

Ein Mathematiker mit universalem Anspruch

Über Max Dehn und sein Wirken am Mathematischen Seminar

Für eine erste Blüte der Mathematik in Frankfurt gab Max Dehn (1878–1952) in den Jahren ab 1921 bis 1935 entscheidende Impulse. Seine völlig neuen Ideen zur Knotentheorie und zur Topologie beeinflussten die Entwicklung der Mathematik weit über Deutschland hinaus. 1935 fand sein Wirken in Frankfurt durch den Terror der Nationalsozialisten ein jähes Ende. Nach einer gefährvollen Flucht über Norwegen, Finnland, die Sowjetunion und Japan erreichte Dehn schließlich, 62-jährig, die Vereinigten Staaten von Nordamerika. Eine seinen Fähigkeiten entsprechende Stellung konnte er dort nicht mehr erlangen. Sein fünfzigster Todestag in diesem Jahr ist Anlass für diese Rückschau.



Max Dehn begann seine akademische Karriere sehr früh: Mit erst 23 Jahren legte er 1901 seine Habilitationsschrift vor, in der es ihm als erstem Mathematiker gelang, eines der berühmten Hilbertschen Probleme zu lösen (siehe »Die Hilbertschen Probleme«, S. 87, und »Das dritte Hilbertsche Problem«, S. 88). An Hilberts Wirkungsstätte, der Universität Göttingen, traf sich um die Jahrhundertwende die Elite des Fachs; auch der 1878 geborene Max Dehn studierte dort und promovierte 1899 bei Hilbert über ein Thema aus der Geometrie. Und Hilberts fruchtbare Anregungen begleiteten Dehn auch nach seinem Studium als Assistent in Karlsruhe und in Münster, wo er habilitiert wurde.

Dehn wurde Privatdozent in Münster (1902–1911), zwischenzeitlich Lehrstuhlvertreter in Kiel (1905), und erhielt am 16. September 1905 das Prädikat »Professor«. 1911 wurde Dehn »etatmäßiger außerordentlicher Professor« in Kiel, 1913 ordentlicher Professor an der Technischen Hochschule Breslau. Dass er von 1915 bis 1918 an der Front in Frankreich Kriegsdienst leistete, sollte sich 1933 als wichtig erweisen. Schließlich erhielt Dehn am 19. Juli 1921 ein Ordinariat in Frankfurt als Nachfolger von Ludwig Bieberbach und hat dort eine Blütezeit des Frankfurter Mathematischen Seminars mitgestaltet.

Zur Beschreibung dieser Blütezeit und der Rolle Dehns sei stell-

vertretend für viele André Weil zitiert, einer der bedeutendsten französischen Mathematiker des 20. Jahrhunderts. Weil war 1926 und 1952 jeweils für längere Zeit in Frankfurt am Main. Er berichtet in seinen Memoiren »Souvenirs d'apprentissage«^{11/} über das Frankfurter Mathematische Seminar: »Es herrschte dort eine ganz außergewöhnliche Atmosphäre ... Um Max Dehn hatten sich Hellinger, Epstein und Szász geschart; Siegel war als letzter hinzugekommen. Von ihnen spreche ich hier nicht ohne ein Gefühl herzlicher Dankbarkeit.« Weil vergleicht Max Dehn mit Sokrates und bringt den Begriff »Weisheit« ins Spiel: »Der Weise hat kein Spezialgebiet. Das soll aber bei weitem nicht heißen, dass Dehn nicht ein Mathematiker von großem Talent gewesen wäre, er hat ein Werk von hoher Qualität hinterlassen. Aber für einen solchen Mann ist die Wahrheit unteilbar, und die Mathematik ist nur einer von vielen Spiegeln, in denen sich diese reflektiert – vielleicht mit größerer Reinheit als anderswo. Als Universalgelehrter besaß Dehn fundierte Kenntnisse der griechischen Philosophie und Mathematik. Hellinger war ähnlich veranlagt, wenn auch weniger feurig. Sicher hätte er auf seine Umgebung nicht jene moralische Autorität ausüben können, wie sie Max Dehn allein durch seine Anwesenheit bewirkt hatte, aber beide Männer waren dafür geschaffen, sich zu

verstehen. Sie wurden mit großem Können von Epstein und Szász unterstützt, und sie alle waren stolz, Siegel an ihrer Seite zu wissen. Nirgendwo sonst bin ich je einer Gruppe von so harmonisch zusammenarbeitenden Mathematikern begegnet.«

