Nr. 2428.
E. 5.

Prüfung

der von Herrn Professor Wagner
vorgeschlagenen

Reform der Mathematik.

Von

Dr. Schön,

ehemaligen Professor der Philosophie und Mathematik am
Gymnasium und zugleich an der Universität
zu Würzburg.

Arnstadt und Rudolstadt
bey Langbein und Klüger.

gedruckt bey Seb. Sartorius, Hofbuchdr. zu Würzb.
1804.

Vorrede.

Diejenigen, welche vorliegende Schrift ihrer Aufmerksamkeit werth halten, und ihrer Prüfung unterwerfen wollen, werden einzig die Frage berücksichtigen müssen: Ist der Verfasser so tief in das Wesen der Mathematik eingedrungen, als nöthig war, um von diesem Fundamente aus die in ihrer Art wahrhaft einzigen Angriffe des Herrn Prof. Wagner gegen die mathematische Methode, gegen die Mathematik als Wissenschaft und gegen ihre Verehrer gründlich (nicht durch bloses Murren) zurückezuweisen, und die von ihm vorgeschlagene Re-

form

form der Mathematik zu verwerfen? Ich nenne auf dem Titel der Schrift blos die Prüfung dieser Reform; weil jene Angriffe die Nothwendigkeit einer totalen Umwandlung der Mathematik herbeyführen sollen. Hr. Prof. Wagner wirkt gegenwärtig nicht mehr blos als Schriftsteller; sondern als öffentlicher Lehrer vermag er seine Behauptungen unter den studierenden Jünglingen zu verbreiten, und vielleicht auch geltend zu machen. In diesem Falle, da das Studium der Mathematik nach ihrer alten Methode inhuman (geisttödtend), und der Mathematiker, als solcher, ein geistloser Mensch seyn soll, — was bleibt dem Jünglinge anders übrig, als jenes Studium so lange auszusetzen, bis die Mathematik nach Hrn. Prof. Wagner Vorschlag in Philosophie umgewandelt seyn wird; oder, wenn er denn doch noch vor der Hand einen Vortrag über Mathematik hören muß, sich für diesen Zwang durch die Verachtung seines

Leh-

1488

Lehrers dieser Wissenschaft, der sich für ihn noch nicht als Philosoph legitimirt hat, schadlos zu halten. Eine dem Publikum übergebene Prüfung der Wagner'schen Behauptungen über Mathematik wird daher nicht als etwas Ueberflüßiges betrachtet werden. Ich war Anfangs gesonnen, diese Prüfung der Vorrede zu meinem Lehrbuche der ebenen und sphärischen Trigonometrie, indem sie mit jener ein Ganzes ausgemacht haben würde, beyzufügen. Weil ich mich aber an diesem Orte hätte kürzer fassen, folglich den Vorwurf befürchten müssen, daß ich ohne Grund habe tadeln wollen, was eben nicht schwer ist: so hielt ich es für besser, gegenwärtige Kritik in einer eigenen Schrift darzulegen, welche, von ihrer eigentlichen Tendenz auch abgesehen, doch noch, wie ich hoffe, Interesse genug für den Liebhaber der Mathematik haben wird. — Da ich mit Hrn. Prof. Wagner in keinem andern näheren Verhältnisse, als dem des

Schrift-

Schriftstellers zum Schriftsteller, stehe: so hatte ich mich bey meinem freyen Urtheile, den Blick stets auf meinen Gegenstand geheftet, blos innerhalb der Grenzen der der Person schuldigen Achtung zu halten.

Würzburg den 29. Jun. 1804.

Der Verfasser.

Herr

Herr Professor Wagner erklärt in seinem Buche „die Philosophie der Erziehungskunst“ S. 74 „die Methode, nach der die Mathe-„matik bis jetzt behandelt wurde, für so ganz „formal und geistlos, so daß man Grund „hätte, zu fürchten, unser Zögling möchte „dereinst in allem nur Quantitäten sehen, und „der reiche Quell aller Qualitäten, die von „dem Herzen belebte Einbildungskraft, möch-„te dadurch in ihm vertrocknen.“ Seine Meinung über Mathematik drückt er unmit-telbar darauf summarisch so aus: „Die „Mathematik muß sich in Philosophie, die „Philosophie hingegen (der Methode nach) „sich in Mathematik umwandeln lassen, wenn „beyde Wissenschaften ihre höchste Stufe er-„reichen sollen. — Demnach steht der Ma-„thematik allerdings eine große Reform bevor, „mit der die jetzigen Mathematiker wenig zu-„frieden seyn werden. Allein ihr Murren (?!) „wird das Schicksal nicht hindern; denn es „liegt nicht im Plane der Vorsehung, daß „die bisherige Trennung der Wissenschaften „fortdauern, und der Mensch durch traurige

„Vereinzelung seines Wesens ewig ihr Opfer „werden soll.“ Auf gleiche Weise spricht Hr. W. in seinem Buche „von der Natur der „Dinge.“ Hier steht S. 542 die Behauptung: „der blose Mathematiker sey gewöhnlich „ein geistloser Mensch,“ samt dem Beweise, „daß es gar nicht anders seyn könne.“ Dieser ist: „Es wird nämlich die Thätigkeit der „Phantasie im mathematischen Denken dahin „beschränkt, alle Bestimmungen der Vernunft „als Gränzen eines Gleichartigen festzuhalten, „und es wird die Reflexion von dem Begränzten ab, stets auf die Gränze allein gerichtet, „welche das Werk der blosen Vernunft ist. „Die Anschauung, und vermittels ihrer das „Gefühl, muß also ganz unbefriedigt bleiben, „da die Vielheit selbst nur in die blose Form „ihrer Wechselbestimmung aufgelöst wird. . . „Ich rathe daher, um das Studium der Mathematik zu einem Humanen zu machen, „die reine Mathematik in Philosophie umzuwandeln.“ Und weiter unten heißt es: „Die reine Mathematik soll und muß philosophisch werden.“ (So überzeugt ist Hr. W. von der Nothwendigkeit dieser Reform!) Da ich überzeugt bin, daß kein Mathematiker es diesem Beweise ansehen könnte, daß darin von seiner Wissenschaft die Rede sey, wenn es nicht durch einige Worte angedeutet wäre: so überlasse ich die Auslegung, wie die Kritik dieses Beweises meinen Lesern, die nur mit mir wünschen werden, daß es Hrn Wagner möge gefallen haben, einige blose Mathematiker,

tiker, die geistlose Menschen sind, zu nennen. — S. 544 in der Note heißt es: „Eine philo„sophische Darstellung der reinen Mathematik „wird ganz gewiß die meisten Mathematiker „von sich abschrecken, weil sie ihnen die Stütze „ihrer Geistlosigkeit, den Mechanismus der „Behandlung und Bezeichnung raubt.“

Ein härterer Vorwurf ist wohl der mathematischen Methode noch nicht gemacht worden! Wenn diese Methode gänzlich formal und geistlos ist, wie will Hr. W. die Methode bezeichnen, nach welcher die Scholastiker ehemals die Philosophie behandelten? Die Mathematik ist freylich keine Wissenschaft, die zunächst mit dem Herzen in irgend einer andern eigentlichen Verbindung stünde, als durch das reine und hohe Vergnügen, womit sie alle ihre Verehrer belohnt. Aber wenn durch sie, nach ihrer strengen und ihr ausschließend eigenthümlichen Methode studiert, die wichtigsten Vermögen des menschlichen Geistes in lebhafte Thätigkeit gesetzt werden; wenn durch sie nicht sowohl das Gedächtniß, auf welches Hr. W., ohne sich eines Leibnitz und Hugo Grotius zu erinnern, so übel zu sprechen ist, als die produktive Einbildungskraft aufgerufen wird, welche gleichsam vom todten Stoffe losgebunden, solche Gegenstände produzirt, die nur in ihr und für sie Daseyn und Leben haben; wenn durch sie eben dieses Vermögen in Verbindung mit dem Verstande zum Synthesiren und Construiren (in der reinen Anschauung), worauf das Wesen der Mathematik und ihre Evidenz beruht, immerwährend angehalten wird; wenn durch sie vermöge des, der Natur des menschlichen Geistes angemessnen, stetigen Fortschreitens vom Leichtern zum Schwerern, vermöge der genauen Verkettung ihrer Sätze und der vollkommnen Gewißheit aller Prämissen das Vermögen zu urtheilen und zu schließen beständig geübt, und nach und nach bis zu einem hohen Grade cultivirt wird; wenn durch sie der menschliche Geist genöthigt wird, sich nicht nur über das Einzelne und Besondere, welches den ganz gemeinen Verstand für immer fesselt, zum Allgemeinen, wodurch erst in vielfacher Anwendung das Besondere mit Sicherheit bestimmt wird, sondern auch über das Endliche zur Idee des Unendlichen zu erheben; wenn so, wie Schulz *) sagt, der Geist des Mathematikers nicht durch zu mühsame und einförmige Anstrengungen, dergleichen die Beschäftigung mit lauter endlichen Größen erfordert, endlich ermüdet und abgestumpft, sondern sein Genie durch einen freyen Aufschwung auf der einen Seite bis zur Meßkunst des Unendlichgroßen, und auf der andern in die unermeßlichen Gefilde der erhabensten und nützlichsten Dichtungen auf die angenehmste Weise zu immer höheren Erfindungen belebt wird; wenn außer der Mathematik keine andre Wissenschaft oder Kunst, so fern man nicht enthusiastisch für diese eingenom-

*) S. 230 seiner Entw. einiger der wicht. mathem. Theor.

genommen ist, die Thätigkeiten des Gemüthes so sehr zur Erreichung Eines Zweckes concentrirt, und Trotz aller äußern sonstigen Störungen in einem solchen Grade gefesselt zu halten im Stande ist; wenn man aber ohne vorzügliche Cultur dieser geistigen Kraft, über alle inneren und äußeren Reitze, wodurch die Meditation unterbrochen werden kann, zu siegen, in die Tiefen irgend einer Wissenschaft oder Kunst nicht einzudringen vermag; wenn endlich das Studium der Mathematik schon dem nur so Gesagten zufolge den wichtigsten Einfluß auf den menschlichen Geist hat, so fern von ihm die Tugend ausgeht; wenn es Wahrheits- Gerechtigkeits- und Ordnungsliebe jungen Herzen einprägt — Es sey mir erlaubt, hier nur einige Hauptbelege anzuführen: La Lande sagt in der Vorrede zu seiner Astronomie: „L'étude est un préservatif „contre le désordre des passions, et il me semble, qu'il faut spécialement distinguer un genre „d'étude qui éleve l'esprit, qui l'applique fortement, et lui donne par conséquent des armes plus sûres contre les dangers dont je parle. . . . Je ne connais rien qui reussie mieux „à cet égard que l'application aux sciences mathématiques, et spécialement à l'astronomie. „Les merveilles qu' on y découvre captivent „l'ame, et l'occupent d'une maniere noble, „délicieuse et exempte de dangers: elles élevent „l'imagination, elles perfectionnent l'esprit, „elles remplissent et satisfont le coeur, elles „éloig-

„éloignent les désirs dangereux et frivoles, elles
„procurent sans cesse une nouvelle jouissance.“

„Wir haben, sagt Hr. von Zach in Burck-
„hardt's Biographie (S. monatl. Corresp.
„Jul. 1801 S. 43) einen großen und ange-
„sehenen Lehrer auf einer teutschen hohen
„Schule aus einer 40jährigen Erfahrung be-
„haupten hören, daß er während seines ganzen
„Lehramtes nicht einen einzigen liederlichen
„Studenten gekannt habe, welcher Mathe-
„matik mit irgend einem ausgezeichneten Er-
„folge getrieben hätte, da es doch in andern
„Fächern gute und vortreffliche Köpfe genug
„gegeben, welche sich von Seiten ihrer guten
„Sitten nicht sonderlich empfohlen hätten.“
Wer anders kann hier gemeint seyn, als jener
Nestor der Mathematiker, derselbe Kästner
von dem ich eine Abhandlung: „de eo, quod
„studium matheseos facit ad virtutem, órat. in-
„aug.“ (recit. 1756) besitze, woraus nur ei-
nige Stellen hier stehen mögen: „Primo au-
„tem, non potest insigniter mathesin amare,
„nisi qui veritatem amat; de illo loquor, qui
„mathesin cognoscendi, non cauponandi gra-
„tia, ut *Plato* ait, sectatur. . . Veritatis dia-
„grammatibus et numeris circumseptae pul-
„critudinem, pauci inter mortalium myriades,
„sentiunt, mire profecto hebetes futuri, si
„pulcritudinem non sentiant ejus, quae ad
„mores pertinet, quam venustam fatentur ho-
„mines omnes, nisi quod ubi parum ipsis pro-
„dest, ut puellam cui facies pro dote est proci
„avari, relinquunt. Quam igitur probi cete-

„rum

„rum viri, ſed ad ſtudia noſtra non facti, pro-
„pterea colunt veracitatem, quia recte de uti-
„litate ſua ſentientibus omnibus utilis eſt; in
„illa etiam praeter utilitatem, quod ipſis pla-
„ceat, reperiunt veritatis amatores, plane ut
„numum praeſtantiorem, imperitus ex auri ſolo
„pondere aeſtimat, magis eruditus arbiter ex
„ſculpturae etiam artificio. Hoc ſcilicet eſt,
„virtutem, ut aliqui juſſerunt, non ob utili-
„tatem ſuam, ſed ob nativam pulcritudinem
„diligere. . . . Ad animi motus vehementio-
„res compeſcendos, quod ſtudium magis fa-
„ciat, illo, quod niſi ſedato animo feliciter
„tractari nequit.“ Was La Lande und Käſtner ſagen, drückt der alte Spruch, den Barrow ſeiner Ausgabe des Euklides vorſetzte: „die mathematiſchen Wiſſenſchaften „ſind das, was einer Wahrheit ſuchenden „Seele Reinheit giebt“ — ſchön und kurz aus; — wenn demnach das Studium der Mathematik nach ihrer ächten Methode ſelbſt die Sittlichkeit befördert, und man nicht alles bisher Angeführte mit dreiſter Stirne läugnen will: mit welchem Rechte kann man die mathematiſche Methode für ſo etwas ausgeben, von dem der geiſtige Tod eines jeden Mathematik Studierenden müßte befürchtet werden, während dem für den Philoſophen, welcher nach Hrn W's Vorſchlag ſeine Wiſſenſchaft (der Methode nach) in Mathematik umgewandelt hat, aus eben derſelben Quelle das geiſtige Leben ſtrömen ſoll? Wir werden in der That wenige des Namens „Philoſophen„ wahr-

wahrhaft würdige Gelehrte finden, welche sich nicht der Mathematik nach ihrer strengen Methode — und nicht blos oberflächlich — bemächtigt gehabt hätten. Plato (der ächte, nicht der in unseren Tagen neu belebte Plato,) raümte der Mathematik in ihrer eigentlichen Methode (denn, daß jene schon zu seinen Zeiten in Philosophie übersetzt und verwandelt war, würde Herr W. ohne allen Grund behaupten müssen) ein vorzügliches Verdienst für die Cultur des menschlichen Geistes ein. So behauptet er eigends von der Geometrie, die Hr. W. ausdrücklich anfeindet: „Cum geometria ejus, quod ſemper eſt, „cognitionem profiteatur, ad veritatem excitabit illa quidem animum, et ad rite philoſophandum cujusque mentem comparabit." Brauche ich wohl einen Descartes, Leibnitz, Kant und alle berühmten Physiker zu nennen?

