European Music Portfolio (EMP) – Maths: 'Sounding Ways into Mathematics'

Handbuch für Lehrerinnen und Lehrer

Autoren:
Peter Mall, Maria Spychiger, Rose Vogel, Julia Zerlik

Hochschule für Musik und Darstellende Kunst Frankfurt (Main)
Goethe Universität Frankfurt (Main)
Juni 2016

Dieses Projekt wurde mit der Unterstützung der Europäischen Kommission finanziert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung tragen allein die Verfasser und das EMP-M Konsortium. Die Kommission haftet nicht für die weitere Verwendung der darin enthalten Angaben.

Mitarbeiter:

Markus Cslovjecsek, Helmut Linneweber-Lammerskitten, Martin Guggisberg, Andreas Richard, Boris Girnat, Daniel Hug and Samuel Inniger (The School of Teacher Education, University of Applied Sciences Northwestern Switzerland)
Carmen Carrillo, Albert Casals, Cristina González-Martín, Jèssica Perez Moreno, Montserrat Prat and Laia Viladot (Universitat Autònoma de Barcelona, Spain)
Maria Argyriou, Maria Magaliou, Georgios Sitotis, Elissavet Perakaki, Katerina Geralis-Moschou (Greek Association of Primary Music Education Teachers, Greece)
Caroline Hilton, Jennie Henley, Jo Saunders and Graham F. Welch (UCL Institute of Education, Great Britain)
Slávka Kopčáková, Alena Pridavková, Edita Šimčíková and Jana Hudáková (University of Prešov, Slovakia)
Raluca Sassu, Anamaria Cătană and Mihaela Bucuta (Centre for Research in Psychology, the Lucian Blaga University of Sibiu, Romania)
Peter Ludes (Goethe University, Frankfurt (Main), Germany)

Übersetzung: Peter Mall, Maria Spychiger, Rose Vogel

Hergestellt für das Comenius Lebenslanges Lernen Projekt

538547-LLP-1-CH-COMENIUS-CMP

www.maths.emportfolio.eu

Hochschule für Musik und Darstellende Kunst Frankfurt a.M.
Eschersheimer Landstrasse 29-39
60322 Frankfurt

Inhalt

1 Einleitung **5**
2 Sounding ways – die Vernetzung von Musik und Mathematik **7**
2.1 Kreative Zugänge für Lehrende und Lernende 7
2.2 Muster erkennen und produzieren 8
2.3 Musik und Mathematik als überlappende und interagierende Zeichensysteme 10
3 Grundlagen des Lernens **15**
3.1 Von der Aufgabe zur Konstruktion 15
3.2 Wahrnehmen und Handeln 16
3.3 Erfahrungen machen 17
4 Aspekte des Lernens und Aufbau der Beispiele **19**
4.1 Lehr- und Lernumgebungen 19
4.2 Die Rolle von Material und Raum 20
4.3 Aufbau und Struktur der Beispiele 21
5 Beispiele **25**
5.1 Klingende Wege rund um die Schule 25
5.2 Hüpf den Takt – multiplikative Verhältnisse und Metrum 29
5.3 Wir klatschen den kleinsten gemeinsamen Vielfachen von 2,3 und 5 33
5.4 Klingende Zahlen 37
5.5 Winkeltänze 41
5.6 Blinke, Blinke kleiner Stern 45
6 Zusammenfassung **49**
7 Literaturverzeichnis **51**

1 Einleitung

Musik und Mathematik haben eine Sache gemeinsam: viele Menschen glauben, dass sie in dem einen oder anderen Fach (oder beiden) nicht gut seien. Schlimmer noch, die Aussage „Ich kann nicht singen“ oder „Mathematik habe ich noch nie verstanden“ wird sie sicher nicht von einer erfolgreichen Karriere abhalten, noch wird es die Meinung anderer über sie ändern.

Das Projekt „European Music Portfolio – Sounding Ways into Mathematics“ (EMP-Maths) möchte dieses Verständnis ändern. Jeder kann singen und Musik machen und jeder kann Mathematik treiben. Beide Themen sind integraler Bestandteil unseres Lebens und unserer Gesellschaft. Was geändert werden muss, ist die Fähigkeit von Lehrpersonen, Lernenden die Gelegenheit zu geben, sie zu mögen.

Musik und Mathematik in der Schule zu verbinden ist nicht neu. Tatsächlich steigt die Zahl der publizierten Beispiele ständig an. Bedauernswerter Weise wurde in der Vergangenheit zu viel Wert darauf gelegt, zu untersuchen, wie durch Musik mathematische, oder allgemeine Fähigkeiten oder sogar Intelligenz gefördert werden können und es wurde zu wenig auf die gleichberechtigte gegenseitige Befruchtung dieser beiden Bereiche Wert gelegt. Peter Hilton verdeutlicht diesen Aspekt mit Bezug zu Mathematik und Musik:

> […] Mathematik, wie auch Musik, sollte man um der Sache willen zu tun […]. Damit soll nicht der Nutzen der Mathematik geschmälert werden; dieser große Nutzen neigt jedoch dazu, die kulturellen Aspekte der Mathematik zu verbergen und zu verschleiern. Das Vorbild der Musik leidet unter keiner vergleichbaren Verwirrung, da sie eindeutig eine Kunst ist, die Komponisten, Interpreten und Publikum bereichert; Musik muss sich nicht wegen ihres Beitrags zu anderen Bereichen menschlicher Existenz rechtfertigen. Niemand fragt sich nach dem Hören einer Beethoven Symphonie: „Was ist der Nutzen davon?“ Mehr noch, Mathematik gewinnt nichts an Funktionalität, wenn man ihre inhärenten Qualitäten ignoriert – im Gegenteil, um sie effektiv nutzen zu können, ist es notwendig, Mathematik zu würdigen und ihre inhärenten Qualitäten und Dynamiken zu verstehen (Gullberg 1997, S. xvii).

EMP-Maths spricht gleichermaßen Fachlehrkräfte in Musik bzw. Mathematik an, ebenso wie jeden, der daran interessiert ist, die Welt der Mathematik und Musik zu entdecken.

Dieses Handbuch besteht aus drei Teilen. Der erste Teil beschäftigt sich mit der Vernetzung von Mathematik und Musik. Er beginnt mit kreativen Zugängen in die Thematik, betont Mustererkennung als Kernkompetenz beider Fächer und erörtert zuletzt allgemeine Mythen darüber, ob Musik mathematisch oder die Mathematik musikalisch sei.

Der zweite Teil fokussiert auf Grundlagen des Lernens und behandelt die Frage, warum Musik und Mathematik gemeinsam unterrichtet werden sollen, ohne in die Falle zu laufen, Eines für den Nutzen des Anderen zu missbrauchen. Die Schlagwörter Ko-Konstruktion, Wahrnehmen und Handeln werden ebenso wie die Erfahrung einem genaueren Blick unterworfen.

Der dritte Teil bildet den Kern dieses Handbuchs. Er zeigt eine Zusammenstellung von Aktivitäten, die in der Schule genutzt werden können. Viele weitere Beispiele und Vorschläge sind bereits vorhanden und wir möchten jeden ermutigen, sie zu nutzen. Die Auswahl in diesem Handbuch deckt einige zentralen Felder der Mathematik und der Musik ab: Singen, Tanzen, Hören, Probleme lösen, Zahlen, Messen, Raum und Form. Mit diesem Ansatz wollen wir das Projekt an die Kerncurricula der beteiligten Länder anbinden: Deutschland, Griechenland, Rumänien, Slowakei, Spanien, Schweiz und Großbritannien. Die Dokumentation der Beispiele erfolgt in einer Art von Didaktischen Design Patterns, deren Struktur an die Anforderungen des Projekts angepasst wurde.

Dieses Handbuch für Lehrpersonen stellt Aktivitäten mit unterschiedlichen mathematischen und musikalischen Inhalten vor, um Lehrpersonen ein möglichst breites Spektrum an Hilfsmitteln, Ideen und Beispielen anbieten zu können. Diese Aktivitäten sind so aufgebaut, dass sie erweiter- und anpassbar an unterschiedliche Kontexte sowie auf die Bedürfnisse einer jeden Lehrperson und deren Schülerinnen und Schülern sind. Ferner wurden diese Aktivitäten nicht nur entwickelt, um von der Lehrperson instruktiv ausgeführt zu werden, sondern, um sie gemeinsam mit der Lerngruppe zu nutzen und eventuell sogar gemeinsam zu verändern und weiter zu entwickeln.

Neben diesem Handbuch stellt das Projekt Weiterbildungsangebote zur Verfügung, eine Web-Seite (http://maths.emportfolio.eu), von der Materialien heruntergeladen werden können sowie eine Online Plattform zur interaktiven Zusammenarbeit. Ein Überblick über relevante Literatur und Forschung ist in einem separaten Dokument zusammengestellt.[1] Zusätzliche Arbeitsbücher für Lehrpersonen enthalten weitere Aktivitäten sowie ausgewählte Aspekte aus dem hier zusammengestellten theoretischen Hintergrund. Diese Arbeitsbücher bilden die Grundlage der Weiterbildungskurse. Das Projekt „Sounding Ways into Mathematics“ steht in Verbindung zum EMP-Sprachen Projekt „A creative Way into Languages“ (http://emportfolio.eu/emp/).

[1] Siehe dazu die Literaturübersicht (Hilton et al. 2015) und das ‘State of the Art Paper’ (Saunders et al. 2015).

2 Sounding ways – die Vernetzung von Musik und Mathematik

2.1 Kreative Zugänge für Lehrende und Lernende

Lehren und Lernen, welches unterschiedliche Disziplinen verbindet, schafft neue Zugänge zur Lösung von Problemen und ermöglicht neue Zugänge zu Inhalten für alle Beteiligte. Bekannte Pfade können verlassen werden, besonders solche, die mit negativen Emotionen verbunden sind, um Platz für neue, bessere zu schaffen.

Die Verbindung der beiden Disziplinen Musik und Mathematik im EMP-Maths Projekt stellt Inhalte und Methoden aus zwei Forschungsfeldern zur Verfügung, um den Lehr-Lern-Prozess zu bereichern. Von diesem Fundus ausgehend können neue Verbindungen kreiert werden, die an einer Auswahl von Beispielen gezeigt werden. Dieses Handbuch möchte Lehrende bei dieser kreativen Aufgabe begleiten und gleichbleibende Prozesse vereinfachen.

Die Verbindung von zwei wissenschaftlichen Gegenstandsbereichen erfordert Kreativität. Wir meinen Kreativität im folgenden Sinne:

- Eine Auswahl kann aus den verfügbaren Inhalten und Methoden beider Disziplinen getroffen werden. Diese Inhalte und Methoden sollten die musikalische und mathematische Entwicklung der Lernenden unterstützen. Kreativ zu sein bedeutet nach Poincaré (1948), neue Kombinationen aus bekannten Inhalten zu finden (vgl. Hümmer et al. 2011, S. 178-179)
- Mit diesen neuen Kombinationen gibt es keine standardisierte Praxis um eine Unterrichtssequenz zu realisieren. Kreativ zu sein bedeutet nach Ervynck (1991) neue Wege zu finden, „[die] von den bekannten und erwartbaren Ansätzen abweiche[n].“ (Hümmer et al. 2011, S. 179).
- Diese neu entwickelten Wege wären nicht kreativ, wenn sie nicht anpassbar wären (Sternberg und Lubart 2000). Hier bedeutet kreativ zu sein „eine Fähigkeit, ein unerwartetes und originelles Ergebnis vorzulegen, das u.a. auch adaptiv ist“ (Hümmer et al. 2011, S. 179).

Diese Aspekte (mathematischer und musikalischer) Kreativität lassen sich zum einen auf den kreativen Akt der Entwicklung der Aktivitäten im Projekt „EMP-Maths“ übertragen und zum anderen auf die Handlungen und das Denken der an den Aktivitäten beteiligten Lehrpersonen und Lernenden.

Grundsätzlich können aus einer Vielzahl von Themen zwei für eine Verschränkung der Disziplinen ausgewählt werden. Jede Verschränkung erzeugt neue Wege in der Kombination von Mathematik und Musik. Diese sind selbstverständlich nicht standardisiert. Gleichzeitig entstehen Zugänge zu mathematischen und musikalischen Themen die adaptiven Charakter haben. In den Beschreibungen der Aktivitäten haben wir diesen Aspekt unter „Variationen“ aufgenommen.

Die Aktivitäten selbst bilden den Rahmen für kreative Erkenntnisprozesse der beteiligten Akteure. So bieten die neu beschrittenen Wege vielen Lernenden, die sonst mathematischen und musikalischen Aktivitäten sehr skeptisch gegenübertreten, die Möglichkeit neue und andere

Erfahrungen mit diesen Fächern zu bekommen und ihre Skepsis abzubauen. Auch wird es möglich, durch andersartige Zugänge vorhandene Schwierigkeiten in den beiden Disziplinen Mathematik und Musik zu überwinden.

2.2 Muster erkennen und produzieren

Mustererkennung ist eine grundlegende an das Bewusstsein gebundene menschliche Fähigkeit. Sie besteht vor allem darin, die *Aufmerksamkeit* auf verbindende Muster zu lenken (Bateson 2002, S. 16). Manche Theoretiker gehen davon aus, dass die Aufmerksamkeit rhythmisch organisiert ist (Auhagen 2008, S. 444). Aufmerksamkeit auf und Wahrnehmung von verbindenden Mechanismen kann bei Kindern regelmäßig beobachtet werden und sie beinhalten oft den Ausdruck von Glück: Seilspringen, in Pfützen hüpfen und rhythmische Geräusche mit Stöcken an Zäunen produzieren, sind Aktivitäten einer glücklichen Kindheit. Die menschliche Fähigkeit rhythmischer Synchronisation beginnt, genauso wie die Mustererkennung, in der frühen Kindheit und scheint durch das auf den Knien wippen von Kleinkindern gefördert zu werden (Fischinger und Kopiez 2008, S. 459).

Menschen haben von Beginn an die Fähigkeit, rhythmischen Mustern zu folgen. Untersuchungen mit neugeborenen Kindern zeigen die Tatsache, dass sie zwischen rhythmischen und unrhythmischen Geräuschen unterscheiden können (Gembris 1998, S. 403f.). Bereits davor, während sie im Mutterlaib schwimmen, zeigen ihre Beinbewegungen Tempomuster im Tempo des Herzschlags der Mutter (Gruhn 2005, S. 126). Diese frühen rhythmischen Fähigkeiten haben gemeinsam, dass Kleinkinder Muster erkennen und in sie einstimmen können, oder, wie Björn Merker es ausdrückt, sie können „einen repetitiven Rhythmus erlernen“ (Merker 2000, S. 59). Später wird die Einübung in zahlreichen Aktivitäten offensichtlich. Dies erfolgt meist im Spiel, zum Beispiel mit einem Ball in Gruppen, in zunehmend komplexen Aktivitäten – wie beim Begleiten sprachlich-rhythmischer Muster und Reimen mit Bewegung – und durch Sing-Aktivitäten.

> Die Analyse von Mustern und die Beschreibung ihrer Regelmäßigkeiten und Eigenschaften ist eines der Ziele der Mathematik, die Alan H. Schoenfeld (1992, S. 334) als ‚[…] ein lebendes Subjekt, das uns ersucht die Muster zu verstehen, die beides, unsere umgebende Welt und das Gehirn in uns durchdringen.‘ Keith Devlin geht sogar so weit, die Mathematik als Wissenschaft der Muster zu beschreiben: ‚Erst in den letzten zwanzig Jahren oder so kam eine Definition der Mathematik auf, der jetzt fast alle Mathematiker zustimmen: Mathematik ist eine Wissenschaft der Muster‘ (Devlin 2003, S. 3)(Vogel 2005, S. 445).