André Weil kommentiert zwar nicht Dehns eigentlich mathematisches Werk, er setzt aber diesen Bericht über dessen persönliche Ausstrahlung fort mit einem Absatz über seine Aktivität auf dem Gebiet der Mathematikgeschichte: »Dehn war ein Humanist, der in der Mathematik ein Kapitel der Geschichte menschlichen Denkens sah – und sicher kein unwesentliches –, und so konnte es gar nicht ausbleiben, daß er einen völlig neuen Beitrag zur Geschichte der Mathematik leistete und seine Kollegen und Schüler daran beteiligte. Dieser Beitrag, oder besser gesagt, diese Schöpfung war das historische Seminar am mathematischen Institut der Frankfurter Universität. Nichts konnte dem Anschein nach einfacher und zugleich anspruchsvoller sein. Ein Text wurde ausgewählt und im Original gelesen, und man bemühte sich dabei, nicht nur die eigentliche Aussage, sondern auch die zugrundeliegenden Gedankengänge herauszuarbeiten.«

Willy Hartner, später Ordinarius für Geschichte der Naturwissenschaften an der Universität Frankfurt, erinnert sich in^{12/}: »Im Gegen-

Als Universalgelehrter besaß Max Dehn fundierte Kenntnisse der griechischen Philosophie und Mathematik. Seine Bedeutung für die Mathematik, die er auch während seiner Frankfurter Zeit entfaltete, liegt auf drei Gebieten: Grundlagen der Geometrie, Gruppentheorie und Topologie. Nach seiner Vertreibung durch die Nazis fand er schließlich Aufnahme in den USA, wo 1950 auch dieses Foto entstand.



Studentenausweis von Ruth Moufang: Als eine der erste Studentinnen begann Ruth Moufang 1925 ihr Mathematikstudium in Frankfurt, 1930 promovierte sie bei Max Dehn, von 1934 bis 1936 hatte sie einen Lehrauftrag an der Universität Frankfurt und habilitierte sich. Eine Stellung als Privatdozentin wurde ihr mit der Reichs-Habilitations-Ordnung 1937 verwehrt. Erst 1951 erhielt sie das planmäßige Extraordinariat an der Johann Wolfgang Goethe-Universität, das 1957 in einen ordentlichen Lehrstuhl umgewandelt wurde.

Willy Hartner – später Professor für Geschichte der Naturwissenschaften – gewährte während der November-Pogrome 1938 jüdischen Kollegen, unter ihnen auch Max Dehn, Unterschlupf. Nach dem Krieg sorgte er dafür, dass viele Emigranten auf ihre Lehrstühle zurückkehren konnten oder zumindest ihre Emeritenbezüge bekommen konnten, was wie im Fall Dehn häufig sehr schwierig war.



satz zu Hellinger liebte er es, ... zu improvisieren und sich der Überfülle der auf ihn einströmenden Gedanken zu überlassen. ... Bei aller Anerkennung seiner Meisterschaft war dies für uns, seine unerfahrenen Zuhörer, etwas schwierig ... Sehr verzagt bat ich ihn also um ein kurzes Gespräch. Es dauerte gut zwei Stunden, bei elendem Inflationenkaffee, zum Preis von etwa einer Milliarde Mark in der ‚Professorenmensa‘, und ich war aufs angenehmste überrascht, daß Dehn ohne jedes Zeichen der Verärgerung ... auf mein Anliegen einging. ... Der Rest des Gesprächs galt dann ganz anderen Dingen. Es ging um Kunst, Musik, Sprachen, klassische und moderne, ... schließlich auch um die politische Situation. ... Es war der Anfang einer lebenslangen Freundschaft, die in noch weit schwererer Zeit ihre Bewährung fand.«

Dehn hatte in seiner Frankfurter Zeit drei bedeutende Schüler:

