

Kohärenter Hall-Effekt in einem Halbleiterübergitter

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik
der Johann Wolfgang Goethe – Universität
in Frankfurt am Main

von
Tobias Bauer
aus Frankfurt am Main

Frankfurt, Juni 2002
(DF1)

Dekan des Fachbereichs Physik:

Prof. Dr. H. Schmidt-Böcking

Gutachter:

Prof. Dr. H. G. Roskos

Prof. Dr. R. J. Jelitto

Datum der Disputation:

28. Oktober 2002

„Wir müssen uns Sisyphos als einen glücklichen Menschen vorstellen.“

(Albert Camus)

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Grundlagen	5
1.1 Potentialtöpfe und Übergitter	5
1.2 Optische Eigenschaften von GaAs/AlGaAs-Übergitterstrukturen	10
1.2.1 Bandstruktur von GaAs	10
1.2.2 GaAs/AlGaAs-Strukturen	15
1.2.3 Minibänder und effektive Masse	18
1.3 Bloch-Oszillationen und Wannier-Stark-Quantisierung	29
1.3.1 Semiklassische Beschreibung	30
1.3.2 Wannier-Stark-Bild	36
1.4 Quanteninterferenzen im magnetischen Feld	41
2 Kohärenter Hall-Effekt	45
2.1 Berechtigung eines semiklassischen Modells	45
2.2 Bewegungsgleichung im magnetischen und elektrischen Feld	46
2.3 Analyse der Ladungsträgerbewegung im Übergitter	50
2.3.1 Stationäre Lösung	50
2.3.2 Die zwei Bewegungszustände	51
2.3.3 Analytische Lösung für die Periodendauer	56
2.3.4 Das emittierte elektrische Feld	62
2.3.5 Räumliche Auslenkung in Übergitterrichtung	64
2.3.6 Numerische Lösungen	71
2.4 Erweiterung des semiklassischen Modells	82
3 Experimentelle Techniken	85

3.1	THz-Emissionsspektroskopie	85
3.1.1	Einführung	85
3.1.2	Experimenteller Aufbau und Komponenten	89
3.1.3	Fotostrommessungen	94
3.2	Probenstruktur	95
4	Experimenteller Nachweis des kohärenten Hall-Effektes	99
4.1	Allgemeines zu den zeitaufgelösten Messungen	100
4.2	Die Feldabhängigkeiten	104
4.3	Auswertung der Frequenzen	109
4.3.1	Vorgehensweise bei der Frequenzbestimmung	109
4.3.2	Die ermittelten Frequenzen	112
4.3.3	Vergleich mit dem semiklassischen Modell	113
4.4	Diskussion	118
4.4.1	Dephasierung und Signalstärke	118
4.4.2	Einfluss von Coulomb-Wechselwirkung	123
4.4.3	Interbandübergänge (Fotostrommessungen)	125
4.4.4	Abschließende Bewertung	127
	Zusammenfassung	131
	Anhang	133
	Bezeichnungen	133
	Konstanten	135
	Zusammenhang häufig verwendeter Größen	136
	Literaturverzeichnis	137
	Lebenslauf	147
	Publikationsliste	148
	Danksagung	151

Einleitung

In den letzten zehn Jahren wurden eine Reihe optischer Experimente durchgeführt, die dazu beigetragen haben, fundamentale Phänomene der Festkörperphysik, deren Ursprung durch die Wellennatur der Ladungsträger begründet ist, zu enträtseln. Ein bedeutendes Beispiel für solche quantenphysikalischen Erscheinungen stellen Bloch-Oszillationen dar.

Die Wellennatur eines Ladungsträgers manifestiert sich in einem einkristallinen Festkörper, der sich durch sein periodisches Potential auszeichnet, in der Gestalt seiner Dispersionsrelation. So bilden sich, im Gegensatz zu einem freien Teilchen, aufgrund der Bragg-Reflexion des Ladungsträgers im Gitter Energiebänder mit einer periodischen Dispersion aus. Schon 1928 zeigte F. Bloch theoretisch, dass ein elektronisches Ladungsträgerwellenpaket, das durch die Superposition von Zuständen eines einzigen Bandes gebildet wird und um einen bestimmten Wellenvektor zentriert ist, unter dem Einfluss eines konstanten elektrischen Feldes sowohl im k -Raum als auch im Ortsraum oszilliert [1]. Experimentell nachgewiesen wurden diese Bloch-Oszillationen erst mehr als 60 Jahre später in künstlich erzeugten Halbleiterübergitterstrukturen [2, 3], und bis heute steht ihr Nachweis in natürlich vorkommenden Materialien aus. Die Beobachtung im Übergitter gelingt aufgrund der erhöhten Oszillationsfrequenz, die proportional zur Gitterperiode ist und dadurch über die Streurate der Ladungsträger gebracht werden kann. Da die Frequenz auch linear mit dem elektrischen Feld steigt, ist es prinzipiell vorstellbar, Bloch-Oszillationen bei entsprechend großen Feldern im Volumenmaterial zu beobachten. Bei solchen Feldstärken werden jedoch andere Effekte wie Zener-Tunneln ermöglicht, die zu den Bloch-Oszillationen in Konkurrenz stehen und die Phasenkohärenz zerstören können. Zusätzlich bedingen die Gitterkonstanten im Å-Bereich Feldstärken in der Größenordnung der Zerstörschwelle des Kristalls.

Das Auftreten eines oszillatorischen Stromes in einem konstanten elektrischen Feld widerspricht der einfachen bekannten makroskopischen Beobachtung, die sich im Ohmschen Gesetz ausdrückt und die für ein konstantes elektrisches Feld eine konstante Stromdichte erwarten lässt. Verantwortlich für diesen einfachen Zusammenhang sind

mikroskopische Streuprozesse, die bei Raumtemperatur auf Zeitskalen weit unterhalb einer Pikosekunde (10^{-12} s) erfolgen. Innerhalb eines Ensembles inkohärenter Ladungsträger addieren sich ständige Beschleunigung und Abbremsung zu einem mittleren Impuls und führen zu einem konstanten Strom. Die durch einen kurzen Laserpuls von einigen 10 fs ($1 \text{ fs} = 10^{-15}$ s) Dauer auf das optisch generierte Ensemble von Ladungsträgern aufgeprägte Kohärenz ermöglicht daher die Beobachtung der mikroskopischen Bewegungsabläufe. Die kohärente Superposition aller angeregten Zustände führt zu einem räumlich lokalisierten Wellenpaket, dessen zeitliche Entwicklung der Bewegung eines einzelnen Ladungsträgers in einem Gitter unter dem Einfluss der äußeren Felder entspricht. Dabei geht aufgrund der phasenzerstörenden Streuung die Kohärenz auf Zeitskalen der Streuzeit verloren, wodurch die mikroskopischen Vorgänge lediglich transient dargestellt werden können. Experimentell ist man bemüht, mittels tiefer Gitter-Temperaturen die Elektron-Phonon-Streuung zu reduzieren und durch geringe Anregungsdichten die Elektron-Elektron-Streuung klein zu halten.

Basierend auf dem Verständnis solcher Prozesse, das durch die oben erwähnten Untersuchungen und eine ganze Reihe weiterer Arbeiten gewonnen wurde, soll nun die Frage aufgeworfen werden, wie die Wellennatur der Ladungsträger komplexere physikalische Erscheinungen beeinflusst. Die vorliegende Arbeit konzentriert sich dabei auf den Hall-Effekt als ein Beispiel solcher fundamentalen Phänomene im Festkörper. Der klassische Hall-Effekt entsteht durch einen Ladungsträgertransport unter dem Einfluss eines statischen Magnetfeldes und führt zum Aufbau einer charakteristischen Gleichspannung, der sog. Hall-Spannung. Durch Präparation eines kohärenten Ladungsträgerensembles lassen sich auch in diesem Fall – ähnlich der Bloch-Oszillation – die mikroskopischen Vorgänge in einem künstlichen Übergitter verfolgen, die durch den Wellencharakter der Teilchen bestimmt sind. Dieser Wellencharakter äußert sich unter anderem, wie mit Hilfe eines semiklassischen Modells gezeigt wird, in einer zusätzlichen oszillatorischen Komponente des Hall-Stromes längs der klassischen Hall-Stromrichtung. Die Frequenz dieses oszillierenden Stromes hängt dabei von den äußeren elektrischen und magnetischen Feldern ab und zeigt bei einem bestimmten Verhältnis der Feldstärken zueinander eine qualitative Änderung, die eine Einteilung der Ladungsträgerbewegung in zwei scharf voneinander abgegrenzte Bewegungsregimes erzwingt. So steigt in einem Bereich relativ geringer Magnetfeldstärke die Oszillationsfrequenz mit dem elektrischen Feld an und verhält sich daher Bloch-oszillationsartig; gleichzeitig sinkt sie mit steigendem Magnetfeld ab. Auf der anderen Seite zeigt sich bei größeren Magnetfeldern mit wachsender Flussdichte ein linearer Anstieg der Frequenz wie er bei einer Zyklotronbewegung erwartet wird.

Im Zusammenhang des Welle-Teilchendualismus kann der klassische Hall-Effekt als Ausdruck des Teilchencharakters betrachtet werden, der oszillatorische kohärente Hall-Strom mit seiner kennzeichnenden Frequenzabhängigkeit unterstreicht dagegen die Wellennatur der Ladungsträger, die sich in der periodischen Dispersion offenbart. Der Zusammenhang zwischen klassischem und kohärentem Hall-Effekt ist dabei völlig analog zur Ladungsträgerbewegung in einem Gitter ohne Magnetfeld zu sehen. Hier ist das Ohmsche Gesetz eine Folge der inkohärenten Bewegung, die Bloch-Oszillation wird dagegen erst durch eine von außen aufgeprägte Kohärenz der Ladungsträger beobachtbar. Die Wellennatur der Ladungsträger wird in sehr speziellen Systemen, wie sie beispielsweise ein zweidimensionales Elektronengas bei sehr niedrigen Temperaturen darstellt, anhand von Quanteninterferenzsignaturen in den Observablen deutlich, sobald die mittlere freie Weglänge der Elektronen ausreichend groß wird. Sie führt zu solch bekannten Phänomenen wie dem integralen oder dem fraktionalen Quanten-Hall-Effekt [4, 5]. In Strukturen, deren Ladungsträgertransport einen dreidimensionalen Charakter besitzt, wurden solche Phänomene dagegen bislang noch nicht beobachtet. Dies resultiert aus dem größeren zur Verfügung stehenden Zustandsraum, in dem destruktive Interferenzen und Dephasierungsprozesse stärker ausgeprägt auftreten. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, dass es in einem „dreidimensionalen“ Halbleiter, der hier durch ein Übergitter repräsentiert wird, möglich ist, kohärente Signaturen des Hall-Effektes zu beobachten. Aufgrund des ultraschnellen transienten Charakters des Effektes wird dazu eine optoelektronische Messtechnik eingesetzt, die eine Auflösung im Sub-Pikosekundenbereich ermöglicht und auf der Verwendung von Laserlichtpulsen mit etwa 100 fs Dauer basiert. Das Übergitter erfüllt dabei zwei Funktionen. Zum Einen ermöglicht es, wie bei der Beobachtung von Bloch-Oszillationen, die Frequenzen des kohärenten Hall-Stromes auch im Bloch-oszillationsartigen Bewegungsregime so weit nach oben zu treiben, dass die kohärente Emission der oszillierenden Ladungsträger über der Streurate und im experimentell zugänglichen THz-Frequenzbereich liegt. Zum Anderen findet der Übergang zwischen den beiden angesprochenen Bewegungsregimes bei etwa gleicher magnetischer und elektrischer Energieaufspaltung statt. Diese hängt beim elektrischen Feld linear von der Gitterperiode ab, so dass erst das Übergitter die Beobachtung Bloch-oszillationsartiger Bewegungszustände ermöglicht und dadurch den Übergang zwischen den Regimes sichtbar macht.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in vier Kapitel. Im ersten Abschnitt werden die Grundlagen besprochen, die für das weitere Verständnis des Themengebietes hilfreich sind und auf die im Laufe der Arbeit zurückgegriffen wird. Im Rahmen des zweiten Kapitels wird mit Hilfe des angesprochenen semiklassischen Modells die Bewegung der

Ladungsträger in einem Übergitter mit kosinusförmiger Dispersion bei gleichzeitigem Einwirken eines elektrischen und eines dazu senkrecht stehenden magnetischen Feldes diskutiert. In diesem Kontext wird auch die theoretische Abhängigkeit der Frequenz von den beiden Feldern abgeleitet und das Auftreten der zwei scharf voneinander abgegrenzten Bewegungsregimes erklärt. Das dritte Kapitel dient der Vorstellung der experimentellen Aufbauten, sowie der verwendeten Probenstruktur, die bei der Untersuchung des kohärenten Hall-Effektes verwendet wurden. Dabei wird auf die Darstellung der Details bei der Messtechnikentwicklung und der schrittweisen Lösung der teilweise massiven Probenprobleme verzichtet. Im vierten und letzten Abschnitt werden die Messergebnisse präsentiert und analysiert. Der Nachweis des kohärenten Hall-Effekts geschieht dabei durch die experimentelle Bestätigung der durch das semiklassische Modell vorhergesagten Abhängigkeit der Frequenz von den beiden äußeren Feldern. Dieses Kapitel beinhaltet außerdem eine weiterführende Diskussion der experimentellen Befunde, die nicht durch das einfache Modell erklärt werden. Die Arbeit schließt mit einer kurzen Bewertung der Ergebnisse.

1 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen vorgestellt, die bei der Betrachtung optisch angeregter Quanteninterferenzen in GaAs/AlGaAs-Übergitterstrukturen hilfreich sind. Der erste Abschnitt gibt eine konzeptionelle Einführung in die elementaren Begriffe „Übergitter“ und „Miniband“ und erläutert kurz, wie Quantenstrukturen auf Halbleiterbasis praktisch realisiert werden. Im zweiten Abschnitt werden die optischen Eigenschaften von GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen beleuchtet und mit Hilfe eines Kronig-Penney-Modells der Einfluss wichtiger Übergitterparameter auf die Minibandbreite untersucht. Der dritte Abschnitt ist dem Phänomen der Wannier-Stark-Quantisierung, sowie den damit eng verknüpften Bloch-Oszillationen gewidmet, die sowohl im Rahmen eines semiklassischen Modells, als auch mit Hilfe eines sog. Wannier-Stark-Bildes erläutert werden.

Bloch-Oszillationen bilden die Grundlage für den im Rahmen dieser Arbeit experimentell untersuchten kohärenten Hall-Strom, der durch ein senkrecht zur Richtung der Bloch-Oszillation (Wachstumsrichtung der Übergitterschichten) wirkendes magnetisches Feld verursacht wird und eine kohärente Ladungsträgerbewegung senkrecht zum Magnetfeld und zur Übergitterrichtung bewirkt. Dieser Effekt wird mit Hilfe eines semiklassischen Modells detailliert in einem eigenen Kapitel (2) besprochen.

1.1 Potentialtöpfe und Übergitter

Zur Einführung sollen zunächst einige grundlegende Einsichten wiedergegeben werden, die man durch die Analyse des Systems „Teilchen im Potentialtopf“ gewinnt. Man betrachtet dazu die zeitunabhängige Schrödingergleichung in einer Dimension.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \phi_n}{dx^2} + V(x)\phi_n = E_n \phi_n \quad (1.1)$$

$V(x)$ ist das Potential des Teilchens längs der Richtung x , m ist die (effektive) Masse des Teilchens und E_n bzw. ϕ_n sind die Eigenenergie bzw. die Eigenfunktion, die zur n -ten Lösung des Problems gehören.

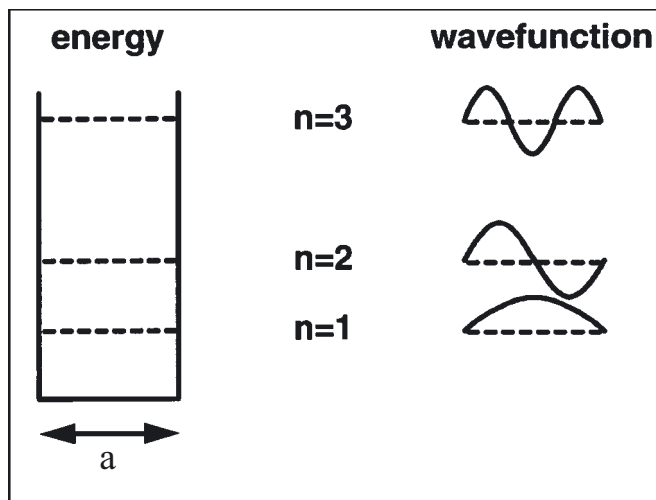


Abbildung 1.1: Der unendlich tiefe Potentialtopf mit der Breite a und seine zugehörigen sinusförmigen Wellenfunktionen. Abbildung entnommen aus [6].

Unendlich tiefer Potentialtopf

Für den einfachsten Fall des unendlich tiefen Potentialtopfes (Abbildung 1.1) mit $V(x) = \infty$ für $x < 0$ bzw. $x > a$ und $V(x) = 0$ für $0 < x < a$ muss die Wellenfunktion in den unendlich hohen Wänden des Topfes verschwinden. Die Lösung von (1.1) ergibt sich dann einfach zu

$$E_n = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{n\pi}{a} \right]^2, \quad \phi_n = A \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.2)$$

Die Energieeigenwerte hängen quadratisch von n ab und die Eigenfunktionen sind Sinusfunktionen. Die Abstände der Eigenenergien werden mit kleineren Topfbreiten a und kleineren Massen größer. Der energetische Abstand des ersten Energieniveaus vom Topfboden beträgt dabei für einen typischen 10 nm breiten GaAs Quantentopf etwa 40 meV.

Endlich tiefer Potentialtopf

Die Lösung der Schrödingergleichung (1.1) für einen endlich tiefen Potentialtopf mit $V(x \geq a) = V_0$ verlangt, dass man geeignete Randbedingungen wählt, um die Lösungen innerhalb des Topfes und innerhalb der Barrieren aneinander anzupassen. Dabei ist eine Bedingung die Stetigkeit von ϕ_n an den „Nahtstellen“ bei $x = 0$ und $x = a$, wobei die Lösung innerhalb des Topfes ($0 < x < a$) wieder durch eine harmonische Funktion der Form $Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x}$ gegeben ist (α reell, für $E_n < V_0$). Innerhalb der Barriere fallen

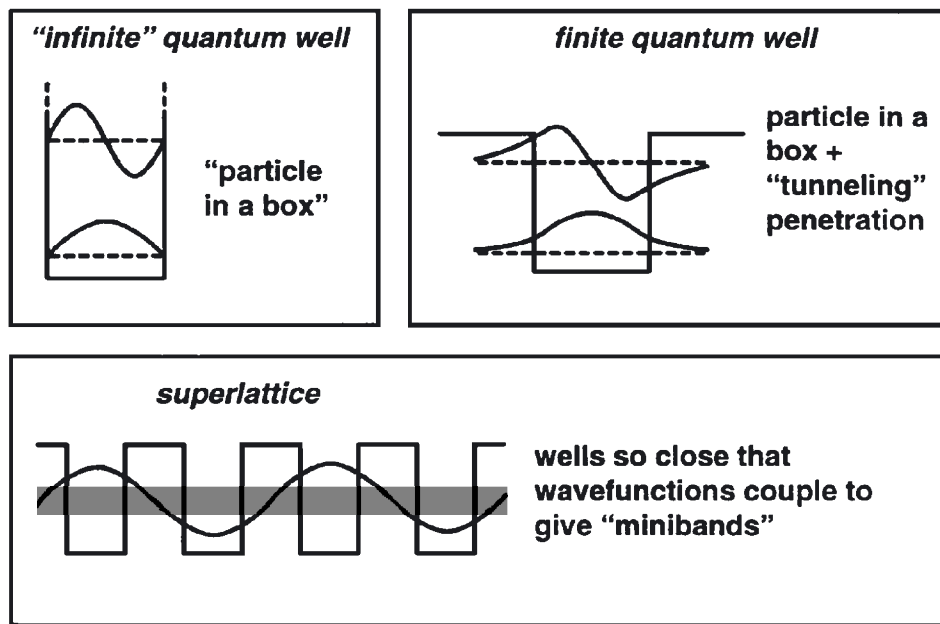


Abbildung 1.2: Oben: Vergleich zwischen einem unendlich und einem endlich tiefen Potentialtopf. Im Fall des endlich tiefen Topfes dringt die Wellenfunktion auf einer gewissen Länge in die Barriere ein. Diese Länge hängt von der Potentialtiefe ab. Unten: Wird die Barriere zwischen vielen Potentialtöpfen so dünn, dass die jeweiligen Wellenfunktionen in den Nachbartopf hineinreichen, so bildet sich ein sog. Miniband aus. Abbildung entnommen aus [6].

die Lösungen exponentiell ab. Da die Schrödingergleichung eine Differentialgleichung zweiter Ordnung ist, benötigt man eine weitere Randbedingung. In der Regel wählt man die Stetigkeit der Ableitung von ϕ_n an den Stellen $x = 0$ und $x = a$, sofern die Masse m in der Barriere gleich der im Topf ist. Sind die Massen dagegen verschieden, so kann man zeigen, dass der Teilchenfluss über die Grenzschicht hinweg nicht erhalten ist. Oft wird dann die Forderung nach der Stetigkeit von $(1/m)d\phi_n/dx$ gestellt, da mit dieser Bedingung der Teilchenfluss erhalten bleibt [7] und man Ergebnisse erhält, die relativ gut mit experimentellen Befunden übereinstimmen [6]. Für den endlich tiefen Potentialtopf existieren keine Lösungen in geschlossener Form [8]. Man ist daher auf numerische Lösungen angewiesen, um die Eigenenergien zu erhalten. Diese liegen beim endlich tiefen Potentialtopf etwas unterhalb der entsprechenden Energien des unendlich tiefen Topfes und es existiert immer mindestens eine gebundene Lösung. Der obere Teil von Abbildung 1.2 veranschaulicht den Unterschied zwischen einem endlich tiefen und einem unendlich tiefen Potentialtopf.

Übergitter

Viele identische aber unabhängige (ungekoppelte) Quantentöpfe verhalten sich wie ein einziger Quantentopf. Ein solches System wird auch als Mehrfachquantentopf bezeichnet (im Englischen als *multiple quantum well*, MQW). Betrachtet man jedoch eine periodische Abfolge nebeneinander liegender Quantentöpfe, deren jeweilige Wellenfunktion signifikant in die beiden benachbarten Quantentöpfe hineinragt, so dass die Töpfe also untereinander gekoppelt sind, so spricht man von einem *Übergitter*. Ein wesentliches Merkmal eines Übergitters ist die Existenz eines sog. *Minibandes*. Genau wie es aufgrund der periodischen Abfolge von Atomen in einem Kristallgitter zur Ausbildung von Bändern kommt, bildet sich aufgrund der periodischen Anordnung der Quantentöpfe ein Miniband aus (vgl. Abbildung 1.2). Koppelt man zwei identische Töpfe, die natürlich identische Energieeigenwerte besitzen, so spaltet jeder Zustand in zwei Zustände (den bindenden und den antibindenden) auf. Die Aufspaltung ist umso stärker, je größer die Kopplung der beiden Töpfe ist. Größere Kopplung erreicht man dabei durch eine niedrigere bzw. dünnere Barriere. Analog spalten sich bei einem System aus vielen Töpfen die ursprünglich entarteten Energieeigenwerte der Einzeltöpfe in viele dicht benachbarte Eigenwerte auf, und es bildet sich ein Miniband, dessen Breite von der Kopplungsstärke der Töpfe bestimmt wird. Insgesamt entwickelt sich aus jedem der ursprünglich vorhandenen n Eigenwerte des einzelnen Quantentopfes ein Miniband. Der genauere Zusammenhang zwischen den Übergitterparametern und der Minibandbreite wird innerhalb dieses Kapitels in Abschnitt 1.2.3 diskutiert.

Realisierung von Quantenstrukturen

Praktisch werden die angesprochenen Quantenstrukturen durch eine räumlich präzise Abfolge verschiedener Halbleitermaterialien künstlich realisiert, wobei die verwendeten Materialien unterschiedliche Bandlücken aufweisen. Solche Strukturen werden auch als Heterostrukturen bezeichnet. Heute sind viele verschiedene Materialkombinationen technisch handhabbar, die sich gemäß der verwendeten Elemente in drei Gruppen einteilen lassen. Es gibt Heterostrukturen, die aus Elementen bzw. Verbindungen der Gruppen IV, III/V und II/VI bestehen, wobei die Strukturen der Gruppe IV (z. B. $\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}$) schwieriger zu verwirklichen sind, da die beteiligten Materialien stark unterschiedliche Gitterkonstanten haben (verspannte Halbleiterstrukturen). Die Klasse der II/VI-Halbleiter besitzt unter anderem aufgrund des Interesses an Emittern im blauen Spektralbereich (Leuchtdioden und Laser) Aufmerksamkeit. Die Einheit der III/V-Halbleiter ist die wohl am besten untersuchte Gruppe. Speziell die Verbindungs-

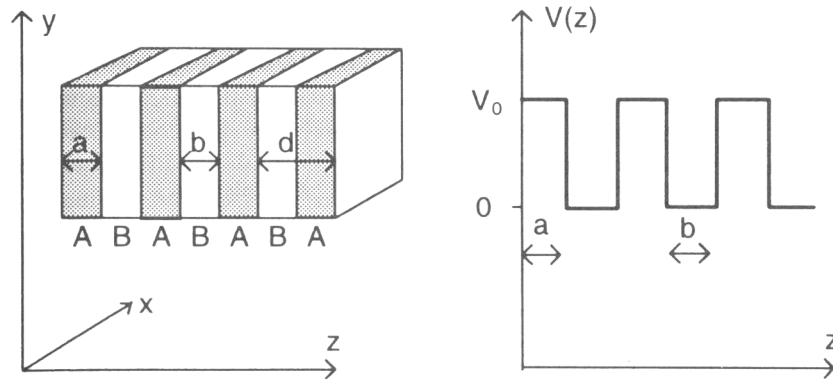


Abbildung 1.3: Schematische Darstellung eines Übergitters bestehend aus den Materialien A und B, die in z -Richtung abwechselnd einander folgen. Rechts ist der effektive Potentialverlauf eines Elektrons dargestellt. [10] entnommen.

Halbleiter Galliumarsenid (GaAs) und Aluminiumgalliumarsenid (AlGaAs) stellen das Standardmaterialsystem für optoelektronische Bauelemente dar. Mit ihnen lassen sich Heterostrukturen von höchster Qualität realisieren, deren elektronische und optische Eigenschaften sich flexibel anpassen lassen. Die hohe Qualität zeigt sich in der hohen Reinheit und den niedrigen Defektdichten der Materialien. Ein weiterer Vorteil dieses Materialsystems liegt in der sehr geringen Abweichung der beiden Gitterkonstanten von GaAs und AlAs von nur 0.15% bei Raumtemperatur begründet. Außerdem besitzen die beiden Materialien ähnliche Wärmeausdehnungseigenschaften. Das erste künstliche Übergitter wurde mit Hilfe des GaAs/AlGaAs-Materialsystems hergestellt [9].

Abbildung 1.3 zeigt schematisch wie ein Übergitter durch periodische Abfolge von zwei Materialien A und B mit den Dicken a und b verwirklicht wird. Betrachtet man z. B. die Leitungsbandkante als Funktion des Ortes in Wachstumsrichtung, so ergibt sich der geforderte Potentialverlauf eines Übergitters der Periodenlänge $d = a + b$. Dabei ist natürlich zu bedenken, dass ein auf diese Weise erzeugtes Übergitter nicht eindimensional ist. In den beiden Richtungen senkrecht zur Wachstumsrichtung z besitzt das künstliche Übergitter die entsprechenden Eigenschaften des Volumenmaterials.

Die **Herstellung** der beschriebenen Heterostrukturen, deren charakteristische Topfbreiten bei einigen 10 nm liegen müssen, um die gewünschten Quanteneffekte zu zeigen, wird mit Hilfe der sog. Molekularstrahlepitaxie (engl. *molecular beam epitaxy*, MBE) ermöglicht. Zusätzlich zur MBE wurden in den letzten 25 Jahren eine Reihe weiterer Techniken entwickelt, um ultradünne Materialschichten kontrolliert aufwachsen zu können. Als ein weiteres Beispiel sei die sog. MOCVD-Technik (engl. *metal-organic vapor deposition*) erwähnt, die vor allem bei quarternären III/V-Verbindungen wie

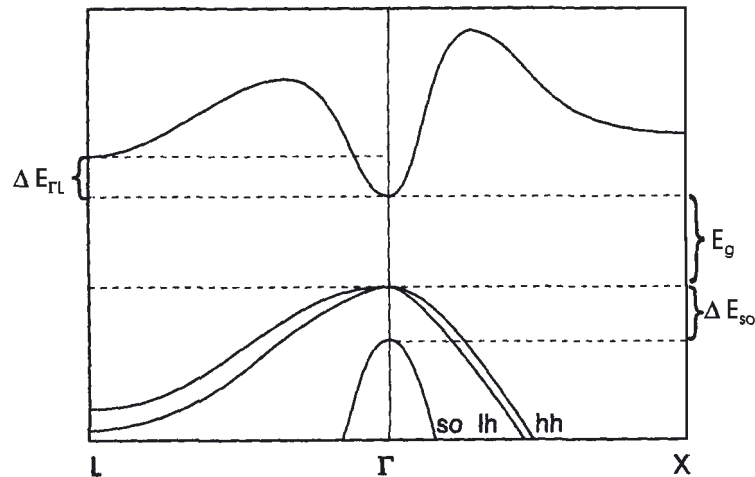


Abbildung 1.4: Die Bandstruktur von GaAs in der Umgebung des Γ -Punktes [11].

InGaAsP Verwendung findet. Ein guter Überblick über die Technik der MBE (und einiger anderer Methoden) inklusive der nötigen Kontroll- und Analysemöglichkeiten von Schichtqualität und -dicke während des Wachstumsprozesses findet sich in [10].

1.2 Optische Eigenschaften von GaAs/AlGaAs-Übergitterstrukturen

Wie bereits erwähnt, funktioniert das oben dargestellte Konzept zur Realisierung von Quantenstrukturen mit einer ganzen Reihe verschiedener Materialsysteme. Da die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich an GaAs/AlGaAs-Übergittern vorgenommen wurden, beschränken sich alle weiteren Betrachtungen auf dieses Materialsystem.

1.2.1 Bandstruktur von GaAs

Die optischen Eigenschaften von intrinsischem Volumen-GaAs werden durch seine Bandstruktur bestimmt, die in Abbildung 1.4 dargestellt ist. GaAs besitzt eine direkte Bandlücke E_g , die für Temperaturen um 10 K und darunter etwa 1.52 eV beträgt. Da der von den eingestrahlenen Photonen übertragene Impuls bei einer optischen Anregung vernachlässigbar ist, reicht es aus, die Dispersion (E gegen k) in einem Bereich um die Mitte der Brillouin-Zone zu betrachten. Das Leitungsband besitzt um den Γ -Punkt eine sphärisch-symmetrische Dispersionsrelation, die für ausreichend kleine Energien

parabelförmig angenommen werden kann und daher die Beschreibung durch eine konstante Masse, die sog. effektive Masse¹ $m_e = 0.067 m_0$ ermöglicht². m_0 steht dabei für die Masse eines freien Elektrons. Da die Wellenfunktionen des Leitungsbandes in einer Umgebung um den Γ -Punkt rotationssymmetrisch sind, besitzen sie keinen Bahndrehimpuls ($l = 0$), d. h. sie sind s-artig. Für höhere Energien wächst der p-artige Anteil jedoch an. Die Elektronenzustände des Leitungsbandes weisen eine zweifache Spinartung auf. Das Valenzband stellt sich ein wenig komplizierter dar, da die Valenzbandzustände p-artig sind und die Spin-Bahn-Kopplung (abhängig vom Quadrat der Ordnungszahl, daher wichtig) dazu führt, dass weder der Spin noch der Bahndrehimpuls gute Quantenzahlen darstellen. Lediglich der Gesamtdrehimpuls $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$, der sich aus der Summe von Bahndrehimpuls und Spin ergibt, liefert eine geeignete Quantenzahl j . Die p-artige Wellenfunktion (Bahndrehimpuls $l = 1$) erlaubt die drei Drehimpulseinstellungen $l_z = 0, \pm 1$. Außerdem gibt es noch zwei Spineinstellungen $s_z = \pm \frac{1}{2}$, so dass sich Eigenzustände ergeben, die einen Gesamtdrehimpuls von entweder $j = \frac{1}{2}$ oder von $j = \frac{3}{2}$ aufweisen. Die Zustände mit dem Gesamtdrehimpuls $j = \frac{1}{2}$ sind dabei aufgrund der Spin-Bahn-Wechselwirkung am Γ -Punkt gegenüber denen mit $j = \frac{3}{2}$ energetisch um $\Delta E_{so} = 340 \text{ meV}$ [13] abgesenkt. Dieses Band wird auch als *split-off*-Band bezeichnet und spielt aufgrund des deutlichen Abstandes zu den Valenzbändern mit $j = \frac{3}{2}$ bei optischen Experimenten keine weitere Rolle. Für $j = \frac{3}{2}$ sind insgesamt vier Drehimpulseinstellungen möglich ($j_z = \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2}$), die zu zwei verschiedenen, jeweils zweifach entarteten Valenzbändern gehören. Für die parabolische Approximation um $k = 0$ ergibt sich wie im Leitungsband eine Dispersionsrelation der Form $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_{|j_z|}}$, wobei die von k unabhängige effektive Masse $m_{|j_z|}$ allerdings von $|j_z|$ abhängt. Da die effektive Masse für $j_z = \pm \frac{3}{2}$ deutlich größer ist als die Masse für $j_z = \pm \frac{1}{2}$, spricht man auch von der Schwerloch- (englisch: *heavy hole*, hh) bzw. der Leichtlochmasse (englisch: *light hole*, lh). In GaAs betragen die effektiven Massen von schwerem (hh) bzw. leichtem (lh) Loch etwa $m_{hh} = 0.47 m_0$ und $m_{lh} = 0.082 m_0$. An der Stelle $k = 0$ sind das Schwerloch- und das Leichtlochband entartet. Diese Entartung wird allerdings durch Einführen einer Anisotropie, wie sie beispielsweise durch die geschichtete Materialabfolge eines Übergitters oder eines Quantentopfes erzeugt wird, aufgehoben. Hier ist die Wachstumsrichtung gegenüber den beiden anderen (freien) Richtungen ausgezeichnet. Beim unendlichen Quantentopf wird die Aufhebung der Entartung bei $\mathbf{k} = 0$ auf

¹Im Rahmen dieser Arbeit wird normalerweise ein hochgestellter Stern benutzt, um anzuzeigen, dass die Masse zwar konstant ist (parabelförmige Dispersion), aber nicht mit der freien Elektronenmasse übereinstimmt (m^*). Ist es dagegen wichtig, eine spezielle effektive Masse, z. B. die eines Elektrons oder eines Loches zu kennzeichnen, so markiert der tiefgestellte Index, um welche Ladungsträgerspezies es sich handelt (m_e bzw. m_h).

²Für $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ wird der Zusammenhang $m_e = (0.067 + 0.083 x) m_0$ [12] allgemein akzeptiert.

besonders einfache Weise deutlich, da hier die diskreten Eigenenergien E_n umgekehrt proportional zur effektiven Masse sind (vgl. Gleichung (1.2)).

Aufgrund des direkten Zusammenhangs der effektiven Masse m^* und der Beweglichkeit eines Ladungsträgers, die umgekehrt proportional zueinander sind, ist das Konzept einer effektiven Masse auch für das Verständnis von Transporteigenschaften interessant. So lässt sich anhand der Krümmung von $E(\mathbf{k})$, die mit m^* über den allgemeinen Zusammenhang

$$m_{ij}^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \right)^{-1} \quad i, j = x, y, z$$

bzw. im rotationssymmetrischen Fall über

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

verknüpft ist, beispielsweise das Funktionsprinzip sog. Gunn-Dioden [14] erklären, die heute zur Erzeugung von Strahlung im GHz-Frequenzbereich verwendet werden. Dabei wird die im L-Seitental im Vergleich zum Γ -Tal deutlich reduzierte Beweglichkeit der Elektronen ausgenutzt. Ein Transfer vom Γ - ins L-Tal, deren energetischer Abstand $\Delta E_{\Gamma L} = 285 \text{ meV}$ beträgt, führt zu einer negativen differentiellen Leitfähigkeit und damit zu einer Abbremsung der Ladungsträger, wodurch die Strahlung generiert wird. Der Transfer wird dabei durch ein entsprechend großes elektrisches Feld ermöglicht.

Die Bandkrümmung beeinflusst auch die Zustandsdichte D (und damit die Absorption α), die im Dreidimensionalen für die parabolische Näherung wurzelförmig ist:

$$D_i(E) = \frac{(m_i^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E - E_g}.$$

Bei der Absorption spielt zusätzlich auch die Besetzung der Anfangs- bzw. Endzustände eine entscheidende Rolle (Pauli-Prinzip). Aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung können gebundene Zustände von Elektronen und Löchern – sog. *Exzitonen* – erzeugt werden, die eine Absorption unterhalb von E_g ermöglichen. Ein Exziton (gebundenes Elektron-Loch-Paar) lässt sich analog einem Wasserstoffatom behandeln und weist daher genau wie dieses ein diskretes Energiespektrum der Form $E_n^{\text{ex}} = E_g - E_B^{\text{ex}}/n^2$ auf [15]. Für eine direkte Bandlücke und parabolische Bänder kann die Relativbewegung von Elektron und Loch und die Bewegung des Schwerpunktes separiert werden, wodurch sich, bezogen auf die Valenzbandkante, die exzitonische Dispersionsrelation

$$E_n^{\text{ex}}(\mathbf{k}) = E_g - \frac{E_B^{\text{ex}}}{n^2} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2M} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3 \dots$$

ergibt [16]. Dabei steht $\mathbf{k} = \mathbf{k}_e + \mathbf{k}_h$ für den Exziton-Wellenvektor, der sich aus der Summe von Elektron- und Loch-Wellenvektor zusammensetzt und $M = m_e + m_h$ für die Exzitonmasse. Die Bindungsenergie³ E_B^{ex} errechnet sich zu

$$E_B^{\text{ex}} = 13.6 \text{ eV} \cdot \frac{\mu}{m_0 \epsilon_r^2},$$

wobei μ für die reduzierte Masse⁴ des Exzitons und ϵ_r für die Dielektrizitätskonstante von GaAs⁵ steht. E_B^{ex} beträgt im GaAs etwa 4.2 meV [17]. Die direkte Anregung vom Valenz- in das Leitungsband entspricht dabei der Generation eines ionisierten Exzitons ($n \rightarrow \infty$), d. h. der Erzeugung eines freien Elektron-Loch-Paares. Bei Berücksichtigung exzitonischer Effekte kann die optische Anregung demnach nicht mehr modellhaft als einfache Anhebung eines Elektrons vom Valenz- zum Leitungsband angesehen werden. Dies liegt daran, dass die gesamte Bandstruktur auf einem Einteilchenbild beruht und demzufolge nur die Energie eines einzelnen Elektrons beschreibt. Alternativ betrachtet man statt dessen die *Erzeugung* oder *Vernichtung* eines Elektron-Loch-Paares.

Der Durchmesser eines Exzitons im GaAs, der sich wieder völlig analog zum Bohrschen Radius ergibt, entspricht rund 25 nm. In Quantenstrukturen betragen die charakteristischen Längenskalen etwa 10 nm und sind damit in der Regel kleiner als der Exzitonendurchmesser, wodurch die exzitonische Resonanz der Absorption in zweifacher Hinsicht beeinflusst wird. (i) Aufgrund des erzwungenermaßen geringeren Exzitonendurchmessers vergrößert sich die Exzitonbindungsenergie. In Abhängigkeit der Dimension D erhält man für die Energiedispersion

$$E_{n,D}^{\text{ex}}(\mathbf{k}) = E_g - \frac{4.2 \text{ meV}}{(n - \frac{3-D}{2})^2} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2M} \quad \text{mit } D = 2, 3.$$

Im Zweidimensionalen ist die Bindungsenergie demnach viermal so groß wie im Dreidimensionalen. Bei realen (d. h. quasi-zweidimensionalen) Quantentopfstrukturen beträgt der Faktor eher den Wert drei [18]. (ii) Durch den geringeren Abstand von Elektron und Loch steigt die Oszillatorstärke an. Für ein 1s-Exziton ist die Wahrscheinlichkeit am größten, Elektron und Loch am gleichen Ort (in der gleichen Einheitszelle) zu finden [19], d. h. die 1s-Wellenfunktion „peakt“ bei verschwindendem Elektron-Loch Relativabstand. Die Oszillatorstärke des n -ten Zustandes im Dreidimensionalen fällt gemäß n^{-3} ab, im Zweidimensionalen dagegen gemäß $(n - 1/2)^{-1}$. Für $n = 1$ folgt daher im

³Die 13.6 eV Bindungsenergie des Wasserstoffatoms $E_H = m_0 e^4 / 8 h^2 \epsilon_0^2$ wird um den Einfluss der relevanten Lochbewegung und um den Einfluss der das Exziton umgebenden Materie, repräsentiert durch die Dielektrizitätskonstante ϵ_r , korrigiert.

⁴ $\mu = (m_e m_h) / M$.

⁵ $\epsilon_r = 13.1$ für GaAs.

zweidimensionalen Fall eine achtmal größere Oszillatorstärke als im 3D-Fall. Abgesehen von dem diskreten Absorptionsspektrum unterhalb von E_g wird auch der Rest der Interbandabsorption von exzitonischen Effekten bestimmt. So bewirkt beispielsweise die Coulomb-Wechselwirkung zwischen ionisierten Elektron-Loch-Paaren eine verstärkte Absorption oberhalb der Bandkante E_g (sog. *Coulomb-enhancement*), wobei auch der diesen Effekt beschreibende sog. Sommerfeld-Faktor von der Dimensionalität des Systems abhängt [16, 19].

Abbildung 1.5 lässt anhand berechneter Absorptionsspektren für ein 3D- bzw. 2D-System mit und ohne exzitonischer Wechselwirkung deutlich die beschriebenen Effekte der Coulomb-Wechselwirkung erkennen.

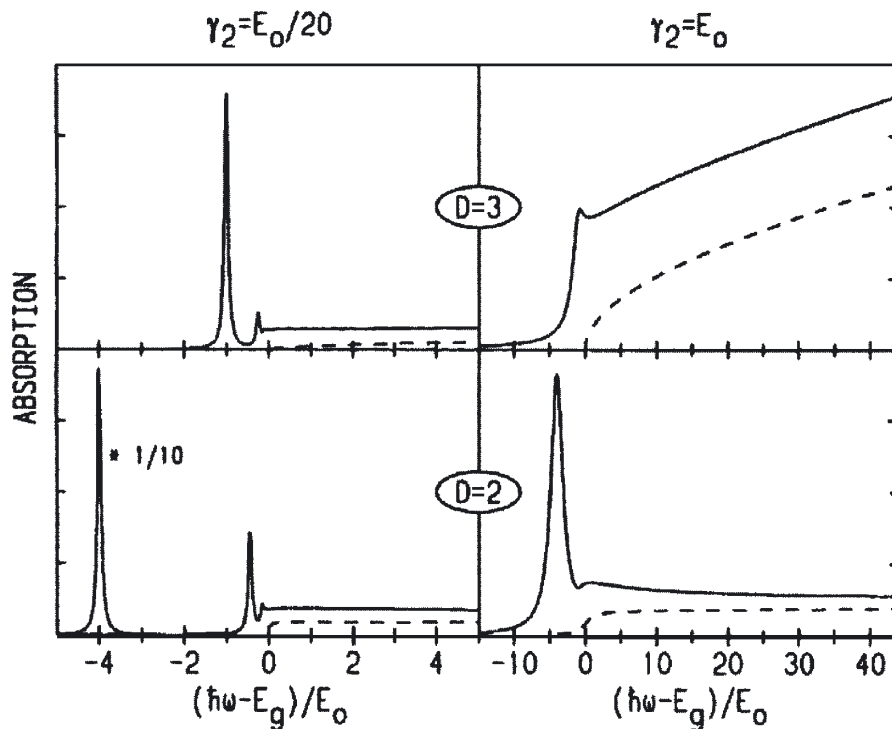


Abbildung 1.5: Berechnete Absorption für ein 3D- (oben) bzw. 2D-System (unten) mit (durchgezogen) und ohne (gestrichelt) Coulomb-Wechselwirkung für eine kleine (links) und eine größere (rechts) energetische Verbreiterung der Übergänge. Ohne eine Verbreiterung würden sich die Übergänge gemäß der einfachen Überlegungen (s. Text) als δ -Funktionen darstellen. Abbildung entnommen aus [20].

1.2.2 GaAs/AlGaAs-Strukturen

Die räumliche Strukturierung des binären Halbleiters GaAs und des ternären Halbleiters $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ führt aufgrund deren unterschiedlicher Bandlücken zu einem räumlich variierenden Potentialverlauf, wie er schon in Abbildung 1.3 schematisch gezeigt wurde. Abweichend von diesem einfachen Schema ist allerdings zu berücksichtigen, dass sich die Bandlückendifferenz $\Delta E_g = E_g^{\text{B}} - E_g^{\text{W}}$ zwischen Barrieren- und Topfmaterial sowohl auf das Leitungsband als auch auf das Valenzband verteilt. Für Al-Konzentrationen unterhalb von $x = 0.4$ besitzt $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ eine direkte Bandlücke. In diesem Fall befinden sich die am tiefsten liegende Unterkante des Leitungsbandes und die am höchsten liegende Oberkante des Valenzbandes in derselben Halbleiterschicht (vgl. Abbildung 1.6). Solche Strukturen nennt man Typ-I-Strukturen. Für einen größeren Al-Gehalt wird die Bandlücke von $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ indirekt und es entstehen sog. Typ-II-Strukturen, bei denen die tiefste Unterkante des Leitungsbandes mit der tiefsten Oberkante des Valenzbandes zusammenfällt (vgl. Abbildung 1.6). Da im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich Übergitter des Typs I untersucht werden, beschränken sich die weiteren Ausführungen auf diesen Strukturtyp.

Abbildung 1.7 zeigt den Verlauf der Bandkanten von Leitungs- (LB) und Valenzband (VB) im Barrieren- (B) und im Topfmaterial (T) einer solchen Typ-I-Struktur am

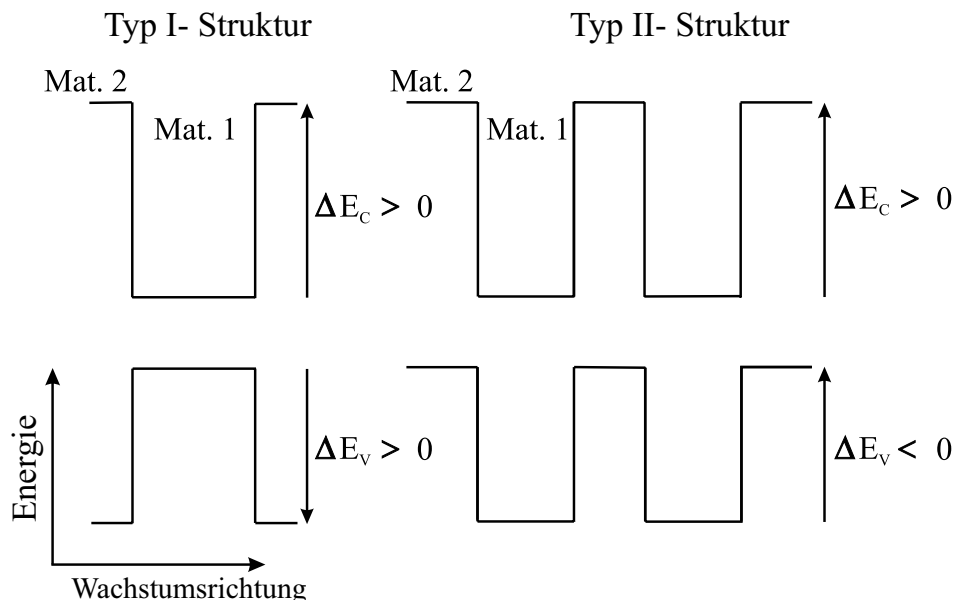


Abbildung 1.6: Schematische Darstellung einer Typ-I- (links) und einer Typ-II-Quantenstruktur (rechts).

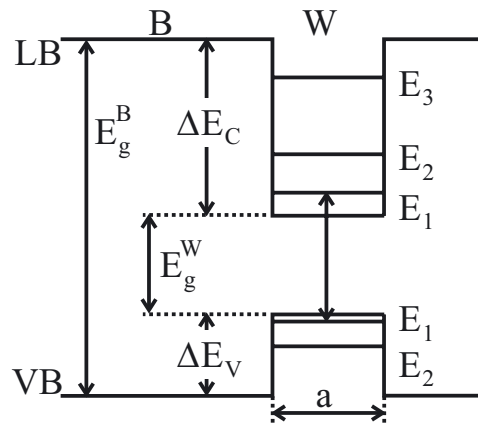


Abbildung 1.7: Schematische Darstellung der Banddiskontinuität eines Typ-I-GaAs/AlGaAs-Quantentopfes. Die Bandlückendifferenz $\Delta E_g = E_g^B - E_g^W$ zwischen dem Barrierenmaterial B und dem Topfmateriale W teilt sich zwischen dem Leitungsband-Offset ΔE_C und dem Valenzband-Offset ΔE_V etwa gemäß dem Verhältnis 2/3 zu 1/3.

Beispiel eines Quantentopfes. Für B = $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ und T = GaAs entfällt etwa 1/3 der Bandlückendifferenz $\Delta E_g = E_g^B - E_g^W$ auf den sog. Valenzband-Offset $\Delta E_V = 0.33 \Delta E_g$; der Leitungsband-Offset ΔE_C macht dagegen rund 2/3 von ΔE_g aus. Diese Verhältnisse wurden experimentell ermittelt [21, 22] und es besteht bis heute keine Einigung über ihren exakten Zahlenwert. Für den Leitungsband-Offset ΔE_C wird beispielsweise 60% bis 70% von ΔE_g allgemein akzeptiert [10]. Häufig verwendet werden in der Literatur die beiden Werte 60% bzw. 67%. Die Bandlückendifferenz ΔE_g zwischen GaAs und $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ hängt linear⁶ vom Al-Gehalt x ab und beträgt für $0 \leq x \leq 0.4$ bei tiefen Temperaturen [24, 25]

$$\Delta E_g = x \cdot 1247 \text{ meV}. \quad (1.3)$$

Im Falle eines (isolierten) Quantentopfes, wie er in Abbildung 1.7 dargestellt ist, bilden sich im Eindimensionalen diskrete Energieniveaus aus. Da bei der Herstellung solcher Strukturen mit Hilfe von Materialschichten die Bewegung der Ladungsträger in den beiden Richtungen senkrecht zur Wachstumsrichtung nicht eingeschränkt ist, formieren sich sog. *Subbänder* E_1, E_2, \dots , wobei die Zustandsdichte innerhalb eines solchen Subbandes konstant ist. Man erhält eine Stufenfunktion für die Zustandsdichte, die unterhalb von E_i Null und oberhalb von E_i konstant ist. Die Zustandsdichte aller Subbänder zusammen ergibt daher eine Art Treppenfunktion, die immer bei E_i eine Stufe aufweist. Man spricht in diesem Zusammenhang oft von einem quasi-2D-System. Wie schon erwähnt, hebt sich die Entartung bei gekoppelten Quantentöpfen innerhalb

⁶Alternativ findet man in der Literatur auch $\Delta E_g = 1155 \text{ meV } x + 0.37 \text{ meV } x^2$ [23].

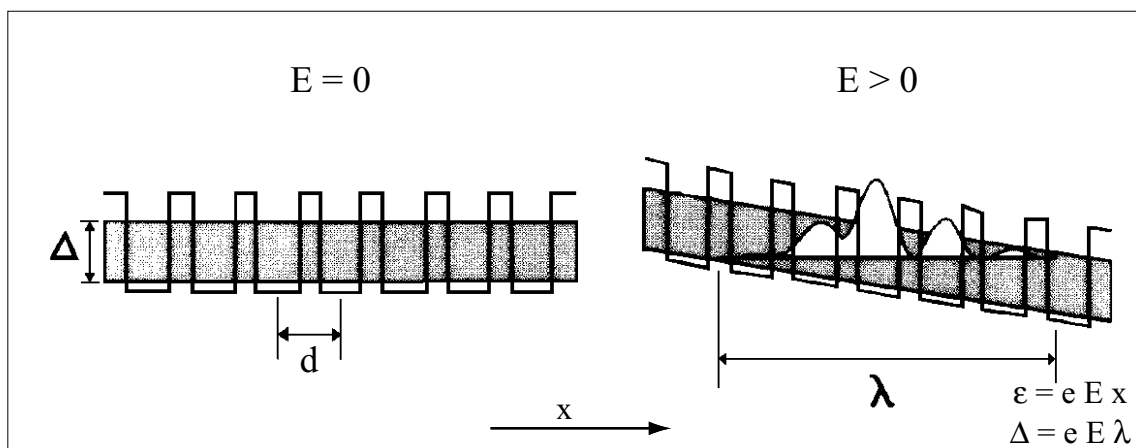


Abbildung 1.8: Lokalisierung der Wellenfunktion im verkippten Übergitter. Nur innerhalb des Minibandes darf die Wellenfunktion (dargestellt ist ihr Betragsquadrat) nennenswert von Null verschieden sein (ohne Berücksichtigung von Franz-Keldysh-Effekten). Abbildung nach [10].

eines Übergitters auf, so dass die vormalig entarteten diskreten Energieniveaus aufspalten und sich so in Wachstumsrichtung ein quasi-kontinuierliches Spektrum – ein sog. *Miniband* – formiert. Die Zustandsdichte eines Übergitters besitzt ohne ein angelegtes elektrisches Feld einen dreidimensionalen Charakter (vgl. Abbildung 1.9 unten rechts), weshalb sie auch als quasi-3D-Systeme bezeichnet werden.

Liegt dagegen ein elektrisches Feld in Übergitterrichtung an, so führt dies mit wachsendem Feld zu immer stärkerer Lokalisierung der Wellenfunktionen, was sich anschaulich begreifen lässt. Durch das elektrische Feld werden die Energieniveaus eines Quantentopfes gegenüber den analogen Niveaus seines Nachbarn um den Betrag eEd energetisch verschoben. Dabei stellt d die Übergitterperiode und E den Betrag des elektrischen Feldes dar⁷. Mit wachsendem Feld geraten äquivalente Energieniveaus damit außer Resonanz und die Kopplung der Töpfe untereinander nimmt ab. Als Folge davon sind die Ladungsträgerwellenfunktionen nicht mehr über das gesamte Übergitter delokalisiert, sondern erstrecken sich lediglich noch über den Bereich einiger Übergitterperioden. Abbildung 1.8 zeigt diese Situation. Wie man aus der Abbildung ablesen kann, ergibt sich die sog. *Lokalisierungslänge* λ aus der Bedingung $eE\lambda \approx \Delta$.

$$\lambda \approx \frac{\Delta}{eE} \quad (1.4)$$

⁷In diesem Kapitel wird der Buchstabe E sowohl für den Betrag des elektrischen Feldes \mathbf{E} , als auch für *diskrete* Energien in der Form E_n verwendet. Energien tragen daher eine Indizierung. Die Bedeutung sollte aber auch aus dem inhaltlichen Zusammenhang klar hervorgehen.

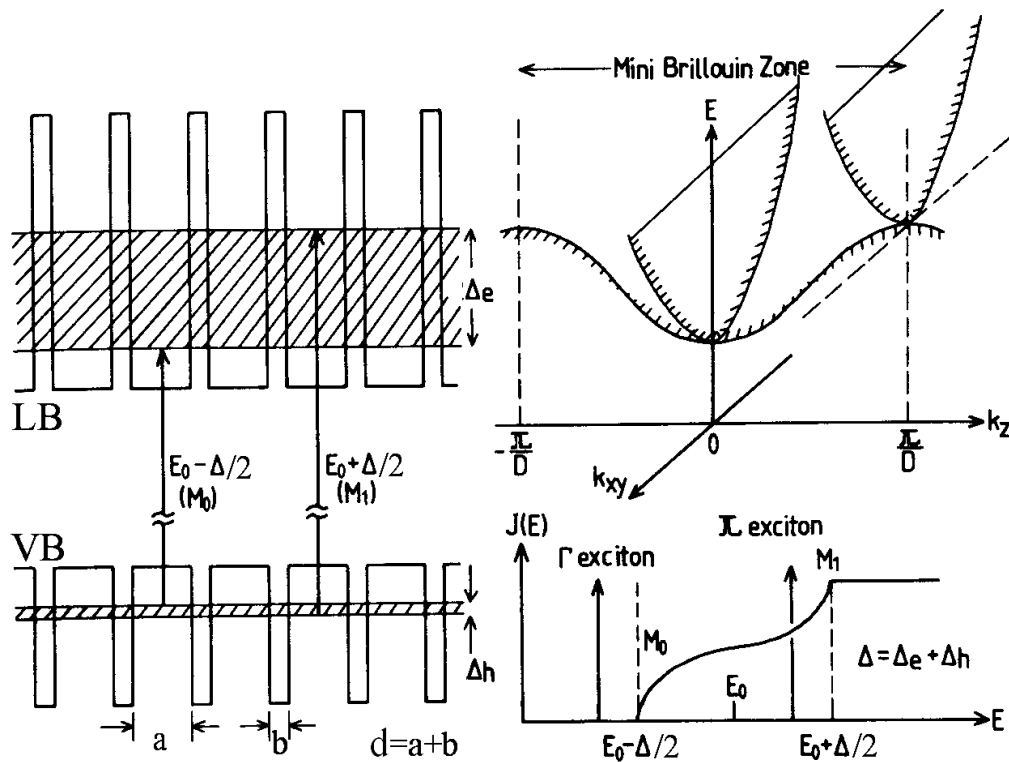


Abbildung 1.9: Links: Die sich in einem Übergitter ausbildenden Minibänder mit den Breiten Δ_h (Mini-Valenzband) und Δ_e (Mini-Leitungsband). Optische Anregungen sind zwischen der oberen Mini-Valenzbandkante zur unteren Mini-Leitungsbandkante und der unteren Mini-Valenzbandkante zur oberen Mini-Leitungsbandkante möglich. Rechts: Senkrecht zur Minibandrichtung mit kosinusförmiger Dispersion besteht weiterhin die parabelförmige Dispersionsrelation des Volumenmaterials (oben). Unten ist die quasi-3D-Zustandsdichte eines Übergitters dargestellt, wobei die Position des oberen und unteren (1s-)Exzitons ebenfalls eingezeichnet ist. Abbildung nach [10].