Ein anderer wichtiger Aspekt der Mustererkennung ist die Klassifizierung oder *chunking* (Jourdain 2001, S. 163). Chunks sind kleine Pakete mit Informationen, die wir als eine Einheit verarbeiten können.[2] Chunks werden hierarchisch behandelt. Aus kleinen Chunks werden größere gebildet. Aus diesen werden wiederum weitere, größere gebildet und so weiter. Tatsächlich bilden wir Muster, um diese danach gruppieren zu können. Selbst wenn wir einer Abfolge gleicher Töne zuhören, bilden wir Gruppen von 2 oder 3 (Auhagen 2008, S. 439) und damit (rhyth-

[2] Siehe auch das Lehrerhandbuch von EMP-Languages, pp. 21–24: http://emportfolio.eu/emp/images/stories/materials/EMP_Teachers_Handbook_Final_2012.pdf

mische) Muster. Ähnlichkeit, Nähe und gleiches Verhalten sind Merkmale die mentale Mustererkennung ermöglichen. Aber wir können Muster nicht nur erkennen, wir können sie auch konstruieren und ihnen Bedeutung verleihen.

Zum Beispiel wird die Bedeutung von Chunks für die Interaktion mit Mustern bei der Erkundung von geometrischen Figuren wichtig (Vogel 2005, S. 446). „Bei der Erkundung ist es wichtig, dass basale Elemente oder Einheiten des Phänomens gefunden werden" (ebd.). Nur durch die Erkennung dieser basalen Einheiten ist eine mathematische Analyse komplexer Ornamente möglich und verdeutlicht die Faszination der Mathematik.

Komponisten nutzen diese Fähigkeit, um polyphone Stücke für einstimmige Instrumente zu schreiben. Sie gruppieren Töne auf eine Art, die unserem Gehirn glauben macht, zwei oder mehr unterschiedliche Stimmen zu hören. Mustererkennung ist auch bedeutsam für das Hören von Klängen (Bharucha und Mencl, W. Einar 1996). Den Klang von Instrumenten erkennen zu können, wie die Oktavgleichheit und unsere Fähigkeit die Töne C, D, E, F, G, A und H als Durtonleiter zu erkennen und Melodien zu erkennen, auch wenn sie in unterschiedlichen Tonarten gespielt werden wird durch die Identifikation von Mustern ermöglicht. Dies zeigt, „dass Tonhöhe und Tonart das Ton-Spektrum in von Tonhöhen unabhängige Repräsentationen verwandeln" (Bharucha und Mencl, W. Einar 1996, S. 149). Bharucha et al. nehmen außerdem an, dass "westliche Hörer hochentwickelte Repräsentationen von Tonarten und ihren Verhältnissen entwickelt haben" (ebd., S 148). Diverse Studien zeigen, dass dies für die Fähigkeit vom Blatt zu singen wichtig ist (Fine et al. 2006; Waters et al. 1997). Dies trifft besonders bei der Fähigkeit zu, nachfolgende Töne einer Sequenz vorherzusagen; diese Fähigkeit ist besser, wenn diese Töne Teil tonaler Melodien oder bekannter Muster sind.

Die Notwendigkeit von Mustererkennung und Synchronisation liegt in der Natur begründet. Kleine Tiere, die Größere jagen, fangen diese, indem sie ihre Schritte synchronisieren (Fischinger und Kopiez 2008, S. 460). Schimpansen synchronisieren ihre Rufe, um die Entfernung, aus der sie noch gehört werden, zu vergrößern (Merker 2000).

Die oben erwähnten Kinderspiele, wie Seilspringen, in Pfützen hüpfen und Tanzen, sind Gelegenheiten, Koordination und Mustererkennung zu üben (Spychiger 2015a).

Mustererkennung und Gruppierung ermöglichen uns, Dinge gemeinsam zu tun: marschieren, rudern, klatschen und Symphonien zu spielen. Dinge gemeinsam tun (und sicherstellen, dass Andere es mitbekommen) stärkt das Gruppengefühl, wirkt attraktiv auf das andere Geschlecht und hält Feinde auf Distanz; dies gilt gleichermaßen am Lagerfeuer auf dem Zeltplatz wie auch im tiefsten Dschungel, wo sich Schimpansen der gleichen Mittel bedienen (Merker 2000). Wenn Dinge exakt synchronisiert ausgeführt werden, sind sie lauter und effektiver.

Gruppierung ist auch eine wichtige Technik, um sich Zahlen zu merken. Das menschliche Kurzzeitgedächtnis kann sich (im Durchschnitt) sieben Einheiten merken. Wenn wir uns die Zahl 1685175017561791 merken sollen, können wir sie als 1685, 1759, 1756 und 1791 gruppieren, die Geburts- und Todesjahre von J.S. Bach und W.A. Mozart. Wenn wir aber kein so günstiges Beispiel finden, funktionieren Gruppen von zwei oder drei Zahlen am besten (um z.B. Telefonnummern zu lernen). Dies bringt uns zum Rhythmus und der Tatsache, dass wir geneigt sind 2er- oder 3er-Gruppen zu bilden. In diesem Handbuch sind Beispiele zu Gruppierung enthalten. Mustererkennung gehört zu den grundlegenden Eigenschaften, die mathematische und musikalische Aktivitäten teilen.

In allen möglichen menschlichen Handlungen wird deutlich, dass wir nicht nur in der Lage sind, Muster zu erkennen sondern sie auch zu produzieren. Dies bringt uns zum Modell des semiotischen Funktionskreises, der uns die Integration dieser zwei Aspekte menschlichen Verhaltens, Wahrnehmen und Handeln, ermöglicht, wie es im folgenden Kapitel dargelegt wird (Abbildung 1).

2.3 Musik und Mathematik als überlappende und interagierende Zeichensysteme

Pythagoras war einer der Ersten, der Klang und Tonhöhe als mathematische Verhältnisse, basierend auf einem System von Obertönen, beschrieben hat. Die musikalische Aufklärung fügte der Musik intellektuellen, menschlichen Wert hinzu, der zuvor der göttlichen Welt vorbehalten war. Seit dieser Zeit gehört Musik zu den „akademischen Disziplinen“. Musikalische Praxis wurde „im ersten Jahrtausend in [die beiden professionellen Felder] *Musikus* und *Kantor*“ geteilt, um emotionale Aspekte der Musik von den intellektuellen trennen zu können (Spychiger 1995, S. 54). Während der theoretische Bereich der Musik, jener Teil, welcher auch mathematisch zugänglich ist, in Form der Musikwissenschaften als Disziplin in das *Quadrivium* aufgenommen wurde, wurde den emotionalen Anteilen zeitweilig nicht der gleiche Wert zugesprochen (was sich bis heute glücklicherweise wieder geändert hat).

Dieses Verhältnis zwischen Musik und Wissenschaft unterstützte die Idee, dass Musik genutzt werden könne, mathematisches Wissen, akademische Leistungsfähigkeit und ganz allgemein die Intelligenz zu steigern (Kelstrom 1998). Es wurden Studien durchgeführt, um positive Effekte musikalischen Lernens auf Intelligenz, Sozialverhalten, Selbstkonzept und Motivation zu zeigen (u.a. Costa-Giomi 2004; Smolej Fritz und Peklaj 2011). Durch die Entdeckung des sogenannten Mozart Effekts (Rauscher et al. 1995), welcher besagt, dass die Leistungsfähigkeit des räumlichen Vorstellungsvermögens durch das Hören von Mozart gesteigert werden könne, schien diese These unterstützt zu werden (Hilton et al. 2015, S. 18). Jedoch konnten alle diese Ergebnisse keine größeren Effekte von Musikerziehung auf andere Domänen aufzeigen, als wenn man sich in vergleichbarem Maße sportlich betätigt (Simpkins et al. 2010). Die Idee von Transfereffekten musikalischen Lernens auf andere Domänen wurde inzwischen weitgehend aufgegeben.

Pythagoras und die Musik

Der früheste Nachweis, Musik über mathematische Symbole zu beschreiben, kommt von Pythagoras (Henning 2009; Weber 1991), der zudem die physikalischen Gesetzte beschrieben hat, auf denen westliche Musik aufbaut. Er nutzte das Monochord für seine Experimente und entdeckte, dass das Verhältnis der Obertöne konstant und relativ zur Länge der Seite ist. Zusätzlich sind die Verhältnisse der ersten vier Obertöne 2:3:4:5 ebenso fundamental in der Geometrie vertreten und wurden schon beim Bau der ägyptischen Pyramiden und Gräber genutzt (Weber 1991, S. 19f.).

Aber, davon abgesehen, ist das tonale System sehr viel komplexer und es ist fast unmöglich, eine Tonleiter nur aus diesen Prinzipien heraus zu entwickeln (Hindemith 1940). Nur die Intervalle Oktave, Quint, Quarte und Terz sind fundamentaler Bestandteil des Obertonsystems. Alles andere wurde theoretisch konstruiert oder über die Jahre tradiert und kann nicht einfach über das System der Obertöne erklärt werden.

Zahlensymbolik im Werk von J.S. Bach und Anderen

Eine andere wichtige Diskussion zum Verhältnis von Musik und Mathematik dreht sich um den Gebrauch von Zahlen in der Renaissance und im Barock (Achermann 2003; Egeler-Wittmann 2004; Stoll 2001b). Eine vorherrschende Technik transformiert Namen über Zahlen in Kompositionen. Jeder Buchstabe wurde mit seiner Position im Alphabet verbunden (a=1, b=2, usw.) und Namen als deren Summen dargestellt. Die daraus gewonnenen Zahlen wurden genutzt, um die Anzahl von Takten und/oder Noten pro Sektion festzulegen. J.S. Bach hatte z.B. eine besondere Verbindung zur Zahl 14 (Buchborn 2004). In einem anderen Beispiel, beschrieben von Stoll (2001a), wurden die Namen derer im Werk verewigt, die den Komponisten finanziell unterstützt hatten.

Auch wenn dies den Gebrauch von Zahlen, Verhältnissen und elementarer Mathematik in der Musik zeigt, deutet es doch ebenso auf das Verlangen der Komponisten hin, geheime Nachrichten und Signaturen zu hinterlassen, die ihnen vielleicht nur selbst bekannt waren. Diesem Bedürfnis sind sie nachgekommen, indem sie mathematisches Denken (in diesem Fall die Idee der Verschlüsselung) in den Kompositionsprozess haben einfließen lassen.

Zahlen, Reihen und Symmetrien – Zeitgenössische Musik und das Bedürfnis nach formalen Strukturen

Nach der Aufgabe des harmonischen Systems und seiner inhärenten formalen Strukturen zu Beginn des 20. Jahrhunderts, begannen Komponisten nach neuen Möglichkeiten zu suchen, ihrer Musik zwingende formale Strukturen zu geben. Der Serialismus begann alle musikalischen Parameter (Länge, Dynamik und Tonhöhe) systematisch um die 12 Halbtöne zu organisieren. Dies löste jedoch nicht das Problem der formalen Struktur ganzer Werke. Frühe serielle Kompositionen (z.B. Messiaen's *Mode de valeurs et d'intensités*, 1949) könnten demnach beliebig beginnen, enden oder für immer weitergehen. Messiaens System der nicht umkehrbaren Rhythmen deutet bereits auf den Bedarf einer neuen Symmetrie in der Musik hin; Messiaen selbst fand jedoch zunächst keine Lösung für das Problem.

Pierre Boulez, Luigi Nono und Karlheinz Stockhausen entwickelten später Systeme, die vordefinierte Zahlenreihen als Grundlage für ihre Kompositionen verwendeten. Sie nutzten eine Methode mit Zahlentabellen, welche nicht nur Aspekte einzelner Töne (Dauer, Tonhöhe, Dynamik) festlegten, sondern auch formale Strukturen ganzer Werke (Gesamtdauer, Taktarten, Anzahl der Takte) (Decroupet 1995; Henning 2009; Lehmann 2009; Stoll 2001b). Sehr beliebt waren zu dieser Zeit die Fibonacci Reihe sowie der Goldene Schnitt, die sich aus mathematischer Sicht aufeinander beziehen. Durch diese Techniken wollten die Komponisten ihre Kompositionen auf übergeordnete Symmetrien und Regeln zurückführen, welche durch die Aufgabe des harmonischen Systems und seinen inhärenten Symmetrien verloren gegangen waren. Einen weiteren Ansatz, Musik mit Zahlen zu komponieren, zeigt Tom Johnson, indem er Musik „zählt" (Nimczik 2002).

Die Verbindung von Mathematik und Musik entstand in diesem Fall nicht, weil Musik der Mathematik besonders ähnlich ist, sondern weil sich musikalische Parameter in mathematische umwandeln und organisieren lassen und umgekehrt. Denn die Zeichensysteme, die in der Musik (Notation) und der Mathematik (Zahlen) verwendet werden, sind in mancherlei Hinsicht kompatibel. Mathematische Verhältnisse und Symmetrien wurden dazu genutzt, um musikalische Strukturen festzulegen.

Semiotische Theorieansätze in Mathematik und Musik

Frühe semiotische Theorien gehen von einer direkten Zeichen-Objekt-Beziehung aus. Musik wurde in diesem Zusammenhang nicht als Zeichensystem betrachtet, vor allem, da sie kein Objekt habe, das bezeichnet wird. Erst durch eine stärkere Beachtung der philosophischen Seite der Semiotik, wie sie durch das triadische Konzept von Charles S. Peirce erfolgte, konnten viele dieser Probleme überwunden werden (Spychiger 2001, S. 55).

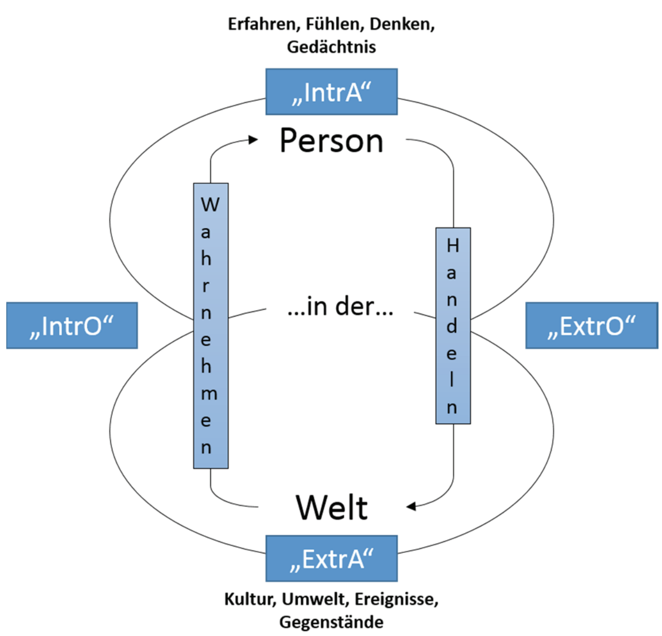


Abbildung 1: Allgemeines Modell des Person-Welt Verhältnisses. Semiotischer Funktionskreis (nach Lang 1993)

Alfred Lang (1993) entwickelte ein Modell des Person-Welt-Bezugs. Es betrachtet Zeichensysteme als Grundlage fortlaufender, menschlicher Wahrnehmung und Handlung, wie es im semiotischen Funktionskreis dargestellt ist (Abbildung 1).[3] Dieser Ansatz verzichtet auf die Unterscheidung von Subjekt und Objekt und unterscheidet vielmehr zwischen Prozessen, die „*innerhalb* einer Person und […] *außerhalb* einer Person" stattfinden (Spychiger 2001, S. 57). Mentale Prozesse finden dann in einer zirkulären Weise statt; eine *Wahrnehmung* (‚IntrO', was hineingeht) führt zu einer *Erfahrung* (‚IntrA', was in einer Person stattfindet) woraus sich eine *Aktivität* (‚ExtrO', was aus einer Person in die Welt geht) entwickelt. „Diese musikalischen Handlungen manifestieren sich außerhalb der Person als *Kultur*" (welche ‚ExtrA' darstellt, ebd. S. 58). An diesem Punkt schließt sich der Kreis und es entstehen wieder neue Möglichkeiten für musikalische Wahrnehmung (wie der Pfeil in Abbildung 1 zeigt).

