schrauben am Sondenstabhalter. Die Feineinstellung wird durch Variation des Winkels mit der Mappersteuerung vorgenommen. Wegen der Länge des Sondenstabes muss nach jeder Winkelkorrektur die z -Achse in der Mappersteuerung neu gesetzt werden.

Jetzt werden zwei zylinderförmige Glastargets in speziell für das Strahlrohr hergestellte Halterungen von beiden Seiten in das Triplet gesteckt und das Triplet solange in alle Richtungen und Winkel verstellt, bis beide Targetmitten aufeinander liegen. Die Strahlachse deckt sich dann genau mit der z -Achse. Daraufhin muss nur noch der Ursprung und die verbotenen Zonen, in der die Sonde beschädigt würde, im Programm festgelegt werden. Letztere werden im Mapper selbst gespeichert, so dass sie bei einer Unterbrechung der Verbindung zum Computer nicht verloren gehen. Bei der Definition des Ursprungs wird die Position der Hall-Sonden im Sondenkopf als Referenzpunkt benutzt, damit das Magnetfeld auch an der gewünschten Stelle gemessen wird. Die Nullpunkte der z - und y -Achse werden ausgehend von der Position und den Abmessungen des Triplets bestimmt, in x -Richtung dient der Nulldurchgang des Feldgradienten als x -Achsenursprung.

3.2 Messung

Bei den Messungen handelt es sich fast ausschließlich um reine Hardware-Messungen. In einem speziellen Programm werden die Wege und Messpunkte festgelegt. Alle verwendeten Messgeräte, ihre Position und ihre Aufgabe müssen erfasst sein. Die Geräte führen das vorgegebene Messprogramm durch und übergeben nach Abschluss der kompletten Messung alle Messwerte an das Programm zurück.

3.2.1 Messgenauigkeit

Die Messgenauigkeit des Messstandes im Magnetlabor ist extrem hoch. Der Mapper kann den Turm auf einen $\frac{1}{100}$ Millimeter genau positionieren. Die Hall-Sonde wird vor jeder Messung genullt und misst Unterschiede der Magnetfeldstärke bis zu einer Differenz von 10^{-4} T, was zu einer Messungenauigkeit des Gradienten von $10^{-3} \frac{T}{m}$ führt. Die Messgeräte können auf eine Mikrosekunde genau getriggert werden und korrigieren jede registrierte Positions- und Temperaturabweichung der Sonden automatisch. Um den Fehler aufgrund von Positionsschwankungen der Sonde - verursacht durch Schwingungen des Sondenstabes - möglichst gering zu halten, fährt der Turm das Messprogramm wegen der kleinen Messabstände nur sehr langsam ab.

3.2.2 Messprogramm

Es wurden von jedem Triplett immer alle drei Magnete einzeln vermessen. Nur bei dem internen Triplett wurde noch eine Serienmessung angestellt, bei der allerdings alle drei Magnete in Reihe geschaltet waren, aus dem einfachen Grund, dass nur ein Netzteil zur Verfügung stand.

Das Messprogramm gliederte sich in mehrere Schritte. Zuerst kontrollierte man die Temperatur an zahlreichen Stellen der Magnete, der Stromkabel und der Stromanschlüsse. Dazu wurde der betreffende Magnet langsam hochgefahren und zusätzlich zur Überwachung der Kühlwassertemperatur die Temperaturveränderungen noch direkt an den Bauteilen mit einer Infrarotpistole kontrolliert. Nachdem die maximal erlaubte Stromstärke des Magneten erreicht war, konnte als zweites die Maximalspannungen und Widerstände gemessen werden. Ab diesem Zeitpunkt galt es, wegen der Sättigungseffekte, streng darauf zu achten den Magnete stets auf der gleichen Hysteresekurve zu fahren. Nur so lässt sich die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse erhalten. Als drittes bewegte man erstmals die Sonde entlang der z -Achse durch das Magnetfeld, um seine Reichweite zu messen und die Randpunkte des Messprogramms für die Erregerkurvenbestimmung festzulegen.

Zur Erstellung der Erregerkurve wurde die Spulenstromstärke in 10 A-Schritten bis zur Volllast hochgefahren und in jedem Schritt die Feldstärken und der horizontale Gradient entlang der z -Achse gemessen (siehe Abbildung 3.3). Die Erregerkurve macht die auftretenden Sättigungseffekte sichtbar und dient außerdem der Magnetbedienung im späteren

Betrieb. An ihr lässt sich ablesen, mit welcher Spulenstromstärke man welche Magnetfelder erzeugt. Außerdem kann man für jede Stromstärke den maximalen Feldgradienten und die effektive Länge angeben. Man muss allerdings berücksichtigen, dass die effektive Länge beim zeitgleichen Betrieb aller drei Magnete verkürzt ist. Aus diesem Grund wurde bei einem der Triplets, die oben erwähnte Serienmessung als Kontrollmessung durchgeführt.

Anschließend wurde die radiale Homogenität überprüft. Dazu wurde sowohl bei halber, als auch bei voller Last das Feld auf mehreren in der y -Ebene liegenden Parallelen zur z -Achse im Abstand von einem halben Millimeter gemessen. Dabei konnte wegen der räumlichen Ausdehnung des Sondenkopfes allerdings nicht bis an den Rand des Strahlrohres gemessen werden, sondern nur bis zu einer Entfernung von 6,5 mm von der Strahlachse. Zur Kontrolle wurde diese Messung beim ersten vermessenen Triplet (dem ersten externen Triplet nach dem IH-Beschleuniger) zweimal durchgeführt. Bei der zweiten Messung lagen die Messkurven in der x -Ebene und war der Sondenkopf um 90° gedreht.

Bei der letzte Messung handelte es sich um eine Dipolanalyse, mit der sich die Achsablage bestimmen lässt. Hierfür führte man eine Stange mit integrierter Hall-Sonde durch die Targethalterungen in das Strahlrohr ein, so dass die Sonde bis auf einen halben Millimeter genau in der Magnetmitte lag. Die Stange wurde dann von Hand viermal um etwa 90° rotiert, bis das Feldmaximum bzw. je nach Polarität das Minimum des nächsten Pols erreicht war. Aus den jeweiligen Feldstärken kann die Achsablage berechnet und für das Triplet die magnetische Achse bestimmt werden.

3.3 Messergebnisse

Um die Messergebnisse klar zuzuordnen, werden die Magnete von nun an bei ihrer Etikettierung benannt. Der Name, der sich auf ihrer Beschriftung wieder findet, besteht aus einer bei allen Triplets gleichen Buchstabenfolge „UFFFRANZ“ (*U*ni-*F*r Frankfurt/*FRANZ*-Projekt) und einer Zahl. Das interne Triplet trägt die Nummer 03, die beiden externen die Nummern 01 und 02. Die Singulets sind in Strahlrichtung mit A, B und C gekennzeichnet.

3.3.1 Kühl- und Stromkreislauf

Die Ergebnisse der Temperatur-, Druck-, Spannungs- und Widerstandsmessungen sind in den folgenden Tabellen (3.1, 3.2, 3.3) zusammengefasst. Sie sind für den zukünftigen Betrieb sehr entscheidend und Grundlage für die Planung der Stromversorgung und Verteilung auf die Spulen. Die Werte wurden unter Vollast gemessen, also bei maximaler Spulenbestromung, während die Spulen wie schon erwähnt mit einem Wasserdruck von 11 bar gekühlt wurden.

Kühlkreislauf			
Quadrupol	Druck Δp [bar]	Temp. ΔT [K]	Fluss [<i>l/min</i>]
A	10,5	8,6	5,2
B	10,5	21,6	5,0
C	10,5	9,2	5,3

Stromkreislauf			
Quadrupol	Strom [A]	Spannung [V]	Widerstand [<i>m</i> Ω]
A	347,97	6,19	17,79
B	497,14	10,03	20,16
C	347,97	6,16	17,70

Tabelle 3.1: Messdaten des Triplets UFFFRANZ01 (1. externes Triplet) unter Vollast.

Kühlkreislauf			
Quadrupol	Druck Δp [bar]	Temp. ΔT [K]	Fluss [<i>l/min</i>]
A	11	8,3	5,3
B	11	20,7	5,0
C	11	8,1	5,3

Stromkreislauf			
Quadrupol	Strom [A]	Spannung [V]	Widerstand [<i>m</i> Ω]
A	347,98	5,90	16,96
B	497,16	9,45	19,01
C	347,97	5,70	16,38

Tabelle 3.2: Messdaten des Triplets UFFFRANZ02 (2. externes Triplet) unter Vollast.

Kühlkreislauf			
Quadrupol	Druck Δp [bar]	Temp. ΔT [K]	Fluss [l/min]
A	10,5	7,1	5,4
B	10,5	17,3	5,2
C	10,5	7,0	5,5

Stromkreislauf			
Quadrupol	Strom [A]	Spannung [V]	Widerstand [$m\Omega$]
A	347,94	5,18	14,89
B	497,11	8,45	17,00
C	347,94	5,18	14,89

Tabelle 3.3: Messdaten des Triplets UFFRANZ03 (internes Triplet) unter Vollast.

3.3.2 Erregerkurven

Die Erregerkurven wurden aus den Maxima der Feldgradienten entlang der z -Achse eines Magneten bei verschiedenen Strömen erstellt. Abbildung 3.3 zeigt beispielhaft die aufgenommenen Messkurven des mittleren Magneten aus der internen Tripletlinie (UFFranz03B). Schon bei dieser Darstellung lässt sich anhand der Abstände der Kurve bei $z = 0$ ablesen, dass die Feldstärken bei niedrigen Stromstärken linear mit dieser ansteigen. Die Abstände zwischen den Kurven sind bei konstanten Stromschritten ebenfalls konstant. Bei größeren Stromstärken werden wegen der auftretenden Sättigung die Abstände etwas kleiner. Des Weiteren sieht man, dass bei großen Stromstärken auf der Strahlachse kein Plateau mit einem konstanten Feldgradienten mehr entsteht. Der Magnet ist so kurz, dass der Gradient nach dem Erreichen des Maximums gleich wieder absinkt.

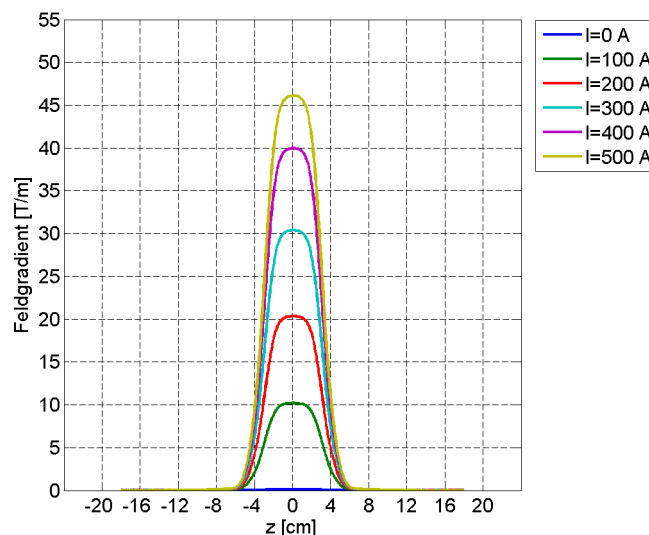


Abbildung 3.3: Verlauf der Feldgradienten des internen Triplets (UFFRANZ03 B) entlang der Strahlachse für verschiedene Spulenstromstärken. Der Koordinatenursprung befindet sich im Magnetmittelpunkt.

Im folgenden Graphen ist der maximale Feldgradient im Zentrum jedes Quadrupols gegen die Stromstärke aufgetragen (siehe Abbildung 3.4). Er zeigt die Erregerkurven der kurzen und der langen Singulettts. Man sieht, dass die Kennlinien der zwei Singulett-Typen (A-C und B) jeweils fast identisch sind, was auch auf eine gute Reproduzierbarkeit der Messung schließen lässt. Es ist deutlich zu sehen, dass die Gradienten der mittleren Quadrupole wegen der größeren Apertur schwächer sind. Weiterhin erkennbar ist das Einsetzen der Sättigung ab einer gewissen Spulenstromstärke. Bei den kurzen Quadrupolen beginnt die Erregerkurve bei etwa 250 A sich zunehmend zu krümmen und den linearen Bereich zu verlassen, bei den langen Quadrupolen ist dies erst bei etwa 350 A der Fall. Die maximalen Gradienten der kurzen Magnete betragen $53 \frac{T}{m}$, die der langen $46 \frac{T}{m}$.

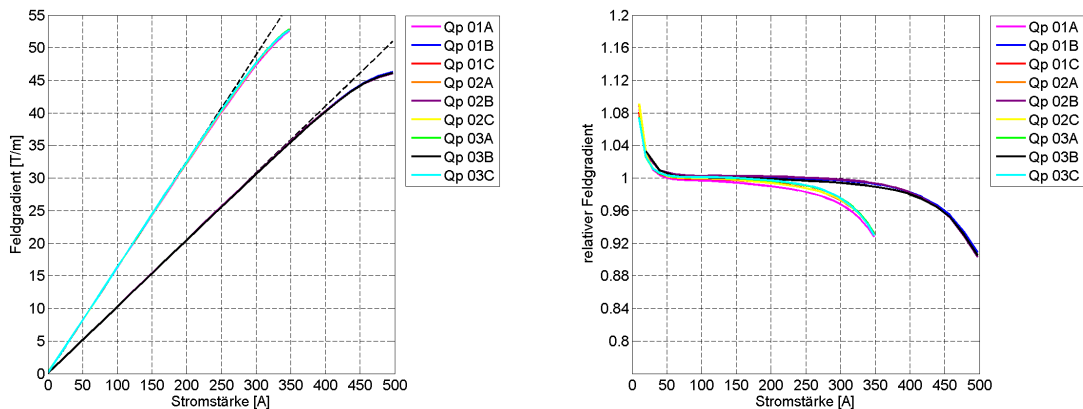


Abbildung 3.4: Absolute (links) und relative (rechts) Erregerkurven der kurzen (Qp A und C) und langen (Qp B) Quadrupole aller Tripletts (01, 02 und 03). Der Verlauf der Gradienten mit steigender Stromstärke ist bei beiden Varianten jeweils fast identisch. Deutlich zu sehen sind die verschiedenen maximal zu erreichenden Gradienten und das Einsetzen der Sättigung. Ohne Sättigung würde der Feldgradient der gestichelten Geraden folgen. Die relativen Feldgradienten sind durch Division der Messwerte durch die gestrichelte Gerade entstanden. Die Große Abweichung für kleine Stromstärken liegt daran, dass kleine Abweichungen hier prozentual stärker ins Gewicht fallen.

Schon während der Messung der Gradienten auf der z -Achse wurden diese aufsummiert und das so berechnete Integral der Felder simultan notiert. Aus Integral und Gradient lässt sich so direkt die effektive Länge der Quadrupole messen und ihre Stromabhängigkeit überprüfen (siehe Abbildung 3.5). Offensichtlich ist die effektive Länge quasi stromunabhängig. Im Sättigungsbereich fällt sie minimal ab, allerdings betragen die Abweichungen weniger als einen Millimeter. Nur bei $I = 0 A$ ist der Messfehler dominant und weicht der Wert deshalb deutlich von der Geraden ab. Die effektiven Längen der kurzen Magnete betragen bei maximaler Stromstärke 6,4 cm, die der langen Magnete 4,8 cm.

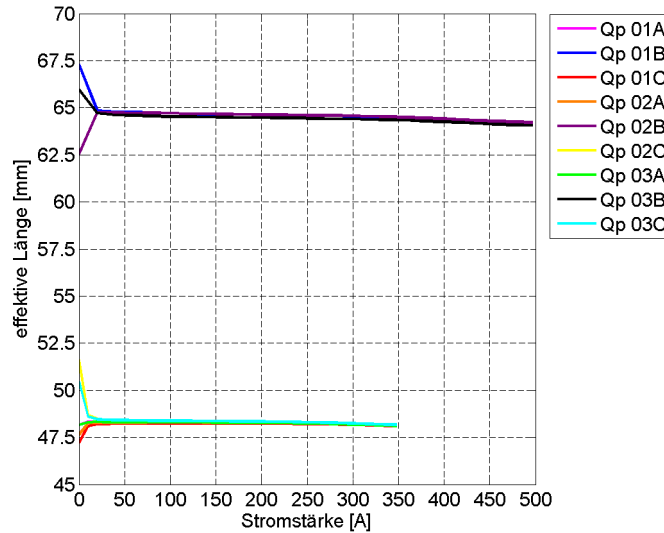


Abbildung 3.5: Effektive Länge aller Quadrupole in Abhängigkeit von der Stromstärke. Die kurzen Singulets wurden nur bis zu einer Stromstärke von 350 A vermessen. Wieder ähneln sich die Werte baugleicher Quadrupole sehr.

3.3.3 Serienmessung

Zur Kontrolle der gegenseitigen Beeinflussung der Magnetfelder beim Betrieb aller drei Magnete dienen die Ergebnisse der Serienmessung (siehe Abbildung 3.6). In dieser wurden alle drei Magnete des Triplets UFFranz03 mit 300 A und in einer weiteren Messung mit 350 A bestromt. Leider war es nicht möglich, verschiedene Stromstärken für die drei Magnete einzustellen, weil nur ein Netzteil zur Verfügung stand und die Magnete deshalb in Reihe geschaltet werden mussten. Vergleicht man Abbildung 3.6 mit Abbildung 3.3 so fällt auf, dass der Verlauf des Gradienten des mittleren Triplets zu seinen Nachbarn hin deutlich steiler verläuft, da sich die Felder gegenseitig aufheben. Dies lässt erwarten, dass die effektiven Längen geringer ausfallen als bei den Einzelmessungen.

Während dieser Messung wurden wieder die maximalen Gradienten und die effektiven Längen berechnet (siehe Abbildung 3.7). Vergleicht man die beiden Graphen mit den Gradienten und Längen aus den Einzelmessungen, so ergibt sich eine leichte Reduktion der maximalen Feldgradienten um durchschnittlich etwa $1,4 \frac{T}{m}$ im Falle der kurzen Quadrupole und um $0,2 \frac{T}{m}$ bei den langen Quadrupolen und eine deutliche Verkürzung der Längen um 0,3 cm auf 4,5 cm (kurze Singulets) und um 0,8 cm auf 5,6 cm (lange Singulets). Da sich der Strom aber nicht exakt einstellen ließ sondern immer bis zu 2 A weniger betragen hat, sind kleine Feldgradientenabweichungen, zumal sie von der Feldstärke der Nachbarmagnete abhängen, durch leicht höhere Stromstärken noch kompensierbar und darum nicht relevant.

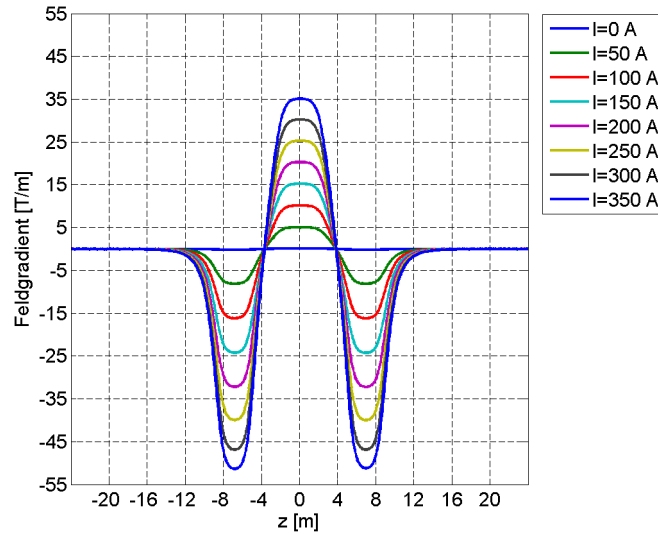


Abbildung 3.6: Serienmessung des internen Triplets bis zu einem Spulenstrom von 350 A. Die Feldgradienten werden bei Anwesenheit eines angrenzenden Nachbarfeldes unter dessen Einfluss schneller auf $0 \frac{T}{m}$ gezogen. Die effektiven Längen sind dementsprechend im Serienbetrieb verkürzt.

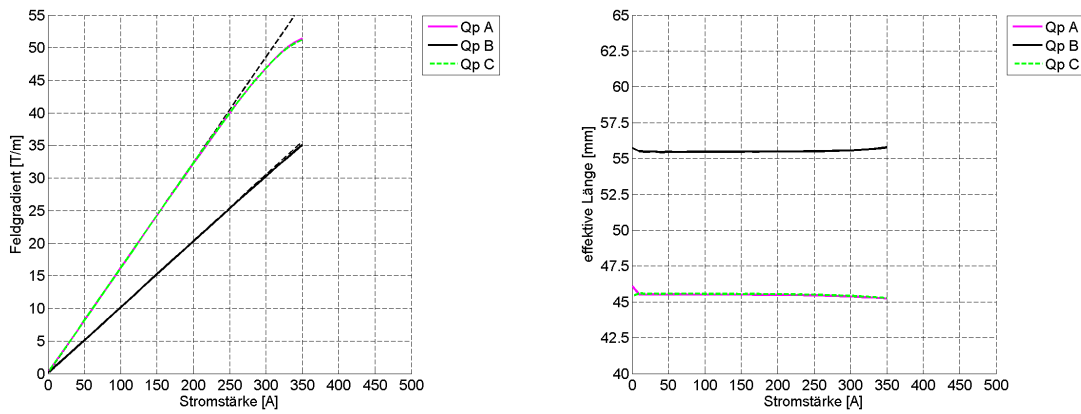


Abbildung 3.7: Erregerkurven (links) und effektive Längen (rechts) der Serienmessung als Funktion der Stromstärke. Der sättigungsfreie Gradientenverlauf ist als schwarze, gestrichelte Linie in den Graphen eingezeichnet. Die Gradienten liegen bei 350 A 2,6% (kurze Quadrupole) und 0,4% (lange Quadrupole) unter den Werten der Einzelmessungen. Die effektiven Längen unterscheiden sich um 6,3% (kurze Quadrupole) und 12,5% (lange Quadrupole).

3.3.4 Radiale Homogenität

Für jeden Quadrupol wurden in zwei Messreihen zur radialen Homogenität bei einer bestimmten Stromstärke das magnetische Feld auf verschiedenen Messgeraden, parallel zur Strahlachse, vermessen. Die Messgeraden schnitten dabei die x -Achse in verschiedenen Punkten, deren x -Koordinaten zwischen $-6,5$ mm und $6,5$ mm in $0,5$ mm-Schritten variierten. Man erhält durch die Auswertung dieser Messung folglich Feldgradient und effektive Länge in Abhängigkeit des Abstandes zur Strahlachse.

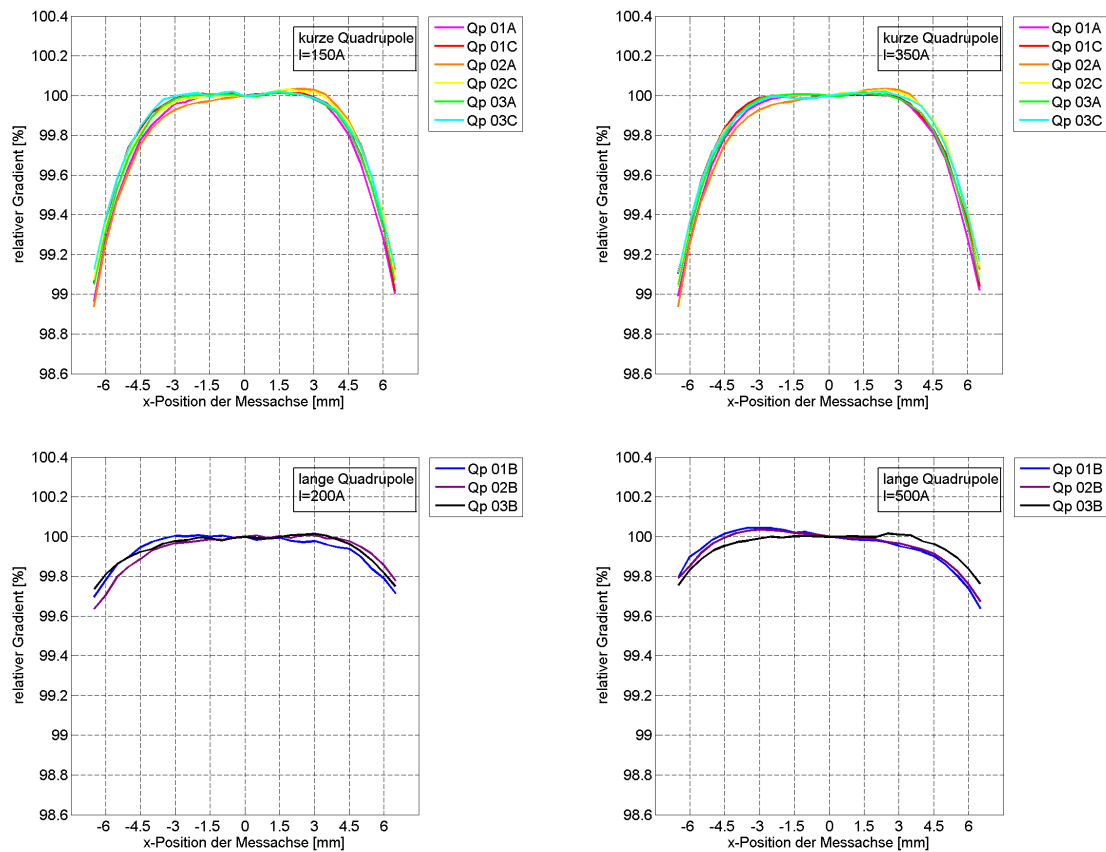


Abbildung 3.8: Relativer maximaler Gradient im Vergleich zum Maximalwert auf der z -Achse, in Abhängigkeit vom Abstand in x -Richtung der Messgeraden zum Koordinatenursprung für die einzelnen Quadrupole.

Abbildung 3.8 zeigt die relativen Abweichungen des Gradienten entlang der x -Achse im Mittelpunkt eines jeden Magneten. Es ist klar erkennbar, dass die maximalen Gradienten auf der x -Achse zum Rand der Apertur hin abfallen und bei einem Abstand zum Ursprung von $6,5$ mm bei den kurzen Singulettts noch 99% und bei den langen Singulettts noch etwa $99,7\%$ des Gradienten auf der Strahlachse betragen. Dieser Effekt tritt bei allen Magneten auf, wobei die Unterschiede zwischen den einzelnen Magneten innerhalb eines Magnettyps sehr klein sind. Dass die Gradienten der mittleren Magnete weniger stark abnehmen als die der äußeren Magnete in einem Triplett, liegt daran, dass die langen Singulettts eine größere Apertur haben, die Messpunkte aber wegen der Maße des Sondenkopfes nicht weiter als $6,5$ mm vom Ursprung entfernt sein können. Es ist zu vermuten, dass das Magnetfeld in den langen Quadrupolen prozentual ähnlich stark abfällt wie bei den kurzen Quadrupolen.

Die Stromstärke hat keinen nennenswerten Effekt auf die prozentualen Abweichungen. Die Messkurven sehen bei verschiedenen Stromstärken sehr ähnlich aus. Genauso verhält es sich bei den effektiven Längen (siehe Abbildung 3.9). Auch hier fallen die Längen auf etwa 99,2% (kurze Singulett) und 99,7% (lange Singulett) ab und die Stromstärke hat auf den ersten Blick keinen Einfluss auf die Qualität des Effektes.

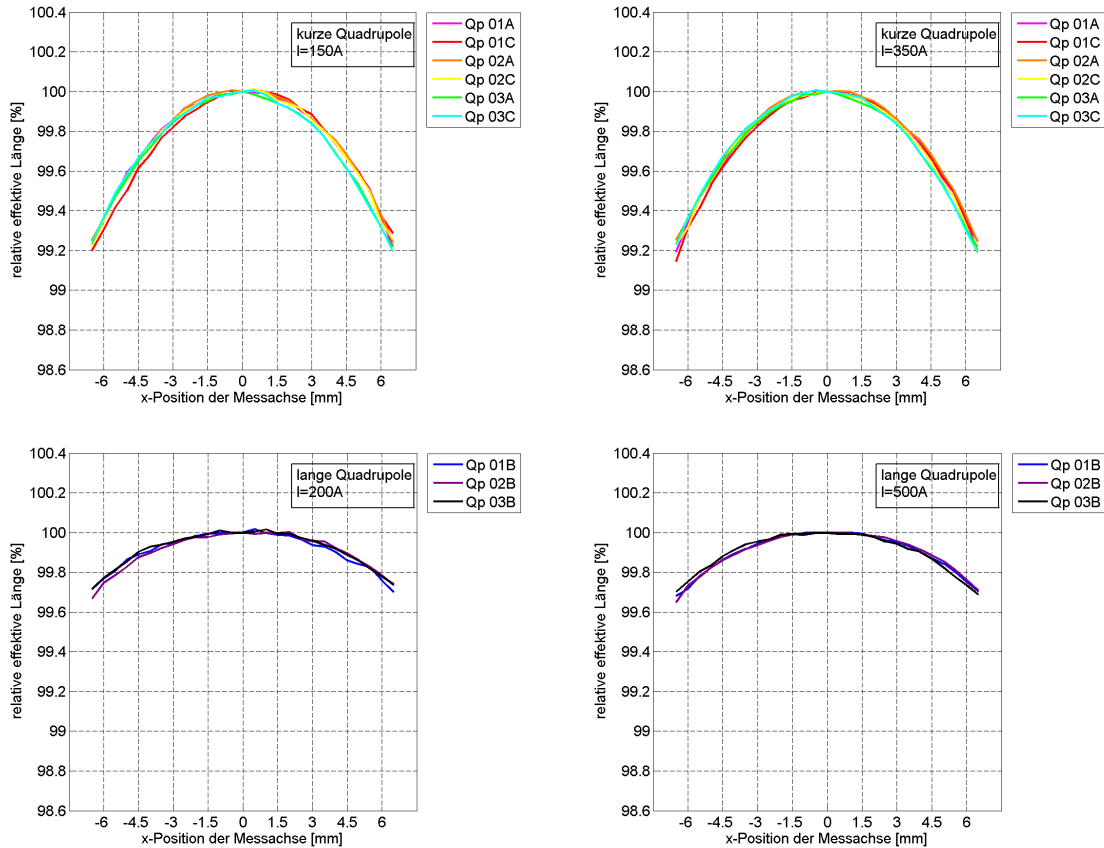


Abbildung 3.9: Relative effektive Länge im Vergleich zum Wert auf der z -Achse, in Abhängigkeit vom Abstand in x -Richtung der Messgeraden zum Koordinatenursprung für die einzelnen Quadrupole. In jedem Quadrupol fällt der Gradient und die effektive Länge auf der x -Achse zum Aperturrand hin etwas ab.

In Abbildung 3.10 werden am Beispiel des 2. externen Tripletts (UFFranz02) die Messungen zur radialen Homogenität der Gradienten zu jedem einzelnen Quadrupol nochmals miteinander verglichen. Für dieses Tripletts wiederholte man noch einmal die oben bereits gezeigten Messungen für eine Verschiebung der Messgeraden entlang der y -Achse. Auch in dieser Richtung fällt der Gradient und die effektive Länge in etwa gleichen Maßen nach außen hin ab. Da die radiale Abhängigkeit des Gradienten durch höhere Multipolfehler im Feld verursacht wird, diese sich in Polarkoordinaten spätestens nach einer Rotation um $\frac{\pi}{2}$ wiederholen müssen und genau dieser Winkel zwischen den beiden Messungen liegt, ist es nicht weiter verwunderlich, dass sie so ähnlich ausfallen. Es ist zu erwarten, dass die radialen Abhängigkeiten in anderen Richtungen sich ganz anders verhalten. Dennoch lässt sich an diesen Messungen die Stärke der Beimischung höherer Multipolmomente einschätzen, die hier, wie bereits erwähnt, das Feld bei einem Abstand zur Strahlachse von 6,5 mm um 1% abschwächen.

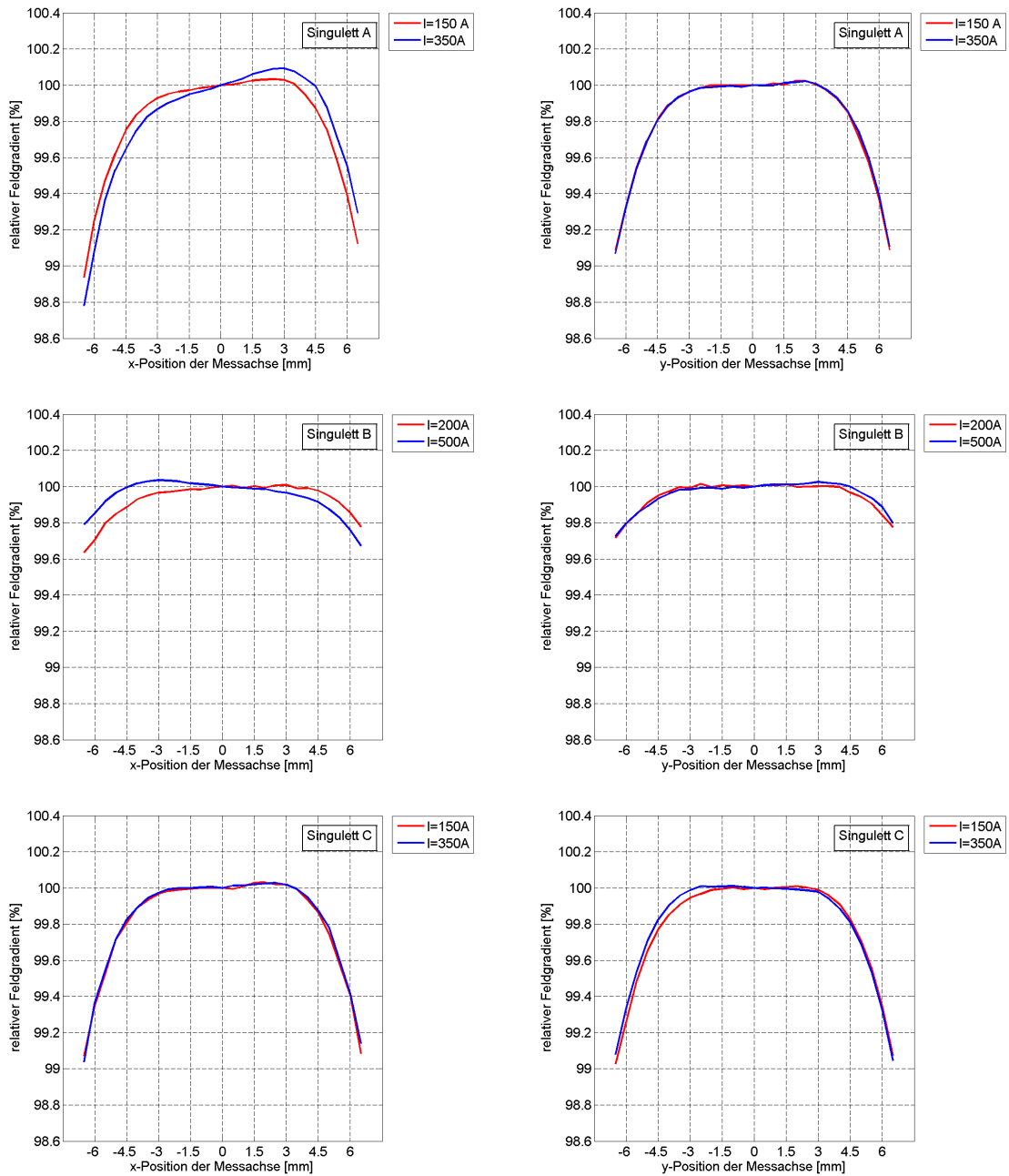


Abbildung 3.10: Relativer maximaler Feldgradient in Abhängigkeit vom Abstand der Messgeraden zum Koordinatenursprung für alle Singulett aus dem Triplet UFFranz02. In der linken Spalte sind die Messkurven auf der x -Achse gegen den Ursprung verschoben, in der rechten Spalte auf der y -Achse.

Die Stromstärke hat bei genauerer Betrachtung in x -Richtung manchmal einen sehr kleinen Einfluss auf den radialen Gradientenverlauf. Der relative Verlauf an sich verändert sich dabei nicht, wohl aber die globale Schiefelage der Messkurven.