Bei sehr hohen Feldstärken sind die Wellenfunktionen, genau wie bei ungekoppelten Mehrfachquantentöpfen, vollständig in den Potentialtöpfen lokalisiert ($\lambda = d$); die Zustandsdichte des Übergitters entspricht der eines quasi-zweidimensionalen Systems. Für ein typisches Übergitter mit einer Minibandbreite von 20 meV beträgt die entsprechende Feldstärke etwa $E = 18 \text{ kV/cm}$.

1.2.3 Minibänder und effektive Masse

Die Kopplungsstärke der Quantentöpfe, die durch die Wachstumsparameter Barrierendicke und -höhe sowie die Topfbreite eingestellt werden kann, bestimmt die Miniband-

breiten $\Delta_{e,h}$ eines Übergitters. Die Dispersionsrelation eines Minibandes ergibt sich mit Hilfe einer *Tight-Binding*-Näherung⁸ in Übergitterrichtung (hier: x-Richtung) zu [26]

$$\varepsilon_n(k_x) = E'_n - \frac{\Delta_n}{2} \cos(k_x d). \quad (1.5)$$

Dabei bezeichnet ε_n die als kontinuierlich angesehene Energie und E'_n die diskrete Eigenenergie des einzelnen Quantentopfes im Gitter, aus der sich das entsprechende n-te Miniband durch Aufspaltung entwickelt. Das Minuszeichen vor dem Kosinus gilt dabei nur für das Leitungsband, im Valenzband dreht sich das Vorzeichen um. In der *Tight-Binding*-Näherung ergibt sich die Minibandbreite $\Delta_n = 4\gamma_n$ aus dem Überlappintegral γ_n zweier direkt benachbarter Potentialtöpfe

$$\gamma_n = \int \phi_n^*(x \pm d)V(x)\phi_n(x) dx. \quad (1.6)$$

$V(x)$ bezeichnet hier das Übergitterpotential, das sich aus der Summe der einzelnen Topfpotentiale ergibt. Dabei wurde für die Gesamtwellenfunktion ψ_n des n-ten Minibandes der mit dem Bloch-Theorem konforme Ansatz

$$\psi_n(k_x, x) = L^{-1/2} \sum_m e^{ik_x md} \phi_n(x - md) \quad (1.7)$$

gewählt. $\phi_n(x - md)$ stellt die Einhüllenden-Wellenfunktion zum n-ten Energieeigenwert eines isolierten Potentialtopfes dar, der sich an der Stelle der m-ten Übergitterperiode befindet. L ist die Normierungslänge, die sich über das gesamte Übergitter erstreckt.

In den beiden Richtungen senkrecht zur Wachstumsrichtung (yz-Richtungen) bleibt die parabolische Dispersionsrelation des Volumenmaterials mit der effektiven Masse m^* bestehen, weshalb sich die dreidimensionale Energiedispersion (Minibandindex n unterdrückt) im Mini-Leitungsband zu

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(k_x d)] + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_y^2 + k_z^2) \quad (1.8)$$

ergibt. Die untere Minibandkante wurde dabei in den Ursprung bei $\varepsilon(0) = 0$ gelegt. In Abbildung 1.9 (oben rechts) ist schematisch die dreidimensionale Dispersionsrelation gezeigt. (Übergitterrichtung hier entlang der z-Achse.) In Übergitterrichtung kann die kosinusförmige Energiedispersion für kleine Werte von k_x durch eine Parabel genähert, d. h. mit Hilfe einer konstanten effektiven Masse beschrieben werden. Diese Masse ergibt sich aus der Entwicklung des Kosinustermes um die Stelle $k_x = 0$

$$\varepsilon(k_x) = \frac{\Delta}{2} (1 - \cos(k_x d)) \approx \frac{\Delta}{2} \left(1 - \left(1 - \frac{k_x^2 d^2}{2} \right) \right) = \frac{\Delta}{4} k_x^2 d^2. \quad (1.9)$$

⁸Aus dem Englischen für „stark gebunden“, auch „Nächste-Nachbar-Näherung“ genannt. Ausgehend von der Überlegung relativ stark gebundener Elektronen wird nur der Wellenfunktionsüberlapp mit den direkt benachbarten Zellen berücksichtigt.

Mit $m_x = \hbar^2 (d^2\varepsilon/dk_x^2)^{-1}$ ergibt sich

$$m_x = \frac{2\hbar^2}{\Delta d^2} \quad (1.10)$$

für die effektive Masse m_x in Wachstumsrichtung am Minibandboden, die nur von der Periodenlänge d und der Minibandbreite des Übergitters abhängt. Natürlich ist die Approximation einer konstanten Masse für größere k_x nicht geeignet, da hier m_x von k_x abhängt. Aus der Periodenlänge d des Übergitterpotentials ergeben sich die Komponenten der reziproken Gittervektoren in Wachstumsrichtung als Vielfache von $\pm 2\pi/d$. Die Grenzen der ersten *Mini*-Brillouin-Zone in Übergitterrichtung liegen daher bei $k_x = \pm\pi/d$. An diesen Grenzen findet eine Bragg-Reflexion der Ladungsträgerwelle statt.

Kronig-Penney-Modell

Sowohl die Minibandbreite als auch der genauere Verlauf der Dispersionsrelation eines Übergitters lassen sich mit Hilfe eines Kronig-Penney-Modells [27] bestimmen. Im folgenden wird lediglich der periodische kastenförmige Potentialverlauf in Wachstumsrichtung (hier x-Richtung) betrachtet. Die yz-Ebene, in der eine freie Ladungsträgerbewegung stattfindet, bleibt unberücksichtigt, da das entsprechende dreidimensionale Eigenwertproblem separierbar ist. Formal lautet die stationäre Schrödingergleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2\phi}{dx^2} + V(x)\phi = \varepsilon\phi, \quad (1.11)$$

wobei sich das Potential $V(x)$ aus der periodischen Fortsetzung (Periode $d = a + b$) eines einzelnen Potentialtopfes $V_E(x)$ (inkl. einer Barriere) mit

$$V_E(x) = \begin{cases} V_0 & -b < x < 0 \\ 0 & 0 < x < a \end{cases} \quad (1.12)$$

ergibt (siehe Abbildung 1.10). Die so konstruierte Schrödingergleichung hat jeweils zwei linear unabhängige Lösungen innerhalb ($0 < x < a$, Bereich II) und außerhalb ($-b < x < 0$, Bereich I) des Potentialtopfes, die beide die Form $\exp(\pm\lambda_{I,II}x)$ besitzen. Die allgemeinen Lösungen, die sich mit Hilfe der Linearkombination der beiden Partialslösungen ergeben, liefern zusammen mit den Anschlussbedingungen an den Potentialtopfgrenzen die gesuchte Wellenfunktion. Dabei wird die Bloch-Bedingung genutzt, um die Wellenfunktion ϕ (und $m^{*-1}d\phi/dx$) der einzelnen Elementarzellen bei $x = -b$ und $x = a$ in Beziehung zu setzen und so der Periodizität des Problems Rechnung zu tragen. Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Massen (siehe dazu Abschnitt 1.1) ergibt

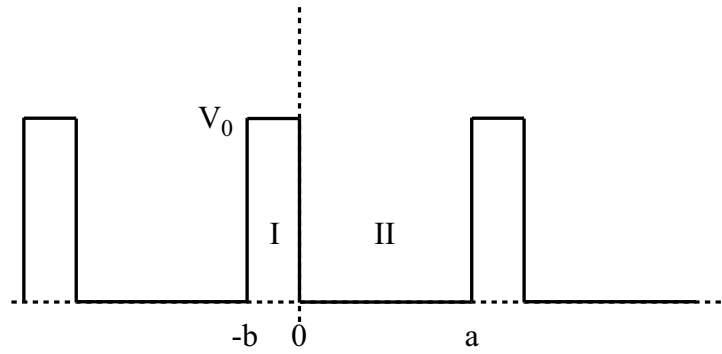


Abbildung 1.10: Potentialverlauf beim Kronig-Penney-Modell.

sich für die gebundenen Zustände mit $\varepsilon < V_0$ die transzendente Eigenwertgleichung

$$\cos(k_x d) = \cos(\alpha a) \cosh(\beta b) + \frac{1}{2} \left(\frac{m_{\text{T}}^* \beta}{m_{\text{B}}^* \alpha} - \frac{m_{\text{B}}^* \alpha}{m_{\text{T}}^* \beta} \right) \sin(\alpha a) \sinh(\beta b), \quad (1.13)$$

wobei die Größen α und β durch

$$\alpha = \sqrt{\frac{2 m_{\text{T}}^* \varepsilon}{\hbar^2}} \quad (1.14)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2 m_{\text{B}}^* (V_0 - \varepsilon)}{\hbar^2}}$$

gegeben sind [10, 28]. m_{T}^* und m_{B}^* stehen für die effektiven Massen im Potentialtopf bzw. in der Potentialbarriere. Die Lösung der von einigen Lehrbüchern der Festkörperphysik [29, 30] für identische Massen m_{T}^* und m_{B}^* her bekannten Eigenwertgleichung (1.13) liefert die Dispersionsrelation und damit die Minibandbreite der entsprechenden Minibänder. Die Potentialtopftiefe V_0 muss, je nachdem ob ein Leitungs- oder ein Valenzband betrachtet wird, mit ΔE_{C} bzw. ΔE_{V} identifiziert werden.

Ein Vergleich zwischen Kronig-Penney-Rechnungen mit unterschiedlichen und mit identischen Massen m_{T}^* und m_{B}^* ergibt, bezogen auf die Resultate eines genaueren $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Modells (sog. Kane-Modell), das folgende Bild: Die Minibandbreiten Δ werden bei Annahme identischer Massen genauer wiedergegeben, wohingegen die energetische Position des Minibandes (engl. *confinement energy*) bei der Modellierung durch unterschiedliche Massen besser vorhergesagt wird [10]. Auch die Krümmung von $\varepsilon(k_x)$ am Minibandboden und damit die effektive Masse m_x in Wachstumsrichtung kann durch die Berücksichtigung der Massenunterschiede genauer vorhergesagt werden. Speziell auf diesen Punkt wird noch genauer eingegangen werden, da sich die Masse m_x mit Hilfe der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen direkt bestimmen lässt. An dieser Stelle soll zunächst von identischen Massen ausgegangen

werden ($m_T^* = m_B^* = 0.068 m_0$ für das Leitungsband). Die rechte Seite von (1.13) vereinfacht sich dementsprechend und liefert für Werte zwischen $+1$ und -1 erlaubte Lösungen der gesamten Gleichung (1.13), die numerisch bestimmt werden müssen. Unter der Annahme, dass sich die Bandkantendifferenz zwischen GaAs und $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ zu 67% auf das Leitungsband verteilt, ergibt sich die Potentialtopftiefe V_0 des Leitungsbandes zu $V_0 = \Delta E_C = 0.67 \cdot 0.3 \cdot 1247 \text{ meV} = 250.6 \text{ meV}$. Für ein Übergitter mit einer Topfbreite $a = 9.7 \text{ nm}$ und einer Barrierenbreite von 1.7 nm ($d = 11.4 \text{ nm}$), wie es im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurde, errechnet sich die energetische Breite des ersten elektronischen Minibandes zu $\Delta = 20.3 \text{ meV}$. Die Masse m_x nach Gleichung

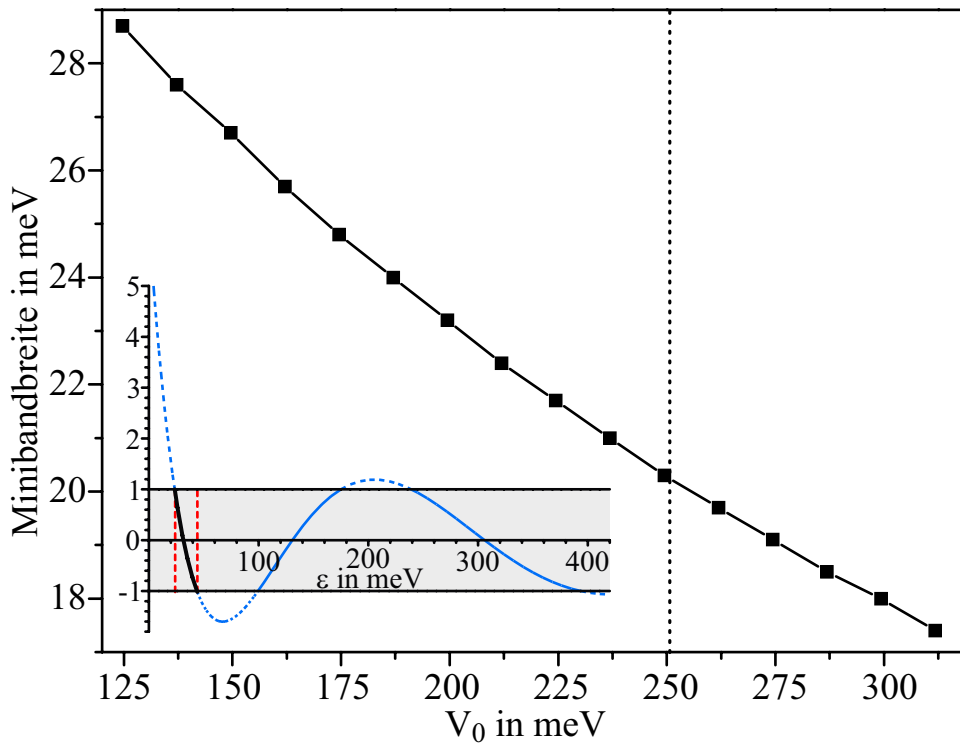


Abbildung 1.11: Verlauf der (elektronischen) Minibandbreite in Abhängigkeit von der Potentialtopftiefe V_0 für ein GaAs/AlGaAs-Übergitter mit einer Topfbreite von $a = 9.7 \text{ nm}$ und einer Barrierenbreite von $b = 1.7 \text{ nm}$ (Periode $d = 11.4 \text{ nm}$). Die unterbrochene Linie markiert den Potentialwert $V_0 = 250.6 \text{ meV}$, der sich für $\Delta E_C = 0.67 \Delta E_g$ und einen Aluminiumanteil von 30% ergibt. Die verwendeten Übergitterparameter entsprechen denen der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben. Der Inset zeigt den Kurvenverlauf der rechten Seite von Gleichung (1.13) gegen die Energie ϵ . Zwischen den Schnittpunkten $+1$ und -1 liegen die erlaubten Lösungen (Minibänder). Das erste Miniband ist als durchgezogene schwarze Strecke dargestellt.

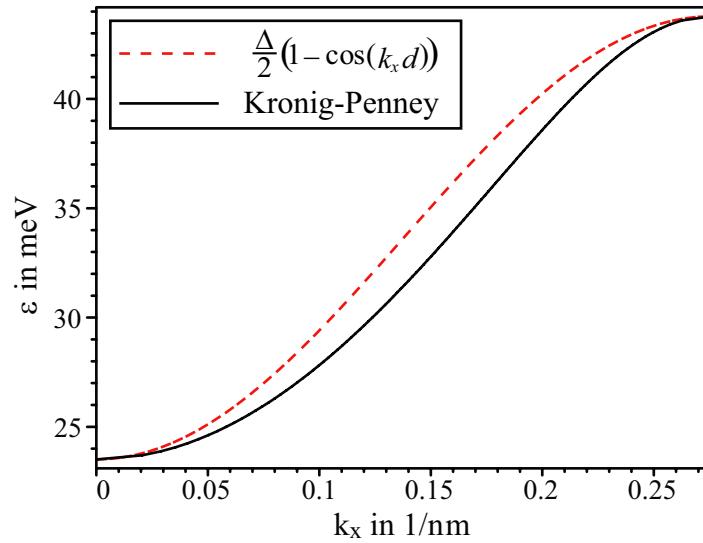


Abbildung 1.12: Dispersion des ersten Minibandes (schwarz, durchgezogen) sowie zum Vergleich eine kosinusförmige Dispersionsrelation (rot, unterbrochen) der gleichen Minibandbreite wie sie aufgrund einer Tight-Binding-Rechnung erwartet wird.

(1.10) beträgt daher $m_x = 0.058 m_0$. Die Abhängigkeit der Minibandbreite von V_0 ist in Abbildung 1.11 dargestellt.

Für die speziell gewählten Übergitter- und Modellparameter liefert die numerische Lösung der transzendenten Gleichung (1.13) auch die Dispersion des ersten Minibandes, die in Abbildung 1.12 als durchgezogene (schwarze) Linie gezeigt ist. Man erkennt den Unterschied zu der im Vergleich dargestellten kosinusförmigen Dispersionskurve, die aus einer Tight-Binding-Rechnung folgt. Die Abweichung vom analytischen Kosinusausdruck, der sich in der Praxis als sehr nützlich erwiesen hat, drückt sich in der Fourierentwicklung von $\varepsilon(k_x)$ aus.

$$\varepsilon(k_x) = C_0 + \sum_{j=1}^{\infty} C_j (1 - \cos(j k_x d)) \quad (1.15)$$

mit

$$C_0 = 23.46 \quad C_1 = 9.92 \quad C_2 = -1.09 \quad C_3 = 0.20 \quad C_{4,5,\dots} \approx 0. \quad (1.16)$$

Die zweite Harmonische ist etwa zehnmal schwächer als der bestimmende Kosinusterm; man kann daher in guter Näherung den einfach zu handhabenden Kosinus der Tight-Binding-Näherung als analytischen Ausdruck verwenden. Für eine genaue Bestimmung von m_x ist allerdings mit spürbaren Ungenauigkeiten zu rechnen, da, wie Abbildung 1.12 zeigt, vor allem die Krümmungen der beiden Kurven für kleine k_x voneinander abweichen. Um eine bessere Näherung für m_x zu erhalten, kann bei $k_x = 0$ eine Parabel

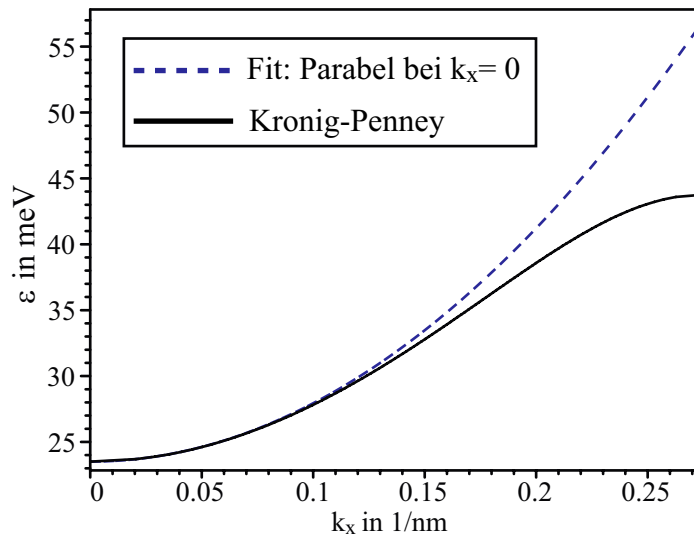


Abbildung 1.13: Die Masse m_x kann durch Anpassen einer Parabel bei $k_x = 0$ (blau, gestrichelt) an die aus dem Kronig-Penney-Modell berechnete Dispersionsrelation (schwarz, durchgezogen) bestimmt werden.

an die numerisch bestimmte Dispersionskurve angepasst werden (vgl. Abbildung 1.13). Für die angesprochenen Parameter ergibt sich die Masse m_x dann zu $m_x = 0.086 m_0$ und ist demnach etwa 1.5 mal größer als bei der Bestimmung über die Gleichung (1.10). Abbildung 1.14 illustriert den Unterschied bei der Bestimmung der Massen in Abhängigkeit von der Potentialtiefe V_0 für den gleichen Parameterbereich wie in Abbildung 1.11. Beide auf verschiedene Weise bestimmten Massen steigen mit wachsendem V_0 an, wobei die aus dem Kronig-Penney-Modell resultierende Masse (Kreise, rote Linie) systematisch um den nahezu konstanten Faktor 1.5 größer ist als die des Tight-Binding-Modells aus Gleichung (1.10).

Berücksichtigt man, wie von Bastard [7, 24] gefordert, die Massendiskontinuität zwischen Barriere und Topf (Gleichung (1.13)), so wird die resultierende Übergittermasse m_x noch größer als in den diskutierten Fällen und steigt zudem schneller mit wachsendem V_0 an. Abbildung 1.15 [31] belegt dies. Dargestellt ist die Abhängigkeit der effektiven Übergittermasse bei Berücksichtigung (Bastard) und bei Vernachlässigung (Kronig-Penney) der Massenunterschiede zwischen Barrieren- und Topfmaterial von der Aluminiumkonzentration x . Die grau schattierten Bereiche geben dabei die Variation an, die durch eine Unsicherheit bei der Festlegung der Potentialtopftiefe gemäß $V_0 = \Delta E_C = (0.65 \pm 0.2) \Delta E_g$ (nach Ref. [32]) entsteht. Die Übergitterparameter (Topfbreite: 10 nm, Breite der Barriere: 2 nm) entsprechen in sehr guter Näherung den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Strukturen (s. folgenden Abschnitt). Für einen

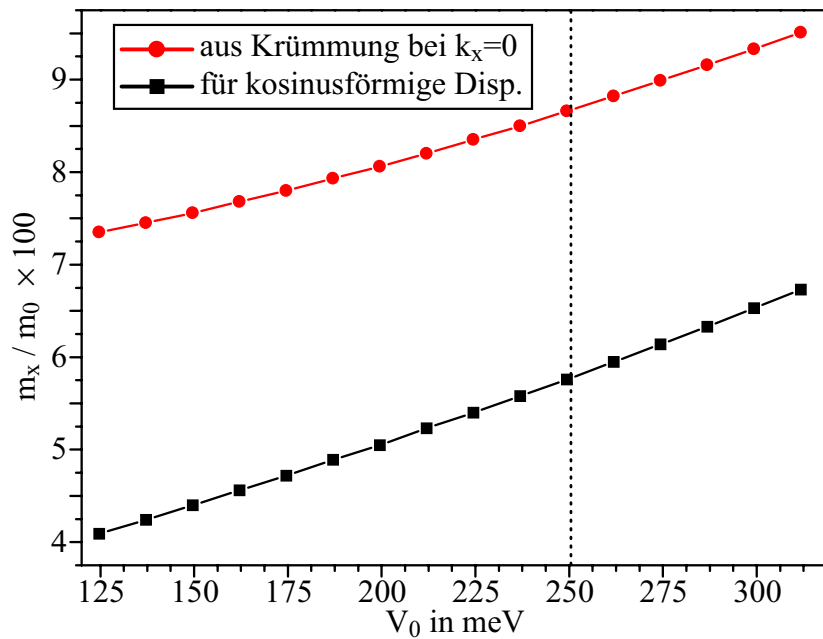


Abbildung 1.14: Vergleich der sich aus den zwei Modellen ergebenden effektiven Massen m_x am Minibandboden. Die aus dem Kronig-Penney-Modell bestimmte Masse (Kreise, rote Linie) ist etwa 1.5 mal größer als die aus der kosinusförmigen Dispersion des Tight-Binding-Ansatzes resultierende Masse (Quadrate, schwarze Linie).

Aluminiumgehalt von $x = 0.3$ liest man aus dem Diagramm (Seite 26) für die sich aus der Modellrechnung (Bastard) ergebende Masse den Wert

$$m_x = 0.114 m_0 \quad (1.17)$$

ab. Die Kreise markieren dabei die experimentell bestimmten Übergittermassen, die mit Hilfe von Zyklotronresonanz-Experimenten ermittelt wurden [31, 33]. Dazu wurden mehrere schwach n-dotierte (Ladungsträgerkonzentration im unteren 10^{15} cm^{-3} -Bereich) Übergitterproben unterschiedlicher Al-Konzentration verwendet⁹. Die geringe Ladungsträgerkonzentration ist dabei nötig, um den Einfluss von Plasmaeffekten auf die Zyklotronresonanzfrequenz gering zu halten. Durch geeignete Wahl der Magnetfeldrichtung im Verhältnis zur Übergitterrichtung kann die Masse entlang des Übergitters bzw. parallel zum Übergitter bestimmt werden. Die experimentell ermittelte Masse entlang der freien Richtungen (senkrecht zum Übergitter) ist durch Dreiecke gekennzeichnet. Man erkennt die starke Abhängigkeit der Übergittermasse m_x von der Al-Konzentration x , d. h. von V_0 , und die relativ geringe Abhängigkeit der Masse senkrecht zur Übergitterrichtung von V_0 . Obwohl die Messergebnisse für m_x eine gewisse Streu-

⁹Eine qualitative theoretische Erklärung der Intrabandabsorptionsspektren wird in [34] gegeben.

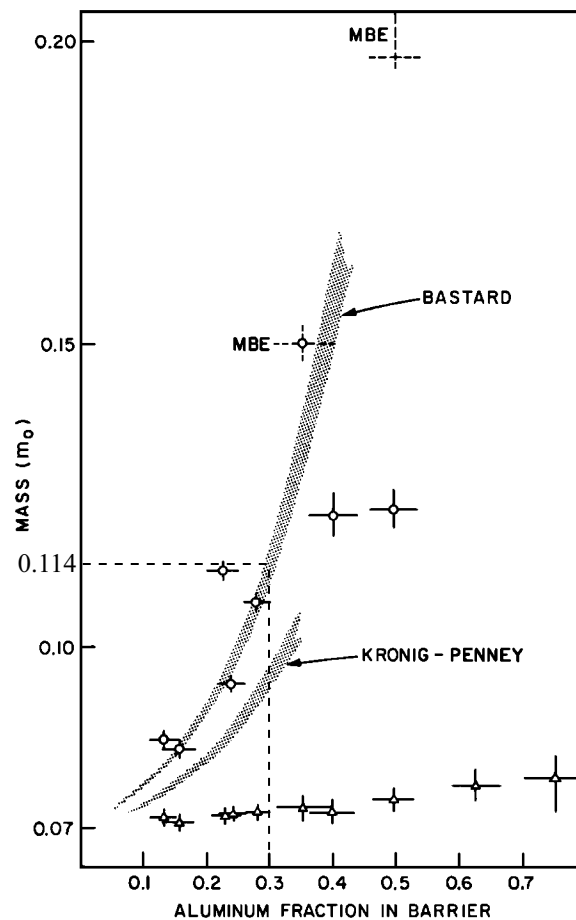


Abbildung 1.15: Experimentell (Kreise) und theoretisch ermittelte (schattierter Bereich) effektive Masse am Boden des Minibandes in Abhängigkeit der Aluminiumkonzentration x und damit von V_0 . Die Berücksichtigung der Massenunterschiede (Bastard) zwischen Potentialtopf und Potentialbarriere drückt sich beim Vergleich der Modellrechnungen durch eine stärkere Abhängigkeit der Minibandmasse von V_0 aus. Bei $x = 0.3$ ergibt sich m_x fast doppelt so groß wie für das einfachere Kronig-Penney-Modell. Die experimentellen Befunde bestätigen bis etwa $x = 0.35$ gut den Verlauf des Bastard-Ansatzes. Die Dreiecke markieren die experimentell ermittelte und nur schwach von x abhängige Masse parallel zur Übergitterrichtung. Abbildung entnommen aus [33].

ung zeigen, wird der mit Hilfe des Bastard-Ansatzes berechnete Verlauf bis $x = 0.35$ gut wiedergegeben. Als mögliche Ursachen für den auffälligen Unterschied zwischen Experiment und Theorie bei $x \geq 0.4$ werden von den Autoren Ladungsträgereinfänge in den Barrieren und eine Abweichung der Barrierenform von der idealen Rechteckgestalt angesprochen. Ein bekanntes Problem beim Wachstum solcher Proben stellt die mit steigendem Al-Gehalt größer werdende Grenzflächenrauigkeit dar. Zusätzlich ist

zu bedenken, dass $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ bei $x \approx 0.45$ von einem direkten zu einem indirekten Halbleiter übergeht und ein Typ-II-Übergitter entsteht.

Löcher

Eine kompliziertere Situation stellt sich für die Valenzbänder dar. Zur Beschreibung der vier energetisch relevanten Minibänder mit dem Gesamtdrehimpuls $j = \frac{3}{2}$ dient der matrixwertige 4×4 -Luttinger-Hamilton-Operator [35], der zusätzlich das Übergitterpotential additiv berücksichtigt. Aufgrund der speziellen Matrixstruktur des Hamilton-Operators sind jedoch trotz der Faktorierbarkeit (senkrecht und entlang der Übergitterrichtung) der Vierervektor-Wellenfunktion die Energien nicht additiv, sondern die Quantenzahlen (k_y, k_z) gehen parametrisch in das Eigenwertproblem der Übergitterrichtung (x-Richtung) ein [26, 36]. Durch geeignete Wahl des Koordinatensystems [37] vereinfacht sich die Darstellung der vierkomponentigen Wellenfunktion $\psi(x)$ in Übergitterrichtung, die sich nun aus zwei zweidimensionalen Komponenten zusammensetzt. Diese zwei Komponenten stammen jeweils aus einem von zwei zweidimensionalen und zueinander orthogonalen Unterräumen. Bei der Separation in orthogonale Unterräume handelt es sich allerdings nicht um Räume, die ausschließlich aus Schwerloch- ($j_z = \pm\frac{3}{2}$) oder Leichtlochzuständen ($j_z = \pm\frac{1}{2}$) gebildet werden, sondern sie entstehen durch eine *Kombination* von Schwer- und Leichtlochzuständen ($j_z = +\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$ bzw. $j_z = -\frac{1}{2}, +\frac{3}{2}$), d. h. Schwer- und Leichtlochkomponenten sind gemischt. Die Anwendung der Bloch-Bedingung und die Forderung nach Kontinuität der Wellenfunktion und ihrer Ableitung führt – analog zum einfachen Kronig-Penney-Modell – auch im Fall der Löcher auf ein homogenes Gleichungssystem, das numerisch gelöst werden kann. Eine detaillierte Diskussion der Lösungen findet sich in [36] und [38]. An dieser Stelle werden nur einige der Resultate wiedergegeben. Bei verschwindender Impulskomponente k_\perp senkrecht zur Übergitterrichtung, d. h. parallel zu den Materialschichten des Übergitters, sind die verschiedenen j_z -Komponenten entkoppelt und es ergibt sich das gleiche Bild, das ein einfaches Kronig-Penney-Modell unter Annahme der entsprechenden Schwer- bzw. Leichtlochmassen liefert. Abbildung 1.16 zeigt die sich aus der Modellierung ergebenden Dispersionsrelationen für $k_\perp = 0$ in Abhängigkeit vom Wellenvektor parallel zur Übergitterrichtung (k_\parallel). Alle drei gezeigten Minibänder lassen sich durch wenige Fourierkomponenten gut anpassen. Das erste Miniband besitzt eine sehr geringe Dispersion mit einer Minibandbreite von lediglich 0.9 meV. Die nächsten zwei energetisch tiefer liegenden Bänder, die dem ersten Leichtloch- (lh1) bzw. dem zweiten Schwerlochband (hh2) entsprechen, kreuzen bei einem höheren k_\parallel -Wert, da das dritte Miniband eine negative, das zweite Band eine positive Lochmasse besitzt.

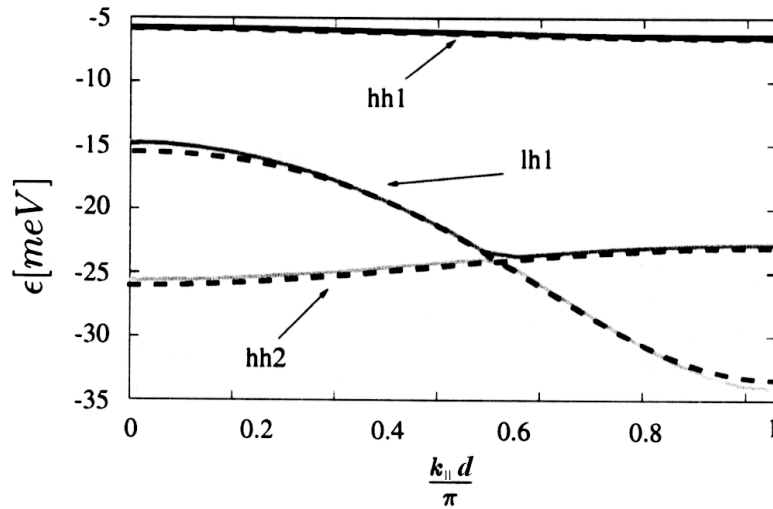


Abbildung 1.16: Valenzminibänder: Das erste Miniband ist ein Schwerlochband (hh1) mit geringer Dispersion (Breite 0.9 meV). Außerdem ist eine Überkreuzung zwischen dem ersten Leichtlochband (lh1) und dem zweiten Schwerlochband (hh2) zu sehen [36].

Für $k_{\perp} \neq 0$ wird die Überkreuzung von Schwer- und Leichtlochband aufgehoben und es kommt zu einer sog. vermiedenen Überkreuzung (engl. *anticrossing*), d. h. die Bänder stoßen sich am vormaligen Kreuzungspunkt ab. Entlang der k_{\perp} -Richtung existiert im Unterraum $j_z = \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$ ein weiterer Kreuzungseffekt, der zeigt, dass man es in den „freien“ Richtungen senkrecht zum Übergitter nicht mit einer einfachen parabolischen Dispersion zu tun hat. Abschließend lässt sich festhalten, dass bei optischer Anregung des ersten Schwerlochbandes (hh1-Exziton), trotz der ansonsten komplexen Valenzbandstruktur, die schweren Löcher keinen entscheidenden Einfluss auf zu studierende Ladungsträgerdynamiken, wie beispielsweise die im nächsten Abschnitt dargestellten Bloch-Oszillationen, ausüben. Der wesentliche Beitrag stammt von den Elektronen. Dies liegt an der geringen, im Vergleich zum ersten Leitungsband etwa 20 mal kleineren Minibandbreite (bei $k_{\perp} = 0$) und der damit verknüpften 20 mal kleineren Lokalisierungslänge λ (Gleichung (1.4)) der Löcher, sowie an der von anderen Bändern unbeeinflussten, nahezu perfekt kosinusförmigen Dispersion des ersten Valenzminibandes. Diese Situation kann sich allerdings bei Anregung beispielsweise ins Leichtlochband (lh-Exziton) grundlegend ändern.

1.3 Bloch-Oszillationen und Wannier-Stark-Quantisierung

Unter Bloch-Oszillation versteht man das grundlegende Phänomen, dass ein Ladungsträger in einem Festkörper – allgemeiner in einem periodischen Potential – unter dem Einfluss eines homogenen äußeren elektrischen Feldes sowohl im k -Raum als auch im Ortsraum oszilliert [1, 30, 39]. Ursache dafür ist die Bragg-Reflexion der Ladungsträgerwelle an den Grenzen der Brillouin-Zone. Auf den ersten Blick scheinen Bloch-Oszillationen kontraintuitiv, weiß man doch, dass ein äußeres elektrisches Feld eine Stromdichte verursacht, die proportional der elektrischen Feldstärke ist und durch eine makroskopische Gleichung, das Ohmsche Gesetz, beschrieben werden kann. Der Grund dafür sind die in Festkörpern auftretenden ultraschnellen Streuprozesse, die das Ladungsträgerwellenpaket am vollständigen Durchlaufen des k -Raumes hindern. Eng verknüpft mit dem Auftreten von Bloch-Oszillationen ist die Existenz einer Serie von diskreten, äquidistant auftretenden und linear mit dem elektrischen Feld schiebenden Resonanzen, die als Wannier-Stark-Leiter bezeichnet wird. Sie entsteht durch die vom elektrischen Feld bedingte Ortsabhängigkeit der Energie ($\Delta\varepsilon = eEd$ zwischen zwei Potentialtöpfen) in Verbindung mit einer vom elektrischen Feld hervorgerufenen Lokalisierung der Ladungsträgerwellenfunktion in den Töpfen (vgl. Abbildung 1.8, Seite 17), die mit wachsendem Feld zunimmt (Gleichung (1.4)).

Im Folgenden werden zwei gleichwertige Ansätze zur Beschreibung von Bloch-Oszillationen dargelegt, die sich, abhängig von der Situation, als unterschiedlich geeignet bzw. anschaulich erweisen können. Im Rahmen der *semiklassischen Beschreibung* wird das elektrische Feld \mathbf{E} durch die Transformation $\hbar\dot{\mathbf{k}} = q\mathbf{E}$ formal aus der zeitabhängigen Schrödingergleichung in k -Raum-Darstellung eliminiert und statt dessen ein Bloch-Elektron (oder Loch) mit zeitabhängigem k -Vektor betrachtet [29]. Im *Wannier-Stark-Bild* erfolgt die Beschreibung auf der Basis lokalisierter Zustände, den sog. Wannier-Stark-Zuständen, die sich aus den Bloch-artigen (delokalisierten) Wellenfunktionen des Minibandes unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes in Übergitterrichtung entwickeln und sich nur über einige wenige Übergitterperioden erstrecken. Die Bloch-Oszillationen ergeben sich hier aufgrund der zeitlichen Entwicklung zweier interferierender kohärent überlagerter Zustände. Das elektrische Feld wird bei beiden Beschreibungen klassisch behandelt; der Begriff „semiklassisch“ bezieht sich auf die Form der Bewegungsgleichung für den Kristallimpuls [29].

1.3.1 Semiklassische Beschreibung

Gemäß dem semiklassischen Bild gilt für die Änderung des Quasi- oder Kristallimpulses $\hbar\mathbf{k}$ in Abhängigkeit von den äußeren Feldern \mathbf{E} und \mathbf{B}

$$\hbar \dot{\mathbf{k}} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (1.18)$$

Für den magnetfeldfreien Fall¹⁰ gilt $\mathbf{B} = \mathbf{0}$, und man erhält die als Beschleunigungstheorem bezeichnete Gleichung

$$\hbar \dot{\mathbf{k}} = q \mathbf{E}. \quad (1.19)$$

Für ein konstantes elektrisches Feld ergibt sich daher für den Wellenvektor \mathbf{k}

$$\mathbf{k}(t) = \mathbf{k}(0) + \frac{q}{\hbar} \mathbf{E} t. \quad (1.20)$$

D. h. \mathbf{k} wächst in Richtung \mathbf{E} linear mit der Zeit an.

Die mittlere Geschwindigkeit \mathbf{v}_n eines Ladungsträgers in einem definierten Bloch-Zustand $\psi_{n\mathbf{k}}$ ist durch

$$\mathbf{v}_n(\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon_n(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} \quad (1.21)$$

gegeben. Für ein lokalisiertes Wellenpaket, das sich durch Superposition solcher Bloch-Zustände aus einem im Verhältnis zur Brillouin-Zone kleinen Bereich Δk ergibt, entspricht \mathbf{v} aus (1.21) der Gruppengeschwindigkeit $\partial\omega/\partial\mathbf{k}$ des Wellenpaketes.

Bei gegebener Dispersion $\varepsilon(\mathbf{k})$ lässt sich die Bewegung des Wellenpaketes aus den Gleichungen (1.19) und (1.21) bestimmen. Da $\mathbf{v}(\mathbf{k})$ periodisch im \mathbf{k} -Raum ist, bleibt die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit beschränkt. Verläuft \mathbf{E} parallel zu einem reziproken Gittervektor, so oszilliert \mathbf{v} (Bloch-Oszillation). Abbildung 1.17 illustriert dies anhand der kosinusförmigen Dispersionsrelation (vgl. Gleichung (1.8)) in einer Dimension

$$\varepsilon(k) = \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(kd)]. \quad (1.22)$$

Ein initial bei $k = 0$ generiertes Wellenpaket bewegt sich bedingt durch ein linear mit der Zeit anwachsendes k entlang der Dispersionskurve $\varepsilon(k)$. Die zugehörige Gruppengeschwindigkeit ist sinusförmig

$$v(k) = \frac{\Delta d}{\hbar} \sin(kd).$$

Am Rand der Brillouin-Zone (bei π/d) findet eine Bragg-Reflexion statt, die das Wellenpaket im Bild des reduzierten Zonenschemas auf der anderen Seite der Brillouin-Zone (bei $-\pi/d$) wieder auftauchen lässt. Die periodische Geschwindigkeitsfunktion

¹⁰Zur begrifflichen (Nicht-)Unterscheidung von *Magnetfeld* und *magnetischer Flussdichte* siehe Anhang.

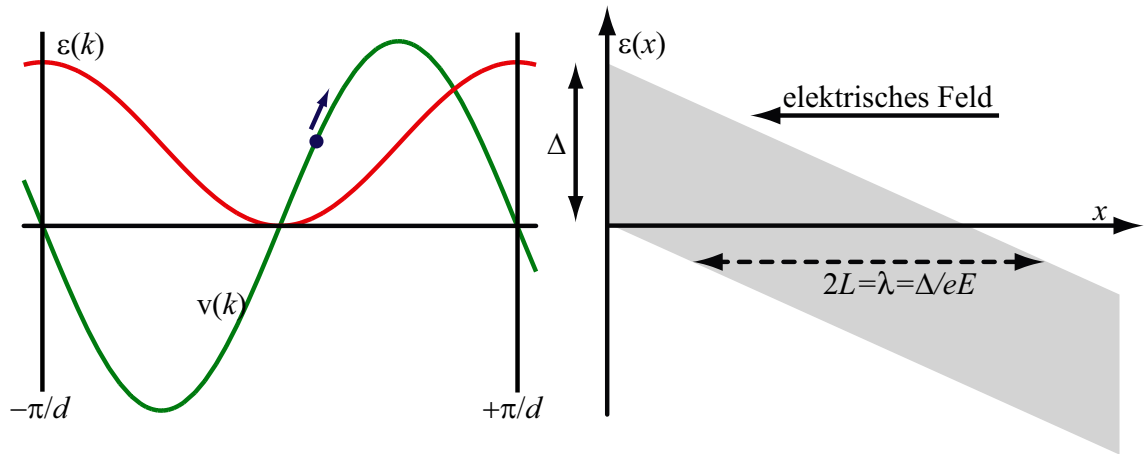


Abbildung 1.17: Links: Dispersion und Gruppengeschwindigkeit im Übergitter. Durch den linear mit der Zeit anwachsenden k -Vektor bewegt sich ein Wellenpaket entlang der sinusförmigen Geschwindigkeitskurve. Rechts: Das verkippte Band, und die daraus resultierende räumliche Beschränkung der Bloch-Oszillation auf einen Bereich $\lambda = 2L$.

führt dann zu einer Oszillation. Die Frequenz ν_B (bei nicht harmonischem $v(k)$ die Grundfrequenz) einer solchen Oszillation ergibt sich aus der Bedingung eines kompletten Durchlaufens der Brillouin-Zone zu

$$|k(T) - k(0)| = \frac{eE}{\hbar} T \stackrel{!}{=} 2 \frac{\pi}{d} \quad \Rightarrow \quad \nu_B = \frac{e|E|d}{h},$$

bzw. die Kreisfrequenz ω_B zu

$$\omega_B = \frac{e|E|d}{\hbar}, \quad (1.23)$$

wobei e für die Elementarladung steht. Die räumliche Amplitude einer Bloch-Oszillation ergibt sich aus folgender einfacher Überlegung. Das elektrische Feld führt auf einer Strecke $\lambda = 2L$ zu einer Verkipfung des (Mini)-Bandes um $\delta\varepsilon = e|E|2L$. Da die Oszillation durch die Bandkanten begrenzt ist (vgl. Abbildung 1.17), folgt für die räumliche Amplitude L aus $\delta\varepsilon = \Delta$

$$L = \frac{\Delta}{2e|E|}. \quad (1.24)$$

Mit der räumlichen Oszillation ist ein sich zeitlich änderndes Dipolmoment verknüpft, das zur Emission elektromagnetischer Strahlung führt und zum Nachweis der Oszillationen genutzt werden kann. Gemäß den Gleichungen (1.23) und (1.24) gilt dabei der Zusammenhang

$$L\omega_B = \frac{\Delta d}{2\hbar} = \text{const.} \quad (1.25)$$

An dieser Stelle sei noch angemerkt, dass bei der gesamten Diskussion jegliche Art von Streuprozessen (Phononen, Ladungsträger-Ladungsträger-Streuung), die zur Dephasierung der Bloch-Oszillationen führen, vernachlässigt wurden. Ebenso unberücksichtigt bleibt das Zener-Tunneln [39, 10] der Ladungsträger zwischen den Minibändern, das aufgrund relativ geringer Energieabstände der Bänder möglich werden sollte. Nach [40] lautet das Kriterium (bei ausschließlich vorhandenem elektrischem Feld) dafür, dass kein Zener-Tunneln auftritt: $eEd < \Delta_c < \varepsilon_{ij}/2$. Dabei steht ε_{ij} für den energetischen Abstand zweier Minibänder und Δ_c für die kombinierte Minibandbreite. Im Rahmen dieser Arbeit ist das Kriterium bei allen Untersuchungen erfüllt. Die zusätzlich durch ein magnetisches Feld senkrecht zur Übergitterrichtung eingeführte Diskretisierung in einer der freien Richtungen sollte daran nichts ändern. Entlang der Übergitterrichtung wird im Rahmen eines semiklassischen Modells ohnehin davon ausgegangen, dass die Minibandstruktur mit ihrer zugehörigen Dispersionsrelation weiterhin ungestört erhalten bleibt. Für zu große magnetische Felder kommt es zu einem Miniband-Zusammenbruch (engl. *mini-band breakdown*) und das semiklassische Modell verliert seine Gültigkeit.

Um eine Bloch-Oszillation beobachten zu können, muss wenigstens eine vollständige Oszillation des Wellenpaketes stattgefunden haben, d. h. es ist notwendig, dass der Kehrwert der Streuzzeit kleiner ist als die Bloch-Frequenz ν_B . Für typische Gitterkonstanten eines Festkörpers und für realistische Feldstärken ergeben sich Bloch-Frequenzen (s. Gleichung (1.23)) im GHz-Bereich. Die Streuzeiten liegen jedoch in der Größenordnung von einigen 100 fs, so dass erst durch die größere Gitterperiode des Übergitters im Vergleich zum Volumenmaterial die Bloch-Frequenzen bereits bei Feldstärken von wenigen kV/cm in den unteren THz-Bereich geschoben und Bloch-Oszillationen damit beobachtbar werden.

Die Idee, Übergitterstrukturen anstelle von Volumenmaterial zu verwenden, stammt aus dem Jahr 1970 und geht auf Esaki und Tsu [41] zurück. 1992 wurde basierend auf älteren theoretischen Arbeiten zu Volumenhalbleitern [42] vorhergesagt, dass Bloch-Oszillationen in entarteten Vier-Wellen-Misch-Experimenten als Modulation der Polarisation dritter Ordnung nachweisbar sein sollten [43]. Erste experimentelle Untersuchungen mit Hilfe dieser Technik wurden kurz darauf veröffentlicht [2, 44]. Durch zeitaufgelöste Detektion der emittierten kohärenten Strahlung [45] gelang erstmals der direkte Nachweis der räumlichen Oszillation der Ladungsträger [3]. Auch die im Rahmen dieser Arbeit erfolgten Untersuchungen wurden durch Anwendung dieser Technik ermöglicht. Sie wird in Kapitel 3 genauer dargelegt. Eine andere experimentelle Methode, das sog. *Transmittive Elektro-Optic Sampling*, ermöglichte 1995 die erste Beobachtung von Bloch-Oszillationen bei Raumtemperatur [46, 47].

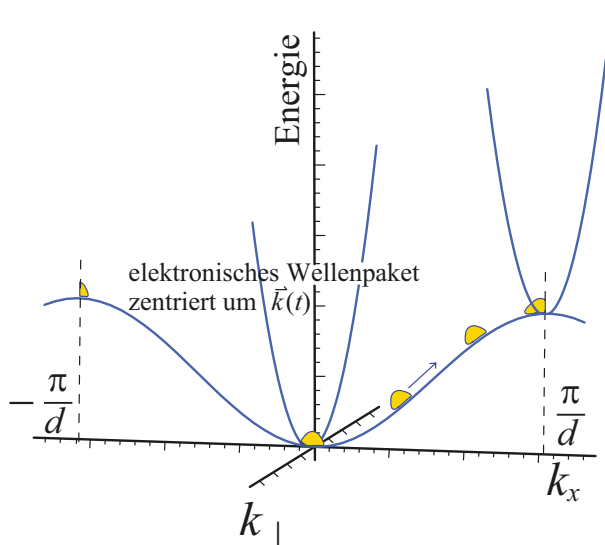


Abbildung 1.18: Bloch-Oszillation im Übergitter. Senkrecht zur Übergitterrichtung ist die Dispersion parabelförmig. k_y und k_z sind zu k_{\perp} zusammengefasst ($k_{\perp}^2 = k_y^2 + k_z^2$).

Bei der Erweiterung der vorangegangenen Betrachtungen über Bloch-Oszillationen ins Dreidimensionale, wo die Dispersion des Übergitters durch

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(k_x d)] + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_y^2 + k_z^2) \quad (1.26)$$

gegeben ist, ändert sich nichts, solange das Ladungsträgerwellenpaket weiterhin am Boden des Minibandes bei $\mathbf{k} = 0$ generiert wird. Das Wellenpaket führt dann Bloch-Oszillationen in Übergitterrichtung aus (siehe Abbildung 1.18). In der Abbildung sind die quasi-freien Richtungen (y und z) senkrecht zum Übergitter, die eine parabelförmige Dispersion besitzen, zu k_{\perp} zusammengefasst. Der Unterschied zwischen dreidimensionaler und eindimensionaler Dispersion macht sich vor allem dann bemerkbar, wenn das initiale Wellenpaket mit einer gewissen Überschussenergie $\delta\varepsilon = \hbar\Delta\omega$ von der unteren Minibandkante, d. h. nicht bei $k_x(0) = 0$, sondern mit einer Startphase $k_x(0) \neq 0$ generiert wird.

Im Eindimensionalen mit der Dispersionsrelation $\varepsilon(k) = \frac{\Delta}{2}(1 - \cos(k_x d))$ und der durch die räumliche Auslenkung

$$x(t) = x(0) + L \cos(\omega_B t + k_x(0)d) \quad (1.27)$$

beschriebenen Bloch-Oszillation, kommt es zu einer Anregung mit den beiden Startphasen

$$k_x(0) = \pm d^{-1} \arccos\left(1 - \frac{2\delta\varepsilon}{\Delta}\right).$$

Das Gesamtsignal, das sich aus der Überlagerung der beiden Einzelsignale zusammensetzt, wird in Abhängigkeit von der Energieverstimmung $\delta\varepsilon$ zunächst kleiner werden und für $\delta\varepsilon = \Delta/2$ ganz verschwinden. Diese Anregung in der Mitte des Minibandes wird auch als atmende Mode (engl. *breathing mode*) bezeichnet. Das Dipolmoment der komplett außer Phase laufenden Wellenpakete verschwindet an dieser Stelle. Eine weitere Erhöhung von $\delta\varepsilon$ führt wieder zu einem ansteigenden Signal, das bei $\delta\varepsilon = \Delta$ dem ursprünglichen Wert der bandkantennahen Generation entspricht. Allerdings ist das Signal gegenüber der Situation ohne Überschussenergie um 180° phasenverschoben, d. h. das Wellenpaket läuft im Ortsraum in die entgegengesetzte Richtung. Dies leuchtet unmittelbar ein, da das an der oberen Minibandkante generierte Wellenpaket sofort eine Bragg-Reflexion erfährt und der k -Vektor negativ wird.

Ein anderes Verhalten zeigt sich bei der Betrachtung im Dreidimensionalen. Dort bewirkt die Anregung oberhalb der Bandkante, dass das gesamte Signal mit steigender Verstimmung $\delta\varepsilon$ aufgrund von Interferenzen kontinuierlich vom maximalen Wert bei $\delta\varepsilon = 0$ gegen den Wert Null (bei $\delta\varepsilon = \Delta$) geht [11, 48]. Die Ursache dafür ist in Abbildung 1.19 schematisch dargestellt. Die Startphasen liegen im k -Raum auf einer Kurve (gleicher Energie), die sich aus dem Schnitt der dreidimensionalen Dispersionskurve mit der Ebene ergibt, die parallel zur (k_x, k_\perp) -Ebene verläuft und die entsprechende Überschussenergie $\delta\varepsilon$ repräsentiert. Aufgrund des Beschleunigungstheorems ändert sich der

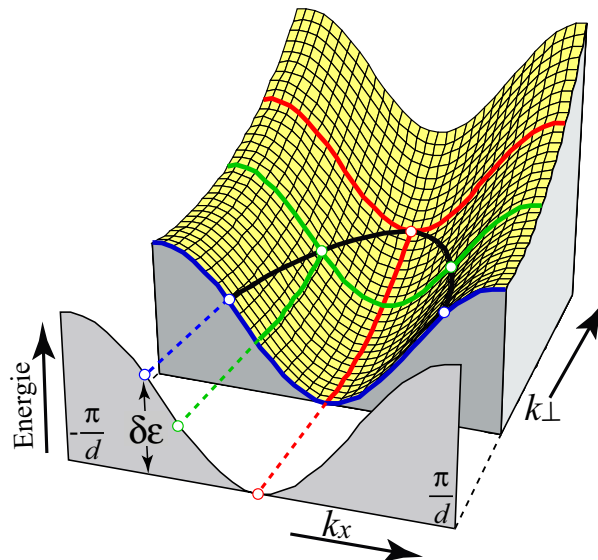


Abbildung 1.19: Verteilung der Startphasen (schwarz) bei einer Anregungssituation mit einer Überschussenergie $\delta\varepsilon$ oberhalb der Minibandkante im Dreidimensionalen. Abbildung nach [11].

k -Vektor aber nur längs der äußeren Feldrichtung (Übergitterrichtung), so dass einzig die kosinusförmige Dispersion in k_x -Richtung durchlaufen wird – allerdings für ein ganzes Spektrum verschiedener (aber konstanter) k_\perp -Werte. Demnach bestimmt die Projektion dieser Startphasenverteilung auf die k_x -Richtung die für das Gesamtsignal entscheidende Anfangsphasenverteilung. Das Gesamtsignal stellt sich dabei wieder als Summe aller Einzelsignale dar, die zu den verschiedenen Anfangsphasen gehören. Bei einer Anregung an der oberen Minibandkante bedeutet dies, dass die Startphasen über das komplette Miniband verteilt sind und deshalb alle Einzelsignale destruktiv interferieren. Jeder oszillierende Dipol besitzt einen mit gleicher Amplitude, aber gegenphasig schwingenden Partner.

Experimentell zeigt sich allerdings ein abweichendes Verhalten. Zwar verringert sich das gemessene THz-Signal der Bloch-Oszillationen mit steigender Überschussenergie, jedoch stellt sich heraus, dass auch bei Anregungsenergien oberhalb der Minibandbreite noch Oszillationen nachweisbar sind, die erst dann vollständig verschwinden, wenn die LO-Phononenergie (36.8 meV in GaAs [49]) erreicht ist. Oberhalb der LO-Phononenergie lassen sich dann erstaunlicherweise erneut Bloch-Oszillationen nachweisen. Dies wird mit einer Kohärenz erhaltenden (bzw. sogar erzeugenden) Phononemission (Emissionszeit etwa 200 fs) erklärt [48, 50, 51, 52]. Ursache für die nicht vollständige Unterdrückung der Bloch-Oszillationen bei Anregungen mit entsprechender Überschussenergie sind, wie theoretisch von Dignam et. al [45] gezeigt, exzitonische Effekte.

Im Rahmen des semiklassischen Modells kann das Auftreten von oszillatorischem Ladungsträgerverhalten unter dem Einfluss eines konstanten elektrischen Feldes erklärt werden. Das Modell liefert einen quantitativen Zusammenhang wichtiger experimentell zugänglicher Größen. So wird beispielsweise die lineare Abhängigkeit der Bloch-Frequenz vom äußeren elektrischen Feld und der umgekehrt proportionale Zusammenhang zwischen Bloch-Frequenz und Bloch-Amplitude (bzw. Feldstärke des emittierten THz-Feldes) vorhergesagt. Exzitonische Effekte, Ladungsträger-Ladungsträger-Streuung sowie eine Wechselwirkung mit Phononen (in GaAs durch Fröhlich-Wechselwirkung [53]) bleiben unberücksichtigt.

Bis heute ist man bei der experimentellen Untersuchung von Bloch-Oszillationen auf die optische Generation der Ladungsträgerwellenpakete durch ultrakurze Laserpulse von etwa 100 fs Dauer (entspricht etwa 13 meV)¹¹ angewiesen. Die damit verbundene

¹¹Für einen quadrierten hyperbolischen Sekans als Intensitätsverlauf des Pulses [54]. Ein gaußförmiger Puls ergäbe ca. 18.2 meV.

simultane Erzeugung von Elektronen und Löchern stellt dabei keine prinzipielle interpretatorische Schwierigkeit dar. So werden in der Regel schwere Löcher angeregt, die einen ausreichend großen energetischen Abstand zu den leichten Löchern besitzen und aufgrund ihrer geringen Minibandbreite schon bei geringen elektrischen Feldern nahezu vollständig lokalisiert sind. Die Anregungsdichte wird dabei gering gehalten, so dass sich ausreichend große Dephasierungszeiten der Bloch-Oszillationen ergeben (Ladungsträger-Ladungsträger-Streuung). Da das emittierte Signal aber proportional zur Anzahl der an der Bloch-Oszillation partizipierenden Ladungsträger ist, muss im Experiment ein Kompromiss zwischen Dephasierungszeit und Signalstärke gefunden werden. Um eine Phononenemission während der Bloch-Oszillation zu unterdrücken, wird die elektronische Minibandbreite normalerweise kleiner als die LO-Phononenenergie gewählt.