Versteht man Musik als eigenständiges Zeichensystem, wird es möglich, dieses System mit anderen Systemen, z.B. mathematischen, zu vergleichen, ohne die eigenständige Bedeutung der Musik zu negieren. Wir können musikalische Gesetzmäßigkeiten suchen und finden, welche mathematisch beschrieben werden können. Musik ist voller Symmetrien und die Notation ist ein System mit mathematischer Genauigkeit.

Die Zusammenfassung multimodaler Zeichensysteme (Sprache, Gestik und Mimik) zu einem „semiotischen Bündel" spielt eine wichtige Rolle innerhalb moderner didaktischer Modelle des Lehrens und Lernens (Arzarello 2015; Gardner 1983). Über diesen Ansatz können Lehrprozesse und Interaktion im Klassenzimmer wesentlich genauer beschrieben werden.

Mit der Theorie der semiotischen Bündel und dem Ansatz, Musik und Mathematik als unabhängige Zeichensysteme zu betrachten, bekommen interdisziplinäre Projekte eine neue Bedeutung. Ebenso wie sprachliche Kommunikation durch Gesten und Mimik ergänzt wird, kann Mathematik durch Musik erklärt werden und umgekehrt. Um dies zu veranschaulichen, nutzen wir den Begriff der Metapher, so wäre z.B. das mathematische Prinzip des kleinsten gemeinsamen Vielfachen eine metaphorische Darstellung polyphoner Prozesse. Umgekehrt sind Obertöne Metaphern für konstante Längenverhältnisse und Brüche. Ebenso wie Metaphern in der Lyrik beschreiben unsere Metaphern das zugrundliegende Prinzip nicht exakt sondern helfen uns, die Beziehungen und Prinzipien zu verstehen.

Wir denken nicht, dass Musik ein mathematisches System darstellt, oder umgekehrt, aber es gibt zahlreiche Verbindungen zwischen beiden Welten (Bamberger 2010; Brüning 2003; Christmann 2011; Lorenz 2003). Das Konzept der semiotischen Bündel ist hilfreich dafür, kreative Lernumgebungen zu schaffen. Diese semiotischen Blickweisen auf Mathematik und Musik erlauben einen fundierten Blick auf interdisziplinären Unterricht (mehr dazu in Kapitel 4.1).

[3] Zusammengefasst bei Spychiger (2001, S. 56).

3 Grundlagen des Lernens

3.1 Von der Aufgabe zur Konstruktion

Dieses Kapitel greift zwei Aspekte des Lernens auf. Die Aufgabe steht für den Startpunkt, man könnte vielleicht auch von einem Kristallisationspunkt sprechen, von dem Lernen ausgeht. Das Charakteristische von Aufgaben besteht darin, „dass sie immer auf etwas verweisen, das fehlt" (Girmes 2003, S. 6). Damit werden sie zu einem Lernanlass, da beim Lernenden häufig das Bedürfnis entsteht, die identifizierte Lücke zu schließen. Es gilt natürlich zwischen „Aufgaben im Leben" und „Aufgaben in der Schule" zu unterscheiden (vgl. ebd., S. 8). „Aufgaben im Leben" entstehen „in der Begegnung zwischen Mensch und Welt, ohne dass jemand Dritter eine Aufgabe für andere formuliert [...]" (ebd.). Aufgaben in der Schule, sogenannte „Lernaufgaben" (ebd., S.10) werden inszeniert und professionell konstruiert.

Im Konstruktionsprozess der Lernaufgaben werden institutionelle Rahmenbedingungen und die Weltsicht der Lehrperson wirksam. Der Freiheitsgrad solcher Lernaufgaben reicht von niedrig bis hoch. Hierbei bezieht sich der Freiheitsgrad auf den Spielraum der Lernenden bei der Bearbeitung der Aufgabe. Bei klaren Vorgaben zu Vorgehensweise und Ergebnis ist der Spielraum der Lernenden sehr niedrig. Der Freiheitsgrad bei offenen Aufgaben, die oftmals in eine Lernumgebung eingebettet sind, ist dagegen hoch. Die Lernenden können entsprechend ihrer Vorkenntnisse, kognitiven Fähigkeiten, Interesse und Motivation unterschiedliche Wege in der Bearbeitung einschlagen. Meist führen diese unterschiedlichen Wege zu unterschiedlichen Ergebnissen, die durchaus in der Spanne potentiell möglicher Ergebnisse liegen.

Der Begriff der Konstruktion steht für den sich anschließenden Lernprozess der Lernenden. Die Auffassung von Lernen, die hier zum Ausdruck gebracht wird, rückt die Eigentätigkeit des Individuums in den Vordergrund. Die Lehrperson gibt Anregungen, die von den Lernenden aufgegriffen werden und der aktiven und selbstgesteuerten Wissenskonstruktion dienen. Das Einbeziehen des situativen Moments der konkreten Lernsituation fokussiert zusätzlich auf die Bedeutung von Interaktionsprozessen zwischen den Lernenden und Lehrenden (Gerstenmaier und Mandl 1995; Greeno 1989) und bezieht die institutionellen Rahmenbedingungen, die soziokulturellen, die motivationalen sowie volitionalen Voraussetzungen der Lernenden mit ein.

Die Auseinandersetzung mit Aufgaben stellt in der Mathematik einen zentralen Aspekt der gemeinsamen unterrichtlichen Arbeit von Lernenden und Lehrenden dar. Aktuell werden Aufgaben als Antwort auf die Vielfalt der Lernenden so gestaltet, dass sie unterschiedliche Zugänge erlauben, d.h. auf dem jeweiligen Niveau des Lernenden und seinen mathematischen Voraussetzungen bearbeitet werden können. Oftmals werden nach einer individuellen Beschäftigung mit der Aufgabe diskursiv die individuellen Herangehensweisen in einer größeren Gruppe diskutiert. Die Aktivierung der Lernenden im Sinne eines entdeckenden Mathematiktreibens steht dabei im Vordergrund.

Als unterrichtsmethodisches Prinzip lässt sich häufig das Ich-Du-Wir-Prinzip (Think-Pair-Share) beobachten (vgl. Barzel et al. 2007, S. 118ff.). Diese Art der Herangehensweise ermöglicht den Lernenden im ersten Schritt eine individuelle Auseinandersetzung mit der Lernaufgabe, unbeeinflusst von Gedankengängen anderer Schülerinnen und Schüler. Die Du-Phase zielt auf einen Austausch mit einer Lernpartnerin bzw. einem Lernpartner hinaus. Die eingeschränkte Öffentlichkeit bietet einen Schonraum für unfertige Gedanken. Erst im letzten Schritt wird die Klassenöffentlichkeit hergestellt. Dies erfolgt häufig in Form von Präsentationen, die dann im Plenum diskutiert werden. Diese Art des Umgangs mit Aufgaben führt zu individuellen Wissenskonstruktionen, die in der Paar- und in der Wir-Phase diskursiv weiterentwickelt werden und zu ko-konstruktiven Prozessen führen können. Der Begriff der Ko-Konstruktion verweist hier auf eine gemeinsame Wissenskonstruktion durch sozialen Austausch (vgl. Brandt und Höck 2011).

Im Unterschied zum mathematischen Lernen steht in der Musik zu Beginn häufig das gemeinsame Tun. In der Gruppe sind musikalisch-interaktive Vorgänge möglich, wie z.B. im „Call and Response", die das musikalische Lernen charakterisieren (Spychiger 2015a, S. 57). Erfahrungen mit der Wirksamkeit des eigenen Tuns vor dem Hintergrund des gemeinsamen Tuns sind im Musikunterricht bedeutsam. So erlebt eine Person ihr individuelles Singen im Chor als Teil eines großen Ganzen, das z.B. durch eine gemeinsame Aufführung zum Ausdruck kommt und bedeutsam wird (vgl. ebd., S. 53). Weiterhin spielt beim musikalischen Lernen vor allem im Instrumentalunterricht die Nachahmung eine bedeutsame Rolle.

Lernprozesse, in Mathematik ebenso wie in Musik, pendeln zirkulär zwischen den Polen ‚individuelles Lernen' und ‚Gruppenlernen', um damit Problemlösekompetenzen zu erhöhen. Insgesamt lassen sich mathematisches und musikalisches Lernen im konstruktivistischen Sinne als handlungsorientierte, situative und soziale Prozesse beschreiben (Reinmann-Rothmeier und Mandl 2001; Spychiger 2015a).

Die Lernaufgaben, die in den Aktivitäten des EMP-Projekts inszeniert werden, tragen Potentiale der Konstruktion und Ko-Konstruktion und greifen methodische Vorgehensweisen der Mathematik sowie der Musik auf.

3.2 Wahrnehmen und Handeln

Wahrnehmen und Handeln sind zentrale Elemente des semiotischen Funktionskreises, welcher ein Modell des Person-Welt-Bezugs ist: über die Wahrnehmung gelangen Informationen in die Person, über die Handlung interagiert die Person mit der Welt. Innerhalb der Person kreiert Wahrnehmung Wissen und Handlung kreiert Kultur in der Welt (s. Kapitel 2.3, Abbildung 1).

Dieser Kreislauf war in der Musikpädagogik nicht immer selbstverständlich. Aus der amerikanischen Philosophy of Music Education ist vielen die Diskussion zwischen Bennett Reimer und David Elliott bekannt (Spychiger 1997). Reimer beklagt, dass „Musikprogramme in Schulen nur existieren, um den Gemeinden musikalische Dienstleistungen anbieten zu können" (Reimer 1989, S. 24). Als Konsequenz daraus wollte er die musikalische Wahrnehmung (ästhetische Erfahrung) im Musikunterricht stärken.

David Elliott hingegen kritisiert die Vorherrschaft der klassischen Musik im Musikunterricht und die damit einhergehenden didaktischen Konzepte, wobei er besonders die Akzeptanz affektiver Elemente vermisst. Zusammen mit Christopher Small unterstützt Elliott das praktische Musizieren – musicking – als ein zentrales Element des Musikunterrichts (Elliott und Silverman 2014; Small 1998). Mittels des semiotischen Funktionskreises zeigt Maria Spychiger die Bedeutung beider Elemente – Wahrnehmen und Handeln – für die Musikpädagogik auf (Spychiger 1997), wie es auch im allgemeinen Modell für das gesamte menschliche Leben gezeigt wurde.

Auch in der modernen Mathematikdidaktik gewinnt das Zusammenspiel von Wahrnehmen und Handeln immer mehr an Bedeutung. Verschiedene Ebenen der Kommunikation sollen in semiotischen Bündeln (Arzarello 2015) zusammenwirken, wobei sich mathematisches Verständnis in einem zyklischen Prozess zwischen Wahrnehmung und Handlung entwickelt.

Mathematisches Arbeiten ist durch das genaue Hinsehen geprägt. Das Erkennen von Mustern und deren Umsetzung in ein Zeichensystem ist bedeutsam für die Mathematik. Bei der Beobachtung der notierten Zeichen können Wiederholungen und damit Regelmäßigkeiten entdeckt werden. Diese Regularien sind die Grundlage für mathematische Erkenntnisse. Im Mathematikunterricht wird diese Vorgehensweise nachempfunden. Mathematische Aufgaben dienen als Anregung für Aktivitäten auf dem Papier. In der Analyse dieser Aktivitäten, die auf Wahrnehmungsprozessen beruht, werden Regelmäßigkeiten entdeckt, die mathematische Erkenntnisse liefern.

Das Entdecken mathematischer Aspekte in Alltagsphänomenen geschieht in derselben Weise. Im Modellierungsprozess werden die zentralen Aspekte der realen Situation in ein reales Modell transferiert, das die zentralen Strukturelemente der realen Situation enthält. Diese bildet die Grundlage für das Generieren eines mathematischen Modells. Handlung ermöglicht den Kindern im Mathematikunterricht die Regelmäßigkeiten und die mathematischen Strukturgesetze zu entdecken. *Mathematik machen* wäre hier wohl das vergleichbare Konzept zu *Musicking* – Musik machen. Alle in diesem Handbuch vorgestellten Aktivitäten verbinden Wahrnehmen und Handeln, um Horizonte zu erweitern und Emotionen zu fördern.

3.3 Erfahrungen machen

Die im Projekt entwickelten Aktivitäten eröffnen Lernräume, in denen Erfahrungen mit mathematischen und musikalischen Inhalten wie auch mit der Verschränkung dieser Inhalte gemacht werden können. Sie eröffnen für die Mathematik wie auch für die Musik Zugänge, die sich von den jeweils fachorientierten unterscheiden. So rahmen interdisziplinär gestaltete Lernräume das jeweilige fachspezifische Lernen unterschiedlich und erlauben dadurch Erfahrungen, die in fachspezifisch gestalteten Lernsituationen nicht möglich sind.

Dewey (1925; 1980/1934) versteht unter dem Begriff „Erfahrung" ein „interaktives Geschehen, einen umfassenden Erlebenszusammenhang, der [...] neben kognitiven immer auch affektive, emotionale und ästhetische Qualitäten beinhaltet." (Neubert 2008, S. 234f.). Wir folgen diesem Ansatz, indem wir nicht Erkenntnis/Kognition, sondern Erfahrungen ins Zentrum des Lernens stellen. Bevor Reflexion und Denken einsetzen, haben wir es zunächst mit einem intuitiven Gefühl, einer ästhetisch-ganzheitlichen Wahrnehmung der problematischen Situation zu tun" (ebd., S. 235).

