

Zeitaufgelöste Untersuchung der Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillationen in Halbleiterübergittern

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik
der Johann Wolfgang Goethe-Universität
in Frankfurt am Main

von
Anne Beate Hummel
aus Gelnhausen

Frankfurt, 2006
(DF1)

vom Fachbereich der
Johann Wolfgang Goethe-Universität als Dissertation angenommen.

Dekan:

Gutachter:

Datum der Disputation:

Eigene Arbeiten und Publikationen

1. A. B. Hummel, *Fotostromspektroskopie an GaAs/AlGaAs-Übergittern im magnetischen Feld*, Diplomarbeit, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main (1999).
2. T. Bauer, A. B. Hummel, H. G. Roskos, and K. Köhler, *Evolution of the energy levels of a GaAs/AlGaAs superlattice under the influence of a strong magnetic field*, Physica E **7**, 289 (2000).
3. T. Bauer, A. B. Hummel, J. S. Kolb, H. G. Roskos, Yu. A. Kosevich, and K. Köhler, *The Coherent Hall Effect in a semiconductor superlattice*, Phys. Rev. Lett. **88**, 086801 (2002).
4. T. Bauer, A. B. Hummel, J. S. Kolb, H. G. Roskos, Y. A. Kosevich, and K. Köhler, *The Hall current of coherent electron wavepackets*, in Ultrafast Phenomena XIII, Springer Verlag (2002).
5. T. Bauer, J. S. Kolb, A. B. Hummel, H. G. Roskos, Y. A. Kosevich, and K. Köhler, *The Coherent Hall Effect: Evolution of the Hall current of charge-carrier wavepackets in a semiconductor superlattice*, Proc. 26th Intern. Conf. on the Physics of Semiconductors ICPS-26, Edinburgh, 2002, paper N2-3.
6. A. B. Hummel, T. Bauer, H. G. Roskos, S. Glutsch, and K. Köhler, *Influence of a strong magnetic field on the Wannier-Stark states of an electrically biased GaAs/Al_xGa_{1-x}As superlattice*, Phys. Rev. B **67**, 045319 (2003).
7. M. Reufer, M. J. Walter, P. G. Lagoudakis, A. B. Hummel, J. S. Kolb, H. G. Roskos, U. Scherf, and J. M. Lupton, *Spin-conserving carrier recombination in conjugated polymers*, Nature Mat. **4**, 340 (2005).
8. A. B. Hummel, C. Blöser, T. Bauer, H. G. Roskos, Yu. A. Kosevich, and K. Köhler, *Electro-optic investigation of the Coherent Hall Effect in semiconductor superlattices*, Phys. Stat. Sol. B **242**, 1175 (2005).
9. A. B. Hummel, T. Bauer, E. Mohler, and H. G. Roskos, *The Coherent Hall Effect of charge carriers in a superlattice: Semiclassical description of the wave-packet dynamics*, J. Phys.: Condens. Matter **18**, 2487 (2006).
10. Y. A. Kosevich, A. B. Hummel, H. G. Roskos, and K. Köhler, *Ultrafast Fiske Effect in Semiconductor Superlattices*, Phys. Rev. Lett. **96**, 137403 (2006).
11. Y. A. Kosevich, A. B. Hummel, H. G. Roskos, and K. Köhler, *Generation of a DC Fiske current by coupling of Bloch and in-plane cyclotron oscillations in a semiconductor superlattice*, accepted for publication in Phys. Stat. Sol. B (2006).
12. S. Stepanow, S. Glutsch, A. B. Hummel, C. Blöser, H. G. Roskos, and K. Köhler, *Semiconductor superlattice in crossed electric and magnetic fields*, submitted to Phys. Rev. B (2005).

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	5
2.1	Halbleiterübergitter	5
2.1.1	Minibänder und Ladungsträgerlokalisierung	5
2.1.2	Wannier-Stark-Aufspaltung	7
2.1.3	Bloch-Oszillationen	9
2.1.4	Interband- und Intraband-Dynamik	13
2.1.5	Halbleiterübergitter und Josephson-Kontakte	15
2.2	Elektro-optische Effekte	16
3	Halbleiterübergitter im elektrischen und magnetischen Feld	22
3.1	Energiezustände	22
3.1.1	Parallele Feldanordnung	23
3.1.2	Gekreuzte Feldanordnung	26
3.2	Semiklassische Bewegungsgleichungen	29
3.2.1	Allgemeine Form	29
3.2.2	Parallele Feldanordnung	31
3.2.3	Gekreuzte Feldanordnung (Kohärenter Hall-Effekt)	32
3.2.4	Schiefe Feldanordnung	41
3.2.5	Selbstinduzierter Gleichstrom (Fiske-Effekt)	47
4	Experimenteller Aufbau und Messtechniken	71
4.1	Proben	71
4.2	Experimentelle Ausstattung	76
4.3	Lineare optische Messtechniken	76
4.3.1	Fotostromspektroskopie	77
4.3.2	Elektroreflexionsspektroskopie	78
4.3.3	Transmissionsspektroskopie	79
4.4	Zeitaufgelöste optische Messtechniken	80
4.4.1	Elektro-optische Spektroskopie	80
4.4.2	Vier-Wellen-Mischen	84
5	Ergebnisse	87
5.1	Probencharakterisierung	87
5.1.1	Nachweis der Wannier-Stark-Leiter	88
5.1.2	Nachweis von Bloch-Oszillationen	94
5.1.3	Einfluss der Anregungsbedingungen	99
5.1.4	Fazit	106

Inhaltsverzeichnis

5.2	Ergebnisse zur gekreuzten Feldanordnung	107
5.2.1	Nachweis getrennter Bewegungsregime mittels REOS und TEOS . .	108
5.2.2	Feldabhängigkeit des Übergangs zwischen den Bewegungsregimen . .	114
5.2.3	Untersuchung der gemessenen Transienten auf höhere harmonische Frequenzen	116
5.3	Ergebnisse zur schiefen Feldanordnung	117
5.3.1	Nachweis des selbstinduzierten Gleichstroms mittels TEOS	117
5.3.2	Auswertung der Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals zu späten Zeiten	121
5.3.3	Absorptionsmessungen	126
6	Diskussion	128
6.1	Diskussion zur gekreuzten Feldanordnung	128
6.1.1	Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals zu späten Zeiten	128
6.1.2	Abhängigkeit des Übergangs zwischen den Bewegungsregimen von der Anregungsenergie	133
6.1.3	Nachweisbarkeit höherer harmonischer Frequenzen der Ladungsträ- geroszillationen	137
6.1.4	Interpretation von REOS-Daten im Zyklotron-Regime bei Vorspan- nung in Durchlassrichtung	142
6.1.5	Dephasierung der Ladungsträgeroszillationen	143
6.2	Diskussion zur schiefen Feldanordnung	146
6.2.1	Allgemeine Betrachtungen zum Fiske-Effekt	146
6.2.2	Güte der analytischen Näherung für $X(\infty)$	148
6.2.3	Analyse der experimentellen Daten	151
6.3	Ausblick	158
6.3.1	Vier-Wellen-Mischen im Magnetfeld	158
6.3.2	Räumliche Amplitude der Ladungsträgeroszillationen	162
6.3.3	Weiterführende Untersuchungen zum Fiske-Effekt	164
7	Zusammenfassung	166
8	Anhang	168
8.1	Liste der verwendeten Symbole	168
8.2	Liste der verwendeten Konstanten	172
	Abbildungsverzeichnis	173
	Tabellenverzeichnis	177
	Literaturverzeichnis	178
	Danksagung	188
	Lebenslauf	189

NIL TAM DIFFICILE EST QUIN QUAERENDO INVESTIGARI POSSIT.

Quintus Ennius, 239-169 v. Chr.

1 Einleitung

Schwingungen und die bei der Schwingungsüberlagerung auftretenden Kopplungseffekte sind die Basis zur Beschreibung unzähliger Phänomene aus nahezu allen physikalischen und vielen anderen naturwissenschaftlichen Fachgebieten. So dient beispielsweise die Feder-schwingung als einfaches Modell für die Molekülschwingungen in Gasen sowie als Grundlage zur Modellierung von Gitterschwingungen in einem Kristall und deren Wechselwirkung mit Lichtwellen, die sich als Phonon-Photon-Kopplung manifestiert [1].

Im Mittelpunkt dieser Arbeit stehen mit der Bloch- und der Zyklotron-Oszillation zwei weitere fundamentale Schwingungsphänomene der Festkörperphysik. Wie von F. Bloch bereits 1928 vorhergesagt [2], führt ein Elektron in einem periodischen Potential bei Anlegen eines konstanten elektrischen Feldes eine oszillatorische Bewegung entlang der Feldrichtung aus. Die Frequenz dieser so genannten Bloch-Oszillation ist proportional zur elektrischen Feldstärke und zur räumlichen Periode des Potentialverlaufs.

Unserer Alltagserfahrung scheint diese Vorhersage zunächst zu widersprechen, denn gemäß dem Ohmschen Gesetz erwarten wir, dass ein konstantes elektrisches Feld zu einer konstanten Stromdichte führt. Diese makroskopische Beobachtung beruht auf der Tatsache, dass typische Streuraten der in Metallen und Halbleitern auftretenden mikroskopischen Streuprozesse mit einigen THz wesentlich größer sind als die mit realistischen Feldstärken erzielbaren Bloch-Oszillationsfrequenzen, die im Bereich einiger GHz liegen. Zum experimentellen Nachweis von Bloch-Oszillationen ist aber das Durchlaufen wenigstens einer einzigen Bloch-Oszillationsperiode notwendig.

Der Ausweg aus diesem Dilemma geht auf eine Arbeit von L. Esaki und R. Tsu aus dem Jahr 1970 zurück [3]. Hierin schlagen die Autoren die Herstellung künstlicher Kristalle durch das alternierende Aufwachsen zweier Halbleitermaterialien mit unterschiedlicher Bandlücke vor. Sie werden als Halbleiterübergitter bezeichnet. Infolge des entlang der Wachstumsrichtung entstehenden periodischen Potentialverlaufs kommt es entsprechend den Energiebändern in Volumenhalbleitern zur Ausbildung einer übergeordneten Bandstruktur in Form so genannter Minibänder.

Die Gitterkonstante der Übergitterstruktur entspricht der räumlichen Periode der aufgewachsenen Halbleiterschichten und ist somit ein Vielfaches der atomaren Gitterkonstante. Entsprechend erhöht sich auch die Bloch-Oszillationsfrequenz und es können Frequenzen im Bereich einiger hundert GHz bis einiger THz erreicht werden, die somit bei niedrigen Gittertemperaturen unterhalb der Streuraten in Halbleitern liegen. So ermöglichte die Realisierung von Halbleiterübergittern durch epitaktische Herstellungsverfahren und der zeitgleiche Fortschritt auf dem Gebiet der Ultrakurzzeitspektroskopie erste Erfolge beim experimentellen Nachweis von Bloch-Oszillationen [4–7].

Einleitung

Im Gegensatz zur Bloch-Oszillation kann die Zyklotron-Oszillation von Ladungsträgern im Magnetfeld auch bei Volumenhalbleitern beobachtet werden. Die Zyklotronfrequenz ist allein durch das Magnetfeld und die Effektivmasse der Ladungsträger bestimmt und damit unabhängig von der Gitterstruktur des Materials. Bei vielen Halbleitern kann die Bandstruktur mit Hilfe der Zyklotronresonanz bestimmt werden [1]. Hierzu werden die Ladungsträger in einer Halbleiterprobe, die sich in einem statischen Magnetfeld befindet, durch Mikrowellenstrahlung zu Zyklotron-Oszillationen um die Magnetfeldrichtung angeregt. Nun wird zusätzlich ein elektromagnetisches Hochfrequenzfeld mit abstimmbarer Frequenz angelegt. Stimmt diese mit der Zyklotronfrequenz überein, so tritt eine Resonanzabsorption von Energie aus dem Hochfrequenzfeld auf, die messtechnisch nachgewiesen werden kann. Aus der Resonanzfrequenz ergibt sich bei Kenntnis der Magnetfeldstärke die effektive Masse der zu Zyklotron-Oszillationen angeregten Ladungsträger.

Eine interessante Fragestellung ist nun, welche Effekte auftreten, wenn an ein Halbleiterübergitter gleichzeitig ein elektrisches Feld \mathbf{E} entlang der Wachstumsrichtung und ein Magnetfeld \mathbf{B} angelegt werden und es, abhängig vom Winkel Θ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} , zu einer mehr oder weniger starken Wechselwirkung von Bloch- und Zyklotron-Oszillation kommen sollte.

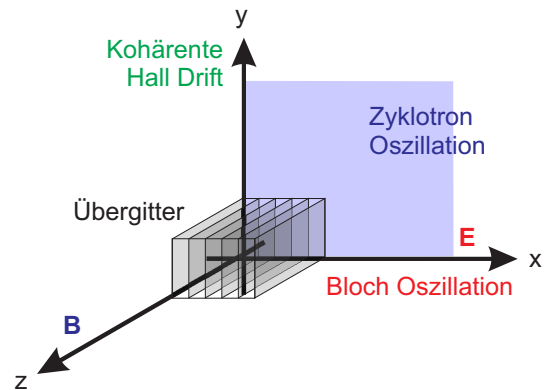


Abbildung 1.1: Gekreuzte Feldanordnung; Beobachtung des Kohärenten Hall-Effekts.

Die Ladungsträgerdynamik im Halbleiterübergitter lässt sich qualitativ und in gewissen Grenzen auch quantitativ auf der Grundlage von semiklassischen Modellansätzen beschreiben. Entsprechende Rechnungen zeigen, dass die Stärke der Kopplung zwischen Bloch- und Zyklotron-Oszillation ausgehend vom kopplungsfreien Fall für $\Theta = 0$ bei Vergrößerung des Winkels zunimmt. Bei paralleler Feldanordnung liegt die durch das Magnetfeld hervorgerufene Zyklotron-Oszillation in der Ebene senkrecht zur Bloch-Oszillation, sodass eine Ankopplung nicht möglich ist. Maximale Kopplung wird dagegen für $\Theta = 90^\circ$, d. h. bei senkrechter Feldanordnung, erreicht, da in diesem Fall sowohl die Bloch-Oszillation als auch eine Komponente der Zyklotron-Oszillation entlang der Wachstumsrichtung des Übergitters verläuft.

Ausgangspunkt für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente zur zeitaufgelösten Untersuchung der Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillationen an Halbleiterübergittern sind die Ergebnisse der THz-Emissionsmessungen von T. Bauer et al. [8, 9] für den Fall der senkrechten Feldanordnung. Nach Laserpulsanregung von Ladungsträgern in einer Übergitterprobe führen diese eine kohärente Driftbewegung senkrecht zur Bloch-

Einleitung

Oszillationsbewegung sowie zum Magnetfeld aus. Dieser Effekt lässt sich als kohärentes Analogon des klassischen Hall-Effekts auffassen, ähnlich wie es sich bei der Bloch-Oszillation um das kohärente Pendant des Ohmschen Gesetzes handelt, und trägt daher die Bezeichnung Kohärenter Hall-Effekt.

