

8. Hessische Schülerakademie

Oberstufe

29. Juli – 10. August 2012

– Schulpraktikum / Lehrerfortbildung –

Dokumentation

Herausgegeben von:

Cynthia Hog-Angeloni, Wolfgang Metzler
und Birthe Anne Wiegand

Eine Veröffentlichung der

Hessischen Heimvolkshochschule
BURG FÜRSTENECK

Akademie für berufliche und
musisch-kulturelle Weiterbildung

Am Schlossgarten 3
36132 Eiterfeld

Diese Dokumentation ist erhältlich unter:
<http://www.hsaka.de>



Namensnennung-NichtKommerziell-KeineBearbeitung 3.0 Unported (CC BY-NC-ND 3.0)

Sie dürfen:

das Werk bzw. den Inhalt vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen

Zu den folgenden Bedingungen:



Namensnennung — Sie müssen den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen.



Keine kommerzielle Nutzung — Dieses Werk bzw. dieser Inhalt darf nicht für kommerzielle Zwecke verwendet werden.



Keine Bearbeitung — Dieses Werk bzw. dieser Inhalt darf nicht bearbeitet, abgewandelt oder in anderer Weise verändert werden.

Wobei gilt:

Verzichtserklärung — Jede der vorgenannten Bedingungen kann aufgehoben werden, sofern Sie die ausdrückliche Einwilligung des Rechteinhabers dazu erhalten.

Public Domain (gemeinfreie oder nicht-schützbar Inhalte) — Soweit das Werk, der Inhalt oder irgendein Teil davon zur Public Domain der jeweiligen Rechtsordnung gehört, wird dieser Status von der Lizenz in keiner Weise berührt.

Sonstige Rechte — Die Lizenz hat keinerlei Einfluss auf die folgenden Rechte:

- Die Rechte, die jedermann wegen der Schranken des Urheberrechts oder aufgrund gesetzlicher Erlaubnisse zustehen (in einigen Ländern als grundsätzliche Doktrin des fair use etabliert);
- Das Urheberpersönlichkeitsrecht des Rechteinhabers;
- Rechte anderer Personen, entweder am Lizenzgegenstand selber oder bezüglich seiner Verwendung, zum Beispiel für Werbung oder Privatsphärenschutz.

Hinweis — Im Falle einer Verbreitung müssen Sie anderen alle Lizenzbedingungen mitteilen, die für dieses Werk gelten.

ISBN-Angabe: Die ISBN-Nummer dieser Publikation ist 978-3-910097-20-9. Sie ist bei der Verwendung anzugeben

Inhaltsverzeichnis

1	Vorwort	5
2	Grußwort	6
3	Mathematikkurs	8
3.1	Plättbare Graphen und platonische Körper	8
3.2	Euler- und Hamiltonkreise	10
3.3	Matching	13
3.4	Das Chinesische Postbotenproblem	15
3.5	Das Problem des Handlungsreisenden - Teil 1	16
3.6	Das Problem des Handlungsreisenden - Teil 2	18
3.7	Die Museumswächter	20
3.8	Eine Reise zu den Grenzen des Unbekannten	22
3.9	Ein Fünf-Farben-Satz	24
3.10	Die chromatische Zahl der Knesergraphen	26
4	Physikkurs	29
4.1	Energie und Impuls	29
4.2	Drehbewegungen	31
4.3	Verallgemeinerter Fluss	33
4.4	Wärmefluss	35
4.5	Exponentielle Prozesse in der Physik - Abfall und Annäherung	37
4.6	Exponentielles Wachstum	39
4.7	Das allgegenwärtige kT	41
4.8	(Wärme-)Strahlung - Planck'sches Strahlungsgesetz	44
4.9	Die Abstandsgesetze	46
4.10	Transformatoren	48
4.11	Impedanzanpassung - Elektrisch, Akustisch und Mechanisch	50
5	Informatikkurs	53
5.1	Grundlagen logischer Schaltungen	53
5.2	Aufbau und Funktionsweise von Prozessoren	55
5.3	Überblick über die Aufgaben von Betriebssystemen	57
5.4	Sortierverfahren als Einführung in die Algorithmik	59
5.5	Datenkompression am Beispiel von Text und Ton	61
5.6	Gegenüberstellung klassischer und moderner Kryptographieverfahren	63
5.7	Elliptische Kurven als Alternative zu RSA	65
5.8	Einführung in die Graphentheorie	67
5.9	Algorithmen auf Graphen	69
5.10	Komplexität und Laufzeit	70
5.11	Künstliche Intelligenz am Beispiel von Spielen mit perfekter Information	72

6	Geschichtskurs	75
6.1	Der Reiseführer: Johan Huizinga	75
6.2	Eine Schule des Sehens	76
6.3	Paris und Brügge	76
6.4	Dijon	77
6.5	Antwerpen	79
6.6	Brüssel	80
6.7	Sluis	82
6.8	Orléans	83
6.9	Beaune	85
6.10	Cluny	87
6.11	Vosne-Romanée	88
6.12	Gent	89
6.13	Neuss	91
6.14	Abschluss	93
7	Kursübergreifende Angebote	94
7.1	Chor	94
7.2	Kontratanz	94
7.3	Kammermusik	95
7.4	English Theatre	95
7.5	Bühnenbild	95
7.6	Sport	96
7.7	Naturkunde	97
7.8	Italienisch	97
7.9	Improvisation	98
7.10	Journalismus	98
8	Vorträge und Abendveranstaltungen	99
8.1	Begabtenförderung ist nötig und möglich!	99
8.2	Diskussionsabend zur Genderthematik in naturwissenschaftlich-technischen Berufen	102
8.3	Ethik in der journalistischen Praxis	103
8.4	Die Evolution des Menschen, oder: Wozu man sich mit Evolution beschäftigen sollte	104
9	Gästenachmittag	106
10	Pressebericht	107
11	Auszüge aus Abschlussberichten	108
12	Teilnehmende	111

1 Vorwort

Die vorliegende Dokumentation der Hessischen Schülerakademie Oberstufe 2012 hat die bewährte Gliederung: Die Berichte über die Kurse entstehen aus Referaten der SchülerInnen, die von Studierenden betreut wurden. In aufsteigender Verantwortung werden sie von den Studierenden, der jeweiligen Kursleitung und der Akademieleitung gegengelesen, so dass ein möglichst fehlerfreies Ergebnis entsteht, welches überdies zur Lektüre einladen möchte. Wir hoffen, dass das auch diesmal gelungen ist.

Es folgen Kurzberichte über kursübergreifende Aktivitäten, an denen alle SchülerInnen und auch die Studierenden teilnehmen. Einige von diesen Aktivitäten werden von den Studierenden angeboten. Durch den Wechsel von Kursarbeit und kursübergreifenden Aktivitäten mischt sich die Teilnehmerschaft der Akademie mehrfach. Ferner werden beide Programmanteile praktisch und theoretisch als gleichgewichtig betrachtet.

Als weitere Elemente unserer Programmstruktur weisen wir ferner auf Vorträge hin: Martin Mattheis, der in Mainz unter anderem Mathematik und Geschichte an einem Gymnasium unterrichtet, hat seinen während des studentischen Vorbereitungsseminars gehaltenen Vortrag über Begabungsförderung für diese Dokumentation ausgearbeitet. Der Abend mit Verona Eisenbraun über Genderfragen, der Abendvortrag von Fabian Angeloni über Journalistische Ethik und der von Dr. Claudia Wulff über Evolution behandelten Themen, bei denen zivilgesellschaftliche Verantwortung gerade auch junge Menschen betrifft, die eine intensive berufliche Spezialisierung anstreben. In diesem Zusammenhang sei als besondere Note der Oberstufenakademie 2012 darauf hingewiesen, dass zwei Schülerinnen der Deutschen Schule der Borromäerinnen in Kairo teilnehmen konnten, die ihre Abiturprüfungen nach hessischen Standards ablegen werden. Ihre Schule liegt nur wenige Minuten vom Tahrirplatz entfernt. Sie trugen durch Gesprächsbereitschaft über ihre persönliche Situation und die ihres Landes wesentlich zum überfachlichen Akademieniveau bei, siehe S. 108.

Einige personelle Veränderungen seien noch mitgeteilt: Ab der Akademie 2013 scheidet Wolfgang Metzler aus der Leitung der Hessischen Oberstufenakademie aus. Er wird aber weiter inhaltlich mitarbeiten und beide Schülerakademien beratend im Rahmen der Kuratoriumstätigkeit unterstützen, siehe das Grußwort von Günter Schmuck. Dr. Peter Gorzolla tritt dafür neu in die Leitung der Oberstufenakademie ein. Auch Günter Schmuck wird nach über 30 Jahren verdienstvoller Tätigkeit für Fürsteneck im kommenden Jahr als geschäftsführender Direktor in Ruhestand gehen, aber seine langjährige Fürsorge für die Schülerakademien als Kuratoriumsmitglied weiterführen.

Allen Teilnehmenden der Oberstufenakademie 2012, unseren Förderern und allen, die zu der vorliegenden Dokumentation beigetragen haben, danken wir herzlich.

Frankfurt am Main, im November 2012

Cynthia Hog-Angeloni, Wolfgang Metzler und Birthe Anne Wiegand

2 Grußwort



Grußwort anlässlich der Hessischen Schülerakademie für die Oberstufe 2012

Zum Zeitpunkt der ersten durchgeführten Hessischen Schülerakademie für die Oberstufe im Jahr 2004 war noch niemand so recht sicher, ob diese langfristig gesichert werden könne. Damals mussten dafür u.a. noch wichtige personelle, organisatorische und finanzielle Aspekte gut auf die Gleise gesetzt werden. Heute können wir Kontinuität bejahen und die mittlerweile achte erfolgreiche Projektdurchführung feststellen. Und wir durften inzwischen als ergänzende Säule das „jüngere Kind“, nämlich die Hessische Schülerakademie für die Mittelstufe, welche diesjährig zum zweiten Male stattfindet, in die Akademiefamilie aufnehmen. Beide Akademien weisen mit jeweiligen Besonderheiten bezogen auf die Jahrgangsstufen, Einbindung von Studierenden und Realisierung gleichwohl wesentliche konzeptionelle Übereinstimmungen auf, die auch bei Weiterentwicklungen bedacht werden:

Zielgruppen: Die Hessischen Schülerakademien wenden sich an besonders interessierte, leistungsstarke und (hoch)begabte Schülerinnen und Schüler.

Leitbild: Die Hessischen Schülerakademien orientieren sich an einem ganzheitlichen Bildungsverständnis. Wissenschaftliche und musisch-kulturelle Inhalte/Aktivitäten sind integrativ in Kursen und kursübergreifend verknüpft.

Die Akademieziele beziehen sich auf Wissen, Kompetenzen, Interdisziplinarität, bürgerschaftliche Orientierung, soziale Bindungen sowie die Förderung individueller Stärken und Potenziale.

Kooperationen: Unverzichtbar ist für beide Akademien die enge fachliche Zusammenarbeit mit Hochschulen. Beteiligt sind in diesem Jahr die Universitäten Frankfurt/Main und Kassel sowie die Pädagogische Hochschule Karlsruhe.

Das Präsidium der Universität Frankfurt/Main unterstützt zusätzlich die Schülerakademie für die Oberstufe institutionell; das Amt für Lehrerbildung ist ebenfalls als Partner involviert.

Verantwortliche der Schülerakademien: Beteiligte Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler sind maßgeblich für die Planung, Durchführung, Auswertung und Dokumentation der Akademien zuständig. Auch für die Mittelstufe ist ab 2013 eine Doppelbesetzung der Gesamtleitung mit Einbindung einer wissenschaftlichen Co-Leitung vorgesehen.

Kuratorium Hessische Schülerakademien: Das vor einigen Monaten gegründete Kuratorium berät und unterstützt die Leitungen der Schülerakademien und die geschäftsführende Direktorin / den geschäftsführenden Direktor der BURG FÜRSTENECK insbesondere bei der Konzepterarbeitung, sachlichen Umsetzung, personellen Auswahl sowie bei der Dokumentation, Finanzierung mit Rechenschaftslegung, und es befasst sich in seinen Bezügen mit Themen der Begabtenförderung und den Bildungsprogrammen für die Lehrer/innen-Aus- und Weiterbildung.

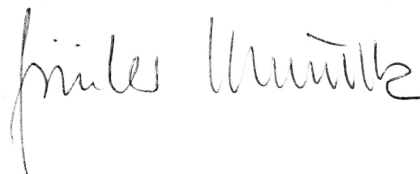
Dass die Hessischen Kultusminister/innen zunächst die Akademie Oberstufe, nun mit Einführung der Akademie Mittelstufe beide Projekte, als Schirmherr/innen begleiten, beflügelt uns, diese Lehrveranstaltungen mit bildungspolitischen Impulsen zu verknüpfen, die über die Hessischen Schülerakademien hinausgreifen und zu sinnvollen Entwicklungen und Akzentuierungen im Bildungswesen beitragen wollen.

BURG FÜRSTENECK ist nicht nur Austragungsort der Schülerakademien, sondern mitdenkender und mithandelnder Partner in einem gelingenden Kooperationsverbund. Ein besonderes Augenmerk richtet das Burgteam dabei auf vertiefende Überlegungen zur Förderung von Kreativität als zugehörigen „Baustein“ in der wissenschaftlichen und künstlerischen Arbeit.

Die Hessischen Schülerakademien haben sich über Jahre hinweg zu einem „Flaggschiff“ der außerschulischen Begabungsförderung in Hessen entfaltet. Sie stoßen auf sehr positive Resonanz und leisten zu Gesichtspunkten der Bildung sowie Aus- und Weiterbildung fachliche, pädagogische und bildungspolitische Beiträge. Sie haben aufgrund ihrer konzeptionellen Gestalt und Kooperationsstruktur modellhaften Charakter.

Das erfüllt mich mit Freude und dafür danke ich allen Mitwirkenden herzlich, insbesondere hier namentlich den Herren Prof. Dr. Metzler und Prof. Dr. Aßmus sowie Frau Dr. Hog-Angeloni, ohne deren unbeirrtes und intensives Engagement diese Ergebnisse nicht zustande gekommen wären.

Allen Teilnehmenden der Hessischen Schülerakademie für die Oberstufe 2012 und im Vorgriff ebenso den zukünftigen Absolventen wünsche ich, dass sie – auch in zeitlichem Nachklang – persönlichen Gewinn aus dieser Unternehmung erfahren, der vielleicht sogar mit Wegweisungen verbunden sein kann.



Günter Schmuck
Geschäftsführender Direktor
Akademie Burg Fürsteneck

3 Mathematikurs

Strukturen und Lösungswege entdecken im Reich der Graphen

Wie findet das Navi eigentlich den kürzesten Weg? Und wie ermittelt der Postbote die kürzeste Tour zum Verteilen der Briefe? Die Antwort auf diese alltäglichen Fragen führt in ein spannendes und schönes Gebiet der Mathematik, die Graphentheorie, ein Teilgebiet der Kombinatorik. Hier geht es um Graphen, die aus Punkten bestehen (die „Ecken“ oder „Knoten“, von denen manche über Strecken verbunden sind (die „Kanten“).

Die Probleme in der Graphentheorie sind meist leicht formuliert und allgegenwärtig, aber die Lösungen können überraschend vertrackt sein. So ist es beispielsweise erstaunlich schwierig, die kürzeste Rundtour durch alle Knoten eines Graphen zu finden, ein Problem, vor dem ein Paketdienst täglich steht. Der Kurs widmet sich zum einen allgemeinen Fragen zu Graphen (zum Beispiel, unter welchen Bedingungen man sie in die Ebene einbetten kann) und zum anderen untersuchen wir wichtige Verfahren, die auf graphentheoretischen Einsichten basieren (zum Beispiel Auffinden kürzester Wege).

Einige der im Mathekurs behandelten graphentheoretischen Fragen erschienen auch in der Informatik. Dies führte sogar dazu, dass eine der Sitzungen von beiden Kursen gemeinsam abgehalten wurde.

Kursleitung

Dr. Hartwig Bosse, Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachbereich Informatik und Mathematik der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

Dr. Cynthia Hog-Angeloni, Akademische Rätin für Mathematik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, nebenberuflich an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

3.1 Plättbare Graphen und platonische Körper

Antonius Nies
Betreuerin: Albrun Knof

Ein spannender Bereich der Graphentheorie beschäftigt sich mit plättbaren und ebenen Graphen. Mit ihnen kann man beispielsweise dreidimensionale Polyeder modellieren, um weitere Erkenntnisse über deren Aufbau zu entdecken.

Doch worum handelt es sich bei diesen Graphen überhaupt? Ein ebener Graph ist ein Graph (im zweidimensionalen Raum), in welchem sich die Kanten nur an den Knoten berühren, es gibt also keine Überkreuzungen der Kanten. Lässt sich ein Graph durch einfaches Verschieben von Kanten in einen ebenen Graphen überführen (ohne dass hierbei Kanten verschwinden oder neue hinzugefügt werden), so nennt man diesen Graphen plättbar. Ein ebener Graph ist in diesem Sinne also ein geplätteter Graph.

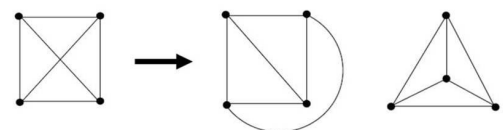


Abb. 1: Bsp. Für einen plättbaren Graphen

Doch wie erkennt man nun, ob ein Graph eine ebene Darstellung besitzt?

Mit dieser Fragestellung haben sich unter anderem die beiden Mathematiker Leonhard Euler (1707-1783) und Kazimierz Kuratowski (1896-1980) beschäftigt, deren Erkenntnisse wir im Folgenden betrachten werden.

Zunächst werden wir uns die sogenannten konvexen Polyeder anschauen. Dies sind all solche Polyeder, bei welchen eine gerade Linie zwischen je zwei Punkten des Körpers immer vollständig im Körper liegt. In anderen Worten heißt dies, dass alle Ecken des Polyeders nach außen zeigen.

Mittels der stereographischen Projektion ist es nun möglich, konvexe Polyeder so in die euklidische Ebene abzubilden, dass man einen ebenen Graphen erhält.

Der folgende Satz heißt also zu Recht „Eulersche Polyederformel“, weil er sich mit diesen Graphen beschäftigt.

Satz: Sei G ein ebener zusammenhängender Graph mit n Knoten, k Kanten und r Flächen (hierbei wird das außen liegende Gebiet mitgezählt). Dann gilt stets: $n - k + r = 2$.

Beweis: Den Beweis führen wir per Induktion nach der Anzahl der Kanten k :

Sei G ein zusammenhängender Graph mit n Knoten, das heißt von jedem beliebigen Knoten existiert ein Kantenzug zu jedem anderen Knoten des Graphen. Da der Graph n Knoten hat und alle Knoten verbunden sein müssen, muss es mindestens $n - 1$ Kanten geben.

Für den Induktionsanfang betrachten wir folglich den Fall $k = n - 1$. Hat G genau $n - 1$ Kanten, so handelt es sich um einen kreisfreien Graphen, einen sogenannten Baum. Ein solcher Graph hat nur eine Fläche, nämlich die Außenfläche. Einsetzen in die Formel liefert $n - k + r = n - (n - 1) + 1 = 2$. Somit stimmt die Behauptung für $k = n - 1$.

Angenommen, die Behauptung stimmt für ein beliebiges $k \geq n - 1$, dann betrachten wir im Induktionsschritt einen Graphen G mit $k(G) := k + 1 > n - 1$ Kanten. Da es lediglich n Knoten gibt, kann G kein Baum mehr sein und enthält somit einen Kreis. Entfernen wir nun eine beliebige Kante aus diesem Kreis, so erhalten wir wieder einen zusammenhängenden Graphen, den wir H nennen wollen. Die Anzahl $r(H)$ der Flächen von H , sowie die Anzahl $k(H)$ der Kanten von H ist um eins kleiner als die von G , da G als eben vorausgesetzt war. Es ergibt sich somit:

$$n - k(G) + r(G) = n - (k(H) + 1) + (r(H) + 1) = n - k(H) + r(H) = 2,$$

da die Eulersche Polyederformel nach Induktionsannahme für den Graphen H erfüllt ist.

Im Weiteren benötigen wir das folgende Lemma, das wir im Kurs bewiesen haben.

Lemma: Sei G ein einfacher, ebener Graphen (also ein ebener Graph, der keine Schleifen enthält) mit r Flächen und k Kanten.

Dann gilt: $3r \leq 2k$. Enthält G keine Dreiecke, so gilt sogar $4r \leq 2k$.

Mithilfe dieser Aussage können wir uns nun leicht überzeugen, warum die Graphen K_5 und $K_{3,3}$ nicht plättbar sind (s. Abbildung 2). Diese Behauptung beweisen wir durch einen Widerspruchsbeweis exemplarisch für K_5 , der Beweis für $K_{3,3}$ verläuft analog.

Angenommen der Graph K_5 sei plättbar, dann erfüllt er die Eulersche Polyederformel. Wir haben $n = 5$, $k = 10$, somit $r = k - n + 2 = 10 - 5 + 2 = 7$. Nach dem obigen Lemma müsste nun $3r \leq 2k$ gelten, allerdings ist $3r = 21 > 20 = 2k$. Somit kann der Graph K_5 nicht plättbar sein.

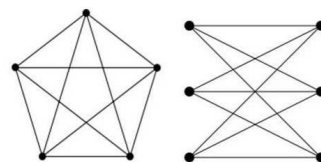


Abb. 2: Die Graphen K_5 und $K_{3,3}$

Eine äquivalente Bedingung zur Plättbarkeit eines Graphen liefert uns nun Kuratowski in folgendem Satz, dessen eine Implikationsrichtung im Wesentlichen gerade bewiesen wurde: Ein Graph ist genau dann plättbar, wenn er keinen Teilgraphen enthält, der durch Unterteilung von K_5 oder $K_{3,3}$ entstanden ist.

Abschließend möchten wir noch ein paar Anwendungsbereiche für plättbare Graphen betrachten. Im Straßen- und Schienenbau, sowie in der Leiterplattenherstellung beispielsweise werden plättbare Graphen eingesetzt, um Kreuzungen zu vermeiden.

Mit der Eulerschen Polyederformel können wir nun zeigen, dass es genau fünf reguläre Polyeder gibt: Wir nennen ein Polyeder regulär, wenn jede Seite ein regelmäßiges q -Eck ist und wenn es Zahlen $p, q > 3$ gibt, sodass jeder Knoten Grad p hat, das heißt es führen jeweils genau p Kanten zu jedem Knoten. Diese Polyeder sind allgemein bekannt als die Platonischen Körper (Tetraeder, Hexaeder, Oktaeder, Dodekaeder, Ikosaeder).

Beweis: Sei r die Anzahl der Flächen. bzw. Seiten, k die Anzahl der Kanten und n die Anzahl der Ecken. Nach dem Handshaking-Lemma gilt: $2k = np$, und da jede Kante an zwei Seiten grenzt und da jede Seite q Kanten besitzt gilt weiterhin $2k = qr$.



Abb. 3: Die platonischen Körper

Nach der Eulerschen Polyederformel gilt:

$$n - k + r = (2k/p - k + 2k/q) = 2, \text{ also } k(2p + 2q - pq) = 2pq$$

und wegen $k, 2pq > 0$ folgt $2p + 2q - pq > 0$, was $(p - 2)(q - 2) < 4$ impliziert.

Es bleiben also mit $p, q > 2$ und $(p - 2)(q - 2) \in \{0, 1, 2, 3\}$ nur die Möglichkeiten $(p, q) \in \{(3, 3), (3, 4), (4, 3), (3, 5), (4, 5)\}$, und zu jedem dieser Zahlenpaare kann man einen Platonischen Körper angeben, siehe Abb. 3. Im Kurs haben wir auch gezeigt, dass das Zahlenpaar den Platonischen Körper eindeutig bestimmt.

Quellen

- Cynthia Hog Angeloni: Vorlesungsskript *Mathematik für Informatiker I*, Universität Mainz
- http://de.bettermarks.com/sites/bettermarks.com/files/explanation/Platonische_Koerper.jpg

3.2 Euler- und Hamiltonkreise

Marie Heberer
Betreuer: Benedikt Weygandt

Eulerkreise und das Königsberger Brückenproblem

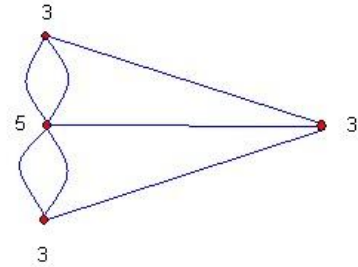
Das alte Königsberg hatte sieben Brücken, die über den dortigen Fluss Pregel führen. Bereits im frühen 18. Jahrhundert fragte man sich, ob es möglich sei, jede einzelne Flussüberquerung genau einmal zu nutzen und weiterhin, ob dies auch in einem Rundweg möglich sei. Leonhard Euler löste 1736 diese Fragestellung. Nach ihm bezeichnet man einen Weg, der ausgehend von einem Startknoten s alle Kanten

eines Graphen genau einmal verwendet, als Eulerweg. Falls dieser Weg auch wieder in s endet, spricht man von einem Eulerkreis. Graphen, die einen Eulerkreis beinhalten, nennen wir eulersch. Demnach lässt sich das Königsberger Brückenproblem auch als Suche nach einem Eulerweg- bzw. Eulerkreis beschreiben.

Euler sah jede der Brücken als eine Kante an, während die Knoten die vom Fluss begrenzten Landschaftsteile darstellen. Die Anzahl der Brücken, die von einem Landschaftsteil ausgehen, definieren dessen Knotengrad.

Nach mehrfachem Ausprobieren stellen wir fest, was Euler nachwies: Ein Eulerweg ist in Königsberg nicht umzusetzen.

Damit ein Eulerweg existiert, darf es nämlich in unserem Graphen höchstens zwei Knoten ungeraden Grades geben. Auf einer Kante des Knotens laufen wir „zum Knoten hin“, daher ist wenigstens eine weitere Kante notwendig, damit wir auch wieder „hinauslaufen“ können. Daraus können wir folgern, dass es abgesehen von Start- und Endknoten bei einem Eulerweg keinen Knoten ungeraden Grades geben darf, da dieser sonst nicht durchlaufen werden kann.



Beim Wandern auf einem Eulerweg wird der Startknoten s einmal mehr verlassen als besucht. Bei dem Zielknoten z ist dies genau andersherum. Demnach hat ein Eulerweg höchstens zwei Knoten ungeraden Grades. Für einen Eulerkreis gilt $s = z$, weshalb hier alle Knotengrade gerade sein müssen.

Satz von Euler

Für jeden bis auf isolierte Knoten zusammenhängenden Graphen $G = (V, E)$ gilt:

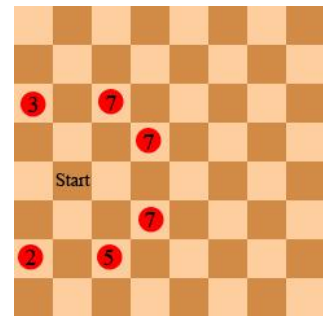
- Es existiert genau dann ein Eulerweg in G , wenn höchstens zwei Knoten in V ungeraden Grad besitzen.
- Es existiert genau dann ein Eulerkreis in G , wenn alle Knoten in V geraden Grad besitzen.

Der Rest des Beweises findet sich im Beitrag 3.4.

Hamiltonkreise und die Knight's Tour

In England und den USA ist die Knight's Tour (im Deutschen: Rösselsprung) eine beliebte Variante des Schach für nur einen Spieler. Dabei wird versucht, das Pferd jedes Feld des Schachbretts genau einmal als „Rastplatz“ nutzen zu lassen. Um das Spiel zu erschweren, kann auch verlangt werden, auf einem beliebigen Feld zu beginnen und einen Rundweg zu gehen.

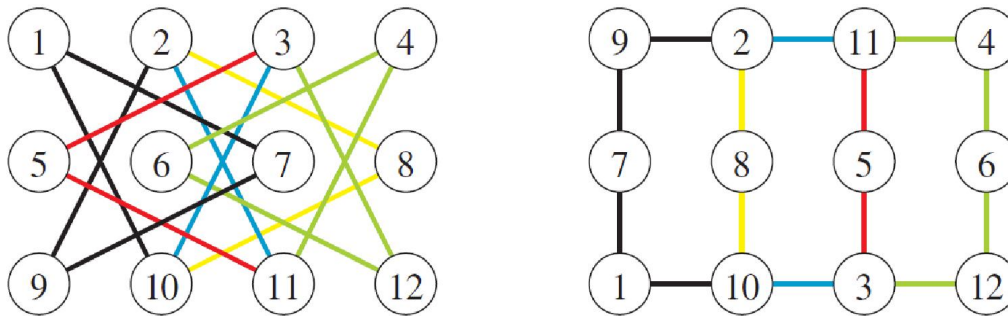
Zur Lösung hat H.C. Warnsdorff im 19. Jahrhundert die folgende Heuristik entwickelt. Ziel der Methode ist es, Sackgassen zu vermeiden. Hierzu werden die Felder, die der Springer als nächstes besuchen kann, vor jedem Zug untersucht. Wir zählen die Anzahl der verbleibenden Zugmöglichkeiten auf diesen Feldern. Anschließend ziehen wir auf das Feld mit dem geringsten Knotengrad und fahren fort. Diese heuristische Methode funktioniert allerdings nicht bei jeder beliebigen Spielfeldgröße. Bei einfachem Hinschauen fällt beispielsweise auf, dass ein Brett mit 2×3 Feldern keine Knight's Tour besitzt.



Die allgemeine Frage nach der Lösbarkeit einer solchen Tour ist bei einem Feld mit 3×4 Feldern schon weitaus schwieriger zu beantworten. Stellt man ein solches Spiel in Form eines Graphen dar, ist jedes einzelne Feld ein Knoten. Je zwei Felder werden durch eine Kante verbunden, wenn ein Pferd vom einen zum anderen zugehörigen Feld springen kann.

Betrachten wir nun den Graphen des 2×3 -Feldes, so ist dieser nicht zusammenhängend, wodurch bewiesen ist, dass auf diesem „Schachbrett“ keine Knight’s Tour möglich ist

Dem entgegen ist der Graph des 3×4 -Schachbretts zusammenhängend (siehe Abbildung). Die Knoten 9, 7, 1, 2, 8, 10 bilden einen Kreis, der über die 11 und die 3 betreten und verlassen werden muss. Besucht man dabei Knoten Nummer 7, so kann Knoten 8 nicht mehr besucht werden, ohne einen Knoten doppelt zu verwenden. Auch auf dem 3×4 -Brett ist also keine Knight’s Tour möglich.



Definition: Einen Weg, der durch jeden Knoten eines Graphen genau einmal läuft, nennt man Hamiltonweg. Endet dieser Weg wiederum am Ausgangspunkt, nennt man ihn Hamiltonkreis.

Einige hinreichende Bedingungen zur Ermittlung eines hamiltonschen Graphen G sind bekannt, zwei davon wurden im Kurs behandelt und seien nachfolgend genannt:

E.A. Dirac konnte nachweisen, dass ein Hamiltonkreis existiert, wenn der Grad jeder Ecke des Graphen mindestens $\frac{n}{2}$ beträgt ($n =$ Anzahl der Ecken). W.T. Tutte stellte weiterhin fest, dass ein planarer und 4-zusammenhängender Graph hamiltonsch ist. Hierbei bedeutet „ k -zusammenhängend“, dass zwischen je zwei Knoten des Graphen G je k kantendisjunkte Wege existieren. Es können also maximal $k - 1$ beliebige Kanten aus G entfernt werden, ohne dass der Graph zerfällt. Der vollständige Graph K_4 ist ein Beispiel für einen 3-zusammenhängenden Graphen.

Quellen

- Peter Gritzmann, René Brandenburg: *Das Geheimnis des kürzesten Weges. Ein mathematisches Abenteuer*, 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin
- Cynthia Hog Angeloni: Vorlesungsskript *Mathematik für Informatiker I*, Universität Mainz
- Stephan Hußmann, Brigitte Lutz-Westphal: *Kombinatorische Optimierung erleben*, 1. Auflage, Vieweg-Verlag, Wiesbaden 2007

3.3 Matching

Marc Goßmann
Betreuer: Georg Bube

Heiratssatz

Der Heiratssatz wurde im Jahr 1935 von Philip Hall bewiesen und ist der Ausgangspunkt des Gebietes der Mathematik, das wir heute Matching-Theorie nennen.

Satz: Sei A_1, \dots, A_n eine Familie von Teilmengen einer endlichen Menge X . Ein System verschiedener Vertreter („system of distinct representatives“, kurz SDR) für diese Familie existiert genau dann, wenn für $1 \leq m \leq n$ jede Familie von m Mengen A_i mindestens m Elemente enthält.

Der Name Heiratssatz rührt von folgender Interpretation des Satzes her: Es gibt n Mädchen, die wir mit 1 bis n benennen, und eine Menge X von Jungen. Falls ein Junge x und das Mädchen i bereit wären, einander zu heiraten, so ist x ein Element von A_i . Ein SDR stellt hier quasi eine Massenhochzeit dar, bei der jedes Mädchen mit einem Jungen seiner Wahl verheiratet wird, ohne dass es Bigamie gibt. Im Kurs haben wir den Beweis dazu aus dem *Buch der Beweise* (siehe Quellenangaben) durchgearbeitet.

Die Situation des Heiratssatzes kann man gut anhand eines bipartiten Graphen veranschaulichen:

Bipartite Graphen

Ein *bipartiter Graph* ist ein Graph $G = (V, E)$ bei dem sich die Knotenmenge V in zwei disjunkte Teilmengen V_1 und V_2 zerlegen lässt, so dass die Knoten in diesen Teilmengen keine Kanten untereinander haben. Man schreibt dann auch $G = (V_1 + V_2, E)$.

In Abbildung 1 befindet sich ein Beispiel für einen bipartiten Graphen.

Matching

Ein *Matching* ist eine Teilmenge der Kantenmenge eines Graphen, in der keine Kanten inzident sind. Die Mächtigkeit der Kantenmenge gibt die Größe des Matchings an. Ein Matching, das die größtmögliche Anzahl von Kanten enthält, nennt man *maximales Matching*. Wenn ein maximales Matching alle Knoten des Graphen enthält, heißt es *perfektes Matching*. Damit in einem bipartiten Graphen ein perfektes Matching existieren kann, müssen die beiden Knotenteilmengen gleichmächtig sein.

Verfahren

Brute-Force-Methode

Bei der Brute-Force-Methode bestimmt man alle Matchings eines Graphen und wählt dann ein maximales aus. Das Problem bei dieser Vorgehensweise ist, dass es schon für kleine Graphen lange dauert, alle Matchings zu bestimmen.

Greedy Matching

Das Greedy Matching ist ein Verfahren, bei dem man mit einem leeren Matching M startet, eine beliebige Kante auswählt und diese zu M hinzufügt. Danach erweitert man M um weitere Kanten, die zu keiner Kante aus M inzident sind und erhält so größere Matchings. Mit diesem Vorgehen erhält man im Allgemeinen jedoch nicht ein maximales Matching.

Alternierender Wege-Algorithmus auf bipartiten Graphen

Für diesen Algorithmus führen wir zunächst den Begriff des *M*-alternierenden Weges ein: Für ein Matching *M* ist dies ein Weg, der bei einem ungematchten Knoten beginnt und endet und auf dem sich gematchte und ungematchte Kanten abwechseln. Insbesondere enthält ein *M*-alternierender Weg genau eine ungematchte Kante mehr, als er gematchte Kanten enthält.

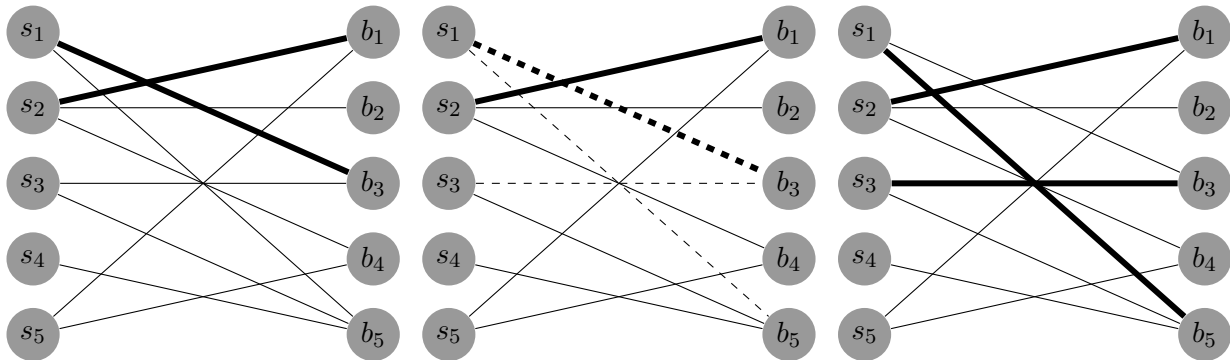


Abbildung 1: ein *M*-alternierender Weg ($s_3b_3s_1b_5$)

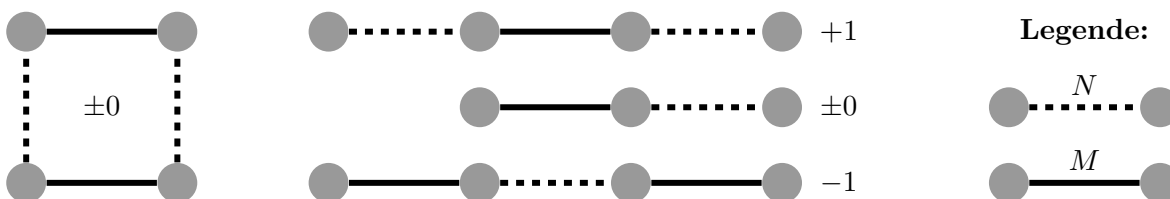
Der alternierende Wege-Algorithmus sucht in einem bipartiten Graphen für ein Matching *M* nach solchen *M*-alternierenden Wegen und vertauscht auf diesem Weg die Rollen von gematchten und ungematchten Kanten. Dadurch vergrößert man das Matching *M* um eine Kante, wie es in Abbildung 1 illustriert wird (fette Kanten gehören zum Matching). Dieses Vorgehen wird so lange wiederholt, bis es keinen *M*-alternierenden Weg mehr gibt. Aufgrund folgenden Satzes ist damit ein maximales Matching gefunden:

Satz: Sei $G = (V_1 + V_2, E)$ ein bipartiter Graph und *M* ein Matching auf *G*. Das Matching *M* ist genau dann maximal, wenn kein *M*-alternierender Weg in *G* existiert.

Beweis: Die erste Implikation ist leicht mit Kontraposition gezeigt: Existiert ein *M*-alternierender Weg, so kann dieser verwendet werden, um das Matching *M* zu vergrößern. Also war *M* nicht maximal.

Auch die andere Implikation zeigen wir per Kontraposition – wir müssen folgern, dass ein *M*-alternierender Weg in *G* existiert, wenn *M* nicht maximal ist.

Nach Annahme existiert ein Matching *N* mit $|N| > |M|$. Wir betrachten den Graphen $G' := (V, \Delta)$ mit $\Delta := (M \cup N) \setminus (M \cap N)$. Dies ist der Untergraph von *G*, der alle Kanten aus *M* und *N* enthält, die nicht sowohl in *M* als auch in *N* liegen. Jeder Knoten von G' hat höchstens Grad 2, denn andernfalls wäre *M* oder *N* kein Matching. Somit hat jede Zusammenhangskomponente eine der vier Gestalten aus Abbildung 2 (Eventuell können sie durchaus länger, aber vom selben Typ sein.). Entfernt man aus *M* die Kanten einer solchen Zusammenhangskomponente und fügt deren Kanten aus *N* hinzu, so ändert sich die Größe von *M* um den Wert, der in Abbildung 2 beim entsprechenden Typ angegeben ist. Da ein Wechsel der Kanten von *M* zu den Kanten von *N* einen Wechsel vom Matching *M* zu *N* bedeutet und $|N| > |M|$ ist, muss es mindestens eine Zusammenhangskomponente des Typs geben, bei dem dieser Wechsel +1 bewirkt, also einen *M*-alternierenden Weg.

Abbildung 2: Zusammenhangskomponenten in G'

Quellen

- Stephan Hußmann, Brigitte Lutz-Westphal: *Kombinatorische Optimierung erleben*, 1. Auflage, Vieweg-Verlag, Wiesbaden 2007
- Martin Aigner, Günter M. Ziegler: *Das Buch der Beweise*, 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin 2010

3.4 Das Chinesische Postbotenproblem

Isburg Knof
Betreuerin: Lena Walter

Wie können Postboten und Müllautos den kürzesten Weg finden? Um dieses Problem zu lösen, haben wir zunächst Stadtpläne mit Hilfe von Graphen modelliert, diese in Eulergraphen umgewandelt und am Ende mithilfe verschiedener Algorithmen die kürzeste Rundtour gefunden.

Modellierung durch Graphen

Um einen Stadtplan bzw. den Ausschnitt eines Stadtplanes mithilfe von Graphen abzubilden, zieht man zunächst einfach einmal alle Straßen nach. Daraus entsteht ein Gebilde aus Linien: ein Graph. Aus den Straßen sind Kanten geworden und aus den Kreuzungen Knoten. Man könnte meinen, dass damit die ganze Arbeit getan ist, dem ist jedoch nicht so. Damit der Graph übersichtlich ist, werden die entstandenen Kanten begradigt. Somit verschwinden allerdings unter anderem Informationen über die Straßenlängen. Jedoch sind diese zur Problemlösung wichtig, man möchte ja schließlich den kürzesten Weg finden. Deshalb können Kanten gewichtet werden, indem für jede Kante ein Gewicht (beispielsweise die Länge der Straße) angegeben wird. Als weiteres Modellproblem können noch Einbahnstraßen betrachtet werden. Diese werden im Graphen durch sogenannte Bögen (gerichtete Kanten, d.h. einfache Pfeile, die in Richtung des Straßenverlaufs zeigen) gekennzeichnet. Wenn ein Graph nur aus Bögen besteht, nennt man ihn gerichtet, ein Graph mit gewöhnlichen Kanten ohne Bögen heißt ungerichtet und wenn es sich um eine Mischform handelt, so heißt er gemischt. Im Folgenden werden wir uns größtenteils auf ungerichtete Graphen konzentrieren und erst am Ende auf die beiden anderen Arten eingehen.

Konstruktion einer Tour

Damit eine Tour geeignet für ein Müllauto ist, muss sie geschlossen, zusammenhängend, möglichst kurz und vollständig sein (wobei hier mit vollständig gemeint ist, dass jede Kante abgefahren wird). Ideal wäre es, wenn alle Kanten nur genau einmal abgefahren werden müssten. Dies ist jedoch nur bei Eulergraphen möglich. Deswegen werden wir unseren „Stadtplan-Graphen“ durch ein Matching zu einem Eulergraphen wie folgt ergänzen: Zunächst markieren wir alle Knoten ungeraden Grades (dies sind stets gerade viele). Dann werden immer je zwei von ihnen verbunden, so dass eine insgesamt möglichst kurze Gesamtstrecke entsteht.

Auf diesen so entstandenen Eulergraphen kann man verschiedene Algorithmen zum Finden der eigentlichen Rundtour anwenden. Zum einen den Zwiebelschalen Algorithmus, der aus folgenden zwei Schritten besteht: Man wähle zuerst einen beliebigen Anfangsknoten und gehe von diesem aus so lange unbenutzte Kanten entlang, bis man einen Kreis schließt, dessen Kanten man aus dem Graphen entfernt.. Diesen Vorgang wiederhole man, bis es keine unbenutzten Kanten mehr gibt. Auf diese Weise entstehen Kreise, welche nun im zweiten Schritt verbunden werden sollen. Man laufe den ersten Kreis entlang, bis man zu einem Knoten kommt, der noch in einem weiteren Kreis enthalten ist. Diesem folge man, bis ein weiterer Knoten erreicht ist, der ebenfalls wieder in einem anderen Kreis enthalten ist. So entsteht eine Rundtour, in der alle Kanten genau einmal abgelaufen werden und die beim Anfangsknoten endet.

Als zweites Beispiel betrachten wir den sogenannten Fleury-Algorithmus, der nur aus einem Schritt besteht. Man beginnt seine Rundtour mit einer beliebigen Kante, muss jedoch bevor man eine weitere Kante abläuft, überprüfen, ob es sich hierbei um eine Brücke des Restgraphen handelt: Eine Brücke ist eine Kante, ohne die der Restgraph in zwei Teilgraphen, also zwei Zusammenhangskomponenten, zerfallen würde. Aufgrund dessen darf sie nicht ausgewählt werden und man nimmt stattdessen eine der stets vorhandenen anderen Kanten. Dieser Algorithmus ist jedoch nicht unbedingt zeitsparender als der erste, da bei ihm jede Kante auf die Brückeneigenschaft überprüft werden muss.

Probleme und Optimierungen

Um realitätsnah zu bleiben, müssen jedoch auch Einbahnstraßen mit in die Überlegungen einbezogen werden. Für gerichtete Graphen ist die Prozedur fast dieselbe, man muss jedoch die Knoten mithilfe von Ein- und Ausgrad betrachten. Die gemischten Graphen jedoch sind bis heute noch nicht lösbar und gehören zu den NP-schweren Problemen, für die es noch keine effizienten Algorithmen gibt.

Möchte man nun ein solches reales Problem modellieren, gibt es einige weitere Faktoren, die noch nicht beachtet wurden wie beispielsweise Wind, Berge, ländliche Gebiete oder Straßen, die so breit sind, dass man sie zweimal entlang fahren muss.

Quellen

- Peter Gritzmann, René Brandenburg: *Das Geheimnis des kürzesten Weges. Ein mathematisches Abenteuer*, 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin
- Stephan Hußmann, Brigitte Lutz-Westphal: *Kombinatorische Optimierung erleben*, 1. Auflage, Vieweg-Verlag, Wiesbaden 2007

3.5 Das Problem des Handlungsreisenden - Teil 1

Tobias Zaenker
Betreuer: Christian Englisch

Einführung in das Problem des Handlungsreisenden

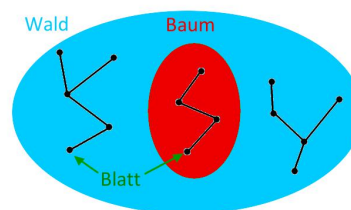
Ein Handlungsreisender muss mehrere Städte besuchen und will dabei den kürzesten bzw. schnellsten Rundweg durch die Städte nehmen. Die Städte kann man als Knoten eines Graphen modellieren.

Wälder und Bäume

Ein Wald ist ein ungerichteter kreisfreier Graph. Ein Baum ist ein zusammenhängender Wald, oder, anders ausgedrückt, eine Zusammenhangskomponente eines Waldes. Ein Blatt ist eine Ecke eines Baumes vom Grad 1, also mit nur einer anliegenden Kante.

Zwischen zwei Ecken eines Baumes gibt es immer genau einen verbindenden Weg, da er kreisfrei ist. Aus diesem Grund ist auch jede Kante eine Brücke: Ein Weglassen zerstört den Zusammenhang des Graphen. Wird eine Kante zwischen zwei nicht benachbarten Knoten hinzugefügt, entsteht immer genau ein Kreis.

Die Anzahl der Kanten eines Baumes beträgt $n - 1$, wobei n die Anzahl der Knoten ist.



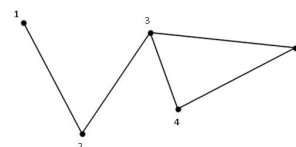
Gerüste

Die Gerüste eines Graphen, auch aufspannende Bäume genannt, sind Bäume mit denselben Knoten wie der Graph. Sie existieren immer, wenn der Graph zusammenhängend ist. Ein Baum ist stets Gerüst von sich selbst, bei anderen Graphen lassen sie sich durch schrittweises Entfernen der Kanten von Kreisen aus dem Graphen bilden.

Der Matrix-Gerüst-Satz

Der Matrix-Gerüst-Satz gibt Auskunft über die Anzahl der Gerüste eines Graphen. Er besagt, dass die Determinante der Untermatrix T_{ii} , die aus der Admittanzmatrix T von G gebildet wird, für beliebiges i von 1 bis n stets die Anzahl der Gerüste des Graphen G angibt.

Um die Admittanzmatrix eines Graphen zu bilden, müssen die Knoten nummeriert sein. Die Admittanzmatrix ist eine quadratische Matrix, die man erhält, wenn man die Adjazenzmatrix von der Valenzmatrix subtrahiert. Bei der Valenzmatrix ist in der Diagonale angegeben, mit wie vielen Kanten ein Knoten verbunden ist. Die Adjazenzmatrix enthält jeweils die Anzahl der Kanten zwischen zwei bestimmten Knoten. Hier ein Beispiel für den Graphen in nebenstehender Abbildung.