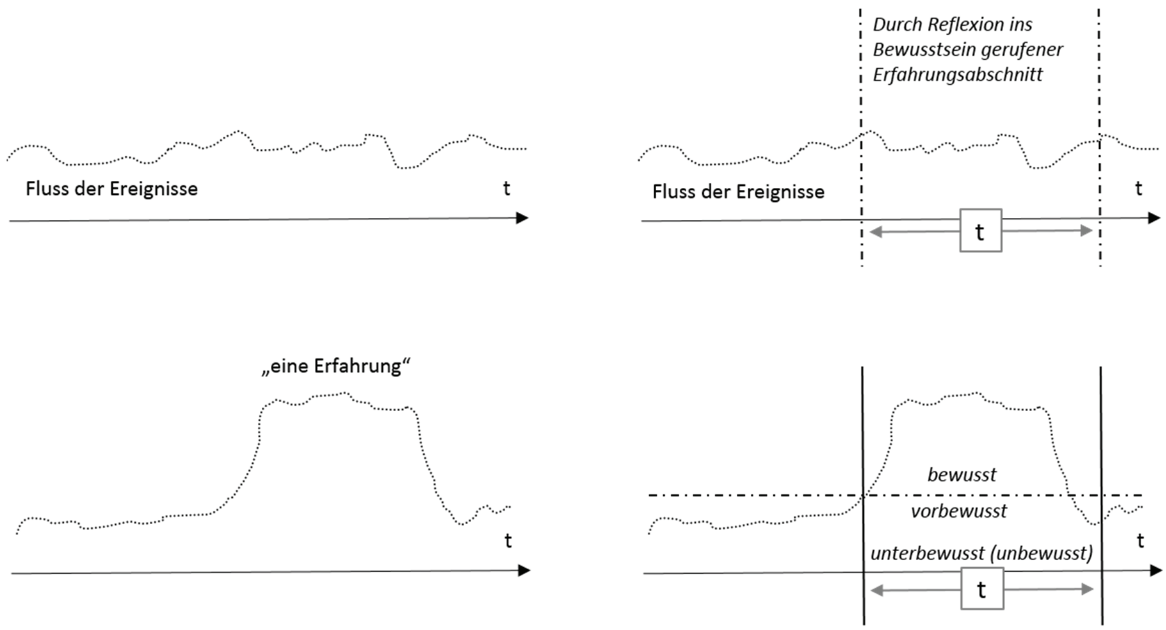


Abbildung 2: Erfahrung (Spychiger 2015b, S. 112)

Aus dem „Fluss der Ereignisse" (Spychiger 2015b, S. 111) wird intuitiv eine Sequenz hervorgehoben, die durch diese Hervorhebung und Bewusstmachung zur Erfahrung wird. Eine wahre Erfahrung ist eine zeitlich begrenzte Einheit mit einer emotionalen Qualität, einem beschreibenden Charakter und einem benennbaren Inhalt: „Solche Dinge, von denen wir im Rückblicke sagen ‚Das war eine Erfahrung' – ein Streit mit einem vormals engen Freund, eine Katastrophe, die um Haaresbreite verhindert wurde […], jenes Mahl in einem Pariser Restaurant […]" (Dewey 1980/1934). Nach Dewey sind Erfahrungen zusätzlich durch ihren kommunikativen Charakter bezeichnet. Durch Interaktion können Menschen an den Erfahrungen anderer teilhaben und gewinnen möglicherweise andere Perspektiven auf ihre eigenen Erfahrungen (Neubert 2008, S. 238).

Vor dem Hintergrund des Erfahrungsbegriffs nach Dewey bieten die im EMP-Maths Projekt entwickelten Aktivitäten Lernräume an, in denen ein Erlebenszusammenhang möglich ist.

Die EMP-Maths Aktivitäten sind entwickelt worden, um verschränkte mathematische und musikalische Ereignisse zu provozieren (vgl. Abbildung 2). Die situative Basis, auf der Teilnehmende neue Erfahrungen machen können, wird durch den Fokus auf die Auswahl einzelner Ereignisse, z.B. durch Reflexion und Gruppendiskussionen, erzeugt. Dieser Zugang kann helfen, das unbewusste Bild von Mathematik oder Musik durch die Erfahrungen mit den EMP-Maths Aktivitäten zu revidieren.

4 Aspekte des Lernens und Aufbau der Beispiele

4.1 Lehr- und Lernumgebungen

Der Begriff der Lehr-Lernumgebung hat sich in einer Zeit entwickelt, in der Alternativen zum stark durch die Lehrperson strukturierten Unterricht gesucht wurden. Die Suche nach neuen Lehr- und Lernformen ist häufig an eine Wende in der Auffassung vom Lernen selbst gekoppelt. Heute prägen konstruktivistische Ansätze unser Verständnis von Lernen. Hier dominiert die Idee des Lernens als einem Prozess der situativen Wissenskonstruktion, eingebettet in Kontext und Kultur (Greeno 1989) sowie der Annahme, dass Lernen in der Interaktion zwischen Lernenden und Lehrenden konstruiert wird (Krummheuer 2007, S. 62).

Lernen in Lernumgebungen verstanden als Wissenskonstruktion seitens der lernenden Person beruht auf Gestaltungsprinzipien, die in unterschiedlichen konstruktivistischen Instruktionsansätzen zum Ausdruck kommen. Hierzu gehören der ‚Anchored Instruction-Ansatz', der ‚Cognitive Flexibility-Ansatz' und der ‚Cognitive Apprenticeship-Ansatz'. Diesen Ansätzen aus den 1990iger Jahren ist gemein, dass die Lehrperson einen ‚Lernraum' gestaltet, in dem die Lernenden anwendungsorientiert in das jeweilige fachliche Denken und Handeln eingeführt werden. Diese Art der Lehr-Lernumgebungen lassen sich wie folgt charakterisieren: „Eine Lernumgebung ist ein Ort, an dem Menschen auf Hilfsmittel zurückgreifen, um Dingen Bedeutung zu geben und sinnvolle Lösungen für Probleme zu finden" (Wilson 1996, S. 3). Die Definition für konstruktivistische Lernumgebungen lautet nach Wilson (1996, S. 5):

> ... ein Ort, an dem Lernende zusammenarbeiten und sich gegenseitig unterstützen, während sie verschiedene Werkzeuge und Informationsquellen im Rahmen der vorgegebenen Lernziele und problemlösenden Aktivitäten nutzen.

In dieser Definition wird bereits deutlich, dass eine Lehr-Lernumgebung Freiräume für die Lernenden bietet und gleichzeitig von der Lehrperson gestaltet wird. Damit findet in diesen Lernumgebungen nach wie vor institutionelles Lernen statt, da es vorgedacht und gestaltet wird. Es bietet den Lernenden aber kreative Freiräume, eigene Erfahrungen mit dem Lerngegenstand zu machen.

> Instruktionen als (Lern-)Umwelt zu betrachten, legt die Betonung auf den ‚Ort' oder den ‚Raum', an dem Lernen stattfindet. Eine Lernumgebung umfasst mindestens den Lernenden, ein ‚Szenarium' oder ‚Raum', worin der Lernende agiert, Werkzeuge und Geräte benutzt, Informationen sammelt und interpretiert, vielleicht mit anderen interagiert usw. (Wilson 1996, S. 4).

Aktuell tritt der Begriff der ‚Lernumgebung' oft in Kombination mit dem Begriff des Differenzierens und hier vor allem in Kombination mit der ‚natürlichen Differenzierung' auf. Es wird bedeutsam, dass die Lernenden ihre eigenen Lernwege finden, ein eigenes Lerntempo entwickeln und individuelle Erkenntnisse generieren. Der Begriff der Ko-Konstruktion wird bedeutsam. In der Ko-Konstruktion erhält die „individuelle Konstruktionsleistung" eine „kulturelle Prägung" (Brandt und Höck 2011, S. 249).

Im Bereich der Mathematik wird von substanziellen Lernumgebungen gesprochen, die folgende Eigenschaften zeigen sollen:

> mathematische Substanz mit sichtbar werdenden Strukturen und Mustern (fachliche Rahmung); Orientierung an zentralen Inhalten; hohes kognitives Aktivierungspotenzial; Orientierung der Tätigkeiten an mathematischen Inhalten und Prozessen; Initiierung von Eigentätigkeiten aller Lernenden; Förderung individueller Denk- und Lernwege sowie eigener Darstellungsformen; Zugänglichkeit für alle: Ermöglichen mathematischer Tätigkeit auch auf elementarer Ebene durch die Möglichkeit, an Vorkenntnisse anknüpfen zu können; Herausforderungen für schnell Lernende mit anspruchsvolleren Aufgaben; Ermöglichen des sozialen Austauschs und des Kommunizierens über Mathematik (Hirt und Wälti 2008, S. 14).

Diese Charakterisierung von Lernumgebungen lassen sich auf die im Projekt „Sounding Ways into Mathematics" gestalteten Aktivitäten übertragen. Sie bieten ein hohes kognitives Aktivierungspotential, das durch die Einbindung körperlicher Erfahrungen intensiviert wird. Die Eigentätigkeit der Lernenden steht im Vordergrund. Durch das gemeinsame Tun und Erleben werden Erkenntnisräume für die Lernenden geschaffen, die den eigenen Lernfortschritt in die Verschränkung von Mathematik und Musik einbinden. In solchen Räumen, die offen für die Ideen der Schülerinnen und Schüler sind, können neue Lernumwelten geschaffen werden. Wie Cslovjecsek und Linneweber (2011) zeigen, werden die Lernenden dadurch wichtige Partner im Lehr-Lern-Prozess.

4.2 Die Rolle von Material und Raum

Dem Material werden unterschiedliche Funktionen im mathematischen Lernprozess zugewiesen. So wird Material häufig als „Denkwerkzeug" genutzt, um Denkprozesse zu initiieren und explizit zu machen (vgl. Hülswitt, 2003, p. 24). Material visualisiert mathematisches Denken und unterstützt den Lernprozess. Die Struktur der mathematischen Objekte, z.B. der Zahlen, wird materialisiert. Durch Handlungen am mathematischen Material können mentale Vorstellungsbilder entwickelt werden (Lorenz 1993). Neben dem Konzept der mentalen Bilder kann auch die Interaktion zwischen Lernenden und Material in den Fokus gerückt werden (Fetzer 2015). Musikalisches Lernen wird von Musik und Musikinstrumenten wie auch von visuellen Elementen und Rhythmus begleitet. Auf diese Weise wird das musikalische Material zu einem Teil der Musikproduktion.

Im Sinne von Vygotsky hat das Material Mittlerfunktion:

> Mentale Funktionen bestehen eine gewisse Zeit in verteilter oder geteilter Form, wenn Lernende und ihre Begleiter neue Kulturwerkzeuge im Kontext des Lösens von Aufgaben nutzen. Nach dem Erwerb (in der Terminologie von Vygotsky "Aneignung") einer Vielzahl von Kulturwerkzeugen werden Kinder kompetenter in der selbstständigen Nutzung mentaler Funktionen (Bodrova, E. & Leong, D.J. 2001, S. 9).

Das Material und vor allem die angeleiteten Handlungen am Material repräsentieren Vorgehensweisen, Sprech- und Denkhandlungen der jeweiligen fachlichen Kultur. Damit kann das Material einen ersten Zugang zur fachlichen Welt eröffnen. Gleichzeitig bietet es auch die Möglichkeit, die Welt der Lernenden mit einzubeziehen (Vogel 2014). Materialien übernehmen im mathematischen und im musikalischen Lernen eine Vermittlerfunktion. Frühe Bildung nutzt zu Beginn oft Kinderspielzeug. Diesem Spielmaterial werden Funktionen im musikalischen und mathematischen Lernprozess zugeordnet. Eine Anzahl von Objekten dient der Repräsentation von Zahlen, die Anordnung der Tische wird als funktionale Beziehung aufgefasst und die Pfanne oder die Tasse werden zu Klanginstrumenten.

Das Einbeziehen des Raumes in die Gestaltung einer Lernumgebung ermöglicht durch die dritte Dimension den Einbezug des Körpers. Die Person erlebt sich in der Interaktion mit dem sie umgebenden Raum. Bewegungsabläufe und Bewegungen des Körpers können mathematisch interpretiert werden (Vogel 2008). Bewegungen des Körpers, wie klatschen, können dabei Elemente musikalischer Produktion sein.

4.3 Aufbau und Struktur der Beispiele

Dieses Handbuch für Lehrerinnen und Lehrer enthält sechs Unterrichtsbeispiele, die einen ersten Eindruck in die Möglichkeiten geben, Musik und Mathematik im Unterricht zu verbinden. Die Struktur der Darstellung folgt einem didaktischen Design Pattern. Design Patterns wurden erstmals von Alexander et al. (1977) entwickelt und dann für den Bereich des Lernens und Lehrens adaptiert (Vogel 2014). Design Patterns beschreiben wiederkehrende Probleme und bieten verallgemeinerte Lösungen für diese an (Vogel und Wippermann 2011). Dies wird durch eine formalisierte Struktur ermöglicht, in der (didaktische) Situationen (Pattern) offen und doch standardisiert dargestellt werden. Beispiele gehen in der Regel durch mehrere Überarbeitungsschleifen, bevor sie ihre endgültige (und doch vorläufige) Form erhalten.

Die nachfolgenden Beispiele in Kapitel fünf sind alle nach dem gleichen Muster aufbereitet, wobei der dritte Teil, *Umsetzung*, die Durchführung der Aktivität selbst beschreibt.

Überblick	Vorbereitung	Umsetzung	Variationen
• Titel • Thema • Schlagworte • Kurzbeschreibung • Zuordnung zur Sammlung curricularer Inhalte	• Voraussetzungen in Mathe • Voraussetzungen in Musik • Verbindungen zwischen Mathe und Musik	• Ziele • Zielgruppe • Zeitvorgabe • Durchführungsvorschlag • Material, Bilder, Musik	• Variationen • Weitere Anregungen für die Musik • Weitere Anregungen für Mathe

Abbildung 3: Durchgehende Struktur aller Beispiele in Kapitel 5

Teil I: Überblick

Der erste Teil gibt einen Überblick über die jeweiligen Aktivitäten, so dass geeignete Beispiele für den eigenen Unterricht schnell gefunden werden können. Schlagworte und Kurzbeschreibung geben einen schnellen Einblick in den Ablauf sowie die Ziele. Da die meisten Beispiele auf niederschwelligen, einfachen Ideen aufbauen, können erfahrene Lehrpersonen bereits mit diesem Überblick und einem kurzen Blick in Teil 3 Aktivitäten durchführen. Wir schlagen trotzdem vor, auf jeden Fall einen Blick in die Variationen zu werfen, da gerade die weiteren Anregungen der wichtigste Teil für eine gewinnbringende, zukünftige Entwicklung der Aktivitäten darstellt.

Mit diesem Handbuch verbunden ist eine Zusammenstellung der „Zentralen Fähigkeiten und Kompetenzen" für Mathematik und Musik. Jede Aktivität hat einen Bezug zu dieser Sammlung, welche aus offiziellen Lehrplänen aller Partnerländer zusammengestellt wurde (maths.emportfolio.eu).

Teil II: Vorbereitung

Dieser Abschnitt zur Vorbereitung der Beispiele soll sicherstellen, dass alle Schülerinnen und Schüler die für die Durchführung erforderlichen Kompetenzen und Fähigkeiten mitbringen. Einige mögen wichtiger sein als andere, jedoch sollen die Aktivitäten Spaß bereiten und den Schülerinnen und Schülern deshalb leicht von der Hand gehen, ohne dass sich während der Durchführung größere Schwierigkeiten auftun. Bitte lesen Sie diesen Abschnitt im Sinne eines reibungslosen Ablaufes sorgfältig durch.

Teil III: Umsetzung

Der dritte Abschnitt beschreibt, wie die Aktivität in der Schule umgesetzt werden *könnte*. Der genannte Umsetzungsvorschlag dient dabei als Leitfaden für den Start, im Sinne eines Spickzettels.[4] Es ist nicht mehr als eine kurze Einführung und kann einen gründlichen Unterrichtsentwurf nicht ersetzen. Zusätzlich geben Ziele, die Zielgruppe sowie der ungefähre Zeithorizont weitere, detaillierte Informationen, die für eine gründliche Vorbereitung genutzt werden können.