1.3.2 Wannier-Stark-Bild

Grundlage für die Beschreibung von Bloch-Oszillationen im Wannier-Stark-Bild sind die lokalisierten Wannier-Stark-Zustände, die sich aus der Anwendung des Übergitter-Hamiltonoperators unter Berücksichtigung des elektrischen Feldes E ergeben. Die entsprechende eindimensionale zeitunabhängige Schrödingergleichung ist durch

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + eEx + V(x)\right) \psi(x) = \varepsilon\psi(x) \quad (1.28)$$

gegeben, wobei sich in Tight-Binding-Näherung die Wannier-Stark-Zustände ψ_n gemäß

$$\psi_n(x) = \sum_j J_{j-n} \left(\frac{\Delta}{2eEd} \right) \phi(x - jd) \quad (1.29)$$

darstellen lassen [55, 56]. Dabei steht $\phi(x)$ für die Envelopefunktion des isolierten Einzeltopfes. J_m bezeichnet die Bessel-Funktion erster Art, m -ter Ordnung und Δ die Minibandbreite ohne elektrisches Feld. Die Wannier-Stark-Zustände sind symmetrisch im Ortsraum, falls nur der Überlapp zum nächsten Nachbarn berücksichtigt und die Kopplung an andere Minibänder vernachlässigt wird.

Ohne ein elektrisches Feld sind die Wellenfunktionen über das gesamte Übergitter delokalisiert und es kommt zur Ausbildung einer kosinusförmigen Dispersionsrelation. Ein elektrisches Feld ungleich Null führt zu einem Bruch der Translationssymmetrie, was eine Aufspaltung in diskrete Energieniveaus zur Folge hat. Mit dieser Aufspaltung geht eine Lokalisierung der Zustände auf einer Lokalisierungslänge λ (Gleichung (1.4), S. 17)

$$\lambda = \frac{\Delta}{eE} \quad (1.30)$$

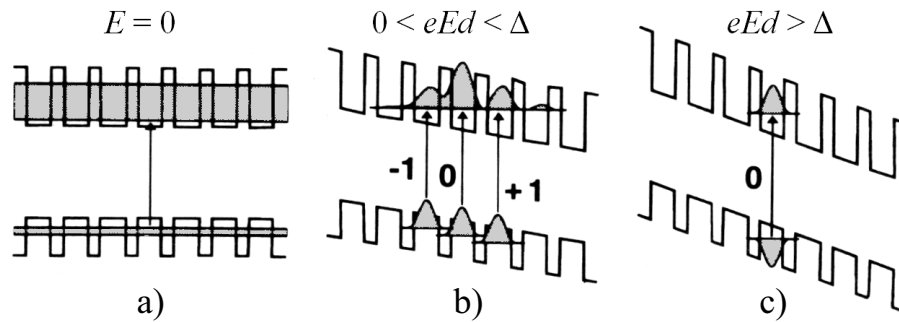


Abbildung 1.20: Wannier-Stark-Lokalisierung und Aufspaltung in diskrete Energieniveaus durch ein elektrisches Feld in Übergitterrichtung. [10] entnommen.

einher. Abbildung 1.20 zeigt dieses Verhalten anhand von drei zu unterscheidenden Feldbereichen. Ausgehend von delokalisierten Wellenfunktionen ohne elektrisches Feld (Abb. 1.20a) lokalisieren die Zustände mit steigendem Feld immer stärker (Abb. 1.20b). Wird der Abfall des Potentials auf der Strecke einer Übergitterperiode größer als die Minibandbreite, so kommt es zu einer vollständigen Lokalisierung innerhalb eines Topfes (Abb. 1.20c). Die Potentialtöpfe des Übergitters verhalten sich dann wie ungekoppelte Quantentöpfe, deren energetische Position durch den sog. *quantum-confined Stark-Effekt* bestimmt wird [57]. Durch die im Verhältnis zur elektronischen Minibandbreite (typischerweise etwa 20 mal) kleinere Minibandbreite der schweren Löcher lokalisieren diese bereits bei sehr geringen Feldstärken (Abb. 1.20b). Im Folgenden kann daher von vollständig lokalisierten schweren Löchern ausgegangen werden.

Die Lokalisierung der Ladungsträger wird mit Hilfe einer Näherung für die Besselfunktionen J_m für große Felder ($2eEd \gg \Delta$) besonders deutlich [56]

$$J_m \left(\frac{\Delta}{2eEd} \right) \approx \frac{1}{|m|!} \left(\frac{\Delta}{4eEd} \right)^{|m|}.$$

Es zeigt den drastischen Abfall der Komponenten J_m mit wachsendem $|m|$. Die energetische Aufspaltung in diskrete Niveaus (Index n) wird in dem diskutierten Einteilchenbild durch einen linearen Zusammenhang zwischen Energie und elektrischem Feld beschrieben und als *Wannier-Stark-Leiter* bezeichnet

$$\varepsilon_n = \varepsilon_0 + n eEd, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.31)$$

Die 0-te Sprosse ($n = 0$) dieser Leiter steht für eine energetische Position in der Mitte des ehemaligen Minibandes, wo sich auch die anderen Zustände für E gegen Null treffen. Bei der optischen Generation eines Elektrons im Leitungsband sind, wie in Abbildung

1.20 angedeutet, räumlich direkte (mit 0 gekennzeichnet), aber auch räumlich indirekte Übergänge (mit ± 1 gekennzeichnet) möglich. Während die schweren Löcher bereits vollständig lokalisiert sind, besitzen die Elektronen noch eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit in den benachbarten Töpfen. Bei dem mit 0 indizierten Übergang befinden sich Elektron und Loch in demselben Topf. Dagegen ist bei einem räumlich indirekten Übergang das Maximum der Wahrscheinlichkeitsdichte des Elektrons in einem anderen Topf zu finden als das Loch. Die negativen (positiven) Indizes stehen für Übergänge, deren Übergangsenergie geringer (größer) ist als die des direkten Wannier-Stark-Übergangs. In der Regel wird zusätzlich zum Wannier-Stark-Niveau auch spezifiziert, um welche Art von Übergang es sich handelt. Bei schweren Löchern spricht man daher von hhx -Übergängen, analog bei den leichten Löchern von lhx -Übergängen. Der erste experimentelle Nachweis einer Wannier-Stark-Leiter wurde von E. E. Mendez et al. [58] und P. Voisin et al. [59] erbracht.

Im Rahmen des Wannier-Stark-Bildes ergeben sich die Bloch-Oszillationen nun aus der zeitlichen Entwicklung eines Wellenpaketes, das durch Superposition verschiedener Wannier-Stark-Zustände gebildet wird. Die Bewegung des Wellenpaketes wird dabei von der Energiedifferenz $\hbar\omega_B$ zwischen den überlagerten Zuständen bestimmt und der Erwartungswert von x gehorcht einer Gleichung der Form (1.27). Die Amplituden der angeregten Wannier-Stark-Zustände legen dabei die Anfangsauslenkung $x(0)$ und die Amplitude L der Schwingung fest [45]. Bloch-Oszillationen entsprechen demnach einer Quantenschwebung von zwei (oder mehr) Wannier-Stark-Zuständen, deren kohärente Überlagerung mittels eines kurzen optischen Laserpulses präpariert werden kann (vgl. Abbildung 1.21). Die kurze Zeitdauer des Pulses drückt sich in seiner spektralen Breite aus, die ausreichen muss, um die simultane Population der gewünschten Wannier-Stark-Zustände zu erreichen. Im Experiment wird in der Regel der räumlich direkte Schwerloch-Elektron-Übergang ($hh0$), sowie der dazu benachbarte, räumlich indirekte und zu niedriger Energie verschobene $hh-1$ -Übergang angeregt, da diese beiden Übergänge in den relevanten Feldbereichen die größte Oszillatorstärke besitzen.

Allgemein lässt sich der präparierte Gesamtzustand $|\Psi(t)\rangle$ als Superposition der sich zeitlich entwickelnden Wannier-Stark-Zustände $|\psi_n(t)\rangle = \exp(-i\omega_n t)|\psi_n\rangle$ darstellen:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n a_n e^{-i\omega_n t} |\psi_n\rangle, \quad a_n \in \mathbb{R}. \quad (1.32)$$

$\hbar\omega_n$ stellt die Energie des Interbandüberganges vom Loch- in den n -ten Wannier-Stark-Zustand dar, d. h. die Frequenzen ω_n liegen im optischen Bereich. Die elektronische Intrabandpolmomentdichte P_{intra} ergibt sich (Übergitter in x -Richtung) zu

$$P_{\text{intra}} = -e \langle \Psi(t) | x | \Psi(t) \rangle. \quad (1.33)$$

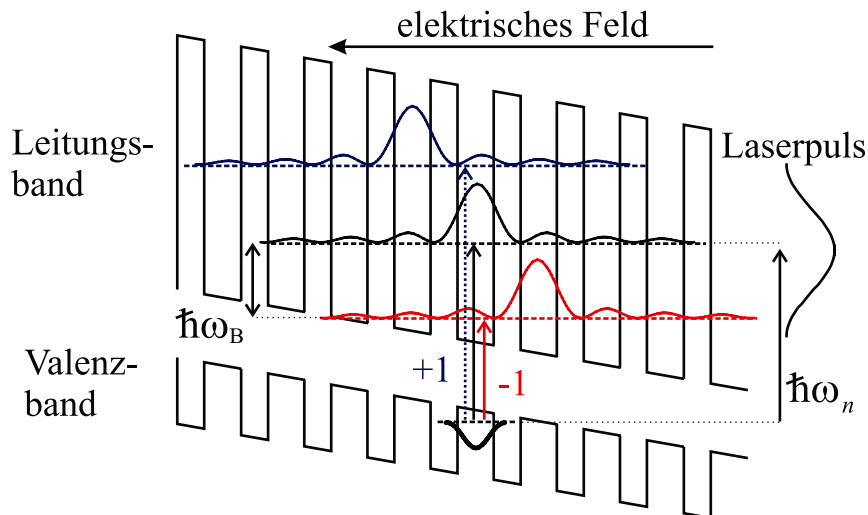


Abbildung 1.21: Anregung einer kohärenten Superposition von Wannier-Stark-Zuständen mittels eines kurzen Laserpulses der notwendigen spektralen Breite. Die Quanteninterferenz der angeregten Zustände bedingt eine Schwebungsfrequenz ω_B , die dem energetischen Abstand der Zustände entspricht.

Mit der Summendarstellung (1.32) von $|\Psi(t)\rangle$ und ergibt sich daraus

$$P_{\text{intra}} = -e \sum_{n>k} 2a_n a_k \cos(\omega_{nk} t) \langle \psi_n | x | \psi_k \rangle. \quad (1.34)$$

$\hbar\omega_{nk} = \hbar(\omega_n - \omega_k)$ entspricht der Energiedifferenz zwischen zwei vom selben Lochzustand aus Wannier-Stark-Zuständen n und k des Leitungsbandes und bestimmt sich gemäß Gleichung (1.31) zu $(n - k)eEd$. Bei Anregung zweier benachbarter Übergänge, wie beispielsweise dem hh_0 und dem hh_{-1} , folgt der bereits mit Hilfe der semiklassischen Betrachtung hergeleitete Zusammenhang (1.23) $\omega_{nk} = eEd/\hbar = \omega_B$ für die Frequenz der Intra-bandpolarisation P_{intra} . Die räumliche Amplitude der Oszillation, die durch die Lokalisierungslänge λ (1.30) bestimmt wird, ist identisch mit der des semiklassischen Bildes (1.24). Es folgt daher die gleiche reziproke Abhängigkeit der Amplitude von der Frequenz wie im semiklassischen Fall (1.25).

Auch bei der Beschreibung der Ladungsträgerdynamik in speziellen Anregungssituationen liefern die beiden Modelle identische Aussagen. So wird beispielsweise die Erzeugung einer Mode mit verschwindendem Nettodipolmoment (sog. „atmende Mode“) im Wannier-Stark-Bild durch die symmetrische Anregung von hh_{-1} -, hh_0 - und hh_{+1} -Übergängen erreicht, was im semiklassischen Bild mit einer Anregung in der Mitte des Minibandes korrespondiert. Unterschiede der beiden Modelle zeigen sich beispielsweise bei unsymmetrischer Anregung von mehr als zwei Wannier-Stark-Übergängen (z. B. der

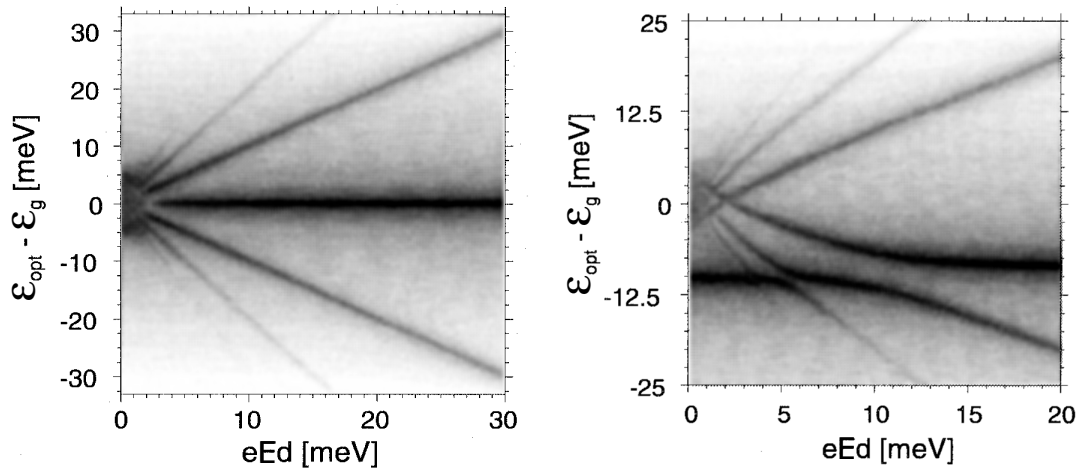


Abbildung 1.22: Gerechnete Absorptionsspektren: Wannier-Stark-Aufspaltung ohne (links) und mit (rechts) Coulomb-Wechselwirkung für ein Übergitter mit geringer Minibandbreite. Dunklere Schattierung bedeutet eine größere Absorptionsstärke. [11] entnommen.

hh0-, hh-1- und hh-2-Übergänge). Im Wannier-Stark-Bild treten dann höhere Harmonische zur Bloch-Frequenz auf, die im semiklassischen Bild nur durch eine Abweichung der Minibanddispersion von der Kosinusform entstehen können. Experimentell würde dies allerdings erfordern, impulsselektiv mit einer gewissen Überschussenergie anzuregen.

Berücksichtigt man exzitonische Effekte, so muss das simple Bild der Wannier-Stark-Leiter mit ihren äquidistanten Energieniveauabständen korrigiert werden. Abbildung 1.22 illustriert dies anhand von numerisch berechneten Absorptionsspektren mit und ohne Coulomb-Wechselwirkung für ein Übergitter mit geringer Minibandbreite. Die Energie des hh0-Übergangs dient dabei als Bezugspunkt für die Energieskala. Bei Vernachlässigung der exzitonischen Effekte ist die fächerförmige Struktur der Wannier-Stark-Leiter zu erkennen (Abb. 1.22 links). Die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektron und Loch beeinflusst jedoch deutlich das Absorptionsspektrum (Abb. 1.22 rechts). Bei kleineren Feldstärken wird die Absorption vom unteren Minibandexziton dominiert, das energetisch um seine Bindungsenergie abgesenkt erscheint. Mit steigendem Feld kommt es zu vermiedenen Überkreuzungen (engl. *anticrossing*) des Exzitongrundzustandes mit den negativ indizierten Wannier-Stark-Übergängen. Dieses Verhalten ist besonders deutlich bei Übergittern, deren Minibandbreite kleiner als die Exzitonbindungsenergie ist [60, 61]. Übergitter mit größerer Minibandbreite zeigen dieses Verhalten nur in abgeschwächter Form. Die Coulomb-Wechselwirkung verschiebt hier in

erster Linie die gesamte Wannier-Stark-Leiter um die Exzitonbindungsenergie. Jedoch bleibt der einfache lineare Zusammenhang zwischen Übergangsenergie und Feld, wie er aus dem Einteilchenbild folgt, erhalten¹². Die konstante energetische Verschiebung ist dabei nicht von Bedeutung, da die Bloch-Frequenz nur von der Energiedifferenz der Übergänge bestimmt wird. Eine weitere Folge der Ladungsträgerwechselwirkung äußert sich in einer asymmetrischen Verteilung der Oszillatorstärken, die sich zu Gunsten der negativ indizierten Wannier-Stark-Übergänge verschieben [62].

Aufgrund der endlichen Linienbreite zeigt sich für kleine elektrische Felder keine deutliche Aufspaltung der Zustände mehr. In etwa diesem Bereich erwartet man auch Modulationen der Oszillatorstärke mit dem elektrischen Feld (gemäß $E^{3/2}$), die als Franz-Keldysh-Oszillationen bekannt sind [63, 64]. Eine gegenseitige Beeinflussung von Franz-Keldysh-Effekten und Wannier-Stark-Lokalisierung spielt im Übergitter keine Rolle, da die beiden Effekte in gegensätzlichen Feldbereichen auftreten. Charakterisiert werden können diese Feldbereiche mittels eines dimensionslosen Feldes $f = eEd/\Delta$. Franz-Keldysh-Effekte treten theoretisch für $f \ll 1$, Wannier-Stark-Lokalisierung dagegen bei Werten von $f \approx 1$ auf. Experimentell zeigt sich, dass Franz-Keldysh-Oszillationen in InGaAs/GaAs-Übergittern etwa zwischen $f = 0.08 - 0.29$ auftreten [65, 66, 67], wobei in [66] für den Bereich $f = 0.21 - 0.29$ schon keine eindeutige Zuordnung mehr getroffen werden kann, da es sich um eine Art Zwischenregime handelt. Im GaAs/AlGaAs-Materialsystem wurden Franz-Keldysh-Effekte nur mit Hilfe stark gekoppelter Übergitter (250 meV bzw. 380 meV Minibandbreite) demonstriert [68, 69, 70]. Dabei reichen die dimensionslosen Feldwerte von $f < 0.09$ [69] bis etwa $f = 0.18$ [68]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde mit dimensionslosen Feldstärken zwischen 0.23 und 0.44 gearbeitet (s. Anhang).

1.4 Quanteninterferenzen im magnetischen Feld

An dieser Stelle soll kurz auf zwei experimentelle Arbeiten hingewiesen werden, die im Zusammenhang mit den Untersuchungen des kohärenten Hall-Effektes relevant sind, aber keine Bloch-Oszillationen zum Untersuchungsgegenstand haben. Beide Studien beschäftigen sich – wie die vorliegende Arbeit – mit Quanteninterferenzeffekten im magnetischen Feld. Genau wie hier wird in beiden Fällen mit Hilfe der zeitaufgelösten THz-Emissionspektroskopie das kohärente emittierte elektrische Feld gemessen.

In der ersten Arbeit untersuchten D. Some und A. V. Nurmikko die Zyklotronemission

¹²Für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Übergitter ist der Effekt gering, aber nachweisbar. Die Exzitonbindungsenergie beträgt hier etwa 12.5 meV, die Minibandbreite ca. 20 meV.

kohärent angeregter Ladungsträger in Volumen-GaAs und berichten von im Verhältnis zu anderen Quanteninterferenzphänomenen langen Dephasierungszeiten von bis zu 4 ps [71, 72]. Die zur THz-Emission führende zeitabhängige Polarisation kann dabei anschaulich, analog den Bloch-Oszillationen, als Interferenz zweier kohärent angeregter Landau-Zustände, dem magnetischen Äquivalent der Wannier-Stark-Zustände, verstanden werden. In einem semiklassischen Bild bewegt sich das aus vielen Landau-Zuständen gebildete Ladungsträgerwellenpaket auf einer geschlossenen Bahn, die für den Fall einer konstanten, isotropen effektiven Masse zu einer Kreisbahn wird. Die Untersuchungen sind erwähnenswert, da, wie sich später herausstellen wird, auch die im Rahmen der vorliegenden Arbeit studierte Ladungsträgerbewegung in einem Übergitter bei größeren magnetischen Feldern den Charakter einer Zyklotronbewegung (mit anisotroper effektiver Masse) annimmt. Auch hier kann mit dem Übergang zur Zyklotronbewegung eine deutlich erhöhte Dephasierungszeit beobachtet werden.

Die zweite Arbeit von Andrews et al. [73] beschäftigt sich mit der kohärenten THz-Emission aus asymmetrischen Doppelquantentöpfen¹³ in gekreuzten (auch parallelen) elektrischen und magnetischen Feldern. Dies entspricht der Feldgeometrie wie sie auch in der vorliegenden Arbeit untersucht wird: Das elektrische Feld verläuft längs der Wachstumsrichtung der Quantentöpfe, und das magnetische Feld steht senkrecht auf dem elektrischen Feld, d. h. es verläuft entlang einer der freien Richtungen und koppelt damit die Ladungsträgerbewegung in Tunnelrichtung an eine Bewegung senkrecht dazu.

Der asymmetrische Doppelquantentopf (ohne magnetisches Feld) war das erste Festkörpersystem, in dem eine räumliche Wellenpaketdynamik beobachtet werden konnte [74]. In einer solchen Struktur können die jeweils niedrigsten Leitungsbandzustände des schmalen und des breiten Topfes mit Hilfe eines elektrischen Feldes verschoben und damit in Resonanz gebracht werden. Die Kopplung der beiden Zustände führt zu einer Hybridisierung, die eine verbotene Überkreuzung der Niveaus mit einem endlichen energetischen Minimalabstand bedingt. Die Ladungsträger können daher durch optische Anregung mit einem kurzen Lichtpuls als kohärente Superposition dieser beiden Zustände generiert werden. Die zeitliche Entwicklung des so entstandenen Wellenpakets, die durch die Energiedifferenz der beiden Zustände bestimmt wird, führt zu einer oszillatorischen Bewegung der Ladungsträgerdichte zwischen den beiden Töpfen und damit zu einem zeitlich veränderlichen Dipolmoment, das direkt durch Detektion der kohärent emittierten Strahlung nachgewiesen werden kann [75]. Prinzipiell entsteht im Doppelquantentopf das Dipolmoment also ähnlich wie bei der Bloch-Oszillation durch die Superposition räumlich lokalisierter Zustände. Allerdings erfolgt die

¹³8.5 nm GaAs / 3 nm Al_{0.21}Ga_{0.79}As / 13 nm GaAs.

kohärente Bewegung der Ladungsträger im Übergitter gemäß der Lokalisierungslänge über mehrere Übergitterperioden, weshalb auch mehrere Barrieren pro Oszillationsperiode durchtunnelt werden müssen (erhöhte Streuwahrscheinlichkeit an Grenzflächenrauigkeiten). Das Wellenpaket im Übergitter kann (und wird in der Regel auch) aus mehreren Wannier-Stark-Zuständen gebildet (führt zum semiklassischen Bild), das sich dann durch die kontinuierliche k -Raumdispersion bewegt.

Einer der wesentlichen Befunde in der angesprochenen Arbeit von Andrews et al. ist die Abnahme der Dephasierungszeit τ in Abhängigkeit vom magnetischen Feld. So sinkt τ von rund 1.75 ps bei $B = 0$ T auf 0.9 ps bei $B = 1$ T. Die Frequenz und die initiale Amplitude des detektierten elektrischen Feldes steigen dagegen leicht an (um etwa 10%). Die sinkende Dephasierungszeit wird dabei mit der Kopplung von räumlicher und magnetischer Quantisierung erklärt und stimmt qualitativ mit theoretischen Analysen [76] überein. Das magnetische Feld parallel zu den Topfschichten modifiziert das Energiespektrum der Elektronen (induziert eine Nichtparabolizität) und, so die Autoren, unterdrückt dadurch die Kopplung der Elektronenzustände in den beiden Töpfen. Im semiklassischen Bild lenkt das Magnetfeld die Elektronen aufgrund der Bewegung in Tunnelrichtung ab und bringt damit die gekoppelten Zustände aus der Resonanz. Als Folge werden kohärente Phänomene unterdrückt.

Eine etwas andere Erklärung bietet sich aufgrund der magnetfeldinduzierten Modifikation des Energiespektrums in y -Richtung (senkrecht zur Wachstumsrichtung und senkrecht zu \mathbf{B}) an. Bedingt durch die spektrale Breite des anregenden optischen Pulses werden auch Übergänge angeregt, die nicht am Boden des Subbandes liegen, wobei im magnetfeldfreien Fall aufgrund identischer Dispersionsverläufe (parallelverschobene Parabeln) der Energieabstand $\Delta\epsilon_{ij}(\mathbf{k})$ zwischen den beteiligten Subbändern für gleiche k -Vektoren auch gleich groß ist. Die Interferenz der angeregten Resonanzen ist daher konstruktiv. Bei voneinander abweichenden Dispersionsrelationen ($\Delta\epsilon_{ij}(\mathbf{k}) \neq \text{konst.}$) wird dagegen ein ganzes Spektrum verschiedener Differenzfrequenzen angeregt, die zu einer destruktiven Interferenz des Gesamtsignals führen.

Das dynamische Verhalten kohärent angeregter Ladungsträger in einem Halbleiterübergitter unter dem gleichzeitigen Einfluss eines elektrischen und eines dazu senkrecht stehenden magnetischen Feldes wurde bisher noch nicht untersucht und ist Thema der vorliegenden Arbeit. Im folgenden Kapitel wird daher zunächst ein semiklassisches Modell verwendet, um die wesentlichen Eigenschaften der Ladungsträgerbewegung für diese Feldgeometrie (sog. Voigt-Geometrie) herauszuarbeiten.

2 Kohärenter Hall-Effekt

Im Rahmen dieses Kapitels wird ein semiklassisches Modell entwickelt, das die Bewegung eines Ladungsträgerwellenpaketes in einem Halbleiterübergitter, gekennzeichnet durch eine kosinusförmige Dispersion, unter dem gleichzeitigen Einfluss eines elektrischen und eines magnetischen Feldes beschreibt. Die wesentliche Aussage dieses Modells ist die Existenz zweier klar voneinander abgegrenzter Bewegungsregimes, die sich qualitativ in ihrer Frequenzabhängigkeit von den äußeren Feldern unterscheiden.

Der Begriff *kohärenter Hall-Effekt* wurde gewählt, um anzuzeigen, dass, im Unterschied zum klassischen Hall-Effekt, ein kohärenter Hall-Strom betrachtet wird, der sich als Manifestation des Wellencharakters der Ladungsträger darstellt.

2.1 Berechtigung eines semiklassischen Modells

Die semiklassische Darstellung von Bloch-Oszillationen (Kapitel 1.3) ist äußerst hilfreich für das Verständnis der kohärenten Ladungsträgerbewegung im Miniband eines Übergitters. So erklärt das semiklassische Modell, wie es zu einer oszillatorischen Bewegung kommt, und liefert außerdem einen quantitativen Zusammenhang zwischen der Oszillationsfrequenz ω_B und der Feldstärke E des äußeren elektrischen Feldes entlang der Übergitterrichtung. Auch die räumliche Amplitude L und das damit verbundene Dipolmoment der Bloch-Oszillationen lässt sich mit Hilfe des semiklassischen Modells berechnen. Der sich aus dem Modell ergebende charakteristische lineare Zusammenhang zwischen ω_B und E stellt dabei das wesentliche Entscheidungskriterium bei der Identifikation der Bloch-Oszillationen dar und wird in Vierwellenmisch- bzw. in THz-Emissionsexperimenten sehr gut bestätigt [2, 3, 44]. Die experimentell nicht einfach zu bestimmende räumliche Amplitude der Bloch-Oszillationen wird dagegen im Rahmen des semiklassischen Modells überschätzt. Bei Anregung an der unteren Minibandkante zeigen die experimentellen Ergebnisse eine um etwa 30% kleinere Amplitude als man sie aufgrund der semiklassischen Abschätzung erwarten würde [77, 78]. Dies liegt im Wesentlichen an der Vernachlässigung exzitonischer Effekte. Die stark lokalisierten

schweren Löcher wirken der räumlichen Trennung der Ladungsträger entgegen. Im Gegensatz zum Betrag der räumlichen Amplitude wird die durch das semiklassische Modell vorhergesagte $1/\omega_B$ -Abhängigkeit der Oszillationsamplitude¹ L experimentell gut verifiziert [77]. In speziellen Anregungssituationen können die räumlichen Amplituden auch bis zu drei mal größer werden als man aufgrund einer semiklassischen Theorie erwarten würde. Verantwortlich dafür ist eine Wechselwirkung zwischen den Bloch-Oszillationen und kohärenten Plasmaoszillationen, die das effektive elektrische Feld innerhalb des Übergitters beeinflussen. Auch dieser Effekt kann jedoch zwanglos im Rahmen eines erweiterten semiklassischen Ansatzes beschrieben werden [79]. Die Berechtigung einer Analyse von Bloch-Oszillationen im Rahmen eines semiklassischen Modells ist daher offensichtlich.

Für den komplizierteren Fall, dass im Übergitter zusätzlich zum elektrischen Feld noch ein magnetisches Feld auf die Ladungsträger wirkt, bietet der semiklassische Ansatz einen anschaulichen Zugang zum Verständnis der komplexen Ladungsträgerdynamik. Ein intuitiv verständliches quantenmechanisches Bild etwa analog dem Wannier-Stark-Bild, in welchem man die kohärente Superposition und die Interferenz von nur zwei Eigenfunktionen des Systems betrachtet, ist in diesem Fall nur sehr schwierig zu gewinnen, da die Eigenfunktionen sich nicht so einfach darstellen lassen wie die der Wannier-Stark-Zustände. Ohnehin erweist sich eine systematische Ableitung des semiklassischen Modells für ein Bloch-Elektron im elektrischen und magnetischen Feld als nicht trivial und wurde beispielsweise 1968 von J. Zak gegeben [80, 81, 82]. In [83] wird für ein Bloch-Elektron im magnetischen Feld allein gezeigt, dass ein mittels Linearkombination überlappender Wellenfunktionen gebildetes Wellenpaket entlang der semiklassisch berechneten Trajektorie verläuft. Im Unterschied dazu ist beim kohärenten Hall-Effekt die Ladungsträgerbewegung im Ortsraum, bedingt durch das zusätzliche elektrische Feld entlang der Übergitterrichtung, allerdings unbeschränkt.

2.2 Bewegungsgleichung im magnetischen und elektrischen Feld

Im folgenden Abschnitt soll die semiklassische Beschreibung von Bloch-Oszillationen für den Fall erweitert werden, dass sich das elektronische Wellenpaket im Übergitter unter dem gleichzeitigen Einfluss eines konstanten homogenen elektrischen, sowie eines konstanten homogenen magnetischen Feldes befindet. Konzeptionell geht man dabei

¹ $L\omega_B = \Delta d/2\hbar = \text{const}$ (Vgl. (1.25)).

wie im magnetfeldfreien Fall (Abschnitt 1.3.1) vor. Betrachtet wird ein Teilchen mit dem Kristallimpuls $\hbar\mathbf{k}$, welches durch ein um \mathbf{k} zentriertes Wellenpaket im \mathbf{k} -Raum beschrieben wird und sich gemäß dem Beschleunigungstheorem $\hbar\dot{\mathbf{k}} = \mathbf{F}$ bewegt. \mathbf{F} stellt dabei die Summe aller äußeren Kräfte auf den Ladungsträger dar. Bei der Betrachtung der Bloch-Oszillationen ist die einzig relevante Kraft, die auf einen Ladungsträger mit der Ladung q wirkt, die Coulomb-Kraft $q\mathbf{E}$. Das zusätzliche magnetische Feld \mathbf{B} wird nun durch die magnetische Komponente der Lorentz-Kraft $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ berücksichtigt.

Die Dynamik eines Ladungsträgers im Übergitter bei gleichzeitigem Wirken eines magnetischen Feldes \mathbf{B} und eines elektrischen Feldes \mathbf{E} wird demnach durch die folgenden beiden Gleichungen bestimmt (s. Abschnitt 1.3.1, Seite 30)

$$\hbar\dot{\mathbf{k}} = \mathbf{F}_L = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) . \quad (2.1)$$

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} . \quad (2.2)$$

\mathbf{F}_L steht dabei für die Lorentz-Kraft. Die Gruppengeschwindigkeit² \mathbf{v} ist – wie im magnetfeldfreien Fall – durch den Gradienten der Energie $\varepsilon(\mathbf{k})$ nach \mathbf{k} gegeben, wobei die Energie durch die Dispersionsrelation des Halbleiterübergitters (2.3) festgelegt ist. Diese lässt sich durch

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(k_x d)] + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_y^2 + k_z^2) \quad (2.3)$$

darstellen. Die Übergitterrichtung wurde dafür entlang der x -Achse gewählt. Δ bezeichnet die Minibandbreite des Übergitters, d die Übergitterperiode und m^* die effektive Masse von Volumen-GaAs. Der erste Term auf der rechten Gleichungsseite beschreibt die kosinusförmige Dispersionsrelation in Übergitterrichtung, die sich aus einer Tight-Binding-Rechnung ergibt. Die tatsächliche Abweichung vom einfachen kosinusförmigen Verlauf ist, wie eine Kronig-Penney-Rechnung (s. Kapitel 1.2.3) zeigt, relativ gering. Der zweite Term beschreibt die freien Richtungen des Halbleiterübergitters senkrecht zur Wachstumsrichtung, dessen Bänder als parabelförmig angenommen und durch eine konstante effektive Masse m^* charakterisiert werden. Die Geschwindigkeitskomponenten v_i ($i = x, y, z$) ergeben sich daher aus (2.2) und (2.3) zu

$$v_x = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(k_x d) \quad (2.4)$$

und

$$v_{y,z} = \frac{\hbar}{m^*} k_{y,z} . \quad (2.5)$$

²Zur Unterscheidung von „mittlere Geschwindigkeit“ und „Gruppengeschwindigkeit“ siehe auch 1.3.1.

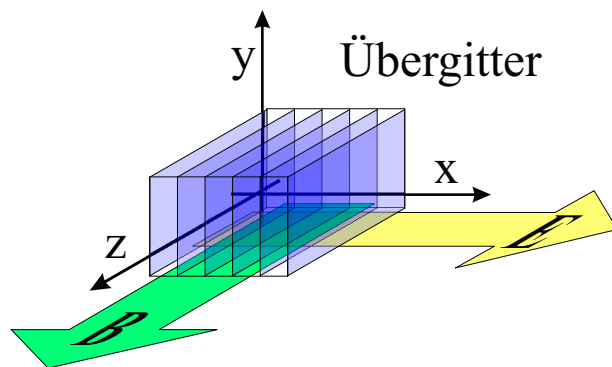


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Feldgeometrie: Die Feldrichtungen von \mathbf{E} und \mathbf{B} im Übergitter. Das elektrische Feld zeigt entlang der Übergitterrichtung; das magnetische Feld verläuft parallel zu den Übergitterschichten.

Die Auswertung des Kreuzproduktes in der Lorentz-Kraft (Gleichung (2.1)) wird durch die Versuchsgeometrie stark vereinfacht. Das elektrische Feld \mathbf{E} liegt parallel zur Übergitterrichtung $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_x$; das magnetische Feld \mathbf{B} steht in dem hier betrachteten Fall der Voigt-Geometrie senkrecht auf \mathbf{E} und damit auch senkrecht zur Wachstumsrichtung des Übergitters. Traditionsgemäß bezeichnen wir die Richtung des Magnetfeldes als z-Richtung $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ (vgl. Abbildung 2.1). Für $\dot{\mathbf{k}}$ folgt dann

$$\dot{\mathbf{k}} = \frac{q}{\hbar} \begin{pmatrix} E + v_y B \\ -v_x B \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Die z-Komponente k_z dieser Differentialgleichung koppelt nicht mit den beiden anderen Komponenten k_x und k_y , und ihre Lösung ist eine Konstante

$$k_z(t) = k_z(0). \quad (2.7)$$

Im folgenden wird die z-Komponente k_z von \mathbf{k} daher nicht weiter explizit aufgeführt und nur noch der Vektor $\mathbf{k} := (k_x, k_y)^\top$ betrachtet.

Um die Geschwindigkeitskomponenten v_x und v_y zu eliminieren, setzt man (2.4) und (2.5) in (2.6) ein und erhält ein System von zwei gekoppelten Differentialgleichungen

$$\dot{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} \dot{k}_x \\ \dot{k}_y \end{pmatrix} = \frac{q}{\hbar} \begin{pmatrix} E + \frac{\hbar}{m^*} B k_y \\ -\frac{\Delta d}{2\hbar} B \sin(k_x d) \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Da die Minibanddispersion kosinusförmig angenommen wurde, hängen die Minibandbreite Δ und die effektive Masse m_x in Übergitterrichtung am Minibandboden über die

Beziehung

$$\frac{\Delta d}{2\hbar^2} = \frac{1}{m_x d} \quad (2.9)$$

voneinander ab³. (2.8) ergibt sich daher zu

$$\begin{pmatrix} \dot{k}_x \\ \dot{k}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{q}{\hbar} E + \frac{q}{m^*} B k_y \\ -\frac{q}{m_x} \frac{1}{d} B \sin(k_x d) \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Durch die einfache Variablentransformation

$$k_i \rightarrow \tilde{k}_i = k_i d \quad i = x, y \quad (2.11)$$

erhält man ein Differentialgleichungssystem für den dimensionslosen Wellenvektor $\tilde{\mathbf{k}}$:

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{k}}_x \\ \dot{\tilde{k}}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{qEd}{\hbar} + \frac{qB}{m^*} \tilde{k}_y \\ -\frac{qB}{m_x} \sin(\tilde{k}_x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_B + \omega_C^* \tilde{k}_y \\ -\omega_C^x \sin(\tilde{k}_x) \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

wobei $\omega_B = qEd/\hbar$ wie im magnetfeldfreien Fall die Bloch-Frequenz und $\omega_C^* = qB/m^*$ die Zyklotronfrequenz von Volumen-GaAs ist. $\omega_C^x = qB/m_x$ entspricht der Zyklotronfrequenz eines Ladungsträgers, der die Masse $m_x (= 2\hbar^2/\Delta d^2)$ besitzt.

Alternativ zum Differentialgleichungssystem erster Ordnung (2.12) kann man auch eine Differentialgleichung zweiter Ordnung betrachten. Durch Ableiten von $\dot{\tilde{k}}_x$ nach der Zeit und Einsetzen von $\dot{\tilde{k}}_y$ ergibt sich die Differentialgleichung eines Pendels

$$\ddot{\tilde{k}}_x = -\omega_C^* \omega_C^x \sin(\tilde{k}_x) = -\omega_C^2 \sin(\tilde{k}_x) \quad (2.13)$$

mit

$$\omega_C = \frac{qB}{\sqrt{m^* m_x}}. \quad (2.14)$$

Die Lösung von (2.13) kann dann benutzt werden, um die y-Komponente \tilde{k}_y aus der Differentialgleichung (2.12) zu bestimmen. Für eine erste Analyse ist es durchaus sinnvoll die Differentialgleichung 2. Ordnung zu betrachten, da aufgrund der strukturellen Identität von (2.13) mit der Bewegungsgleichung eines nicht getriebenen und nicht gedämpften Pendels prinzipielle Einsichten in das Verhalten eines Ladungsträgers im Übergitter ermöglicht werden. Vor allem wird auf besonders klare Weise der Einfluss der Parameter E und B auf die Qualität der Dynamik deutlich.

³Der Zusammenhang zwischen Δ und m_x ergibt sich aus der Entwicklung von $\cos(k_x d)$ um $k_x = 0$. $\cos(k_x d) = 1 - k_x^2 d^2/2 + \mathcal{O}(k_x^4)$, d. h. $\Delta(1 - \cos(k_x d))/2 \approx \Delta k_x^2 d^2/4$. Für eine konstante effektive Masse m_x erwartet man für die kinetische Energie $\hbar^2 k_x^2/2m_x$. Ein Vergleich ergibt $\Delta d^2/2 = \hbar^2/m_x$.

2.3 Analyse der Ladungsträgerbewegung im Übergitter

An dieser Stelle werden einige prinzipielle Eigenschaften der Ladungsträgerdynamik diskutiert, die sich aus der Bewegungsgleichung (2.12) des Ladungsträgers im Übergitter (bzw. aus der dazu äquivalenten „Pendelgleichung“ (2.13)) ergeben.

2.3.1 Stationäre Lösung

Eine stationäre Lösung von (2.12) mit $\tilde{\mathbf{k}}(t) = \tilde{\mathbf{k}}^{\text{stat}} = \text{konstant}$ erhält man, sobald eine der beiden Komponenten $\dot{\tilde{k}}_{x,y}(t)$ konstant Null wird, denn daraus folgt auch das Verschwinden der zeitlichen Ableitung der anderen Komponente, d. h. $\dot{\tilde{\mathbf{k}}} = \mathbf{0}$. Mit (2.12) ergibt sich dann

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_B + \omega_C^* \tilde{k}_y^{\text{stat}} \\ -\omega_C^x \sin(\tilde{k}_x^{\text{stat}}) \end{pmatrix}.$$

Für die stationäre Lösung $\tilde{\mathbf{k}}^{\text{stat}}$ folgt daher

$$\begin{pmatrix} \tilde{k}_x^{\text{stat}} \\ \tilde{k}_y^{\text{stat}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n\pi \\ -\frac{\omega_B}{\omega_C^*} \end{pmatrix} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.15)$$

Beschränkt man die Betrachtung auf die erste Mini-Brillouin-Zone mit $|\tilde{k}_x| \leq \pi$, so bleiben nur $n = 0$ und die gleichwertigen Lösungen $n = \pm 1$ bestehen. Wie man aus (2.4) sieht, verschwindet im Ortsraum für alle drei Lösungen von n die Gruppengeschwindigkeit in x-Richtung, d. h.

$$v_x^{\text{stat}} = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(\tilde{k}_x^{\text{stat}}) = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(n\pi) = 0, \quad (2.16)$$

was natürlich auch direkt aus Gleichung (2.6) und der Bedingung $\dot{\tilde{\mathbf{k}}} = \mathbf{0}$ folgt. In y-Richtung ergibt sich bei $\tilde{\mathbf{k}}^{\text{stat}}$ eine konstante Driftgeschwindigkeit

$$v_y^{\text{stat}} = \frac{\hbar}{m^* d} \tilde{k}_y^{\text{stat}} = -\frac{\hbar}{m^* d} \frac{\omega_B}{\omega_C^*} = -\frac{E}{B}, \quad (2.17)$$

die nur durch das Verhältnis von E und B bestimmt ist. Allgemein lässt sich noch anmerken, dass bei $\tilde{\mathbf{k}}^{\text{stat}}$ die Summe aller durch externe Felder hervorgerufenen Kräfte verschwindet, da hier $\hbar \dot{\tilde{\mathbf{k}}}^{\text{stat}} = \mathbf{F}_L = \mathbf{0}$ wird. D. h. die magnetische Komponente der Lorentz-Kraft $q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ kompensiert gerade die Coulomb-Kraft $q \mathbf{E}$ auf den Ladungsträger.

2.3.2 Die zwei Bewegungszustände

Wie bereits erwähnt, ist die Bewegungsgleichung (2.13) von \tilde{k}_x die Differentialgleichung eines Pendels ohne Reibung und Antrieb. Dabei entspricht $\tilde{k}_x(t)$ dem Auslenkwinkel $\varphi(t)$ des Pendels aus seiner Ruhelage und ω_C der Eigenfrequenz $\sqrt{g/l} = \omega$ des Pendels⁴ für kleine Auslenkungen. Wie vom Pendel her bekannt, existieren daher auch für \tilde{k}_x zwei unterschiedliche Bewegungszustände. \tilde{k}_x kann in einem Bereich von $-\kappa$ bis $+\kappa$ mit $0 < \kappa < \pi$ oszillieren (entspricht dem schwingenden Pendel) oder monoton wachsen (bzw. fallen), was dem rotierenden Pendel entspricht. Der Begriff monoton wachsen (fallen) gilt dabei mathematisch exakt nur dann, wenn φ als unbeschränkt angenommen wird. Da der Zustandsraum des Pendels in φ -Richtung aber 2π -periodisch ist, kann man sich auf Werte zwischen $\pm\pi$ für φ beschränken. In diesem Fall gibt es immer, wenn der Winkel den Wert $+\pi$ ($-\pi$) erreicht hat, eine Sprungstelle von $\varphi = +\pi$ zu $\varphi = -\pi$ (bzw. von $\varphi = -\pi$ zu $\varphi = +\pi$). Dazwischen wächst (fällt) der Winkel allerdings weiterhin monoton. Für den Wellenvektor \tilde{k}_x gilt dies in sehr ähnlicher Form, abhängig davon, ob man ein periodisches oder ein reduziertes Zonenschema für die Beschreibung des Minibandes annimmt.

In Abbildung (2.2) ist zur Illustration das Phasenportrait eines Pendels für verschiedene Gesamtenergien dargestellt. Bei kleinen Gesamtenergien ergeben sich geschlossene Bahnen im Zustandsraum (entspricht einer Oszillation). Bei großen Gesamtenergien liegen dagegen offene Bahnen vor (entspricht einer Rotation). Die in Abbildung (2.2) gezeigten Zustandsraumtrajektorien sind ohne Einschränkung auch für das Verhalten von \tilde{k}_x repräsentativ. Man kann einfach φ durch \tilde{k}_x und $\dot{\varphi}$ durch $\dot{\tilde{k}}_x$ ersetzen.

Begriffe

Wie bei einer reinen Bloch-Oszillation erwartet, ergibt sich ohne ein magnetisches Feld ($\omega_C = \omega_C^* = 0$) aus Gleichung (2.12) der Zusammenhang

$$\dot{\tilde{k}}_x(t) = \omega_B \Rightarrow \tilde{k}_x(t) = \omega_B t + \tilde{k}_x(0). \quad (2.18)$$

Der k -Vektor und damit die Phase des Sinustermes in der Geschwindigkeitskomponente entlang der Übergitterrichtung wächst linear mit der Zeit an.

$$v_x = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(\omega_B t + \tilde{k}_{x,0}). \quad (2.19)$$

Der Ladungsträger oszilliert harmonisch in Übergitterrichtung. Diese Lösung entspricht dem ohne Einfluss einer rücktreibenden Kraft rotierenden Pendel. Ein zusätzliches, aber

⁴ g ist die Gravitationsbeschleunigung und l der Abstand des Massepunktes vom Drehzentrum.

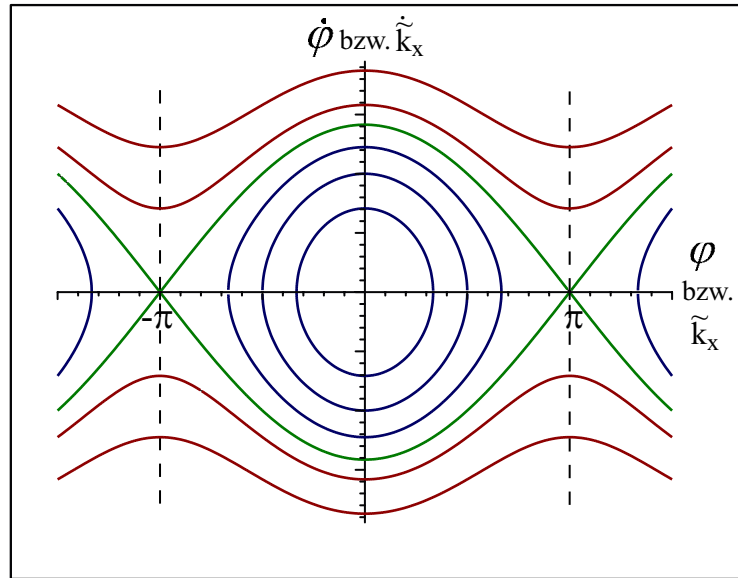


Abbildung 2.2: Phasenportrait eines Pendels (bzw. eines elektronischen Wellenpaketes). Dargestellt sind sechs Trajektorien im Zustandsraum $(\varphi, \dot{\varphi})$ für verschiedene, äquidistant gewählte Gesamtenergien. Aufgrund der 2π -Periodizität des Winkels φ kann man sich die Lösung bei $\varphi = \pm\pi$ durch diejenige bei $\varphi = \mp\pi$ fortgesetzt vorstellen, entsprechend der Beschränkung von \tilde{k}_x auf die erste Mini-Brillouin-Zone im reduzierten Zonenschema. Die offenen Bahnen (oben und unten) entsprechen einer Rotation, die geschlossenen einer Oszillation des Pendels.

kleines Magnetfeld, das einer nur schwachen rücktreibenden Kraft beim Pendel entspricht, wird qualitativ an der Bewegung nichts ändern. Die Bewegung wird weiterhin *blochartig* sein – analog dem weiterhin rotierenden Pendel. Um den Einfluss des Magnetfeldes auf die Bewegung (siehe folgende Abschnitte) zu kennzeichnen, nennen wir dieses Bewegungsregime *Magneto-Bloch-Regime*. Ist die Bewegung des Ladungsträgers dagegen im wesentlichen durch ein relativ großes magnetisches Feld bestimmt (entspricht der Oszillation beim Pendel), so ist die Bahn im Zustandsraum (Abbildung 2.2) durch eine geschlossene Trajektorie gekennzeichnet, und die Bewegung ist *zyklotronartig* – dieser Bewegungszustand heißt *Zyklotronregime*. \tilde{k}_x oszilliert um die Stelle $\tilde{k}_x = 0$. Im Zyklotronregime verkleinert sich der Durchmesser der geschlossenen Bahnkurve mit steigendem Magnetfeld immer weiter und \tilde{k}_x bleibt in einer kleinen Umgebung um $\tilde{k}_x = 0$ am Boden der ersten Mini-Brillouin-Zone lokalisiert. Aus diesem Grund wird in Veröffentlichungen auch vom „*bottom-miniband regime*“ gesprochen [84, 85]. Im Gegensatz dazu wird das Magneto-Bloch-Regime auch als „*full-miniband regime*“ bezeichnet. Abbildung 2.3 illustriert die beschriebenen Zusammenhänge schematisch.

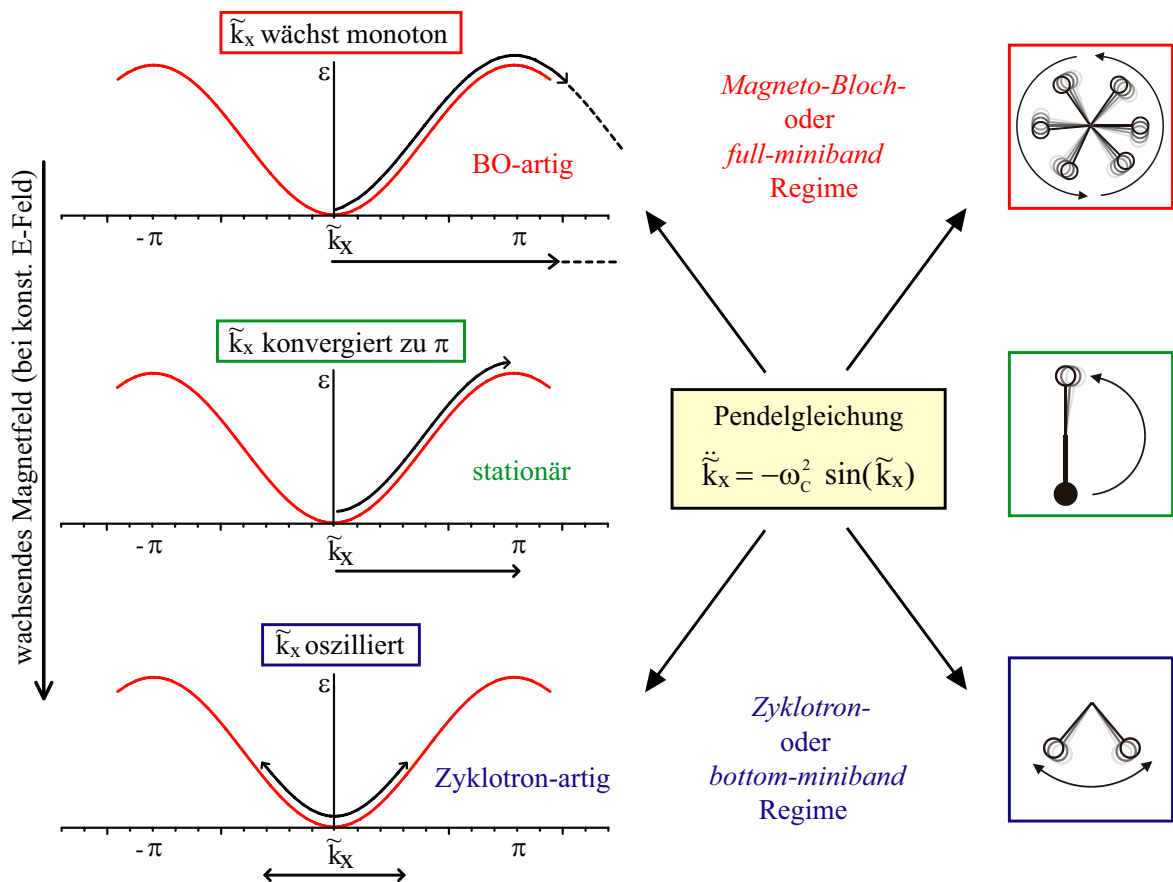


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der beiden möglichen Bewegungsregimes. Für ein kleines Magnetfeld (ω_c klein) ist die Bewegung blochartig. D. h. \tilde{k}_x wächst monoton – analog dem Winkel φ des rotierenden Pendels. Für starke Magnetfelder (große rücktreibende Komponente) oszilliert \tilde{k}_x bzw. φ .

Einfluss der Anfangsbedingungen

Da die Differentialgleichung (2.13) nichtlinear ist, hängt die wichtigste Kenngröße des Systems – die Periodendauer T – von den Anfangsbedingungen ab. Beispielsweise ist im Fall der Schwingung die Periodendauer T nicht unabhängig von der Amplitude der Oszillation, sondern wächst mit steigender Schwingungsamplitude an. Die Amplitude und damit die Periodendauer T wird aber von den Anfangsbedingungen bestimmt. (Eine analytische Lösung für die Periodendauer T wird in Abschnitt 2.3.3 diskutiert.)

Die Diskussion wird kurz auf den anschaulichen Fall des Pendels beschränkt. Die Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_0$ entscheidet, ob das Pendel bei gegebenem Anfangswinkel φ_0 rotiert oder ob es oszilliert, d. h. in welchem Bewegungsregime sich das Pendel (bzw. der \tilde{k}_x -Vektor des Ladungsträgers) befindet. Dabei sind die beiden Bewegungsregimes scharf

voneinander abgegrenzt:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_0 > \dot{\varphi}_0^{\text{Max}}(\varphi_0) &: \text{Pendel rotiert,} \\ \dot{\varphi}_0 < \dot{\varphi}_0^{\text{Max}}(\varphi_0) &: \text{Pendel oszilliert.} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Der funktionale Zusammenhang $\dot{\varphi}_0^{\text{Max}}(\varphi_0)$ folgt dabei aus einer einfachen Überlegung für das Pendel. Ist die Summe aus potentieller Energie $W_{\text{pot}}(t)$ und kinetischer Energie $W_{\text{kin}}(t)$ am Anfang der Bewegung ($t = 0$) gerade gleich der potentiellen Energie am Überschlagspunkt des Pendels $W_{\text{pot}}^{\text{Max}}$ (bei $\varphi = \pm\pi$), so wird das Pendel genau im Überschlagspunkt, dem instabilen Fixpunkt des Systems, stehen bleiben. Ist die Gesamtenergie geringer, so wird es oszillieren, ist sie größer, wird es rotieren. Für die maximale Anfangswinkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_0^{\text{Max}}(\varphi_0)$ ergibt sich daher:

$$\begin{aligned} W_{\text{kin}}^{\text{Max}}(t=0) + W_{\text{pot}}(t=0) &= W_{\text{pot}}^{\text{Max}} \\ \Rightarrow \frac{1}{2}m(\dot{\varphi}_0^{\text{Max}}l)^2 + mgl(1 - \cos(\varphi_0)) &= mg2l \\ \Rightarrow \dot{\varphi}_0^{\text{Max}} &= \sqrt{\left(2\frac{g}{l} - 2\frac{g}{l}(1 - \cos(\varphi_0))\right)} \\ \Rightarrow \dot{\varphi}_0^{\text{Max}} &= \omega\sqrt{2(1 + \cos(\varphi_0))}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Ist speziell der Anfangswinkel $\varphi_0 = 0$, so bestimmt einzig $\dot{\varphi}_0$ in welchem Bewegungsregime sich das Pendel befindet und es gilt

$$\dot{\varphi}_0^{\text{Max}} = 2\omega. \quad (2.22)$$

Analog folgt für den Ladungsträger im Übergitter (φ entspricht \tilde{k}_x , ω entspricht ω_C)

$$\dot{\tilde{k}}_{x,0}^{\text{Max}} = \omega_C \sqrt{2(1 + \cos(\tilde{k}_{x,0}))} \quad (2.23)$$

bzw.

$$\dot{\tilde{k}}_{x,0}^{\text{Max}} = 2\omega_C \quad \text{für} \quad \tilde{k}_{x,0} = 0. \quad (2.24)$$

Der spezielle Fall $\tilde{k}_x(0) = \tilde{k}_{x,0} = 0$ ist dabei durchaus von Interesse, da der Anfangszustand $\tilde{k}_{x,0}$ experimentell präpariert werden kann. Dies geschieht durch die geeignete Wahl der Zentralwellenlänge des anregenden optischen Pulses, der das Ladungsträgerwellenpaket generiert. Ist $\tilde{k}_x(0) = \tilde{k}_y(0) = 0$, d. h. wird das Wellenpaket am Boden des Minibandes erzeugt⁵, so folgt daraus mit Gleichung (2.12) für die zeitliche Ableitung von $\tilde{\mathbf{k}}$ zum Zeitpunkt $t = 0$:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{k}}_x(0) &= \omega_B = \frac{qEd}{\hbar} \\ \dot{\tilde{k}}_y(0) &= 0. \end{aligned} \quad (2.25)$$

⁵Experimentell entspricht dies etwa einer kohärenten Anregung des hh0- und des hh1-Übergangs.