Was aber jenen Vorwurf, als sey die mathematische Methode so ganz formal und geistlos, daß für den nach ihr studierenden Jüngling Besorgnisse zu hegen seyen, vollkommen widerlegt, ist dieses, daß die Euklid'sche Methode, welche nur in einem sehr kurzen Zeitraume, nach den von Cavalleri bekannt gemachten Methoden, von Einzelnen verlassen wurde, selbst in der Natur des menschlichen Geistes so tief gegründet ist, daß Pascal, der schon in seinem 16ten Jahre seine Theorie der Kegelschnitte herausgab, im Blüthenalter von 12 Jahren die ersten 32

Sätze

Sätze des Euklid's ohne alle vorausgegangene Anleitung blos mittels eigener Kraft erfinden konnte; daß Bernoulli (Jakob, oder der ältere) ohne Lehrer und fast ohne Bücher Geometer ward; daß Wolf noch als Schüler des Magdalenischen Gymnasiums in Breslau den Euklid ohne Lehrer zu lesen im Stande war, und dessen Methode so lichtvoll und gründlich fand, daß er sie allen seinen philosophischen Werken anpassen zu müßen glaubte. (Und doch soll Wolf nach Hrn W. Behauptung das Wesen der Mathematik verkannt haben?). Dü Val und Maimon sind ebenfalls als Belege anzusehen, daß die mathematische Methode keineswegs als eine erkünstelte, widernatürliche, das Geistige im Menschen ertödtende, sondern eine ganz natürliche, dem höheren Vermögen des Menschen gänzlich angemessene Methode seyn müsse.

Auch muß doch wohl diejenige Methode, nach welcher eine Wissenschaft erfunden wird, wenn sie ihrem Wesen nach für den Vortrag derselben Wissenschaft beybehalten wird, für eben diese die beste seyn; weil dann das gründliche Erlernen der Wissenschaft ein wahres Nacherfinden ist. Wo dieses mangelt, da ist die vorgetragene Wissenschaft nicht Eigenthum des Zöglinges geworden, sondern sein Wiederholen der Sätze und Beweise ist nur Nachbeten. Wir wissen, daß die Pythagoräer, welche mit ihrem Meister zu den ersten Pflegern der Mathematik gehören, und

Plato für ihre Behauptung, daß alles wissenschaftliche Erlernen nur αναμνησις, ein Wiedererinnern der Seele (was im Grunde unser Nacherfinden ausdrückt) sey, von der Mathematik hernahmen, „wenn nämlich einer, sagt Plato, επι τα διαγραμματα „αγη." Vielleicht ist selbst daher den mathematischen Wissenschaften ihre Benennung gekommen, weil aus ihnen die μαθησις (aeternarum in anima rationum recordatio) vorzugsweise eingesehen werden könne.

Die Mathematik hat ihr Leben und ihre Bedeutung in sich, ohne sie erst durch irgend eine Metamorphose gewinnen zu müssen. Was indessen wahr an Hrn W's Behauptung ist, ist das hier überhaupt Wahre, daß nämlich die Bildung des Jünglinges für jede Wissenschaft oder Kunst leicht einseitig werden kann. Setzen wir aber, daß er auch Talent genug und entschiedene Neigung für jene habe: so ist eine solche einseitige Bildung, da das Universalgenie noch immer zu den Wundern gehört, an welchen nun einmal die Welt den Glauben verloren hat, kein Verlust, sondern wahrer Gewinn. Nur im entgegengesetzten Falle wird der Mensch durch einseitige Bildung an Geist und Herz verkrüppelt, und nimmt eine ganz unrechte Stelle in der menschlichen Gesellschaft sowohl, als im Reiche der Zwecke ein. Um dieses zu vermeiden, darf jedoch der Erzieher seinem Zöglinge gewiße Sphären von Kenntnissen nicht geradezu vorenthalten; sondern er muß ihm dieselben, so weit er sie zu verstehen im Stande ist, als Erregungs- oder Uebungsmittel der gleichsam noch schlummernden oder noch nicht erstarkten Kraft darbieten; wo es denn nicht um das fruchtlose und bey widerstrebender Natur widersinnige Erlernen einer Wissenschaft, als solches, sondern lediglich um Erreichung der genannten Absicht zu thun ist.

Eben so ist nicht zu leugnen, daß das Studium der Mathematik die geistige Kraft des Zöglinges lähmen müsse, sobald ihm dieselbe nicht nach strenger mathematischer Methode vorgetragen wird. Ich kenne Mathematiker, (wie sie sich nennen,) welche ihren ganzen Unterricht darein setzen, daß sie die mathematischen Sätze und Regeln ohne allen Beweis vortragen, splendide Kunstgriffe im Rechnen darbieten, mit der Auflösung verwickelter, unnützer und nicht selten sinnloser Ausgaben die Geduld des Zöglinges einer harten Probe unterwerfen; welche die Geometrie blos mittels künstlich aus Pappendeckel oder Holz geschnitzter, oder sonst genau auf Papier gezeichneter Figuren, und so durch das Ansehen, wirkliche Ausmessen, Abzirkeln und Nachmachen dieser Figuren und Beyschreiben der geometrischen Sätze lehren: was denn nicht viel besser ist, als ein auswendig lernen lassen der Euklid'schen Elemente etwa nach einer Ausgabe, wie ich eine vom J. 1580 besitze, wo den Definitionen und Sätzen blos Figuren beygedruckt sind. Eine solche Methode ist so ganz dazu gemacht, den Zögling vom

Stu-

Studium der Mathematik abzuschrecken; indem auf diese Art nur das Gedächtniß mit einer Menge blinder Regeln, Kunstgriffe und mathematischer Sätze angefüllt, jedes andere Vermögen aber uncultivirt gelassen wird.

Was die Umwandlung der Philosophie (ihrer Methode nach) in Mathematik angeht: so gehört sie, auch ohne auf das Mislingen der ähnlichen Versuche eines Spinoza, Leibnitz (dem Spinozens Vortrag der Philosophie nach der geometrischen Methode — nicht genügte,) und Wolfs zu sehen, meiner vollen Ueberzeugung nach unter die Unmöglichkeiten; wird sie aber denn doch versucht: so ist sie nichts als leere und der Philosophie schädliche Affectation. Dieses Urtheil hier vollkommen rechtfertigen, würde mich weit vom Ziele dieser Schrift entfernen, welches einzig die Prüfung der Wagner'schen Behauptung ist, daß die Mathematik in Philosophie umgewandelt werden müsse. Was nun dieses sagen wolle, zeigt Hr. W. S. 144 u. folg. des angef. Buches über die Erz., jedoch nur von einem Theile der Mathematik, nämlich der Geometrie, in Ansehung welcher er sich denn, wie folgt, erklärt: „Die Geometrie soll ihm (dem Zöglinge) durch „verständige Behandlung so viel als möglich „aus dem Zustande von Unzusammenhang „und Unvollständigkeit, worin sie sich gegen„wärtig befindet, heraus gerissen werden. „Dieß geschieht, wenn ihre Sätze in Begriffe „übersetzt, und aus Begriffen abgeleitet wer„den."

„den." Wenn die Umwandlung der Geometrie in Philosophie vorzüglich eine Ableitung der geometrischen Sätze aus Begriffen fodert: so finden wir uns denn doch wieder auf die Kantische und von der neuesten Schule der Philosophie, wozu sich Hr. W. bekennt, bestrittene Definition von Philosophie, als Vernunftwissenschaft aus Begriffen, getrieben; wenn wir daher die Umwandlung der Philosophie in Mathematik aus dem Kantischen Gegensatze jener Erklärung definiren wollten: so würde jenes so viel heißen, als die philosophischen Sätze aus der Construction der Begriffe ableiten. Demnach würde die Geometrie nach ihrer bisherigen Behandlung nur darin von der Philosophie differiren, daß jene die Construction in der sinnlichen (reinen) Anschauung (des Raumes); diese in der intellectuellen Anschauung, beyde nothwendig mittels produktiver Einbildungskraft zu Stand brächte. Nimmt man an, daß die neueste philosophische Schule, die im Alleinbesitze der einzigen Philosophie zu seyn, von sich rühmt, doch wohl auch die ächte philosophische Methode der Philosophie besitzen müsse, und führt man demnach die Parallel zwischen Philosophie und Geometrie wieder zurücke: so wird man behaupten müssen, daß die neueste Philosophie nicht wesentlich von der alten, sondern blos der Methode nach, so wie die neueste Geometrie (nach Hrn W's vorgeschlagener Reform dargestellt,) von der alten nicht wesentlich sich unterschieden seyn könnte. Wie man aber bey dieser Deduction der geometrischen Sätze aus blosen Begriffen leicht nebst dem alten Bekannten noch etwas Andres, was die Demonstration nie gab und geben konnte, vielleicht zu finden vermag: eben so ist oder war man vielleicht durch das Medium, oder besser — durch das unveränderliche Organ der intellectuellen Anschauung, wovon die alten Philosophen vor Kant wenigstens nichts deutlich sprachen, wenn gleich irgend einer unter der Menge z. B. ein Plato wirklich im Besitze derselben seyn mochte (was ich jedoch nicht behaupte), so glücklich, mehreres Neue in der Philosophie zu entdecken, was für eine Vernunftwissenschaft aus Begriffen ewig eine terra incognita hätte bleiben müssen. Könnte es dem Philosophen auf diesem nie, oder doch selten betretnen, aber bald wieder verlassnen Pfade festen Fußes wandelnd, vielleicht nicht gelingen, den Schleyer der Natur zu lüpfen, das Universum mit der Gottheit zu umfassen, die Elemente, das Entstehen und Wesen der körperlichen und geistigen Naturen zu ergründen, das Wechselverhältniß aller Dinge zu bestimmen, die ewigen Gesetze der Körper- und Geisterwelt für jeden Zustand festzusetzen, und die Erfahrung vor und rückwärts in ihrer ganzen Ausdehnung so zu erklären, daß er uns Alles, was da war, da ist und da seyn wird, in seinem Medium wie in einem Spiegel schauen ließe? Und alles dieses mit einer, nur die Alternative „man

„ver-

„versteht entweder ganz, was gesagt wird, „oder man versteht gar nichts davon“ kennenden, und eben darum, wie jede mathematische Demonstration, alles eigentliche Disputiren verschmähenden, Evidenz, wie sie sonst nur der Mathematik möglich war, weil sie sich allein im Besitze der Construction erhielt, indeß die meisten Philosophen dieselbe für ihre Wissenschaft nicht gebrauchten, entweder aus grober Ignoranz, oder aus zu zarter Gewissensängstlichkeit, daß man fremdes Eigenthum nicht an sich reissen dürfe. — So viel scheint daran zu liegen, welche Methode man einschlägt!

Die von Hrn W. oder irgend Einem, der nach ihm kömmt, aus Begriffen abgeleitete Mathematik wird also von ihrem lange genug — und nur zu lange behaupteten Throne, Evidenz genannt, endlich herab steigen müssen, um ihn der Königinn, Philosophie, zu überlassen. Zwar nennt Hr. W. auch seine versuchte Ableitung des Pythagorischen Lehrsatzes aus Begriffen evident; aber wenn er seine Begriffe nicht wieder construirt hat, was seiner neuen Methode widerspricht; so muß er sich wohl begnügen, seinem Beweise blos überzeugende Kraft, ohne alle Evidenz, zuzuschreiben. Ob bey diesem Umtausche der Evidenz die Philosophie oder Mathematik, oder beyde zugleich, gewinnen oder verlieren, oder ob auch für die Mathematik, wie für die Philosophie durch die Verwechslung der Methoden (Hrn W's Umwandlung der Mathe-

matik

matik in Philosophie ist nämlich nur durch das Einführen der alten Philosophiermethode in ihr möglich —) ein neues Licht aufgehen werde, muß die Zeit lehren. Erwartungen in dieser Hinsicht erregte Hr. W. keine. Auch scheint er sogar selbst nicht das größte Vertrauen auf seine Reform zu setzen, indem er sagt, daß immer bey der Ableitung der geometrischen Sätze aus Begriffen der rein geometrische Beweis könnte beygefügt werden. Dieß möchte allerdings nothwendig seyn, wenn sein Zögling, nachdem er nur so erst sprechen und schreiben (welche Hr. W. die 2 ersten Stufen der Humanität nennt,) gelernt hat, Geometrie verstehen soll. Denn woher sollten ihm alle zur Deduction nöthigen Begriffe mit ihren fixirten Bestimmungen kommen? Man gehe nur Hrn W's Beweis des Pythag. Lehrs. durch, und die Unmöglichkeit, daß jener vom Zöglinge — auf dieser Stufe der Cultur — verstanden werde, wird einem jeden um so eher einleuchten, eine je ausgemachtere Sache es ist, wie schwer es halte, daß jeder Andre die von einem Schriftsteller oder Lehrer gebrauchten — nicht durch Construction entstandnen — Begriffe gerade in derselben Bedeutung, oder nur mit denen Bestimmungen auffasse und fest halte, unter welchen sie jener dachte. Hier liegt die Quelle von tausend Irrthümern der Schriftsteller und tausend Mißverständnissen für den Leser. Hr. W. sagt S. 151, er müsse jeden von ihm (zum Behufe der philosophischen Beweise)

erfun-

erfundenen Begriff erst ganz bestimmen, und denn auf die gegebenen Definitionen provociren. Allein da heißt es eben: Hic labor, hoc opus! Der Kürze willen verweise ich nur auf das von Kant in „seiner Kritik der reinen Vernunft“ S. 755 u. folg. über das Definiren Gesagte und meines Wissens noch nicht Widerlegte. Um das bisher friedlich kultivirte Feld der Mathematik, wie den weiten Raum der Philosophie, in einen wahren Tummelplatz ernster und mitunter schimpflicher, die Streitenden selbst entehrender Fehden umzuwandeln, dürfte man nur dieses Ableiten der mathematischen Sätze aus Begriffen (die Möglichkeit davon vorausgesetzt) einführen, und dabey der ächten mathematischen Methode vergessen machen. Und müßte dieses nicht wenigstens mit der Zeit geschehen, weil man sonst in Gefahr stünde, daß durch die geistlose mathematische Methode das gerade wieder zernichtet würde, was die philosophische Beweisart für das geistige Leben des Zöglinges hätte bewirken sollen?