Teil IV: Variationen

Die Variationen zeigen nicht nur unterschiedliche Herangehensweisen an die beschriebene Aktivität, sondern wollen für die Welt des fächerverbindenden Unterrichts im gegebenen Thema sensibilisieren. Die Aktivitäten in diesem Lehrerhandbuch sind bewusst kurz und einfach gehalten. Jede Aktivität kann somit als Türöffner in ein ganzes Universum von Ideen betrachtet werden.

Abbildung 4: Aufbau der Beispiele mit den zugeordneten Symbolen

[4] Liebetrau (2004, S. 9).

Die Beispiele in Kapitel 5 werden mit der Vorlage aus Abbildung 5 dargestellt. Diese Vorlage nutzt kleine Icons für eine schnelle Orientierung: Teil I, der Überblick, zeigt ein *Auge*. Teil II, die Darstellung der nötigen Vorarbeiten, nutzt das Bild eines *Notizbuches*. Dieser Teil gibt auch Hinweise auf Hintergrundinformationen in Bezug auf die Verbindung von Mathematik und Musik, und ist damit auch der komplexeste Teil der Darstellung. Das Bild für Teil III zeigt ein *Puzzleteil*. Dies bedeutet, dass diese Aktivität – mit ihren Zielen und Charakteristika – ein bedeutsamer Beitrag zur gesamten Idee unseres Lernansatzes ist: klingende Wege in die Mathematik, mathematische Wege zu Klängen. Zuletzt zeigt das Bild für Teil IV zwei *Pfeile*, die in unterschiedliche Richtungen zeigen. In diesem Abschnitt werden Variationen der Aktivität vorgestellt, so dass Lehrpersonen mehr als eine Möglichkeit vorgestellt bekommen, die Aktivität auszuführen und hoffentlich angeregt werden, selbst eigene Wege zu entdecken.

Aktivitäten Vorlage - Titel

Thema

Schlagworte

Kurzbeschreibung

Zuordnung zur Sammlung der curricularen Inhalte von Mathe und Musik

Vorbereitung

Voraussetzungen in Mathe

Voraussetzungen in Musik

Verbindung zwischen Mathe und Musik (inkl. besonderer Gewinn fürs Lernen)

Umsetzung der Aktivität

Ziele

Zielgruppe (Alter, Gruppenstärke, besondere Hinweise, usw.)

Zeitvorgabe

Aktivität – Durchführungsvorschlag

Material, Bilder, Musik – Material/Raumarrangement

Variationen

Variationen

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Musik

Anregungen für mögliche Erweiterungen - Mathe

Literatur

Abbildung 5: Vorlage für Aktivitäten

5 Beispiele

5.1 Klingende Wege rund um die Schule

Thema

'Klingende Wege rund um die Schule' nutzt Soundscapes (Klanglandschaften), ihre Verbindungen und ihre möglichen Darstellungsweisen.

Schlagworte

Soundscapes (Klanglandschaften), Zuhören, Zeitstrahl, Relationen

Kurzbeschreibung

In dieser Aktivität werden Lernende Klänge aus ihrer (Schul-)Umwelt anhören, sie einem Zeitstrahl zuordnen und selbstständig Soundscapes erforschen.

Zuordnung zur Sammlung der curricularen Inhalte von Mathe und Musik

Musik: Würdigung von Musik und akustischer Wahrnehmung durch zuhören; differenzierte Wahrnehmung von Klängen; Fähigkeit, Klänge und Geräusche anhand unterschiedlicher Parameter zu beschreiben; die Flüchtigkeit von Klängen und Geräuschen erfahren; grafische Notation.
Mathe: Geometrie (Längentransformation); Messen (Längen, transformieren); Zahlen (schätzen und vergleichen); räumliche und zeitliche Orientierung; Ordnung; Verhältnisse (und/oder, vor- und nachher, gleichzeitig, usw.); Mengenlehre.

Vorbereitung

Voraussetzungen in Mathe

Kenntnisse in räumlicher Orientierung, Schätzen von Zeit und Entfernungen.

Voraussetzungen in Musik

Kenntnisse mit auditiver Wahrnehmung von Umgebungsgeräuschen.

Verbindung zwischen Mathe und Musik (inkl. besonderer Gewinn fürs Lernen)

Das Hören von Soundwalks (siehe Literaturverzeichnis für eine Definition) und die Wahrnehmung der aufgezeichneten Klänge verbindet räumliche Orientierung und das Schätzen von Zeit und Entfernung mit auditiver Wahrnehmung von Umgebungsklängen.
Die Zuordnung eines Klanges/Ereignisses zu einer bestimmten Zeit hängt mit der Zuordnung von Entfernung/Zeit in Mathematik zusammen. Gruppenbildung anhand unterschiedlicher Kriterien (Entfernung, Quelle, Dauer, Lautstärke) nutzt Aspekte aus der Mengenlehre.

Umsetzung der Aktivität

Ziele

Verbesserung der Hörfähigkeit der Lernenden und ihrer Fähigkeit, Klänge zu beschreiben. Ein Verständnis dafür entwickeln, dass Klänge flüchtig sind und die Wahrnehmung und Erinnerung an die Klänge subjektiv ist. Zeitstrahl angemessen nutzen und Klänge anhand unterschiedlicher Kriterien gruppieren; Reihenfolgen finden (nahe/fern, laut/leise, erstes/letztes).

Zielgruppe (Alter, Gruppenstärke, besondere Hinweise, usw.)

Alter: 6–11 Jahre (+), bis zu 30 Schüler. Diskussionen sind auch in kleineren Gruppen möglich.

Zeitvorgabe

30 Minuten für den Durchführungsvorschlag

Aktivität – Durchführungsvorschlag

Vorbereitung: Die Lehrperson macht eine Aufnahme eines Soundwalks im Umfeld der Schule. (Durch das Tragen von 'lauten' Schuhen kann der Klang des Bodens und Raumes besser in Verbindung mit den vielen anderen Geräuschen der Umgebung gebracht werden.)

1. Die Lernenden hören der Aufnahme aufmerksam zu. Zusätzlich fertigen sie erste, eigene Notizen dazu an, was sie denken auf der Aufnahme zu hören.
2. Die Antworten werden auf Karten gesammelt und in der Klasse diskutiert, sowie nach unterschiedlichen Kriterien sortiert (Quelle, Form, Entfernung, Lautstärke, usw.) indem man Gruppen bildet und diese in Verbindung zueinander setzt.
3. Ordnen der Klänge mit den Schülerinnen und Schülern auf einem Zeitstrahl, der an der Tafel oder auf dem Boden mit einer Linie oder mit Wäscheklammern markiert ist. Die Diskussion kann mit der Reihenfolge beginnen und später auf die Zeit zwischen den Ereignissen ausgeweitet werden.
4. Der Soundwalk wird mit den Lernenden wiederholt (dies kann auch an einem anderen Tag stattfinden).

Material, Bilder, Musik – Material/Raumarrangement

Eigene Aufnahme, bevorzugter Weise einen Soundwalk rund um die Schule (wir empfehlen, dass die Aufnahme nicht länger als zwei Minuten ist),
Aufnahmegeräte (Mobiltelefon Apps, Klangrekorder, usw.) (wir empfehlen ‚soundOscope' als App für mobile Geräte)

Variationen

Variationen

Es wird eine weitere Aufnahme erstellt (oder von den Lernenden angefertigt) und mit dem ersten Soundwalk verglichen.
Was ist neu, was ist gleich, was hat sich verändert? Versucht, die neuen Klänge und Geräusche in den ersten Zeitstrahl einzufügen.
Lerngruppen entwickeln/installieren einen Soundwalk in der Nähe der Schule und erweitern und entdecken diesen wie im Durchführungsvorschlag beschrieben (z.B. zu einer anderen Zeit oder bei anderem Wetter).
In höheren Klassen können GPS Geräte genutzt werden, um die Route aufzuzeichnen und später darzustellen (z.B. auf einer Online Karte wie Google Maps).
Die Soundwalks können auch mit Klassen von anderen Schulen ausgetauscht werden.

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Musik

Die verschiedenen Klänge können mit einer Partitur kombiniert und mit Instrumenten gespielt werden. Hierzu können einzelne Klänge als Samples genutzt werden, um einen Rhythmus zu erzeugen.
Es kann eine Notation erfunden werden, um Klänge zu beschreiben. Hierzu werden unterschiedliche, brauchbare Zeichen für unterschiedliche Klänge und ihre Entwicklung erfunden.
Typische Klänge können mit einem Aufnahmegerät aufgezeichnet werden. *Wer kennt die Plätze/Klänge in der Nähe der Schule, in der Nachbarschaft, in der Stadt?*
Weiterhin ist möglich, aus diesem Material ein Spiel oder eine Schnitzeljagd zu entwickeln, vielleicht auch unter der Beteiligung anderer Klassen und/oder der Eltern.

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Mathe

Lernende zeichnen Karten der Soundwalks und vergleichen sie.
Bereitet eine Karte vor und unterteilt sie in Gruppen oder Orte, die durch Wege verbunden sind.
Lernende versuchen einen Weg auf der Karte zu finden, der es ihnen erlaubt, jeden Pfad nur einmal zu nutzen. Alternativ können kürzeste Weg gesucht oder versucht werden, alle Punkte auf dem Schulgelände zu verbinden. Anschließend wird eine Aufnahme dieses Weges erstellt.
Mögliche Arbeitsaufträge:

- Messen der Entfernung aus der ein Brunnen, eine Straße oder die Schulglocke unter verschiedenen Rahmenbedingungen (Wetter, Geräuschkulisse, Zeit) (noch) gehört werden kann.
- Sammeln und identifizieren der Klänge eines bestimmten Soundwalks über einen längeren Zeitraum und diese in Gruppen zusammen. Einige werden sehr unterschiedlich sein, andere weisen Gemeinsamkeiten auf, z.B. eine regelmäßig genutzte Autobahn und Lastwägen sind menschliche Erfindungen während ein Fluss natürlich ist. Beide Geräusche, Fluss und Autobahn, sind kontinuierlich, wenn man sich nicht bewegt.
- Den gleichen Soundwalk wiederholt aufnehmen, wobei die Schrittfrequenz mit lauten Schuhen variiert wird. Anhalten und dann zurück laufen.

Literatur

Software 'soundOscope':
https://itunes.apple.com/ch/app/soundoscope/id494240165?mt=8
Cslovjecsek, Markus (et al.): Mathe macht Musik, Impulse zum musikalischen Unterricht mit dem Zahlenbuch 3 und 4, Klett und Balmer Verlag, Zug, 2004, p. 23, p. 69.
Westerkamp, Hildegard (1974): Soundwalking. In: Sound Heritage III/4. [http://www.sfu.ca/~westerka/writings%20page/articles%20pages/soundwalking.html, 29.1.2015]
Dietze, Lena (2000). Soundscapes – Klanglandschaften, Soundwalks – Klangspaziergänge. In: L. Huber & E. Odersky (Hrsg): Zuhören-Lernen-Verstehen (S. 92-103). Braunschweig: Westermann, Reihe Praxis Pädagogik.
Schafer, R. Murray (2010). Die Ordnung der Klänge. Eine Kulturgeschichte des Hörens. Mainz: Schott.
Schafer, R. Murray (1977). The Tuning of the World. New York: Knopf.
Schafer, R. Murray (1994). Soundscape: Our Sonic Environment and the Tuning of the World. Rochester, VT: Destiny Books.
Examples of soundwalks on YouTube

5.2 Hüpf den Takt – multiplikative Verhältnisse und Metrum

Thema

Diese Aktivität nutzt den eigenen Körper, Klangfarben und Metrum, um Kinder zum Gebrauch von Pattern und Rhythmus zu ermutigen, damit diese ein vertieftes Verständnis von multiplikativen Zusammenhängen entwickeln.

Schlagworte

Metrum, Rhythmus, multiplikative Zusammenhänge

Kurzbeschreibung

Durch Zählen des Metrums in einem Kreis, verbunden mit Body Percussion Elementen, verbessern die Kinder ihr Verständnis von multiplikativen Zusammenhängen. Es werden sowohl musikalisches Metrum als auch multiplikative Zusammenhänge in dieser Aktivität betont.

Zuordnung zur Sammlung der curricularen Inhalte von Mathe und Musik

Musik: Puls, Metrum und Rhythmus; praktisches Musizieren
Mathe: mathemaisch begründen, Verbindungen herstellen; mathematische Ideen kommunizieren; Zahlenverhältnisse – Multiplikation, Schätzen

Vorbereitung

Voraussetzungen in Mathe

Addition, Multiplikation, Muster

Voraussetzungen in Musik

Physische Koordination (Klatschen, Stampfen), Puls/Metrum

Verbindung zwischen Mathe und Musik (inkl. besonderer Gewinn fürs Lernen)

Multiplikative Zusammenhänge und musikalisches Metrum

Umsetzung der Aktivität

Ziele

Durch Gruppenarbeit und Körpererfahrung wird das Verständnis der Kinder von multiplikativen Zusammenhängen und musikalischem Metrum gefördert.

Zielgruppe (Alter, Gruppenstärke, besondere Hinweise, usw.)

Alter: 7+ Jahre; Klassenaktivität

Zeitvorgabe

20+ min.

Aktivität – Durchführungsvorschlag

- Es wird ein Kreis mit den Kindern gebildet. Die Lehrperson erklärt, dass jedes Kind genau eine Zahl zwischen 1 und 4 sagen muss, während die Lehrperson im Kreis herumgeht. Die Lehrperson startet zunächst mit dem Kind rechts und geht im Kreis, 1, 2, 3, 4 zählend weiter, bis jedes Kind im Kreis eine Zahl gesagt hat (1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, usw.). Dies wird solange wiederholt, bis ein durchgehender Zählrhythmus entsteht.
- Die Lehrperson beginnt mit den Body Percussion Elementen, sobald die Kinder dies verstanden haben. Kinder mit der Nummer 1 sollen klatschen, die mit der Nummer 4 stampfen.
  Wer hat die Zahl 1? Wer hat die Zahl 4?
  Wenn man einmal im Kreis herum ist, endet man dann mit der Zahl 4?
  Können die Kinder erklären, was hier passiert ist?
- Höchst wahrscheinlich endet der Kreis nicht auf 4. Wenn dies der Fall ist, fragt die Lehrperson die Kinder, wie oft man im Kreis gehen müsste, um auf der 4 zu enden.
  Versucht es und schaut was passiert?
- Diese Aktivität kann mit verschiedenen Zahlen (z.B. 3 oder 5) wiederholt werden. Es ist wichtig, dass die Kinder ermutigt werden, vorherzusagen was passieren wird, bevor sie es ausprobieren.
  Stimmt es, was ihr gedacht habe?
- Was sagen die Kinder zu den unterschiedlichen Rhythmen? Gibt es welche, die sie bevorzugen? Warum?

Material, Bilder, Musik – Material/Raumarrangement

Material: Es wir kein weiteres Material benötigt.
Anmerkungen: Diese Aktivität sollte in einem Raum durchgeführt werden, in dem die Kinder genug Platz zur Bildung eines Kreises und für Partnerarbeit haben.