3.3.5 Multipolanalyse

Zwar konnten die höheren Multipolordnungen im Magnetlabor der GSI nicht gemessen werden, doch wurden vom Hersteller der Magnete (Bruker) Tabellen mit Messergebnissen einer Multipolanalyse mitgeliefert. Die Ergebnisse dieser Messung mit einer Spulenstromstärke aller Magnete von 300 A sind in Abbildung 3.11 dargestellt. Dabei wird die Fouriertransformierte C_n mit $(1\text{ cm})^n$ multipliziert und in einer logarithmischer Darstellung gegen die Ordnungszahl n aufgetragen ($F_n = C_n \cdot (0,01\text{ m})^n$). Auf diese Art vergleicht man die Stärke der magnetischen Flussdichte jedes Multipolfeldes bei einem Referenzradius um die Strahlachse von 1 cm.

Leider sind die Details dieser Messungen, wie zum Beispiel Fehler, Nullpunkt und azimutaler Messstartpunkt, nicht bekannt. Bei den Messungen im Magnetlabor der GSI war mit einem hochpräzisen Messstand eine Genauigkeit von 10^{-4} T erreichbar. Dies würde, nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung, einem Fehler in der Multipolanalyse von 10^{-6} Tm gleichkommen und wurde in den Graphen als rote Linie eingezeichnet.

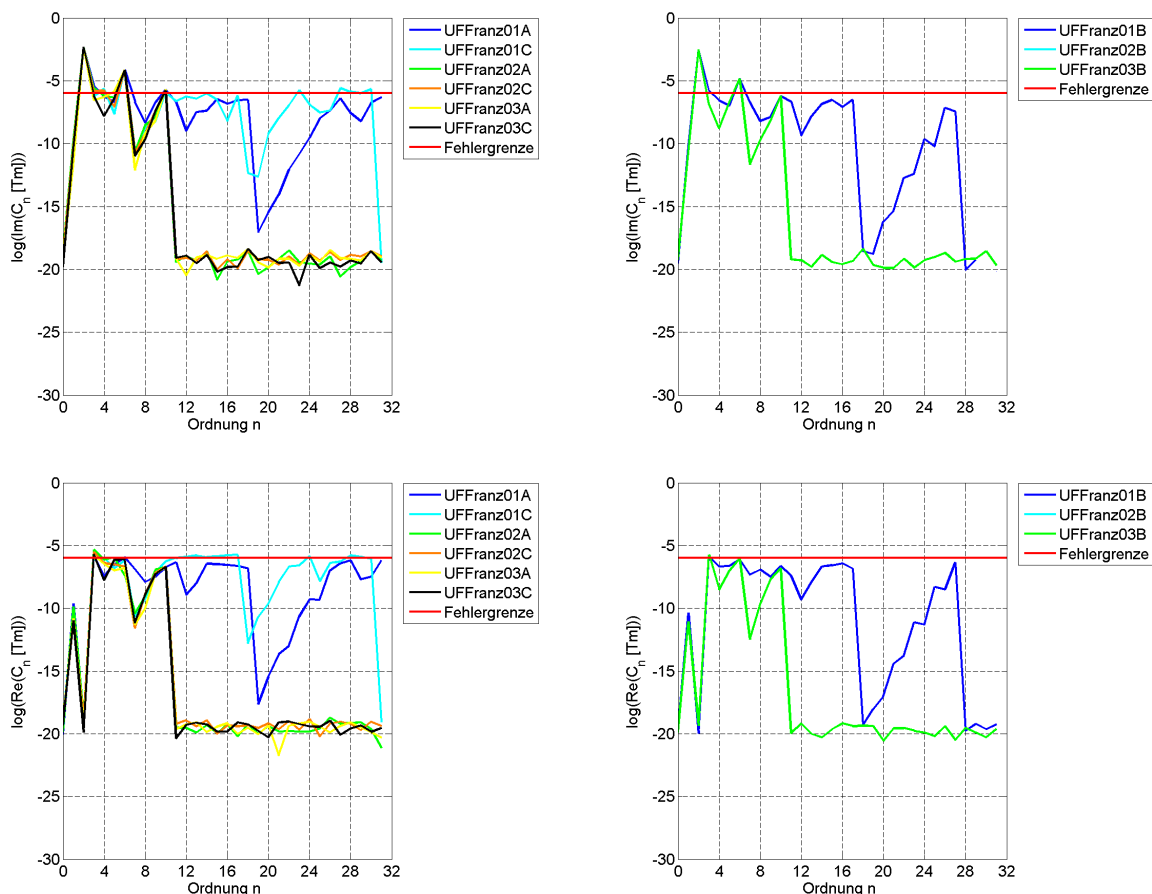


Abbildung 3.11: Frequenzspektrum zur Analyse aller relevanter Multipolordnungen des kurzen (links) und des langen Singulets (rechts). Die Fouriertransformierte wurde mit $(0,01\text{ m})^n$ multipliziert und ist logarithmisch gegen die Ordnung aufgetragen (Imaginärteil oben und Realteil unten). Die dominante Ordnung im Imaginärteil der Fouriertransformierten ist $n=2$, also das Skew-Quadrupolfeld. Die Linien von UFFRANZ02B und UFFRANZ03B liegen exakt aufeinander.

Betrachtet man die Graphen fällt als erstes auf, dass der Quadrupolanteil im Imaginärteil der Fouriertransformierten dominiert, obwohl die Pole der realen Triplets nicht auf den kartesischen x - und y -Achsen liegen, sondern um 45° gedreht dazu, was einem Real-Feld und keinem Skew-Feld entsprechen würde. Das heißt, dass die Messungen entweder bei 45° begannen oder dass Real- und Imaginärteil von B_m vertauscht wurden.

Eine weitere Auffälligkeit in den rechten beiden Graphen ist, dass die Messwerte des zweiten externen und des internen Triplets (UFFANZ02 und UFFRANZ03) exakt übereinstimmen. Anscheinend wurde hier ein Zuordnungsfehler bei den Messergebnissen begangen und es fehlt einer der beiden Ergebnissätze.

Unerwartet ist auch der große Unterschied zwischen den Stärken der höheren Multipolmomente jenseits der 10. Ordnung zwischen dem ersten externen Triplett (UFFRANZ01) und den beiden anderen Triplets. Dies betrifft sowohl die beiden äußeren, als auch das mittlere Singulett. Die Kurven der anderen Magnete fallen hier allesamt auf unter $10^{-17} Tm$, während die Multipolstärke im ersten externen Triplett mit Ausnahmen in der Umgebung von F_{10} bleibt. Das bedeutet, dass entweder die Messungenauigkeit stark unterschiedlich war oder bei der Herstellung von UFFRANZ01 gröbere Herstellungsfehler vorliegen. Da jedoch das Quadrupol- und Dodekapolfeld einen vielfach größeren Feldanteil haben, lässt sich dies an den Radialmessungen nicht ablesen. Im Realfeld lässt sich ein Dipolanteil ausmachen, der bei den Messungen im Magnetlabor der GSI ebenfalls nachgewiesen wurde. Allerdings liegt sein Anteil hier bei $10^{-10} Tm$ und damit unter einer realistischen Fehlergrenze.

In Tabelle 3.4 sind die gemittelte Imaginärteile der Fouriertransformierten von B_m (wie sie aus den Messdaten ermittelt wurden) in $[Tm]$ (F_n), in $[\frac{T}{m^{n-1}}]$ (C_n) und relativ zum Quadrupolmoment angegeben. Der Anteil des 12-Pols liegt bei $\frac{1}{67}$ (kurzes Singulett) und $\frac{1}{208}$ (langes Singulett). Die Wirkung der Multipolmomente auf einen Protonenstrahl wird in Kapitel 6 analysiert.

Ordnung n	$Im(F_n) [Tm]$	$Im(C_n [T/m^{n-1}])$	$Im(F_n)/Im(F_2)$
0	$-1,052 \cdot 10^{-20}$	$-1,052 \cdot 10^{-20}$	$2,240 \cdot 10^{-18}$
2	$-4,6965 \cdot 10^{-3}$	$-46,965$	1
4	$-9,0886 \cdot 10^{-7}$	$-90,886$	$1,935 \cdot 10^{-5}$
6	$7,049 \cdot 10^{-5}$	$-7,049 \cdot 10^7$	$-1,5 \cdot 10^{-2}$
10	$1,798 \cdot 10^{-6}$	$-1,798 \cdot 10^{14}$	$-3,829 \cdot 10^{-4}$
14	$-1,622 \cdot 10^{-7}$	$-1,622 \cdot 10^{21}$	$3,453 \cdot 10^{-5}$

Ordnung n	$Im(F_n) [Tm]$	$Im(C_n [T/m^{n-1}])$	$Im(F_n)/Im(F_2)$
0	$-2,941 \cdot 10^{-20}$	$-2,941 \cdot 10^{-20}$	$-9,686 \cdot 10^{-18}$
2	$-3,0364 \cdot 10^{-3}$	$-30,364$	1
4	$8,764 \cdot 10^{-8}$	$8,764$	$-2,886 \cdot 10^{-5}$
6	$1,461 \cdot 10^{-5}$	$1,461 \cdot 10^7$	$-4,8 \cdot 10^{-3}$
10	$6,301 \cdot 10^{-7}$	$6,301 \cdot 10^{13}$	$-2,075 \cdot 10^{-4}$
14	$-4,705 \cdot 10^{-8}$	$-4,705 \cdot 10^{20}$	$-1,550 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 3.4: Übersicht über die Multipolmomente mit den höchsten Peaks in der Fouriertransformierten des Skew-Feldes (Oben kurzes Singulett, unten langes Singulett).

3.3.6 Dipolkorrektur

Wie in Abschnitt 3.2.2 beschrieben, wurden zwei Messungen im (longitudinalen) Zentrum jedes Magneten mit jeweils vier Messwerten aufgenommen und an jedem Messpunkt der Winkel und die magnetische Flussdichte B notiert. Aus den kleinen Unterschieden in der Feldstärke konnten dann die Koordinaten des Feldzentrums bestimmt werden. In Abbildung 3.12 sind sowohl die Messwerte des 1. externen Triplets (UFFFRANZ01), als auch die Koordinaten der Singulets jedes Triplets und die zugehörigen Ausgleichsgeraden (erstellt mit einem linearen Fit der x - und y -Koordinaten) zu sehen.

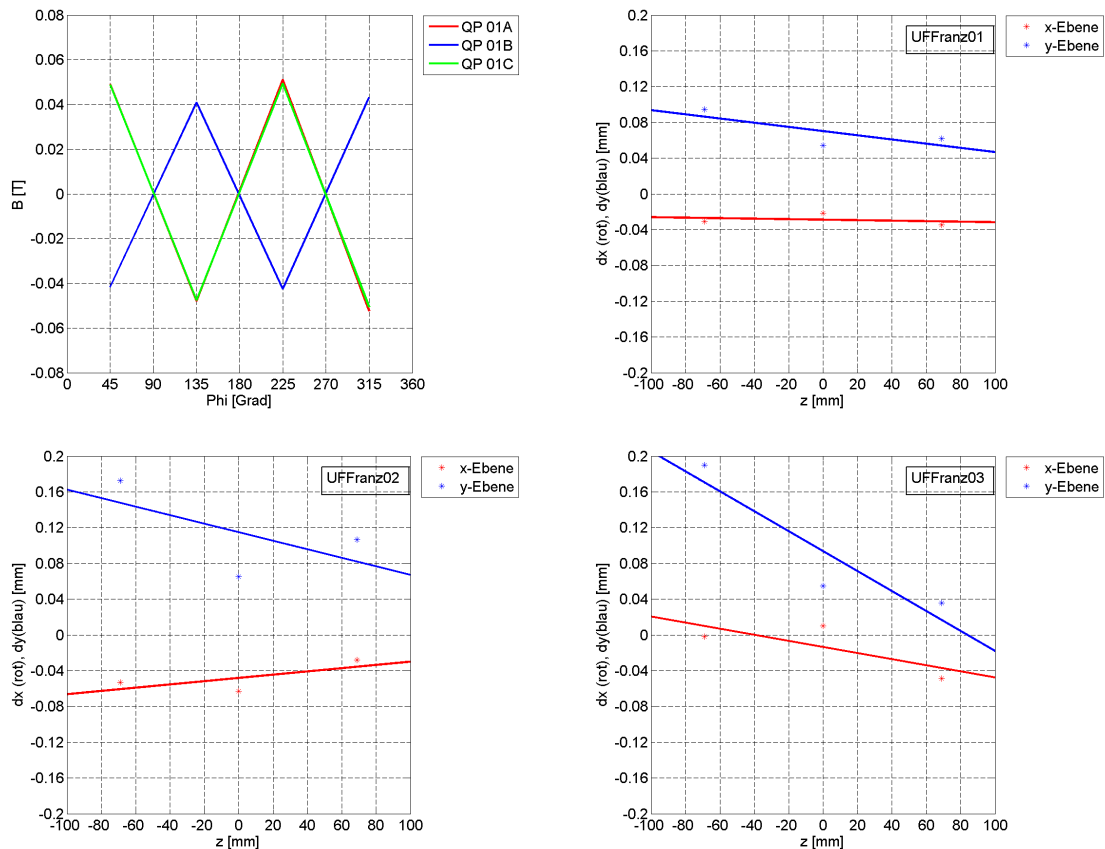


Abbildung 3.12: Messergebnisse zur Achsablage: Gemessene Maxima der magnetischen Flussdichte von UFFFRANZ01 bei den zugehörigen Winkeln (links oben); Transversale Magnetfeldursprungskoordinaten jedes Triplets und eingezeichnete magnetische Achse.

Da beim Einsatz der Magnete in einem Beschleuniger alleine das Magnetfeld von Belang ist, müssen die Triplets so ausgerichtet werden, dass die Ausgleichsgeraden auf der Strahlachse liegen und mechanisch bedingte Feldasymmetrien somit korrigiert werden.

Magnetfeld- und Strahldynamik-Simulationen

Vergleicht man die Messergebnisse mit den Auslegungen der Magnete vor der Bestellung fällt auf, dass die realen Magnetfelder der mittleren Magnete trotz größerer Stromstärken unter den Anforderungen bleiben, während die kurzen Magnete sie übertreffen. Wegen der hohen Intensität des Protonenstrahls, der folglich auftretenden nichtlinearen Raumladungseffekte und der kleinen Apertur des Strahlrohres und der Magnete ist eine weitere detaillierte Betrachtung der Felder und der Strahldynamik in der Fokussiersektion sinnvoll. In diesem Teil der Arbeit werden die numerischen Analysen untereinander und mit den Messergebnissen verglichen und Vorhersagen für das Strahlverhalten getroffen. Die CST EM STUDIO- und LORASR- Rechnungen wurden auf einem Server mit zwei 6 GHz AMD Opteron(TM) Prozessoren 6220 und 128 GB Arbeitsspeicher durchgeführt.

4 Simulationen mit LORASR

Um einen groben Rahmen für die Feldstärken und die Strahlparameter zu bestimmen, wurde mit LORASR der Strahltransport durch die MEBT-Sektion mit 50 mA Strahlstrom unter Berücksichtigung der Raumladungskräfte simuliert. Dabei können natürlich nur solche Feldgradienten für die Triplets eingegeben werden, die auch in der Realität mit den erlaubten Stromstärken erreicht werden können. Tabelle 4.1 zeigt die vorgesehenen und die nach den Messungen maximal erreichbaren Feldgradienten, effektive Längen und Wirkfelder im Vergleich.

Triplet Positionsnr.	Effektive Längen [cm]	Gradienten [T/m]	Wirkfeldstärke [T]
1	4.1/6.1/4.1	54.0/51.5/54.0	2.21/3.14/2.21
2	4.1/6.1/4.1	43.5/49.0/43.5	1.78/2.99/1.78
3	4.1/6.1/4.1	39.0/46.5/43.5	1.60/2.84/1.78

Triplet Positionsnr.	Effektive Längen [cm]	Gradienten [T/m]	Wirkfeldstärke [T]
UFFranz03	4.5/5.6/4.5	52.8/46.1/52.7	2.38/2.58/2.37
UFFranz02	4.5/5.6/4.5	52.8/46.0/52.7	2.38/2.57/2.37
UFFranz01	4.5/5.6/4.5	52.6/46.3/52.8	2.37/2.59/2.38

Tabelle 4.1: Vergleich der geplanten (oben) und gemessenen (unten) Magnetfelddetails. Die effektiven Längen sind der Serienmessung der Quadrupole von Triplet UFFRANZ03 entnommen. Die maximalen Feldgradienten den Einzelmessungen.

4.1 Simulationengenauigkeit

Um die Genauigkeit der Simulationsergebnisse zu überprüfen, wurde zuerst mit der in Abschnitt 2.3 bereits verwendeten Eingangsverteilung und Triplettparametern eine Simulationsreihe durchgeführt, bei der einzig die Simulationsschrittweiten von 10 mm bis zu 0,1 mm variiert wurden. Anhand der Transmission, der Brillanz und dem Emittanzwachstum hinter jedem Triplet kann die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Simulationengenauigkeit beobachtet und bei den nachfolgenden Simulationen berücksichtigt werden. In Abbildung 4.1 sind diese drei Kenngrößen und ferner die Rechenzeit die eine Simulation bei der entsprechenden Schrittweite benötigt, gegen die Schrittweite aufgetragen.

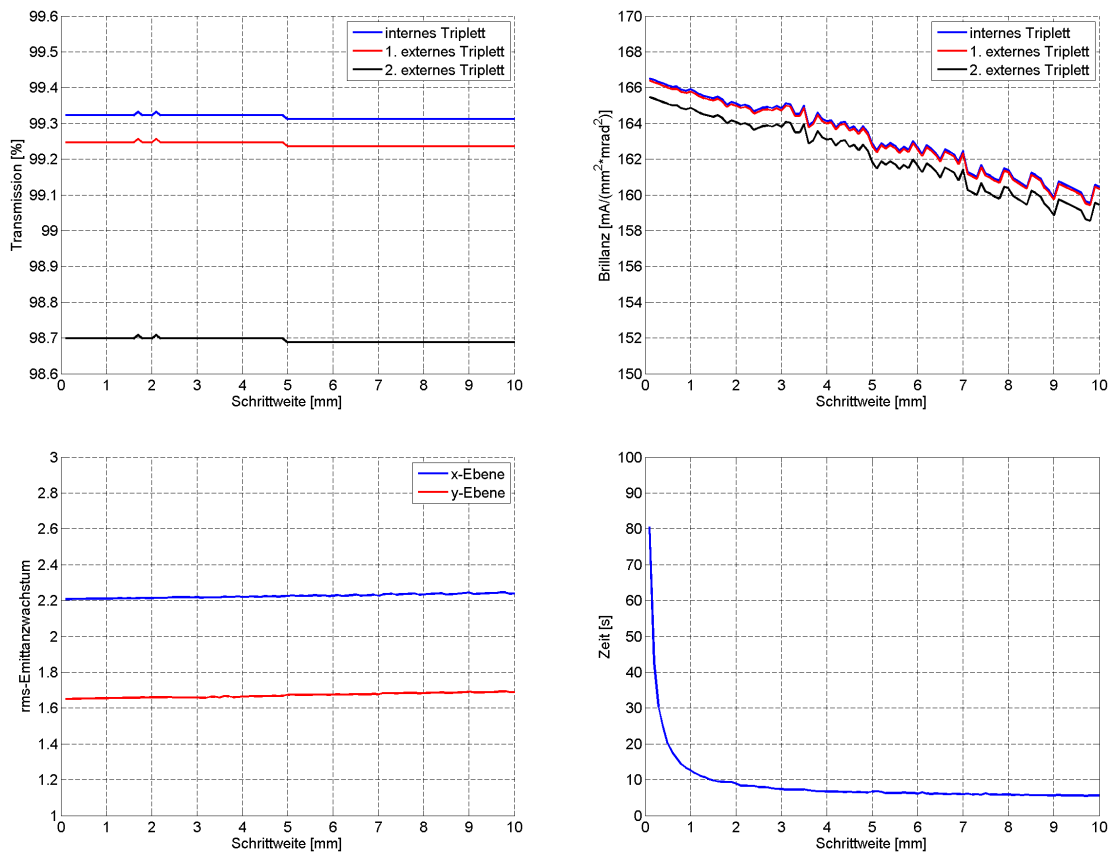


Abbildung 4.1: Analyse der Rechenzeit und Ergebnisabhängigkeit einer Simulation von der Rechenschrittweite entlang der Strahlachse mit LORASR.

Die Genauigkeit der Transmissionsergebnisse ist bei einer Schrittweite von unter einem halben Zentimeter nicht mehr von dieser abhängig. Die Brillanz wird wegen der kleineren Emittanzen mit kleineren Schrittweiten immer größer (Differenz von etwa 4%) und unterliegt kleineren Schwankungen (0,6%). Die benötigte Rechenzeit steigt unterhalb von 2 mm steil an. Für sämtliche nachfolgende Simulationen wurde mit einer Schrittweite von 1 mm gerechnet.

4.2 Akzeptanz des internen Triplets

Die bisher verwendete Eingangsverteilung hat in beiden Ebenen einen recht kleinen Divergenzwinkel und entspricht nicht dem erwarteten Strahlprofil. Außerdem wird von nun an mit einem Strahlstrom von 50 mA gerechnet. Darum wird in diesem Abschnitt die Akzeptanz der MEBT-Sektion ab dem Ausgang des RFQ-Beschleunigers für eine mit LORASR generierte Verteilung mit verschiedenen Strahlradien (3 mm, 4 mm und 5 mm), Divergenzwinkeln (20 mrad bis 30 mrad) und Ellipsenneigungen (0° bis $8,6^\circ$ in der x -Ebene und 0° bis $-8,6^\circ$ in der y -Ebene) ermittelt. Die Neigung kann dabei in LORASR nur als Abstand des Teilchens mit maximalen Divergenzwinkel von der x' - bzw. y' -Achse in Millimetern angegeben werden. Bei den von LORASR erzeugten Eingangsverteilungen handelt es sich longitudinal annähernd um eine KV-Verteilung und transversal eher um eine Gauß-Verteilung. In z -Richtung beträgt die Wölbung $V_z = 1,99$, in x -Richtung $V_x = 2,75$ und in y -Richtung $V_y = 2,65$.

Zur Bestimmung der Akzeptanz wurde mit Hilfe von MATLAB [MathWorks 2013] eine Variation sämtlicher Strahlparameter durchgeführt. Dabei wurden einem MATLAB-Programm die Parameter, die es in allen möglichen Kombinationen mit LORASR zu simulieren galt, übergeben. Das Programm schrieb mit den jeweiligen Parametern die LORASR-Eingabedatei neu, startete automatisch die Simulation und las dann aus der Ausgabedatei die gewünschten Ergebnisse aus. Auf diese Weise konnten mehrere 10'000 Simulationen automatisiert durchgeführt, Transmissionen und Brillanzen am Ende jedes Triplets ausgerechnet und die optimale Feldgradientenkonfiguration für den besten Strahltransport bestimmt werden. Abbildung 4.2 zeigt beispielhaft die Eingangsemittanzen in der x - und y -Ebene von einer der Testverteilungen.

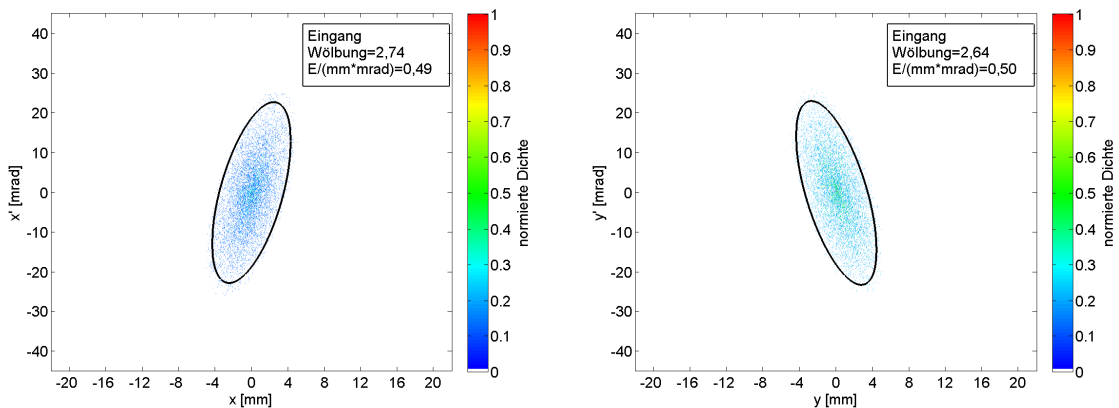


Abbildung 4.2: Eingangsemittanzen in der x -Ebene und y -Ebene mit 97% der Teilchen einer Testverteilung mit einem Strahlradius von 4 mm, einem Divergenzwinkel von 26 mrad und einer Neigung um $6,6^\circ$. Die normierte rms-Emittanz beträgt in beiden Ebenen etwa $0,495 \text{ mm mrad}$.

Die Gradienten wurden während einer Simulationsreihe in $0,5 \frac{T}{m}$ -Schritten, der Radius und der Divergenzwinkel (Abstand des Teilchens mit größtem Winkel von der Strahlachse) in 1 mm-Schritten verändert. Mit kleineren Schrittweiten mögen die Ergebnisse noch etwas

besser (oder schlechter) sein, aber da sich die Stromstärke zwischen den Messreihen ebenfalls um bis zu 2 A unterschied, ist die Suche nach feineren Einstellungen an dieser Stelle (noch) nicht angebracht.

Nun soll der Strahltransport durch das interne Quadrupoltriplett analysiert werden. Da hier die Strahlverlustgefahr am größten ist, soll es so optimiert werden, dass möglichst viele Teilchen eines Strahlpaketes das zweite Triplet erreichen. Auf die Brillanz wird hier nur Rücksicht genommen, wenn es mehrere Magneteinstellungen gibt, bei denen eine maximale Transmission erreicht wird. Die Simulationen ergaben ohnehin, dass beide Maxima sehr nahe beieinander liegen. In Abbildung 4.3 sind die Ergebnisse der Feldgradientenvariation für die oben gezeigte Eingangsverteilung aus Abbildung 4.2 graphisch dargestellt. Wie erwartet liegt ein Maximum der Transmission am Rand des Graphen, also bei der maximalen Feldstärke, die sich mit dem mittleren Quadrupol erzielen lässt.

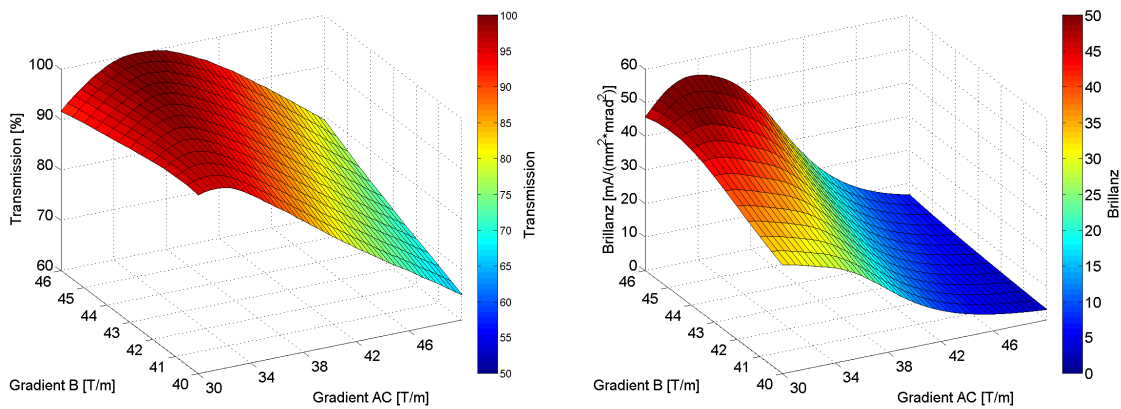


Abbildung 4.3: Transmission (links) und Brillanz (rechts) in Abhängigkeit der Singulettgradienten nach dem Transport der Eingangsverteilung durch das interne Triplet unmittelbar vor Beginn des ersten externen Triplets.

Diese Daten wurden durch Simulationen für alle Strahlparameterkombinationen erhoben und daraus die maximal mögliche Transmission in Abhängigkeit der Parameter (siehe Abbildung 4.4) und die zugehörigen Gradientenkombinationen (siehe Tabelle 4.2) ermittelt.

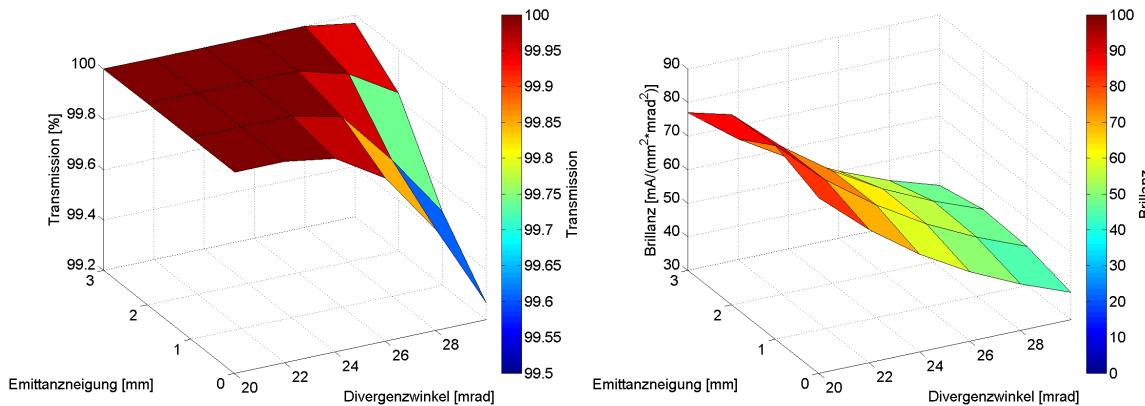


Abbildung 4.4: Transmission einer KV-Verteilung mit 4 mm Strahlradius in Abhängigkeit von Divergenzwinkel und Emittanzneigung. Die Neigung wird in Millimetern, als Abstand des Teilchens mit dem größten Winkel von der Strahlachse angegeben.

Aus dieser Abbildung lässt sich auf einen Akzeptanzrahmen für eine Eingangsverteilung mit einem Strahlradius von 4 mm schließen. Da in den externen Triplets bei breiten Strahlradien mit mehr Verlusten zu rechnen ist, sollte der Strahl möglichst vollständig bis zum zweiten Triplet gelangen. Darum wird aufgrund dieser Daten ein Divergenzwinkel von unter 26 mrad bei einer Neigung der Emittanz um 1 mm (2,2°) bis 3 mm (6,6°) empfohlen. In welcher Ebene der Strahl konvergiert oder divergiert ist nicht relevant, da sich die Triplets entsprechend umpolen lassen.

Radius [mm]	Neigung [mm]	Winkel [mrad]	$G_{AC} [\frac{T}{m}]$	$G_B [\frac{T}{m}]$	Transmission [%]
4	0	20	35	46	100,00
4	0	22	35,5	46	100,00
4	0	24	35	46	100,00
4	0	26	35,5	46	100,00
4	0	28	35	46	100,00
4	0	30	35,5	46	99,97
4	1	20	35	46	100,00
4	1	22	35,5	46	100,00
4	1	24	35,5	46	100,00
4	1	26	35,5	46	99,96
4	1	28	36	46	99,74
4	1	30	36	46	99,49
4	2	20	34	40	95,93
4	2	22	35	40	93,89
4	2	24	35,5	46	100,00
4	2	26	35,5	46	100,00
4	2	28	35,5	46	99,94
4	2	30	36	46	99,83
4	3	20	33,5	45,5	99,88
4	3	22	34	42,5	99,88
4	3	24	35	40	95,11
4	3	26	35	46	99,95
4	3	28	36	46	100,00
4	3	30	36	46	99,97

Tabelle 4.2: Strahlparameter und Gradienteneinstellung für maximale Transmission bei möglichst großer Brillanz.

4.3 Akzeptanz der MEBT

In diesem Abschnitt wird nun eine Feldgradientenkonfiguration für die beiden externen Triplets gesucht, um eine Akzeptanz für die gesamte MEBT-Sektion angeben zu können. Hierzu mussten wieder die in Abschnitt 4.2 verwendeten Strahlparameter und Quadrupolstärken in allen Kombinationen getestet werden. Da dies einem enormen Simulationsaufwand entspricht wurde die Gradientenschrittweite im Gegensatz zur Optimierung des ersten Triplets von $0,5 \frac{T}{m}$ auf $1 \frac{T}{m}$ vergrößert. Abbildung 4.5 zeigt Transmission und Brillanz bei den Gradientenkonfigurationen, mit denen die Transmission durch die gesamte Sektion maximal ist. In Abbildung 4.6 sind die entsprechenden Ergebnisse bei maximaler Brillanz dargestellt. In beiden Fällen liegen sie deutlich unter den Werten des vorherigen Abschnittes, obwohl für die meisten Strahlparameter die Transmission durch das erste Triplet bei 100% liegt. Dies bezieht sich wieder auf einen Strahlstrom von 50 mA.

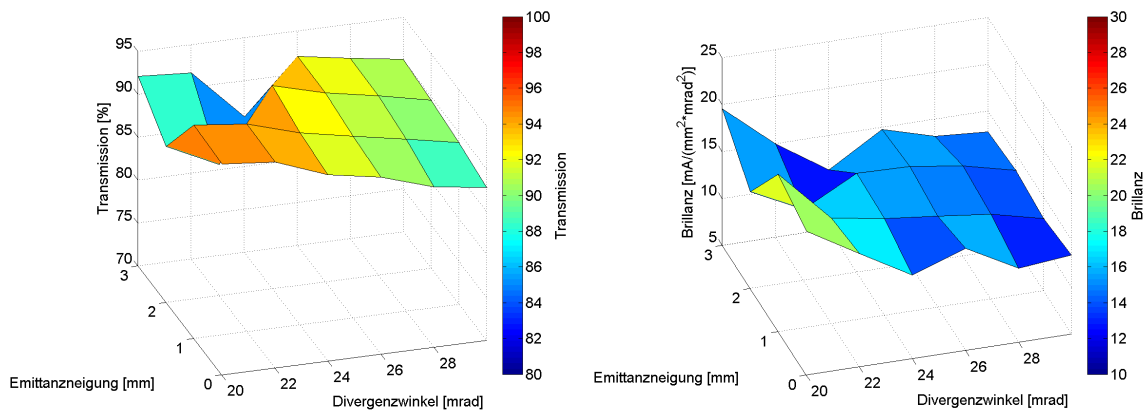


Abbildung 4.5: Maximale Transmission (links) bei verschiedenen Emittanzneigungen und Divergenzwinkeln und zugehörige Brillanz (rechts) bei den gleichen Feldgradientenkombinationen.

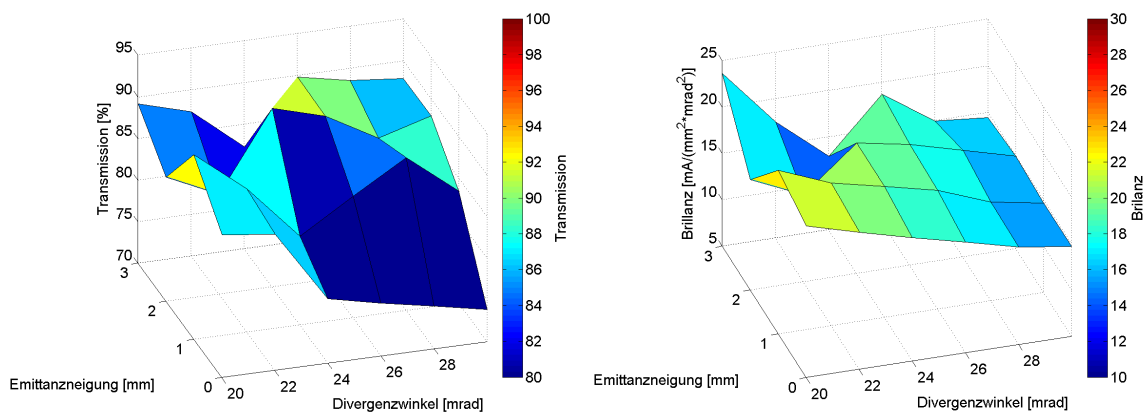


Abbildung 4.6: Maximale Brillanz (rechts) bei verschiedenen Emittanzneigungen und Divergenzwinkeln und zugehörige Transmission (links) bei den gleichen Feldgradientenkombinationen.