Jene philosophische Beweisart mathematischer Sätze vor der Hand angenommen, kann man fragen: zu welchem Behufe oder Zwecke Hr. W. diese Reform der Mathematik vorschlägt? Jener ist: um auf diese Art Philosophie zu lehren, ohne sie zu lehren. Er Hr. W. drückt sich so aus: „Mit der Philosophie würde unser Zögling bey dieser Art „von Unterricht und Erziehung ohne besondere Anstalten so bekannt, wie ein Sehender

„mit dem Tageslicht, oder ein Athmender mit „der Luft.“ Ich muß vorerst bemerken, daß „diese Art von Unterricht“ nicht lediglich auf die Mathematik, sondern noch auf mehrere Disziplinen von Hrn. W. bezogen zu werden scheint, von ihm aber einzig die Reform der Geometrie, welche samt der Trigonometrie der Zögling zuerst lernen soll, angeführt, und bey den übrigen blos überhaupt eine gute Behandlung dem Erzieher anempfohlen wird. Wenn der Spruch „omnis similitudo claudi„cat“ seiner gar zu großen Gemeinheit wegen etwa — heut zu Tage nicht ungültig befunden, und von Hrn. W. nicht selbst vielleicht zugegeben wird, daß sein gegebenes Gleichniß über alle Maßen hinke: so leuchtet von selbst ein, daß Hr. W. nicht behauptet, daß durch diese Art von Unterricht auch nur die geringste wissenschaftliche Bildung in der Philosophie soll befördert werden. Doch, um sich keiner Interpretensünde beschuldigen zu lassen, sage man blos, daß Hr. W. die Mathematik (neu reformirt) als ein vorzügliches Instrument, Philosophie zu lehren, ansehe. Um also Mathematik auf eine reale und geistvolle Art zu erlernen, müßten wir unsre Zuflucht zur alten Philosophirmethode, welcher gemäß die philosophischen Sätze aus Begriffen abgeleitet wurden, nehmen, und, um uns in die Philosophie (es versteht sich, nach der neuesten Darstellung, oder in die einzige —) einzuweihen, würde die philosophische Behandlung der Mathematik das sicherste und beste Vehikel. Hätte Hr. W. gesagt: durch das Studium der Mathematik erhält das junge Talent die sicherste Richtung und beste Anleitung zum Philosophiren; so würde er etwas Altes, und zugleich Wahres behauptet haben, sobald die vorgeschlagene Reform weg bleibt. Daß aber bey blos veränderter Methode, oder philosophischer Beweisart durch das Studium der Mathematik Philosophie soll gelehrt werden, ist eine Behauptung, durch welche Hr. W. mit der neuesten Schule der Philosophie in offenbaren Kampf geräth. Denn diese läßt ein bloses Begriffsspiel — ein bloses Ableiten aus Begriffen, durchaus nicht für Philosophie, oder richtiger — für Philosophiren gelten. Wenn aber Hr. W. die geistlose mathematische Methode, folglich mit ihr nothwendig alles Construiren verbannt wissen will, und doch durch die neue Behandlungsart der Mathematik Philosophiren lehren will; was könnte dieß anders seyn, als ein Lernen Begriffe zu bilden, zu vergleichen, zu verbinden, aus Begriffen zu folgern, — kurz! ein Spielen mit Begriffen, wie man es häufig in unsern Tagen hat nennen gehört? Gerade folglich durch diese Methode, Mathematik zu studieren, würde der Philosoph aus der neuesten Schule behaupten müssen, wird der Zögling für alles Philosophiren frühzeitig verdorben; indeß das Studium der Mathematik nach ihrer strengen Methode die beste Vorbereitung ist, in meine Philosopheme und Philosophirweise

 ein=

einzugehen. Ich weiß wohl, daß Hr. W. auch von einem Uebersetzen der Mathem. in Begriffe spricht. Aber an demselben Orte will er die philosophische Beweisart als für die Mathem. nothwendig darthun. Nähme man ferner jenen ersten Ausdruck als verschieden vom Ableiten aus Begriffen, und demnach in seiner eigentlichen Bedeutung; die Begriffe aber, in welche übersetzt werden soll, natürlich als philosophische (weil sonst gar nicht klar werden könnte, wie an der Mathematik Philosophie solle gelehrt werden): so würden wir uns nur im Kreise drehen; indem das Verstehen einer solchen Uebersetzung das Verstehen der philosophischen Begriffe schon voraussetzt. Doch ich werde am Ende nochmals auf diesen Punct zurücke kommen!

Die Möglichkeit nun einer Umwandlung der Mathem. in Philosophie betreffend, ist dieselbe noch bey weitem nicht durch die von Hrn. W. aufgestellten Beyspiele für mich dargethan. Eine Kritik derselben behalte ich mir für einen andern Ort vor. Die Gegenstände der Mathematik haben insgesamt nur eine ideal reale Existenz; der ursprüngliche Act der Einbildungskraft, wodurch sie in's Daseyn gerufen werden, kann zwar in Begriffen so zu sagen beschrieben werden; allein für den, welcher jenen Act nicht vornimmt, oder vorzunehmen nicht im Stande ist, existiren nur die Worte, aber nicht die Gegenstände selbst. Daher ist selbst das Verweisen auf Definitionen in der Mathematik kein philosophisches

Ablei-

Ableiten aus Begriffen; sondern ein Berufen entweder auf die Wiederholung einer schon vorgenommenen Construction, oder auf ein Erinnern dessen, was durch sie als für jeden schon als evident kann vorausgesetzt werden; oder eine nähere Bestimmung der Construction selbst, vermöge irgend eines Axioms, wenn gleich dieses nicht immer ausdrücklich vom Mathematiker zitirt wird. Belege hiezu bieten sich leicht dar. Eben so wenig machen das Atqui und Ergo in den mathematischen Beweisen das Wesen derselben aus. Vielmehr werden durch diese Verstandes und Vernunfts Acte nur die mannigfaltig vorgenommenen Constructionen verbunden und zu jener Einheit gebracht, worin die Vollendung der Demonstration evident wird. Eben so beruhen die Axiome und Postulate der Mathematik, ohne welche sie selbst nicht möglich ist, auf denselben ursprünglichen Acten der Einbildungskraft; sie zu beweisen, oder aus Begriffen abzuleiten, ist eine volle Unmöglichkeit. Diese, folglich schon aus diesem einzigen Grunde — die Unmöglichkeit, die Mathematik aus Begriffen abzuleiten, hat weitläuftig Schulz in seiner Prüfung der Kantischen Vernunftkritik dargethan. Die freye Einbildungskraft ist demnach für die Mathematik das principale Vermögen; Verstand und Vernunft, wenn gleich unentbehrlich, erscheinen doch hier nur untergeordnet, und blos im Dienste jenes thätigsten aller Vermögen. Eine vorzügliche Gabe dieser

schöpf-

schöpferischen Einbildungskraft ist's, was den mathematischen Kopf und den Schönkünstler unterscheiden macht. Wenn man überlegt, daß das Werk einer jeden schönen Kunst, es mag nun zunächst für die äußere Anschauung im Raume, oder für die innere in der Zeit, oder für beyde zugleich dargestellt werden, bestimmten mathematischen Verhältnissen, die sich in der Symmetrie und Harmonie zur mannigfaltigsten Bewegung des Gemüthes unverkennbar offenbaren, unterworfen seyn muß, wenn dasselbe Werk ein schönes Kunstproduct, und als solches den Charakter der Originalität an sich tragen soll; so sollte man sich berechtigt halten, zu behaupten, daß eben in der ursprünglichen Richtung, welche wir die Einbildungskraft in der Mathematik nehmen sehen, ihr bleibender Charakter ausgedrückt sey. *) Ich könnte den ähnlichen Gang der Einbildungskraft in der Mathematik und den schönen Künsten noch weiter zeichnen; allein ich will nur noch kurz bemerken, daß die Ursache, warum der mathematische Kopf nicht immer ein Schönkünstler (der tiefsinnigste Algebraist nicht immer der scharfsinnigste Epigrammatist — wie Kästner —), und umgekehrt, sey, beson-
ders

*) Schon die von den Pythagoräern gemachte Eintheilung der Mathematik in 4 Theile, wovon zwey (Arithmetik und Musik) το ποσὸν, die andern (Geometrie und Astronomie) το πηλίκον zum Gegenstande haben, bestättigt meine Behauptung.

ders in der durch irgend einen äußern Umstand zuerst geleiteten und dann fixirten Richtung der Einbildungskraft gesucht werden müsse. Wenn daher Hr. W. nicht behaupten will, daß die freye Einbildungskraft die erste und vorzüglichste Rolle in der Philosophie spielen müsse, oder (da er doch von älteren Mathematikern spricht) im Kant'schen und den meisten vorhergehenden philosophischen Systemen gespielt habe: so ist nichts weniger treffend, als der stolze und scheele Blick, mit welchem er auf die Mathematiker herabsieht. „Dadurch, heißt es S. 154 der „Erziehungsschrift, daß man bisher versäumt hat, die mathematischen Sätze durch „Begriffe zusammen zu verbinden, und philosophisch zu beweisen, ist es gekommen, „daß nicht leicht ein mathematischer Kopf „auch ein philosophischer ist; denn bey der „bisherigen Behandlungsart müßte das mathematische, immer relative, Bestimmen „das Talent für die freye philosophische Bestimmung durch Absolutheit tödten. Inzwischen kam es doch öfters, daß ein philosophischer „Kopf sich auch die Mathematik zueignete, weil „er nämlich durch sein philosophisches Talent „schon gelernt hatte, jedweden Stoff nach „sich zu formen." Hätte doch Hr. W. auch hier wieder nur einen Einzigen angeführt, der sich die Mathematik nach einer andern Methode, als der streng mathematischen zugeeignet habe! Leibnitz kann, wie ich unten noch zeigen werde, nicht als Beleg dienen.

Und aus welchen Gründen getraut sich wohl Hr. W. zu entscheiden, daß Leibnitz mehr ein philosophischer, als mathematischer Kopf war? — „Welch elende Rolle aber die mei„sten Mathematiker in philosophischer Hin„sicht spielen, davon kannst du dich täglich „aus ihren Schriften (aus welchen? den ma„thematischen doch wohl nicht?) überzeugen; „scheust du aber die Mühe, (ein feiner Kunst„griff, sich des Beweises zu überheben!) so „rufe dir nur Lalandes Aeußerungen über „Kants Philosophie ins Gedächtniß zurück." Wenn Hr. W. hiemit behauptet, daß La Lande für die Philosophie verdorben sey, in welcher die Quelle des geistigen Lebens *) so vorzüglich fleußt, daß die philosophische Beweisart in die Mathematik übergehen muß, um

*) Nach jener Stelle „Mit der Philosophie „würde unser Zögling bey dieser Art von „Unterricht so vertraut ꝛc." heißt es: „sie „würde ihn als leuchtendes und belebendes „Element immer umgeben. Und so soll es „auch seyn. Die Philosophie ist des Geistes „Licht, und der Reitz, der sein himmlisches „Leben erregt... Unser Zögling wird, wenn „er einst erwachsen ist, mit uns der Philo„sophie als der Sonne des Geisterreichs hul„digen; die hohe Einheit, in der sie ihm das „Universum darlegt, wird in seinem Herzen „zum Ton werden, der sein Leben als ein „passendes Glied in der Harmonie des Uni„versums verklingen läßt."

um nur ihr Studium human zu machen: so dürften wir denn doch auf einmal ein Beyspiel von einem blosen Mathematiker haben, der ein geistloser Mensch ist, und zwar ein Beyspiel an La Lande, durch den nun allerdings das von Hrn. W. gegen die Mathematiker, als solche, ausgesprochene Todesurtheil volle Rechtskraft erhalten müßte. Ich kann hier zu Hrn. W's eigener Ehre nur wünschen, daß dieses wirklich sein Sinn, den man jedoch ohne Consequenzmacherei findet, nicht sey. In Ansehung obiger Stelle aber bemerke ich, daß derley Aeußerungen überhaupt blose Wirkung des Enthusiasm für irgend eine Kunst oder Wissenschaft sind, ohne welchen diese nicht leicht und schnell aufblühen können. Einem großen Künstler und einem solchen Mathematiker, wie La Lande, dürfen wir daher solche Aeußerungen nicht verübeln, welche ein philosophisches System betreffen, das nebst seiner rauhen Aussenseite eine solche Verwicklung der Begriffe und Sätze, solche tief eindringende Untersuchungen und Forschungen über den menschlichen Geist enthält, daß nur ein sehr gereifter, in dieser Art von Untersuchungen sehr geübter Verstand und die höchste Abstraction dieselbe zu erreichen im Stande sind, falls der Gegenstand übrigens auch Interesse genug für den neuen Forscher hat. Reflectirt man ferner auf den Zustand der Philosophie in Frankreich und auf den Nationalcharakter überhaupt: so bemerkt man leicht, daß sich alle jene Schwierigkeiten für einen

Fran=

Franzosen, sey er auch ein philosophischer Kopf, verdoppeln müssen. So widersinnig es ferner seyn würde, einen Michael Angelo darum zu tadeln, weil er in Hinsicht des Wissens der philosophischen Systeme seiner Zeit oder der Vorzeit keine Rolle gespielt hat: so widersinnig ist es, dem mathematischen Kopfe, dessen vorzüglichste Beschäftigung das Studium und die Anwendung der Mathematik in ihrem so weiten Umfange ist, zuzumuthen, daß er Philosoph nach dem Sprachgebrauche des jedesmal gängigen Systems der Schule seyn solle. Eine solche Zumuthung ist auch schon darum verwerflich, weil in den meisten philosophischen Systemen nicht die Einbildungskraft, die in ihnen eine niedere Stelle einnimmt, sondern das Abstractionsvermögen in Verbindung mit der Vernunft ihre Herrschaft ausüben. Daher kömmt es, daß diejenigen Philosopheme, wo die Einbildungskraft freyeren Spielraum hat, wie z. B. in Kant's transcendentaler Aesthetik, vom mathematischen Kopfe am leichtesten und deutlichsten aufgefaßt werden.

Aus dem bisher Gesagten leuchtet ein, daß ein Ableiten der mathematischen Sätze aus Begriffen dem innersten Wesen der Mathematik widerstreitet, man mag diesem Uebersetzen in Begriffe, in Philosophie, diesem Ableiten aus Begriffen, Verwandeln in Philosophie einen Sinn unterlegen, welchen man will, wie ich am Schlusse der Schrift deutlich zeigen werde. Da ferner

ihre

ihre Methode keine willkührlich erkünstelte, sondern eine ihrer Natur vollkommen entsprechende Methode ist: so mag dieses genug seyn, um einen Jeden zu überzeugen, daß die von Hrn W. vorgeschlagene Reform der Mathematik schlechterdings verwerflich sey. Denn es fragt sich hier nicht, ob man nicht diesen oder jenen mathematischen Satz philosophisch beweisen könne; sondern ob man dieses in Ansehung aller mathematischen Sätze und zwar mit Evidenz vermöge? Aber eben dieses ist schlechthin unmöglich.