Die Ladungsträgerdynamik bei gekreuzter Feldanordnung lässt sich in Analogie zur Dynamik eines freien, ungedämpften mechanischen Pendels beschreiben [8–12]. Entsprechende Modellrechnungen zeigen, dass in diesem Fall Bloch- und Zyklotron-Oszillation nicht mehr koexistieren, sondern quasi ein einziger Oszillator vorliegt, dessen Bewegungszustand und zugehörige Frequenzcharakteristik in Abhängigkeit der äußeren Felder durch das Verhältnis $\eta = E/B$ der E- zur B-Feldstärke bestimmt ist. Zwischen dem durch das elektrische Feld dominierten Magneto-Bloch-Regime (rotierendes Pendel) und dem magnetfelddominierten Zyklotron-Regime (oszillierendes Pendel) findet ein scharfer Übergang (Pendel am oberen Umkehrpunkt) statt, an dem die Lorentz-Kraft auf die Ladungsträger verschwindet.

Die THz-Emissionsmessungen von T. Bauer et al. liefern den experimentellen Nachweis für den Kohärenten Hall-Effekt selbst und die Existenz zweier Bewegungsregime. Aufgrund messtechnisch bedingter Limitierungen konnten jedoch einige auf Basis des semiklassischen Modells getroffene Vorhersagen mit Hilfe der THz-Emissionsspektroskopie nicht verifiziert werden. Hier knüpfen die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente an. Mittels zeitaufgelöster elektro-optischer Messungen wird untersucht, ob sich der Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime linear in Abhängigkeit der äußeren Felder verschiebt und ob es in der Nähe des Übergangs zu einer Umverteilung der Amplitude von der Grundfrequenz der Ladungsträgeroszillationen auf höhere harmonische Moden kommt.

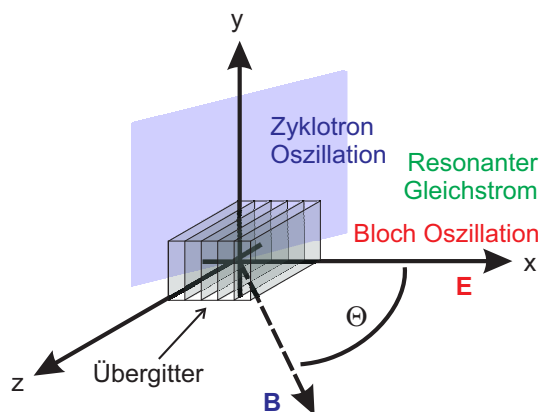


Abbildung 1.2: Schiefe Feldanordnung: Beobachtung des Fiske-Effekts.

Verringert man nun ausgehend von der gekreuzten Feldanordnung den Winkel Θ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} , so kommt es zu einer grundlegenden Änderung des Charakters der Ladungsträgerdynamik. Statt eines einzigen Oszillators, der abhängig vom Verhältnis der äußeren Felder einen bestimmten Bewegungszustand annimmt, führen die Ladungsträger bei schiefer Feldanordnung sowohl Bloch- als auch Zyklotron-Oszillationen aus, die über die Lorentz-Kraft miteinander koppeln. Werden das äußere elektrische und magnetische Feld so aufeinander abgestimmt, dass die Zyklotronfrequenz gerade ein ganzzahliges Vielfaches der Bloch-Oszillationsfrequenz ist, so ist das System in Resonanz und es wird eine resonante Stromerhöhung entlang der Wachstumsrichtung des Übergitters beobachtet [13, 14].

Einleitung

Bei der Beschreibung dieses Effekts profitiert man von der Analogie der Bloch-Oszillationen im Halbleiterübergitter mit dem in Josephson-Kontakten beobachteten Josephson-Wechselstrom-Effekt [1]. Befindet sich ein Josephson-Kontakt in einem Resonator, so kommt es bei Übereinstimmung der Frequenz der Suprastromoszillationen mit einer Resonanzfrequenz des Resonators zu einer resonanten Überhöhung des Gleichstroms, der über den Kontakt fließt. Dieser Effekt wird nach seinem Entdecker M. D. Fiske in der Literatur bisweilen als Fiske-Effekt bezeichnet [15–18]. Gleichmaßen kann der Fiske-Effekt in speziellen suprafluiden ^3He -Systemen (engl. *superfluid weak links*) gekoppelt an einen mechanischen Oszillator beobachtet werden [19, 20].

Ausgehend von der Kenntnis der in Transportexperimenten an Halbleiterübergittern beobachteten resonanten Stromerhöhung infolge der Bloch-Zyklotron-Kopplung, wird in dieser Arbeit der Fiske-Effekt kohärent angeregter Ladungsträger mit Hilfe der zeitaufgelösten elektro-optischen Spektroskopie untersucht. Die entsprechenden Messergebnisse wurden kürzlich im Rahmen einer Kooperation unter der Erstautorschaft von Yu. A. Kosevich (Theorie) veröffentlicht [21]. Anders als beim Kohärenten Hall-Effekt kann jedoch mit Bezug auf die theoretischen Grundlagen im Fall der schiefen Feldanordnung noch nicht auf weitere und entsprechend ausführliche Referenzen verwiesen werden. Daher legen wir bei der Darstellung der theoretischen Grundlagen zur Ladungsträgerdynamik im Halbleiterübergitter unter dem Einfluss elektrischer und magnetischer Felder den Schwerpunkt auf die Behandlung der Ladungsträgerbewegung bei schiefer Feldanordnung. Im Unterschied zum Kohärenten Hall-Effekt ist die Berücksichtigung der in realen Systemen stets vorhandenen Dämpfung zur Modellierung des Fiske-Effekts unverzichtbar, sodass diesem Aspekt besondere Aufmerksamkeit gewidmet wird.

Im Gesamtüberblick gliedert sich die vorliegende Arbeit wie folgt: Kapitel 2 behandelt die grundlegenden, in Halbleiterübergittern unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes auftretenden Phänomene und die Grundlagen der in dieser Arbeit verwendeten elektro-optischen Messtechniken. In Kapitel 3 gehen wir dann auf den Einfluss eines zusätzlichen magnetischen Feldes auf die Energiezustände und die Ladungsträgerdynamik im Halbleiterübergitter ein. Die in dieser Arbeit untersuchten Übergitterstrukturen und die verwendeten Messtechniken werden in Kapitel 4 vorgestellt. In Kapitel 5 gehen wir zunächst auf die Probencharakterisierung im elektrischen Feld ein und präsentieren anschließend die Ergebnisse der zeitaufgelösten Untersuchung der Ladungsträgerdynamik sowohl bei gekreuzter als auch bei schiefer Anordnung des an den Übergitterproben anliegenden elektrischen und magnetischen Feldes. In Kapitel 6 diskutieren wir diese Ergebnisse. Dies geschieht insbesondere für den Fall der schiefen Feldanordnung im Vergleich zur theoretischen Beschreibung in Kapitel 3. Die Arbeit schließt mit einer kurzen Zusammenfassung.

2 Grundlagen

Dieses Kapitel widmet sich zunächst der Materialklasse der Halbleiterübergitter. Unter dem Einfluss eines äußeren elektrischen Feldes spalten die Minibänder einer periodischen Übergitterstruktur in Wannier-Stark-Zustände auf, die in den Bloch-Oszillationen ihr dynamisches Gegenstück finden. Wir skizzieren verschiedene Möglichkeiten zur theoretischen Beschreibung dieses kohärenten Phänomens und gehen auf seine Analogie zum Wechselstrom-Josephson-Effekt ein. Ein auch mit Blick auf die experimentelle Beobachtung der Bloch-Oszillationen wichtiger Aspekt ist die Unterscheidung der Interband- und Intraband-Dynamik der angeregten Ladungsträger. Schließlich behandeln wir den Pockels-Effekt, der die Grundlage der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten elektro-optischen Messtechniken darstellt.

2.1 Halbleiterübergitter

Im Jahr 1970 von Esaki und Tsu als neue Materialklasse vorgeschlagen [3], können Halbleiterübergitter heute als spezielle Quantentopfstrukturen mit Hilfe der Molekularstrahl- (*molecular beam epitaxy*, MBE) und der Gasphasen-Epitaxie (*vapor phase epitaxy*, VPE) in hervorragender Qualität hergestellt werden. Durch periodisches Aufwachsen von Halbleitermaterialien unterschiedlicher Bandlücke entsteht in der Wachstumsrichtung der Proben ein periodisches Potential für Elektronen und Löcher, wobei das Material mit der kleineren Bandlücke die Quantentöpfe, das Material mit der größeren Bandlücke die Barrieren bildet. Material und Schichtabfolge bestimmen dabei den genauen Valenz- und Leitungsbandverlauf, was die Möglichkeit eröffnet, Quantentopfstrukturen für spezielle Anwendungen maßgeschneidert herzustellen (engl. *band-structure engineering*).

2.1.1 Minibänder und Ladungsträgerlokalisierung

Koppeln die Wellenfunktionen benachbarter Potentialtöpfe nicht miteinander, so werden sich bei gleicher Breite und Tiefe der Töpfe darin auch identische, diskrete Energieniveaus ausbilden. Bei Halbleiterübergittern hingegen kommt es, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, durch die Wechselwirkung der Wellenfunktionen über die Barrieren hinweg entlang der Wachstumsrichtung zur Ausbildung von Energiebändern. Sie werden aufgrund ihrer, im Vergleich zu den Energiebändern von Volumenhalbleitern, geringen energetischen Breite Δ von einigen 10 meV Minibänder genannt.

Im Rahmen einer Tight-Binding-Näherung [22] ergibt sich für die Dispersionsrelation eines Minibandes entlang der Wachstumsrichtung (x-Richtung) ein kosinusförmiger Verlauf. Zusammen mit der parabolischen Dispersion der freien Ladungsträgerbewegung in der Ebene

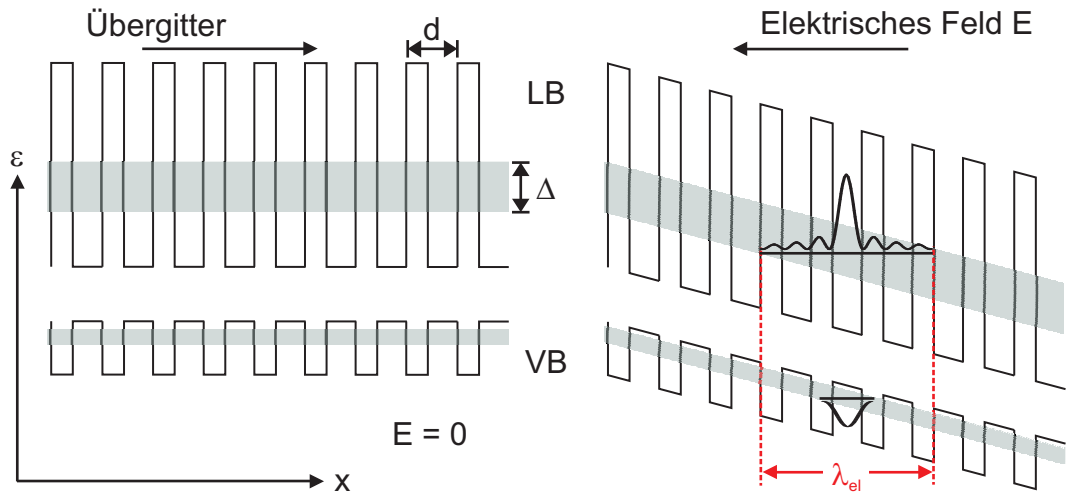


Abbildung 2.1: Bandstruktur eines Halbleiterübergitters. Während die Ladungsträgerwellenfunktionen im feldfreien Fall innerhalb von Minibändern der energetischen Breite Δ über das gesamte Übergitter ausgedehnt sind, kommt es bei Anlegen eines elektrischen Feldes zu einer Lokalisierung der Aufenthaltswahrscheinlichkeiten von Elektronen und Löchern. Entsprechende Lokalisierungslängen λ_{el} sind proportional zur jeweiligen Minibandbreite und umgekehrt proportional zur elektrischen Feldstärke und zum Quadrat der Übergitterperiode.

senkrecht zum Übergitter (yz -Ebene) erhält man für die Dispersionsrelation:

$$\mathcal{E}(\mathbf{k}) = \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(k_x d)] + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_y^2 + k_z^2). \quad (2.1)$$

Darin ist d die räumliche Übergitterperiode und m^* die Effektivmasse der Ladungsträger im Volumenmaterial. Entwickelt man $\cos(k_x d)$ um $k_x = 0$ und vergleicht mit dem bei konstanter effektiver Masse m_x für die Energie geltenden Ausdruck $\hbar^2 k_x^2 / 2m_x$, so erhält man folgenden Zusammenhang zwischen Minibandbreite und Effektivmasse in x -Richtung:

$$\frac{\Delta d}{2\hbar^2} = \frac{1}{m_x d}. \quad (2.2)$$

Ein äußeres elektrisches Feld E entlang der Wachstumsrichtung des Übergitters verkippt die Bandstruktur und schränkt die räumliche Ausdehnung der Ladungsträgerwellenfunktionen in Feldrichtung auf die Lokalisierungslänge λ_{el} ein, für die unter Verwendung von Gleichung (2.2) gilt:

$$\lambda_{\text{el}} \approx \frac{\Delta}{eE} = \frac{2\hbar^2}{m_x d^2} \cdot \frac{1}{eE}. \quad (2.3)$$

Die Lokalisierung im elektrischen Feld ist demnach von der Übergitterperiode und der effektiven Ladungsträgermasse abhängig. So lokalisieren schwere Löcher (hh) im Vergleich zu Elektronen (e) und leichten Löchern (lh) schon bei wesentlichen geringeren elektrischen Feldstärken.¹

Genauere Bandstrukturrechnungen unter Berücksichtigung der Nicht-Parabolizität der Energiebänder des zugrundeliegenden Volumenmaterials, d. h. der Abhängigkeit der effektiven Masse von der Energie, zeigen z. T. erhebliche Abweichungen von einer rein kosinusförmigen Dispersion. In der Nähe des Minibandbodens ist die Annahme eines solchen Verlaufs jedoch meist gerechtfertigt. Zur Vertiefung der Übergitterthematik sei an dieser Stelle auf die Referenzen [23, 24] hingewiesen.

2.1.2 Wannier-Stark-Aufspaltung

Mit der Lokalisierung der Ladungsträgerwellenfunktionen durch ein in Wachstumsrichtung angelegtes elektrisches Feld geht eine Aufspaltung der Minibänder in diskrete Energieniveaus, die sogenannten Wannier-Stark-Zustände, einher, die dem Potentialverlauf entlang des Übergitters folgen. Die Bezeichnung geht auf die Physiker J. Stark und G. H. Wannier zurück. Stark konnte 1913 die Aufspaltung von Spektrallinien in Gasen durch ein elektrisches Feld beobachten, wofür er neben seinen Arbeiten zu Kanalstrahlen im Jahr 1919 den Nobelpreis für Physik erhielt. Wannier, der wichtige Beiträge zu den Grundlagen der Festkörperphysik leistete, zeigte 1960, dass das Energiespektrum eines Bloch-Elektrons im elektrischen Feld aus äquidistanten Eigenzuständen besteht [25].