Es fällt auf, dass bei größeren Divergenzwinkeln die Transmission bei größeren Neigungswinkeln besser ist, während bei kleinen Divergenzwinkeln die Neigung möglichst klein sein sollte. Das liegt daran, dass ein großer Divergenzwinkel starke Defokussierung in der einen und starke Fokussierung in der anderen Ebene bedeutet. Die Magnete des ersten Triplets sind absichtlich derart gepolt, dass in der divergenten Ebene zuerst fokussiert und in der konvergenten Ebene, in der der Strahl beim Eintritt in das Triplet einen kleineren Radius hat, defokussiert wird. So kann der Strahl effektiver netto-fokussiert werden.

Die maximale Transmission bei den oben als Akzeptanz empfohlenen Strahlparametern (4 mm Radius, 26 mrad Divergenzwinkel und 3 mm Neigung) beträgt am Ende des dritten Triplets noch 92%, während die Brillanz bei maximaler Transmission auf etwa $15 \frac{mA}{mm^2 mrad^2}$ gesunken ist. Soll eine möglichst hohe Brillanz erreicht werden, liegt diese bei $18 \frac{mA}{mm^2 mrad^2}$. Es bleiben dann allerdings nur noch 89% der Teilchen übrig. Die transversale Entwicklung des Teilchenpaketes entlang der Strahlachse ist anhand der Strahleinhüllenden in Abbildung 4.7 zu sehen.

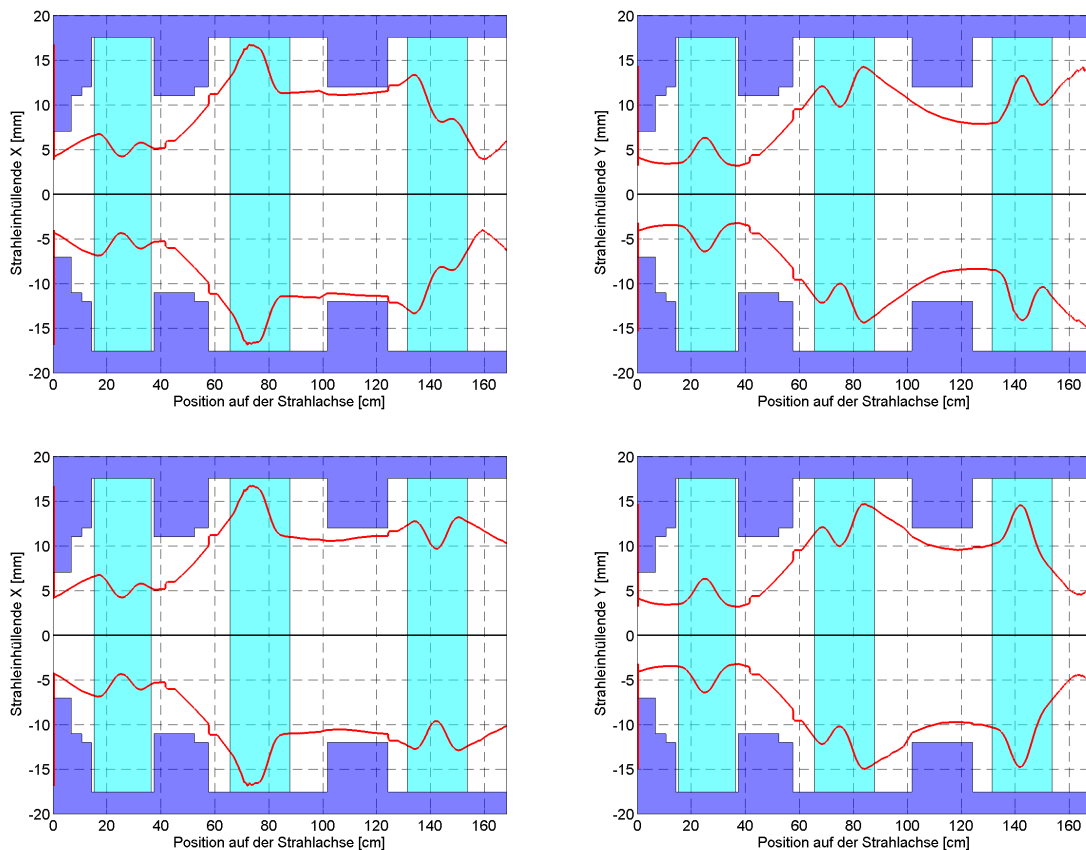


Abbildung 4.7: Strahleinhüllende (rot) in der x - (links) und y -Ebene (rechts) der Beispielleingangsverteilung (Radius 4 mm, Divergenzwinkel 26 mrad, Neigung $6,6^\circ$) mit 99% der Teilchen bei maximaler Transmission (oben) und maximaler Brillanz (unten).

Die MEBT schafft es nicht, den Strahl genügend nah an der Achse zu halten. Ein großer Teil eines Strahlpaketes erreicht die Randbereiche der Magnetfelder, die hier noch als ideal angenommen werden. In Kapitel 6 wird daher der Strahltransport durch nicht ideale Quadrupolsingulett- und Triplettfelder untersucht.

Die größten Verluste fallen im ersten externen Triplet an, weil der mittlere Magnet des internen Triplets zu schwach ist, um eine ausreichende Fokussierung zu erreichen. Zwar gelangt das Strahlpaket noch vollständig in das externe Triplet, ist dort aber schon so weit aufgeweitet, dass es insbesondere in der y -Ebene, in der das externe Triplet zuerst defokussierend wirkt, mit dem Strahlrohr in Kontakt kommt und 5% der Teilchen verloren gehen. Das bedeutet, dass die Verlustleistung im zweiten Triplet bei einer Teilchenenergie von 2 MeV, einem Strahlstrom von 50 mA (ohne Verluste im internen Triplet) und 1,2% Tastverhältnis 60 W beträgt. Auch im anschließenden Transport durch den CH-Rebuncher gehen, je nachdem ob auf Transmission oder Brillanz geachtet wird, 3,5% bzw. 5% der Teilchen verloren. In Abbildung 4.8 wird die Transmission entlang der Strecke graphisch dargestellt.

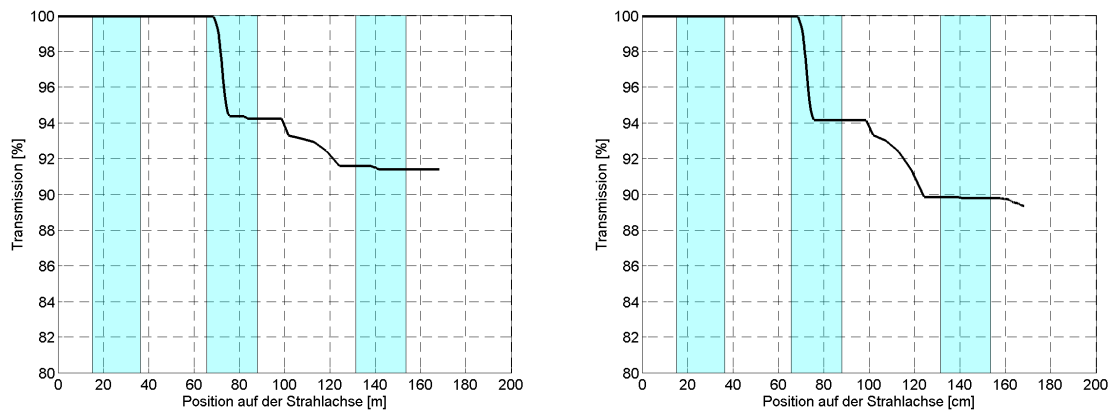


Abbildung 4.8: Transmission entlang der Strahlachse bei maximaler Transmission (links) und maximaler Brillanz (rechts). Die drei Tripletts sind blau hinterlegt.

Abbildung 4.9 zeigt die Ein- und Ausgangsphasenraumdichteverteilung mit eingezeichneten Emittanzellipsen der beiden untersuchten Transportsituationen (maximale Transmission und maximale Brillanz). In der oberen Zeile der Abbildung ist die gemeinsame Eingangsverteilung im xx' - und yy' -Unterraum dargestellt. Die mittlere Zeile zeigt die Emittanzen am Ausgang der MEBT-Sektion bei maximaler Transmission und in der unteren Zeile sind die transversalen Emittanzen bei maximaler Brillanz abgebildet. Letztere sind noch einigermaßen ellipsenförmig, haben dafür aber in der x -Ebene einen großen Divergenzwinkel und in der y -Ebene einen sehr großen Radius. Die normierte rms-Emittanz wächst bei maximaler Brillanz in der x -Ebene um den Faktor 3,4 und in der y -Ebene um 2,4 und bei maximaler Transmission in der x -Ebene um den Faktor 3,3 und in der y -Ebene um den Faktor 3,2.

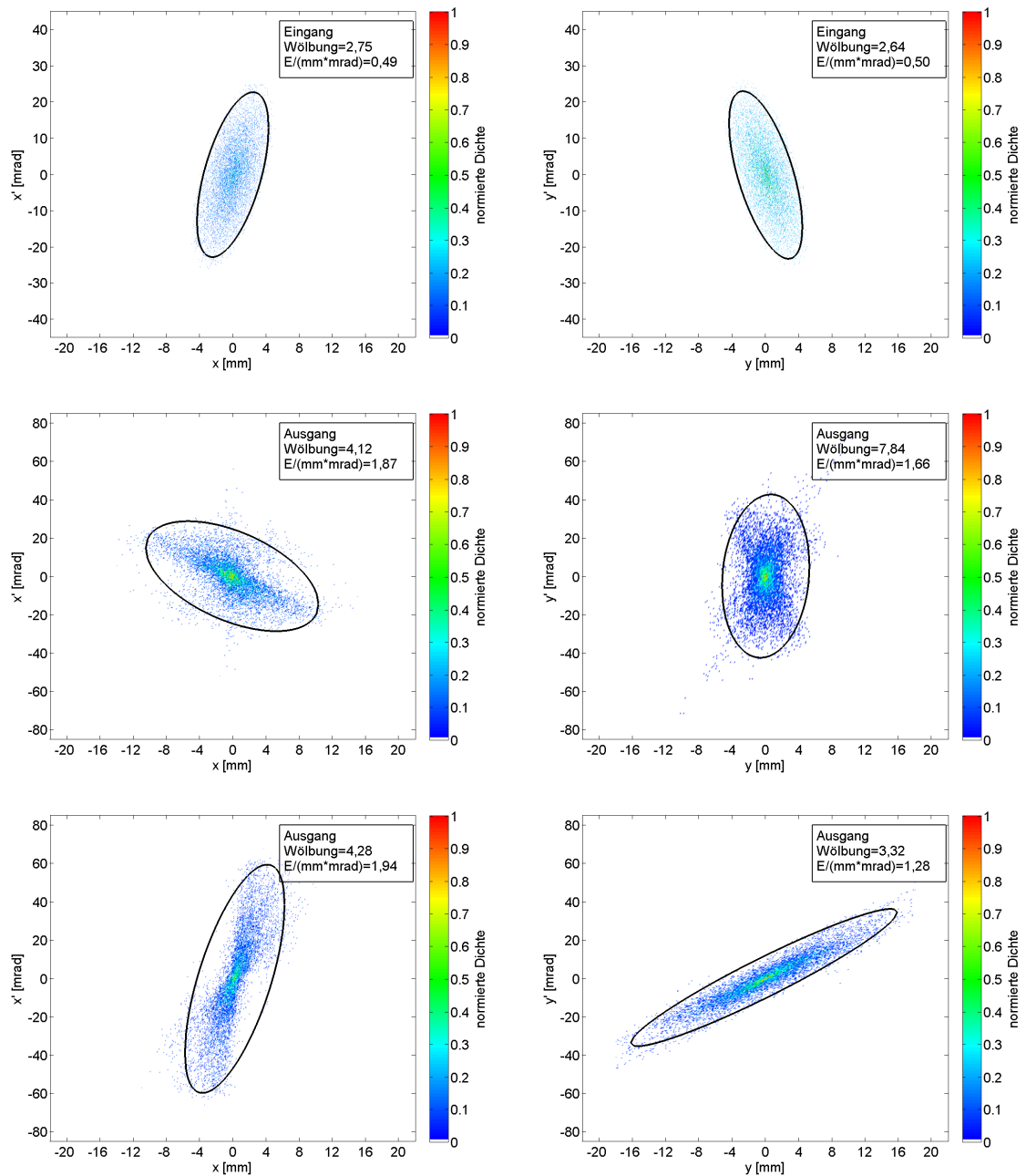


Abbildung 4.9: Eingangsemittanz (oben) und Ausgangsemittanz bei maximaler Transmission (Mitte) und maximaler Brillanz (unten). Die Emittanzellipsen enthalten 97% aller Teilchen. Aufgrund der Raumladungskräfte wird die ellipsenförmige Eingangsemittanz stark verzerrt.

Da bei anderen Strahlparametern die Transmission bei maximaler Brillanz deutlich geringer ist als bei diesem Beispiel, sollte bei der Abstimmung der Gradienten generell vorwiegend auf die Transmission geachtet werden. Darum sind in den nachfolgenden Tabellen (4.3) alle relevanten Werte (Feldgradienten, Transmission, Emittanzwachstumsfaktoren) für den Strahltransport der untersuchten Eingangsverteilungen immer für diesen Fall eingetragen. Dabei sind die Tabellen nach Divergenzwinkel sortiert.

4 mm Strahlradius, 20 mrad Divergenzwinkel					
Neigung [°]	Triplett 1-2-3 [$\frac{T}{m}$]	Trans. [%]	Brill. [$\frac{mA}{mm^2mrad^2}$]	$\frac{\epsilon_{rms}(x)}{\epsilon_{rms,0}(x)}$	$\frac{\epsilon_{rms}(y)}{\epsilon_{rms,0}(y)}$
0	35/46-33/46-30/40	94,6	20,3	3,1	2,6
2,9	35/46-33/46-31/40	94,9	21,8	2,9	2,5
5,7	34/40-34/46-30/42	88,1	15,3	3,1	3,2
8,5	34/46-32/46-30/45	92,1	19,6	2,8	2,9

4 mm Strahlradius, 22 mrad Divergenzwinkel					
Neigung [°]	Triplett 1-2-3 [$\frac{T}{m}$]	Trans. [%]	Brill. [$\frac{mA}{mm^2mrad^2}$]	$\frac{\epsilon_{rms}(x)}{\epsilon_{rms,0}(x)}$	$\frac{\epsilon_{rms}(y)}{\epsilon_{rms,0}(y)}$
0	36/46-35/46-30/44	93,9	17,1	3,3	2,9
2,6	36/46-35/46-30/46	94,2	16,3	3,3	2,9
5,2	35/40-35/46-30/43	85,3	12,6	3,3	3,5
7,8	34/43-35/46-30/46	91,7	14,9	3,3	3,1

4 mm Strahlradius, 24 mrad Divergenzwinkel					
Neigung [°]	Triplett 1-2-3 [$\frac{T}{m}$]	Trans. [%]	Brill. [$\frac{mA}{mm^2mrad^2}$]	$\frac{\epsilon_{rms}(x)}{\epsilon_{rms,0}(x)}$	$\frac{\epsilon_{rms}(y)}{\epsilon_{rms,0}(y)}$
0	35/46-32/46-30/46	91,7	13,9	3,6	3,1
2,4	36/46-32/46-30/46	92,3	15,3	3,3	3,0
4,8	36/46-33/46-30/46	93,6	15,5	3,2	3,2
7,1	35/40-34/46-30/43	85,8	11,3	3,5	3,7

4 mm Strahlradius, 26 mrad Divergenzwinkel					
Neigung [°]	Triplett 1-2-3 [$\frac{T}{m}$]	Trans. [%]	Brill. [$\frac{mA}{mm^2mrad^2}$]	$\frac{\epsilon_{rms}(x)}{\epsilon_{rms,0}(x)}$	$\frac{\epsilon_{rms}(y)}{\epsilon_{rms,0}(y)}$
0	36/46-33/46-30/40	90,6	15,9	3,7	2,6
2,2	36/46-33/46-30/46	91,2	14,7	3,6	2,9
4,4	36/46-33/46-30/45	92,0	15,4	3,4	2,9
6,6	35/46-33/46-30/46	92,0	14,8	3,3	3,2

4 mm Strahlradius, 28 mrad Divergenzwinkel					
Neigung [°]	Triplett 1-2-3 [$\frac{T}{m}$]	Trans. [%]	Brill. [$\frac{mA}{mm^2mrad^2}$]	$\frac{\epsilon_{rms}(x)}{\epsilon_{rms,0}(x)}$	$\frac{\epsilon_{rms}(y)}{\epsilon_{rms,0}(y)}$
0	35/46-32/46-30/46	88,7	12,9	3,8	3,1
2,0	36/46-33/46-30/45	90,0	14,1	3,7	2,9
4,1	36/46-33/46-30/45	90,9	14,6	3,6	2,9
6,1	36/46-33/46-30/45	91,0	13,2	3,6	3,2

4 mm Strahlradius, 30 mrad Divergenzwinkel					
Neigung [°]	Triplett 1-2-3 [$\frac{T}{m}$]	Trans. [%]	Brill. [$\frac{mA}{mm^2mrad^2}$]	$\frac{\epsilon_{rms}(x)}{\epsilon_{rms,0}(x)}$	$\frac{\epsilon_{rms}(y)}{\epsilon_{rms,0}(y)}$
0	36/46-33/46-30/43	87,8	13,4	3,8	2,9
1,9	36/46-33/46-30/46	88,9	12,7	3,7	3,2
3,8	36/46-33/46-30/44	89,5	13,3	3,7	3,1
5,7	36/46-33/46-30/44	90,1	12,8	3,7	3,2

Tabelle 4.3: Übersicht der Transportdaten aus allen LORASR-Simulationsreihen verschiedener Eingangsverteilungen. Die Feldgradienten der äußeren und inneren Quadrupole sind durch Schrägstriche, die drei Triplets durch Bindestriche voneinander getrennt.

4.4 Eingangsverteilung für die MEBT-Sektion

Da sich eine Teilchenverteilung, wie sie von einem RFQ-Beschleuniger erzeugt wird, aufgrund der unterschiedlichen Dichteverteilung und der Ebenenkopplung, deutlich anders verhält, wird in diesem Abschnitt die Ausgangsverteilung einer Strahltransportsimulation durch den geplanten RFQ als Eingangsverteilung verwendet. Zwar geschah dies auch schon bei der Auslegung der Quadrupoltripletts, aber diese Simulationen waren mit zu langen effektiven Längen und zu großen Feldgradienten gerechnet worden. Wieder muss nun die Gradientenkonfiguration für den kleinst möglichen Strahlverlust gefunden werden. Diesmal wurde aber zusätzlich bei jeder Simulation die effektive Länge unter Zuhilfenahme eines aus CST EM STUDIO Quadrupoldateien zusammengesetzten Tripletts neu berechnet. Dazu müssen die Felder der Singulets den Gradienten entsprechend skaliert und die ermittelten Längen in die LORASR Eingabedatei eingesetzt werden (siehe Abschnitt 5.2). Die Position der auf diese Weise ermittelten effektiven Längen sind wegen der gegenseitigen Beeinflussung der Felder etwas vom mittleren Quadrupol wegverschoben, was im Gegensatz zu vorherigen Simulationen für eine höhere Transmission sorgt. In Tabelle 4.4 sind Gradienten, Brillanz und Emittanzwachstum für die RFQ-Ausgangsverteilung nach jedem Triplet angeben. Abbildung 4.10 zeigt das Verlustprofil entlang der Strahlachse und Abbildung 4.11 die Strahleinhüllende beim optimalen Transport der RFQ-Ausgangsverteilung.

Triplet	Gradient [$\frac{T}{m}$]	Länge [mm]	Transmission [%]	Brillanz [$\frac{mA}{mm^2 mrad^2}$]	$\frac{\epsilon_{rms}(x)}{\epsilon_{rms,0}(x)}$	$\frac{\epsilon_{rms}(y)}{\epsilon_{rms,0}(y)}$
Internes	42,5/46,0	43,2/58,7	100-98,9	22,5	3,7	4,2
1. Externes	36,0/45,0	43,1/58,8	97,7-90,0	41,4	2,9	2,7
2. Externes	35,0/40,0	43,2/58,7	89,6-89,5	47,4	2,7	2,5

Tabelle 4.4: Feldgradienten G, effektive Längen L und Transportkenngrößen für eine maximale Transmission der RFQ-Ausgangsverteilung.

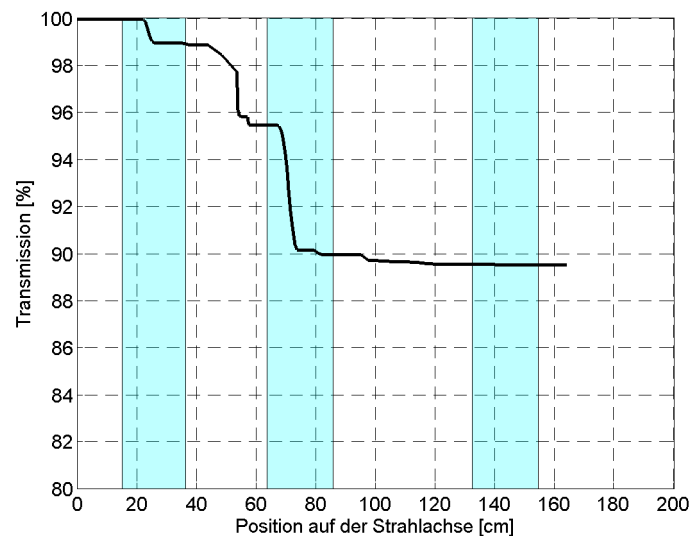


Abbildung 4.10: Transmission entlang der Strahlachse in der MEBT für den optimalen Transport der RFQ-Eingangsverteilung. Die Tripletts sind blau hinterlegt. Die meisten Verluste fallen am Ausgang der IH-Kavität und im ersten externen Triplet an.

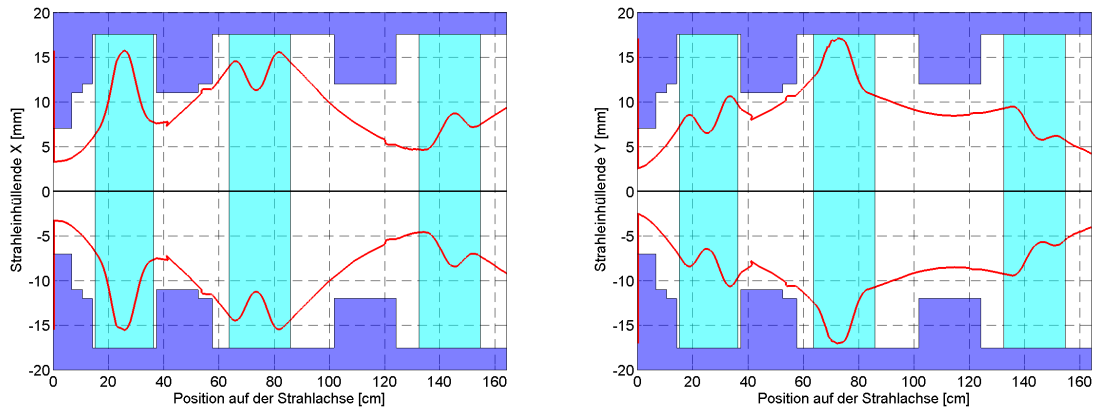


Abbildung 4.11: Strahleinhältnisse (rot) in der x - (links) und y -Ebene (rechts) mit 99% aller Teilchen entlang der Strahlachse.

In Abbildung 4.12 sind die Eingangs- und Ausgangsemittanzen in beiden transversalen Ebenen zu sehen. Der Strahlradius beträgt in beiden Ebenen etwa 4 mm und das Teilchenpaket hat einen Divergenzwinkel von 22 mrad (x -Ebene) und 24 mrad (y -Ebene) bei einer Neigung von $-2,6^\circ$ (x -Ebene) und $2,8^\circ$ (y -Ebene). Die Polaritäten der Quadrupole wurden in den Simulationen den Neigungsrichtungen angepasst.

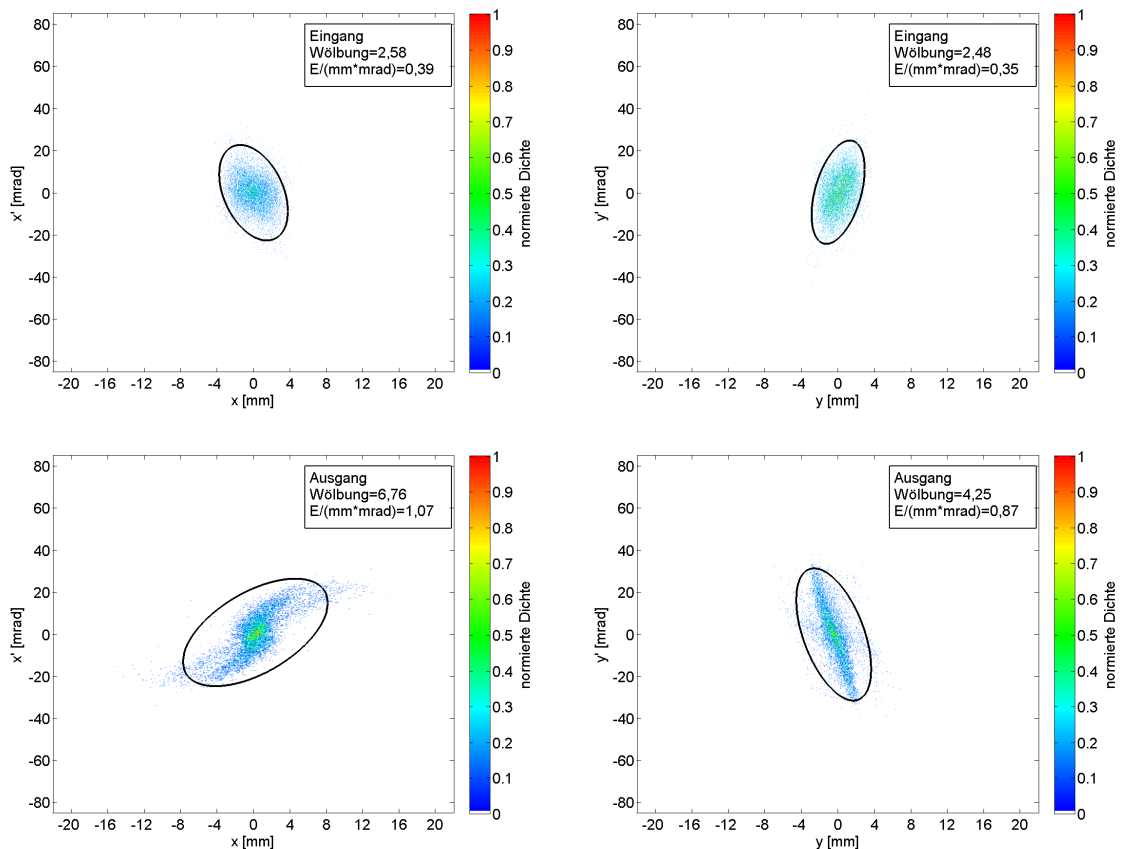


Abbildung 4.12: Eingangsemittanz (oben) und Ausgangsemittanz der MEFT (unten) der RFQ Verteilung. In der x -Ebene (links) kommt der Strahl defokussiert, in der y -Ebene (rechts) kurz vor dem Fokus aus der MEFT-Sektion.

Dem vorangehenden Abschnitt zufolge müsste die Transmission für solch eine Verteilung zwischen 90% und 95% liegen. Berücksichtigt man den Umstand, dass die effektiven Längen hier angepasst wurden und die Transmission dadurch um einiges besser ist, wird deutlich, dass mit der zuvor generierten Verteilung keine echten Voraussagen für ein realistisches Teilchenpaket getroffen werden können (mit den vorherigen Positionen und effektiven Längen, die 2 mm zugunsten der äußeren Quadrupole verschoben sind, würde nur eine Transmission von 63,5% erreicht). Das liegt daran, dass das transversale Verhalten eines Teilchenstrahls maßgeblich von der Dichteverteilung und der Ebenenkopplung abhängig ist. Die folgenden Abbildungen sollen die Verteilungsunterschiede verdeutlichen. In Abbildung 4.13 sind die Querschnitte beider Verteilungen in allen drei Ebenen zu sehen (xy , zx , zy).

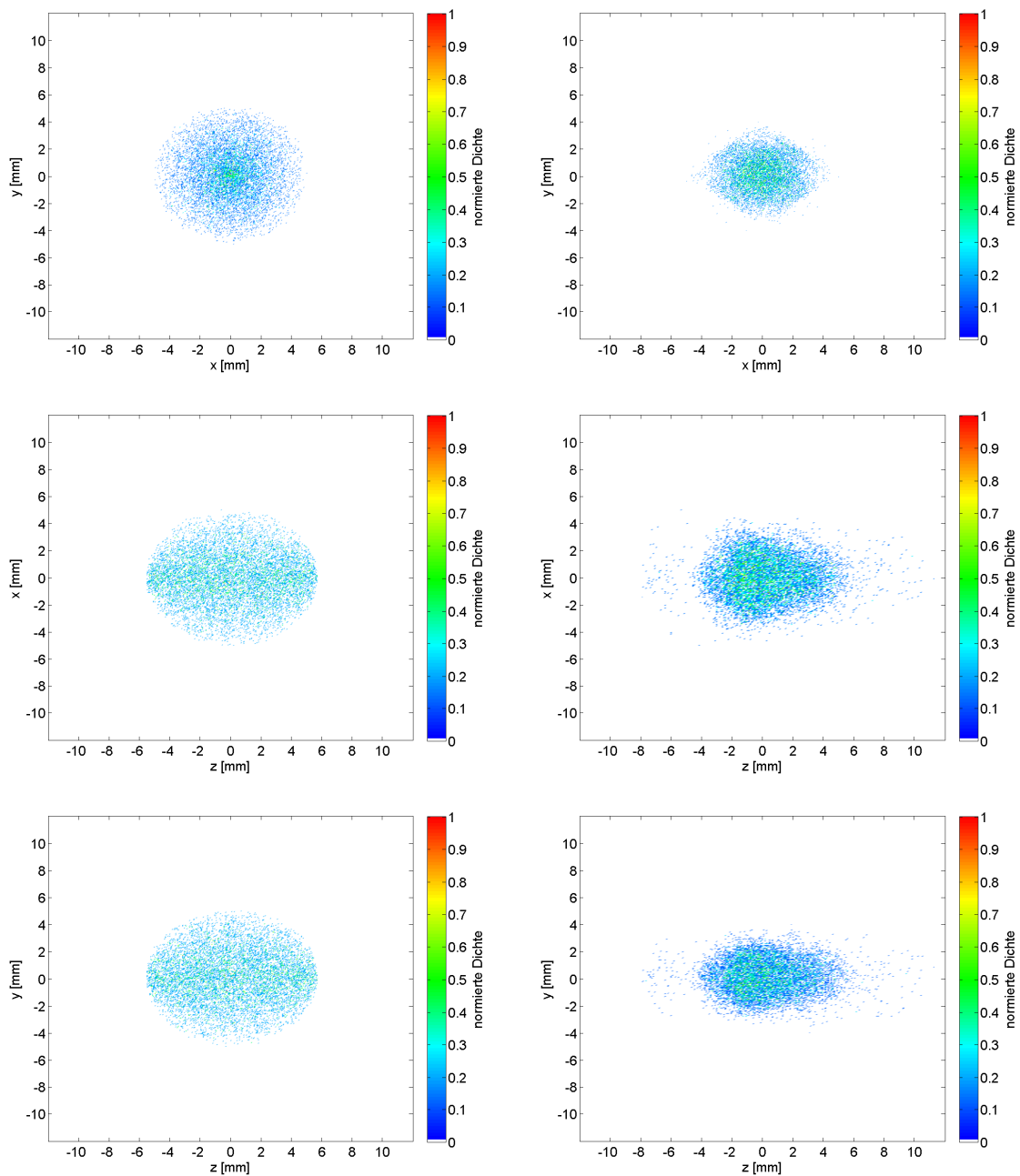


Abbildung 4.13: Strahlquerschnitte der KV- (links) und der RFQ-Eingangsverteilung (rechts) in der xy -Ebene (oben), der zx -Ebene (Mitte) und zy -Ebene (unten).

Zwar hat die generierte Verteilung etwas größere Abmessungen als die RFQ-Eingangsverteilung, doch sind die Teilchen besonders entlang der z -Achse deutlich homogener verteilt, was die Potentialdifferenzen innerhalb des Teilchenpaketes auf ein Minimum herabsenkt.

Bestätigt wird dieser Eindruck durch die Dichte- und Geschwindigkeitsprofile aus den folgenden Abbildung (4.14 und 4.15).

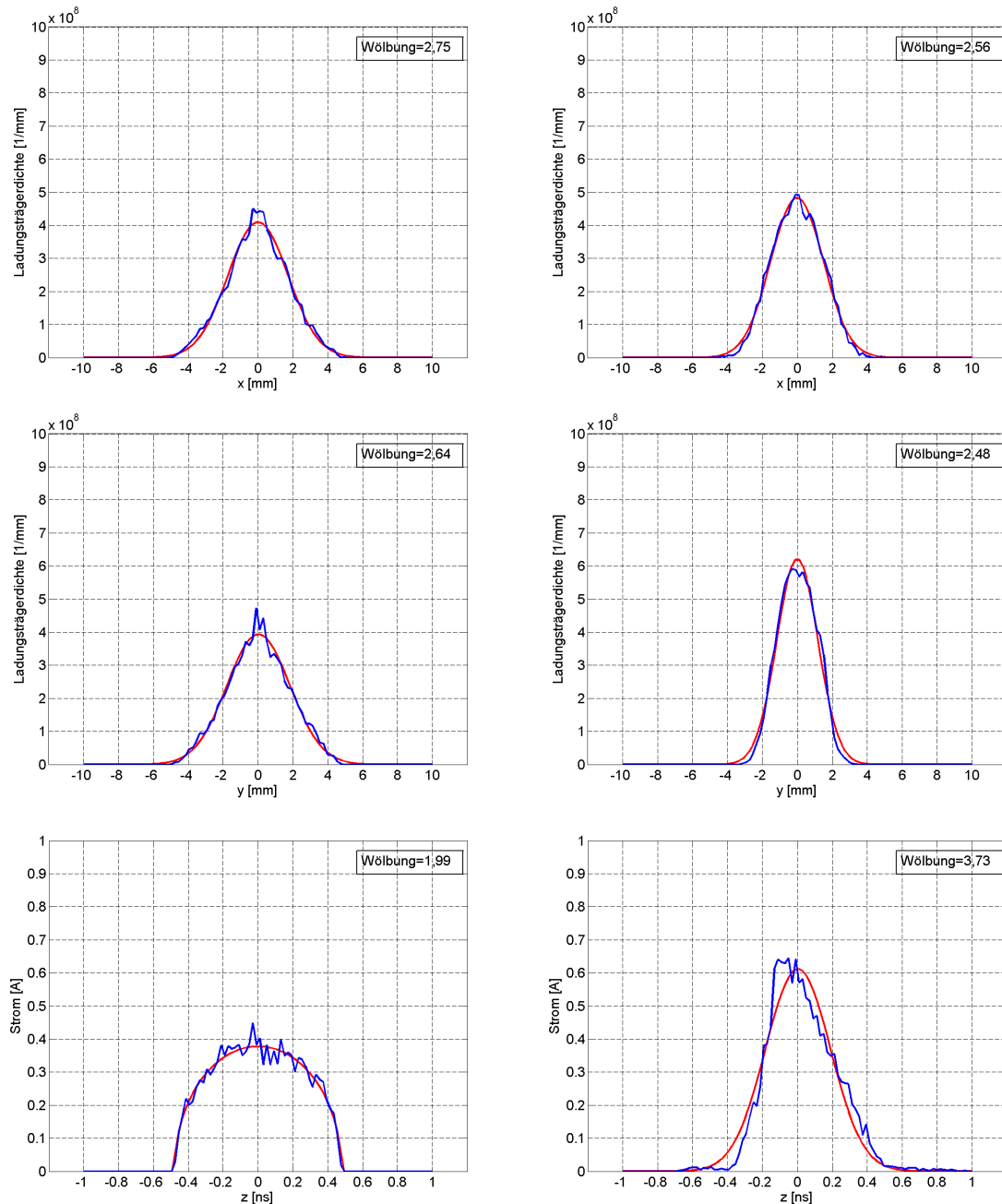


Abbildung 4.14: Dichteprofile (blau) der KV- (links) und RFQ-Eingangsverteilung (rechts) in der x -, y - und z -Ebene (von oben nach unten). Die Schrittweite beträgt in x - und in y -Richtung 0,2 mm, in z -Richtung 0,02 ns. Wegen der begrenzten Simulationsteilchenanzahl unterliegen die Profile lokalen starken Schwankungen. Zusätzlich sind passende Näherungsfunktionen (rot) eingezeichnet.