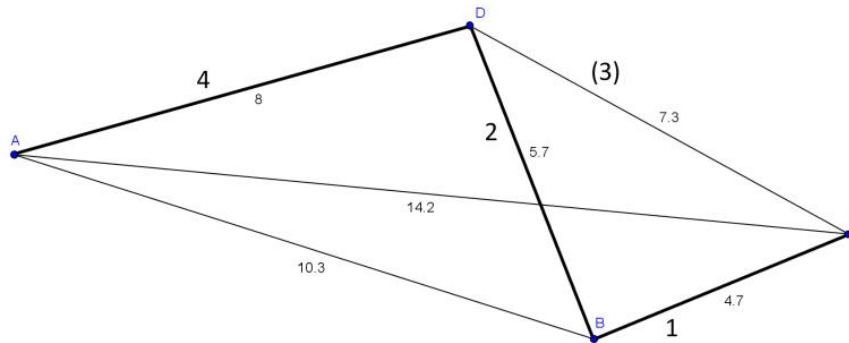
T	1	2	3	4	5		T₃₃	1	2	4	5
1	1	-1	0	0	0		1	1	-1	0	0
2	-1	2	-1	0	0		2	-1	2	0	0
3	0	-1	3	-1	-1		4	0	0	2	-1
4	0	0	-1	2	-1		5	0	0	-1	2
5	0	0	-1	-1	2						

Aus der Admittanzmatrix T erhält man dann durch Streichen der i -ten Zeile und i -ten Spalte (für ein beliebiges i) die Untermatrix T_{ii} . Die Determinante von T_{ii} gibt nun nach dem Matrix-Gerüst-Satz die Anzahl der möglichen Gerüste in G wieder. Im Beispiel ist es $\det(T_{33}) = 3$.

Der Greedy-Algorithmus von Kruskal

Mit dem Greedy-Algorithmus von Kruskal kann man das minimale Gerüst eines gewichteten Graphen bestimmen. Das Gewicht eines Graphen ist die Summe der Gewichte seiner Kanten.

Um den Kruskal-Algorithmus anwenden zu können, werden die Kanten zunächst dem Gewicht nach sortiert. Für das Minimalgerüst T werden vorerst alle Kanten aus G entfernt. Dann wird die kürzeste Kante dem Gerüst hinzugefügt. Nacheinander werden nun die nächstlängeren Kanten hinzugefügt, wenn sich dadurch kein Kreis im Gerüst ergibt. Sind alle Knoten verbunden, ist das Minimalgerüst gefunden.



Der Greedy-Algorithmus liefert bei diesem Problem das minimale Gerüst, da es sich um ein „Matroid“ handelt. Das heißt, zu einem Wald mit m Kanten lässt sich von einem Wald T' mit $m + 1$ Kanten mindestens eine Kante auswählen, so dass bei Hinzufügen dieser Kante zu T' kein Kreis entsteht.

Nehmen wir also an, es gäbe ein Gerüst, dessen Gewicht geringer ist als das des Gerüsts, welches vom Greedy-Algorithmus gefunden wurde. Hier seien die Kanten von T und T' nach Größe aufsteigend sortiert. Nach Voraussetzung gibt es ein Element e'_i , das kleiner ist als das Element e_i des Greedy-Algorithmus. Betrachten wir die Mengen $E = \{e_1, \dots, e_{i-1}\}$ und $E' = \{e'_1, \dots, e'_i\}$. Dann muss es eine Kante $e' \in E'$ geben, die sich zu E hinzufügen lässt, ohne dass ein Kreis entsteht. Da diese Kante jedoch leichter ist als die vom Greedy-Algorithmus gewählte Kante e_i , hätte dieser die leichtere Kante hinzufügen müssen, ein Widerspruch zur Vorschrift des Algorithmus'. Folglich liefert der Greedy-Algorithmus das kleinste Gerüst.

Quellen

- Martin Grötschel: *Schnelle Rundreisen: Das Travelling Salesman-Problem*

3.6 Das Problem des Handlungsreisenden - Teil 2

Tobias Blum
Betreuer: Christian Englisch

Gegeben sei ein vollständiger Graph, in dem wir eine Hamiltontour suchen wollen. Wenn wir die kürzeste Rundtour finden wollen, müssten wir den Brute-Force-Algorithmus anwenden, also alle Rundtouren überprüfen, da uns bis jetzt noch kein anderer Algorithmus bekannt ist, der die beste Lösung findet. Das Problem ist aber, dass hier die Laufzeit extrem schnell wächst: Bei 3 Knoten hat man noch eine einzelne mögliche Rundtour, bei 4 Knoten schon 3 Rundtouren, bei 5 Knoten 12 Rundtouren und bei 6 Knoten sogar 60 Rundtouren. Die Anzahl der möglichen Rundtouren beträgt allgemein $\frac{(n-1)!}{2}$, wobei n die Anzahl der Knoten ist. Bei 16 Städten erhalten wir beispielsweise bereits über 350 Milliarden verschiedene Rundtouren. Davon jede zu ermitteln und die kürzeste auszuwählen, würde nicht erlebbar Zeit dauern und ist daher nicht geeignet, wenn zum Beispiel ein Handlungsreisender am nächsten Tag eine Rundtour durch die 16 Bundesländer Deutschlands machen müsste.

Deshalb kommen in der Praxis zur Lösung des Problems des Handlungsreisenden Heuristiken zum Einsatz. Diese liefern zwar nicht die beste Lösung, aber dennoch eine gute. Heuristiken arbeiten schnell und sind dadurch effizient, auch wenn sie im Allgemeinen nicht die optimale Lösung ausgeben.

Die erste mögliche Heuristik, die hier oft zum Einsatz kommt, ist die *Minimum Spanning Tree*-Heuristik (MST). Um diese Heuristik anwenden zu können, benötigen wir einen vollständigen und gewichteten Graphen (siehe zum Beispiel Abb. 6). Das bedeutet, dass zwischen je zwei Punkten eine direkte Kante verläuft und dass das Gewicht jeder Kante bekannt ist. Dieses kann zum Beispiel die Länge des Weges oder die benötigte Zeit repräsentieren. Der erste Schritt in dieser Heuristik besteht darin, einen minimalen aufspannenden Baum zu finden, zum Beispiel über den Greedy Algorithmus von Kruskal (vgl. Abb. 2). Nachdem man einen minimalen aufspannenden Baum B_{min} gefunden hat, verdoppelt man dessen Kanten; dadurch wird gewährleistet, dass jeder Knoten einen geraden Grad besitzt und somit eine Eulertour möglich ist. Nun müssen wir die Eulertour in diesem Graphen finden. Je nachdem an welchem Knoten wir anfangen und in welche Richtung wir gehen, können wir am Ende ein schlechteres oder ein besseres Ergebnis erhalten; dies ist vorher nicht abzusehen. Der letzte Schritt ist nun, die konstruierte Eulertour abzugehen, wobei bereits besuchte Knoten einfach übersprungen werden (siehe Abb. 4). Wenn jeder Knoten einmal besucht ist, kehren wir zum Startknoten zurück. Das Gewicht so erhaltener Touren ist also stark davon abhängig, wo wir die Eulertour starten und in welche Richtung wir gehen.

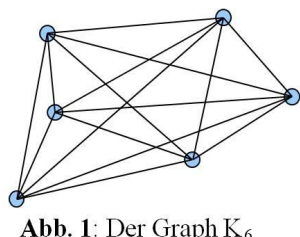
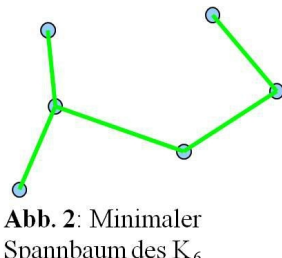
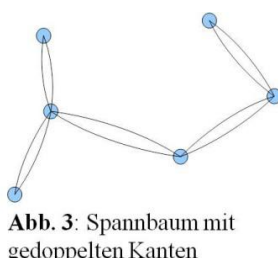
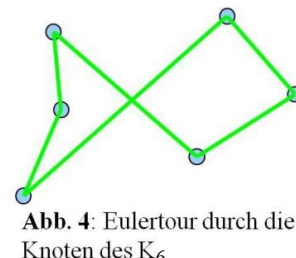
Abb. 1: Der Graph K_6 Abb. 2: Minimaler Spannbaum des K_6 

Abb. 3: Spannbaum mit gedoppelten Kanten

Abb. 4: Eulertour durch die Knoten des K_6

Die Frage, die man sich jetzt stellt, ist, warum man denn Heuristiken benutzt, wenn man nicht weiß, wie gut das Ergebnis ist. Die Lösung könnte ja theoretisch auch beliebig schlecht sein. Die Antwort ist, dass man bei dieser Heuristik dennoch abschätzen kann, in welchem Bereich das Ergebnis liegt. Man ist also in der Lage, eine Aussage darüber zu treffen, wie schlecht die Tour im schlimmsten Falle werden kann.

Unter der Voraussetzung, dass die Dreiecksungleichung in jedem Teildreieck des Graphen gilt, nehmen wir nun an, die optimale Tour T_{opt} bereits gefunden zu haben.

Wenn wir jetzt bei T_{opt} eine beliebige Kante entfernen, dann erhalten wir einen aufspannenden Baum B_{Tour} des Graphen, da dann zwar immer noch alle Knoten verbunden sind, es aber keinen Kreis mehr gibt. Das Gewicht von B_{min} ist kleiner gleich dem Gewicht des eben erhaltenen B_{Tour} , wobei das Gewicht B_{Tour} auch kleiner als T_{opt} ist.

Da wir alle Kanten in B_{min} verdoppelt haben, um die Eulertour zu bilden, ist das Gewicht der Eulertour T_{Euler} also das zweifache Gewicht unseres minimalen aufspannenden Baumes und somit ist das Gewicht der Eulertour auch kleiner gleich dem zweifachen Gewicht von T_{opt} . Die Rundtour, die wir nur durch Abkürzen der Eulertour erhalten haben, hat nun ein Gewicht, welches kleiner gleich dem zweifachen Gewicht von T_{opt} ist.

Wir erhalten bei dieser Heuristik also immer eine Lösung, deren Gewicht maximal 100% von dem Gewicht der optimalen Tour abweicht. Dies ist schon sehr gut, da es genug Heuristiken gibt, für die überhaupt keine Güteabschätzung existiert.

Die zweite Heuristik, die wir betrachten, ist die *Christofides*-Heuristik. Sie ist eine Verbesserung der MST-Heuristik. Gegeben ist wie bei der MST-Heuristik ein vollständiger und gewichteter Graph; und man erhält am Ende wieder eine Hamiltontour, die durch alle Knoten des Graphen führt. Wie bei der MST-Heuristik bilden wir als erstes den minimalen Spannbaum B_{min} . Nun werden alle Knoten ungeraden Grades in B_{min} miteinander verbunden, sodass alle Knoten geraden Grad haben und eine Eulertour möglich ist. Hierzu wird das kürzestmögliche Matching verwendet. Da es immer eine gerade Anzahl an Knoten mit ungeradem Grad gibt, gibt es dieses minimale perfekte Matching auch immer. Wir bilden dann wie bei der MST-Heuristik wieder eine Eulertour T_{Euler} über alle gefundenen Kanten. Diese wird nun abgelaufen und bereits besuchte Knoten werden wieder übersprungen.

Um eine Aussage über die Gütegarantie der Christofides-Heuristik zu treffen, markieren wir in dem gegebenen vollständigen und gewichteten Graphen alle Knoten, die in dem minimalen Spannbaum einen ungeraden Grad haben. Wir nehmen wieder an, dass wir eine optimale Rundtour T_{opt} gefunden hätten.

Auf T_{min} markieren wir alle Knoten, die in B_{min} ungeraden Grad haben. Wir bilden dann zwei alternierende Matchings auf diesen Knoten: Je zwei auf T_{min} benachbarte markierte Knoten werden gematcht (siehe Abb. 5). Anschließend werden die nächsten Nachbarn wiederum gematcht. Es entstehen so Pärchen von benachbarten markierten Punkten. Ist ein Matching gefunden, bilden wir ein zweites komplementäres Matching. Wenn wir nun beide Matchings zusammenfügen, erhalten wir eine Rundtour durch alle Knoten, die wir markiert hatten. Diese Rundtour ist höchstens so lang wie die optimale Tour, da diese über mehr Knoten führt und jedes Teilstück somit länger ist als

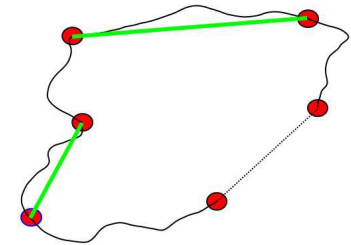


Abb. 5: alternierendes Matching

der direkte Weg von einem markierten Knoten mit ungeradem Grad zum nächsten Knoten mit ungeradem Grad. Außerdem ist das Gewicht des ersten Matchings plus das des zweiten Matchings auf jeden Fall größer gleich dem zweifachen Gewicht des minimalen Matchings. Das bedeutet, dass das Gewicht unseres minimalen perfekten Matchings kleiner gleich dem halben Gewicht der optimalen Tour ist:

Unsere Eulertour hat das Gewicht des minimalen perfekten Matchings plus das des minimalen Spannbaums. Wie wir bei der vorherigen Heuristik abgeschätzt haben, ist das Gewicht des minimalen Spannbaums kleiner gleich dem der optimalen Rundtour. Also ist unsere Eulertour kürzer als das 1,5-fache der optimalen Tour. Bei unserer Hamiltontour wird wieder abgekürzt, also erhalten wir mit der Christofides-Heuristik immer eine Tour, die maximal 50% länger als die optimale Rundtour ist. Wir haben also im Vergleich zu der vorherigen Heuristik einen deutlichen Fortschritt erzielt.

Quellen

- Martin Grötschel: *Schnelle Rundreisen: Das Travelling Salesman-Problem*

3.7 Die Museumswächter

Bianca Kühnel
Betreuerin: Lena Walter

Heutzutage gibt es Museen in den unterschiedlichsten Formen und Größen. Dabei benötigt jedes Museum Museumswächter, die für Ordnung sorgen. Das von Victor Klee 1973 gestellte Problem macht hieraus eine mathematische Fragestellung. Es wird dabei eine (allgemeine) Antwort auf die Frage

gesucht, wie viele Wächter nötig sind, um ein Museum vollständig zu überwachen; unter der Voraussetzung, dass die Wächter sich zwar um jeden Winkel drehen dürfen, aber an ihrer Position verharren.

Um das Problem mathematisch zu modellieren, stellen wir uns den Grundriss des Museums als ein geschlossenes, ebenes Polygon vor. Bei einer konvexen Grundfläche benötigt man nur einen Wächter und kann diesen noch dazu an einer beliebigen Stelle positionieren.

Nun gibt es allerdings, wie zu Beginn erwähnt, Museen in allen Formen. Man kann sich vorstellen, dass es bei komplexeren Museen sehr schwierig sein kann, allein durch Ausprobieren auf die Anzahl benötigter Wächter zu kommen.

Der folgende Beweis von Steve Fisk liefert sowohl eine obere Abschätzung für diese Anzahl als auch eine Methode zur Platzierung der Wächter.

Satz: Für jedes Museum mit n Wänden reichen $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ Wächter aus.

Beweis

Schritt 1: Triangulierung eines ebenen Polygons

Hilfssatz: Für jedes ebene Polygon existiert eine Triangulierung.

Beweis per Induktion: Sei n die Anzahl der Ecken. Für $n = 3$ handelt es sich um ein Dreieck, sodass ein Wächter ausreicht. Ist $n \geq 4$, so genügt es, zu gewährleisten, dass wir immer eine Diagonale finden. Denn diese teilt dann das Polygon P in zwei kleinere Teilpolygone, von denen man dann induktiv annehmen darf, dass sie triangulierbar sind. Durch Zusammensetzen zum Ausgangspolygon ergibt sich eine Triangulierung dessen.

Die Ecke eines Polygons heißt konvex, wenn der innere Winkel weniger als 180° beträgt. Bildet man die konvexe Hülle P' von P , so sind die Ecken von P' genau die konvexen Ecken von P . P' hat mindestens 3 Ecken, also besitzt P mindestens 3 konvexe Ecken.

Daher darf man als eine Ecke A des Polygons eine solche wählen, die konvex ist. Es seien B und C Nachbarecken von A .

Für die Strecke BC gibt es nun zwei Möglichkeiten: Entweder sie liegt in P , dann hat man die Diagonale gefunden, oder das Dreieck ABC enthält weitere Ecken von P .

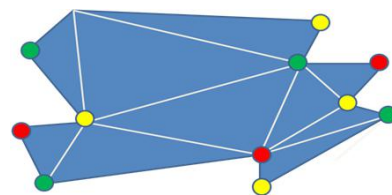
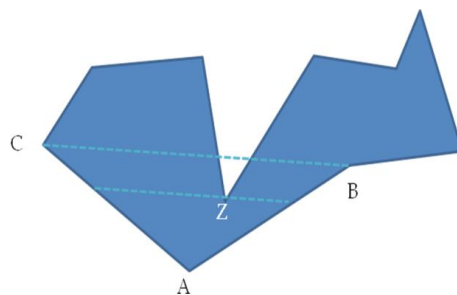
Im zweiten Fall verschieben wir BC in Richtung A , bis die letzte Ecke, die das Dreieck ABC enthält, auf $B'C'$ liegt. Nennen wir diese Ecke Z , so ist AZ eine Diagonale von P .

Somit ist bewiesen, dass jedes ebene Polygon eine Diagonale hat, und damit weiß man auch, dass es triangulierbar ist.

Schritt 2: Färbbarkeit eines triangulierten Polygons

Zunächst ist festzustellen, dass ein trianguliertes Polygon P einen Graph definiert. Dabei sind die Ecken von P die Knoten und die Diagonalen und Seiten von P die Kanten des Graphen.

Silfssatz: Jedes wie oben induktiv triangulierte Polygon ist dreifärbbar.



Beweis: Für $n = 3$ ist der Graph dreifärbbar. Für $n > 3$ wählt man zwei Ecken u und v , die durch die Diagonale uv verbunden sind. uv zerlegt den Graph nun in zwei kleinere Graphen, die beide uv als Kante enthalten. Wieder lässt sich induktiv folgern, dass beide Teile des Graphen dreifärbbar sind. Dabei darf man annehmen, dass die Ecke u mit der Farbe 1 und die Ecke v mit der Farbe 2 gefärbt wird. Durch Zusammenfügen der Teilgraphen erhält man eine kollisionsfreie Dreifärbung des ganzen Graphen.

Schritt 3: Zusammenhang zum Museumswächterproblem und allgemeine Lösung

Liegt der Grundriss nun in Form eines dreifärbten Graphen vor, so lässt sich daraus die maximale Anzahl der Wächter ermitteln. Insgesamt besitzt das Polygon P n Ecken. Wählt man nun nur diejenigen mit der Farbe, welche am seltensten vorkommt, so erhält man höchstens $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ Ecken. Platziert man in jeder dieser Ecken einen Wächter, so kann dieser jeweils mindestens sein Dreieck überblicken. Damit ist es möglich, ein allgemeines Museum mit höchstens $\frac{n}{3}$ Wächtern zu überwachen.

Dass diese Schranke im Allgemeinen auch nicht mehr verbessert werden kann, zeigt folgendes Beispiel.

Nimmt das Museum die Form eines Kammes an, so sind auch mindestens $\frac{n}{3}$ Wächter zur Überwachung notwendig.



Im Kurs wurde noch das analoge Problem mit „sitzenden“ Wächtern betrachtet, die einen Blickwinkel von 180° haben. Zur Lösung haben wir mittels Pseudotriangulierungen die Lösung $\lfloor \frac{2n-k}{3} \rfloor$ erhalten, wobei k die Anzahl der konvexen Ecken von P zählt.

Quellen

- Martin Aigner, Günter M. Ziegler: *Das Buch der Beweise*, 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin 2010

3.8 Eine Reise zu den Grenzen des Unbekannten

Kilian Klug

Betreuer: Georg Bube

Wer hat nicht schon einmal ein Navigationssystem benutzt, um sich den kürzesten oder auch schnellsten Weg von A nach B berechnen zu lassen? – Oder einen Routenplaner im Internet, um mal schnell zu prüfen, wie weit entfernt Ort X mit dem Auto ist?

Aber wie finden besagte Hilfsmittel eigentlich diesen Weg unter den abertausenden von möglichen Wegen? – Und wie kann das Problem für den Computer modelliert werden?

Modellierung

Zuerst einmal kümmern wir uns um die Modellierung. Handelt es sich beim zu modellierenden Objekt um eine Landkarte, so können wir diese in einen gewichteten ungerichteten Graphen mit nichtnegativen Kantengewichten umwandeln. Dabei werden Städte durch Knoten und Straßen zwischen Städten durch gewichtete Kanten zwischen entsprechenden Knoten dargestellt.

Dijkstra-Algorithmus

Im Folgenden stellen wir den Dijkstra-Algorithmus vor, der auf einem solchen gewichteten ungerichteten Graphen mit nichtnegativen Kantengewichten kürzeste Wege von einem Startknoten 1 zu allen anderen Knoten im Graphen berechnet. Dieser Algorithmus wurde 1959 von Edsger W. Dijkstra veröffentlicht. Er könnte in Pseudocode wie folgt aussehen (die Knoten sind mit 1 bis n benannt):

1. Knoten 1 erhält permanentes Label $L_1 := 0$.
Die Restknoten $j = 2, \dots, n$ erhalten als temporäres Label $T_j := \infty$.
Setze $k := 1$ (starte mit Knoten 1).
2. Für jeden nur temporär gelabelten Nachbarn j von k :
Bestimme $L_k + w(k, j)$ (Länge des Weges nach j über k)
FALLS $L_k + w(k, j) < T_j$
 setze $T_j := L_k + w(k, j)$
 setze k als Vorgänger von $j : V_j := k$
3. Wähle neuen nur temporär gelabelten Knoten k , dessen temporäres Label T_k minimal ist.
Dieser Knoten erhält permanentes Label $L_k := T_k$.
4. FALLS alle Knoten permanent markiert
 STOP
 SONST gehe zu 2.

Korrektheitsbeweis

Wir beweisen die Korrektheit des Dijkstra-Algorithmus durch Induktion. Ist die permanente Distanz korrekt berechnet worden, so wurde ein kürzester Weg gefunden.

Induktionsanfang ($i = 0$): Nach dem ersten Schritt (also vor dem ersten Schleifendurchlauf) hat Knoten 1 permanente Distanz 0. Da die Kantengewichte im betrachteten Graphen alle nichtnegativ sind, ist dies die korrekte permanente Distanz.

Induktionsannahme: Für $0 \leq m < i$ sind die permanenten Distanzen der im m -ten Schleifendurchlauf permanent markierten Knoten korrekt vom Dijkstra-Algorithmus berechnet worden.

Induktionsschritt: Wir zeigen per Widerspruchsbeweis, dass auch die permanente Distanz des im i -ten Schleifendurchlauf permanent markierten Knotens korrekt berechnet wird.

Angenommen, der im i -ten Schleifendurchlauf permanent markierte Knoten v_i ist der *erste* Knoten, für den der Dijkstra-Algorithmus die permanente Distanz L_i falsch (also zu groß) berechnet. Wir betrachten alle Wege minimaler Länge nach v_i . Diese haben eine Länge, die echt kleiner als L_i ist, denn ansonsten wäre L_i nicht falsch berechnet worden. Aus demselben Grund existiert auch mindestens ein solcher Weg. Außerdem können auf jedem dieser Wege nicht alle Knoten permanent markiert sein, denn ansonsten wäre L_i spätestens im $(i - 1)$ -ten Schleifendurchlauf auf die korrekte permanente Distanz gesetzt worden.

Sei v der erste temporär markierte Knoten in einem solchen Weg minimaler Länge, d.h. sein Vorgänger hat bereits eine richtig berechnete permanente Distanz. Des Weiteren sei d die Länge des betrachteten Weges von v bis v_i . Es gilt $T_v + d < L_i$, denn die permanente Distanz des Vorgängers von v wurde korrekt berechnet und damit T_v schon auf den Wert gesetzt, den es im betrachteten Weg als Distanz hat. Da alle Kantengewichte nichtnegativ sind, folgt $T_v < L_i = T_i$. Das kann aber nicht sein, denn in diesem Fall hätte der Dijkstra-Algorithmus v und nicht v_i im i -ten Schleifendurchlauf ausgewählt. Also muss unsere Annahme, dass L_i und damit die Länge des kürzesten Weges vom Knoten 1 nach v_i nicht korrekt berechnet wurde, falsch gewesen sein – der Dijkstra-Algorithmus berechnet also kürzeste Wege von einem Startknoten zu allen anderen Knoten des Graphen.

Quellen

- Stephan Hußmann, Brigitte Lutz-Westphal: *Kombinatorische Optimierung erleben*, 1. Auflage, Vieweg-Verlag, Wiesbaden 2007
- Dietlinde Lau: *Algebra und Diskrete Mathematik 2*, Springer-Verlag
- Gerald Teschl, Susanne Teschl: *Mathematik für Informatiker*, Band 1, 2, Auflage, Springer-Verlag
- <http://www.mayr.informatik.tu-muenchen.de/lehre/2011WS/ds/2012-02-07.pdf> (28.07.12)

3.9 Ein Fünf-Farben-Satz

Tobias Gehl

Betreuer: Benedikt Weygandt

Bei diesem Färbeproblem wird gefragt, wie viele Farben zum Färben einer ebenen Landkarte benötigt werden. Die Bedingung dabei ist, dass benachbarte Länder verschiedene Farben erhalten. Zwei Länder gelten dabei als benachbart, wenn sie nicht nur an isolierten Punkten aneinandergrenzen. Nachfolgend wollen wir zunächst zeigen, dass man eine Landkarte immer mit sechs Farben einfärben kann, dann zeigen wir, dass sogar fünf Farben stets ausreichen. Tatsächlich genügen sogar stets vier Farben, der Beweis dieses Vier-Farben-Satzes verwendet jedoch massiven Computereinsatz und ist für unseren Rahmen zu umfangreich.

Als Erstes stellt sich die Frage, wie das Färben einer Landkarte auf ein Problem in der Graphentheorie reduziert werden kann. Dazu wird die Landkarte in einen Graphen umgewandelt werden. Dies geschieht, indem in jedes Land ein Knoten gesetzt und benachbarte Länder mittels einer Kante verbunden werden. Die ursprüngliche Landkarte kann so durch einen planaren Graphen modelliert werden; die Färbbarkeitsbedingung besagt, dass die beiden Ecken jeder Kante verschiedenfarbig sind.

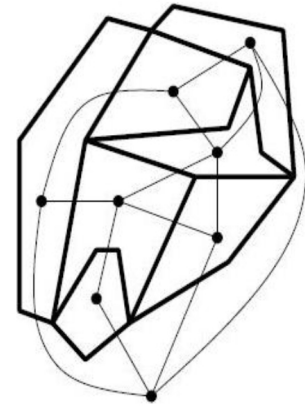


Abbildung 1: Landkarte und zugehöriger Graph

Satz: Jeder plättbare Graph kann mit sechs Farben konfliktfrei gefärbt werden.

Beweis: Der 6-Farben-Satz kann mithilfe von Induktion nach der Anzahl n der Ecken des Graphen bewiesen werden:

Induktionsanfang: Im Fall $n \leq 6$ Länder erhält jedes Land eine unterschiedliche Farbe.

Induktionsannahme: Ein Graph mit $n - 1$ Ecken ist 6-färbbar.

Induktionsschritt: Wie wir aus dem Vortrag 3.1 zu planaren Graphen und Polyedern wissen, hat der Graph G eine Ecke v vom Grad höchstens 5. Wird v entfernt, erhält man den Graphen $G' = G \setminus v$. Dieser ist nach Induktionsvoraussetzung 6-färbbar. Da die Ecke v maximal 5 Nachbarn hat, lässt sie sich mit der sechsten Farbe färben. Folglich ist auch G 6-färbbar.

Satz: Jeder plättbare Graph kann mit fünf Farben konfliktfrei gefärbt werden.

Auch der 5-Farben-Satz kann noch mittels Induktion bewiesen werden, mit Hilfe einer cleveren Verschärfung der Behauptung, genannt *starke 5-Listenfärbbarkeit*. Diese impliziert die sog. *5-Listenfärbbarkeit* und insbesondere 5-Färbbarkeit.

Bei einer Listenfärbung wird jedem Knoten $v \in V$ eine Liste $C(v)$ mit für diesen Knoten zulässigen Farben zugewiesen. Eine Listenfärbung ist nun eine konfliktfreie Färbung von G , wobei jeder Knoten $v \in V$ nur mit Farben aus $C(v)$ gefärbt werden darf. Sind alle Farblisten $C(v)$ identisch, erhalten wir also wieder den Spezialfall einer „normalen“ Färbung.

Die listenchromatische Zahl $\chi_l(G)$ ist die Mindest-Listengröße, mit der für alle Farblisten $C(v)$ stets eine Listenfärbung existiert: $\chi_l(G)$ ist die kleinste Zahl, sodass für jede beliebige Zuweisung von Farblisten mit $|C(v)| = \chi_l(G)$ Elementen eine Listenfärbung existiert.

Das Hinzufügen von Kanten zu einem zu färbenden Graphen kann dessen listenchromatische Zahl nur erhöhen. Deshalb betrachten wir den ungünstigsten Fall, bei dem Kanten so hinzugefügt wurden, dass alle beschränkten Gebiete durch Dreiecke begrenzt werden (siehe 3.7). Wenn für diesen Fall die 5-Listenfärbbarkeit bewiesen ist, folgt sie auch für den Ausgangsgraphen ohne fast-Triangulierung.

Die listenchromatische Zahl $\chi_l(G)$ ist größer oder gleich der chromatischen Zahl $\chi(G)$: Ist G k -listenfärbbar, so existiert wie oben beschrieben auch eine entsprechende k -Färbung. Falls zum Färben von G mindestens k Farben benötigt werden, so existiert auch keine $(k-1)$ -Listenfärbung für G , da dieser sonst auch $(k-1)$ -färbbar wäre.

Sei G ein fast-triangulierter, ebener Graph mit Rand B und Farblisten $C(v) \forall v \in V$. G heißt stark 5-listenfärbbar, wenn aus den Bedingungen

- (i) zwei benachbarte Knoten $x, y \in B$ sind bereits mit Farben α, β gefärbt
- (ii) für alle weiteren $v \in B \setminus \{x, y\}$ gilt: $|C(v)| \geq 3$
- (iii) für alle $v \in V \setminus B$ gilt: $|C(v)| = 5$

die 5-Listenfärbbarkeit folgt.

Nun zum induktiven **Beweis der starken 5-Listenfärbbarkeit** fast-triangulierter ebener Graphen.

Induktionsanfang: Graphen mit $|V| = 3$ sind unter den Einschränkungen (i)-(iii) offensichtlich 5-listenfärbbar.

Induktionsannahme: Sei $n > 3$ und jeder Graph mit weniger als n Ecken sei stark 5-listenfärbbar.

Induktionsschritt: Der Graph G mit n Knoten erfülle (i)-(iii). Für den Schluss betrachten wir die folgenden beiden Fälle:

1. *Fall:* B besitzt eine Sehne (u, v) .

Die Sehne (u, v) teilt den Graphen G in zwei Teilgraphen G_1 und G_2 . Hier sei G_1 jener (fast-triangulierte) Teilgraph, der die benachbarten Ecken x und y enthält. Da G_2 mindestens eine Ecke enthält, hat G_1 weniger als n Ecken und ist nach Induktionsannahme passend zur Färbung von (x, y) 5-listenfärbbar (mit den aus G übernommenen Farblisten).

Durch diese Färbung werden u und v Farben γ und δ zugewiesen. Für G_2 erfüllen u und v nun die Voraussetzung (i). Alle Farblisten der höchstens $(n-1)$ Knoten von G_2 erfüllen die Bedingungen (ii) und (iii). Damit ist auch G_2 nach Induktionsannahme mit den gegebenen Farblisten 5-listenfärbbar. Daher ist auch G 5-listenfärbbar.

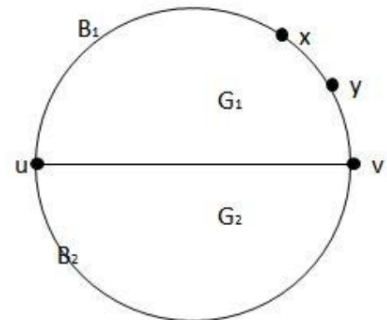


Abbildung 2: Unterteilung von G durch die Sehne (u, v)

2. *Fall:* B besitzt keine Sehne.

Der Knoten x hat auf B zwei Nachbarn, y und v_0 . Weiterhin seien x, v_1, \dots, v_t, w die Nachbarn von v_0 . Wenn wir v_0 und alle dazu inzidenten Kanten aus G entfernen, erhalten wir $G' = G \setminus v_0$. Nun gibt es wegen $|C(v_0)| \geq 3$ zwei Farben γ, δ in $C(v_0)$, die von α verschieden sind. Kommen γ oder δ in den Farblisten $C(v_i)$ der Punkte v_1, \dots, v_t vor, nehmen wir sie heraus, sodass $|C(v_i)| \geq 3 \forall v_i$ im Rand von G' weiterhin gilt. Für alle weiteren Knoten $u \in G'$ setzen wir $C'(u) = C(u)$.

G' enthält noch genau $n-1$ Knoten und erfüllt die Bedingungen (i)-(iii). Damit existiert nach Induktionsannahme eine 5-Listenfärbung mit Listen $C'(v)$ für G' . Im ungünstigsten Fall wird bei dieser Färbung für den Knoten w eine der beiden Farben γ oder δ benötigt, dann verbleibt aber für die Färbung von $v_0 \in G$ die jeweils andere

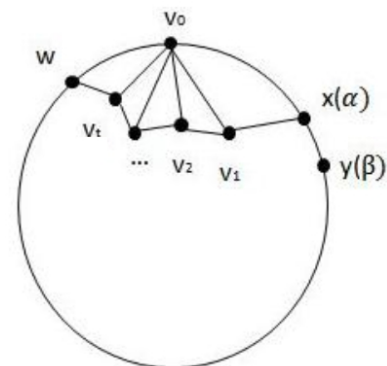


Abbildung 3: Knoten v_0 mit seinem Nachbarn aus G'

Farbe. Auf diese Weise kann die induktiv erhaltene 5-Listenfärbung von G' zu einer 5-Listenfärbung von G fortgesetzt werden, was zu zeigen war.

Quellen

- Martin Aigner, Günter M. Ziegler: *Das Buch der Beweise*, 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin 2010
- Stephan Hußmann, Brigitte Lutz-Westphal: *Kombinatorische Optimierung erleben*, 1. Auflage, Vieweg-Verlag, Wiesbaden 2007

3.10 Die chromatische Zahl der Knesergraphen

Maxim Gerspach
Betreuerin: Albrun Knof

Was ist ein Knesergraph? Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $N := \{1, \dots, n\}$. Die Eckenmenge des Knesergraphen $K(n, k)$ bilde die Menge $V(n, k)$ der k -elementigen Teilmengen von N . Zwei Ecken des $K(n, k)$ sind benachbart genau dann, wenn die zugehörigen k -elementigen Teilmengen disjunkt sind, also keine gemeinsamen Elemente haben. Es ist leicht zu sehen, dass der $K(n, k)$ für $k > n/2$ bzw. $2k > n$ keine Kanten besitzt, im Weiteren gelte also stets $2k \leq n$.

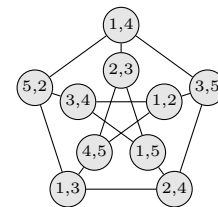


Abbildung 1: Der Knesergraph $K(5, 2)$

Nun fragen wir uns nach der chromatischen Zahl des $K(n, k)$: Wir setzen zunächst $d := n - 2k$. Eine mittlerweile bewiesene Vermutung von M. Kneser besagt, dass genau $d + 2$ Farben notwendig sind, um die Knoten des $K(n, k)$ konfliktfrei zu färben.

Für den Beweis zeigen wir zunächst, dass stets eine Färbung mit $d + 2$ Farben existiert. Anschließend zeigen wir, dass eine Färbung mit weniger Farben nicht möglich ist:

Es sei dazu

$$V_i := \{X \in V(n, k) : i \text{ ist kleinstes Element von } X\} \quad \text{für } i = 1, \dots, d + 1.$$

In die Menge V_{d+2} fügen wir alle verbleibenden k -elementigen Teilmengen von N ein. Jede k -Teilmenge $X \in V_{d+2}$ enthält (nach Konstruktion der übrigen V_i) nur Elemente aus $N' := \{d + 2, \dots, n\}$. Wegen $|N'| = n - d - 2 = 2k - 2 < 2k$ folgt, dass je zwei k -Teilmengen $X, Y \in V_{d+2}$ nicht disjunkt sind.

Für festes $i = 1, \dots, d + 2$ gilt also jeweils nach Konstruktion, dass die Elemente von V_i *nicht* disjunkt sind, die entsprechenden Punkte im Knesergraphen sind also *nicht* über eine Kante verbunden. Jedem Element von V_i ordnen wir nun dieselbe Farbe i zu, und erhalten so eine konfliktfreie Färbung des $K(n, k)$.

Nun bleibt zu zeigen, dass eine Färbung mit weniger Farben unmöglich ist. Dies wollen wir in ein Existenzproblem umformulieren:

Satz 1: Wird $V(n, k) = V_1 \dot{\cup} \dots \dot{\cup} V_{d+1}$ in $d + 1$ oder weniger disjunkte Teilmengen V_i aufgeteilt, so enthält mindestens eine der V_i ein Paar von disjunkten k -Mengen.

Dies beweisen wir mittels zweier Sätze über antipodale Punkte, dem von Borsuk-Ulam und dem von Lyusternik-Shnirel'man. Zunächst der Satz von Borsuk und Ulam:

Satz 2 (Borsuk, Ulam): Für jede stetige Abbildung der d -Sphäre in den d -dimensionalen Raum gibt es zwei gegenüberliegende Punkte, die auf denselben Punkt abgebildet werden.

Die Beweisidee zu Satz 2 für $d = 1$ und $d = 2$ ist die folgende:

$d = 1$: Man wähle sich auf der 1-Sphäre 2 diametral gegenüberliegende Punkte A und B und eine stetige Abbildung $f : S^1 \mapsto \mathbb{R}^1$ („Temperatur“). Ist $f(A) = f(B)$ so ist alles gezeigt. Ansonsten sei ohne Einschränkung $f(A) > f(B)$. Dann lassen wir $x = A$ auf dem Kreis wandern, bis x auf B liegt. Gleichzeitig wandert der antipodale Punkt $-x$ von B nach A . Da f stetig ist, müssen sich die zugehörigen Funktionswerte $f(x)$ und $f(-x)$ überkreuzen und wir haben unseren gesuchten Punkt.

$d = 2$: Nun beschäftigen wir uns mit einer stetigen Funktion $f : S^2 \mapsto \mathbb{R}^2$. Wandern wir auf einem beliebigen Pfad von einem Punkt $A \in S^2$ zu seinem Gegenüber $B \in S^2$, so finden wir stets einen Punkt x^* , mit $f_1(x^*) = f_1(-x^*)$. Die Menge solcher Punkte $M := \{x^* \in S^2 : f_1(x^*) = f_1(-x^*)\}$ muss also einen zusammenhängenden Pfad um die Sphäre enthalten, da ansonsten ein Paar $A, B \in S^1$ und ein A - B -Pfad existiert, bei dem die Bedingung für $d = 1$ nicht erfüllt ist. Auf diese Menge M wenden wir für f_2 erneut die Überlegungen für $d = 1$ an und erhalten $y \in M$ mit $f_2(y) = f_2(-y)$, also $f(y) = f(-y)$.

Als nächstes zeigen wir den Satz von Lyusternik und Shnirel'man:

Satz (Lyusternik, Shnirel'man): Wird die d -Sphäre von $d + 1$ Mengen überdeckt, von denen die ersten d offen sind, so enthält eine der Mengen ein Paar von gegenüberliegenden Punkten. Eine Teilmenge X von \mathbb{R}^n heißt offen, wenn für jeden Punkt aus X auch noch eine Umgebung um diesen Punkt vollständig in X liegt.

Zum Beweis sei $S^d = U_1 \cup \dots \cup U_d \cup U_{d+1}$ eine Überdeckung nach obiger Regel, von der wir annehmen, dass kein U_i gegenüberliegenden Punkte enthält. Die Funktion $f : S^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ mit $f_i(x) := \text{dist}(x, U_i)$ ist stetig und der Satz von Borsuk-Ulam sagt uns nun, dass gegenüberliegende Punkte x^* und $-x^*$ existieren, mit $f(x^*) = f(-x^*)$.

Nach Widerspruchsannahme gilt, dass x^* und $-x^*$ nicht beide in U_{d+1} enthalten sind. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit sei also x^* in U_i enthalten, einer der offenen Mengen U_1, \dots, U_d .

Dann ist $f_i(x^*) = \text{dist}(x^*, U_i) = 0$ und mit Borsuk-Ulam erhalten wir auch $f_i(-x^*) = \text{dist}(-x^*, U_i) = 0$. Damit ist $-x^*$ im Abschluss der offenen Menge U_i . Nach Widerspruchsannahme ist $U_i \cap (-U_i)$ leer und damit ist insbesondere $-x^* \notin (-U_i)$. Folglich würde also $x^* \notin U_i$ gelten, Widerspruch.

Wir beweisen nun die **Kneservermutung**:

Es sei $W := \{w_1, \dots, w_n\} \subset S^{d+1}$ eine beliebige Anordnung von $n = 2k + d$ Punkten auf der Einheits-sphäre in allgemeiner Lage, d.h. keine Hyperebene durch den Mittelpunkt enthält $d + 2$ der Punkte w_i .

Wir gehen davon aus, dass die Familie $W(n, k)$ der k -elementigen Teilmengen von W in $d + 1$ disjunkte (Farb-)Klassen V_1, \dots, V_{d+1} zerlegt ist. Nun gilt es zu zeigen, dass zwei disjunkte k -Teilmengen $A, B \in W(n, k)$ existieren, die derselben Farbklasse V_i angehören, bzw. auf das Problem bezogen, gilt es, zwei Punkte im Knesergraphen zu finden, welche dieselbe Farbe haben, obwohl sie benachbart sind.

Nun definieren wir:

$$O_i := \{x \in S^d : H_x \text{ enthält eine } k\text{-Teilmenge } X \subset W \text{ mit } X \in V_i\},$$

wobei H_x die offene Hemisphäre um den Pol x darstellt. Jedes O_i ist offen, da eine „Verschiebung von x um ε “ keine Veränderung der oben genannten Eigenschaft darstellt. Nun sei des Weiteren $C := S^{d+1} \setminus \left(\bigcup_{i=1}^{d+1} O_i \right)$. Für jedes $x \in C$ gilt also: H_x enthält keine einzige der k -Teilmengen von W . Die Mengen O_1, \dots, O_{d+1} sind alle offen und $S^d = \bigcup_{i=1}^{d+1} O_i$. Somit sagt uns der Satz von Lyusternik-Shnirel'man, dass eine der Mengen gegenüberliegende Punkte enthält. Es ist nicht C , denn wenn C gegenüberliegende Punkte enthalten würde, dann würden die offenen Hemisphären um diese Punkte jeweils höchstens $k - 1$ Punkte beinhalten, dies widerspricht der allgemeinen Lage der w_i . Folglich enthält eines der O_i gegenüberliegende Punkte x und $-x$. Somit existieren k -Teilmengen A und B , die beide in V_i sind, mit $A \in H_x$ und $B \in H_{-x}$. Da diese offenen Hemisphären disjunkt sind, sind auch A und B disjunkt, wir haben also die Mengen gefunden, die wir suchen.

Quellen

- Martin Aigner, Günter M. Ziegler: *Das Buch der Beweise*, 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin 2010

4 Physikkurs

Ähnlichkeiten in der Physik

Die Physik ist bei weitem nicht so kompliziert, wie es demjenigen erscheint, der sich erstmals mit ihr beschäftigt. Es gibt viele ähnliche Phänomene im Bereich der Mechanik, Optik, Elektrizitätslehre und Thermodynamik. Wir möchten im Kurs zunächst diese besprechen und Sie dann auf die Ähnlichkeiten aufmerksam machen. Das Erkennen der Ähnlichkeiten und der Grundprinzipien, die sie hervorrufen, hilft, die Phänomene der Physik besser einordnen zu können und damit dieses Gebiet besser zu verstehen. Beispiele sind etwa der „Verallgemeinerte Fluss - Strom, Wärmefluss, Flüssigkeitsströmung, Diffusion“ oder „Exponentielle Annäherung - Füllen eines Wasserbehälters, Aufladen eines Kondensators, Erwärmen eines Metalls, Grenzggeschwindigkeit“ oder „Fourier-Optik - was das Klangspektrum der menschlichen Stimme mit dem Auflösungsvermögen eines Mikroskops zu tun hat“.

Um die Physik an praktischen Beispielen unmittelbar erleben zu können, bringen wir einen Lastwagen voller Experimente mit.

Voraussetzung für diesen Kurs ist ein Interesse am Verständnis der Grundlagen vieler physikalischer Phänomene, ferner sollte man der Mathematik nicht feindlich gegenüber stehen.

Kursleitung

Dr. Wolf Aßmus, Professor für Physik an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main, Gerald Kucera-Professur für Materialforschung, Tätigkeit in der Lehrerausbildung

Dr. Helmar Becker, Diplomphysiker und Lehrer

4.1 Energie und Impuls

Ann-Katrin Liebe
Betreuer: Alexander Dick

Erhaltungssätze der Physik

Erhaltungssätze sind Erfahrungssätze und Formulierungen, die aus beobachteten Tatsachen aufgestellt werden, z.B. dass sich eine Größe (Erhaltungsgröße) bei bestimmten physikalischen Prozessen in einem abgeschlossenen System nicht ändert.

Energie

Energie allgemein ist eine Zustandsgröße, die die Fähigkeit beschreibt, Arbeit zu verrichten. Sie wird im System gespeichert, wenn dem System Arbeit zugeführt wird, und abgegeben, wenn das System Arbeit verrichtet. Die Einheit von Energie ist Joule oder Newtonmeter: $1J = 1Nm = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot m$.

Energieformen

Es gibt verschiedene Formen, in der Energie vorkommen kann. Die zwei wichtigsten im Bereich der Mechanik sind die kinetische Energie $E_{kin} = \frac{1}{2}m \cdot v^2$, auch Bewegungsenergie genannt, und die potentielle Energie $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$, auch Lageenergie genannt.

Energieerhaltungssatz

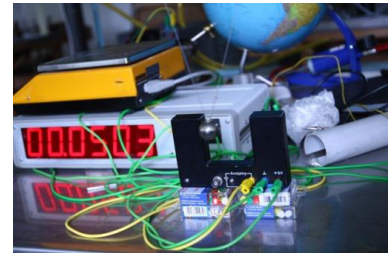
In einem abgeschlossenen System ist die Gesamtenergie konstant. Die Energie wird nur umgewandelt - bei unserem Beispiel eines idealisierten reibungsfreien Pendels von potentieller in kinetische Energie

und umgekehrt. Dies wäre eine Vereinfachung, denn oft wird ein Teil der Energie auch in andere Energieformen umgewandelt, zum Beispiel in die Rotationsenergie. Energie kann nicht verbraucht werden oder verloren gehen, denn die Gesamtenergie im System muss erhalten bleiben.

$$E_{ges} = E_{pot} + E_{kin} = const.$$

Energieumwandlung

Bei der Umwandlung von Energie gilt der eben genannte Energieerhaltungssatz, es steht nur eine bestimmte Gesamtenergie zur Verfügung. Als einfaches Beispiel haben wir im Kurs zur Energieumwandlung von potentieller in kinetischer Energie und wieder zurück einen Versuch mit einem Pendel gemacht. Wir konnten mit Hilfe einer Lichtschranke die Durchgangszeit des Pendels durch den Tiefpunkt und somit auch die Geschwindigkeit des Pendels ermitteln. Damit konnten wir die Energieerhaltung beim Pendel näherungsweise bestätigen. Jedoch haben wir beobachtet, dass die Summe aus kinetischer und potentieller Energie des Pendels auf Grund von Reibung langsam abnimmt.



Impuls

Der Impuls ist eine physikalische Bewegungsgröße und Bewegungsmenge. Er ist definiert durch $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ und somit eine vektorielle Größe, dabei ist die Richtung des Impulsvektors gleich der Richtung des Geschwindigkeitsvektors. Der Impuls ist proportional zur Masse und zur Geschwindigkeit. Die Einheit des Impulses ist $[p] = 1 \frac{kg \cdot m}{s}$

Impulserhaltungssatz

Der Impulserhaltungssatz ähnelt dem Energieerhaltungssatz, denn der Gesamtimpuls eines abgeschlossenen Systems ist nach Betrag und Richtung konstant. Außerdem ist die Summe aller Einzelimpulse vor und nach der Wechselwirkung gleich. Die Einzelimpulse können innerhalb des Systems ausgetauscht werden, dabei ist das System abgeschlossen gegen die Wirkung äußerer Kräfte.



Wir haben uns der Impulsübertragung bei zentralen Stößen auf einer Gerade gewidmet. Nach diesen Experimenten im Kurs haben wir das Newton-Pendel betrachtet, dabei handelt es sich um eine Abfolge von elastischen Stößen, bei denen sowohl die Energieerhaltung als auch die Impulserhaltung gilt. Beim unelastischen Stoß, bei dem auch die Impulserhaltung, aber nicht die kinetische Energieerhaltung gilt, dabei werden Teile der Energie in Wärme umgewandelt, welche für die Bewegung nicht mehr zur Verfügung stehen.