- Ott Heinrich Keller (1906–1990), promoviert 1929, ab 1952 ordentlicher Professor in Halle
- Wilhelm Magnus (1907–1990), promoviert 1931, habilitiert 1933, später Professor in Königsberg, Göttingen und schließlich in New York
- Ruth Moufang (1905–1977), die für die Universität Frankfurt am wichtigsten wurde^{13/}; sie wurde 1930 promoviert und habilitierte sich 1936; die *venia legendi* wurde ihr vom Preußischen Wissenschaftsminister verweigert – unter ausdrücklichem Hinweis auf »erzieherische und Führereigenschaften«, welche den Dozentenstatus auf »einen ausschließlich männlichen Hochschullehrernachwuchs« beschränke. Ruth Moufang verließ die Universität, um eine Industrietätigkeit aufzunehmen, kehrte aber nach dem Krieg an das Mathematische Seminar zurück; sie erhielt als erste Frau in Deutschland eine Professur im Fach Mathematik an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt.

In der Mathematik seiner Zeit voraus

Max Dehn hat durch seine tiefen und originellen Ideen auf drei verschiedene Gebiete befruchtend gewirkt, nämlich auf die Grundlagen der Geometrie, die Topologie und die Gruppentheorie – so schreibt Carl Ludwig Siegel^{14/}. Zur Geometrie ist vor allem seine Habilitationsschrift zu nennen, in der er Hilberts

drittes Problem löste (siehe »Das dritte Hilbertsche Problem«, Seite 88), und zwar bereits im Jahr 1900. Zur Lösung verwendete er zahlentheoretische Argumente, dies greift also weit über das Methodenrepertoire der Elementargeometrie hinaus.

Obwohl Dehn immer wieder auf die Grundlagen der Geometrie zurückkam – so regte er bedeutende geometrische Arbeiten seiner Studentin Ruth Moufang an –, wandte er sich mit seinen eigenen Aktivitäten einem neuen, aufblühenden Zweig der Mathematik zu: der Topologie. Seine Neigung zum Geometrisch-Anschaulichen führte ihn insbesondere zur Beschäftigung mit Flächen und mit dreidimensionaler Topologie. Nach John Stillwell^{15/} steht Dehns Name heute für viele Konzepte in der Topologie, in verwandten Gebieten der Geometrie und in der kombinatorischen Gruppentheorie: Dehns Lemma, Dehn Surgery, Dehn Filling, Dehn Twists und die Dehn-Invariante. Bemerkenswerterweise sind die meisten dieser Konzepte erst nach Dehns Tod 1952 in ihrer Bedeutung erkannt und zur Reife gebracht worden. Ein Grund dafür lag darin, dass Dehn häufig seiner Zeit voraus war. Er arbeitete über Topologie und kombinatorische Gruppentheorie, bevor diese als wichtig angesehen wurden.

Verfolgung und Exil

Max Dehn, Ernst Hellinger, Paul Epstein und Otto Szász waren jüdischer Abstammung. Durch das Ge-

setz mit dem euphemistischen Namen »zur Wiederherstellung des Berufsbeamtentums« vom 7. April 1933 verlor Szász sofort seine Professur und war zur Emigration in die USA gezwungen, die anderen durften als »Frontkämpfer« des Ersten Weltkriegs zunächst im Amt verbleiben; unter dem Druck der Universitätsverwaltung sagten Dehn und Hellinger jedoch vom Sommersemester 1933 an ihre Vorlesungen ab. Siegel versuchte, sie wenigstens noch an Kolloquien teilnehmen zu lassen, aber im Laufe der nächsten Jahre wurde die Situation zunehmend schwieriger. Als der Mathematiker Theodor Vahlen, dessen Buch »Abstrakte Geometrie« Dehn im Jahre 1905 vernichtend kritisiert hatte, »im Frühjahr 1935 ins Reichserziehungsministerium berufen

wurde, wusste Dehn, daß seine Tage an der Frankfurter Universität gezählt waren«, schrieb Willy Hartner in seinem Nachruf auf Dehn in der Frankfurter Allgemeinen Zeitung am 8. Juli 1952, und er fuhr fort: »Was er vorausgesehen hatte, trat unverzüglich ein: Mit Wirkung vom 1. April 1935 wurde er, vor Inkrafttreten der Nürnberger Gesetze, unter dem fadenscheinigen Vorwand, daß sein Lehrstuhl aus Sparmaßnahmen einzuziehen sei, in den Ruhestand versetzt.«