Variationen

Variationen
Die Lehrperson ermutigt die Kinder, weitere Body Percussion Elemente zwischen der ersten und letzten Zahl einzufügen (z.B. Schnipsen, Schnalzen). - Die Klasse kann in kleinere Gruppen geteilt werden, die die Aktivität dann wiederholen. *Was erkennt ihr diesmal? War es schwerer oder einfacher?* - Auf der Basis der ersten Version können die Kinder mit der Zahl 2 und 3 schweigen, die Gruppe soll aber trotzdem im Rhythmus bleiben, so dass man nur noch die Klänge von 1 und 4 hört (Klatschen und Stampfen).
Anregungen für mögliche Erweiterungen – Musik
- Kinder können eigene Body Percussion Elemente erfinden. - Kinder können Instrumente anstatt Zahlen und Body Percussion verwenden. - Eine größere Herausforderung kann darin bestehen, Pausen in die Aufführung einzubauen.
Anregungen für mögliche Erweiterungen – Mathe
- Aktivitäten, die auf Multiplikationen, Faktoren, kleinstem gemeinsamen Vielfachen und größtem gemeinsamen Teiler beruhen - Aktivitäten, die Muster und Sequenzen beinhalten - Entwicklung von Ideen für Permutationen und Kombinationen

5.3 Wir klatschen den kleinsten gemeinsamen Vielfachen von 2,3 und 5

Thema

„Wir klatschen den kleinsten gemeinsamen Vielfachen von 2, 3 und 5“, indem Body Percussion und unterschiedliche Körperklänge, Positionen und Verbindungen genutzt werden, um folgende Frage zu lösen:
Welches ist das kleinste gemeinsame Vielfache von 2, 3 und 5?

Schlagworte

Kleinster gemeinsamer Vielfache (KGV), Body Percussion, Körperklänge

Kurzbeschreibung

In dieser Aktivität lernen die Kinder drei Body Percussion Pattern, je eines für die Zahlen 2, 3 und 5. Anschließend werden diese Pattern gleichzeitig gespielt, während auf 30 gezählt wird, um das kgV der Zahlen 2, 3 und 5 zu finden. Während sie auf die verschiedenen Körperklänge hören, finden die Schülerinnen und Schüler nicht nur das kgV von 2, 3 und 5 sondern auch viele andere Vielfache dieser drei Zahlen und so Verbindungen zwischen diesen Zahlen.

Zuordnung zur Sammlung der curricularen Inhalte von Mathe und Musik

Musik: Body Percussion; erkennen verschiedener Körperklänge und Klangfarben; dem Rhythmus folgen; rhythmische Notation; rhythmische Imitation; regelmäßige und rhythmische Genauigkeit; die Fähigkeit, gleichzeitig zu spielen und zu hören.
Mathe: Nutzen von Argumentation und Beweis, um das kgV zu finden; Ordnung; Verhältnisse; Nummerierung; Vielfache (und Teiler); Zusammenhänge.

Vorbereitung

Voraussetzungen in Mathe

Grundlegende Fähigkeiten beim Zählen und Nummerieren. Das kgV muss nicht bekannt sein, es kann durch die Aktivität eingeführt werden.

Voraussetzungen in Musik

Grundlegende Kenntnisse von rhythmischen Pattern (Lesen und Spielen). Body Percussion muss nicht bekannt sein, es kann über die Aktivität eingeführt werden.

Verbindung zwischen Mathe und Musik (inkl. besonderer Gewinn fürs Lernen)

Ein rhythmisches Pattern zusammen mit dem Zählen (1-30) aufzuführen und einem Grundpuls zu folgen verweist auf mathematische Genauigkeit, Zusammenhänge, Zählen, Ordnung und Zeit.
Die Klasse in drei Gruppen zu teilen, die jede ein unterschiedliches rhythmisches Pattern spielt, ist mit der Gleichzeitigkeit von Zahlen und deren Zusammenhängen (Vielfache und Teiler) verbunden.
In dieser Aktivität sollen Kinder eine mathematische Aufgabe lösen, indem sie auf gleiche Körperklänge achten. Dafür ist es notwendig, dass sie dem gleichen Puls folgen und rhythmische Genauigkeit entwickeln.
Gleiche Klänge verweisen auf das kgV einiger Zahlen.

Umsetzung der Aktivität

Ziele

Musikpraktische und rhythmische Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler verbessern; den gleichen Klang zu hören und zu erkennen, um die Aufgabe zu lösen; das kgV und andere Vielfache der Zahlen zu finden; dem Puls und Rhythmus präzise zu folgen; Rhythmische Pattern mit Body Percussion aufzuführen.

Zielgruppe (Alter, Gruppenstärke, besondere Hinweise, usw.)

Alter: 8-11+ Jahre, bis zu 30 Schülerinnen und Schüler (Lernende mit besonderen Bedürfnissen können den Rhythmus über Imitation lernen)

Zeitvorgabe

2 Stunden, um die ganze Aktivität zu erfassen. 30 min um das kgV von zwei Zahlen (2/3; 2/5; 3/5) statt von drei zu finden.

Aktivität – Durchführungsvorschlag

1. Die Lehrperson beginnt mit dem Body Percussion Pattern der Zahl 2. Sie übt mit den Kindern ein Body Percussion Pattern mit 30 Schlägen (siehe Materialien) und erklärt die Bedeutung jedes Symbols.
   Sofern die Fähigkeiten der Lernenden ausreichen, ist es möglich, das Pattern zu lernen, indem es gelesen wird. Die Lehrperson stellt sicher, dass alle dem Puls durch Zählen der Nummern (1-30) folgen. Die Vielfachen von 2 (2, 4, 6, 8 bis 30) sollen mit dem Klatschen zusammenfallen. Wenn die Kinder die Partitur nicht lesen können, kann die Lehrperson das Pattern durch Imitation einüben, auf diese Weise kann das rhythmische Gedächtnis verbessert werden. Sobald die Lernenden ihr Pattern gelernt haben, wird dieses aufgeführt und dabei auf 30 gezählt.
   Achtet auf den Puls!
2. Dieses Vorgehen wird mit dem Body Percussion Pattern für die Zahl 3 wiederholt (siehe Materialien). Es ist darauf zu achten, dass das Klatschen jetzt auf den Vielfachen der Zahl 3 erfolgt (3, 6, 9 bis 30).
3. Die Lehrperson teilt die Klasse in zwei Gruppen (die sich gegenüberstehen). Eine Reihe führt die Body Percussion der Zahl 2 auf, die andere Gruppe diejenige der Zahl 3. Bei jedem Vielfachen von 2 und 3 klatschen beide Gruppen gleichzeitig. Beim ersten Mal, wenn dies passiert, haben sie das kgV der Zahlen 2 und 3 gefunden. (Am Ende können die Kinder eine Liste aller gemeinsamen Vielfachen machen, indem sie auf den gleichen Klang (Klatschen) hören.
4. Nun kann die Lehrperson das Body Percussion Pattern der Zahl 5 einführen (siehe Material) und es kann versucht werden gemeinsam, das kgV von 2, 3 und 5 zu finden. Die Einführung des Pattern der Zahl 5 erfolgt wie oben beschrieben. Es ist darauf zu achten, dass im Body Percussion Pattern der Zahl 5 die Vielfachen von 5 ebenso mit den Klatschen zusammenfallen. Mit zwei gegenüberstehenden Reihen können die Kinder nun das kgV von 2 und 5 (10) oder 3 und 5 (15) finden.
5. Zuletzt stellt die Lehrperson die Kinder in drei Reihen auf, zwei parallel, eine senkrecht dazu, und jede Reihe führt das Body Percussion Pattern einer Zahl (2, 3 oder 5) auf. Sobald alle Schülerinnen und Schüler gleichzeitig klatschen, haben sie das kgV der Zahlen 2, 3 und 5 (30) gefunden. Es ist notwendig auf 30 zu zählen, um feststellen zu können, bei welchen weiteren Zahlen die drei Reihen zusammenkommen.

6. Die Lehrperson kann das Bild der drei Rhythmus Patterns an die Wand projizieren (siehe Materialien), um zu zeigen, welche Zahlen von allen geklatscht werden (die gemeinsamen Vielfachen von 2, 3 und 5).

Material, Bilder, Musik – Material/Raumarrangement

Klatsche das kgV von 2,3 und 5

Variationen

Variationen

Variation 1: Statt Body Percussion können die Töne c‘ (Füsse), e‘ (Schenkel), g‘ (Klatschen) und c“ (Brust) genutzt werden. Durch diese Variation entstehen Dreiklänge. Die Vorgehensweise ist identisch, jedoch müssen leichte melodische Patterns genutzt werden, mit der Note g‘ für die Vielfachen jeder Zahl.
Jedes Mal, wenn die Note g‘ gesungen/gespielt wird, wurde ein Vielfaches gefunden. Während gesungen wird ist es nicht möglich die Zahlen zu sagen. Diese können an die Tafel geschrieben werden und die Lehrperson, oder ein Kind, zeigt darauf, während er dem Puls folgt. Die Lehrperson kann sie auch laut aufsagen, während die Kinder die Melodien zu ihrer Zahl singen (2, 3 oder 5).
Variation 2: Die Lernenden stehen in einem Kreis und nutzen Body Percussion. Sie folgen dem Kreis nach rechts. Jedes Kind spielt die passende rhythmische Figur, während es die dazugehörige Zahl lauf aufsagt. Folgt man z.B. dem Pattern für 2, würden die Kinder realisieren, dass die Kinder, die die Zahlen 2, 4, 6 oder 8 sagen, in die Hände klatschen. Dies sind die Vielfachen von 2. Wiederholt man die Aktivität mit den rhythmischen Pattern der Zahlen 3 und 5 (wobei man immer mit dem gleichen Kind beginnt), erkennt man die gemeinsamen Vielfachen dieser Zahlen.

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Musik

Lernende können eigene, kompliziertere Body Percussion Patterns erfinden und dabei den Klang der Vielfachen ändern.
Lernende können melodische Pattern für jede Zahl erfinden und aufschreiben.
Lehrpersonen können den Akkord oder die Note ändern, die den Vielfachen entspricht.
Es können Körperklänge der Body Percussion geändert werden.
Instrumente können genutzt werden, um jeden Rhythmus aufzuführen, um ebenso viele Klänge wie bei der Body Percussion zu haben.

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Mathe

Es können die Zahlen geändert und deren kleinstes gemeinsames Vielfache und andere Vielfache gesucht werden.
Wenn mit den Lernenden die Variation 2 durchgeführt wird, könnte durch die Aufstellung im Kreis über Geometrie gesprochen werden.

5.4 Klingende Zahlen

Thema

Die Aktivität „Klingende Zahlen“ beschäftigt sich mit der Erfindung akustische Modellierungen für natürliche Zahlen.

Schlagworte

Mathe: Zahlen, Stellen, die Position einer Zahl im Dezimalsystem (erweiterte und gekürzte Schreibweise), Aufspaltung einer Zahl.
Musik: Rhythmus, Metrum

Kurzbeschreibung

In dieser Aktivität sollen Lernende unterschiedliche akustische Darstellungen für natürliche Zahlen erfinden, diese identifizieren und n-stellige natürliche Zahlen auf der Basis ihrer akustischen Repräsentation aufschreiben.

Zuordnung zur Sammlung der curricularen Inhalte von Mathe und Musik

Musik: musikalische Grundlagen (Puls, Rhythmus); Spielen von Instrumenten und Singen; rhythmische Imitation
Mathe: Zahlen (natürliche Zahlen, Stellenwert); Zählen; die Stellwertschreibweise im dezimalen Zahlensystem

Vorbereitung

Voraussetzungen in Mathe

Grundlegende mathematische Fähigkeiten – Lesen und Schreiben von natürlichen Zahlen im dezimalen Stellenwertsystem, grafische Darstellung n-stelliger Zahlen.

Voraussetzungen in Musik

Kennen und verstehen des Prinzips „Echo“ (Body Percussion, rhythmische Kinderinstrumente)

Verbindung zwischen Mathe und Musik (inkl. besonderer Gewinn fürs Lernen)

Hören auf verschiedene Klänge für Zehnerpotenzen (Zehner, Hunderter, usw.) und diese dann zählen, um das abstrakte Konzept des dezimalen Stellenwertsystems mit einer akustischen Modellierung einer Zahl zu verbinden.
Erfinden und Benutzen von Klängen kann Kindern helfen, die elementaren Regeln des dezimalen Stellenwertsystems zu verstehen.
“Klingende Zahlen” enthält Elemente der Kombinatorik und ist mit dem Spielen von Instrumenten verbunden.

Umsetzung der Aktivität

Ziele

Ein Verständnis dafür entwickeln, dass natürliche Zahlen auf unterschiedliche Weise dargestellt werden können (schriftlich Notation, grafische Repräsenationen (Symbole), Manipulation mit kleinen Objekten, akustische Modellierung). Die Fähigkeiten von Lernenden verbessern, die geschriebene Darstellung von Zahlen in eine akustische zu überführen und umgekehrt.

Zielgruppe (Alter, Gruppenstärke, besondere Hinweise, usw.)

Alter: 7-9+ Jahre: zwei Gruppen mit mind. vier Schülern; oder Partnerarbeit

Zeitvorgabe

20 min für den Durchführungsvorschlag

Aktivität – Durchführungsvorschlag

- Die Lehrperson schreibt eine dreistellige Zahl im dezimalen Stellenwertsyst symbolisch und in einer grafischen (ikonischen) Darstellung an die Tafel (z.B. 235, //---+++++).
- Die Lehrperson stellt diese Zahl akustisch durch Stampfen (2x), Schnipsen (3x) und Klatschen (5x) dar. Dann wird die nächste Zahl akustisch dargestellt und die Lernenden notieren sie im dezimalen Stellenwertsystem mit Ziffern oder mit grafischen Zeichen (grafische Repräsentation).
- Lernende jeder Gruppe erfinden eigene Klänge, um eine akustische Repräsentation natürlicher (z.B. 3-stelliger) Zahlen zu kodieren. Sie können unterschiedliche Klänge nutzen (Körperklänge, Orff Instrumente, Löffel usw.).
- Die Lernenden der ersten Gruppe präsentieren die Zahlen mit ihrem Soundcode.
- Die Lernenden der zweiten Gruppe notieren diese „klingenden Zahlen“ im dezimalen Stellenwertsystem mit Ziffern oder in einer grafischen Repräsentation.
- Die Ergebnisse werden kontrolliert und diskutiert:
  Welche Zahlen wurden gespielt (repräsentiert) und welche Arten von Codes wurden benutzt?
- Unterschiedliche Repräsentationen (grafisch, akustisch, symbolisch) von natürlichen Zahlen werden verglichen und ihre Vor- und Nachteile diskutiert.

Material, Bilder, Musik – Material/Raumarrangement

Papier, Stift, Tafel, Orff Instrumente
Lernende sitzen an ihren Tischen und arbeiten in zwei Gruppen oder mit Partnern.

Variationen

Variationen

- Diese Aktivität kann auch als Partnerarbeit stattfinden (kooperatives Lernen)
- Beliebige Objekte oder Musikinstrumente (Stöcke, Triangeln, Trommeln, Tassen, Dosen oder Kugeln) können für diese Aktivität genutzt werden.
- Die Zeichen der Klänge unterstützen Lernende Zahlen in symbolischer oder grafischer Darstellung erklingen zu lassen: z.B. 235 und //---+++++.
- Die Aktivität kann auch mit einer Gruppe älterer Schülerinnen und Schüler ausgeführt werden, abhängig von der Art der Zahlen (z.B. über 1.000, 10.000, usw.)
- Es gibt Raum, andere Aufgaben in Abhängigkeit von den Fähigkeiten und Möglichkeiten der Kinder in der Zielgruppe zu entwickeln. Aus der Sicht der Zielgruppe ist es möglich, Aufgaben flexibel an jede Altersgruppe oder Zahlenreihe anzupassen.