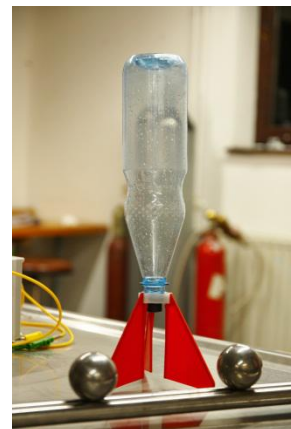
Aus der Kombination der Impulserhaltung $n_1 \cdot m \cdot v_1 = n_2 \cdot m \cdot v_2$ und der Energieerhaltung $n_1 \cdot \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 = n_2 \cdot \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$ konnten wir belegen, dass die Kugeln „wissen“, wie viele Kugeln auf der einen Seite des Newton-Pendels aufgeprallt sind und wie viele dem entsprechend auf der anderen Seite wegfliegen müssen. Daraus lässt sich schließen, dass sowohl die Geschwindigkeiten $v_1 = v_2$ als auch die Anzahl der Kugeln $n_1 = n_2$ auf beiden Seiten gleich sind.

Darüber hinaus haben wir verschiedene Versuche mit Raketen gemacht, bei denen jeweils die Impulserhaltung gilt. Wir hatten eine Stickstoff-, eine Wasser- und eine Alkoholrakete zur Verfügung. Das Rückstoßprinzip findet Anwendung bei den Raketen, dabei wird ein Großteil der Masse in Form von Treibstoff oder Verbrennungsgasen nach hinten ausgestoßen. Dies führt zu einer Geschwindigkeits-

zunahme in die entgegengesetzte Richtung.

Die Raketengleichung $m(t) = m_0 \cdot e^{-\frac{v(t)}{v_{rel}}}$ haben wir mit Hilfe der Impulserhaltung hergeleitet. Dabei ist m_0 die Startmasse und v_{rel} die Austrittsgeschwindigkeit relativ zur Rakete.

Die maximale Geschwindigkeit erreicht die Rakete zum Zeitpunkt des Brennschlusses. Mit realistischen Daten für $v_{rel} = 4 \frac{km}{s}$ und einem Massenverhältnis von Start- zu Endmasse 5 : 1 erhält man eine Endgeschwindigkeit von etwa $6,5 \frac{m}{s}$. Dies reicht nicht aus, um das Gravitationsfeld der Erde zu verlassen. Dafür verwendet man mehrstufige Raketen, die die Brennstufe nach dem Ausbrennen abwerfen. Dadurch lässt sich die Fluchtgeschwindigkeit von $11,2 \frac{m}{s}$ erreichen.



Quellen

- Hans J. Paus: *Physik in Experimenten und Beispielen*, 2. Auflage, Carl-Hanser-Verlag, München/Wien 2002
- <http://doerler.gmxhome.de/> (7.07.2012)
- http://www.leifiphysik.de/web_ph11/materialseiten/m05_erhaltungssatz.htm (7.07.2012)
- <http://www.systemdesign.ch/index.php?title=Kugelstosspendel> (7.07.2012)
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Erhaltungssatz> (7.07.2012)
- http://www.youtube.com/watch?v=KkBM-mI_jeE (7.07.2012)
- <http://www.youtube.com/watch?v=vr-Go0ujfdU> (7.07.2012)
- <http://www.youtube.com/watch?v=y9jYz8rGN1M> (7.07.2012)

4.2 Drehbewegungen

Daniel Liedtke

Betreuer: Alexander Dick

Bei einer Drehbewegung ändert sich die Richtung des bewegten Objekts an jedem Punkt der Drehbewegung, außerdem hat jeder Punkt des bewegten Objekts eine andere Geschwindigkeit. Deshalb ist es ratsam, hierfür eine neue Größen einzuführen: Anstatt die zurückgelegte Strecke zu betrachten, betrachtet man den überstrichenen Winkel ϕ . Anstelle von Geschwindigkeit und Beschleunigung betrachtet man Winkelgeschwindigkeit ω und Winkelbeschleunigung α . Diese berechnet sich, analog zu Geschwindigkeit und Beschleunigung, als erste und zweite Ableitung, allerdings nicht der Strecke, sondern des überstrichenen Winkels ϕ nach der Zeit, man schreibt: $\omega = \dot{\phi}$ und $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\phi}$. Nun kann man entsprechende Größen zu allen Größen der linearen Bewegung definieren.

Drehmoment

Analog zur Kraft bei linearen Bewegungen führt man für Drehbewegungen das Drehmoment M ein. Ein Drehmoment entsteht, wenn eine Kraft auf einen drehbar gelagerten Körper wirkt. Je weiter entfernt dabei der Angriffspunkt von der Drehachse ist, desto größer ist das Drehmoment und damit die Winkelbeschleunigung des Objektes. Außerdem wirkt nur der Anteil der Kraft beschleunigend, der senkrecht zum Kraftarm wirkt. Man schreibt: $M = r \times F$.

Genau wie die Kraft misst man auch Drehmomente mithilfe von Federn, allerdings mit Torsionsfedern. Analog zum linearen Prozess gilt hier: $M = D^* \cdot \phi$, wobei D^* die Winkelrichtgröße und ϕ der überstrichene Winkel ist. D^* zeigt analog zur Federhärte einer linearen Feder an, wie schwer es ist, die Feder zu verdrehen.

Das Drehmoment ist, wie die Kraft F zur Beschleunigung a , proportional zur Winkelbeschleunigung α des Körpers. Man schreibt $M = J \cdot \alpha$. So wie die Masse m bei linearen Bewegungen die Trägheit eines Körpers beschreibt, beschreibt J die Trägheit des Körpers bei Drehbewegungen an, man nennt es deshalb Trägheitsmoment.

Drehtarbeit

Bei linearen Bewegungen gilt $W = \int F \cdot ds$, wenn $s \parallel F$. Da $s = r \cdot \phi$ und da r konstant ist, gilt $ds = r \cdot d\phi$ und damit erhält man $W = \int F \cdot ds = \int F \cdot r \cdot d\phi = \int M \cdot d\phi$. Hieraus lässt sich für die Spannarbeit einer Torsionsfeder herleiten:

$$W_s = \int M d\phi = \int_0^{\phi_0} D^* \cdot \phi \cdot d\phi = \frac{1}{2} D^* \cdot \phi_0^2$$

Rotationsenergie

Aus $M = J \cdot \alpha$ und $W = \int M \cdot d\phi$ kann man auch eine Formel für die Rotationsenergie herleiten:

$$E_{rot} = \int M \cdot d\phi = \int J \alpha \cdot d\phi = J \int \frac{d\omega}{dt} \cdot d\phi = J \int \omega \cdot d\omega = \frac{1}{2} J \omega^2$$

Man kann die Rotationsenergie auch berechnen, indem man den rotierenden Körper in einzelne Masselemente zerlegt, und für jedes einzelne die Bewegungsenergie berechnet. Sind die einzelnen Masselemente nämlich genügend klein, so besitzen sie nur noch eine einzige Geschwindigkeit, so dass man ihre Bewegungsenergie mit der Formel für lineare Bewegungen berechnen kann.

$E_{rot} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$. Da $v = \frac{ds}{dt} = \frac{d\phi \cdot r}{dt} = \omega r$, gilt:

$$\frac{1}{2} J \omega^2 = E_{rot} = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2, \quad J = \sum_i m_i r_i^2 = \int r^2 dm$$

Drehimpuls

Auch für den Impuls $\vec{p} = m\vec{v}$ gibt es eine analoge Größe: den Drehimpuls L . Der Drehimpuls ist genau wie der Impuls eine Erhaltungsgröße. Ein Drehimpuls wird durch einen Momentenstoß $S_M = \int M dt = \Delta L$ übertragen. Da $M = r \times F$ gilt außerdem:

$$\Delta L = \int M dt = r \times \int F dt = r \times \Delta p \text{ und damit } L = r \times p$$

Da $p = mv$ und $v = \omega \times r$ ist, gilt: $L = r \times (mv) = mr^2\omega = J\omega$.

Experimente zum Drehimpuls

Zum Drehimpuls kann man einige einfache Experimente machen. Besonders einfach und anschaulich sind dabei Experimente auf einem reibungsarmen Drehstuhl. Beispielsweise kann man eine Person mit Hanteln auf den Drehstuhl setzen und diesen in Drehung versetzen. Zieht die Person die Hanteln zu sich, so wird sie schneller, streckt sie die Hanteln von sich weg, so wird sie langsamer. Das liegt daran, dass ihr Drehimpuls erhalten bleibt. Durch das Anziehen oder Wegstrecken der Hanteln sinkt oder steigt das Trägheitsmoment des Systems, also muss die Winkelgeschwindigkeit steigen, beziehungsweise sinken.

Ein anderes Experiment mit dem Drehstuhl ist folgendes: Man versetzt ein Rad in Drehung und setzt sich mit dem Rad auf den Drehstuhl. Durch Kippen des Rades wird nun auch der Drehstuhl in Drehung versetzt. Zu Beginn des Experimentes ist der Drehimpuls in Drehrichtung des Stuhles 0. Wird das

Rad gekippt, so entsteht ein Drehimpuls in dieser Richtung. Entsprechend muss, damit der Gesamtdrehimpuls erhalten bleibt, ein Drehimpuls in die andere Richtung wirken. Dadurch wird der Stuhl in Drehung versetzt.

Quellen

- Paul A. Tipler, Gene Mosca: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*

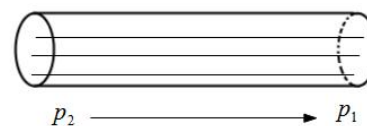
4.3 Verallgemeinerter Fluss

Simon Bodenschatz
Betreuer: Stephan Pohl

Es ist in der Physik häufig sinnvoll, Systeme zu klassifizieren. Dies erleichtert das Verständnis ähnlicher Vorgänge. Dieses Thema beschäftigt sich mit einem der einfachsten und auch häufigsten Zusammenhänge, der Proportionalität, bei der die Ursache U zu der Wirkung W , innerhalb gewisser Grenzen, proportional ist, also $W = kU$. Es gibt viele Beispiele für dies Art Zusammenhang. So ist der Temperaturanstieg in einem Wasserbehälter bei konstanter Wärmezufuhr proportional zur Zeit und auch die Kraft, die zum Dehnen einer Feder benötigt wird, ist proportional zur Auslenkung. Eingegangen werden soll nun auf eine Klasse dieser Zusammenhänge, dem stationären Fluss. Als Beispiele werden hierzu das Strömen einer Flüssigkeit durch ein Rohr und der Stromfluss durch einen elektrischen Leiter herangezogen.

Flüssigkeitsströmung

Hierbei wird das durch ein Rohr laminar fließende Volumen pro Zeiteinheit betrachtet: $\frac{dV}{dt}$. Die Flüssigkeit fließt dabei aufgrund einer Druckdifferenz zwischen den beiden Rohrenden. Der Durchfluss hängt sowohl von den Eigenschaften des Rohres (Fläche und Länge) als auch von der Viskosität der Flüssigkeit ab. Somit ergibt sich nach Poiseuille: $\frac{dV}{dt} = -\frac{\pi r^4}{8\eta l}(p_2 - p_1)$.



Die Herleitung erfolgt über einen gedachten Hohlzylinders innerhalb des Rohres. Dort betrachtet man nun die Fließgeschwindigkeit durch die Mantelfläche. Da die Geschwindigkeit nicht weiter zunimmt, herrscht ein Kräftegleichgewicht zwischen der Druckkraft und der entgegenwirkenden Reibungskraft. An den Rohrwänden ist die Geschwindigkeit null, da die molekulare Anziehungskräfte so groß sind, dass direkt an den Wänden keine Flüssigkeit fließt ist. Nun summiert man die Geschwindigkeitsänderungen vom Rand her auf und erhält $v(r) = \frac{P_2 - P_1}{4\eta l}(R^2 - r^2)$. Das Geschwindigkeitsprofil im Rohr ist also parabolisch. Der Volumenstrom ergibt sich nun aus $I_V = \frac{dV}{dt} = v(r) \cdot 2\pi r dr$. Nach Integration erhält man: $I_V = \frac{\pi(P_2 - P_1)}{8\eta l} \cdot R^4$.

Fasst man die Faktoren zu einer Konstante zusammen, erhält man den Flussleitwert $F = \frac{\pi r^4}{8\eta l}$. Daraus ergibt sich folgende Formel:

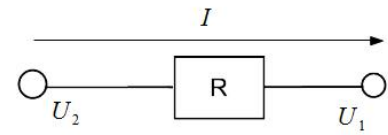
$$\frac{dV}{dt} = -F(p_2 - p_1)$$

Fluss elektrischer Ladungen

Beim Fluss elektrischer Ladungen wird die Stromstärke eines durch einen Leiter fließenden Stromes betrachtet. Diese ist als die Anzahl der fließenden Ladungen pro Zeiteinheit definiert: $I = \frac{dQ}{dt}$. Dabei fließt der Strom aufgrund einer Potenzialdifferenz ($U_2 > U_1$) durch den Draht.

Aus dem Ohm'schen Gesetz ergibt sich somit: $I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{U_2 - U_1}{R}$. Drückt man nun den elektrischen Widerstand durch den spezifischen Widerstand aus: $R = \frac{\rho \cdot l}{A}$, ergibt sich

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{A}{\rho l} (U_2 - U_1)$$

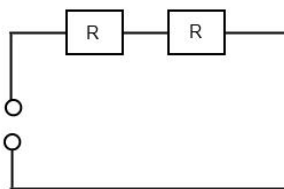
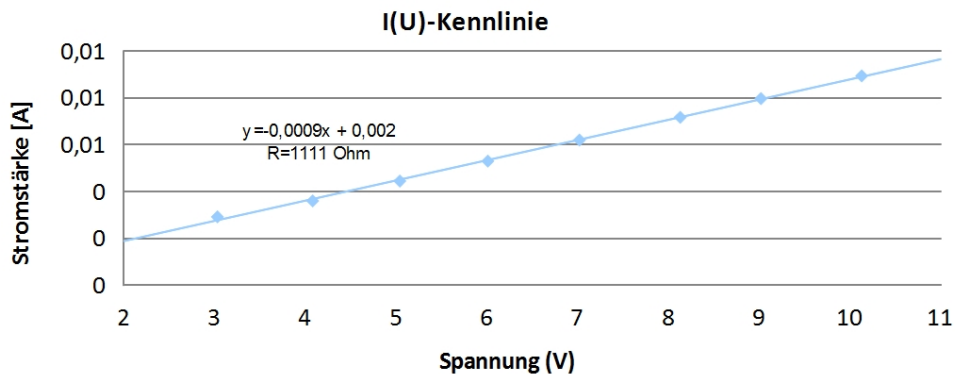


Eine Form, die der zuvor besprochenen Gleichung zur Flüssigkeitsströmung stark ähnelt.

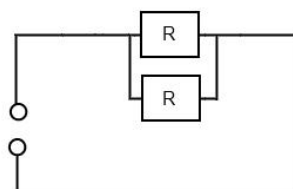
Der Kehrwert des Widerstandes ist als Leitwert des Drahtes definiert:

$$G = \frac{1}{R} \Rightarrow I = \frac{dQ}{dt} = -G(U_2 - U_1)$$

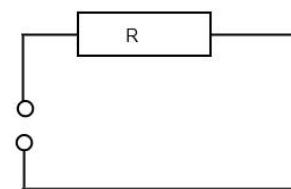
Diesen Zusammenhang zwischen Spannung und Stromstärke haben wir zudem experimentell festgestellt. Hierzu haben wir für verschiedene Spannungen die Stromstärke durch einen Ohmschen Widerstand gemessen und schließlich gegeneinander aufgetragen. Der lineare Zusammenhang über eine Proportionalitätskonstante, den Widerstand, war deutlich erkennbar. Weiterhin haben wir den Widerstand von Reihen- und Parallelschaltung betrachtet.



(a) $R_{ges} = R_1 + R_2$



(b) $R_{ges} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1}$



(c) $R_{ges} = R$

Allgemeiner Fluss

Die beiden beschriebenen Flüsse weisen mehrere Gemeinsamkeiten auf.

So fließt in beiden Fällen etwas aufgrund einer Potentialdifferenz. Auch wird der Fluss durch die Eigenschaften des Leiters beeinflusst. Zum einen durch den elektrischen Widerstand, und im anderen Fall durch die Größe und Länge des Rohres und der Viskosität der Flüssigkeit.

Vergleicht man beide Formeln aus den vorhergehenden Beschreibungen, so zeigt sich, dass der Fluss, durch eine lineare Potentialdifferenz ausgelöst, sich allgemein in der folgenden Form ausdrückt:

$$\frac{dX}{dt} = -K(P_2 - P_1)$$

Damit hängt die Stärke des Flusses in beiden Fällen direkt proportional mit dem Potentialunterschied und den Eigenschaften der jeweiligen Leiter und fließenden Medien zusammen.

Quellen

- John L. Shive, Robert L. Weber: *Ähnlichkeiten in der Physik*, Springer-Verlag, Berlin 2003
- Bergmann, Schaefer: *Lehrbuch der Experimentalphysik - Band 1*, Walter-de-Gruyter-Verlag, Berlin/New York 1998
- Rüdiger Erbrecht: *Das große Tafelwerk - interaktiv*, Cornelsen-Verlag, Berlin 2010

4.4 Wärmefluss

Sebastian Gallus
Betreuer: Stephan Pohl

Der Wärmefluss bewirkt eine Ausbreitung von Wärme. Damit Wärme fließt, sind Temperaturdifferenzen zwischen zwei Wärmereservoirs notwendig. Wenn man nun einen Metallstab einer Länge l und einer Querschnittsfläche A hat, so stellt man fest, dass die Wärmemenge dQ pro Zeitintervall dt von folgenden Größen abhängt:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{kA}{l}(T_2 - T_1)$$

Bei doppelter Querschnittsfläche kann doppelt so viel Wärme pro Zeit übertragen werden. Bei einem längeren Leiter erhöht sich die Zeit des Wärmeflusses zwischen den Enden des Metallstabes. Die Wärmeleitfähigkeit k ist eine Materialeigenschaft. Die Konstanten ergeben einen konstanten Faktor, den Wärmeleitwert: $K = \frac{kA}{l}$.

Wenn man diesen Wärmeleitwert in die Gleichung einsetzt, so erhält man $\frac{dQ}{dt} = -K \cdot \Delta T$. Das Vorzeichen gibt an, dass es sich um ein Gefälle handelt und die Wärme von dem wärmeren Ende zum kälteren Ende fließt.

Die Theorie kann anhand eines Experiments bestätigt werden. Zwei Behälter werden mit Wasser gefüllt und mit Kupferstäben verbunden. Alle Kupferstäbe haben die gleiche Querschnittsfläche, unterscheiden sich jedoch in ihrer Länge. Zwei Stäbe besitzen die gleiche Länge. Der dritte hat die doppelte Länge. Wie beim Fluss elektrischer Ladungen, kann beim Wärmefluss aus Querschnittsfläche, Länge und Materialkonstante ein thermischer Widerstand definiert werden: $R_{th} = \frac{l}{kA}$. Demzufolge wird bei einem kleinen R_{th} die Zeit verkürzt und bei einem hohen R_{th} erhöht sich die Zeit. Für das Experiment wird ein Becherglas mit $25^\circ C$ warmem Wasser gefüllt. Ein weiteres Becherglas wird mit $100^\circ C$ kochendem

Wasser gefüllt. Dieser Versuch wird dreimal durchgeführt, einmal mit einem kurzen Leiter. In der zweiten Messserie werden die zwei kurzen Stäbe parallel geschaltet, und schließlich wird die Messung mit einem langen Leiter wiederholt. Die Zeit, die benötigt wird, um das kalte Wasser um $6,5^\circ\text{C}$ zu erhöhen, wurde gemessen:

A	L	ΔT	T
1A	1l	$6,5^\circ\text{C}$	6min
1A	2l	$6,5^\circ\text{C}$	14min
2A	1l	$6,5^\circ\text{C}$	3,5min

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tH}}, \quad Q = c_{H_2O} \cdot m \cdot \Delta T, \quad m_{H_2O} = 280\text{g}, \quad c_{H_2O} = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$t(R_{th}) = 6\text{min} = 360\text{s}, \quad t(R_{2th}) = 3,5\text{min} = 210\text{s}, \quad t(R_{(2th)-1}) = 14\text{min} = 840\text{s}$$

$$\dot{Q}_{rth} = 21 \frac{\text{J}}{\text{s}}, \quad \dot{Q}_{2rth} = 9,06 \frac{\text{J}}{\text{s}}, \quad \dot{Q}_{rth} = 36,2 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Diffusion

Die Diffusion wird durch ähnliche Gleichungen wie der Wärmefluss beschrieben: $\frac{dQ}{dt} = -\frac{DA}{l}(n_2 - n_1)$. Auch bei der Diffusion gilt A für die Querschnittsfläche und l für die Länge, sowie D für die Diffusionskonstante. Des Weiteren geben $(n_2 - n_1)$ die Konzentrationsdifferenz an.

Das Kugeldiffusionsmodell soll die Diffusion veranschaulichen. Insbesondere soll die Abhängigkeit des Stofftransportes von der Fläche verdeutlicht werden. Dabei gilt $\frac{dQ}{dt} \sim A$. Ein Behälter handgroßer Fläche wird mit einem Keil halbiert. Der Keil ist mit einem Loch versehen. Daraufhin wird einer der beiden Seiten mit kleinen Kugeln gefüllt und die andere Seite mit größeren Kugeln. Dabei ist zu beachten, dass die Kugeln viel Platz haben, sich frei bewegen zu können. Nun wird der Behälter geschüttelt, was die Brown'sche Molekularbewegung der Teilchen simuliert. Man beobachtet, dass mehr kleine Kugeln auf die andere Seite gehen als große. Danach tauscht man den Keil durch einen mit zwei Öffnungen aus. Wiederholt man nun das Experiment, gelangen im Vergleich zu dem vorhergehenden Experiment mehr Kugeln auf die andere Seite.



Wie beim Wärmefluss wird A , l und D zum Diffusionsleitwert $C = \frac{DA}{l}$ zusammengefasst: $\frac{dQ}{dt} = -C \cdot \Delta n$. Der Konzentrationsunterschied ändert sich, bis ein Konzentrationsgleichgewicht herrscht. Dies gilt nur bei einem konstanten Konzentrationsgradienten $\frac{dn}{dt}$. In zwei Lösungen unterschiedlicher Konzentrationen werden die Teilchen aufgrund ihrer ständigen Bewegung von der Lösung mit höherer Konzentration in die Lösung geringerer Konzentration diffundieren.

Ein weiteres Experiment zur Diffusion ist das Befüllen eines Tonzylinders mit Wasserstoff. Hierzu wird ein hohler Tonzylinder mit der Umgebungsluft gefüllt und dicht verschlossen. An dessen Öffnung wird über einen Schlauch ein Druckmesser angeschlossen. Des Weiteren setzt man einen Glasbecher über den Zylinder. Da Wasserstoff leichter als Luft ist, muss die Becheröffnung nach unten zeigen. Anschließend wird Wasserstoff in das Becherglas eingelassen. Es wird beobachtet, dass der Druck in dem Tonzylinder steigt. Ursache hierfür ist, dass die leichten Wasserstoffatome schneller in den Tonzylinder eindiffundieren als die schwereren Stickstoff- sowie Sauerstoffmoleküle herausdiffundieren. Anschließend wird der Becher abgenommen, und es wird ein Unterdruck beobachtet. Der Wasserstoff diffundiert schneller aus dem Zylinder heraus als die Umgebungsluft in den Becher hinein.

Als drittes Experiment wird der sogenannte „Chemische Garten“ durchgeführt. Dieser ist ein Beispiel für den Osmotischen Druck. Dazu werden Salze (zum Beispiel CuCl_2) in eine Silikat-Lösung (Natronwasserglas) gegeben. Das Salz fängt an sich zu lösen und die entstandenen Metallanionen bilden mit dem Silikat ein farbiges und unlösliches Metallsilikat (CuSO_3). Es lösen sich immer mehr Metallkationen in der Lösung zwischen Salzkristall und dem Bereich zwischen Silikat-hülle und Metallsalz. Dadurch entsteht eine Konzentrationsdifferenz zwischen Lösung und Kristallhülle. Um die Konzentrationsdifferenz auszugleichen, diffundiert immer mehr Lösung durch die Hülle hindurch. Sobald ein zu hoher Druck herrscht, platzt die Hülle auf, und es strömen Metallionen durch die Öffnung. Es werden sofort wieder Metallsilikate gebildet, und ein Garten fängt an zu wachsen. Erstaunlich ist, dass die Haut immer nach oben wächst. Die Metallkationen besitzen eine größere Masse und liegen somit unten. Dadurch ist die Silikathaut oben am dünnsten, und dadurch platzt sie bei zu hohem Druck dort auf.



Vergleich

Bei beiden Vorgängen ist der Aufbau der Gleichung linear, die Querschnittsfläche und die Länge kommen beide in gleicher Weise vor. Der Quotient wird mit der spezifischen Materialeigenschaft multipliziert, wodurch man dies zu einem konstanten Wert zusammenfassen kann. Dies ist der Leitwert.

Quellen

- John L. Shive, Robert L. Weber: *Ähnlichkeiten in der Physik*, Springer-Verlag, Berlin 2003

4.5 Exponentielle Prozesse in der Physik - Abfall und Annäherung

Kai-Lars Ritzke
Betreuer: Silke Haupt

Exponentieller Abfall mit dem Abstand

Das entscheidende Merkmal von Prozessen mit exponentiellem Abfall ist, dass die relative Abnahme direkt proportional zu der abnehmenden Größe ist. Exponentieller Abfall mit dem Abstand beschäftigt sich mit einem solchen Vorgang entlang einer Raumachse, von einem Ausgangspunkt ausgehend, bei dem die untersuchte Größe maximal ist und mit zunehmendem Abstand immer geringer wird.

Beispielhaft dafür ist die Strahlungsabsorption. Legt ein Lichtstrahl einen Weg x einzig durch ein absorbierendes Medium mit einem Absorptionskoeffizienten k zurück, so ergibt sich für die Intensität I der Strahlung nach dem Lambert-Beer'schen Gesetz der Extinktion exponentieller Abfall. Der Intensitätsverlust ist proportional zur Intensität selbst, je länger der Weg durch das absorbierende Material, desto geringer wird die Intensität der Strahlung. Dies wird beschrieben durch die Differentialgleichung $\frac{dI}{dx} = -kI$ mit der Lösung $I = I_0 e^{-kx}$.

Zu beachten ist dabei, dass nach einer bestimmten Strecke x die Intensität der Strahlung durch Messung nicht mehr nachweisbar ist und im Rauschen untergeht, auch wenn die Größe nach dieser Gleichung kontinuierlich gegen Null strebt.

Ein geeigneter Versuch zum Nachweis des exponentiellen Abfalls funktioniert mit einem langen Keilprisma gefüllt mit dunkel gefärbtem Wasser. Die Intensität der Strahlung hinter dem Prisma nimmt

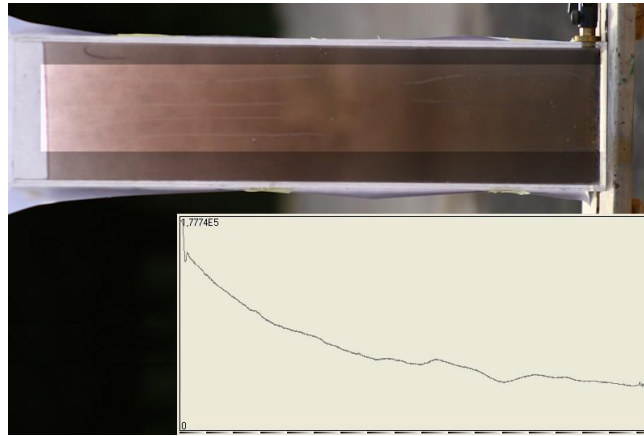


Abbildung 1: Seitenansicht des Keils mit Graph der tatsächlichen Beleuchtungsstärke

mit zunehmender Breite des Keils augenscheinlich proportional ab. Das liegt aber an der logarithmischen Beleuchtungswahrnehmung des menschlichen Auges. Die Kurve des Graphen unten gibt von der Kamera gemessene tatsächliche Helligkeit ebenfalls als typisch exponentiell abfallend wieder.

Auch durch den Leckstrom zwischen den Leiterstücken einer Zweidrahtleitung nimmt die Spannung exponentiell mit zunehmender Länge der Leitung ab.

Exponentielle Annäherung

Bei den genannten Beispielen für exponentiellen Abfall mit dem Abstand ist der Grenzwert offensichtlich. Andere exponentielle Vorgänge in der Natur nähern sich auch oft einem Grenzwert an. Das Wachstum ist begrenzt.

Ein Beispiel ist die Wärmeleitung in einem Stab ohne Isolierung. Man geht von einem Stab unendlicher Länge aus, der an einem Ende auf einer konstanten Temperatur T gehalten wird, welche höher ist als die ebenfalls konstante Raumtemperatur T_0 . Pro Länge Δx gibt der Stab mit der Verlustrate L Wärme an die Umgebung ab. Der Verlust ist proportional zu der Differenz aus Temperatur und Umgebungstemperatur. Es gilt:

$$T = T_0 + (T - T_0)e^{-kx}$$

Betrachten wir die Geschwindigkeit beim senkrechten Fall in einem viskosen Medium mit Stokes'scher Reibung: Nach der Newtonschen Bewegungsgleichung ist das Produkt der Masse eines Körpers und seiner Beschleunigung gleich der Summe der Kräfte, die auf ihn wirken. Beim freien Fall sind das die Schwerkraft $-mg$ und die aufwärts gerichtete Reibungskraft $F_R = wv$, so erhalten wir:

$$-ma = -mg + wv$$

mit m gekürzt und Beschleunigung a mit Geschwindigkeitsänderung ersetzt:

$$-\frac{dv}{dt} = -g + \frac{w}{m}v$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet $v = \frac{m}{w}g + c \cdot e^{-\frac{w}{m}t}$. Mit den Anfangswerten $v = 0$, $t = 0$ ergibt sich $c = -\frac{m}{w}g$, und die Gleichung lautet dann:

$$v = \frac{m}{w}g \cdot (1 - e^{-\frac{w}{m}t})$$

Dieser Gleichung zufolge nähert sich die Fallgeschwindigkeit des Körpers dem Grenzwert $v = \frac{m}{w}g$ an.

Ein beispielhafter Versuch ist eine Plastilinkugel in Glycerin. Aufgrund der hohen Viskosität von Glycerin beschleunigt die Plastilinkugel durch die Schwerkraft nur bis zu einer Grenzgeschwindigkeit wegen der Reibung und sinkt dann weiter mit konstanter Geschwindigkeit.

Die Höhe h beim Füllen eines Wasserbehälters mit vertikalen Wänden aus einem höher gefüllten Reservoir mit konstantem Wasserstand h_0 durch ein enges Rohr mit einem konstanten Flussleitwert F steigt ebenfalls exponentiell bis zu dem Grenzwert h_0 an. Allein die Kraft der Druckdifferenz $\rho g(h - h_0)$ drückt die Flüssigkeit mit der Dichte ρ in den zu füllenden Behälter. g ist die Erdbeschleunigung. A ist die Grundfläche des Behälters mit vertikalen Wänden. Der Wasserspiegel steigt, bis sich die beiden Füllstände bei der Höhe h_0 angeglichen haben. Es ergibt sich für h zum Zeitpunkt t : $h = h_0(1 - e^{-(F_{pg}/A)t})$.

All diese Prozesse haben enorme Ähnlichkeiten, wie man auch in den zugehörigen Gleichungen sieht. Stets ergibt sich eine e -Funktion mit spezifischen Konstanten im Exponenten. Auch das Entladen eines Kondensators über einen Widerstand und radioaktiver Zerfall verhalten sich auf diese Weise. Dieses Muster findet sich auch in weiteren zahllosen Vorgängen der Natur, wenn man genauer hinsieht.

Quellen

- John L. Shive, Robert L. Weber: *Ähnlichkeiten in der Physik*, Springer-Verlag, Berlin 2003

4.6 Exponentielles Wachstum

Susanna Scherer
Betreuerin: Silke Haupt

Unter Exponentiellem Wachstum versteht man ein ständig steigendes Wachstum, bei dem die relative Änderung einer Größe direkt proportional zur Größe selbst ist, beschrieben durch die Differentialgleichung $\dot{A} = kA$. Die Lösung einer solchen Differentialgleichung ist die e -Funktion und lässt sich allgemein beschreiben durch

$$A = A_0 \cdot e^{kt}$$

Auch ganz alltägliche Vorgänge, die jeder kennt, lassen sich durch eine Exponentialfunktion darstellen. Der Zinseszins ist eine idealisierte Form eines exponentiellen Prozesses. Hierbei steigt die Wachstumsrate stetig kontinuierlich an.

Das Bevölkerungswachstum ist ein weiteres Beispiel für einen exponentiellen Prozess, jedoch findet das exponentielle Wachstum hier nur begrenzt statt, da die relative Wachstumsrate beispielsweise von Lebenserwartung, Nahrungsangebot, Einwanderungsrate und Auswanderungsrate abhängt und somit nur näherungsweise als konstant angenommen werden kann.

Um dies experimentell zu zeigen, gaben wir Hefe in einen mit Glucose-Lösung gefüllten Kanister. Dabei kommt es zu einer alkoholischen Gärung, bei der die Hefe die Glucose in Ethanol und CO_2 umwandelt. Das gewonnene CO_2 wurde in einem Messbecher aufgefangen und konnte so in bestimmten Zeitintervallen abgelesen werden. Wie erwartet, zeigten die Messungen exponentielles Wachstum.



Neben den Beispielen aus Wirtschaft und Biologie gibt es natürlich auch physikalische Prozesse, die exponentiell wachsen. Hierzu zählt zum Beispiel die Stoßionisation. Hierbei nehmen die Gasmoleküle zwischen zwei Elektroden in einer Ionisationskammer Energie von einer außenstehenden Röntgenstrahlungsquelle auf, so dass Elektronen aus einzelnen Gasmolekülen freigesetzt werden. Diese Elektronen gewinnen durch die Beschleunigung an kinetischer Energie, welche proportional zum zurückgelegten Weg wächst. Durch Kollisionen mit anderen Molekülen werden weitere Elektronen herausgeschlagen. Dieser Vorgang wird als Stoßionisation bezeichnet. Dieses Wachstum wird durch zwei Faktoren eingeschränkt: Zunächst entsteht eine Ladungswolke aus Ionen, die im Gas zurückbleiben, da sie massiver und somit langsamer als Elektronen sind. In Folge dessen wird das elektrische Feld schwächer, und die Elektronen müssen eine größere Strecke zurücklegen, um genug kinetische Energie zu bekommen. Außerdem nimmt der Anteil an nicht ionisierten Molekülen im Gasgemisch ab, so dass die Wahrscheinlichkeit für einen ionisierenden Zusammenstoß abnimmt.

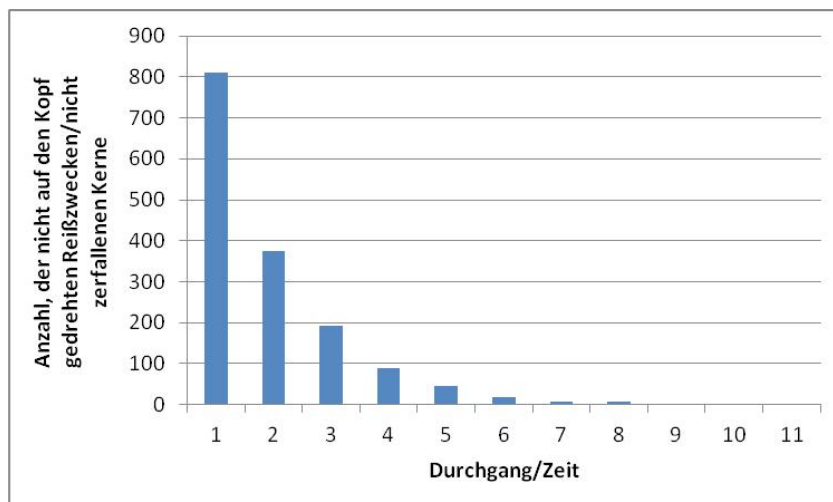
Exponentieller Abfall mit der Zeit

Der exponentielle Abfall mit der Zeit beschreibt einen Prozess, dessen Rate mit der Zeit immer mehr abfällt, so dass der Vorgang asymptotisch einem Endpunkt entgegen strebt, beschreiben durch die Differentialgleichung $\dot{A} = -kA$. Die allgemeine Exponentialfunktion für diesen Vorgang lautet:

$$A = A_0 \cdot e^{-kt}$$

Ein Beispiel hierfür ist der radioaktive Zerfall. Hier findet ein spontaner Zerfall eines instabilen Kernes statt. Die Wahrscheinlichkeit p , dass dieser Kern in den nächsten Sekunden zerfällt, beträgt $p = 1,37 \cdot 10^{-11}$. Die Anzahl der pro Sekunde zerfallenden Kerne ist hier proportional zu der Anzahl noch nicht zerfallener Kerne multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit p . Somit nimmt die Zerfallsrate immer mehr ab je weiter der Zerfall der Kerne fortgeschritten ist.

Wir simulierten den radioaktiven Zerfall durch einen Reißzweckenversuch, den wir im Kurs durchgeführt haben. Hierbei haben wir in Gruppen circa 100 Reißzwecken auf den Tisch geworfen. Alle Reißzwecken, die mit der Spitze nach oben zeigten, standen für zerfallene Kerne und wurden aussortiert. Dies wiederholten wir, bis alle Reißzwecken aussortiert waren. Das Gruppenergebnis zeigte einen schönen exponentiellen Abfall, wie wir ihn auch beim radioaktiven Zerfall erwarten würden.



Auch die Abkühlung eines Materials ist ein Beispiel für einen exponentiellen Abfall. Ist die Temperatur eines Gegenstandes höher als die der Umgebung, nähert sie sich mit der Zeit immer mehr der Umgebungstemperatur an. Newton dokumentierte diesen Vorgang und stellte fest, dass die Rate der Abkühlung proportional zur Temperaturdifferenz zwischen Umgebung und Gegenstand ist, wenn die Differenz nicht zu groß ist. Je größer also die Differenz ist, desto schneller sinkt die Temperatur. Je kleiner die Differenz wird, desto langsamer sinkt die Temperatur, beschrieben durch die Differentialgleichung $\dot{T} \sim -(T - T_0)$.

Schließlich haben wir noch einen Wasserbehälter entleert und gemessen, wie schnell die Füllhöhe in bestimmten Zeitintervallen sinkt. Dazu haben wir einen Behälter mit Wasser gefüllt und das Wasser über einen dünnen Schlauch aus dem Behälter fließen lassen. In Intervallen von 10 Sekunden haben wir jeweils den Wasserstand abgelesen. Zunächst zeigte sich ein annähernd linearer Abfall. Im weiteren Verlauf des Experimentes floss das Wasser immer langsamer ab. Das Auftragen der Werte in einer Tabellenkalkulation zeigte erneut einen exponentiellen Verlauf.

Quellen

- John L. Shive, Robert L. Weber: *Ähnlichkeiten in der Physik*, Springer-Verlag, Berlin 2003

4.7 Das allgegenwärtige kT

Julia Zaenker
Betreuer: Stephan Pohl

Das Produkt aus der Boltzmannkonstante k und der absoluten Temperatur T ist eine Energie und findet in den verschiedensten Bereichen der Physik in Formeln und Gleichungen Anwendung. Die Wärmekapazität von Gasen ist ein Beispiel für den Gebrauch von kT .

Die Gesetze von Boyle-Mariotte und Gay-Lussac

Die Moleküle eines idealen Gases stellt man sich als Massepunkte ohne eigenes Volumen vor. Sie stoßen elastisch zusammen, und es gelten dabei Impuls- und Energieerhaltung. Nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte gilt für ein ideales Gas, dass das Produkt aus Druck p und dem Volumen V bei konstanter Temperatur T (isotherm) konstant ist - also $p \cdot V = const.$ für konstantes T .

Nach dem Gesetz von Gay-Lussac ändert sich das Volumen bei konstantem Druck (isobar) in Abhängigkeit der Temperatur. y ist dabei der Ausdehnungskoeffizient.

$$V_T = V_0 \cdot (1 + y \cdot T)$$

Die Ideale Gasgleichung

Anhand der Gesetze von Boyle-Mariotte und Gay-Lussac kann die Gasgleichung für ideale Gase hergeleitet werden:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

Hierbei bezeichnet n die Teilchenanzahl und N die Anzahl der Mole. Aus der idealen Gasgleichung folgt nun die barometrische Höhenformel:

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{mgh}{kT}}$$

Diese Gleichung zeigt die exponentielle Abnahme des Luftdrucks mit ansteigender Höhe. Auf Basis dieses Zusammenhangs kann die Funktion des Behn'schen Rohres erklärt werden. Das Behn'sche Rohr besitzt an seinen Enden jeweils eine Öffnung, an denen Propan/Butan-Gemisch verbrannt wird. Befindet sich das Rohr in einer waagrechten Position, so brennen die Flammen gleich hoch. Wird dieses jedoch gekippt, wird auf der tiefer liegenden Seite eine höhere Flamme beobachtet. Dies resultiert aus den verschiedenen abfallenden Drücken von Luft und dem brennbaren Gemisch. Über die barometrische Höhenformel wurde die Höhe der Wasserkuppe mittels Höhenmesser bestimmt.



Kinetische Gastheorie

Der kinetischen Gastheorie liegt eine Modellvorstellung zu Grunde, bei der das Gas mit N Atomen in einem Würfel mit dem Volumen V eingeschlossen ist. Alle Atome bewegen sich mit der gleichen Geschwindigkeit v . Dabei wird angenommen, dass sich jeweils $\frac{1}{6}$ aller Atome senkrecht auf eine der sechs Flächen des Würfels zu bewegt. Aus diesem Modell ergibt sich die Grundgleichung der kinetischen Gastheorie. Sie lautet:

$$p = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m \cdot v^2$$

Für diese Gleichung gilt das Gesetz von Boyle-Mariotte und man erhält so: $p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot N \cdot \frac{m}{2} \cdot v^2$.

Sie enthält die kinetische Energie der einzelnen Gasatome und kann mit der idealen Gasgleichung in Verbindung gebracht werden: $p \cdot V = \frac{2}{3} \cdot N_A \cdot \frac{m}{2} \cdot v^2 = n \cdot R \cdot T$.

Für ein Gas mit einer Stoffmenge von 1 mol ist $n = 1$ und N entspricht der Avogadrokonstante N_A . Man erhält: $R \cdot T = \frac{2}{3} \cdot N_A$ oder $\frac{m}{2} \cdot v^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$.

Man erhält: $E_{kin} = \frac{3}{2} kT$. Dies ist die thermische Energie eines Atoms.

Die kinetische Gastheorie beruht auf der vereinfachten Annahme, dass $\frac{1}{6}$ der Gasteilchen in Richtung einer Würfelwand fliegen. Doch tatsächlich bewegen sie sich auf Basis der Brown'schen Molekularbewegung frei im zur Verfügung stehenden Raum. Sie stoßen sowohl mit den Würfelwänden als auch mit anderen Gasteilchen elastisch zusammen und ändern dabei ständig ihre Geschwindigkeit. Mit Hilfe der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung kann eine Aussage über die durchschnittliche Geschwindigkeit erreicht werden:

$$f(v) = 4\pi \cdot v^2 \cdot \left(\frac{m}{2\pi \cdot k \cdot T} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m \cdot v^2}{2kT}}$$

Damit kann nun die mittlere Geschwindigkeit und insbesondere die mittlere quadratische Geschwindigkeit der Gasteilchen berechnet werden:

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v \cdot f(v) \, dv = \sqrt{\frac{8 \cdot kT}{\pi \cdot m}} \quad \overline{v^2} = \int_0^{\infty} v^2 \cdot f(v) \, dv = \frac{3kT}{m}$$

Daraus resultiert für die mittlere kinetische Energie:

$$\overline{E_{kin}} = \frac{m}{2} \cdot \overline{v^2} = \frac{3}{2} \cdot kT$$

Freiheitsgrade

Man geht davon aus, dass sich im Mittel die einzelnen Atome eines einatomigen Gases im dreidimensionalen Raum zu jeweils einem Drittel in x -, y - und z -Richtung bewegen. Diese drei Bewegungsrichtungen bezeichnet man auch als die Translationsfreiheitsgrade eines Moleküls. Ein zweiatomiges Gasmolekül hat zusätzlich zu den drei Translationsfreiheitsgraden noch zwei Schwingungsfreiheitsgrade und zwei Rotationsfreiheitsgrade. Die zwei Atome kann man sich als Massenpunkte vorstellen, die durch eine Feder verbunden sind. Sie können nämlich zum einen in Richtung der x -Achse schwingen, wobei die Atome sowohl potentielle als auch kinetische Energie besitzen, und zum anderen sowohl um die x - als auch um die y -Achse rotieren.

Auf Basis dieser Aussagen kann der Boltzmann-Gleichverteilungssatz formuliert werden:

$$\bar{E} = \frac{f}{2} \cdot k \cdot T$$

Experiment zum Erhitzen von ein- und zweiatomigen Gasen

Stickstoff (zweiatomig) und Argon (einatomig) werden jeweils in einen Kolbenprober gefüllt und mit einem U-Rohr-Manometer verbunden. Die Gase werden mit Glühbirnen erwärmt. Am U-Rohr konnte für den Kolbenprober mit Argon ein höherer Druck abgelesen werden. Das einatomige Argongas wurde also schneller erwärmt als der Stickstoff. Die Erklärung erfolgt über die Wärmekapazitäten von ein- und zweiatomigen Gasen.

Wärmekapazitäten

Beim Erwärmen eines einatomigen Gases wird durch die Wärmeenergie die kinetische Translationsenergie erhöht. Die Wärmekapazität beträgt also $c_v = \frac{3}{2}R$. Bei zweiatomigen Gasen wird auch die Schwingungs- und Rotationsenergie der anderen Freiheitsgrade erhöht und nur ein Teil in die für den Temperaturanstieg verantwortliche Translationsenergie. Es muss also mehr Wärme aufgewendet werden, um die Temperatur zu erhöhen. Auf jeden Freiheitsgrad pro Moleküle fällt eine kinetische Energie von $\frac{1}{2}kT$. Für zweiatomige Gase ergibt sich also bei sieben Freiheitsgraden ein theoretischer Wert von $\frac{7}{2}R$ für die molare Wärmekapazität.

Bei niedrigen Temperaturen werden die Schwingungsfreiheitsgrade nicht mit einbezogen, man geht von einer Wärmekapazität von $\frac{5}{2}R$ aus. Gegenüber einem einatomigen Gas muss bei einem zweiatomigen Gas mehr Wärme zugeführt werden, um die Temperatur um ein Grad zu erhöhen.

Das Produkt kT tritt in der Physik häufig auf - sowohl zur Beschreibung makroskopischer Phänomene als auch zur Erklärung mikroskopischer Vorgänge.

Quellen

- John L. Shive, Robert L. Weber: *Ähnlichkeiten in der Physik*, Springer-Verlag, Berlin 2003

4.8 (Wärme-)Strahlung - Planck'sches Strahlungsgesetz

Jan Fotakis

Betreuer: Prof. Dr. Wolf Aßmus

Licht- und Wärmestrahlung sind elektromagnetische Wellen verschiedener Frequenzen, welche sich durch das Vakuum zwischen Sonne und Erde mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Das von der Sonne emittierte Strahlungsspektrum zeigt Abb.1:

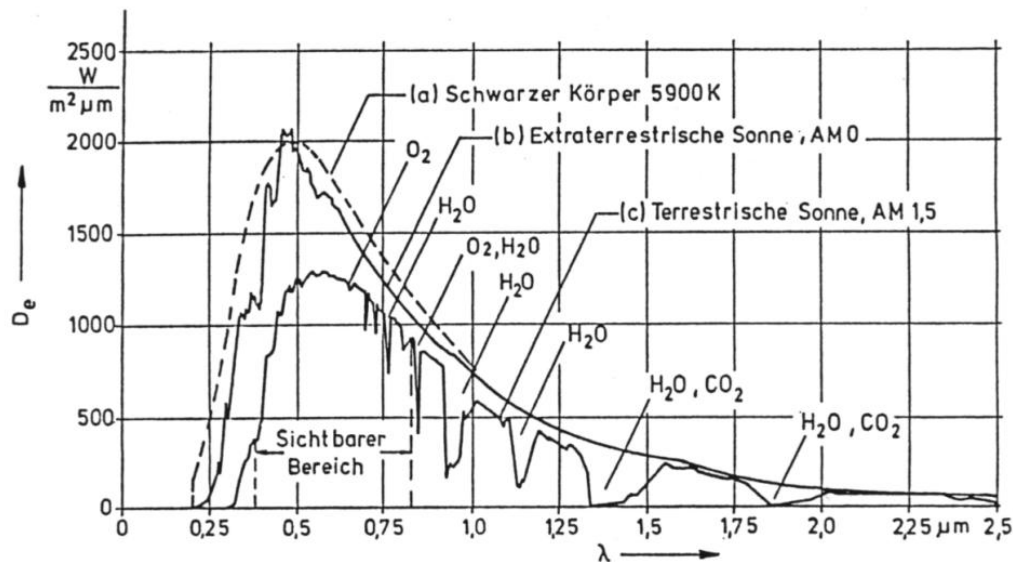


Abbildung 1: Emissionsspektrum der Sonne (b, c) und ein idealer schwarzer Strahler (a) mit $T = 5900K$

Absorptionsvermögen und schwarzer Körper

Um obige Kurve beschreiben zu können, muss man herausfinden, von welchen Variablen die Dichte der abgestrahlten Energie abhängt. Wir können hier erst einmal von Energiedichte sprechen, weil Strahlungsdichte und Energiedichte zueinander proportional sind. Man fand heraus, dass das Emissionsverhalten von genau zwei Größen abhängig ist:

- Absorptionsvermögen des Körpers (Satz von Kirchhoff)
- Temperatur des Körpers (Planck'sches Strahlungsgesetz)

Man definiert das Absorptionsverhalten eines Körper durch den Quotienten aus absorbiertes Strahlung und auffallender Strahlung verschiedener Frequenzen ν :

$$A(\nu) = \frac{\varrho_{ab}(\nu)}{\varrho_{auf}(\nu)} \quad (1.1)$$

Zudem ist das Absorptionsvermögen von der Temperatur T des Körpers abhängig: $A(\nu) = A(\nu, T)$

Man sieht, dass $A(\nu, T)$ aufgrund der Definition des Quotienten zwischen 0 und 1 liegen muss. Absorbiert ein Körper nicht die gesamte Strahlungsenergie besitzt er ein Absorptionsvermögen kleiner als 1 und reflektiert die restliche Energie: $(1 - (A(\nu, T))) \cdot P$ (1.2).