In den Pogromen nach der »Reichskristallnacht« 1938 wurde Dehn festgenommen, kam jedoch wegen Überfüllung der Gefängnisse zunächst wieder frei und fand bei Hartner Unterschlupf. Siegel^{14/} schreibt hierzu: »Man könnte jetzt wieder sagen, Herr Professor Hart-



(Oben) Ausflug des Mathematischen Seminars in den nahen Taunus um 1930. Auf diesem Foto, das der amerikanische Mathematiker James L. Rovnyak bei seinen Recherchen zu Ernst Hellinger aufgespürt hat, lassen sich heute nur noch einige Wissenschaftler eindeutig identifizieren: Ernst Hellinger (ganz links), Otto Szász (links sitzend), Ruth Moufang (rechts).



Carl Ludwig Siegel gehörte schon vor dem Zweiten Weltkrieg zu den überragenden Persönlichkeiten am Mathematischen Seminar der Universität Frankfurt, seine Methoden in der Zahlentheorie und Analysis werden heute noch verwendet. Dehn hatte ein »Seminar über die Geschichte der Mathematik« angeregt, das er gemeinsam mit Siegel und Hellinger für ausgewählte Studenten veranstaltete. »Erst später, nachdem wir in alle Welt zerstreut waren« erinnert sich Siegel, »wurde mir ... klar, welch ein seltenes Glück es ist, wenn die Fachkollegen sich uneigennützig und ohne persönlichen Ehrgeiz zu einer Gemeinschaft vereinigen, anstatt nur von ihrem Lehrstuhl aus zu dirigieren«.

ner hätte mit der Aufnahme der so Geflüchteten nur das für einen anständigen Menschen Selbstverständliche getan, aber damals waren die in diesem Sinne Anständigen in der Minorität, und so gehörte Mut dazu, sich eines von den nationalsozialistischen Machthabern Verfolgten anzunehmen.«

Die Ausreise aus Deutschland gelang 1939 über Kopenhagen nach

Die Hilbertschen Probleme

»Wer von uns würde nicht gern den Schleier lüften, unter dem die Zukunft verborgen liegt, um einen Blick zu werfen auf die bevorstehenden Fortschritte unserer Wissenschaft und die Geheimnisse ihrer Entwicklung während der künftigen Jahrhunderte!« So begann Hilberts Vortrag auf dem Internationalen Mathematikerkongress 1900 in Paris. Er stellte 23 zentrale mathematische Probleme seiner Epoche zusammen, die man als typische Triebfedern der zeitgenössischen Mathematik ansehen kann. Ein Blick auf diese Probleme und ihre wechselvolle Geschichte aus dem Abstand von hundert Jahren ist sehr aufschlussreich – auch der Vergleich mit den sieben Millennium-Problemen, die im Jahre 2000 formuliert wurden; hierbei ist charakteristisch, dass diese nicht mehr von einem Forscher, sondern von einem Gremium aus vier Wissenschaftlern formuliert wurden (darunter einem Physiker), und dass für ihre Lösung ein publikumswirksamer Preis von je einer Million Dollar ausgesetzt ist (Details zu den Millennium-Problemen unter www.claymath.org/prizeproblems).

Zu Hilberts Problemen gehören solche wie die Riemannsche Vermutung, über die wir zwar heute weit mehr wissen als die Mathematiker des Jahres 1900, die aber nach wie vor ungelöst ist; an Be-

deutung hat diese Vermutung nicht verloren – im Gegenteil, ihre Verallgemeinerungen sind sogar für Laufzeitabschätzungen der Informatik wichtig geworden. Andere Probleme sind von der Entwicklung ins Abseits gestellt worden, wie etwa die Frage nach der »richtigen« mathematischen Axiomatik für die Physik. Andere Fragestellungen wie Cantors Kontinuumshypothese haben im 20. Jahrhundert eine für Hilbert noch unvorstellbare Antwort gefunden: Die Kontinuumshypothese ist aus den in der Mathematik üblicherweise verwendeten Annahmen (»Axiomen«) weder beweisbar noch widerlegbar.