Die Berechnung der Wannier-Stark-Zustände beruht innerhalb einer Einteilchen-Näherung auf der folgenden eindimensionalen zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d^2}{dx^2} + eEx + U(x) \right) \psi(x) = \mathcal{E}\psi(x), \quad (2.4)$$

wobei $U(x)$ das periodische Übergitterpotential ist. Im Rahmen eines Tight-Binding-Ansatzes für ein Übergitter mit $2N+1$ Perioden [26] erhält man daraus, neben der kosinusförmigen Minibanddispersion bei verschwindendem elektrischem Feld, ein Spektrum äquidistanter Eigenenergien \mathcal{E}_m , sofern der gesamte Potentialabfall über dem Übergitter größer als die Minibandbreite ist:

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_i^{\text{QW}} + meEd, \quad -N \leq m \leq +N. \quad (2.5)$$

Darin bezeichnet $\mathcal{E}_i^{\text{QW}}$ die Energie in dem isolierten Quantentopf, aus dem das i -te Miniband hervorgegangen ist.

¹Hinweis: In Halbleiterquantentopfstrukturen spalten Leichtloch- und Schwerlochband aufgrund der Symmetrie-Erniedrigung (Auszeichnung der Wachstumsrichtung) bereits bei $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ (Γ -Punkt) energetisch auf.

Abbildung 2.2 zeigt den Bandkantenverlauf eines Halbleiterübergitters in verschiedenen Feldbereichen und mögliche Schwerloch-Elektron-Übergänge. Im feldfreien Flachbandfall beginnt (endet) die Absorption bei der Energie, die dem Abstand der Oberkante (Unterkante) eines Valenzminibandes zur Unterkante (Oberkante) eines Leitungsminibandes entspricht. Im Wannier-Stark-Bereich hängt die Zahl der beobachteten Übergänge von der Stärke der Lokalisierung durch das elektrische Feld ab. Voraussetzung für einen Übergang ist ein räumlicher Überlapp von Loch- und Elektronwellenfunktion. Die Schwerlochzustände sind, wie bereits erwähnt, schon bei relativ niedrigen Feldstärken vollständig lokalisiert. Optisch können nun Elektron-Loch-Paare generiert werden, bei denen die maximale Aufenthaltswahrscheinlichkeit der beiden Ladungsträger entweder in ein und demselben Quantentopf liegt (Intrawell-Übergang) oder, eine gewisse Ausdehnung der elektronischen Wellenfunktion vorausgesetzt, um einen oder mehrere Übergitterperioden verschoben ist (Interwell-Übergang). Eine zusammengehörige Folge solcher Übergänge wird als Wannier-Stark-Leiter bezeichnet. Ihre Beobachtbarkeit hängt primär von der Linienbreite der Übergänge ab. Ist der energetische Abstand benachbarter Übergänge kleiner als ihre Linienbreite, so sind einzelne Übergänge nicht aufzulösen.

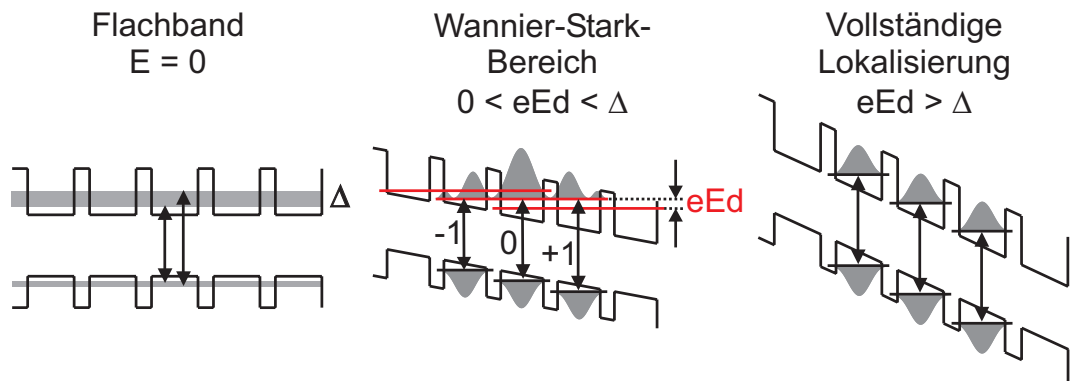


Abbildung 2.2: Wannier-Stark-Aufspaltung im Halbleiterübergitter. Die im Flachbandfall vorhandenen Minibänder spalten bei Anlegen eines elektrischen Feldes entlang der Wachstumsrichtung in diskrete Wannier-Stark-Zustände auf. Die Schwerlochwellenfunktionen lokalisieren schon bei relativ niedrigen Feldstärken, während eine vollständige Lokalisierung auch der elektronischen Wellenfunktionen erst bei sehr hohen Feldern eintritt. Mögliche Schwerloch-Elektron-Übergänge sind durch Pfeile dargestellt.

Zur Kennzeichnung der Übergänge wird der Wannier-Stark-Index verwendet. Intrawell-Übergänge erhalten den Index 0, Interwell-Übergänge die Indizes $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ entsprechend einer räumlichen Verschiebung der maximalen Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Elektron und Loch um 1, 2, 3, \dots Übergitterperioden. Positive (negative) Indizes bezeichnen Übergänge mit höherer (niedrigerer) Energie verglichen mit der des Intraband-Übergangs. Je nachdem, ob es sich um Schwerloch-Elektron- oder Leichtloch-Elektron-Übergänge handelt, wird dem Index noch hh bzw. lh vorangestellt. Lokalisieren die elektronischen Wellenfunktionen schließlich ebenfalls vollständig, so sind nur noch Intrawell-Übergänge möglich.

Die Wannier-Stark-Aufspaltung der Energiezustände von Halbleiterübergittern konnte erstmals 1988 mit Hilfe von Elektrofotolumineszenz- sowie Fotolumineszenz- und Fotoströmspektroskopie nachgewiesen werden [27, 28]. Im Experiment kommt es durch die Coulomb-Wech-

selwirkung zwischen Elektron und Loch zu Abweichungen von der in der Einteilchen-Näherung vorhergesagten äquidistanten Niveaufolge und deren linearem Schieben mit steigendem elektrischem Feld. Bei der optischen Anregung werden gleichzeitig ein Elektron im Leitungsband und ein Loch im Valenzband generiert. Diese bilden aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung einen gebundenen Elektron-Loch-Zustand, ein so genanntes Exziton, dessen Bindungsenergie zu einer Absenkung der Übergangsenergien führt. Typische exzitonische Bindungsenergien im Halbleiterübergitter liegen in der Größenordnung von 10 meV. Die zusätzliche Abhängigkeit der Bindungsenergie von Wannier-Stark-Index und elektrischem Feld führt zu den beobachteten Unterschieden, wie M. M. Dignam und J. E. Sipe mit ihren Rechnungen zur exzitonischen Wannier-Stark-Leiter zeigen [29,30]. Das Ausmaß der Abweichungen hängt dabei allerdings stark von der untersuchten Übergitterstruktur ab.

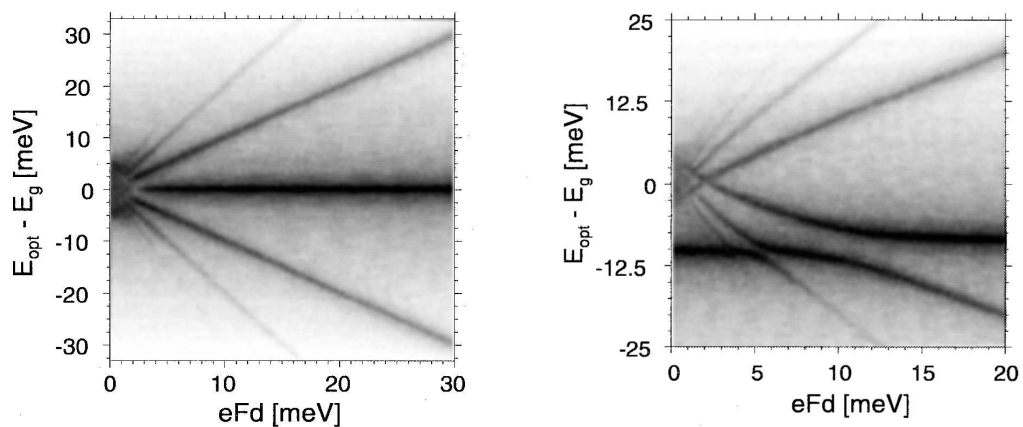


Abbildung 2.3: Wannier-Stark-Leiter. Lineare Absorption eines Übergitters berechnet ohne (links) und mit Coulomb-Wechselwirkung (rechts). Die Linienschwärzung gibt die Oszillatorstärke der Übergänge wieder. Aus [31].

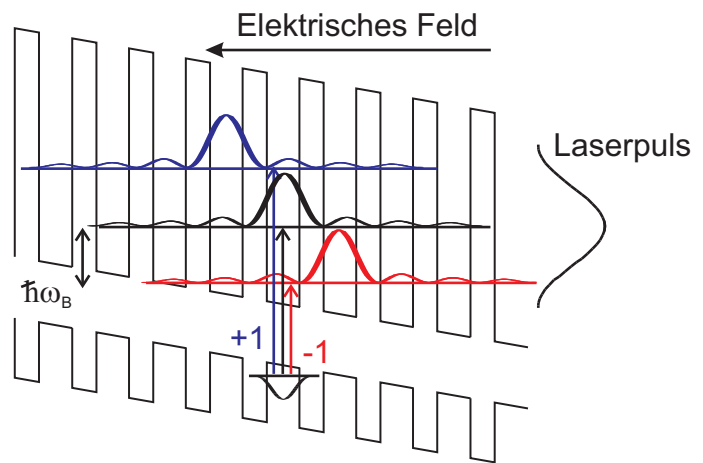
Zur Veranschaulichung der Unterschiede von Einteilchen- und exzitonischer Wannier-Stark-Leiter zeigt Abbildung 2.3 berechnete Absorptionsspektren eines Übergitters ohne und mit Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung. Hervorzuheben sind hierbei insbesondere die durch die Coulomb-Wechselwirkung hervorgerufene Feldabhängigkeit des IntraWell-Übergangs, die Asymmetrie der Energieaufspaltung zwischen positiv und negativ indizierten Wannier-Stark-Übergängen sowie das Auftreten von Überkreuzungen (engl. *crossings*) und vermiedenen Überkreuzungen (engl. *anticrossings*).

2.1.3 Bloch-Oszillationen

Die Existenz diskreter Wannier-Stark-Übergänge im Absorptionsspektrum eines Halbleiterübergitters unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes entlang der Wachstumsrichtung ist eng verknüpft mit dem Auftreten eines weiteren grundlegenden Phänomens der Festkörperphysik - den Bloch-Oszillationen. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines durch kohärente Superposition der Wellenfunktionen zweier oder mehrerer Wannier-Stark-Zustände generierten elektronischen Wellenpakets oszilliert mit Schwebungsfrequenzen, die durch die Energiedifferenzen der angeregten Niveaus gegeben sind.

Wie in Abbildung 2.4 dargestellt, kann die erforderliche kohärente Superposition mittels Anregung durch einen kurzen Laserpuls geeigneter Zentralwellenlänge und energetischer Breite erfolgen. Dabei wird die mittlere Energie des angeregten Wellenpakets dadurch bestimmt, an welcher Stelle der Wannier-Stark-Leiter angeregt wird. Bei Anregung unterhalb des Zentrums der Wannier-Stark-Leiter zwischen Intra-Wellen-Übergang hh_0 und dem energetisch tiefer liegenden Interwellen-Übergang hh_{-1} wird das Wellenpaket in der Nähe von $k_x = 0$ generiert, bei Anregung oberhalb des Zentrums zwischen den Übergängen hh_0 und hh_{+1} startet das Wellenpaket mit $k_x = \pi/d$. Bei Anregung im Zentrum der Wannier-Stark-Leiter erstreckt sich das Wellenpaket über das gesamte Band und, statt zu oszillieren, liegt in diesem Fall eine so genannte atmende Mode (engl. *breathing mode*) vor [24, 32]. Im Experiment wird meist zwischen den Wannier-Stark-Übergängen hh_0 und hh_{-1} angeregt, die im relevanten Feldbereich die größten Oszillatorstärken besitzen.

Abbildung 2.4: Quantenmechanisches Bild der Bloch-Oszillationen. Bei kohärenter Anregung zweier oder mehrerer Wannier-Stark-Zustände durch einen Laserpuls geeigneter Zentralwellenlänge und energetischer Breite kommt es zu einer Quantenschwebung mit der Frequenz ω_B , die dem energetischen Abstand der beteiligten Zustände entspricht.



Dieses quantenmechanische Bild der Bloch-Oszillation ist im Zusammenhang mit der Durchführung optischer Experimente an Halbleiterübergitter besonders hilfreich, da hiermit die Verbindung zwischen dem dynamischen Phänomen der Bloch-Oszillationen und den für ihre optische Anregung relevanten Niveaus der Wannier-Stark-Leiter hergestellt wird. Zur Beschreibung der Ladungsträgerbewegung selbst wird das im Folgenden beschriebene semiklassische² Bild der Bloch-Oszillation verwendet, das auf eine 1928 von ihrem Namensgeber F. Bloch veröffentlichte Arbeit zurückgeht [2].

In einem Gedankenexperiment wird ein elektronisches Wellenpaket, zusammengesetzt aus Bloch-Zuständen mit einer schmalen Verteilung im k -Raum und zentriert um $k = 0$, präpariert. Dann wird instantan ein elektrisches Feld E angeschaltet. Wir wollen uns hier der Einfachheit halber auf eine eindimensionale Betrachtung beschränken. Nach dem Blochschen Beschleunigungs-Theorem

²Der Begriff „semiklassisch“ bezieht sich hierbei auf die Form der Bewegungsgleichung für den Quasi- oder Kristallimpuls $\hbar\mathbf{k}$ [33], nicht zu verwechseln mit dem Impuls eines freien Elektrons. Die Änderung des Kristallimpulses ist nur durch äußere Felder bestimmt, während in Falle des Impulses die Gesamtkraft auf das Elektron berücksichtigt werden muss, also auch das periodische Gitterpotential. Im Übrigen wird das elektrische Feld bei der Beschreibung der Bloch-Oszillationen sowohl im semiklassischen als auch im Wannier-Stark-Bild klassisch behandelt.

$$\hbar \frac{dk}{dt} = eE \quad (2.6)$$

ergibt sich eine lineare Zeitabhängigkeit des Wellenvektors jeder einzelnen Komponente des Wellenpakets und damit eine konstante k-Raum-Geschwindigkeit:

$$k(t) = k(0) + \frac{e}{\hbar} Et. \quad (2.7)$$

In einer periodischen Bandstruktur, wie sie in jedem periodisch aufgebauten Festkörper vorliegt, bewegt sich ein solches Elektron periodisch in der Energie entlang der Dispersion desjenigen Bandes, in dem es bei $k = 0$ generiert wurde. Nach dem Durchqueren einer Brillouin-Zone ist der Zustand des Elektrons jedoch bis auf einen Phasenfaktor nicht von seinem Zustand am Startpunkt bei $t = 0$ zu unterscheiden. Man kann sich dementsprechend bei der Behandlung der Bloch-Oszillationen auf die erste Brillouin-Zone beschränken.