Wie aber, wenn aus der innern Mangelhaftigkeit der Mathematik selbst die Nothwendigkeit, eine Reform mit ihr vorzunehmen, bewiesen werden könnte? Wirklich scheint dieß der Zweck zu seyn, welchen Hr. W. bey seiner Aufstellung mehrerer speciellen Vorwürfe gegen die Mathematik zu erreichen strebt. Eine Untersuchung dieser Vorwürfe kann daher an diesem Orte nicht für überflüßig gehalten werden.

Den Hauptvorwurf „die Geometrie befindet sich in einem Zustande von Unzusammenhang und Unvollständigkeit" motivirt Hr. W. durch folgende einzelne Vorwürfe: „Die Geometrie sollte die Möglichkeit der „Verhältnisse zwischen Puncten, Linien und „Flächen systematisch entwickeln, und wie „jede andere Wissenschaft sich in ihrem Anfangspuncte wieder schließen." Da Flächen, Linien und Puncte in keinem andern ursprünglichen Verhältnisse (wenn man es ja so nennen will) stehen, als daß sie insgesammt Grenzen sind, aber Hr. W. unmöglich gemeint seyn kann, eine systematische Entwicklung dieses Verhältnisses zu fodern; so wird uns über den Sinn dieser Foderung die Note einigermaßen aufklären müssen. Hier heißt es: „So wäre z.B. eine systematische Ablei„tung aller möglichen Figuren aus dem recht„winklichten Dreyecke, und dem Kreise, und „ihrer Verbindung möglich, und für eine „äußere Organisation der Geometrie noth„wendig.“ (Die Möglichkeit zugegeben, folgte dieses, wenn die Geometrie anders nothwendig hat, durch eine vom Witze so recht künstlich ihr geliehene Außenseite den Blick der Beschauer zu belustigen und zu fesseln.) Wenn dieses Beyspiel passend ist; so bezieht sich die ganze Foderung auf die äußere Organisation oder auf das Systematische (welches, wie noch klärer werden wird, Hr. W. mit jener für Eins nimmt) der Geometrie. Wobey ich zweyerley bemerken muß: 1tens daß das Systematische einer jeden Wissenschaft nicht Sache der blosen Willkühr ist, sondern durch das Wesen der Wissenschaft selbst bedingt seyn muß; wende ich nun 2tens die allgemeine Foderung auf das gegebene Beyspiel an; so würde eine Figur, z.B. das Dreyeck, dadurch entspringen müssen, daß das Verhältniß zwischen Fläche und Linien bestimmt würde. Allein so kann dem Mathematiker, dem Fläche und Linien nur Grenzen sind, keine Figur entspringen; sondern dazu wird ein ursprünglicher Act der Einbildungskraft, wodurch der Raum auf bestimmte Art begrenzt wird, erfodert. Eine Figur also aus der Verbindung anderer ohne alle Construction entstehen lassen, kann daher nichts, als ein der Geometrie fremdes Kunststück seyn.

Wenn zweytens Hr. W. unter dem „sich Schließen der Geometrie in ihrem Anfangspuncte" etwas anders versteht, als daß die Demonstration ihres letzten Satzes nicht vollständig seyn könne, ohne alle vorher gemachte Constructionen bis zum Axiom oder Postulat hinauf (implicite oder explicite, wie man sonst sagte) wiederholt zu haben, d. i. daß der letzte Satz nur dadurch als Ring der ganzen Kette betrachtet werden könne, daß er mit dem Axiom oder Postulate durch alle zwischenliegenden Ringe zusammenhängt; so hat Hr. W. vollkommen Recht, der Geometrie den völligen Mangel alles Systems vorzuwerfen. Die ganze Geometrie ist nichts, als eine wahre Evolution von Constructionen, deren jede folgende durch die vorhergehenden bis zum Axiom oder Postulate hinauf bedingt ist. Daß das Resultat solcher Constructionen in einem Lehrsatze ausgedrückt wird, daß folglich die Lehrsätze abgerissen scheinen, ist nothwendige Bedingung der Deutlichkeit, sobald die Mathematik vorgetragen oder gelehrt werden soll. Natürlich hatte der Erfinder nicht zuerst den Satz, wozu er denn nur den Beweis suchte, wie es den Schein hat, wenn man die Lehrbücher betrachtrachtet; sondern bey ihm folgte eine Construction, nicht zufällig, sondern nach nothwendigen Gesetzen des weitern Fortschreitens der Einbildungskraft, auf die andere. Das Fixiren dieser Constructionen nicht sowohl für den Erfinder, als für die Darstellung überhaupt, machte die Sätze nothwendig. Daher ist jeder Beweis nichts anders, als die Angabe, welche Constructionen zunächst — im Zusammenhange mit dem schon vorgenommenen (daher das Zitiren) — das im Satze ausgedrückte Resultat geben, so, daß für jeden Andern, welcher eben diese Constructionen vornimmt und gehörig verbindet, auch mit Evidenz dasselbe Resultat entspringen muß. Daher ist es, so viel mir bekannt ist, durchgehends bey dem Vortrage der Mathematik eingeführt, daß der Schüler am Schlusse des Beweises nochmals den Satz wiederholt, welcher denn nun, auch wenn er nicht wörtlich schon dem Gedächtnisse eingeprägt war, richtig vom Schüler wiederholt wird, sobald dieser nicht blos aus dem Gedächtnisse, sondern mittels der eignen Thätigkeit seiner Einbildungskraft die angegebenen Constructionen vorgenommen und verbunden, d. h. die Demonstration mit Evidenz eingesehen hat. Wenn es nun bey dieser für den Lehrvortrag nothwendigen äußern Form der Mathematik auf der einen Seite nicht verhütet werden kann, daß nicht der Schüler, seines Nichtverstehens ungeachtet, doch die Sätze mit ihren Beweisen so vollkommen auswendig ler-

ne,

ne, daß er auch den geschicktesten Mathematiker, falls dieser den Zusammenhang durch Fragen nach andern z. B. entferntern Constructionen nicht unterbricht, zu täuschen im Stande ist; so bleibt es auf der andern Seite ein sicheres Kennzeichen des mathematischen Kopfes, oder davon, daß der Schüler einen z. B. geometrischen Satz sammt seinem Beweise richtig verstanden habe, wenn er immer bey'm nachherigen Anblicke der auf dem Papiere gezeichneten Figur den Beweis, ohne ihn je absichtlich auswendig gelernt zu haben, zu wiederholen vermag, sobald er nur mittels des Gedächtnisses die Stelle unter den Constructionen weiß, welche die eben vorzunehmende behauptet. Der Unterschied nämlich zwischen jedem andern künstlichen Zeichen und den gezeichneten Figuren besteht darin: durch jenes wird zunächst die reproductive Einbildungskraft angesprochen, nach einem bestimmten Gesetze der Ideenvergesellschaftung die bezeichnete Sache hervorzurufen, ohne daß irgend ein selbstthätiges Vermögen sofort in Wirksamkeit gesetzt werden müsse; durch diese aber erinnert man sich nicht nur eines gewissen Satzes, sondern die productive Einbildungskraft wird auch zum bestimmten Construiren veranlaßt, ohne welches diese Zeichen ihre volle Bedeutung nicht erhalten können.

Aus dem Vorhergehenden ist zugleich klar, daß in der Geometrie keine zusammenhängende Evolution von Sätzen, sondern nur von Constructionen Statt finden kann. Hier folgt

folgt nicht, wie in der Logik, Satz aus Satz, sondern Construction aus Construction. Nicht einmal die mathematischen Corollarien sind hier gefolgerte Sätze, wie der Schlußsatz aus seinen Prämissen; vielmehr sind sie nur einzelne, mit der Hauptconstruction so eng zusammenhängende Constructionen, daß durch ihre Gegenconstructionen die Hauptconstruction aufgehoben würde, indem jene erstern auf diese letztern zurückegeführt werden können, folglich keinen ursprünglich verschiedenen Act der Einbildungskraft zu ihrer Möglichkeit fodern. Es sey z. B. auf rein geometrische Weise dargethan, daß Parallelogramme sowohl als Dreyecke von gleichen Grundseiten und innerhalb derselben Parallelen — gleich sind; so folgt, daß auch dieselben Figuren, wenn sie nebst den gleichen Grundseiten auch dieselbe Höhe haben, gleich sind. Denn in diesem Falle sieht man sogleich ein, daß man sie auch, wie vorher, innerhalb derselben Parallellinien liegend construiren könne. Nun gab aber diese Construction ihre Gleichheit; also ꝛc. Andere Corollarien sind entweder nur negative oder auch positive nähere Bestimmungen oder deutlichere Entwicklungen dessen, was durch die Hauptconstruction entstand, welche lediglich auf logische Weise gefunden, aber auch der Wissenschaft unbeschadet weggelassen werden können; z.B. „Also können in einem geradelinigen Dreyecke keine zwey rechte Winkel seyn” — „Also können in einem sphärischen Dreyecke sogar

3-stumpfe Winkel seyn" — „Also ist der Winkel am Mittelpuncte der doppelte von dem Peripheriewinkel, der mit ihm auf demselben Bogen steht" — u. s. f.

Man lese nun, was Hr. W. zu seinem Eduard spricht: „Du wirst aber (so fährt er unmittelbar nach obiger Foderung fort) die „Geometrie nirgend so vorgetragen finden, „daß sie eine zusammenhängende Evolution „von Sätzen bildete; du wirst vielmehr staunen, in welcher Abgerissenheit und Einzelnheit die Sätze dastehen, und wie jeder „Beweis gleichsam nur froh ist, seinen Satz „bewiesen zu haben, und die kommenden „Sätze selbst sorgen läßt, wie sie sich beweisen wollen. Zwar findest du allerdings in „den spätern Paragraphen des Lehrbuches „frühere genug zitirt; allein bey genauerer „Ansicht wirst du finden, daß weder die zitirenden noch die zitirten Paragraphen in systematischer Totalität entwickelt sind. Dieser Mangel an System wird auch in der „Willkührlichkeit sichtbar, mit der jeder Verfasser eines Lehrbuches Sätze einschaltet oder „wegläßt, aus einem zwey oder aus zweyen „einen macht. So kann und darf es nicht „seyn, wo ein System ist." Hrn. W.s Foderungen werden über sein Streben, die Geometrie, als Wissenschaft, so recht schwarz zu mahlen, ungeheuer, und sein Tadel fällt gerade auf das, was der Geometrie von jeher Lob erwarb. Hr. W. stößt sich nämlich daran, daß der Geometer vorerst die Axiome und Postulate (die Fundamente seiner Wissenschaft) vorträgt, überall, wo er auf einen neuen Gegenstand zu sprechen kömmt, die bestimmte Definition desselben, dann die Sätze mit ihren Unterscheidungen in Lehrsätze, Folgesätze, Probleme, Hypothesen, Lemmaten aufstellt, und dann jedem Satze, der eines Beweises fähig und bedürftig ist, seinen besondern Beweis beyfügt. Dieß ist die äussere Form des Systems der Geometrie, nicht das System selbst. Diese Form könnte allerdings wegbleiben, so, daß man die Geometrie gerade so, wie in irgend einem Lehrbuche einen philosophischen Gegenstand, vortrüge, ohne daß das System selbst zernichtet würde. Dieser äußern Form hat die Geometrie keineswegs ihre Evidenz, sondern lediglich die Deutlichkeit des Vortrages oder der Darstellung überhaupt zu verdanken. Vortheil genug, um auch sie auf immer beyzubehalten! Diese äußere Form suchten eben darum mehrere auf die Darstellung anderer Zweige des menschlichen Wissens überzutragen. Sie wähnten, mit ihr auch die der Mathematik eigenthümliche Evidenz übertragen zu können. Wären indessen andere Wissenschaften eben so im Besitze evidenter erster Grundsätze und der Definitionen, wie der Mathematiker; so wäre gegen jene Versuche nichts von Belang einzuwenden, sobald man hiebey auf keine Evidenz weiter Anspruch machen wollte.

Die

Die erklärte äußere Form der Geometrie führt allerdings den Schein bey sich, als stünden die Sätze mit ihren Beweisen abgerissen und einzeln da. Allein von diesem Scheine aus hätte Hr. W. unmöglich das System der Geometrie leugnen, und diese selbst herabwürdigen können, wenn er die äußere Form vom Systeme selbst unterschieden hätte. Was Hrn. W.s letztere Vorwürfe betrifft; so sieht man leicht, daß die dadurch angedeuteten Foderungen so lange nicht realisirbar sind, als nicht die Schriftsteller ihre Individualität gänzlich zernichten. Anders nämlich schreibt nothwendig der, welche blose Anfänger im Auge hat, anders der, welcher zu schon gebildeten Lesern spricht; und so jeder verschieden nach dem Zwecke, welchen er zu erreichen sucht. Auf dieselbe Weise bleibt mit dem Grade der Cultur, den ein Schriftsteller besitzt, auch die Beurtheilung verschieden, wie die Gegenstände am deutlichsten vorgetragen werden könnten. Hierin nun muß der Grund gesucht werden, warum der Schriftsteller über Geometrie zuweilen einen Satz, ohne welchen das, was er geben will, verständlich ist, wegläßt; warum er überhaupt nicht vollständig ist; oder warum er jene Veränderungen mit den Sätzen vornimmt.

Den vorhergehenden auf blosen Schein beruhenden Vorwurf glaubt Hr. W. durch das gleich darauf S. 146 Gesagte zu steigern. „Reflectire ferner (sind seine eigenen Worte) „auf die Beschaffenheit mancher geometrischer

„Definitionen und Beweise, und du wirst „dich noch mehr überzeugen, daß es dieser „Wissenschaft an Wissenschaft fehlt. So „z. B. sind Figuren gleich groß, wenn sie sich „decken. Der Begriff — sich decken — gehört „aber gar nicht in die Geometrie; und umge- „kehrt muß, daß Figuren sich decken, eben „daraus bewiesen werden, daß sie gleich groß „sind. Der Empiriker hat ein Recht, von „dem Geometer zu erwarten, daß er die glei- „che Größe beweise; und siehe da, der Geo- „meter bittet den Empiriker, erst seinen Ver- „such zu machen. Wahrlich eine große De- „müthigung für die stolze Mathematik!" Hr. W. befriedigt sich also nicht damit, die mathematische Methode für blos formal und geistlos, das Studium der Mathematik für inhuman zu erklären, und das System der Geometrie (warum nicht auch der ganzen Mathematik!) abzuleugnen, sondern sie auch als Wissenschaft in ihrem Wesen anzugreifen. Welche Steigerung! Wir wollen sehen, ob ihm dieses besser, als jenes, gelungen sey. — Hätte Hr. W. darauf reflectirt, daß, da der Geometer weiß, seinen Figuren komme nur ein ideal reales Daseyn zu, er bey seinem Berufen auf Congruenz unmöglich gesinnt seyn könne, jene den Händen des Empirikers gleichsam zur palpablen Untersuchung hinzugeben; so würde er auf eine richtigere Vorstellung von der Congruenz (in Ansehung derer, obgleich aus andern Gründen, als die Wagner'schen, schon der Skeptiker Hume

die

die Geometrie anfocht,) und des Gebrauches, welchen der Geometer von ihr macht, gekommen seyn. Dann aber würde er sicher diesen Versuch nicht gewagt haben, den stolzen Geometer zu demüthigen. Die Vorstellung von Congruenz hält Hr. W. offenbar für einen aus der Erfahrung entsprungenen, und daher für einen der Geometrie fremden Begriff. Allein diese Vorstellung ist so wenig aus der Erfahrung entsprungen, daß durch diese die Congruenz im Sinne und nach dem Gebrauche des Geometers nicht einmal auszumitteln ist. Es können sich zwar die Flächen zweyer aufeinander gelegten Körper für das Aug vollkommen decken: aber wer wird daraus ihre wahre Congruenz, oder ihre gleiche Größe mit vollkommener Gewißheit, wie sie der Mathematiker verlangt, folgern können? Wenn eine Fläche auch nur den millionsten Theil einer Linie über die andere hervorsteht, — was nicht mehr bemerkbar ist — so sind jene Flächen nicht congruent, nicht gleich groß, wenn sie gleich für solche im gemeinen Gebrauche genommen werden können.