Schließlich gehören dazu Probleme wie das dritte und das siebte, die im 20. Jahrhundert gelöst wurden; zu beiden hat das Frankfurter Mathematische Seminar eine besondere Beziehung, die Lösung des dritten Problems (siehe »Das dritte Hilbertsche Problem«, Seite 88) markierte den Abschluss einer Entwicklung. Das siebte Hilbertsche Problem, die Transzendenz von $2^{\sqrt{2}}$ und ähnlicher Zahlen zu beweisen, wurde 1934 gleichzeitig, aber mit verschiedenen Methoden, von Siegels Doktoranden Theodor Schneider und von Alexander Osipov Gel'fond (UdSSR) gelöst. Beide bauten auf Vorarbeiten von Siegel auf und setzten eine anhaltend fruchtbare Entwicklung in Gang.

Literatur

^{/1/} Weil, André, Lehr- und Wanderjahre eines Mathematikers, Birkhäuser Verlag 1993, aus dem Französischen von Theresia Übelhör.

^{/2/} Hartner, Willy, Aufbau und Geschick der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Johann Wolfgang Goethe-Universität vor, während und nach dem Zweiten Weltkrieg, herausgegeben vom Präsidenten der Universität.

^{/3/} Moufang, Ruth und Magnus, Wilhelm, Max Dehn zum Gedächtnis, Math. Annalen 127, 215–227 (1954).

^{/4/} Siegel, Carl Ludwig, Zur Geschichte des Frankfurter Mathematischen Seminars, Vortrag am 13. Juni 1964 im Mathematischen Seminar anlässlich der 50-Jahrfeier der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt. Abgedruckt in Siegels Gesammelten Werken, Vol. III, 462–474.

^{/5/} Stillwell, John, Max Dehn, in History of Topology, ed. by I.M. James, Elsevier Science 1999, 965–978.

^{/6/} Dawson, John W. jr., Max Dehn, Kurt Gödel, and the Trans-Siberian Escape Route, Internat. Math. Nachrichten 189, 1–13 (2002).

^{/7/} Klemperer, Viktor, Ich will Zeugnis ablegen bis zum letzten, Tagebücher 1933–1941, 1942–1945, Aufbau-Verlag Berlin 1995.

Das dritte Hilbertsche Problem

Geht man von der Voraussetzung aus, dass sich der Flächeninhalt eines Rechtecks nach der Regel »Länge mal Breite« bestimmt, und dass Flächeninhalte bei Bewegungen ungeändert bleiben, so lässt sich auch der



Flächeninhalt beliebiger Polygone (Vielecke) auf elementarem Wege bestimmen: Zunächst zerlege man das Polygon in Dreiecke,

dann wird der Flächeninhalt der einzelnen Dreiecke ermittelt, indem man sie zunächst zu Parallelogrammen verdoppelt und anschließend durch Schneiden und Zusammenkleben in Rechtecke verwandelt.

Wenn man den Rauminhalt von Polyedern bestimmen will, lässt sich der erste Schritt leicht übertragen: Man zerlege das gegebene Polyeder in Tetraeder. Deren Rauminhalt ist zwar bekannt (Grundfläche mal Höhe, dividiert durch drei), aber auf Grund von Argumenten, welche weniger elementar sind als die skizzierten Zerlegungsverfahren für ebene Dreiecke; man hat die Tetraeder durch immer kleinere Quader



auszuschöpfen (ein Grundprinzip der Integralrechnung) oder mit Hilfe des Prinzips von Francesco Bonaventura Cavalieri durch ein besonders einfaches Tetraeder gleicher Grundfläche und Höhe zu ersetzen, das sich dann als Baustein für die Zusammensetzung zu Quadern eignet. Dass sich dabei das Volumen nicht ändert, ist zwar richtig, aber nach Hilberts Vermutung nicht auf elementarem Wege beweisbar. Genauer stellt er die Aufgabe, »zwei Tetraeder gleicher Grundfläche und Höhe anzugeben, die sich auf keine Weise in kongruente Tetraeder zerlegen lassen, und die sich auch durch Hinzufügung kongruenter Tetraeder nicht zu solchen Polyedern ergänzen lassen, für die ihrerseits eine Zerlegung in kongruente Tetraeder möglich ist.«