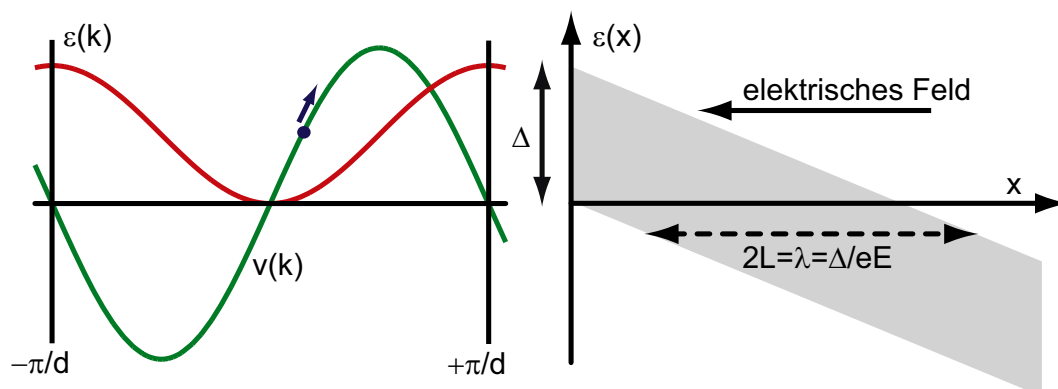


Abbildung 2.5: Semiklassisches Bild der Bloch-Oszillationen. Links: Ein elektrisches Feld entlang der Wachstumsrichtung eines Übergitters beschleunigt ein elektronisches Wellenpaket und sein k-Vektor wächst gemäß Gleichung (2.7) linear mit der Zeit. Aufgrund der kosinusförmigen Übergitterdispersion kommt es zu einer Bloch-Oszillation im k-Raum, die über die Geschwindigkeit mit der Bloch-Oszillation im Ortsraum verknüpft ist. Rechts: Aufgrund der verkippten Bandstruktur im elektrischen Feld ist die Bloch-Oszillation räumlich durch die Grenzen des Minibandes beschränkt.

Abbildung 2.5 zeigt dies am Beispiel der kosinusförmigen Dispersion der Minibänder eines Halbleiterübergitters (siehe Gleichung (2.1)). Am Rand der ersten Brillouin-Zone bei π/d findet eine Bragg-Reflexion statt, die das Wellenpaket im reduzierten Zonenschema bei $-\pi/d$ wieder erscheinen lässt. Die in der Abbildung ebenfalls dargestellte Gruppengeschwindigkeit des Wellenpakets im Ortsraum ergibt sich aus der Ableitung der Energie nach k :

$$v(k) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k}. \quad (2.8)$$

Bei periodischer Bandstruktur ist folglich auch ein periodischer Verlauf der Gruppengeschwindigkeit im Ortsraum zu erwarten: Die Bloch-Oszillation im k -Raum geht mit einer Bloch-Oszillation des Elektrons im Ortsraum einher. Bei gegebener Dispersion lässt sich über obigen Zusammenhang die Bewegung des Wellenpakets in Ortsraum und k -Raum berechnen. Bei Minibandelektronen erhält man mit Gleichung (2.1) für die Gruppenschwindigkeit folgenden Ausdruck:

$$v(k) = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(kd). \quad (2.9)$$

Wie 1934 zuerst von C. Zener gezeigt [34], ändert die Geschwindigkeit des elektronischen Wellenpakets bei $k = 0$ sowie an den Brillouin-Zonengrenzen jeweils ihr Vorzeichen und damit ändert gleichzeitig das Wellenpaket seine Richtung im Ortsraum. Das Bloch-oszillierende Elektron ist quasi-lokalisiert. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von einer dynamischen Lokalisierung. Die Frequenz der Bloch-Oszillation ergibt sich aus der Bedingung eines vollständigen Durchlaufens der Brillouin-Zone zu

$$\omega_B = \frac{e|E|d}{\hbar}. \quad (2.10)$$

Die räumliche Amplitude der Bloch-Oszillation in der durch das elektrische Feld verkippten Bandstruktur entspricht der halben Lokalisierungslänge der Wannier-Stark-Zustände (Gleichung (2.3)):

$$L = \frac{\Delta}{2e|E|}. \quad (2.11)$$

Die Tatsache, dass das Wellenpaket bei der Bloch-Oszillation immer wieder auch gegen die Feldrichtung läuft, scheint zunächst im Widerspruch zu dem aus der klassischen Elektrodynamik bekannten Ohmschen Gesetz zu stehen. Es besagt, dass ein äußeres elektrisches Feld eine makroskopische Stromdichte verursacht, die proportional zur elektrischen Feldstärke ist. Ursächlich für das Ohmsche Gesetz und das Ausbleiben von Bloch-Oszillationen sind die in Festkörpern auf ultrakurzen Zeitskalen auftretenden inelastischen Streuprozesse. Sie hindern Ladungsträgerwellenpakete daran, die Dispersion vollständig zu durchlaufen.

Erst die Entwicklung ultraschneller Messtechniken und geeigneter Probenstrukturen machte die experimentelle Beobachtung von Bloch-Oszillationen möglich. In Volumenhalbleitern liegen realistische Bloch-Oszillationsperioden bei bis zu einigen hundert Pikosekunden, typische Streuzeiten (Streuung an Phononen, anderen Ladungsträgern, Gitterfehlstellen etc.) liegen im Sub-Pikosekundenbereich. Die größere räumliche Periode d von Halbleiterübergittern dagegen ermöglicht, insbesondere bei niedrigen Gittertemperaturen unterhalb von 20 K, Oszillationsperioden kleiner als die Streuzeit. Die Beobachtung von Bloch-Oszillationen erfordert das Durchlaufen mindestens eines vollen Schwingungszyklus während

der Zeitdauer der Kohärenz des Wellenpakets. Ist die Kohärenz durch Streuprozesse zerstört, gilt das Ohmsche Gesetz, als dessen kohärentes Analogon sich die Bloch-Oszillationen verstehen lassen.

Man kann zeigen, dass Bloch-Oszillationen nur dann beobachtet werden können, wenn sich in der Absorption Wannier-Stark-Übergänge auflösen lassen.³ Über 20 Jahre nach der Vorhersage von Esaki und Tsu von Bloch-Oszillationen in Halbleiterübergittern als Quelle elektromagnetischer Höchstfrequenzstrahlung [3] und vier Jahre nach der ersten Beobachtung der Wannier-Stark-Leiter [27,28], gelang es J. Feldmann et al. und K. Leo et al. im Jahr 1992, Bloch-Oszillationen zeitaufgelöst mittels Vier-Wellen-Mischen zu detektieren [4,5].⁴ In den beiden darauf folgenden Jahren konnten Bloch-Oszillationen von C. Waschke et al. über ihre THz-Emission und von T. Dekorsy et al. elektro-optisch nachgewiesen werden [6,7]. Neben im Anschluss durchgeführten Parameterstudien, die größtenteils bei Gittertemperaturen unterhalb von 20 K durchgeführt wurden [35–43] konnten Bloch-Oszillationen schließlich auch bei Zimmertemperatur nachgewiesen werden [44].

Viele der sich anschließenden Arbeiten zu Bloch-Oszillationen sind in Referenz [24] zusammengefasst. Wir werden in Kapitel 3 auf grundlegende Untersuchungen zu Wannier-Stark-Aufspaltung und Bloch-Oszillationen unter dem Einfluss eines zusätzlichen Magnetfeldes eingehen.

2.1.4 Interband- und Intraband-Dynamik

Quantenmechanisch ergibt sich, wie oben beschrieben, die Bloch-Oszillation aus der kohärenten Überlagerung von Wannier-Stark-Zuständen. Die Bloch-Oszillation hält dabei nur so lange an, wie die verschiedenen Komponenten des Wellenpakets in Phase sind, und ist somit durch *Intra*band-Kohärenz charakterisiert, d. h. durch die Kohärenz der Leitungsbandzustände. Davon muss die *Inter*band-Kohärenz unterschieden werden, die bei der Superposition eines Elektron- und eines Loch-Zustands relevant ist. Die Erzeugung einer Interband-Kohärenz ist beispielsweise durch kohärentes Licht möglich, weshalb man auch von optischer Kohärenz spricht. Bei der optischen Anregung von Bloch-Oszillationen generiert ein kurzer Laserpuls eine kohärente Interband-Polarisation durch die Besetzung eines Valenzbandzustands und mehrerer Leitungsbandzustände, die damit untereinander ebenfalls eine feste Phasenbeziehung besitzen. Neben der Interband-Kohärenz wird also auch Intraband-Kohärenz erzeugt.

Die Kohärenz eines besetzten Zustands kann durch Relaxationsprozesse zerstört werden. Man unterscheidet hierbei zwischen solchen Prozessen, die zu einer Impuls-, und solchen, die zu einer Energielaxation führen. Zur Impulsrelaxation tragen elastische und inelastische Streuprozesse bei. Hier ist in erster Linie die Ladungsträger-Ladungsträger-Streuung zu nennen. Erfolgen die Streueignisse rein elastisch, so kann der mittlere Impuls des angeregten Ladungsträgers verschwinden, ohne dass sich seine Energie geändert hat. Bei der in-

³In der Absorption werden Wannier-Stark-Übergänge sichtbar, sobald ihre Energiedifferenz $\Delta\mathcal{E} = \hbar\omega_B$ größer als ihre homogene Linienbreite $\Gamma = 2\hbar/T_2$ ist. T_2 ist bestimmt durch Streuung und Zener-Tunneln. Es gilt also als Bedingung für die Auflösbarkeit von Wannier-Stark-Übergängen $\omega_B > 2/T_2$, was aber gleichzeitig die Bedingung für die Beobachtung von Bloch-Oszillationen ist.

⁴Auf die hier genannten zeitaufgelösten Messtechniken gehen wir in Kapitel 4 ein.

elastischen Streuung kommt es dagegen zu einem Energieübertrag zwischen dem angeregten Ladungsträger und der für die Streuung verantwortlichen Störstelle. Im Halbleiterübergitter überwiegt als Ursache der Energierelaxation bei Weitem die Streuung an optischen Phononen. Aufgrund des für einen Ladungsträger im Kristallgitter bestehenden Zusammenhangs zwischen Energie und Impuls über die Dispersionsrelation, ist mit dem Energieübertrag stets auch ein Impulsübertrag verbunden. Die Energierelaxation geht also mit einer Impulsrelaxation einher.

Wie ausführlich in den Referenzen [24, 40, 45] dargestellt, wird zur theoretischen Beschreibung der kohärenten Ladungsträgerdynamik in Halbleiterübergittern häufig der so genannte Dichtematrixformalismus verwendet. Innerhalb dieses Formalismus wird das zu untersuchende System als Ensemble von Zwei- oder Mehr-Niveau-Systemen behandelt und durch einen Dichtematrixoperator beschrieben [46]. Dessen Diagonalelemente entsprechen der Population der Zustände, seine Nicht-Diagonalelemente der Kohärenz zwischen dem Grundzustand und den angeregten Zuständen. Die Zeitentwicklung des Systems kann beispielsweise im Rahmen der Liouville-von-Neumann-Gleichung berechnet werden. Hierbei erhält man unter Einbeziehung der Wechselwirkung des Systems mit dem anregenden Lichtfeld und der Umgebung die Bewegungsgleichungen der Elemente der Dichtematrix, die beim Übergang auf ein allgemeines N-Niveau-System als Halbleiter-Bloch-Gleichungen bezeichnet werden [22].

Die Bloch-Oszillationen lassen sich im Dichtematrixformalismus durch ein Drei-Niveau-System bestehend aus zwei angeregten Zuständen und einem gemeinsamen Grundzustand beschreiben. Die entsprechenden Bewegungsgleichungen werden in den Referenzen [40, 45] eingehend diskutiert. Die Gleichungen enthalten drei unterschiedliche Relaxationszeiten. So zerfallen die Populationen der drei Niveaus durch Rekombination exponentiell mit der longitudinalen Relaxationszeit T_1 , die jedoch im Bereich einiger hundert Pikosekunden bis Nanosekunden liegt und damit für die Dephasierung von Bloch-Oszillationen mit Schwingungsdauern von nur einigen Pikosekunden nicht relevant ist. Weiterhin wird der optische Übergang zwischen den Niveaus als rein homogen um $\hbar\Gamma_{\text{hom}}$ verbreitert angenommen, so dass die Interband-Polarisation eine mit der transversalen Phasenrelaxationszeit $T_2^{\text{inter}} = 2\hbar/\Gamma_{\text{hom}}$ gedämpfte Oszillation durchführt. Die durch die Intraband-Polarisation beschriebene Oszillation der Ladungsträger in x-Richtung dephasiert entsprechend mit T_2^{intra} .

Dass sich Interband- und Intraband-Dephasierungszeit im Allgemeinen unterscheiden, konnten P. Leisching und T. Dekorsy durch simultan durchgeführtes Vier-Wellen-Mischen (siehe Abschnitt 4.4.2) und transmittives elektro-optisches Abtasten (siehe Abschnitt 4.4.1) als Erste experimentell nachweisen [7, 35, 40, 40–43].⁵ In den genannten Arbeiten liegt die beobachtete Intraband-Dephasierungszeit bei mehr als der doppelten Interband-Dephasierungszeit. Dies wird darauf zurückgeführt, dass die mit hoher Frequenz oszillierenden optischen Phasen der Interband-Polarisation ihrer Phasenbeziehung schon durch kleinste Störungen verlieren, während die mit Frequenzen im THz-Bereich oszillierende Intraband-Polarisation auf kleine Störungen weniger anfällig reagiert. An dieser Stelle sei noch darauf hingewiesen, dass sich im Rahmen der genannten Messungen die Halbleiter-Bloch-Gleichungen als

⁵Wie wir später noch näher erläutern werden, kann das Vier-Wellen-Mischen zur Bestimmung der Interband-Dephasierung herangezogen werden, während das elektro-optische Abtasten hauptsächlich die Intraband-Respons abfragt.

grundsätzlich zu hinterfragen gezeigt haben, da sie bei der Betrachtung höherer Ordnungen nicht konvergieren und somit mathematisch nicht gut fundiert sind. Als Alternative wurde das *dynamically controlled truncation* (DCT) *model* entwickelt [47], das ein ordentlich konvergierendes Verhalten zeigt, wenn sukzessive höhere Ordnungen mitgenommen werden.