Aufgrund der Definition des Absorptionsvermögens definiert man einen idealen Absorbanten, welcher jede auffallende Strahlung jeder erdenklichen Frequenz absorbiert. Dieser wird schwarzer Körper

genannt. Angeregte Körper, welche Energie absorbiert haben strahlen diese auch wieder ab. Durch thermodynamische Überlegungen fand Kirchhoff heraus, dass, wenn das Absorptionsvermögen zu beliebigen Frequenzen eines Körpers bekannt ist, das Emissionsverhalten durch einen schwarzen Strahler beschreibbar wird.

$$\rho(v, T) = A(v, T) \cdot \rho_s(v_T) \quad (\text{Satz von Kirchhoff}) \quad (1.3)$$

Planck'sches Strahlungsgesetz

Nun ist immer noch die Problematik gegeben: Wie kann man das Strahlungsspektrum des schwarzen Strahlers beschreiben (in Abhängigkeit zu seiner Temperatur)? Wenn dies gefunden wird, können wir nach (1.3) jedes Emissionsspektrum beschreiben! Den schwarzen Strahler kann man auch durch einen sog. Hohlraumstrahler beschreiben (siehe Abb. 2). Der Hohlraumstrahler der Temperatur T besitzt aufgrund einer davorigen Strahlungsabsorption eine Anzahl angeregter Teilchen in den Wänden, welche Strahlung emittieren können. Diese fällt nach mehrmaligen Reflexionen und Streuungen durch das Loch und stellt somit das Emissionsvermögen des Strahlers dar.

Max Planck postulierte (intuitiv), dass die Strahlungsenergie in „Paketen“ (sog. Quanten) übertragen wird, welche ein Vielfaches von einer Konstanten h (Planck'sches Wirkungsquantum; $h \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$) darstellt. Es gilt:

$$E = h\nu \quad (2.1)$$

Das Untypische an diesem Postulat ist die Quantisierung der Energie, da klassisch gesehen Energie beliebige Werte annehmen kann. Dies ist jedoch (besonders in subatomaren Prozessen) nicht der Fall! Dieser Gedanke existierte noch nie in der Physik und führte zur Quantenphysik.

Des Weiteren ist das Postulat und die Modellvorstellung des Hohlraumstrahlers Voraussetzung für das Planck'sche Strahlungsgesetz (bzw. für die Herleitung). (Planck'sches Strahlungsgesetz - Herleitung: statistische Thermodynamik, Boltzmann-Verteilung - Literatur siehe W. Martienssen: *Einführung in die Physik 4 Teil 2, Optik* S. 693 - 698)

$$\frac{\delta P(v, T)}{\delta v} = \frac{8\pi v^2}{c^3} \cdot \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} \quad (\text{spektrale Energiedichte}) \quad (2.2)$$

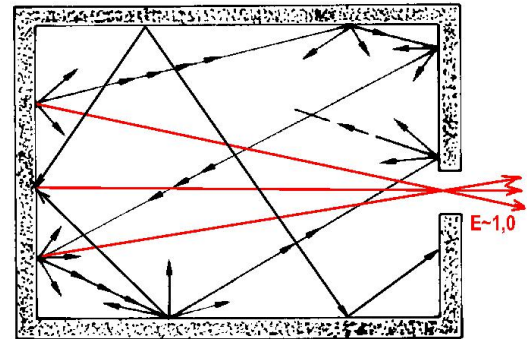
$$\frac{\delta \rho(v, T)}{\delta v} = \frac{c}{4\pi} \cdot \frac{\delta P(v, T)}{\delta v} = \frac{2\pi v^2}{c^2} \cdot \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} \quad (\text{spektrale Strahlungsdichte}) \quad (2.3)$$

Weiterhin erhält man die gesamte abgestrahlte Energie pro Flächeneinheit, wenn man (2.2) integriert:

$$P = A \int_0^\infty \frac{\delta P(v, T)}{\delta v} \delta v = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \cdot AT^4 = \sigma AT^4 \quad (\text{Stefan-Boltzmann-Gesetz}) \quad (2.4)$$

Durch Differentiation von (2.3) und Berechnen der Nullstelle erhält man das Maximum der Strahlungsdichte-Kurve. (2.5) wird als Wien'sches Verschiebungsgesetz bezeichnet (Maximum verschiebt sich mit T), welches bereits vor dem Planck'schen Strahlungsgesetz gefunden wurde.

$$hv_{max} = 2,2821 \cdot kT \quad (2.5)$$



Schematische Darstellung eines Hohlraumstrahlers zur Annäherung an das phys. Ideal "Schwarzer Strahler"

Anwendungen und Konsequenzen

Theoretische Konsequenzen

Mit dem Planck'schen Strahlungsgesetz gehen einige Anwendungen und Konsequenzen einher. Eine Konsequenz davon ist die Quantenphysik, welche den Energiesatz $E = hv$ als einer der Basis-Formeln zur Beschreibung von subatomaren Prozessen verwendet. Zudem unterstützen Hintergrundstrahlungsmessungen des Kosmos in Verbindung mit dem Planck-Gesetz die Urknall-Hypothese, in der man das Universum am Anfang als sehr heißen schwarzen Strahler auffasst, welcher beim Urknall seine Energie nach dem Planck-Gesetz abstrahlte und sich das Universum dadurch ausdehnt(e).

Technische Konsequenzen

Nach dem Planck'schen Strahlungsgesetz verändert sich die Verteilung mit einer Änderung der Temperatur nicht in ihrer „Form“, sondern nur in ihrer Fläche unter der Kurve (sie wird auf der Energieachse verschoben!). Somit lässt sich ein Messverfahren zur Bestimmung von Körper-Temperaturen entwickeln: Pyrometrie.

Hierbei blickt man mit einem Auge unter einen Glühdraht-Bogen durch eine Linse hindurch auf einen (schwarzen) Strahler. Nun legt man eine Spannung an den Glühdraht an - dieser beginnt zu glühen. Steigert man den Stromfluss, wird der Glühdraht heller, da sich die Temperatur des Drahtes erhöht. So gleicht sich die Helligkeit des Drahtes der des Strahlers an. Nun kann man unter Verwendung der Stromstärke die Temperatur des Drahtes berechnen. Man erhält somit die Temperatur des Strahlers, da sich beide Strahlungsspektren genau gleichen (wenn angenommen beide Strahler angenähert schwarze Strahler sind).

Quellen

- R.P. Feynman: *Feynman 1: Mechanik, Strahlung, Wärme*
- W. Martienssen: *Einführung in die Physik 4*, Teil 2
- D. Meschede: *Gerthsen Physik*, 23. Auflage, Springer-Verlag, 2006
- Staucht: *Experimental-Physik*, Teil 2
- <http://www.iundm.de/lars/Image4.gif> (07.08.2012)
- <http://www.thermografie-schweiger.de/theorie/grundlagen/schwarzstrahler.gif> (07.08.2012)

4.9 Die Abstandsgesetze

Lennart Slusny
Betreuer: Alexander Dick

Die Abstandsgesetze beschreiben die Abnahme einer physikalischen Größe in Abhängigkeit von der Entfernung zur Quelle in einem freien Raum.

$\frac{1}{r^2}$ für isotrope Punktquellen

Betrachtet man die Strahlungsleistung ϕ , die von einer in einen dreidimensionalen Raum isotropen strahlenden annäherungsweise punktförmigen Quelle ausgeht, erkennt man, dass sie sich auf eine Kugeloberfläche verteilt.

Für die Kugeloberfläche gilt: $O = 4\pi r^2$, die Oberfläche der Kugel vergrößert sich proportional zum Quadrat des Abstandes r . Somit nimmt die Leistung pro Fläche $\frac{\phi}{A}$ mit $\frac{1}{r^2}$ ab.

Daraus lässt sich folgende einfache Formel ableiten, wobei E hier allgemein für die Leistung pro Fläche oder eine Feldstärke steht:

$$E = I \cdot \frac{1}{r^2}$$

Ein Beispielexperiment dafür ist die Beleuchtungsstärke einer LED. Mit einem Luxmeter haben wir die Beleuchtungsstärke E (in lx) in verschiedenen Abständen zur Quelle gemessen. In der Auswertung erkennt man, dass sich bei doppeltem Abstand die Messwerte für E auf $\frac{1}{4}$ verringert haben. Dies lässt auf ein $\frac{1}{r^2}$ -Verhältnis schließen. So haben wir das quadratische Abstandsgesetz experimentell bestätigt.

Weitere Beispiele für die Abnahme einer physikalischen Größe mit $\frac{1}{r^2}$ sind:

Gravitation: Die Anziehungskräfte zwischen zwei Massen nehmen antiproportional mit dem Quadrat ihres Abstandes zueinander ab:

$$F = G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \frac{1}{r^2} \quad g = G \cdot m_1 \cdot \frac{1}{r^2}$$

Das Gleiche gilt auch für die Coulombkraft bzw. die elektrische Feldstärke E :

$$F = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{1}{r^2} \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Bei radioaktiver Strahlung mit hoher Halbwertszeit nimmt die Intensität ebenfalls mit $\frac{1}{r^2}$ ab.

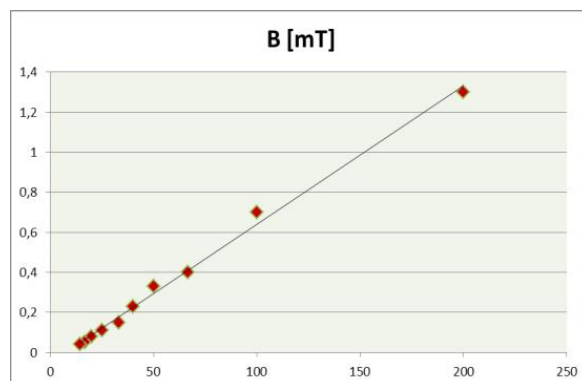
$\frac{1}{r}$ für lineare Quellen

Betrachtet wird hier ein Feld um eine idealisierte unendlich lange und dünne Quelle. Man betrachtet die Mantelfläche aus Zylindern, auf die sich die entsprechenden Felder oder Strahlungen verteilen. Es gilt $M = 2\pi r h$. Man sieht, dass die Mantelfläche mit r wächst und somit die Feldstärke oder Strahlungsintensität mit $\frac{1}{r}$ abfällt.

Beispiele für die Abnahme einer physikalischen Größe mit $\frac{1}{r}$ sind das elektrische Feld um einen geladenen Draht, die Gravitation eines langen Stabes, die Beleuchtungsstärke um eine lineare Lichtquelle und das Magnetfeld um einen stromdurchflossenen Draht.

Ein Beispielexperiment für den $\frac{1}{r}$ -Zusammenhang von einem Magnetfeld um einen elektrischen Leiter:

Wir maßen mit einer Hallsonde die magnetische Flussdichte $B = \mu H$ in verschiedenen Abständen (r) zu einem elektrischen Leiter, durch den ein Strom von $40A$ floss. Trägt man B gegen $\frac{1}{r}$ auf, so ergibt sich eine Gerade (siehe Abb.), die $B \sim \frac{1}{r}$ bestätigt. Weitere Messungen der Beleuchtungsstärke in verschiedenen Abständen zu einer Leuchtstoffröhre als lineare Quelle ergaben den gleichen Zusammenhang.



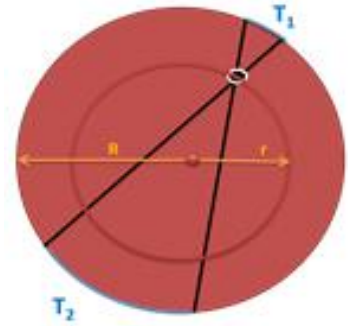
Weitere Abstandsgesetze

Unendliche große ebene Quelle

Betrachtet man eine unendlich große Fläche als Quelle von Strahlung oder Feldern, so kommt man zu dem Ergebnis, dass sich die Intensität nicht mit dem Abstand verändert. Beim Beispiel des elektrischen Feldes rührt dies daher, dass die Kräfte senkrecht zur leitenden Oberfläche stehen und sich so in jedem Abstand zur Quelle dieselbe Feldstärke ergibt. Gleiches gilt für die Gravitation oder Strahlungsquellen wie Licht und Schall.

Hohlkugel

Überall innerhalb einer Hohlkugel ist die Gewichtskraft $F_g = 0$, denn die gesamte Kraft des Teiles der Schale oberhalb eines betrachteten Punktes kompensiert sich mit der unterhalb, wie anhand der Abbildung mit dem Strahlensatz erkennbar ist: $\frac{T_1}{(R-r)^2} = \frac{T_2}{(R+r)^2}$. Betrachtet man einen Massepunkt im innerem einer massiven Kugel, wirkt auf ihn daher letztendlich nur die Anziehungskraft der inneren Kugel (r).



Quellen

- <http://www.gsg-physik.de> (09.08.2012)
- <http://www.bfs.de> (09.08.2012)
- Paul A. Tipler, Gene Mosca: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*
- Wikipedia (09.08.2012)

4.10 Transformatoren

Samira Hoock
Betreuerin: Silke Haupt

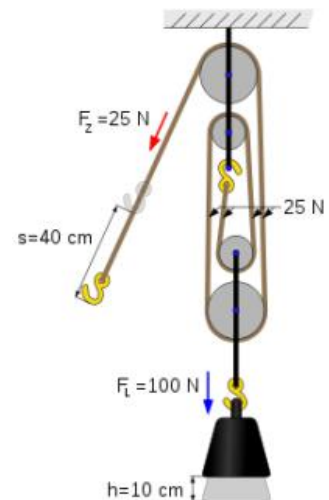
Transformatoren werden gedanklich meist mit der Elektrizitätslehre verbunden, in welcher man erfährt, dass sie zum Herauf- und Herabsetzen von Wechselspannung/Wechselstromstärke und zur Impedanzanpassung verwendet werden. Dabei lernen wir sie bereits viel früher kennen, wie im Folgenden aufgezeigt wird.

Mechanische Transformatoren

Transformatoren sind zum Beispiel im Gebiet der Mechanik vertreten, wie man bei genauerer Betrachtung von Hebeln und Flaschenzügen feststellt. Warum diese Aussage zutrifft, lässt sich anhand eines einfachen Flaschenzuges verifizieren.

Für diesen gilt die Formel: $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$

Erhöht man also die Länge des Seils durch Hinzufügen von Rollen, benötigt man weniger Kraft, um den gewünschten Gegenstand anzugeben, hat aber ein dementsprechend größeren Weg, sodass die notwendige Leistung gleich bleibt. Das heißt: Nimmt die Kraft um einen gewissen Faktor ab, muss der Weg mit demselben Faktor zunehmen.



Elektrische Transformatoren

Elektrische Transformatoren funktionieren nach dem gleichen Prinzip: Wechselstrom wird in einem Generator mit einem sich drehenden Magneten erzeugt; dabei ändert sich das magnetische Feld und Spannung wird induziert. Wechselspannung zeichnet sich durch die Änderung der Stromrichtung aus. Spannung und Stromstärke lassen sich durch eine Sinuskurve darstellen. In der linken Spule wird durch Wechselstrom ein magnetisches Wechselfeld erzeugt. Dieses wird durch den Eisenkern in die rechte Spule übertragen und induziert dort die sekundäre Wechselspannung.

Es existieren Hochspannungs- und Hochstromtransformatoren, welche sich nur durch ihre Windungszahlen an Primär- und Sekundärspule unterscheiden. Ein Hochspannungstransformator besitzt an der Sekundärspule deutlich mehr Windungen als an der Primärspule. Bei einem Transformator, welcher eine möglichst hohe Stromstärke erzeugen möchte, sind die Verhältnisse umgekehrt. Es gilt für die Stromstärke die Formel $I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1$ und dementsprechend für die Spannung $U_2 = -\frac{N_1}{N_2} \cdot U_1$. Das negative Vorzeichen basiert hierbei auf dem sich ändernden magnetischen Fluss.

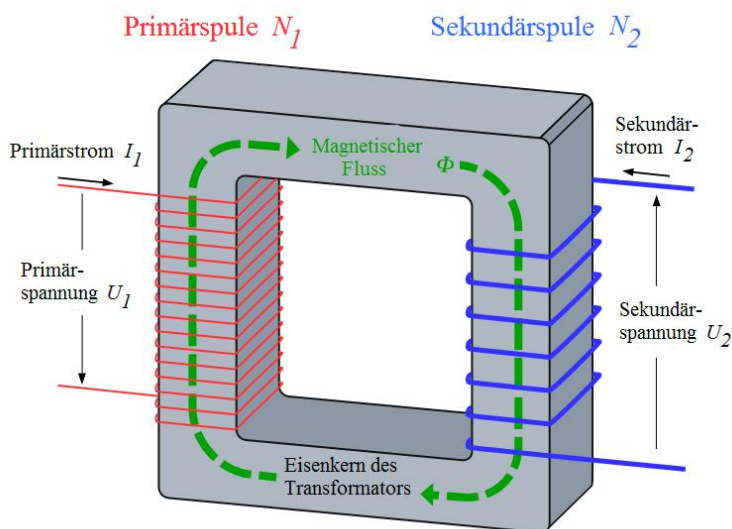


Abbildung 1: Elektrischer Transformator

Teslatransformator

Eine besondere Form des Hochspannungstransformators ist der Teslatransformator (siehe Abb. b). Dieser zeichnet sich durch zwei Schwingkreise aus. Legt man an den Primärschwingkreis Hochspannung an lädt sich der Kondensator immer weiter auf, bis die Spannung so groß ist, dass in der Funkstrecke eine Entladung stattfindet. Daraufhin entlädt sich der Kondensator und der bereits ionisierte Luftkern leitet die Spannung in den Sekundärschwingkreis. Bei diesem handelt es sich um den eigentlichen Transformator, welcher die Spannung auf sehr hohe Werte hochtransformiert.

Hält man nun einen geerdeten leitfähigen Gegenstand in die Nähe des Torus, springen Blitze auf diesen über. Aus der Länge der Blitze lässt sich die wirkende Spannung errechnen. Es gilt $\frac{1kV}{1mm}$.

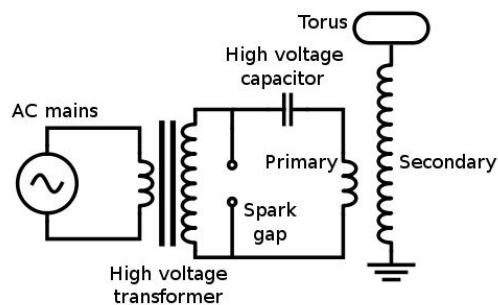


Abbildung 2: Teslatransformator

Wichtig ist bei diesem Experiment, dass die Frequenz der beiden Schwingkreise aufeinander abgestimmt ist, sodass eine möglichst hohe Spannung erreicht werden kann.

Neben klassischen Wechselstromtransformatoren existieren aber auch Gleichstromtransformatoren, welche aber auf einer anderen Funktionsweise basieren - dem pulsierenden Gleichstrom. Dieser begegnet uns vor allem in Autoradios oder Taschenlampen, welche eine Gleichstromquelle (z.B. Batterie) besitzen. Eine Analogie in der Mechanik findet sich auch im „Hydraulischen Widder“.

Die Ähnlichkeiten zwischen mechanischen und elektrischen Transformatoren sind nun deutlich geworden. Die mechanische Größe Kraft entspricht in der Elektrizitätslehre der Spannung und die Geschwindigkeit der Stromstärke.

Quellen

- D. Meschede: *Gerthsen Physik*, 23. Auflage, Springer-Verlag, 2006
- Paul A. Tipler, Gene Mosca: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*
- John L. Shive, Robert L. Weber: *Ähnlichkeiten in der Physik*, Springer-Verlag, Berlin 2003
- http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Four_pulleys.svg&filetimestamp=20080914195725
- http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Trafo_1.png&filetimestamp=20091102210033
- http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Tesla_coil_3.svg&filetimestamp=20070417051950

4.11 Impedanzanpassung - Elektrisch, Akustisch und Mechanisch

Marcel Corsham
Betreuerin: Silke Haupt

Als *Impedanzen* bezeichnet man alle Widerstände, die einer Wellenbewegung oder einer Schwingung entgegenwirken. So wird der Ohm'sche Widerstandswert einer Lautsprecherspule nicht Widerstand genannt, wie bei Gleichstrombauteilen, sondern *Impedanz* (Formelzeichen Z) oder *Wechselstromwiderstand*, da er einem Wechselstrom entgegenwirkt. In der Akustik wird der „Widerstand“ der Luft, welcher der Ausbreitung von Schallwellen im freien Schallfeld entgegenwirkt, als *Schallkennimpedanz* oder *akustische Feldimpedanz* bezeichnet. Für die Schallausbreitung in Rohren verwendet man die Begriffe *akustische Flussimpedanz* oder *akustische Impedanz*. Auch die *mechanische Impedanz* ist in der Akustik zu finden. Sie wird benutzt, um den Widerstand zu beschreiben, welcher bei einer mechanischen Schwingung (Lautsprechermembran, Mikrofon, Gehörknöchelchen etc.) ihrer Ausbreitung entgegenwirkt. *Mechanische Impedanz* findet sich auch an Küstenlinien, wenn die Wellenbewegung des Wassers vollständig von der Klippe reflektiert wird.

So unterschiedlich diese Wellenbewegungen auch sein mögen, sie alle haben etwas gemeinsam: Ändert sich die Impedanz des Übertragungsmediums (z.B. wenn das Stromkabel nach einer Lötstelle dicker oder dünner ist als davor, oder die Vibrationen einer Lautsprechermembran in Schallwellen umgewandelt werden), wird ein Teil der Wellen wieder reflektiert. Die Intensität dieser Reflexion ist abhängig von der Größe der Differenz und wird Reflexionsfaktor (Formelzeichen r) genannt. Der Betrag des Reflexionsfaktors kann zwischen 0 und 1 liegen. Bei $r = 1$ wird die ganze Welle reflektiert, bei $r = 0$

(d.h. die erste Impedanz Z_1 ist gleich der zweiten Impedanz Z_2) entsteht keine Reflexion. In diesem Fall spricht man von *Impedanzanpassung*. Sie wird angewandt, um das Impedanztheorem zu erfüllen. Es lautet: „Die Leistungsübertragung von einer Quelle auf eine Last wird dann maximal, wenn die Impedanz der Last an die innere Impedanz der Quelle angepasst wird.“ Ziel ist es deshalb, die Quelle (den Ausgangswiderstand) eines Signales optimal an die Last (den Eingangswiderstand) anzupassen. In der Hochfrequenztechnik verwendet man dazu die *Leistungsanpassung*, im elektrischen Bereich der Tontechnik die *Spannungsanpassung*.

Impedanzanpassung - Elektrisch

In der Elektrotechnik gibt es zwei Arten von Impedanzwandlern: passive und aktive Wandler. Zu den passiven zählen Zweitore, Transformatoren, und - in der Hochfrequenztechnik - Resonanztransformatoren, alle Antennen sowie Leitungsstücke von bestimmter Kabelimpedanz und -länge. Aktive Impedanzwandler sind analoge Verstärkerschaltungen; es wird also durch eine zusätzliche Spannungsquelle elektrische Leistung in den Schaltkreis geliefert, wodurch nahezu jede Art von Impedanzwandlung (Beliebiges Herauf- oder Herabsetzen der Impedanz) möglich ist. In Geräten der Hochfrequenztechnik ist es notwendig, die unterschiedlichen Impedanzen der aktiven Bauelemente aufeinander abzustimmen. Werden die Abmessungen der Geräte durch die Wellenlänge deutlich überschritten, werden dazu Resonanztransformatoren genutzt, bei kürzeren Wellenlängen ist es sinnvoll, nur noch Leitungen von geeigneter Länge (z.B. Streifenleitungen) zu verwenden.

Impedanzanpassung - Akustisch

In der Akustik benötigt man Impedanzanpassung um die effektive Übertragung und Abstrahlung von Schall zu ermöglichen. Akustische Impedanzwandler sind z.B. bei Lautsprecherboxen, im Mittelohr oder bei LKW-Hupen zu finden. Um bei Lautsprecherboxen trotz eines begrenzten Boxenvolumens dennoch eine gute Abstrahlung der tiefen Frequenzen zu erreichen, wird oft das sogenannte resonante Bassreflexprinzip verwendet. Dabei wird ein akustischer Resonator angeregt, welcher aus dem elastischen Luftvolumen in der Box und der im konischen, mit der kleineren Öffnung nach innen gerichteten Bassreflexrohr bewegten Luftmasse besteht, wodurch die Impedanz, gegen die der Lautsprecher arbeitet, verringert wird. Im Mittelohr wird der große Impedanzunterschied, der beim Übergang vom mit Luft gefüllten Außenohr zum mit Flüssigkeit gefüllten Innenohr entsteht, dadurch ausgeglichen, dass die Schwingungen des Trommelfells über die Gehörknöchelchen auf eine kleinere Membran übertragen werden, welche die Grenze zum Innenohr bildet und somit eine Schallquelle innerhalb der Innenohr-Flüssigkeit simuliert. Ansonsten würde eben dieser Impedanzunterschied dazu führen, dass so gut wie gar keine Schallwellen ins Innenohr gelangen würden. (Der gleiche Effekt ist übrigens auch beim Tauchen zu spüren: Geräusche, die im Wasser entstehen, kann man gut hören, doch da die Impedanz von Wasser ca. 3000-mal höher ist als die von Luft, kann man im Wasser praktisch nichts von den Geräuschen, die in der Luft entstehen, hören.)

Impedanzanpassung - Mechanisch

In der Praxis steht mechanische Impedanzanpassung häufig im Zusammenhang mit akustischer Impedanzanpassung. So findet im Mittelohr auch eine mechanische Impedanzanpassung statt, nämlich bei der Übertragung der „großen“ Schwingungen des Trommelfells über Hammer, Amboss und Steigbügel auf die Vorhofmembran, deren Schwingungen dann zwar „kleiner“ sind als die des Trommelfells, jedoch einen höheren Druck haben. Doch auch „rein“ mechanische Impedanzanpassung kommt häufig vor, im Grunde überall dort, wo die Impedanz der wechselnden Übertragungsmedien angepasst werden muss. Ganz geläufige sind z.B. Flaschenzüge oder Hebel. Zur Verdeutlichung experimentierten wir mit Dosentelefonen und einem Elektrobot mit unterschiedlich großen Schiffsschrauben:



Beim Dosentelefon mussten die Dosen - und damit auch ihre Impedanz - annähernd gleich groß sein, bei den Schiffsschrauben (3 Stück, von klein bis groß) war die mittlere am effektivsten, da ihr Widerstand optimal mit Drehzahl und der Wasserimpedanz harmonisierten.

Quellen

- <http://de.wikipedia.org/wiki/Impedanzwandler> (30.06.2012)
- http://de.wikipedia.org/wiki/Mechanische_Impedanz (30.06.2012)
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Impedanzanpassung> (30.06.2012)
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Impedanz> (30.06.2012)
- Erbrecht Rüdiger: *Das große Tafelwerk - interaktiv*, Cornelsen-Verlag, Berlin 2010
- John L. Shive, Robert L. Weber: *Ähnlichkeiten in der Physik*, Springer-Verlag, Berlin 2003

5 Informatikkurs

Die Welt der Informatik von Algorithmus bis Zuse

Das schon klischeehafte Zitat von Edsger W. Dijkstra „Informatik hat etwa so viel mit Computern zu tun, wie Astronomie mit Teleskopen“ wird häufig benutzt, um Laien den Inhalt der Wissenschaft Informatik zu verdeutlichen. Darin steckt in der Tat auch viel Wahrheit: Informatik besteht nämlich aus spezifischen Ideen, Methoden und Theorien, die nah mit der Mathematik, Physik und Ingenieurwissenschaften verwandt sind. Vom Transistor über Betriebssysteme bis zum Internet und Robotik: Der Ursprung liegt in großen Ideen und nicht in zufällig entstandenen Programmierzeilen.

Im diesjährigen Informatikkurs haben wir einige dieser grundlegenden Ideen erforscht und dabei herausgefunden, wie viel Informatik man auch ganz ohne Computer erschaffen kann. Die Konsequenzen und Bedeutung der Informatik für den Alltag wurden diskutiert, aber auch der Computer an sich kam nicht zu kurz. Künstliche Intelligenz, Algorithmen, Robotik, Laufzeit, Internet, Video- Bild- und Tonkodierung sind nur einige der Themenbereiche, die wir zusammen erforscht haben.

Kursleitung

Dr. Detlef Krömker, Professor für Informatik (Graphische Datenverarbeitung) an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

Johannes Galatsanos-Dück, wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachbereich Informatik der TU Darmstadt

5.1 Grundlagen logischer Schaltungen

Vladimir Bolgov
Betreuer: Manuel Messerschmidt

Um zu verstehen, wie logische Schaltungen funktionieren, schauen wir uns als Erstes die Abstraktionsebenen eines PCs näher an.

Abstraktionsebenen

Benutzerebene: In dieser Ebene sind alle Endanwendungen enthalten, die der Benutzer für verschiedene Anwendungen verwendet.

Hochsprache: Hochsprachen sind Programmiersprachen, bei denen der Programmierer sich keine Gedanken machen muss, wie seine Funktionen in der Hardware-Ebene erstellt werden.

Maschinensprache: Die Hochsprachen werden mit Hilfe eines „Übersetzers“, auch Compiler genannt, in die Maschinensprache übersetzt, damit der Prozessor die Befehle ausführen kann.

Steuerebene: In dieser Ebene werden die Befehle der Maschinensprache nacheinander ausgeführt.

Funktionseinheiten-Ebene: Hier werden die notwendigen Rechnungen durchgeführt und abgelagert.

Logikebene: Die Funktionseinheiten sind auf der Basis von Logikgattern aufgebaut.

Transistorebene: Durch Transistoren und Leiter werden Logikgattern aufgebaut.

Zahlensysteme

Es gibt beliebig viele Zahlensysteme - es sind aber hauptsächlich zwei, die für das Verständnis von logischen Schaltungen wichtig sind. Das dezimale Zahlensystem hat 10 Ziffern (0 bis 9) und wird von einem Großteil der Menschheit genutzt. Das binäre Zahlensystem (auch Binärsystem genannt) hat

hingegen nur zwei Ziffern (0 und 1). Die Binärzahlen werden von Computern und von vielen anderen elektronischen Geräten verwendet, damit sie funktionieren können.

Um eine Dezimalzahl in das Binärsystem umzuwandeln, setzt man die Dezimalzahl durch Addieren mit den passenden Stellen des Binärsystems zusammen. Zum Beispiel kann man die Dezimalzahl 70 als $1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^1$, also als 1000110, darstellen.

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
64	32	16	8	4	2	1
1	0	0	0	1	1	0

Beim Umwandeln der Binärzahl in das dezimale Zahlensystem werden die entsprechenden Stellen zusammen addiert.

Beispiel: $0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 70$

Rechnen im Binärsystem

Die Addition im Binärsystem ist vergleichbar mit der Addition im Dezimalsystem. Die Zahlen werden addiert, und falls durch die Addition von 1 + 1 ein Überhang entsteht, so wird er zur nächsten Stelle addiert. Auch die Subtraktion im Binärsystem ist vergleichbar mit der Subtraktion im Dezimalsystem, solange die kleinere von der größeren positiven Zahl subtrahiert wird.

Beispielrechnung

	Binär							Dezimal	
	0	0	1	1	0	1	1	1	55
+	0	1	1	0	1	0	1	53	
	1 1 1 1 1								
	0	1	1	0	1	1	0	0	108

Regeln

1 + 0 = 1
 0 + 1 = 1
 1 + 1 = 10
 0 + 0 = 0

Beispielrechnung

	Binär							Dezimal	
	0	1	1	0	0	1	1	0	102
-	0	0	0	1	0	1	1	1	23
	1 1 1 1 1								
	0	1	0	0	1	1	1	1	79

Regeln

1 - 0 = 0
 0 - 1 = -1
 1 - 1 = 0
 0 - 0 = 0

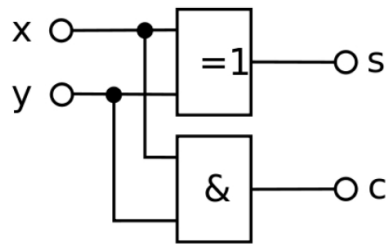
Abbildung 1: Addition und Subtraktion im Binärsystem

Um nun auch negative Zahlen darstellen zu können, wird die erste Ziffer als Vorzeichenbit verwendet und die Zahl z.B. im *Einerkomplement* dargestellt. Dafür wird die negative Zahl durch die Invertierung aller Bits der entsprechenden positiven dargestellt. So stellt sich z.B. die dezimale +3 als 0011 im Binärsystem dar, und die -3 als 1100. Nun wird üblich gehabt addiert, außer wenn die letzte Ziffer einen Übertrag hat, in welchem Fall dieser einfach zur ersten übertragen wird. Ähnlich sieht es bei der Subtraktion aus, nur dass der Übertrag von der linken Ziffer subtrahiert wird, und wenn er bei der letzten Ziffer auftaucht, wird er von der ersten abgezogen. Die Rechenoperationen können somit als Verschiebungen von Bits betrachtet werden.

Bedeutung

Charles Babbage scheiterte mit seinem Versuch, den ersten Rechner Ende des 19. Jahrhunderts zu erstellen, genau an dem Prinzip, dass mit Dezimalzahlen so schwer digital zu rechnen ist. Die zwei Ziffern des Binärsystems entsprechen der grundlegenden Funktionsweise von Rechnern, und zwar das Durchlassen oder Blockieren eines Stromsignals. Durch die Eigenschaften der einfachen Addition und

Subtraktion von Binärzahlen durch Bitverschiebung, konnte aus ebenso einfachen logischen Gattern der erste Addierer entwickelt werden.



Somit wurde auch das erste frei programmierbare Rechenwerk, die Z1 von Konrad Zuse im Jahre 1937, und demzufolge die Grundlage für die moderne Technik überhaupt erst möglich.

Quellen

- <https://my.hs-osnabrueck.de/ecs/fileadmin/users/346/upload/Digitaltechnik/Kapitel01.pdf>
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/4/44/Halbaddierer_Aufbau_XOR.svg

5.2 Aufbau und Funktionsweise von Prozessoren

Jost Arndt

Betreuer: Manuel Messerschmidt

Die meisten modernen Rechner basieren auf der 1945 veröffentlichten Von-Neumann-Architektur. Jeder Prozessor, der nach der Von-Neumann-Struktur aufgebaut ist, besteht aus diesen vier Teilen: *Rechenwerk*, *Steuerwerk*, *Ein- Ausgabewerk* und *Speicher*.

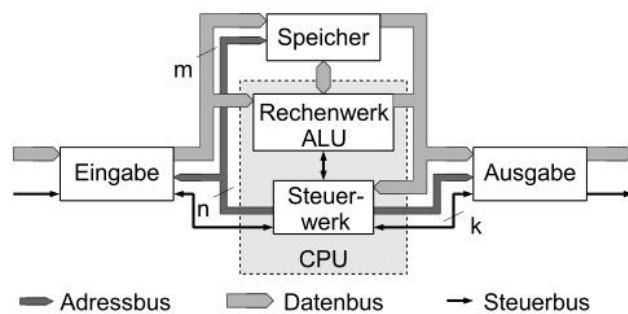


Abbildung 1: Aufbau eines Von-Neumann-Rechners

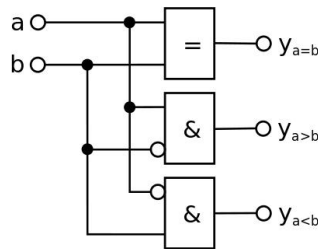
Die Aufgaben des *Steuerwerks* sind die Koordination des Datenflusses in das Rechenwerk oder die Register über Bussysteme und die Übersetzung von Maschinenbefehlen in Steuersignale.

Im *Rechenwerk* werden die Operationen, die das Steuerwerk vorgibt, durchgeführt. Die Komplexität der verschiedenen Rechenwerke variiert sehr stark zwischen verschiedenen Prozessoren. Im Rechenwerk (oder ALU, wie arithmetisch logische Einheit) können logische Verknüpfungen durchgeführt werden, schaltet man diese richtig zusammen, ist es nicht mehr schwer, daraus einen Rechner (z.B. einen Addierer) zu bauen.

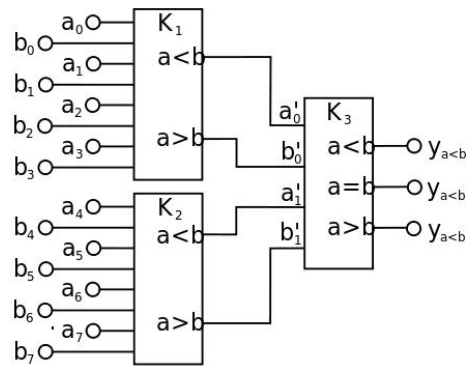
Dazu muss man die verschiedenen Logikgatter kennen: es gibt AND-Gatter, OR-Gatter und XOR-Gatter, diese lassen sich durch Negierung ihrer Ausgänge zu NAND-, NOR und XNOR-Gatter umbauen. Die verschiedenen Gatter haben alle mindestens zwei Eingänge und einen Ausgang; dieser wird je nach Gatter und Eingangssignal auf 1 oder 0 geschaltet. Ein AND-Gatter schaltet nur auf 1, wenn beide Eingänge 1 angeben. Ein OR-Gatter schaltet auf 1, wenn einer oder mehrere Eingänge auf 1 geschaltet sind. Es zeigt also nur 0 an, wenn alle Eingänge 0 anzeigen. Ein XOR (exclusive-OR) schaltet nur auf 1, wenn die Eingänge verschieden sind. Sind die Eingänge beide 1 oder 0, signalisiert der Ausgang 0.

Schaltet man z.B. zwei AND-Gatter und ein XNOR-Gatter zusammen und negiert jeweils einen Eingang der AND-Gatter, wie in (a) zu sehen ist, lässt sich sehr einfach ein 1-Bit Komparator realisieren. Dieser vergleicht zwei 1-Bit lange Zahlen und lässt je nach Ergebnis die entsprechend notierte Diode aufleuchten.

Mit der Fortsetzung dieses Gedankens und ohne übermäßigen Aufwand kann er auch zu einem n-Bit Komparator erweitert werden, wie in (b) zu sehen ist.

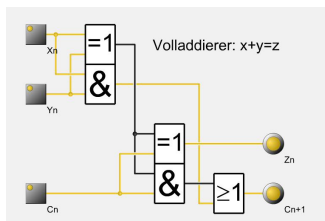


(a) 1-Bit Komparator bestehend aus einem XNOR (=) und zwei AND-Gatter (&)

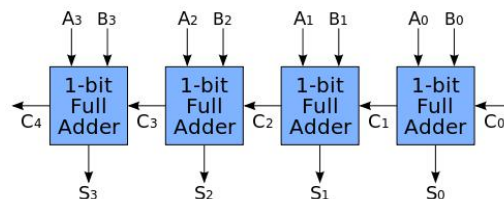


(b) 8-bit-Komparator, bestehend aus 1-bit Komparator-Bausteinen (K1-K3)

Dieses Prinzip lässt sich auch auf die meisten anderen Standardschaltnetze anwenden. Wichtige und häufig verwendete Standardschaltnetze sind z.B. auch Addierer, Multiplizierer oder Multiplexer (Steuerung von Datenströmen). Die zentrale Idee ist hier, wie auch bei den Komparatoren, die *Kapselung*: Aus zwei Halbaddierern (vgl. Abb. 1 Dokumentationsbeitrag „Grundlagen logischer Schaltungen“) und einem OR-Gatter kann ein Volladdierer gebaut werden, und mehreren 1-Bit-Volladdierern kann ein n-Bit Volladdierer gebaut werden, wie in (c) und (d) zu sehen ist.

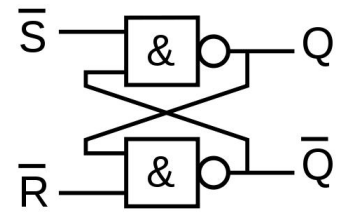


(c) Volladdierer (eigene Darstellung mit Logiflash)



(d) 4-bit-Addierer bestehend aus 4 1-Bit Volladdierern

Ist nun der Befehlssatz des Steuerwerkes mächtig genug, kann man aus relativ einfachen und kleinen Recheneinheiten oder Logikgattern durch diese grundlegenden Prinzipien einen funktionsfähigen Prozessor bauen. Es fehlt nun noch die Realisierung eines Speichers. Das wird durch das Bauteil Flipflop realisiert, das in nebenstehender Abbildung zu sehen ist. Durch seine selbstverbundene Bauweise können nun Zustände (1 oder 0) gespeichert und so durch geschickte Kapselung einfache Speicher gebaut werden. Ein voll funktionsfähiger Rechner ist also kaum mehr als eine geschickte Zusammensetzung der hier vorgestellten Bauteile entfernt.



Quellen

- Dirk W. Hoffmann: *Grundlagen der technischen Informatik*, Hanser-Verlag
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/10/%22von_Neumann%22_Architektur_de.svg
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0a/Magnitude_Comparator.svg
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/2/2b/Parallel_Magnitude_Comparator.svg
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5d/4-bit_ripple_carry_adder.svg
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e1/Flipflop_SR2.svg

5.3 Überblick über die Aufgaben von Betriebssystemen

Laura Wolber

Betreuer: Manuel Messerschmidt

Nach DIN44300 wird ein Betriebssystem durch Programme eines digitalen Rechensystems gebildet. Es bildet die Grundlagen für mögliche Betriebsarten. Außerdem stellt es eine Umgebung zur Verfügung, in der andere Programme bearbeitet werden können.

Zu den Aufgaben eines Betriebssystems gehört unter anderem die Verwaltung von Ressourcen und die Steuerung und Überwachung der Programme. Eine andere wichtige Aufgabe ist die Abstraktion der Hardware, die einen einfachen Zugriff verschafft, technische Details versteckt und eine einheitliche Nutzung der Geräte zur Folge hat. Erst so ist es überhaupt möglich, dass jedes Programm auf fast jedem Computer verwendet werden kann. Außerdem muss das Betriebssystem auch die Betriebsmittel verwalten (sowohl Hardware- als auch Software-Betriebsmittel). Die Bereitstellung von Diensten ist ebenfalls eine wichtige Aufgabe. Sie umfasst das Ausführen von Programmen, Kommunikation, Synchronisation und die Ein- und Ausgabe.

Die Ziele der Betriebssysteme sind abhängig vom Anwendungszweck: hohe System-Auslastung, kurze Reaktionszeiten und das Einhalten von Zeitschranken.

Die Geschichte der Betriebssysteme lässt sich in fünf Generationen einteilen: Die erste Generation ging von 1945 bis 1955. In dieser Generation gab es Relais, Röhren, Steckkontakte und später Lochkarten. Es gab auch schon Einzelauftragsverarbeitung, aber keine Betriebssysteme. Die Programme wurden komplett mit Maschinensprache bedient, da es noch keine Steuersprachen gab. Außerdem gab es noch keine Entwicklungstools. Allerdings gab es eine enge Bindung zwischen Erbauen, Programmieren und Anwenden der Anlage, und es gab hauptsächlich numerische Berechnungen.

Die zweite Generation reichte von 1955 bis 1965. In dieser Generation gab es erste Transistoren, Ringkernspeicher und Magnetbänder; außerdem wurde die Stapelverarbeitung erfunden. Die CPU-Auslastung während der Eingabe und Ausgabe von Daten war schlecht, da es noch keinen Parallelbetrieb gab.

Einfache Steuersprachen wie JCL (Job Control Language), erste Programmiersprachen und Compiler wurden eingeführt. Es gab kein interaktives Arbeiten.

Von 1965 bis 1980 reichte die dritte Generation. Zu dieser Zeit wurden Ics, Trommelspeicher und später Magnetplatten erfunden. Außerdem gab es eine bessere CPU- Auslastung durch Multiprogramming, da Konzepte zur parallelen Bearbeitung eingeführt wurden. Später wurden Dateisysteme und Time-sharing mit interaktivem Betrieb eingeführt.

Von 1980 bis 1995 ging die vierte Generation, in der Mikroprozessoren und der erste PC (kleine Systeme für einzelne Benutzer) erfunden wurden. Außerdem gab es eine anfangende Vernetzung der Rechner, und eine graphische Benutzeroberfläche wurde eingeführt.

Die fünfte und letzte Generation geht von 1995 bis heute. Inzwischen gibt es Vernetzung, Multimedia, mobile Systeme, usw.

Es gibt verschiedene Strukturierungen beim Betriebssystem: Monolithische Kernel, Geschichtete Systeme, Virtuelle Maschinen und Microkernel.

Ein monolithischer Kernel ist ein Betriebssystemkern, in dem nicht nur Funktionen zu Speicher- und Prozessverwaltung und zur Kommunikation zwischen den Prozessen, sondern auch Treiber für die Hardwarekomponenten und möglicherweise weitere Funktionen direkt eingebaut sind.

Ein Microkernel ist ein kleiner Kern mit minimalen Funktionen, der modular mit allen benötigten Bestandteilen erweitert werden kann. Er kann also viel leichter erweitert und verändert werden als der monolithische Kernel, allerdings, durch mehr Schnittstellen, auf Kosten der Arbeitsleistung.

Bei geschichteten Systemen bilden verschiedene Funktionen Schichten. Jede Schicht stellt der darüber liegenden Schicht Dienste zur Verfügung und nutzt Dienste der unteren Schicht. Allerdings ist das Durchlaufen der Schichten aufwändig, und tiefe Schichten können nur auf wenig Funktionalität zurückgreifen.

Virtuelle Maschinen stellen virtuelle Rechensysteme bereit. Auf diesen Systemen werden mehrere Betriebssysteme zur gleichen Zeit ausgeführt.

Zu den aktuellen Betriebssystemen gehören zum Beispiel Windows und Linux.

1983 beginnt Microsoft mit der Entwicklung eines grafikfähigen Betriebssystems für MS-DOS (Windows). Allerdings war es noch kein Betriebssystem im heutigen Sinne. MS-DOS und BIOS-Design der PCs erlaubten keine Weiterentwicklung der in Richtung moderner Serverbetriebssysteme. Microsoft begann Anfang der 1990er ein solches Betriebssystem zu entwickeln, das zunächst nur als Weiterentwicklung von OS/2 geplant war (Microsoft war zwischen 1987 und 1991 an der Entwicklung beteiligt): Windows NT 3.1 (Juli 1993). Für den Consumer-Markt brachte am 15. August 1995 Microsoft Windows 95 heraus, es basiert auf MS-DOS. Dieser „Consumer-Zweig“ wurde mit der Veröffentlichung von Windows Millennium (August/ September 2000) abgeschlossen.

1991 begann Linus Torvalds mit der Entwicklung des Linux-Kernels, den er bald danach der Öffentlichkeit zur Verfügung stellte. Es läuft als portables Betriebssystem auf verschiedenen Rechenarchitekturen, wurde aber zunächst für PCs mit Intel-80386-Prozessor entwickelt. Das in diesen Rechnern verwendete BIOS dient nur noch zum Initialisieren der Hardware und zum Starten als Bootloader, da die Routinen des BIOS für Multitasking-Systeme wie Linux ungeeignet sind. Dies kommt zustande, da insbesondere der Prozessor durch Warten belastet wird, anstatt durch eine – in der Hardware vorhandene – geschickte Unterbrechungsverwaltung (interrupt handling) auf Ereignisse (events) zu reagieren. Linux verwendet daher nach dem Starten des Systems eigene Gerätetreiber.