Das ist einsichtig, da ein anfänglich ruhender Ladungsträger nur durch die Coulomb-Kraft $q\mathbf{E}$, die hier in x-Richtung wirkt, beschleunigt werden kann. Für die gewählten Anregungsbedingungen ergibt sich durch Gleichsetzen von (2.24) und (2.25) der Übergang zwischen dem Magneto-Bloch- und dem Zyklotronregime bei

$$\omega_B = 2\omega_C. \quad (2.26)$$

Ist $\omega_B > 2\omega_C$, so wächst \tilde{k}_x monoton, und die Bewegung ist blochartig. Für $\omega_B < 2\omega_C$ oszilliert \tilde{k}_x zwischen $-\kappa$ und $+\kappa$ mit $0 < \kappa < \pi$. Die Bewegung ist zyklotronartig. Die Schwingungen sind allerdings nur für kleine Amplituden $\kappa \ll 1$, d. h. große Magnetfelder, harmonisch. Zusammengefasst ergibt sich folgendes Bild:

$$\begin{aligned} \omega_B &> 2\omega_C : \text{Magneto - Bloch - Regime} \\ \omega_B &= 2\omega_C : \text{Übergang; für } t \rightarrow \infty \text{ stationäre Lösung} \\ \omega_B &< 2\omega_C : \text{Zyklotronregime.} \end{aligned}$$

Am Übergang zwischen den beiden Regimes, bei $\omega_B = 2\omega_C$, läuft das System in die stationäre Lösung mit einer verschwindenden Geschwindigkeitskomponente in Übergitterrichtung und einer konstanten Driftgeschwindigkeit in y-Richtung (s. 2.3.1).

Der wichtigste Unterschied der beiden Bewegungsregimes äußert sich dabei in der Abhängigkeit der Periodendauer T von den Feldstärken E und B . Das kann man sich wieder sehr einfach am Pendel klarmachen. Die Gesamtenergie des Pendels bestimmt, ob es rotiert oder schwingt. Im Fall der Schwingung wird mit zunehmender Gesamtenergie und damit zunehmender Schwingungsamplitude die Periodendauer zunehmen. Dies liegt ganz anschaulich daran, dass die Pendelausschläge größer werden und die rücktreibende Kraft aufgrund des Sinusters schwächer als linear mit der Amplitude steigt. Nahe dem Überschlagpunkt wird T sehr groß. Genau am Überschlagpunkt divergiert T sogar. Da im Pendel aber nicht mehr Energie in potentielle Energie umgewandelt werden kann, als es im Überschlagpunkt besitzt, erhöht sich bei weiterer Erhöhung der Gesamtenergie nur noch der Anteil der kinetischen Energie. D. h. das Pendel dreht schneller und T sinkt nun mit steigender Gesamtenergie. Übertragen auf den Ladungsträger im Übergitter kann man sagen, dass die Stärke des rücktreibenden Moments und damit die „potentielle Energie“ durch ω_C , d. h. durch das magnetische Feld B , und die „kinetische Energie“ bei $t = 0$ durch ω_B , d. h. einzig durch das elektrische Feld E , bestimmt ist (siehe Gleichung (2.25)). T wird daher auf eine komplexe Weise von E und B abhängen. Im nächsten Abschnitt wird das Verhalten von T quantitativ untersucht.

2.3.3 Analytische Lösung für die Periodendauer

Aus der nichtlinearen Pendelgleichung (2.13)

$$\ddot{\tilde{k}}_x = -\omega_C^2 \sin(\tilde{k}_x) \quad (2.27)$$

kann eine analytische Lösung für die Periodendauer T des oszillierenden bzw. rotierenden $\tilde{k}_x(t)$ angegeben werden. Das Ergebnis ist ein elliptisches Integral, dessen Herleitung in Lehrbüchern der klassischen Mechanik (siehe z. B. [86]) beschrieben wird und das näherungsweise gelöst werden muss.

Für das mechanische Pendel ist $K = 2W_{\text{ges}}/ml^2$ eine Erhaltungsgröße, wobei W_{ges} die Gesamtenergie⁶ des Pendels ist. Es gilt:

$$K = \dot{\varphi}^2 + 2\omega^2 (1 - \cos(\varphi)) = \dot{\varphi}^2 + 4\omega^2 \sin^2(\varphi/2). \quad (2.28)$$

Analog folgt für den Wellenvektor \tilde{k}_x

$$C = \dot{\tilde{k}}_x^2 + 4\omega_C^2 \sin^2(\tilde{k}_x/2), \text{ mit } C = \text{konstant.} \quad (2.29)$$

Auflösen nach $\dot{\tilde{k}}_x$ und Trennung der Variablen liefert

$$\int_{t_0}^t dt' = \int_{\tilde{k}_x(t_0)}^{\tilde{k}_x(t)} \sqrt{\frac{1}{C - 4\omega_C^2 \sin^2(\tilde{k}'_x/2)}} d\tilde{k}'_x = 2 \int_{\tilde{k}_x(t_0)/2}^{\tilde{k}_x(t)/2} \sqrt{\frac{1}{C - 4\omega_C^2 \sin^2(\beta)}} d\beta. \quad (2.30)$$

Beim letzten Schritt wurde die Integration auf die Variable $\beta = \tilde{k}'_x/2$ transformiert. Betrachtet man wieder den speziellen Fall der Anregung am Minibandboden (vgl. Abschnitt 2.3.2), d. h. $\tilde{k}_x(t_0 = 0) = \tilde{k}_y(t_0 = 0) = 0$, so folgt $\dot{\tilde{k}}_x(t_0 = 0) = \omega_B$ (siehe Gleichung (2.25)). Die Konstante C ergibt sich dann aus (2.29) für diese Anfangsbedingungen zu

$$C = \omega_B^2. \quad (2.31)$$

Das Integral (2.30) ergibt daher

$$t = 2 \int_0^{\tilde{k}_x(t)/2} \sqrt{\frac{1}{\omega_B^2 - 4\omega_C^2 \sin^2(\beta)}} d\beta = \frac{1}{\omega_C} \int_0^{\tilde{k}_x(t)/2} \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\omega_B}{2\omega_C}\right)^2 - \sin^2(\beta)}} d\beta. \quad (2.32)$$

Ist $\left(\frac{\omega_B}{2\omega_C}\right)^2 \leq 1$, d. h. $\omega_B \leq 2\omega_C$, so kann der Nenner des Integranden Null werden und das Integral divergiert. Im Extremfall muss dann die Lösung stückweise konstruiert werden. Die Bedingung $\omega_B < 2\omega_C$ dabei zeigt an, dass sich der Ladungsträger im Zyklotronregime befindet (siehe vorherigen Abschnitt). Im Magneto-Bloch-Regime ist dagegen $\omega_B > 2\omega_C$, und man kann durch geeignete Approximationen versuchen, das Integral (2.32) direkt zu lösen.

⁶ W_{ges} ist die Summe aus kinetischer und potentieller Energie.

Das Magneto-Bloch-Regime („rotierende Lösung“)

Der einfachste Fall liegt vor, wenn man das sog. Bloch-Limit betrachtet. Hier gilt $\omega_B \gg \omega_C$ und daher $(\frac{\omega_B}{2\omega_C})^2 \gg 1$. In nullter Ordnung kann man daher den Term $\sin^2(\beta)$ in (2.32) vernachlässigen. Es ergibt sich

$$t = \frac{1}{\omega_C} \int_0^{\tilde{k}_x(t)/2} \frac{2\omega_C}{\omega_B} d\beta = \frac{\tilde{k}_x(t)}{\omega_B}. \quad (2.33)$$

Benutzt man die Definition (2.11) mit $\tilde{k}_x = k_x d$, so folgt

$$k_x(t) = \frac{\omega_B}{d} t = \frac{qE}{\hbar} t, \quad (2.34)$$

bzw. für die Geschwindigkeit v_x in Übergitterrichtung (2.4)

$$v_x(t) = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(\omega_B t). \quad (2.35)$$

Der Wellenvektor in Übergitterrichtung k_x wächst linear mit der Zeit an und das Teilchen oszilliert – wie erwartet – mit der Bloch-Frequenz ω_B . Ist nun aber die charakteristische Zyklotronenergie $\hbar\omega_C$ nicht mehr vollständig gegen die Bloch-Energie $\hbar\omega_B$ zu vernachlässigen, so muss eine bessere Näherung für (2.32) gefunden werden. Es bietet sich zunächst an, das Integral wie folgt umzuschreiben

$$t = \frac{1}{\omega_C} \int_0^{\tilde{k}_x(t)/2} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega_B}{2\omega_C}\right)^2 - \sin^2(\beta)}} d\beta = \frac{2}{\omega_B} \int_0^{\tilde{k}_x(t)/2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\omega_C}{\omega_B}\right)^2 \sin^2(\beta)}} d\beta. \quad (2.36)$$

Dabei bleibt aufgrund der Bedingung $\omega_B > 2\omega_C$ (Magneto-Bloch-Regime) der Term $\xi := \left(\frac{2\omega_C}{\omega_B}\right)^2 \sin^2(\beta) < 1$. Die Entwicklung der Wurzel bis zum linearen Term liefert

$$\frac{1}{\sqrt{1-\xi}} \approx 1 + \frac{\xi}{2}. \quad (2.37)$$

Für das Integral ergibt sich daher

$$t \approx \frac{2}{\omega_B} \int_0^{\tilde{k}_x(t)/2} \left(1 + \frac{J}{2} \cdot \sin^2(\beta)\right) d\beta \quad \text{mit} \quad J = \left(\frac{2\omega_C}{\omega_B}\right)^2 \ll 1, \quad (2.38)$$

bzw.

$$t \approx \frac{2}{\omega_B} \left[\frac{\tilde{k}_x(t)}{2} + \frac{J}{2} \int_0^{\tilde{k}_x(t)/2} \sin^2(\beta) d\beta \right] = \frac{\tilde{k}_x(t)}{\omega_B} + \frac{J}{\omega_B} \int_0^{\tilde{k}_x(t)/2} \sin^2(\beta) d\beta. \quad (2.39)$$

Allgemein gilt

$$\int \sin^2(\beta) d\beta = -\frac{\sin \beta \cos \beta}{2} + \frac{\beta}{2} + \text{const.} \quad (2.40)$$

Da wir im Moment aber nur an dem harmonischen Anteil der Geschwindigkeit $v_x(t)$ interessiert sind, d. h. nur daran, wie sich die *Grundfrequenz* mit steigendem Einfluss des Magnetfeldes ändert, machen wir eine zweite Näherung und vernachlässigen den nichtlinearen Term

$$-\frac{\sin(\frac{\tilde{k}_x(t)}{2}) \cos(\frac{\tilde{k}_x(t)}{2})}{2} = -\frac{\sin(\tilde{k}_x(t))}{4},$$

der sich durch die Integration von $\sin^2(\beta)$ ergeben würde⁷. Der lineare Term wird dagegen berücksichtigt und so folgt

$$t \approx \frac{\tilde{k}_x(t)}{\omega_B} + \frac{J}{\omega_B} \frac{\tilde{k}_x(t)}{4} = \frac{\tilde{k}_x(t)}{\omega_B} \left(1 + \frac{\omega_C^2}{\omega_B^2} \right), \quad (2.41)$$

bzw.

$$k_x(t) = \frac{\omega_B}{d} \left(\frac{\omega_B^2}{\omega_B^2 + \omega_C^2} \right) t. \quad (2.42)$$

Für die Geschwindigkeit v_x gilt dann

$$v_x(t) = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin \left(\omega_B \left(\frac{\omega_B^2}{\omega_B^2 + \omega_C^2} \right) t \right). \quad (2.43)$$

Der Einfluss des vernachlässigten periodischen Terms bei der Lösung von (2.39) ist in Abbildung 2.4 dargestellt.

Da die Zyklotronfrequenz ω_C ausreichend klein im Vergleich zu ω_B ist, kann man die im Argument des Sinus stehende Frequenz in (2.43) um $\omega_C = 0$ entwickeln und man erhält

$$\omega_B \left(\frac{\omega_B^2}{\omega_B^2 + \omega_C^2} \right) = \omega_B - \frac{\omega_C^2}{\omega_B} + \frac{\omega_C^4}{\omega_B^3} \pm \dots \quad (2.44)$$

In erster Näherung ergibt sich die Magneto-Bloch-Frequenz ω_{MB} demnach zu

$$\omega_{MB} \approx \omega_B - \frac{\omega_C^2}{\omega_B}. \quad (2.45)$$

Die gefundene Abhängigkeit der Magneto-Bloch-Frequenz ω_{MB} von ω_B und ω_C und damit von den im Übergitter vorhandenen elektrischen und magnetischen Feldern gilt aufgrund der Entwicklung natürlich nur für $J \ll 1$ (bzw. $\omega_C \ll \omega_B$). Bricht man dagegen die Entwicklung der Wurzel in (2.36) nicht bereits nach dem linearen Glied,

⁷Eine Entwicklung des Sinustermes anstelle einer Vernachlässigung ist nicht sinnvoll, da im Magneto-Bloch-Regime die „rotierende“ Lösung betrachtet wird. $\tilde{k}_x(t)$ nimmt daher alle Werte zwischen $-\pi$ und $+\pi$ an. Man vernachlässigt demnach eine zusätzliche Komponente, die periodisch um die sich ergebende Lösung $t(\tilde{k}_x)$ oszilliert.

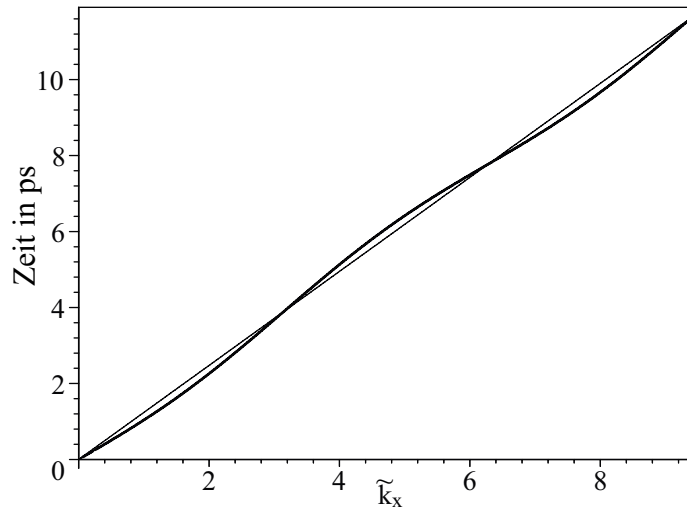


Abbildung 2.4: Einfluss des vernachlässigten periodischen Terms bei der Lösung von (2.39). Die Gerade gibt den linearen Zusammenhang zwischen der Zeit t und dem Wellenvektor \tilde{k}_x aus Gleichung (2.42) wieder. Der vernachlässigte Term macht sich in einer Oszillation um die approximierte Lösung bemerkbar. Dabei wurde $\omega_C = 0.49 \omega_B$ (entspricht $J = 0.95$) gesetzt, um den Effekt zu verdeutlichen. (Für ein so großes J ist die Entwicklung (2.37) des Wurzelterms bis zum linearen Glied sicherlich nicht mehr ausreichend und daher Gleichung (2.42) nur noch eine schlechte Näherung.)

sondern erst nach Gliedern höherer Ordnung ab, lässt sich ein analytischer Ausdruck für ω_{MB} finden, der auch für größere J gültig ist. Außerdem ermöglicht dieser Ausdruck abzuschätzen, bis zu welchem Verhältnis ω_B/ω_C die einfache Approximation (2.45) für ω_{MB} brauchbar ist und wie diese von dem exakten Lösungsverlauf abweicht.

Unter Vernachlässigung der zahlreichen durch die Integration auftretenden Sinus- und Kosinusterme ergeben sich die zu \tilde{k}_x proportionalen Summanden und man erhält

$$t = \frac{2\tilde{k}_x}{\omega_B} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} J + \frac{9}{128} J^2 + \frac{25}{512} J^3 + \frac{1225}{32768} J^4 + \frac{3969}{131072} J^5 + \dots \right), \quad (2.46)$$

woraus sich durch Entwicklung für die Grundfrequenz ω_{MB}

$$\omega_{MB} = \omega_B - \frac{\omega_C^2}{\omega_B} - \frac{5}{4} \frac{\omega_C^4}{\omega_B^3} - \frac{11}{4} \frac{\omega_C^6}{\omega_B^5} - \frac{469}{64} \frac{\omega_C^8}{\omega_B^7} - \dots \quad (2.47)$$

ergibt. Der durch die Vernachlässigung der periodischen Terme in Kauf genommene Fehler ist dabei größer als der in Abbildung 2.4 für die einfache Entwicklung gemäß Gleichung (2.37) dargestellte. Ursache hierfür ist die große Zahl an vernachlässigten trigonometrischen Termen, die sich aus der Integration des Ausdrucks $\sin^n(\beta)$ mit

$n = 2, 4, 6, \dots$ ergeben und die sich in einer deutlicher ausgeprägten Oszillation bemerkbar machen. Genau wie in Abbildung 2.4 für den einfachen Fall gezeigt, finden diese Oszillationen jedoch um eine Gerade mit einer definierten Steigung statt. Man kann daher weiterhin die sich aus dieser Steigung ergebende Frequenz ω_{MB} als die Grundfrequenz des Systems ansehen. Dies alles ist völlig analog zum Verhalten des Pendels. Rotiert das Pendel sehr schnell (entspricht dem Bloch-Regime), so wächst der Winkel (entspricht \tilde{k}_x) linear mit der Zeit an. Die Frequenz ist dabei durch die für eine komplette Umdrehung benötigte Zeit bestimmt. Wird das Pendel langsamer, so wird seine Winkelgeschwindigkeit stärker durch die rücktreibende Kraft beeinflusst. In einem Bereich um die Ruhelage herum wird sich das Pendel deutlich schneller bewegen, als in einem Bereich um den oberen Überschlagspunkt. Obwohl das Pendel weiterhin rotiert, ist die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(t)$ und damit auch der Winkel $\varphi(t)$ periodisch moduliert und zwar um so stärker, je geringer die Gesamtenergie des Pendels ist. Der Winkel wächst jedoch auch weiterhin monoton mit der Zeit an und bestimmt so die Grundfrequenz des Pendels (die Zeit für eine Umdrehung), auch wenn es sich nicht mehr um eine harmonische Bewegung handelt.

Ein Vergleich der einfachen Näherungslösung (2.45) für die Grundfrequenz ω_{MB} mit

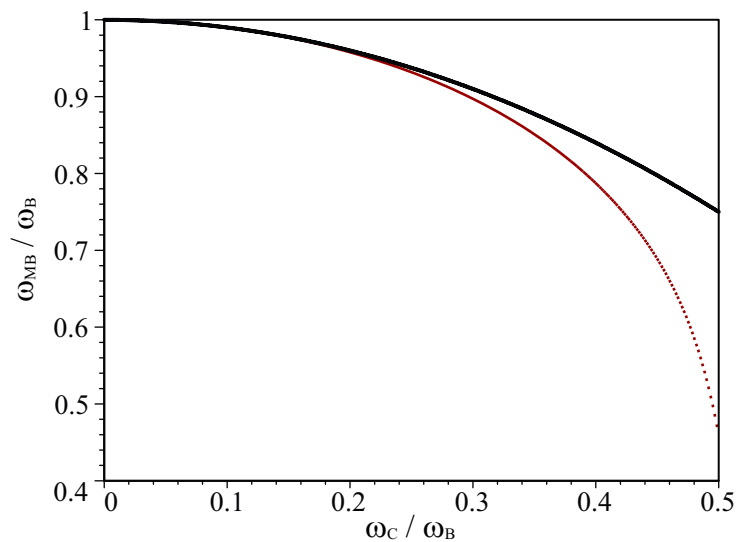


Abbildung 2.5: Vergleich der Näherungslösung (2.45) (fett, durchgezogen) mit einer Lösung, die sich aus einer Taylorentwicklung der Wurzel bis zur 50. Ordnung ergibt (dünn, unterbrochen). Diese Näherung spiegelt den wahren Lösungsverlauf gut wieder. Der Vergleich mit einer Entwicklung bis zur 250. Ordnung (nicht dargestellt) zeigt sichtbare Abweichungen erst für Werte von $\omega_C / \omega_B > 0.48$.

einer Lösung, die sich aus der Entwicklung der Wurzelfunktion (2.36) bis zur 50. Ordnung ergibt, ist in Abbildung 2.5 dargestellt. Man erkennt, dass die einfache Näherung mit der exakten Lösung bis etwa $\omega_C = 0.25 \omega_B$ gut übereinstimmt. Die Näherungslösung bleibt dabei immer oberhalb der wirklichen Grundfrequenz und fällt vor allem für $\omega_C > 0.25 \omega_B$ deutlich weniger steil ab.

Das Zyklotronregime („oszillierende Lösung“)

Im Grenzfall für große Magnetfelder erwartet man eine oszillatorische Lösung der Pendelgleichung und kleine Ausschläge \tilde{k}_x . In (2.30) kann daher $\sin(\beta)$ durch β approximiert werden:

$$t = \frac{1}{\omega_C} \int_0^{\tilde{k}_x(t)/2} \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\omega_B}{2\omega_C}\right)^2 - \sin^2(\beta)}} d\beta \approx \frac{1}{\omega_C} \int_0^{\tilde{k}_x(t)/2} \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\omega_B}{2\omega_C}\right)^2 - \beta^2}} d\beta. \quad (2.48)$$

Mit dem allgemeinen Zusammenhang

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C, \quad |x| < a$$

ergibt sich daher

$$t = \frac{1}{\omega_C} \arcsin\left(\tilde{k}_x(t) \frac{\omega_C}{\omega_B}\right) \implies k_x(t) = \frac{\omega_B}{\omega_C d} \sin(\omega_C t). \quad (2.49)$$

Für die Geschwindigkeitskomponente v_x folgt daraus mit (2.4)

$$v_x = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(k_x(t) d) \approx \frac{\Delta d}{2\hbar} k_x(t) d = \frac{\Delta d}{2\hbar} \frac{\omega_B}{\omega_C} \sin(\omega_C t), \quad (2.50)$$

wobei hier die gleiche Näherung wie oben, d. h. $\sin(\tilde{k}_x) \approx \tilde{k}_x$, benutzt wurde. Der Ladungsträger oszilliert mit der Zyklotronfrequenz ω_C .

Setzt man die Definitionen für ω_C und ω_B ein und verwendet den Zusammenhang $m_x = 2\hbar^2/\Delta d^2$, so ergibt sich

$$v_x = \frac{E}{B} \sqrt{\frac{m^*}{m_x}} \sin(\omega_C t). \quad (2.51)$$

Für kleine Magnetfelder verliert die Näherung $\sin(\beta) \approx \beta$ ihre Gültigkeit, und es kommt zu Abweichungen vom linearen Zusammenhang zwischen Frequenz und Magnetfeldstärke B . Für $2\omega_C \rightarrow \omega_B$ nähert man sich der stationären Lösung des Systems (keine Oszillationen mehr) und die Frequenz geht – wie im Magneto-Bloch Fall – gegen Null. Eine genauere Analyse der Frequenzabhängigkeit findet sich im Abschnitt „Numerische Lösungen“ (2.3.6).

2.3.4 Das emittierte elektrische Feld

In Kapitel 1 wurde bereits erwähnt, dass die kohärente Ladungsträgerbewegung zu einer Emission von kohärenter THz-Strahlung führt. Die elektrische Feldstärke der emittierten Strahlung $E_{\text{THz},i}$ ($i = x, y$) ist dabei proportional zur zweiten zeitlichen Ableitung der entsprechenden Komponente der Polarisierung (Dipolmomentendichte) P_j . Der Index i der elektrischen Feldstärke soll dabei die Propagationsrichtung der Strahlung und nicht etwa die Polarisierung des emittierten Feldes anzeigen.

Mit der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten experimentellen Anordnung kann selektiv die in x-Richtung propagierende bzw. emittierte Strahlung gemessen werden. Relevant für das in diese Richtung abgestrahlte Licht ist dabei lediglich das Dipolmoment in y-Richtung, da in z-Richtung keine Ladungsträgerbewegung stattfindet. Entsprechend zeichnet für das in y-Richtung emittierte Feld nur das Dipolmoment in x-Richtung verantwortlich. Allgemein ergibt sich im Rahmen eines semiklassischen Ansatzes das Dipolmoment \mathbf{p} durch $q \Delta \mathbf{r}$. $\Delta \mathbf{r}$ steht dabei für den räumlichen Abstand von Elektron und Loch im Übergitter. Im Fall von räumlich lokalisierten schweren Löchern reicht es aus, nur die Bewegung der Elektronen zu berücksichtigen. Für die beiden in x- bzw. in y-Richtung propagierenden Felder ergibt sich daher

$$E_{\text{THz},x} \propto \frac{d^2 P_y}{dt^2} \propto q \dot{v}_y \quad \text{und} \quad E_{\text{THz},y} \propto \frac{d^2 P_x}{dt^2} \propto q \dot{v}_x. \quad (2.52)$$

Ist die Geschwindigkeit v_x in Übergitterrichtung bekannt, so ergibt sich die Ableitung der y-Komponente \dot{v}_y gemäß Gleichung (2.5) und (2.6) zu

$$\dot{v}_y = \frac{\hbar}{m^*} \dot{k}_y = \frac{\hbar}{m^*} \left(-\frac{q}{\hbar} B v_x \right) = -\frac{q}{m^*} B v_x = -\omega_C^* v_x. \quad (2.53)$$

Für die emittierten elektrischen Felder bedeutet das

$$E_{\text{THz},x} \propto -\omega_C^* v_x \quad \text{und} \quad E_{\text{THz},y} \propto \dot{v}_x. \quad (2.54)$$

In den vorangegangenen Abschnitten wurde gezeigt, dass sich im Falle eines dominierenden elektrischen oder magnetischen Feldes $v_x(t)$ in der Form

$$v_x(t) = A \alpha \sin(\omega t)$$

schreiben lässt⁸. (In den Zwischenbereichen lässt sich dieser Zusammenhang zumindest als Ansatz für die Grundfrequenz verstehen.) Dabei entspricht A dem konstanten Teil

⁸Die Bedingungen dafür lauten: $\sin(\tilde{k}_x) \approx \tilde{k}_x$ (Zyklotronregime) und $\omega_B \gg 2\omega_C$ (Magneto-Bloch-Regime).

Richtung	Magneto-Bloch-Regime ($\alpha = 1, \omega = \omega_{\text{MB}}$)	Zyklotronregime ($\alpha = \omega_{\text{B}}/\omega_{\text{C}}, \omega = \omega_{\text{C}}$)
x	$\omega_{\text{C}}^*(B)$	$\sqrt{\frac{m_x}{m^*}} \omega_{\text{B}}(E)$
y	$\omega_{\text{MB}}(E, B)$	$\omega_{\text{B}}(E)$

Tabelle 2.1: Regimeabhängige Amplitudenkoeffizienten für die in x- bzw. y-Richtung emittierten elektrischen Felder.

der Amplitude mit $A = \Delta d/2\hbar$. α beschreibt dagegen den feldabhängigen Teil der Amplitude, wobei α entweder gleich 1 (Magneto-Bloch-Regime) oder gleich $\omega_{\text{B}}/\omega_{\text{C}}$ (Zyklotronregime) sein kann. Die Frequenz ω ist ebenfalls durch das Bewegungsregime bestimmt und beträgt im Magneto-Bloch Fall ω_{MB} , entsprechend im Zyklotronfall ω_{C} . Die emittierten elektrischen Felder lassen sich daher in beiden Regimes gemäß

$$E_{\text{THz},x} \propto -\alpha \omega_{\text{C}}^* \sin(\omega t) \quad \text{bzw.} \quad E_{\text{THz},y} \propto \alpha \omega \cos(\omega t) \quad (2.55)$$

schreiben. Wie zu erwarten, wird die Frequenz der emittierten THz-Strahlung durch die Oszillationsfrequenz ω_{MB} bzw. ω_{C} des entsprechenden Regimes bestimmt. Das Amplitudenverhalten der emittierten Strahlung erscheint allerdings auf den ersten Blick ein wenig überraschend. Wertet man die Terme $\alpha \omega_{\text{C}}^*$ (x-Richtung) bzw. $\alpha \omega$ (y-Richtung) für die beiden Regimes aus, so ergeben sich die in Tabelle 2.1 zusammengefassten Amplitudenkoeffizienten. Dabei wurde $\omega_{\text{C}}^*/\omega_{\text{C}}$ als $\sqrt{m_x/m^*}$ geschrieben und die jeweilige Feldabhängigkeit der Koeffizienten mit angegeben.

An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass bei den durchgeführten Experimenten zum kohärenten Hall-Effekt ausschließlich das in x-Richtung propagierende elektrische Feld detektiert werden konnte (siehe „Experimentelle Techniken“). Betrachtet man speziell das Amplitudenverhalten dieser Komponente, so stellt man fest, dass die Amplitude im Magneto-Bloch-Regime linear mit dem *magnetischen* Feld steigt – im Zyklotronregime dagegen steigt die Amplitude linear mit dem *elektrischen* Feld. D. h. bei der Bloch-oszillationsartigen Bewegung wird erwartungsgemäß die Frequenz durch das elektrische Feld bestimmt, die Amplitude aber durch das magnetische Feld. Im Zyklotronfall ist es umgekehrt. Die Frequenz wird, wie bei einer „reinen“ Zyklotronbewegung, durch das Magnetfeld festgelegt, die Amplitude des emittierten Feldes in x-Richtung hängt dagegen nur vom elektrischen Feld ab. Verständlich wird die Situation bei der Betrachtung der „reinen“ Bloch-Oszillation ohne Magnetfeld. Die Ladungsträger werden hier überhaupt nicht in y-Richtung abgelenkt und können daher auch kein Dipolmoment in dieser Richtung erzeugen. Erst das magnetische Feld biegt die Bahnkurve in y-Richtung, und zwar um so stärker, je größer das Magnetfeld ist

$(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$. Im Zyklotronregime wirkt sich dagegen die durch das elektrische Feld bestimmte Anfangsbeschleunigung der Ladungsträger aus.

2.3.5 Räumliche Auslenkung in Übergitterrichtung

Im vorherigen Abschnitt wurde das Amplitudenverhalten unter der Annahme einer harmonischen Ladungsträgeroszillation diskutiert. In diesem Abschnitt soll die räumliche Auslenkung der Ladungsträger in Übergitterrichtung in dem Parameterbereich studiert werden, in welchem weder der Einfluss des elektrischen Feldes noch der des magnetischen Feldes als klein angesehen werden kann.

Maximale Auslenkung

Ausgehend von der Geschwindigkeit v_x ergibt sich aus den Gleichungen (2.4) und (2.13)

$$v_x = \frac{\Delta d}{2 \hbar^2} \sin(\tilde{k}_x)$$

bzw.

$$\ddot{\tilde{k}}_x = -\omega_C^2 \sin(\tilde{k}_x)$$

der Zusammenhang

$$v_x = -\frac{\Delta d}{2 \hbar^2} \frac{\ddot{\tilde{k}}_x}{\omega_C^2}. \quad (2.56)$$

Die Auslenkung x folgt aus der formalen Integration

$$x = \int v_x dt + C = C - \int \frac{\Delta d}{2 \hbar^2} \frac{\ddot{\tilde{k}}_x}{\omega_C^2} dt = C - \frac{\Delta d}{2 \hbar^2} \frac{\dot{\tilde{k}}_x}{\omega_C^2}. \quad (2.57)$$

Wählt man den Ursprung des Koordinatensystems so, dass $x(0) = 0$, ergibt sich

$$C = +\frac{\Delta d}{2 \hbar^2} \frac{\dot{\tilde{k}}_x(0)}{\omega_C^2}. \quad (2.58)$$

Aus der Anfangsbedingung $\tilde{k}_x(0) = 0$ (Generation am Boden des Minibandes) ergibt sich $\dot{\tilde{k}}_x(0) = \omega_B$ (s. vorherige Abschnitte), und für x folgt

$$x = \frac{\Delta d}{2 \hbar^2} \frac{1}{\omega_C^2} \left(\omega_B - \dot{\tilde{k}}_x \right). \quad (2.59)$$

Für die gewählte Anfangsbedingung ergibt sich aus (2.29)

$$\omega_B^2 = \dot{\tilde{k}}_x^2 + 4 \omega_C^2 \sin^2(\tilde{k}_x/2), \quad (2.60)$$

oder, aufgelöst nach $\dot{\tilde{k}}_x$,

$$\dot{\tilde{k}}_x = \pm \sqrt{\omega_B^2 - 4\omega_C^2 \sin^2(\tilde{k}_x/2)}. \quad (2.61)$$

Das Vorzeichen muss abhängig vom Bewegungsregime entschieden werden.

Im ersten Fall befinde sich das System im Magneto-Bloch-Regime ($\omega_B > 2\omega_C$), d. h. analog zum rotierenden Pendel, das nur links oder rechts herum rotieren kann, *ändert* $\dot{\tilde{k}}_x$ sein Vorzeichen nicht mehr, wenn es einmal festgelegt ist. Das Vorzeichen selbst wird durch die Wahl des Vorzeichens bei der Anfangsbedingung (hier: $k_x(0) = +\omega_B$) durch die Feldrichtung von \mathbf{E} vorgegeben. Für die Auslenkung ergibt sich aus (2.59) und (2.61)

$$x = \frac{\Delta d}{2\hbar^2} \frac{\omega_B}{\omega_C^2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{\omega_C^2}{\omega_B^2} \sin^2(\tilde{k}_x/2)} \right). \quad (2.62)$$

Der größte Abstand vom Startpunkt in x-Richtung x_{\max} wird für $\sin^2(\tilde{k}_x/2) = 1$, d. h. für $\tilde{k}_x = \pi$ erreicht.

$$x_{\max} = \frac{\Delta d}{2\hbar^2} \frac{\omega_B}{\omega_C^2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{\omega_C^2}{\omega_B^2}} \right) \quad (2.63)$$

Für kleine ω_C lässt sich der Wurzelausdruck in der Klammer entwickeln

$$\left(1 - \sqrt{1 - \left(2 \frac{\omega_C}{\omega_B} \right)^2} \right) \approx 2 \frac{\omega_C^2}{\omega_B^2}, \quad (2.64)$$

woraus sich für die maximale Auslenkung

$$x_{\max} = \frac{\Delta d}{\hbar^2} \frac{1}{\omega_B} = 2L \quad (2.65)$$

ergibt. Wie erwartet konvergiert $x_{\max}/2$ demnach für kleine Magnetfelder gegen die räumliche Amplitude L der „reinen“ Bloch-Oszillation (s. Gleichung (1.24)).

Aus (2.63) sieht man, dass mit wachsendem Magnetfeld (steigendem ω_C) die maximale Auslenkung x_{\max} zunimmt und ihren größten Wert bei $\omega_B = 2\omega_C$ erreicht. Der Wurzelausdruck verschwindet dann, und die maximale Auslenkung wird zu

$$x_{\max, \text{MB}} = \frac{\Delta d}{2\hbar^2} \frac{\omega_B}{\omega_C^2} = \frac{\Delta d}{2\hbar^2} \frac{4}{\omega_B} = 4L. \quad (2.66)$$

Die räumliche Auslenkung ist am Übergang zum Zyklotronregime doppelt so groß wie die der Bloch-Oszillation ohne magnetisches Feld.

Im zweiten Fall, dem Zyklotronregime ($\omega_B < 2\omega_C$), wechselt $\dot{\tilde{k}}_x$ das Vorzeichen (oszillatorische Lösung) und (2.59) wird maximal, wenn $\dot{\tilde{k}}_x$ minimal wird. Das minimale $\dot{\tilde{k}}_x$

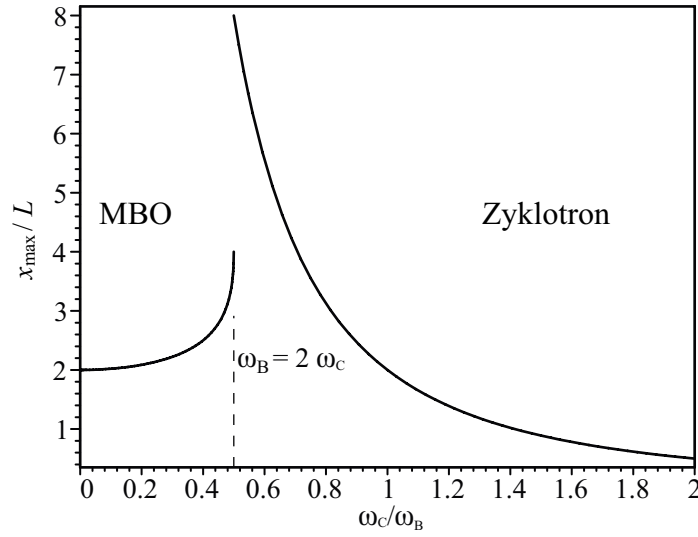


Abbildung 2.6: Abhängigkeit der maximalen Auslenkung in Übergitterrichtung vom magnetischen Feld in Einheiten der Bloch-Amplitude L . Am Übergang zwischen Magneto-Bloch-Regime (MBO) und Zyklotronregime bei $\omega_B = 2\omega_C$ entsteht eine Lücke.

ergibt sich nach (2.61) zu $\dot{\tilde{k}}_x = -\omega_B$ ⁹. Aus (2.59) folgt damit

$$x_{\max} = \frac{\Delta d}{\hbar^2} \frac{\omega_B}{\omega_C^2}. \quad (2.67)$$

Mit steigendem Magnetfeld (steigendem ω_C) sinkt x_{\max} gegen Null. Der größte Wert wird dagegen für das kleinste Magnetfeld, gegeben durch $\omega_C = \omega_B/2$, erreicht. Hierfür gilt

$$x_{\max, \text{Zyklo}} = \frac{\Delta d}{\hbar^2} \frac{4}{\omega_B} = 8L, \quad (2.68)$$

was genau dem doppelten Wert entspricht, der sich im Magneto-Bloch-Regime für dieses Magnetfeld ergibt. Insgesamt folgt aus den beiden Gleichungen (2.63) und (2.67) die in Abbildung 2.6 dargestellte Abhängigkeit der maximalen Auslenkung x_{\max} von ω_C/ω_B .

Der Sprung an der Übergangsstelle der beiden Regimes lässt sich dabei auch folgendermaßen plausibel machen. Betrachtet werden soll zunächst wieder das Pendel, dessen Auslenkwinkel dem Wellenvektor \tilde{k}_x entspricht, für zwei geringfügig unterschiedliche Anfangsenergien. Im einen Fall reiche die anfängliche kinetische Energie gerade für

⁹Am Beispiel des Pendels leuchtet dies unmittelbar ein. Aufgrund der gewählten Anfangsbedingungen ist der Betrag der maximalen Winkelgeschwindigkeit durch die beim Winkel Null vorgegebene Startwinkelgeschwindigkeit festgelegt. Das oszillierende Pendel durchläuft die Nullposition abwechselnd von links und von rechts, d. h. abwechselnd mit positivem und negativem Geschwindigkeitsvorzeichen, aber immer mit dem Betrag der Startwinkelgeschwindigkeit.

einen Überschlag des Pendels, im anderen Fall gerade nicht. Die potentielle Energie zu Anfang sei bei beiden gleich Null. Diese Situation entspricht genau der Konstellation von Anfangsbedingungen, die auch für den Ladungsträger gewählt wurden, d. h. $\tilde{k}_x = 0, \dot{\tilde{k}}_x = \omega_B$. Im Phasenportrait (Abb. 2.2) entsprechen diese beiden Fälle einer offenen Bahnkurve knapp oberhalb (unterhalb für die entgegengesetzte Rotationsrichtung) der Separatrix, bzw. einer geschlossenen Kurve innerhalb, aber nahe der Separatrix. Beginnend beim Winkel Null zum Zeitpunkt Null, bewegt sich in beiden Fällen das Pendel in Richtung des Überschlagpunktes beim Winkel π . Aufgrund der sehr ähnlichen Gesamtenergie benötigt das Pendel in beiden Fällen dafür etwa die gleiche Zeit. Im ersten Fall jedoch schwingt es über den instabilen Fixpunkt bei π hinaus, im zweiten Fall bleibt es kurz vor diesem stehen und ändert seine Richtung. Während im ersten Fall der Winkel also über π wächst, sinkt er im zweiten Fall wieder zurück auf Null¹⁰. In beiden Fällen erreicht das Pendel nach (fast) der gleichen Zeit wieder den Winkel Null – allerdings mit entgegengesetzten Schwingungsrichtungen. Das „Hochschwingen“ dauert dabei die gleiche Zeit wie das „Herunterschwingen“. Das geschilderte Verhalten ist völlig analog auch für den Wellenvektor \tilde{k}_x gültig. Die Geschwindigkeit v_x eines Ladungsträgers im Übergitter ist nun proportional zum Sinus von \tilde{k}_x (2.4): $v_x \propto \sin(\tilde{k}_x)$. Da der Sinus zwischen π und 2π (bzw. zwischen $-\pi$ und 0) negativ ist, ergibt sich im Magneto-Bloch Fall (Rotation) für die erste Hälfte der benötigten Gesamtzeit t' ein Geschwindigkeitsverlauf mit positivem Vorzeichen, für die zweite Hälfte dagegen einen dazu symmetrischen Verlauf mit negativem Vorzeichen. Der Ladungsträger ist daher nach der Zeit t' wieder am Startpunkt angelangt – zumindest in x-Richtung. Im Gegensatz dazu besitzt der Ladungsträger im Zyklotronfall (Oszillation) während der Zeit t' ausschließlich eine positive Geschwindigkeit (in x-Richtung), da seine \tilde{k}_x -Komponente immer zwischen 0 und π lag. In diesem Fall hat der Ladungsträger nach der Zeit t' erst seinen maximalen Abstand vom Startpunkt erreicht. Dieser Abstand entspricht dabei gerade zweimal der Strecke, die in der ersten Hälfte des Vorgangs („Hinschwingen“) in beiden Fällen zurückgelegt wurde.

Anmerkung: Der sich aus der obigen Überlegung ergebende Unterschied in den Schwingungsfrequenzen von Magneto-Bloch- und Zyklotronregime (Faktor 2) zeigt sich auch in den numerisch berechneten Frequenzspektren der Abbildungen 2.15 und 2.16 (Seiten 80 und 81). Er hängt anschaulich damit zusammen, dass eine vollständige Schwingungsperiode erst dann durchlaufen ist, wenn der ursprüngliche Startpunkt der Bewegung im Zustandsraum passiert wird (vgl. Abbildung 2.2). Für das Pendel (den Ladungsträger)

¹⁰Bei der gesamten Betrachtung spielt es keine Rolle, ob man für das Pendel den Winkel von $-\pi$ bis $+\pi$ oder von 0 bis 2π zählt.

bedeutet dies, dass nicht nur der Winkel (\tilde{k}_x), sondern auch die Winkelgeschwindigkeit ($\dot{\tilde{k}}_x$) – und speziell ihre Richtung (Vorzeichen) – mit der des Anfangszustandes übereinstimmen muss.

Mittlere Auslenkung

Betrachtet man im Gegensatz zur maximalen Auslenkung x_{\max} die mittlere Auslenkung \bar{x} der Ladungsträger in Übergitterrichtung, so ergibt sich ein anderes Bild. Für den Fall des Zyklotronregimes in der Nähe des Übergangs zum Magneto-Bloch-Regime wird dies anschaulich deutlich. Bei $\tilde{k}_x = 0$ ist $\dot{\tilde{k}}_x = \omega_B$ maximal und sinkt mit wachsendem \tilde{k}_x gegen Null ab. In der Umgebung des Umkehrpunktes von \tilde{k}_x , nahe bei π , wird $\dot{\tilde{k}}_x$ daher minimal. Aus diesem Grund ist die Aufenthaltsdauer in der Umgebung von $\tilde{k}_x \approx \pi$ am größten. Sie divergiert für $\omega_B \rightarrow 2\omega_C$, d. h. am Übergang der beiden Regimes. Die Geschwindigkeit v_x ergibt sich demnach für den längsten Zeitabschnitt der Schwingungsdauer T zu $v_x \propto \sin(\tilde{k}_x) \approx 0$. Startend bei $x = 0$ erreicht der Ladungsträger relativ „schnell“ eine Auslenkung x , die nahezu der Hälfte der Maximalauslenkung x_{\max} entspricht („Hinschwingen“) und sich dann nur noch relativ langsam bis $x_{\max}/2$ steigert. Hier ändert $\dot{\tilde{k}}_x$ sein Vorzeichen und die Auslenkung wächst langsam weiter (\tilde{k}_x schwingt zurück). Je mehr sich \tilde{k}_x vom Umkehrpunkt entfernt, um so schneller wächst x . Das Maximum der Geschwindigkeit liegt bei $\tilde{k}_x = \pi/2$ vor. Für $\tilde{k}_x = 0$ ist dann x_{\max} erreicht, allerdings ist nun $\dot{\tilde{k}}_x = -\omega_B$ und \tilde{k}_x wird negativ (damit auch v_x). x sinkt daher schnell wieder auf $\approx x_{\max}/2$ ab. In etwa diesem Abstand verweilt der Ladungsträger wieder längere Zeit, bevor er dann zügig auf den Abstand Null zurückfällt. Die meiste Zeit befindet sich der Ladungsträger daher bei einem x -Wert von etwa $x_{\max}/2$ und „schießt“ nur für kurze Zeit auf den Wert 0 oder x_{\max} (vgl. Abbildung 2.7). Die mittlere Auslenkung \bar{x} beträgt daher nur die Hälfte der maximalen Auslenkung x_{\max} , wie auch die folgende Überlegung zeigt.

Anhand von Gleichung (2.59) ergibt sich die mittlere Auslenkung \bar{x} durch Mittelung von x über die Zeitdauer T einer Periode zu

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \\ &= \frac{\Delta d}{2 \hbar^2} \frac{1}{\omega_C^2} \left(\omega_B - \frac{1}{T} \int_0^T \dot{\tilde{k}}_x(t) dt \right) = \frac{\Delta d}{2 \hbar^2} \frac{(\omega_B - \overline{\dot{\tilde{k}}_x})}{\omega_C^2}. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Im Zyklotronregime verschwindet die mittlere zeitliche Ableitung des dimensionslosen Wellenvektors, d. h. es gilt $\overline{\dot{\tilde{k}}_x} = 0$: Der Wellenvektor \tilde{k}_x schwingt symmetrisch zwischen

den beiden extremalen Werten $\tilde{k}_x(T/4) < \pi$ und $\tilde{k}_x(3T/4) > -\pi$ um die Null. Daher oszilliert die zeitliche Ableitung $\dot{\tilde{k}}_x$ ebenfalls symmetrisch (zwischen den beiden extremalen Werten $\pm\omega_B$) um die Null und der Mittelwert verschwindet. Im Zyklotronregime ergibt sich deshalb

$$\bar{x}_{\text{Zyklo}} = \frac{\Delta d}{2\hbar^2} \frac{\omega_B}{\omega_C^2} = L \frac{\omega_B^2}{\omega_C^2}. \quad (2.70)$$

Das entspricht gerade der Hälfte der maximalen Auslenkung x_{max} in diesem Regime (s. Gleichung (2.67)).

Im Magneto-Bloch-Regime ergibt sich die mittlere Auslenkung im Grenzwert für $\omega_C \rightarrow 0$ („reine“ Bloch-Oszillation) aus $x(t) = L(1 - \cos(\omega_B t))$ zu $\bar{x} = L = x_{\text{max}}/2$. Nahe dem Übergang der Regimes bei $\omega_B \approx 2\omega_C$ wird jedoch – wie im Fall des Zyklotronregime für $\omega_B \rightarrow \omega_C$ – die Verweildauer um die Stelle $\tilde{k}_x = \pi$ immer größer im Vergleich zu allen übrigen Werten von \tilde{k}_x . Gemäß Gleichung (2.61) konvergiert daher auch $\overline{\dot{\tilde{k}}_x}$.

$$\overline{\dot{\tilde{k}}_x} \rightarrow \sqrt{\omega_B^2 - 4\omega_C^2} \quad (2.71)$$

Aus (2.69) folgt damit für die mittlere Auslenkung im Magneto-Bloch-Regime in der Nähe des Übergangs ($\omega_B \approx 2\omega_C$)

$$\bar{x}_{\text{MB}} \rightarrow \frac{\Delta d}{2\hbar^2} \frac{1}{\omega_C^2} \left(\omega_B - \sqrt{\omega_B^2 - 4\omega_C^2} \right) = L \frac{\omega_B^2}{\omega_C^2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{\omega_C^2}{\omega_B^2}} \right). \quad (2.72)$$

Dies entspricht exakt dem Ergebnis für die maximale Auslenkung x_{max} aus Gleichung (2.63).

Die mittlere Auslenkung zeigt demnach *keinen* Sprung am Übergang zwischen Magneto-Bloch-Regime und Zyklotronregime. Sie geht vielmehr stetig vom Magneto-Bloch-Regime zum Zyklotronregime über und unterscheidet sich damit gegenüber der maximalen Auslenkung im Zyklotronregime um einen Faktor zwei. Das „Überschießen“ der x-Auslenkung nahe dem Übergang zwischen Magneto-Bloch-Regime und Zyklotronregime bei $\omega_B \approx 2\omega_C$ ist in Abbildung 2.7 anhand von zwei numerisch berechneten $x(t)$ -Kurven (s. folgenden Abschnitt) dargestellt.

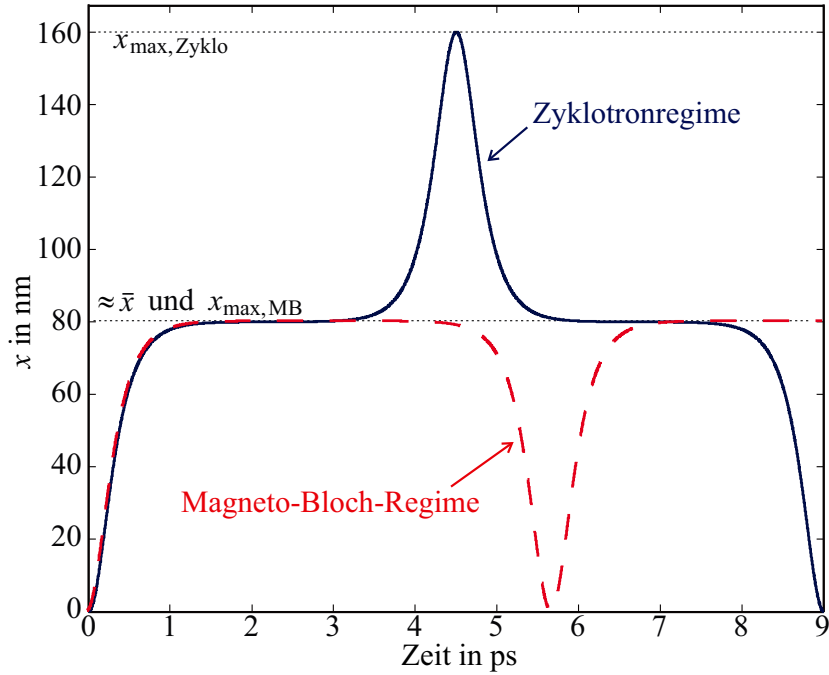


Abbildung 2.7: Unterschied zwischen mittlerer Auslenkung \bar{x} und maximaler Auslenkung x_{\max} anhand zweier numerisch berechneter $x(t)$ -Kurven nahe dem Übergang zwischen den Bewegungsregimes. Im zeitlichen Mittel fällt das kurze „Überschießen“ im Zyklotronregime (durchgezogen) nicht ins Gewicht. Im Magneto-Bloch-Regime (gestrichelt) konvergiert in der Nähe des Übergangs ($\omega_B \approx 2\omega_C$) \bar{x} gegen x_{\max} , da im Mittel das kurze Absinken auf Null zu vernachlässigen ist. (Für beide Kurven beträgt $E = 5 \text{ kV/cm}$. Der Übergang zwischen den Regimes liegt bei $B_T = 1.554481 \dots T$. Für die durchgezogene Kurve wurde $B = B_T + \Delta B$, für die gestrichelte Kurve $B = B_T - \Delta B$ mit $\Delta B = 1 \cdot 10^{-5} T$ gewählt. Die bei der Rechnung verwendeten Übergitterparameter entsprechen den experimentell untersuchten Proben.)

2.3.6 Numerische Lösungen

Um das genaue Frequenzverhalten (z. B. höhere Harmonische) der emittierten Strahlung im gesamten Parameterbereich von E und B zu untersuchen, ist man auf die numerische Lösung der in Abschnitt 2.2 hergeleiteten Bewegungsgleichungen angewiesen. Eine numerische Lösung erlaubt es außerdem, die Bahnkurven der Ladungsträgerbewegung im k -Raum und im Ortsraum zu visualisieren. Zu diesem Zweck bietet es sich an, die entsprechenden Größen in einem Vektor \mathbf{u} zusammenzufassen.

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3, u_4)^T = (\tilde{k}_x, \tilde{k}_y, x, y)^T. \quad (2.73)$$

Aus der Differentialgleichung (2.12) und den beiden Gleichungen (2.4) und (2.5) für die Geschwindigkeiten v_x und v_y erhält man für \mathbf{u} die Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \omega_B + \omega_C^* u_2 \\ -\omega_C^x \sin(u_1) \\ \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(u_1) \\ \frac{\hbar}{m^* d} u_2 \end{pmatrix}, \quad (2.74)$$

deren Lösung $\mathbf{u}(t)$ sich durch numerische Integration ergibt. An dieser Stelle sei kurz erwähnt, dass es aus Gründen der numerischen Stabilität sinnvoll ist, die Zahlenwerte von \mathbf{u} nicht zu groß bzw. nicht zu klein werden zu lassen. Daher wurden die Einheiten der auftretenden Größen und Naturkonstanten für die numerische Integration auf die relevanten Zeit-, Längen- und Energieskalen transformiert¹¹.

Die zur Simulation verwendeten Übergitterparameter entsprechen denen der experimentell untersuchten Übergitterproben, die in Kapitel 3 ausführlicher beschrieben werden. Sofern nicht ausdrücklich auf andere Werte hingewiesen ist, werden für die Rechnungen eine Minibandbreite von $\Delta = 20$ meV und eine Übergitterperiode von $d = 11.4$ nm angenommen.

Wellenvektor in Übergitterrichtung (\tilde{k}_x)

In den vorangegangenen Abschnitten hat sich gezeigt, dass das zeitliche Verhalten der Komponente des dimensionslosen Wellenvektors in Übergitterrichtung $\tilde{k}_x(t)$ in Abhängigkeit von den Parametern E und B qualitativ variiert. \tilde{k}_x kann entweder monoton wachsen (fallen) bzw. oszillieren und zeigt damit an, in welchem Bewegungsregime sich der Ladungsträger befindet. In diesem Abschnitt soll daher das Verhalten von \tilde{k}_x

¹¹Die entsprechenden Einheiten, sowie die Zahlenwerte der Naturkonstanten sind im Anhang aufgeführt.

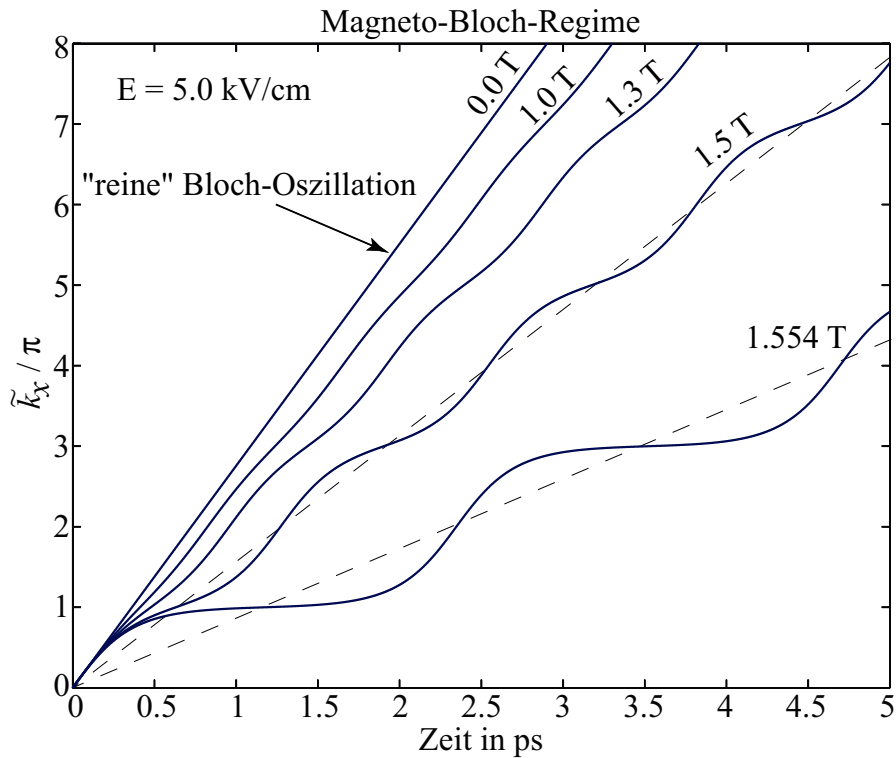


Abbildung 2.8: Die zeitliche Entwicklung von \tilde{k}_x im Magneto-Bloch-Regime für ein elektrisches Feld von 5 kV/cm und verschiedene magnetische Felder.

betrachtet werden. Dazu wird das System (2.74) für die Anfangsbedingung $\mathbf{u}(0) = \mathbf{0}$ numerisch integriert. Diese Wahl der Anfangsbedingung entspricht auch der experimentell realisierten Anregung am Minibandboden bei $\tilde{k}_x(0) = \tilde{k}_y(0) = 0$. Da sich ein großer Teil der vorangegangenen analytischen Betrachtungen auf die gleiche Anfangsbedingung bezog, können die Ergebnisse dieser Betrachtungen direkt mit den hier dargestellten Resultaten verglichen werden.