Eine ausführliche Diskussion der für Bloch-Oszillationen relevanten Dephasierungsmechanismen (Streuung an Phononen und Grenzflächenrauhigkeiten, Zener-Tunneln, Ladungsträger-Ladungsträger-Streuung) findet sich in den Referenzen [24, 48]. Optische Phononen spielen insbesondere bei höheren Temperaturen eine wichtige Rolle als Relaxationskanal. Die Wechselwirkung von Bloch-Oszillationen und optischen Phononen kann sich jedoch auch in einer Bloch-Phonon-Kopplung äußern [45, 49]. Stimmen die Bloch-Oszillationsfrequenz und die Frequenz der optischen Phononen überein, so können die beiden schwingungsfähigen Systeme in Resonanz geraten.

2.1.5 Halbleiterübergitter und Josephson-Kontakte

Elektronische Bloch-Oszillationen in Halbleiterübergittern haben viele Gemeinsamkeiten mit dem Wechselstrom-Josephson-Effekt in schwach gekoppelten Supraleitern. In beiden Fällen kommt der Tatsache, dass eine lineare Phasenänderung zu einem oszillierenden Strom führt, eine Schlüsselstellung zu.

Beim Josephson-Effekt sind die beiden makroskopischen kohärenten Wellenfunktionen der Kondensate von Cooper-Paaren in den beiden Supraleitern durch eine dünne Tunnelbarriere getrennt. Sie weisen eine konstante quantenmechanische Phasendifferenz Φ_0 auf und koppeln nur schwach. Aufgrund dieser Phasendifferenz fließt ein Supra-Gleichstrom über den Josephson-Kontakt, dessen Wert von der Größe der Phasendifferenz abhängt und maximal den Wert $\pm I_c$ annehmen kann (Gleichstrom-Josephson-Effekt). Legt man eine Spannung U an, dann führt der energetische Abfall eU über dem Josephson-Kontakt zu einer quantenmechanischen Phasendifferenz $\Phi(t)$ zwischen den Wellenfunktionen, die linear mit der Zeit wächst [1]:

$$\Phi(t) = \frac{2eU}{h}t. \quad (2.12)$$

Durch die Interferenz der beiden Kondensate entsteht ein oszillierender Suprastrom:

$$I(t) = I_c \sin(\Phi), \quad (2.13)$$

Gleichermaßen führt das lineare Anwachsen des Wellenvektors k mit der Zeit im Falle des Übergitters im elektrischen Feld (Gleichung (2.7)) zu einer harmonischen k -Abhängigkeit der Geschwindigkeit im Ortsraum und damit zu einem oszillierenden Bloch-Strom. In Analogie zum Josephson-Effekt können die Bloch-Oszillationen auch als Interferenz der Wellenfunktionen aufgrund des Potentialabfalls (Ed) zwischen benachbarten Quantentöpfen

diskutiert werden. Als entscheidendes Ergebnis ist festzuhalten, dass in beiden Fällen durch Anlegen eines elektrischen DC-Feldes ein AC-Effekt hervorgerufen wird.

Aufgrund dieser Analogie findet man auch bei weiteren Effekten, die zunächst an Josephson-Kontakten beobachtet wurden, entsprechende Befunde bei Halbleiterübergittern. Ein solches Beispiel ist der Shapiro-Effekt [50, 51]. Legt man an einen Josephson-Kontakt zusätzlich zur DC-Vorspannung noch ein AC-Feld an, bringt man ihn also beispielsweise in das hochfrequente Wechselfeld eines schwingenden Mikrowellenresonators, so zeigt die Strom-Spannungs-Charakteristik einen stufenförmigen Verlauf. Diese Shapiro-Stufen werden durch die Überlagerung von Josephson-Wechselstrom und Mikrowellenfeld verursacht. Sind die zugehörigen Frequenzen ganzzahlige Vielfache voneinander, so erhält man einen zusätzlichen Beitrag zum Josephson-Gleichstrom und damit einen flachen Kennlinienabschnitt.

Das Auftreten entsprechender Resonanzen im inkohärenten Strom eines Halbleiterübergitters bei Beleuchtung mit elektromagnetischer Strahlung im THz-Frequenzbereich wurde im Jahr 1993 von Ignatov et al. vorhergesagt [52]. Kurze Zeit später gelang Unterrainer et al. der experimentelle Nachweis [53]. Neben diesem direkten Analogon des Shapiro-Effekts, der sich durch das Auftreten eines zusätzlichen inkohärenten DC-Stroms bei Resonanz der Bloch-Oszillation mit dem äußeren AC-Feld äußert, kann es bei Halbleiterübergittern auch zu einer kohärenten (phasenabhängigen) Variante, dem selbstinduzierten Shapiro-Effekt, kommen. Dieser Effekt wurde von Löser et al. im Jahr 2000 mit Hilfe des spektral aufgelösten Vier-Wellen-Mischens (vgl. Abschnitt 4.4.2 und Referenz [54]) beobachtet [55].

Wie wir im Rahmen dieser Arbeit theoretisch und experimentell zeigen (vgl. Abschnitt 3.2.5, 5.3 und 6.2), tritt ein weiterer an Josephson-Kontakten [17] sowie an speziellen suprafluiden ^3He -Systemen (engl. *superfluid weak links*) [19, 20], beobachteter Effekt analog bei Halbleiterübergittern auf. Der so genannte Fiske-Effekt bezeichnet die Beobachtung eines resonant überhöhten DC-Suprastroms an einem Josephson-Kontakt, der sich in einem Resonator befindet, wenn die Josephson-Oszillationen in Resonanz mit einer Resonatormode geraten. Im Unterschied zum Shapiro-Effekt wird hierbei die Resonantorschwingung durch die elektro-magnetische Abstrahlung infolge der Josephson-Oszillationen selbst hervorgerufen.

2.2 Elektro-optische Effekte

Die elektro-optische Spektroskopie, wie sie im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird, basiert auf dem Pockels-Effekt, einem elektro-optischen Effekt, der bei Anlegen eines elektrischen Feldes zu einer Änderung der optischen Eigenschaften des Mediums führt, die linear von der Feldstärke abhängt. Wir werden im Folgenden die elektro-optischen Eigenschaften kristalliner Festkörper betrachten, insbesondere mit Blick auf den Halbleiter GaAs. Auf die experimentelle Umsetzung entsprechender elektro-optischer Messtechniken werden wir in Abschnitt 4.4.1 eingehen.

Legt man an einen optisch isotropen Kristall ein elektrisches Feld an, so kann dieser doppelbrechend werden. Das elektrische Feld beeinflusst demnach den Brechungsindex des Materials. Dieses Verhalten bezeichnet man allgemein als elektro-optischen Effekt. Hierbei können verschiedene Anteile unterschieden werden. Der Pockels-Effekt wird durch feldin-

duzierte Veränderungen der atomaren Wellenfunktionen und Energien hervorgerufen, die linear proportional zur elektrischen Feldstärke sind. Der nichtlineare Anteil des elektro-optischen Effekts wird bei niedrigen Feldstärken durch den Franz-Keldysh-Effekt [23], bei hohen Feldstärken durch den Stark- [56] oder den Wannier-Stark-Effekt hervorgerufen. Es kommt so zu einer nichtlinearen Verschiebung der Bandkante, die durch Veränderungen der Envelopen der Wellenfunktionen von Elektronen und Löchern beschrieben werden kann, und zu einer Veränderung der elektro-optischen Eigenschaften. Im Folgenden soll der quantitative Zusammenhang zwischen elektrischem Feld und der resultierenden Brechungsindexänderung betrachtet werden.

Ein an ein Medium angelegtes elektrisches Feld \mathbf{E} führt zu einer Polarisierung \mathbf{P} des Materials. Bei optisch isotropen Systemen gilt $\mathbf{E} \parallel \mathbf{P}$ und man erhält einen skalaren Zusammenhang zwischen beiden Größen, der sich in einer Reihenentwicklung darstellen lässt:

$$P = \epsilon_0 \chi(\omega, E) E \approx \epsilon_0 \chi^{(1)}(\omega) E^1 + \epsilon_0 \chi^{(2)}(\omega) E^2 + \dots \quad (2.14)$$

Darin ist $\chi(\omega, E)$ die elektrische Suszeptibilität⁶, ϵ_0 die elektrische Feldkonstante im Vakuum. Über den Zusammenhang von elektrischem Feld, Polarisierung und dielektrischer Verschiebung \mathbf{D} ,

$$\mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (2.15)$$

gelangt man zu folgender Verknüpfung der elektrischen Suszeptibilität mit der dielektrischen Funktion ϵ des Materials:

$$\epsilon = 1 + \chi, \quad (2.16)$$

die wiederum in einer Reihenentwicklung dargestellt werden kann:

$$\epsilon(\omega, E) \approx \epsilon^{(1)}(\omega) + \epsilon^{(2)}(\omega) E^1 + \epsilon^{(2)}(\omega) E^2 + \dots \quad (2.17)$$

⁶Die elektrische Suszeptibilität χ sowie die später eingeführte dielektrische Funktion ϵ hängen im Allgemeinen von Frequenz ω und Wellenvektor \mathbf{k} ab. Im infraroten, sichtbaren und ultravioletten Spektralbereich ist der Wellenvektor der Strahlung im Vergleich zum kürzesten reziproken Gittervektor jedoch sehr klein, sodass er gewöhnlich gleich Null gesetzt werden kann [1]. Eine Ausnahme stellen beispielsweise Exzitonresonanzen dar, bei denen es infolge der Schwerpunktsbewegung des Exzitons zu einer \mathbf{k} -Abhängigkeit von χ und ϵ kommen kann.

Der Einfluss elektro-optischer Materialgrößen auf die Polarisation zweiter Ordnung $P^{(2)}$, die für die in Kapitel 5 vorgestellten zeitaufgelösten elektro-optischen Messungen relevant ist (siehe auch Abschnitt 4.4.1), wird durch folgenden Zusammenhang beschrieben:

$$\epsilon^{(2)}(\omega) = \chi^{(2)}(\omega). \quad (2.18)$$

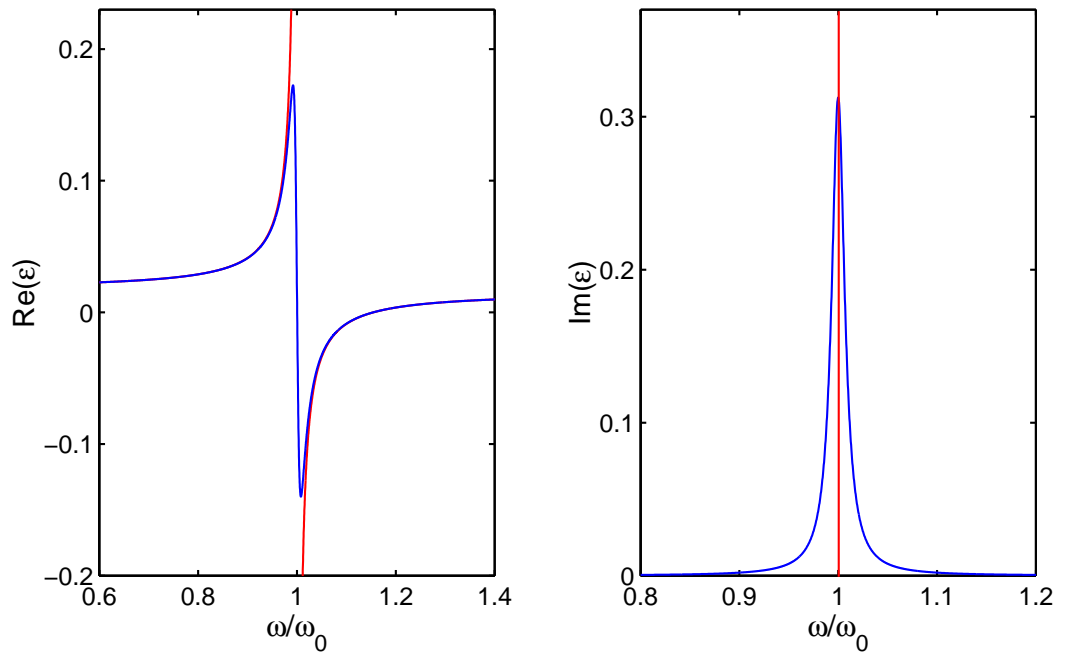


Abbildung 2.6: Dielektrische Funktion. Frequenzabhängigkeit von Real- und Imaginärteil des Beitrags einer isolierten Resonanz bei ω_0 zur dielektrischen Funktion ohne (rot) und mit Berücksichtigung einer Linienverbreiterung (blau) gemäß Gleichung (2.19). In der Rechnung wurde ein Verhältnis der Dämpfung zur Resonanzfrequenz von $\gamma/\omega_0 = 0,016$ verwendet.

Im Rahmen eines einfachen Oszillatormodells [56] gilt für den Beitrag einer isolierten Resonanz bei ω_0 zur dielektrischen Funktion:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\omega_0^2(\epsilon_{\text{stat}} - \epsilon_\infty)}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}. \quad (2.19)$$

Darin bezeichnet ϵ_∞ die dielektrische Hintergrundkonstante für sehr hohe Frequenzen, ϵ_{stat} die statische Dielektrizitätskonstante und γ eine mögliche Dämpfungsfrequenz. Der obige Ausdruck kann in einen Real- und einen Imaginärteil separiert werden. Die Frequenzabhängigkeit der beiden Anteile ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Weist die Resonanz keine Dämpfung und damit keine Linienverbreiterung auf, so hat der Realteil bei ω_0 eine Polstelle, der Imaginärteil ist eine δ -Funktion. Bei endlicher Dämpfung werden die beiden Äste von

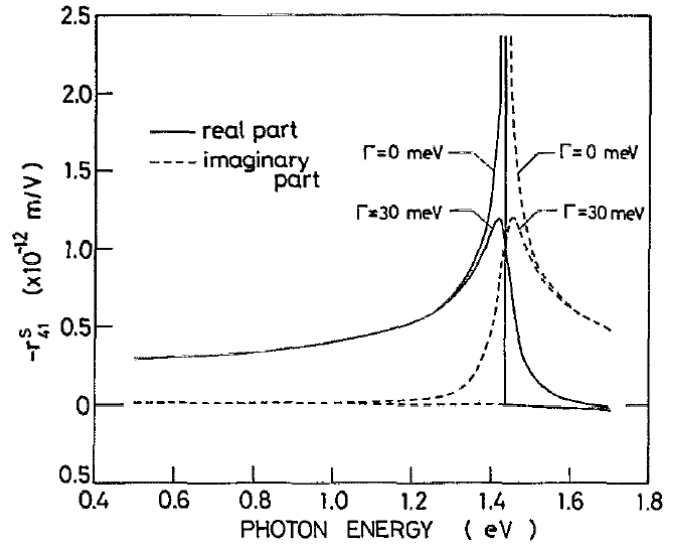
$Re(\epsilon)$ verbunden, mit einem Nulldurchgang bei ω_0 , und $Im(\epsilon)$ erhält eine endliche Breite.⁷

In der Umgebung einer Resonanz, beispielsweise in der Nähe der Bandkante oder eines exzitonen Übergangs, ist die dielektrische Resonanz in jedem Fall stark überhöht. Gleiches gilt für den (komplexen) Brechungsindex \tilde{n} aufgrund des Zusammenhangs:

$$\tilde{n} = \sqrt{\epsilon}, \quad (2.20)$$

sodass hier auch elektro-optische Effekte stärker zum Tragen kommen. Dielektrische Funktion und Brechungsindex sind richtungsabhängig und daher im Allgemeinen als Tensor 3. Stufe aufzufassen.