Ein Konzept, das zum Beispiel beide Betriebssysteme verwenden, ist das Konzept von Prozessen und Threads. So funktioniert es: Wird ein Programm ausgeführt, erstellt das Betriebssystem einen entsprechenden Prozess, der, eventuell parallel mit anderen Prozessen Rechenzeit erhält. Ein Prozess kann in Threads aufgeteilt werden. Das sind kleine Teile des Prozesses, die kaum, oder gar nicht aufeinander angewiesen sind und deshalb, wie auch mehrere Prozesse, parallel verarbeitet werden können. Das hat den Vorteil, dass ein Teil des Programmes weiter Berechnungen durchführen kann, während ein anderer Teil, oder Thread, auf eine Eingabe wartet. Betriebsmittel können von Threads, oder Prozessen, gemeinsam verwendet werden. Als Besonderheit kann es Betriebsmittel geben, die nur von dem erzeugenden Thread benutzt werden können oder dürfen (Beispiel: Thread-local Storage, Window-Handle). Durch die gemeinsame Nutzung von Betriebsmitteln kann es auch zu Konflikten kommen. Diese müssen durch den Einsatz von Synchronisationsmechanismen aufgelöst werden.

Quellen

- <http://de.wikipedia.org/wiki/Betriebssystem>

5.4 Sortierverfahren als Einführung in die Algorithmik

Shaima'a Doma
Betreuer: Sascha Planz

Unter *Sortieren* versteht man den Prozess, Elemente (digitale oder physikalische) in eine bestimmte Ordnung zu bringen. Diese Ordnung ist oft numerisch oder alphabetisch, kann aber nach beliebigen Kriterien erstellt werden.

Um eine Ordnung herzustellen, werden *Sortieralgorithmen* benutzt. Diese können so formuliert werden, dass sie aus einzelnen Operationen bestehen, die von einem Rechner auf Prozessorebene durchgeführt werden können. Für die grundlegenden Algorithmen werden dafür nur Vergleichs- oder Vertauschungsoperationen benötigt. Die Anzahl an Operationen, die benötigt werden, um eine zufällige Liste vollständig zu sortieren, wird als *Laufzeit* eines Sortieralgorithmus bezeichnet.

Unbewusst führen Menschen im Alltag ständig verschiedene Sortierungen durch. Je nach Art der zu sortierenden Elemente leitet die menschliche Intuition zu unterschiedlichen Vorgehensweisen. Bei Münzen liegt es nahe, die Münze mit dem kleinsten oder größten Wert zu suchen und diese an den Anfang bzw. ans Ende der sortierten Reihe zu legen (Selection Sort). Bei der Sortierung von Karten neigt man dazu, in eine bereits geordnete Hand die neu gezogenen Karten an der richtigen Stelle einzufügen (Insertion Sort). Wenn z.B. unterschiedlich schwere Dosen mit analogen Waagen nach Gewicht sortiert werden müssen, wird gerne Bubble Sort angewandt, um das Element mit dem größten Gewicht reihenweise an das Ende der sortierten Liste zu bringen.

Alle diese Algorithmen benötigen eine quadratische Laufzeit, das heißt, dass sie bei n Elementen asymptotisch genau n^2 Operationen benötigen, um diese zu sortieren. Weitaus zeitsparender sind aber weniger intuitive Verfahren wie *Quick Sort*. Bei diesem wird ein zufälliges Objekt als *Pivot* ausgewählt, mit welchem alle anderen Objekte verglichen werden. Kleinere Objekte werden links davon positioniert, größere rechts. So wird das Pivotelement automatisch an die richtige Stelle gebracht. Gleichzeitig entstehen zwei kleinere Teilmengen, die nach dem gleichen Prinzip mit jeweils einem neuen Pivot aus dieser Teilmenge sortiert werden können. So ein „Divide et Impera“-Verfahren benötigt lediglich eine erwartete Laufzeit von asymptotisch $n \cdot \log(n)$ Operationen.

Die verschiedenen Sortierverfahren haben, außer der erwarteten Laufzeit des allgemeinen Falles, noch weitere Eigenschaften, die sie unterscheiden und für bestimmte Zwecke nützlich gestalten:

Stabilität: Ein Sortieralgorithmus ist stabil, wenn die Positionen von z. B. zwei gleich großen Gewichten zueinander (in der Eingabesequenz) durch das Verfahren nicht vertauscht werden.

In-Place und Out-of-Place: Algorithmen, die zusätzlich zum ursprünglichen Platz für die zu sortierenden Objekte weiteren (Speicher-)Platz benötigen, bezeichnet man als Out-of-Place Algorithmen. Bei solchen Sortierverfahren unterteilt man die Gesamtheit an zu sortierenden Objekten in kleinere Gruppen, die einzeln sortiert werden, um schließlich zusammengefügt zu werden. Vertauscht man bei einem Algorithmus dagegen immer nur paarweise die Positionen von Objekten innerhalb des ursprünglich gegebenen Platzes, ist dieser ein In-Place Algorithmus.

Spezielle Vorsortierungen: Je nach Anwendung variiert auch die Laufzeit der Algorithmen. Wenn z.B. viele Daten (n) schon vorsortiert sind, und neue, weitaus weniger Daten (k) sortiert eingefügt werden müssen, würde Quicksort eine Laufzeit von $n \cdot k \cdot \log(n \cdot k)$ benötigen. Im Gegensatz dazu würde das im allgemeinen Fall langsamere Insertionsort durch eine einfache Einsortierung der neuen Daten nur $n \cdot k$ Operationen benötigen. Ein solcher Fall taucht z.B. bei dem Anlegen und Einsortieren eines neuen Kundenkontos in eine riesige Kundendatenbank auf.

Die Sortierverfahren lassen sich auch in Programmiersprachen darstellen. In Java z.B. lassen sich die einfachen Sortieralgorithmen schnell implementieren:

Bubble Sort

Die ersten beiden Elemente der zur sortierenden Liste werden verglichen, und falls der Wert des ersten größer ist als die des zweiten werden diese vertauscht. Dieser Schritt wird jeweils paarweise mit dem zweiten und dritten, dann mit dem dritten und vierten Element, etc. wiederholt, sodass das Element mit dem größten Wert schließlich an die letzte Position gelangt. Dieser Prozess wird auch mit den restlichen, unsortierten Elementen wiederholt, bis die Liste sortiert ist.

```
boolean swapped
procedure bubbleSort( A : list of sortable items )
  repeat
    swapped = false
    for i = 1 to length(A) - 1 inclusive do:
      if A[i-1] > A[i] then
        swap( A[i-1], A[i] )
        swapped = true
      end if
    end for
  until not swapped
end procedure
```

Selection Sort

Das Element mit dem kleinsten Wert in der Menge wird durch Vergleich mit den restlichen Elementen rausgesucht und mit dem Element in der ersten Position vertauscht. Dieser Prozess wird mit dem Rest der Liste wiederholt, wobei das zweitkleinste Element mit dem Element in der zweiten Position vertauscht wird, usw., bis die Liste sortiert ist.

```
int i, j;
int iMin;
for ( j = 0; j < n-1; j++) {
  iMin = j;
  for ( i = j+1; i < n; i++) {
    if (a[i] < a[iMin]) {
      iMin = i;
    }
  }
  if ( iMin != j ) {
    swap(a[j], a[iMin]);
  }
}
```

Quellen

- <http://www.matheprisma.uni-wuppertal.de/Module/Sortieren/index.htm>
- http://xoax.net/comp_sci/crs/algorithms/index.php

5.5 Datenkompression am Beispiel von Text und Ton

Nadin Sarajlic
Betreuer: Sascha Planz

Heutzutage werden jeden Tag Millionen von Daten von einem Computer zum anderen übertragen. Allein 2012 wurden weltweit 1,8 Zettabyte (10^{15} Megabyte) an Daten produziert, ein Großteil davon Film-, Bild- und Audiodateien. Da digitale Daten letztlich physischen Speicher benötigen, ist es sinnvoll, möglichst viele Informationen auf einem möglichst kleinen Platz zu speichern. Eine Lösung dieses Problems bietet die Datenkompression an.

Es gibt unterschiedliche Datenkompressionsverfahren, die wir generell in verlustfreie oder verlustbehaftete einteilen können. Je nach Datentyp (Bilder, Videos, Text, Musik, etc.) und Inhalt (z.B. Menge an Redundanz) gibt es unterschiedliche Methoden, die bessere Kompressionsraten (das Verhältnis der Größe der Originaldatei zur Größe der komprimierten) liefern.

Verlustfreie Datenkompression am Beispiel von Text

Verlustfrei ist eine Datei komprimiert, die der Originaldatei nach der Dekompression 1 : 1 entspricht. Dies ist zum Beispiel bei Textdateien sehr sinnvoll, da in der Regel der komplette Text für den Empfänger wichtig ist.

Die einfachste Form der Textkodierung ist die Häufigkeitskodierung mittels des *Huffman-Code-Verfahrens*. Jeder Buchstabe kann digital durch eine Binärzahl dargestellt werden. Der Huffman-Code weist häufiger auftretenden Symbolen (im deutschen Sprachgebrauch z.B. „A“ oder „E“) eine Binärzahl mit weniger Stellen als seltener auftretenden Symbolen (z.B. „X“ oder „Y“) zu, so dass im gesamten kodierten Text weniger Ziffern bzw. Bits benutzt werden können. Wie in Abb. 1 zu sehen, kann der häufig auftretende Buchstabe „e“ in einem beispielhaften, kurzen Text mit drei Bits dargestellt werden, während er bei 16 Buchstaben normalerweise vier benötigen würde.

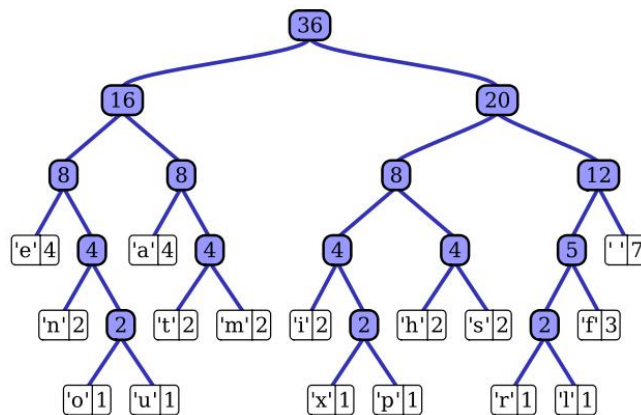


Abbildung 1: Huffman-Code-Baum an einem beispielhaften Text

Noch platzsparender ist die algorithmische Ermittlung von Wiederholungen (Redundanzen), auf deren Position entweder durch einen Zeiger hingewiesen wird oder die durch einen Code völlig ausgetauscht werden. Ein solches Verfahren benutzen die *Lempel-Ziv-Algorithmen*, die erstmals 1977 von Abraham Lempel und Jacob Ziv veröffentlicht und später weiterentwickelt wurden. Diese Algorithmen bauen während der Kompression Wörterbücher auf, die Zeichenfolgen bestimmte Indizes zuordnen. Diese Indizes sind kleiner als die tatsächlichen Textfolgen, die sie darstellen. Schließlich werden diesen Indizes noch durch ein Huffman-Code-Verfahren Binärzahlen nach Häufigkeit des Vorkommens zugeordnet.

Verlustbehaftete Datenkompression am Beispiel von Ton

Bei verlustbehaftet komprimierten Dateien ist es nicht möglich, durch Dekodierung die Originaldatei zu erhalten. Diese Art der Datenkompression ermöglicht eine höhere Kompressionsrate und wird zum Beispiel bei Bild- und Audiodateien verwendet. Dabei wird nicht nur, wie bei der verlustfreien Kompression, nach Redundanzen gesucht, sondern insbesondere auch Teile der Datei gelöscht, die für den Benutzer der Datei unwichtig sind.

Ein Beispiel dafür bildet die Kompression von Audiodateien in das MP3-Format. Töne sind Schwingungen in einem Körper, und deren Tonhöhe hängen von der Frequenz dieser Schwingungen ab. Der menschliche Hörbereich liegt in etwa zwischen 20 Hz und 20 kHz, am empfindlichsten ist unser Gehör bei zwei bis vier Kilohertz. Die Bereiche außerhalb dieser Frequenzen sind für Menschen kaum, oder gar nicht wahrnehmbar.

Zusätzlich gibt es auch Töne, die aufgrund der *Maskierung* nicht für Menschen wahrnehmbar sind. Wird ein lauter Ton einer gewissen Frequenz (*Maskierungston*) abgespielt, können wir Töne, die in ähnlichen Frequenzbereichen liegen und leiser sind, nicht wahrnehmen (*simultane Maskierung*). Je höher der Maskierungston ist, desto größer ist der unhörbare Bereich.

Wird der Maskierungston abgespielt, können wir den gleichen Ton erst nach einer kurzen Erholungsphase von etwa 5 - 20ms wieder wahrnehmen (*zeitliche Maskierung*).

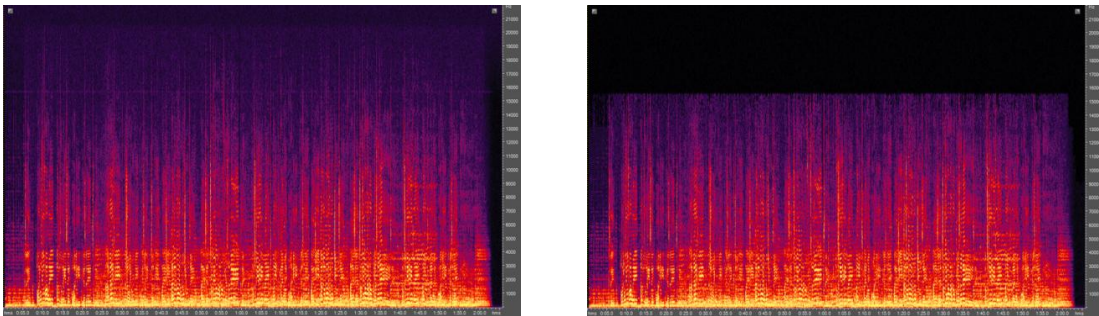


Abbildung 2: Spektralanalyse einer MP3-kodierten Audiodatei (rechts) und des Originals (links)

Bei der MP3-Kompression werden Frequenzen, die von Menschen aufgrund der Maskierung oder der Hörschwellen im tiefen (bzw. hohen) Tonbereich nicht mehr wahrgenommen werden, durch den Kodierer gelöscht. So können Kompressionsraten von bis zu 1 : 12 erreicht werden, während der Unterschied zu einer nicht komprimierten Datei nahezu unhörbar bleibt.

Quellen

- <http://consumer.media.seagate.com/2012/06/the-digital-den/how-much-data-is-generated-in-a-minute/>
- <http://goethe.ira.uka.de/seminare/redundanz/>
- <http://www.weblearn.hs-bremen.de/risse/RST/SS99/MP3/MP3.htm>
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/82/Huffman_tree_2.svg
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/cb/Yesterday_spectral_mp3.png

5.6 Gegenüberstellung klassischer und moderner Kryptographieverfahren

Benedikt Ebert
 Betreuerin: Birthe Anne Wiegand

Aufgaben der Kryptographie

Die moderne Kryptographie hat vier Hauptziele, die sie zu erreichen versucht:

Zugriffsschutz: Unbefugte Personen sollen nicht in der Lage sein, die verschlüsselte Nachricht zu lesen. Dies ist das wichtigste Ziel der Kryptographie.

Änderungsschutz: Es soll garantiert sein, dass die verschlüsselte Datei nicht nach der Verschlüsselung von einem Dritten verändert wurde (z.B. durch Schadsoftware).

Der *Fälschungsschutz* soll dafür sorgen, dass es einen eindeutig identifizierbaren Absender gibt und dieser auch nachprüfbar ist.

Verbindlichkeit Die Urheberschaft von verschlüsselten Daten muss anderen Menschen beweisbar sein.

Klassische Verschlüsselungsverfahren

Als *klassische Verschlüsselungsverfahren* bezeichnet man Verfahren, bei denen einzelne Buchstaben oder Buchstabengruppen verschlüsselt werden. Hierbei gibt es zwei Varianten: zum einen die Transposition, bei der die Buchstaben eines Textes anders angeordnet werden, und zum anderen die Substitution, bei der Buchstaben mit anderen vertauscht werden. Hierbei handelt es sich auch ausschließlich um *symmetrische* Verschlüsselungsverfahren, bei denen vorausgesetzt wird, dass beide Parteien denselben Schlüssel haben, der sowohl zum Kodieren als auch zum Dekodieren benutzt wird. Das Problem hierbei ist, dass dieser Schlüssel ebenfalls übertragen werden muss, womit er abgefangen und die Nachricht entschlüsselt werden kann.

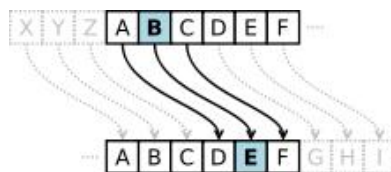


Abbildung 1: Einfache Buchstabensubstitution durch Caesar-Verschlüsselung

Moderne Verschlüsselungsverfahren

Bei modernen Verschlüsselungsverfahren werden einzelne Bits verschlüsselt. Dadurch fällt die Möglichkeit einer *Häufigkeitsanalyse*, also die Entschlüsselung von Texten durch Verbindung von Buchstaben im verschlüsselten Text mit ähnlich häufig auftretenden im Sprachgebrauch weg. Moderne Verschlüsselungsverfahren basieren auf mathematischen Problemen, von denen angenommen wird, dass sie durch keine effizienten Algorithmen gelöst werden können. Dafür werden *Falltürfunktionen* wie z.B. die Primfaktorzerlegung benutzt, deren Abbildung leicht zu errechnen ist, aber die Werte der entsprechenden Umkehrfunktion ohne Zusatzinformationen nur ineffizient berechnet werden können. Auf diesen Funktionen basieren *asymmetrische* bzw. *Public-Key-Verfahren* wie z.B. RSA. Diese Art von Verschlüsselung benutzt einen anderen Schlüssel zum Kodieren (öffentlich) als zum Dekodieren (privat).

Da asymmetrische Verfahren rechenintensiver sind als symmetrische, werden in der Praxis auch *hybride Verschlüsselungen* eingesetzt: Die Nachricht selbst wird mit einem symmetrischen, während der Schlüssel mit einem asymmetrischen Verfahren verschlüsselt wird. Dadurch ist die Schlüsselübergabe sicher, und es wird nicht viel Rechenleistung dafür benutzt, eine große Nachricht zu verschlüsseln.

RSA

Der Name RSA leitet sich aus den Nachnamen der Erfinder Ronald L. Rivest, Adi Shamir und Leonard Adleman ab. Es ist ein im Moment viel benutztes asymmetrisches Verschlüsselungsverfahren, welches darauf basiert, dass wir keinen effizienten Algorithmus kennen, um sehr große Zahlen zu faktorisieren. Bei RSA wird dem Empfänger ein individuelles Schlüsseltripllett zugewiesen, bestehend aus einem Verschlüsselungsexponenten (e), dem RSA-Modul (N) und einem Entschlüsselungsexponenten (d). Während e und N öffentlich sind und von jedem zum Verschlüsseln einer Nachricht genutzt werden kann, ist d privat. Eine mit dem e und N verschlüsselte Nachricht kann ausschließlich mit dem d des Empfängers entschlüsselt werden.

N wird durch die Multiplikation zweier sehr großer, ungleicher Primzahlen p und q erzeugt. Anschließend wird $\phi(N) = (p-1)(q-1)$ berechnet (ϕ ist hierbei die Eulersche ϕ -Funktion) und ein zu $\phi(N)$ teilerfremdes e gewählt mit $1 < e < \phi(N)$.

Mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus wird $ggT(e, \phi(N))$ gebildet und so d als das Inverse von e modulo $\phi(N)$ gefunden: $e \cdot d + k \cdot \phi(N) = 1 \Leftrightarrow e \cdot d = 1 \pmod{\phi(N)}$.

So wird der letzte Teil des Schlüsseltriplletts mit Kenntnis von p und q errechnet.

Unter Verwendung des öffentlichen Verschlüsselungsexponenten e wird aus einem Klartext (message) m ein Geheimtext (Chiffre) c errechnet:

$$c = m^e \pmod{N}$$

Dekodiert wird über den geheimen Entschlüsselungsexponenten d :

$$m = c^d \pmod{N}$$

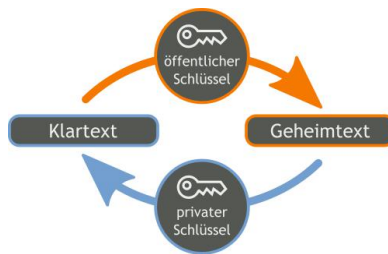


Abbildung 2: Schematische Darstellung von RSA

Dieser Zusammenhang ergibt sich aus dem Satz von Euler. Ohne Kenntnis von p und q (und somit $\phi(N)$) als Primfaktoren von N lässt sich der erste Schritt nicht umkehren - somit beruht die Sicherheit des Verfahrens darauf, dass man ohne Kenntnis des privaten Schlüssels d die Nachricht nur entschlüsseln könnte, wenn man N in seine Faktoren zerlegen könnte.

Quellen

- J. Buchmann: *Einführung in die Kryptographie*, Springer-Verlag, Berlin 1999
- <http://www.matheprisma.uni-wuppertal.de/Module/RSA/index.htm?1>
- <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2b/Caesar3.svg>
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a2/Orange_blue_public_key_cryptography_de.svg

5.7 Elliptische Kurven als Alternative zu RSA

Gregor Angeloni
Betreuer: Birthe Anne Wiegand

Motivation

Sollte ein effizienter Primzahl-Faktorisierungsalgorithmus für Zahlen gefunden werden, wäre das RSA-Verfahren unsicher. Im Folgenden betrachten wir daher alternative Falltürfunktionen, die nicht auf der Faktorisierung basieren.

Das Diskrete Logarithmus Problem (DL-Problem)

In einer zyklischen Gruppe G , hier $(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}, +)$, wähle man ein Element P mit $P \in G$. Dieses Element sei ein Erzeuger der Gruppe G , also $G = \langle P \rangle := \{kP : k \in \mathbb{Z}\}$. Nun ist die Bestimmung von $Q = kP$ mit $k \in \mathbb{Z}$ relativ einfach – die Umkehrung, also die Bestimmung von k bei gegebenem Q und P im Vergleich sehr schwierig – anders als z.B. bei Multiplikation/Division in \mathbb{R} . Anschaulich macht dies die Tabelle mit $G = (\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})$ und $P = 3$, die sehr leicht zu erstellen ist:

k	1	2	3	4	5	6
Q	3	6	1	4	7	2

In der anderen Richtung dagegen ist die Erstellung nicht so einfach, da die Umkehrfunktion deutlich schwieriger und nur durch Ausprobieren zu bestimmen ist. Bei multiplikativen Gruppen verschiebt sich das DL-Problem auf die Umkehrung der Potenzierung (daher nennen wir es „Diskreter Logarithmus“). Das DL-Problem werden wir uns nun zunutze machen.

Diffie-Hellmann Schlüsselaustausch

Der Schlüsselaustausch ist eine Anwendung des DL-Problems.

Public Key: Gruppe G , Beliebige Element $P \in G$ Private Key: $k \in \mathbb{Z}$

1. Person A und B wählen beide unabhängig ein $k \in \mathbb{Z}$.
2. Beide errechnen $k_A P$ bzw. $k_B P$ und veröffentlichen diese. (Jetzt neu Public: $k_A P$ und $k_B P$)
3. Person A nutzt sein k_A und das $k_B P$ (public) zum Errechnen von $k_A(k_B P)$ und Person B errechnet $k_B(k_A P)$.

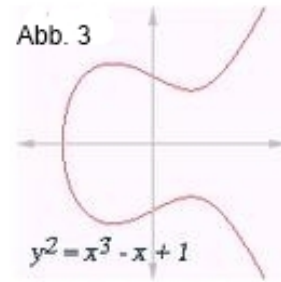
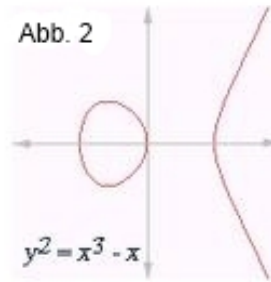
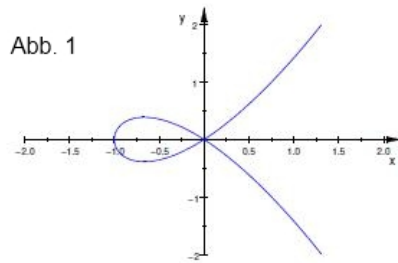
Da $k_A(k_B P) = k_B(k_A P)$, haben beide nun einen gemeinsamen Schlüssel.

Nach dem DL-Problem ist die Bestimmung von sowohl k_A als auch k_B aus $k_A k_B P$ unmöglich und ein Angreifer könnte nur $(k_A P)(k_B P)$ bestimmen. Daher ist der gemeinsame Schlüssel sicher.

Besonders geeignete abelsche Gruppen sind beispielsweise solche, die aus Elliptischen Kurven gebildet werden können, weshalb wir uns jetzt mit diesen befassen werden und der Verschlüsselung auf ihnen.

Elliptische Kurven

Elliptische Kurven sind Kurven der allgemeinen Form $y^2 = x^3 + ax + b$ vereinigt mit einem weiteren Punkt, den wir uns „vertikal“ über und unter der x-Achse im Unendlichen vorstellen. Es gibt drei unterschiedliche Fälle von solchen Kurven, denen alle restlichen ähneln. Entscheidend hier ist die Diskriminante (im Folgenden mit d bezeichnet). Ausgedrückt in a und b der obigen Gleichung wird diese durch $4a^3 + 27b^2 = d$ beschrieben. Nun wird nach $d = 0$, $d < 0$ und $d > 0$ unterschieden.



Bei $d = 0$ sieht die Kurve wie in Abb. 1 aus und besitzt eine Singularität, das heißt, dass in einem Punkt die Ableitung nicht eindeutig ist (hieraus errechnet sich auch die Formel für d). Für $d < 0$ ist die Kurve isomorph zu der in Abb. 2 und für $d > 0$ zu Abb. 3.

Nun betrachten wir, wie aus Elliptischen Kurven Gruppen gebildet werden können. Dazu muss eine Verknüpfung eingeführt werden, die die Gruppenaxiome erfüllt.

Addition auf Elliptischen Kurven

Die Addition auf Elliptischen Kurven wird so durchgeführt, dass man eine Gerade durch die zwei zu addierenden Punkte zieht und den Schnittpunkt dieser Geraden mit der Kurve an der x -Achse spiegelt. Der erhaltene vierte Punkt ist das Ergebnis der Addition. Wenn man einen Punkt zu sich selbst addiert, nimmt man die Tangente an die Kurve im gegebenen Punkt (diese ist in jedem Falle wohldefiniert durch Ausschluss der Singularität) als „Verbindungsgerade“.

Gruppeneigenschaften auf Elliptischen Kurven

$(E, +)$ ist die Gruppe, die aus der Elliptischen Kurve E mit der Verknüpfung, die wir Addition nennen, gebildet wird (die Verknüpfung könnte man auch anders nennen, aber in der Mathematik werden kommutative Verknüpfungen meist Addition genannt).

Nun überprüfen wir die Axiome einer abelschen Gruppe:

1. Abgeschlossenheit: Der Beweis der Existenz und Durchführbarkeit der Verknüpfung für jedes Paar $\{a, b\} \subset E$ ergibt sich aus der Existenz des oben genannten Schnittpunkts, soll aber hieraus Platzgründen nicht gezeigt werden.
2. Existenz eines neutralen Elements: Das neutrale Element ist der unendlich ferne Punkt ∞ :
 $a + \infty = a \quad \forall a \in E$.
3. Existenz eines inversen Elements für jedes $a \in E$: Das inverse Element ist jeweils der an der x -Achse gespiegelte Punkt.
4. Assoziativität: Die Gruppe ist assoziativ, also $(P + Q) + R = P + (Q + R)$ (Beweis: siehe Quellenangaben: *Elliptische Kurven in der Kryptographie*)
5. Kommutativität: Die Gruppe ist kommutativ. Dies kann man sehr gut graphisch sehen, da eine Gerade durch zwei Punkte nicht davon abhängt, von welchem Punkt man zuerst ausgeht.

Anwendung des DL-Problems auf Elliptische Kurven

Um den Diskreten Logarithmus für die Elliptischen Kurven nutzen zu können, brauchen wir nun die ganzzahligen Vielfachen. Diese entstehen durch iteriertes Aufaddieren eines Punktes mit sich selbst. Wir schreiben z.B. $P + P + P = 3P$. So übersetzt sich das DL-Problem auf die Umkehrung dieses

Prozesses, wobei $3P$ sehr leicht zu bestimmen ist, es aber praktisch unmöglich, ist auf die 3 zurückzurechnen. Also kann hier der Diffie-Hellmann Schlüsselaustausch durchgeführt werden.

Quellen

- Annette Werner: *Elliptische Kurven in der Kryptographie*
- http://www2.cs.uni-paderborn.de/cs/ag-bloemer/lehre/proseminar_WS2005/material/Muehlenfeld_Ausarbeitung.pdf

5.8 Einführung in die Graphentheorie

Fabian Richardt

Betreuerin: Birthe Anne Wiegand

Graphen finden sich in den vielfältigsten Formen in unserem Alltag. Eine der offensichtlichsten Varianten ist die aus Abb. 1, welche einen Ausschnitt aus einer Straßenkarte darstellt. Der dazugehörige Graph entsteht, indem sämtliche Kreuzungen durch Knoten (engl. Vertex/Vertices) ersetzt und die Straßen als Kanten (engl. Edge/Edges) darstellt. Das Resultat könnte dann etwa so aussehen wie in Abb. 2.

Ein Graph G besteht also aus der gesamten Menge aus Knoten V und Kanten E , und lässt sich darstellen als $G = (V, E)$. Man sagt, der Grad eines Knotens ist so groß, wie die Anzahl der mit ihm verbundenen Kanten. In Abb. 2 beispielsweise hat der mittlere Knoten den Grad 3.

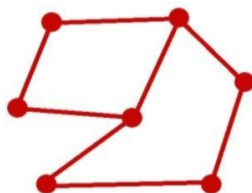


Abb. 2

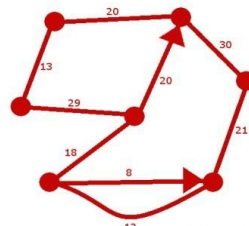


Abb. 3

Der Graph aus Abb. 2 ist aber im Vergleich zur Karte aus Abb. 1 sehr stark vereinfacht. Um nun komplexere Zusammenhänge darstellen zu können, gibt es einige erweiterte Graphenvarianten, die sich natürlich auch untereinander kombinieren lassen, wie man in Abbildung 3 sieht:

Multigraphen, bei denen zwei Knoten durch mehr als eine Kante verbunden sein können.

Gerichtete Graphen, bei denen durch Pfeile an den Kanten angegeben ist, in welcher Richtung sie durchlaufen werden können (vgl. Abb. 1: Einbahnstraßen). Bei gerichteten Graphen unterscheidet man zwischen dem Eingangsgrad und Ausgangsgrad eines Knotens.

Hypergraphen, bei denen eine Kante mehr als zwei Punkte verbinden kann. Kennzeichnen kann man das zum Beispiel, indem man die Knoten mit einer geschlossenen Linie umkreist.

Gewichtete Graphen, bei denen jede Kante mit einem Wert versehen ist. Diese könnten im obigen Beispiel unter anderem für die Länge der Straße oder die Zeit, die man zwischen zwei Knoten auf ihr braucht, stehen.

Planare Graphen, die sich so in die Ebene einbetten lassen, dass sich Kanten nur in den Knoten berühren (also nicht schneiden).

Vollständige Graphen (bezeichnet mit K_n), bei denen jeder der insgesamt n Knoten mit jedem anderen verbunden ist.

Bipartite Graphen, bei denen sich die Knoten in zwei Mengen unterteilen lassen, wobei jeder Knoten nur mit Knoten aus der andern Menge verbunden ist.

Einen Teilgraph von G bezeichnet man mit G' und dieser kann nur Knoten und Kanten enthalten, die auch in G vorhanden sind (Beispiel: U-Bahn-Zonen).

Weiterhin nennt man eine Folge von Knoten, bei der die direkt aufeinanderfolgenden Knoten durch Kanten verbunden sind, einen Weg. Wege können alternativ auch als Kantenzug (Folge von Kanten) dargestellt werden. Kommt kein Knoten innerhalb des Weges mehrfach vor, so bezeichnet man ihn als Pfad, ansonsten als Zyklus. Sollte der Anfangsknoten gleich dem Endknoten sein, spricht man auch von einem Kreis. Durch diese Unterscheidungen ergibt sich auch die Trennung von zyklischen und azyklischen Graphen.

Bäume

Ein sehr anschauliches Beispiel für graphentheoretische Bäume sind Stammbäume, aber auch Organisationsstrukturen von Unternehmen oder generell Monohierarchien (Hierarchien, bei denen jedes Element genau ein übergeordnetes hat) lassen sich aufführen. Einfach ausgedrückt ist ein Baum ein Graph, bei dem jeder Knoten mit jedem anderen durch genau einen Pfad verbunden ist. Anders ausgedrückt gibt es ein Baum ein zusammenhängender Graph mit einem Knoten mehr als Kanten (in Abb. 4 sechs Knoten und fünf Kanten). Man unterscheidet zwischen ungerichteten und gewurzelten (sprich gerichteten) Bäumen. Bei einem ungerichteten Baum wie in Abb. 4 bezeichnet man alle Knoten mit einem Grad von 1 als Blätter, die übrigen als innere Knoten.

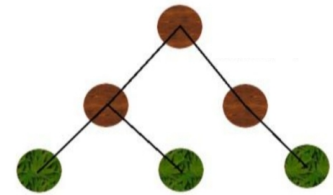


Abb. 4

Entfernt man bei einem Baum eine Kante, zerfällt er in zwei Teilbäume, die zusammen einen sogenannten Wald bilden.

Eulerwege und Eulerkreise

Als Eulerweg (benannt nach dem Mathematiker Leonhard Euler) bezeichnet man einen Weg, der jede Kante eines Graphen genau einmal enthält, wobei Start- und Endpunkt beliebig sind. Ein bekanntes Beispiel dafür ist das „Haus des Nikolaus“ (Abb. 5). Sind Start- und Endpunkt identisch, spricht man von einem Eulerkreis. Mathematisch gesehen enthält ein Graph genau dann einen Eulerweg, wenn alle Knoten bis auf zwei geraden Grad haben, und einen Eulerkreis, wenn alle Knoten geraden Grad haben.

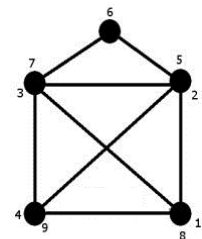


Abb. 5

Eulers Überlegungen gingen ursprünglich auf das Königsberger Brückenproblem zurück, bei dem nach einer Route über alle Brücken der Stadt gesucht wurde, ohne eine von ihnen doppelt zu überqueren.

Quellen

- <http://www.mathematik-netz.de/pdf/GrundlagenGraphen.pdf>
- <http://maps.google.de/maps?q=ny&oe=utf-8&aq=t&rls=org.mozilla:en-GB:official&client=firefox-a&um=1&ie=UTF-8&hl=en&sa=N&tab=wl>

5.9 Algorithmen auf Graphen

Michelle Möll

Betreuerin: Birthe Anne Wiegand

Den kürzesten Weg von einer Stadt zur anderen, die optimale tägliche Tour des Postboten, oder die kleinste Anzahl an Verbindungen für Rechner in einem Konzern zu finden – dies sind einige alltägliche Probleme, für die es verschiedene Lösungsansätze gibt, die in Form von Algorithmen dargestellt werden können.

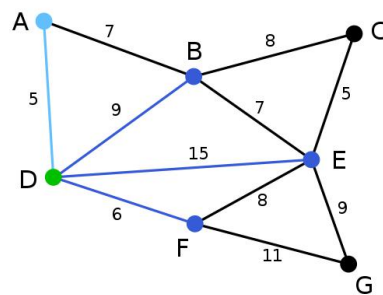
Zunächst müssen die Probleme aber für einen Computer geeignet dargestellt werden, und zwar mit einem der wichtigsten Modellierungswerkzeuge der Informatik: den Graphen. Zum Beispiel werden bei der Suche nach den kürzesten Wegen die Städte als Knoten und die Straßen als Kanten dargestellt, wobei sich das Gewicht der Kanten nach der Länge der Straße oder der benötigten Zeit, um diese zu durchqueren, richtet. Alle unnötigen Informationen wie Straßennamen oder anliegende Gebäude werden dabei einfach ignoriert. Nun können auf diesen übersichtlichen Graphen Algorithmen laufen. Der einfachste Ansatz ist es, durch exzessives Ausprobieren die Lösung zu finden, doch viel besser geht es fast immer mit geschickten Algorithmen, die wir hier näher untersuchen.

Minimale Spannbäume mit Prim und Kruskal

Oft müssen neue Telefonnetze zwischen Orten gelegt werden, so dass möglichst wenig Kabel verwendet wird, aber jeder Ort direkt oder über mindestens einen weiteren Ort mit der Zentrale verbunden ist. Wenn die Städte als Knoten und die Länge der Verbindungen als gewichtete Kanten betrachtet werden, dann lässt sich das Problem als das Finden eines *minimalen Spannbaums* formulieren. Dies ist ein Teilgraph des kompletten Graphen, der ein Baum ist, alle Knoten dieses Graphen enthält, und die minimale Gesamtlänge der Kanten von allen möglichen Spannbäumen hat.

Dafür gibt es zwei Lösungsansätze: Zum einem den *Algorithmus von Kruskal*, welcher 1956 von Joseph Kruskal entdeckt wurde. Bei diesem Algorithmus wird in jedem Schritt die Kante mit dem kleinsten Kantengewicht gesucht und zusammen mit deren Endpunkten zum minimalen Spannbaum hinzugefügt, solange diese keinen Kreis im minimalen Spannbaum schließt. Dies wird $|V| - 1$ mal wiederholt, bis alle Knoten im minimalen Spannbaum vorhanden sind.

Der zweite Ansatz ist der *Algorithmus von Prim*, welcher 1930 von dem Mathematiker V. Jarnick entdeckt und von R. C. Prim 1957 wiederentdeckt wurde. Dabei wird, angefangen mit einem beliebigen Startknoten, ein minimaler Spannbaum erstellt. Um den jeweils nächsten Knoten und Kante in den Spannbaum hinzuzufügen, wird diejenige Kante zum minimalen Spannbaum hinzugefügt, die mit einem der im Spannbaum befindlichen Knoten verbunden ist, das minimale Kantengewicht aller verbundenen Kanten hat und keine Kreise im Spannbaum schließt. Das gleiche Muster wird durchgeführt, bis alle Knoten zum minimalen Spannbaum hinzugefügt wurden.



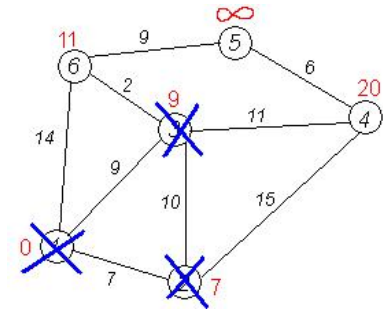
Kürzeste Wege mit dem Dijkstra-Algorithmus

Wenn nun der kürzeste Weg von A nach B gefunden werden muss, liefert der von Edsger Dijkstra entdeckte Algorithmus eine Lösung.

In einer Modellvorstellung als „Ameisen-Algorithmus“ würden vom Startknoten aus viele Ameisen in alle Richtungen laufen, und auf jedem Knoten würde eine Ameise stehenbleiben und sich ihren gelaufenen Weg merken. Sobald eine weitere Ameise über einen anderen Weg diesen Knoten erreicht,

gibt sie die Suche auf, da ein anderer Weg offensichtlich kürzer war. Nun müsste man nur noch die Ameise, die den gesuchten Knoten zuerst erreicht hat, nach ihrem abgelaufenen Weg fragen.

Dieser Algorithmus ist im Wesentlichen der Algorithmus von Prim, mit dem Unterschied, dass jeder Knoten einen eigenen Wert erhält, der nach jedem hinzugefügtem Knoten angepasst wird. Es wird somit diejenige Kante jeweils hinzugefügt, die den Knoten mit dem minimalen Wert beinhaltet und mit den bereits besuchten Kanten direkt verbunden ist. Die Werte der anliegenden Knoten werden nun geändert, wenn der Gesamtweg vom Startpunkt über die neue Kante kürzer ist, als er es vorher war. Ebenso erhalten alle nun erreichbaren Knoten den Wert des kürzesten Gesamtwegs vom Startknoten. Das ganze Vorgehen wird so lange fortgesetzt, bis alle Knoten besucht wurden und so der kürzeste Weg vom Startknoten zu einem beliebigen anderen Knoten des Graphen gefunden wurde.



Das Problem des Handlungsreisenden

Es geht bei diesem Problem darum, die kürzeste Rundreise durch mehrere Städte zu finden. Es wurde 1930 das erste Mal als mathematisches Problem erwähnt und seitdem vielfach erforscht. Dennoch wurde bis jetzt keine Möglichkeit gefunden, mit vertretbar kurzer (also nicht exponentieller) Rechenzeit die exakte kürzeste Rundreise zu finden. Jedoch gibt es z.B. einen effizienten Algorithmus, der zumindest einen Weg findet, der maximal doppelt so lang wie den kürzeste ist. Durch Verdopplung aller Kanten im minimalen Spannbaum des Graphen, kann effizient ein Eulerkreis gefunden werden, der genau eine Rundreise ist und diese Eigenschaft hat.



Quellen

- Jens Gallenbacher: *Abenteuer Informatik: IT zum Anfassen – von Routenplaner bis Online-Banking*, 3. Auflage, 2012
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c4/TSP_Deutschland_3.png
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1d/Dijkstra_graph11.PNG
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/56/Prim_Algorithm_1.svg

5.10 Komplexität und Laufzeit

Mischa Holz
Betreuerin: Birthe Anne Wiegand

Die Komplexität ist ein weites und komplexes Thema der theoretischen Informatik. Sie beschäftigt sich hauptsächlich mit der Frage nach der Schwierigkeit von Problemen und der Effizienz von Algorithmen, bestimmte Probleme zu lösen.

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen Speicher- und Zeitkomplexität. Wie die Namen schon sagen, betrachtet man dort einerseits den Speicherplatz, den ein Algorithmus zur Lösung des Problems braucht, und andererseits die Laufzeit des Algorithmus.

Es ist in der Praxis in vielen Fällen weniger ausschlaggebend, wie viel Speicher ein Algorithmus im Vergleich zu einem anderen verbraucht. Interessanter ist die Frage nach der Laufzeit. Dabei sollte man beachten, dass bei der Laufzeitbestimmung nicht in Stunden oder Minuten gerechnet wird, wie lange der Algorithmus braucht, um das Problem zu lösen. Das hängt von zu vielen Faktoren ab (vor allem der entsprechenden Rechnerleistung), und ist somit unpräzise. Stattdessen betrachtet man die Anzahl der Schritte im Verhältnis zur Eingabelänge, die der Algorithmus braucht, um das Problem zu lösen. Man stellt also eine Funktion f auf, welche die Anzahl der Schritte $f(n)$ für die Eingabelänge n errechnet. Generell interessiert einen der Worst Case oder expected case des jeweiligen Algorithmus aus.

Bei Bubblesort ist der Worst Case eine Liste, in der die Elemente genau falsch herum sortiert sind. An diesem Beispiel ist die Laufzeitfunktion relativ einfach und schnell errechnet: Bei Bubblesort ist der relevanteste Schritt das Tauschen von zwei Elementen in dem Array. Also betrachten wir einfach nur diese Anzahl, da die restlichen Schritte nur konstante Faktoren zu der Funktion hinzufügen würden, welche letztendlich aber nicht wichtig sind.

Im Worst Case von Bubblesort wird das 1. Element der unsortierten Liste (welches das größte Element in der List ist) n mal getauscht. Das nächste Element $n - 1$ mal usw. Für die Laufzeitfunktion f ergibt sich also: $f(n) = n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 2 + 1$ oder auch $f(n) = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2-n}{2}$.

Um nun Algorithmen vergleichbar zu machen, ist es sinnvoll, solche mit sehr ähnlicher Laufzeit zusammenzufassen. „Sehr ähnlich“ bedeutet hier, dass man, analog zu einer Grenzwertbetrachtung, nur die für sehr große Eingabelängen ausschlaggebenden Terme beibehält. Alle Funktionen, die (im Term höchsten Grades) quadratisch oder langsamer wachsen, fasst man so zum Beispiel in $O(n^2)$ zusammen. Darunter fällt auch unser Bubblesort.

$O(g)$ ist eines der Landau-Symbole, welches alle Funktionen zusammenfasst, die asymptotisch nicht schneller als g wachsen.

Mit diesem Verfahren kann man nun Algorithmen (und damit auch die Probleme, die sie lösen) in Komplexitätsklassen einteilen und untereinander sehr gut vergleichen. Sehr gute Sortieralgorithmen haben zum Beispiel eine Laufzeit von $O(n \cdot \log(n))$ (z.B. Quicksort) und sind damit wesentlich schneller als Bubblesort, wenn man große Datenmengen sortieren will.

Mit diesen Definitionen kann man Probleme in verschiedene „Komplexitätsklassen“ einteilen. Dabei unterscheidet man hauptsächlich P und NP .

P enthält alle Probleme, die in polynomialer Zeit lösbar sind. Sortieren zum Beispiel ist ein Problem, das in P liegt, da es Algorithmen gibt, die es in polynomieller Zeit lösen.

In NP sind alle Probleme, die eine sogenannte nicht-deterministische Turingmaschine in Polynomialzeit lösen könnte. Das bedeutet: Wenn man eine Maschine bauen könnte, die in der Lage wäre, effizient Lösungen für ein Problem zu erraten, könnte man diese Lösung in polynomieller Zeit überprüfen. Dies gilt natürlich auch für Probleme in P , sodass NP alle Probleme von P enthält. Das wohl bekannteste Problem in NP/P ist das „Problem des Handlungsreisenden“.

Des Weiteren gibt es noch Probleme, die weder in P noch in NP sind. Zum Beispiel das Ausgeben aller Zahlen bis $2n$ ist auch durch Raten nicht schneller lösbar als mit einer Laufzeit von $O(2^n)$.

Innerhalb von NP gibt es noch die Gruppe der sogenannten NP -vollständigen Probleme. Ein Problem ist dann NP -vollständig, wenn alle anderen Probleme in NP auf dieses Problem polynomiell redu-

ziert werden können. Durch diese Polynomialzeitreduktion beweist man, dass alle anderen Probleme mindestens genauso schwer sind.

An dem Beispiel des Clique-Problems kann man dies relativ einfach nachvollziehen:

Beim Clique-Problem sucht man in einem Graphen eine Menge von Knoten, die alle miteinander verbunden sind. Das Clique-Problem ist eines der „klassischen“ NP -vollständigen Probleme, also eines der schwersten Probleme in NP . Nun kann man sich ganz einfach eine Art „Anti-Clique“-Problem vorstellen, bei dem man eine Menge von Knoten sucht, die alle nicht miteinander verbunden sind.

Findet man nun einen Algorithmus für dieses Anti-Clique-Problem, kann man diesen benutzen, um Clique zu lösen: Man invertiere den Graphen G , auf dem man eine Clique sucht, zu G' . Dies kann in polynomieller Zeit zur Anzahl der Kanten durchführen. G' hat also dieselben Knoten wie G , doch sind in G' nur genau die Knoten durch Kanten verbunden, die es in G nicht waren. Man lasse den Anti-Clique-Algorithmus auf G' laufen und gebe die dadurch gefundene Knotenmenge als Lösung von Clique auf G aus. Die Knoten dieser Menge sind ja in G alle durch Kanten verbunden, da sie in G' eine Anti-Clique bilden! Clique und Anti-Clique sind also mindestens gleich schwer - Findet man einen Polynomialzeit-Algorithmus für das eine Problem, kann man damit automatisch das andere auch lösen.

Man weiß von Clique, dass es bereits eines der schwersten Probleme in NP ist, woraus somit folgt, dass auch Anti-Clique eines dieser Probleme sein muss. Anti-Clique ist daher auch NP -vollständig. Man sagt, dass Clique Problem wurde „auf das Anti-Clique Problem reduziert“.

Da als Definition angegeben wurde, dass alle anderen NP -vollständigen Probleme auf dieses Problem reduzierbar sein müssen, bedeutet das: Wenn man einen Algorithmus für eines der NP -vollständigen Probleme findet, der eine polynomielle Laufzeit hat, haben alle NP -vollständigen Probleme Algorithmen, die eine polynomielle Laufzeit haben. Dies ist bekannt als das $P - NP$ -Problem, nämlich ob P eine echte Untermenge von NP ist oder ob P und NP nicht vielleicht doch die gleiche Menge sind. Dies ist eine wichtige Frage der theoretischen Informatik, da zu den NP -vollständigen Problemen zum Beispiel auch die Primfaktorzerlegung zählt, auf welcher die Sicherheit der aktuellen Verschlüsselungsverfahren basiert. Sollte also jemand einen effizienten Algorithmus für das Clique Problem finden, sollte man anfangen, sein Geld von der Bank abzuheben, da ansonsten bald vermutlich jeder an dieses Geld kommt.

Quellen

- <http://de.wikipedia.org/wiki/Komplexit%C3%A4tstheorie>
- Prof. Dr. Georg Schnitger: *Skript zur Vorlesung „Algorithmentheorie“*, WS 2010/11

5.11 Künstliche Intelligenz am Beispiel von Spielen mit perfekter Information

Hannes Güdelhöfer
Betreuer: Sascha Planz

„KI“ ist die Abkürzung für *künstliche Intelligenz*, also ein menschlich erzeugtes Programm, was intelligent wirkt. Diese Definition umfasst einen sehr großen Bereich der Informatik, von Computergegnern in einem Spiel über Navigationssysteme, bis hin zu den Suchergebnissen bei Google.