Abbildung 2.8 zeigt den zeitlichen Verlauf von \tilde{k}_x im Magneto-Bloch-Regime für ein elektrisches Feld von 5 kV/cm und magnetische Feldstärken zwischen 0 T und 1.554 T. Der Übergang zwischen Magneto-Bloch-Regime und Zyklotronregime liegt knapp oberhalb der höchsten Magnetfeldkurve bei etwa $B_T = 1.55448 \dots$ T. Bei 0 T liegt eine „reine“ Bloch-Oszillation vor. \tilde{k}_x wächst linear mit der Zeit an, und die Steigung von $\tilde{k}_x(t)$ entspricht der Bloch-Frequenz ω_B , die für dieses elektrische Feld etwa $2\pi \times 1.3$ THz beträgt. Mit wachsendem Magnetfeld sinkt die mittlere Steigung von $\tilde{k}_x(t)$ immer mehr ab. Zusätzlich treten periodische Modulationen auf, die für größere Magnetfelder ausgeprägter werden. Die Abnahme der mittleren Steigung ist mit einer Reduktion der Grundfrequenz der Ladungsträgerszillation im Ortsraum verbunden, die aufgrund der

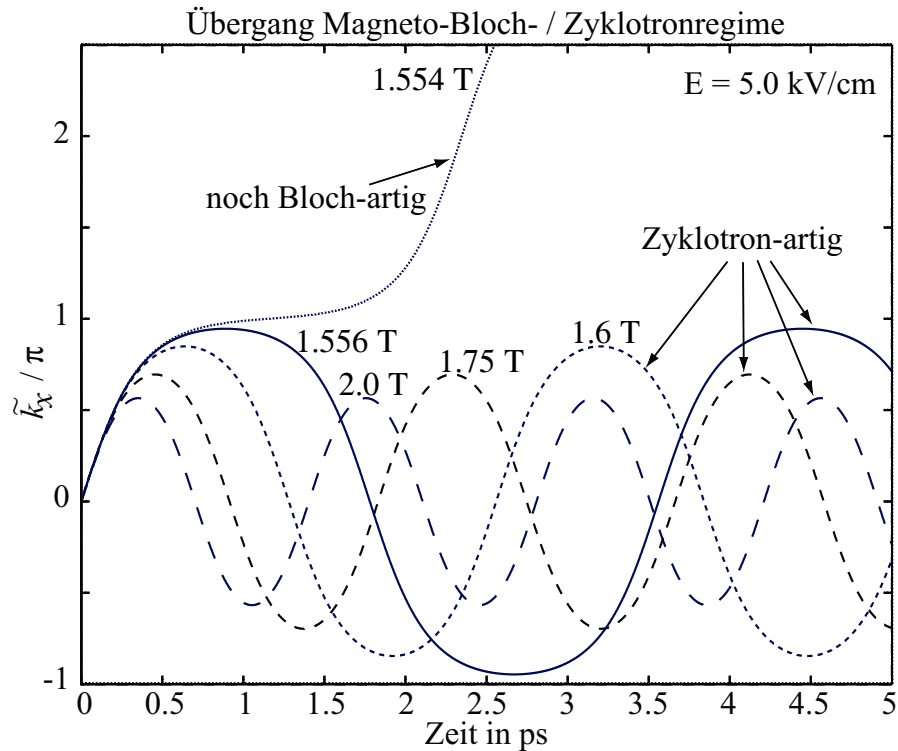


Abbildung 2.9: Die zeitliche Entwicklung von \tilde{k}_x im Zyklotronregime (elektrisches Feld: 5 kV/cm) für verschiedene magnetische Felder. Um den Übergang zwischen den Bewegungsregimes zu verdeutlichen, ist zusätzlich die Kurve zu 1.554 T (s. Abb. 2.8) des Magneto-Bloch-Regimes gezeigt.

Abweichung vom einfachen linearen Zusammenhang von $\tilde{k}_x(t)$ nicht mehr harmonisch ist. Dennoch ist es auch in der Nähe des Übergangs, bei B_T , trotz der starken Modulationen noch möglich, eine Art Grundlinie einzuzichnen (in der Abbildung gestrichelt), um die \tilde{k}_x periodisch schwankt. Ihre Steigung stellt die Grundfrequenz dar, die in Abschnitt 2.3.3 unter Vernachlässigung von zahlreichen trigonometrischen Termen analytisch berechnet wurde. Die vernachlässigten Terme dagegen bedingen die periodische Abweichung von dieser Geraden. In der Abbildung zeigt sich noch einmal deutlich, warum dieses Bewegungsregime als Bloch-artig anzusehen ist. Wie im Fall der ungestörten Bloch-Oszillation wächst \tilde{k}_x trotz aller Magnetfeldeinflüsse unbeschränkt an.

Der Übergang zum Zyklotronregime vollzieht sich anschaulich dann, wenn die magnetfeldinduzierte Modulation von \tilde{k}_x so stark wird, dass \tilde{k}_x horizontal verläuft; d. h. es wird $\dot{\tilde{k}}_x = 0$ (Abbildung 2.9). Im Zyklotronregime ändert $\dot{\tilde{k}}_x$ sein Vorzeichen und \tilde{k}_x nimmt wieder ab. Es kommt zu einer Oszillation von \tilde{k}_x innerhalb der ersten Mini-Brillouin-Zone. Die Frequenz dieser Oszillation steigt mit wachsender Magnetfeldstärke

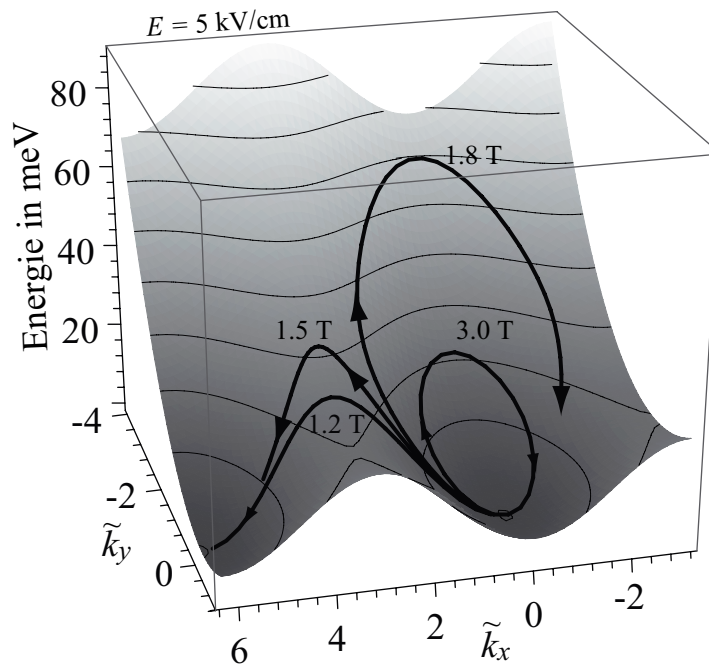


Abbildung 2.10: *Energieverlauf von vier verschiedenen k -Raum-Trajektorien. Zwei Kurven gehören dem Magneto-Bloch-Regime (1.2 T und 1.5 T) und zwei dem Zyklotronregime (1.8 T und 3.0 T) an. Die Dispersion des Übergitters ist als schattierte Fläche dargestellt.*

B , wodurch sich auch der Begriff zyklotronartig erklärt. Die Amplitude der Oszillation nimmt mit größeren Magnetfeldern ab, und die Bewegung im k -Raum wird immer stärker am Boden des Minibandes konzentriert. Für stärkere Magnetfelder kann daher die kosinusförmige Dispersion in x -Richtung durch eine Parabel approximiert und die Bewegung des Ladungsträger mit Hilfe der konstanten effektiven Masse in Übergitterrichtung m_x beschrieben werden. Der Energiebeitrag der Bewegung senkrecht zum Übergitter wird dagegen durch die effektive Masse m^* des Volumenmaterials bestimmt.

Abbildung 2.10 soll eine Vorstellung davon vermitteln, wie die verschiedenen k -Raum-Trajektorien der beiden Bewegungsregimes aussehen. Dargestellt ist der Energieverlauf entlang von vier Trajektorien auf der durch die Dispersionsrelation gegebenen Energiefläche in der (k_x, k_y) -Ebene. Für die Berechnung aller vier Kurven wurde wieder ein elektrisches Feld von 5 kV/cm verwendet. Im Magneto-Bloch-Regime (1.2 T und 1.5 T) überwindet das Wellenpaket die Grenze der ersten Mini-Brillouin-Zone bei $\tilde{k}_x = \pi$, und es entsteht eine offene Kurve im k -Raum. Im Zyklotronregime (1.8 T und 3.0 T) ergeben sich geschlossene Bahnen, die in der Abbildung nicht vollständig geschlossen dargestellt sind. Zur Illustration sind in Abbildung 2.11 noch einmal zwei Trajektorien gezeigt, die

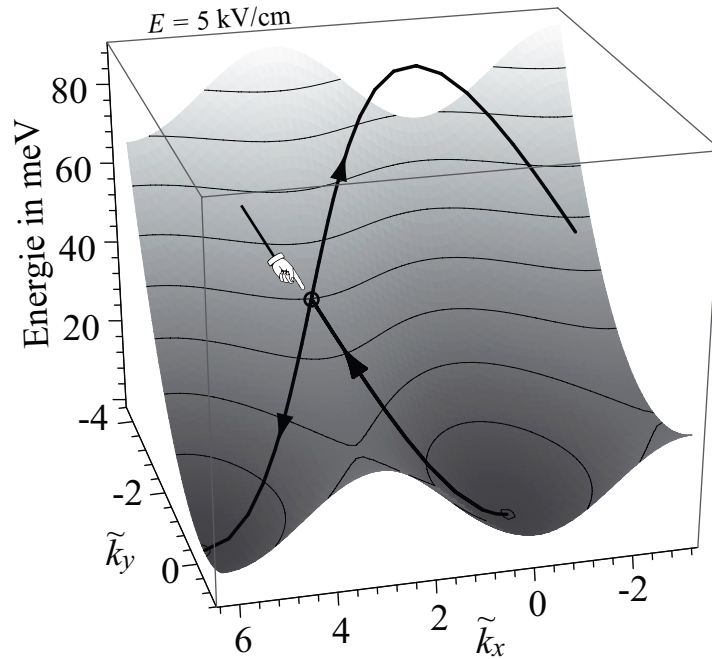


Abbildung 2.11: Zwei Trajektorien nahe dem Übergang zwischen den beiden Bewegungsregimes. Der Magnetfeldunterschied zwischen den beiden Kurven beträgt nur $\Delta B = 10^{-5}$ T.

sehr nahe dem Übergang zwischen den beiden Regimes verlaufen. Sie unterscheiden sich nur geringfügig in der Magnetfeldstärke ($\Delta B = 10^{-5}$ T), die zur Berechnung verwendet wurde. Eine Trajektorie, die exakt dem Übergang zugeordnet wäre ($\omega_B = 2\omega_C$), würde gegen die stationäre Lösung bei $k_x^{\text{stat}} = \pi$ konvergieren. An diesem Punkt trennen sich die beiden Trajektorien in der Abbildung 2.11 voneinander (siehe Markierung).

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass sich die Bahnen in der Nähe des Übergangs energetisch über der LO-Phononschwelle von 36.8 meV befinden. Man kann daher davon ausgehen, dass es in einem Bereich um den Übergang zu einer verstärkten Dephasierung der kohärenten Ladungsträgerbewegung kommen kann (s. auch Abschnitt 4.4).

Trajektorien im Ortsraum

Um eine anschauliche Vorstellung der Bahnen im Ortsraum des Übergitters zu erhalten, wurde, abermals ausgehend von einer Generation des Ladungsträgerwellenpakets am Minibandboden, das Differentialgleichungssystem (2.74) für ein konstantes elektrisches Feld von 5 kV/cm und fünf verschiedene Magnetfelder gelöst. Bei zwei Kurven

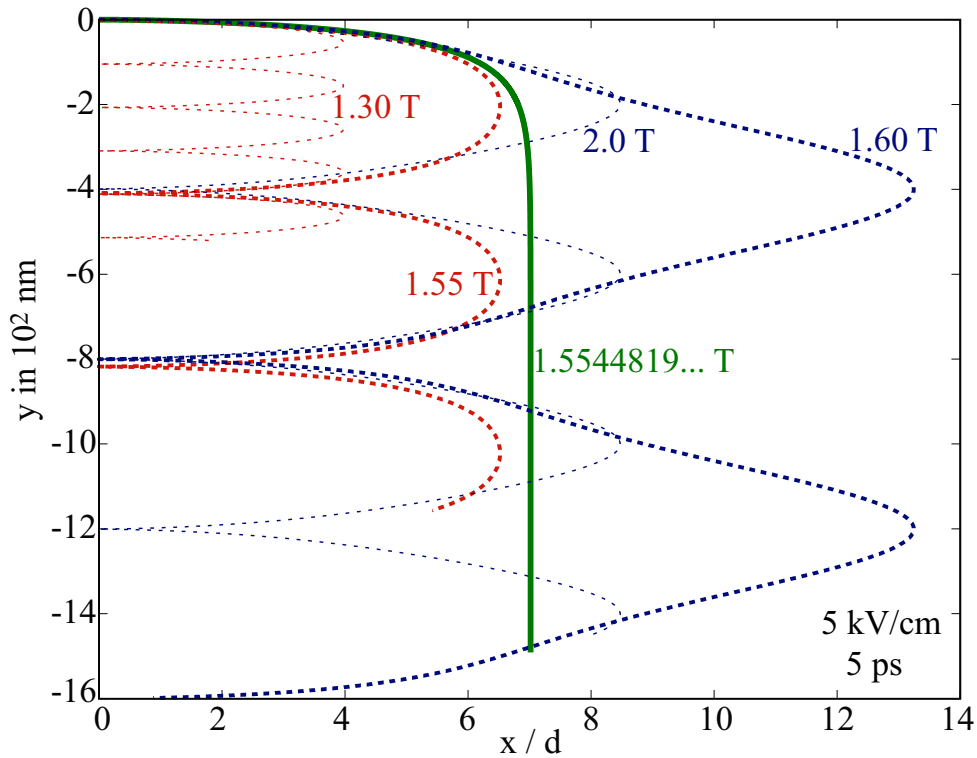


Abbildung 2.12: Ortsraumtrajektorien im Magneto-Bloch-Regime (rot, links der fetten Linie) und im Zyklotronregime (blau, rechts der fetten Linie). Ebenfalls dargestellt ist die Trajektorie direkt am Übergang zwischen den beiden Regimes (grün, fett), die sich durch eine konstante Drift senkrecht zur Übergitterrichtung auszeichnet. Hier kompensieren sich die magnetische und die elektrische Komponente der Lorentz-Kraft.

liegt das magnetische Feld unterhalb des Übergangsfeldes B_T , welches für das gegebene elektrische Feld $1.5544819 \dots \text{T}$ beträgt. Zwei weitere Trajektorien gehören dem Zyklotronregime an, d. h. ihr magnetisches Feld ist größer als B_T . Für die Berechnung der fünften Kurve wurde das magnetische Feld gleich B_T gewählt. Abbildung 2.12 zeigt die ersten 5 ps der fünf Trajektorien, wobei die Entfernung in x-Richtung in Einheiten der Übergitterperiode (11.4 nm) angegeben ist. Zu erkennen ist das Ansteigen der Amplitude bei gleichzeitigem Absinken der Frequenz im Magneto-Bloch-Regime (rot) mit wachsendem magnetischem Feld. Dabei vergrößert sich mit der Annäherung an den Übergang (zunehmende Linienstärke) auch die zurückgelegte Strecke in y-Richtung, die generell für die gewählten Magnetfelder um eine bis zwei Größenordnungen größer ist als die Strecke in Übergitterrichtung. Am Übergang selbst (grün) äußert sich das Erreichen der stationären Lösung $\tilde{\mathbf{k}}^{\text{stat}}$ mit $\tilde{k}_x^{\text{stat}} = \pi$ durch eine Drift mit konstanter Geschwindigkeit in y- und verschwindender Geschwindigkeit in x-Richtung. Im Zyklotron-

tronregime (blau) kommt es bei einem Magnetfeld, das nur geringfügig größer als B_T ist, zu der schon beschriebenen großen Maximalauslenkung in x-Richtung (1.6 T-Kurve). Eine weitere Erhöhung des Magnetfeldes (2.0 T) führt jedoch zu einer raschen Abnahme der Auslenkung, die für größere Felder gegen Null geht. Bei der 1.6 T-Kurve zeigt sich das Abbremsen des Ladungsträgers am Umkehrpunkt, sowie seine erneute Beschleunigung in die gleiche Richtung („Zurückschwingen“ im k-Raum) in der veränderten Krümmung der Trajektorie bei etwa der Hälfte des Maximalausschlags.

Das emittierte elektrische Feld

Die Emission der kohärenten, in x-Richtung propagierenden Strahlung, und damit die zeitliche Abhängigkeit der Ladungsträgerbewegung in y-Richtung, stellt die relevante Messgröße dar, die zur experimentellen Analyse des Effektes herangezogen wird. Ihre elektrische Feldstärke ist proportional zur zeitlichen Ableitung der Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung (Gleichung 2.52, Abschnitt 2.3.4, Seite 62)

$$E_{\text{THz},x} \propto \dot{v}_y \quad (2.75)$$

und lässt sich ebenfalls numerisch berechnen. In Abbildung 2.13 ist der zeitliche Verlauf von $E_{\text{THz},x}$ für verschiedene magnetische Felder zwischen 0.1 T und 3.5 T bei einem konstanten elektrischen Feld im Übergitter (5 kV/cm) dargestellt. Dabei wurde eine exponentielle Dämpfung des Signals mit einer Dämpfungszeit von $\tau = 1$ ps angenommen, was in etwa dem experimentell ermittelten Wert für τ im Magneto-Bloch-Regime entspricht. Deutlich zu erkennen ist die Zunahme der Feldstärke mit steigendem Magnetfeld im Magneto-Bloch-Regime, die sich auch in der alternativen Darstellung $E_{\text{THz},x} \propto -\omega_C^* v_x$ (vgl. Gleichung (2.54)) durch den linearen Zusammenhang zwischen ω_C^* und B zeigt. In der unmittelbaren Umgebung des Übergangs kann die Amplitude des Signals jedoch auch absinken. Am Übergang selbst finden keine Oszillationen statt, sondern es kommt lediglich zu einer Beschleunigung auf die konstante Driftgeschwindigkeit. Diese transiente Bewegung der Ladungsträger führt zu einem breiten Frequenzspektrum des emittierten Signals. Die Zunahme der Amplitude im Zyklotronregime für größere Magnetfelder fällt relativ gering aus, wird jedoch visuell durch den exponentiellen Abfall in Verbindung mit dem Schieben des ersten Maximums in Richtung des Zeitnullpunktes leicht überschätzt, wie ein Vergleich mit einer Rechnung ohne Dämpfung bestätigt. In den Bereichen abseits des Übergangs, d. h. bei dominierenden elektrischen bzw. magnetischen Feldern, zeigt sich auch das bereits diskutierte, nahezu monofrequente Verhalten von $E_{\text{THz},x}$. Dabei sinkt erwartungsgemäß die Frequenz im Magneto-Bloch-Regime mit wachsender Magnetfeldstärke ab. Im Zyklotronregime steigt sie dagegen mit B an.

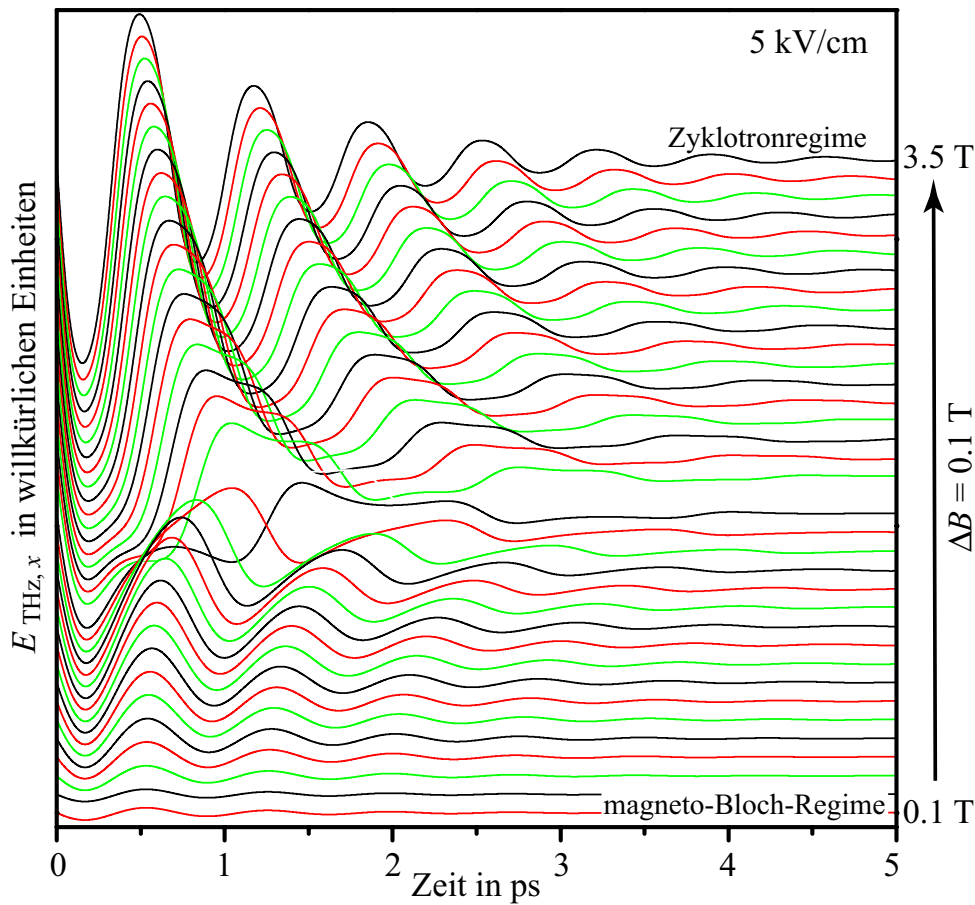


Abbildung 2.13: Das zeitliche Verhalten des in x -Richtung emittierten elektrischen Feldes in Abhängigkeit vom magnetischen Feld. Bei der Darstellung des Signals wurde zusätzlich eine exponentielle Dämpfung mit einer Dämpfungszeit von 1 ps angenommen.

Abbildung 2.14 zeigt nochmals das emittierte THz-Feld $E_{\text{THz},x}$, allerdings für ein konstantes magnetisches Feld von 1.5 T; das elektrische Feld variiert dagegen zwischen 2.5 kV/cm und 7.5 kV/cm. Im Zyklotronregime sinken die Frequenzen mit wachsendem elektrischen Feld. Im Magneto-Bloch-Regime steigen sie dagegen mit E an. Die schwache Abhängigkeit der Signalamplituden im Zyklotronregime wirkt aufgrund der analytischen Ergebnisse aus Tabelle 2.1 unerwartet. Allerdings ist zu bedenken, dass bei deren Herleitung eine deutliche Dominanz des magnetischen Feldes vorausgesetzt wurde. Die Bedingung $\sin(\tilde{k}_x) \approx \tilde{k}_x$ ist bei dem in der Abbildung dargestellten Parameterbereich noch nicht erfüllt. So ergibt sich beispielsweise $\tilde{k}_x < 0.2\pi$ bei $B = 1.5$ T erst für elektrische Feldstärken deutlich unterhalb 2 kV/cm. Die Tatsache, dass die Ladungsträgerbewegung nicht sehr gut mit einer „reinen“ Zyklotronbewegung (Ellipse im k -Raum) übereinstimmt, zeigt sich im Signal auch an der deutlichen Beimischung

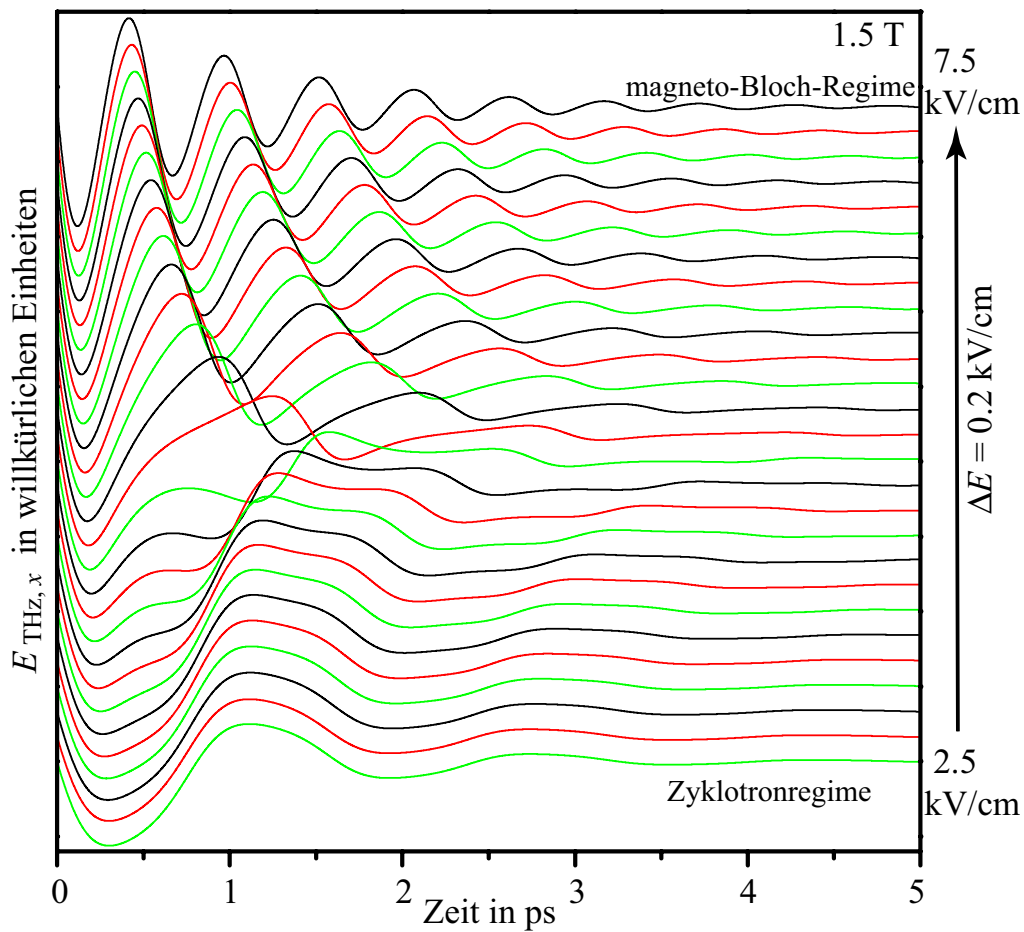


Abbildung 2.14: Das zeitliche Verhalten des in x -Richtung emittierten elektrischen Feldes in Abhängigkeit vom elektrischen Feld im Übergitter. Das konstant gehaltene magnetische Feld beträgt 1.5 T. Bei der Darstellung des Signals wurde zusätzlich eine exponentielle Dämpfung mit einer Dämpfungszeit von 1 ps angenommen.

anderer Frequenzkomponenten.

Frequenz- und Amplitudenverhalten von $E_{\text{THz},x}$

Das Auftauchen mehrerer Frequenzen im emittierten Signal zeigt sich ebenfalls deutlich in den Amplitudenspektren, die in Abbildung 2.15 dargestellt sind. Zur Berechnung der Spektren wurden die ersten 20 ps der ungedämpften THz-Signale $E_{\text{THz},x}(t)$ Fourier-transformiert. Die Abbildung zeigt die reelle Amplitude in Abhängigkeit der THz-Frequenz für ein konstantes magnetisches Feld (1 T) und variierende elektrische Felder zwischen 2.0 kV/cm und 4.4 kV/cm. Der Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotronregime findet bei einem elektrischen Feld von etwa 3.22 kV/cm statt.

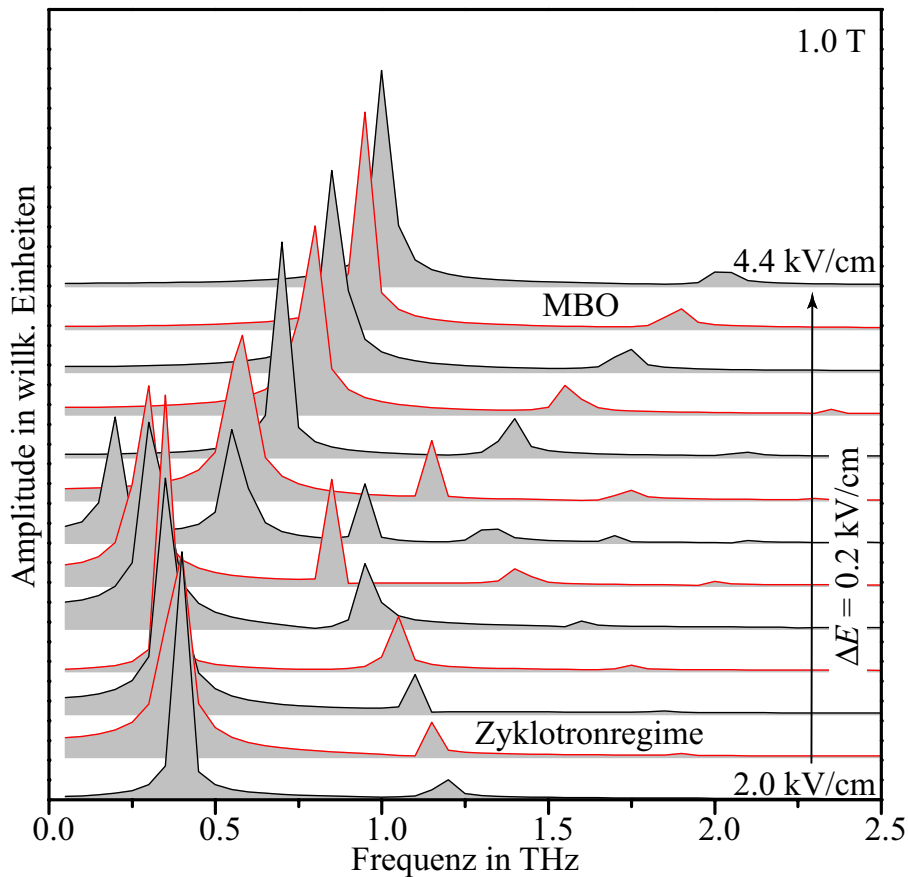


Abbildung 2.15: Amplitudenspektren des emittierten Feldes in Abhängigkeit vom elektrischen Feld. Die konstante magnetische Flussdichte beträgt 1.5 T. Zur Berechnung der Fourier-Transformation wurde ein Zeitabschnitt von 20 ps des nicht gedämpften Feldes $E_{\text{THz},x}(t)$ verwendet, wodurch sich die spektrale Breite der Spitzen erklärt.

Deutlich zu erkennen ist die Abnahme der Frequenz bei Annäherung an den Übergang. Auch die Amplitude der Grundfrequenz sinkt in der Umgebung des Übergangs ab. Allerdings geht damit gleichzeitig eine Zunahme der Amplituden von höheren Harmonischen einher. Interessant ist in diesem Zusammenhang noch die Beobachtung, dass im Zyklotronregime (untere Bildhälfte) die dritte Harmonische, im Magneto-Bloch-Regime dagegen die zweite Harmonische stärker hervortritt. Das erwartete Absinken der Grundfrequenz am Übergang auf Null lässt sich aufgrund der gewählten Schrittweite von $\Delta E = 0.2 \text{ kV/cm}$ nicht vollständig verfolgen, deutet sich in der Abbildung aber an. Bedingt durch die einmalige Beschleunigung der Ladungsträger auf eine konstante Driftgeschwindigkeit in y-Richtung erwartet man am Übergang selbst ein breites kontinuierliches Spektrum. Dabei sinken die Amplituden mit der Vergrößerung des zur Fourier-Analyse verwendeten Zeitraums ΔT (20 ps in Abbildung 2.15) ab; formal er-

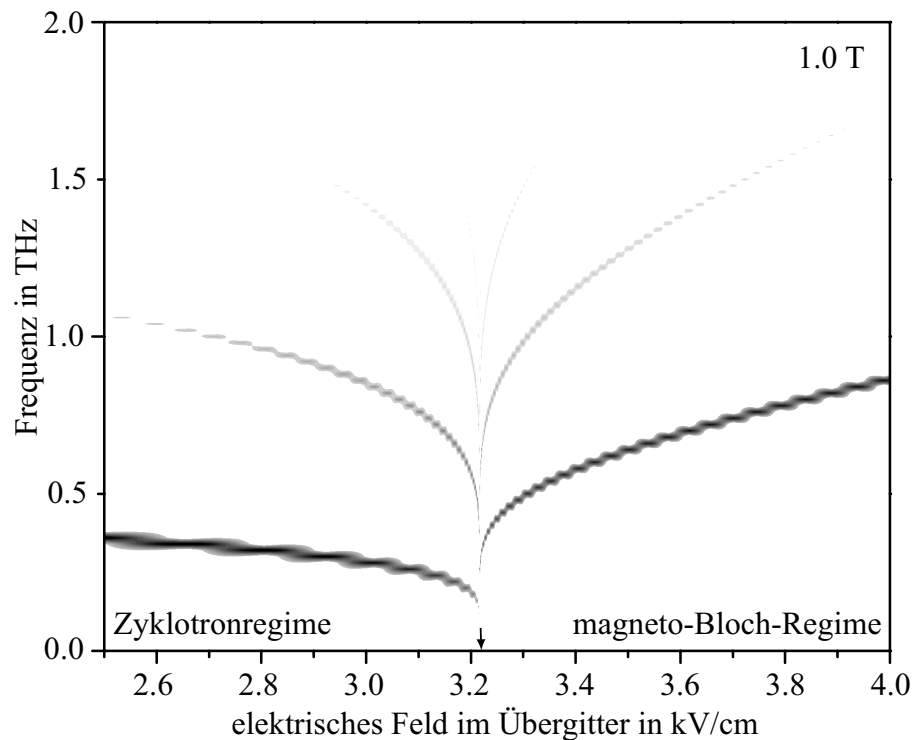


Abbildung 2.16: Berechnete Spektren in der Nähe des Übergangs. Dunkle Bereiche bedeuten eine große Amplitude. Die treppenförmige Form der Kurven ist durch die Frequenzauflösung von 20 GHz bei der Fourier-Analyse zurückzuführen (entspricht $\Delta T = 50$ ps). Der Abfall der Frequenzen auf Null wird mit der Annäherung an den Übergang immer steiler, auch die Amplituden sinken auf Null ab.

wartet man für $\Delta T \rightarrow \infty$ ein verschwindendes Spektrum.

Abbildung 2.16 zeigt nochmals gerechnete Spektren der emittierten Strahlung bei einem konstanten magnetischen Feld von 1 T. Die Schrittweite des elektrischen Feldes wurde auf $\Delta E = 10^{-4}$ kV/cm verfeinert. Die Amplituden sind mit Hilfe von Graustufen dargestellt, wobei dunklere Bereiche eine größere Amplitude bedeuten. Für die Fourier-Analyse wurde ein Zeitintervall von 50 ps verwendet, was zu einer Frequenzauflösung von $\Delta\nu = 20$ GHz führt. In der Abbildung äußert sich diese Auflösung in der stufenförmigen Gestalt der Kurven. Deutlicher als in Abbildung 2.15 ist das steile Absinken der Frequenzen gegen Null zu sehen, das erst in unmittelbarer Umgebung des Übergangs relevant wird. Auch die zunehmende Gewichtung der höheren Harmonischen, sowie die allgemeine Abnahme der Amplituden in der Nähe des Übergangs lassen sich gut erkennen.

2.4 Erweiterung des semiklassischen Modells

Das in den vorangegangenen Abschnitten diskutierte semiklassische Modell vernachlässigt die Coulomb-Wechselwirkung der Ladungsträger untereinander genauso wie eine Dephasierung der Bewegung aufgrund von Streuung (Phonon und Ladungsträger-Ladungsträger). An dieser Stelle soll daher kurz skizziert werden, wie diese Effekte in ein semiklassisches Modell inkorporiert werden können. Dabei zeigt sich allerdings, dass die Kernaussage des einfacheren Modells – die Existenz zweier Bewegungsregimes, die eine gegensätzliche Frequenzabhängigkeit von den Parametern E und B aufweisen – weiterhin Bestand hat. Auch das relativ simple Modell gibt die prinzipiellen Eigenheiten der Ladungsträgerbewegung in einem periodischen Potential und gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern wieder.

Das „erweiterte“ semiklassische Modell wird ausführlich in [84, 85] vorgestellt und bei der Analyse experimenteller Studien über die Kopplung von Bloch-Oszillationen an kohärente Plasmonen (bei $B = 0$) mit Erfolg angewandt [79]. Ebenfalls unter Verwendung der Gleichungen (2.1), (2.2) und (2.3), die gemäß des semiklassischen Bildes die ballistische (stoßfreie) Dynamik eines Elektrons in einem vorgespannten Übergitter beschreiben, wird die Boltzmann-Gleichung

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{F}_L \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{(f - f_0)}{\tau} \quad (2.76)$$

für die Zustandsraum-Verteilungsfunktion $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ benutzt, um durch Definition einer komplexwertigen Gruppengeschwindigkeit¹² eine Bewegungsgleichung für die komplexe sog. longitudinale Driftgeschwindigkeit \tilde{V}_x abzuleiten¹³. Der ursprüngliche Stoßterm $C(f)$ in der Boltzmann-Gleichung (2.76) wird dabei durch die Relaxationszeit-Näherung gemäß $(f_0 - f)/\tau$ beschrieben, wobei $1/\tau$ die Intraminiband-Relaxationszeit und f_0 die Verteilungsfunktion im kräftefreien Gleichgewicht darstellt. In Gleichung (2.76) sind keine Effekte wie beispielsweise Zener-Tunneln berücksichtigt, und sie ist nur gültig, solange die charakteristischen Energien $\hbar\omega_B$, $\hbar\omega_C^*$ und \hbar/τ klein gegen die Minibandbreite Δ sind. ($\Delta = 20$ meV entspricht ca. 5 THz.)

Die Kopplung an kohärente (Magneto-)Plasmaschwingungen und die Berücksichtigung des effektiven Elektron-Loch-Potentials wird im Modell durch Modifikation des makroskopischen elektrischen Feldes E in den sich ergebenden Differentialgleichungen für die komplexe (bzw. reelle) Driftgeschwindigkeit in x- (bzw. y-)Richtung erreicht. E wird

¹² $v_x = \Re(\tilde{v}_x)$ mit $\tilde{v}_x = i v_x^{\max} \exp(-i p_x d/\hbar)$ und $v_x^{\max} = \Delta d/2\hbar$. Dabei wird explizit ausgenutzt, dass $v_x(p_x) = \partial\varepsilon/\partial p_x = v_x^{\max} \sin(p_x d/\hbar)$ ist.

¹³ \tilde{V}_x ergibt sich als Zustandsraum-Mittel von \tilde{v}_x durch $\tilde{V}_x = \int f \tilde{v}_x d\Gamma$. Die mittlere Elektronengeschwindigkeit V_x ist durch $\Re(\tilde{V}_x)$ gegeben.

dabei als Summe des äußeren Feldes $E_{a,x}$ und der selbstinduzierten, transienten Felder (in x-Richtung)

$$E_{i,x} = -\frac{e}{\epsilon_0 \epsilon} \left(n + \frac{\beta}{a_B^3} \right) X \quad (2.77)$$

aufgefasst. Dabei bedeutet X die räumliche Auslenkung des Wellenpaketes in Übergitterrichtung¹⁴, n steht für die Anregungsdichte, und $\epsilon = \epsilon(\omega)$ ist die dielektrische Funktion des Übergitters. Der Bohr-Radius $a_B = \hbar^2 4\pi \epsilon_0 \epsilon / m^* e^2$ ergibt sich zu etwa 10 nm. Der dimensionslose Parameter β ist mit der Exzitonbindungsenergie verknüpft und wird in [79] experimentell durch Messung der Bloch-Oszillationsperiode in Abhängigkeit von der spektralen Position des optischen Anregepulses zu $\beta = 0.1/4\pi \approx 8 \cdot 10^{-3}$ bestimmt¹⁵. Das induzierte Feld $E_{i,x}$ berücksichtigt kollektive Coulomb-Wechselwirkungen zwischen optisch generierten, delokalisierten Elektronen und lokalisierten Löchern. In einem relativ zur lateralen Ausdehnung der Anregung dünnen Übergitter können kollektive Plasmaoszillationen, und daher die Kopplung von Bloch-Oszillationen an kohärente Plasmonen, adäquat mit Hilfe der Dynamik des depolarisierenden Feldes (2.77) beschrieben werden (s. [79] für $B = 0$). Die Anregung kohärenter Plasmaoszillationen in Volumenhalbleitern und die Detektion der dadurch emittierten THz-Strahlung wird in [87, 88, 89] berichtet.

Unter Vernachlässigung des makroskopischen elektrischen (Hall-)Feldes in y-Richtung, das in einem dünnen Übergitter aufgrund der räumlichen Nähe der metallischen Kontaktschichten stark abgeschirmt sein sollte, lassen sich im ballistischen Grenzfall die angesprochenen komplexen Differentialgleichungen ebenfalls auf eine Pendelgleichung abbilden [90]:

$$\ddot{\tilde{k}_x} + \Omega^2 \sin(\tilde{k}_x) = 0, \quad (2.78)$$

mit

$$\Omega^2 = |1 - \delta_\epsilon^*| (\omega_C^2 + \omega_{P\parallel}^2 + \omega_0^2).$$

Die Größe $|1 - \delta_\epsilon^*|$ stellt dabei einen von den Anregungsbedingungen abhängigen Faktor dar, der für die bisher immer angenommene Generation des Wellenpaketes am Mini-bandboden Eins wird:

$$\Omega^2 = \omega_C^2 + \omega_{P\parallel}^2 + \omega_0^2. \quad (2.79)$$

¹⁴In Ref. [85] als *dynamische* longitudinale Auslenkung bezeichnet. Sie ist durch den Zusammenhang $\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{X}{\tau} = (V_x - V_x^{(\infty)})$ gegeben, wobei $V_x^{(\infty)}$ die inkohärente (von den Anregungsbedingungen unabhängige) stationäre Elektronendriftgeschwindigkeit ist, die für $t \gg \tau$ bei $B = 0$ erreicht wird (vgl. auch [41]).

¹⁵Übergitterparameter: 6.7 nm/1.7 nm GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As; $\Delta_e + \Delta_h = 40$ meV. In der Referenz beträgt $\beta = 0.1$, allerdings unterscheidet sich hier die Definition von β zu der in (2.77) um den Faktor 4π .

Die Dynamik wird demnach, außer von der Zyklotronfrequenz $\omega_C = eB/\sqrt{m_x m^*}$ (vgl. Gleichung (2.13)) auch von der kollektiven Magneto-Plasmaoszillation der Ladungsträger in Übergitterrichtung, gekennzeichnet durch die Frequenz $\omega_{P\parallel} = \sqrt{ne^2/m_x \epsilon \epsilon_0}$, bestimmt, wobei die Massenanisotropie durch das Auftreten von m_x deutlich wird. Zusätzlich ist Ω^2 aufgrund des effektiven Elektron-Loch-Potentials um den Betrag $\omega_0^2 = \beta e^2/m_x a_B^3 \epsilon \epsilon_0$ blauverschoben. $\hbar\omega_0$ stellt dabei eine charakteristische Größe für die Exzitonbindungsenergie dar.

Die Grundfrequenz im Magneto-Bloch-Regime ergibt sich wie beim einfachen semiklassischen Modell (vgl. Gleichung (2.45)) in erster Näherung durch

$$\omega_{MB} = \omega_B - \frac{\Omega^2}{\omega_B}, \quad (2.80)$$

und der Übergang zwischen Magneto-Bloch-Regime und Zyklotronregime ist (für die speziellen Anfangsbedingungen) wieder bei $\omega_B = 2\Omega$ zu erwarten, da bei Anregung am Minibandboden auch weiterhin $\dot{k}_x(0) = \omega_B$ gilt. Interessant ist in diesem Zusammenhang, dass ein Übergang zwischen den beiden Regimes nicht nur durch Variation des Verhältnisses E/B , sondern auch durch Veränderung der Anregungsdichte erreicht werden kann. Experimentell sollte dabei allerdings eine bei höheren Dichten ansteigende Ladungsträger-Ladungsträger-Streuung die Beobachtbarkeit erschweren.

Die Möglichkeit, die komplexen Bewegungsgleichungen auf die Differentialgleichung eines Pendels abzubilden, belegt, dass auch die restlichen Ergebnisse der Betrachtung des einfachen semiklassischen Modells ihre prinzipielle Gültigkeit behalten wenn ω_C durch Ω ersetzt wird.

3 Experimentelle Techniken

An dieser Stelle wird kurz die Messtechnik vorgestellt, die bei der experimentellen Untersuchung des kohärenten Hall-Effektes eingesetzt wurde. Die Zeitskalen der transienten Ladungsträgerdynamiken bewegen sich im Sub-Pikosekunden-Bereich und erfordern daher eine Messtechnik mit entsprechend guter Zeitauflösung. Die im Experiment verwendete Probenstruktur wird ebenfalls innerhalb dieses Kapitels beschrieben.

3.1 THz-Emissionsspektroskopie

3.1.1 Einführung

Die THz-Emissionsspektroskopie erlaubt die zeitaufgelöste Messung hochfrequenter, gepulster elektrischer Felder [91]. Sie wird durch den Einsatz von Lasern ermöglicht, die ultrakurze optische Pulse mit einer Dauer von wenigen 10 fs produzieren und so die entsprechende Zeitauflösung ermöglichen. Die THz-Emissionsspektroskopie hat sich in den letzten 10 Jahren als geeignetes Hilfsmittel bei Untersuchungen exzitonischer Wellenpaketdynamik in Halbleiterheterostrukturen erwiesen¹. Sie nutzt dabei den Effekt aus, dass das mit der räumlichen Bewegung des Ladungsträgerwellenpakets einhergehende Dipolmoment zu einer Emission elektromagnetischer Strahlung führt [97]. Die Effizienz der Emission von Submillimeterwellen optisch angeregter kohärenter Ladungsträgerwellenpakete in Quantentopfstrukturen wird detailliert in [98] diskutiert.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die emittierte Hochfrequenzstrahlung, die etwa zwischen 0.1–3.0 THz liegt, mit Hilfe eines sog. fotokonduktiven Schalters detektiert. Solche Schalter wurden erstmals in der ersten Hälfte der 1980er Jahre vorgeschlagen und verwirklicht [99, 100, 101]. 1988 gelang es dann mit Hilfe der bis heute nahezu ausschließlich verwendeten phasensensitiven Detektionsmethode [102, 103], Frequenzkomponenten bis über 1 THz eines frei durch die Luft propagierenden elektromagneti-

¹Siehe beispielsweise die Referenzen [3, 71, 72, 73, 75, 77, 92, 93, 94, 95, 96]. Ein Überblick findet sich in [53].

schen Pulses zu messen [104]. Neben dieser Technik haben sich noch sog. elektrooptische Messtechniken für die phasensensitive Detektion kohärenter THz-Strahlung etabliert, die sich nichtlineare optische Effekte (Summen- und Differenzfrequenzgeneration von optischer und THz-Strahlung, Pockels-Effekt) in speziellen Kristallen (z. B. ZnTe) zunutze machen [105, 106, 107, 108] und auf deren Messprinzip hier nicht weiter eingegangen werden soll. Die elektrooptische Detektion bietet dabei vor allem die Möglichkeit, durch Verwendung sehr dünner Kristalle deutlich höhere Frequenzen messen zu können (bis 37 THz [109]) als es mit fotokonduktiven Methoden möglich ist – allerdings auf Kosten der Sensitivität.

Prinzip der fotokonduktiven Messtechnik

Das Prinzip der fotokonduktiven Messmethode soll im Folgenden kurz dargestellt werden. Grundlage der Messtechnik ist ein Laser, der kurze optische Pulse mit einer zeitlichen Dauer von rund 100 fs emittiert. Dies ermöglicht zum Einen die nötige Zeitauflösung bei der Detektion der THz-Strahlung, und zum Anderen bringt der optische Puls die erforderliche spektrale Breite mit, um Ladungsträger als Superposition diskreter Zustände, deren energetischer Abstand einige meV beträgt, mit einer festen Phasenbeziehung zueinander anzuregen. Der Lichtstrahl des KurzpulsLasers wird mit Hilfe eines Strahlteilers in zwei Teilstrahlen aufgeteilt, wobei einer der beiden Strahlen als Anregestrahl, der andere als sog. Abfrage-, Schalt- oder *Gating*-Strahl fungiert. Aufgrund des optischen Anregeimpulses emittiert die Probe einen THz-Puls, der auf den fotokonduktiven Schalter abgebildet wird. Der Schalter selbst besteht aus einer miniaturisierten Dipolantenne, deren Länge l auf die THz-Frequenz abgestimmt ist. Dabei werden die Antennenstrukturen mit Hilfe fotolithografischer Verfahren auf ein Silizium-auf-Saphir-Substrat (engl. *silicon on sapphire*, sos) strukturiert. Sie bestehen aus einer aufgedampften Goldmetallisierung (ca. 200 – 250 nm Gold auf einer 5 – 10 nm dicken Chromhaftschrift²), und ihre typischen Ausdehnungen liegen in der Größenordnung von einigen μm . So beträgt die Breite einer Leiterbahn etwa 10 μm , die Dipollänge 50 μm und der Abstand zweier Leiterbahnen 30 μm (vgl. Abbildung 3.1 oben). Da die THz-Strahlung zuerst durch das die Antenne tragende Substrat propagiert, bevor sie detektiert werden kann, ist bei der Berechnung der optimalen Dipollänge über die Beziehung³ $l = \lambda$ der entsprechende Substratbrechungsindex zu berücksichtigen. Der für

²Weitere Details zur Herstellung der hier verwendeten Antennenstrukturen sind in [110] zu finden.

³Siehe [111] und [112]. Der oft gebrauchte Zusammenhang $l = \lambda/2$ rührt von impedanzangepassten Antennen her, die normalerweise zwecks besserer Aus- und Einkopplung der Signale verwendet werden.

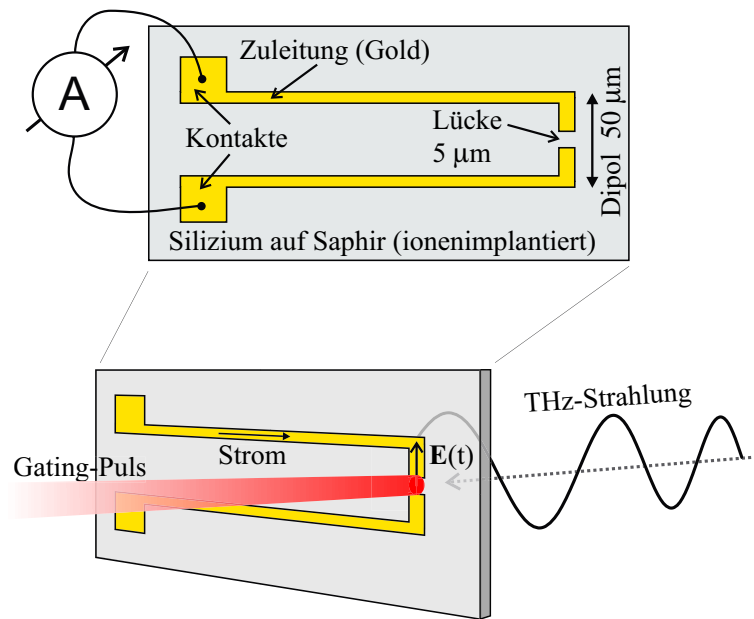


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung einer fotokonduktiven Antennenstruktur. Unten ist die prinzipielle Funktionsweise der optisch geschalteten Antenne dargestellt.

diese Berechnung entscheidende, sog. effektive Brechungsindex n_{eff} ergibt sich gemäß $n_{\text{eff}} = \sqrt{(\epsilon_{\text{Substrat}} + \epsilon_{\text{Luft}})/2}$. Dabei beträgt $\epsilon_{\text{Substrat}}$ etwa 12 und damit $n_{\text{eff}} \approx 2.6$, so dass ein Dipol mit $50 \mu\text{m}$ Länge eine Resonanzfrequenz bei etwa 2.3 THz besitzt, aufgrund der Resonanzbreite aber für Frequenzen von 0.1 bis über 3 THz genutzt werden kann. Da Ströme mit solch hohen Frequenzen nicht auf elektronischem Wege gemessen werden können, bedient man sich eines Kunstgriffes. Dazu ist der Antennendipol in der Mitte mit einer etwa $5 \mu\text{m}$ großen Lücke versehen und im Normalfall unterbrochen. In diese Lücke wird der optische Schaltimpuls fokussiert, wodurch – aufgrund der Erzeugung freier Ladungsträger im Silizium – der Widerstand der Antenne um einige Größenordnungen absinkt und das THz-Feld einen messbaren Strom über die Antennenarme treiben kann (s. Abbildung 3.1 unten). Tiefe Störstellen im Silizium sorgen für einen schnellen und effektiven Einfang der optisch generierten Ladungsträger innerhalb von ca. 600 fs nach dem Schaltimpuls, so dass der Stromfluss gewissermaßen eine Momentaufnahme des gerade am Dipol anliegenden äußeren THz-Feldes darstellt. Um solch kurze Einfangzeiten zu erreichen, muss das Substratmaterial (Si) mittels Ionenimplantation (Argon) bis nahe an die Amorphisierungsschwelle getrieben werden. Der induzierte kurze Strompuls dispergiert bei der Propagation in den Zuleitungen und kann mit Hilfe einer empfindlichen aber trägen Strommessung im Sub-pA-Bereich detektiert werden. Dabei macht man sich zunutze, dass durch die relativ zu den Strommessgeräten schnelle

Wiederholrate des Lasers (etwa 100 MHz) ein Gleichstrom erzeugt wird, der proportional zu dem elektrischen THz-Feld ist, das gleichzeitig mit den optischen Schaltpulsen an der Antenne eintrifft. Voraussetzung sind natürlich immer gleiche und phasenstarr eintreffende THz-Pulse (Kohärenz). Eine 1/10 Sekunde Messzeit entspricht demnach der Summation von rund 10^7 Einzelmessungen, wodurch der entscheidende Beitrag zur Rauschreduktion zu erklären ist. Der Mittelwert des inkohärenten thermischen Rauschens verschwindet und es bleibt nur der kohärente Anteil des THz-Signals übrig. Hinzu kommt, dass in der Zeit zwischen zwei Pulsen (10 ns) die Antenne nicht leitfähig ist und thermische Strahlung das Signal-zu-Rausch-Verhältnis nicht verschlechtern kann⁴. Durch gezielte Veränderung der Laufstrecke wird nun das zeitliche Eintreffen des Schaltpulses an der Antenne relativ gegen das des THz-Pulses verschoben. Dabei entsprechen 300 μm Strecke etwa 1 ps. Auf diese Weise kann das elektrische THz-Feld in Abhängigkeit von der räumlichen und damit von der zeitlichen Verzögerung des optischen Schaltpulses aufgezeichnet werden.

Bei dem vorgestellten Messprinzip handelt es sich um eine Korrelationsmessung. Die aufgezeichnete Stromstärke (in Abhängigkeit von der Verzögerungszeit) stellt sich als Faltung zwischen THz-Puls und dem zeitlichen Verlauf der Konzentration der beweglichen Ladungsträger in der Antennenlücke dar. Die Auflösung wird daher in erster Linie durch die Ladungsträgerlebenszeit und nicht durch die Dauer des optischen Schaltpulses bestimmt. Allerdings ist zu bedenken, dass die Erzeugung der Ladungsträger in der Lücke praktisch dem Verlauf des Schaltpulses folgt. Ein kürzerer Puls erzeugt daher einen steileren Anstieg der Ladungsträgerzahl und erhöht damit die Auflösung, obwohl der (in guter Näherung exponentielle) Abfall der Ladungsträgerkonzentration nach dem Schaltpuls davon unberührt ist.

Im Rahmen der hier diskutierten Messungen wurde zusätzlich eine hochohmige Siliziumlinse (Durchmesser 1 mm) auf das Antennensubstrat gebracht, die der Fokussierung der THz-Strahlung auf den Dipol dient [113, 114] und dadurch die Sensitivität der Messung deutlich erhöht. Die Linse ist frei verschiebbar und gestattet daher eine Feinjustage auf die maximale Signalamplitude, ohne die Antenne verschieben zu müssen. Bei der Aufstellung des Detektors sollte erwartungsgemäß die Orientierung des Antennendipols durch die Polarisation des zu messenden THz-Pulses festgelegt sein. Allerdings

⁴Die Stärke des zu messenden elektrischen Feldes der kohärenten THz-Strahlung kann kleiner werden als das Feld, das die inkohärente thermische Strahlung der Umgebung in diesem Frequenzbereich aufweist. Die thermische Strahlung bei 300 K hat ihr Maximum bei ca. 17 THz und besitzt zwischen 0 und 3 THz eine Energiedichte von $3 \cdot 10^{-20} \text{ J/m}^3$, was einem elektrischen Feld im Vakuum von rund $8 \cdot 10^{-5} \text{ V/m}$ entspricht. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit gelingt mittels der schaltbaren Mikroantennen eine Auflösung von etwa $5 \cdot 10^{-6} \text{ V/m}$.

zeigt sich, dass nach der Propagation durch das im THz-Bereich stark doppelbrechende Saphirsubstrat die Strahlung keine lineare Polarisierung mehr besitzt und die Orientierung der Antenne nicht entscheidend ist.