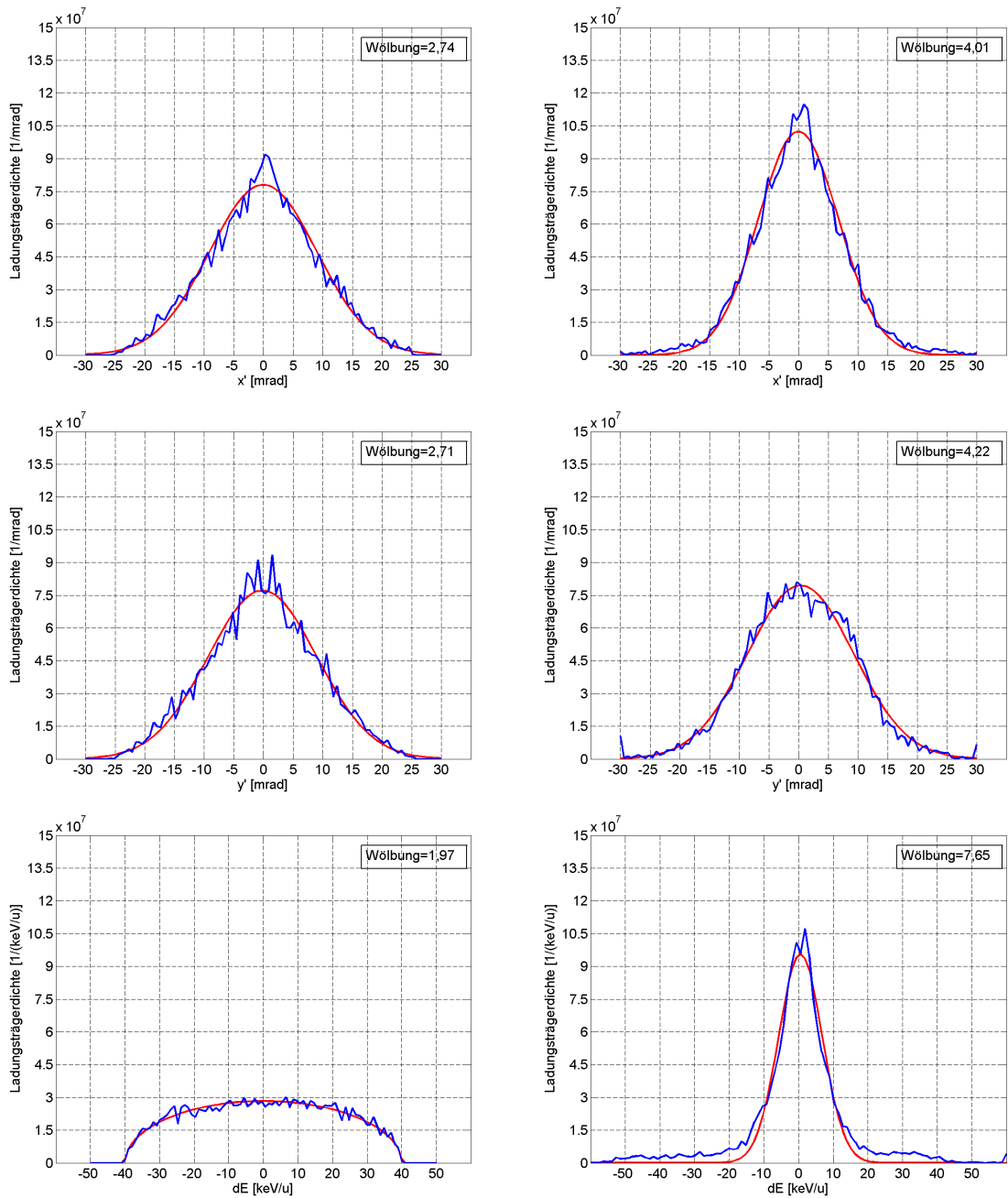


Abbildung 4.15: Geschwindigkeitsprofile (blau) der KV- (links) und RFQ-Eingangsverteilung (rechts) in der x -, y - und z -Ebene (von oben nach unten). Die Schrittweite beträgt in x - und y -Richtung 0,6 mrad, in z -Richtung $1,2 \frac{\text{keV}}{u}$ angeben. Die Näherungsfunktionen sind in rot eingezeichnet.

Demnach unterscheidet sich das x - Dichteprofile nur leicht in seiner Steilheit und im Spitzenwert. Folglich weichen auch die Wölbungen nur geringfügig voneinander ab (in der y -Ebene sind die Unterschiede etwas größer). Die Wölbung der transversalen Geschwindigkeitsprofile weist dagegen größere Unterschiede auf. Zwar erscheinen die Profile auch hier recht ähnlich, doch ist der Verlauf der RFQ-Verteilung steiler und gibt es mehr Teilchen in den äußeren Geschwindigkeitsbereichen.

Im Gegensatz dazu unterscheiden sich die z -Profile stark voneinander. Hier ist das Strahlpaket der RFQ-Verteilung deutlich fokussierter und hat sowohl im Strom- als auch im Geschwindigkeitsprofil einen schmäleren höheren Peak, während die Profile der generierten Verteilung denen einer KV-Verteilung sehr nahe kommen. Entsprechend des Stromes verändert sich die Perveanz und damit auch die Raumladungskräfte.

In den obigen Abbildungen (4.14 und 4.15) sind alle transversalen Profile, ebenso wie die Profile der RFQ-Verteilung entlang der z -Achse, mit einer Gauß-Funktion (Wölbung = 3,0) genähert worden. Einzig die Näherungskurve der generierten Funktion entspricht im z -Profil der einer KV-Verteilung mit kreisförmigen Querschnitt. Die großen Unterschiede im Strahltransport zeigen also, wie entscheidend neben der transversalen Dichteverteilung die Ebenenkopplung und somit auch die longitudinale Verteilungsfunktion ist.

Die Abweichung der Transmission bei verschiedenen effektiven Längen beweist weiterhin, wie groß der Einfluss der exakten Position und Länge der Magnetfelder auf die Qualität des Strahltransportes ist. Eine Vergleichssimulation mit Feldern an den gleichen Positionen, aber 0,5 mm abweichender effektive Länge (zu Gunsten der äußeren Quadrupole) verringert die Transmission um 7%.

5 Simulationen mit CST EM STUDIO

Die Simulationen mit CST EM STUDIO dienen der weiteren Felduntersuchung, der Nachvollziehbarkeit der Messungen und somit der Überprüfung der Reproduzierbarkeit realer Felder und der Generierung möglichst realistischer Feldverteilungen für weitere *Particle Tracking* Simulationen. Bisher wurden nur die generellen transversalen Transporteigenschaften der MEBT mit LORASR überprüft, dem Programm werden dabei aber nur die Kastenfeldeigenschaften des Magnetfeldes auf der Strahlachse übergeben, während nicht-lineare Effekte aus Feldabweichungen außer acht gelassen werden. Einzig die Verkürzung der effektiven Längen durch die benachbarten Singulettts wurde bisher berücksichtigt.

Sowie für beide Singulett-Typen, als auch für ein zusammengesetztes Tripletts wurden die drei folgenden Modelle in CST EM STUDIO implementiert (siehe Abbildung 5.1). Sie entsprechen in ihren Abmessungen den technischen Zeichnungen der bestellten Magnete. Einzig die Polschuhe sind aus Platzgründen vom Hersteller (Bruker) 1,7 mm schmaler gefertigt worden, als sie bestellt worden waren.

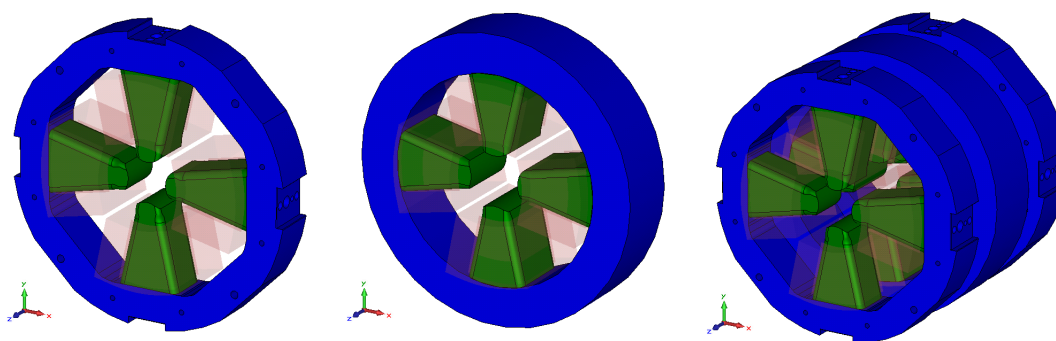


Abbildung 5.1: CST EM STUDIO-Modelle der Quadrupolsingulettts und eines Tripletts. Die verwendeten Materialien sind auch hier Eisen (blau) für den Kern und Vacoflux (grün) für die Polschuhe. Die Spulen sind in transparentem Rot dargestellt.

Um ein möglichst realistisches Feld zu erhalten, sind in allen Simulationen den Materialien die für Eisen und Vacoflux 50 typischen Sättigungskurven (siehe Abbildung 5.2) hinterlegt.

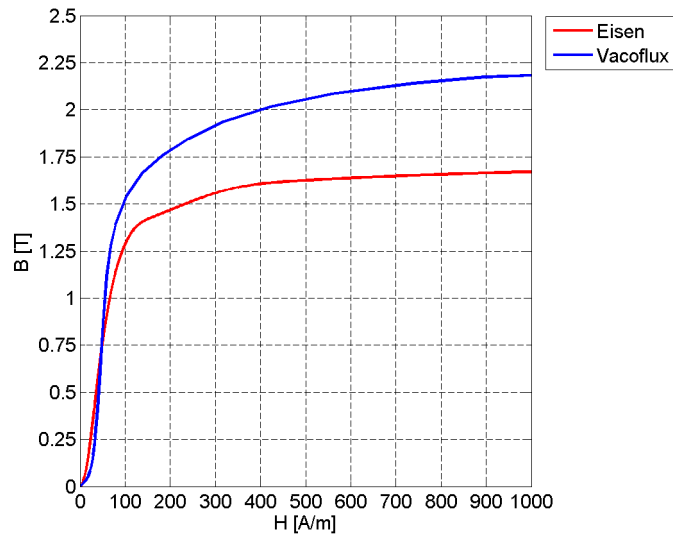


Abbildung 5.2: Verwendete Sättigungskurven von Eisen (Joch) und Vacoflux 50 (Polschuh).

5.1 Simulationengenauigkeit

Wieder diente die erste Simulationsreihe der Ermittlung der idealen Schrittweite bzw. der idealen Gitterabstände als Kompromiss aus Simulationengenauigkeit und Rechenzeit. Da die simulierten Felder im Inneren des Strahlrohrs die höchste Genauigkeit erreichen sollen, wurde um die Strahlachse jedes Modells ein Vakuumzylinder gelegt, für den eine eigene Gitterschrittweite von 0,5 mm festgelegt wurde. Die Simulationsreihe startete mit einer sehr kleinen Anzahl von Gitterzellen, die in jedem Durchlauf um 30% erhöht wurde.

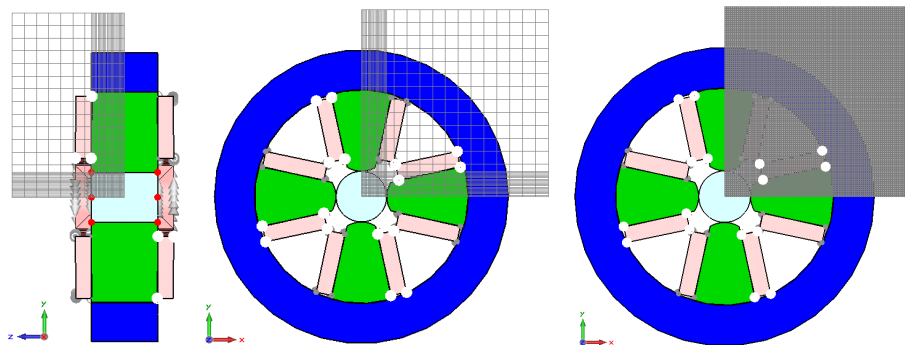


Abbildung 5.3: Längs- und Frontal-Querschnitt (links und mittig) des langen Quadrupols mit eingezeichneten Gitterzellen bei sehr kleiner Gitterzellenanzahl (etwa $30 \cdot 10^3$) und Endauflösung für weitere Simulationen (rechts) mit etwa $11 \cdot 10^6$ Gitterzellen.

Um den Fehler der magnetischen Flussdichte zu bestimmen, wurde in jedem Schritt die r - und φ -Komponente des B-Feldes in Polarkoordinaten entlang φ , mit $r = 10$ mm aufgenommen. Um den Fehler von B_m zu berechnen, bedient man sich der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung, wobei als Fehler jeder Komponente die Differenz zum letzten (8-ten)

Durchlauf herangezogen werden kann. In Abbildung 5.4 ist B_r entlang eines Kreisabschnittes in beiden Quadrupolmodellen aufgetragen und man sieht die Konvergenz der Flussdichten gegen ihren Endwert. Darunter sind die Gitterzellenanzahlen jedes Durchlaufs (run 1 bis run 15) aufgezeichnet.

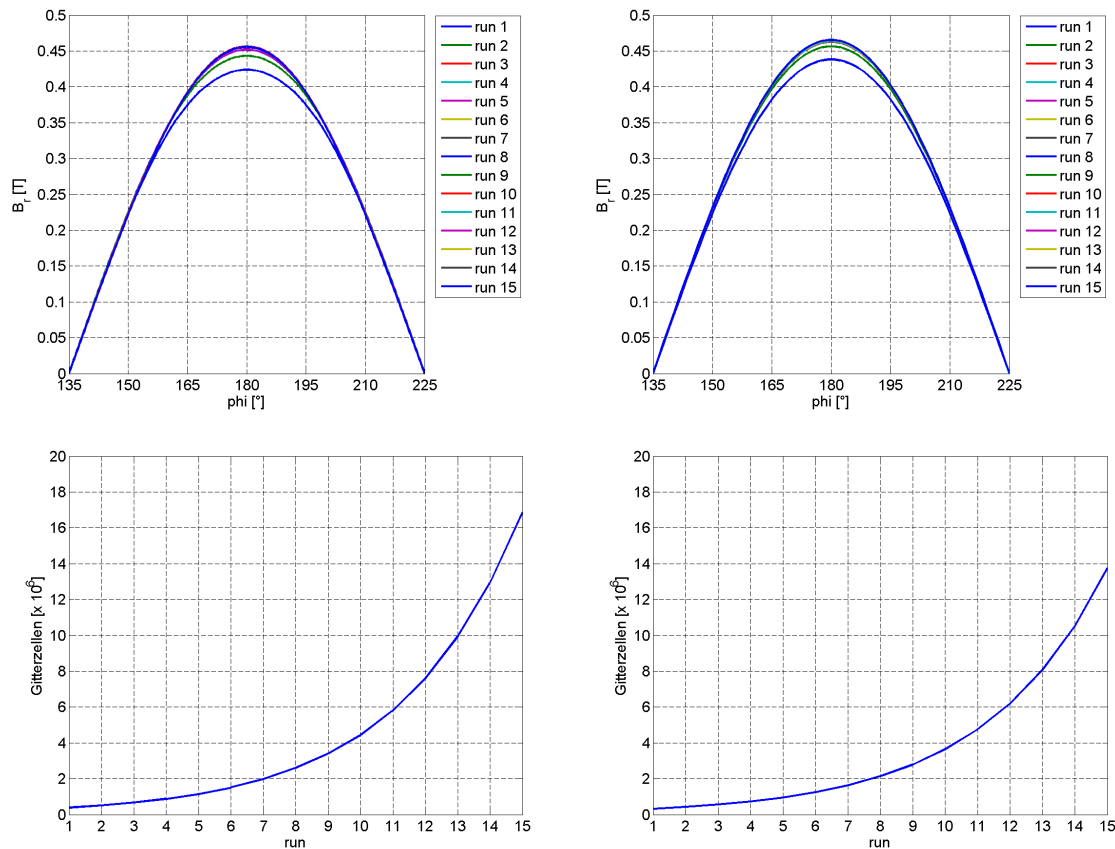


Abbildung 5.4: Konvergenz der Magnetfelder (oben) und Gitterzellenzahl jedes Durchlaufs (unten) im kurzen (links) und im langen Quadrupol (rechts).

Abbildung 5.5 zeigt die Abhängigkeit des Fehlers und der benötigten Rechenzeit von der Gitterzellenanzahl. Als Kompromiss zwischen Genauigkeit und Konvergenz der Ergebnisse wurde eine Gitterzellenanzahl von etwa 11 Millionen gewählt. Somit ergibt sich bei beiden Modellen ein relativer Fehler für B_m von unter $5 \cdot 10^{-4}$. Die Rechenzeit beträgt etwa 1,5 Stunden.

Mit dieser Genauigkeit sind mit CST EM STUDIO alle Messungen numerisch nachvollzogen und weiter interpretiert worden. Außerdem wurden auf diese Art die nötigen Dateien erstellt, deren Felder für weitere Simulationen in BENDER importiert werden konnten.

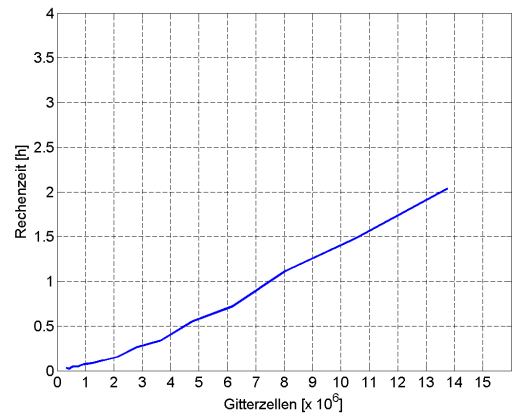
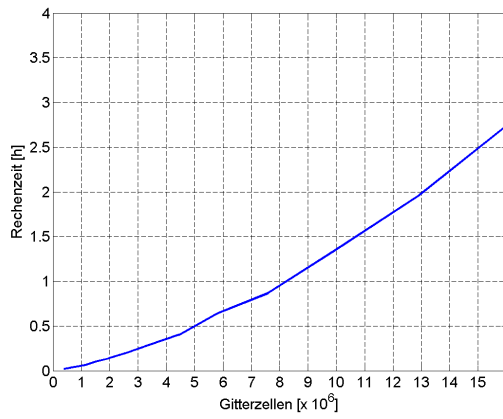
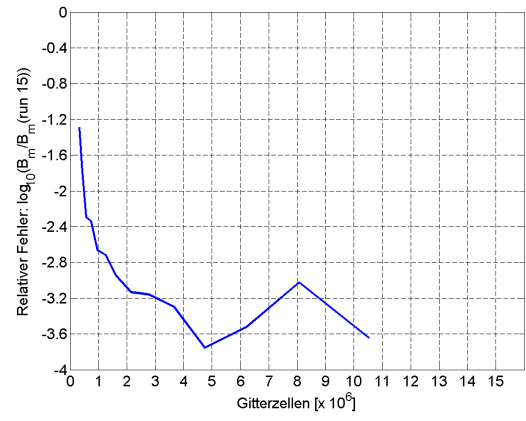
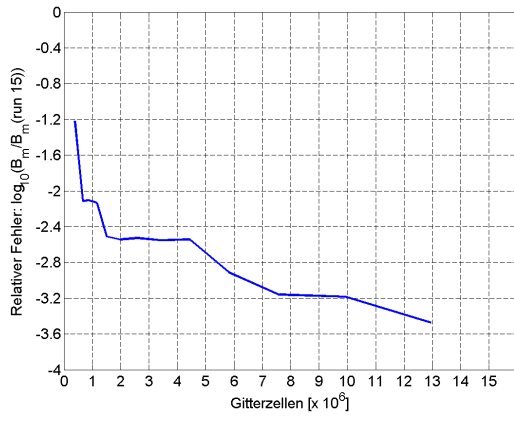


Abbildung 5.5: Gitterzellenzahl (oben) und benötigte Rechenzeit (unten) im kurzen (links) und langen Quadrupol (rechts). Beide steigen in jedem Schritt um 30%.

5.2 Erregerkurven

Entsprechend des Messprogramms wurde mit CST EM STUDIO der Spulenstrom eines kurzen und eines langen Quadrupols in 10 A-Schritten von 0 A bis 350 A bzw. von 0 A auf 500 A erhöht und der Feldgradient und die effektive Länge auf der Strahlachse berechnet. Um die Wirkung der Nachbarmagnete zu berücksichtigen, sind für jeden Magnettypen insgesamt drei Simulationsreihen durchgeführt worden: eine im Vakuum und zwei im Quadrupoltriplett. Während der beiden Simulationsreihen im Triplet waren die benachbarten Singulets einmal ausgeschaltet und einmal ebenfalls bestromt. Auf diese Weise wurden alle Messungen numerisch reproduziert. Abbildung 5.6 zeigt die Ergebnisse der Simulationsreihen am Beispiel des langen Singulets.

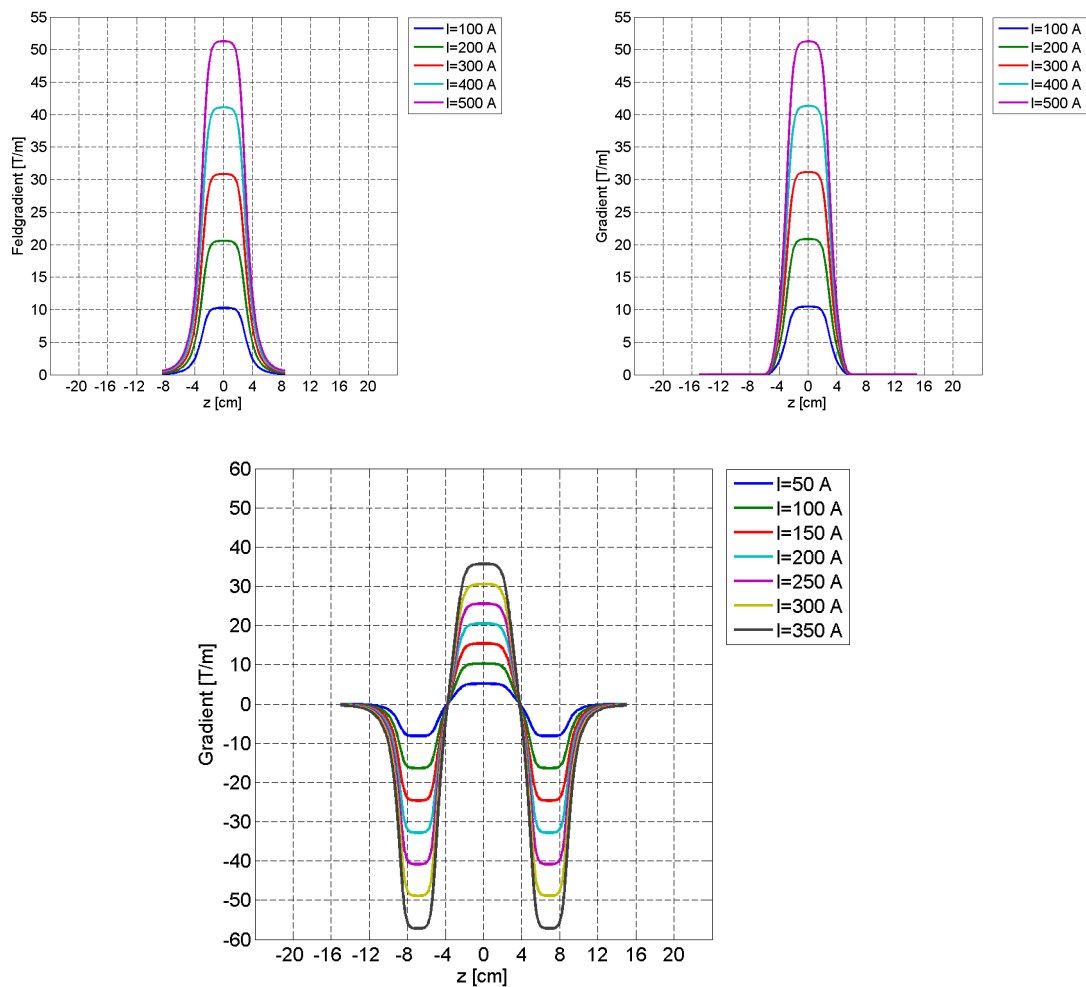


Abbildung 5.6: Simulationsergebnisse aus der Simulationsreihe des langen Quadrupols im Vakuum (oben links), eingebunden im Triplet bei inaktiven Nachbarsingulets (oben rechts) und im Triplet bei kompletter Bestromung (unten). Die leichte abschirmende Wirkung der ausgeschalteten Nachbarn sowie die steilen Feldflanken zum Polaritätenwechsel, hervorgerufen durch die Felder der anderen Magnete, sind deutlich zu erkennen.

Die bei den Messungen beobachteten Effekte sind auch hier zu sehen. In Abbildung 5.7 werden die maximalen Gradienten und die effektive Länge mit den Messergebnissen verglichen. Besonders die effektiven Längen stimmen sehr gut überein. Zwar liegen die Längen

der simulierten Quadrupole im Vakuum deutlich über denen aus den Messungen, doch passen diese genau zu den Längen der im Triplet simulierten Magneten. Außerdem liegen auch die effektiven Längen der Serienmessung und der Seriensimulation weniger als 0,5 mm auseinander. Anders verhält es sich bei den Gradienten. Offenbar setzt die Sättigung in den Simulationen erst bei deutlich höheren Stromstärken ein als in der Realität, weshalb auch größere Feldstärken erreicht werden können, obwohl vor dem Einsetzen der Sättigung Simulationswerte und Messergebnisse genau aufeinander liegen. Das erklärt, warum die gemessenen Wirkfelder der langen Singulets, auch bei 60 A stärkerer Stromstärke als bei der Bestellung angegeben, noch unter den Erwartungen bleiben und warum im Falle der kurzen Singulets ein 50 A größerer Strom nötig ist, um die gewünschten Wirkfeldstärken zu erreichen.

Die maximalen numerischen Gradienten des kurzen Singulets betragen (bei 350 A im alleinstehenden Magneten und im Tripletverbund) $55,1 \frac{T}{m}$ und $56,9 \frac{T}{m}$. Die Gradienten des langen Singulets betragen (bei 500 A im einzelnen Magneten und im Tripletverbund) $51,3 \frac{T}{m}$ und $51,5 \frac{T}{m}$. Die Sättigung setzt beim kurzen Pol bei etwa 300 A (Messung 250 A) und beim langen Pol bei 400 A (Messung 350 A) ein. Somit sind die realen Gradienten bei voller Stromlast um $2,3 \frac{T}{m}$ und $5,2 \frac{T}{m}$ niedriger. Die effektiven Längen entsprechen weitestgehend den gemessenen Werten und sind auch in der Simulation stromunabhängig.

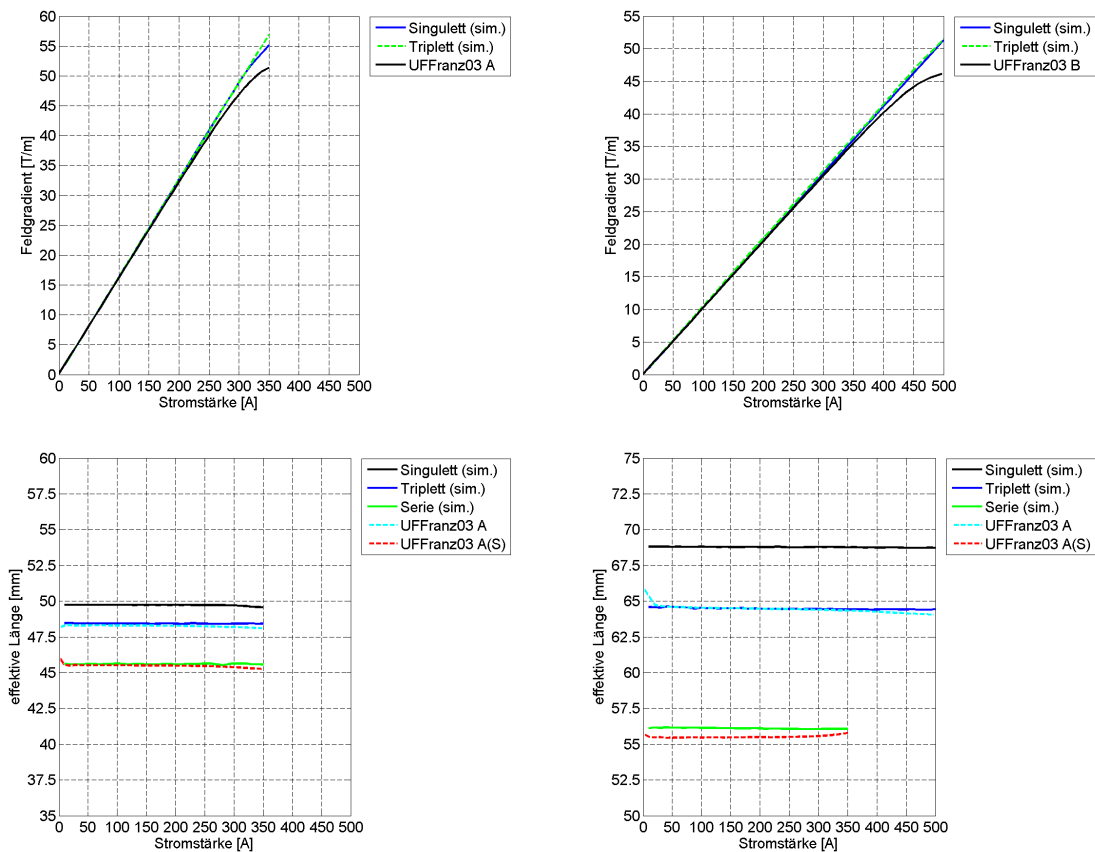


Abbildung 5.7: Maximale Feldgradienten (oben) und effektive Längen (unten) der simulierten und gemessenen kurzen Singulets (links) und langen Singulets (rechts). Im simulierten Triplet setzt die Sättigung noch später ein als bei einem einzeln simulierten Magneten.

Anhand dieser Daten wird von nun an berücksichtigt, dass in der Simulation eine niedrigere Stromstärke eingegeben werden muss, um die gleichen Feldstärken zu erreichen. Hilfsweise wurde die Simulationskurve mit einer polynomischen Funktion vierter Ordnung genähert, um jeder Feldstärke eine Stromstärke zuordnen zu können und umgekehrt. Tabelle 5.1 zeigt die *Fit*-Parameter der beiden Quadrupole und des Triplets.

Koeffizienten ($a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$)	a	b	c	d	e
Stromstärke \rightarrow Feldstärke	0,0000	0,0000	-0.0002	0.1779	-0.2577
Feldstärke \rightarrow Stromstärke	0,0000	-0,0020	0.0608	6,4558	1,8821

Koeffizienten ($a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$)	a	b	c	d	e
Stromstärke \rightarrow Feldstärke	0,0000	0,0000	-0,0000	0,1028	-0,0057
Feldstärke \rightarrow Stromstärke	0,0000	-0,0000	0,0020	9,7272	0,0559

Tabelle 5.1: Näherungskoeffizienten der Erregerkurven des kurzen simulierten Singulets (oben) und des langen Singulets (unten).

Um nun die Reproduzierbarkeit von effektiver Länge und Gradienten endgültig zu überprüfen, überlagert man die Daten aus den Simulationen der einzelnen Magnete im Vakuum und fügt sie nachträglich zu einem Triplett zusammen. Für diese Analyse wurden die Feldwerte des kurzen und des langen Quadrupols, mit 350 A und 500 A simuliertem Spulenstrom, herangezogen und entsprechend der polynomialen Näherungsfunktion mit einem Faktor multipliziert, damit ihre Feldstärken denen der realen Magnete bei 350 A entsprechen. Vergleicht man die so entstandene Kurve des Feldgradienten entlang der Strahlachse mit der Messkurve der Serienmessung sieht man, dass sie fast identisch sind. Der einzige Unterschied sind mehrere kleine „Knicke“ und ein leicht abgeprägter Verlauf der aus den Simulationen erstellten Kurve. Diese sind dadurch entstanden, dass die Geraden auf der Strahlachse, entlang derer die Felder aufgenommen wurden, in den Singulets kürzer sind als das zusammengesetzte Triplett. Außerhalb ihres Bereichs ist das Feld jedes Magneten linear extrapoliert. Die Felder überlagern sich darum nicht entlang der gesamten Strahlachse sondern überschneiden sich nur streckenweise, was eine relative Abweichung der Feldwerte um bis zu 5% verursacht. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.8 und 5.9 zu sehen.

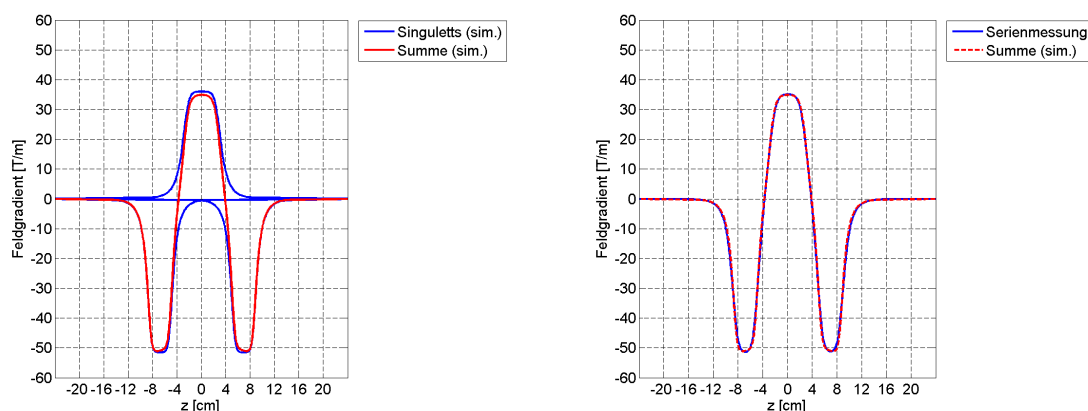


Abbildung 5.8: Superposition dreier einzelner simulierter Gradientenkurven (links) und direkter Vergleich mit den Ergebnissen der Serienmessung bei 350 A (rechts).

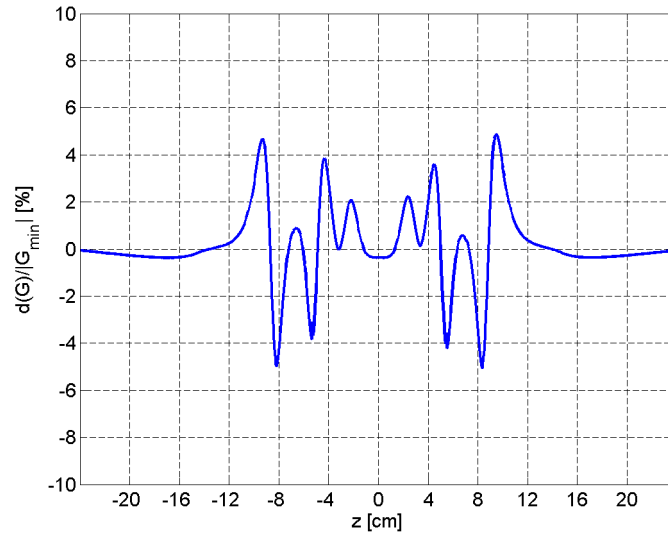


Abbildung 5.9: Relative Abweichung der Feldgradienten entlang der z -Achse. Als Referenzfeldgradient wird hier der Betrag des minimalen Feldgradienten, also des Wertes im Mittelpunkt einer der beiden kurzen Singulett, verwendet.