In diesem Thema wurde der Teil der KI untersucht, welcher genutzt werden kann, um Zwei-Spieler-Spiele mit perfekter Information intelligent zu spielen. Bei diesen Spielen sind beide Spieler zu jedem Zeitpunkt über alle Spielfiguren und alle bisherigen Züge informiert.

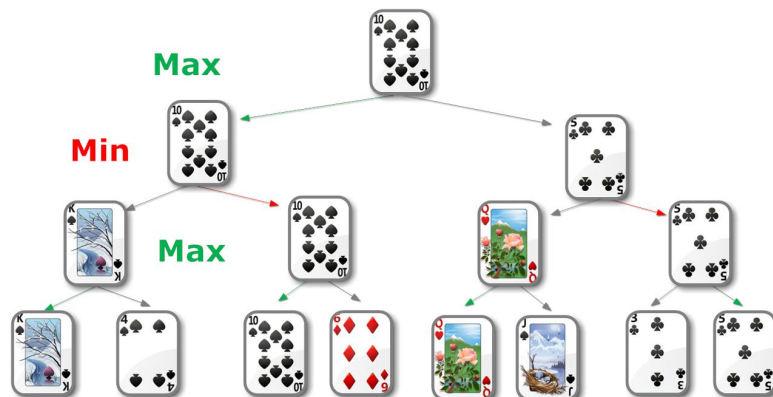
Diese Spiele werden prinzipiell mit dem *Minimax*-Algorithmus gelöst. Dieser kann als algorithmische Umsetzung einer fundamentalen Idee aus der Spieltheorie beschrieben werden. Dazu wurde in der Staatsexamensarbeit von Johannes Galatsanos-Dück (siehe Quellen) die These aufgestellt, dass dieser auch von Laien äußerst intuitiv nachvollziehbar sei. Um dies zu überprüfen, haben wir einfache Spiele vorgegeben und untersucht, ob die Teilnehmer des Kurses innerhalb einer Sitzung Minimax ohne Vorwissen „neu erfinden“ können. Die Teilnehmer haben im Karten-Nimspiel tatsächlich den Algorithmus angewandt und teilweise auch in Pseudocode formuliert.

Einfaches Karten-Nimspiel

Das einfachste behandelte Spiel bildet eine konkurrierende Situation ab, bei der die Züge des einen Spielers die des anderen eingrenzen. Ebenso konkurrieren die Spieler direkt, womit es ein Nullsummenspiel wird.

Es besteht, wie rechts abgebildet, aus acht Karten. Diese acht Karten bestehen aus zwei Stapeln (rot), die jeweils aus zwei weiteren Stapeln bestehen (blau). Jeder dieser unteren Stapel beinhaltet zwei Karten. Die Spieler wählen abwechselnd einen der oberen Stapel aus. Nachdem ein Stapel ausgewählt wurde, werden die anderen Stapel samt Unterstapel entfernt. Der letzte Spieler kann dann im untersten Stapel eine Karte auswählen. Das Ziel für den letzten Spieler ist es, eine möglichst hohe Karte auszuwählen, während der zweite Spieler dem Ersten eine möglichst niedrige Karte geben will.

Um nun den besten Spielzug zu entscheiden, sieht sich der erste Spieler die untersten Stapel an. Im ersten Stapel findet er eine Vier und einen König. Da er in dieser Runde dran wäre, wäre der König wohl seine Wahl. Er kann den ersten Stapel nun mit dem Wert „König“ bewerten. Der nächste blaue Stapel besteht aus einer Zehn und einer Sechs. Diesen bewertet er nun mit einer Zehn. Nun geht er eine Ebene höher. In diesem Spielzug wäre sein Gegner dran. Die beiden eben bewerteten Stapel haben einen König und eine Zehn. Sein Gegner will natürlich eine möglichst kleine Karte, er würde also den Stapel mit der Zehn wählen. Den gesamten roten Stapel bewertet er also mit Zehn. Dieser Prozess wird für alle Stapel durchgeführt. Nach der letzten Bewertung, weiß der anfangende Spieler, welche Karte er bekommen würde, wenn er und sein Gegner perfekt spielen würden.



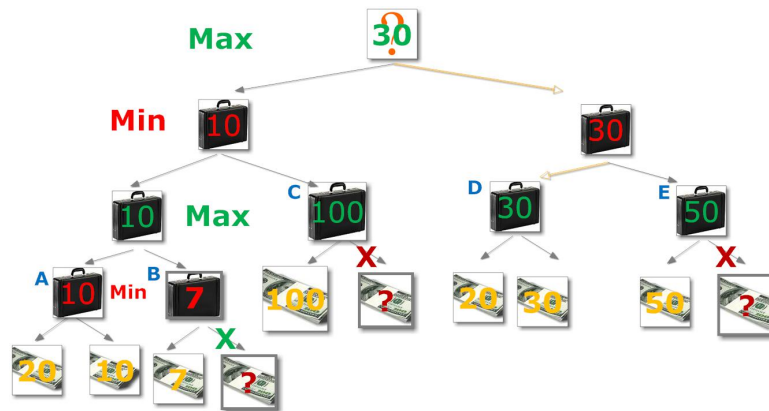
Da man bei der Bewertung immer zwischen dem Zug mit der höchsten und dem Zug mit der kleinsten Bewertung wechselt, wird dieses Prinzip Minimax genannt. Es lässt sich auch auf andere bekannte Spiele, wie z. B. Tic Tac Toe anwenden, wobei man allerdings statt der Kartenwerte Spielstände zur Bewertung heranzieht. Ein Sieg wird dann mit $+\infty$, eine Niederlage mit $-\infty$ und ein Unentschieden mit 0 bewertet.

Vier gewinnt

Ein weiteres behandeltes Beispiel ist Vier gewinnt, das sich auch mit Minimax analysieren lässt. Jedoch wird man hier schnell auf Grenzen stoßen, da es ca. 10^{21} Spielausgänge gibt, und die Berechnung entsprechend lange dauert. Der komplette Spielbaum kann also nicht betrachtet werden, und somit muss auch eine Bewertungsfunktion existieren, die die Spielzüge bewertet, welche kein Ende des Spiels hervorrufen. Durch diese Erweiterung lassen sich beliebig komplexe Spiele durch Minimax durchlaufen.

Optimierungen von Minimax: Alpha-Beta

Die „Alpha-Beta-Suche“ bringt dasselbe Ergebnis wie Minimax, verzichtet aber auf die Betrachtung von Zügen, die das Ergebnis nicht verändern. Die gewonnene Rechenzeit kann man dazu benutzen, mehrere Züge zu evaluieren. Ein Beispiel dazu liefert untenstehende Abbildung, in dem die roten Karten wegen cut-offs nicht betrachtet werden müssen.



Lösbarkeit von Spielen Ein wichtiges Thema der KI-Forschung ist, wie gut ein Spiel mithilfe einer Methode spielbar ist. Wie wir gesehen haben, sind Spiele wie Tic-Tac-Toe problemlos mit einer KI perfekt zu spielen. Vier gewinnt ist auch schon, trotz seiner Komplexität perfekt spielbar. Sogar im Schach ist eine KI bereits besser als die menschlichen Großmeister. Man kommt so schnell zu der Annahme, dass alle Spiele mit perfekter Information durch KIs lösbar sind. Doch es gibt noch Spiele wie Go, in welchen Computer keine menschlichen Profis schlagen können. Ein Hauptgrund dafür ist die enorme Anzahl an Spielausgängen, die in Go bei 10^{360} liegen, und selbst die geschätzte Anzahl an Elementarteilchen im Universum von 10^{81} weit übersteigen. Sinnvolle Berechnungen in diesem Bereich sind auch für modernste Supercomputer unmöglich.

Quellen

- Johannes Galatsanos-Dück: *Künstliche Intelligenz in Brettspielen: Eine Untersuchung der Elementarisierungsmöglichkeiten in Hinblick auf Schüleraktivität*, Staatsexamensarbeit an der Goethe-Universität Frankfurt am Main, 2010
Abbildungen mit Einverständnis des Autors aus der Arbeit übernommen.

6 Geschichtskurs

Reise durch den Herbst des Mittelalters

Nach den Schrecken der Geschichte (einzusehen in der Dokumentation der HSAKA 2011) haben wir uns in diesem Jahr mit ihrer Schönheit beschäftigt. Wir begaben uns auf eine Reise durch den „Herbst des Mittelalters“ (Johan Huizinga), und diese Reise führte durch ein Land zwischen Mittelalter und Neuzeit, Tradition und Innovation: das Burgund der großen Herzöge.

Während wir im Kursverlauf die wichtigsten Orte der burgundischen Geschichte - Handelsstädte, Kathedralen, Schlachtfelder, Fürstenhöfe - besuchten, konnten wir Aufstieg und Fall einer Großmacht zwischen Frankreich und Deutschland betrachten. Dabei lernten wir einige der schönsten Kunstwerke Europas kennen, rangen mit der faszinierenden Glaubenswelt des Spätmittelalters, arbeiteten mit einer Vielfalt unterschiedlicher Quellentypen und näherten uns der Frage, wann eigentlich „die Deutschen“ und „die Franzosen“ zu eben jenen wurden.

Vor allem aber eigneten wir uns auf den Spuren Huizingas gleichermaßen zwei fachliche Perspektiven an, die historische wie die kunsthistorische, um dem Ziel unserer Reise näherzukommen: uns die historischen Zusammenhänge zwischen Mensch, Raum und Kultur zu erschließen.

Kursleitung

Dr. Peter Gorzolla, Historisches Seminar der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main
Saskia Quené, Kunstgeschichte und Philosophie an der Humboldt-Universität zu Berlin

6.1 Der Reiseführer: Johan Huizinga

Peter Gorzolla

Zur historischen Einführung

Statt eines Dumont, Baedeker oder Marco Polo das Werk des niederländischen Kulturhistorikers Johan Huizinga als Reiseführer zu wählen, ist eine anspruchsvolle, aber auch vielversprechende Entscheidung. Von Beginn der Lektüre an wurde die Herausforderung deutlich, seinem Weg durch den *Herbst des Mittelalters* (1919) zu folgen: Sprachgewaltig zeichnet er das farbenfrohe Bild einer Epoche, eines Kulturraums, seiner Mentalitäten und Geisteshaltungen, mit scharfem Blick auf die Details und ohne Rücksicht auf disziplinäre Grenzen. Als Schlüssel zum Verständnis all dieser Phänomene erscheint dabei die Kunst - wie gut, dass wir nicht unvorbereitet kommen!

Huizinga hat mit seinem sehr einflussreichen Werk dem Spätmittelalter ein Denkmal gesetzt, wenn gleich dieses manchmal auch wie ein Grabstein wirkt. Denn auch das ist der *Herbst des Mittelalters*: „düstere Grundstimmung, barbarische Pracht, bizarre und überladene Formen, eine fadenscheinig gewordene Phantasie - alles Kennzeichen des mittelalterlichen Geistes in seinem Niedergang“. Aussagen wie diese über den Verfall einer Kultur, gar einer ganzen Epoche finden sich zahlreich in Huizingas Werk und haben fast umgehend Widerspruch hervorgerufen. Die Mediävistik hat sich lange empört an Huizinga abgearbeitet - und dabei das Spätmittelalter als eine der spannendsten, innovativsten und schönsten historischen Epochen überhaupt wiederentdeckt.

6.2 Eine Schule des Sehens

Saskia Quené

Zur kunsthistorischen Einführung

Das Fach Kunstgeschichte wird im Gegensatz zum Fach Geschichte an hessischen Gymnasien nur marginal unterrichtet. Für die Arbeit auf der Akademie und eine Annäherung an die ausgewählten kunsthistorischen Objekte war es auch deshalb notwendig, erste Bekanntschaft zu schließen mit Erwin Panofsky und seiner ikonographisch-ikonologischen Methode, die Christoph Kreiss im ersten Beitrag dieser Dokumentation zu Claus Sluters Moses-Brunnen exemplarisch vorstellen wird. Das wissenschaftliche Beschreiben bildlicher Gegenstände will gelernt und geübt sein, so stellten wir in zwei einführenden Sitzungen fest, die wir als eine „Schule des Sehens“ zusammenfassten.

Mit einer Auswahl unterschiedlichster Bilder von Rubens über Renoir bis Mondriaan übten wir in Worte zu fassen, was wir auf den Bildern zu sehen meinten. In einem zweiten Schritt wurde jedem der Bilder ein zweites hinzugefügt: Auch Monet, Munch und Modigliani fertigten oft mehrere Versionen einer Bildkomposition an. Die Aufgabe: Beschreibe deinem Gegenüber dein Bild in einem einzigen Satz so genau, dass kein Zweifel mehr darüber bestehen kann, welche Version des Bildes tatsächlich gemeint ist. Wie schwer es ist, unmissverständlich und genau Bilder zu beschreiben, merkten wir auch bei einer weiteren Übung: Das Übersetzen einer Beschreibung in ein selbst skizziertes Bild deckte vor allem auf, wie unwichtig uns als Betrachter Relationen und Größenverhältnisse sind.

Weitere Fragen, die uns über die Akademie weiter begleiten sollten, lauteten:

- Welche Themenfelder oder Kategorien von Begriffen sind besonders zu beachten, wenn wir Bilder beschreiben?
- Was ist der Unterschied zwischen einer Bildbeschreibung und einer Bildinterpretation?
- Warum muss eine Bildbeschreibung frei sein von ästhetischen Urteilen?
- Was ist ein ästhetisches Urteil?

6.3 Paris und Brügge

Peter Gorzolla

Über mittelalterliche Hauptstädte und den Aufstieg der Burgunder

Die „großen Herzöge von Burgund“ wirken bisweilen so überlebensgroß, dass man sich kaum vorstellen kann, sie hätten einmal klein angefangen. Zum Glück muss man das gar nicht: Ihr Anfang war nämlich keineswegs klein, waren sie doch zuerst und vor allem Prinzen Frankreichs - und was für welche! Philipp der Kühne war Bruder und Onkel eines Königs, jahrelang Regent von Frankreich und fraglos ein Schwergewicht der französischen Politik. Seine Residenz- und Hauptstadt war selbstverständlich Paris und blieb dies auch ein Leben lang, so wie sich Philipp auch ein Leben lang als Teil der königlichen Familie aus dem Hause Valois verstanden hat. Was das bedeutet, kann man nur schwer nachvollziehen, aber vielleicht intuitiv und beinahe körperlich spürbar machen mit Blick auf die Sainte-Chapelle: Dieser majestätische Kirchenbau war nichts weiter als die Palastkapelle der französischen Könige, ihre von farbigem Licht durchflutete Oberkirche quasi die Hauskapelle der königlichen Familie.

Philipps Herzogtum Burgund war freilich nicht sehr bedeutsam, aber er hat gut geheiratet und damit noch besser geerbt: Die Erbtochter des Grafen von Flandern brachte einige der wichtigsten Handelsplätze Europas (u.a. Gent und Brügge) und ein unglaubliches ökonomisches Potential mit in die Ehe - sofern man es schaffen konnte, die stolze und aufsässige Bevölkerung unter Kontrolle zu bekommen. Brügge,

die größte und reichste dieser stolzen Städte nahmen wir daher als nächste (virtuelle) Hauptstadt der Burgunder etwas genauer in den Blick.

Es ist also zunächst eine Verbindung von politischer und ökonomischer Potenz, die Philipp wohl so oder so zu einem *großen* Herzog seiner Zeit gemacht hätte, eine *historische* Größe sind er und seine Nachkommen jedoch durch das Hinzufügen eines weiteren Faktors geworden: die historische Gelegenheit. Der französische König Karl VI. wurde geisteskrank, und sowohl der Onkel Philipp wie der Bruder Ludwig griffen nach der Macht - das Ergebnis war eine Fraktionsbildung bei Hofe, die über Morde und Gegenmorde bis hin zum Bürgerkrieg eskalierte und schließlich zu einer Entfremdung der Herzöge von Burgund von ihrer Familie und ihrer Monarchie führte. Natürlich ist alles bei genauerer Betrachtung viel komplizierter, aber so viel Zeit und Raum ist hier nicht, und wir haben noch nicht einmal angefangen, über die Burgunderherzöge als Kunstmäzene zu sprechen...

<http://commons.wikimedia.org/wiki/Sainte-Chapelle>

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Marcus_Gerards_-_volledige_kaart_-_Belgium.jpg

6.4 Dijon

Christoph Kreiß
Betreuerin: Anna Burgdorf

Der Moses-Brunnen des Claus Sluter

Heute besuchten wir Dijon, wo wir uns im Kartäuserkloster von Champmol eines der bedeutendsten Werke des Bildhauers Claus Sluter ansahen. Die Kartause wurde 1363 von Philipp dem Kühnen gestiftet und 1404 durch den Brunnen bereichert. Im Zentrum des großen Kreuzgangs entdeckten wir den Pavillon mit dem Moses-Brunnen. Panofskys Methode zur Interpretation von Kunstobjekten, die wir benötigten, um uns dem Bildprogramm des Brunnens anzunähern, lässt sich in eine vorikonographische, eine ikonographische und in eine ikonologische Stufe gliedern. Die vorikonographische Beschreibung bezieht sich auf die Form der Objekte und beschreibt, wie aus Farbe, Material und Komposition erkennbare Objekte werden. Mit unseren praktischen Erfahrungen, unserer Vertrautheit mit Gegenständen und Ereignissen, konnten wir feststellen, dass Sluter in seinem Moses-Brunnen sechs Propheten abbildete. Die Attribute der Figuren sowie ihre Kleidung und Ausschmückung, ihre Bärte, Körperhaltung und ihre Gesichtsausdrücke waren für uns wichtige Hinweise. Sechs Engel schließen den Brunnensockel nach oben hin ab.

Nachdem wir uns den Moses-Brunnen aus allen möglichen Perspektiven angeschaut hatten, ließen wir die vorikonographische Beschreibung hinter uns und wandten uns der ikonographischen Analyse zu. Dabei musste die Reiseleitung uns ein wenig helfen, da wir noch nicht genug über das 14. Jahrhundert wussten. Mithilfe bestimmter Quellen stellten wir jedoch fest, dass wir über Stifter, Künstler und die damalige Betrachter einiges herausfinden konnten. Wir übersetzten die Psalmen auf den Spruchbändern, bestimmten Moses, David, Jeremias, Zacharias, Daniel, Jesaja und ihre Attribute. Wir begannen das, was wir über die Zeit um 1390 wussten, in unsere Betrachtung des Moses-Brunnens mit einzubeziehen.

Der Brunnen stand im Zentrum des Kreuzgangs, umgeben von Obstbäumen, Gemüsegärten und den Zellen der Mönche. Man muss sich bewusst machen, dass die Mönche öfters am Tag zu diesem Brunnen gingen, um Wasser zu schöpfen. Sie sahen dann nicht den Brunnen, so wie wir ihn heute sehen können, da die Kartause während der Französischen Revolution fast völlig zerstört wurde. Neben sehr detaillierten Rechnungsbüchern und Kopien des Moses-Brunnens gehören die Funde aus den Ausgrabungen des

19. Jahrhunderts immer noch zu den wichtigsten Quellen für die Rekonstruktionsarbeiten. Oben auf dem 6 Meter hohen Brunnen war eine Darstellung der Kreuzigung Jesu Christi zu sehen, das Kreuz alleine ragte 4 bis 7,5 Meter in den Himmel. Obwohl wir wissen, dass Kalvarienbergsdarstellungen der damaligen Zeit auch die Figuren Johannes des Täufers und Marias miteinschlossen, gibt es hier keinerlei Hinweise auf ihre Existenz. Die das Kreuz umklammernden Hände und Unterarme der Maria Magdalena wurden jedoch während der Ausgrabungen gefunden und konnten als solche identifiziert werden. Im Museum von Dijon befindet sich heute der Torso der Christusfigur. Das Kreuz war, mit der Stirnseite in Richtung der Gräber der Burgunder, direkt über den Propheten David und Jeremias zur Grabeskirche ausgerichtet. Die Züge des Propheten David erinnerten den Mönch beim Wasserschöpfen übrigens sofort an Philipp den Kühnen. Wir konnten das mit Blick auf Kleidung und Gesichtszüge gut nachvollziehen, aber auch die Initiale Philipps fanden wir an einer versteckten Stelle an seinem Gewand. Mit dem Propheten Jeremias konnten sich die Mönche wahrscheinlich am besten identifizieren, da er ein ähnlich hartes, entbehrungsreiches, aber auch äußerst frommes Leben geführt hatte. Als wir vor dem Brunnen standen, und von unten in das Gesicht Jeremias schauten, hatten wir das Gefühl, dass er unseren Blick nach oben lenkte. Wir versuchten uns in den Mönch hineinzusetzen, der nicht nur den Brunnen mit den Propheten, sondern das Gesamtwerk Claus Sluters vor sich hatte. Jetzt wurde unser Blick zum Kreuz und weiter in den Himmel geleitet, in dem wir plötzlich eine neue, symbolhafte Bedeutung erkannten.

Hätte der Mönch seinen Blick nun wieder senken lassen, hätte er das Wasser im Brunnenbecken erblickt, und dort alle Elemente des Brunnens erkannt, die sich für uns so schwer miteinander in Verbindung bringen ließen: Wir stellten uns vor, wie der Mönch in der Spiegelung des Wassers nicht nur die Jesusfigur, die Engel und die geneigten Antlitze der Propheten erblicken würde, sondern auch sein eigenes Gesicht. Plötzlich verstanden wir, wie die Engel als elementares Bindeglied zwischen den Propheten und der Kreuzigungsdarstellung den Brunnen schmückten. Es sind die sechs ausdrucksstarken Engel, die einerseits das Alte Testament (Propheten) und das Neue Testament (Kreuzigungsdarstellung), andererseits das Himmlische (der Himmel selbst im Spiegel des Wassers) mit dem Irdischem (das eigene, betrachtende Ich am Brunnen) verbinden.

Eine schöne Interpretation, aber können wir uns auch sicher sein, dass Sluter dieser Interpretation zustimmen würde? War die ganze Brunnenanlage nicht einfach eine Prachtentfaltung des Stifters und wollte er sich damit sein Seelenheil „erkaufen“? Kann es nicht genau so gut sein, dass Propheten, Engel und Kreuzigungsdarstellung per Zufall zusammen im Bildprogramm landeten? Nach Panofsky erschließt sich die eigentliche Bedeutung eines Kunstwerkes über die ikonologische Interpretation. Um zu einer Interpretation zu kommen, ist der Betrachter darauf angewiesen, mit den unterschiedlichsten Themen, Traditionen und Vorstellungen vertraut zu sein. Tragfähige Interpretationen können nur zu Stande kommen, wenn wir uns trauen, aus Wahrnehmungen, Quellen und Theorien neue Synthesen zu entwickeln. Will man argumentieren, der Brunnen sei für den Stifter ein bloßes Instrument gewesen, um ein bestimmtes Bild von sich und seiner Frömmigkeit zu vermitteln, muss gleichzeitig berücksichtigt werden, dass der Brunnen sowohl für die Mönche als auch für den Künstler und Handwerker Claus Sluter eine andere Funktion erfüllte. Der Moses-Brunnen war ein Objekt der Repräsentation, Gedenkstätte, Gebrauchsgegenstand und Treffpunkt für die Mönche des Klosters zugleich. Die Frage, warum Claus Sluter seinen Moses-Brunnen genau so konzipierte und gestaltete, wie wir ihn heute sehen oder rekonstruieren können, ist nur unter Berücksichtigung all dieser Faktoren, Perspektiven und Kontexte zu beantworten.

http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Puits_de_Moise

6.5 Antwerpen

Johanna Bube
Betreuerin: Sonja Kruse

Das Mérode-Triptychon des Robert Campin

Das Mérode-Triptychon, das vermutlich im Zeitraum von 1425 bis 1428 von Robert Campin, dem „Meister von Flémalle“ geschaffen wurde, besteht aus drei Bildtafeln, die sowohl formal als auch inhaltlich ein kompositorisches Ganzes bilden. Im Mittelalter wurden vielfach Flügelaltäre hergestellt, die aus einer Mitteltafel und zwei Altarflügeln bestehen. Beim Mérode-Triptychon handelt es sich um ein privates Altarstifterbild. Es wurde als Hochzeitsbild für Peter Engelbrecht und seine erste Ehefrau Gretchen Schrinmechers aus Köln angefertigt. Unser Ziel während unseres Aufenthaltes in Antwerpen war es, gemeinsam eine möglichst umfassende Bildinterpretation unter besonderer Berücksichtigung von offensichtlichen und versteckten Symbolen - *disguised symbols* - durchzuführen und dabei klassische Bildelemente unterschiedlicher Verkündigungsdarstellungen herauszuarbeiten.

Die mittlere Bildtafel des Mérode-Triptychons zeigt die Verkündigungsszene aus dem Lukasevangelium. Maria liest im Alten Testament, auf dem Tisch befinden sich ein weiteres, aufgeschlagenes Buch, dessen Blätter wie von einem Windhauch bewegt dargestellt werden, sowie eine Vase mit drei weißen Lilienblüten. Der Verkündigungengel Gabriel ist der Maria zugewandt und kniet vor ihr auf dem gefliesten Boden. Durch eines der beiden runden, merkwürdigerweise geschlossenen Fenster schwebt, von Lichtstrahlen begleitet, das kleine Christuskind, ein Holzkreuz in der Hand tragend, in den Innenraum hinein.

Die linke Seitentafel zeigt im rechten Vordergrund eine offene Holztür, vor der ein Mann und eine Frau andächtig knien. Es handelt sich um den Stifter und dessen Ehefrau. Im Hintergrund sieht man eine Stadtmauer mit einem Stadttor, durch das man den Blick in eine Stadt erhält. Rechts neben dem Tor steht ein Mann, der die Berufskleidung eines Boten trägt. Einen weiteren Verweis auf die Stifterfamilie findet sich in der Mitteltafel, in der in einem Fenster zwei Familienwappen eingelassen sind. Auf der rechten Seitentafel ist ein Mann zu sehen, der auf einer Bank sitzt. Neben ihm befindet sich ein Arbeitstisch mit Werkzeug. Der Mann stellt Joseph dar, als Beschützer und Scheingatte Marias.

Als wir uns nun der Mitteltafel des Triptychons näher zuwandten, entdecken wir eine große Anzahl rätselhafter Gegenstände im Bild, die wir nicht unmittelbar in ihrer Funktion identifizieren konnten. Was hat es mit der erloschenen Kerze auf sich, die so prominent im Bild zu sehen ist? Und warum befindet sich ein großes, geöffnetes Fenster über Maria, durch das das Christuskind viel einfacher hätte hinein fliegen können? Die *disguised symbols*, die wir in den Bildern des Jan van Eyck, Rogier van der Weyden oder Robert Campin entdecken, zeigen sich versteckt, indem sie sich auf den ersten Blick als ganz normale Gebrauchsgegenstände präsentieren. In den Kontext des Bildes eingebettet, die Umgebung adaptierend, scheinen sie eher verstohlen ihre Bedeutungen mit sich zu tragen. Im Gegensatz zu einem weißen Handtuch, das unauffällig an einem Haken hängt, konnte die weiße Lilie in ihrer Vase auf dem Tisch in der Mitte des Bildes schnell als Symbol identifiziert werden: Schon in vorchristlicher Zeit erscheint die Lilie als Symbol für die Schwängerung einer Jungfrau. Hier verweist sie, mit einer geschlossenen, einer geöffneten und einer halb geöffneten Blüte, auch auf die Trinität von Vater, Sohn und Heiligem Geist. Könnte die gerade erloschene Kerze und der Feuerschirm, welcher Maria vom nicht entfachten Kamin abschirmt, als Verweis auf die erloschene Leidenschaft Marias gedeutet werden? Oder hat der Engel Gabriel mit seinen großen Flügeln die Kerze zum Erlöschen gebracht? Das weiße Handtuch und der goldener Wasserkessel: Symbole für die Reinheit und Unbeflecktheit Marias oder einfache Gebrauchsgegenstände in ihrem Gemach? Wenn wir davon ausgehen, dass im Bild nichts zufällig existiert, steckt der von Robert Campin abgebildete Raum voller Symbole, die auf die Eigenschaften Marias und den Akt der Verkündigung hinweisen.

Obwohl wir eindeutig feststellen konnten, dass die Mitteltafel des Triptychons die Verkündigung des Herrn zeigt, stellte sich uns in der Arbeitseinheit die Frage, ob Robert Campin selbst auch nach dem Bibeltext seine Bibelinhalte festgelegt hatte. Und welche Übersetzung der Bibel können wir heute sinnvollerweise als Quelle für das Bild heranziehen? Wir schauten uns in Arbeitsgruppen andere Verkündigungsdarstellungen aus der Mitte des 15. Jahrhunderts an und lasen Lukas 1:26-38 in Übersetzungen der Lutherbibel und der Elberfelder Bibel. Ebenfalls wurden die Verse der Vulgata und die englischen Verse der English Standard verglichen. Die Kunstgeschichte unterscheidet auf Grundlage zahlreicher Verkündigungsdarstellungen aus mehreren Jahrhunderten fünf Momente der Mariä Verkündigung: Können wir die Momente *Conturbatio* - Verwirrung, *Cogitatio* - Überlegung, *Interrogatio* - Nachfrage, *Humiliatio* - Unterwerfung und *Meritatio* - Verdienst, auch in den Textquellen entdecken?

Welche dieser Momente im Mérode-Triptychon genau dargestellt wird, war nicht leicht zu identifizieren. Ob Robert Campin selbst das Lukasevangelium gelesen haben kann oder sich theologisch hat beraten lassen, kann nicht eindeutig nachgewiesen werden. Bei einer genaueren Betrachtung des Mérode-Triptychons konnten wir jedoch unterschiedliche Bildelemente benennen, die uns Hinweise lieferten. Die gerade ausgehende Kerze und die sich im Wind bewegenden Buchseiten des Neuen Testaments deuten eine Situationsänderung an und wurden von uns mit dem Moment der *Conturbatio* in Verbindung gebracht. Die erhobene Hand des Engels würde jedoch auf ein schon laufendes Gespräch hinweisen. Oder befinden sich Engel und Maria gerade im Moment der *Interrogatio*? Die Augen von Maria sind nachdenklich und demütig niedergeschlagen. Sie ergibt sich ihrer Aufgabe mit Würde.

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Robert_Campin_-_L%27_Annonciation_-_1425.jpg

6.6 Brüssel

Johanna Leyhe
Betreuerin: Sonja Kruse

Der Orden vom Goldenen Vlies: Burgund 1430-1467

Am 2. August erreichten wir unser nächstes Etappenziel: Brüssel! Dort begaben wir uns auf die Spuren eines Ordens, der Ritter und Geistliche, Macht und Politik, Religion und Riten vereinte: der Orden vom Goldenen Vlies. Unsere Reiseleiterin begann unsere Führung mit einem Einstiegsvortrag.

Der Orden vom Goldenen Vlies wurde 1430 anlässlich der Hochzeit von Philipp dem Guten und Isabella von Portugal gegründet. Einen wesentlichen Beweggrund für die Ordensgründung bildete das Angebot der Mitglieder des englischen Hosenbandordens, Philipp in ihren Orden aufzunehmen, was dieser aufgrund der angespannten französisch-englischen Verhältnisse ablehnen wollte. Durch die Gründung eines eigenen Ordens konnte Philipp dies diplomatisch geschickt ablehnen. Im Zentrum seines neuen Ordens standen die christlichen Werte und der Glaube sowie die Idee von Frieden und einer starken Gemeinschaft - im Interesse des Herzogs lagen allerdings auch die Einbindung von Machteliten und die Eigenlegitimation. Als mythologische Grundlage fungierte zunächst der griechische Mythos von Jason und dem Goldenen Vlies, welcher jedoch von einigen Ordensmitgliedern als zu heidnisch und unsittlich abgelehnt wurde. Alternativ bot sich die Geschichte des biblischen Richters Gideon an, der durch ein Widderfell ein Zeichen Gottes erhielt, welches ihn befähigte, die Israeliten zu befreien. Dies verwies zugleich auf den Kreuzzugsgedanken, der fest in der Ordensideologie verankert war.

1431 wurde die Erstfassung der Ordensstatuten, welche 103 Paragraphen über den Lebensstil der Mitglieder enthielt, veröffentlicht und es fand das erste Ordenskapitel in Lille statt.

Die Mitgliedsanzahl des Ordens betrug zunächst 24 und wurde bis 1477 auf 77 stetig erweitert. Die Mitglieder entstammten aus der gesellschaftlichen Oberschicht und durften, sofern sie nicht selbst Ordenssouverän waren, keinem anderen Orden angehören. Jedes Mitglied konnte Neumitglieder vorschlagen, über deren Beitritt dann nach dem Mehrheitsprinzip abgestimmt wurde. Die Mitglieder verpflichteten sich zur gegenseitigen Beratung und Kontrolle, insbesondere im Kriegsfall und bei der generellen Lebensführung. Bei Abweichungen von diesen Verpflichtungen konnte der Ordenskanzler, der Stellvertreter des Ordenssouveräns, den betreffenden Ordensritter öffentlich rügen und gegebenenfalls auch bestrafen.

Der Orden vom Goldenen Vlies bediente sich vieler Symbole und Rituale, von denen die Ordenskette als auffälligstes Symbol gilt. Die Anzahl der Kettenglieder stand symbolisch für die Anzahl der Ordensmitglieder und variierte somit in ihrer Länge. Die Grundstruktur und vor allem der Anhänger, ein vergoldetes Widderfell (das „Goldene Vlies“) durfte nicht verändert oder verkauft werden. Jedes Mitglied verfügte zusätzlich über einen roten Ordensmantel, der mit aufwändigen Goldstickereien verziert war. Neben einem Ordenseid mussten alle Neumitglieder eine Art Eintrittsbeitrag zahlen.

Im Zentrum des Ordens stand die Idee eines Kreuzzugs. Diese Idee wurde einerseits durch wirtschaftliche und territorialexpansive Pläne vorangetrieben, primär jedoch durch die persönliche Motivation Philipps des Guten, dessen Vater 1396 bei seinem Kreuzzugsversuch bei Nikopolis vernichtend geschlagen wurde, weshalb Philipp es als seine Pflicht ansah, das Werk seines Vater zu vollenden und Rache zu üben. Dieser Kreuzzug sollte trotz aller Werbungsversuche beim Papst, beim englischen und französischen König und beim deutschen Kaiser nie zustande kommen. Philipp gelang es lediglich, in Zusammenarbeit mit Portugal Kundschafter gen Orient zu senden. Das Scheitern der Kreuzzugspläne wurde im Wesentlichen durch die französische Haltung verursacht. Der französische König befürchtete eine Zusammenarbeit der Burgunder mit Habsburg und Aragón, die sich zu einer Allianz gegen Frankreich hätte formieren können; außerdem mangelte es an finanziellen Mitteln. Einen Höhepunkt der Kreuzzugseuphorie bildete das so genannte „Fasanenfest“, ausgerichtet vom Ordensritter Jean de Lanoy: Die Organisatoren unserer Reise schlugen uns vor, gemeinsam das Fasanenfest nachzuspielen, mit Kostümen, Originalpassagen und einem echten, ausgestopften Fasan! Wir reisten also in unseren Gedanken in das Burgund des 15. Jahrhunderts, sahen eine riesige Tafel voller Speisen, auf der dekorativ eine Kirche nachgebaut war und ein rosenwasserpinkelnder Knabe thronte. Auf einem gigantischen Pfeiler stand eine Frauenstatue, bewacht von einem echten Löwen, die unablässig Gewürzwein aus ihrer Brust sprudeln ließ. Nachdem wir eine kurze Szene aus dem Jason-Mythos nachgespielt hatten, sahen wir den Einzug eines Riesen, der einen Elefant führte, auf welchem eine Nonne ritt, die das Leid der christlichen Kirche beklagte und die (von uns dargestellten) Ordensritter um Hilfe bat. Schließlich durften wir den fast schon legendären Eid des burgundischen Herzogs auf den Fasan erleben.

Anschließend analysierten wir dieses Spektakel und arbeiteten heraus, welche Bedeutung das Medium „Schauspiel“ in einer oral geprägten, größtenteils schriftunkundigen Gesellschaft bei der Verbreitung von Informationen, Ideen und Vorstellungen hatte. Wir beschäftigten uns ebenfalls mit dem Begriff und der Funktion eines Rituals und diskutierten, warum die Erneuerung des Kreuzzugsschwurs auf den Fasan für den Orden von so zentraler Bedeutung war. Abschließend verglichen wir Rituale und ihre Veränderungen bezüglich ihrer Bedeutung und Wahrnehmung im Wandel der Zeit.

Nachdem wir wieder aus unseren Kostümen heraus- und in den Alltag hineingeschlüpft waren, ließen wir den Tag in Brüssels Altstadt ausklingen und brachen am nächsten Morgen voll Vorfreude in Richtung Sluis auf.

http://commons.wikimedia.org/wiki/Order_of_the_Golden_Fleece

6.7 Sluis

Janika Hochstraßer
Betreuerin: Anna Burgdorf

Die Karavelle und burgundische Kreuzzugspläne unter Philipp dem Guten

Unsere zweite Etappe am Donnerstag führte uns nach Sluis, wo heute noch einige Karavellen zu besichtigen sind. Wir erfuhren vieles über die Karavelle selbst, aber auch über die großen Kreuzzugspläne Philipps des Guten, die in direkter Verbindung mit der Karavelle stehen.

Das 15. Jahrhundert, allgemein bekannt als das Zeitalter der Entdeckungsfahrten, stellt mit seinen unternehmungslustigen Seefahrern ein ganz besonderes spannendes Kapitel der Weltgeschichte dar. Um hinter die Geheimnisse der Erde zu kommen und neue Welten und Völker zu entdecken, segelten Persönlichkeiten wie Christoph Kolumbus oder Heinrich der Seefahrer in die weite Welt - mit Hilfe einer der bedeutendsten Entwicklungen des Jahrhunderts: dem Schiffstyp der Karavelle.

Wir erfuhren, dass die in Portugal (weiter-)entwickelte Karavelle (portugiesisch: caravela) sich durch optimale Eigenschaften und Fähigkeiten für die Kreuzfahrerei empfahl: Sie war den Wind- und Strömungsverhältnissen im Atlantik gewachsen, eignete sich hervorragend zum Befahren von Flussläufen landeinwärts, besaß einen relativ geringen Tiefgang und konnte mit einer Tragfähigkeit von etwa 32 bis 47,5 t zudem erhebliche Mengen an Vorräten transportieren, was lange Seefahrten erleichterte oder überhaupt erst ermöglichte.

Nun hatten nicht nur die Portugiesen und andere Seefahrernationen einen Drang zur Expansion. Am burgundischen Hofe herrschte eine vom Willen Philipps des Guten getriebene Kreuzzugsstimmung. Als Herzog von Burgund wollte dieser um jeden Preis gegen die Türken vorgehen und verband damit wohl verschiedene Ziele: religiöse, politische, diplomatische, ökonomische - ein sehr persönliches bestand in der Rache für seinen Vater Johann, der im Kampf gegen die Türken gefangen genommen und nur gegen eine hohe Lösegeldzahlung wieder freigekauft werden konnte. Interessant, dass dieser Kreuzzugsgedanke so mächtig war, dass er sogar Philipps Wahl seiner Ehefrau beeinflusste: So suchte man zunächst engeren Kontakt zur Mittelmeermacht Aragón, doch letzten Endes schlug der Versuch einer Allianz durch Heirat fehl. Daher wandte man sich an eine andere vielversprechende Seemacht: Portugal. Wir fragten uns gleich: Wieso ausgerechnet Portugal? Bei genauerem Hinsehen erkannten wir aber bald, dass eine Heirat mit Isabella von Portugal Burgund viele Vorteile brachte: Zum einen handelte es sich bei Portugal um eine wirklich starke Seemacht, die mit der Karavelle über eine weit entwickelte Schiffstechnologie verfügte. Außerdem konnten die Expeditionen von Isabellas Bruder, Heinrich dem Seefahrer, als Ergänzung des von Burgund angestrebten Türkenkampfes betrachtet werden - genauso wie die bereits vorhandenen Wirtschaftsbeziehungen zu Portugal gefestigt würden. Doch auch die Bewunderung Philipps für Isabellas Vater, König Johann, als heldenhaften Kreuzfahrer (nach Nordafrika) fiel bei dieser Entscheidung ins Gewicht.

Als wir die weitere geschichtliche Entwicklung näher betrachteten, wurde schon bald bemerkbar, dass die Brautwahl Philipps ein großer Gewinn für Burgund war: Das neue Herzogspaar fand völlige Übereinstimmung in der Bereitschaft zum Kreuzzug und arbeitete gemeinsam an der Schaffung einer Kreuzzugsflotte für Burgund. Mit Isabella hatte Philipp eine Frau an seiner Seite, die schon bald höchstes Ansehen am burgundischen Hof genoss und mit der Zeit auch immer größeren Einfluss auf die Staatsgeschäfte hatte. Dieser Aspekt war für uns sehr erstaunlich, da uns ein solcher Einfluss für eine Herzogin des 15. Jahrhunderts ungewöhnlich vorkam.

Im Jahr 1438 konnte das Herzogspaar endlich das „Pfand“ seiner Heirat einlösen: Man begann mit dem Bau einer eigenen burgundischen Kreuzzugsflotte bei Brüssel mit Unterstützung portugiesischer Fachleute. Isabella zeigte sich dabei mit großer finanzieller Unterstützung auch persönlich involviert - allerdings nicht ganz ohne Gegenleistung. Wir erfuhren, dass sie sich auch später bei der ersten

größeren Expedition mit der neuen Flotte in nicht zu geringem Maße mit einbrachte. Es war die Fahrt nach Rhodos im Jahr 1441, bei der die Herzogin veranlasste, dass 110 Ballen niederländischen Tuchs auf die Expedition mitgenommen wurden. Dadurch wurde eine ganz neue Seite der mittelalterlichen Seekreuzfahrten sichtbar. Das Mitführen des kostbaren Tuchs diente nicht nur der Gegenfinanzierung der Expedition, sondern auch der Erschließung eines Absatzmarktes für niederländische Tuche. Kurz gesagt nutzte man also die Gelegenheit, den Heidenkampf mit dem Handel zu verbinden.

Das heißt aber keineswegs, dass die Interessen keine religiösen gewesen wären oder solche Vorstellungen nur instrumentalisiert hätten. Die Verschränkung von (uns manchmal widersprüchlich erscheinenden) Motiven und Motivationen lernten wir als entscheidenden Faktor zum Verständnis dieser Zeit kennen.

Dazu passt auch ein weiteres Motiv für die burgundischen Entdeckungsfahrten (zu einem echten Kreuzzug kam es ja nie): die Suche nach dem Priesterkönig von Äthiopien-Indien. Diese Suche war das gemeinsame Interesse des verwandtschaftlich verflochtenen Dreierbundes Burgund-Aragón-Portugal und sollte in den Krieg gegen die Ungläubigen eingebunden werden. Der Priesterkönig als christlicher Herrscher war eine legendenumwobene Gestalt des 15. Jahrhunderts - und in vieler Hinsicht sicher motivierend für damalige Seefahrer.

Doch wozu dieser Motivationsaspekt? Diese Frage beantwortete unserer Reiseführer mit einer ganz logischen Erklärung: Philipp dem Guten war vermutlich schon sehr früh klar, dass ein Kreuzzug ins *Heilige Land* niemals realisierbar sein würde - man könnte alleine den Weg dorthin quer durch den Machtbereich der Osmanen nicht bewältigen, dafür war der Feind viel zu mächtig. Was für einen Grund gab es dann für das Herzogspaar Philipp und Isabella, einen solch riesigen Aufwand für einen Kreuzzug aufzubringen, der wahrscheinlich niemals in die Tat umgesetzt würde? Schließlich war allein der Bau der Kreuzfahrtsflotte eine unglaublich große Investition. Eine *richtige* Antwort darauf gibt es nicht, doch wir fanden plausible Erklärungen: Schon die Demonstration seines Willens zum Kreuzzug war für Herzog Philipp von immenser politischer, religiöser und wohl auch persönlicher Bedeutung - zu zeigen, dass es ihm mit dem Kreuzzug wirklich ernst war, hieß sich und anderen die eigene Macht und Stärke zu beweisen.

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Karavelle.png>

6.8 Orléans

Hannah Tyler
Betreuerin: Katja Alt

Burgund und der Hundertjährige Krieg

Unser Ziel Orléans liegt ca. 100 km südlich von Paris, am Ufer der Loire. Im Zentrum der Stadt steht die Statue der Jeanne d'Arc, die am 8. Mai 1429 die Stadt von englischen Belagerern „befreite“ und zur Nationalheldin Frankreichs wurde.

Der Konflikt zwischen dem französischen und dem englischen Königshaus, der im 19. Jahrhundert als *Hundertjähriger Krieg* bezeichnet wurde, begann bereits zu Beginn des 14. Jahrhunderts. Als Karl IV., letzter männlicher Nachfolger des französischen Geschlechts der Kapetinger, 1328 starb, versuchte der englische König Edward III. als Enkel Karls IV. Ansprüche auf diesen Thron geltend zu machen und zog nach Frankreich. Zahlreiche Kriegszüge und Schlachten in diesem 125 Jahre andauernden Konflikt wurden immer wieder von Phasen der Passivität oder von Waffenstillständen unterbrochen - im Jahre 1386 sogar für eine Dauer von immerhin 28 Jahren.

1413 aber, als Heinrich V. den englischen Thron bestieg, sah er durch die innerfranzösischen Auseinandersetzungen zwischen den Parteien der Burgunder und Armagnaken die Situation für sich günstig und mischte sich wieder in Frankreich ein - so begann er etwa mit beiden Parteien Bündnisverhandlungen. Nach dem Scheitern von Friedensverhandlungen zog er 1415 mit seinem Heer gegen Paris und brachte dem französischen Ritterheer bei Azincourt eine der verheerendsten Niederlagen seiner Geschichte bei. Die englische Bedrohung schien nun endlich auch Frieden zwischen den französischen Bürgerkriegsparteien möglich zu machen. Im Jahr 1419 kam es auf einer Brücke in Montereau zu einem Treffen der Gegner, bei dem der burgundische Herzog Johann Ohnefurcht in Anwesenheit des Dauphins Karl (des späteren Karls VII.) ermordet wurde. Johanns Sohn und Nachfolger, Philipp der Gute, machte Karl verantwortlich und sann auf Rache: 1420 schloss er mit Heinrich V. den Vertrag von Troyes, der besagte, dass Karl aufgrund des Mordes kein Recht auf die französische Krone habe; Heinrich heiratete die französische Königstochter Katherina und sollte anstelle des Dauphin die Nachfolge des geisteskranken Karls VI. antreten. 1422 aber starben beide Könige kurz hintereinander, Heinrich hinterließ als Erben seinen acht Monate alten Sohn Heinrich (VI.), die Regentschaft in Frankreich übernahm der Herzog von Bedford. Bis ins Jahr 1428 eroberten die Engländer mit burgundischer Unterstützung Frankreich bis zur Loire-Linie und begannen mit der Belagerung von Orléans. Diese Festung hatte eine Schlüsselposition für den Zugang zum Süden Frankreichs und zu dem bis nach Bourges zurückgedrängten Dauphin Karl, der dort mit Hofstaat und Verwaltung residierte.

Entgegen unserer heutigen Vorstellungen von der unzivilisierten Kriegsführung folgten Belagerungen festen Regeln. So war beispielsweise keine Belagerung ohne eine förmliche Kampfansage möglich, und die Art und Weise, wie mit der Besatzung und den Bewohnern einer Stadt im Fall einer Eroberung oder Kapitulation umgegangen werden durfte, war genau festgelegt. Eine Belagerung war keineswegs von unentwegten Schlachten über die Stadtmauer gekennzeichnet, vielmehr war die Taktik entscheidend, wie z.B. ein fest um die Stadt geschlossener Belagerungsring mit Belagerungstürmen und Gräben - was den Belagerern im Fall von Orléans nicht gelang, so dass z.B. im Januar 1349 über 1000 Tiere zur Versorgung in die Stadt gelangen konnten.

In Orléans kämpften auf beiden Seiten kaum ranghohe Adelige, was für die Unbeliebtheit dieser Belagerung spricht. Wie üblich bei Belagerungen waren auch hier die meisten Verluste nicht den Kampfhandlungen an sich, sondern Krankheiten und Epidemien durch immer schlechter werdende hygienische Bedingungen geschuldet. Im Februar 1429 bot die Besatzung Verhandlungen an, die mit der Übereinkunft endeten, die Belagerung bis zur Klärung der gesamtfranzösischen Verhältnisse zu beenden. Der englische Regent in Frankreich, Johann von Bedford, lehnte aber das Verhandlungsergebnis ab und ließ seine Truppen weiterkämpfen. Kurz darauf verließen die burgundischen Truppen aus ungeklärten Gründen ihre Belagerungsposition und zogen ab. Warum? Vielleicht benötigte Herzog Philipp die Truppen woanders, vielleicht lag es auch am gestörten Verhältnis zwischen Philipp und Johann von Bedford, dessen Bruder im Streit mit Philipp um verschiedene Territorien lag. Vielleicht war es auch die Nachricht vom anrückenden französischen Entsatzheer unter Führung Jeanne, die den Abzug verursacht hatte.