Wie unrichtig Hrn. W's Vorstellung von der Congruenz sey, beweist ferner seine Behauptung, daß man umgekehrt daraus, daß Figuren gleich groß sind, beweisen müsse, daß sie sich decken. Allein dem Geometer, der weiß, daß ein solcher Beweis unmöglich ist, konnte es nie einfallen, ihn zu liefern. Denn Figuren oder überhaupt jede zwey (ausgedehnte) Größen sind zwar gleich, wenn sie

sich

sich decken, aber umgekehrt ist dieses nicht immer der Fall. Zwey Räume können einen völlig gleichen Flächeninhalt, d. i. gleiche Größe haben, ohne sich zu decken. Jede zwey Dreyecke, wie man sie auch über dieselbe Grundseite und mit gleicher Höhe construiren mag, sind, wenn sie schon alle Winkel und übrigen Seiten wechselseitig ungleich haben, sich folglich unmöglich decken können, doch gleich. Ich weiß zwar,, daß selbst Mathematiker (z. B. Schmid, Prof. d. Mathem. zu Gießen, in seinen Anfangsgr. d. Mathem.) ein vicissim — daß nämlich Größen, die gleich sind, sich auch decken, setzen. Allein hätte Hr. W., falls er von irgend einem solchen Mathematiker irre geführt worden ist, nur Euklid's Elemente, worin jenes Vicissim nicht zu finden ist, nachgeschlagen; so würde er seinen Irrthum leicht bemerkt haben.

Der Geometer giebt im Anfange gewöhnlich nur eine Worterklärung von Congruenz, daß — sich decken — nämlich nichts anders heiße, als daß eine Größe weder innerhalb noch außerhalb der andern falle. Mehr bedarf es auch an jenem Orte nicht; Euklid hat nicht einmal diese. Wer nicht schon von selbst die Vorstellung von Congruenz hätte, dem würde sie auch durch alles Definiren nicht können beygebracht werden. Denn sie ist kein Begriff, sondern eine Anschauung der Einbildungskraft vor aller Erfahrung vorhanden; folglich eben so wenig einer eigentlichen Definition, als der Punct, die Linie und Fläche

fähig

fähig, noch bedürftig. So nur ist das Axiom möglich: Grössen, die aufeinander gelegt, sich decken, sind gleich. Müßte der Geometer die Vorstellung von Congruenz erst aus der Erfahrung oder aus allgemeinen Begriffen schöpfen; so wäre das Axiom ohne alle Rettung impugnirt. Diesem Axiom gemäß braucht nun der Geometer seine Dreyecke z. B. — weder seinen noch irgend eines Empirikers Augen unterzuschieben, um ihre Gleichheit aussagen zu können; sondern er sucht nur die Bedingungen auf, unter welchen die Congruenz der Dreyecke nothwendig ist. Wenn nun diese Bedingungen gewiße in den Dreyecken selbst liegende Bestimmungen sind, z. B. nebst gleicher Basis die zwey Winkel an derselben wechselseitig gleich — wer wird sagen wollen, daß dieß eben so viel sey, als die Congruenz der Dreyecke aus ihrer gleichen Größe beweisen? das genannte Axiom führen die meisten Mathematiker an. Schulz umgeht es blos durch seine vorausgeschickte Definition von Congruenz. Wenn es nun gleich richtig ist, daß Gleichheit und Aehnlichkeit zweyer homogenen Dinge erst ihre Congruenz ausmachen; so irrt man sich doch, wenn man diesen Begriff für die ursprüngliche Vorstellung von Congruenz hält. Fortgesetzte Untersuchungen leiten nicht selten zu Merkmale, die mittels der Reflexion verbunden, eine oder auch mehrere Definitionen desselben Gegenstandes möglich machen. So besitzen wir mehrere Definitionen vom Kreise. Man erkennt

kennt dergleichen Definitionen, die entweder der Mathematik ganz fremd sind, oder erst aus der Reflexion entspringen mußten, leicht, wenn man prüft, ob sie genetisch sind. Denn jede eigentlich mathematische Definition kann nicht anders, als genetisch seyn. Was nun den angeführten Begriff von Congruenz eigends betrifft; so kann derselbe leicht dadurch entstehen, daß der Geometer, wenn er beym Fortgange findet, daß gewiße Größen, ungeachtet sie gleich sind, sich doch nicht decken, über den Grund dieser Wahrheit reflektirt. Da er nun weiß, daß gleichartige Dinge entweder in Ansehung ihrer Quantität oder Qualität, oder der Stelle, welche sie im Raume oder der Zeit einnehmen, unterschieden werden müssen: so ist es ihm klar, daß jene Größen nicht einerley Qualität haben, d. i. nicht ähnlich seyn können. Nun erst kann für ihn der Begriff der Congruenz entspringen. Allein man denke sich zwey Flächen so aufeinander gelegt, daß sie sich decken; und frage sich nun, ob in dieser Vorstellung die von der Qualität beyder Größen vorkomme? Was man dabey mit Evidenz aussagen kann, ist dieses einzige: diese 2 Flächen haben einerley Größe. Verlangte man aber zu wissen, was irgend einer bey jenem Versuche anschaute: so würde er nichts anders sagen können, als daß die eine Fläche weder innerhalb noch außerhalb der andern falle, (oder mit andern Worten — daß sie sich einander decken). Auf diese Weise kann sich jeder überzeugen, daß die Vorstel-

lung

lung von Congruenz, wie sie nur dem Geometer ursprünglich beywohnt, eine unmittelbare sey, und daß der synthetische Zusammenhang der Aussage „diese Größen decken „sich" — mit der ihrer Gleichheit mit anschaulicher Gewißheit erkannt werde, ohne daß hier ein Beweis nothwendig oder auch nur möglich wäre. Ich halte daher die Verfahrungsart des Euklid's nicht eben für richtiger, als die von Schulz mit Umgehung des erwähnten Axioms eingeschlagene; aber doch der Natur der Geometrie angemeßner, indem jene Verfahrungsart von Schulz auf ein Ableiten aus Begriffen führt. Aber setzen wir auch mit Schulz die Erklärung von Congruenz voraus: so leuchtet nicht weniger ein, daß die gesetzte Gleichheit der Größen nicht so fort die Aehnlichkeit einschließe, daß folglich aus jener die Congruenz nicht bewiesen werde, nicht bewiesen werden könne. So muß von gleichen geraden Linien erst ihre Aehnlichkeit von Schulz dargethan werden, ehe er ihre Congruenz folgern kann; eben so beweist erst Schulz, durch welche Theile die Kreislinie gegeben sey; und nun erst folgert er die Congruenz von 2 Kreislinien, die gleiche Halbmesser haben, indem jene Theile congruent sind. Auf eine ähnliche Art verfährt Schulz in Ansehung des Beweises, daß gleiche ebene Winkel congruiren. Welcher Methode man also auch folgen mag; nie kann es dem Geometer einfallen, aus der Gleichheit der Figuren ihre Congruenz zu beweisen,

noch

noch viel weniger aber diese sich vom Empiriker beweisen zu lassen. Wenn dieser dem Mathematiker zu Hilfe stehen müßte: wie wollte man sich erklären, daß der berühmte Doctor Saunderson, der sein Gesicht so frühe durch die Blattern verlohr, daß er sich nicht erinnerte, jemals gesehen zu haben, demungeachtet als Professor der Mathematik zu Cambridge alle Theile dieser Wissenschaft, sogar die Optik und Perspectiv mit der größten Deutlichkeit zu lehren vermocht habe? Ueberhaupt gehört dieser von Hrn. W. der Geometrie als Wissenschaft gemachte Vorwurf in die Klasse derjenigen, derer, wie Kästner sich ausdrückt, nur diejenigen fähig sind, die sich einbilden, man beweise die mathematischen Sätze durch Ansehen, Abmessen, und Abwägen.

„Erinnere dich, heißt es weiter, des „Satzes: Parallellinien sind solche, die in's „Unendliche verlängert, sich nicht schneiden. „Wie mag denn der Geometer, dessen ganze „Wissenschaft nur eine Totalität völlig be„stimmter Raumverhältnisse seyn soll, zu ei„ner unendlichen Linie kommen? Offenbar „hat er diesen Begriff nur willkührlich ge„schaffen oder geborgt." — „Gleiche Be„wandniß hat es mit dem in der Geometrie „aufgenommenen Satze, daß die Peripherie „des Zirkels durch ein Unendlicheck (soll hei„ßen: durch den Perimeter eines Unendlich„eckes) nur mit einem kleinen Fehler darge„stellt werden könne. In die Geometrie darf

„nichts

„nichts aufgenommen werden, was nicht der „genauesten Construction im Raume fähig ist; „ein Unendlicheck aber ist keine Figur, weil „die unendliche Zahl der Ecken nicht darstell- „bar ist."

Wenn das von Hrn. W. in diesen wenigen Zeilen Vorgebrachte richtig ist: so ist ausser allem Zweifel wahr, daß die Geometrie einer totalen, und zwar wesentlichen, Reform bedürfe. Sie war bisher eine Wissenschaft vom Raume; itzt soll sie eine Totalität von völlig bestimmten Raumverhältnissen, d. i. von dem, was im Raume in seiner völligen Begrenztheit darstellbar ist, oder von Figuren seyn; in ihr kann folglich von der Longimetrie, wie sie bisher abgehandelt wurde, ferner nicht mehr die Rede seyn; selbst die Vorstellung des Raumes mit allem dem, was das Prädikat unendlich vom Geometer bisher erhielt, muß für die Zukunft aus seiner Wissenschaft verbannt werden. Was aus der Trigonometrie, aus der Theorie der Kegelschnitte werden wird; ist nicht wohl abzusehen; daß auch diese eine völlige Umwandlung leiden müssen, liegt indessen klar am Tage. — Woher, fragt Hr. W. kömmt dem Geometer die unendliche Linie? dieß sollte heissen: die Vorstellung der unendlichen Linie. Allein der Geometer kann die leichter noch zu beantworten scheinende Frage: wie kommen wir zur Vorstellung des Raumes? Hrn. W. zurückgeben, und sich bis zur eingetroffnen Antwort ruhig im undenklichen Besitzstande seiner Vor-

stellung

stellung von einer Linie, die in's Unendliche fortgezogen, und in's Unendliche getheilt werden kann, behaupten. Denn durch eine solche ohne alle Gründe aufgestellte Frage wird doch nicht sofort jener Besitzstand aufgehoben werden sollen? Hr. W. ist selbst Schuld, wenn ich sage, daß er mir auch hier nicht tief genug in die Natur der Geometrie eingedrungen zu seyn scheint. Denn die Frage: woher kömmt dem Geometer die unendliche Linie — verbunden mit der Behauptung: der Geometer könne nur im Besitze dessen seyn, was durch die genaueste Construction darstellbar ist, deutet mir an, daß Hr. W. glaubt, der Geometer wolle von sich rühmen, daß er im Besitze einer unendlichen Linie und auf gleiche Art im Besitze der unendlich vielen Theile einer Linie sey. So könnte es freylich für den ersten Anblick scheinen, wenn der Geometer z. B. sagt: durch jede 2 Puncte ist immer nur eine gerade Linie in's Unendliche gegeben; oder jede gegebene gerade Linie in's Unendliche zu verlängern. Allein dadurch will der Geometer eine unendliche Linie weder als gegeben, noch als wirklich durch eine Construction darstellbar behaupten. Denn beydes ist eben so widersprechend — folglich unmöglich, als das wirkliche Erzeugen unendlich vieler Theile aus einer gegebenen oder endlichen Linie. Dieses wird aber auch durch die Theilbarkeit des Raumes oder der Linie in's Unendliche nicht ausgesagt. Der richtige Sinn dieses Satzes ist in Kästners Beantwortung

(— man

(— man sehe die Vorrede zu seiner Anal. des Unendl. —) der Frage: Ob eine Linie nur eine endliche Menge von Theilen, oder unendlich viele enthalte? ausgedrückt. Kästner antwortet nämlich mit dem unsterblichen Galildus: „sie enthält jede gegebene Zahl von „Theilen" dieses heißt: der Raum, wie jede gegebene gerade Linie ist etwas Ungetheiltes, das wir aber in so viel Theile theilen können, als wir nur immer wollen. Eben so ist der Sinn des Postulates, eine gerade Linie in's Unendliche zu verlängern, dieser; die Verlängerung auf beyden Seiten der gegebenen Linie so weit fort zu führen, als man will; was denn die Möglichkeit eines unendlich großen Nebentheiles auf beyden Seiten der Linie involvirt. Denn wo ich auch immer aufhörte, zu verlängern, hätte ich eine von zweyen Puncten begrenzte endliche Linie, die ich dem Postulate gemäß noch immer verlängern kann. Eine solche ohne Ende verlängerte Linie ist allerdings nicht darstellbar, was das Setzen der Grenzen einschließen würde, eben so wenig, als die unendliche Theilbarkeit der endlichen Linie. Daraus folgt nur, daß sich Hr. W. mit seinen Behauptungen im Kreise dreht. Denn um den Geometer lediglich auf die Behandlung völlig bestimmter Raumverhältnisse zu beschränken, muß er behaupten, daß die Vorstellung vom Unendlich — großen eine der Geometrie ganz fremde Vorstellung sey; und um diese Behauptung zu rechtfertigen, muß er jene Beschränkung aufstellen. Blei-

ben

hen wir aber bey der alten Erklärung von Geometrie als der Wissenschaft des Raumes: so sieht man ein, daß jenes Postulat so genau mit der Vorstellung vom Raume zusammen hängt, daß eines mit dem andern dem Geometer müßte genommen werden. Denn jene Möglichkeit (man merke aber wohl, daß hier nicht die Rede von einem blos gedachten, metaphysisch Möglichen die Rede ist: das Mögliche, von dem hier der Mathematiker spricht, ist wie das Ideale von Schelling zugleich ein Reales, wenn es gleich, und zwar eben darum, kein Gegenstand für die empirische Anschauung werden kann) — jene Möglichkeit, sage ich, der Verlängerung der geraden Linie auf ihren beyden Endpuncten in's Unendliche angenommen, folgt die Unendlichkeit des Raumes selbst, indem die Linie nur Grenze der Fläche, und diese nur Grenze des geometrischen Körpers, welcher wieder nur begrenzter körperlicher Raum ist. Und die Unendlichkeit von diesem letztern angenommen, folgt sofort die Möglichkeit jenes Postulates; oder mit der Vorstellung des unendlichen Raumes, ist zugleich die Vorstellung einer unendlichen geraden Linie vorhanden. Und in der That, wenn nicht Hr. W. die Geometrie abhängig machen will von der Möglichkeit der Darstellung in der empirischen Anschauung; so sieht man nicht ein, mit welchem Rechte er behaupten kann, daß die freye Thätigkeit der Einbildungskraft in Beziehung auf die reine Anschauung des Raumes lediglich auf das Endliche beschränkt sey.