Der Umstand, dass die Summe der skalierten Simulationen fast der Serienmessung entspricht, lässt den Schluss zu, dass mit CST EM STUDIO sämtliche simulierte Stromkonfigurationen verlässliche Ergebnisse liefern, die mit der Realität gut übereinstimmen und dass außerdem die Felder eines einzelnen Magneten, zumindest was Gradient und Länge betrifft, exportiert und in BENDER für Particle Tracking Simulationen verwendet werden können. Berücksichtigt man also die Skalierung der Felder mit der Stromstärke und passt sie den Messungen an, reicht es, sie für jedes Singulett einmal zu exportieren und mit BENDER beliebig zu multiplizieren und zusammenzufügen. Allerdings muss sich dafür nicht nur das Feld auf der Strahlachse, sondern im gesamten Strahlrohr entsprechend verhalten. Dies wird im folgenden Abschnitt untersucht. Außerdem wurde anhand der CST EM STUDIO Daten die effektive Magnetfeldlänge der Singulett in jedem einzelnen Triplet berechnet und im vorangehenden Kapitel während der LORASR-Simulationen zur Optimierung des Strahltransports der neuen RFQ-Verteilung entsprechend eingesetzt.

5.3 Radiale Homogenität

Auch die radiale Homogenität soll mittels CST EM STUDIO Simulationen untersucht werden. Dazu ist bei allen simulierten Stromstärken der Feldgradient entlang verschiedener Kurven senkrecht zur Strahlachse durch den Ursprung im Magnetzentrum unter verschiedenen Winkeln zur x -Achse aufgezeichnet worden. Außerdem wurde sowohl die magnetischen Flussdichte, als auch ihr absoluter Wert auf Kurven entlang mehrerer Kreise im Zentrum jedes Magneten um die Strahlachse von CST EM STUDIO berechnet. Zur Veranschaulichung zeigt Abbildung 5.10 die beschriebenen „Messkurven“ im Modell eines Singulettts.

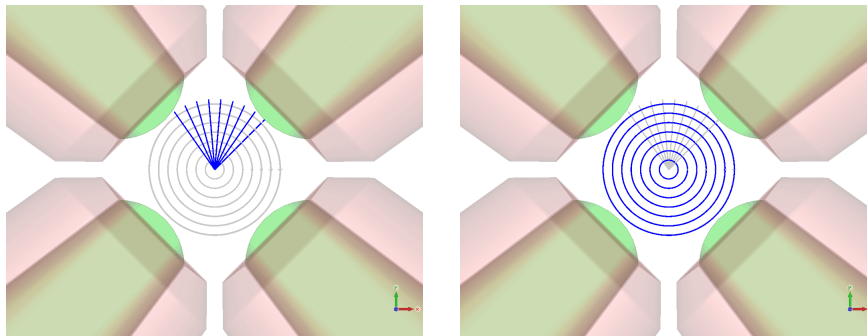


Abbildung 5.10: Kurven, entlang derer die radiale Homogenität der Felder und die Übereinstimmung des gesamten Feldraumes mit den Messungen verglichen wurde (blau). Es ist wichtig, auf die unterschiedlichen Koordinatensysteme zu achten (im Bild schon berücksichtigt). Da die realen Quadrupole gegenüber den CST EM STUDIO Modellen um 45° um z gedreht sind, entspricht die Gerade mit einem Winkel von 45° zur x -Achse genau der x -Achse aus den Messungen.

In Abbildung 5.11 sind die Gradientenwerte entlang der gleichen radialen Geraden wie in den Messungen dargestellt. Die Feldstärke skaliert auch in den Simulationen entsprechend der Erregerkurve mit den Stromstärken und weist keine zusätzliche radiale Abhängigkeit von der Spulenstromstärke auf. Die relative Feldstärke, normiert auf den Wert in der Feldmitte, ist also sowohl in den Simulationen als auch in den Messungen erwartungsgemäß vorwiegend stromunabhängig. Der Gradient wird in jedem Fall zum Rand hin schwächer, wobei dieser Effekt bei den Messungen schon bei kleineren Abständen zum Koordinatenursprung auftritt, was den Anschein erweckt, dass in den Simulationen zwar qualitativ eine richtige Feldverteilung generiert wird, die Abweichungen vom idealen Quadrupolfeld aber etwas schwächer ausfallen als in Wirklichkeit.

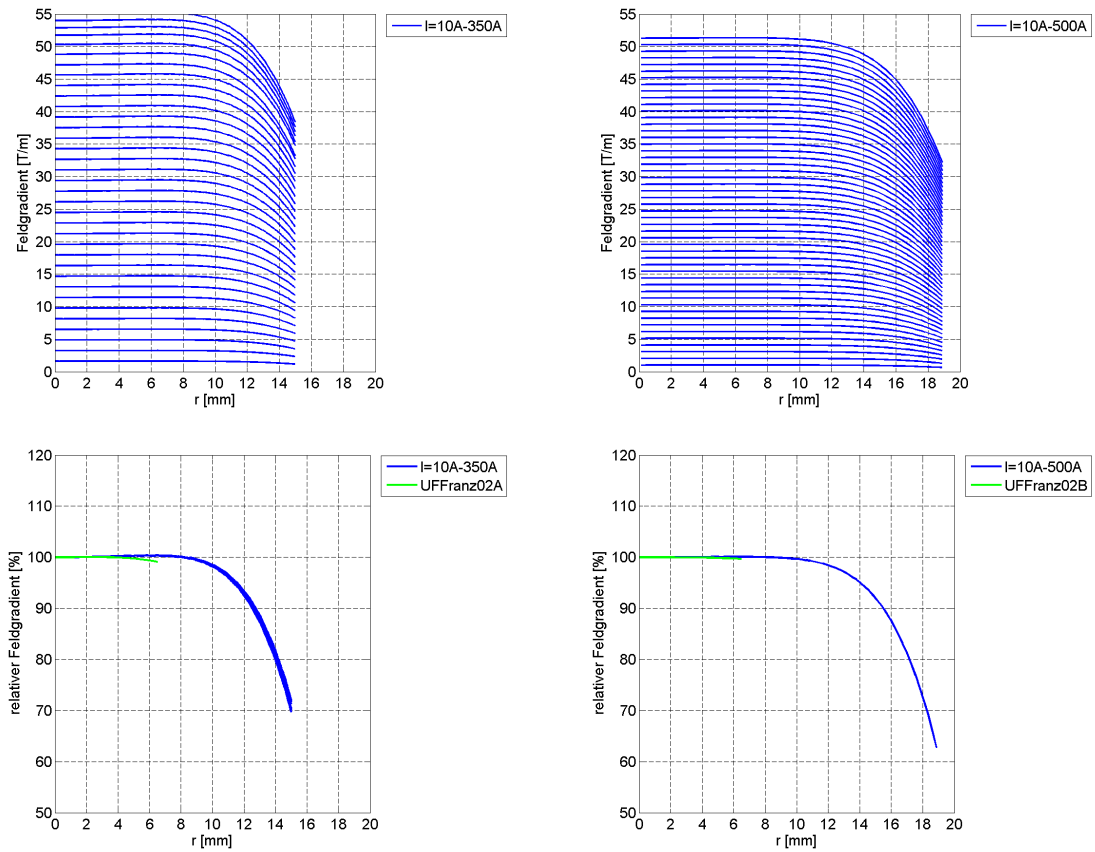


Abbildung 5.11: Gradienten aus den Simulationen (blau) und den Messungen (grün), im kurzen (links) und im langen Singulett (rechts) entlang einer Geraden vom Koordinatenursprung zur Mitte zwischen zwei Polschuhen. r gibt den Abstand zur Strahlachse an. Oben sind die absoluten Gradienten in den simulierten Modellen für alle Stromstärken dargestellt. Unten werden die relativen Gradienten mit den Ergebnissen der Messung eines Beispielquadrupols (2. externes Triplett) verglichen.

Abbildung 5.12 zeigt den Verlauf der relativen Gradienten aus den Simulationen entlang der verschiedenen radialen „Messgeraden“. Wegen der Periodizität des Magnetaufbaus genügt es, hierfür die Gradienten auf den „Messkurven“ von 0° bis 45° zur x -Achse zu betrachten. Die Schwankungen in der Gradientenstärke werden durch die überlagerten Multipolmomente, die nahe der Polschuhe einen immer größeren Anteil haben, hervorgerufen und nehmen je nach Winkel zum Rand hin zu oder ab.

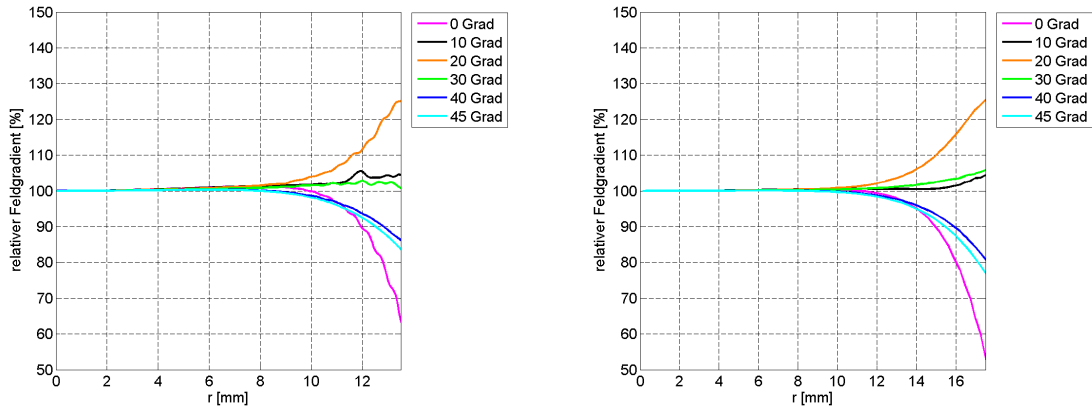


Abbildung 5.12: Radialer Verlauf der relativen Gradienten in Abhängigkeit des Azimutalwinkels in dem simulierten kurzen (links) und langen Singulett (rechts).

Wie diese Kurven zustande kommen, sieht man in Abbildung 5.13. Sie zeigt die absoluten Magnetfeldstärken auf Kreisen mit verschiedenen Radien um die Strahlachse. Mit zunehmendem Radius unterliegt die Flussdichte dabei immer stärkeren Schwankungen. Das erklärt, warum die Flussdichte zum Rand hin winkelabhängig ist.

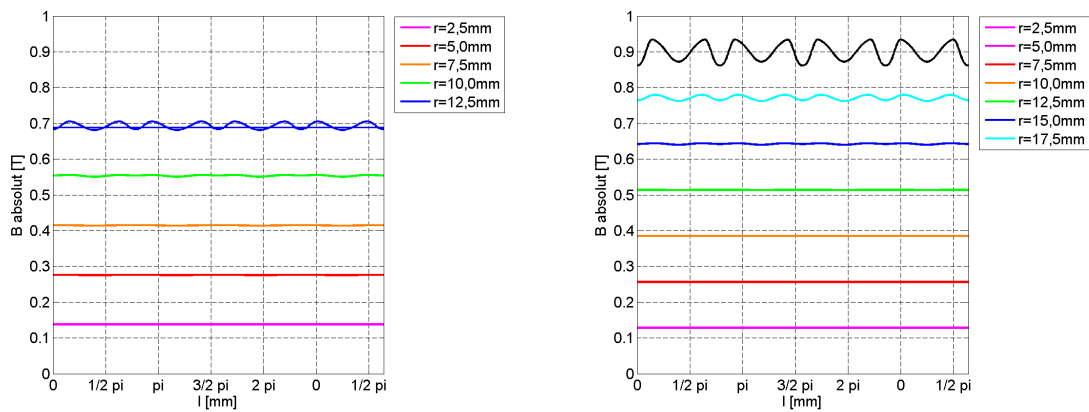


Abbildung 5.13: Azimutaler Flussdichtenverlauf auf den oben gezeigten Messkreisen (Abbildung 5.10) für den kurzen (links) und langen Quadrupol (rechts). Links ist außerdem die erwartete Flussdichte bei einem Abstand von 12,5 mm zur Strahlachse als Gerade (blau) eingezeichnet.

5.4 Multipolanalyse

Betrachtet man nun nicht die absolute Feldstärke, sondern $B_r(\varphi)$ und $B_\theta(\varphi)$ auf den Messkreisen, lassen sich mittels Fouriertransformation gemäß Gleichung (1.38) alle Multipolordnungen herausfiltern. In Abbildung 5.14 ist $B_r(\varphi)$ für beide Magnetmodelle, bei verschiedenen Abständen zur Strahlachse, gegen den Azimuthalwinkel aufgetragen. Hier scheint zumindest bis zu einem Radius von 12,5 mm (kurzes Singulett) bzw. 15 mm (langes Singulett) das Feld aber noch sehr genau einem Quadrupolfeld zu entsprechen, obwohl in Abbildung 5.12 bereits ersichtlich wurde, dass der Feldgradient bei diesen Abständen zur z -Achse bereits deutliche Winkelabhängigkeiten aufweist.

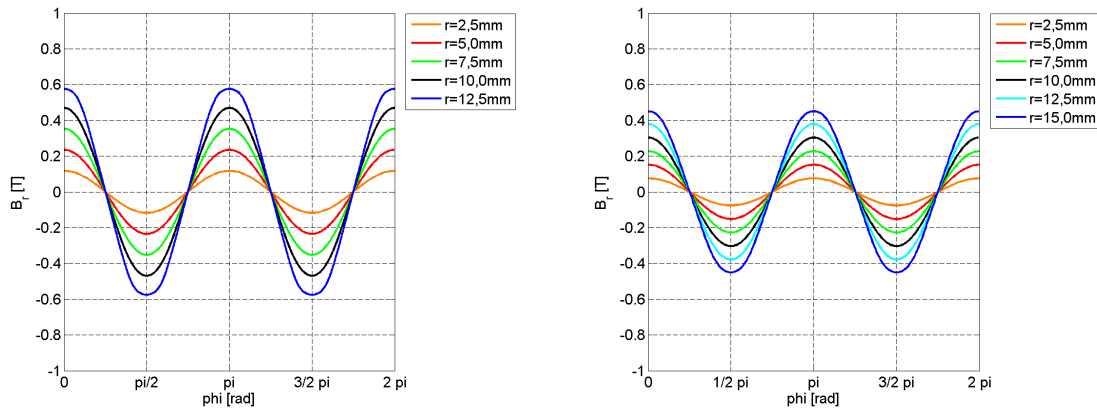


Abbildung 5.14: B_r bei variierenden Abständen zur Strahlachse für das kurze (links) und das lange Quadrupolmodell (rechts).

Aufschluss über die beigemischten Ordnungen und ihre Relevanz im Vergleich zur Grundfrequenz liefern die Fouriertransformierten C_n . In Abbildung 5.15 sind Imaginär- und Realteil von C_n , zur Vergleichbarkeit mit $(1 \text{ cm})^n$ multipliziert, logarithmisch gegen die Ordnungszahl n aufgetragen ($F_n = C_n \cdot (0,01 \text{ m})^n$). Bei einer relativen Simulationsgenauigkeit von $5 \cdot 10^{-4}$, also $\Delta B_m = 5 \cdot 0,47 \text{ T} \cdot 10^{-4} = 2,35 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ (kurzer Pol), berechnet sich der Fehler von C_n mit $\Delta C_n = \frac{\Delta B_m}{(0,01 \text{ m})^{n-1}}$ (siehe Gleichung 1.42) und der Fehler von F_n beträgt folglich:

$$\Delta F_n = \Delta(C_n \cdot (0,01 \text{ m})^n) = \frac{\Delta B_m}{(0,01 \text{ m})^{n-1}} \cdot (0,01 \text{ m})^n = \Delta B_m \cdot 0,01 \text{ m} = 2,35 \cdot 10^{-6} \text{ Tm} \quad (5.1)$$

Für den langen Pol liegt die Fehlergrenze bei einem Radius von 1 cm bei $\Delta F_n = 1,50 \cdot 10^{-6} \text{ Tm}$. Die Fehlergrenzen von F_n sind in den Graphen als rote Linie eingezeichnet.

Da es sich um ein Skew-Feld handelt, sind die Realteile von $C_n \cdot (0,01 \text{ m})^n$ sehr klein und liegen im Bereich zwischen 10^{-12} Tm und 10^{-16} Tm . Der Imaginärteil von F_n hat dahingegen Peaks, die oberhalb des berechneten Fehlers liegen. Beim kurzen Quadrupol liegen die Peaks der Ordnungen $n=0$ und $n=4$ im Bereich des Fehlers. Die 0-te Ordnung entspricht dem Mittelwert der radialen Feldkomponente und sollte dementsprechend gleich 0 sein. Die 4. Ordnung entspricht einem Oktupolfeld und ist ebenfalls unterdrückt. Die Peaks, deren

Spitzen über der Fehlergrenze liegen, gehören zu den Ordnungen $n=2$ (Quadrupolanteil), $n=6$ und $n=10$. Dies sind genau die erlaubten Multipolfehler (siehe Abschnitt 1.2.1) wie sie durch Abweichungen von der idealen Polschuhgeometrie verursacht werden. Auch beim langen Quadrupol liegen im Imaginärteil außer dem Quadrupolfeldanteil nur die Peaks der Fouriertransformierten der Ordnungen $n=6$ und $n=10$ im Bereich der Fehlergrenze und der Realteil ist vernachlässigbar klein. Tabelle 5.2 gibt eine Übersicht über den relativen Anteil der höheren Ordnungen am Magnetfeld bei einem Abstand zur Strahlachse von 1 cm. Der 12-Pol hat im kurzen Singulett bei einem Radius von 1 cm einen Feldanteil von $-1,67 \cdot 10^{-3}$, der 20-Pol von $-2,66 \cdot 10^{-3}$. Im langen Singulett liegt der Anteil bei $1,00 \cdot 10^{-4}$ ($n=6$) und $-3,70 \cdot 10^{-4}$ ($n=10$).

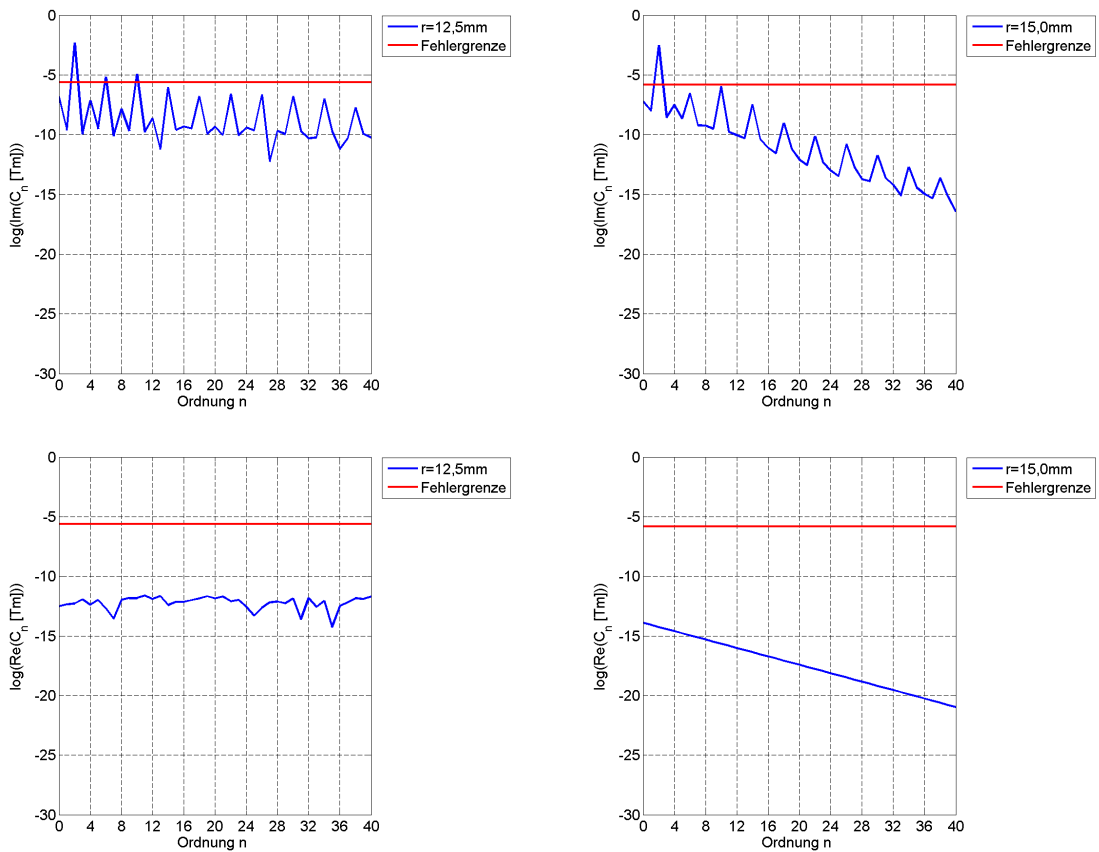


Abbildung 5.15: Frequenzspektren zur Analyse aller relevanter Multipolordnungen des kurzen (links) und des langen Singulett (rechts). Die Fouriertransformierte wurde mit $(0,01 \text{ m})^n$ multipliziert und ist logarithmisch gegen die Ordnung aufgetragen (Imaginärteil oben und Realteil unten). Da es sich um ein Skew-Feld handelt, sind die Realteile von C_n verschwindend klein. Die dominante Ordnung ist $n=2$, also das Quadrupolfeld.

Ordnung n	$Im(F_n)$ [Tm]	$Im(C_n)$ [T/m $^{n-1}$]	$Im(F_n)/Im(F_2)$
0	$2,245 \cdot 10^{-7}$	$2,245 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-5}$
2	$4,7157 \cdot 10^{-3}$	47,157	1
4	$6,825 \cdot 10^{-8}$	6,825	$1 \cdot 10^{-5}$
6	$-7,673 \cdot 10^{-6}$	$-7,673 \cdot 10^6$	$-1,67 \cdot 10^{-3}$
10	$-1,256 \cdot 10^{-5}$	$-1,256 \cdot 10^{15}$	$-2,66 \cdot 10^{-3}$
14	$-1,075 \cdot 10^{-6}$	$-1,075 \cdot 10^{22}$	$-2,3 \cdot 10^{-4}$

Ordnung n	$Im(F_n)$ [Tm]	$Im(C_n)$ [T/m $^{n-1}$]	$Im(F_n)/Im(F_2)$
0	$-6,061 \cdot 10^{-8}$	$-6,061 \cdot 10^{-8}$	$-2 \cdot 10^{-5}$
2	$3,0380 \cdot 10^{-3}$	30,380	1
4	$3,040 \cdot 10^{-8}$	3,040	$1 \cdot 10^{-5}$
6	$2,927 \cdot 10^{-7}$	$2,927 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^{-4}$
10	$-1,113 \cdot 10^{-6}$	$-1,113 \cdot 10^{14}$	$-3,7 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 5.2: Übersicht über die Multipolmomente mit den höchsten Peaks der Fouriertransformierten im Skew-Feld (Oben kurzes Singulett, unten langes Singulett). Alle Ordnungen entsprechen den in Abschnitt 1.2.1 hergeleiteten erlaubten Multipolfehlern. In der ersten Spalte stehen die gemittelten Felder, die aufgrund der Symmetrie des Modells höchstens dem Fehler entsprechen dürfen. Die stärksten Multipolordnungen neben dem Quadrupol-feld sind bei beiden Modellen $n = 6$ und $n = 10$.

Die Stärke des 20-Pol-Feldes liegt in Messung und Simulation ungefähr bei der gleichen Größenordnung. Das 12-Pol-Feld ist in den Simulationen um eine Größenordnung schwächer. Das liegt offenbar daran, dass die Polschuhe der gefertigten Quadrupole aus Platzgründen etwas schmaler ausfallen als im simulierten Modell.

6 Simulationen mit BENDER

In diesem Kapitel wird nun die Wirkung der Felder auf einen Teilchenstrahl analysiert. Da in LORASR *Particle Tracking* Simulationen nur mit perfekten Quadrupolfeldern durchführbar sind, werden im Folgenden Simulationen mit BENDER zur Analyse herangezogen. Zur Untersuchung der Folgen der nicht reinen Quadrupolfelder wurden die zuvor simulierten und analysierten Felder aus CST EM STUDIO in BENDER importiert. Zwar entsprechen diese immer noch nicht den realistischen gemessenen Feldern, doch lassen sich trotzdem qualitative Aussage über das Verhalten von Teilchentrajektorien beim Durchlaufen eines der Triplets treffen. Die Magnetfelder wurden dabei einzeln importiert, da zum einen die Simulationsergebnisse der Singulets realistischer waren als die der Triplets und zum anderen sich die Feldstärken durch Multiplikation einzeln anpassen lassen. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Feldstärke die maximal erreichbaren Werte aus den Messungen nicht übersteigt.

In Abbildung 6.1 sind die importierten Felder hinter den zusätzlich eingezeichneten Teilchenstrahlen in einem yz -Schnitt eingezeichnet. Das Zentrum des Feldes des langen importierten Singulets befindet sich bei $z = 150$ cm. Die Felder der kurzen Triplets wurden entlang z verschoben, so dass ihre Feldmittelpunkte genau auf den geometrischen Koordinaten der mechanischen Singulets liegen. Die Feldstärken sind für jeden Strahl derart gewählt, dass er in beiden Ebenen konvergent aus dem Triplet heraustritt und am Fokuspunkt einen ähnlichen Durchmesser hat. Dabei war es nicht immer möglich, eine Feldstärkenkonfiguration zu finden, bei der die beiden äußeren Quadrupolfelder den gleichen Gradienten haben, wie es beim späteren Aufbau der Triplets wegen der begrenzten Anzahl Netzteile sein wird. Der Raum, in dem sich Strahlteilchen bewegen können, wurde auf die Quadrupolapertur begrenzt. Sonst könnten Teilchen in den Ebenen, die die Polschuhe schneiden, das viel schwächere H-Feld im Polschuhmaterial erreichen und sich deutlich anders bewegen als die Teilchen in anderen Ebenen. Zwar ist die Quadrupolapertur größer als die Strahlrohrapertur, aber da die höheren Multipolmomente in den Simulationen einen kleineren Anteil am Feld haben als es in den Messungen der Fall ist und die Feldabweichungen bei kleineren Abständen zur Strahlachse daher schwächer sind, kann man minimal größere Strahlradian zulassen.

6.1 KV-Strahl (10 mm, 20 mrad)

Zuerst wurde ein KV-verteilter kontinuierlicher Strahl in einem einzelnen Triplett ohne Raumladung simuliert. Es wurden verschiedene Radien getestet und zur Analyse ein Eingangsradius von 10 mm gewählt. So durchläuft ein Teil des Strahls auch die äußeren Feldbereiche, ohne dass dabei zu viele Teilchen verloren gehen und die Emittanzen an ihren Enden abgeschnitten werden. Der Divergenzwinkel in den im Folgenden aufgeführten Simulationsbeispielen beträgt 20 mrad, was zwar unter den realistischen Winkeln wie sie mit LORASR simuliert wurden liegt, aber die Analyse der Abbildungseigenschaften der Triplets wegen einer geringeren Winkelverschmierung der Emittanzen erleichtert.

Es wurden Simulationen mit mittleren Teilchenenergien von 993 keV und 2 MeV, wie sie auch im internen und den externen Triplets vorliegen durchgeführt. Bei effektiven Längen von 4,3 cm und 5,8 cm bedeutet das, dass die Teilchen sich im internen Triplett $3,70 \cdot 10^{-9}$ s bzw. $4,99 \cdot 10^{-9}$ s (äußerer/innerer Magnet) und in den externen Triplets $2,17 \cdot 10^{-9}$ s bzw. $2,93 \cdot 10^{-9}$ s (äußerer/innerer Magnet) in den einzelnen Magneten aufhalten. Für Gradienten von $35 \frac{T}{m}$ und $46 \frac{T}{m}$ (äußerer/innerer Magnet) entspricht das 6,7%, 10,4%, 5,1% und 8,0% der Periodendauer einer transversalen Teilchenschwingung.

Abbildung 6.1 zeigt in der linken Spalte einen Schnitt durch das transversale Magnetfeld in der yz -Ebene, überlagert mit einem yz -Schnitt (dunkelblau) und einem xz -Schnitt (hellblau) durch den Strahl. In der rechten Spalte sind vier Strahlquerschnitte am Eingang und nach jedem Singulett übereinander gelegt, um die Entwicklung des Strahls entlang der z -Achse zu verdeutlichen. Da die neue Teilchenanzahl in jedem Zeitschritt in beiden Fällen gleich, aber die Geschwindigkeit der Teilchen verschieden ist, zeigen die Bilder eine verschieden hohe Dichte. Auf den ersten Blick sind keine nichtlinearen Effekte zu sehen. Die Querschnitte bleiben während des Strahltransportes ellipsenförmig.

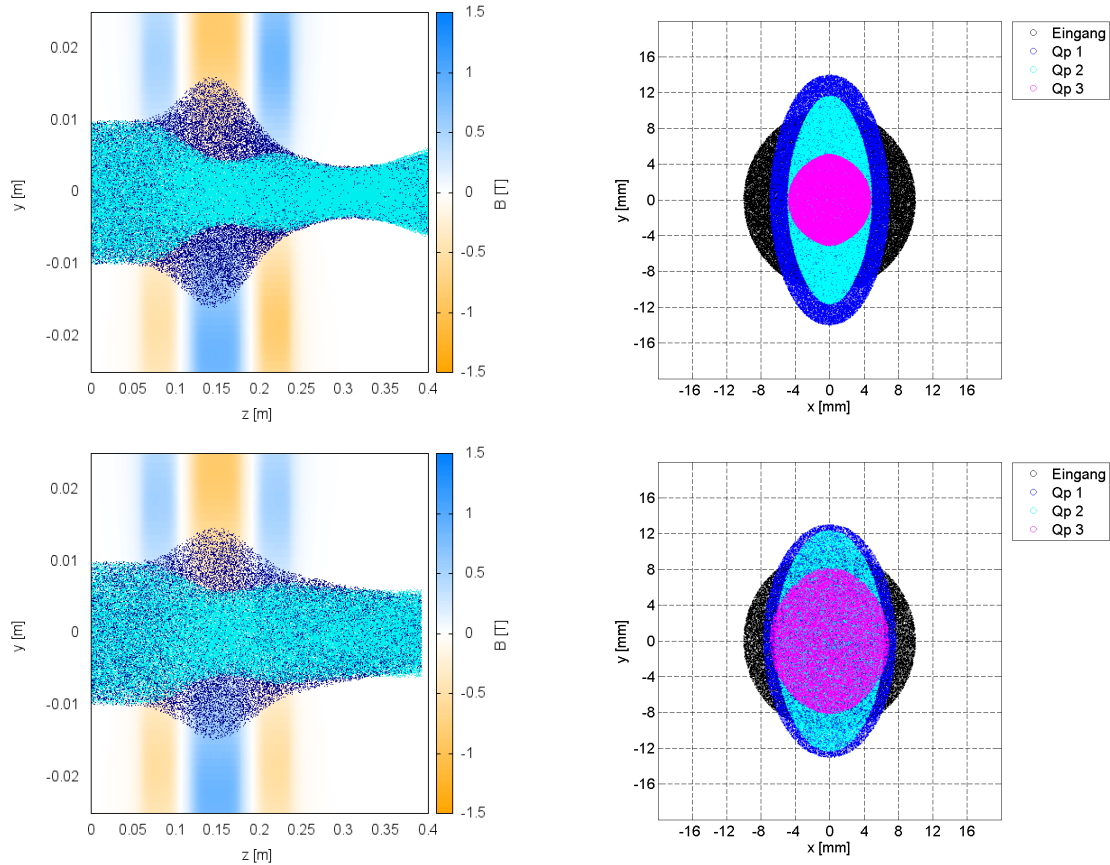


Abbildung 6.1: *Links*: Längsschnitte durch das Magnetfeld in der yz -Ebene und den Teilchenstrahl in der yz -Ebene (dunkelblau) und in der yz -Ebene (hellblau) für eine mittlere Teilchenenergie von 993 keV (oben) und 2 MeV (unten). *Rechts*: Überlagerte Strahlquerschnitte in der xy -Ebene vor dem Triplett (schwarz) nach dem 1. (dunkelblau), 2. (hellblau) und 3. Pol (pink) wieder für die beiden Energien. Nichtlineare Effekte sind nicht zu erkennen.

Zum weiteren Vergleich sind in Abbildung 6.2 (993 keV) und 6.3 (2 MeV) die Emittanzen nach jedem der Singulets in der x - und der y -Ebene abgebildet. Bei einem Teilchenstrahl mit 2 MeV sind keine und mit 993 keV kaum nichtlineare Effekte zu sehen. Einzig der Dichteplot der yy' -Ausgangsemittanz weist leichte Abweichungen von einer Ellipsenform auf. Die Teilchen halten sich also bei keiner der Energien lange genug in den nichtlinearen Feldbereichen des simulierten Magnetfeldes auf, um bei den gegebenen Strahleigenschaften einen, in dieser Darstellung, sichtbaren Effekt zu spüren.

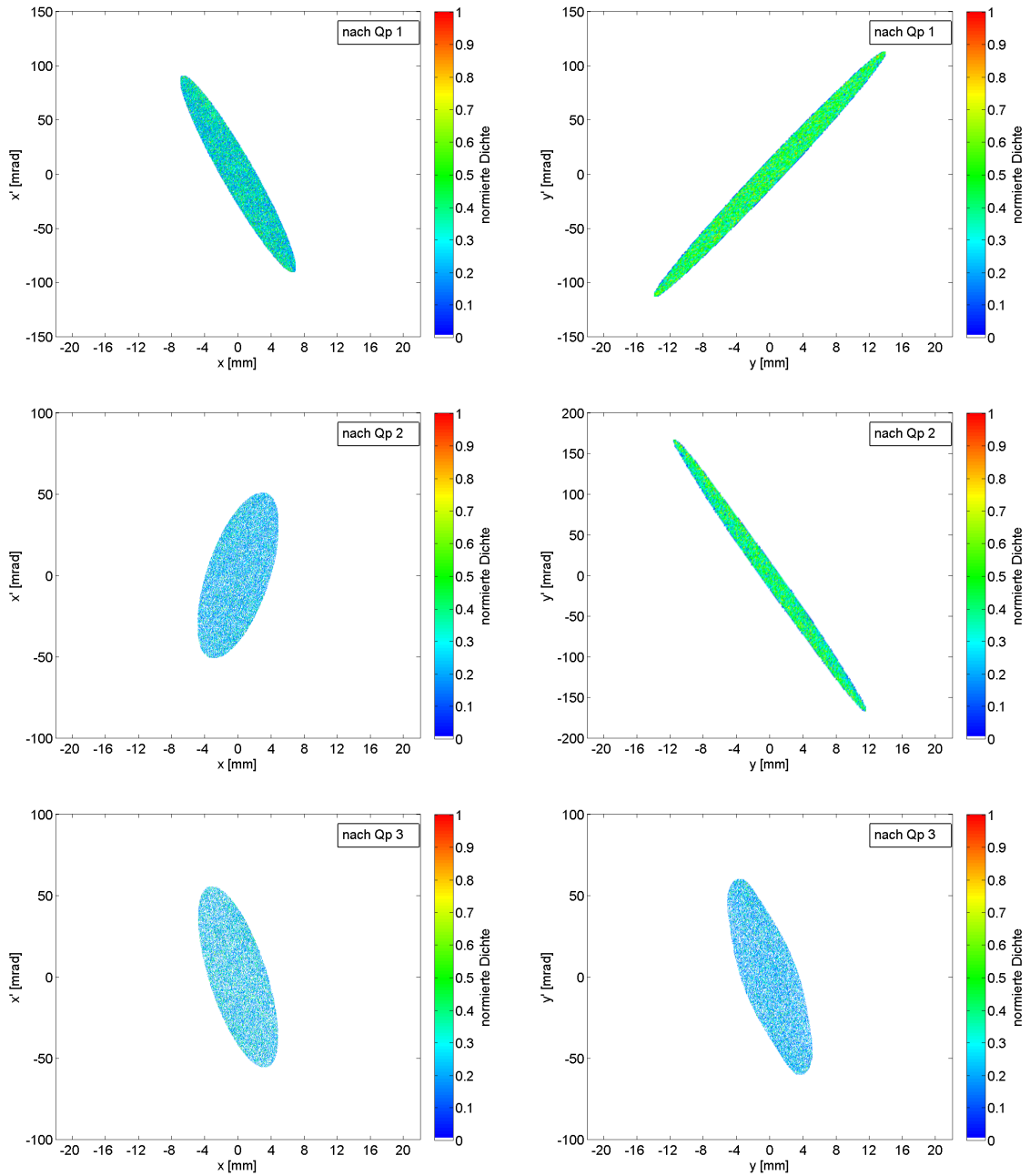


Abbildung 6.2: Emittanzen mit normierter Dichte nach Quadrupol 1, 2 und 3 (von oben nach unten) in der x –(links) und der y –Ebene (rechts) für das Beispiel des KV-Strahls mit einer Energie von 993 keV. Dichte und Form der Ellipse verhalten sich weitestgehend linear. Nur in der yy' –Ebene, in der die Teilchen sich wegen der geringeren Energie längere Zeit in den Randregionen des mittleren Singulettts aufhalten, sind leichte Verformungen der Ausgangsemittanz sichtbar.