Was auch immer letztlich der Grund war, der burgundische Abzug schwächte die englische Position und erleichterte es Jeanne, am 29. April (ausgerechnet durch das bis dahin von den Burgundern bewachte „Burgundertor“) in die Stadt einzuziehen und die Belagerung am 8. Mai zu beenden. Jeanne war dabei nicht in erster Linie militärische Anführerin, sondern der psychologische Faktor, der die Moral der französischen Truppen entscheidend stärkte und dadurch den raschen Erfolg ermöglichte.

Für die Historiker markiert die Befreiung von Orléans den Wendepunkt im Hundertjährigen Krieg. Noch im selben Jahr konnte sich Karl im wiedereroberten Reims endlich zum König krönen lassen; in den folgenden Jahren wurden die Engländer immer weiter zurückgedrängt und verloren bis zum Friedensschluss 1453 alle französischen Besitzungen bis auf Calais. An all diesen militärischen Erfolgen

hatte Jeanne d'Arc keinen Anteil: Nach mehreren kleinen, erfolglosen Kampagnen wurde sie gefangen genommen und von den Engländern als Ketzerin hingerichtet.

Auch für die burgundisch-französischen Auseinandersetzungen kündigte Philipps Truppenabzug vor Orléans eine drastische Veränderung der Verhältnisse an: 1435 wurde zwischen beiden Parteien der Frieden von Arras geschlossen. Dieser war das Ergebnis langer Verhandlungen der beiden Kanzler, Guillaume Juvénal des Ursins auf französischer und Nicolas Rolin auf burgundischer Seite. Diese beiden hatten, wie es damals üblich war, als alte Studienfreunde trotz des Krieges stets miteinander Kontakt gehalten und ermöglichten so die rasche Vermittlung des Friedensschlusses. Der Vertrag enthielt diverse Bedingungen, die vor allem das Verhältnis zwischen König und Herzog regelten: So musste Phillip Karl keinen Lehnseid leisten, was er ablehnte, da er den König immer noch für den Tod des Vaters verantwortlich machte - ein Faktor, der im Rahmen der burgundischen Kreuzzugspläne der kommenden Jahre von Bedeutung sein sollte.

Der Ablauf der Ereignisse macht deutlich, dass nicht die französische Nationalheldin Jeanne d'Arc die Engländer ins Meer trieb. Es war vielmehr ihre Rolle als Zünglein an der Waage in einem als entscheidend wahrgenommenen Moment des Krieges, der sie zur Symbolfigur für die Widerstandsfähigkeit und den Siegeswillen der Franzosen machte - und natürlich ihr Tod als „Märtyrerin“ der französischen Sache. Das haben bereits die Zeitgenossen so wahrgenommen und spätere Generationen immer wieder dann aufgegriffen, wenn es schlecht um Frankreich zu stehen schien.

6.9 Beaune

Ruth Heil
Betreuerin: Anne Bihan

Die Rolin-Madonna des Jan van Eyck

Bei unserer Reise sind wir nun in Beaune angekommen. Hier beschäftigten wir uns mit den Stiftungen des burgundischen Kanzlers Nicolas Rolin, unter denen das berühmte Hôtel-Dieu durch seine prachtvolle Baukunst hervorsticht. Beispielsweise die Frage, warum das Hospiz die Sakralarchitektur einer Kirche imitierte, bot Anhaltspunkte für Diskussionen.

Mit größter Aufmerksamkeit nahmen wir jedoch die wohl bekannteste Stiftung Rolins in den Blick: Die sogenannte Rolin-Madonna des Jan van Eyck (heute im Louvre). Bei diesem Gemälde handelt es sich um ein Stifterbild. Motive für die Auftragsvergabe von Stifterbildern im späten Mittelalter waren beispielsweise die Angst vor dem Fegefeuer, die Hoffnung auf das Seelenheil nach dem Tod und die Profilierung des Stifters in der Gesellschaft.

Auf der linken Bildhälfte ist der Stifter selbst, Rolin, identifizierbar. Das kleine Kind auf dem Schoß der ihm gegenüberstehenden Frau stellt das Jesuskind dar, es lässt sich durch seine Dreifaltigkeitsgeste und durch das Halten eines gläsernen Reichsapfels als dieses zuordnen. Dadurch lässt sich auch die Frau als heilige Mutter Maria erkennen.

Alle abgebildeten Personen befinden sich in einem palastartigen Raum und die Nähe der Dargestellten zueinander verbreitet eine fast familiäre Atmosphäre. Weiter auffällig im Vergleich mit anderen Stifterdarstellungen scheint die Größe Rolins, wurden Stifter für gewöhnlich kleiner als Heilige oder Patrone abgebildet.

Durch die symmetrische Raumaufteilung - Maria mit Jesuskind befindet sich in der rechten Bildhälfte und bildet nicht etwa den Mittelpunkt des Gemäldes - und dadurch, dass in diesem Gemälde beide Parteien etwa gleich groß abgebildet sind, wird der Blick des Betrachters von Maria und Jesus auf die

gesamte Anbetungsszene gelenkt. In dieser aber liegt der Fokus der abgebildeten Personen nicht beim jeweiligen Gegenüber. Es scheint etwas nicht zu passen. Die modern wirkende Stadt im Hintergrund mit ihren großen Bauten, das Stundenbuch eines Christen welches aufgeschlagen vor Rolin liegt - die heilige Mutter Maria und das Jesuskind scheinen im Gegensatz zum Rest des Gemäldes zu stehen. Und Rolins Blick begegnet nicht etwa dem Blick vom Jesuskind und schaut auch nicht die heilige Mutter Maria an, sondern geht an beiden vorbei und scheinbar aus dem Bild heraus. Rolin beachtet Maria und Jesuskind gar nicht, ganz so, als wären sie eigentlich gar nicht da. Sind sie das denn wirklich?

Um der Beantwortung dieser Frage näher zu kommen, lohnt ein Blick in den Bildhintergrund, der durch Arkaden vom palastartigen Raum im Vordergrund abgegrenzt wird. Die zur Dreifaltigkeitsgeste gehobenen Finger des Jesuskindes scheinen eine Bogenbrücke zu berühren, welche im Hintergrund des Gemäldes zwei Städte miteinander verbindet. So sind im Bild Vorder- und Hintergrund nicht nur optisch miteinander verbunden, sondern auch thematisch:

Bei den abgebildeten Städten handelt es sich wohl nicht um reale Orte, sondern vielmehr um die Darstellungen von Ideen oder Überzeugungen. Es spricht viel dafür, den Hintergrund des Gemäldes als eine Ausgestaltung mittelalterlicher Vorstellungen vom Himmlischen Jerusalem zu deuten, die von Augustinus in *De civitate Dei* (413-426) niedergeschrieben wurden. In dieser Schrift unterteilt er die Welt in zwei Teile - das irdische Reich und das himmlische Gottesreich. Das irdische Reich werde wiederum in zwei Gesellschaften unterteilt: Die gottlose Gesellschaft, die nach sich selbst oder Dämonen lebt, und die gottgläubige Gesellschaft, welche nach Gott lebt und auf Erlösung und das ewige Glück im Gottesreich hofft. Die rechte Stadt stünde, dieser Vorstellung folgend, für das ewige Gottesreich, während auf der linken Seite der irdische Staat mit sowohl gottgläubiger als auch gottloser Gesellschaft symbolisiert würde. Im Vordergrund personifiziert demnach Maria das heilige Gottesreich und Rolin die gottgläubige Gesellschaft, die auf Erlösung und das ewige Glück im Himmelsreich hofft.

Damit drängt sich auch die Deutung auf, dass es sich bei Maria und dem Jesuskind um eine Vorstellung, eine Idee, eine Vision des Kanzlers handeln könnte. Durch die Brücke im Hintergrund wird zwischen Gottes- und Erdenreich vermittelt und Jesus gibt Gottes Segen durch die Brücke an Rolin weiter, der sich beim Beten dem Gottesreich so nahe fühlt, dass er schon fast das Gefühl hat, er könne Maria und das Jesuskind sehen, er kann sie schon fast spüren.

Die Bildbetrachtung der Rolin-Madonna zeigte uns, dass man den Gehalt eines Werkes nur dann ausschöpfen kann, wenn man sowohl ikonographisch als auch ikonologisch interpretiert. Würde das Gemälde allein ikonographisch interpretiert werden, so wäre nur eine Anbetungsszene zu erkennen, nicht aber die Möglichkeit, dass es sich um eine Vision handeln könnte. Dafür müsste mit dem *geistigen Auge*, wie es Nikolaus von Kues in seiner Abhandlung „Vom Sehen Gottes“ genannt hat, geschaut werden und nicht nur mit dem *sinnlichen Auge*. Mit dem *sinnlichen Sehen* ist die Wahrnehmung beispielsweise von Gegenständen in unserem Umfeld gemeint und mit dem geistigen Sehen verbindet Nikolaus von Kues das Interpretieren dieser Gegenstände. So sieht man beispielsweise mit dem sinnlichen Auge einen Apfelbaum, während man mit dem geistigen Auge alle Möglichkeiten sieht, die der Apfelbaum mit sich bringt, beispielsweise die Art und Weise, in der er entstanden ist.

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Jan_van_Eyck_070.jpg

6.10 Cluny

Ginger Sims
Betreuerin: Katja Alt

Die Abtei Cluny

Heute waren wir im kleinen Ort Cluny, wo wir die Ruinen des Abteiklosters Cluny III besichtigten. Das Kloster wurde im Jahre 909 von Wilhelm dem Frommen, dem damaligen Herzog von Aquitanien, gegründet.

Im Mittelalter war es in Adelsfamilien weit verbreitet, Nachkommen, welche man nicht ausreichend mit Titeln oder Ämtern versorgen konnte, in Klöster „abzuschieben“. Diese waren jedoch einen anderen Lebensstandart gewohnt als das streng geregelte und genügsame Leben in den Klöstern, und da sie diesen nicht aufgeben wollten, wurde die Moral in den Klöstern immer undisziplinierter. In Cluny sowie in weiteren Klöstern dieser Zeit kam es darauf im 11. und 12. Jahrhundert zu einem Umdenken. Man strebte nach Rückbesinnung auf alte Werte: „Bete, arbeite und lerne zu schweigen“ hieß die Lebensphilosophie. Dieser Geist, der als Cluniazensische Klosterreform in die Geschichtsbücher einging, griff schnell auf andere Klöster in ganz Europa über. Auf dem Höhepunkt der Bewegung im 12. Jahrhundert zählten rund 1.400 Klöster zum cluniazensischen Orden.

Mit dem Ansehen des Ordens wuchs auch die Kirche. Nachdem bereits 981 auf den ursprünglichen Bau des Klosters (Cluny I) ein größerer Neubau (Cluny II) gefolgt war, wurde im 12. Jahrhundert auch diese Kirche zu klein und man begann mit dem Bau einer dritten Anlage. 1131, nach 43 Jahren Bauzeit, wurde eine Kirche von monumentalen Ausmaßen geweiht (Cluny III) - der größte Kirchenbau nördlich der Alpen. Das Kloster Cluny stand damit auf dem Höhepunkt seines Ansehen und Einflusses, danach nahmen diese stetig ab. Im Zuge der Französischen Revolution wurden die Mönche aus dem Kloster vertrieben, das Gelände wurde ab Anfang des 19. Jahrhunderts als Steinbruch genutzt, weshalb man die Ausmaße und vor allem auch die Wirkung von Cluny III heute nur noch mithilfe von Rekonstruktionen erahnen kann.

Die Abteikirche von Cluny III war ausgerichtet wie jede andere Kirche auch: Der Altar stand in östlicher Richtung, während man von Westen in die Kirche eintrat. Sie besaß einen Doppelkreuz-Grundriss, bestehend aus einem fünfschiffigen Langhaus von 11 Jochen, was eine Breite von über 70 Meter ergab, an das sich das erste Querhaus mit je zwei Ostapsiden anschloss. Nach zwei weiteren Jochen folgte ein zweites Querhaus mit vier weiteren Ostapsiden. Dem schoss sich die Apsis mit Chorumgang und fünf Kranzelkapellen an. Die Gesamtlänge des Klosters betrug über 180 Meter. Dadurch muss das Kloster auf die Besucher einen unvergesslichen Eindruck gemacht haben - vor allem wenn man bedenkt, dass die Menschen ganz andere Dimensionen als wir heutzutage gewohnt waren.

Rekonstruktionen des Aufrisses der Kirche zeigen einen dreigeschossigen Aufbau. Auf spitzbogigen Arkaden folgte ein Blendtriforium, eine Art Zierleiste, denn im Gegensatz zum Triforium befindet sich hinter dem Blendtriforium kein Laufgang. Es bestand aus je drei Rundbögen pro Joch. Den Abschluss machte ein 14,75 Meter breites Rundtonnengewölbe, mit ebenfalls drei rundbogigen Obergaden pro Joch.

Der gewaltige Raumeindruck wurde noch durch die prachtvolle Gestaltung des Innenraumes verstärkt, denn im Inneren war die Kirche über und über geschmückt und bemalt. Keine Kosten und Mühen wurden gescheut, jeden Quadratzentimeter zu schmücken, man verwendete bunte, aber vor allem sehr kostspielige Farben. Dies dürfte auf die damaligen Besucher großen Eindruck gemacht haben, da sie in den seltensten Fällen eigene Bilder besaßen und diese somit nur in einer Kirche sehen konnten. Früher „las“ man, ähnlich wie wir heute Comics, die Bilder in den Kirchen, d.h. man kannte die dargestellten Symbole und wusste sie zu deuten. Heute finden wir große Kirchenbauten oftmals als kalte und leere Räume vor, da kirchenhistorische Entwicklungen und neue Bibelauslegungen über die Jahrhunderte

auch Traditionen verdrängt oder ersetzt haben. In Cluny wurden die meisten Fresken abgekratzt, Teppiche und Stoffe wurden von Bränden zerstört, Silber und Schmuck geraubt.

Besonders interessant fand ich u.a. die Erkenntnis, dass man früher einen ganz anderen Bezug zur Kirche hatte als heute: Man ging zwar nicht oft zur Messe, da diese auf Latein gehalten wurde und somit kaum verständlich war, hielt sich aber trotzdem oft in der Kirche auf. Ein Widerspruch? Nein! Früher war eine Kirche viel mehr als nur ein Gotteshaus. Sie war, als oftmals einziges festes Steingebäude in der Umgebung, für den Großteil der Bevölkerung Zufluchtsort, sozialer Treffpunkt, Marktplatz und Versammlungsort. Dass wir heute in eine Kirche gehen, um Ruhe zu finden und zur Besinnung zu kommen, war dem mittelalterlichen Menschen fremd, denn es war alles andere als leise in einer Kirche. Die Unterhaltungen der Besucher, die Preisverhandlungen der Händler und die Geräusche von mitgebrachten Tieren hallten von den Wänden wider.

http://commons.wikimedia.org/wiki/Abbey_of_Cluny

6.11 Vosne-Romanée

Salma Nosseir
Betreuerin: Anne Bihan

Das Totenoffizium in spätmittelalterlichen Stundenbüchern

Bei den vorliegenden Buchseiten handelt es sich um die Initialseiten des Totenoffiziums in dem Stundenbuch der Maria von Burgund. Auf der Versoseite ist die Auferweckung des Lazarus dargestellt: Ein nackter Mann steht aus seinem Sarg auf, umgeben von Heiligen und Laien. Der Bibelgeschichte zufolge war Lazarus aus Bethanien schwer erkrankt, sodass Jesus sofort los eilte, seinen Freund zu heilen. Bei seiner Ankunft war Lazarus aber schon verstorben. Die Auferweckung des Lazarus vom Tode zählt zu den Wundern Christi und gilt so als Zeichen seiner Macht wie auch als Bestätigung für die Hoffnung auf ein Leben nach dem Tod. Auf der Rectoseite ist die Szenerie einer Totenmesse abgebildet: Priester stehen vor einem Sarg, ein aufgeschlagenes Buch vor sich, hinter ihnen schwarz gekleidete Trauernde. Auf dem Grund reicher Verzierungen symbolisiert beispielsweise ein abgebildeter Pfau Unsterblichkeit und Auferstehung.

Die wichtige Stellung des Totenoffiziums als ein *wesentliches* Element in den Stundenbüchern verdeutlicht die Einstellung der Menschen zu dem Thema Tod und bestätigt, wie intensiv der Gedanke an den Tod die Menschen und ihr alltägliches Leben beeinflusste.

Das Totenoffizium, das aus drei Stunden (Vesper, Matutin, Laudes) besteht, hat zwei unterschiedliche Funktionen, die jedoch den gleichen Zweck erfüllen wollen:

Einmal trugen bei einem Trauerfall Mönche die Vesper am Abend vor der Beerdigung, die Matutin und Laudes am Morgen der Beerdigung vor. Auf einer viel persönlicheren Ebene bot es den Familienmitgliedern und Freunden des Verstorbenen die Möglichkeit, das Totenoffizium selbst in der Privatsphäre ihres Hauses zu beten. Der christliche Glaube kennt einen idealen christlichen Tod, nämlich jenen, der im Bett, umgeben von Angehörigen und in Anwesenheit eines Priesters erfolgt. Eignet sich der Tod eines Christen nicht nach diesem Muster, so begibt sich der Verstorbene zunächst ins Fegefeuer, wo er in Vorbereitung auf den Himmel von den irdischen Sünden gereinigt werden mag. Durch das Beten aus dem Totenoffizium versuchten Hinterbliebene dem Verstorbenen die Zeit im Fegefeuer zu verkürzen; das regelmäßige Beten des Totenoffiziums stellte aber auch den Versuch der Menschen dar, den Verstorbenen in ihren Gedanken zu bewahren (Memoria).

Dabei sollte man sich der Tatsache bewusst sein, dass noch im Spätmittelalter die meisten Menschen nicht lesen konnten. Vor diesem Hintergrund lässt sich die wichtige Funktion der künstlerischen Gestaltung der Stundenbücher verstehen: Miniaturen und Illustrationen fungierten nicht nur als kreative

Ausschmückung, die das Gebet auch um Inhalt und Sinn ergänzten, sie stellten Anhaltspunkte für deren Besitzer dar, sodass diese sich in dem mit lateinischen Gebeten ausgestatteten Stundenbuch orientieren konnten. Meist waren den Menschen die Gebete dank der Wanderprediger bekannt, sodass sie nur eine Markierung für Textanfänge benötigten, um aus den Stundenbüchern beten zu können.

Die überlieferten Stundenbücher bieten aber nicht nur Einsichten in spätmittelalterliche Frömmigkeitspraktiken: Besonders in adligen Kreisen wurden Stundenbücher mit der Zeit auch zu einem Spiegelbild der Eleganz und Pracht des Besitzers und zu einem begehrten Sammelobjekt, das von Generation zu Generation weitervererbt wurde.

Die Faktoren Text und Ausschmückung, die beliebig kombinierbar waren, ermöglichten die Individualisierung der Stundenbücher. Jedes einzelne Stundenbuch gilt als Spiegel des Besitzers und dessen Umwelt. Dies sieht man zum Beispiel anhand des Stundenbuches der Herzogin Maria von Burgund, der Erbtöchter Karls des Kühnen und Ehefrau Maximilians von Habsburg, einem der prächtigsten Stundenbücher, die uns noch erhalten geblieben sind. Die ersten 34 Seiten dieses Stundenbuchs wurden mit goldener und silberner Tinte auf schwarz gefärbtem Pergament verfasst, was man darauf zurückführen kann, dass das Buch als Trauerbuch anlässlich des Todes ihres Vaters Karl in Auftrag gegeben wurde. Als über ihre Heirat mit dem Habsburger entschieden worden war, galt diese Ausgestaltung als unpassend, weshalb man den Rest des Buches mit schwarzer Tinte auf weißem, ungefärbtem Pergament verfasste.

Doch nicht nur Adlige besaßen Stundenbücher: In der Phase zwischen dem 13. und 16. Jahrhundert wurden mehr Stundenbücher produziert, verkauft und weitervererbt als selbst die Bibel. Stundenbücher waren Bestseller in ihrer Zeit, jeder Mensch wünschte sich sein eigenes Stundenbuch, ganz persönlich und individuell zusammengestellt. Diese Gebetsbücher entstanden aus den Brevieren und befriedigten das Bedürfnis der Laien nach einem eigenen Gebetbuch, das ihnen das Beten im Privaten ermöglichen sollte. Sie enthalten für jede Tagesstunde ein spezifisches Gebet, beispielsweise liest man ein hoffnungsvolles Gebet bei Sonnenaufgang und die Memoria an die Verstorbenen erst nach Sonnenuntergang. Das ritualisierte Stundengebet machte das Stundenbuch zu einem alltäglichen Gegenstand - womit auch das Totenoffizium und damit der Tod Bestandteile des alltäglichen Lebens waren.

Dieser Gedanke führt uns endlich zum Ziel unserer heutigen Etappe: Vosne-Romanée. Es handelt sich hierbei um eine Ortschaft im Herzen Burgunds, in welcher fruchtbarste Erde dem Anbau teuersten Weines und der Bestattung Verstorbener gewidmet wird. Die Symbolhaftigkeit des Friedhofs und des Weines wie auch die Nähe und die Beziehung beider Elemente zueinander ließen sich am Beispiel dieser Ortschaft besonders schön nachempfinden.

Das Stundenbuch der Maria von Burgund. Codex Vindobonensis 1857 der Österreichischen Nationalbibliothek, Kommentar von Franz Unterkircher, Graz 1993

6.12 Gent

Henrike Pfeiffer
Betreuer: Volker Kehl

Der Genter Altar des Jan van Eyck

Unser heutiger Tagesausflug führte uns nach Gent, wo wir in der Kathedrale Sankt Bavo den Genter Altar von Jan van Eyck besichtigten. Der Genter Altar gilt als eines der bedeutendsten Kunstwerke der altniederländischen Tafelmalerei. Er ist 3,75 Meter hoch, mit geöffneten Flügeln 5,20 Meter breit und wurde von den Genter Bürgern Joos Vijd und seiner Ehefrau Elisabeth Borluut 1432/1435 in Auftrag gegeben bzw. gestiftet.

Auf der Alltagsseite, die die Gläubigen an normalen Tagen zu sehen bekamen, sind eine Darstellung der Verkündigung an Maria, Abbildungen von Johannes dem Täufer und Johannes dem Evangelisten sowie die beiden Stifter zu sehen. Die Festtagsseite zeigt die Schlusszene des Jüngsten Gerichts. In der Mitte des oberen Registers ist eine Darstellung des Weltenrichters zu sehen, daneben sitzt links die heilige Jungfrau Maria und rechts Johannes der Täufer. Darunter wurde die Anbetung des Lamm Gottes durch die Auserwählten im Paradies gemalt, wobei die fünf unteren Tafeln eine Einheit bilden: Die Landschaft setzt sich über die Tafeln hinweg fort, und auch thematisch ist ein klarer Zusammenhang erkennbar. Die Erlösung und die Auferstehung Christi sind durch das Lamm Gottes und den Fons Vitae (Lebensbrunnen) repräsentiert. Auf den Flügeln des Altars sind an der Außenseite Adam und Eva nach dem Sündenfall dargestellt, innen jeweils eine Gruppe singender und musizierender Engel.

Nachdem ich mich mit dem Altar und insbesondere mit den Funktionen des mittelalterlichen Altarbildes beschäftigt hatte, entwickelte ich die These, dass der Genter Altar einen Realitätsbezug zu den damaligen Menschen herzustellen versuchte, indem er die Betrachter persönlich ansprach, damit die biblischen Geschehnisse als wahr empfunden werden. Über das Altarbild sollten sich die Betrachter und Gläubigen mit ihrem Glauben identifizieren. Diese These lässt sich sogar erweitern: Der Altar stellt das Versprechen der Erlösung, der Auferstehung und des ewigen Lebens dar, welches durch das Einnehmen des christlichen Abendmahls Gültigkeit erreicht. Als Symbole dienen hier der Lebensbrunnen im Vordergrund und das Lamm Gottes, aus dem Blut in einen goldenen Kelch fließt.

Auch die neuen Maltechniken und Mittel, die Jan van Eyck verwendet hat, unterstützten das Vorhaben, die Inhalte des Altarbildes so realistisch wie möglich darzustellen. Jan van Eyck hat seine genauen Naturbeobachtungen mit einem an Perfektion grenzenden Detailreichtum wiedergegeben. Er benutzt verschiedene optische Effekte, malt seine Figuren fast porträthaft und haucht ihnen Leben ein, indem er Münder leicht geöffnet darstellt - als hätte er sie im Moment selbst eingefangen. Außerdem erzeugt er räumliche Wirkungen, indem er sich für keinen eindeutigen Fluchtpunkt entscheidet, sondern mehrere mitunter dicht beieinander liegende Fluchtpunkte bestimmt. Einzelne Objekte scheinen gekonnt die Bildebene zu überwinden: Adam schreitet mit seinem Fuß fast unmerkbar aus seinem Rahmen heraus. Auch durch die gezielte Auswahl bestimmter Gegenstände entsteht eine Illusion der Wirklichkeit im Bild. Die moderne Mode der dargestellten Personen, die zeitgenössische Architektur in hellen, strahlenden Farben und die Darstellung zeitgeschichtlicher Persönlichkeiten rücken das religiöse Geschehen in den Alltag der damaligen Betrachter.

Bei genauerer Betrachtung stießen wir auf noch mehr Auffälligkeiten, die unsere Aufmerksamkeit erregten. In der Mitteltafel sind heilige Jungfrauen abgebildet, wobei die Faltenwürfe der Kleider die Frage aufwerfen, ob sie nicht eher als schwangere Frauen abgebildet wurden. Schwangere Jungfrauen gibt es nicht: Wie kann es sein, dass Jan van Eyck so offensichtlich konkurrierende Interpretationen zulässt? Vielleicht wollte er uns als Betrachter seines Werkes genau diesen Raum, diese Freiheit lassen. Oder wollte er uns doch etwas Bestimmtes mitteilen? Zu weiteren Diskussionen angeregt hat uns die Frage, ob der Weltenrichter Gott oder Jesus Christus zeigt. Er ist durch die Mittelachse des Altars kompositorisch mit der Taube als Symbol des Heiligen Geistes und dem Lamm Gottes als Symbol Jesu verbunden. Daher wäre anzunehmen, dass im Sinne der Dreifaltigkeit der Weltenrichter Gott den Vater darstellt. Aber würde ein Maler im 15. Jahrhundert Gott abbilden? Darüber hinaus sind die Darstellungen Adams und Evas fast gleich groß zu den Heiligen in der Mitte dargestellt. Sind sie eine Verkörperung der Sünden, über die im Jüngsten Gericht gerichtet wird? Sind sie als Mahnung an die Gläubigen zu verstehen? Oder hat ihre Größe eine andere Bedeutung?

Zuletzt sei noch erwähnt, dass auf einer Tafel des unteren Registers der Festtagsseite wahrscheinlich Ritter des 1307 verbotenen Templerordens dargestellt sind. Sie reiten auf Pferden einer Gruppe von weltlichen Herrschern voran. Auf der Tafel dahinter vermutet man Abbildungen der Burgunderherzöge. Warum hat Jan van Eyck die geächteten Templer näher am heiligen Geschehen gemalt als die

weltlichen Herrscher, die mit dem Titel „Gerechte Richter“ unterschrieben sind? Kann es sein, dass Jan van Eyck subversiv gearbeitet hat? Wollte er auf kunstvolle, einfach widerlegbare, aber trotzdem bestechend offensichtliche Art die Autoritäten seiner Zeit, die katholische Kirche und die weltlichen Herrscher in seinem Gemälde untergraben? Und lässt sich ein Bezug zwischen dem Genter Altar und den Kreuzzugsplänen Philipp des Guten herstellen? Jan van Eyck war, wie wir wissen ein guter Freund von Philipp dem Guten und reiste sogar als Diplomat für ihn nach Portugal zu Philipps zukünftiger Frau. Müssen wir den Altar im Rahmen der Kreuzzugspropaganda Philipps des Guten verstehen?

Die Auseinandersetzung mit dem Genter Altar des Jan van Eyck hat gezeigt, dass Widersprüche auch gleichzeitig und nebeneinander existieren können. Unterschiedliche Interpretationen schließen sich nicht immer aus: Die Suche nach ihren Zusammenhängen und Überschneidungen kann die Bedingung für das Verständnis ausmachen.

http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Ghent_Altarpiece

6.13 Neuss

David Twardella
Betreuer: Volker Kehl

Das Ende der Burgunder (1467-1477)

Zum Abschluss unserer Reise durch den Herbst des Mittelalters begaben wir uns nach Neuss an den linken Niederrhein. Unsere Reisegruppe hatte sich für den Abschluss der Fahrt noch das Ziel gesetzt, das Ende der Burgunder genauer zu erforschen. Hierfür beschäftigten wir uns mit den Gründen für deren Untergang und dem genauen Hergang ihres Endes. Zudem wollten wir zum Ende der Reise auch noch einen Blick auf die weitere Entwicklung Europas nach dem Zerfall des Burgunderreiches werfen.

Wir begannen unsere Nachforschungen mit einer persönlichen Gegenüberstellung zweier zentralen Akteure dieser Zeit: dem französischen König Ludwig XI. auf der einen und dem letzten Herzog von Burgund, Karl dem Kühnen, auf der anderen Seite. Beide hätten von ihren Persönlichkeiten nicht verschiedener sein können. Karl zeichnete sich vor allem durch seine Ungeduld und Entschlossenheit aus. Dies kam zum Beispiel sehr deutlich zum Ausdruck, als er kurz vor seiner letzten Schlacht in Nancy sagte: „Und wenn ich allein kämpfen müsste, würde ich gegen sie kämpfen.“ Geprägt durch seinen Stolz und sein Ehrgefühl, verbunden mit seiner draufgängerischen Mentalität steht er im krassen Gegensatz zu seinem lebenslangen Kontrahenten Ludwig XI., der sich auf außenpolitischer Ebene eher der Kunst der Diplomatie und Verhandlungen bediente und versuchte, kriegerische Auseinandersetzungen möglichst zu vermeiden. Die beiden begegneten sich 1465 das erste Mal auf dem Schlachtfeld, als Karl noch Graf von Charolais war und von seinem Vater Philipp dem Guten gegen Ludwig in die Schlacht geschickt wurde. Die ersten Auseinandersetzungen endeten erfolgreich für Karl den Kühnen - spätestens ersichtlich nach dem Vorfall 1468 in Péronne, bei welchem sich Ludwig in die Hände Karls begab, um Verhandlungen zu führen, aber schlichtweg vergaß, dass zeitgleich ein von ihm angezettelter Aufstand in Lüttich gegen Karl begann. So wurde Ludwig von Karl gezwungen, bei der Niederschlagung des eigenen Aufstands zuzusehen. Dies war eine enorme Demütigung für Ludwig, und von da an war die Beziehung zwischen den beiden immer auch von einem persönlichen Gefühl des Hasses geprägt.

Als Bündnispartner gegen Ludwig hatte Karl der Kühne sich zunächst den englischen König Eduard IV. ausgesucht. Militärische Vorhaben scheiterten aber an den wenig konstruktiven Verhandlungen beider Seiten und an den zeitgleichen Waffenstillstandsverhandlungen zwischen Ludwig und Eduard.

Karl hatte aber mehr als eine Option. Während seiner gesamten Regierungszeit strebte er nach politischer Unabhängigkeit von Frankreich - und ein Weg dazu war eine eigene Königs- oder sogar Kaiserwürde. Von zentraler Bedeutung für seine Pläne war dabei der verbündete Habsburgerkaiser Friedrich

III. Die beiden Machthaber trafen sich 1473 in Trier, um über eine mögliche Königskrone für Karl zu verhandeln. Man einigte sich darauf, dass Karl die Königswürde erhalten sollte, während Friedrich im Gegenzug seinen Sohn Maximilian mit Karls Tochter Maria von Burgund vermählen konnte. Aber als am Abend vor der geplanten Krönung bereits die Vorbereitungen der Zeremonie in vollem Gange waren, reiste Friedrich plötzlich und ohne Erklärung ab, die Krönung fiel aus. Über die Gründe spekulieren die Historiker schon lange, und in diesen Spekulationen zeigt sich, wie komplex und schwierig die Materie tatsächlich ist, sobald man die politische Situation genauer betrachtet.

Karls politische und militärische Expansionspläne zogen ihn im Sommer 1474 nach Neuss. Dort eilte er dem Erzbischof Ruprecht von der Pfalz zur Hilfe, der in einem handfesten Streit mit den Landesständen stand. Die Belagerung von Neuss erwies sich jedoch als äußerst schwierig: Dies lag zum einen an den starken Verteidigungsanlagen und zum anderen an der Unfähigkeit Karls, den Belagerungsring vollständig um Neuss zu schließen. Auch die wasserreiche Umgebung machte es Karl zusätzlich schwer. Als die Belagerung bereits ein Jahr andauerte, stellte Kaiser Friedrich eine Armee auf, um Neuss zur Hilfe zu eilen. Mit dem Eingreifen der Reichsarmee war die Schlacht entschieden und Karl begann mit dem Rückzug.

Nach dieser ersten, militärischen Niederlage Karls erhoben sich zahlreiche andere Gegner. So entstand nicht nur Widerstand am Oberrhein gegen Karl, wie etwa im Elsaß, sondern auch in Lothringen und in der Schweiz. Bald schon zog Karl von Schlacht zu Schlacht: In Lothringen konnte er noch Erfolge erzielen, doch in Grandson und in Murten erlitt er schwere Niederlagen. Karl sah darin jedoch keinen Grund aufzugeben und rief seine letzten Truppen zusammen, um wieder nach Nancy in Lothringen zu ziehen, das trotz eines Sieges Karls immer noch nicht gesichert war und erneut belagert wurde.

Noch bevor Karl mit seiner Armee in Nancy eintreffen konnte, wurde die Stadt eingenommen.

Bei dem Versuch, Nancy direkt wieder zurück zu erobern, fiel Karl der Kühne auf dem Schlachtfeld und besiegelte somit das Ende der Burgunder.

Nach diesem historischen Exkurs wagten wir einen Ausblick auf die darauf folgenden Jahre. Anhand einer Europakarte versuchten wir, die territorialen Machtverhältnisse nach dem Zerfall des Burgunderreiches darzustellen. Hierbei konnten wir feststellen, dass sich das Machtverhältnis in Europa vor allem zu Gunsten der Habsburger stark verändert hatte. Im Streit um das Erbe der Burgunder sicherte sich das Haus Habsburg durch die Heirat ihres Thronfolgers Maximilian (I.) mit Karls einziger Tochter Maria von Burgund, die zuvor von ganz Europa umworben wurde, nicht nur die Freigrafschaft Burgund, sondern auch Flandern, Luxemburg und Brabant. Allein das eigentliche Herzogtum Burgund, die Somme-Städte und die Grafschaft Vermandois konnte die französische Krone für sich behaupten.

Bei Betrachtung einer Europakarte von 1550 stellten wir anschließend fest, dass sich der Machtbereich des Hauses Habsburg in den Jahren nach dem Ende Burgunds immens ausgebreitet hatte: Kastilien und Aragón, Besitzungen in Amerika usw. - aus dem kleinen Herzogtum Österreich war eine Weltmacht entstanden.

Mit dem Ende der Burgunder wurde auch das Ende unserer Reise eingeläutet. Nachdem wir uns in Frankreich, Belgien und in den Niederlanden auf die Spuren der Burgunder begeben hatten, standen wir nun in Deutschland vor dem Ende einer Dynastie und fragten uns: „Ist das wirklich das Ende?“ Wir diskutierten viel und lang, und konnten doch am Ende mit Gewissheit antworten: Wir haben vieles gesehen und vor allem eines gelernt: Burgund lebt!

6.14 Abschluss

Peter Gorzolla und Saskia Quené

Als wir von unserer Reise durch den Herbst des Mittelalters auf Burg Fürsteneck zurückkehrten, nahmen wir uns zunächst die Postkarten vor, die wir von unseren Etappenzielen verschickt hatten, um bei all den vielen Eindrücken nichts Wichtiges zu übersehen. Sie dienten uns als Grundlage für ein Resümee unserer Reise - und ganz und gar nicht überraschend wurden im Kurs Geschichte kunsthistorische Sätze und Bilder verwendet, um Eindrücke und Erkenntnisse auf den Punkt zu bringen:

Die „schwangeren Jungfrauen“ des Genter Altars mahnen uns, dass es bei der Betrachtung aller historischer Quellen notwendig ist, Widersprüche auszuhalten. Die Frage beispielsweise, ob es Nicolas Rolin bei seinen Stiftungen um sein Seelenheil, die Herrschaftsrepräsentation als Kanzler oder die Kunst an sich ging, wird sonst nur simplifiziert beantwortet werden können. Dass alles gleichzeitig möglich ist, dass auch Kontraste sich gegenseitig bedingen können, wird deutlich, wenn man sich der Kunst des 15. Jahrhunderts widmet und ihre Fähigkeit bewundert, vielfältige und widersprüchliche Bedeutungen im selben Objekt darzustellen.

„Du bist, was du siehst, und du siehst, was du bist“ - keine Wahrnehmung ist objektiv, stets beeinflusst der Betrachter mit dem, was er kennt, welche Vorstellungen er von den Dingen hat und was er zu sehen erwartet, seine Wahrnehmung. Zugleich wirkt das Wahrgenommene auf den Betrachter zurück, beeinflusst ihn, prägt ihn und zukünftige Wahrnehmungen. Völlig klar: Was hier „Wahrnehmung“ heißt, gilt gleichermaßen für alle Erforschung historischer Quellen und kunsthistorischer Objekte.

In der Kunst wie in der Geschichte „geschieht nichts unüberlegt“, stellen wir zuletzt noch fest. Für alles gibt es einen Grund, fast immer einen Sinn, häufig eine Begründung - und manchmal erschließen sich uns diese Zusammenhänge auf rätselhafte Art und Weise, als wäre man selbst des Symbols Erfinder.

Literatur (in Auswahl)

- Hans Belting, Christiane Kruse: *Die Erfindung des Gemäldes. Das erste Jahrhundert der niederländischen Malerei*, München 1994
- Joachim Ehlers, Heribert Müller, Bernd Schneidmüller (Hrsg.): *Die französischen Könige des Mittelalters. Von Odo bis Karl VIII. 888-1498*, München 1996
- Johan Huizinga: *Herbst des Mittelalters. Studien über Lebens- und Geistesformen des 14. und 15. Jahrhunderts in Frankreich und in den Niederlanden*, Stuttgart 2006 (ndl. Orig. 1919, dt. 1923)
- Hermann Kamp: *Burgund. Geschichte und Kultur*, München 2007
- Stephan Kemperdick, Jochen Sander (Hrsg.): *Der Meister von Flémalle und Rogier van der Weyden. Eine Ausstellung des Städel-Museums, Frankfurt am Main, und der Gemäldegalerie der Staatlichen Museen zu Berlin, Ostfildern 2008*
- Eberhard König: *Psalter und Stundenbücher im Spätmittelalter*, in: *Kunsthistorische Arbeitsblätter* 9/2004, S. 33-44
- Herbert Kraume: *Glanzvolles Burgund. Blütezeit im Mittelalter*, Darmstadt 2010
- Nikolaus von Kues: *Vom Sehen Gottes. Ein Buch mystischer Betrachtung*, München-Zürich 1987
- Erwin Panofsky: *Ikongraphie und Ikonologie. Eine Einführung in die Kunst der Renaissance*, in: Wolfgang Brassat, Hubertus Kohle: *Methoden-Reader Kunstgeschichte. Texte zur Methodik und Geschichte der Kunstwissenschaft*, Köln 2003, S. 65-76
- Walter Prevenier, Wim Blockmans (Hrsg.): *Die burgundischen Niederlande*, Weinheim 1986
- Alarich Rooth: *Stifterbilder in Flandern und Brabant. Stadtbürgerliche Selbstdarstellung in der sakralen Malerei des 15. Jahrhunderts*, Essen 1998
- Barbara Welzel: *Altniederländische Malerei*, in: *Kunsthistorische Arbeitsblätter* 4/2005, S. 13-30

7 Kursübergreifende Angebote

Das kursübergreifende Angebot enthielt bei der Schülerakademie 2012 Chor, Kontratanz, Kammermusik, Englisch Theater, Bühnenbild, Sport, Naturkunde, Improvisation, Italienisch und Journalismus. Einige dieser Aktivitäten waren schon in der Ausschreibung enthalten, die übrigen ergaben sich durch Angebote während des Vorbereitungsseminars.

7.1 Chor

Leitung: Willy Petermann

Bericht: Henrike Pfeiffer

Dieses Jahr wurden im großen Chor mit allen Teilnehmern der Akademie sowie mit der Studiochorbesetzung vor allem afrikanische Lieder gesungen. Die Lieder sind traditionelle, sehr rhythmische Stücke in der afrikanischen Sprache der Zulu. Sie entstammen dem alltäglichen Leben der Bevölkerung, weshalb sie nicht, wie in der europäischen Chortradition, im ruhigen Stehen gesungen, sondern meist mit Bewegungen als Tanz und Bodypercussion verknüpft werden. Ihre Bewegungen in Kombination mit der Aktivität einiger Chormitglieder sorgten für viel Heiterkeit in den Proben.

Einige Lieder sind Kinderlieder, eins war der Gesang eines Heilers mit der Antwort der Patienten als Wechselgesang. Die Lieder werden mehrstimmig gesungen, und oft können solistische Oberstimmen über dem eigentlichen Chorus gesungen werden. Kurze einfachen Textzeilen werden zyklisch wiederholt, und zusammen mit den Oberstimmen entsteht ein Kanon.

In den Proben haben wir zum einen den mehrstimmigen Chorusgesang eingeübt und zum anderen konnte jeder, wenn er wollte, die verschiedenen Solostimmen ausprobieren, unter anderem als Improvisation.

7.2 Kontratanz

Leitung: Saskia Quené

Bericht: Isburg Knof, Julia Zaenker

Kontrattänze sind Gesellschaftstänze, die ursprünglich aus England stammen. Wichtig sind dabei die Orientierung im Raum und etwas Rhythmusgefühl. Wenn beim Üben einmal das totale Chaos entsteht, sollte man möglichst schnell reagieren, um schnell wieder zur richtigen Zeit am rechten Ort zu stehen. In unserer Gruppe, die aus 16 Tänzerinnen und Tänzern bestand, wurden sowohl Gassen- als auch Karreetänze geübt. *Bartnings Neubau* ist ein Karreetanz, zu dem sogar eigene Strophen kreiert wurden und der am Besuchernachmittag vorgeführt wurde. Die meisten Tänze wurden von einem Cello begleitet. Zu *Ruhig Blut* spielte sogar die Kammermusikgruppe auf. Außerdem wurden unter anderem *Schwarze Kunst*, *Jacob's Hall Jig*, *Edelsteine*, *Mister Sharps Erbe*, *Sweet Rosie Red* und *Mr. Boskett's Delight* getanzt.

7.3 Kammermusik

Leitung: Wolfgang Metzler, unterstützt durch Saskia Quené
Bericht: Julia Zaenker, Isburg Knof

Die diesjährige Kammermusikgruppe versuchte sich an einem breiten Spektrum, das von klassischen Stücken bis zu moderner Filmmusik reichte. In variierender Besetzung mit Klarinette, Geige, Querflöte, Klavier und Rhythmusinstrumenten wurde sich musikalisch ausprobiert. Die zwei Querflöten studierten klassische Duette ein. Die zahlreichen Pianisten improvisierten zur Filmmusik aus „Die fabelhafte Welt der Amelie“. Auch Tänze von Leopold Mozart (Klarinette, Geige, Querflöte, Rhythmus) und ein Stück von Schubert (Querflöte, Klavier, Rhythmus) wurden gespielt. Außerdem studierte man klassische Variationen einer zeitgenössischen Komponistin ein. Diese waren eigentlich als Streichquartett gedacht, wurden allerdings mit Klarinette, Geige und Klavier ungewöhnlich besetzt.

Die zwei Wochen boten die Möglichkeit, auch weniger übliche Dinge auszuprobieren. Die Arbeit wurde mit interessanten Ergebnissen belohnt, die leider nur teilweise am Besuchernachmittag präsentiert werden konnten.

Teilnehmende waren Isburg Knof, Julia Zaenker, Simon Bodenschatz, Michelle Möll, Antonius Nies, Marcel Corsham und Johannes Galatsanos-Dück.

7.4 English Theatre

Leitung: Ingrid Metzler
Bericht: Marie Heberer, Ruth Heil, Laura Wolber

This year's play is called „The Devoted Wife“. The case happened in East Sussex, England.

One day an old lady meets a young man in the streets who helped her collecting all her shopping that had been spilled out of her basket by a bump with a big boy. By chance they meet again at a friend's party and from then on the young man helps the lady with her desk work at home. A couple of weeks later the lady is found dead in her living-room and the young man is suspected of wilful murder and arrested. How will the young man prove that he is not guilty?

The answer to this question will be given in the end.

We've had a great time! The love for acting brought us together and we managed to improve our characters rapidly. Gradually we felt the person we played and were looking forward to presenting our play on stage. We want to say thank you to our directors Ingrid (Plot), Lena and Albrun.

Participants

Gregor Angeloni, Christian Englisch, Jan Fotakis, Sebastian Gallus, Marie Heberer, Ruth Heil, Janika Hochstraßer, Bianca Kühnel, Johanna Leyhe, Fabian Richardt, Susanna Scherer, Laura Wolber.

7.5 Bühnenbild

Leitung: Birthe Anne Wiegand
Bericht: Hannes Güdelhöfer

Aufgabe der Bühnenbild-KüA war es, das Ambiente des Englischen Theaters zu gestalten. Wir begannen damit, das Skript des Stückes genauer zu betrachten und zu analysieren. Wir diskutierten verschiedene Ideen, um dem Zuschauer die einzelnen Szenen möglichst wirkungsvoll noch näher zu bringen.

Darauf folgte die Arbeitsphase, die den größten Teil der Kursarbeitszeit einnahm: Über mehrere Tage hinweg bastelten, malten, klebten, zerschnitten, umwickelten, (...) wir unsere Kunstwerke. Wir benutzen die verschiedensten Techniken und besprachen diese größtenteils mit allen zusammen, wodurch jeder auch zu den Arbeiten der anderen etwas beitragen konnte und ein Gefühl eines Gemeinschaftswerkes entstand. Da wir natürlich terminlich und finanziell recht begrenzt waren, spielte Zeit- und Ressourcenmanagement hierbei eine große Rolle.

Wir waren alle mit dem Ergebnis sehr zufrieden und konnten sowohl in Hinblick auf den Kunstaspekt als auch zu den Besonderheiten der Erstellung eines Bühnenbilds viel lernen.

7.6 Sport

Leitung: Georg Bube, Manuel Messerschmidt; unterstützt durch Silke Haupt, Hartwig Bosse

Ziel des Kurses war es, die Schülerinnen und Schülern je nach Vorbildungsstand an spezifische Übungen heranzuführen und ihre Körperkoordination im Einzelnen zu fördern. Darüber hinaus sollte eine erste Grundlage für ein selbständiges Ganzkörper-Kraftausdauertraining gelegt werden. Aus diesem Grund wurden koordinationsbetonte Sportarten mit trainingsintensiven Übungen abgewechselt.

Zur Förderung der Hand-Augen-Koordination übten wir zuerst Jonglage mit Bällen und Keulen - ein Training mit hoher intrinsischer Motivation. Ergänzend wurde Frisbee werfen im Rahmen von Ultimate-Frisbee trainiert. Hier motivierte der Wettbewerbscharakter des Spiels die Schüler, auch außerhalb des Kurses zu üben. An unserer Rumpf-Körper-Stabilisation und am Balance-Gefühl arbeiteten wir auf der Slackline.

Ausdauertraining fand im Rahmen von Laufeinheiten, Ballsportarten und als Vortraining zu den Sparringsübungen statt: Das integrierte Boxtraining hat eine hohe Ganzkörperauslage und trainiert somit ausgeglichen den vollen Muskelapparat.

Beim Sparring kamen nach all dieser Vorbereitung schließlich die einzelnen Komponenten zusammen: Hier konnten wir mit den Schülern Balance- und Hand-Auge-Koordination sowie Kraftausdauer verbinden.

Ein positiver Nebeneffekt des Lern- und Trainingszugewinns während der 2 Wochen war ein deutlich gesteigertes Selbstbewusstsein der teilnehmenden Schüler.

7.7 Naturkunde

Leitung: Wolf Aßmus
Bericht: Alexander Dick



Bei der Naturkunde sind wir über Feld, Wald und Wiese gewandert und haben dabei viele Tiere und Pflanzen entdeckt und bestimmt.

Mit dabei waren: Alexander, Mischa, Ginger, Christian, Ann-Katrin, Anne, Lars, Janika, Marcel, Jost, Lennart, Stephan, Simon, Daniel, Wolf und Wolfs Hund Sheila.

7.8 Italienisch

Leitung: Fabian Angeloni
Bericht: Samira Hook

Italien - Pizza, Pasta, Dolce Vita, Urlaub und Stoff für Filme wie „Der Pate“. Dieses Land erscheint uns meist so bekannt, dass wir gar nicht mehr mit Überraschungen rechnen. Warum also eine Italienisch-KüA? Ganz einfach: Weil sich hinter den gängigen Klischees auch eine Sprache und eine Kultur verbirgt, und diese wollten wir entdecken.