Allein fast sollte man dem Contexte gemäß glauben, daß er jenes Erstere wirklich annehme; wenn es eine nicht zu bekannte Sache wäre, daß die gezeichnete Figur, welche blos zur Fixirung der Construction in der reinen Anschauung dient, sich zu dem ursprünglichen Produkte verhielte, wie das Ectypon zum Archetypon, mit mehr oder weniger Treue. Letzteres ist nun freylich auch etwas Einzelnes, wie die gezeichnete Figur; aber der Mathematiker bestimmt durch das Einzelne und mit diesem zugleich das Allgemeine (umgekehrt der Philosoph), welches unmöglich wäre, wenn seine Demonstration von der Darstellung in der empirischen Anschauung abhienge, wodurch ich l e d i g l i c h über etwas Individuelles belehrt werden kann. Indessen läßt sich denn doch nur unter der obigen Voraussetzung einsehen, warum Hr. W. ein so arger Feind der mathematischen Bezeichnungsart ist, daß er, wie ich gleich Anfangs anführte, den Mechanism der Behandlung und Bezeichnung die S t ü t z e d e r G e i s t l o s i g k e i t der Mathematiker nennt, und darauf dringt, für die reine Mathematik die gewöhnliche Bezeichnung aufzuheben. Allein der Geometer kann, so lange seine Einbildungskraft thätig, und der Fixirung ihrer Produkte bedürftig ist, sich seine Figuren beyderley Art nicht rauben lassen, ohne zugleich seine ganze Wissenschaft in Nichts verwandelt zu sehen. Eine Geometrie ohne Figuren ist ein Unding! Eben so wenig kann der

Arithmetiker seine Buchstaben aufgeben, ohne die Arithmetik als Wissenschaft zu zernichten. Wenn gleich hier die Bezeichnung willkührlicher erscheint, als in der Geometrie, indem in dieser die gezeichnete Figur das Nachbild von der reinen Construction ist, das Zeichen der Arithmetik aber in keiner andern Aehnlichkeit mit den Grössen, von denen jene Wissenschaft handelt, steht, als daß der Buchstabe in seiner Individualität weder dieses noch jenes Einzelne oder Besondere bedeutet; so ist doch eben darum diese Bezeichnungsart, da überall für das geistige und zusammenhängende Handeln des Menschen eine Bezeichnung nothwendig ist, gerade diejenige, ohne welche die Allgemeinheit der Arithmetik, und somit sie selbst als Wissenschaft, zerstört würde. Aber Hr. W. substituirt statt der Buchstaben und Formeln Begriffe, was weit kürzer ist! Aber daß auf diese Art je eine Arithmetik zu Stande kommen könne, ist's eben, was ich oben im Allgemeinen als unmöglich dargethan habe! Doch wie kann auch hier von einem geisttödtenden Mechanism nur die Rede seyn, wo man nicht etwa des blosen gedankenlosen Ordnens der Buchstaben, sondern der stets angestrengten nur nach gewissen erkannten Gesetzen verfahrenden Geistesthätigkeit nöthig hat, um z. B. nur eine Aufgabe richtig zu lösen? Hier ist keine blind wirkende Kraft, die man nur demjenigen beylegen kann, der den Grund, warum aus diesem bestimmten Wirken nur dieses bestimmte

stimmte Resultat zum Vorschein komme, kommen müsse, nicht einsieht. Daß aber dem Mathematiker, der lange und viel sich mit dem gewöhnlichen Calcul beschäftigt, die Buchstaben wie von selbst gehorchen, und er mittels ihrer, ohne alles deutliche Erinnern der Regeln und Formeln und deren Gründe zum gewünschten Ziele gelangt, ist eben so in der Ordnung, als Hr. W. oder Schelling bey seiner neuen Terminologie, die den lernbegierigen Leser oder Zuhörer alle Augenblicke stutzig macht, selbst nicht leicht mehr in Verlegenheit kommen kann. Der Mechanism besteht nicht in dem fertigen Gebrauche der Zeichen, derer wir zu allem Denken bedürfen, sondern in ihrem Gebrauche, ohne einen klaren Sinn damit zu verknüpfen. Geistlose, mechanische Nachsprecher und Nachtreter giebt's in der Philosophie, wie bey jeder andern Wissenschaft und Kunst.

Wenn Hr. W. in der Note, wo er gegen die Bezeichnungsart der reinen Mathematik spricht, (S. 538 d. Buches von d. Natur d. Dinge) durch die geringste Zusammensetzung von Puncten (zwey Puncte nebeneinander) eine Linie entstehen läßt; so hat er freylich Recht, den Mathematiker, der es allenfalls hierin mit ihm hielte, zu fragen, wie er zu einer unendlichen Linie (wie Hr. W. sich ausdrückt) komme? Denn bey einer solchen Entstehungsart der Linie ist nicht nur die unendliche Linie, sondern die Linie selbst ein Nonens. Eine Linie aus Puncten zusammensetzen, ist dem Mathematiker eben so viel, als eine Markung von 1000 Morgen aus blosen Grenzen zusammensetzen. Eine Linie vollends aus zweyen Puncten wäre das Untheilbare an sich. Denn eine Linie theilen, heißt in ihr Theile unterscheiden; dieses geschieht durch Puncte: um folglich jene Linie zu theilen, müßte man eine Grenze zwischen 2 andern Grenzen setzen, was, im Ernste gesprochen, Nonsens Reden ist; oder man müßte einen Punct zwischen 2 andere schieben, wodurch einem statt der getheilten nur eine noch grössere Linie (nach der Voraussetzung) erwüchse.

Auch irrt sich Hr. W. sehr, wenn er dafür hält, daß der Geometer der Vorstellung unendlich großer Linien nur einzig zum Beweise des Satzes, daß Parallellinien von einer geraden Linie unter gleichen Winkeln geschnitten werden, brauche. Ohne jene Erklärung von Parallellinien was will der Geometer in der Trigonometrie mit den trigonometrischen Linien für den rechten Winkel, namentlich aber mit der Tangente und Secante — was in der höhern Geometrie mit den Asymptoten anfangen? So muß man die Geometrie erst in ihrem Wesen zerstören, um sie total reformiren zu können, wenn sie noch des Namens einer Wissenschaft werth seyn soll!

Es wird aus dem Gesagten nun auch leicht einleuchten, daß Hrn. W's Behauptung, der Satz. „Die Peripherie des Zirkels gleicht „dem Perimeter eines regulären in ihr be-

„schrie-

„schriebenen Unendlichеckes, und die Kreisfläche selbst ist die Fläche dieses Unendlichеckes" für die Geometrie aufgegeben werden müsse, falsch ist. Drückte der Geometer diesen Satz so aus, wie es Hrn. W. beliebte, ihn auszudrücken; so müßte er wirklich aufgegeben werden. Denn weder kann ich eine endliche geradgebrochene Linie, die aus unendlich vielen Theilen besteht, weder die unendliche Zahl der Ecken irgend darstellen. Aber diese Darstellung wird auch von dem Geometer nicht behauptet, eben so wenig, als er fodert, man solle wirklich unendlich viele Theile aus der gegebenen Linie erzeugen, oder als der Arithmetiker, der von unendlichen Reihen spricht, damit behauptet, man könne oder solle wirklich unendlich viele Glieder der Reihe durch Addition darstellen. Die Summe nämlich der Glieder einer z. B. convergirenden unendlichen Reihe ist eine blos ideale, als solche aber für den Mathematiker vollkommen reale, indem sie sich darstellen läßt, wie dieß der Fall mit der Reihe $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\ldots$ ist, welche vollständig durch 1, wie die Summe der unendlichen Reihe $1+\frac{7}{10}+\frac{3}{100}\ldots$ für die zweyte Wurzel aus 3 durch die Höhe des rechtwinkligen Dreyeckes dargestellt wird, welches man mit der Grundseite $=1$ und der Hypotenuse $=2$ beschreibt. Aber die Summe einer divergirenden unendlichen Reihe, wo jene unendlich groß ist (z. B. $1+1+1\ldots$) läßt sich durch eine gerade unendliche Linie darstellen, sobald man irgend eine endliche gerade Linie = 1 setzt. Allein Hr. W. hat diese letztere Darstellung, wodurch der Mathematiker die objective Realität seiner Vorstellung vom Unendlichen darthut, nicht im Sinne; vielmehr ist seine Darstellung eins und dasselbe mit Construction, oder der wirklichen Darstellung durch Begrenzung, wo ihm denn der Geometer, so sehr er auch an seiner Vorstellung des Unendlichen hält, gerne zugiebt, daß z. B. eine von drey geraden Linien begrenzte unendliche Fläche ein Unding ist. Man kann jede innerhalb der Kreislinie beschriebene reguläre Figur von Ecken dadurch entstanden betrachten, daß man jede Seite (welche nach der Voraussetzung Sehne eines Bogens ist) von der jener zunächst vorhergehenden regulären Figur nochmals theilt. Diese Theilung mit dem dadurch entstandenen Vielecke für den äußern Sinn darzustellen, erreicht bald seine Grenze. Aber so weit jene Theilung der Seiten des jedesmal neu entstandenen regulären Polygons möglich ist, so weit ist auch immer noch das Entstehen einer Figur mit einer größern Anzahl von Ecken möglich. Bis zu welcher Grenze können oder wollen wir nun die Möglichkeit jener Theilung gestatten? oder wo soll ihre absolute Grenze seyn, über welche hinaus eine weitere Theilung unmöglich ist? Man sieht, daß eine solche absolute Grenze den Grundvorstellungen der Geometrie widerspricht; oder man müßte glauben, daß die Grenze der Darstellung für den äußern Sinn und der Construction

tion überhaupt eben auch die Grenze der a priorischen Darstellung im Raume, oder für die freye Einbildungskraft sey, oder diese müsse sich bey dem Mathematiker in blosen Constructionen erschöpfen. Die Vorstellung eines regulären Unendlicheckes ist daher dem Geometer eben so nothwendig, als die Vorstellung der Linie, Fläche — mit ihrer Verlängerung und Erweiterung in's Unendliche; obgleich keines von beyden durch irgend eine Construction erreichbar, noch viel weniger aber in der empirischen Anschauung, welche nur das Materielle und völlig Begrenzte zum Objecte haben kann, darstellbar ist. Daß aber Hr. W. eine solche Darstellung wirklich im Sinne hat, leuchtet offenbar aus dem Zusatze „nur „mit einem kleinen Fehler" ein. Dieser Fehler hat ohne Zweifel bey der wirklichen Darstellung Statt, wenn wir nämlich z. B. ein in den Kreis beschriebenes reguläres Polygon, z. B. eine Figur von 120 oder 240 Ecken, für die Kreisfläche, oder dessen Perimeter für die Peripherie ausgeben wollten. Allein wie der Geometer den Satz versteht, ist die Kreisfläche dem genannten Unendlichecke völlig gleich; eben so die Peripherie dem Umfange dieses Unendlicheckes, ohne zuzugeben, daß hier der geringste Fehler begangen werde.

Alles kömmt nunmehr auf die directe Beantwortung der Frage an: „Ist die Vorstellung des Unendlichen überhaupt eine im „Gebiete der Mathematik entspringende und „dem Mathematiker nothwendige Vorstellung?" Der Mathematiker, er mag nun von der Arithmetik oder von der Geometrie ausgehen, findet sich in beyden Fällen, wenn er mit Gründlichkeit verfahren will, bald gezwungen, sich zur Vorstellung des Unendlichen zu erheben. Man dividire 1 durch 1+x oder durch 1+1: so erhält man eine ohne Ende fortlaufende Reihe; eben so, wenn man aus einer unvollkommenen Potenz (wie man es, wiewohl weniger richtig, nennt) die Wurzel ausziehen soll. So entsteht für den Mathematiker nothwendig die Vorstellung (als reelle Idee) des Unendlichgroßen. Mit der Vorstellung vom Raume ist schon dem Geometer die Vorstellung eines Einzigen, Unendlichen gegeben, sobald er dieselbe mit entwickelter Klarheit besitzt. Will er ferner krumme Linien mit geraden vergleichen, was unumgänglich nothwendig ist: so wird er ebenfalls bald genug gezwungen, sich unendlichvielste Theile der endlichen Linie zu imaginiren, und sich so zur imaginären Idee des Unendlichkleinen zu erheben. Er muß die endliche Linie als aus unendlich vielen Theilen zusammengesetzt, und folglich die endliche krumme Linie als eine geradgebrochene, die aus unendlich vielen gleichen Theilen besteht, fingiren. Daß eine solche imaginäre Vorstellung keinesweges fruchtlos für die Mathematik seyn könne, beweist schon der Gebrauch, welchen der Mathematiker von den irrationalen, incommensurablen Größen und den imaginären Wurzeln, z. B. $\sqrt{-1}$ macht. Die irrationalen Größen aber selbst, sobald sich

der

der Mathematiker gezwungen sieht, sie auf rationale zurückezuführen, leiten auf die Idee des Unendlichkleinen. Wenn z. B. a : b ein irrationales Verhältniß zweyer discreten oder continuirlichen Größen bedeutet; so kann der Mathematiker das, was von rationalen Verhältnissen gilt, nur dadurch auf dieses irrationale Verhältniß übertragen, daß er sich eine unendlich kleine Einheit, als das gemeinschaftliche Maß der Größen a, b imaginirt. Ohne diese Möglichkeit, die irrationalen Verhältnisse auf rationale zurückezuführen, müßten viele Beweise der Mathematik mangelhaft bleiben, z. B. die in der Aehnlichkeit der Figuren, in der speziellen Mechanik der Beweis des Hauptsatzes vom Gleichgewichte der am Hebel wirkenden Potenzen. Da endlich der unendlich vielste Theil z. B. einer Linie als Punct, oder wie in der Differentialrechnung als Null betrachtet werden muß; so werden weder hier noch dort, in Ansehung der Art, wie man die endliche krumme Linie betrachtet, kleine Fehler begangen. Daher ist denn die Kreislinie unter Voraussetzung obiger Idee vom Unendlichkleinen mit derselben mathematischen Strenge gleich dem Perimeter des in ihr beschriebenen regulären Unendlicheckes, als das Differentiale von xy ist $xdy + ydx$.