Trondheim, wo Dehn an der dortigen Technischen Hochschule eine Professur vertrat. Die deutsche Besetzung Norwegens nötigte Dehn erneut, sich zu verstecken, schließlich Anfang 1941 – finanziert von norwegischen Kollegen – eine gefährvolle Flucht über die schwedische Grenze zu wagen und die mühsame Reise über Finnland, die Sowjetunion und Japan in die USA zu unternehmen ^{/6/}. Auch Hellinger emigrierte in die USA, nach einem sechswöchigen Aufenthalt im KZ Dachau freigekauft durch Vermittlung seiner schon vorher in die USA ausgewanderten Schwester. Epstein, der schon einmal aus politischen Gründen seine Stelle verloren hatte (in Straßburg, weil er den Ersten Weltkrieg auf deutscher Seite mitgemacht hatte), fühlte sich zu alt und zu krank für einen Fluchtversuch. Als er im August 1939 eine Vorladung zur Gestapo erhielt, nahm er eine tödliche Dosis Veronal; er hinterließ eine Notiz: »Ehe ich diesen Menschen in die Hände falle, tue ich diesen letzten Schritt.«

Durch Viktor Klemperers Erinnerungen ^{/7/} wissen wir, dass dies kein Einzelschicksal war. Max Dehn, nun 62-jährig, hatte das nackte Leben gerettet, musste aber wieder ganz von vorne beginnen. Es war für ihn nicht mehr möglich, eine seinen mathematischen Fähigkeiten und seiner hohen Bildung auch nur einigermaßen entsprechende Stellung zu finden, zumal wegen der bereits früher Emigrierten die Universitäten in den USA keine Möglichkeit mehr sahen, weiteren Emigranten angemessene Stellen anzubieten. Dehn nahm eine Lehrtätigkeit in Pocatello (Idaho, 1941 bis 1942, als Assistant Professor) auf, dann war er am Illinois Institute of Technology in Chicago (1942 bis 1943, Visiting Professor), als Tutor (!) am St. John's College in Annapolis (1943 bis 1944), zuletzt als Professor am Black Mountain College in North Carolina, wo er Mathematik, Philosophie und alte Sprachen unterrichtete; dort wurde er 1952 emeritiert. Seine Frau Antonie trug in dieser Zeit mit kunstgewerblichen Arbeiten zum Lebensunterhalt bei.

Durch seinen plötzlichen Tod am 27. Juni 1952 konnte Dehn nicht mehr seine Absicht verwirklichen, einer Einladung der Naturwissenschaftlichen Fakultät nach Frank-

Topologie – Die Lehre von den Deformationen

Die Topologie gehört im weitesten Sinne zur Geometrie und beschäftigt sich mit Eigenschaften von Figuren, Flächen oder Räumen, die bei stetigen Deformationen ungeändert bleiben. Beispiele: Warum zerlegt eine geschlossene »doppelpunktfreie« Kurve (das heißt eine Kurve ohne Kreuzungspunkte, aber im übrigen völlig beliebig) die Ebene in ein Innen- und ein Außengebiet? Warum gibt es auf der Erde – ganz egal, wie Windstärken und Windrichtungen verteilt sind – immer Orte absoluter Windstille? Warum kann man eine Kugeloberfläche – selbst wenn diese aus einem beliebig dehnbaren Material besteht – niemals in einen Torus (Fahrradschlauch) deformieren?

mit Hilfe seiner »Gruppenbilder«, dass die beiden nachstehenden »Kleeblattschlingen«, welche



Zwei nicht-äquivalente Kleeblattschlingen. Max Dehn fand heraus, dass ein Kleeblattknoten nicht ohne Zerschneiden in sein Spiegelbild umgeformt werden kann.

durch Spiegelung auseinander hervorgehen, nicht umkehrbar stetig ineinander deformiert werden können. Die dabei entwickelten Techniken gehören heute zum Grundbestand der »Knotentheorie«.