Die KüA fand dieses Jahr zum dritten Mal unter der Leitung von Fabian Angeloni statt und war zweigeteilt in Sprache/Grammatik und Kultur. Im übertragenen Sinne bekamen wir von Fabian einen sprachlichen „Survivalguide“. Wie sieht so etwas aus? Nach knapp zwei Wochen können wir uns vorstellen und ein bisschen Smalltalk halten, aber dieser macht bekanntlich nicht satt. Deshalb wissen wir nun auch, wie man in Italien richtig im Restaurant bestellt, und, da manche Klischees vielleicht doch ein bisschen Wahrheit enthalten, wie man sich in dieser Situation blamiert oder brilliert. Wer überleben will, muss natürlich auch wieder den Weg nach Hause finden, deshalb war auch das Erfragen und Beschreiben von Wegen Teil unseres Kurses. Wer mehr Interesse an einem Hotelzimmer als am eigenen Zuhause hat, kann nun auch eines mit allen luxuriösen Extraausstattungen buchen.

Natürlich haben wir auch alle gängigen Vorurteile auf die Probe gestellt, ein italienisches Pastarezept in Originalsprache erarbeitet und herausgefunden, wie unterschiedlich eigentlich die einzelnen Regionen in Italien selbst sind.

Das Fazit ist wohl, dass Italien tatsächlich mehr zu bieten hat als leckeres Essen, dass die meisten Vorurteile auf Unkenntnis basieren, und, dass einige kleine Klischees doch ein wenig Wahrheit enthalten.

7.9 Improvisation

Leitung: Volker Kehl, Wolfgang Metzler
Bericht: David Twardella, Johanna Leyhe

Das kursübergreifende Angebot „Improvisation“ beschäftigte sich dieses Jahr mit den verschiedenen Aspekten der Improvisation. Die Mitglieder versuchten sich sowohl im Schaffen rhythmischer Musikstücke als auch im Kreieren rein auf Stimme basierender Werke, wobei die Kursleiter Wolfgang Metzler und Volker Kehl ihre jahrelange, improvisatorische Erfahrung einfließen ließen und durch verschiedene Übungsphasen die unterschiedlichen Improvisationserfahrungen der Kursmitglieder kompensierten. Es wurde sich ebenfalls in Ansätzen mit Theaterimprovisation beschäftigt. Des Weiteren befassten wir uns mit der improvisatorischen Theorie und der Entwicklung der musikalischen Improvisation, wobei...

Wir sind Musik. Wir sind Sprache. Wir sind Rhythmus. Wir sind Silben. Wir sind Laute.
Wir sind Instrumente. Wir sind im Raum. Wir sind draußen. Wir sind Tanz. Wir sind Theater. Wir sind laut. Wir sind wild. Wir sind leise. Stille ist Musik. Wir sind zusammen.
Wir sind allein. Wir sind im Takt. Wir brechen aus. Wir sind immer dabei. Wir sind Menschen. Wir sind Tobias, Tobias. Gregor, Hannes, Antonius, David, Sonja, Ingrid, Johanna. Wir sind Wolfgang und Volker.

Wir sind Improvisation!

7.10 Journalismus

Leitung: Fabian Angeloni
Bericht: Kilian Klug

Ein Novum auf der diesjährigen Schülerakademie war die Journalistik-küA. Hatte es in den letzten Jahren noch eine tägliche Burgzeitung gegeben, beschäftigten wir uns in diesem Jahr mit den verschiedenen Stilformen des Journalismus. Und so konnten wir in der küA lernen, was das Spezifische an unterschiedlichen Formen von Zeitungsartikeln ist und wie sich beispielsweise eine Reportage von einem Bericht abgrenzt. Wir erhielten zudem verschiedene Aufträge zu den einzelnen Artikelformen und schrieben Nachrichten, Berichte, Reportagen und führten Interviews. Von Fabian bekamen wir sowohl Feedback als auch den Zeitdruck in einer Redaktion zu spüren. So mussten wir manchmal in die Pausen hinein arbeiten, damit der eine oder andere Artikel noch vor Redaktionsschluss fertig würde, und auch auf die Zeile genau schreiben. Auch ein wenig Theorie des Journalismus und vergleichende Medienanalyse anhand eines bestimmten Themas standen auf dem Programm.

Es entstanden zum Beispiel Reportagen über andere küAs, über Abendprogramme und über die Burg selbst, Interviews mit den Kursleitern und zeilengenau geschriebene Meldungen aus vorgegebenen Pressemitteilungen. Insgesamt war es eine harte Zeit, die wir trotzdem mit Spaß überstanden haben. Der Lernerfolg ist unbestreitbar, da wir alle etwas über unterschiedliche Artikelformen lernten sowie unseren Schreibstil verbesserten.

8 Vorträge und Abendveranstaltungen

Martin Mattheis unterrichtet seit 1995 Mathematik, Geschichte und Informatik am Frauenlob-Gymnasium in Mainz und seit 2005 Didaktik der Mathematik am Institut für Mathematik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz. Außerdem leitet er die Schultheatergruppe „Schauspielgruppe des Frauenlob-Gymnasiums“; und er ist MINT-Botschafter des Jahres 2012. Auf dem Vorbereitungsseminar der Schülerakademie hat er mit einem Vortrag über Begabtenförderung den Studierenden eine inspirierende Einführung in das Thema geboten.

8.1 Begabtenförderung ist nötig und möglich!

Martin Mattheis

Begabungsförderung im Schullalltag am Beispiel des Faches Mathematik

Neben leistungsschwachen Schülerinnen und Schülern haben auch überdurchschnittlich begabte Schülerinnen und Schüler einen Anspruch darauf, gemäß ihrer Begabung gefördert zu werden. Im Folgenden soll am Beispiel des Faches Mathematik kurz vorgestellt werden, wie man Begabungsförderung in den Schullalltag integrieren kann, ohne dass dabei für die einzelne Lehrkraft eine zu große zusätzliche Belastung entsteht.

Die allererste und allerwichtigste Maßnahme zur Förderung leistungsstarker Schülerinnen und Schüler ist ein niveauvoller Unterricht, der sie herausfordert, selbst kognitiv aktiv zu werden. Das nicht nur in diesem Sinne wichtigste Kriterium für guten Unterricht ist die Frage, inwieweit es gelingt, die Schülerinnen und Schüler durch die Beschäftigung mit für sie und durch sie lösbaren Problemstellungen zum eigenständigen Nachdenken zu bringen. Oder kurz gesagt:

Guter Unterricht ist der, bei dem die Schülerinnen und Schüler selbständig denken lernen!

Da selbständiges Denken und Eigenaktivität das Wesen der Mathematik an sich ausmachen, erscheint dieses Schulfach dafür also besonders gut geeignet.

Über guten und geistig anregenden Unterricht hinaus gibt es eine Vielzahl weiterer Maßnahmen zur Förderung leistungsstarker Schülerinnen und Schüler, die sich – mit unterschiedlichem Aufwand – in den Schullalltag integrieren lassen. Bei allen im Folgenden vorgestellten Maßnahmen und Aktivitäten ist es grundlegend wichtig, an der Schule – aber auch in jeder einzelnen Lerngruppe – ein lernfreundliches Klima zu schaffen, in dem die mathematischen Erfolge Einzelner von den Mitschülerinnen und Mitschülern, von Lehrkräften und der Schulleitung genauso gewürdigt werden wie z.B. sportliche Erfolge der Schulfußballmannschaft oder der Tischtennispieler. Eine wichtige Motivation (nicht nur) für Schülerinnen und Schüler ist die echte Anerkennung anderer, insbesondere auch der Lehrkräfte. Dies bezieht sich im Besonderen auch auf die Lehrkräfte anderer Fächer. So wäre es genauso kontraproduktiv, wenn sich die Mathematiklehrkraft abfällig über sportliche Erfolge mathematisch weniger begabter Schülerinnen und Schüler äußert, wie andersrum.

Zur Anerkennung gehört unter anderem, alle Wettbewerbsteilnahmen und Wettbewerbserfolge (schul-)öffentlich zu machen: in der Schulzeitung, im Jahrbuch, durch Aushang (ein schwarzes Brett wird zur „Hall of Fame“ umfunktioniert), aber auch durch öffentliche Verleihungen – nicht nur des DMV-Abiturpreises Mathematik.

Die einfachste und mit am wenigsten Aufwand verbundene Aufgabe jeder Lehrkraft ist es, begabte Schülerinnen und Schüler auf Wettbewerbe oder andere entsprechende Angebote hinzuweisen und sie – falls nötig auch mit mehr oder weniger dezenter Überzeugungskraft – dahinzubringen, sich entsprechend zu engagieren. Dabei ist oftmals der positive Zuspruch der Lehrkraft „Ich weiß, dass Du das schaffen

wirst!“ ein nicht zu unterschätzender Motivationsfaktor für Jugendliche. Um Schülerinnen und Schüler darauf hinweisen zu können, gehört natürlich, dass jede Lehrkraft über entsprechende Möglichkeiten ihrer Fächer auf dem Laufenden ist.

Die oft gestellte Frage, ob Begabungsförderung im normalen Schulalltag – mit allen andauernd steigenden inhaltlichen und organisatorischen Anforderungen an jede einzelne Lehrkraft – überhaupt möglich ist, muss differenziert beantwortet werden. Mag auch eine einzelne Lehrkraft, die sich ganz alleine darum kümmern will, dadurch die Grenzen ihrer Belastbarkeit überschritten sehen, so ist mit vereinten Kräften einer Gruppe von Kolleginnen und Kollegen, die ein gemeinsames Ziel verfolgen, einiges möglich.

Will man z.B. ein schulweit greifendes Wettbewerbskonzept für das Fach Mathematik entwickeln, so erweist es sich als sinnvoll, dass für jeden der gewünschten Wettbewerbe jeweils ein oder zwei andere Lehrkräfte verantwortlich zeichnen, die „ihren“ Wettbewerb dann völlig selbständig – und so wie sie sich das vorstellen – organisieren und betreuen. Wichtig dabei ist, dass weder Fachkonferenzleitung noch Schulleitung den eigenverantwortlich arbeitenden Lehrkräften dabei „in die Suppe spucken“, sondern diese so arbeiten lassen, wie sie es möchten. Ähnlich verhält es sich auch mit Arbeitsgemeinschaften und der Sichtung von Angeboten externer Schülerworkshops.

Im Folgenden einige mögliche Inhalte schulischer Arbeitsgemeinschaften zur Förderung begabter Schülerinnen und Schüler (selbstverständlich ohne Anspruch auf Vollständigkeit):

- Schach, Go, ...
- Mathematische Vertiefungsthemen (z.B. Komplexe Zahlen, Platonische Körper untersuchen, ...)
- Gemeinsamer Lektürekurs mit populärwissenschaftlichen Büchern zur Mathematik (Für mögliche Titel sei verwiesen auf die mathematische Lese-Liste unter:
<http://www.mathematik.uni-mainz.de/Members/mattheis/listen>)
- Vorbereitung auf Wettbewerbe durch Lösung der Aufgaben aus den Vorjahren
- Gemeinsames Lösen von mathematischen Knobelaufgaben und Diskussion über den Lösungsweg. (Mögliche Titel von Büchern mit Knobelaufgaben finden sich unter Punkt 1.5 der genannten mathematischen Lese-Liste.)

Was die Vielfalt mathematischer Wettbewerbe angeht, so soll an dieser Stelle auf die einzelnen Möglichkeiten nicht detaillierter eingegangen werden: Jugend forscht / Schüler experimentieren, MONOID, Känguru der Mathematik, Landeswettbewerb Mathematik, Mathematik ohne Grenzen, Mathematik-Olympiade, Mathe im Advent, Bundeswettbewerb Mathematik, Internationale Mathematik-Olympiade. Allerdings gilt auch hier: multum non multa! Lieber wenige Wettbewerbe gut ins Schulleben und das Bewusstsein von Schülerinnen, Schülern, Eltern und Lehrkräften verankern, anstatt alles nur einmal auszuprobieren.

Eine weitere Möglichkeit zur Förderung begabter Schülerinnen und Schüler ist die Teilnahme an – zumeist von Universitäten veranstalteten – Schülerworkshops zu nennen. Auch hierbei ist es für die Lehrkraft wichtig, einen Überblick über die in räumlicher Nähe stattfindenden Angebote zu haben und dafür geeignete Schülerinnen und Schüler – zum Teil auch durch sanften Druck – zur Teilnahme zu motivieren. Im Folgenden seien, ohne jeglichen Anspruch auf Vollständigkeit, die dem Autor bekannten Schülerworkshops zur Mathematik im Großraum Mainz aufgelistet:

- Hessische Schülerakademie
- Mainzer Mathe Akademie der Johannes Gutenberg-Universität Mainz
- Mathematische Modellierungswoche der Technischen Universität Kaiserslautern
- Mathematische Modellierungswoche der Technischen Universität Darmstadt
- ...

Doch auch wenn an der Schule (noch) kein ausgefeiltes Konzept an Arbeitsgemeinschaften und Wettbewerben existiert, kann jede Lehrkraft im eigenen Unterricht begabte Schülerinnen und Schüler fördern.

So gibt es immer wieder einzelne Bereiche, in denen Schülerinnen und Schüler bessere Kenntnisse haben als die Lehrkraft (sei es im Bereich elektronischer Medien oder durch ausgefallene Hobbys einzelner Schülerinnen und Schüler). Ein solcher Vorsprung an Sachkompetenz sollte von der Lehrkraft nicht als Bedrohung, sondern als Bereicherung empfunden und für den Unterricht nutzbar gemacht werden. Außerdem können begabte Schülerinnen und Schüler zur Schulung von Sozialkompetenz in Übungsphasen als Hilfslehrer eingesetzt werden. Ein solcher Einsatz begabter Schülerinnen und Schüler als Hilfslehrer sorgt zwar dafür, dass diese sich in den Übungsphasen nicht langweilen und kann eine gute Unterstützung für die weniger begabten Mitschülerinnen und Mitschüler sein. Allerdings stellt ein Einsatz als Hilfslehrer auf keinen Fall eine ausreichende Förderung begabter Schülerinnen und Schüler dar.

Hoch motivierten und hoch engagierten Berufsanfängern sei mit auf den Weg gegeben, dass auch Rom nicht an einem Tag erbaut wurde. Um sich selbst nicht zu überlasten, sollte in den ersten Berufsjahren das primäre Augenmerk auf dem eigenen Unterricht liegen und nebenher maximal ein weiteres Projekt (AG, Wettbewerb, etc.) betreut werden. Wenn man seine Unterrichtsplanungen geschickt archiviert, kann man dann – auch wenn der Unterricht nicht identisch abgehalten werden wird – in späteren Jahren auf den positiven und negativen Erfahrungen des vorherigen Durchgangs in derselben Klassenstufe aufbauen.

Die dadurch frei werdenden Kapazitäten können dann für weitere Aktivitäten zur Förderung leistungsstarker und leistungsschwacher Schülerinnen und Schüler eingesetzt werden. Doch auch hierbei gilt der Grundsatz „multum non multa“; lieber wenige Aktivitäten gründlich und richtig umgesetzt als vielerlei angefangen und nicht zu Ende gebracht.

Viele Aktivitäten gehören auf viele Schultern verteilt. Unter dieser Prämisse wirken sie deutlich nachhaltiger als dieselbe Anzahl an Aktivitäten auf den Schultern einer einzelnen Person. Abgesehen von der Problematik körperlicher Überlastung ist es auch für das Schulklima im Kollegium deutlich besser, wenn sich nicht ein einzelner um alles kümmern muss; besteht doch auch hier – ebenso wie in jeder Schulklasse – die Gefahr als „Streber“ gebrandmarkt und gemieden zu werden. Falls man als Fachkonferenzleitung Kolleginnen und Kollegen zur Mitarbeit an einzelnen Projekten gewinnen will, so gilt die alte Binsenweisheit, dass man umso länger bohren muss, je dicker das Brett ist. Aber auch beim Versuch Kolleginnen und Kollegen mit einzubinden, muss unbedingt beachtet werden, dass man sich nicht zu viel auf einmal vornehmen sollte. Lieber ein zwar langsam aber monoton wachsendes Wettbewerbskonzept als ein auf niedrigstem Niveau konstantes.

Versuch eines Fazits

Die Aufgabe von Lehrkräften an Schulen in Bezug auf Begabungsförderung besteht – neben gutem Unterricht – vor allem darin, sich einen Überblick über die vorhandenen außerunterrichtlichen Möglichkeiten zu verschaffen und einzelne Schülerinnen und Schüler gezielt auf für sie geeignete Angebote anzusetzen. Eine weiterführende konkrete Begabungsförderung ist im Schulalltag umsetzbar, wenn man die dadurch anstehenden Aufgaben auf möglichst viele Kolleginnen und Kollegen verteilt.

Literaturhinweise

- Martin Mattheis: *Für Mathematik begeistern! Sieben Anregungen, wie Lehrer ihre Schüler außerunterrichtlich für Mathematik begeistern können*, in: Praxis Schule 5-10 Heft 1/2010, S. 37-42
- Heinz-Peter Meidinger: *Begabtenförderung am Gymnasium zwischen Anspruch und Wirklichkeit*, in: *Profil. Das Magazin für Gymnasium und Gesellschaft* (Deutscher Philologenverband), Heft 1-2/2010, S. 24-28

Verona Eisenbraun ist seit Beginn der Akademie unsere Verbindungsperson zum Amt für Lehrerbildung. Sie wirkt als Genderbeauftragte und hat uns aus dieser Position immer wieder viel Unterstützung zukommen lassen. In diesem Jahr hat sie insbesondere eine Abendveranstaltung zu ihrem Fachgebiet angeregt, an der sie auch selbst als Moderatorin beteiligt war.

Albrun Knof und Benedikt Weygandt haben gemeinsam mit Frau Eisenbraun und Johannes Galatsanos-Dück den Abend vorbereitet, indem sie eine Umfrage zu verschiedenen Aspekten der Genderthematik erstellt, diese mit den Akademieteilnehmern durchgeführt und schließlich ausgewertet haben. Die Ergebnisse sind unter <http://www.hsaka.de/home/akademie-fur-oberstufe/> im Einzelnen einzusehen.

8.2 Diskussionsabend zur Genderthematik in naturwissenschaftlich-technischen Berufen

Albrun Knof, Benedikt Weygandt

Mit der Gruppendiskussion verfolgten wir zwei verschiedene Ziele. Zum Einen war es uns wichtig, die Schülerinnen und Schüler für diese Thematik zu sensibilisieren. Da diese im Normalfall in der Schule noch keinerlei direkten Kontakt mit dem Thema hatten, bereiteten wir Informationsmaterial vor, welches die Diskussion erleichtern sollte. Außerdem ermöglichte Frau Eisenbraun interessante Einblicke in ihr Arbeitsgebiet. Zum Anderen erhofften wir uns zu erfahren, wie die Schülerinnen und Schüler selbst die Genderthematik wahrnehmen. Hierfür baten wir sie im Vorfeld anonyme Fragebögen auszufüllen, welche halfen einen Gesamteindruck über die Standpunkte der Gruppe zu erhalten. Des Weiteren entschieden wir, den Schwerpunkt der Diskussion auf ein vertrautes Umfeld zu legen: die Schule.

Der Abend selbst verlief, trotz des unbekanntes Themas, sehr lebhaft. Mit der Fragestellung, ob Mädchen durch geschlechtergetrennten Unterricht mehr Spaß an Naturwissenschaften hätten und der gesellschaftlichen Ungleichbehandlung somit entgegengewirkt werden könne, stiegen wir in die Diskussion ein. Hierbei stellte sich schnell heraus, dass die Schülerinnen und Schüler die Koedukation der Geschlechtertrennung vorzogen. Auch Schülerinnen, die an reinen Mädchenschulen unterrichtet wurden, berichteten, dass dieses System die persönliche Entwicklung negativ beeinflussen könne, da der Umgang mit dem anderen Geschlecht fehle. Deutlich länger wurde dann allerdings diskutiert, inwieweit geschlechterspezifische Vorurteile der Lehrkräfte Einfluss auf die Studien- und Berufswahl ihrer Schülerinnen und Schüler hätten. Ein Großteil der Diskutierenden vertrat den Standpunkt, dass lediglich die Unterrichtsqualität Einfluss auf den beruflichen Werdegang der Schüler habe. Eine kleinere Fraktion war hingegen der Meinung, dass dieser bereits durch beispielsweise Studienempfehlungen der Lehrerinnen und Lehrer beeinflusst werde. Erfreulich war, dass niemand der Anwesenden aus persönlicher Erfahrung von deutlicher Benachteiligung der Mädchen im naturwissenschaftlichen Unterricht berichten konnte.

Abschluss der Diskussionsrunde bildete eine kurze Präsentation der Auswertung der Umfrage. Besonders erwähnenswert sind hierbei zwei Ergebnisse. 44 Prozent aller Schülerinnen und Schüler gaben an, dass es ihrer Meinung nach *überhaupt keine* oder *eher keine* Chancenungleichheit zwischen Frauen und Männern in naturwissenschaftlich-technischen Berufen gebe. Von diesen 44 Prozent waren zwei Drittel männlich. Bei der Frage, wer in der Regel ein höheres Gehalt für die gleiche Position bekomme, entschieden sich 17 Prozent der Akademieteilnehmer für *hauptsächlich Männer*, – jedoch handelte es sich hierbei ausschließlich um Schülerinnen. Die Antwort *hauptsächlich Frauen* wurde nicht ausgewählt und für *eher Frauen* entschieden sich lediglich eine Schülerin und ein Schüler. Mit 41 Prozent der Stimmen war die Antwortmöglichkeit *eher Männer*, für welche sich über die Hälfte der Jungen entschied, am stärksten vertreten, gefolgt von *weder noch* mit 34 Prozent.

Aufgrund mangelnder Erfahrung und der schnell voranschreitenden Zeit war eine Behandlung der Thematik mit einem Schwerpunkt auf fehlender gesellschaftlicher Chancengleichheit nicht möglich. In der Schule sind die Voraussetzungen für Jungen und Mädchen, und somit auch deren Chancen, noch weitestgehend gleich. Im Berufsleben, mit vorwiegend Männern in den Führungskadern und Frauen, die stereotypischen Geschlechterrollen nachgeben, kann sich dies jedoch deutlich ändern, sodass die Schülerinnen und Schüler dann vermutlich noch eigene Erfahrungen bezüglich der diskutierten Genderproblematik sammeln werden.

Fabian Angeloni ist Mitglied des geschäftsführenden Vorstands der *Jugendpresse Hessen - unabhängiger Verband junger Medienmacher*. Er hat auf der diesjährigen Akademie – wie auch auf vergangenen – die Journalismus- und Italienisch-KüAs geleitet und das Abendprogramme mit einem Beitrag bereichert, der im Folgenden zusammengefasst wiedergegeben ist. Aufgrund der hohen Aktualität des Themas und des Bezuges zu vielen anderen diskussionsfreudigen Themenbereichen wie Freiheit, Moral und Verantwortung wurde damit auch die Grundlage für zahlreiche anschließende Gesprächsrunden gelegt.

8.3 Ethik in der journalistischen Praxis

Fabian Angeloni

Fasst man Ethik als „verantwortliches Handeln in Freiheit“ (Peter A. Wuffli) auf, so gilt es zunächst zu prüfen, wer also Freiheit in unserem Mediensystem trägt. Als erstes wären hier die Medienschaffenden zu nennen, also Journalisten, Redakteure, Autoren, Korrespondenten, Agenturen und so fort. Sie alle müssen Werte und Qualitätskriterien – Sorgfalt, Wahrheit, Richtigkeit, Fairness – bei ihrer Arbeit beachten. Dabei sind sie auf Unterstützung durch Selbstkontrollinstanzen angewiesen. Wir werden gleich noch hierauf zurückkommen. Zweitens die Besitzer und Betreiber von Massenmedien. Sie müssen die Rahmenbedingungen für verantwortliches Handeln der Journalisten schaffen. Drittens muss allerdings auch auf die Mitverantwortung mündiger Bürgerinnen und Bürger verwiesen werden. Sie haben Entwicklungen kritisch zu beobachten und gegebenenfalls über die ihnen zur Verfügung gestellten Mittel (Leserbriefe, Kommentare, Selektion) einzugreifen. Als vierter Akteur spielt auch der Staat als Gesetzgeber eine Rolle, nicht nur durch die Gesetzgebung, sondern auch durch Gremien wie die Rundfunkräte und die Landesmedienanstalten. In dem schnellen Wandel der Medienwelt ist allerdings eine sinkende Einflussnahme des Staates zu beobachten. Dies spricht die anderen Akteure verstärkt an.

Wie aber könnten nun Leitlinien für ethische Arbeit in der journalistischen Praxis ausgestaltet sein? „Nicht alles, was von Rechts wegen zulässig wäre, ist auch ethisch vertretbar. Deshalb hat der Presserat ... den ... Pressekodex aufgestellt. Darin finden sich Regeln, ... die die Wahrung der journalistischen Berufsethik sicherstellen“, schreibt der Presserat in seinem Selbstverständnis. Der Presserat als Selbstkontrollinstanz des Journalismus möchte Journalisten also einen Rahmen für ethisches Handeln zur Verfügung stellen. So kodifiziert er beispielsweise in Ziffer 2 die journalistische Sorgfaltspflicht: „Zur Veröffentlichung bestimmte Informationen ... sind mit ... Sorgfalt auf ihren Wahrheitsgehalt zu prüfen und wahrheitsgetreu wiederzugeben.“ Und er möchte mit Ziffer 8 die Persönlichkeitsrechte schützen: „Die Presse achtet das Privatleben und die Intimsphäre des Menschen.“ Was so selbstverständlich klingt, ist es nicht: Bei Verstößen gegen seine Regeln kann der Presserat Rügen gegen Medien aussprechen. Im Jahr 2011 sprach er insgesamt 20 Rügen aus. Publikation mit den meisten Rügen ist übrigens die BILD-Zeitung.

Kollisionen zwischen verantwortlichem Handeln und der journalistischen Praxis können noch in anderen Bereichen der täglichen journalistischen Arbeit auftreten. Exemplarisch sei hier auf Medienunternehmen und Gewinnstreben eingegangen: Auf dem Medienmarkt beobachten wir aktuell eine zunehmende Oligopolisierung – immer weniger große Medienunternehmen konzentrieren Publikationen. Medienunternehmen können Kommunikationsprozesse nach innen und nach außen strukturieren; sie haben damit die Möglichkeit, bestimmte Wirklichkeiten zu schaffen und bestimmte Werte zu vermitteln. Dies konzentriert Macht bei den Unternehmen. Diese stehen vor der Herausforderung, diese zu verwalten. Ohne eine Ethik der Medienunternehmen, entfällt die Grundlage für die Ethik in der journalistischen Praxis. Im Vortrag wurde diskutiert, wie diese erreicht werden kann.

Weiters diskutiert wurden Journalismus und Käuflichkeit, sowie der Umgang von Journalisten mit PR.

Literaturhinweise

- Rüdiger Funiok: Medienethik: *Der Wertediskurs über Medien ist unverzichtbar*, in BPB (Hrsg.) APuZ: Medienpolitik, Bundeszentrale für Politische Bildung, Berlin 2000
- Deutscher Presserat: *Der Pressekodex*, <http://www.presserat.info/inhalt/der-pressekodex/pressekodex.html> (1.8.2012)
- Lutz Tillmanns: *Aktuelle Herausforderungen für die Medienethik*, in BPB (Hrsg.) APuZ: Medienfreiheit, Bundeszentrale für Politische Bildung, Berlin 2006
- Miriam Heiner: *Der Presserat – rastlos im Einsatz und trotzdem ratlos?* <http://media-bubble.de/?p=1067> (1.8.2012)
- Matthias Karmasin: *Zwischen Ethik und Profit*, in JournalistikJournal 2/2010

Dr. Claudia Wulff ist Wissenschaftliche Mitarbeiterin in der Abteilung Didaktik der Biologie der Universität Kassel und Leiterin der Experimentier-Werkstatt „Biologie FLOX“ der Universität Kassel. Sie gestaltete mit diesem erfrischenden Beitrag über ein Thema, das vielen schon ein Begriff war, einen weiteren Abend. Besonders bemerkenswert war dabei, wie sie an schon vorhandenes Wissen anknüpfte, es aber in neue Zusammenhänge stellte – teilweise sogar revidierte – und die neuen Ideen dann mit Fakten und Denkanstößen festigte.

8.4 Die Evolution des Menschen, oder: Wozu man sich mit Evolution beschäftigen sollte

Dr. Claudia Wulff

Einer der Abende der Oberstufenakademie 2012 war dem Thema Evolution gewidmet. Nach Vorgesprächen mit Prof. Dr. W. Metzler hatte ich beispielhaft die Evolution des Menschen ausgewählt und dieses Thema verflochten mit der Frage nach dem anthropozentrischen Bild, das die meisten von uns von der Stellung des Menschen in der Natur haben, und mit den verzerrten Vorstellungen zu Zeiträumen der Erdgeschichte. Beide Fehlvorstellungen resultieren meiner Meinung nach (unter anderen Gründen) aus falschen Vorstellungen von Evolution. Die Beschäftigung mit Evolution könnte uns helfen, den Menschen und seinen Einfluss auf die Erde realistischer zu sehen.

Von den 1,75 Millionen bekannten Arten sind etwa 5% Wirbeltiere. Innerhalb dieser Wirbeltiere sind 8% Säugetiere und von diesen wiederum stellt der Mensch nur eine Art unter grob gerechnet 5000 Arten dar. Rechnet man die in der Erdgeschichte ausgestorbenen Arten dazu, reduzieren sich diese

Zahlen noch einmal um den Faktor 100. Auf diesem Hintergrund erscheint das Weltbild, das wir von uns selbst als zentrale Art auf dem Globus haben, völlig falsch.

Entsprechend verzerrt sind auch die Vorstellungen des zeitlichen Ablaufes der Evolution. Wird Menschen die Aufgabe gestellt, auf einem Zeitstrahl die Zeiten der Evolution von verschiedenen Wirbeltieren abzutragen (ich ließ die Schüler diese Übung machen), werden meistens die Dinosaurier in das dritte Viertel der Zeit seit der Erdentstehung eingeordnet und die Evolution des Menschen beginnt demnach nach etwa 80% der Erdgeschichte. Real aber ist, dass die gesamte Evolution der Wirbeltiere erst nach 90% der globalen Geschichte beginnt, die des Menschen nach 99,8%.

Auf diesem Hintergrund machten wir an diesem Abend eine Zeitreise durch die letzten 10% der Erdgeschichte ab dem Zeitpunkt, als Tiere und Pflanzen begannen, die Kontinente zu besiedeln. Über die Evolution der Dinosaurier ging es zu „Ida“, einem der ersten durch Fossilfunde gut belegten Primaten, der vor etwa 47 Millionen Jahren lebte, bis hin zur Evolution der Australopithecinen (u.a. „Lucy“) und der Gattung Homo. Auf diesem Weg wurde sowohl die Frage nach der Entwicklung der Artenzahlen und der Klimaänderungen in diesem Zeitraum berührt. In der Erdgeschichte hat es sowohl Klimaschwankungen als auch Zeiten hohen Biodiversitätsverlustes (Massenaussterbeereignisse) gegeben, aber diese Entwicklungen zog sich meist über Tausende bis Millionen Jahre hin, während die heutigen Klimaschwankungen und Artenverluste innerhalb weniger Hundert Jahre geschehen. Eine evolutionäre Anpassung an diese erdgeschichtlich in ungeheurer Geschwindigkeit ablaufende Prozesse ist deshalb kaum möglich.

Am Ende des Vortrages – und auch als Ausgangspunkt für die Diskussion – erläuterte ich den Jugendlichen, dass in den letzten Jahrzehnten nach und nach die eindeutigen Unterschiede zwischen Mensch und Tier (Werkzeuggebrauch, Werkzeugherstellung, Entwicklung von Kultur, Ich-Bewusstsein) durch neuere ethologische Erkenntnisse an verschiedenen Tierarten weggefallen sind. Biologisch gesehen müssten der Mensch und die beiden Schimpansenarten in eine Gattung (Homo oder Pan) gestellt werden.

Fazit: Würden wir uns Menschen auf dem Hintergrund der Evolution sehen, müssten wir bescheidener werden in unserem Selbstbild und kritischer gegenüber den immensen Veränderungen, die wir als eine Art unter 1,75 Millionen bekannten Arten an der globalen Entwicklung und damit auch an der weiteren Evolution anrichten.

9 Gästenachmittag

Programm des Gästenachmittags

15 Uhr

Gemeinsames Kaffeetrinken

16 Uhr

Begrüßung

Grußwort

Plenumschor

Präsentationen

Geschichte: Reise durch den Herbst des Mittelalters

Informatik: Die Welt der Informatik - von Algorithmus bis Zuse

Mathematik: Strukturen und Lösungswege entdecken im Reich der Graphen

Physik: Ähnlichkeiten in der Physik

Kammermusik

Chorwerkstatt

Improvisation

Naturkunde

Kontratanz

18:30 - 20:00 Uhr

Gemeinsames Abendessen

20:00 Uhr

English Theatre „The Devoted Wife“

Im Anschluss fand ein geselliger Ausklang des Tages statt.

Im Raum „Marstall“ gegenüber der Halle war eine Ausstellung zu besichtigen:

Journalistikworkshop

Italienische Sprache und Kultur

Akademie-Fotoshow

küA Sport-Fotoshow

Genderthematik auf der HSAKA

10 Pressebericht

aus: Hühnfelder Zeitung, 17.8.2012

Forschen statt Faulenzen

Hessische Schülerakademie lockte 50 fleißige Schüler



Moderne Hexen sind mit Düsenantrieb unterwegs - wie auch die Besucher der Abschlusspräsentation der Schülerakademie auf Burg Fürsteneck erfahren konnten.
Foto: Karl-Heinz Burkhardt

FÜRSTENECK

Der Schulunterricht hat kaum begonnen, da freuen sich manche Schüler schon wieder auf die Herbstferien. Andere verkürzen ihre Ferien freiwillig um zwei Wochen: 50 hessische Oberstufenschüler beschäftigten sich in der Schülerakademie intensiv mit Mathematik, Physik, Informatik und Geschichte.

Von unserer Mitarbeiterin
SABINE BURKARDT

Strahlende Gesichter im Mathematikunterricht, aufmerksame Zuhörer im Geschichtskurs: Was in der Schule fast unmöglich erscheint, ist in der Hessischen Schülerakademie auf Burg Fürsteneck die Regel. „In der Schule gibt es ja immer welche, die nicht mitmachen wollen. Hier ist jeder motiviert und interessiert“, sagt die 18-jährige Vanessa aus Hofheim,

die ihre Ferien zum zweiten Mal opfert. Sie genießt das Forschen, Experimentieren und Diskutieren genauso wie Samira aus Frankfurt: „Wir lernen hier vieles, was über den normalen Schulstoff hinaus geht. Und man kommt viel schneller voran“, sagt die 16-Jährige.

Die Akademie richtet sich in erster Linie an Schüler, die über den Tellerrand hinausschauen wollen. „Diese Jugendlichen wollen lernen. Sie sind so wissensdurstig, dass wir sie manchmal fast bremsen müssen“, sagt Akademieleiterin Dr. Cynthia Hog-Angeloni von der Universität Frankfurt. Sogar beim Abendessen entzündeten manchmal hitzige Debatten darüber, wie beispielsweise das Navi den kürzesten Weg findet oder warum „die Deutschen zu Deutschen“ und „die Franzosen zu Franzosen“ wurden.

Unterricht und Betreuung liegen in den Händen von Professoren, Dozenten der Goethe-Universität Frankfurt sowie Lehramtsstudenten. „Lernen und Lehren lautet das di-

daktische Konzept der Akademie“, sagt Hog-Angeloni. Denn die Schüler erhalten einen Einblick in das wissenschaftliche Arbeiten, die Lehramtsstudenten hingegen können bei der Arbeit mit den Schülern ihre fachlichen Fähigkeiten überprüfen.

Auch außerhalb der Kurszeiten, in denen Referate, Gespräche oder praktische Übungen auf dem Programm stehen, wird reger Gedankenaustausch unterstützt. In kursübergreifenden Angeboten wie Naturkunde, englisches Theater, klassische Musik und musikalische Improvisation finden die Schüler eine passende Ergänzung. „Bei unserem ganzheitlichen Konzept spielt auch der musisch-kulturelle Aspekt eine entscheidende Rolle“, erklärt Akademieleiter Professor Dr. Wolfgang Metzler. Die Kombination lässt die Schüler ein Tagesspensum von 8 bis 21 Uhr locker durchhalten.

Zum Abschluss werden die Ergebnisse der knapp zweiwöchigen Arbeit einem breiten

Publikum präsentiert. Ob Datenkompression, historisches Wissen, Kammermusik, Algorithmen oder die Barometrische Höhenformel: Das Wissen und die Fähigkeiten der Jugendlichen sind schier erstaunlich. Dabei sprechen die Schüler so locker und sicher von Butandruck, Rückstoßprinzip oder MST-Heuristik, wie manch andere Altersgenossen von ihrer letzten Shoppingtour.

„Akademien sind für alle begabten und interessierten Schüler offen, nicht nur für die Hochbegabten“, sagt Hog-Angeloni. Viele Schüler seien mehrmals dabei, oft bildeten sich Grundlagen für spätere Kooperationen oder Freundschaften. So wie bei Gregor und Samira aus Bad Homburg, die sich für die Mathematik und Physikkurse angemeldet hatten: „Wir haben uns letztes Jahr hier kennengelernt. Wir blieben in Kontakt, und, naja, in diesem Jahr sind wir halt zusammen da“, sagt Gregor ein wenig verlegen.

11 Auszüge aus Abschlussberichten

Berichte von SchülerInnen

Die Schülerakademie war wie eine große Familie und der Kontakt mit den anderen Teilnehmern besteht immer noch rege. Wenn ich heute auf die zwei letzten Sommerferienwochen zurückblicke, ist der Gedanke immer wieder verwunderlich, dass ich all diese tollen Menschen vorher noch nie gesehen hatte und trotzdem jetzt das Gefühl habe, ich kenne sie schon eine Ewigkeit. Zwei Wochen, die uns verbunden haben. Ich kann nur sagen, dass es eine einmalige Erfahrung war, die ich interessierten und motivierten SchülerInnen und Studierenden nur dringlich weiterempfehlen kann, denn es war einfach unbeschreiblich schön. (Ruth Heil)

Mein Name ist Shaima'a Doma; ich besuche die Deutsche Schule der Borromäerinnen in Kairo und habe im letzten Sommer zusammen mit einer Klassenkameradin (Salma) an der Hessischen Schülerakademie (Oberstufe) teilgenommen.

Für Salma und mich war die Teilnahme an der HSAKA '12 die erste Deutschlandreise nach der ägyptischen Revolution vom Januar 2011. Im Vergleich zu meinen früheren Besuchen in Deutschland fühlte ich mich dieses Mal viel verbundener zu meinem Heimatland Ägypten und zu den Menschen, die dort leben. Ich war zum ersten Mal stolz darauf, Ägypterin zu sein, auch wenn ich persönlich nicht direkt zur Revolution beigetragen habe. Darum hat es mich gefreut, unser Land bei der Hessischen Schülerakademie sozusagen repräsentieren zu dürfen. Wir hatten nicht mit so viel Interesse von Seiten der TeilnehmerInnen und BetreuerInnen gegenüber unserer Kultur gerechnet.

Dadurch, dass wir zwei Wochen lang mit Deutschen sehr nah zusammen gelebt haben, ist uns gleichzeitig auch die deutsche Kultur näher gerückt. Das wurde vor allem durch die lockere Atmosphäre, die auf der Burg herrschte, ermöglicht. Sie erlaubte es auch, andere Menschen in besonderer Weise näher kennen zu lernen, sowohl beim gemeinsamen Essen als auch bei den zahlreichen Aktivitäten in den Kursen und den gemeinsamen Programmpunkten. Salma und mich hat das noch zusätzlich dazu ermutigt, später in Deutschland ein Studium aufzunehmen, wozu wir schon an der Schule in Kairo angespornt werden. Durch den Umgang mit den studentischen Betreuern haben wir außerdem eine nähere Idee vom Studentenleben in Deutschland bekommen. Wir beide hoffen, durch unsere Erfahrungen mit den beiden Kulturen zum gegenseitigen Verständnis beizutragen und Menschen heider Länder einander näher zu bringen. Wir fänden es sehr schön, wenn die Kooperation zwischen der Hessischen Schülerakademie und unserer Schule fortbestehen könnte. Alleine schon die Burg selbst mit ihren schützenden Mauern und die beeindruckende Landschaft drum herum war für uns etwas Besonderes, was wir bisher nur von Bildern gekannt hatten. Dass zwei Wochen so viel an wissenschaft, Information, Kultur und Unterhaltung bieten können, hätten wir uns nicht vorstellen können.

Wir danken Ihnen sehr für diese tolle Gelegenheit, die uns bestimmt lebenslang in Erinnerung bleiben wird. (Shaima'a Doma)

Berichte von Studierenden

Was das Fach Mathematik angeht, finde ich es insbesondere schade, dass in der Schule so wenig Wert auf die Denkweisen der Mathematik gelegt wird. Dort erlebt man diese viel mehr als eine Ansammlung von Techniken und Regeln, von Beweisen oder offenen Fragen meist keine Spur. Deshalb finde ich es schön, dass interessierte Schüler auf der Hessischen Schülerakademie schon einmal die Gelegenheit erhalten, vielleicht eine Idee von dem, was Mathematik eigentlich ist, zu bekommen. (Georg Bube)

Ich oute mich jetzt und gestehe, dass ich ein riesiger Fan des Teams Geschichte bin und deshalb nur schwer objektiv über unsere Kurarbeit schreiben kann. Sie war spannend. Sie war kreativ. Sie war tiefgründig und interessant. Die Kursteilnehmer waren Klasse... Es war toll. Spannend dabei war für mich vor allem die Verknüpfung der kunsthistorischen und der historischen Themen. Nicht nur auf inhaltlicher Ebene, sondern auch bei der Zusammenarbeit zwischen Peter Gorzolla und Saskia Quené. Beides ist in hervorragender Weise miteinander gelungen und hat zum einen mein Interesse an Kunst geweckt, zum anderen meine Faszination an Geschichte bestätigt und vertieft. (Anna Katharina Burgdorf)

Der Informatik-Kurs hat mir dieses Jahr durch ein ungewöhnliches Konzept gezeigt, dass es durchaus Alternativen zu einer präsentationsbasierten Kursarbeit gibt. ... Die Vielfalt der Konzepte für unterschiedliche Wissenschaften liegt zwar auf der Hand, da jeweils unterschiedliche fachgemäße Arbeitsweisen angewendet werden. Doch wurde hier sogar gezeigt, dass diese fachgemäßen Arbeitsweisen nicht unbedingt der Ansatzpunkt für das Kurs-Konzept sein müssen. Ich werde auf jeden Fall weiterhin versuchen, bei der Betreuung und Gestaltung der Hessischen Schülerakademien dabei sein zu können, da es sich dabei um einen wertvollen außerschulischen Lernort handelt, der nicht nur die Interessen der Schüler bedient, sondern auch die didaktischen Kompetenzen der Betreuer fördert. (Sascha Planz)

Ich finde es sehr schade, dass in weiten Kreisen unserer Gesellschaft Einrichtungen wie die Hessische Schülerakademie verpönt sind, da häufig die Überzeugung herrscht, es handele sich hierbei um Elite-Trainingscamps. Ich kenne einige Teilnehmer, die mit dieser Einstellung zur Akademie gekommen sind, aber niemanden, der sie auch mit dieser Einstellung verlassen hat. Ich selbst habe hier während meiner Zeit als Schüler einige sehr gute Freunde kennen gelernt und weiß von vielen anderen, denen es genauso geht. (Albrun Knof)

Neben den Aspekten, die ich in diesem Jahr anders oder neu wahrgenommen habe, gibt es aber etwas, das für mich unverändert geblieben ist. Und zwar genau das, was für mich die Akademie schon immer ausgemacht hat. ... Wer hier herkommt weiß, dass Akademie auch viel Zeit und Arbeit und wenig Schlaf bedeutet. Aber all das nimmt man sofort in Kauf für die Atmosphäre, die auf der Burg herrscht, die Menschen, die man hier kennen lernt, die Erfahrungen, die man hier macht. (Lena Walter)

Ein tieferer Einblick in die Themengebiete, Bezüge zu aktuellen Forschungsgebieten und Alltagsbezüge bieten dem Lehrenden die Möglichkeit die Schülerinnen und Schüler zu fördern und sie an ihre Leistungsgrenze zu führen. Doch ist dies recht zeitaufwendig und benötigt daher ein hohes Interesse und Engagement über die reguläre Vorbereitung von Schulstunden hinaus. (Stephan Pohl)

Besonders gut gefallen hat mir auf der Akademie das Konzept der kursübergreifenden Angebote (KüAs), denn sie bildeten einen gelungenen Gegenpol zu den Akademiekursen. Sie animieren die Teilnehmer dazu, sich in neuen und vielleicht bisher unbekanntem Feldern auszuprobieren. (Katja Alt)

Ich bin froh, dass auch das Amt für Lehrerbildung die Wichtigkeit dieser Veranstaltung erkannt hat und man als Lehramtsstudent und -studentinnen die Möglichkeit hat, den Aufenthalt auf der Akademie als Praktikum anerkannt zu bekommen. Wie schon früher im Text erwähnt, war die Gruppenkonstellation hervorragend und im Rahmen der Burg Fürsteneck kam man in den Genuss einer tollen Atmosphäre. Besonders toll fand ich das musisch-kulturelle Programm, welches zusätzlich noch geboten wurde und mich nach Jahren der Enthaltbarkeit mal wieder zum Singen und Tanzen brachte. Desweiteren faszinierte mich auch, dass die Schüler und Schülerinnen neben ihrem Interesse an den fachlichen Kursen zum größten Teil auch eine große musische Begabung mitbrachten, die sie auf der Burg in vollem Maße ausleben durften. (Silke Haupt)

Die intensive Arbeit an der Abschlusspräsentation, die Gruppenarbeit, Kreativität und Engagement verlangte, verdeutlichte, dass die gute Kooperation zu bemerkenswerten und wissenschaftlichen Ergebnissen in humorvoller Verpackung führte. (Sonja Kruse)

12 Teilnehmende

Leitung

Prof. Dr.	Wolf	Aßmus	Physik
	Ingrid	Baumann-Metzler	Englisches Theater
Dr.	Helmar	Becker	Physik
Dr.	Hartwig	Bosse	Mathematik
	Johannes	Galatsanos-Düick	Informatik
Dr.	Peter	Gorzolla	Geschichte
Dr.	Cynthia	Hog-Angeloni	Mathematik/Gesamtleitung
Prof. Dr.	Detlef	Krömker	Informatik
Prof. Dr.	Wolfgang	Metzler	Musik/Gesamtleitung
	Willy	Petermann	Chor
	Saskia	Quené	Geschichte/Kontratanz

Studierende

Katja	Alt	Geschichte	Albrun	Knof	Mathematik
Fabian	Angeloni	Kursübergreifendes	Sonja	Kruse	Geschichte
Anne	Bihan	Geschichte	Manuel	Messerschmidt	Informatik
Georg	Bube	Mathematik	Sascha	Planz	Informatik
Anna-Katharina	Burgdorf	Geschichte	Stephan	Pohl	Physik
Alexander	Dick	Physik	Lena	Walter	Mathematik
Christian	Englisch	Mathematik	Benedikt	Weygandt	Mathematik
Silke	Haupt	Physik	Birthe Anne	Wiegand	Informatik
Volker	Kehl	Geschichte			

Schülerinnen und Schüler

Gregor	Angeloni	Informatik	Isburg	Knof	Mathematik
Jost	Arndt	Informatik	Christoph	Kreiss	Geschichte
Tobias	Blum	Mathematik	Bianca	Kühnel	Mathematik
Simon	Bodenschatz	Physik	Johanna	Leyhe	Geschichte
Vladimir	Bolgov	Informatik	Ann-Katrin	Liebe	Physik
Johanna	Bube	Geschichte	Daniel	Liedtke	Physik
Marcel	Corsham	Physik	Michelle	Möll	Informatik
Shaima'a	Doma	Informatik	Antonius	Nies	Mathematik
Benedikt	Ebert	Informatik	Salma	Nosseir	Geschichte
Jan Alexander	Fotakis	Physik	Henrike	Pfeiffer	Geschichte
Sebastian	Gallus	Physik	Fabian	Richardt	Informatik
Tobias	Gehl	Mathematik	Kai-Lars	Ritzke	Physik
Maxim	Gerspach	Mathematik	Nadin	Sarajlic	Informatik
Marc	Goßmann	Mathematik	Susanna	Scherer	Physik
Hannes	Güdelhöfer	Informatik	Ginger Sara	Sims	Geschichte
Marie-Therese	Heberer	Mathematik	Lennart	Slusny	Physik
Ruth Miriam	Heil	Geschichte	David	Twardella	Geschichte
Janika	Hochstraßer	Geschichte	Hannah	Tyler	Geschichte
Mischa	Holz	Informatik	Laura	Wolber	Informatik
Samira	Hooek	Physik	Julia	Zaenker	Physik
Kilian	Klug	Mathematik	Tobias	Zaenker	Mathematik