3.1.2 Experimenteller Aufbau und Komponenten

Die zentralen Komponenten des experimentellen Aufbaus bestehen aus einem Titan-Saphir-Laser, der die ultrakurzen Pulse zur Verfügung stellt, einem fotokonduktiven Schalter, der als Detektor für die aus dem Übergitter emittierten THz-Pulse dient, dem Übergitter selbst, sowie einem Magnetkryostaten, mit dessen Hilfe magnetische Felder mit Flussdichten bis 9 T und tiefe Temperaturen bis unter 4 K erreicht werden können.

Kurzpulslaser

Bei dem zur Generation der kurzen Pulse verwendeten Laser handelt es sich um ein kommerziell erhältliches System⁵, dessen Lasermedium ein mit Titan dotierter Saphirkristall ist [115]. Dabei wird der Titan-Saphir-Laser durch einen im Dauerstrichbetrieb laufenden diodengepumpten Festkörperlaser⁶ mit 5 W Ausgangsleistung bei 532 nm gepumpt. Der Titan-Saphirkristall besitzt ein breites Verstärkungsspektrum, das etwa von 700 – 1000 nm reicht und so zum Einen die für die kurzen Pulse notwendige Verstärkung eines einige 10 meV breiten Spektrums und zum Anderen eine ausreichende Durchstimmbareit der Zentralwellenlänge der Pulse gewährleistet. Die kurzen Pulse entstehen durch eine phasenstarre Kopplung vieler im Resonator anschwingender und verstärkter Moden. Die Kopplung geschieht dabei durch Ausnutzung einer nicht-linearen Modifikation des Brechungsindex im Kristall (Kerr-Effekt). Dabei variiert in Abhängigkeit von der Lichtintensität der Brechungsindex innerhalb des Gaußschen Strahlprofils radial von Innen nach Außen und führt so zu einer Selbstfokussierung des Strahls. Durch eine Blende, die beim betrachteten Laser durch die effektive Apertur des Resonators selbst gegeben ist, findet eine Bevorzugung von Strahlen mit erhöhter Intensität statt. Die Pulse durchlaufen den Resonator verlustfreier als die nicht phasengekoppelten Moden. Auf diese Weise werden Pulsdauern von etwa 50 – 120 fs erreicht. Bei den vorliegenden Untersuchungen liegt die Pulsdauer in der Größenordnung von 110 fs⁷. Die Wiederholrate des Lasers ist durch die Umlaufzeit eines Pulses im Resonator, d. h. durch Resonatorlänge und Lichtgeschwindigkeit, gegeben und beträgt 82 MHz. Die mittlere Ausgangsleistung des Ti:Saphirlasers beträgt etwa 900 mW und muss im Experiment entsprechend abgeschwächt werden.

⁵Modell TSUNAMI, Spectra Physics.

⁶Modell MILLENIA, Spectra Physics.

⁷ *Full Width Half Maximum* (FWHM).

Magnetkryostat

Der verwendete Magnetkryostat ist ein Helium-Durchflusskryostat⁸. Die Probentemperatur wird durch an der Probe vorbeiströmendes Heliumgas und gleichzeitiges Heizen am Probenstab geregelt und kann zwischen 300 K und 4 K (durch zusätzliches Pumpen bis 1.5 K) eingestellt werden. Supraleitende Spulen ermöglichen sehr homogene Magnetfelder im Probenraum mit Flussdichten bis maximal 9 T. Das System verfügt über einen Stickstoff- und einen Heliumtank, die durch ein Zwischenvakuum voneinander isoliert sind, und die von außen in regelmäßigen Abständen befüllt werden müssen. Das zur Kühlung der Probe verwendete Heliumgas wird über ein Heizelement dem Heliumtank entnommen und über ein Nadelventil in die Probenkammer geleitet.

Fotokonduktive Antenne

Fotokonduktive Antennen sind bis heute nicht kommerziell erhältlich und wurden mittels Fotolithografie und Ionenimplantation⁹ selbst hergestellt. Ihr Dunkelwiderstand beträgt zwischen 35 M Ω und 50 M Ω , wodurch ein minimaler Dunkelstrom und damit ein gutes Signal-zu-Rausch-Verhältnis erreicht wird. Bei den Experimenten wurde auf möglichst kurze Zuleitungen des eingesetzten Strom-Spannungswandlers (Verstärkungsfaktor 10⁸ V/A) zur Antenne geachtet, um externe Rauscheinflüsse zu minimieren. Die in einen Trägerrahmen eingeklebten Antennen werden über ihre Kontaktfläche am Ende der Zuleitungen mit einem 50 μ m dicken Golddraht mit Kupferkontakten des Trägerrahmens kontaktiert. Dabei wird der Draht auf dem Kupfer mit Leitsilber und auf den Goldkontakten der Antenne mit Hilfe eines Ultraschallbonders befestigt. Diese etwa 4 – 5 mm lange Verbindung ist nicht abgeschirmt und bietet sicherlich eine Ansatzmöglichkeit zur weiteren Rauschunterdrückung.

Übergitterprobe

Die Übergitterstruktur wird in Abschnitt 3.2 (Seite 95) vorgestellt.

Aufbau zur Messung der kohärenten Emission des Hall-Stromes

Abbildung 3.2 zeigt schematisch den zur Untersuchung der THz-Emission aus einem Übergitter in einem magnetischen Feld verwendeten Aufbau. Der etwa 110 fs lange Puls (FWHM) wird an einem Strahlteiler in einen schwachen Gating-Puls und einen stärkeren Anregepuls aufgeteilt. Die mittlere Leistung des Gating-Strahls beträgt dabei etwa 4 mW. Mit Hilfe einer durch Mikrometerschrauben justierbaren kurzbrennweitigen Linse (nicht dargestellt, Brennweite 2 cm) wird der Strahl in die Lücke der Antenne

⁸SPECTROMAG, Oxford Instruments.

⁹Institut für Kernphysik der J. W. Goethe-Universität. Parameter: 2 MeV (Ar⁺⁺), 10¹⁵ cm⁻², 250 nA, 160 μ C/cm². Siehe auch [110].

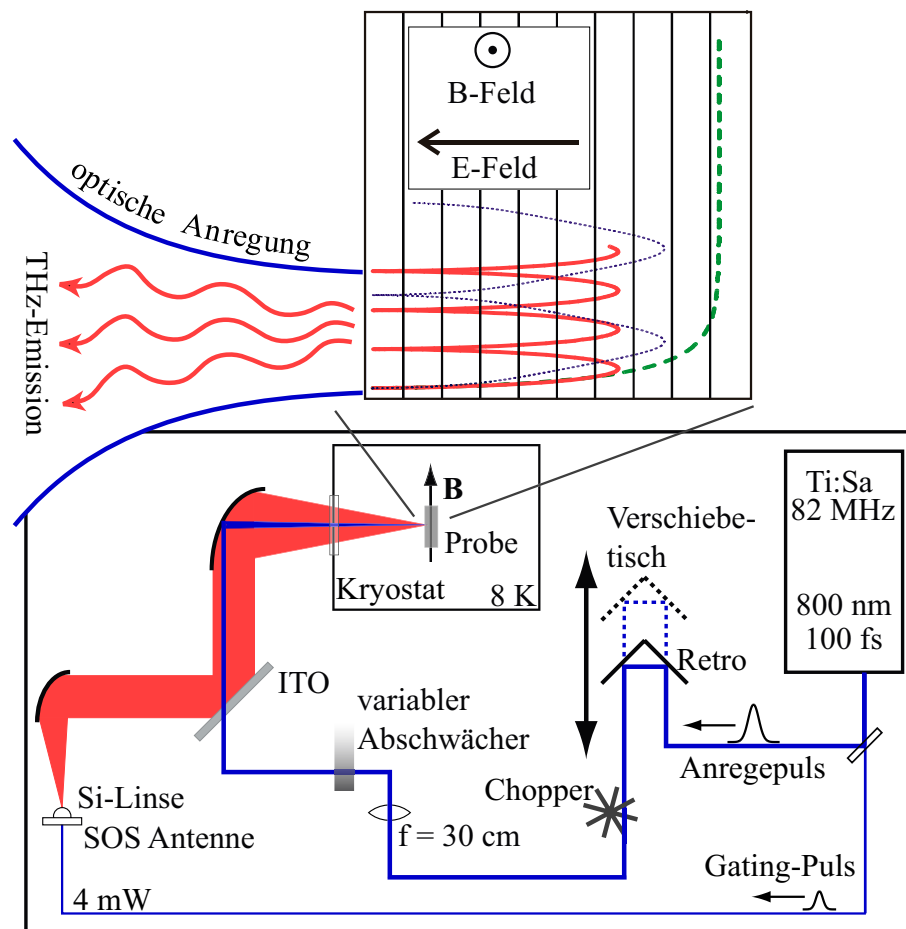


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Untersuchung der aufgrund des kohärenten Hall-Stromes emittierten THz-Strahlung (Kasten). Der obere Bildteil zeigt das Prinzip der Emission durch die Ablenkung der Ladungsträger (hier Elektronen) im magnetischen Feld.

fokussiert. Der Anregepuls läuft über einen auf einem mechanischen Verschiebetisch installierten Retroreflektor¹⁰ und wird über eine längerbrennweitige Linse (Brennweite 30 cm) auf die Probe abgebildet. Der Strahldurchmesser auf der Probenoberfläche kann durch Verschieben der Linse festgelegt werden und beträgt etwa 1 mm. Zur Einstellung der Anregungsdichte wird die Intensität des Strahls mit Hilfe eines Abschwächerrades reguliert. Die Anregungsleistung beträgt rund 17 mW.

Der Anregestrahle trifft dabei senkrecht auf die Probenoberfläche und erzeugt ein kohärentes Wellenpaket, das sich im Übergitter bewegt. Aufgrund der gewählten Anregegeometrie führt lediglich die durch das Magnetfeld induzierte Ablenkung der La-

¹⁰Der Verschiebetisch fährt während der Messungen mit einer konstant langsamen Geschwindigkeit, um mechanische Vibrationen durch Anfahren und Abbremsen zu verringern.

derungsträger zu einer Emission in Richtung des reflektierten Anregestrahles (s. vergrößerter Ausschnitt), da nur diese Bewegung ein Dipolmoment parallel zu den Übergitterschichten verursacht. Eine reine Bloch-Oszillation ohne Magnetfeld (Bewegung in Übergitterrichtung) ist daher in dieser Geometrie nicht messbar. Mittels eines Parabolspiegels wird die rückwärtig emittierte THz-Strahlung kollimiert, nach Reflektion an einem speziellen Strahlteiler durch einen zweiten Parabolspiegel auf die Siliziumlinse der Antenne fokussiert und dort detektiert. Der Strahlteiler dient, wie in der Abbildung gezeigt, der Separation von optischem Anregestrahl und emittiertem THz-Licht. Dabei handelt es sich um ein mit Indiumzinnoxid beschichtetes Glassubstrat, wie es beispielsweise in Flüssigkristallanzeigen als transparenter elektrischer Leiter eingesetzt wird. Wie die Ergebnisse eigener Untersuchungen zeigen, eignet sich dieses Material gut als dichroischer Strahlteiler für THz-Anwendungen [116, 117].

Eine zusätzliche Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses bei den Messungen wird durch den Einsatz von Lock-In-Techniken erreicht. Dazu wird der Anregestrahl periodisch durch einen mechanischen Lichtzerhacker (engl. *Chopper*) unterbrochen und das gemessene Signal der Antenne über einen Lock-In-Verstärker demoduliert. Dabei werden alle Rauschbeiträge mit anderen Frequenzen als der Modulationsfrequenz stark unterdrückt. Prinzipiell führen bei der Strahlmodulation höhere Frequenzen zu einer effektiveren Rauschunterdrückung, da der bestimmende Beitrag durch die Fluktuationen des Pumplasers gegeben ist. Diese sind für niedrige Frequenzen am größten und fallen mit zunehmender Frequenz monoton ab. Bei etwa 30 kHz ist ein Rauschniveau erreicht, das sich auch für höhere Frequenzen praktisch nicht mehr ändert. Der Strom-Spannungswandler kann allerdings bei entsprechender Verstärkung nur bis etwa 3 kHz betrieben werden und begrenzt so die maximale Modulationsfrequenz, die im Experiment bei etwa 2.9 kHz liegt.

Der gesamte THz-Strahlpfad des Aufbaus ist durch einen Kasten gekapselt und wird mit trockenem Stickstoffgas bzw. mit speziell getrockneter Luft gespült, um eine Absorption der THz-Strahlung durch das Wasser in der normalen Umgebungsluft zu vermeiden. Die Proben temperatur wird zu 8 K festgelegt, da bei geringeren Werten nicht sichergestellt werden kann, dass kein flüssiges Helium in die Probenkammer tritt. An der Grenzfläche könnte es zu Streuung der THz-Strahlung kommen oder sich die Laufzeit der THz-Pulse während der Messungen ändern (Brechungsindex), wenn das Helium langsam die Probenkammer flutet.

Spektrale Sensitivität des THz-Aufbaus

Abbildung 3.3 gibt eine Vorstellung von der relativen Empfindlichkeit des Messaufbaus in Abhängigkeit von der Frequenz. Dargestellt ist die Sensitivität für die Amplitude

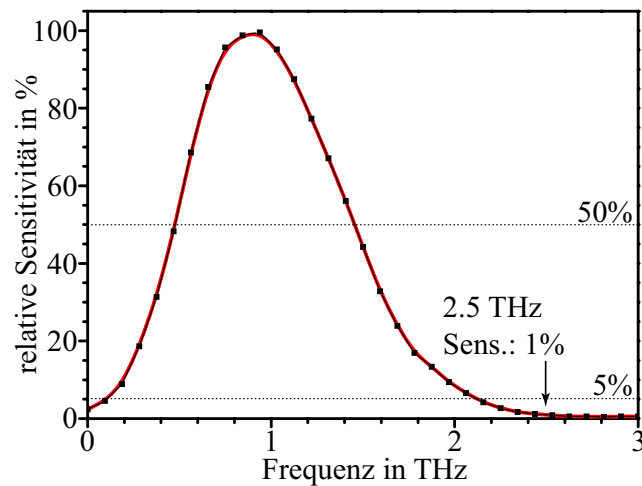


Abbildung 3.3: Spektrale (Amplituden-)Empfindlichkeit des Messaufbaus, bestimmt durch die starke THz-Oberflächenemission von InAs. Die Kurve entstand durch Mittelung einiger Messungen für unterschiedliche Magnetfelder und ist geglättet. Die durchgezogene Linie approximiert die Messwerte mittels Spline-Funktionen.

des THz-Feldes - nicht die der Intensität (Leistungsspektrum). Die mit dem Aufbau erzielte Bandbreite liegt bei etwa 2.4 THz, wobei die Kurve ein Maximum bei etwa 1 THz und eine Halbwertsbreite von ebenfalls 1 THz zeigt. Bei 2.5 THz ist die Sensitivität auf ca. 1% abgesunken. Der relativ schnelle Abfall bei hohen Frequenzen ist dabei wesentlich durch die Kryostatfenster bedingt, die oberhalb dieser Frequenz deutlich absorbieren. Auf der niederfrequenten Seite, unterhalb von 0.2 THz, trägt die für die Messung durchlaufene Zeitverzögerung von etwa 12 ps sicherlich zu einer gewissen Abweichung der Messung vom wahren Verlauf bei.

Die zur Erzeugung der Sensitivitätskurve herangezogenen Messungen wurden mit Hilfe eines InAs-Emitters aufgenommen, wobei die Signalamplitude um etwa den Faktor 200 größer ist als bei den Untersuchungen zum kohärenten Hall-Effekt. Die Ergebnisse sind dabei direkt auf die experimentelle Situation bei den Übergitter-Proben übertragbar, da der InAs-Emitter unterhalb des zu vermessenden Übergitters aufgeklebt war und lediglich der Probenhalter über eine Mikrometerschraube am Probenstab angehoben werden musste, um das InAs in den Anregestrahl zu bringen. Hierdurch ist sichergestellt, dass alle Einflüsse auf die spektrale Sensitivität des Aufbaus (Indiumzinnoxid-Strahlteiler, Kryostatfenster, Anregungsfläche auf der Probe, Justage der Komponenten) so erfasst werden wie sie im eigentlichen Experiment zusammenwirken.

3.1.3 Fotostrommessungen

Ergänzend zu den zeitaufgelösten Messungen, die der Untersuchung der Quanteninterferenzen von Intrabandzuständen dienen, kann mit Hilfe sog. Fotostromspektren die optische Interbandabsorption des Übergitters bestimmt werden. Die Fotostrommessungen zeigen die spektrale Position der sich aufgrund des magnetischen und elektrischen Feldes ausbildenden diskreten Niveaus¹¹. Anhand solcher Untersuchungen wird die Zentralwellenlänge des optischen Pulses bei der impulsiven Anregung der zeitaufgelösten Messungen festgelegt. Die spektrale Breite der exzitonischen Übergänge ist ein Maß für die Interbandkohärenzzeit, die bei zeitaufgelösten Untersuchungen von Bloch-Oszillationen mit Techniken wie Vier-Wellen-Mischen (engl. *Four Wave Mixing*, FWM) [2, 44] zu erwarten ist.

Fotostrommessungen werden häufig bei der Untersuchung von Halbleiterheterostrukturen angewandt¹². Sie basieren auf der optischen Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren durch Licht definierter Wellenlänge und geringer spektraler Breite. Fällt über der Probe ein elektrisches Feld ab, können die generierten Ladungsträger als Strom nachgewiesen werden. Die Abhängigkeit des Fotostroms von der Anregungswellenlänge bezeichnet man dabei als Fotostromspektrum. Da in erster Näherung alle optisch generierten Ladungsträger zum Strom beitragen, spiegeln die Fotostromspektren in etwa das Absorptionsspektrum (Interbandübergänge) der Quantenstruktur wider.

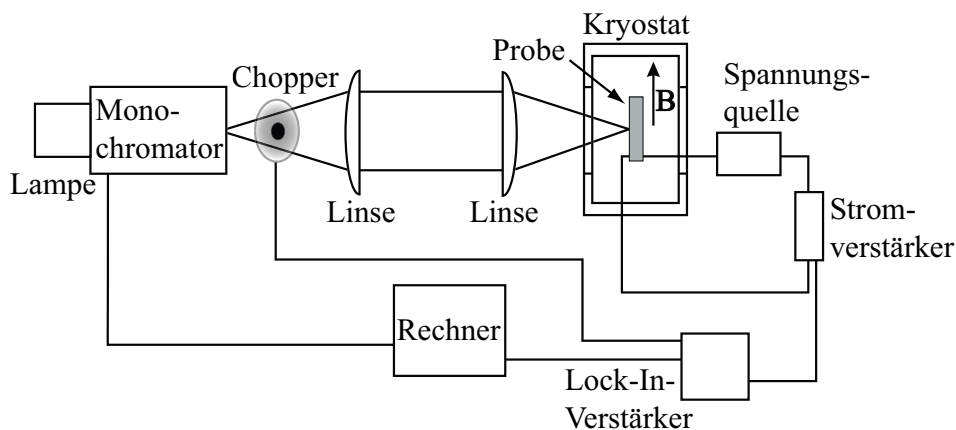


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung des Aufbaus für die Fotostrommessungen.

¹¹Mit Hilfe von Fotostrommessungen wurde erstmals eine Wannier-Stark-Aufspaltung in einem Übergitter nachgewiesen [58].

¹²Siehe beispielsweise [60, 118, 119, 120, 121, 122].

Abbildung 3.4 zeigt schematisch den Aufbau, der zur Erfassung von Fotostromspektren verwendet wurde. Er ist ausführlich in [123] diskutiert und wurde auch bei intensiven Untersuchungen der Interbandübergänge in der sog. Faraday-Geometrie mit $\mathbf{B} \parallel \mathbf{E}$ eingesetzt, deren Ergebnisse in [124] zu finden sind. Einige der Messungen in Voigt-Geometrie werden im Rahmen der Diskussion in Abschnitt 4.4.3 präsentiert.

3.2 Probenstruktur

Die im Zusammenhang mit dieser Arbeit untersuchten GaAs/Al_{0,3}Ga_{0,7}As-Übergitterstrukturen wurden mit Hilfe der Molekularstrahlepitaxie (englisch: *molecular beam epitaxy*, MBE) am Fraunhofer-Institut für Angewandte Festkörperphysik in Freiburg von Herrn Dr. K. Köhler gewachsen. Das Übergitter besteht im wesentlichen aus 35 Perioden GaAs-Töpfen bzw. Al_{0,3}Ga_{0,7}As-Barrieren. Die Topfbreite beträgt 9.7 nm, die Barrierenbreite 1.7 nm, was 34 bzw. 6 Atomlagen entspricht. Der genaue Probenaufbau ist in Tabelle 3.1 dargestellt.

Die Proben werden auf der Ober- und Unterseite kontaktiert, um über eine externe Spannungsquelle ein konstantes elektrisches Feld im Übergitter erzeugen zu können. Die für die Experimente sehr wichtige Homogenität des Feldes parallel zur Probenoberfläche wird dabei durch die Verwendung gut leitfähiger Schichten sichergestellt, zwischen denen sich das Übergitter befindet. Unterseitig erfüllt ein n⁺-dotiertes Substrat diesen Zweck, und auf der Oberseite wurde zunächst mit einer p-dotierten Schicht gearbeitet, so dass die Probe ursprünglich als pin-Diode konzipiert war. Die obere Kontaktschicht bestand dabei aus einem 20 nm dicken, stark Beryllium-dotierten GaAs-Film (Dotierung: $3 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$), der sich allerdings für die zeitaufgelösten Experimente mit optisch impulsiver Anregung als problematisch erweist.

Schon bei geringen Anregungsdichten, die teilweise deutlich unterhalb der normalerweise verwendeten Werte liegen, zeigt sich, dass bei Variation der äußeren Spannung das elektrische Feld innerhalb des Übergitters nahezu unbeeinflusst bleibt¹³. Dabei erweist sich dieses Verhalten als typisch für alle Proben mit pin-Struktur und Beryllium- bzw. Kohlenstoffdotierung. Die p⁺-dotierte Probenoberseite scheint demnach für Ladungsträgereinfänge verantwortlich zu sein. Nach momentanem Kenntnisstand bilden sich, sei es durch Diffusion der Dotanten während des Probenwachstums oder auf Grund

¹³Diese Untersuchungen wurden mit Hilfe von Fotostrommessungen der Wannier-Stark-Aufspaltung in Abhängigkeit von der Anregungsdichte durchgeführt. Dabei wird ein durchstimmbarer, speziell für den Dauerstrichbetrieb entwickelter Titan-Saphirlaser [125] zur Erzeugung des monochromatischen Lichtes verwendet.

Schichtdicke (Mod.)	Material	Dotierung
20.0 nm (fehlt)	GaAs : Be	$3 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, p ⁺
25.0 nm (30.0 nm)	GaAs	i
1.7 nm	Al _{0.3} Ga _{0.7} As	i
<i>folgende Sequenz 35× wiederholt:</i>		
9.7 nm	GaAs	i 35×
1.7 nm	Al _{0.3} Ga _{0.7} As	i
<i>Ende der periodischen Übergitterstruktur</i>		
25.0 nm	GaAs	i
100.0 nm	Al _x Ga _{1-x} As : Si, $x = 0.3 \rightarrow 0.0$	$2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3} \rightarrow 2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$
800.0 nm	Al _{0.3} Ga _{0.7} As : Si	$2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$
170.0 nm	Al _x Ga _{1-x} As : Si, $x = 0.0 \rightarrow 0.3$	$2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$
100.0 nm	GaAs : Si	$2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3} \rightarrow 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$
0.475 mm	GaAs-Substrat	$1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, n ⁺

Tabelle 3.1: Schichtaufbau der Übergitterproben. Dargestellt ist die ursprünglich als pin-Struktur entworfene Probe und deren Modifikation (in Klammer). Die Dicke der intrinsischen Schicht, über die im Wesentlichen die angelegte Spannung abfällt, beträgt 450.7 nm (455.7 nm). Bei keiner der hier vorgestellten zeitaufgelösten Messungen wurde eine Probe mit p⁺-Kontaktschicht verwendet. Zur Kontaktierung der Oberseite wurde statt dessen eine semitransparente Chrom-/Goldschicht (2 nm/5 nm) aufgedampft (Schottky-Kontaktierung).

von Gitterverspannungen, Defektzustände im Übergitter in der Nähe der p⁺-Schicht, die als tiefe Einfangzentren für die optisch generierten Ladungsträger dienen. Aufgrund dieser Ladungseinfänge baut sich ein elektrisches Feld entgegen dem äußeren Feld auf und schwächt dieses ab. Ähnliche Probleme wurden, wie sich später herausstellte, bei verschiedenen Arbeitsgruppen weltweit, v. a. bei p⁺-dotierten Be- und C-Schichten berichtet. Die systematischen Untersuchungen, die letztlich den Ausschlag dafür gaben, die hochdotierte Kontaktschicht wegzulassen und auf eine Schottky-Kontaktierung (Chrom/Gold) überzugehen, werden in [126] vorgestellt.

Die Schottky-Kontaktierung der Probenoberseite wurde für alle im Folgenden präsentierten Messungen verwendet. Sie besteht aus einer semitransparenten Metallisierung (1 – 2 nm Chrom als Haftschiicht und 5 nm Gold als Kontakt), die direkt auf die abschließende GaAs-Schicht aufgedampft wird. Eine standardisierte Probenpräparation,

die vor der Verwendung der Übergitter in allen Experimenten durchlaufen werden muss, ist in [117] dargestellt.

Die Minibandbreite Δ der untersuchten Übergitterprobe ergibt sich mit Hilfe von Kronig-Penney-Rechnungen (s. Kapitel 1) zu ca. 20 meV. Diese Breite wird auch durch Charakterisierungsmessungen (Fotostromspektren) bestätigt [123]. Für die Berechnung des elektrischen Feldes innerhalb der Übergitterstruktur wird der lineare Zusammenhang zwischen Feld und angelegter äußerer Spannung U

$$E = \frac{(U - U_{\text{bi}})}{w} \quad (3.1)$$

verwendet. Dabei steht U_{bi} für die intrinsische Spannung (engl. *built-in voltage*), die sich durch Angleich der Fermi-Niveaus zwischen den Kontaktschichten und der intrinsischen Schicht einstellt. w ist die Schichtdicke des intrinsischen Bereichs und errechnet sich zu $w = 455.7 \text{ nm}$ (s. Tabelle 3.1).

4 Experimenteller Nachweis des kohärenten Hall-Effektes

Dieses Kapitel ist der Darstellung der experimentellen Ergebnisse gewidmet, von denen einige auch in [127] publiziert wurden. In Abschnitt 4.1 bis 4.3 werden die Messergebnisse vorgestellt, erläutert und mit Resultaten des semiklassischen Modells verglichen; Abschnitt 4.4 dient der abschließenden Diskussion der experimentellen Befunde.

Alle zeitaufgelösten Messdaten, die in den folgenden Abschnitten präsentiert werden, wurden mit Hilfe des in Kapitel 3 gezeigten Aufbaus (Abbildung 3.2, Seite 91) in Voigt-Geometrie ($\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$) gemessen, wobei das elektrische Feld entlang der Übergitterrichtung orientiert ist. Der optische Anregungsstrahl trifft senkrecht auf die Probenoberfläche, und es wird nur die in Reflexionsrichtung (antiparallel zum Anregungsstrahl) emittierte THz-Strahlung detektiert.

Der in Kapitel 2 theoretisch beschriebene kohärente Hall-Effekt zeigt sich experimentell anhand der gegenläufigen Feldabhängigkeit der Frequenz der emittierten Strahlung in den beiden Bewegungsregimes. Jedoch sollte auch die Variation anderer, experimentell einstellbarer Parameter entscheidenden Einfluss auf das Bewegungsverhalten der Ladungsträger besitzen. So erwartet man beispielsweise bei der optischen Anregung an der oberen Minibandkante anstelle der Anregung am Minibandboden, was durch ein Verschieben der Zentralwellenlänge des optischen Anregepulses erreicht werden kann, eine um 180° verschobene Phase des emittierten elektrischen THz-Feldes. Dieser Effekt wäre jedoch auch bei einer reinen Bloch-Oszillation beobachtbar und manifestiert sich nicht als Besonderheit des zusätzlich vorhandenen magnetischen Feldes. Die experimentelle Realisierung gestaltet sich allerdings aufgrund der unvermeidlichen Anregung im gesamten Miniband (vgl. Abbildung 1.19, Seite 34) und der damit einhergehenden Signalreduktion als schwierig. Eine Erhöhung der Anregungsdichte sollte, genau wie im Fall der reinen Bloch-Oszillation, zu einer Kopplung an kohärente Plasmaschwingungen [79, 85] führen und daher sowohl das Frequenz- als auch das Amplitudenverhalten der emittierten Strahlung spürbar beeinflussen.

Das wesentliche Merkmal des kohärenten Hall-Effektes ist dagegen das Auftreten eines kohärenten Hall-Stromes senkrecht zur Übergitterrichtung, dessen zeitabhängiger Anteil sich qualitativ in Abhängigkeit von den Feldern \mathbf{E} und \mathbf{B} ändert. Für die vorliegenden Messungen wurde daher ausschließlich die Stärke des elektrischen und des magnetischen Feldes variiert. Alle anderen Parameter, die entscheidenden Einfluss auf die Ladungsträgerbewegung haben könnten, wurden – im Rahmen der experimentellen Unsicherheiten – konstant gehalten.

Für die vorliegenden Untersuchungen lag das elektrische Feld etwa im Bereich zwischen 1.5 kV/cm und 9.0 kV/cm. Das magnetische Feld variierte zwischen 0 T und 7 T, wobei man aufgrund des semiklassischen Modells (Kapitel 2) den Übergang zwischen den beiden Bewegungsregimes für 1.0 T bei etwa 3.2 kV/cm erwarten sollte.

4.1 Allgemeines zu den zeitaufgelösten Messungen

Abbildung 4.1 zeigt exemplarisch die gemessene THz-Transiente, die zu einer Spannung von 0.55 V und einem magnetischen Feld von 0.5 T gehört. Die Nullposition der Zeitverzögerung ist dabei willkürlich festgesetzt. Das Signal selbst setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Die anfängliche, starke Oszillation (0.5 – 2.5 ps) beruht auf einer durch die optische Anregung erzeugten sog. instantanen Polarisation, die sich durch Anregung räumlich indirekter Elektron-Loch Übergänge ausbildet und in allen gemessenen THz-Transienten zu finden ist. Für ausschließlich vorhandene elektrische Felder ist dieser Effekt seit mehr als zehn Jahren bekannt [93, 128, 129, 130]. Im Fall gekreuzter elektrischer und magnetischer Felder im Volumenmaterial wird von Meinert et al. auf die nichtlokale Erzeugung von Elektron-Loch Paaren und die damit verbundene instantane Polarisation hingewiesen [36, 131]. Der zweite Anteil des gemessenen Signals rührt von der kohärenten Ladungsträgerbewegung her. Er ist der instantanen Polarisation überlagert und kristallisiert sich erst nach deren Abklingen heraus. In Abbildung 4.1 ist der entsprechende Bereich durch einen Kasten markiert. Hier zeigen sich deutlich die kohärenten Oszillationen (Pfeile) im Signal.

Ein kritischer Parameter bei allen Messungen ist die Anregungsdichte. Sie muss möglichst gering gehalten werden, um sicherzustellen, dass (i) die Ladungsträger-Ladungsträger-Streuung minimiert wird und dass (ii) Wechselwirkungen zu kohärenten Plasmaschwingungen vernachlässigbar bleiben. Die Ankopplung an Plasmaoszillationen ist dabei von besonderer Relevanz, beeinflusst sie doch direkt die gemessene Magneto-Bloch-Frequenz ω_B (s. auch Diskussion auf Seite 124 bzw. Abschnitt 2.4). Im Rahmen der durchgeführten Experimente wurde daher die Anregungsdichte n so gewählt, dass

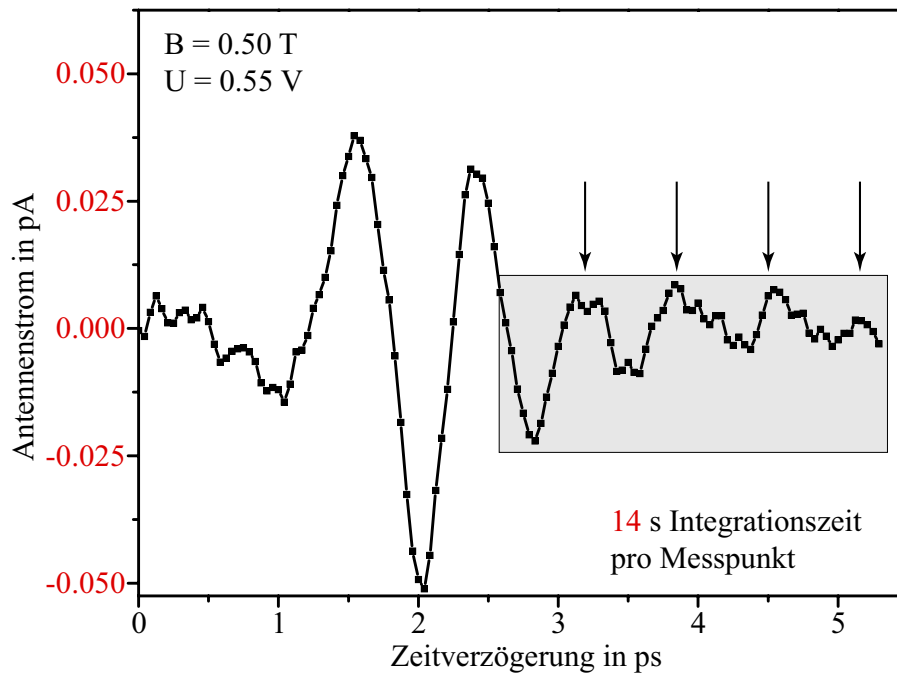


Abbildung 4.1: Gemessene THz-Transiente bei 0.55 V und 0.5 T (Magneto-Bloch-Regime). Das Signal besteht aus zwei Anteilen. Die kohärente Oszillation der Ladungsträger (Pfeile, Kasten) zeigt sich dabei erst nach Abklingen der dominanten instantanen Polarisation (0.5 – 2.5 ps).

der Einfluss von Plasmaeffekten vertretbar erscheint. n beträgt etwa $6 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ oder $6.8 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}$ pro Übergitterperiode und basiert auf der Annahme einer Absorptionslänge von $1 \mu\text{m}$, sowie einer Abschätzung der Reflexionsverluste an allen Oberflächen. Der Durchmesser des Anregestrahls auf der Probenoberfläche lag bei etwa 1 mm, die optische Leistung vor dem letzten Paraboloid bei rund 20 mW.¹ Die effektive Plasmafrequenz ν_P ($2\pi\nu_P = \sqrt{nc^2/m\varepsilon_0\varepsilon_{\text{GaAs}}}$) ergibt sich aus dieser Anregungsdichte zu 0.18 THz und ist damit um den Faktor 3.3–12 kleiner als alle experimentell bestimmten Oszillationsfrequenzen.

Die insgesamt sehr geringen Signalstärken bedingen entsprechend lange Messzeiten. Bei der in Abbildung 4.1 dargestellten Messkurve besitzt die gut auflösbare Oszillation eine Amplitude von nur 0.012 pA, was einer an der Antenne anliegenden THz-Feldstärke von ca. $5 \cdot 10^{-5} \text{ V/m}$ entspricht. Die Messungen erfordern demnach eine Auflösung der Antennenströme im fA-Bereich². Ursachen für die kleine Feldstärke sind die versuchsbedingt geringe Anregungsdichte, die Absorption der Kryostatfenster, die Reflexion an

¹Maximal standen im Anregestrahls 40 mW zur Verfügung.

²Die erreichte Auflösung liegt damit etwa einen Faktor zehn über allen bisher berichteten Werten.

deren Oberflächen (vier Stück), sowie die beschränkende Apertur des Magnetkryostaten in Verbindung mit einer relativ großen Divergenz der THz-Strahlung³ (Wellenlänge um die $300\ \mu\text{m}$). Die Integrationszeit des Lock-In-Verstärkers der in Abbildung 4.1 dargestellten Kurve betrug 2 s, wobei insgesamt 7 Durchläufe hintereinander aufgezeichnet und gemittelt wurden. Hieraus ergeben sich 14 s Integrationszeit pro Punkt. Inklusiv der notwendigen Wartezeit (Abfallzeit des Lock-In-Verstärkers) zwischen zwei aufeinander folgenden Messpunkten werden $3.2 \cdot 14\ \text{s}$ benötigt, woraus sich für die 128 Messpunkte eine Gesamtmesszeit von über 1.5 Stunden ergibt⁴. Einige Messungen erfordern aufgrund noch geringerer Signalamplituden (Faktor 2 bei 1 T) sogar höhere Integrationszeiten (5 s), was sich nur durch Beschränkung auf kleinere Kurvenausschnitte kompensieren lässt.

Das geringe Signal-zu-Rausch-Verhältnis macht es nötig, sich Gewissheit über die Reproduzierbarkeit der verschiedenen Messkurven zu verschaffen. Dies wird in Hinblick auf die Bestimmung der Schwingungsfrequenzen mittels Anpassung der Messkurven an eine gedämpfte harmonische Oszillation wichtig. Aus diesem Grund wurden die kritischen Messungen bei kleinen Magnetfeldern (unterhalb 2 T) an verschiedenen Tagen wiederholt und verglichen. Abbildung 4.2 demonstriert die Reproduzierbarkeit der Messungen anhand von zwei Feldkombinationen. Die THz-Transienten, die zu gleichen Feldern gehören, wurden an unterschiedlichen Tagen aufgenommen, wobei zwischen den jeweiligen Messungen das magnetische und elektrische Feld sowie die Proben temperatur geändert wurden. Man erkennt, dass die wesentlichen Merkmale der Kurven, insbesondere die Lage der Minima und Maxima recht gut übereinstimmen. Auch die relativen Amplituden lassen sich in gewissen Grenzen reproduzieren. Im Vergleich zeigt sich jedoch auch der starke Einfluss des Rauschens auf die Detailstruktur der Signale. So können sich aufgrund der begrenzten Anzahl an Mittelungen Ausreißer innerhalb eines Durchlaufs leicht in den Kurven manifestieren und – bedingt durch die begrenzte zeitliche Auflösung – beispielsweise die Steigung des Signals lokal ändern. In der Abbildung ist jeweils noch das (nicht gewichtete) Mittel zwischen den beiden Messkurven gezeigt, um zu demonstrieren, dass es möglich ist, Messungen verschiedener Tage zwecks zusätzlicher Rauschunterdrückung zu addieren. Die später zur Auswertung der Frequenzen verwendeten Signale wurden natürlich gemäß ihrer Messzeit pro Messpunkt gewichtet gemittelt. Da die Messungen oberhalb von 2 T insgesamt eine deutlich höhere Si-

³Eine Vergrößerung der Anregungsfläche auf der Probe führte allerdings zu einer Abnahme der Bandbreite in den Messungen.

⁴In dieser Zeit darf das Experiment bestehend aus Lock-In-Verstärker, Stromverstärker, Laser, optischem Aufbau, Spannungsquelle und Probe keinen großen Schwankungen unterworfen sein. Thermische Driften lassen praktisch keine ausgeprägt längeren Messzeiten zu.

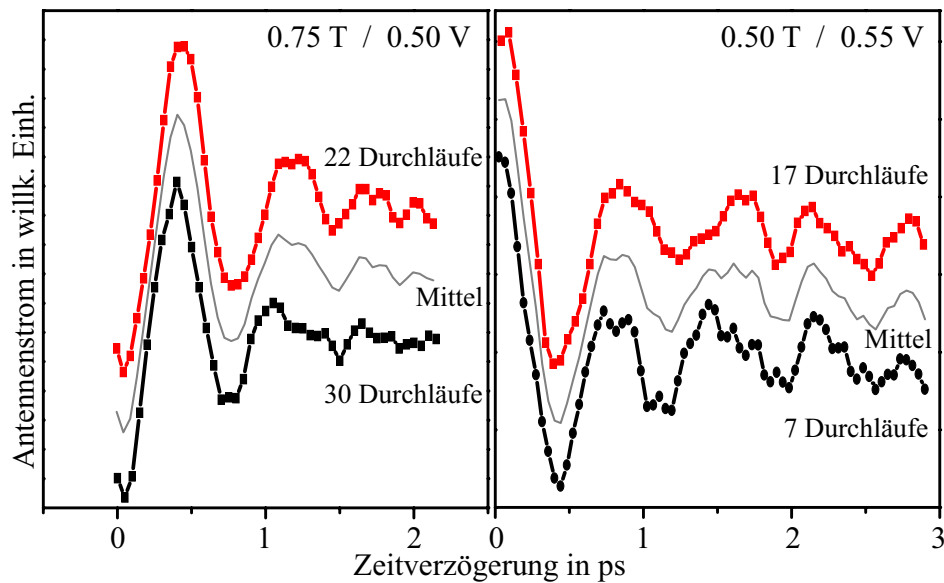


Abbildung 4.2: Reproduzierbarkeit der Messungen am Beispiel von zwei verschiedenen Feldkonstellationen. Zwischen den Messungen lagen mehrere Tage und verschiedene andere Messungen bei unterschiedlichen Feldkombinationen.

gnalstärke als diejenigen unterhalb von 2 T aufweisen (bis zu einem Faktor 5.7 zwischen 0.5 T und 4 T) und zusätzlich deutlich länger anhaltende Oszillationen zeigen, wurden bei den höheren Magnetfeldstärken keine Wiederholungsmessungen durchgeführt.

Die zentrale Wellenlänge des Anregepulses spielt im Rahmen einer Variation von einigen wenigen nm keine Rolle (getestet für 800 nm und 803.6 nm). Auch die Bandbreite des Pulses ist nicht entscheidend. So zeigen sich bei vergleichenden Messungen mit und ohne einen Interferenzfilter (Zentralwellenlänge: 800 nm, Bandbreite: 5 nm FWHM) im Anregestrahl keine qualitativen Unterschiede in den THz-Signalen. Die Mehrheit der zur Auswertung kommenden Messungen wurden bei einer Wellenlänge von 801 nm (Photonenenergie: 1.5477 eV) aufgenommen; in Abbildung 4.3 ist ein typisches Anregungsspektrum des Laserpulses gezeigt (FWHM: ca. 18 nm).

Obwohl eine Proben temperatur unter 8 K bei allen Messungen sichergestellt war, zeigt ein Test, dass sich zumindest bis 15 K kein entscheidender Einfluss der Temperatur auf die Messergebnisse beobachten lässt. Alles in allem befand sich die Übergitterprobe vier Monate lang in der Probenkammer des Kryostaten und wurde während dieser Zeit niemals auf mehr als 100 K erwärmt.

Das elektrische Feld im Übergitter wird mit Hilfe einer konstanten äußeren Spannung

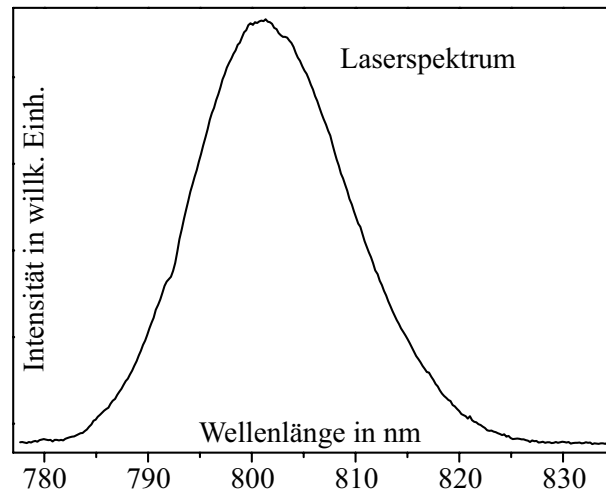


Abbildung 4.3: Typisches Anregungsspektrum, hier mit 801 nm Zentralwellenlänge.

U eingestellt und hängt linear von dieser gemäß

$$E = \frac{(U - U_{\text{bi}})}{w} \quad (4.1)$$

ab. Dabei steht U_{bi} für die sog. *built-in*-Spannung des Schottky-Kontakts. w ist die Gesamtdicke des undotierten Übergittermaterials zwischen der oberen Kontaktschicht und der n^+ -dotierten GaAs Schicht auf der Unterseite der Übergitterstruktur und beträgt 455.7 nm (s. Abschnitt 3.2). U_{bi} wird experimentell mit Hilfe von Fotostrommessungen bestimmt und ergibt sich für die untersuchte Probe zu etwa $U_{\text{bi}} = 0.82$ V. Während der THz-Emissionsexperimente kann sie durch Beobachtung der Strom/Spannungskennlinie überwacht werden (der Stromfluss verschwindet bei $U = U_{\text{bi}}$).

4.2 Die Feldabhängigkeiten

Abbildung 4.4 zeigt die gemessenen THz-Transienten für verschiedene elektrische und magnetische Felder, wobei der linke und der mittlere Teil der Abbildung dem Magneto-Bloch-Regime zuzuordnen sind; der rechte Teil entspricht dem Zyklotronregime bzw. dem Übergang zu diesem. Die Daten auf der linken Seite wurden bei einem magnetischen Feld von 0.5 T aufgenommen. Die äußere Spannung variiert dabei zwischen 0.50 V und 0.65 V, woraus sich ein elektrisches Feld zwischen 7.0 kV/cm und 3.6 kV/cm ergibt. Die Vorspannung wirkt dabei dem intrinsischen elektrischen Feld (sog. *built-in field*) entgegen, so dass eine Erhöhung der Spannung eine Verringerung des Gesamtfeldes im Übergitter bedeutet. In dem betreffenden elektrischen Feldbereich konnten zuvor

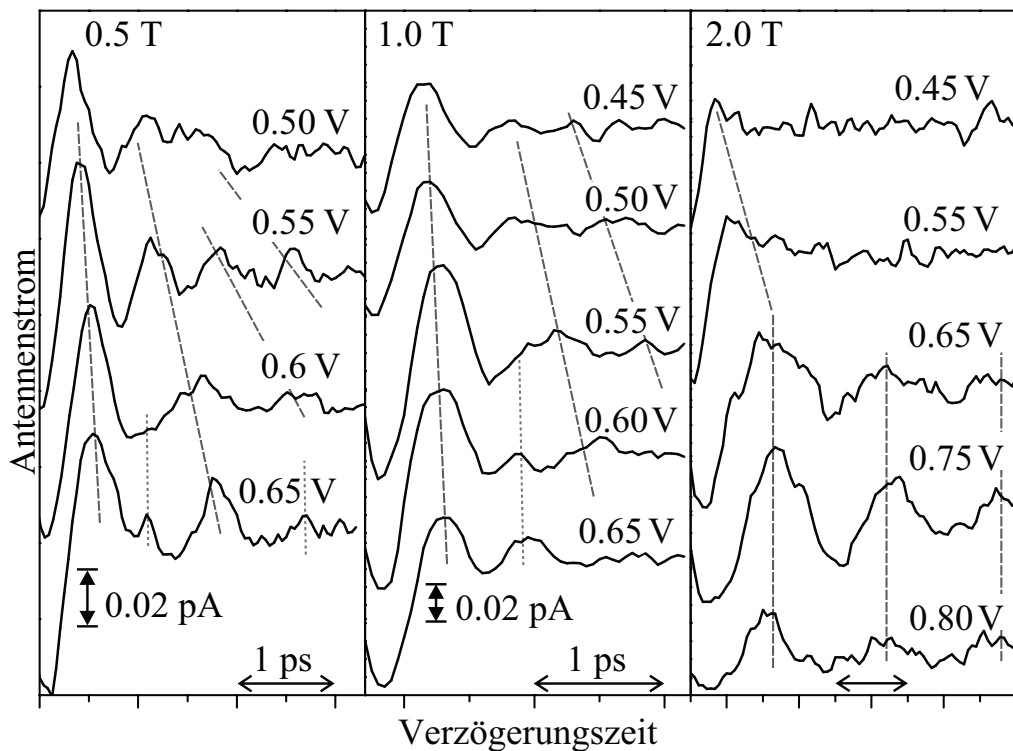


Abbildung 4.4: Gemessene THz-Transienten bei 0.5 T, 1.0 T und 2.0 T. Die elektrische Vorspannung variiert zwischen 0.45 V und 0.65 V (0.75 V), was einem elektrischen Feld zwischen 8.1 kV/cm und 3.7 kV/cm (1.54 kV/cm) entspricht (Flachband: $U = U_{bi} = 0.82$ V). Um den relevanten Kurventeil möglichst groß darstellen zu können, ist das durch die instantane Polarisierung hervorgerufene Signal abgeschnitten.

an derselben Probe reine Bloch-Oszillationen ohne magnetisches Feld gemessen werden. Dabei wurde die bei THz-Emissionsstudien an Übergittern, Quantentöpfen oder Volumenmaterial typische 45°-Geometrie gewählt, bei der der optische Anregestrahl unter 45° auf die Probenoberfläche trifft und die kohärente THz-Emission in Richtung des reflektierten Strahls verläuft (z. B. [75, 132]). Trotz des starken Rauschens lässt sich in den Signalen nach Abklingen der bereits angesprochenen initialen Oszillation (instantane Polarisierung), die in der Abbildung 4.4 ausgeblendet ist, eine stark gedämpfte Schwingung erkennen, die eine vorspannungsabhängige Frequenz besitzt. Mit steigendem elektrischen Feld (sinkender Vorspannung) wächst die Frequenz an (gestrichelte Linien) und zeigt damit ein Bloch-oszillationsartiges Verhalten.

Die Abweichung der Signalform vom einfachen Sinus ist dabei nur teilweise durch das Rauschen bedingt. Die Wiederholungsmessungen reproduzieren die spitze Struktur der Maxima bei kleinen elektrischen Feldern, die besonders bei einer Vorspannung

von 0.65 V (3.7 kV/cm), also in der Nähe des Übergangs zum anderen Bewegungsregime, hervortritt. Das Gleiche gilt für das zusätzliche Maximum (gepunktete Linie), das ebenfalls nur bei kleinen elektrischen Feldern auffällt. Es scheint daher plausibel anzunehmen, dass hier der Einfluss höherer Harmonischer, die besonders in der Nähe des Übergangs an Stärke gewinnen (s. Kapitel 2), zu beobachten ist.

Bei einem größeren magnetischen Feld von 1.0 T (mittlerer Teil von Abbildung 4.4) zeigen sich im Wesentlichen wieder die gleichen, bereits diskutierten Signaleigenschaften wie bei der 0.5 T Messung. Insgesamt fällt die Modulation allerdings geringer aus, und das Signal dephasiert schneller. Verantwortlich dafür ist die durch ein in der freien Richtung verlaufendes Magnetfeld verursachte Verzerrung der Bandstruktur, sowie eine Verkleinerung des Phasenraumvolumens der zum kohärenten Signal beitragenden Ladungsträger. Dieser Effekt eines senkrecht zur Tunnelrichtung der Ladungsträger stehenden Magnetfeldes wurde für gekoppelte Quantentöpfe sowohl theoretisch [76, 133], als auch experimentell mit Hilfe von Transportmessungen [133, 134] und THz-Emissionsexperimenten [73] untersucht und beschrieben.

Eine weitere Erhöhung des Magnetfeldes führt zu einer fundamentalen Änderung des Oszillationsverhaltens. So zeigt sich bei 2.0 T (rechte Seite der Abbildung) keine Abhängigkeit der Frequenz vom elektrischen Feld mehr. Stattdessen beobachtet man eine deutliche Abnahme des Signals mit steigendem elektrischen Feld (0.65 V bis 0.45 V), die ein scheinbares Schieben des Maximums zu früheren Zeiten bewirkt (gestrichelte Linie), da lediglich noch der instantane Anteil der Polarisation zur Emission beiträgt. Die strukturlosen Kurven (0.45 V und 0.55 V) entsprechen einer Region nahe dem Übergang der beiden Bewegungsregimes und sind durch eine beschleunigte Dephasierung der Signale (s. Abschnitt 4.4) gekennzeichnet. Erwartungsgemäß sollte hier auch die Emissionsfrequenz gegen Null konvergieren. Für kleinere elektrische Feldstärken im Übergitter (größere Vorspannungen) befinden sich die Ladungsträger im Zyklotronregime, in welchem der Bloch-oszillationsartige Charakter der Signale, gekennzeichnet durch eine E-Feld abhängige Frequenz, verlorengelht. Im Wesentlichen wird hier die Frequenz durch das Magnetfeld bestimmt, wie Abbildung 4.5 erkennen lässt.

Abbildung 4.5 zeigt gemessene THz-Transienten für variierende magnetische Flussdichten zwischen 0.5 T und 6.0 T, die zu einer konstanten Spannung von 0.55 V (5.9 kV/cm internes elektrisches Feld) gehören⁵. Hier wird der Übergang zwischen dem Magneto-Bloch-Regime bei kleinen Magnetfeldern (durchgezogene Linien) und dem Zyklotronregime bei hohen Magnetfeldern (gestrichelte Linien) deutlich. Wieder lässt sich der Unterschied im Frequenz- und im Dephasierungsverhalten in den beiden Regimes be-

⁵Diese Transienten enthalten auch das führende Signal der instantanen Polarisation (bei $t < 0$).

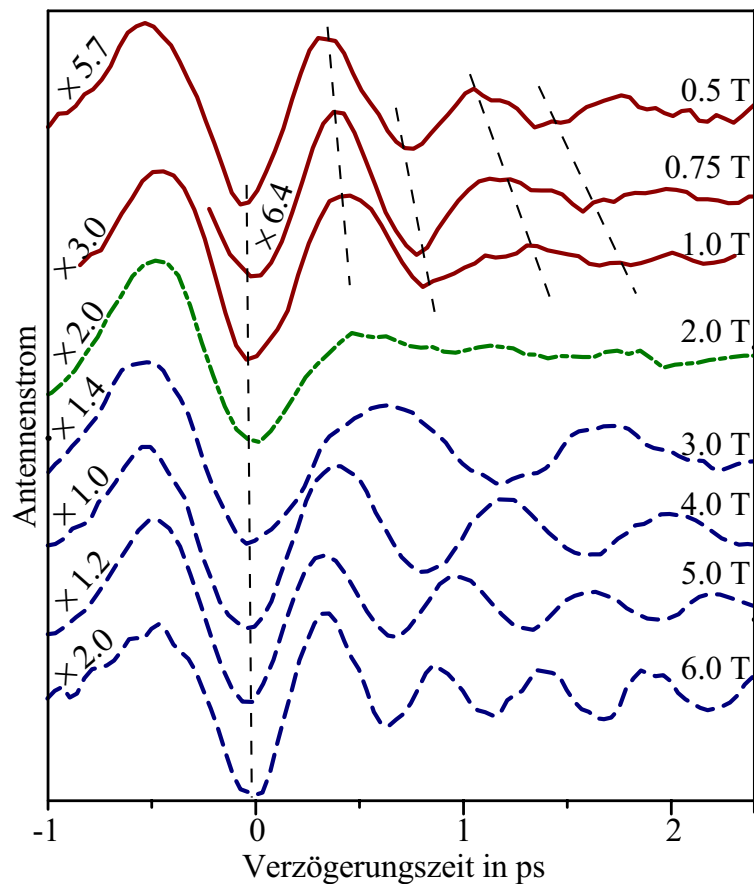


Abbildung 4.5: THz-Transienten für eine konstante elektrische Vorspannung von 0.55 V (5.9 kV/cm) als Funktion des magnetischen Feldes, das zwischen 0.5 T und 6.0 T variiert. Um eine übersichtlichere Darstellung zu erreichen, wurden die Signale normalisiert und die entsprechenden Vergrößerungsfaktoren angegeben. Der Abfall der Signalstärke für $B > 4$ T ist auf die bei höheren Frequenzen sinkende Sensitivität des experimentellen Aufbaus zurückzuführen.

obachten. Im Magneto-Bloch-Regime schiebt die Frequenz mit wachsendem B-Feld zu kleineren Werten, wobei die Dämpfung in der Größenordnung von 1 ps liegt. Sie wird mit der Annäherung an den Übergang zum Zyklotronregime noch schneller, was qualitativ mit theoretischen Ergebnissen übereinstimmt [84, 85]. Bei ungefähr 2 T findet für das gegebene elektrische Feld der Übergang zum Zyklotronregime statt. Hier sind außer eines initialen Signals keine langlebigeren Oszillationen zu beobachten. Im Zyklotronregime, bei noch größeren Magnetfeldern, werden ausgeprägte Oszillationen sichtbar, deren Frequenz mit wachsendem B-Feld steigt. Ihre Dephasierungszeit liegt etwa in der Größenordnung von 3 ps und ist damit deutlich länger als im Magneto-Bloch-Regime. Für die Darstellung der Kurven in Abbildung 4.5 wurden die Signale skaliert und die

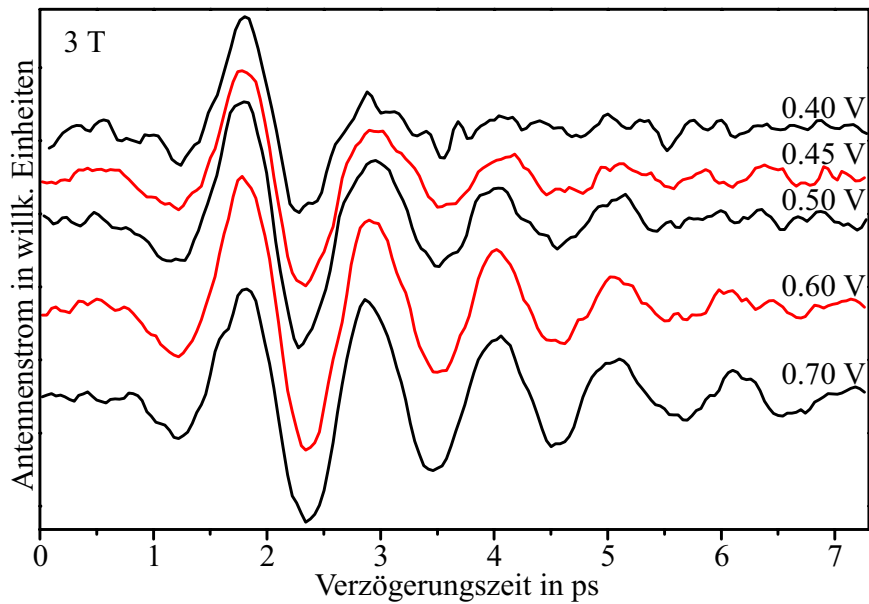


Abbildung 4.6: Der Einfluss des elektrischen Feldes auf die Dämpfung im Zyklotronregime. Bei großen elektrischen Feldern dephasiert das Signal deutlich schneller als bei kleinen Feldern. Ebenfalls beobachten lässt sich eine Abnahme der Anfangsamplitude.

entsprechenden Skalierungsfaktoren in der Abbildung mit angegeben. Man erkennt, dass mit einer Annäherung an den Übergang die Dephasierung beschleunigt wird und dass die Emission im Zyklotronregime insgesamt deutlich stärker ist als im Magneto-Bloch-Regime. Tendenziell nimmt die Anfangsamplitude mit steigendem B-Feld zu, wobei die Abnahme der Amplituden bei höheren Magnetfeldern (5 T und 6 T) durch die spektrale Empfindlichkeit des Messaufbaus, die zu höheren Frequenzen hin absinkt, verursacht wird. Da die Sensitivität nicht nur zu hohen sondern auch zu niedrigen Frequenzen kleiner wird, kommt es bei Annäherung an den Übergang (Frequenz sinkt auf Null) zusätzlich zu allen Dephasierungseffekten zu einer Abnahme des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses.