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Musik

Erfinden unterschiedlicher Klänge für Zeichen in der grafischen und symbolischen Darstellung der natürlichen Zahlen.
Erfinden einer Notation, um die Zahlen aufzuschreiben (Einheiten, Zehner, Hunderter)
Notenwerte könnten den Stellenwert der Zahlen im Dezimalsystem repräsentieren (z.B. Viertelnote = Einer, Halbe Note = Zehner, Ganze Note = Hunderter).

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Mathe

Durch die regelmäßige Wiederholung dieser Aktivität im ersten Jahr der Sekundarstufe kann ein neues, atypisches Repräsentationsformat der natürlichen Zahlen entwickelt werden, welches sich von den konkreten Darstellungen (Abacus, Würfel, Gegenstände, grafische Repräsentation) unterscheidet. Während des Lernprozesses ist es notwendig, eine je eigene mentale Repräsentation einer mehrstelligen Zahl zu entwickeln. Eine Reihe von Klängen wird in das Symbol einer Ziffer verwandelt, welche im Gedächtnis bleibt und mit mathematischer Terminologie aufgezeichnet wird. Die oben erwähnten Aktivitäten zu dirigieren, verbessert die Entwicklung kognitiver Prozesse und fördert ausführende Funktionen, speziell des Arbeitsgedächtnisses und der Verschiebung.

Literatur

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. 2001. Dítě, škola, matematika. Konstruktivisticképřístupy k vyučování. Praha: Portál, 2001.
SONNESYN, G. Metodologie Grunnalget – Model pojmového vyučování (Concept Teaching Model).
CSLOVJECSEK, M., LINNEWEBER-LAMMERSKITTEN, H. 2011. Snappings, Clappings and the Representation of Numbers. The New Jersey Mathematics Teacher. Vol. 69, Issue 1, pp. 10-12.

5.5 Winkeltänze

Thema

Verschiedene Arten von Winkeln werden über unterschiedliche Arm- und Beinpositionen in einer Tanzchoreographie dargestellt.

Schlagworte

Winkel, Körperbewegungen, Muster

Kurzbeschreibung

In dieser Lernumgebung wird eine Tanzchoreografie entwickelt. Die Tänzer stellen unterschiedliche Arten von Winkeln mit verschiedenen Arm- und Beinpositionen dar. Die Choreografie wird zunächst mit Papierfiguren entwickelt; danach sollen die Tänzerinnen und Tänzer ihre Choreografie zu passender Musik darstellen. Die unterschiedlichen Positionen der Beine und Arme sollen in einer fließenden Bewegung verbunden werden. Abhängig vom Wissen der Lernenden können die Winkel mit Hilfe von Bildern in die Lernumgebung eingeführt werden.

Zuordnung zur Sammlung der curricularen Inhalte von Mathe und Musik

Mathematische Ideen mit verschiedenen Repräsentationen kommunizieren; Arten von Winkeln; Mustererkennung; Musik mit Körperbewegungen darstellen; körperliche Reaktionen auf Musik

Vorbereitung

Voraussetzungen in Mathe

- Wissen über verschiedene Winkelarten: rechter Winkel, spitzer Winkel, stumpfer Winkel, gestreckter Winkel
- Grundwissen über Winkel: zwei Schenkel bilden ein Winkelfeld, mehrere Winkelfelder summieren sich zu 360°.

Der Schwerpunkt der Winkeltänze liegt auf den Armen und Beinen. Diese Teile des Körpers sind wegen ihrer besonderen Verbindungen (den Gelenken) besonders beweglich. Sehr hohe Beweglichkeit gibt es in den Knien und im Ellbogen. Zwischen den Ober- und Unterarme sowie dem Ober- und Unterschenkel können so geometrische Winkelfelder entstehen.

Voraussetzungen in Musik

Im Zentrum dieser Lernumgebung steht das Tanzen. Der Ausdruck des Tanzes entsteht durch die Bewegung des Körpers und der Gliedmaßen (Arme und Beine).

Verbindung zwischen Mathe und Musik (inkl. besonderer Gewinn fürs Lernen)

Musik besteht aus Klangmustern, welche verschiedene Stimmungen repräsentieren und in geometrische Figuren verwandelt werden. Ein spitzer Winkel hat eine andere Darstellungskraft als ein stumpfer Winkel. Dies kann im Winkeltanz entwickelt werden.

Umsetzung der Aktivität

Ziele

- Klangmuster in der Musik erkennen → Stimmungen
- Klangmuster sollen in Körperbewegungen verwandelt werden (Tanz)
- Übersetzung von Stimmungen (ausgelöst durch die Musik) in Bewegungen und damit in geometrische Figuren: Wahl einer angemessenen Art von Winkel

Zielgruppe (Alter, Gruppenstärke, besondere Hinweise, usw.)

Kann mit Kindern, Teenagern und jungen Erwachsenen durchgeführt werden; abhängig vom Alter der Teilnehmenden sollte angemessene Musik gewählt werden.

Zeitvorgabe

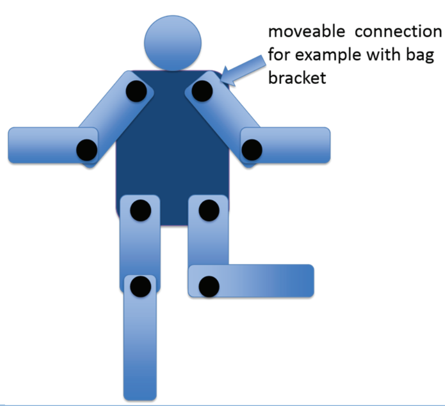
Etwa drei Stunden, inkl. einer Aufführung

Aktivität – Durchführungsvorschlag

Zu Beginn dieser Lernumgebung muss Klarheit über die Arten von Winkeln hergestellt werden (rechter Winkel, spitzer Winkel, stumpfer Winkel, gestreckter Winkel, usw.). Kinder, die dies nicht kennen, kann mit Hilfe von Bildern geholfen werden. Nachdem dies geklärt ist, muss überlegt werden, wie unterschiedliche Winkel durch verschiedene Arm- und Beinbewegungen hergestellt werden können.
Diese Überlegungen können mit Papierfiguren umgesetzt werden. Manche Arten von Winkeln ermöglichen unterschiedliche Möglichkeiten. Der Ausdruck im Tanz kann die musikalische Spannung zum Ausdruck bringen, indem eine bestimmte Arm- und Beinstellung (Winkel) gewählt wird. Gleichzeitig muss daran gedacht werden, ob die Arm- und Körperbewegungen an der Pappfigur auch mit dem menschlichen Körper umgesetzt werden können.
Nachdem unterschiedliche, mögliche Positionen geklärt wurden, wird eine Choreographie entwickelt. Für diese Choreografie muss man die präsentierte Musik anhören und darüber nachdenken, welche Sequenzen von Winkeln zur Musik passen, so dass der Charakter der Musik besonders hervorgehoben wird.

Material, Bilder, Musik – Material/Raumarrangement

Wir empfehlen, die Choreographie zunächst am Tisch zu planen. Dazu können Papierfiguren genutzt werden. Diese Figuren haben bewegliche Knie und Ellbogen (siehe Bild). So können unterschiedliche Positionen entwickelt werden. Die endgültige Choreografie kann durch Bilder dokumentiert werden.



Variationen

Variationen

Es können unterschiedliche geometrische Figuren in den Tänzen dargestellt werden. So können geometrische Figuren durch mehrere Personen gestellt werden. Hierbei werden die Ecken durch einzelne Personen repräsentiert und die Verbindungen durch Arme und Hände stehen für die Seitenkanten von Figuren.

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Musik

Die Qualität der Musik kann durch unterschiedliche geometrische Figuren dargestellt werden. Zum Beispiel kann schnelle, hohe Musik durch Dreiecke dargestellt werden. Langsame und mehr harmonische Musik hingegen durch Kreise und regelmäßige Polygone, die durch den Raum wandern. Abhängig von der Musik entstehen so unterschiedliche Tänze.

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Mathe

Ein grundlegendes Element der Übersetzung und Integration von geometrischen Figuren (Winkelfelder, ebene Figuren) ist die Analyse der zentralen Eigenschaften dieser Figuren. Das beinhaltet die Anzahl und Position der Kanten und Ecken. Auf diesem Weg können diese zentralen Elemente spielerisch erlernt und in unterschiedliche Tänze übersetzt werden. Ein Quadrat kann durch vier Personen gebildet werden, die die Ecken darstellen, und, je nach Position ihrer Arme, können Rechtecke mit rechten Winkeln oder Parallelogramme mit unterschiedlichen Winkeln gebildet werden.

5.6 Blinke, Blinke kleiner Stern

Thema

Mit Hilfe des Singens Symmetrie, Muster, Takt, Tempo und Spiegelungen erforschen.

Schlagworte

Rhythmus, Spiegelung, Motiv, Transformation, Symmetrie

Kurzbeschreibung

Kinder entdecken, was passiert, wenn eine Melodie transformiert wird. Es wird in dieser Aktivität deutlich, dass es verschiedene Muster gibt, je nachdem ob man sich auf den Rhythmus oder die Noten konzentriert. Dies zeigt den Lernenden, dass es unterschiedliche Lösungswege geben kann, wenn man sich auf unterschiedliche Aspekte eines Problems konzentriert.

Zuordnung zur Sammlung der curricularen Inhalte von Mathe und Musik

Puls und Schlag; aktives Musizieren; Komponieren und mit der Stimme improvisieren; Musik wertschätzen; akustische Wahrnehmung durch Hören und Aufführen

Vorbereitung

Voraussetzungen in Mathe

Muster und Folgen, ebenso etwas Erfahrung mit Spiegelungen

Voraussetzungen in Musik

Körperliche Koordination (Klatschen, Stampfen), Puls, Nutzen der Stimme zum Singen, Zuhören

Verbindung zwischen Mathe und Musik (inkl. besonderer Gewinn fürs Lernen)

Muster, Folgen und Transformationen

Umsetzung der Aktivität

Ziele

Kinder lernen Symmetrien, Muster und Motive in der Musik und Mathematik kennen.

Zielgruppe (Alter, Gruppenstärke, besondere Hinweise, usw.)

Alter: 8+ Jahre. Ganze Klasse und Partner-/Gruppenarbeit

Zeitvorgabe

20+ min

Aktivität – Durchführungsvorschlag

- Zunächst wird das Lied einige Male mit der ganzen Klasse gesungen, so dass die Kinder das Lied sicher und gut kennen. Es kann helfen, den Text an der Tafel oder auf einem Blatt für die Kinder bereit zu haben. Die Kinder werden gefragt, ob sie Muster oder Symmetrien in dem Lied erkennen (rhythmische, melodische Muster, Form A-B-A).
- Die Kinder malen die Melodie als Linien, so dass die Aufs und Abs deutlich werden.
- Die Lehrperson klatscht den Rhythmus mit den Kindern und fragt die Kinder, welche Muster sie erkennen.
  Sind es die Gleichen wie zuvor oder andere?
- Als nächstes arbeiten die Kinder in Paaren oder kleinen Gruppen. Die Kinder müssen sich ein Motiv auswählen, indem sie entweder die Melodie oder den Rhythmus auswählen. Die Lehrperson bittet die Kinder, eine eigene Notation für das Motiv zu erfinden. Die Kinder sollen nun entdecken, was passiert, wenn sie dieses Motiv spiegeln und diese Spiegelung der Melodie oder des Rhythmus in der selbstgewählten Notation dokumentieren. Sie können Spiegel benutzen, um zu kontrollieren, ob die von ihnen gemalte Spiegelung korrekt ist. Wenn das geschehen ist, sollen die Kinder versuchen, ihr Motiv mit der Spiegelung zu singen oder zu klatschen. Es kann einfacher sein, wenn die Kinder das Lied ohne den Text singen.

Material, Bilder, Musik – Material/Raumarrangement

Material: Spiegel, Noten des Liedes.
Weitere Überlegungen: Diese Aktivität sollte in einem Raum durchgeführt werden, in dem die Kinder genug Platz haben, um einen Kreis zu bilden. Wenn es eine Tafel gibt, benötigen die Kinder auch keine Kopie des Liedes.

Blinke, blinke kleiner Stern

Variationen

Variationen

Es gibt viele andere Lieder, die als Ausgangsunkt genommen werden können, aber es ist wichtig, dass die Kinder die Lieder gut kennen und dass sie eine einfache Struktur haben.

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Musik

Weitere Varianten des Liedes:

- *A,B,C*-Lied;
- *Morgen kommt der Weihnachtsmann*;
- *A vous dirais je maman* (Original Verison)
- Mozart Variationen über diese Melodie;
- Louis Armstrong: *What a Wonderful World* (von der Melodie beeinflusst);
- Wählt ein Thema und schreibt eine eigene Version des Liedes. Zum Beispiel:
  In der Schule ist es schön
  Weil wir tolle Sachen sehn‘
  Meine Freunde sind auch da
  Lernen mit mir jeden Tag
  In der Schule ist es schön,
  weil wir tolle Sachen sehn‘
- Verschiedene Variationen können mit Instrumenten entdeckt werden.

Anregungen für mögliche Erweiterungen – Mathe

- Weitere Möglichkeiten für Transformationen suchen (Rotationen und Verschiebungen). Kann man die gleichen Methoden für Rhythmus, Noten und Text verwenden?
- Die Idee, Motive für Variationen zu nutzen, kann mit Hilfe von Mustern für Tapeten oder Packpapier weiterentwickelt werden. Traditionellere Designs, wie z.B. in der islamischen Kunst, können verwendet werden. → Bandornamente
- Diese Aktivität kann auch in die Arbeit mit Kombinationen und Permutationen münden, dies könnte dann die Arbeit mit Brüchen und den Themenbereich der Kombinatorik unterstützen.
- Die Ideen können so weiterentwickelt werden, dass sie die Arbeit mit Sequenzen einschließen.

6 Zusammenfassung

Mit diesem Handbuch möchten wir die Bedeutung von Mathematik und Musik im Alltag herausstellen und die Gleichwertigkeit beider Fächer in Lernumgebungen betonen. Musik und Mathematik sind Partner in einem interdisziplinären Lehr- und Lernansatz. Wir glauben, dass Lehrpersonen mit der Hilfe der, in diesem Handbuch und auf der Projekt Webseite zusammengefassten, Aktivitäten mit Schülerinnen und Schülern arbeiten und neue Ideen entwickeln können, nicht nur in der Mathematik und Musik, sondern auch in der möglichen Kombination beider Fächer, wie es schon im Sprachen-Projekt vorgestellt wurde.

Die wichtigste Schlussfolgerung einer didaktischen Verbindung von mathematischem und musikalischem Lernen ist, dass immer neue Ideen entstehen, wenn man auf die gemeinsamen Aspekte der beiden Zeichensysteme und menschlicher Intelligenz fokussiert (in Anlehnung an Gardner 1983). Zusammengefasst gibt es klingende Wege in die Musik ebenso wie mathematische Wege in die Musik.

Zuletzt wollen wir alle Interessierten ermutigen, Teil unseres Projekts zu werden, an einer Fortbildung teilzunehmen, auf unserer Online Plattform (http://maths.emportfolio.eu) mit Gleichgesinnten zusammen zu arbeiten und eigene Ideen für Aktivitäten zu teilen.