Abbildung 2.7: Frequenzabhängigkeit von r_{41} . So wie die dielektrische Funktion zeigt auch der Brechungsindex in der Umgebung einer Resonanz eine starke Überhöhung. Dies wird hier anhand des spektralen Verlaufs von Real- und Imaginärteil der einzigen unabhängigen Komponente r_{41} des elektro-optischen Tensors von in [100]-Richtung gewachsenem GaAs veranschaulicht. Γ gibt die Breite des optischen Übergangs an. Angegeben ist der Wert r_{41}^s , der bei Einwirkung einer konstanten mechanischen Spannung vorliegt. Aus [57].



Flächen konstanter Energiedichte $w_{\mathcal{E}}$ im \mathbf{D} -Raum lassen sich beschreiben durch [58]:

$$\frac{D_x^2}{\epsilon_{xx}} + \frac{D_y^2}{\epsilon_{yy}} + \frac{D_z^2}{\epsilon_{zz}} + \frac{2D_y D_z}{\epsilon_{yz}} + \frac{2D_x D_z}{\epsilon_{xz}} + \frac{2D_x D_y}{\epsilon_{xy}} = 2w_{\mathcal{E}}\epsilon_0, \quad (2.21)$$

wobei die ϵ_{ij} die auf ϵ_0 normierten Komponenten des Dielektrizitätstensors sind. Ersetzt man $\mathbf{D}/\sqrt{2w_{\mathcal{E}}\epsilon_0}$ durch den dimensionslosen Vektor \mathbf{r} und definiert die Komponenten des Brechungsindextensors n_{ij} durch $n_{ij}^2 \equiv \epsilon_{ij}$, so erhält man folgenden Ausdruck für das Brechungsindexellipsoid in Anwesenheit eines elektrischen Feldes:

⁷Der Verlauf des Realteils der dielektrischen Funktion entspricht etwa dem Verlauf der Reflexion, während die Absorption dem Imaginärteil folgt.

$$\frac{x^2}{n_{xx}^2} + \frac{y^2}{n_{yy}^2} + \frac{z^2}{n_{zz}^2} + \frac{2yz}{n_{yz}^2} + \frac{2xz}{n_{xz}^2} + \frac{2xy}{n_{xy}^2} = 1. \quad (2.22)$$

Liegen x -, y - und z -Achse entlang der dielektrischen Hauptachsen des Kristalls, so fallen bei verschwindendem elektrischem Feld die drei letzten Terme weg.

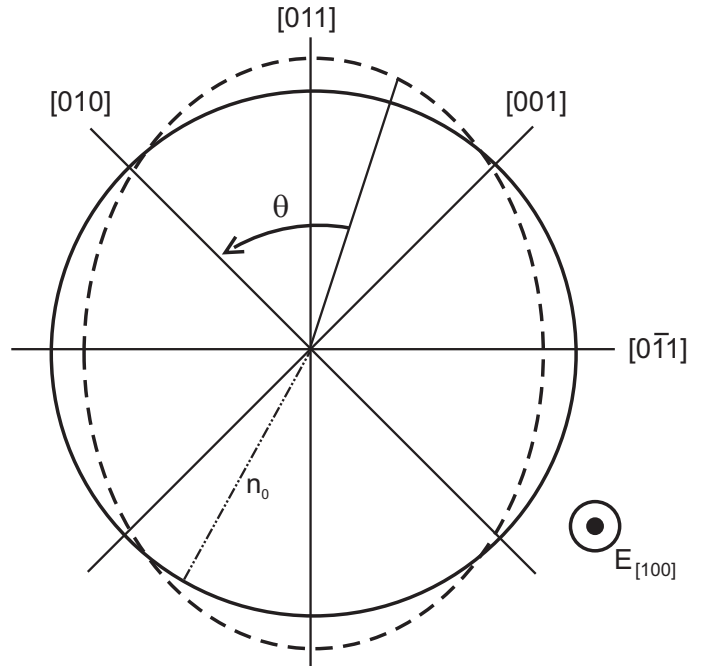


Abbildung 2.8: Brechungsindexellipsoid in der (100)-Ebene. Ohne elektrisches Feld ist der Schnitt durch das Indexellipsoid von GaAs in der (100)-Ebene ein Kreis mit dem Radius n_0 . Unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes in [100]-Richtung wird dieser zur Ellipse verzerrt. Entsprechend [45, 59].

Mit Hilfe des elektro-optischen Tensors r_{ij} im Hauptachsensystem des Kristalls wird der Pockels-Effekt schließlich durch die Änderung des Brechungsindexellipsoids proportional zu den entsprechenden Komponenten des statischen elektrischen Feldes $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$ beschrieben:

$$\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_i = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, 6. \quad (2.23)$$

Es gilt dabei für i die Konvention $1 = xx, 2 = yy, 3 = zz, 4 = yz, 5 = xz, 6 = xy$, für j gilt die Konvention $1 = x, 2 = y, 3 = z$.⁸

Der Verbindungshalbleiter GaAs, der das Grundmaterial der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Übergitterproben bildet, kristallisiert in Zinkblende-Struktur (kubische $\bar{4}3m$ -Symmetrie). In diesem Fall reduziert sich die Zahl der nicht verschwindenden Komponenten des elektro-optischen Tensors auf $r_{41} = r_{52} = r_{63}$, also auf *eine* unabhängige Kom-

⁸Man beachte, dass Δ hier nicht für die Minibandbreite sondern als Symbol für die Änderung der dahinter stehenden Größe steht.

ponente. Entsprechend dem spektralen Verlauf der dielektrischen Funktion bzw. des Brechungsindex zeigen Real- und Imaginärteil von r_{41} gemäß Abbildung 2.7 an der Bandkante eine resonante Überhöhung. Man findet für GaAs bei Zimmertemperatur und einer Wellenlänge von 877 nm (1,431 meV), d. h. direkt an der Bandkante, experimentell $Re(r_{41}) \approx 1,86 \cdot 10^{-12}$ m/V [57, 60].

Wie in Abbildung 2.8 dargestellt, ist der Schnitt durch das Indexellipsoid in der (100)-Ebene, in der das GaAs-Substrat der verwendeten Übergitterstrukturen orientiert ist, ohne elektrisches Feld ein Kreis mit dem Radius n_0 . Legt man entlang der [100]-Richtung ein elektrisches Feld $E_{[100]}$ an, so wird der Kreis zu einer Ellipse mit den Hauptachsen [011] und $[0\bar{1}1]$ verzerrt. Für die Feld- und Richtungsabhängigkeit des Brechungsindex gilt nun [61]:

$$n(\omega, \theta, E_{[100]}) = n_0(\omega) - \frac{1}{2}r_{41}(\omega)n_0^3(\omega)E_{[100]}\sin(2\theta), \quad (2.24)$$

Hierbei geht man davon aus, dass zur Bestimmung der Brechungsindexänderung Licht entlang der [100]-Achse eingestrahlt wird. θ ist dann der Winkel zwischen der Polarisationsrichtung des Lichtes und der [010]-Achse, die als Bezugsachse gewählt wird. Die n_0^3 -Abhängigkeit des feldabhängigen Terms ist verantwortlich für die hohe Empfindlichkeit elektro-optischer Messtechniken.

3 Halbleiterübergitter im elektrischen und magnetischen Feld

Dieses Kapitel widmet sich dem Effekt eines zusätzlichen Magnetfeldes auf die Energiezustände und insbesondere auf die Ladungsträgerdynamik in einem entlang der Wachstumsrichtung elektrisch vorgespannten Halbleiterübergitter. Nach einer Betrachtung der theoretisch berechneten Absorption eines Übergitters speziell für parallel und senkrecht zueinander orientierte Felder leiten wir die semiklassischen Bewegungsgleichungen der Ladungsträger im Übergitter unter dem Einfluss elektrischer und magnetischer Felder in ihrer allgemeinen Form her und richten dabei unseren Blick zunächst wiederum auf die Spezialfälle der parallelen und der gekreuzten Feldanordnung. Den Abschluss dieses Kapitels bildet die ausführliche Betrachtung der Ladungsträgerdynamik bei schiefer Feldanordnung.

Nachdem wir in Kapitel 2 den Einfluss eines elektrischen Feldes auf die Energiezustände und die Ladungsträgerbewegung in einem Halbleiterübergitter behandelt haben, wollen wir uns nun den Auswirkungen eines zusätzlichen Magnetfeldes zuwenden. Im Energiebereich kommt es neben der Wannier-Stark-Quantisierung nun zu einer zusätzlichen Landau-Quantisierung der Zustände, während die Dynamik der Bloch-oszillierenden Ladungsträger durch das zusätzliche Auftreten einer Zyklotronbewegung um die Magnetfeldrichtung beeinflusst wird.

3.1 Energiezustände

Seit über einem Jahrzehnt bestehen auf dem Gebiet der experimentellen und theoretischen Festkörperphysik Aktivitäten zur Untersuchung des Einflusses eines Magnetfeldes auf die optischen und die Transporteigenschaften von Halbleiterquantentöpfen und Übergittern.¹ Mit Blick auf das entlang der Wachstumsrichtung elektrisch vorgespannte Halbleiterübergitter sind dabei insbesondere die parallele und die gekreuzte Feldanordnung, wie sie in den Abbildungen 3.1 und 3.3 schematisch dargestellt sind, häufig behandelte Spezialfälle. Eigene Experimente zu dieser Thematik sind Gegenstand zweier Diplomarbeiten [63, 64] und wurden bzw. werden im Rahmen einer Kooperation mit S. Glutsch (Universität Jena) zusammen mit entsprechenden theoretischen Berechnungen veröffentlicht [62, 65]. Im Fall gekreuzter Felder wurden die theoretischen Untersuchungen von S. M. Stepanow durchgeführt [66].

¹Eine Vielzahl entsprechender Referenzen findet sich in einer eigenen Veröffentlichung [62].

3.1.1 Parallele Feldanordnung

Legt man an einen Halbleiter ein Magnetfeld an, so kommt es zu einer Quantisierung der Bewegung der Ladungsträger in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld und zu einer Reduzierung der Dimensionalität und der Symmetrie des betrachteten Systems. So stellt ein Volumenhalbleiter im Magnetfeld ein eindimensionales System dar, ähnlich einem Quantendraht [67], während ein Quantentopf bei Anlegen eines Magnetfeldes senkrecht zur Topfebene, vergleichbar mit einem Quantenpunkt, als nulldimensionaler Halbleiter aufgefasst werden kann [68]. Im Fall eines Halbleiterübergitters liegt je nach angelegtem elektrischem Feld bei paralleler Feldanordnung eine Dimensionalität zwischen Eins und Null vor. Das Magnetfeld schränkt die Ladungsträgerbewegung innerhalb der Übergitterebenen ein und es ergibt sich ein diskretes Absorptionsspektrum [69–73].

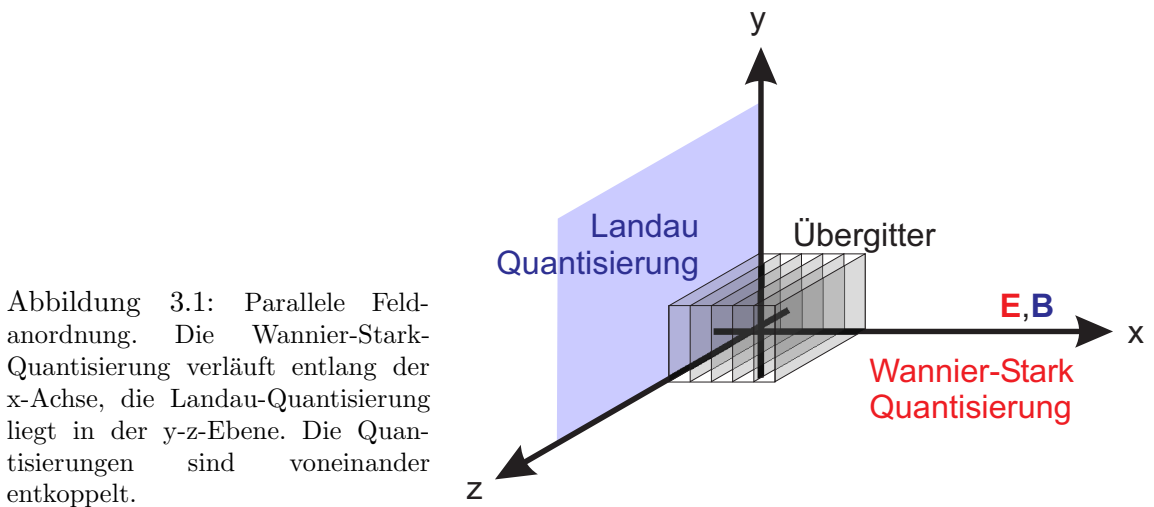


Abbildung 3.1: Parallele Feldanordnung. Die Wannier-Stark-Quantisierung verläuft entlang der x -Achse, die Landau-Quantisierung liegt in der y - z -Ebene. Die Quantisierungen sind voneinander entkoppelt.

In erster Näherung sind, unter der Annahme wechselwirkungsfreier Elektron-Loch-Paare, Wannier-Stark- und Landau-Quantisierung bei paralleler Feldanordnung unabhängig voneinander [62]. Die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektronen und Löchern führt jedoch zu einer komplizierten, bis jetzt noch nicht vollständig verstandenen Interferenz der beiden Quantisierungen. Zusätzlich kommt es zu einer Aufspaltung von Zuständen mit unterschiedlicher magnetischer Quantenzahl [62, 74–76].

Abbildung 3.2(a) zeigt eine Graustufendarstellung der nach der Energie differenzierten, theoretisch berechneten Absorption eines Halbleiterübergitters in Abhängigkeit von Photonenenergie und Magnetfeld bei paralleler Feldanordnung für eine elektrische Feldstärke von 9 kV/cm und Magnetfelder zwischen 0 und 9 T [62]. Die zur Berechnung verwendeten Übergitterparameter entsprechen denen der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Probe II 3596 (siehe Abschnitt 4.1). Das Differenzieren und die Wahl einer gegenüber dem Experiment wesentlich kleineren Linienbreite dient der Hervorhebung schwacher Strukturen. Dies gilt auch für die im nächsten Abschnitt vorgestellten Spektren in Abbildung 3.2(b) und ist beim Vergleich mit weniger detailreichen experimentellen Daten [62–65] stets zu beachten.