Abbildung 4.6 illustriert nochmals den Einfluss des elektrischen Feldes auf die Signale im Zyklotronregime bei einem Magnetfeld von 3 T. Die ausgeprägte Oszillation bei 0.7 V (2.6 kV/cm) dephasiert mit zunehmendem Feld immer stärker, bis das Signal bei 0.4 V (9.2 kV/cm) fast vollständig unterdrückt ist. Gleichzeitig sinkt die Anfangsamplitude mit steigendem E-Feld ab (0.5 V-0.4 V). Deutlich zu sehen ist auch, dass die Frequenz über den gesamten elektrischen Feldbereich praktisch konstant bleibt.

4.3 Auswertung der Frequenzen

4.3.1 Vorgehensweise bei der Frequenzbestimmung

Um einen etwas genaueren Vergleich der für den kohärenten Hall-Effekt charakteristischen Abhängigkeit der Frequenz von den Feldern E und B zu ermöglichen, sollen die Emissionsfrequenzen aus den Messkurven bestimmt werden. Im Zyklotronregime stellt dies keine prinzipielle Schwierigkeit dar, da hier mehrere deutlich identifizierbare Perioden der Oszillationen zu beobachten sind. Man kann daher die Periodendauer einfach ausmessen oder durch eine numerische Fourier-Transformation bestimmen. Im Magneto-Bloch-Regime ist die Auswertung mittels Fourier-Analyse aufgrund der starken Dämpfung und des geringen Signal-zu-Rausch-Verhältnisses dagegen nicht möglich. Aus diesem Grund werden die Messdaten an eine gedämpfte harmonische Schwingung der Form

$$y(t') = y_0 + A_1 e^{-t'/\tau_1} \cos(\omega t' - \varphi_1) + A_2 e^{-t'/\tau_2} \cos(2\omega t' - \varphi_2) \quad (4.2)$$

angepasst. Der dritte Term trägt dabei der Tatsache Rechnung, dass gerade im Magneto-Bloch-Regime in der Nähe des Übergangs die zweite Harmonische stark an Gewicht gewinnt. Dieser Term wurde nur zugelassen, wenn offensichtlich eine zusätzliche Frequenz in den Messdaten erkennbar, bzw. keine gute Übereinstimmung durch eine einfache Frequenzabhängigkeit zu erzielen war (ansonsten wurde $A_2 = 0$ gesetzt). Die Größe $t' = t - t_0$ wird verwendet, um beim Anpassen den Nullpunkt an eine geeignete Stelle schieben zu können und damit sicherzustellen, dass der initiale Puls der instantanen Polarisation abgeschnitten wird. y_0 gleicht eine konstante Signalverschiebung aus, die sich während der Messungen niemals vollständig unterdrücken lässt. Eine Beobachtung der Dämpfungskonstanten τ_1 und τ_2 , die sich für die akzeptierten Anpassungen zwischen 0.3 ps und 1.3 ps ergeben, erlaubt eine gewisse Kontrolle über die Qualität der Anpassung.

Für jede Messkurve wurden verschiedene Varianten der Parameterwahl durchgespielt. So wurden beispielsweise die Dämpfungszeiten $\tau_{1,2}$ frei angepasst oder beide gleich einem konstanten Wert gesetzt, der nacheinander zwischen 1 ps und 0.25 ps in 0.25 ps-Schritten verändert wurde. Weiterhin wurde der zur Analyse verwendete Zeitbereich der Kurven variiert. Ergab sich eine Dominanz von einer Frequenz ($A_i \gg A_j$ oder $\tau_i \ll 1$), so wurde für die endgültige Anpassung von vornherein nur eine Frequenz zugelassen. Da die Sensitivität des gesamten Messaufbaus bei etwa 2.5 THz auf 1% absinkt, (Kapitel 3, Seite 92), wurden bei der Analyse lediglich dann zweite Harmonische zugelassen, wenn die Grundfrequenzen unterhalb von 1.25 THz lagen. In Abbildung 4.7

sind einige Beispiele ausgewerteter Messkurven dargestellt. Sie zeigt auch, dass sich, abhängig von der Art und Weise der Parameterwahl, ähnliche, nicht aber identische Werte für die Frequenzen einstellen. Dabei ist zu bedenken, dass vor allem bei großen elektrischen Feldstärken (0.45 V-Messungen), sowie in der Nähe des Übergangs (um 0.65 V) die Unsicherheit bei der Frequenzbestimmung aufgrund der geringeren Signalamplituden bzw. der schnelleren Dephasierung größer ist als bei den moderaten elektrischen Feldstärken. Beispielsweise stellt sich die mit Abstand größte Unsicherheit bei der 0.75 T/0.45 V-Messung ein, die unter Berücksichtigung eines relativ kurzen Zeitbereichs von 1 ps eine Frequenz zwischen 2.16 THz und 2.38 THz liefert ($\tau = 0.35 - 0.40$ ps), bei einer Anpassung über 3 ps jedoch nur 1.78 THz ($\tau = 1.3$ ps). Die Streuung der ausgemessenen Frequenzen ist weiter unten in einer Abbildung dargestellt.

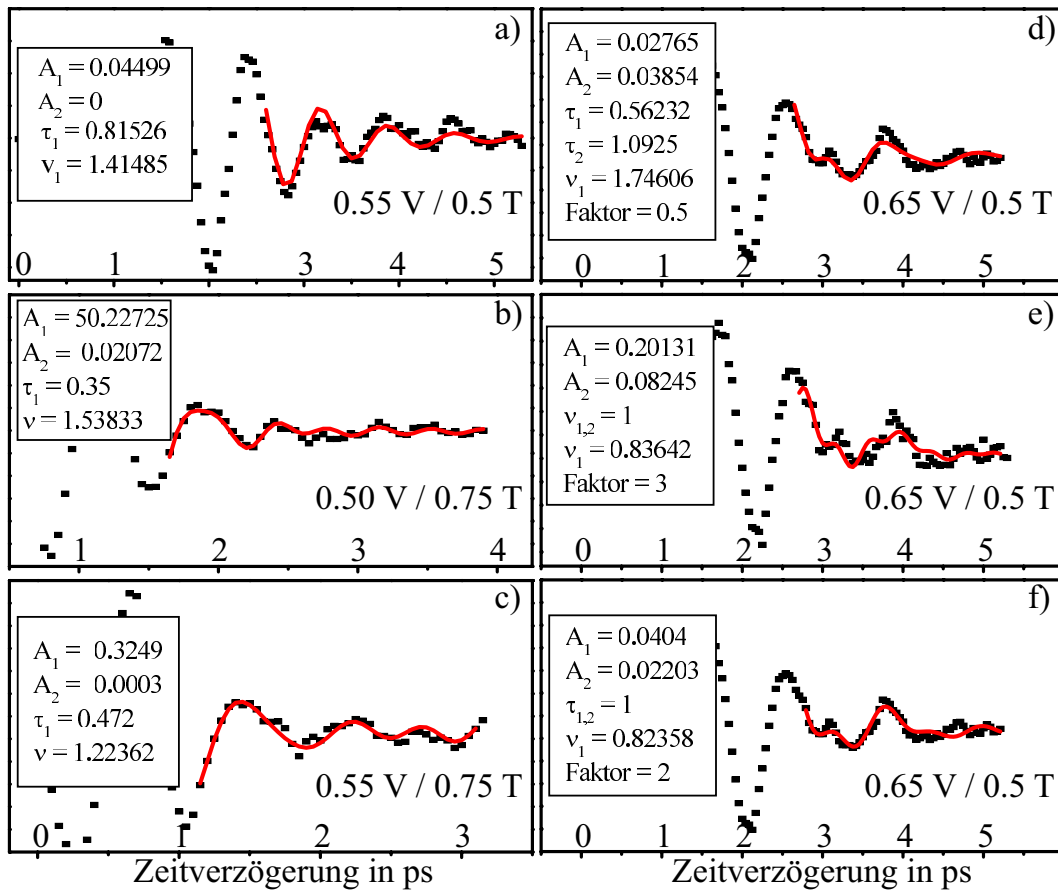


Abbildung 4.7: Anpassung der Messkurven: Die linke Seite (a bis c) zeigt drei Beispiele für eine problemlose Anpassung mit einer einzigen Oszillationsfrequenz. Bei b) wurde zwar $A_2 \neq 0$ zugelassen, ergibt sich aber deutlich kleiner als A_1 . Der große Absolutwert von A_1 kommt durch den Verzicht auf eine Skalierung des Antennenstroms auf pA zustande. Die Amplitude ist hier als Prozentwert des Vollausschlags des Lock-In-Verstärkers gegeben. Man erkennt, dass mit der Annäherung an den Übergang die Dephasierungszeit τ von 815 fs auf 350 fs sinkt (a, c, b). Die Messkurve c) wurde im Verlauf dieses Kapitels noch nicht gezeigt. Auf der rechten Seite (d-f) ist die Anpassung an eine kompliziertere Kurve (0.65 V; 0.5 T) gezeigt. Dabei konvergiert der Anpassungsalgorithmus bei d) scheinbar gegen die große Frequenz von 1.746 THz, allerdings wurde der Faktor zwischen ν_1 und ν_2 testweise auf 0.5 festgesetzt ($\nu_2 = \nu_1 \times 0.5$). Da $A_2 > A_1$ ist, ergibt sich als dominierende Frequenz $\nu_2 = 1.746/2 = 0.873$ THz. τ_1 und τ_2 weichen dabei jedoch deutlich voneinander ab. Für ein festgesetztes τ von 1 ps ergibt sich eine Frequenz von 0.824 THz (f). In e) ist eine Anpassung mit Hilfe einer dritten Harmonischen (Faktor = 3) dargestellt ($\nu_1 = 0.836$ THz). Dieser Testansatz ist durchaus legitim, da die insgesamt hohe Gewichtung der Harmonischen die unmittelbare Nähe zum Übergang anzeigt und die Kurve möglicherweise dem Zyklotronregime zugeordnet werden müsste.

4.3.2 Die ermittelten Frequenzen

Das Ergebnis der Frequenzanalyse ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Die Figur zeigt die evaluierten Frequenzen aller aufgenommenen Messdaten in Abhängigkeit vom magnetischen und elektrischen Feld. Der Übergang zwischen den beiden Regimes liegt zwischen $B > 1\text{ T}$ und $B < 2\text{ T}$ (markierter Bereich) und scheint damit etwas unabhängiger vom elektrischen Feld als erwartet. Aus dem semiklassischen Modell ergibt sich eine lineare Abhängigkeit des Übergangs vom E-Feld, die für eine kosinusförmige Dispersion bei 3.2 kV/cm pro Tesla liegt. Die 0.45 V -Messung (8.1 kV/cm) sollte ihren Übergang daher bei etwa 2.5 T haben. Allerdings zeigen sich schon bei 2 T (Abb. 4.4, Seite 105) überhaupt keine Oszillationen mehr, und bei diesem magnetischen Feld können erst die Spannungen ab 0.65 V (3.7 kV/cm) und darunter ausgewertet werden. Die Frage nach der Feldabhängigkeit des Übergangs wird in Abschnitt 4.4 noch einmal aufgegriffen.

Im linken Teil der Abbildung (Magneto-Bloch-Regime) wird das kennzeichnende Merkmal des kohärenten Hall-Effektes deutlich. Die Frequenz des zeitabhängigen Anteils des kohärenten Hall-Stromes *sinkt* mit steigendem Magnetfeld ab und verhält sich damit

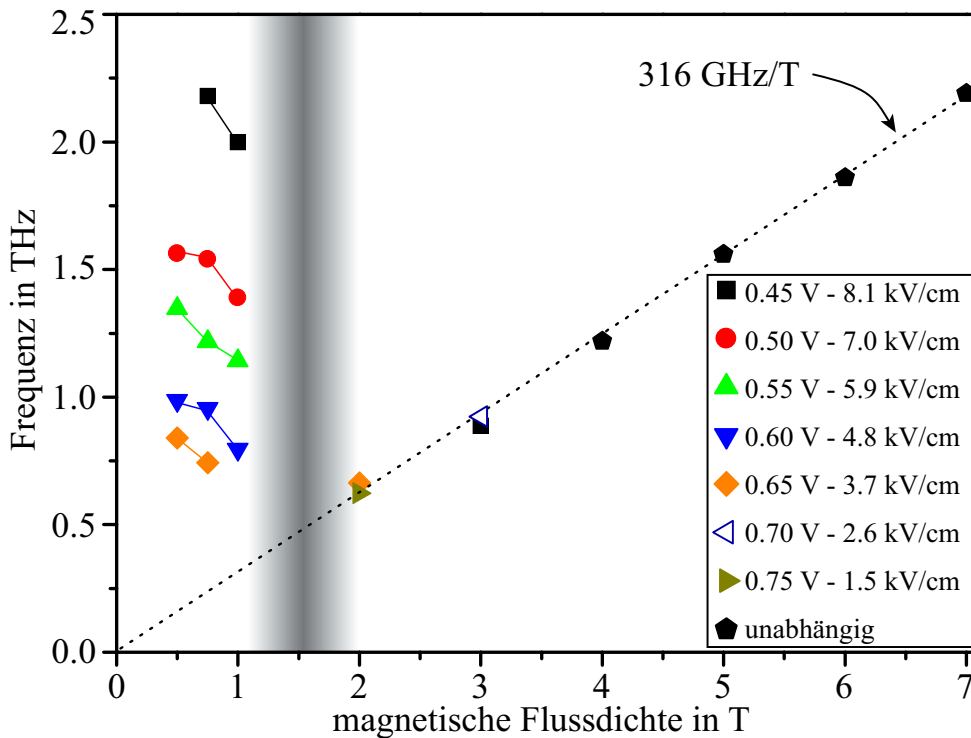


Abbildung 4.8: Abhängigkeit der Oszillationsfrequenz vom elektrischen und magnetischen Feld. Der grau schattierte Bereich markiert den Übergang zwischen Magneto-Bloch-Regime (links) und Zyklotronregime (rechts).

entgegen dem Trend, den man für (quasi-)freie Teilchen erwartet. Die Abhängigkeit der Frequenz vom elektrischen Feld verläuft dagegen wie im Fall der reinen Bloch-Oszillation (steigendes E-Feld bedeutet steigende Frequenz). Im Zyklotronregime (rechts) ist die E-Feldabhängigkeit nahezu komplett verschwunden; die Frequenz *steigt* stattdessen in guter Näherung linear mit dem magnetischen Feld an. Der Frequenzzuwachs beträgt dabei 0.316 THz pro Tesla und kann mit Hilfe des Zusammenhangs $\omega_C = \frac{eB}{\sqrt{m^* m_x}}$ dazu benutzt werden, die Masse m_x experimentell zu bestimmen. Mit der Annahme $m^* = 0.068 m_0$ ergibt sich

$$m_x \approx 0.115 m_0. \quad (4.3)$$

Das bedeutet, m_x ist nahezu zweimal größer als man aufgrund von Gleichung (1.10) (Seite 20) für eine kosinusförmige Dispersion $\varepsilon(k_x)$ in x-Richtung erwarten würde. Diese ergäbe sich für eine Minibandbreite Δ von 20 meV zu $0.058 m_0$. Wie in Abschnitt 1.2.3 bereits dargelegt, ergibt eine numerische Rechnung mit Hilfe eines Kronig-Penney-Modells für das hier untersuchte Übergitter eine Abweichung vom einfachen kosinusförmigen Verlauf. Die veränderte Krümmung der Dispersionsrelation um $k_x = 0$ führt zu einer Erhöhung der Masse auf $m_x = 0.086 m_0$ (Abbildung 1.14, Seite 25). Die zusätzliche Berücksichtigung der Massenunterschiede zwischen Topf- und Barrierenmaterial (Bastard et al., [7, 24]) führt dann zu einer weiteren Erhöhung der Masse in Übergitterrichtung am Minibandboden. Experimentell durch Zyklotronresonanzmessungen überprüfte Rechnungen ([31, 33]) ergeben für ein Übergitter, das ähnliche Parameter wie die hier verwendete Probe aufweist (Al-Gehalt: 0.3, Topfbreite: 10 nm, Barrierenbreite: 2 nm), eine Masse am Minibandboden von $m_x \approx 0.114 m_0$ (Abbildung 1.15 und Gleichung (1.17), Seite 26).

4.3.3 Vergleich mit dem semiklassischen Modell

Zum Vergleich der Messergebnisse mit den Resultaten des semiklassischen Modells sind in Abbildung 4.9 die theoretisch ermittelten Frequenzen in Abhängigkeit vom elektrischen und magnetischen Feld dargestellt. Die Felder liegen dabei etwa in dem gleichen Bereich, der auch bei den Messungen untersucht wurde. Das magnetische Feld variiert zwischen 0.5 T und 2 T und deckt damit das für einen Frequenzvergleich interessante Gebiet ab. Dargestellt ist immer die Frequenzkomponente, deren relative Amplitude am größten ist; höhere Harmonische erscheinen demzufolge nicht in der Abbildung.

Deutlich zu erkennen ist die nahezu lineare Abhängigkeit der Frequenzen vom E-Feld im Magneto-Bloch-Regime (oberhalb des Trennstrichs). Im Zyklotronregime ändern sich die Frequenzen dagegen nur relativ gering mit dem elektrischen Feld, wie ein Vergleich

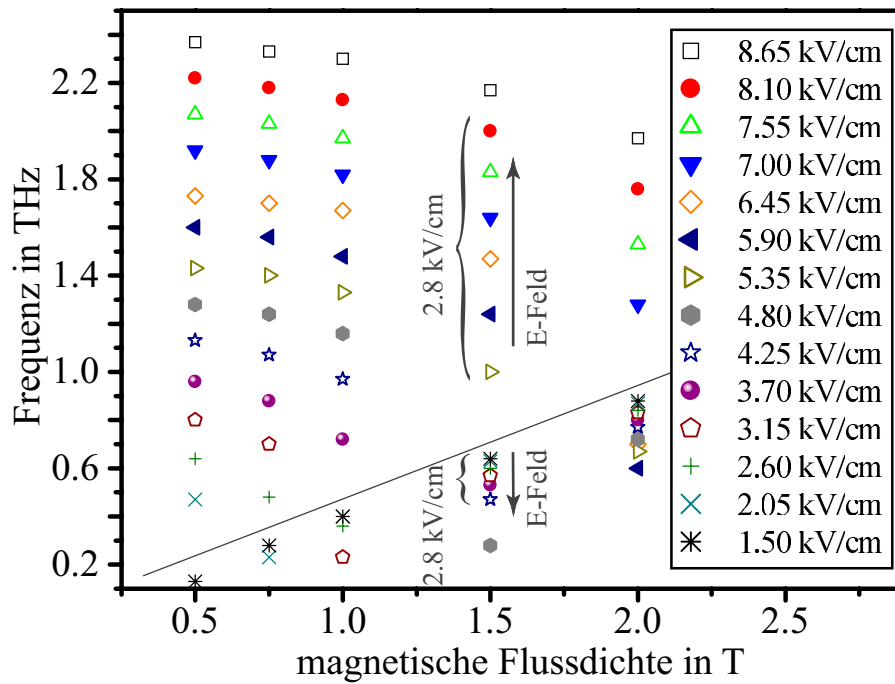


Abbildung 4.9: Mit Hilfe des semiklassischen Modells berechnete Frequenzen in Abhängigkeit vom elektrischen und magnetischen Feld. Dargestellt ist die Frequenz mit der größten Fourier-Amplitude.

bei der 1.5 T Messung illustriert. So bedingt eine Feldvariation von 2.8 kV/cm im Magneto-Bloch-Regime eine Frequenzänderung von 1 THz, im Zyklotronregime dagegen nur um 0.17 THz – fast 6 mal weniger. Die Grafik veranschaulicht auch nochmals die Gegenläufigkeit der Feldabhängigkeiten. Im Zyklotronregime sinken die Frequenzen mit dem elektrischen und steigen mit dem magnetischen Feld. Im Magneto-Bloch-Regime dagegen steigen sie mit wachsendem elektrischen Feld an und fallen mit zunehmendem magnetischen Feld ab. Dabei fällt im Magneto-Bloch-Regime (für die betrachteten Feldbereiche) die Frequenzänderung bei Variation des magnetischen Feldes im Vergleich zum elektrischen Feld geringer aus. So sinkt die Frequenz zwischen 0.5 T und 1.0 T bei einem konstanten elektrischen Feld von 8.1 kV/cm (3.7 kV/cm) nur um etwa 0.1 THz (0.24 THz). Dagegen bedingt schon eine Änderung des elektrischen Feldes um 2.2 kV/cm von 4.8 kV/cm auf 7.0 kV/cm bei einem konstanten magnetischen Feld von 1 T eine Frequenzänderung von etwa 0.6 THz.

Die absoluten Werte der berechneten Frequenzen in Abbildung 4.9 bewegen sich im Magneto-Bloch-Regime (0.5 – 1.0 T) etwa zwischen 0.6 THz und 2.2 THz und stimmen damit gut mit den experimentell ermittelten Werten überein (Abbildung 4.8). Auch nach dem Übergang zum Zyklotronregime bei 2 T wird die experimentell bestimmte

Frequenz von 0.66 THz durch die Rechnungen bestätigt. Allerdings gelingt eine Auswertung der experimentellen Daten aufgrund verstärkter Dephasierung sowie geringer werdenden Anfangsamplituden für elektrische Felder oberhalb von 3.7 kV/cm nicht (Abbildung 4.4), so dass sich die E-Feldabhängigkeit der Frequenz im Zyklotronregime nicht eindeutig nachweisen lässt. Dies gilt auch für die höheren magnetischen Felder oberhalb von 2 T.

Einen quantitativen Vergleich der Frequenzen von Experiment und Theorie ermöglicht Abbildung 4.10 (Seite 117). Sie zeigt die E-Feldabhängigkeit der experimentell ermittelten Frequenzen im Vergleich zu den mit Hilfe des semiklassischen Modells berechneten für ein konstantes B -Feld. Dargestellt sind die drei für einen Vergleich interessanten magnetischen Felder 0.5 T, 0.75 T und 1.0 T (Magneto-Bloch-Regime). Zusätzlich zu den bereits in Abbildung 4.8 gezeigten Frequenzen (in der Abbildung mit „evaluiert“ bezeichnet, ausgefüllte Kreise) sind die aus der numerischen Anpassung resultierenden maximalen bzw. minimalen Frequenzen eingezeichnet (Dreiecke). Diese ergeben sich aus den in Abschnitt 4.3.1 beschriebenen Varianten bei der Vorgehensweise der Parameteranpassung und sollen einen Eindruck über die Ungenauigkeit bei der Frequenzbestimmung vermitteln.

Generell zeigt sich, dass die experimentell bestimmten Frequenzen unterhalb der theoretisch berechneten (Sterne) Frequenzen liegen. Die Absenkung ist dabei für jedes Magnetfeld in erster Näherung konstant und beträgt etwa 0.3 THz (0.5 T) bis 0.4 THz (1.0 T). Allerdings ist bei den beiden schwächeren Magnetfeldern (a und b) ein gewisses Zusammenlaufen der Frequenzen zu geringeren E-Feldern hin zu erkennen. Lediglich der Messpunkt bei 0.45 V und 0.75 T (b) fällt deutlich aus diesem Trend heraus. Hier würde sich der minimale Frequenzwert, der sich aus der ohnehin relativ unsicheren Bestimmung bei diesen Feldern ergibt (s. Abschnitt 4.3.1), gut in den Gesamtverlauf einpassen. Der zweite große „Ausreißer“ ist nur der Vollständigkeit halber gezeigt, da dessen Bestimmung ebenfalls unsicher ist. Es handelt sich um die zur 0.65 V/1.0 T-Messung gehörige Frequenz. Erwähnenswert ist in diesem Zusammenhang, dass bei der Anpassung an eine Oszillation mit höherer Harmonischer die etwas geringere Amplitude der Grundfrequenz (0.77 THz) immerhin 65% der Amplitude der zweiten Harmonischen beträgt. Daher ist die Grundfrequenz mit in die Abbildung 4.10 (c) aufgenommen und durch einen Pfeil markiert. Sie passt deutlich besser in den Gesamtverlauf der Frequenzabhängigkeit.

Trotz des relativ geringen Signal-zu-Rausch-Verhältnisses der Messungen und der damit verbundenen Unsicherheit bei der Frequenzbestimmung ist die quantitative Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie markant. Die systematische Absenkung

der experimentellen Frequenzen ist auffällig und wird im nächsten Abschnitt noch einmal aufgegriffen und diskutiert werden.

Zusammenfassung der Beobachtungen

- Bei niedrigen Magnetfeldern (0.5, 0.75 und teilweise 1 T) lassen sich relativ stark gedämpfte Oszillationen beobachten, deren Frequenz, wie von den Bloch-Oszillationen her bekannt, mit steigendem elektrischen Feld zunimmt (Abb. 4.4).
- In diesem Regime verringert sich bei konstantem elektrischen Feld mit steigendem B-Feld die Frequenz und die Dephasierung nimmt zu, bis keine Oszillationen mehr zu beobachten sind (Abb. 4.5 und 4.8).
- Für hohe Magnetfelder (≥ 2 T) zeigt sich praktisch kein Einfluss des elektrischen Feldes auf die Oszillationsfrequenz mehr. Stattdessen hängt die Frequenz, wie bei einer Zyklotronbewegung, linear vom Magnetfeld ab (Abb. 4.5 und 4.8).
- Die sich aus der Steigung von 0.316 THz/T ergebende Minibandbodenmasse in Übergitterrichtung stimmt dabei sehr gut mit anderen experimentellen und theoretischen Ergebnissen überein und belegt, dass die Dispersion des Minibandes keine reine Kosinusgestalt besitzt.
- Das elektrische Feld im Zyklotronregime bewirkt – bedingt durch eine mit steigendem Feld verstärkte Dephasierung – eine Verkleinerung der Signalamplituden, die bei geringen Magnetfeldstärken (2 und 3 T) und großen elektrischen Feldern zur vollständigen Unterdrückung der Emission führt. (Abb. 4.4 und 4.6).
- Die aus einer Anpassung der Messdaten an eine gedämpfte harmonische Oszillation berechneten Frequenzen lassen sich qualitativ, in Grenzen auch quantitativ, durch ein semiklassisches Modell beschreiben.
- Im Vergleich zum Modell ist die gemessene Oszillationfrequenz um einen nahezu konstanten Betrag von 0.3 THz abgesenkt (Abb. 4.10).

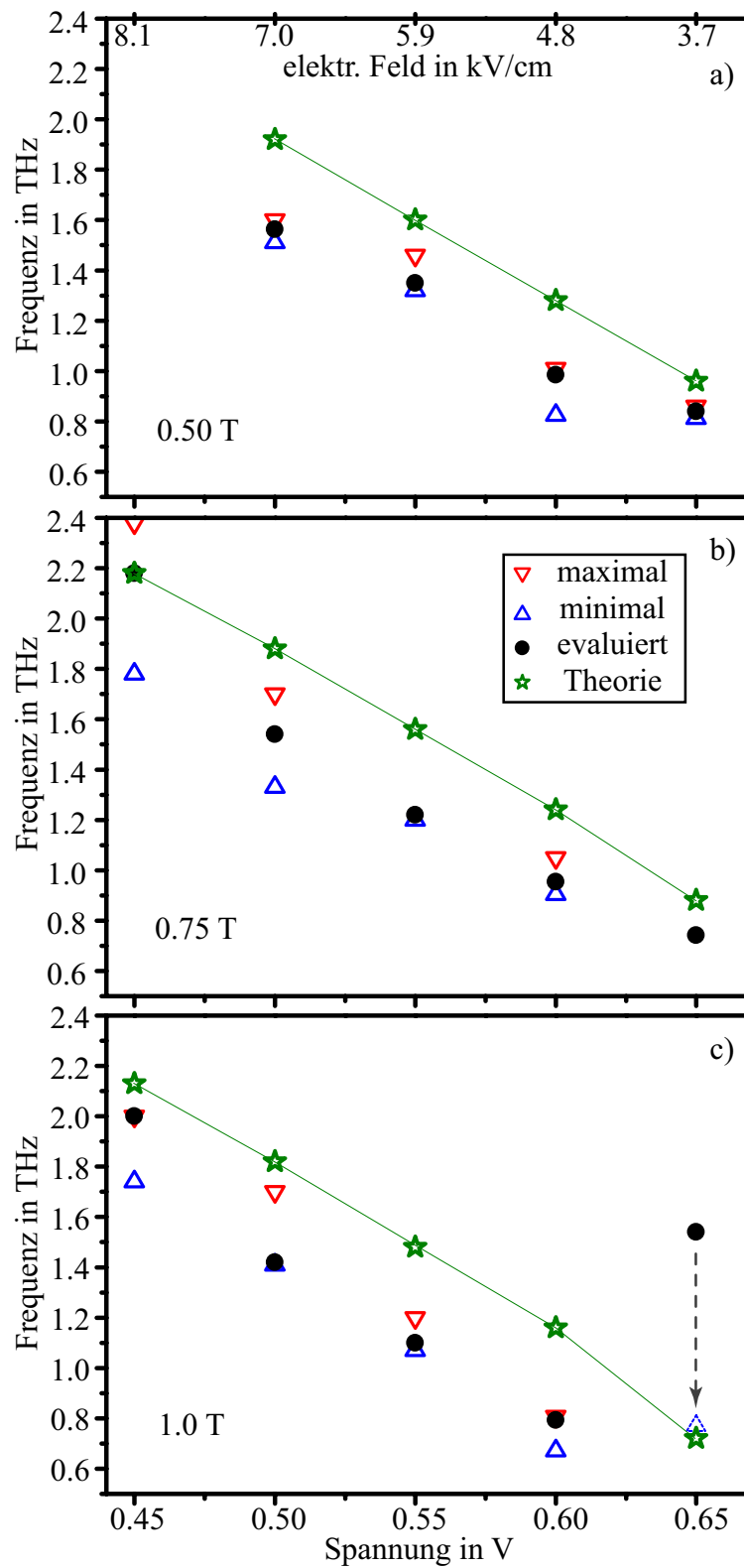


Abbildung 4.10: Vergleich zwischen experimentell und theoretisch ermittelten Frequenzen für die drei niedrigsten magn. Felder. Beim Experiment liegen die Frequenzen systematisch niedriger als theoretisch erwartet, folgen aber dem vorhergesagten Trend.

4.4 Diskussion

Sofern dies nicht schon an entsprechender Stelle geschehen ist, sollen hier einige experimentelle Befunde der vorangegangenen zwei Abschnitte noch einmal aufgegriffen und diskutiert werden.

4.4.1 Dephasierung und Signalstärke

Die Dephasierungszeit τ im Magneto-Bloch-Regime bei kleinen magnetischen (0.5 T) und moderaten elektrischen Feldstärken (5.9 kV/cm, 0.55 V) beträgt etwa 1 ps und stimmt gut mit experimentellen Erfahrungen bei reinen Bloch-Oszillationen für geringe Anregungsdichten überein. Sie untermauert auch, dass Ladungsträger-Ladungsträger-Streuung bei den hier gewählten Dichten ($\approx 7 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-2}$ /Periode) keine Rolle spielt. So ergaben systematische Untersuchungen an Bloch-Oszillationen bei Variation der Anregungsdichte [11, 135] in guter Näherung einen linearen Zusammenhang zwischen Anregungsdichte n und Dephasierungszeit τ . Der lineare Zusammenhang (negative Steigung) gilt dabei sowohl für einen inkohärenten Ladungshintergrund als auch für die an der kohärenten Oszillation partizipierenden Ladungen, wobei der inkohärente Anteil allerdings mit etwa doppelter Gewichtung beiträgt. Für $n \rightarrow 0$ verbleibt eine maximale Dephasierungszeit τ_0 , die zu etwa 1.1 ps bestimmt werden kann. Für die oben angesprochenen moderaten elektrischen Felder sinkt τ mit steigendem Magnetfeld von 1 ps auf rund 0.5 ps (0.55 V und 0.60 V⁶) bei 1 T ab. Wie bereits schon weiter oben erwähnt, ist dies vermutlich auf den Einfluss des in der Ebene verlaufenden Magnetfeldes auf die Dispersion in der y-Richtung (senkrecht zu \mathbf{B} und der Übergitterrichtung) zurückzuführen [73, 76, 133, 134, 136, 137]. In [73] wird für die emittierte THz-Strahlung aus asymmetrischen Doppelquantentöpfen⁷ ein Absinken der Dephasierungszeit von etwa 1.75 ps bei $B = 0$ auf 0.9 ps bei 1 T beobachtet, d. h. ebenfalls eine Verringerung um rund 50% (s. auch Abschnitt 1.4).

Im Zyklotronregime sind die Dephasierungszeiten insgesamt deutlich größer. Sie betragen je nach Magnetfeldstärke und Vorspannung maximal 2 bis 3 ps und liegen damit in dem gleichen Bereich, der von Zyklotron-Emissionsmessungen an Volumen-GaAs in Voigt-Geometrie von D. Some und A. V. Nurmikko berichtet wird [71, 72]. Abbildung 4.11 demonstriert die Langlebigkeit der Oszillationen anhand einer 5- bzw. 6 T-Messung. Ganz im Gegensatz zur Frequenz wird die Dephasierung jedoch vom elektrischen Feld beeinflusst. So wurde bereits bei der 3 T-Messung in Abbildung 4.6 (Seite

⁶0.55 V: 0.4 ps und 0.60 V: 0.5 – 0.6 ps.

⁷8.5 nm GaAs / 3 nm Al_{0.21}Ga_{0.79}As / 13 nm GaAs.

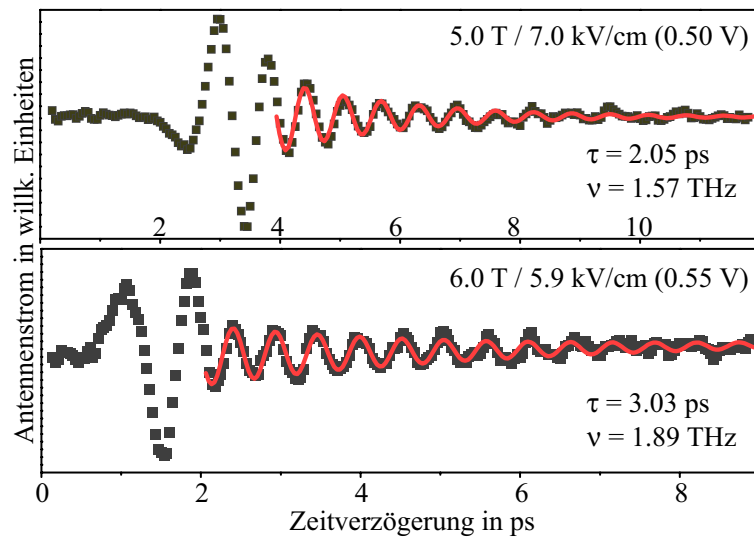


Abbildung 4.11: Bei großen Magnetfeldern betragen die Dephasierungszeiten 2–3 ps.

108) eine zunehmende Dephasierung bei Annäherung an den Übergang sichtbar. In abgeschwächter Form ist dieses Verhalten auch bei 4 T zu beobachten. Für sinkende elektrische Felder verringert sich die Signalamplitude und bei sehr kleinen Feldern auch die Dephasierungszeit. Abbildung 4.12 verdeutlicht dies. Sie zeigt die gemessenen THz-Transienten für ein magnetisches Feld von 5 T bei vier verschiedenen elektrischen Feldern. Die Reduzierung des Signales für verschwindende elektrische Felder wird bei der

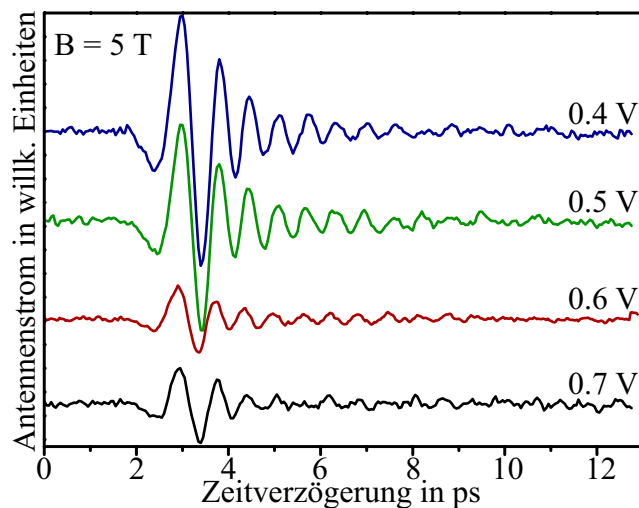


Abbildung 4.12: THz-Transienten bei einem magnetischen Feld von 5 T. Für kleine elektrische Felder (0.7 V, 2.6 kV/cm) führt die sinkende Anfangsbeschleunigung zu einer deutlichen Reduktion der Amplitude.

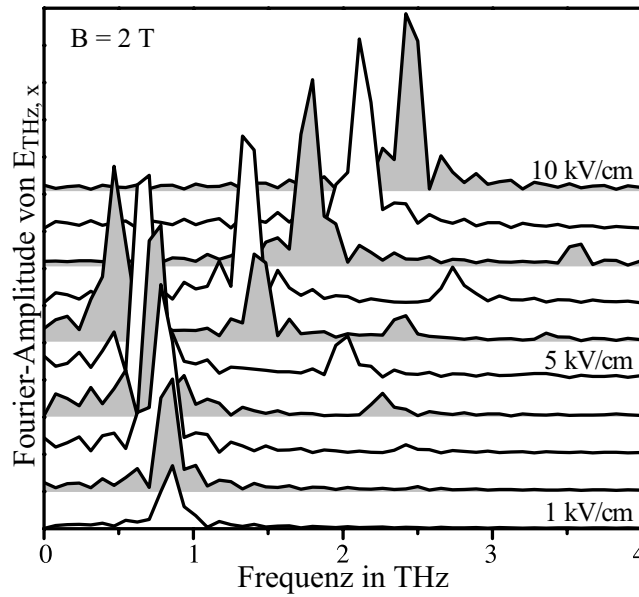


Abbildung 4.13: Abnahme der Amplitude für kleine elektrische Felder, demonstriert anhand numerischer Ergebnisse (semiklassisches Modell) bei einem Magnetfeld von 2 T.

0.7 V-Kurve besonders auffällig (Flachband: $\approx 0.82 \text{ V}$) und kann mit Hilfe des einfachen semiklassischen Ansatzes erklärt werden. Mit kleiner werdendem E-Feld sinkt nämlich die Anfangsbeschleunigung $\dot{\tilde{k}}_x(0)$ auf Null ab (Gleichung (2.25): $\dot{\tilde{k}}_x(0) = \omega_B$) und unterdrückt so die THz-Emission. Eine numerische Rechnung für einen E-Feldbereich zwischen 1 kV/cm und 10 kV/cm bei einem magnetischen Feld von 2 T bestätigt prinzipiell dieses Verhalten (Abbildung 4.13). Gemäß dem in Kapitel 2 analytisch abgeleiteten Amplitudenverhalten im Zyklotronregime (vgl. Tabelle 2.1, Seite 63) erwartet man einen linearen Zusammenhang zwischen THz-Amplitude und elektrischem Feld.

Für die beschleunigte Dephasierung bei Annäherung an den Übergang kann, zusätzlich zu dem bisher genannten Effekt, eine Erklärung mit Hilfe des semiklassischen Modells gegeben werden. Es handelt sich um die erhöhte Wahrscheinlichkeit einer LO-Phonon Emission, wie sie in Kapitel 2 bereits angesprochen wurde. Bei der Betrachtung des semiklassischen Modells stellt sich heraus, dass die Trajektorien in der Umgebung des Übergangs die größten Maximalenergien aufweisen. Diese überschreiten stellenweise die für eine Dephasierung relevante LO-Phononschwelle deutlich. LO-Phonon Emission ist zusammen mit der Ladungsträger-Ladungsträger-Streuung der wichtigste Dephasierungsmechanismus von Bloch-Oszillationen. (LO-Phononen koppeln an das Dipolmoment der Bloch-Oszillation und weisen entsprechend kurze Emissionszeiten in der Größenordnung von wenigen 100 fs auf.) In GaAs beträgt die LO-Phononenergie etwa 37 meV. Abbildung 4.14 zeigt den Feldbereich für den die semiklassischen Trajektorien

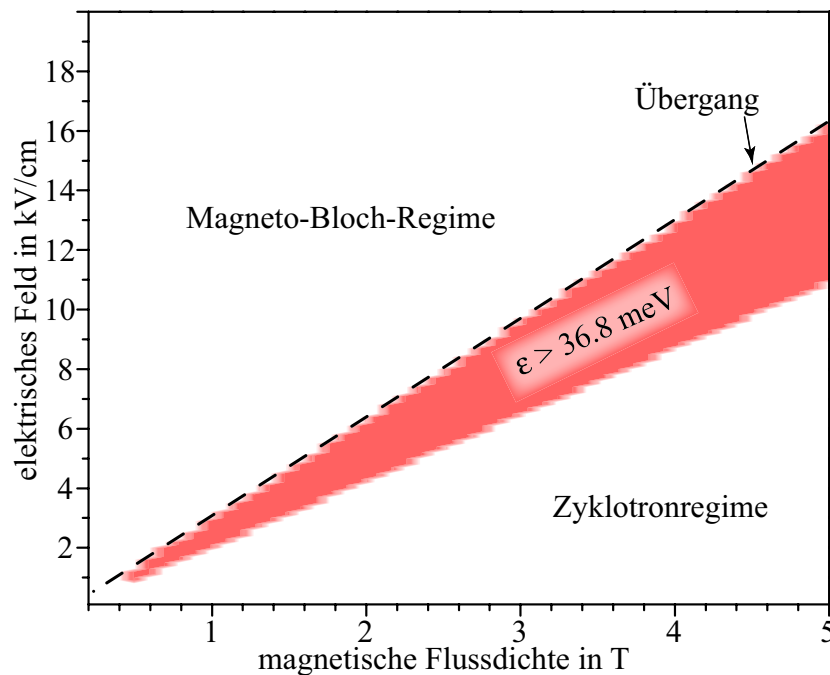


Abbildung 4.14: Die markierte Fläche zeigt Feldbereiche an, für die die semiklassischen Trajektorien Energiewerte oberhalb der LO-Phononenergie aufweisen. Der Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotronregime ist durch die unterbrochene Linie gekennzeichnet.

diesen Energiewert überschreiten. Der Übergang zwischen Magneto-Bloch-Regime und Zyklotronregime ist durch die gestrichelte Linie angezeigt. Man erkennt, dass praktisch im gesamten Magneto-Bloch-Regime die Energie unterhalb der Phononenergie liegt. Das ist relativ einfach einzusehen, wenn man sich klar macht, dass die maximale Energie, die im Magneto-Bloch-Regime erreicht werden kann, der Trajektorie am Übergang selbst zuzuordnen ist. Die beiden Abbildungen 2.10 und 2.11 (Kapitel 2, Seite 74) zeigen die Ursache. Der Energiebeitrag in Übergitterrichtung kann die Minibandbreite ($\Delta = 20 \text{ meV}$) nicht übersteigen. Die zusätzliche Energie kommt daher aus der Bewegung in y-Richtung, die durch die Ablenkung der Ladungsträger vom Magnetfeld verursacht wird. Bei konstantem elektrischen Feld führt eine Reduktion des magnetischen Feldes zu einer Annäherung der Trajektorie an die (nur in Übergitterrichtung verlaufende) Trajektorie der reinen Bloch-Oszillation, die die geringste Energie im Magneto-Bloch-Regime besitzt. Am Übergang selbst lässt sich die Gesamtenergie ε_T leicht berechnen. Für die stationäre Lösung gilt gemäß Gleichung (2.15) (Seite 50): $\tilde{k}_x = \pi$ und $\tilde{k}_y = -\omega_B/\omega_C^*$. Setzt man diese Werte in die Übergitterdispersion (2.3) ein, erhält

man den Zusammenhang

$$\varepsilon_T = \Delta + \frac{\hbar^2}{2m^*d^2} \frac{\omega_B^2}{\omega_C^{*2}} = \Delta + \frac{\hbar^2}{2m^*d^2} \frac{4\omega_C^2}{\omega_C^{*2}} = \Delta + 4 \frac{\hbar^2}{2m^*d^2} \frac{m^*}{m_x} = \Delta + \underbrace{\frac{2\hbar^2}{m_x d^2}}_{=\Delta} = 2\Delta.$$

Dabei wurde ausgenutzt, dass am Übergang $\omega_B = 2\omega_C$ ist. ε_T ergibt sich demnach als doppelte Minibandbreite und beträgt daher 40 meV. Aus diesem Grund sollte schon ein geringer Abstand vom Übergang zu einer Energie führen, die unterhalb der Phononenschwelle liegt. Im Zyklotronregime dagegen weisen Trajektorien eines ganzen Bereichs um den Übergang Energien oberhalb der LO-Phononenergie auf.

Auch wenn eine gewisse Vorsicht bei der Interpretation eines so einfachen Modells nötig ist, so zeigt die Abschätzung doch, dass ein möglicher Grund für die verstärkte Dephasierung der Signale bei Annäherung an das Magneto-Bloch-Regime durch LO-Phononemission bedingt sein kann. Hierzu ist noch kritisch anzumerken, dass für Minibandbreiten deutlich größer als die LO-Phononschwelle theoretisch mit einer verstärkten Dephasierung der Bloch-Oszillationen zu rechnen ist, was experimentell in Vierwellenmischexperimenten bestätigt wurde [138]. Im semiklassischen Bild bedeutet dies für ein am Minibandboden generiertes Wellenpaket, das aufgrund des Beschleunigungstheorems die Phononschwelle überschreitet, dass eine verstärkte Relaxation über Phononemission zu erwarten ist. Gleiches gilt im semiklassischen Bild für eine Generation des Wellenpaketes mit entsprechender Überschussenergie [139]. Experimente von Wolter et al. zeigen jedoch, dass die kohärente Signatur der Bloch-Oszillationen im Vergleich zur Relaxation der Population langsamer dephasiert [48, 50, 51]. Dies wurde schon in früheren Arbeiten durch Abschätzung der LO-Phononemissionszeiten vermutet [94, 140]. Diskutiert wird diesbezüglich, inwieweit die Relaxation senkrecht zur Übergitterrichtung die kohärente Dynamik der Intrabandpolarisation unbeeinflusst lässt [141, 142], wobei hier die durch das Magnetfeld vermittelte Kopplung zwischen x- und y-Richtung natürlich nicht vorhanden ist. Einen Hinweis darauf, dass auch bei den hier vorgestellten Experimenten ein qualitativer Unterschied zwischen Intraband- und Interbandpolarisation zu erwarten ist, erhält man auch anhand der in Abschnitt 4.4.3 (Seite 125) vorgestellten cw-Fotostrommessungen. Diese belegen eine deutliche Verbreiterung der Interbandübergänge bei hohen Magnetfeldern (hier 4 T) und würden normalerweise eine verstärkte Dephasierung erwarten lassen. Statt dessen zeigen sich in den zeitaufgelösten Messungen bei diesem Magnetfeld die am längsten anhaltenden Oszillationen.

Ein zusätzlicher Effekt, auf den im Rahmen dieser Diskussion hingewiesen werden soll und der in beiden Regimes gleichermaßen relevant sein kann, hängt nicht mit der Physik der Quanteninterferenzen selbst zusammen, sondern ist messtechnisch bedingt

und betrifft die spektrale Empfindlichkeit des THz-Messaufbaus. Die Sensitivitätskurve (vgl. Abbildung 3.3, Seite 93) macht deutlich, weshalb bei Magnetfeldern oberhalb von 6 T das Signal-zu-Rausch-Verhältnis merklich absinkt. So können bei 7 T (entspricht 2.2 THz) nur noch wenige und stärker verrauschte, bei 8 T (entspricht 2.53 THz) dagegen überhaupt keine Oszillationen mehr gemessen werden. Noch bedeutender ist jedoch die Region in der Nähe des Übergangs. Neben der steigenden Dephasierung sinkt hier die Frequenz (gemäß dem semiklassischen Modell) auf Null ab, so dass die abnehmende Empfindlichkeit der Messapparatur zu kleineren Frequenzen hin die Detektion des emittierten Feldes zusätzlich erschwert, wenn nicht gänzlich verhindert.

4.4.2 Einfluss von Coulomb-Wechselwirkung

In einem vorherigen Abschnitt wurde bereits darauf hingewiesen, dass der Übergang vom Magneto-Bloch-Regime zum Zyklotronregime nicht so stark von den äußeren Feldern abhängt wie vom semiklassischen Modell vorhergesagt. Diese Aussage stützt sich vor allem auf die Auswertung der beiden Messungen zu den größten elektrischen Feldstärken von 8.1 kV/cm und 7.0 kV/cm, deren Übergang bei 2.2 T bzw. 2.5 T zu erwarten ist. Berücksichtigt man die Abweichung der Dispersionsrelation von der exakten Kosinusform, wie sie in Abschnitt 1.2.3 diskutiert und experimentell durch das Ausmessen der effektiven Masse am Minibandboden m_x belegt wurde, so wird der Effekt noch deutlicher. Der Übergang für die beiden elektrischen Felder sollte dann bei 3 T bzw. 2.6 T stattfinden, was etwa 2.7 kV/cm pro T entspricht⁸.

Die Abweichung zwischen Rechnung und Messung ist dabei vermutlich auf die Vernachlässigung des Einflusses von Coulomb-Effekten zurückzuführen. Zwar wurde diesen Aspekt betreffend keine weitergehende Modellierung durchgeführt, jedoch lassen sich zumindest Vermutungen anstellen, weshalb sich Coulomb-Effekte gerade in der Nähe des Übergangs auswirken sollten. So ist der Übergang dadurch charakterisiert, dass sich hier die elektrische und die magnetische Komponente der Lorentz-Kraft auf den Ladungsträger gerade aufheben. Nach einer Anfangsbeschleunigung driftet der Ladungsträger lediglich mit v_y in y-Richtung. Die Wirkung des äußeren elektrischen Feldes ist durch die magnetische Komponente der Lorentz-Kraft kompensiert, wobei die anfänglich in Übergitterrichtung beschleunigten Elektronen und die lokalisierten Löcher räumlich voneinander getrennt sind. Die Effekte der Coulomb-Kräfte zwischen den La-

⁸Zur Berechnung wurde die Dispersionsrelation unter Berücksichtigung der Massenunterschiede zwischen Barrieren- und Topfmaterial ermittelt (Kronig-Penney). Anschließend wurde die Dispersion in einer Kosinusreihe entwickelt, durch die führenden drei Terme (der 4. Term macht weniger als 1% aus) ausgedrückt und in der Differentialgleichung (2.74) entsprechend berücksichtigt.

dungsträgern sollten daher sichtbarer werden, und ihr Einfluss auf die experimentellen Daten sollte deutlicher hervortreten.

Ein weiteres Beispiel, das auf den Einfluss von Coulomb-Wechselwirkungen hindeutet, ist die systematische Absenkung der Frequenzen im Magneto-Bloch-Regime um etwa $0.3 - 0.4$ THz im Vergleich zu den Ergebnissen des einfachen semiklassischen Modells (Abbildung 4.10). Wie in Abschnitt 2.4 (Seite 82) dargelegt, erfordert die Berücksichtigung des durch die Ladungsträgertrennung induzierten elektrischen Feldes, sowie des effektiven Elektron-Loch-Potentials, dass bei der Berechnung der Oszillationsfrequenz im Magneto-Bloch-Regime die Zyklotronfrequenz ω_C durch die zusammengesetzte Frequenz Ω ersetzt wird (Gleichung (2.80)). Es gilt

$$\omega_{\text{MB}} = \omega_B - \frac{\Omega^2}{\omega_B}, \quad \text{mit} \quad \Omega^2 = \omega_C^2 + \omega_{\text{P}\parallel}^2 + \omega_0^2.$$

Sowohl die Ankopplung an kollektive Magneto-Plasmaoszillationen ($\omega_{\text{P}\parallel}$) als auch die Berücksichtigung des exzitonischen Charakters der Elektron-Loch Paare (ω_0) bedingt eine Absenkung der Frequenz im Verhältnis zum einfachen semiklassischen Modell, das eine Frequenz gemäß Gleichung (2.45)

$$\omega_{\text{MB}} = \omega_B - \frac{\omega_C^2}{\omega_B}$$

vorhersagt. Der Einfluss durch die Plasmafrequenz ist dabei, wie schon des öfteren erwähnt, gering. Ausgehend von einer abgeschätzten Anregungsdichte von $6 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ergibt sich $\omega_{\text{P}\parallel} = 2\pi \times 0.18$ THz. Beispielfhaft sei hier ein elektrisches Feld von 5.9 kV/cm (entspricht 0.55 V -Messung) betrachtet. Hierfür ergibt sich die Bloch-Frequenz $\omega_B = eEd/\hbar$ zu $2\pi \times 1.63$ THz und damit

$$\omega_{\text{P}\parallel}^2/\omega_B = 2\pi \times 0.02 \text{ THz}. \quad (4.4)$$

Dieser Term geht linear mit der Dichte n . Eine zehnmal größere Anregungsdichte würde die Magneto-Bloch-Frequenz daher um etwa 0.2 THz absenken.

Für den durch die exzitonische Wechselwirkung verursachten Term ω_0^2/ω_B folgt dagegen mit $\omega_0 = \sqrt{\beta e^2/m_x a_B^3 \epsilon \epsilon_0} = 2\pi \times 0.66$ THz

$$\omega_0^2/\omega_B = 2\pi \times 0.27 \text{ THz}. \quad (4.5)$$

Dabei wurde die dimensionslose Größe β in Übereinstimmung mit experimentellen Befunden ([79], siehe auch Seite 83) mit $\beta = 0.1/4\pi$ angenommen. Der Bohr-Radius a_B entspricht 10 nm . Weiterhin wurde $\epsilon = 12.8$ und $m_x = 0.115 m_0$ verwendet.

Insgesamt kann die Absenkung der beobachteten Frequenz im Vergleich zum einfachen semiklassischen Modell um etwa 0.3 THz also mit dem Einfluss von Coulomb-Effekten

erklärt werden. Dagegen bleibt die Frage offen, ob auch die verschwindende Abhängigkeit der Oszillationsfrequenz vom elektrischen Feld im Zyklotronregime auf Coulomb-Wechselwirkungen zurückzuführen sein könnte.

4.4.3 Interbandübergänge (Fotostrommessungen)

Im Zuge der Diskussion um LO-Phononemissionen wurde bereits angesprochen, dass bei der Betrachtung des Dephasierungsverhaltens der Unterschied zwischen Interband- und Intrabandpolarisation von Bedeutung ist. Interessanterweise wird dieser Unterschied bei einem zusätzlichen Magnetfeld senkrecht zur Übergitterrichtung im Vergleich zum magnetfeldfreien Fall besonders deutlich. Mit Hilfe von Fotostrommessungen (s. Kapitel 3, Abbildung 3.4) lassen sich die Interbandübergänge der Wannier-Stark-Leiter im magnetischen Feld sichtbar machen. Experimentelle Arbeiten von Alexandrou et al. [143, 144], die ebenfalls Übergitter in gekreuzten magnetischen und elektrischen Feldern (Voigt-Geometrie) mittels Fotostromspektroskopie untersuchten, zeigen dabei qualitativ die gleichen Ergebnisse wie die hier im Folgenden vorgestellten Messungen⁹.