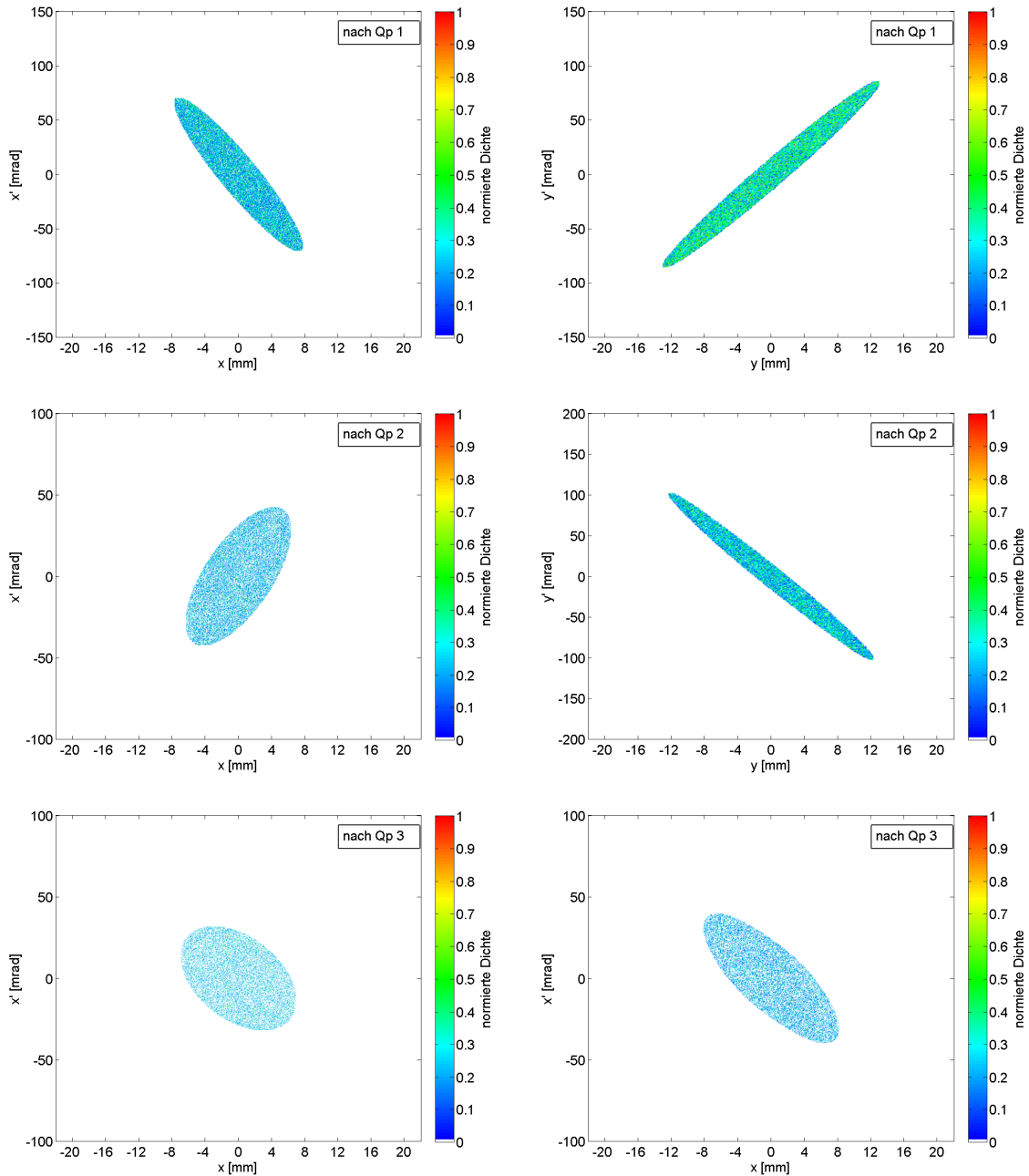


Abbildung 6.3: Emittanzen mit normierter Dichte nach Quadrupol 1, 2 und 3 (von oben nach unten) in der x - (links) und der y -Ebene (rechts) für das Beispiel des KV-Strahls mit einer Energie von 2 MeV. Dichte und Form der Ellipse verhalten sich linear.

Nur die Berechnung der rms-Emittanzen und der Wölbung an verschiedenen Orten des Strahltransportes quantifizieren eine Veränderung der Dichteverteilung, die bei 993 keV, wie erwartet, stärker auftritt als bei 2 MeV. Die relative normierte rms-Emittanzen und Wölbungen sind in Abbildung 6.4 graphisch gegen die Aufnahmeposition aufgetragen. Die normierte rms-Emittanz wächst während der Fokussierung nicht, die Wölbung nimmt in der y -Ebene ab und in der x -Ebene zu. Dieser Effekt ist bei niedriger Energie etwas deutlicher, bei beiden untersuchten Energien aber relativ klein.

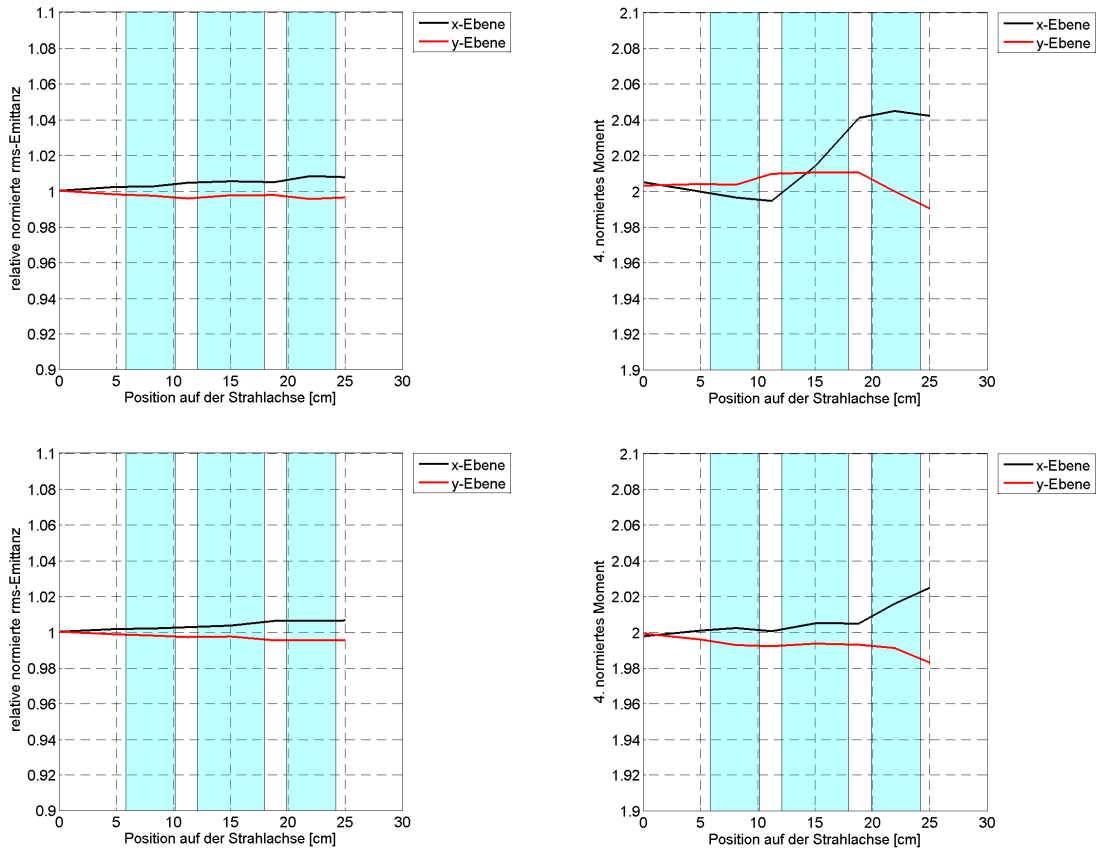


Abbildung 6.4: Normierte rms-Emittanz (links) und Wölbung (rechts) in der x - und y -Ebene an verschiedenen Positionen auf der Strahlachse für eine Teilchenenergie von 993 keV (oben) und 2 MeV (unten). Die effektiven Kastenfelder sind blau markiert.

Diese vernachlässigbaren Nichtlinearitäten sind aufgrund der Winkelverschmierung in den Querschnitten und Phasenraumdichteverteilungen nicht sichtbar. Darum wird im Folgenden noch einmal ein kontinuierlicher 993 keV KV-Strahl mit einem Divergenzwinkel von nur 2 mrad betrachtet.

6.2 KV-Strahl (10 mm, 2 mrad)

Es wurde eine Magnetfeldeinstellung gesucht, bei der der Strahl in beiden Ebenen konvergent aber nicht zu steil aus dem Quadrupoltriolett austritt und einen hinreichend übereinstimmenden Radius hat. Der Strahlquerschnitt am Triolettaustritt hat nun eine sichtbar unelliptische Form, was schon einen Hinweis auf nichtlineare Kräfte gibt (siehe Abbildung 6.5).

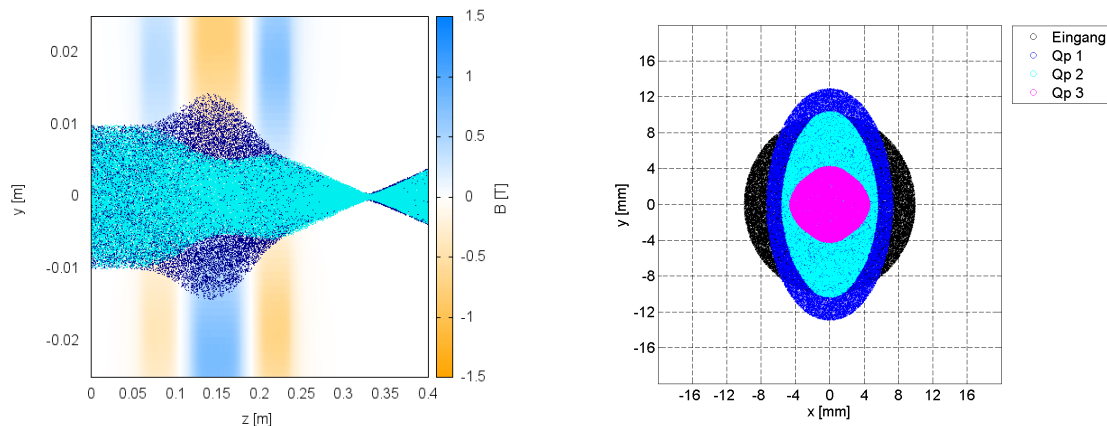


Abbildung 6.5: *Links*: Längsschnitt durch das Magnetfeld in der yz -Ebene und den Teilchenstrahl in der yz -Ebene (dunkelblau) und in der yz -Ebene (hellblau) für eine mittlere Teilchenenergie 993 keV. *Rechts*: Überlagerte Strahlquerschnitte in der xy -Ebene vor dem Triolett (schwarz) nach dem 1. (dunkelblau), 2. (hellblau) und 3. Pol (pink). Nichtlineare Effekte sind am Ausgangsquerschnitt deutlich zu sehen.

Deutlich wird die Einwirkung der nichtlinearen Felder auch an den Phasenraumellipsen in Abbildung 6.6, die sich nun nicht mehr vollständig linear verhalten, sondern ein sichtbares inhomogenes Dichteprofil und auch leichte Verformungen aufweisen. Allerdings ist dieser Effekt sehr klein, weshalb er auch bei größeren Divergenzwinkeln nicht mehr beobachtet werden kann.

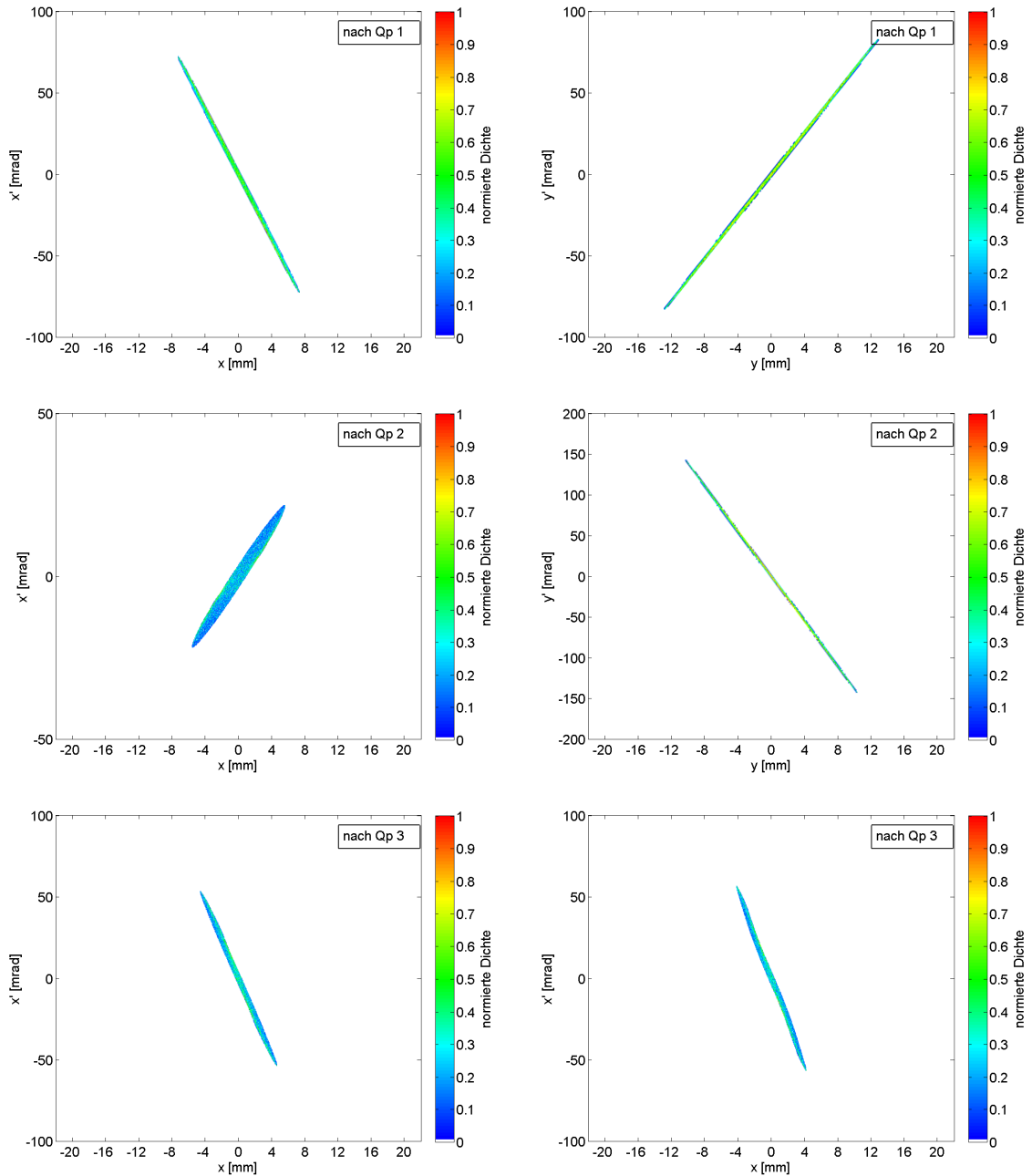


Abbildung 6.6: Emittanzen mit normierter Dichte nach Quadrupol 1, 2 und 3 (von oben nach unten) in der x - (links) und der y -Ebene (rechts) für einen KV-Strahl mit einer Teilchenenergie von 993 keV und einem Eingangsdivergenzwinkel von 2 mrad. Nach dem zweiten Quadrupol bilden sich Regionen verschiedener Dichten aus. Nach dem dritten Triplet sind die Emittanzen leicht s-förmig.

Beziffern lässt sich die Wirkung der höheren Multipolmomente wieder Anhand der rms-Emittanz und der Wölbung (siehe Abbildung 6.7). Wie zu erwarten, verändern sich beide Werte in beiden Ebenen deutlich stärker als bei einem Divergenzwinkel von 20 mrad. Die rms-Emittanz des Strahls wächst dabei immer während der Fokussierung mehr als während der Defokussierung. Die Wölbung nimmt abermals in einer Ebene ab und in der anderen zu. Insgesamt beträgt das rms-Emittanzwachstum am Ausgang des Tripletfeldes 10,7% (x -Ebene) und 12,6% (y -Ebene), indessen steigt die Wölbung auf 2,05 (x -Ebene) bzw. sinkt auf 1,96 (y -Ebene).

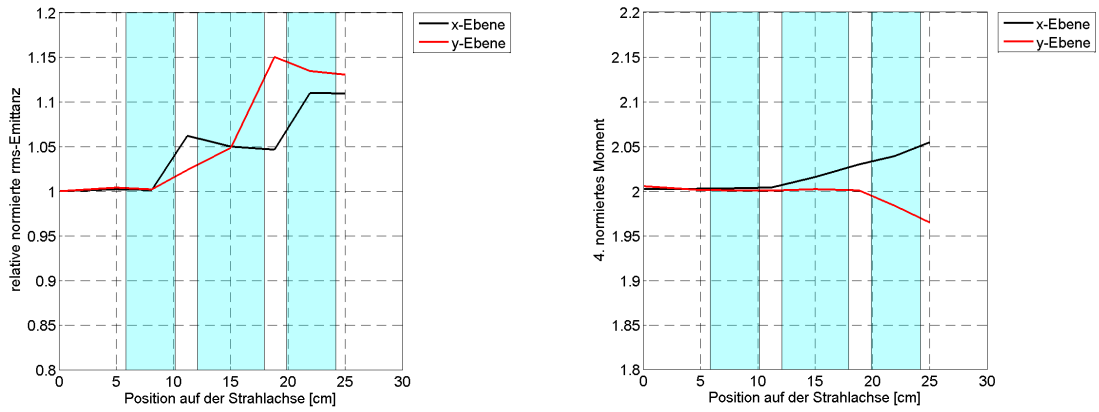


Abbildung 6.7: Normierte rms-Emittanz (links) und Wölbung (rechts) in der x - und y -Ebene an verschiedenen Positionen für einen KV-Strahl mit einer Teilchenenergie von 993 keV und einem Eingangsdivergenzwinkel von 2 mrad. Die effektiven Felder sind blau markiert.

Im Gegensatz zum 20 mrad KV-Strahl haben die höheren Multipolkomponenten bei kleinen Divergenzwinkeln also einen starken nichtlinearen Einfluss auf den Strahltransport. Bei großen Winkeln ist der Effekt quasi irrelevant. Allerdings waren die Beiträge der Multipolordnungen 6 und 10 in den mitgelieferten Messergebnissen der Multipolanalyse größer als in den CST EM STUDIO-Simulationen. Darum werden im folgenden Abschnitt die generelle Wirkung dieser Momente auf einen Teilchenstrahl analysiert und untersucht, ab welcher Stärke sie im nicht perfekten Quadrupolfeld erkennbar werden.

6.3 Erlaubte höhere Multipolmomente

Es werden zwei Feldverteilungen generiert wovon eine aus einem reinen Dodekapol-Kastenfeld mit $C_6 = 0.1 \frac{T}{cm^5}$ und die andere aus einem reinen Ikosapol-Kastenfeld mit $C_{12} = 0.1 \frac{T}{cm^9}$ besteht, beide mit einer Feldlänge, die der effektiven Länge des kurzen Quadrupols aus der Serienmessung entspricht. Die transversalen Felder stellen sich also wie folgt dar:

$$B_{m,6} = B_{\theta,6} + i \cdot B_{r,6} = 1 \cdot 10^{-10} \frac{T}{m} \cdot r^5 \cdot (\cos(6\theta) + i \cdot \sin(6\theta)) \quad (6.1)$$

$$B_{m,10} = B_{\theta,10} + i \cdot B_{r,10} = 1 \cdot 10^{-18} \frac{T}{m} \cdot r^9 \cdot (\cos(10\theta) + i \cdot \sin(10\theta)) \quad (6.2)$$

Im Gegensatz zum Quadrupol nimmt die Feldstärke nicht linear mit dem Abstand zum Mittelpunkt zu, sondern ist proportional zu r^5 im Falle des Dodekapolfeldes und zu r^9 für das Ikosapolfeld. Abbildung 6.8 zeigt die xy -Schnitte durch die x -Komponente des generierten Magnetfeldes und die yz -Schnitte durch die y -Komponente überlagert mit einem 993 keV (2 mrad) KV-Strahl. Diese sind zwar nicht sehr aussagekräftig, aber zeigen bereits eine starke Umstrukturierung des Teilchenstrahls.

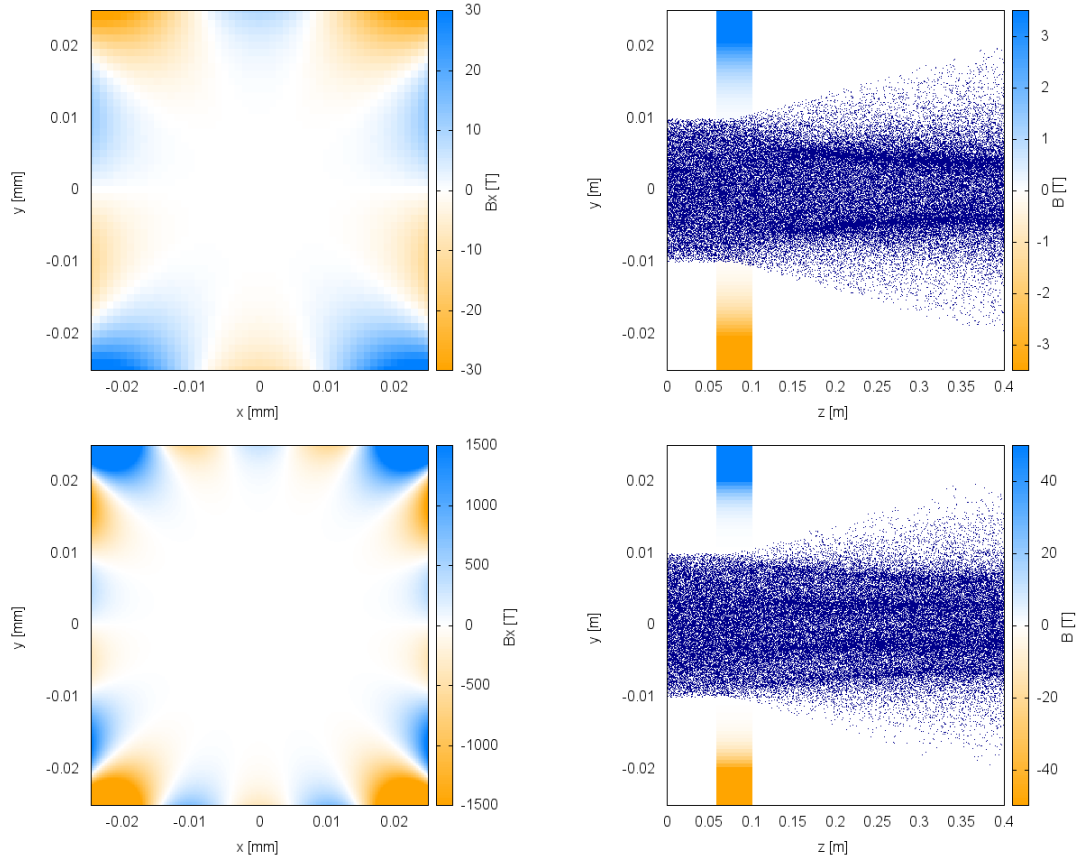


Abbildung 6.8: Querschnitt durch die x -Komponente des B -Feldes (links) und Längsschnitt durch das Magnetfeld in der yz -Ebene und den Teilchenstrahl in der yz -Ebene (rechts) bei einer mittleren Teilchenenergie von 993 keV und einem Eingangsdivergenzwinkel von 2 mrad für ein Multipolfeld sechster Ordnung (oben) und zehnter Ordnung (unten).

Was genau mit dem Strahl passiert, zeigen die beiden folgenden Abbildungen 6.9 und 6.10, in denen der Strahlquerschnitt in der xy -Ebene an verschiedenen Positionen aufgenommen und der Impuls in x -Richtung farblich gekennzeichnet ist. So bilden sich im Querschnitt sternförmige Strukturen mit schmalen Spitzen, an denen die Teilchen im Vergleich zum restlichen Strahl eine große transversale Geschwindigkeit haben, was in der weiteren Drift zum Austritt der Sternspitzenteilchen aus dem Strahlrumpf führt.

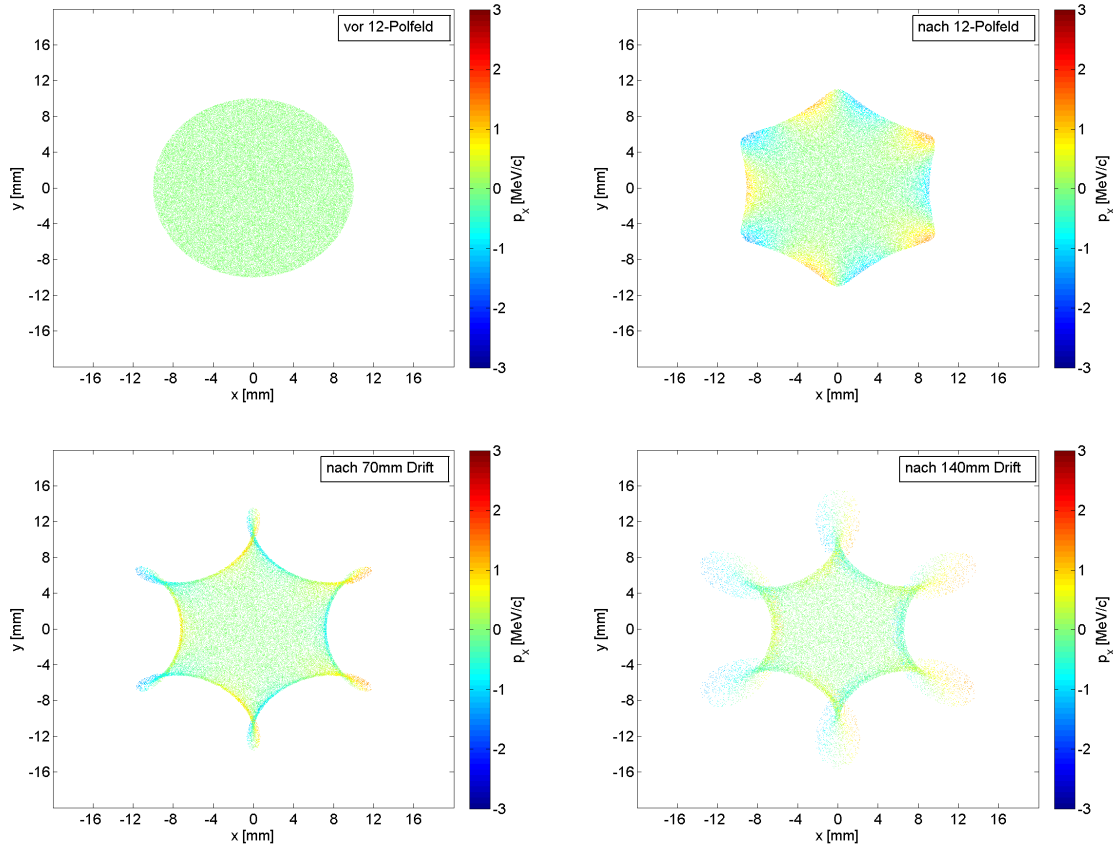


Abbildung 6.9: Strahlquerschnitte vor dem Dodekapolfeld, unmittelbar nach Austritt aus dem Feld (siehe Abbildung 6.8) und nach zwei verschiedenen langen Driftstrecken. Die x -Komponente des Teilchenimpulses ist farblich dargestellt. Ein Impuls von 3 MeV/c entspricht einer kinetischen Energie von 4,79 keV.

Da die transversale Ablenkung der Teilchen durch die Lorentzkraft verursacht wird, ändert sich ihre Geschwindigkeit gemäß des B -Feldes nicht linear mit ihrem Abstand von der Strahlachse, sondern mit r^5 ($n=6$) und r^9 ($n=10$).

$$n = 6 \quad \frac{dv_r}{dt} = -\frac{q}{m} \cdot B_\theta v_z = -\frac{q}{m} \cdot (10^{-10} \frac{T}{m} \cdot \cos(6\theta)) \cdot r^5 v_z \quad (6.3)$$

$$n = 6 \quad \frac{dv_\theta}{dt} = -\frac{q}{m} \cdot B_r v_z = \frac{q}{m} \cdot (10^{-10} \frac{T}{m} \cdot \sin(6\theta)) \cdot r^5 v_z \quad (6.4)$$

$$n = 10 \quad \frac{dv_r}{dt} = -\frac{q}{m} \cdot B_\theta v_z = -\frac{q}{m} \cdot (10^{-18} \frac{T}{m} \cdot \cos(10\theta)) \cdot r^9 v_z \quad (6.5)$$

$$n = 10 \quad \frac{dv_\theta}{dt} = -\frac{q}{m} \cdot B_r v_z = \frac{q}{m} \cdot \left(10^{-18} \frac{T}{m} \cdot \sin(10\theta)\right) \cdot r^9 v_z \quad (6.6)$$

Dies bewirkt, dass die Teilchen entlang θ zwischen zwei Polen immer abwechselnd zum Ursprung hin oder weg beschleunigt werden und entlang r ihre Geschwindigkeit mit dem Abstand zum Ursprung immer stärker entsprechend der Skalierung zunimmt.

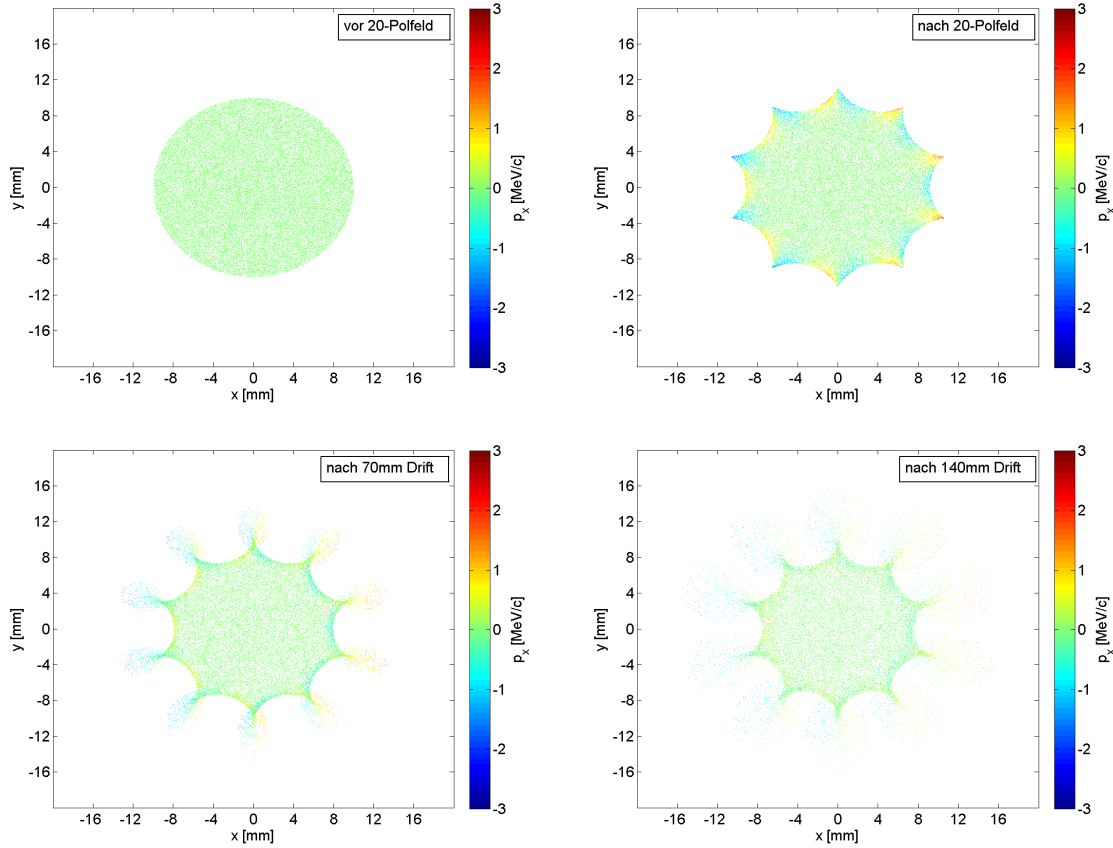


Abbildung 6.10: Strahlquerschnitte vor dem Ikosapolfeld, unmittelbar nach Austritt aus dem Feld und nach zwei verschiedenen langen Driftstrecken. Die x -Komponente des Teilchenimpulses ist farblich dargestellt.

Dementsprechend bewirken beide Felder einen starken Anstieg der Wölbung (siehe Abbildung 6.11) und der rms-Emittanz (siehe Abbildung 6.12). Der Anstieg ist im Dodekapolfeld größer, da auch die magnetische Flussdichten B_r und B_θ des Feldes bei gleichem C_n in $\frac{T}{cm^{n-1}}$ bei einem Abstand zur Strahlachse von unter 1 cm größer ist als beim Ikosapolfeld und der Strahl einen Eingangsradius von genau 1 cm hat. Bei einem Quadrupolfeld würden sowohl rms-Emittanz als auch Wölbung, unter Vernachlässigung der Raumladungskräfte und der Ebenenkopplung, quasi konstant bleiben.

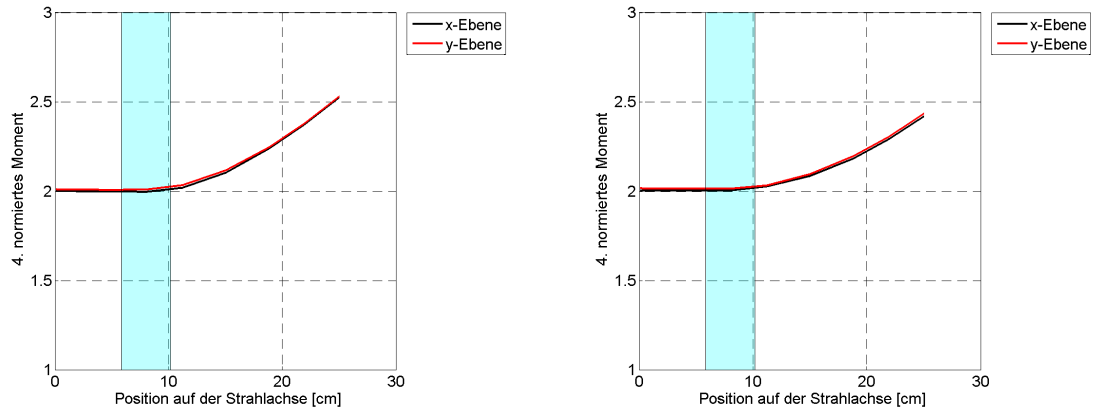


Abbildung 6.11: Wölbung (links: $n=6$, rechts: $n=10$) in der x - und y -Ebene an verschiedenen Positionen für einen Teilchstrahl mit einer Energie von 993 keV und einem Divergenzwinkel von 2 mrad. Der Feldabschnitt ist blau hinterlegt. Ein reines Quadrupolfeld würde die Wölbung nicht erhöhen.