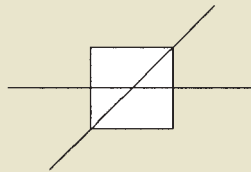
Solche Fragen lassen sich am besten mit Methoden der Algebra, genauer gesagt der Gruppentheorie, beantworten. Dehn fand 1914

Gruppen und Symmetrien

Gruppen sind Instrumente der Mathematiker – inzwischen aber auch der Physiker, der Kristallographen und der Chemiker –, um Symmetrien zu beschreiben. Beispielsweise besitzt ein Quadrat vier Drehungen (jene um 0° mitgerechnet, sie wird 1 genannt) und vier Spiegelungen, welche die Figur in sich überführen, also eine »Symmetriegruppe« aus acht Elementen. Der entscheidende Punkt: Wenn man solche Symmetriebewegungen hintereinander ausführt, ergibt sich wieder eine Symmetriebewegung; diese »Komposition« definiert somit eine »Multiplikation« der Gruppenelemente; anders als bei Zahlen kommt es allerdings auf die Reihenfolge der Faktoren an.

Die »kombinatorische Gruppentheorie« versucht, Gruppen aus »Erzeugenden«, das heißt aus möglichst einfachen Bestandteilen, aufzubauen. In der Symmetriegruppe des Quadrats lassen sich beispielsweise alle Bewegungen als Produkte (also Hintereinanderausführung) von zwei Spiegelungen a und b an den hier eingezeichneten Symmetrieachsen beschreiben.

Man darf dabei an den Aufbau der natürlichen Zahlen aus Primzahlen denken, anders als dort treten allerdings Relationen auf wie

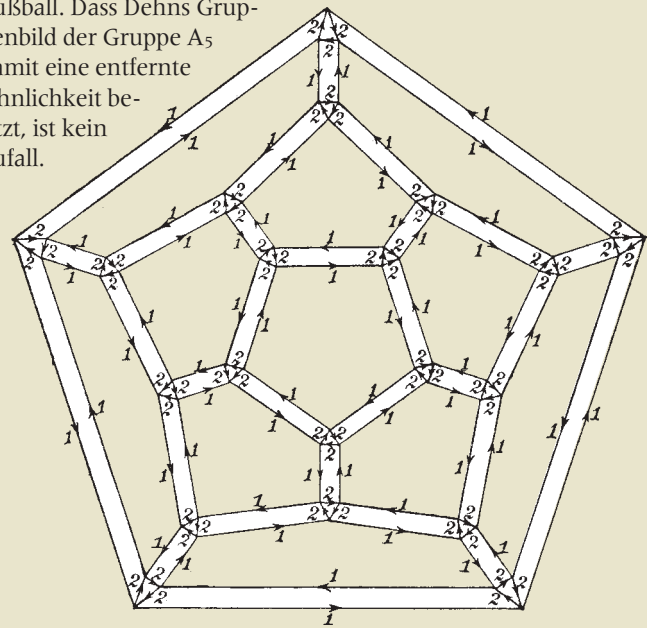


$$a^2 = 1, b^2 = 1, (ab)^4 = 1.$$

Um das Zusammenspiel von Erzeugenden und Relationen besser beschreiben zu können, hatte schon Arthur Cayley graphische Methoden in die Gruppentheorie eingeführt. Dehn hat diese zum »Dehnschen Gruppenbild« verfeinert (die Punkte entsprechen den Gruppenelementen, und sie werden durch eine Kante miteinander verbunden, wenn sie durch Multiplikation mit einem erzeugenden Element auseinander hervorgehen).

Mathematikern und Philosophen sind Ikosaeder seit über zweitausend Jahren vertraut, inzwischen aber als »Fullerene« oder »Buckyballs« auch den Chemikern. Der breiten Öffentlichkeit ist ein anderes

Objekt mit der gleichen Symmetriegruppe wahrscheinlich besser geläufig: der aus regelmäßigen Fünf- und Sechsecken aufgebaute Fußball. Das Dehns Gruppenbild der Gruppe A_5 damit eine entfernte Ähnlichkeit besitzt, ist kein Zufall.