In Abbildung 4.15 sind drei Fotostromspektren der Übergitterprobe für verschiedene magnetische Feldstärken dargestellt. Im linken Teil der Figur ist die vom elektrischen Feld abhängige Wannier-Stark-Aufspaltung ohne magnetisches Feld gezeigt. Der mittlere und der rechte Teil der Abbildung gehören dagegen zu den magnetischen Feldstärken 1 T bzw. 4 T.

Anhand der Spektren für $B = 0$ lassen sich die relevanten Übergänge der Wannier-Stark-Leiter identifizieren. Die beiden unteren Kurven (0.7 V und 0.65 V), d. h. die Messungen zu den kleinsten elektrischen Feldern, zeigen keine Abhängigkeit vom angelegten Feld und lassen sich dem Minibandbereich zuordnen. Sie werden im Folgenden nicht weiter diskutiert. Bei geringeren Vorspannungen ab 0.6 V ist dagegen ein deutliches Schieben einiger Übergänge mit dem elektrischen Feld beobachtbar (Wannier-Stark-Bereich). Der räumlich direkte Schwerloch-Elektron-Übergang befindet sich bei etwa 1.545 eV und ist durch seine vom elektrischen Feld nahezu unabhängige Übergangsenergie gekennzeichnet. Für die Spannungen 0.55 – 0.45 V lässt sich der um etwa 5 meV abgesenkte und zu niedrigeren Energien schiebende, erste räumlich indirekte Wannier-Stark-Übergang beobachten (sog. hh-1-Übergang). Seine Oszillatorstärke steigt mit wachsendem E-Feld an. Der hh-2-Übergang findet sich bei noch geringeren Energien und seine Oszillatorstärke verschwindet mit zunehmendem elektrischen

⁹Theoretische Rechnungen zu Interbandübergängen für relativ große magnetische Feldstärken sind in [145] zu finden.

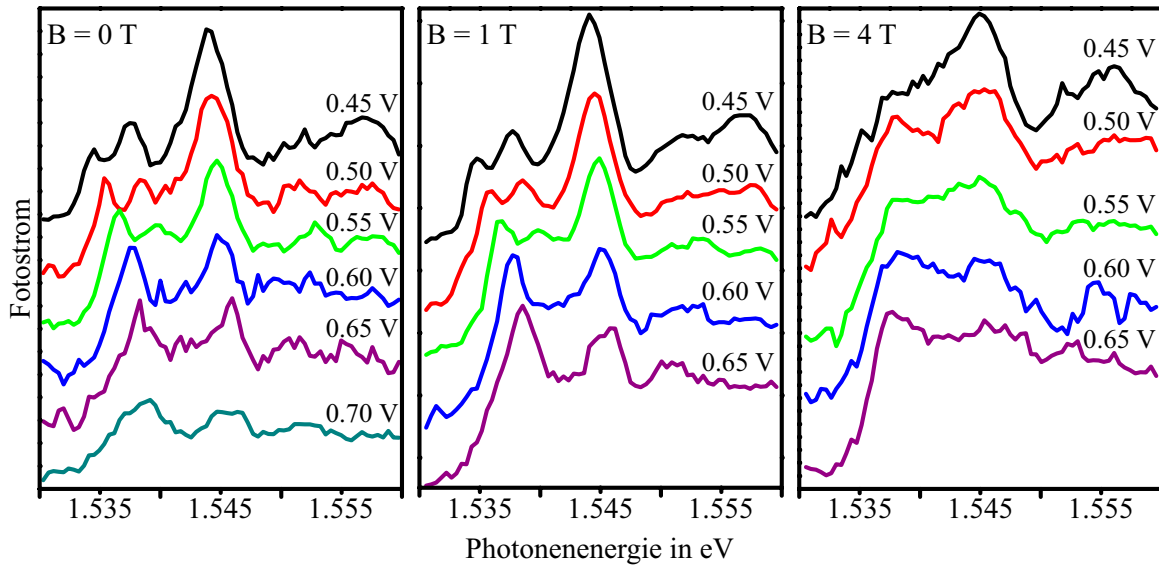


Abbildung 4.15: Fotostromspektren der untersuchten Übergitterprobe für verschiedene Magnetfeldstärken. Das relativ hohe Rauschniveau wird durch die geringe intrinsische Schichtdicke verursacht, die geringer als die Absorptionslänge ist und einen großen Dunkelstrom mit sich bringt.

Feld. Für die Spannung 0.60 V ist er dagegen deutlich ausgeprägter sichtbar als der hh-1-Übergang, der hier aufgrund des Messrauschens nur schwer zu erkennen ist¹⁰. Das insgesamt relativ hohe Rauschniveau der Messungen im Vergleich zu Messungen an Proben mit ansonsten identischer Übergitterstruktur [123, 124] ist durch fehlende intrinsische Pufferschichten zu erklären, die bei den Proben der zitierten Arbeiten unter dem Übergitter vorhanden waren. Die größere intrinsische Schichtdicke ($\approx 1 \mu\text{m}$) reduziert den Dunkelstrom und damit das Rauschen in den Messungen.

Der spektrale Abstand des hh0- zum hh-1-Übergang beträgt bei 0 T und 0.55 V (0.50 V bzw. 0.45 V) etwa 5.1 meV (5.94 meV bzw. 6.35 meV), was einer Frequenz von 1.23 THz (1.44 THz bzw. 1.54 THz) entspricht. Bei der Auswertung der 1 T-Messung ergeben sich praktisch die gleichen Werte. (Die Schrittweite bei den Fotostrommessungen beträgt 0.42 meV, was etwa 100 GHz entspricht und bereits unter dem Auflösungsvermögen der Apparatur von 0.78 meV liegt.) Dabei ist zu bedenken, dass aufgrund des semiklassischen Modells auch nur eine im Vergleich zum Auflösungsvermögen verschwindende Absenkung zu erwarten ist. Schätzt man diese mit Hilfe der Gleichung $\nu_{\text{MB}} = \nu_{\text{B}} - \nu_{\text{C}}^2 / \nu_{\text{B}}$ ab, so ergibt sich für eine Bloch-Frequenz von 1.5 THz der Frequenzunterschied $\Delta\nu_{\text{MB}}$

¹⁰Die Kurven wurden mit unterschiedlichen Messzeiten aufgenommen und weisen daher verschiedene Signal-zu-Rausch-Verhältnisse auf.

zwischen 0 T und 1 T ($\nu_C = 0.316 \text{ THz/T} \times B$) zu etwa 0.066 THz, was rund 0.27 meV entspricht und aus den gezeigten Daten nicht abgelesen werden kann. In den zeitaufgelösten Messungen variieren die Frequenzen dagegen um etwa 0.2 THz (entspricht 0.83 meV) und bleiben damit praktisch immer noch unauflösbar. So sinkt die Frequenz für die 0.55 V-Messung beispielsweise von 1.35 THz bei 0.5 T auf 1.14 THz bei 1 T ab. (Bei 0.75 T beträgt die Frequenz 1.22 THz.) Insgesamt passen die Frequenzen gut zu der aus den Fotostromdaten für diese Spannung ermittelten 1.23 THz (s. oben). Die Situation für die 0.5 V-Messung stellt sich ähnlich dar. Die aus den zeitaufgelösten Messungen ermittelten Frequenzen liegen hier zwischen 1.54 THz und 1.39 THz, die Abschätzung aus dem Fotostromspektrum ergibt 1.44 THz.

Bemerkenswert erscheint allerdings die zunehmende Verbreiterung der Übergänge in den Spektren mit steigendem Magnetfeld. So präsentiert sich das 4 T-Spektrum (rechts) bei 0.55 V nahezu strukturlos. Auch bei den übrigen Spannungen sind nur zwei stark verbreiterte Übergänge zu erkennen. Diese Tendenz wird mit steigendem Magnetfeld noch ausgeprägter. Bei 5 T (nicht gezeigt) ist für keine der gewählten Spannungen ein deutliches Maximum identifizierbar. Dieses Verhalten wird auch in [143, 144] für Messungen in derselben Feldgeometrie beschrieben. Bei noch größeren magnetischen Feldern gewinnen die Kurven wieder Struktur und die Übergänge schieben mit steigendem B-Feld zu höheren Energien. Während demnach aufgrund einer Verbreiterung der Interbandübergänge eine sinkende Dephasierungszeit zu erwarten wäre, belegen die zeitaufgelösten Messungen des emittierten elektrischen Feldes eine deutliche Steigerung von τ (Abbildung 4.11) und unterstreichen so den Unterschied zwischen Intra- und Interbandpolarisation.¹¹ Diese Diskrepanz wird auch Gegenstand zukünftiger Untersuchungen in Kooperation mit Theoretikern sein.

4.4.4 Abschließende Bewertung

Insgesamt lassen sich die wesentlichen experimentellen Befunde der zeitaufgelösten Messungen mit den Aussagen des einfachen semiklassischen Modells erklären. Sie bestätigen damit die Existenz eines oszillatorischen, kohärenten Hall-Stromes, dessen Frequenzabhängigkeit von den externen Feldern sich in zwei scharf voneinander abgegrenzte Bereiche unterteilen lässt.

¹¹Mittels einer numerischen Anpassung zwischen 1.535 eV und 1.55 eV der 0.5 V-Spektren an drei Lorentz-Peaks lässt sich die Breite der Übergänge und damit die (Interband)-Dephasierungszeit abschätzen. Sie ergibt sich für die 0 T- bzw. die 1 T-Messung zu rund 0.4 ps; für das 4 T-Spektrum ermittelt man einen Wert von ca. 0.25 ps. Die zeitaufgelösten Messungen ergeben für das hohe Magnetfeld bei 4 T dagegen eine Dephasierungszeit von etwa 3 ps.

Im Falle der zyklotronartigen Bewegung bleibt der Ladungsträgerwellenvektor in Übergitterrichtung k_x innerhalb der ersten Mini-Brillouin-Zone beschränkt und spiegelt auf diese Weise den Volumen-Charakter des Materials, gekennzeichnet durch eine konstante (anisotrope) Masse, wider. Der Übergang zur Bloch-oszillationsartigen Bewegung ist durch das Überschreiten der ersten Mini-Brillouin-Zonengrenze gekennzeichnet. Die zeitliche Entwicklung des Wellenvektors k_x ist zwar weiterhin periodisch moduliert, wächst allerdings im Wesentlichen monoton an. Das Wellenpaket durchläuft daher – wie bei einer Bloch-Oszillation – innerhalb einer Periode die gesamte Mini-Brillouin-Zone. Dabei ist der periodische Verlauf der Dispersion Ausdruck des Wellencharakters der Ladungsträger und kennzeichnend für die Periodizität des Festkörpergitters. Anzumerken ist, dass der Übergang zwischen den beiden Regimes einzig durch das Überwinden der Mini-Brillouin-Zonengrenze gekennzeichnet ist, und nicht etwa gleichzeitig eine Einschnürung der Bewegung im Ortsraum auf eine einzige Übergitterperiode bedeutet. Die für die räumliche Ausdehnung charakteristische magnetische Länge λ_M ist (genau wie der kleinste semiklassische Radius r_c der Zyklotronkreisbahn) durch $\lambda_M = \sqrt{\hbar/eB}$ gegeben und nur von der magnetischen Feldstärke B abhängig. Sie ergibt sich zu $\lambda_M = 25.7 \text{ nm T}^{1/2} \cdot B^{-1/2}$ und erreicht damit die Größenordnung eines Übergitterquantentopfes erst bei etwa 7 T.

Qualitativ und quantitativ stimmt die Feldabhängigkeit der experimentell ermittelten Frequenzen (in Grenzen auch der Amplituden) mit denen des vorgestellten semiklassischen Modells überein. Die im Magneto-Bloch-Regime auffällige systematische Absenkung der experimentellen Frequenzen lässt sich dabei mit dem Einfluss von Coulomb-Effekten erklären. Mit Hilfe der Frequenzabhängigkeit vom magnetischen Feld im Zyklotronregime lässt sich die effektive Minibandbodenmasse bestimmen, die in sehr guter Näherung mit theoretischen und experimentellen Ergebnissen anderer Arbeiten übereinstimmt. Sie liegt deutlich über dem Wert, der für eine kosinusförmige Dispersion des Übergitters zu erwarten ist und belegt so deren Abweichung von der einfachen Kosinusform.

Das Dephasierungsverhalten der emittierten THz-Strahlung, das keine charakteristische Eigenschaft des kohärenten Hall-Effekts offenbart, wird in dem hier vorgestellten Modell nicht erfasst. Dennoch lassen sich aus den experimentellen Daten einige Abhängigkeiten ersehen. So fällt sowohl im Zyklotronregime als auch im Magneto-Bloch-Regime bei Annäherung an den Übergang eine verstärkte Dephasierung auf, deren mögliche Ursachen hier diskutiert wurden. Woher dagegen der offenkundige Unterschied der Dephasierungszeiten zwischen den beiden Bewegungsregimes kommt, bleibt ungeklärt. Dabei liegen für die jeweiligen Extremfälle der Bewegung (Volumenmaterial im Magnetfeld

(Zyklotron), sowie für Übergitter ohne Magnetfeld (Bloch-Oszillation)) experimentelle Bestätigungen der hier ermittelten Zeiten durch andere Arbeiten vor.

Mit dem experimentellen Nachweis des kohärenten Hall-Effektes eröffnen sich neue und interessante Möglichkeiten für weiterführende Untersuchungen. So wird in [146] darauf hingewiesen, dass für E- und B-Felder, die nicht senkrecht aufeinander stehen, sondern einen Winkel zwischen 0° und 90° einschließen, in bestimmten Parameterbereichen chaotische Trajektorien der Elektronen zu erwarten sind. Dabei erwartet man, sobald Zyklotron- und Bloch-Frequenz kommensurabel sind (inkl. eines winkelabhängigen Faktors), eine resonante Überhöhung des Stromes in Übergitterrichtung. Ein ganz anderer Effekt wird in [85] erwähnt. Für kleine magnetische Felder¹² (oberhalb eines kritischen Feldes) sollte die Amplitude des kohärenten Hall-Stromes in x-Richtung, bedingt durch die magnetische Flussquantisierung in der Halbleiterübergitterschicht, in Abhängigkeit von B gemäß einem Fraunhoferschen Beugungsmuster moduliert sein¹³. Der Effekt könnte dabei auch in einer experimentell leichter zu realisierenden 45° -Reflexionsgeometrie mit $\angle(\mathbf{E}, \mathbf{B}) = 45^\circ$ untersucht werden.

¹²Frequenz des Hall-Stromes klein gegen die Zyklotronfrequenz der Metallelektroden, die das Übergitter kontaktieren.

¹³Für eine rechteckige Übergitterschicht. $\bar{V}_x^{\max}(B)/\bar{V}_x^{\max}(0) = |\text{sinc}(\pi\Phi_d/\Phi_0)|$, mit Φ_d = Fluss durch eine Übergitterperiode der Breite d ; $\Phi_0 = \frac{h}{e} =$ Flussquant eines einzelnen Elektrons. Für $\Phi_d = n\Phi_0$ ($n =$ ganze Zahl) sollte die mittlere Geschwindigkeit \bar{V}_x und damit der Strom verschwinden.

Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird experimentell ein oszillatorischer Hall-Strom nachgewiesen, der sich in einem impulsiv optisch angeregten Halbleiterübergitter ausbildet, sobald sich dieses in einem statischen magnetischen Feld und einem dazu senkrechten statischen elektrischen Feld befindet.

Das Übergitter dient dabei als Modellsystem für ein dreidimensionales Material und ermöglicht die Beobachtung eines unter dem Begriff „kohärenter Hall-Effekt“ zusammengefassten Bewegungsverhaltens der Ladungsträger, das durch eine charakteristische Frequenzabhängigkeit des oszillatorischen Hall-Stromes von den äußeren Feldern gekennzeichnet ist. Dabei wird in der vorliegenden Arbeit das spezielle Bewegungsverhalten mit Hilfe eines semiklassischen Modells hergeleitet und diskutiert. Die zentrale Aussage des Modells ist die Existenz zweier scharf voneinander abgegrenzter Bewegungsregimes, die sich durch eine entgegengesetzte Feldabhängigkeit der Oszillationsfrequenz auszeichnen. Am Übergang zwischen diesen beiden Regimes werden alle Oszillationen aufgrund einer gegen Null gehenden Frequenz unterdrückt. Dabei lässt sich im Gegensatz zum Ortsraum der Übergang zwischen den beiden Bewegungsregimes im k -Raum einfach klarmachen. Er wird durch die Überwindung der Mini-Brillouin-Zonengrenze durch das Ladungsträgerwellenpaket markiert und bestimmt, ob die Bewegungsform Bloch-oszillationsartig oder zyklotronartig ist.

Der experimentelle Nachweis des kohärenten Hall-Effektes wird durch die Anwendung einer berührungsfreien optoelektronischen Technik ermöglicht, mit deren Hilfe das emittierte elektrische Feld der kohärenten, transienten Hall-Ströme zeitaufgelöst detektiert werden kann. Da diese Technik die Messung frei propagierender Strahlung im THz-Frequenzbereich gestattet, bezeichnet man die Methode als THz-Emissionsspektroskopie.

Im Gegensatz zum klassischen Hall-Effekt stellt sich der kohärente Hall-Effekt als Manifestation der Wellennatur der Ladungsträger dar, die sich im Festkörper durch eine periodische Dispersionsrelation äußert. Erst die kohärente Präparation eines Ladungsträgerensembles ermöglicht dabei die Beobachtung der mikroskopischen Vorgänge in

Form einer transienten Bewegung, die, bedingt durch ultraschnelle Streuprozesse, auf kurzen Zeitskalen von etwa 1 ps dephasiert. Die Kohärenz wird dem System dabei mittels eines kurzen Laserpulses von etwa 100 fs Dauer aufgeprägt, mit dessen Hilfe die Ladungsträger im Übergitter optisch generiert werden. Diese Vorgehensweise ist mit der experimentellen Untersuchung von Bloch-Oszillationen vergleichbar, die ebenfalls erst durch die kohärente Präparation der Ladungsträger messbar werden. Die inkohärente Bewegung der Ladungsträger in einem Kristall unter dem Einfluss eines konstanten elektrischen Feldes wird bekanntermaßen durch das Ohmsche Gesetz beschrieben – analog etwa der Beschreibung der Hall-Spannung beim klassischen Hall-Effekt.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit gelingt der erste Nachweis des beschriebenen kohärenten Effektes und damit der Beleg, dass es auch in dreidimensionalen Halbleitern, hier repräsentiert durch ein Übergitter, möglich ist, kohärente Signaturen des Hall-Effektes zu beobachten. Im Gegensatz zu speziellen zweidimensionalen Strukturen, wie sie beim integralen und fraktionalen Quanten-Hall-Effekt verwendet werden, ist dies hier aufgrund des größeren Zustandsraumes und der dadurch bedeutenderen Dephasierungsprozesse nur auf sehr kurzen Zeitskalen realisierbar.

Anhang

Bezeichnungen

$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$	Einheitsvektoren in x, y bzw. z -Richtung.
x, y, z	Ortskoordinaten.
\mathbf{r}	Ortsvektor.
\mathbf{v}	Geschwindigkeitsvektor $\dot{\mathbf{r}}$.
$\mathbf{k}, \tilde{\mathbf{k}}$	Wellenvektor und dimensionsloser Wellenvektor ($\tilde{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/d$).
\mathbf{E}	Elektrisches Feld.
\mathbf{B}	Magnetische Flussdichte. (Siehe Anmerkungen!)
E_n, ε	(Diskrete) Energie.
W	Mechanische Energie.
V	Potential.
q	Ladung.
e	Elementarladung.
ϵ_0, ϵ	Dielektrizitätskonstante des freien Raumes, dielektrische Funktion.
h, \hbar	Plancksches Wirkungsquantum ($\hbar = h/2\pi$).
m_0	Ruhemasse des freien Elektrons.
m^*	Effektive Masse von Volumen-GaAs.
m_x	Effektive Masse am Boden des Minibandes in Übergitterrichtung.
m_e, m_h	Effektive Masse von Elektron bzw. Loch.
m_{lh}, m_{hh}	Effektive Masse von Leicht- bzw. Schwerloch.
n	Anregungsdichte.
Δ	Minibandbreite des Übergitters.
d	Länge einer Übergitterperiode.
λ, λ_M	Lokalisierungslänge, magnetische Länge.
L	Räumliche Amplitude der Bloch-Oszillation.
ν, ω	Allgemein Frequenzen bzw. Kreisfrequenzen.
$\omega_B, \omega_C, \omega_P$	Blochfrequenz, Zyklotronfrequenz, Plasmafrequenz.

Anmerkungen:

- Fettgedruckte Zeichen entsprechen einer vektoriellen Größe (z. B. \mathbf{B}). Dasselbe Zeichen in Kursivdruck aber mit normaler Zeichenstärke entspricht dagegen dem Betrag des Vektors (z. B. $|\mathbf{B}| = B$).
- Obwohl (vor allem im Grundlagenkapitel) das Zeichen E sowohl zur Kennzeichnung des Betrages des elektrischen Feldes als auch der Energie verwendet wird, sollte die jeweilige Bedeutung aufgrund des Zusammenhangs ersichtlich sein. Außerdem werden ausschließlich diskrete Energien E_n , die durch einen zusätzlichen Index n gekennzeichnet sind, mit E bezeichnet. Die Zweideutigkeit der Bezeichnung wird dabei zu Gunsten einer möglichst großen Kongruenz zu der in der Literatur gebräuchlichen Nomenklatur in Kauf genommen.
- Im Rahmen der Arbeit wird oft vom *Magnetfeld* \mathbf{B} gesprochen, obwohl \mathbf{B} eigentlich die *magnetische Flussdichte* und \mathbf{H} das magnetische Feld bezeichnet. Im Kontext dieser Arbeit ist allerdings eine weitere Unterscheidung nicht nötig, da die Permeabilität μ der untersuchten Halbleiter in guter Näherung Eins ist. Es gilt daher $\mathbf{B} \approx \mu_0 \mathbf{H}$.
- In Rahmen der gesamten Arbeit wird, wie im angelsächsischen Sprachraum üblich, der Dezimalpunkt anstelle des Kommas verwendet.

Konstanten

Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Modellrechnungen bietet es sich an, die Einheiten der verwendeten Größen und Naturkonstanten auf die relevanten Zeit-, Längen- und Energieskalen zu transformieren. Die charakteristischen Zeitskalen liegen im ps- bzw. fs-Bereich (typische Frequenzen, z. B. Blochfrequenz), die entsprechenden Längen- bzw. Energieskalen im nm- bzw. meV-Bereich (Übergitterperiode bzw. Minibandbreite). Die im Übergitter anliegenden magnetischen und elektrischen Felder haben die Größenordnungen Tesla und kV/cm. Für die numerische Integration wurden daher die folgenden Einheiten verwendet:

Größe	Einheit
Zeit t	fs
Kreisfrequenz ω	1/fs
Ladung q	meV/V
Masse m	meV fs ² /nm ²
Plancksche Konst. \hbar	meV fs
Übergitterperiode d	nm
Minibandbreite Δ	meV
magnetische Flussdichte B	T ($\frac{Vs}{m^2}$)
elektrische Feldstärke E	kV/cm

Die drei benötigten Naturkonstanten e , m_0 , \hbar haben in diesem System die Werte:

Elementarladung e	1000 meV/V
freie Elektronenmasse m_0	5685.68 meV fs ² /nm ²
Plancksche Konst. \hbar	658.218 meV fs

Zusammenhang häufig verwendeter Größen

In der folgenden Tabelle ist der Zusammenhang zwischen der am Übergitter anliegenden Spannung U und dem daraus resultierenden elektrischen Feld E im Übergitter aufgelistet. Ebenfalls dargestellt sind die zum jeweiligen elektrischen Feld gehörende Bloch-Frequenz, sowie die entsprechende Energieaufspaltung der Wannier-Stark Zustände.

U_{app} in V	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75
E in kV/cm	8.1	7.0	5.9	4.8	3.7	2.6	1.5
$f = eEd/\Delta$	0.51	0.44	0.38	0.31	0.24	0.17	0.10
ν_B in THz	2.24	1.93	1.63	1.33	1.03	0.72	0.42
ϵ_B in meV	9.26	8.01	6.75	5.50	4.25	3.00	1.75

$$- = \odot \otimes \odot = -$$

Die sich aus dem einfachen semiklassischen Modell ($\Delta = 20$ meV) ergebenden Grundfrequenzen in THz für verschiedene elektrische und magnetische Felder sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Werte des Zyklotronregimes sind in *Kursiv*-, die des Magneto-Bloch-Regimes in **Fettdruck** aufgelistet.

kV/cm \ T	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	3.00
1.50	<i>0.13</i>	<i>0.28</i>	<i>0.40</i>	<i>0.64</i>	<i>0.88</i>	<i>1.32</i>
2.05	0.47	<i>0.23</i>	<i>0.40</i>	<i>0.63</i>	<i>0.87</i>	<i>1.30</i>
2.60	0.64	0.48	<i>0.36</i>	<i>0.60</i>	<i>0.84</i>	<i>1.30</i>
3.15	0.80	0.70	<i>0.23</i>	<i>0.57</i>	<i>0.83</i>	<i>1.30</i>
3.70	0.96	0.88	0.72	<i>0.53</i>	<i>0.80</i>	<i>1.28</i>
4.25	1.13	1.07	0.97	<i>0.47</i>	<i>0.77</i>	<i>1.23</i>
4.80	1.28	1.24	1.16	<i>0.28</i>	<i>0.72</i>	<i>1.23</i>
5.35	1.43	1.40	1.33	1.00	<i>0.67</i>	<i>1.20</i>
5.90	1.60	1.56	1.48	1.24	<i>0.60</i>	<i>1.20</i>
6.45	1.73	1.70	1.67	1.47	0.70	<i>1.17</i>
7.00	1.92	1.88	1.82	1.64	1.28	<i>1.12</i>
7.55	2.07	2.03	1.97	1.83	1.53	<i>1.07</i>
8.10	2.22	2.18	2.13	2.00	1.76	<i>1.00</i>
8.65	2.37	2.33	2.30	2.17	1.97	<i>0.93</i>

Literaturverzeichnis

- [1] F. Bloch, *Z. Physik* **52**, 555 (1928).
- [2] J. Feldmann, K. Leo, J. Shah, D. A. B. Miller, J. E. Cunningham, S. Schmitt-Rink, T. Meier, G. von Plessen, A. Schulze, P. Thomas, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 7252 (1992).
- [3] C. Waschke, H. G. Roskos, R. Schwedler, K. Leo, H. Kurz, K. Köhler, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3319 (1993).
- [4] K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
- [5] D. C. Tsui, H. L. Störmer, A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1559 (1982).
- [6] D. A. B. Miller, in *Quantum Dynamics of Simple Systems, SUSSP Proceedings*, edited by G.-L. Oppo, S. M. Barnett, E. Riis, M. Wilkinson (The Scottish Universities Summer School in Physics, Scotland, 1996), pp. 239–266.
- [7] G. Bastard, *Phys. Rev. B* **24**, 5693 (1981).
- [8] C. Weisbuch, in *Semiconductors and Semimetals*, edited by R. Dingle (Academic Press, San Diego, 1987), Vol. 24.
- [9] A. Y. Cho, *Appl. Phys. Lett.* **19**, 467 (1971).
- [10] H. T. Grahn, *Semiconductor Superlattices* (World Scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, 1995).
- [11] F. Wolter, *Terahertz-Emission von Bloch-Oszillationen in dissipativer Umgebung* (Shaker Verlag, Aachen, 1998), Dissertation RWTH Aachen.
- [12] S. Adachi, *J. Appl. Phys.* **58**, R1 (1985).
- [13] *Landolt-Börnstein, New Series, Group III*, edited by K. H. Hellwege, O. Madelung (Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1983), Vol. 17a-h.

- [14] J. B. Gunn, *Sol. State Comm.* **1**, 88 (1963).
- [15] G. H. Wannier, *Phys. Rev.* **52**, 191 (1937).
- [16] C. F. Klingshirn, *Semiconductor Optics* (Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Barcelona, 1997).
- [17] J. S. Blackmore, *J. Appl. Phys.* **53**, R123 (1988).
- [18] S. Schmitt-Rink, D. S. Chemla, D. A. B. Miller, *Adv. Phys.* **38**, 89 (1989).
- [19] R. J. Elliot, *Phys. Rev.* **108**, 1384 (1957).
- [20] T. Rappen, *Kohärente Dynamik elementarer Anregungen im Halbleiter unter dem Einfluß eines statischen Magnetfeldes* (Universität Dortmund, Dortmund, 1994), Dissertation.
- [21] R. C. Miller, D. A. Kleinmann, A. C. Gossard, *Phys. Rev. B* **29**, 7085 (1984).
- [22] J. M. Langer, H. Heinrich, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1414 (1985).
- [23] H. J. Lee, L. Y. Yuraval, J. C. Wooley, A. J. Springthorpe, *Phys. Rev. B* **21**, 659 (1980).
- [24] G. Bastard, *Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures* (Les Editions de Physique, Paris, 1988).
- [25] A. Onton, in *Festkörperprobleme*, edited by H. J. Queisser (Vieweg, Braunschweig, 1973).
- [26] H. Haug, S. W. Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors*, 2 ed. (World Scientific Publishing, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, 1993).
- [27] R. de L. Kronig, W. G. Penney, *Proc. Roy. Soc.* **130**, 499 (1930).
- [28] K. Fujiwara, R. Cingolani, K. Ploog, *Solid State Commun.* **72**, 389 (1989).
- [29] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Saunders College Publishing, Fort Worth, Philadelphia, San Diego, New York, 1976).
- [30] Ch. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*, 11 ed. (R. Oldenburg Verlag, München, 1976).

- [31] T. Duffield, R. Bhat, M. Koza, F. DeRosa, D. M. Hwang, P. Grabbe, S. J. Allen Jr., *Phys. Rev. Lett.* **56**, 2724 (1986).
- [32] T. J. Drummond, I. J. Fritz, *Appl. Phys. Lett.* **47**, 284 (1985).
- [33] S. J. Allen Jr., T. Duffield, R. Bhat, M. Koza, M. C. Tamargo, J. P. Harbison, F. DeRosa, D. M. Hwang, P. Grabbe, K. M. Rush, in *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics, Solid-State Science 71*, edited by G. Landwehr (Springer Verlag (Berlin), Würzburg, 1986), pp. 184–192.
- [34] M. de Dios-Leyva, V. Galindo, *Phys. Rev. B* **48**, 4516 (1993).
- [35] J. M. Lutinger, *Phys. Rev.* **102**, 1030 (1956).
- [36] G. Meinert, *Beiträge zur Theorie der Terahertz-Erzeugung in Halbleitern* (J. W. Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 2001), Dissertation.
- [37] A. Matulis, K. Piragas, *Sov. Phys. Semicond.* **9**, 1432 (1976).
- [38] G. Meinert, L. Banyai, H. Haug, *phys. stat. sol. (b)* **211**, 651 (1999).
- [39] C. Zener, *Proc. R. Soc. London Ser. A* **145**, 523 (1934).
- [40] M. A. Bouchard, M. Luban, *Phys. Rev. B* **47**, 6815 (1993).
- [41] L. Esaki, R. Tsu, *IBM J. Res. Dev.* **14**, 61 (1970).
- [42] S. M. Zakharov, E. A. Manykin, *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Fiz.* **37**, 2171 (1973).
- [43] G. von Plessen, P. Thomas, *Phys. Rev. B* **45**, 9185 (1992).
- [44] K. Leo, P. Haring Bolivar, F. Brüggemann, R. Schwedler, K. Köhler, *Sol. State. Comm.* **84**, 943 (1992).
- [45] M. M. Dignam, J. E. Sipe, J. Shah, *Phys. Rev. B* **49**, 10502 (1994).
- [46] T. Dekorsy, P. Leisching, H. Kurz, K. Köhler, *Phys. Rev. B* **50**, 8106 (1994).
- [47] T. Dekorsy, R. Ott, K. Köhler, H. Kurz, *Phys. Rev. B* **51**, 17275 (1995).
- [48] F. Wolter, H. G. Roskos, P. Haring Bolivar, G. Bartels, H. Kurz, K. Köhler, H. T. Grahn, R. Hey, *phys. stat. sol. (b)* **204**, 83 (1997).
- [49] J. Shah, in *Springer Series in Solid-State Sciences*, edited by M. Cardona (Springer Verlag, Berlin, 1996).

- [50] F. Wolter, H. G. Roskos, K. C. Je, J. Hader, T. Meier, F. Rossi, K. Köhler, S. W. Koch, H. Kurz, in *Quantum Electronics and Laser Science Conference*, Vol. 12 of *OSA Technical Digest Series* (Optical Society of America, Washington, D. C., 1997), p. 35.
- [51] F. Wolter, G. Bartels, R. Martini, P. Haring Bolivar, H. Kurz, H. G. Roskos, H. T. Grahn, R. Hey, in *Ultrafast Phenomena XI*, edited by T. Elsässer, J. G. Fujimoto, D. Wiersma, W. Zinth (Springer Verlag, Berlin, 1998).
- [52] F. Wolter, G. Bartels, H. G. Roskos, P. Haring Bolivar, A. Stahl, H. Kurz, H. T. Grahn, R. Hey, *Nature* (in Vorbereitung).
- [53] J. Shah, *Ultrafast Spectroscopy of Semiconductors and Semiconductor Nanostructures*, 2 ed. (Springer Verlag, Berlin, 1999).
- [54] E. P. Ippen, C. V. Shank, in *Ultrashort Light Pulses*, edited by S. L. Shapiro (Springer, Berlin, 1977).
- [55] G. H. Wannier, *Phys. Rev.* **117**, 432 (1960).
- [56] J. Bleuse, G. Bastard, P. Voisin, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 220 (1988).
- [57] R. C. Miller, D. S. Chemla, T. C. Damen, A. C. Gossard, W. Wiegmann, T. H. Wood, C. A. Burrus, *Phys. Rev. B* **32**, 1043 (1985).
- [58] E. E. Mendez, F. Agulló-Rueda, J. M. Hong, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2426 (1988).
- [59] P. Voisin, J. Bleuse, C. Bouche, S. Gaillard, C. Alibert, A. Regreny, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1639 (1988).
- [60] A. M. Fox, D. A. B. Miller, J. E. Cunningham, W. Y. Jan, C. Y. P. Chao, S. L. Chuang, *Phys. Rev. B* **46**, 15365 (1992).
- [61] G. Cohen, I. Bar-Joseph, H. Shtrikman, *Phys. Rev. B* **50**, 17316 (1994).
- [62] M. M. Dignam, J. E. Sipe, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1797 (1990).
- [63] W. Franz, *Z. Naturforsch.* **A 13**, 484 (1958).
- [64] L. V. Keldysh, *JEPT* **7**, 788 (1958).
- [65] F. Cerdeira, C. Vázquez-López, E. Ribeiro, P. A. M. Rodrigues, V. Lemos, M. A. Sacilotti, A. P. Roth, *Phys. Rev. B* **42**, 9480 (1990).

- [66] E. Ribero, F. Cerdeira, A. P. Roth, *Phys. Rev. B* **46**, 12542 (1992).
- [67] B. Soucail, N. Depuis, R. Ferreira, P. Voisin, A. P. Roth, D. Morris, K. Gibb, C. Lacelle, *Phys. Rev. B* **41**, 8568 (1990).
- [68] K. H. Schmidt, N. Lindner, G. H. Döhler, H. T. Grahn, K. Ploog, H. Schneider, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2769 (1994).
- [69] H. Schneider, A. Fischer, K. Ploog, *Phys. Rev. B* **45**, 6329 (1992).
- [70] N. Lindner, K. Schmidt, W. Geisselbrecht, G. H. Döhler, H. T. Grahn, K. Ploog, H. Schneider, *Phys. Rev. B* **52**, 17352 (1995).
- [71] D. Some, A. V. Nurmikko, *Appl. Phys. Lett.* **65**, 3377 (1994).
- [72] D. Some, A. V. Nurmikko, *Phys. Rev. B* **53**, R13295 (1996).
- [73] S. R. Andrews, P. G. Huggard, C. J. Shaw, J. A. Cluff, O. E. Raichev, R. Grey, *Phys. Rev. B* **57**, R9443 (1998).
- [74] K. Leo, J. Shah, E. O. Göbel, T. C. Damen, S. Schmitt-Rink, W. Schäfer, K. Köhler, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 201 (1991).
- [75] H. G. Roskos, M. C. Nuss, J. Shah, K. Leo, D. A. B. Miller, A. M. Fox, S. Schmitt-Rink, K. Köhler, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2216 (1992).
- [76] E. O. Raichev, *J. Appl. Phys.* **80**, 924 (1996).
- [77] R. Martini, G. Klose, H. G. Roskos, H. Kurz, H. T. Grahn, R. Hey, *Phys. Rev. B* **54**, R14325 (1996).
- [78] M. Sudzius, V. G. Lyssenko, F. Löser, K. Leo, M. M. Dignam, K. Köhler, *Phys. Rev. B* **57**, R12693 (1998).
- [79] F. Löser, Yu. A. Kosevich, K. Köhler, K. Leo, *Phys. Rev. B* **61**, R13373 (2000).
- [80] J. Zak, *Phys. Rev.* **136**, A1647 (1964).
- [81] J. Zak, *Phys. Rev.* **168**, 686 (1968).
- [82] J. Zak, *Phys. Rev.* **177**, 1151 (1969).
- [83] R. G. Chambers, *Proc. Phys. Soc.* **89**, 695 (1966).
- [84] Yu. A. Kosevich, *Ann. Phys.* **8**, SI 145 (1999), Spec. Issue.

- [85] Yu. A. Kosevich, *Phys. Rev. B* **63**, 205313 (2001).
- [86] W. Greiner, *Mechanik Teil I*, 5 ed. (Verlag Harry Deutsch, Frankfurt am Main, 1989).
- [87] W. Sha, A. L. Smirl, W. F. Tseng, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4273 (1995).
- [88] G. C. Cho, T. Dekorsy, H. J. Bakker, R. Hövel, H. Kurz, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4062 (1996).
- [89] R. Kersting, K. Unterrainer, G. Strasser, H. F. Kauffmann, E. Gornik, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3038 (1997).
- [90] E. M. Epshtein, *Sov. Phys. Semicond.* **11**, 814 (1977).
- [91] M. van Exter, D. Grishkowsky, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **38**, 1684 (1990).
- [92] P. C. M. Planken, M. C. Nuss, W. H. Knox, D. A. B. Miller, K. W. Goosen, *Appl. Phys. Lett.* **61**, 2009 (1992).
- [93] P. C. M. Planken, M. C. Nuss, I. Brenner, K. W. Goosen, M. S. C. Luo, S. L. Chuang, L. Pfeiffer, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3800 (1992).
- [94] C. Waschke, P. Leisching, P. Haring Bolivar, R. Schwedler, F. Brüggemann, H. G. Roskos, K. Leo, H. Kurz, K. Köhler, *Sol. Stat. Electr.* **37**, 1321 (1994).
- [95] P. Haring Bolivar, F. Wolter, A. Müller, H. G. Roskos, K. Köhler, H. Kurz, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2232 (1997).
- [96] P. G. Huggard, C. J. Shaw, S. R. Andrews, J. A. Cluff, R. Grey, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1023 (2000).
- [97] M. S. C. Luo, S. L. Chuang, P. C. M. Planken, I. Brenner, H. G. Roskos, M. C. Nuss, *IEEE J. Quantum Electron.* **30**, 1478 (1994).
- [98] K. Victor, H. G. Roskos, C. Waschke, *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 2470 (1994).
- [99] D. H. Auston, in *Picosecond Opto-Electronic Devices*, edited by C. H. Lee (Academic Press, New York, 1983).
- [100] G. Morou, C. V. Stancampiano, A. Antonetti, A. Orszag, *Appl. Phys. Lett.* **39**, 295 (1981).

- [101] R. Heidemann, Th. Pfeiffer, D. Jaeger, *Elec. Lett.* **19**, 316 (1983).
- [102] D. H. Auston, K. P. Cheung, P. R. Smith, *Appl. Phys. Lett.* **45**, 284 (1984).
- [103] D. H. Auston, P. R. Smith, *Appl. Phys. Lett.* **43**, 631 (1983).
- [104] P. R. Smith, D. H. Auston, M. C. Nuss, *IEEE J. Quantum Elec.* **24**, 255 (1988).
- [105] C. J. Wu, X.-C. Zhang, *Appl. Phys. Lett.* **67**, 3523 (1995).
- [106] A. Nahata, D. H. Auston, T. F. Heinz, C. J. Wu, *Appl. Phys. Lett.* **68**, 150 (1996).
- [107] P. U. Jepsen, C. Winnewisser, M. Schall, V. Schyja, S. R. Keiding, H. Helm, *Phys. Rev. E* **53**, R3052 (1996).
- [108] M. Vossebürger, M. Bruchseifer, G. C. Cho, H. G. Roskos, H. Kurz, *Appl. Optics* **37**, 3368 (1998).
- [109] C. J. Wu, X.-C. Zhang, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 1285 (1997).
- [110] T. Hofmann, (J. W. Goethe–Universität, Frankfurt am Main, 2002), Dissertation.
- [111] C. A. Balanis, *Antenna Theory* (John Wiley & Son, New York, 1997).
- [112] H. Quast, *Untersuchungen photokonduktiver Emittter zur Erzeugung von Dauerstrich THz-Strahlung* (Diplomarbeit, J. W. Goethe–Universität Frankfurt (M), 2001).
- [113] C. Fattinger, D. Grishkowsky, *Appl. Phys. Lett.* **53**, 1480 (1988).
- [114] R. H. Jacobsen, K. Birkelung, T. Holst, P. U. Jepsen, S. R. Keiding, *J. Appl. Phys.* **79**, 2649 (1996).
- [115] D. E. Spence, P. N. Kean, W. Sibbet, *Opt. Lett.* **16**, 42 (1991).
- [116] T. Bauer, J. S. Kolb, E. Mohler, H. G. Roskos, U. Pernisz, *J. App. Phys.* (angenommen Mai 2002).
- [117] J. S. Kolb, *Elektrische Feldabschirmung in GaAs/AlGaAs-Übergittern und optische Eigenschaften eines neuartigen dichroidischen Strahlteilers für den THz-Frequenzbereich* (Diplomarbeit, J. W. Goethe–Universität Frankfurt (M), 2001).
- [118] R. T. Collins, K. v. Klitzing, K. Ploog, *Phys. Rev. B* **33**, 4378 (1986).
- [119] A. M. Fox, D. A. B. Miller, G. Livescu, J. E. Cunningham, W. Y. Jan, *Phys. Rev. B* **44**, 6231 (1991).

- [120] F. Agulló-Rueda, J. A. Brum, E. E. Mendez, J. M. Hong, *Phys. Rev. B* **41**, 1676 (1990).
- [121] F. Agulló-Rueda, H. T. Grahn, A. Fischer, K. Ploog, *Phys. Rev. B* **45**, 8818 (1992).
- [122] E. E. Mendez, G. Bastard, *Physics Today* **6**, 34 (1993).
- [123] A. B. Hummel, *Fotostromspektroskopie an GaAs/AlGaAs-Übergittern im magnetischen Feld* (Diplomarbeit, J. W. Goethe-Universität Frankfurt (M), 1999).
- [124] A. B. Hummel, T. Bauer, H. G. Roskos, S. Glutsch, K. Köhler, *Phys. Rev. B* (eingereicht).
- [125] F. Siebe, K. J. Siebert, R. Leonhardt, H. G. Roskos, *IEEE J. Quantum Electron.* **35** (11), 1731 (1999).
- [126] J. S. Kolb, T. Bauer, E. Mohler, H. G. Roskos, K. Köhler,..., (in Vorbereitung).
- [127] T. Bauer, J. S. Kolb, A. B. Hummel, H. G. Roskos, Yu. Kosevich, K. Köhler, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 086801 (2002).
- [128] E. Yablonovitch, J. P. Heritage, E. E. Aspnes, Y. Yafet, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 976 (1989).
- [129] S. L. Chuang, S. Schmitt-Rink, B. J. Greene, P. N. Saeta, A. F. J. Levi, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 102 (1992).
- [130] A. V. Kuznetsov, C. J. Stanton, *Phys. Rev. B* **48**, 10828 (1993).
- [131] G. Meinert, L. Banyai, P. Gartner, H. Haug, *Phys. Rev. B* **62**, 5003 (2000).
- [132] M. Vossebürger, H. G. Roskos, F. Wolter, C. Waschke, H. Kurz, K. Hirakawa, I. Wilke, K. Yamanaka, *J. Opt. Soc. Am. B* **13**, 1045 (1996).
- [133] Y. Berk, A. Kamenev, A. Palevski, L. N. Pfeiffer, K. W. West, *Phys. Rev. B* **51**, 2604 (1995).
- [134] G. S. Boebinger, A. Passner, L. N. Pfeiffer, K. W. West, *Phys. Rev. B* **43**, 12673 (1991).
- [135] F. Wolter, R. Martini, S. Tolk, H. T. Grahn, R. Hey, P. Haring Bolivar, H. Kurz, in *International Quantum Electronics Conference*, Vol. 7 of *OSA Technical Digest Series* (Optical Society of America, Washington, D. C., 1998), p. 56.

- [136] Y. Ohno, H. Sakaki, M. Tsuchiya, *Phys. Rev. B* **49**, 11492 (1994).
- [137] A. Kurobe, I. M. Castleton, E. H. Linfield, M. P. Grimshaw, K. M. Brown, D. A. Ritchie, M. Pepper, G. A. C. Jones, *Phys. Rev. B* **50**, 8024 (1994), s. auch gleicher Band 4889.
- [138] G. von Plessen, T. Meier, J. Feldmann, P. Thomas, K. W. Goosen, J. M. Kuo, R. F. Knopf, *Phys. Rev. B* **49**, 14058 (1994).
- [139] F. Rossi, T. Meier, P. Thomas, S. W. Koch, P. E. Selbmann, E. Molinari, *Phys. Rev. B* **51**, 16943 (1995).
- [140] H. G. Roskos, C. Waschke, K. Victor, K. Köhler, H. Kurz, *Jpn. J. Appl. Phys.* **34**, 1370 (1995).
- [141] T. Dekorsy, *Kohärente und inkohärente Ladungsträger- und Gitterdynamik in Halbleitern und Halbleiterheterostrukturen* (Shaker Verlag, Aachen, 1997), Dissertation RWTH Aachen 1996.
- [142] J. Hader, T. Meier, S. W. Koch, F. Rossi, N. Linder, *Phys. Rev. B* **55**, 13799 (1997).
- [143] A. Alexandrou, E. E. Mendez, J. M. Hong, *Phys. Rev. B* **44**, 1934 (1991).
- [144] A. Alexandrou, M. M. Dignam, E. E. Mendez, J. E. Sipe, J. M. Hong, *Phys. Rev. B* **44**, 13124 (1991).
- [145] E. Z. da Silva, L. E. Oliveira, M. de Dios-Leyva, *J. Phys.: Condens. Matter* **8**, 8705 (1996).
- [146] T. M. Fromhold, A. A. Krokhin, C. R. Tench, S. Bujkiewicz, P. B. Wilkinson, F. W. Sheard, L. Eaves, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 046803 (2001).

Curriculum Vitae

Tobias Bauer

Geboren am 22. Mai 1971 in Frankfurt am Main

Staatsangehörigkeit: deutsch

Familienstand: ledig

Schule	1977–1981 1981–1990 Jun. 1990	Grundschule in Frankfurt (M) Gymnasium (Liebig-Schule) in Frankfurt (M) Abitur
Wehrdienst	Jul. 1990 - Jun. 1991	in Schwarzenborn und Wetzlar
Studium	Okt. 1991 - Sep. 1996 Jul. 1993 Jun. 1994 - Apr. 1996 Sep. 1996	Physikstudium an der J. W. Goethe-Universität Vordiplom in Physik Diplomarbeit in Experimentalphysik bei Prof. Dr. W. Martienssen auf dem Gebiet der Nichtlinearen Dynamik Diplomprüfung in Physik
Promotion	seit Jan. 1997 Feb. 1998 Dez. 1998	Experimentelle Halbleiterphysik bei Prof. Dr. H. G. Roskos, Thema: Quanteninterferenzen in Halbleiterheterostrukturen Forschungsaufenthalt an der Universität Aarhus (Dänemark) bei Prof. Dr. S. Keiding Forschungsaufenthalt an der Academia Sinica in Taipeh (Taiwan) bei Prof. Dr. Fann
Universitäre Anstellung	Okt. 1994 - Jul. 1996 Apr. 1997 - Mai 2002	Studentische Hilfskraft im Physikal. Institut: Übungsgruppenleitung Wissenschaftl. Mitarbeiter: Übungsgruppen, Organisation der vorlesungsbegleitenden Übungen, Vorlesungsvertretung von Prof. Dr. H. Roskos
Außer-universitäre Anstellung	Okt. - Dez. 1996 seit Mai 2002	Werksvertrag (Deutsche Telekom): Aufbau eines Bildverarbeitungssystems zur Interferometerauswertung Optik Technologie Entwicklung bei der Firma Leica Microsystems in Wetzlar

Publikationen: Tobias Bauer

Drucksachen

T. Bauer, A. B. Hummel, H. G. Roskos, K. Köhler: 'Evolution of energy levels of a GaAs/AlGaAs superlattice under the influence of a strong magnetic field', *Physica E* **7**, 289 (2000).

T. Bauer, W. Elsässer, F. Floreani, H. G. Roskos, H. Koops, W. Peter: „Miniaturisierte Terahertz Strahlungsquelle“, *Offenlegungsschrift* DE10006361A, Deutsches Patent- und Markenamt (2000).

T. Löffler, T. Bauer, K. Siebert, H. G. Roskos, A. Fitzgerald, S. Czasch: 'Terahertz dark-field imaging of biomedical tissue', *Optics Express* **9** (12), 616 (2001).

K. J. Siebert, H. Quast, R. Leonhardt, T. Löffler, M. Thomson, T. Bauer, H. G. Roskos, S. Czasch: 'Continuous-wave all-optoelectronic terahertz imaging', *Appl. Phys. Lett.* **80** (16), 3003 (2002).

T. Bauer, J. Kolb, A. B. Hummel, H. G. Roskos, Yu. Kosevich, K. Köhler: 'Coherent Hall Effect in a Semiconductor Superlattice', *Phys. Rev. Lett.* **88** (8), 086801 (2002).

Siehe auch *Virtual Journal of Nanoscale & Technology* Feb. **25**, (2002).

K. J. Siebert, H. Quast, R. Leonhardt, T. Löffler, M. Thomson, T. Bauer, H. G. Roskos, S. Czasch: 'All-optoelectronic cw THz-imaging', *CLEO 2002 Technical Digest* CFD, (2002).

K. J. Siebert, T. Löffler, H. Quast, M. Thomson, T. Bauer, R. Leonhardt, S. Czasch, H. G. Roskos: 'All-optoelectronic cw THz-imaging for biomedical applications', *Phys. Med. Biol.* **47** (21), 3743 (2002).

A. B. Hummel, T. Bauer, H. G. Roskos, S. Glutsch, K. Köhler: 'Influence of a strong magnetic field on the Wannier-Stark states of an electrically biased GaAs/AlGaAs superlattice', *Phys. Rev. B* (eingereicht).

T. Bauer, J. S. Kolb, E. Mohler, H. G. Roskos, U. Pernisz: 'Indium-Tin-Oxide-Coated Glass as Dichroic Mirror for Far-Infrared Electromagnetic Radiation', *J. Appl. Phys.* **92** (4), 2210 (2002).

T. Bauer, J. S. Kolb, E. Mohler, H. G. Roskos, K. Köhler: 'Terahertz Optical Properties of Ultrathin Doped Contact Layers in GaAs device structures', *Semicond. Sci. Technol.* (eingereicht).

T. Löffler, K. J. Siebert, S. Czasch, T. Bauer, H. G. Roskos: 'Visualization and classification in biomedical terahertz pulsed imaging', *Phys. Med. Biol.* **47** (21), 3847 (2002).

T. Bauer, A. B. Hummel, J. S. Kolb, H. G. Roskos, Yu. A. Kosevich, K. Köhler: 'The Hall Current of Coherent Electron Wavepackets', *13th Int. Conf. on Ultrafast Phenomena* Springer Verlag, (2002).

T. Bauer, A. B. Hummel, J. S. Kolb, H. G. Roskos, Yu. A. Kosevich, and K. Köhler: 'The Coherent Hall Effect: Evolution of the Hall Current of Electron Wavepackets in a Semiconductor Superlattice', Proceedings of the *26th Int. Conf. on the Physics of Semiconductors* (2002).

J. S. Kolb, T. Bauer, E. Mohler, H. G. Roskos, K. Köhler: 'Electric Field Screening Effects in p-doped Contact Layers' (Arbeitstitel, in Vorbereitung)

Konferenzen

T. Bauer, A. B. Hummel, H. G. Roskos, S. Glutsch, K. Köhler: 'A Semiconductor Superlattice in Strong Magnetic Fields', *ITQW 1999; Bad Ischl, Österreich*, Sept. 1999 (Poster).

T. Bauer, J. Kolb, E. Mohler, H. G. Roskos, K. Köhler, U. Pernisz: 'Mirrors and Output Couplers for THz and Optical Radiation: ITO and Doped Semiconductor Layers', *ITW 2001; Aarhus, Dänemark*, Sept. 2000 (Poster).

T. Bauer: 'Coherent Hall Effect in a GaAs/AlGaAs Semiconductor Superlattice', *ITQW 2001; Monterey (CA), USA*, Sept. 2001 (Vortrag).

Danksagung

Prof. Dr. H. G. Roskos danke ich für die freundliche Aufnahme in seine Arbeitsgruppe und die Möglichkeit diese Arbeit anfertigen zu können. Seine Energie, Begeisterung, Diskussionsbereitschaft und sein unerschöpfliches Engagement bei all seinem Tun haben mich beeindruckt und geprägt. In den teils harten und frustrierenden Laborstunden wirkten seine aufmunternden Worte und seine positive Sichtweise der Dinge immer motivierend.

Prof. Dr. E. Mohler möchte ich für die Hilfe danken, die er uns bei der Modellierung der THz-Transmissionseigenschaften dünner leitfähiger Schichten gewährt hat. Die zahlreichen Diskussionen mit ihm haben mir viel Freude bereitet und waren stets lehrreich.

Johanna Kolb und Anne Beate Hummel gilt mein Dank für die Unterstützung bei der Durchführung vieler Experimente, der Präparation unzähliger Proben, sowie deren Charakterisierung. Ich bin dankbar für ihre Ausgeglichenheit, die sie während der Arbeit mit mir an den Tag gelegt haben – ob an Wochenenden oder spät in der Nacht.

Dr. Gerald Meinert bin ich für einige erhellende Diskussionen zu Dank verpflichtet. Vor allem der Hinweis, dass sich die wesentlichen Merkmale des kohärenten Hall-Effektes in einem semiklassischen Modell auch ohne Boltzmann-Ansatz und bei Vernachlässigung des durch die Ladungsträgerbewegung aufgebauten elektrischen Feldes ergeben, hat mich zu den einfachen Modellrechnungen veranlasst.

Den Mitarbeitern der feinmechanischen Werkstatt unter der Leitung von H. Hassenpflug, die durch viele ideenreiche und schnelle Lösungen bei technischen Problemen aller Art geholfen haben, sei ebenfalls herzlich gedankt. Die unkomplizierte Art und die Hilfsbereitschaft haben das tägliche Experimentiergeschäft um einiges erleichtert. Herrn Siggis Rapphan, der sich um den stetigen Nachschub der lebenserhaltenden kryogenen Exeliere des durstigen Magnetkryostaten bemühte, sei ebenfalls vielmals gedankt.

Mein Dank gilt weiterhin Frau Marion „Verwaltungskönigin“ Jordan, die immer eine schnelle und unbürokratische Lösung für alle bürokratischen Probleme parat hatte.

Dank auch an meine beiden Mitstreiter der ersten Stunde, Thorsten Hofmann, der

sich um die Etablierung der Technologie zur Herstellung vernünftiger THz-Antennen verdient gemacht hat sowie Pablo Richter, dessen Hingabe bei der Problemlösung immer wieder auftauchender Wehwehchen des Magnetkryostaten hilfreich war.

Karsten Siebert, mit dem ich das Büro, viele Ansichten und ein paar verschwommene Erinnerungen an fröhliche Faschingsfeiern teile, danke ich für zahlreiche anregende Diskussionen und den hohen Spaßfaktor während der gesamten Zeit. Ich habe alle außeruniversitären sozio-kulturellen Ereignisse mit ihm und einigen hier nur anonym Gegrüßten immer sehr genossen.

Mark Thomson und Torsten Löffler sei an dieser Stelle auch für die vielen spannenden Gespräche physikalischen Inhalts gedankt, die jederzeit und überall (manchmal noch nach n Bieren, Weinen oder Limonaden) entstanden sind.

Allen übrigen Mit- und Exmitgliedern der Arbeitsgruppe – Markus Abt, Susanne Eden, Bernhard Klug, Noburu Hasegawa, Lothar Neumann, Holger Quast, Kai Rönnburg, Robert Sachs, Claudia Sorg und besonders Gregor Segsneider sei an dieser Stelle ebenfalls gedankt. Das gute Arbeitsklima innerhalb der gesamten Gruppe, die Diskussions- und Hilfsbereitschaft sowie die in jeder Situation anzutreffende Portion Galgenhumor haben das Leben im Mikrokosmos des Physikalischen Instituts angenehm gemacht und bleibende Erinnerungen hinterlassen.

I am also indebted to Prof. Dr. S. R. Keiding from the Aarhus University in Denmark for the opportunity to gain some experience in the field of THz spectroscopy in his labs and for the technical support provided during our setup phase in Frankfurt.

Für das Korrekturlesen des Manuscriptes bin ich A. B. Hummel, S. Czasch, sowie I. Czasch zu Dank verpflichtet.

Meinen Eltern danke ich für die Möglichkeit, das tun zu können, was ich tue.

Frau Dr. Stephanie Czasch danke ich für Geduld, Verständnis, Liebe.