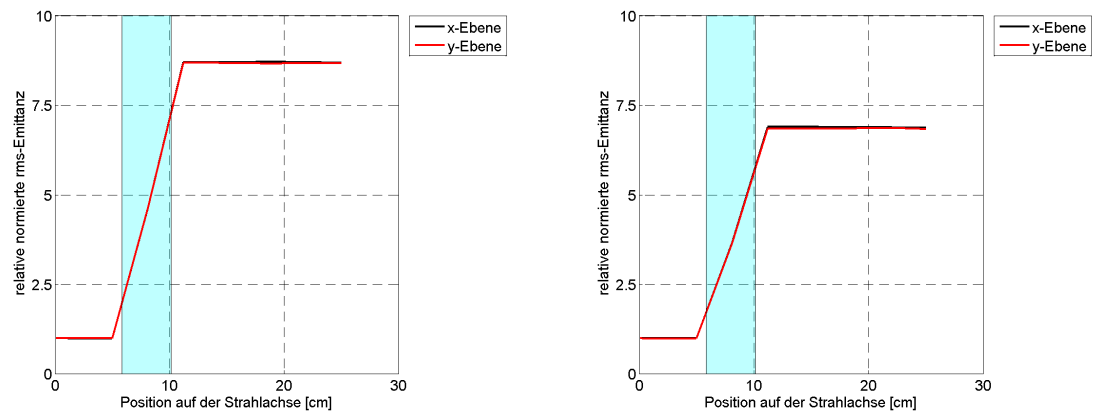


Abbildung 6.12: Relatives Wachstum der normierten rms-Emittanz (links: $n=6$, rechts: $n=10$) in der x - und y -Ebene an verschiedenen Positionen für einen Teilchstrahl mit einer Energie von 993 keV und einem Divergenzwinkel von 2 mrad. Der Feldabschnitt ist blau hinterlegt. Ein reines Quadrupolfeld würde nicht zu einem Emittanzwachstum führen.

Es bleibt als letzter Punkt nur noch die Emittanzveränderung zu charakterisieren. Die Ausgangsemittanz hinter beiden Feldern in der x - und y -Ebene ist in Abbildung 6.13 zu sehen.

Die Emittanzen weisen große Verformungen in Richtung der Geschwindigkeit (x' und y') mit abwechselndem Vorzeichen und eine weite Auffächerung am äußeren Ende der Emittanz mit positiven und negativen Geschwindigkeiten auf. Diese Formen lassen sich anhand einer Betrachtung des Strahlquerschnittes am hinteren Ende des Magnetfeldes erklären.

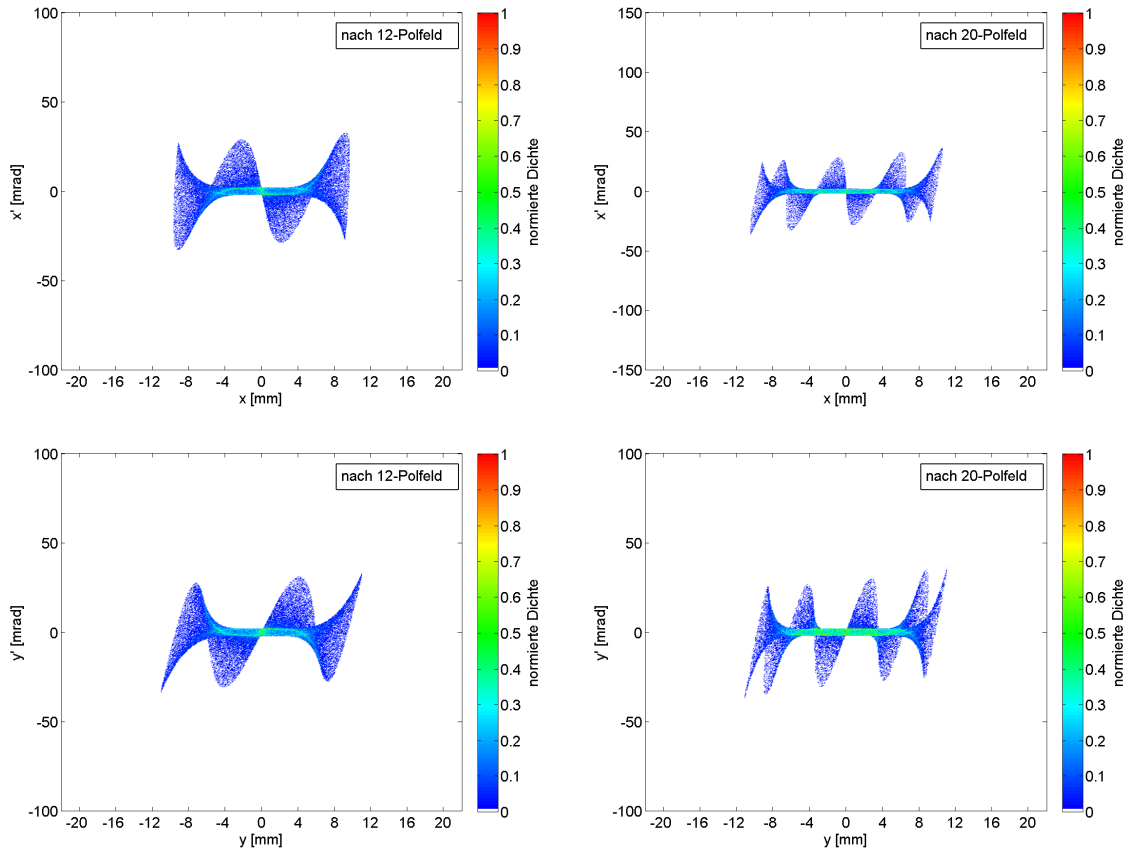


Abbildung 6.13: Emittanzen mit normierter Dichte nach Austritt aus dem 12-Pol-Feld (links) und dem 20-Pol-Feld (rechts) im $x'x$ - (oben) und yy' -Unterraum (unten) eines Teilchstrahls mit einer Energie von 993 keV und einem Divergenzwinkel von 2 mrad. Da es sich bei den Feldern um perfekte Kastenpolfelder handelt, sind die starken Verformungen der Emittanzflächen charakteristisch für das jeweilige Feld.

Dazu zieht man beispielhaft den Strahlquerschnitt des Dodekapolfeldes heran (siehe Abbildung 6.9), in dem die Geschwindigkeiten der Teilchen in x -Richtung farblich gekennzeichnet sind, und geht zum Vergleich mit der x -Emittanz vom Mittelpunkt des Querschnittes in positiver x -Richtung. In den oberen und den unteren Zacken des sternförmigen Querschnittes befinden sich abwechselnd Teilchen mit einer negativen Geschwindigkeit (blau), gefolgt von Teilchen mit positiver Geschwindigkeit (gelb und rot). In den beiden äußersten Zacken haben die Teilchen zwar positive Geschwindigkeiten, doch liegt zwischen ihnen ein Bereich, in dem die Teilchen bei gleicher x -Position eine negative x -Geschwindigkeit haben. Auf diese Weise kommt die rechte Seite der x -Emittanz ($x > 0$) zu Stande. Genauso lassen sich auch die linke Seite der x -Emittanz, die y -Emittanz und die Emittanzen des Strahls im Ikosapolfeld nachvollziehen.

6.4 Überlagerung von Multipolfeldern

Nachdem die Wirkungsweisen des 12- und des 20-Polfeldes charakterisiert sind, wird nun ein Quadrupolfeld mit je einem der beiden erlaubten höheren Multipolfelder überlagert. Dafür werden verschieden große Feldanteile betrachtet und die Relevanz der obigen Feldeffekte auf einen KV-Strahl mit 993 keV Teilchenenergie, 10 mm Radius und 2 mrad (Teststrahl 1) oder 20 mrad Divergenzwinkel (Teststrahl 2) untersucht. Von einer sehr hohen Genauigkeit - also einer sehr kleinen Schrittweite des Felder-Verhältnisses - wird jedoch abgesehen, da die Feldeffekte stark vom Strahlradius und dem Divergenzwinkel abhängen und ohne eine Vielzahl verschiedener Strahlparameter-Tests nur qualitative Aussagen getroffen werden können.

Der Feldgradient des Quadrupolfeldes wurde auf $35 \frac{T}{m}$ festgelegt und entspricht grob den Gradientenstärken der untersuchten kurzen Quadrupole beim späteren Einsatz. Die Beimischung der höheren Multipolordnungen wird mit relativen Stärken von 1% bis 10% bei einem Referenzradius $r_0 = 1$ cm simuliert. Das Beimischungsverhältnis bei den kurzen Quadrupolen hatte in den CST EM STUDIO-Simulationen die Größenordnung 10^{-3} (n=6 und n=10 im kurzen Singulett) und 10^{-4} (n=6 und n=10 im langen Singulett), bei den mitgelieferten Messungen lag der Anteil im kurzen Singulett bei 1,5% (n=6) und 0,04% (n=10) und im langen Singulett bei 0,5% (n=6) und 0,02% (n=10) (siehe Abschnitt 3.3.5 und 5.4). Führen diese Feldanteile nicht zu relevanten nichtlinearen Effekten, kann dies auch für die untersuchten Singuletts ausgeschlossen werden.

Die Stärke der magnetischen Flussdichte jedes Multipolfeldes bei einem Referenzradius um die Strahlachse von 1 cm wird, wie in Abschnitt 3.3.5 und 5.4, mit F_n bezeichnet. Die kombinierte Wirkung der Feldüberlagerung ist bei einem Mischungsverhältnis von $\frac{F_6}{F_2} = 1/10$ und $\frac{F_{10}}{F_2} = 1/10$ anhand des Querschnitt (siehe Abbildung 6.14) und der Ausgangsemittanz (siehe Abbildung 6.15) von Teststrahl 1 deutlich sichtbar. Der Querschnitt weist zusätzlich zur Stauchung in y - und Streckung in x -Richtung die typische Verformung des 12- und 20-Polfeldes auf. Wegen der Dominanz des Quadrupolfeldes lässt sich der Effekt der höheren Ordnungen an der farblich markierten x -Geschwindigkeit nicht ablesen. Die Phasenraumellipse wird vom Quadrupolfeld gedreht und gestreckt.

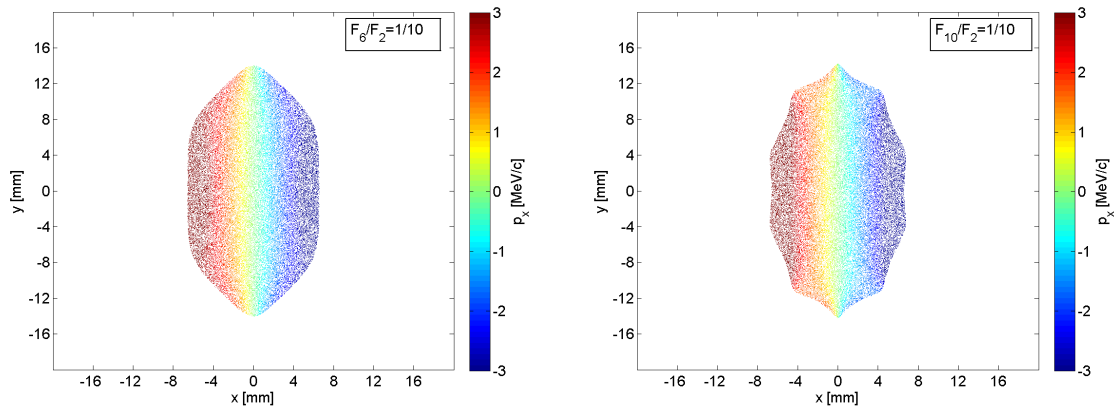


Abbildung 6.14: Strahlquerschnitt am Ausgang des aus einer Überlagerung eines reinen Quadrupolfeldes mit einem 12-Polfeld (links) und einem 20-Polfeld (rechts) bei einer relativen Stärke der beigemischten Felder von 10% (Referenzradius 1 cm). Die x -Komponente der Geschwindigkeit ist farblich dargestellt. Abweichungen von einer linearen Verformung durch das Quadrupolfeld sind gut sichtbar. In der Geschwindigkeit ist die Nichtlinearität hier nicht zu sehen.

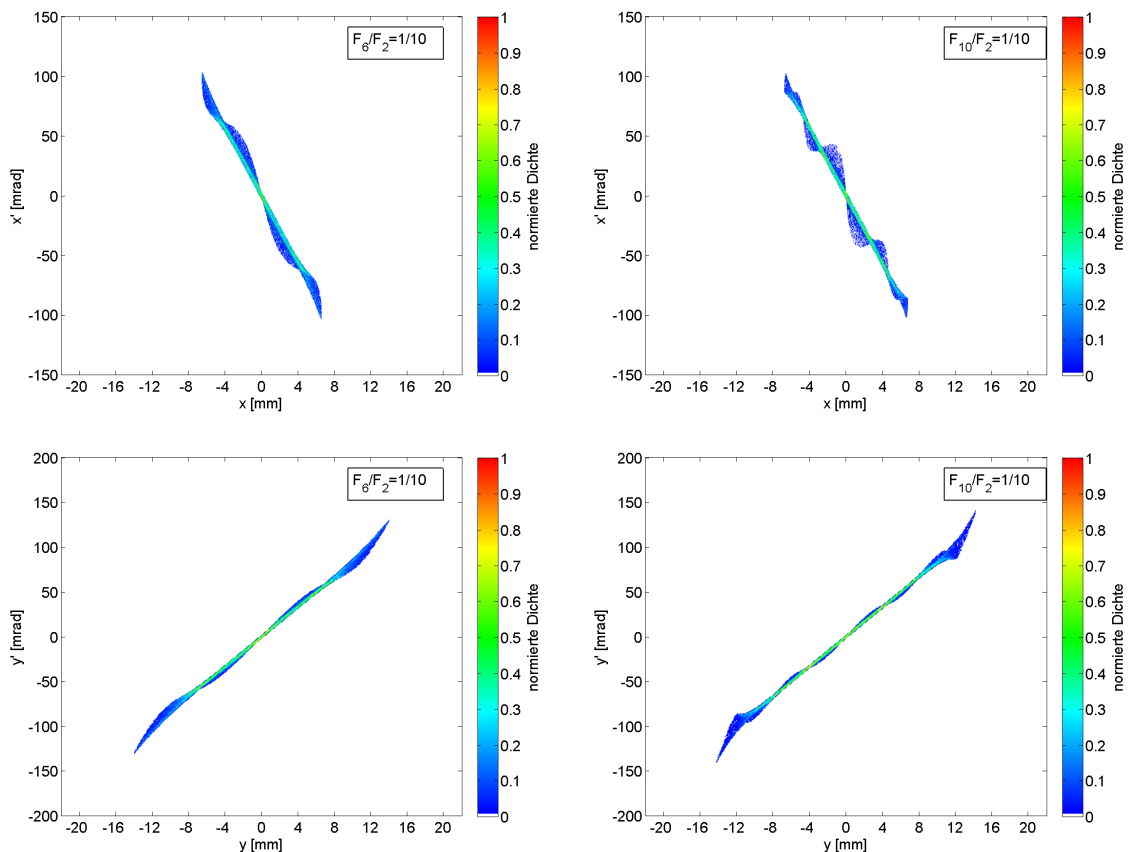


Abbildung 6.15: Ausgangsemittanzen von Teststrahl 1 nach Durchlaufen einer Feldüberlagerung eines Quadrupolfeldes mit einem 12-Polfeld (links) und einem 20-Polfeld (rechts) in der xx' -Ebene (oben) und der yy' -Ebene (unten). Das Quadrupolfeld dreht die Ellipsen, das 12- bzw. 20-Polfeld verformt sie.

Die drei folgenden Abbildungen (6.16, 6.17 und 6.18) dienen dem Vergleich der Aussagekraft von Querschnitt, Wölbung, Emittanz und Emittanzwachstum. Die Beurteilung

erfolgt dazu anhand beider Teststrahlen bei einem Verhältnis der Multipolfeldstärken von $\frac{F_6}{F_2} = 5\%$. Die Ortsumverteilung der Teilchen eilt der der Geschwindigkeit hinterher. Darum sind die Querschnitte nach verschiedenen Driftstrecken von 10 mm, 86 mm und 148 mm aufgenommen. Die Emittanzen ändern sich während eines Drifts nur durch Rotation und sind darum nur nach einem 10 mm Drift abgebildet. Die Driftstrecken entsprechen den Abständen zu den Positionen der Ausgänge der drei Quadrupole eines Triplets aus vorangegangenen Simulationen. Die an diesen Positionen gesetzten Monitore wurden hier wieder verwendet.

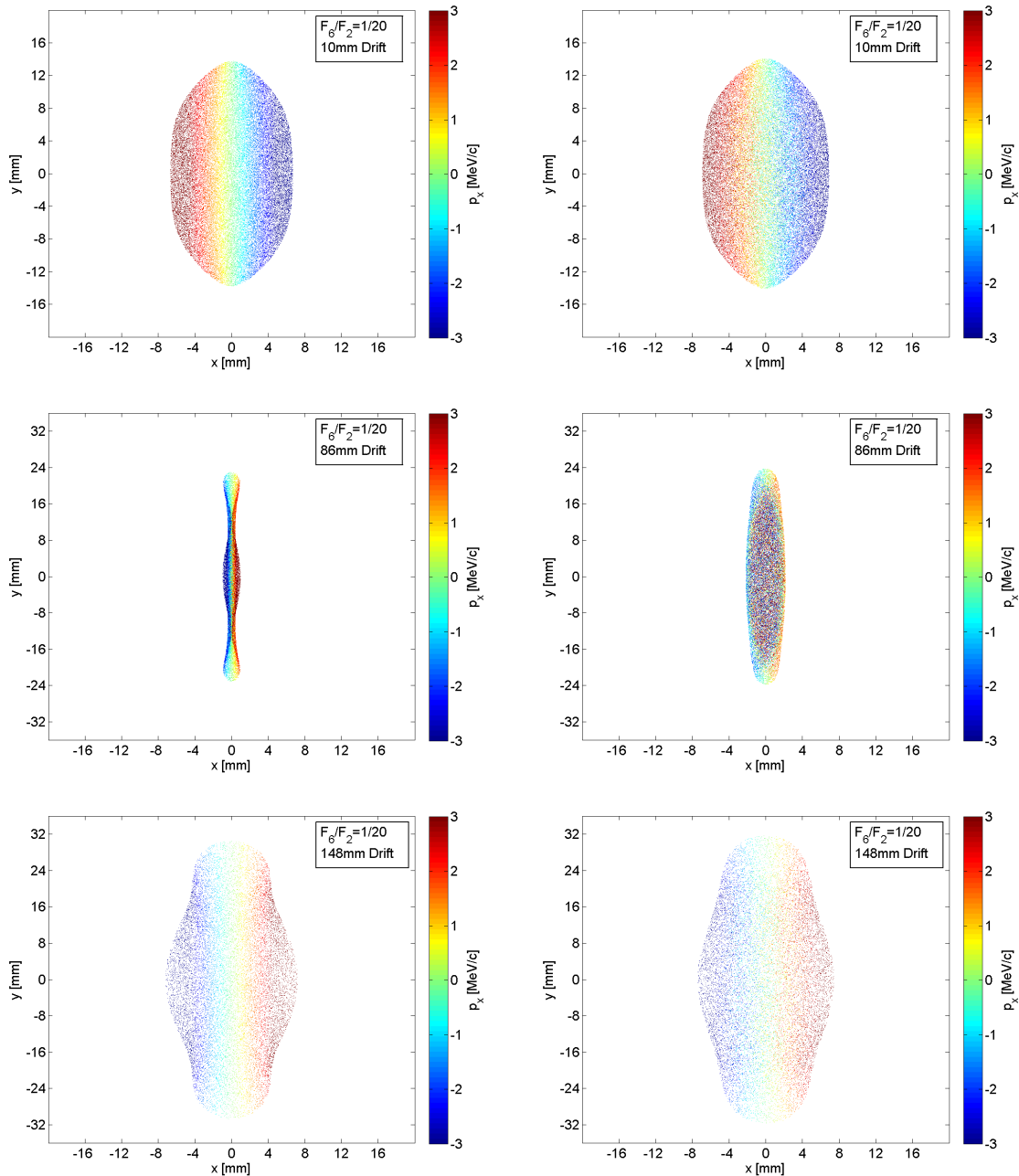


Abbildung 6.16: Strahlquerschnitte von Teststrahl 1 (links) und Teststrahl 2 (rechts) nach drei verschiedenen Driftstrecken (von oben nach unten) hinter dem generierten Quadrupol-Dodekapolfeld mit einem Feldanteil des Dodekapolfeldes von 5%. Bei einem kleinen Divergenzwinkel ist die Verformung des Querschnittes am besten nahe des Fokuspunktes zu sehen. Bei größeren Winkeln wird sie mit längeren Driftstrecken immer sichtbarer.

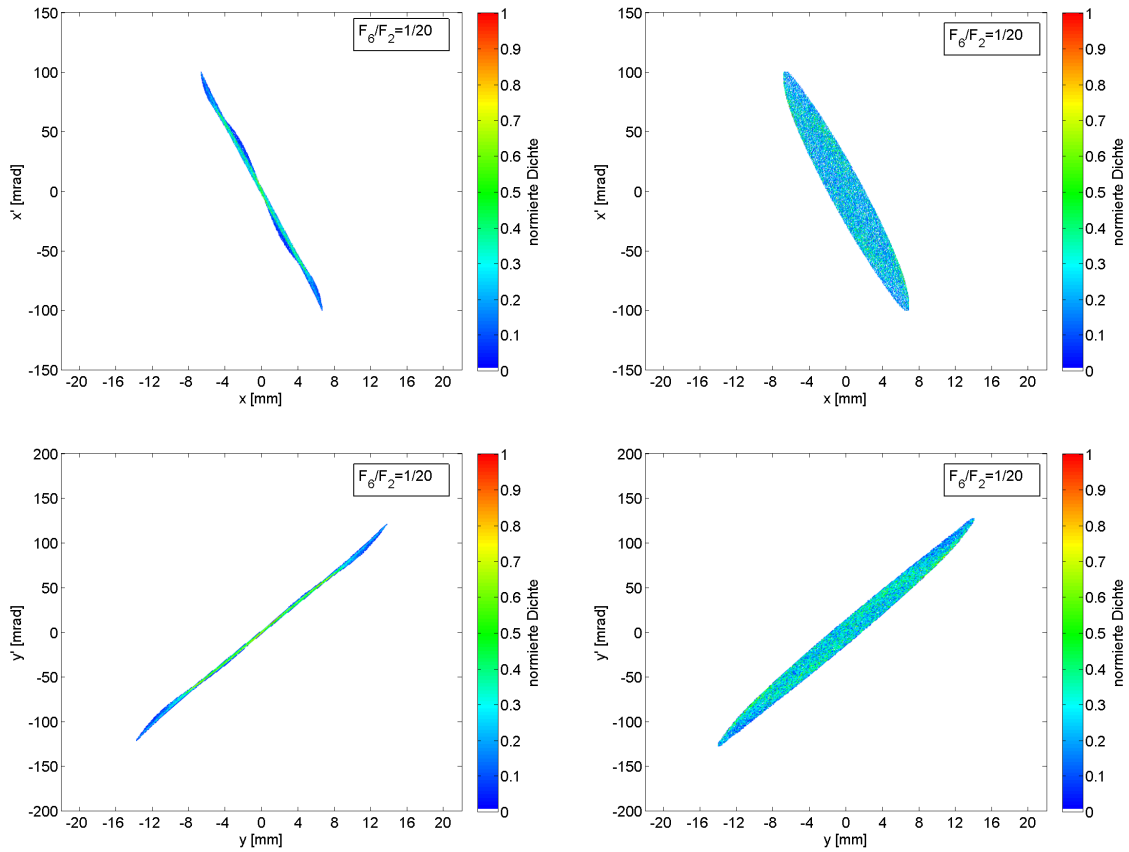


Abbildung 6.17: Emittanzen von Teststrahl 1 (links) und Teststrahl 2 (rechts) in der x -Ebene (oben) und der y -Ebene (unten) hinter dem generierten Quadrupol-Dodekapolfeld mit einem Feldanteil des Dodekapolfeldes von 5%. Bei einem kleinen Divergenzwinkel ist die Verformung der Emittanz sichtbar, bei größeren Winkeln lässt sich nur ein inhomogenes Dichteprofil erkennen.

Der Vergleich der Teststrahlen zeigt, dass bei beiden unmittelbar hinter dem Feld der Querschnitt, wie erwartet, kaum eine Abweichung von einer Ellipsenform erkennen lässt, wohl aber nach einer weiteren Drift. Während bei einem sehr kleinen Divergenzwinkel die Verformung nahe des Fokuspunktes sehr deutlich zu sehen ist, was sich auch in der Wölbung widerspiegelt, hängt die Sichtbarkeit der nichtlinearen Effekte im Querschnitt von Teststrahl 2 nur von der Driftstrecke ab. Am Fokuspunkt kehrt sich die Wölbung um, was daran liegt, dass Teilchen, die zuvor stärker zur Mitte hin beschleunigt wurden, vor dem Fokus zur Erhöhung der Wölbung führen, aber hinterher langsamere Teilchen überholen und der Strahl sich darum zu einem Hohlstrahl entwickelt. Weit hinter dem Fokuspunkt hat der Strahlquerschnitt beider Teilchenstrahlen ein ähnliches Profil und eine ähnliche Wölbung in beiden Ebenen. Aus diesem Grund dient die Wölbung als Indikator der „Langzeitwirkung“ der nichtlinearen Geschwindigkeitsmanipulationen und ist für die verschiedenen Divergenzwinkel gleich, verhält sich aber bei sehr kleinen Strahldurchmessern sehr verschieden. Dies ist ein überaus wichtiger Punkt, weil die Ortsumverteilung im Strahl eine erhebliche Auswirkung auf den weiteren Transport und die Raumladungskräfte hat. Die Wölbung wird darum von nun an nach einer Driftstrecke von 148 mm berechnet.

Im Gegensatz dazu tritt die Nichtlinearisierung im Phasenraum direkt auf. Ebenso wächst die Emittanz nur während der Geschwindigkeitsmanipulation und bleibt hinterher konstant. Allerdings ist das Emittanzwachstum und die Sichtbarkeit der Geschwindigkeitsumverteilung stark vom Divergenzwinkel abhängig und bei 20 mrad kaum noch gegeben, obwohl sich die Wölbung und der Strahlquerschnitt langfristig trotzdem ändern. Aus diesem Grund sind in diesem Fall weder die Form der Emittanz noch ihr Wachstum aussagekräftige Größen zur Analyse der Feldeinwirkung. Daraus folgt jedoch auch, dass die höheren Multipolfelder der Magnete nicht zu einem Wachstum oder einer Verzerrung der Emittanz eines realistischen Strahls, wie er im FRANZ-Beschleuniger vorliegen wird, führen.

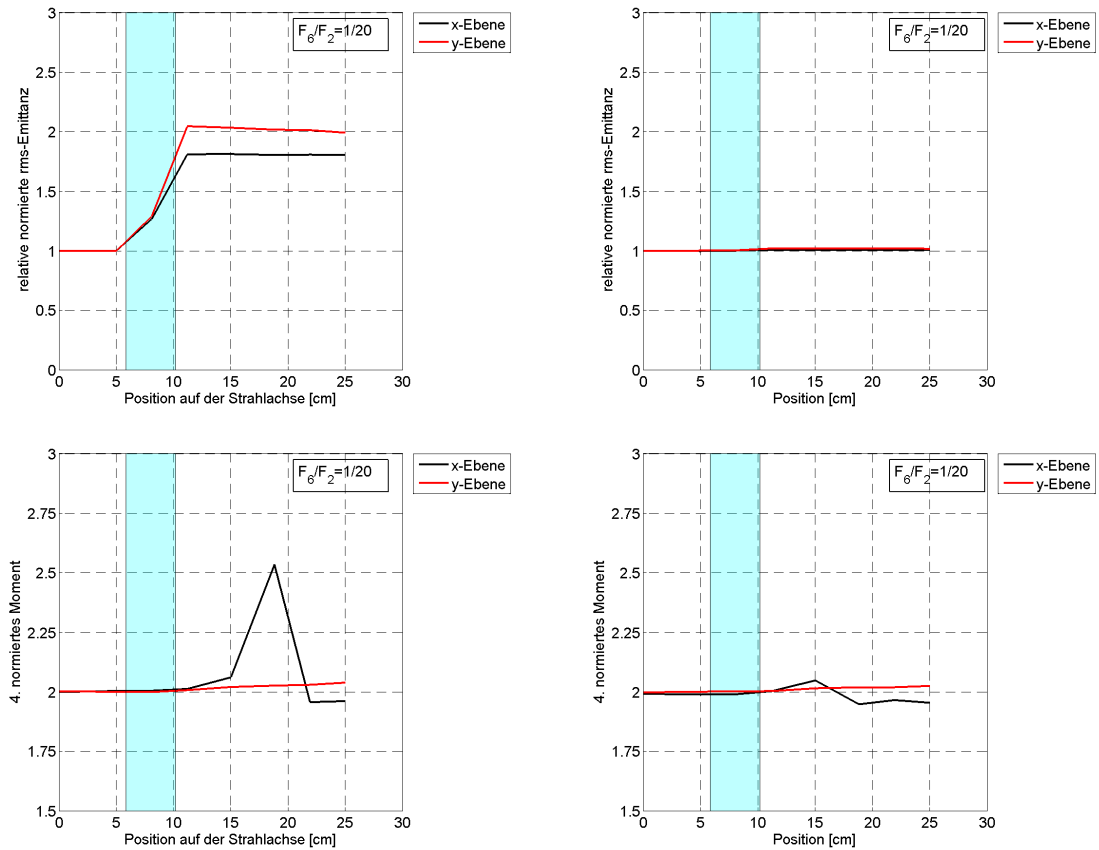


Abbildung 6.18: Relatives Wachstum der normierten rms-Emittanz (oben) und Wölbung (unten) in der x -Ebene und der y -Ebene für Teststrahl 1 (links) und Teststrahl 2 (rechts) bei einem Feldanteil des Dodekapolfeldes von 5%. Der Feldabschnitt ist blau hinterlegt. Ein reines Quadrupolfeld würde beide Größen erhalten.

Im Folgenden wird für jeden der beiden Teststrahlen das relative Wachstum der normierten rms-Emittanz und die Wölbung nach 148 mm Driftstrecke gegen den B-Feldanteil der höheren Multipolordnung aufgetragen (siehe Abbildung 6.19 und 6.20).

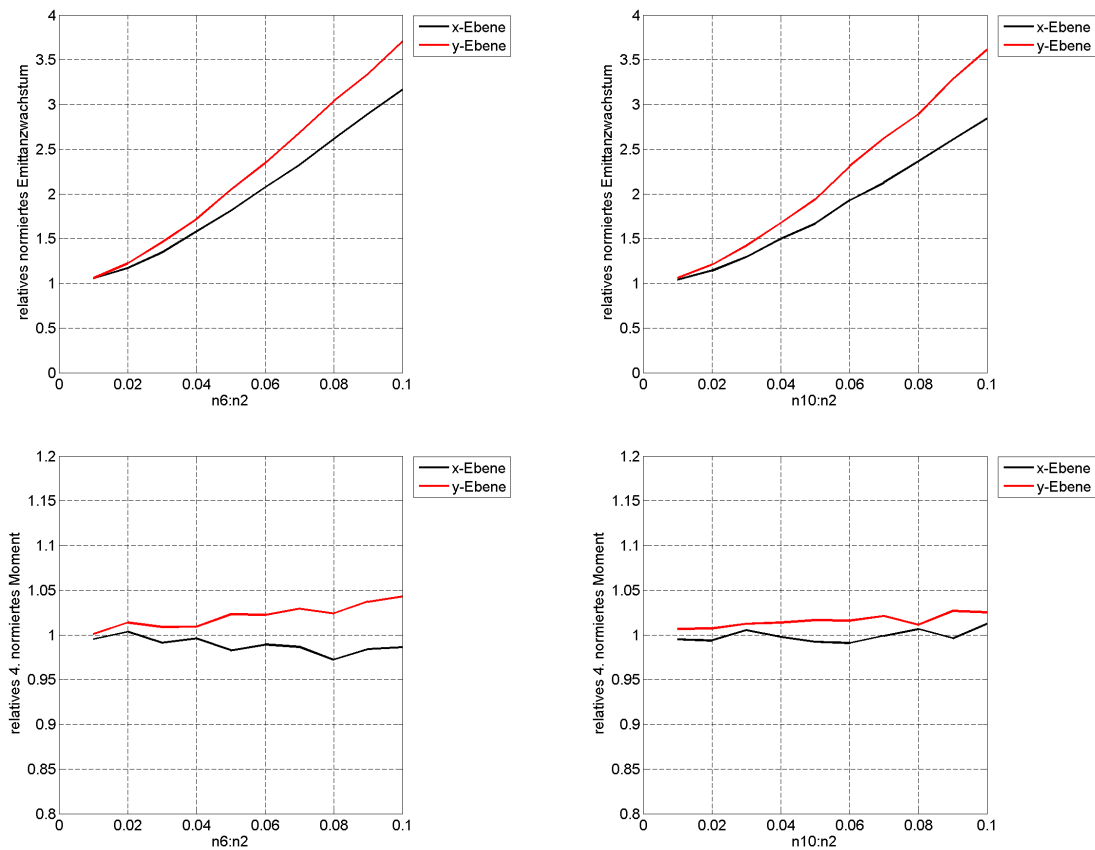


Abbildung 6.19: Relatives Wachstum der normierten rms-Emittanz (oben) und der Wölbung (unten) in der x - und y -Ebene von Teststrahl 1 hinter dem generierten Quadrupol-Ikosapolfeld (links) und Quadrupol-Dodekapolfeld (rechts). Das Emittanzwachstum steigt mit zunehmenden Anteil des höheren Multipolfeldes stark an, während die Veränderung der Wölbung 148 mm hinter dem Feld für alle getesteten Feldkombinationen relativ klein bleibt.

Das Emittanzwachstum und die Wölbung von Teststrahl 1 sind bei gleichem Feldanteil bei einem Strahlradius von 1 cm, wegen den zuvor beschriebenen radialen Feldstärkenabhängigkeiten, unter Einfluss des 12-Polfeldes wieder größer. Weil die nichtlinearen Feldeffekte bei beiden Feldern nach außen hin immer stärker werden, ist das Emittanzwachstum in den vom Quadrupolfeld defokussierten Ebenen größer, was sich auch bereits an den Phasenraumabbildungen ablesen lässt. Dennoch ist die Wirkung des 20-Polfeldes wegen der stärkeren Nichtlinearität und den größeren Feldgradientenschwankungen außerhalb des Referenzradius im Phasenraumplot deutlicher zu sehen als die des 12-Polfeldes.

Das Emittanzwachstums nähert sich für kleine Multipolverhältnisse der 1 und steigt für größere Verhältnisse steil an. Bei $\frac{F_6}{F_2} = 1\%$ (bzw. $\frac{F_{10}}{F_2} = 1\%$) beträgt das Wachstum für Teststrahl 1 in der x -Ebene etwa 5% in der y -Ebene 6% (bzw. 4% und 6%). Bei kleinen Verhältnissen, also großer relativer Stärke der höheren Ordnung $\frac{F_6}{F_2} = 10\%$ (bzw. $\frac{F_{10}}{F_2} = 10\%$) wächst die rms-Emittanz um 316% in der x -Ebene und 370% in der y -Ebene

(bzw. 284% und 361%). Im Quadrupol-Dodekapolfeld ändert sich die Wölbung um 0,5% bei $\frac{F_6}{F_2} = 1\%$ bis maximal 1,4% (x -Ebene) bzw. 4,3% (y -Ebene) bei $\frac{F_6}{F_2} = 10\%$. Im Quadrupol-Ikosapolfeld ist die Abweichung etwas geringer und beträgt maximal 1,2% und 2,5% in den beiden transversalen Ebenen.