7 Literaturverzeichnis

Achermann, E. (2003). Zahl und Ohr: Musiktheorie und musikalisches Urteil bei Johann Beer. In F. van Ingen, H.-G. Roloff & U. Wels (Hrsg.), *Johann Beer. Schriftsteller, Komponist und Hofbeamter, 1655-1700* (Jahrbuch für internationale Germanistik. Reihe A, Kongressberichte, Bd. 70, S. 255–275). Bern: P. Lang.

Alexander, C., Ishikawa, S., Silverstein, M., Jacobson, M., Fiksdahl-King, I. & Angel S. (1977). *A Pattern Language. Towns, Buildings, Construction.* New York: Oxford University Press.

Arzarello, F. (2015). *Semiosis as a multimodal process,* http://math.unipa.it/~grim/YESS-5/arzarello%20relime.pdf.

Auhagen, W. (2008). Rhythmus und Timing. In H. Bruhn (Hrsg.), *Musikpsychologie. Das neue Handbuch* (Rororo, 55661 : Rowohlts Enzyklopädie, Orig.-Ausg, S. 437–457). Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.

Bamberger, J. (2010). Music, Math and Science: Towards an integrated curriculum. *Journal for Learning through Music*. http://music-in-education.org/articles/1-G.pdf. Zugegriffen 17.03.2015.

Barzel, B., Büchter, A. & Leuders, T. (2007). *Mathematik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.

Bateson, G. (2002). *Mind and nature. A necessary unity* (Advances in systems theory, complexity, and the human sciences). Cresskill, N.J.: Hampton Press.

Bharucha, J. J. & Mencl, W. Einar. (1996). Two Issues in Auditory Cognition: Self-Organization of Octave Categories and Pitch-Invariant Pattern Recognition. *Psychological Science 7* (3), 142–149. doi:10.1111/j.1467-9280.1996.tb00347.x

Bodrova, E. & Leong, D.J. (2001). Tools of the Mind: A Case Study of Implementing the Vygotskian Approach in American Early Childhood and Primary Classrooms. Genf: International Bureau of Education. http://www.ibe.unesco.org/publications/innodata/inno07.pdf. Zugegriffen 15.03.2011.

Brandt, B. & Höck, G. (2011). Ko-Konstruktion in mathematischen Problemlöseprozessen partizipationstheoretische Überlegungen. In B. Brandt, R. Vogel & G. Krummheuer (Hrsg.), *Die Projekte erStMaL und MaKreKi. Mathematikdidaktische Forschung am „Center for Individual Development and Adaptive Education“ (IDeA)* (S. 245–284). Münster: Waxmann.

Brüning, S. (2003). *Musik verstehen durch Mathematik. Überlegungen zu Theorie und Praxis eines fächerübergreifenden Ansatzes in der Musikpädagogik,* Verl. Die Blaue Eule. Essen.

Buchborn, T. (2004). 2+1+3+8=B+A+C+H? Zahlen im Werk Johann Sebastian Bachs. *Musik & Bildung 36(95)* (1), 36–41.

Christmann, N. (2011). Mathematik gestaltet (mit) Musik. *Der Mathematikunterricht 57* (1), 13–23.

Costa-Giomi, E. (2004). Effects of Three Years of Piano Instruction on Children's Academic Achievement, School Performance and Self-Esteem. *Psychology of Music 32,* 139-152.

Cslovjecsek, M. & Linneweber-Lammerskitten, H. (2011). Snappings, clappings and the representation of numbers. *The New Jersey Mathematics Teacher 69* (1).

Decroupet, P. (1995). Rätsel der Zahlenquadrate: Funktion und Permutation in der seriellen Musik von Boulez und Stockhausen. *Positionen: Beiträge zur Neuen Musik* (23), 25–29. http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=rih&AN=1996-12042&site=ehost-live.

Devlin, K. (2003). *Mathematics: The Science of Patterns*. New York: Owl Books.

Dewey, J. (1925). *Experience and nature. Later Works, 1935-1953, Vol. 1.* Carbondale: Southern Illinois University Press.

Dewey, J. (1980/1934). *Art as Experience. New York: Perigee Books.* New York: Perigee Books.

Egeler-Wittmann, S. (2004). Magische Zahlen - historische Geheimnisse? Guillaume Dufays "Mon chier amy". *Musik & Bildung 36(95)* (1), 30–35.

Elliott, D. J. & Silverman, M. (2014). *Music matters. A philosophy of music education* (Second edition).

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. Advanced mathematical thinking. In D. Tall (Hrsg.), *Advanced Mathematical Thinking* (S. 42–53). Dodrecht: Kluwer.

Fetzer, M. (2015). Mit Objekten rechnen. Empirische Unterrichtsforschung auf den Spuren von Materialien im Mathematikunterricht. In T. Alkemeyer, H. Kalthoff u. M. Rieger-Ladich. (Hrsg.), *Bildungspraxis. Körper - Räume - Artefakte* (S. 309-337). Weilerswist.

Fine, P., Berry, A. & Rosner, B. (2006). The effect of pattern recognition and tonal predictability on sight-singing ability. *Psychology of Music 34* (4), 431–447. doi:10.1177/0305735606067152

Fischinger, T. & Kopiez, R. (2008). Wirkungsphänomene des Rhythmus. In H. Bruhn (Hrsg.), *Musikpsychologie. Das neue Handbuch* (Rororo, 55661 : Rowohlts Enzyklopädie, Orig.-Ausg, S. 458–475). Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.

Gardner, H. (1983). *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences.* New York, NY: Basic Books.

Gembris, H. (1998). *Grundlagen musikalischer Begabung und Entwicklung* (Forum Musikpädagogik, Bd. 20). Augsburg: Wissner.

Gerstenmaier, J. & Mandl, H. (1995). Wissenserwerb unter konstruktivistischer Perspektive. *Zeitschrift für Pädagogik 41* (6), 867–888.

Girmes, R. (2003). Die Welt als Aufgabe ?! Wie Aufgaben Schüler erreichen. In H. Ball (Hrsg.), *Aufgaben. Lernen fördern - Selbstständigkeit entwickeln* (Friedrich-Jahresheft, Bd. 21, S. 6–11). Seelze: Friedrich.

Greeno, J. G. (1989). A perspective on thinking. *American Psychologist 44* (2), 134–141.

Gruhn, W. (2005). *Der Musikverstand. Neurobiologische Grundlagen des musikalischen Denkens, Hörens und Lernens* (Olms Forum, Bd. 2, 2., neu überarb. Aufl.). Hildesheim: Olms, G.

Gullberg, J. (1997). *Mathematics. From the birth of numbers* (1st ed.). New York: W.W. Norton.

Henning, H. (2009). Würfel, Sphären, Proportionen - Mathematik, die man "hören" kann. *Der Mathematikunterricht 55* (2), 28–30.

Hilton, C., Saunders, J., Henley, J. & Henriksson, L. (2015). *European Music Portfolio (EMP) – Maths : Sounding Ways Into Mathematics. A Review of Literature.*

Hindemith, P. (1940). *Unterweisung im Tonsatz. Band 1:* Mainz: Schott.

Hirt, U. & Wälti, B. (2008). *Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte* (1. Aufl.). Seelze-Velber: Kallmeyer.

Hümmer, A., Münz, M., Müller Kirchof, M., Krummheuer, G., Leuzinger-Bohleber, M. & Vogel, R. (2011). Erste Analysen zum Zusammenhang von mathematischer Kreativität und kindlicher Bindung. Ein interdisziplinärer Ansatz zur Untersuchung der Entwicklung mathematischer Kreativität bei sogenannten Risikokindern. In B. Brandt, R. Vogel & G. Krummheuer (Hrsg.), *Die Projekte erSt-MaL und MaKreKi. Mathematikdidaktische Forschung am „Center for Individual Development and Adaptive Education" (IDeA)* (S. 175–196). Münster: Waxmann.

Jourdain, R. (2001). *Das wohltemperierte Gehirn. Wie Musik im Kopf entsteht und wirkt.* Heidelberg: Spektrum, Akad. Verl.

Kelstrom, J. M. (1998). The Untapped Power of Music: Its Role in the Curriculum and Its Effect on Academic Achievement. *NASSP Bulletin 82* (597), 34–43. doi:10.1177/019263659808259707

Krummheuer, G. (2007). Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule. In K. Rabenstein (Hrsg.), *Kooperatives und selbstständiges Arbeiten von Schülern. Zur Qualitätsentwicklung von Unterricht* (1. Aufl., S. 61–86). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Lang, A. (1993). Zeichen nach innen, Zeichen nach außen - eine semiotisch-ökonomische Psychologie als Kulturwissenschaft. In P. Rusterholz & M. Svilar (Hrsg.), *Welt der Zeichen - Welt der Wirklichkeit. Referate der Münchenwiler Tagung und der Vorlesungsreihe des Collegium generale der Universität Bern im Sommersemester 1992* (Berner Universitätsschriften, Bd. 38, S. 55–85). Bern: Haupt.

Lehmann, I. (2009). Fibonacci-Zahlen - Ausdruck von Schönheit und Harmonie in der Kunst. *Der Mathematikunterricht 55* (2), 51–63.

Liebetrau, P. (2004). *Planung von gutem Unterricht. Ringvorlesung "Unterricht, der Schülerinnen und Schüler herausfordert.* http://www.uni-kassel.de/%C2%A0refsps/Ringvorlesung/vorlesung%20Liebetrau.pdf.

Lorenz, J.-H. (1993). Veranschaulichungsmittel im arithmetischen Anfangsunterricht. In J.-H. Lorenz (Hrsg.), *Mathematik und Anschauung* (S. 122-146). Köln: Aulis Verlag.

Lorenz, J.-H. (2003). Rhythmus und Mathematik. *Sache, Wort, Zahl 31* (56), 16–20.

Merker, B. (2000). Synchronous Chorusing and the Origins of Music. *Musicae Scientiae 3* (1 suppl), 59–73. doi:10.1177/10298649000030S105

Neubert, S. (2008). John Dewey (1859-1952). In B. Dollinger (Hrsg.), *Klassiker der Pädagogik. Die Bildung der modernen Gesellschaft* (2., durchges. Aufl., S. 221–246). Wiesbaden: VS, Verl. für Sozialwiss.

Nimczik, O. (2002). There must be countless ways of counting. "Counting Keys" und "Counting Duets" von Tom Johnson. *Musik & Bildung* (1), 48–51.

Poincaré, H. (1948). *Science and method. New York: Dover.* New York: Dover.

Rauscher, F. H., Shaw, G. L. & Ky, K. N. (1995). Listening to Mozart enhances spatial-temporal reasoning: towards a neurophysiological basis. *Neuroscience Letters 185* (1), 44–47. http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304394094112214.

Reimer, B. (1989). Music Education as Aesthetic Education: Toward the Future. *Music Educators Journal 75* (7), 26–32. http://mej.sagepub.com/content/75/7/26.short.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch* (S. 601–646). Weinheim.

Saunders, J., Hilton, C. & Welch, G. F. (Hrsg.). (2015). *European Music Portfolio (EMP) – Maths: Sounding Ways Into Mathematics. State of the Art Papers.*

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on teaching and learning* (S. 334–370). Old Tappan, NJ: Macmillan.

Simpkins, S. D., Vest, A. E. & Becnel, J. N. (2010). Participating in sport and music activities in adolescence: the role of activity participation and motivational beliefs during elementary school. *Journal of youth and adolescence 39,* 1368-86.

Small, C. (1998). *Musicking. The meanings of performing and listening* (Music/culture). Hanover: University Press of New England.

Smolej Fritz, B. & Peklaj, C. (2011). Processes of self-regulated learning in music theory in elementary music schools in Slovenia. *International Journal of Music Education 29,* 15-27. doi:10.1177/0255761410389658

Spychiger, M. (1997). Aesthetic and praxial philosophies of music education compared: A semiotic consideration. *Philosophy of music education review 5* (1), 33–41.

Spychiger, M. (2015a). Lernpsychologische Perspektiven für eine grundschulspezifische Musikdidaktik. In M. Fuchs (Hrsg.), *Musikdidaktik Grundschule. Theoretische Grundlagen und Praxisvorschläge* (1. Aufl., S. 50–71). Esslingen: Helbling.

Spychiger, M. (2015b). Theorie-Praxis Bezug im Mentoring. Beispiele und pädagogische Interaktionen in Praxisgesprächen. In C. Villiger (Hrsg.), *Zwischen Theorie und Praxis. Ansprüche und Möglichkeiten in der Lehrer(innen)bildung* (S. 109–130). Münster [u.a.]: Waxmann.

Spychiger, M. B. (1995). Rationales for Music Education: A View from the Psychology of Emotion. *Journal of Aesthetic Education 29* (4), 53. doi:10.2307/3333291

Spychiger, M. B. (2001). Understanding Musical Activity and Musical Learning as Sign Processes: Toward a Semiotic Approach to Music Education. *Journal of Aesthetic Education 35* (1), 53. doi:10.2307/3333771

Sternberg, R. J. & Lubart, T. I. (2000). The concept of creativity: Prospects and paradigms. In R. J. Sternberg (Hrsg.), *Handbook of creativity.* Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Stoll, R. W. (2001a). musik: wörter, töne zahlen. *Neue Zeitschrift für Musik* (1), 42–47.

Stoll, R. W. (Hrsg.). (2001b). *Neue Zeitschrift für Musik. CLXII/1 (January–February 2001): Magie der Zahl* (Bd. 162). Mainz: Schott Musik International.

Vogel, R. (2005). Patterns - a fundamental idea of mathematical thinking and learning. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 37* (5), 445–449. http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm055a17.pdf.

Vogel, R. (2008). Mathematik im Kindergartenalltag entdecken und erfinden – Konkretisierung eines Konzepts zur mathematischen Denkentwicklung am Beispiel von Bewegung und Raum. In B. Daiber & W. Weiland (Hrsg.), *Impulse der Elementardidaktik. Eine gemeinsame Ausbildung für Kindergarten und Grundschule* (S. 89–100). Hohengehren: Schneider Verlag.

Vogel, R. (2014). Mathematical Situations of Play and Exploration as an Empirical Research Instrument. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel & R. Vogel (Hrsg.), *Early Mathematics Learning* (S. 223–226). Springer New York.

Vogel, R. & Wippermann, S. (2011). Dokumentation didaktischen Wissens in der Hochschule. Didaktische Design Patterns als eine Form des Best-Practice-Sharing im Bereich von IKT in der Hochschullehre. In K. Fuchs-Kittowski, W. Umstätter & R. Wagner-Döbler (Hrsg.), *Wissensmanagement in der Wissenschaft* (Wissenschaftsforschung Jahrbuch, Bd. 2004, 2. Auflage, S. 27–41). Berlin: Gesellschaft für Wissenschaftsforschung e.V. c/o Inst. f. Bibliotheks- und Informationswissenschaft der Humboldt-Universität zu Berlin. http://www.wissenschaftsforschung.de/JB04_27-41.pdf. Zugegriffen 17.06.2015.

Waters, A. J., Underwood, G. & Findlay, J. M. (1997). Studying expertise in music reading: Use of a pattern-matching paradigm. *Perception & Psychophysics 59* (4), 477–488. doi:10.3758/BF03211857

Weber, E. W. (1991). *Schafft die Hauptfächer ab! Plädoyer für eine Schule ohne Stress*. Gümligen [etc.]: Zytglogge.

Wilson, B. G. (1996). *Constructivist learning environments. Case studies in instructional design*. Englewood Cliffs, N.J.: Educational Technology Publications.