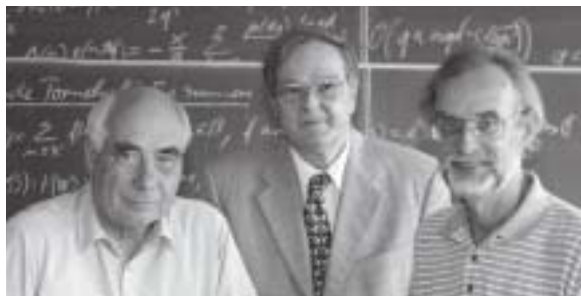
Dehns Zeichnung eines Gruppenbilds für die Gruppe A_5 jener 60 Drehungen, die ein reguläres Ikosaeder, also den kompliziertesten platonischen Körper, in sich überführen. Die Gruppe A_5 wird von zwei Elementen erzeugt, und die Kantenummerierung im Gruppenbild zeigt, mit welchem der beiden Erzeugenden multipliziert werden muss, um das nächste Element zu erreichen.

furt zu folgen. Die Bemühungen der Naturwissenschaftlichen Fakultät und des Rektors der Universität, Dehn die ihm zustehenden Emeritenbezüge zukommen zu lassen, blieben zu Dehns Lebzeiten erfolglos. Hartner schrieb hierzu in der FAZ: »Noch im April [1952] hat sich die Wiesbadener Fachbehörde für Wiedergutmachung das Scheinargument des Rüstchen Ministeriums zu eigen gemacht, daß Dehn wegen Einziehung des Lehrstuhls und nicht als Jude entlassen und daß daher sein Anspruch auf Emeritierung nicht erwiesen sei. Es blieb dabei, allen Bitten um Beschleunigung zum Trotz, und auch der Hinweis auf die Möglichkeit seines Todes konnte daran nichts ändern. Er hat die erhoffte Entscheidung, daß Recht geschehen sollte, nicht mehr erlebt.

Dehns Frau erhielt schließlich die Emeritenbezüge ihres Mannes ab 1. April 1950 bis zu dessen Tod nachgezahlt.« Wie unangemessen ist doch der Begriff »Wiedergutmachung«!

Ausführliche Fassung dieses Beitrages im Internet: www.math.uni-frankfurt.de

Die Autoren



Prof. Dr. Gerhard Burde (links), 71, studierte Mathematik und Physik in Göttingen, wo er 1961 promovierte. Seine Habilitation legte er 1968 vor. Seit 1971 ist Burde Professor an der Universität Frankfurt. Burde fungierte zweimal – 1980/81 und 1990/91 – als Dekan des Fachbereichs Mathematik. Gemeinsam mit der Ruhr-Universität Bochum arbeitet er in dem Projekt der Deutschen Forschungsgemeinschaft zur Niederdimensionalen Topologie. Mit Heiner Zieschang veröffentlichte Burde 1985 ein Buch zur Knotentheorie »Knots«.

Prof. Dr. Wolfgang Schwarz (Mitte), 68, studierte Mathematik und Physik in Erlangen. Nach der Promotion 1959 wurde er 1964 in Freiburg habilitiert. Dort startete er auch seine Professorenlaufbahn,

Mathematischen Fachbereiche. Er ist Vertrauensdozent des Cusanuswerks. Als Buchautor war er sehr produktiv, als letztes Werk erschien »Arithmetical Functions« mit Jürgen Spilker.

Prof. Dr. Jürgen Wolfart, 57, studierte Mathematik und Physik in Hamburg und Freiburg, nach seiner Promotion 1972 habilitierte er sich 1976 in Freiburg. 1979 wurde er an die Universität Frankfurt berufen. Zu seinen Veröffentlichungen zählt auch ein Werk über »Zahlentheorie und Algebra«, das 1996 erschien. Wolfart war 1986/87 Dekan des Fachbereichs Mathematik und engagiert sich seit 2001 als Studiendekan. Er pflegt wissenschaftliche Kontakte und Austauschprogramme mit Paris, Southampton, Chiba (Japan).

1969 folgte er einem Ruf an die Johann Wolfgang Goethe-Universität. 1986 und 1987 war Schwarz Vorsitzender der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 1993 und 1994 Sprecher der Konferenz der