Die Berechnung der Energiezustände erfolgt auf Basis von Wannier-Funktionen unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung und bezieht nur Übergänge zwischen Zuständen des ersten Minibandpaares, d. h. zwischen dem ersten Schwerloch- und dem ersten Elektron-Miniband, ein. Der Vergleich mit experimentellen Spektren rechtfertigt die Vernachlässigung der Leichtloch-Übergänge, die hier nur eine untergeordnete Rolle spielen [62, 77]. Theorie und Experiment weisen die im Rahmen eines parabolischen Bändermodells bestmögliche Übereinstimmung auf.

Die Graustufendarstellung gibt eine gute Übersicht über die Magnetfeld- und Energieabhängigkeit der Zustände und ermöglicht deren „Verfolgung“ über den gesamten Magnetfeldbereich. In Referenz [62] werden neben den hier vorgestellten Spektren außerdem genauere Rechnungen im Ortsraum unter Verwendung der exakten Kane-Funktionen gezeigt. Die entsprechenden Ergebnisse konvergieren vollständig, behalten in den Grenzfällen $E = 0$, $B = 0$ sowie verschwindender Coulomb-Wechselwirkung ihre Gültigkeit und beinhalten auch Übergänge zwischen Zuständen des zweiten Minibandpaares. Die Berechnung der für die Graustufendarstellung benötigten großen Anzahl von Spektren wird wegen des wesentlich geringeren Rechenaufwandes mit Hilfe von Wannier-Funktionen als Basissatz durchgeführt.

Die Spektren zeigen als zentralen Befund, dass jeder Wannier-Stark-Übergang separat in einen sogenannten Landau-Fächer aufspaltet. Die einzelnen Landau-Übergänge eines jeden Fächers werden beginnend bei der niedrigsten Übergangsenergie mit einem Landau-Index $n_L = 0, 1, 2, \dots$ bezeichnet. Unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung muss man präzise folgendermaßen formulieren: Die einzelnen exzitonischen Übergänge mit gemeinsamem Wannier-Stark-Index verschieben sich mit zunehmender magnetischer Feldstärke zu höheren Energien, während sich gleichzeitig ihr Abstand vergrößert. Dabei findet man für kleine Magnetfelder eine diamagnetische Verschiebung proportional zu B^2 , die bei höheren Feldstärken in die für die Landau-Aufspaltung erwartete lineare Abhängigkeit übergeht [1].

Die Spektren werden durch den Landau-Fächer des räumlich direkten Schwerloch-Übergangs des ersten Minibandes dominiert, der bei 9 T den Übergängen mit der größten Oszillatorstärke entspricht. Die Landau-Fächer der räumlich indirekten Übergänge sind deutlich schwächer. In der nach der Energie differenzierten Absorption werden dennoch etliche vermiedene Überkreuzungen von Übergängen verschiedener Landau-Fächer deutlich. Sie sind die Folge der oben bereits erwähnten Interferenz von Wannier-Stark- und Landau-Quantisierung verursacht durch die Coulomb-Wechselwirkung der Ladungsträger. Sie ist besonders stark, wenn elektrische und magnetische Quantisierungsenergie in der gleichen Größenordnung liegen. Bei der zur Berechnung der Graustufendarstellung verwendeten elektrischen Feldstärke von 9 kV/cm und einer Übergitterperiode von $d = 11,4$ nm beträgt die Wannier-Stark-Aufspaltung etwa 10 meV, was der Landau-Aufspaltung (eB/m) für Elektronen bei 5,2 T entspricht. Tatsächlich häufen sich in diesem Magnetfeldbereich vermiedene Überkreuzungen der Übergänge.

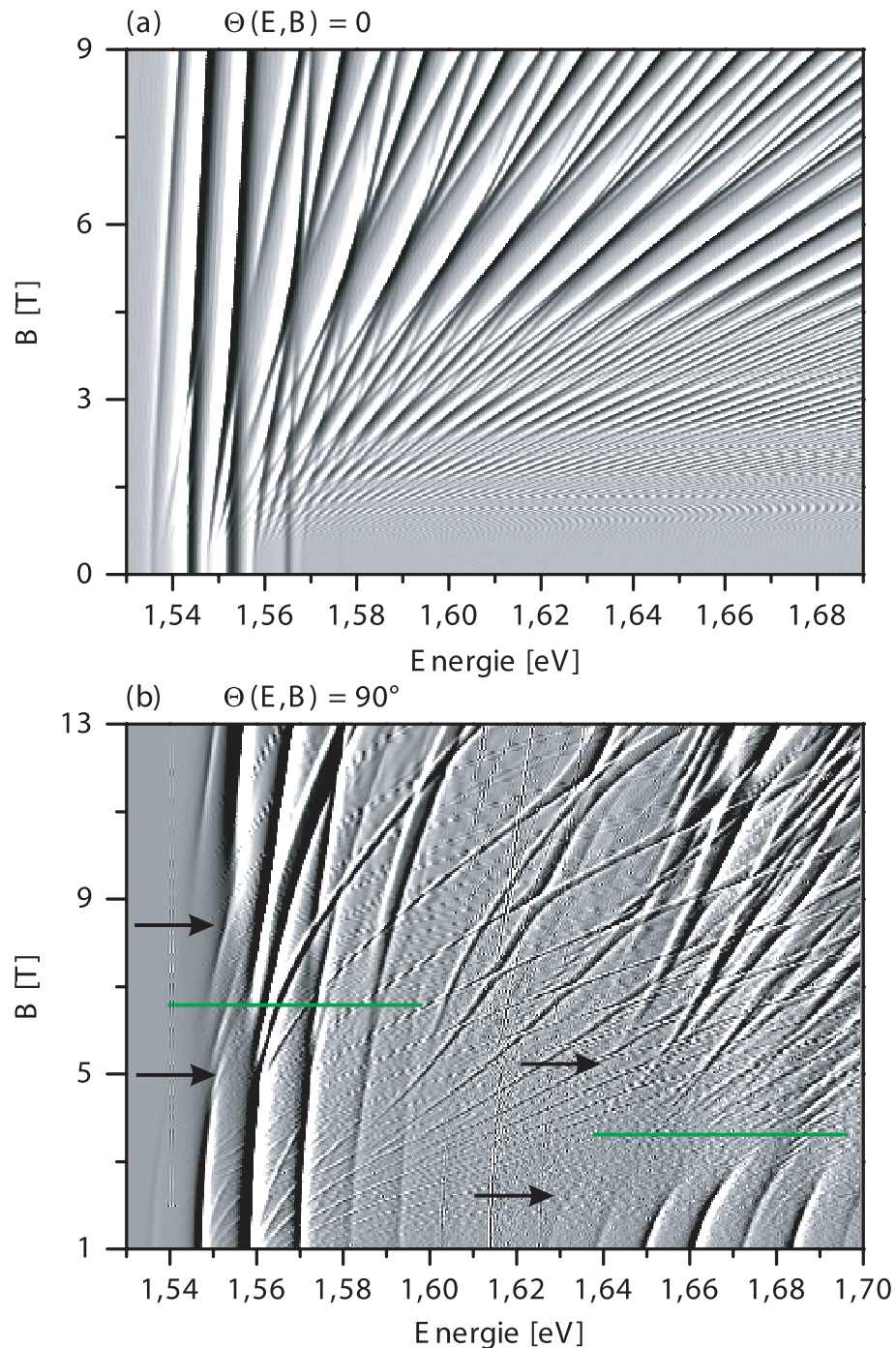


Abbildung 3.2: Theoretisch berechnete Absorption eines Halbleiterübergitters im elektrischen und magnetischen Feld in Abhängigkeit von Photonenenergie und Magnetfeld. (a) Parallele Feldanordnung: Graustufenanordnung der ersten Ableitung des Absorptionskoeffizienten nach der Energie für $E = 9 \text{ kV/cm}$ und $B = 0 - 9 \text{ T}$ unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung der Ladungsträger. Bei 0 T erkennt man die Wannier-Stark-Übergänge $1\text{shh}-1$ ($1,545 \text{ meV}$) und $1\text{shh}0$ ($1,553 \text{ meV}$). (b) Gekreuzte Feldanordnung: Graustufenanordnung der zweiten Ableitung der optischen Zustandsdichte nach der Energie für ein elektrisches Feld von $E = 10 \text{ kV/cm}$ und $B = 1 - 13 \text{ T}$. Zur Verkürzung der Rechenzeit wurde auf eine Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung verzichtet. Bei 0 T erkennt man die Wannier-Stark-Übergänge $1\text{shh}-1$ ($1,547 \text{ meV}$), $1\text{shh}0$ ($1,558 \text{ meV}$) und $1\text{shh}+1$ ($1,57 \text{ meV}$). Schwarze Pfeile kennzeichnen den Bereich des Übergangs zwischen Wannier-Stark- und Landau-Bereich, grüne Linien das Magnetfeld, für das die Bedingung $eEd = eB/m$ erfüllt ist.

3.1.2 Gekreuzte Feldanordnung

Schließen elektrisches und magnetisches Feld einen von Null verschiedenen Winkel miteinander ein, so koppeln Wannier-Stark- und Landau-Quantisierung bereits in Abwesenheit der Coulomb-Wechselwirkung miteinander. Experiment und Theorie zeigen ein verstärktes Auftreten von Interferenzeffekten in der Absorption [64–66, 78–80]. Die Situation ist wesentlich komplizierter als im Fall paralleler Felder und noch nicht in gleichem Maß verstanden.

Bei gekreuzten Feldern treten überraschende Effekte auf. So konnten Alexandrou et al. beobachten, dass die Wannier-Stark-Leiter in der optischen Absorption bei mittlerer Magnetfeldstärke verschwindet. Es bleibt lediglich eine flache Kontinuumsabsorption zurück [78], bis bei hohen Magnetfeldern wieder scharfe Signaturen erscheinen [79]. Eine große Schwierigkeit für die theoretische Behandlung ist, dass im Gegensatz zur parallelen Feldanordnung Schwerpunkts- und Relativkoordinate der Bewegung innerhalb der Übergitterebenen nicht separiert werden können und das Spektrum stets kontinuierlich ist.

Dignam und Sipe untersuchen in Referenz [80] die Symmetrien des Problems und führen einen Zwei-Teilchen-Hamilton-Operator ein, der invariant gegenüber gleichzeitiger Gittertranslation von Elektron und Loch ist. Ihre numerischen Berechnungen können die experimentellen Ergebnisse in Referenz [79] zwar qualitativ und zum Teil auch quantitativ erklären, erlauben wegen der verwendeten großen homogenen Linienbreite allerdings keine detaillierte Untersuchung der Linienformen. Außerdem kann aufgrund des reduzierten Basissatzes die kontinuierliche Natur des Spektrums nicht adäquat beschrieben werden.

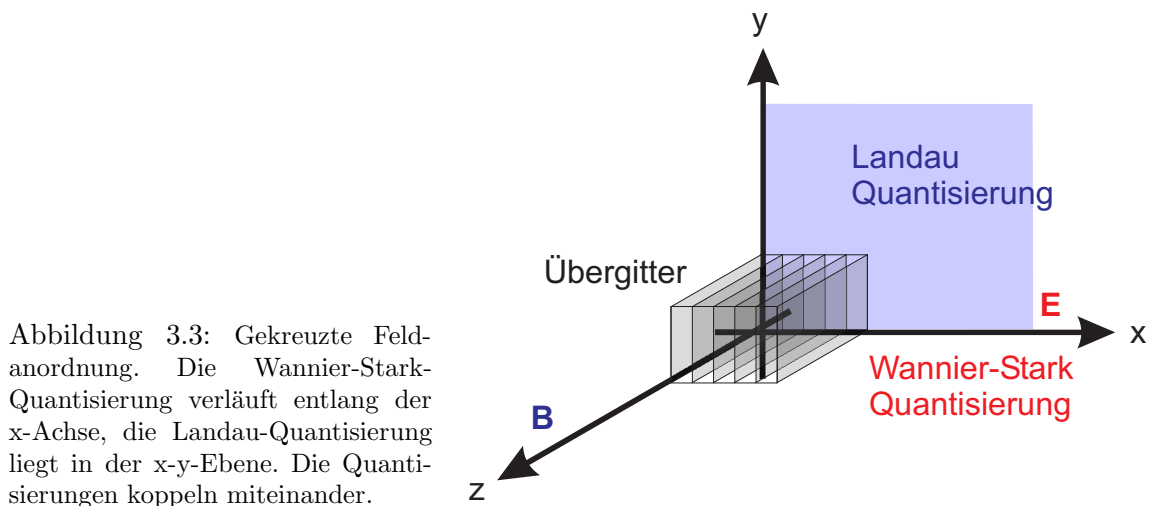


Abbildung 3.3: Gekreuzte Feldanordnung. Die Wannier-Stark-Quantisierung verläuft entlang der x -Achse, die Landau-Quantisierung liegt in der x - y -Ebene. Die Quantisierungen koppeln miteinander.

Eine korrekte Berechnung der optischen Absorption ist äußerst schwierig und blieb für mehr als zehn Jahre ein offenes Problem. Das Eigenwertproblem des Elektron-Loch-Hamilton-Operators ist eine vier-dimensionale partielle Differentialgleichung und der kontinuierliche Anteil des Energiespektrums ist zwei-parametrisch.² Dennoch ist inzwischen die exakte

²Im Magnetfeld kommt es zu einer Diskretisierung der Bewegung in einer Raumrichtung, die beiden anderen bleiben frei. Allerdings lassen sich im Magnetfeld kontinuierliche Freiheitsgrade nicht eindeutig bestimmten Raumrichtungen zuordnen. Dies ist von der Eichung des magnetischen Vektorpotentials abhängig [81].

Berechnung der optischen Zustandsdichte und des Absorptionskoeffizienten für ein Halbleiterübergitter in gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern innerhalb eines Zweibänder-Modells unter Berücksichtigung der kontinuierlichen Natur des Spektrums gelungen [65, 66].

Abbildung 3.2(b) zeigt eine Graustufendarstellung entsprechender Ergebnisse für ein elektrisches Feld von 10 kV/cm und Magnetfelder zwischen 1 und 13 T. Für diese Art der Darstellung muss eine Vielzahl einzelner Spektren berechnet werden. Um die Zeit zur Durchführung der im Fall gekreuzter Felder sehr aufwändigen Rechnungen im Rahmen zu halten, wurde hierbei auf die Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung verzichtet. Aus diesem Grund sind die Übergänge gegenüber denen in Abbildung 3.2(a) leicht zu höheren Energien verschoben. Der Absorptionskoeffizient ist dann proportional zur optischen Zustandsdichte.