Ich will hier nicht untersuchen, ob die alten Mathematiker, selbst Euklid nicht ausgenommen, bis zur gleichsam vollen Idee des Unendlichen, vor welchem selbst noch Descartes zurücke bebte, vorgedrungen waren. Selbst die

die Philosopheme, besonders eines Aristoteles, daß z. B. das Unendliche nicht einmal durch das Denken erreichbar sey, konnten mehrere Mathematiker dahin beschränken, sich mit dem „So weit man will" (z. B. die Theilung einer geraden Linie, oder ihre Verlängerung fortzusetzen,) zu begnügen, und dieses nur für die Endlichkeit gelten zu lassen, überzeugt, daß kein endliches Wesen ihre darauf gebauten Sätze werde wankend machen können. So viel ist gewiß, daß sich mehrere ältere Mathematiker über die Foderung „so weit man will" (wodurch eigentlich die Idee des Unendlichen vom Mathematiker wirklich ausgedruckt wird) keine Rechenschaft gaben, ungeachtet sie eben diese Vorstellung vom Unendlichen selbst in ihren Klagen wider die Behauptungen der Philosophen aussprachen; daß z. B. Timäus die Körper aus ebenen Figuren zusammen setze, beklagten sie darum, weil man so den Flächen ebenfalls Tiefe, den Linien Breite würde zuschreiben, und die Puncte nur Theile der Linie würden seyn müssen. Sie klagten, daß Demokrit und Leucipp Atomen, einfache Körperchen, und Xenocrates einige untheilbare Größen annehme; durch welche Behauptungen die Fundamente der Geometrie umgestürzt würden. Man begreift leicht, daß diese Klagen ihre volle Begründung dadurch erhalten, daß sich der Mathematiker auf die Idee des Unendlichen, als auf etwas, von seinem Territorium nicht wegzuweisendes, beruft. So kann er z. B. nicht wider Atomen, wider untheilbare Größen mit Rechte streiten, wenn er nicht die Theilbarkeit des Raumes — der Linie — in's Unendliche (im eigentlichen Sinne des Wortes,) dunkel wenigstens, annimmt; indem diese Theilbarkeit, so weit man sie auch immer fortsetzen mag, doch nothwendig da ihr Ende erreichen müßte, wo man auf Atomen oder eine untheilbare Größe stoßen würde. In diesen Klagen sprachen die Alten schon das Verdammungsurtheil gegen die methodus indivisibilium des Cavalleri aus. Er scheint diese Methode aufgestellt zu haben, um bey der Behandlung der Stereometrie des Gebrauches der Vorstellung vom Unendlichen, worin er etwa, wie Hr. W. die Zulassung eines kleinen Fehlers zu sehen wähnte, überhoben zu seyn, um auf der andern Seite nur einen erträglicheren Fehler zu begehen, ohne zu bedenken, daß seine Methode wider die Grundvorstellungen der Geometrie verstoße. — Das Maß der Flächen ist dem Geometer die ebene von geraden Linien begrenzte Fläche (das Quadrat,) und das Maß der Körper ein von ebenen Flächen begrenzter Körper (der Würfel). Ohne nun mittels der Vorstellung des Unendlichkleinen die krumme Fläche (z. B. die Oberfläche der Kugel) auf ebene (auf die Zirkelfläche, und so auf die des Dreyeckes) und den von einer krummen Oberfläche begrenzten Körper (z. B. die Sphäre) auf irgend einen geometrischen von ebenen Flächen begrenzten Körper (z. B. auf die Pyramide) zurücke zu führen; wo soll der Geometer den nöthigen Vergleichungspunct hernehmen, um von der Ausmessung seiner Flächen und Körper auch nur sprechen zu können? Macht man so den Weg von der Stereometrie, wo, wenn man nicht alle Fundamente der Geometrie untergraben will, die Zulassung der Idee des Unendlichen unausbleiblich ist, rückwärts auf die übrigen Theile der niedern Geometrie: so sieht man sich abermals nothwendigerweise auf die oben angegebene Verwandlung der krummen Linie in eine gerade u. s. f. getrieben, so, daß man eingestehen muß, daß der gründliche Mathematiker der Idee des Unendlichen weder entbehren, noch sie als seinem Gebiete fremde betrachten könne.

Es folgt also, daß jener von Hrn. W. impugnirte Satz nicht für die Geometrie aufgegeben werden dürfe. Daß aber alle geometrischen Versuche, den Kreis zu quadriren, keine bestimmte Zahl, welche das Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie genau ausdrückte, gaben, davon liegt der eigentlich mathematische Grund in der Irrationabilität jenes Verhältnisses selbst, wie erst neuerdings wieder Schulz auf eine äußerst faßliche Art bewiesen hat (man s. dessen Entw. einiger der wicht. math. Theor.) Außerdem, daß also der Mathematiker die Vorstellung des Unendlichen überhaupt nirgends woher (z. B. aus der Philosophie) zu borgen nöthig hat, (denn nennt man auch jene Vorstellung Vernunftidee; so folgt doch offenbar hieraus nicht, daß

sie

sie aus der Philosophie geborgt sey, indem der Geist des Mathematikers, innerhalb seines Gebietes wandelnd, darauf nothwendig getrieben wird:) dürfte auch der Beweis, daß mehrere Philosophen diese richtige Vorstellung erst aus der Mathematik schöpfen mußten, nicht schwer fallen. „Ich gestehe, „schreibt Leibnitz dem Abbé Conti, einem „edlen Venetianer, daß ich im Jahre 1672 „(Leibnitz war 4 Jahre nach Newton 1646 „zu Leipzig geboren) weder von den unendlichen „Reihen des Mercator, noch von andern „Theilen der durch die neuesten Methoden „erweiterten Geometrie einen Begriff „hatte. Ich war selbst nicht einmal in der „Analysis des Descartes bewandert. Nur „erst nach und nach machte mich Herr Huygens „mit diesen Materien bekannt, als ich „in Paris mit ihm umgieng." Und nach einem mehrjährigen Aufenthalte in Paris und London schrieb Leibnitz an Foucher, einem gelehrten Geistlichen in Dijon, von seiner Theoria motus abstracti, und Hypothesis physica nova, wie überhaupt von seinen frühern Arbeiten: „Sie können etwas Gutes „enthalten, weil Sie und einige Andere es „glauben. Allein es giebt darin auch einige „Stellen, über die ich itzt besser unterrichtet „zu seyn glaube; unter andern erkläre ich „mich nunmehr ganz anders über das Unendliche. „Es war der Versuch eines jungen „Menschen, der noch nicht tief genug in die „Mathematik eingedrungen war." (Leibnitz

hatte

hatte nämlich, als er jene Versuche schrieb, kaum das vier und zwanzigste Jahr zurückegelegt).

Jene erste Stelle beweist mir 1tens das Gegentheil dessen, was Hr. W. in seinem B. v. d. Nat. d. Dinge gerne insinuiren möchte, „daß nämlich philosophische Köpfe, wie „Leibnitz, gewiß die Mathematik mehr „selbst auf ähnliche (nämlich mit der von „Hrn. W. vorgeschlagenen philosophischen) „Weise erfunden, als nach der gewöhnlichen „geisttödtenden Methode studiert haben." Unter dem unberühmten Lehrer der Mathematik zu Leipzig, Kuhn, hatte Leibnitz die ersten Elemente der Mathematik gelernt; des berühmten Weigel's (damaligen Prof's. d. Mathem. in Jena) Tetradik veranlaßte wahrscheinlich Leibnitzens Dyadik; wo er in dem Entstehen aller Zahlen aus dem Eins und der Null ein Sinnbild der Schöpfung aus Nichts, wie Weigel in seiner Tetradik die geheimnißvolle Weisheit der Pythagoräer zu finden glaubte. Außer dieser Dyadik und seinem bekannten Versuche, der Philosophie die Evidenz der Mathematik dadurch zu verschaffen, daß er eine allgemeine philosophische Rechenkunst und eine allgemeine philosophische Sprache erfände — einem Versuche, den er nie aufgab, aber auch nie realisirte —, ist vor seiner Reise nach Frankreich und England nichts von Leibnitz in der Mathematik geleistet worden. Erst nachdem er den von ihm selbst beschriebenen Unterricht in der Mathematik

matik (auf die gewöhnliche mathemat. Art) erhalten hatte, war er im Stande 1673 seine gefundene, ausgezeichnete Zahlenreihe für die Quadratur des Kreises (ich führe jene im Anhange zu meinem Lehrb. der Trigonom. an,) dem berühmten bremischen Gelehrten, Oldenburg, und 1677 seinen Differentialcalcul dem großen Newton bekannt zu machen. Indessen ist selbst schon dieses Philosophen und Schriftstellers, wie aller Philosophen (welche dieses Namens wahrhaft würdig sind,) Stillschweigen, daß sie, ungeachtet sie alle gründliche Kenntniß der gesamten Mathematik besaßen, und selbst über Mathematik philosophirten, eine andere Methode, diese Wissenschaft zu studieren, als die streng mathematische, gekannt haben, als Beweis wider Hrn. W's Insinuation zu betrachten. 2tens gilt diese Stelle in Verbindung mit der zweyten als Bestättigung meiner obigen zuletzt angeführten Behauptung.

Meine Leser mögen sich nun selbst die Frage beantworten: ob Hr. W. in das Wesen der Mathematik so tief eingedrungen sey, als nöthig ist, um eine auf ein kompetentes Urtheil über dieselbe gegründete Reform vorzuschlagen? Ich meines Ortes will nur noch einige Worte über den etwaigen Sinn seiner Behauptung, daß die Mathematik (die reine wenigstens) völlig in Philosophie umgewandelt werden solle und müsse (ein Uebersetzen — Ableiten aus Begriffen lernten wir überhaupt schon aus seiner Erziehungsschrift kennen)

bey-

beyfügen, in wiefern er diese Behauptung in seinem Buche „von der Natur der Dinge" aufstellt. Was Hr. W. mit jenem Verwandeln eigentlich sagen wolle, habe ich in diesem Buche nirgends ausdrücklich erklärt gefunden. Ich halte mich daher an einigen Beyspielen, die er unmittelbar nach jener Behauptung giebt. S. 543 heißt es: „Wenn $ax = cb$, „so ist $x = \frac{cb}{a}$ dieß heißt philosophisch ausge„druckt: Wenn zwey Produkte, jedes von „zwey Faktoren, sich gleich sind, so sind auch „die Faktoren von jedem Produkte wechsel„weise in jedem enthalten. Oder $x^n = r$ „heißt philosophisch ausgedruckt: Eine Po„tenz niederer Ordnung ist gleich einer ein„fachen Größe höherer Ordnung. Dies ist „dasselbe mit dem Satze: das Maximum ei„ner niedern Stufe wird zum Minimum ei„ner höhern; z. B. das Maximum der De„klamation wird zum Minimum des Gesan„ges u. s. w. Eine solche philosophische Be„arbeitung der Mathematik würde diese Wis„senschaft auch dem philosophischen und poe„tischen Kopfe empfehlen, der jetzt vor ihrem „Studium eine nicht ungegründete Abneig„ung fühlt." — Beyde Beyspiele enthalten ein bloses Uebersetzen in Begriffe; das erste aber hat mit der mathematischen Uebersetzung etwas ähnliches; so z. B. exponirt der Mathematiker die Gleichungen $x = \frac{s+d}{2}$ und $y = \frac{s-d}{2}$, nur mit dem Unterschiede, daß jene Uebersetzung keine direkte, sondern indirekte, abgeleitete ist. Weil nämlich, wenn ein Faktor des Produktes A nicht im Produkte B enthalten wäre, schon jener Faktor für sich, um so mehr mit dem andern Faktor zusammen genommen, d. i. das ganze Produkt $A > B$ (wider die Voraussetzung) seyn müßte: so folgt die Wahrheit jener Uebersetzung. Man könnte demnach diese mehr für eine mathematische Folgerung ansehen, nur daß sie in der Mathematik von keinem weitern Gebrauche seyn würde. Das zweyte dem vorigen ganz ungleichartige Beyspiel enthält auch eine Uebersetzung in Begriffe, aber eine solche, an welche der Mathematiker gar nicht denken kann, und zwar aus dem Grunde nicht, weil ihm r blos irgend eine bekannte oder gegebene Größe, folglich sowohl eine einfache als eine potenzirte Größe bedeuten kann, so, daß $x^n = a^m (= r) = c^n d^s \ldots$ seyn kann. Die zweyte Uebersetzung desselben Beyspieles ist eigentlich philosophischer Art. Gesetzt nun der Satz: das Maximum einer niedern Stufe wird zum Minimum einer höhern —, wäre für die Philosophie erwiesen und in ihr von wichtigem Gehalte: so hätte man blos eine mathematische Bezeichnung eines philosophischen Satzes. So würde man statt jenes Satzes überall nur setzen dürfen $x^n = r$. Eine solche Bezeichnungsart durchgeführt, würde geben, was Leibnitz suchte, und nimmer fand. Allein dieß würde ein bloses Anwenden der mathematischen Zeichen in der Philosophie,

sophie, kein Verwandeln der Mathematik in diese geben. Wenn aber Hr. W. dieses nicht zugeben will; so wird er, da seiner Erziehungsschrift zufolge die Mathematik das Prius seyn muß, um den Zögling zu unterrichten und mit der Philosophie bekannt zu machen, behaupten müssen, daß jener philosophische Satz aus der mathematischen Gleichung $x^n = r$ auf philosophische und analytische Weise könne entwickelt, oder in ihr, (daß ich die Reflexion nicht nenne!) mit dem Auge der Philosophie scharf besehen, unmittelbar angeschaut werde; so daß demnach bey einer solchen durchgreifenden Ansicht die Mathematik als Quelle philosophischer Wahrheiten müßte betrachtet werden. So scheint es jenes Prius und Hrn. W's behauptete Identität seiner zweyen Uebersetzungen des letztern Beyspieles zu fodern; auch hätte man auf diese Art die vorgeschlagene Verwandlung der Mathematik in Philosophie — im eigentlichen Sinne. Allein, dann würde der Mathematiker den Philosophen, nicht dieser jenen, bey sich in die Schule führen, und die Mathematik, nicht die Philosophie, würde, wie sich Hr. W. ausdrückt, die Wissenschaft der Universalität seyn. Ich bescheide mich jedoch gerne, wenn man nicht zugeben will, daß in der Mathematik, die von der Größe überhaupt (in einem allgemeinen Theile, den gewiße Mathematiker nicht zu kennen scheinen) und von diskreten und continuirlichen Größen insbesondere handelt, das System der Philosophie eingeschachtelt

liege.