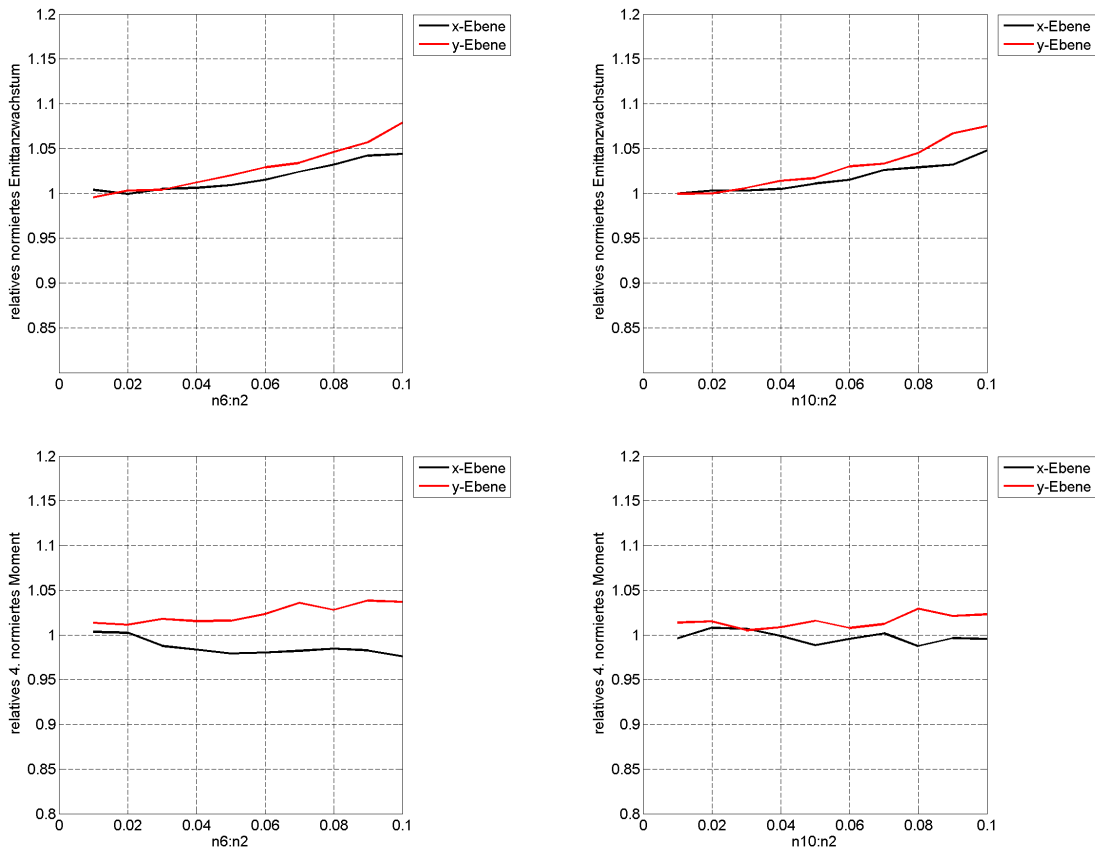


Abbildung 6.20: Relatives Wachstum der normierten rms-Emittanz (oben) und der Wölbung (unten) in der x - und y -Ebene von Teststrahl 2 hinter dem generierten Quadrupol-Dodekapolfeld (links) und Quadrupol-Ikosapolfeld (rechts). Während das Emittanzwachstum mit einer Erhöhung des relativen Feldanteils bei einem Teilchenstrahl mit 2 mrad Divergenzwinkel steigt, bleibt sie bei einem Strahl mit 20 mrad Divergenzwinkel selbst bei einem Feldanteil von 10% quasi konstant.

Im Gegensatz dazu wächst die Emittanz von Teststrahl 2 auch bei einem großen Feldanteil der höheren Multipolordnung F_6 und F_{10} von 10% vergleichsweise nur geringfügig um 4,4% und 4,8% (x -Ebene) bzw. 7,9% und 7,5% (y -Ebene). Liegt der Anteil des überlagerten Feldes unter 5%, so wächst die Emittanz in beiden Ebenen um weniger als 2%. Die Veränderung der Wölbung ähnelt der von Teststrahl 2 dagegen sehr. Hier liegt in den beiden Ebenen x und y eine Abweichung von der KV-Verteilung von 2,6% bzw. 3,7% im Quadrupol-Dodekapolfeld und von 1,2% bzw. 2,3% im Quadrupol-Ikosapolfeld vor. Aber auch die Wölbungsänderung liegt bei Feldanteilen von 5% unter 2%.

Zusammenfassend lässt sich also konstatieren, dass die nicht linearen Feldeffekte beim Transport eines Strahls mit 1 cm Radius durch ein Quadrupolfeld unter Anwesenheit einer weiteren 12-Pol- oder 20-Pol-Komponente, sowohl bei 2 mrad als auch bei 20 mrad Divergenzwinkel bei vergleichbaren Feldstärken der höheren Komponente in der transversalen

Emittanz und der Wölbung theoretisch sichtbar werden. Für die Wirkung des Feldes auf einen Teilchenstrahl dient die Wölbung als verlässlicherer Indikator als das Emittanzwachstum. Obwohl die in diesem Kapitel untersuchten höheren Multipolordnungen stärker sind, als in den gemessenen und simulierten Feldern, haben sie unter einem Feldanteil von 5% nur einen sehr kleinen Einfluss auf die Teilchenverteilung. Darum ist in der Praxis nicht mit feldverursachten emittanzvergrößernden Effekten zu rechnen. Schwer abzuschätzen sind allerdings die raumladungsbedingten Folgeeffekte, die bei jeder Strahlverteilung anders ausfallen. Jede noch so feine Änderung der Magnetfeldstärken verändert das Emittanzwachstum während des Strahltransportes, manchmal um ein Vielfaches, so dass der Effekt der höheren Multipolordnungen bei den untersuchten Feldstärken und Strahlverteilungen im Realfall nicht nachweisbar ist. Das System reagiert zu sensitiv auf feine Veränderung der Randbedingungen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde nach der Vorstellung des physikalischen Hintergrundes zunächst von der Auslegung und der Bestellung der Quadrupolmagnete für das FRANZ-Projekt berichtet und darauffolgend die Ergebnisse der Vermessung der Quadrupoltripletts im Magnetlabor der GSI Darmstadt detailliert dargestellt. Anschließend wurden Simulationen mit drei verschiedenen Programmen durchgeführt, mit dem Ziel die Transporteigenschaften durch ideale Felder mit den Stärken und Längen der vermessenen Magnete, die Feldeigenschaften eines simulierten Magnetmodells und die Transporteigenschaften durch simulierte und generierte Felder zu untersuchen.

Entgegen der geplanten Anforderungen und obwohl die Magneten statt mit 300 A und 450 A Spulenstromstärke mit 350 A und 500 A (kurzer Pol/langer Pol) betrieben wurden, erreichten die Magnete während der Messungen ihren Soll-Gradienten nicht. Vorgesehen waren Gradientenstärken von $54 \frac{T}{m}$ und $49 \frac{T}{m}$, gemessen wurden maximal $53 \frac{T}{m}$ und $46 \frac{T}{m}$. In den CST EM STUDIO-Simulationen sind $55 \frac{T}{m}$ und $51 \frac{T}{m}$ erreicht worden. Der Vergleich der Erregerkurve aus den Simulationen mit den gemessenen zeigt, dass der Grund dafür die bei kleineren Strömen einsetzende Sättigung ist, obwohl den Materialien in den Simulationen eine materialspezifische Sättigungskurve hinterlegt wurde. Bei kleinen Strömen liegen simulierte und gemessene Erregerkurven mit linearer Stromabhängigkeit genau aufeinander, doch beginnt bei 250 A die gemessene Kurve des kurzen Singulettts bereits abzuflachen (350 A beim langen Singulett), während die simulierte Erregerkurve bis etwa 300 A (400 A) weiter geradlinig steil verläuft.

Dahingegen konnten in den CST EM STUDIO-Simulationen sehr gut übereinstimmende Werte für die effektive Länge gefunden werden. Simuliert man anstelle eines einzelnen Magneten ein komplettes Triplet, in dem nur durch die Spulen eines Quadrupols Strom fließt, stimmen die effektiven Längen mit den Messungen überein und betragen 4,8 cm und 6,4 cm (kurzes und langes Singulett) beziehungsweise 4,5 cm und 5,6 cm in der Serienmessung (in der alle drei Quadrupole vom gleichen Strom durchflossen wurden). Der Auslegung zufolge hätten die effektiven Längen 4,1 cm und 6,1 cm betragen sollen. Da die effektiven Längen der realen kurzen Quadrupole etwas länger sind als geplant, können diese trotz des schwächeren Gradienten ihr Sollwirkfeld von bis zu 2,2 T mit 2,4 T bei maximalem Strom übertreffen. Dagegen kommen die langen Quadrupole, deren effektive Länge genau wie ihre Feldstärken hinter der Planung zurückbleiben, mit einem maximalen Wirkfeld von 2,6 T nicht an die geplanten 3,1 T heran. Dadurch wurde eine erneute Untersuchung des Strahltransportes und der Verluste in der MEFT erforderlich.

Deutlich stärker sind die Unterschiede zwischen Simulation und Messung im radialen Feld. Hier kommt es naturgemäß zu Abweichungen vom konstanten Gradienten, wie er im theoretischem Quadrupolfeld vorliegt. Diese Abweichungen werden durch höhere Multipolordnungen verursacht, die sich in mathematisch erlaubte und verbotene (herstellungsbedingte) unterteilen. Im Magnetlabor der GSI waren keine für derart kleine Aperturen geeignete Messinstrumente vorhanden und es konnte daher keine Multipolanalyse durchgeführt

werden. Darum wurde die radiale Homogenität dort nur mit einer Hallsonde auf den Koordinatenachsen überprüft. Die Felder aus CST EM STUDIO weisen qualitativ den gleichen radialen Verlauf auf, unterscheiden sich aber quantitativ stark, was dafür spricht, dass die gleichen Multipolmomente in verschiedener Stärke vorhanden sind. Der Hersteller der Magnete lieferte die Ergebnisse einer Messreihe zur Multipolanalyse mit den Magneten mit, zu der aber leider Genauigkeitsangaben fehlen. Diese Messergebnisse bestätigen die Vermutung, dass in den Messungen ebenfalls die erlaubten höheren Multipolmomente dominant, aber um etwa eine Größenordnung stärker sind als in den Simulationen. Bei einem Referenzradius von 1 cm beträgt der Anteil des Dodekapolfeldes im kurzen Singulett $1,7 \cdot 10^{-3}$ (Simulation) bzw. $1,5 \cdot 10^{-2}$ (Messung) und im langen Singulett $1,0 \cdot 10^{-4}$ (Simulation) bzw. $4,8 \cdot 10^{-3}$ (Messung). Der Anteil des Ikosapolfeldes beträgt im kurzen Singulett $2,7 \cdot 10^{-3}$ (Simulation) bzw. $3,8 \cdot 10^{-4}$ (Messung) und $3,7 \cdot 10^{-4}$ (Simulation) bzw. $2,1 \cdot 10^{-4}$ (Messung) im langen Singulett und ist somit in den Messungen sogar etwas schwächer als in den Simulationen, aber weniger dominant als der Dodekapol. Da die Werte der dominanten höheren Multipolordnungen für alle Magnete in etwa aufeinanderliegen, konnten sie gemittelt werden. Am Feldrand in Strahlrichtung ist keine Multipolanalyse durchgeführt worden.

Diese Ergebnisse machen zwei weitere Analysen nötig: Zum einen die des Strahltransportes in der MEBT und zum anderen die der möglichen feldverursachten Abbildungsfehler.

Eine besondere Schwierigkeit dabei lag darin, anhand der maximalen Gradienten eine Aussage über die Akzeptanz, also die Strahleigenschaften, die ein KV-verteilter Strahl haben dürfte, um mit akzeptabler Transmission optimal durch die MEBT transportiert werden zu können. Die Herausforderung besteht darin, dass Radius, Divergenzwinkel und Phasenraumellipsenneigung des Strahls in allen möglichen Kombinationen getestet und für jede dieser Kombinationen die beste Gradientenkonfigurationen von 9 Quadrupolen (von denen immerhin drei Paare die gleiche Spulenstromstärke haben müssen) gefunden werden mussten. Hierfür wurde mit MATLAB ein Programm geschrieben, das in ineinander verschachtelten Schleifen für jede Kombination das Programm LORASR aufruft, die Simulationen automatisiert durchführt und die Ergebnisse in eine Tabelle schreibt und speichert. Als Ergebnis dieser Simulationsreihe wurde ein Strahl mit 4 mm Radius, 26 mrad Divergenzwinkel und einer Emittanzneigung von unter 7° zur x' - bzw. y' -Achse empfohlen. Bei optimaler Gradientenabstimmung aller Magnete beträgt die theoretische Transmission unter Berücksichtigung der Raumladungskräfte in diesem Fall noch 92%.

Es stellte sich jedoch heraus, dass eine realistischere Eingangsverteilung, die mittels Simulation des Transportes von der Ionenquelle bis hinter den RFQ-Beschleuniger erzeugt wurde und die innerhalb des festgesteckten Rahmens lag, nur noch eine Transmission von 89% hat. Das kommt dem obigen Ergebnis zwar recht nahe, aber berücksichtigt man, dass in diesem Schritt das MATLAB-Programm die effektiven Längen mit den Feldern in jedem Schritt neu berechnete, was die Transmission eigentlich hätte verbessern müssen, ist das Ergebnis schlechter als es auf den ersten Blick erscheint. Die Ursache hierfür ist, dass die Dichteverteilung im Strahl und das longitudinale Profil einen entscheidenden Einfluss auf die transversale Entwicklung während des Transportes hat und sich darum

nur sehr vage Vorhersagen für den Betrieb der Magnete treffen lassen. Die Fehlertoleranz des Beschleuniger-Strahl-Systems ist derart empfindlich, dass schon eine Abweichung der effektiven Längen der Magnete um 0,5 mm die Transmission um 7%, eine Veränderung von 2 mm um 25% verändern können.

Nach ersten Simulationen mit BENDER, in denen ein KV-Strahl mit einer Teilchenenergie von 993 keV und 2 MeV, einem Radius von 1 cm und einem Divergenzwinkel von 20 mrad durch die aus CST EM STUDIO importierten Felder transportiert wurde, waren quasi keine Abbildungsfehler zu beobachten. Nur bei 2 mrad und 993 keV konnten anhand des Emittanzwachstums und der Wölbung Nichtlinearitäten identifiziert werden. Weil aber die Multipolkomponenten höherer Ordnung in den mitgelieferten Messdaten teilweise stärker waren als in den Simulationen, wurden weitere Simulationen mit in BENDER generierten Feldern durchgeführt. Die untersuchten Felder bestanden aus Überlagerung der Momente $n=2$ und $n=6$ oder $n=2$ und $n=10$ in verschiedenen anteiligen Stärken und dienten der Untersuchung der Wirkung auf zwei Teststrahlen mit Divergenzwinkeln von 2 mrad und 20 mrad bei einer Energie von 993 keV. In diesem Fall ist das Emittanzwachstum dabei kein geeignetes Kriterium, weil die Emittanz je nach Divergenzwinkel stark ansteigt oder konstant bleibt. Daher dient die Wölbung als besserer strahlunabhängiger Indikator.

Unter einem Feldanteil der Komponente höherer Ordnung zum Quadrupolfeld von 5% (bei einem Referenzradius von 1 cm) liegt die Variation der Wölbung unter 2%. Zwar ist das Emittanzwachstum des 2 mrad-Teststrahls groß, doch ist dies mathematisch durch die kleine Phasenraumfläche bedingt. Beim 20 mrad-Strahl beträgt das Emittanzwachstum weniger als 1%. Bei einem Feldverhältnis von 1% liegt die Abweichung der Wölbung sogar unter 0,5%. Da sowohl die simulierten als auch die gemessenen Felder nur Multipolfehler unterhalb eines Anteils von 1,5% aufweisen und die Triplets in einem Linearbeschleuniger eingesetzt werden sollen, ist nicht mit signifikanten feldverursachten nichtlinearen Effekten zu rechnen. In einem Kreisbeschleuniger durchlaufen die Teilchen eines Strahlpaketes jedes ionenoptische Element dahingegen viele Male. So könnten sich diese Effekte mit jedem Kreisumlauf aufsummieren. Darum wäre in diesem Fall eine noch genauere Analyse des Zusammenspiels von Feld- und Raumladungseffekten und den Abbildungseigenschaften von einem Teilchendurchlauf zum nächsten von entscheidender Bedeutung.

Allerdings könnten auch im Linearbeschleuniger Folgeeffekte aufgrund der Raumladungswirkung doch ins Gewicht fallen. Eine Untersuchung des Zusammenwirkens der inhomogenen Felder und der Raumladung würde aber eine Vielzahl verschiedener Teststrahlen und Strahlpulse erfordern, weil sie maßgeblich das Abbildungsverhalten bestimmt und bei jeder Dichteverteilung anders ausfällt.

Die nicht linearen Feldeffekte sind derart klein, dass sich die Ergebnisse nur schlecht experimentell überprüfen lassen. Bei den geplanten Teilchenenergien und Intensitäten halten sich die Teilchen nicht lange genug im Magnetfeld auf, um einen messbaren Effekt zu spüren, besonders angesichts der großen Raumladungskräfte. Daher müsste ein Experiment mit einer deutlich geringeren Teilchenenergie und, um Teilchenverluste zu vermeiden, niedrigerer Intensität durchgeführt werden. Erst wenn die Strahlintensität so niedrig ist,

dass die Magnete stark genug sind, um den Strahl im Strahlrohr zu halten und die Raumladung den Transport nicht mehr dominiert, könnten sich Feldeffekte unter Variation des Strahlradius beobachten lassen. Ist die Eingangsverteilung bekannt oder kann sie gemessen werden, könnte man den Strahltransport in BENDER mit Raumladung nachstellen und überprüfen, inwiefern Experiment und Simulationen übereinstimmen.

Während des zukünftigen Betriebs der Magnete, als Protonenstrahl-Fokussierelemente in der MEBT der Frankfurter Neutronenquelle, beschränken sie wegen der schwachen Gradienten der langen Singulets und der abweichenden effektiven Längen die Intensität. Vorerst soll der Beschleuniger mit einem Strahlstrom von 50 mA betrieben werden, wozu die Magnete noch geeignet sind. Wird die Intensität aber erhöht, fallen immer mehr Verluste zwischen dem erstem und dem zweitem Triplett an und ist ein immer größerer Anstieg der Intensität vor den MEBT nötig, um eine kleine Erhöhung hinter den Magneten zu bewirken. Ab einer gewissen Strahlstromstärke sollte daher über eine Bestellung neuer stärkerer Triplettlinsen nachgedacht werden.

Literatur

- [Beer u. a. 2001] BEER, H. ; DABABNEH, S. ; HEIL, M. ; KÄPPELER, F. ; PLAG, R. ; RAPP, W. ; REIFARTH, R. ; VOSS, F. ; WISSHAK, K.: *Laborbestimmung stellarer Neutronenreaktionen*. FZK-Nachrichten, Februar 2001
- [Chau u. a. 2010] CHAU, L. P. ; DROBA, M. ; MEUSEL, O. ; NOLL, D. ; RATZINGER, U. ; WIESNER, C.: *Bunch Compressor for Intense Proton Beams*. Proceedings of Linear Accelerator Conference LINAC, Tsukuba, Japan, 2010. – S. 730-734
- [Chau u. a. 2006] CHAU, L. P. ; MEUSEL, O. ; RATZINGER, U. ; SCHEMPP, A. ; VOLK, K.: *The Frankfurt Neutron Source at the Stern-Gerlach-Zentrum*. Proceedings of European Particle Accelerator Conference EPAC, Edingburgh, Scotland, 2006. – S. 1690-1692
- [CST 2012] CST, EM S.: *Low Frequency Electromagnetic Design and Simulation*. <https://www.cst.com/Products/CSTEMS>. Version: 2012. – Product Flyer
- [Gross 2000] GROSS, P.: *Untersuchungen zum Emittanzwachstum intensiver Ionenstrahlen bei teilweiser Kompensation der Raumladung*. Goethe Universität Frankfurt am Main, 2000. – Dissertation
- [Heil u. a. 2001] HEIL, M. ; REIFARTH, R. ; FOWLER, M. ; HAIGHT, R. ; KÄPPELER, F. ; RUNDENBERG, R. ; SEABURY, E. ; ULLMANN, J. ; WILHELMY, J. ; WISSHAK, K.: *A 4π BaF₂ detector for (n,γ) cross section measurements at a spallation neutron source*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 2001. – Section A, 459:229-246
- [Heilmann u. a. 2013] HEILMANN, M. ; CLAESSENS, C. ; MÄDER, D. ; MEUSEL, O. ; RATZINGER, U. ; SCHEMPP, A. ; SCHWARZ, M.: *A coupled RFQ-IH cavity for the neutron source FRANZ*. Proceedings of International Particle Accelerator Conference IPAC, Shanghai, China, 2013. – S. 3797-3799
- [Heilmann. u. a. 2011] HEILMANN., M. ; MÄDER, D. ; MEUSEL, O. ; RATZINGER, U. ; SCHEMPP, A.: *A coupled RFQ-IH combination for the neutron source FRANZ*. Proceedings of International Particle Accelerator Conference IPAC, San Sebastian, Spanien, September 2011. – S. 74-76
- [Hinterberger 2008] HINTERBERGER, F.: *Physik der Teilchenbeschleunigung und Ionenoptik*. Springer Verlag, Berlin, 2008
- [Hunklinger 2007] HUNKLINGER, S.: *Festkörperphysik*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 2007
- [Kester 2011] KESTER, O.: *Physik und Technik von Ionenquellen*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, 2011. – Skript zur Vorlesung
- [Kittel 1983] KITTEL, C.: *Einführung in die Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag, München, 1983

- [Liebermann 2007] LIEBERMANN, H.: *Entwicklung einer supraleitenden CH-Beschleuniger-Struktur für leichte und schwere Ionen*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, 2007. – Dissertation
- [Lotz 2011] LOTZ, M.: *Fokussier- und Abbildungseigenschaften von Solenoiden*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, September 2011. – Bachelorarbeit
- [Maiberger 2011] MAIBERGER, D.: *Experimentelle und numerische Bestimmung der Feldverteilung von Solenoiden*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, Oktober 2011. – Bachelorarbeit
- [MathWorks 2013] MATHWORKS: *MATLAB - Die Sprache für technische Berechnungen*. <http://www.mathworks.de/products/matlab/>. Version: 2013. – Website
- [Meusel 2010] MEUSEL, O.: *Frankfurt Neutronenquelle, Status und Perspektive*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, Juli 2010. – Interner Report
- [Noll 2012a] NOLL, D.: *Numerische Methoden in der Strahldynamik*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, Mai 2012. – Interner Report
- [Noll 2012b] NOLL, D.: *Zur Code-Entwicklung*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt, November 2012. – Interner Report
- [Nörenberg u. a. 2008] NÖRENBERG, R. ; RAZINGER, U. ; SUN, J. ; VOLK, K.: *Development of a high efficiency proton source for the Frankfurt-Neutronen-Quelle am Stern-Gerlach-Zentrum*. Review of Scientific Instruments 79, 2008. – Nr. 2
- [Podlech 2009] PODLECH, H.: *The 600 MeV EUROTRANS Proton Driver Linac*. International Topical Meeting on Nuclear Research Applications and Utilization of Accelerators, Wien, Mai 2009
- [Ratzinger 1998] RATZINGER, U.: *Effiziente Hochfrequenz-Linearbeschleuniger für leichte und schwere Ionen*. Goethe Universität Frankfurt am Main, 1998. – Habilitationsschrift
- [Ratzinger u. a. 2011] RATZINGER, U. ; BASTEN, M. ; CHAU, L. P. ; DINTER, H. ; DROBA, M. ; HEILMANN, M. ; LOTZ, M. ; MÄDER, D. ; MEUSEL, O. ; MÜLLER, I. ; NIE, Y. ; NOLL, D. ; PODLECH, H. ; SCHEMPP, A. ; SCHWEIZER, W. ; VOLK, K. ; WIESNER, C. ; ZHANG, C.: *The driver LINAC of the neutron source FRANZ*. Proceedings of International Particle Accelerator Conference IPAC, San Sebastian, Spanien, September 2011. – S. 2577-2579
- [Reifarth 2010] REIFARTH, R.: *The s-process - overview and selected developments*. Journal of Physics: Conference Series, 2010. – Volume 202 (2010) 012022
- [Sacherer 1971] SACHERER, F. J.: *RMS Envelope Equations with Space Charge*. IEEE Transactions on Nuclear Science 18, 1971. – S. 1105-1107

- [Schempp 1990] SCHEMP, A.: *Beiträge zur Entwicklung der Radiofrequenzquadrupol (RFQ)-Ionenbeschleuniger*. Goethe Universität Frankfurt am Main, 1990. – Habilitationsschrift
- [Schwarz 2013] SCHWARZ, M.: *Beam Dynamics in a Rebunching CH Cavity and Consideration of CST MWS Simulation Accuracy*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, Januar 2013. – Interner Report
- [Struckmeier 2005] STRUCKMEIER, J.: *Ion Beam Optics*. Instituts für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, 2005. – Skript zur Vorlesung
- [Struckmeier 2006] STRUCKMEIER, J.: *Liouville's theorem: Basics, applications and limitations*. Instituts für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, März 2006. – Vortrag im Winterseminar
- [Tanabe 2005] TANABE, J. T.: *Iron Dominated Electromagnets - Design, Fabrication, Assembly and Measurements*. Stanford, USA, 2005
- [Tiede 2006] TIEDE, R.: *Description of the LORASR-Code input and output parameters, as well as of the GUI PC-version basic operation steps*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, 2006. – Interner Report
- [Tiede 2009] TIEDE, R.: *Simulationenwerkzeuge für die Berechnung hochintensiver Ionenbeschleuniger*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, Juli 2009. – Dissertation
- [Vacuumschmelze 2001] VACUUMSCHMELZE: *Weichmagnetische Kobalt-Eisen-Legierungen*. 2001. – Broschüre
- [Wangler 2008] WANGLER, T. P.: *RF Linear Accelerators*. Wiley, Weinheim, 2008. – Second, Completely Revised and Enlarged Edition
- [Wiedemann 2007] WIEDEMANN, H.: *Particle Accelerator Physics*. Springer Verlag Berlin, 2007. – Third Edition
- [Wiesner 2008] WIESNER, C.: *Schnelles Choppersystem für hochintensive Ionenstrahlen*. Institut für Angewandte Physik, Goethe Universität Frankfurt am Main, September 2008. – Diplomarbeit
- [Wolski 2009] WOLSKI, A. ; BRANDT, D. (Hrsg.): *Maxwell's equations for magnets*. Proceedings of Cern Accelerator School CAS, Brügge, Belgien, 2009. – S. 1-38

Anhang:

1 Technische Zeichnungen

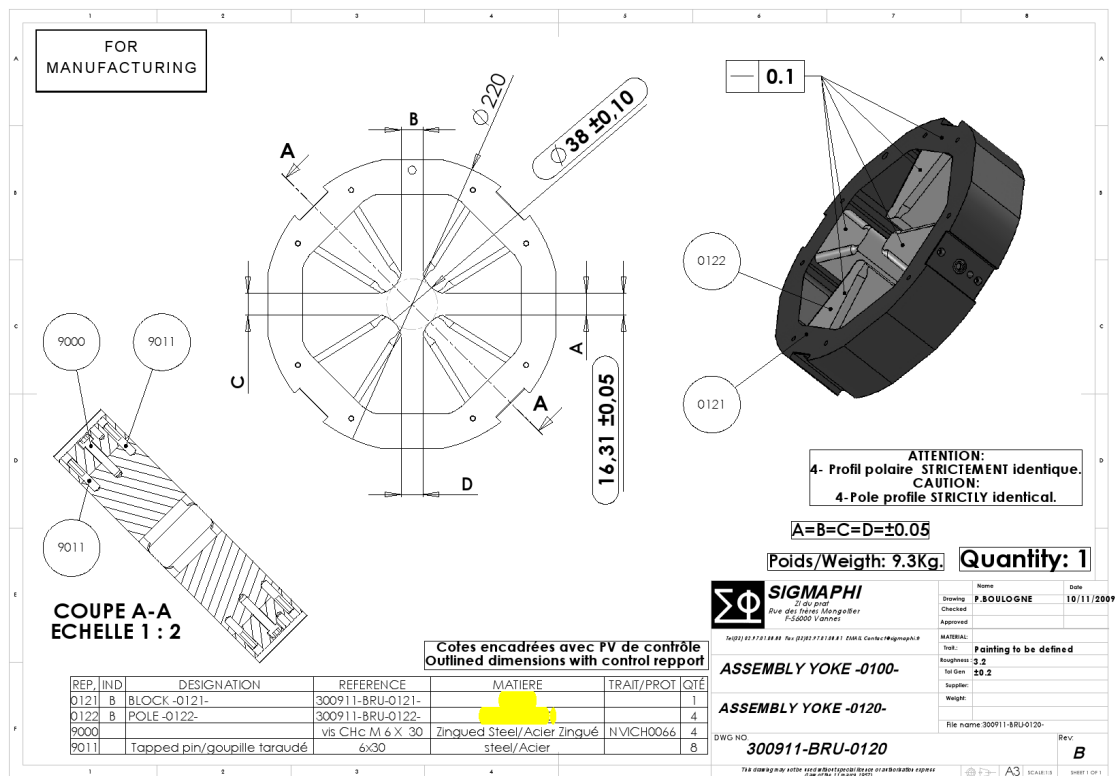


Abbildung 1.1: Technische Zeichnung (erstellt von Bruker) des Jochs und der Polschuhe eines kurzen FRANZ-Quadrupolsingulets.

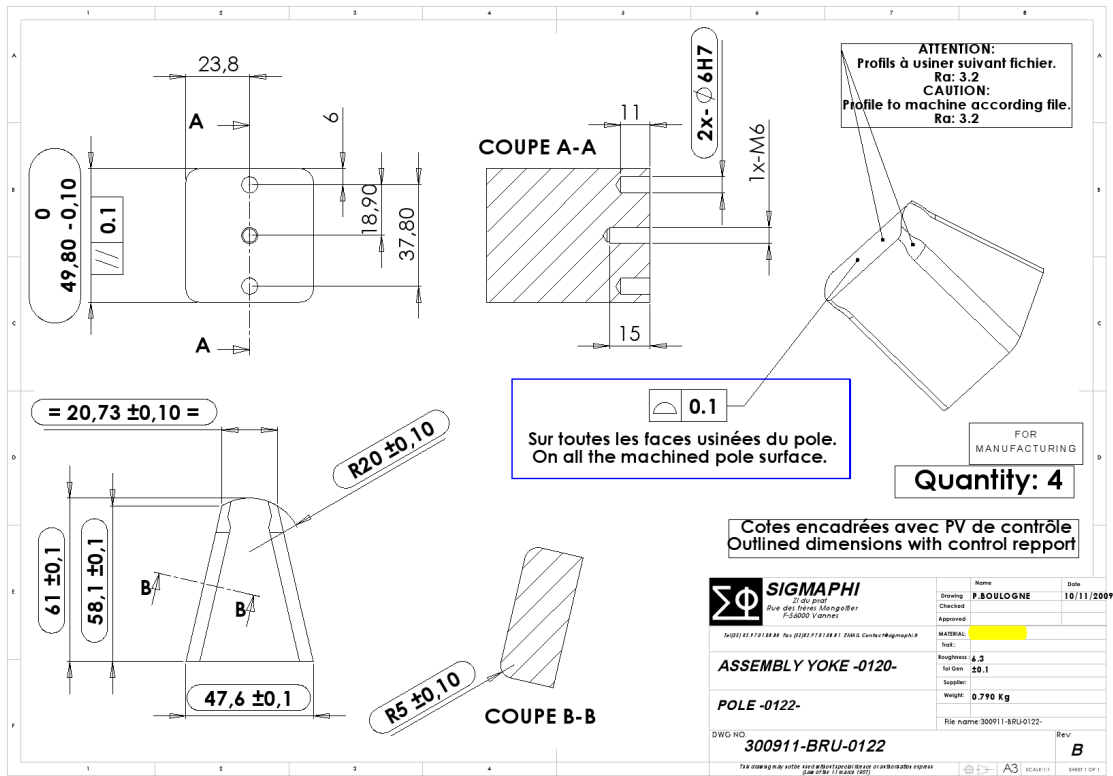
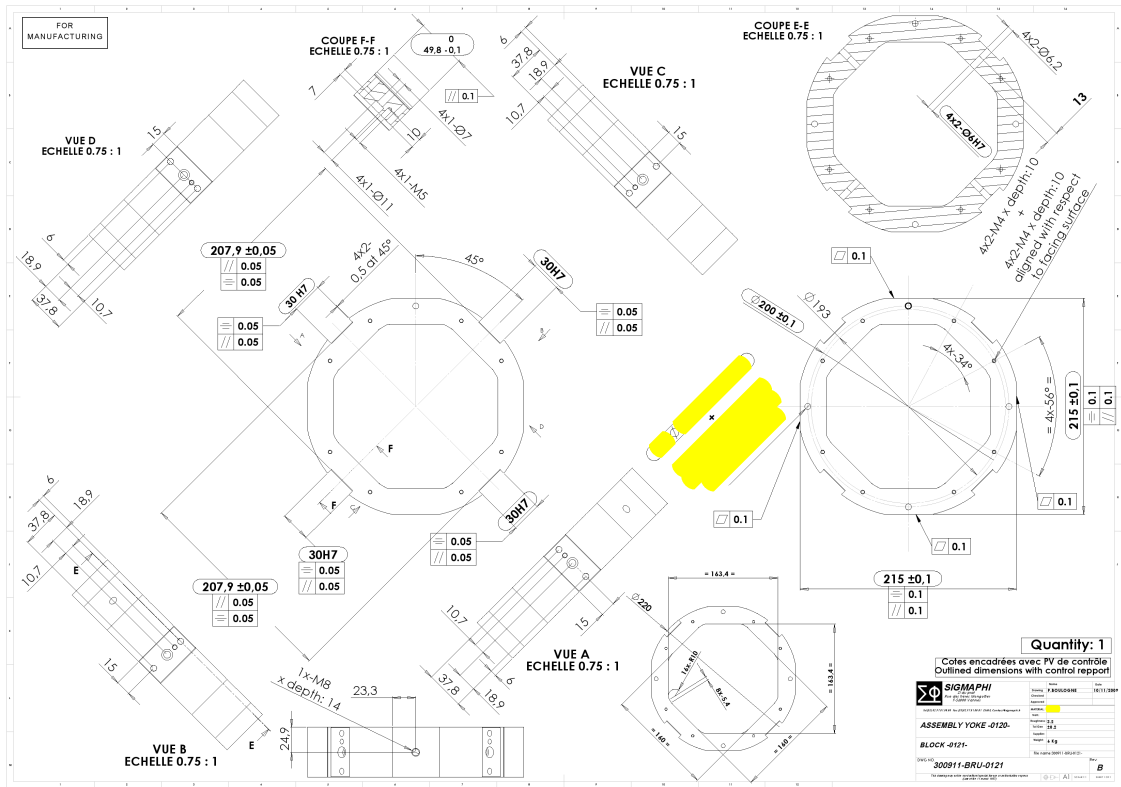


Abbildung 1.2: Technische Zeichnung (erstellt von Bruker) des Eisenjochs (oben) und der Polschuhe (unten) eines langen FRANZ-Quadrupoltriplets.

Danksagung

Ich danke allen, die mich bei meiner Masterarbeit unterstützt haben:

Prof. Holger Podlech für die Aufnahme in die Arbeitsgruppe, die Förderung und die Betreuung dieser Arbeit.

Dr. Oliver Meusel für die Betreuung, die Unterstützung, die unterhaltsamen und lehrreichen Gespräche und die zahlreichen Anregungen zum Inhalt der Arbeit.

Franz Klos und Mischa Weipert aus dem Magnet Labor der GSI Darmstadt für die hervorragende Zusammenarbeit, die Durchführung der Magnetfeldvermessungen und den tiefgehenden Einblick in die Messvorgänge und den Aufbau des Messstandes.

Der Firma High Tech Cargo für den fristgerechten und zuverlässigen Transport der Tripletts von der GSI Darmstadt zum IAP.

Manuel Heilmann und Malte Schwarz für die Beratung und Begleitung der Arbeit sowie für die Unterstützung bei Programmierfragen.

Daniel Noll dafür, dass er mir BENDER für meine Arbeit zur Verfügung gestellt hat und außerdem für die geduldige Einführung und Beantwortung sämtlicher Fragen zum Umgang mit dem Programm.

Christoph Wiesner für die 3D-Modelle und die technischen Zeichnungen der Quadrupoltripletts sowie für die Beratung zur inhaltlichen Ausrichtung und analytischen Vorgehensweise in meiner Arbeit.

Meinen Korrekturlesern für den investierten Zeitaufwand und das ausführliche, konstruktive Feedback.

Allen Mitgliedern der Linac-AG für das produktive und gesellige Arbeitsklima.

Außerdem bedanke ich mich bei meiner Familie, meinem Freund und meinen Freunden, die mich immer unermüdlich und nachsichtig unterstützt haben.

Erklärung

Hiermit erkläre ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine weiteren Hilfsmittel als die angegebenen verwendet zu haben. Alle Textstellen die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Veröffentlichungen oder Texten entnommen wurden, sind durch Angabe der entsprechenden Quellen, kenntlich gemacht.

Frankfurt am Main, 18. Dezember 2013