liege. Dann aber würde die Mathematik das Posterius, und die Philosophie das Prius seyn müssen (von einer mittleren Wissenschaft, die beyde zugleich umschlöße und entwickelte, gestehe ich nicht den mindesten Begriff zu haben). Aber wie will dann Hr. W. seinen Zögling am Vortrage der Mathematik Philosophie lehren, indem ohne vorausgesetztes Verstehen dieser, seine Mathematik (mit ihrer philosophischen Beweisart) nicht verstanden werden könnte? Ich muß hier noch zwey Stellen anführen, welche Hrn. W's Meinung, daß die Philosophie das Prius sey, offenbar darzuthun scheinen. Unmittelbar nach der zuletzt angeführten Stelle sagt er: „Philosophische Köpfe wie Leibnitz haben „gewiß die Mathematik mehr selbst auf ähn„liche Weise erfunden, als ꝛc." S. 541 „Zugleich erhellt aber auch die Abhängigkeit „der Mathematik von der Philosophie, in„dem die Mathematik theils ein ursprünglich „Gleichartiges voraussetzen, theils auch ihre „eigenen Prozesse oder Funktionen, wie wir „in den vorigen §§. gezeigt haben, von der „Philosophie borgen muß. Daraus folgt „ferner, daß die Mathematik sich gleich der „Logik nicht als selbstständige Wissenschaft, „weder in ihrer Begründung noch in ihrer „Vollendung, darstellen könne, indem sie, „wie gesagt, erst auf dem Boden der Philo„sophie Wurzel fassen muß, und auch mit „ihren höchsten und schönsten Wechselbestim„mungen die Totalität nie erreichen, sich also

„nie schliessen kann, da das Gebiet der Phi„losophie, auf welchem sie wandelt, die Un„endlichkeit selbst ist." — Diesen Stellen gemäß würde es heißen müßen: „das Maxi„mum einer niedern Stufe u. s. w. wie oben dieß heißt, mathematisch ausgedrückt: $x^n = r$" u. s. f. so, daß man nicht ein Uebersetzen und Verwandeln der Mathematik in Philosophie, sondern ein Uebersetzen und Verwandeln der Philosophie in Mathematik hätte, folglich nicht an der Mathematik Philosophie, vielmehr jene umgekehrt (aus dieser erklären, oder) an dieser lehren, diese also als vollkommen verstanden voraussetzen müßte, ehe man zum humanen Studium der Mathematik übergehen könnte. — Die zuletzt angeführte Stelle ist auch noch in dieser Hinsicht merkwürdig, weil sie Hrn. W. als neuer Grund seiner Behauptung der Nothwendigkeit einer völligen Reform der Mathematik dienen kann, indem diese, ferne davon, eine für sich bestehende Wissenschaft zu konstituiren, in völliger Abhängigkeit von der Philosophie nur von dieser ihr Seyn und Leben nimmt. Ohne mich an die Wagner'schen Wendungen zu kehren, will ich nur kurz untersuchen, was es mit dieser Abhängigkeit für ein Bewandniß habe. Die Mathematik behauptet sich im Besitze der intuitiven apodiktischen Gewißheit aller ihrer Sätze, oder der Allgemeinheit und Nothwendigkeit ihrer synthetischen Urtheile, ohne zu untersuchen, woher ihr diese Evidenz komme, und wie synthetische Urtheile über-

haupt

haupt mit jenem ausgezeichneten Charakter möglich seyn? Sie hält sich durch ihre Axiome, Postulate, Demonstrationen und Definitionen als einziges Beyspiel über alle Erfahrung erhaben, und macht zugleich den bestimmtesten Anspruch auf nothwendige Anwendbarkeit auf Gegenstände der Erfahrung. Sie stellt Axiome und Postulate in Ansehung des Raumes und der Zeit auf, ohne nur ein Sylbe zu ihrer Rechtfertigung beyzufügen. Kurz! die Mathematik behauptet sich als strenge Wissenschaft mit dem Charakter der Evidenz, in einer Sphäre, wo sie von den immerwährenden Revolutionen philosophischer Systeme weder verschlungen, noch erreicht werden kann. Wenn nun der Philosoph, dessen Hauptgeschäft in Untersuchung und Aufstellung der letzten Gründe des Wissens und Handelns besteht, nothwendig auch Untersuchungen über die Vorstellungen vom Raume und der Zeit anstellt, jene z. B. als reine Anschauungen a priori vertheidigt, und nun von diesem Standpuncte aus uns die richtige Einsicht verschaft, wie der Mathematiker sich in Wahrheit rühmen könne, im Besitze reiner Constructionen, der a priorischen Synthesis, der eigentlichen Definitionen und der Evidenz zu seyn, wie es ihm möglich sey, jene Axiome und Postulate über Raum und Zeit aufzustellen, und warum seine Wissenschaft nothwendige Anwendbarkeit auf die Erscheinungswelt habe? so sieht man ein, daß alles dieses auf dem geraden Wege der philosophirenden

Vernunft Liegende nur philosophische Erklärung, als Sicherstellung der Mathematik gegen alle Angriffe von der Philosophie aus, keineswegs aber als eigentliche philosophische Begründung der Mathematik könne betrachtet werden. Müßte die Mathematik ihre Fundamente und ihre ersten Grundsätze aus der Philosophie nehmen oder borgen, dann würde sie von dieser begründet, und zugleich mit dieser allen Wechsel der philosophischen Systeme theilen müssen. Andere Berührungspuncte der Mathematik und Philosophie, als die erwähnten, kenne ich keine. Ueber die Idee des Unendlichen habe ich mich oben schon erklärt. Was die Grundsätze, welche die Mathematik sonst noch mit der Philosophie gemein hat, als z. B. das Ganze ist grösser als sein Theil — jedes Ding ist sich selbst gleich, a = a, — angeht; so bekennt die Mathematik, daß dieß keine eigentliche mathematische Grundsätze, sondern solche sind, welche ihren Grund im Erkenntnißvermögen überhaupt haben, und daher jeder Wissenschaft zum Grunde liegen. Der Grund aber des sich nicht Schließens der Mathematik liegt nicht in ihrer vermeintlichen Abhängigkeit von der Philosophie, wie Hr. W. behauptet, sondern er wird objektiv aus den Fundamenten der Mathematik selbst, und subjektiv aus der Perfektibilität des menschlichen Verstandes überhaupt eingesehen. Aber, behauptet Hr. W., die Mathematik muß ihre Prozesse oder Funktionen („welche sich „nach

„nach S. 539 sämmtlich auf beide, nämlich „die des Wiederholens der Einheit (Addi- „tion) und der Vielheit (Multiplication), „und die Potenzirung, samt den Funktio- „nen, die diesen entgegen gesetzt sind, als „Subtraktion und Division, Ausziehung „der Wurzel reduciren") von der Philoso- phie borgen. Ich will hiebey nur bemerken, daß Hr. W. wenigstens hätte hinzusetzen müssen: „von der Philosophie, wie ich sie „lehre und behandle:" dann wird sich jeder Leser sogleich der Behauptung erinnern, daß die Philosophie (ihrer Methode nach) in Mathematik müsse umgewandelt werden, daß folglich, da Hr. W. nirgends bestimmt angegeben hat, in wie weit diese Umwandlung Platz greifen müsse, ihm der Beweis noch aufliege, ob er eben jene Prozesse nicht von der Mathematik, wo sie ursprünglich hingehören, geborgt habe. Wie wenig aber überhaupt dem Mathematiker mit den ihm eigenthümlichen Vorstellungen gedient seyn könne, wenn er sie nehmen müßte, wie sie aus der philosophischen Ansicht des Hrn. W's hervorgehen; werden die folgenden Beyspiele, wodurch wir den Faden, den wir oben fallen ließen, wieder auffassen, deutlich lehren.

Hr. W. beruft sich nämlich S. 543, wo er die angeführten Beyspiele über die Verwandlung der Mathematik in Philosophie giebt, auf die im ersten Buche (von d. Nat. d. D.) gegebenen Beyspiele überhaupt. Hier finden wir nun: „Durch gegenseitige Be-

„schränk-

„schränkung (man lese die Deduction in §. 9. „S. 8.) entsteht Ausdehnung nach zwey Di„mensionen, nämlich der Länge und Breite. „Die Breite ist demnach eine unendliche Wie„derholung der Länge, die Fläche eine unend„liche Multiplication der Linie; und so ist es „auch in der mathematischen Ansicht. Denn „a^2 ist $= aa$, wo a eine nur von außen als be„stimmbar angenommene Größe ist, indessen „der innere Gehalt von a, seiner Divisibili„tät $= \frac{a}{\infty}$, d. h. unendlich bleibt.... Die „perpendiculäre Seitenlinie (S. 9.) eines „real construirten Viereckes ist also die Sum„me der zwischen den zwey Horizontallinien „eingeschlossenen Linien, und da die Länge „dieser Parallelen und ihre vielfache Wieder„holung das Viereck bildet, so ist in der Ma„thematik das Quadrat durch eine Multipli„cation der Länge mit der Breite möglich; „denn die Breite ist nichts, als die bestimmte „vielfache Wiederholung derselben Länge.".. S. 10. „Flächen, welche sich nach der Länge „und Breite begränzen, geben, wenn man „sie, wie in der zweyten Dimension die Li„nie, unendlichmal wiederholt und in Con„tinuität denkt, die dritte Dimension der „Dicke... Das Viereck, dessen Länge und „Breite sich durch Flächen wiederholt, ist ein „Cubus, (warum gerade ein Cubus? warum nicht ein Prisma, oder Parallelepipedum? Es giebt ja sogar auch Vierecke mit einem erhabenen Winkel, geben diese wohl auch auf genann-

genannte Art den Cubus?) eine Erhebung „der Linien des Viereckes zu Flächen. Daher „ist auch der mathematische Cubus nichts an- „ders, als eine Multiplication der Größe a „mit dem Quadrate a^2 ... Daß dieß nicht „eine blos willkührliche Ansicht sey, in der „mit Ideen gespielt werden soll, beweist die „Natur selbst hinlänglich." .. S. 30. „Das „rechtwinklichte Dreyeck, oder das durch die „Diagonale getheilte Parallelogramm ist dem- „nach das mathematische Symbol der Kör- „perlichkeit... Die drey Dimensionen sind „demnach mathematisch durch drey Linien, „die horizontale, perpendiculare und schiefe, „symbolisirt... Jede Linie entsteht nur durch „Bewegung, und ist Bahn derselben." — Wenn es den Fundamentalvorstellungen der Mathematik widerstreitet, eine Fläche aus Linien (eine Grenze durch unendliche Wiederholung ihrer eigenen Grenze) entstehen zu lassen; wenn es wahr ist, daß die Ausdrücke — eine Linie durch eine Linie multiplicirt giebt eine Fläche, und eine Fläche durch eine Linie multiplicirt giebt einen Körper — blos der Kürze wegen gewählt sind, und, im eigentlichen Sinne genommen, eben so viel Sinn geben, als wenn man sagte: Ein Pferd durch ein Pferd multiplicirt giebt einen Elephanten, und ein Elephant durch ein Pferd multiplicirt giebt einen Wallfisch; wenn endlich der Mathematiker bekennt, daß der Begriff Bewegung ein der Geometrie ganz fremder Begriff ist, dessen er sich blos zur Anleitung und Ver-

sinn-

sinnlichung bedient, und daher, so oft er dieß thut, immer sagt: „man denkt sich" (concipitur e. g. ex fluxu puncti generari linea — ex ascensu basis semper parallelo generari prisma etc.), wenn er anders sorgfältig verfahren will, und jene Versinnlichung für nothwendig hält: so mag dieses genügen, um zu zeigen, daß Hr. W. dem Mathematiker den Ausdruck abzwingt: Bewahre uns Gott vor unsern Freunden, vor unsern Feinden wollen wir uns schon schützen!

Aus diesen Beyspielen ist übrigens klar, daß bald die Philosophie (Naturphilosophie) die Dollmetscherinn der Mathematik seyn, bald diese wieder die Symbole für jene hergeben muß; daß demnach bald das Verstehen der einen bald der andern vorausgesetzt wird. Bedenkt man ferner, daß das eigentliche Uebersetzen der mathematischen Sätze in Begriffe die genaue Kenntniß jener Sätze voraussetzt, welche vermöge der Verwandlung der Mathematik in Philosophie allererst wieder aus Begriffen sollen hergeleitet werden; daß die Begriffe, in welche die Mathematik übersetzt werden soll, den Beyspielen zufolge, bald ursprünglich mathematische bald philosophische Begriffe sind, bald die Begriffe beyderley Art untereinander laufen, und daß sich dieses eben so mit den Begriffen verhält, aus welchen Hr. W. einige geometrische Sätze abgeleitet hat; bedenkt man, woher wohl dem Zöglinge, der weder mit der Mathematik weder mit der Philosophie nur im geringsten bekannt ist, jene Begriffe, oder der richtige Sinn der Worte kommen soll; daß ihm jedoch aus diesen Begriffen nicht nur die Sätze der Mathematik entstehen sollen (so leitet Hr. W. den Satz: daß Parallellinien unter gleichen Winkeln von der geraden Linien geschnitten werden, und den pythagorischen Lehrsatz aus Begriffen ab); sondern daß er durch diese Behandlungsart der Mathematik mit der Philosophie ohne besondere Anstalten so bekannt werden soll, wie ein Sehender mit dem Tageslicht, oder ein Athmender mit der Luft: — so findet man sich in ein heilloses Gewebe disparater Zwecke, die durch die philosophische Behandlungsart der Mathematik erreicht werden sollen, verstrickt, aus welchem man sich ohne Verletzung oder gänzliche Zerstörung desselben wieder loszuwickeln, vergebens bemüht ist. Das Glimpflichste, was man hiebey sagen kann, ist, daß sich Hr. W. selbst nicht deutlich dachte, was das Uebersetzen und Verwandeln der Mathematik in Philosophie auf sich habe. Daß es indessen Hrn. W. dunkel vorgeschwebt seyn müsse, daß durch dieses Uebersetzen und Verwandeln eigentlich weder Mathematik weder Philosophie zum Vorschein kommen könne, davon liegt der Beweis in dem, was er S. 451 sagt: „Die Mathematik läßt sich als Wissenschaft „der Form des Organismus am besten definiren, und es ist einseitig, ihr Wesen in „Größenbestimmung zu setzen, da vielmehr „Wechselbestimmung ihr Wesen ist. Daß die

„reinste

„reinste Wechselbestimmung nur an Größen„verhältnissen construirbar ist, kömmt daher, „weil die Vernunft in der ihr eigenen Ansicht „des Universums alle Differenz aufhebt, so „daß also nur gleichartige Thätigkeit über„bleibt, in welcher nichts zu unterscheiden „ist, als Quantität und Richtung, auf wel„che beyde sich beziehend die Mathematik ent„weder Analysis oder Geometrie ist." Letzteres heißt wohl so viel: Wenn wir von allen verschiedenen Produkten (Quantis) des Universums abstrahiren; so bleibt noch die produzirende Kraft oder Thätigkeit übrig. In dieser können wir nichts unterscheiden, als ihre intensive Stärke (Qualität) und ihre Richtung. Nun kann zwar jede Richtung durch eine Linie exhibirt werden. Die Linie aber als solche ist das Bild der Zeit, nicht des Raumes; folglich sieht man nicht, wie dieses das Fundament der Eintheilung der Mathematik (die von Hrn. W. gesetzte auch als richtig angenommen, wie sie es doch nicht ist) abgeben könne.