In Abbildung 3.2(b) ist zur Hervorhebung schwacher Strukturen die zweite Ableitung der Zustandsdichte nach der Energie aufgetragen. Um einen Überblick über den Verlauf der Absorption in Abhängigkeit von Photonenenergie und Magnetfeld zu erhalten, ist die Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung nicht zwingend notwendig. In den Referenzen [65, 66] finden sich zusätzlich unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung für verschiedene Werte des elektrischen und magnetischen Feldes berechnete Absorptionsspektren, die eine Untersuchung des Magnetfeldeinflusses auf die Linienform ermöglichen und direkt mit eigenen experimentellen Daten [64, 65] verglichen werden können.

Wie im Fall paralleler Felder (siehe Abbildung 3.2(a)) sind die Spektren bei gekreuzter Feldanordnung im Bereich niedriger Magnetfelder noch durch Wannier-Stark-Übergänge mit dem energetischen Abstand (eEd) dominiert. Bei mittleren Feldstärken entwickeln sich aus jedem Wannier-Stark-Übergang verschiedene Landau-Übergänge. Ihre Abhängigkeit von B ist zunächst nichtlinear, bei höheren Magnetfeldern wird sie schließlich linear. Es kommt in diesem Fall jedoch auch bei Vernachlässigung der Coulomb-Wechselwirkung zu vermiedenen Überkreuzungen von Landau-Übergängen, die jeweils aus verschiedenen Wannier-Stark-Übergängen entstehen.

Der entscheidende Unterschied zur parallelen Feldanordnung ist eine Zweiteilung der Energiespektren je nach dem Verhältnis $\eta = E/B$ von E- und B-Feldstärke. Experimentell finden Alexandrou et al. mittels Fotostromspektroskopie an einem Halbleiterübergitter [78, 79] bei konstantem elektrischem Feld und Variation des Magnetfeldes einen Bereich der Wannier-Stark-Übergänge bei niedrigen Magnetfeldern und einen Bereich der Landau-Übergänge bei hohen Magnetfeldern. Zwischen diesen Bereichen kommt es bei mittlerer Magnetfeldstärke zu einem Strukturverlust und einem teilweisen Verschwinden von Übergängen. Diese Beobachtung ist insofern erstaunlich, als sowohl Wannier-Stark-Quantisierung als auch Landau-Quantisierung allein zu diskreten Übergängen führen.

Es zeigt sich theoretisch und experimentell [64–66, 78–80], dass der Übergang zwischen Wannier-Stark- und Landau-Bereich bei Feldstärken eintritt, bei denen die elektrische Quantisierungsenergie (eEd) und die magnetische Quantisierungsenergie (eB/m) in der gleichen Größenordnung liegen. Dies ist konsistent mit der Tatsache, dass der Übergang im zweiten Minibandpaar bei kleineren Magnetfeldern beobachtet wird als im ersten Minibandpaar, dem aufgrund der größeren elektronischen Effektivmasse die kleinere Energiedifferenz

der Landau-Zustände zuzuordnen ist.³

Zusammenfassend kann man je nach dem Verhältnis $\eta = B/E$ bei gekreuzten Feldern in der Absorption drei Regime unterscheiden: den durch das elektrische Feld dominierten Wannier-Stark-Bereich für kleine η , den magnetfelddominierten Landau-Bereich für große η und den dazwischen liegenden Übergangsbereich, der sich im Experiment als äußerst strukturarm erweist.

Abbildung 3.2(b) liefert eine Begründung für den experimentell beobachteten Strukturverlust der Spektren im Übergangsbereich. Betrachtet man das erste Minibandpaar bei konstantem elektrischem Feld und steigendem Magnetfeld, so fällt auf, dass die Dichte der Zustände von relevanter Oszillatorstärke stark zunimmt, wenn sich die magnetische Quantisierungsenergie (eB/m) der elektrischen Quantisierungsenergie (eEd) nähert. Durch die Wechselwirkung der Zustände kommt es zu vermiedenen Überkreuzungen und zu einer Umverteilung von Oszillatorstärke.

Ist schließlich eine bestimmte Dichte von Übergängen erreicht, so sind in den experimentellen Spektren einzelne Linien nicht mehr unterscheidbar und der beschriebene Strukturverlust tritt ein. Coulomb-Effekte verstärken diesen Effekt noch zusätzlich, wohingegen reine Lebensdauer-Effekte (homogene Linienverbreiterung) eine untergeordnete Rolle zu spielen scheinen. Mit weiter steigendem Magnetfeld nimmt auch die Landau-Aufspaltung weiter zu, sodass wieder einzelne Linien identifiziert werden können. Die Landau-Quantisierung beginnt zu dominieren und es entsteht ein typisches Zyklotronresonanzspektrum.

Die Häufung von Zuständen am Übergang zwischen Wannier-Stark- und Landau-Bereich ist im zweiten Miniband noch ausgeprägter. Betrachtet man nochmals Abbildung 3.2(b), so lassen sich zwei mögliche Ursachen hierfür angeben: Erstens spaltet das zweite elektronische Miniband aufgrund der größeren Minibandbreite in eine größere Anzahl von Wannier-Stark-Zuständen auf. Aus diesen entspringt auch eine entsprechend größere Anzahl von Landau-Niveaus mit relevanter Oszillatorstärke. Zweitens besteht ein Einfluss von Übergängen mit hohem Landau-Index aus dem ersten Minibandpaar. Diese sind nur schwach zu sehen, bis sie in den Bereich der Übergänge im zweiten Minibandpaar gelangen und es wieder zu einer Wechselwirkung der Übergänge und einer Umverteilung von Oszillatorstärke kommt.

³In Abbildung 3.2(b) sind die genannten Übergangsbereiche durch schwarze Pfeile gekennzeichnet, grüne Linien markieren die Magnetfeldstärke, für die die Bedingung $eEd = eB/m$ erfüllt ist.

3.2 Semiklassische Bewegungsgleichungen

Die theoretische Behandlung der Ladungsträgerdynamik im Halbleiterübergitter unter dem gleichzeitigen Einfluss eines elektrischen und eines magnetischen Feldes erfolgt semiklassisch analog zur Behandlung der Bloch-Oszillationen im rein elektrischen Feld. Unter Berücksichtigung quantenmechanischer Bedingungen, wie beispielsweise der Energiedispersion des Materials, müssen zur Beschreibung der betrachteten Effekte die entsprechenden Bewegungsgleichungen nur für ein einzelnes Ladungsträgerwellenpaket gelöst werden. Eine Betrachtung des gesamten Ladungsträgerensembles ist dabei nur zum Verständnis der Dephasierung sowie der im Falle hoher Anregungsdichten auftretenden Vielteilcheneffekte notwendig.

3.2.1 Allgemeine Form

Die in Abschnitt 2.1.3 vorgestellte semiklassische Behandlung der Bloch-Oszillationen in einem Halbleiterübergitter lässt sich für den Fall eines zusätzlich anliegenden Magnetfeldes erweitern. Auf die Berücksichtigung der Dephasierung der Ladungsträgerbewegung wird zunächst verzichtet.⁴ Wieder betrachtet man ein geladenes Teilchen der Ladung q mit dem Kristallimpuls $\hbar\mathbf{k}$, das durch ein um \mathbf{k} zentriertes Wellenpaket beschrieben wird und sich gemäß dem Beschleunigungstheorem $\hbar\dot{\mathbf{k}} = \mathbf{F}$ bewegt. \mathbf{F} ist die Summe aller äußeren Kräfte auf den Ladungsträger und entspricht der Lorentz-Kraft.

Die Dynamik eines Ladungsträgers im Halbleiterübergitter unter dem gleichzeitigen Einfluss eines elektrischen Feldes \mathbf{E} und eines Magnetfeldes \mathbf{B} ist somit durch folgende Gleichungen bestimmt (vgl. Abschnitt 2.1.3):

$$\hbar\dot{\mathbf{k}} = \mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3.1)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \mathcal{E}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}}. \quad (3.2)$$

Die Energie $\mathcal{E}(\mathbf{k})$ ist durch die Dispersionsrelation (2.1) des Halbleiterübergitters gegeben, sodass man folgende Geschwindigkeitskomponenten erhält:

$$v_x = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(k_x d), \quad (3.3)$$

$$v_{y,z} = \frac{\hbar}{m^*} k_{y,z}. \quad (3.4)$$

⁴Wie in den Abschnitten 3.2.4 und 3.2.5 dieses Kapitels dargestellt, spielt die Dephasierung insbesondere im Fall der schiefen Feldanordnung eine wesentliche Rolle.

Dabei liegt die x-Achse des verwendeten kartesischen Koordinatensystems entlang der Wachstumsrichtung des Übergitters, die mit der Richtung des angelegten elektrischen Feldes $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ übereinstimmt. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit soll das Magnetfeld $\mathbf{B} = (B_x, 0, B_z)$ in der xz-Ebene liegen und den Winkel Θ mit der x-Achse einschließen (vgl. Abbildung 3.11). Der Betrag des Magnetfeldvektors sei B . Nach Auswertung des Kreuzproduktes in der Bewegungsgleichung (3.1) erhält man damit:

$$\dot{\mathbf{k}} = \frac{q}{\hbar} \begin{pmatrix} E + v_y B \sin \Theta \\ v_z B \cos \Theta - v_x B \sin \Theta \\ -v_y B \cos \Theta \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (3.3) und (3.4) können die Geschwindigkeitskomponenten eliminiert werden. Unter Verwendung des Zusammenhangs (2.2) von Minibandbreite Δ und effektiver Masse m_x in Wachstumsrichtung erhält man bei Transformation zum dimensionslosen Wellenvektor $\tilde{\mathbf{k}}$

$$k_i \rightarrow \tilde{k}_i = k_i d \equiv \varphi_i, \quad i = x, y, z \quad (3.6)$$

folgendes Differentialgleichungssystem:⁵

$$\dot{\varphi} = \begin{pmatrix} \omega_B + \omega_C^* \sin \Theta \varphi_y \\ \omega_C^* \cos \Theta \varphi_z - \omega_C^x \sin \Theta \sin \varphi_x \\ -\omega_C^* \cos \Theta \varphi_y \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Neben der Bloch-Oszillationsfrequenz $\omega_B = eEd/\hbar$ enthält das Gleichungssystem die Zyklotronfrequenzen:

$$\omega_C^* = \frac{eB}{m^*}, \quad (3.8)$$

$$\omega_C^x = \frac{eB}{m_x}, \quad (3.9)$$

⁵Die Größe $\tilde{\mathbf{k}}$ entspricht der räumlichen Phase der Bloch-Oszillation (vgl. Gleichung (2.9)) und wird daher ab jetzt meist mit φ abgekürzt.

wobei m^* bzw. m_x die Effektivmasse des Elektrons innerhalb der Übergitterebenen bzw. in Wachstumsrichtung bezeichnet.⁶

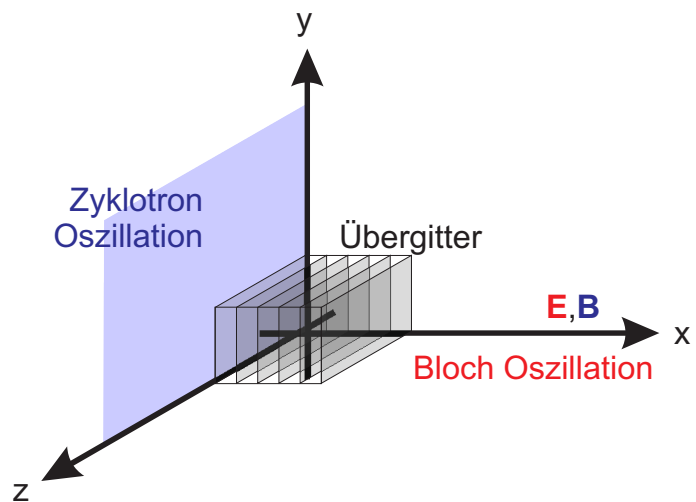
Das Differentialgleichungssystem (3.7) bildet die allgemeine Grundlage für die in den folgenden Abschnitten betrachteten Spezialfälle und Erweiterungen. Zunächst werden wir die bereits im Zusammenhang mit den Energiezuständen im Halbleiterübergitter behandelten Spezialfälle der parallelen und der gekreuzten Feldanordnung betrachten und anschließend ausführlich auf den Fall der schiefen Feldanordnung eingehen.

3.2.2 Parallele Feldanordnung

Bei paralleler Feldanordnung liegen sowohl das elektrische als auch das magnetische Feld entlang der Wachstumsrichtung (vgl. Abbildung 3.4). Es gilt also: $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ und $\mathbf{B} = (B_x, 0, 0)$. Die Komponenten des entsprechenden Differentialgleichungssystems für den dimensionslosen Wellenvektor φ sind in diesem Fall vollständig voneinander entkoppelt:

$$\dot{\varphi} = \begin{pmatrix} \omega_B \\ \omega_C^* \varphi_z \\ -\omega_C^* \varphi_y \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Abbildung 3.4: Parallele Feldanordnung. Die Bloch-Oszillation verläuft entlang der x-Achse, während es gleichzeitig zu einer Zyklotronbewegung in der yz-Ebene kommt. Aufgrund der Feldgeometrie sind beide Bewegungen voneinander entkoppelt.



Auch wenn es sich im Rahmen dieser Einteilchenbetrachtung bei der parallelen Feldgeometrie um den einfachsten Fall zu handeln scheint, ist entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 3.1 ein starker Einfluss der Coulomb-Wechselwirkung auch auf die Ladungsträgerdynamik zu erwarten. Erste Untersuchungen bei paralleler Feldanordnung, wie sie am Ende der experimentellen Phase dieser Arbeit durchgeführt wurden, werfen noch viele

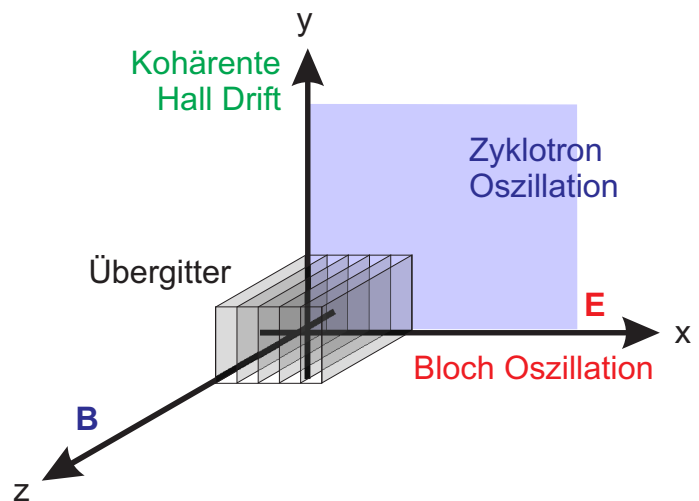
⁶In den Modellrechnungen werden $m^* = 0,068 m_0$ und $m_x = 0,114 m_0$ verwendet [8, 82].

Fragen auf, die eine Unterstützung durch die Theorie unabdingbar machen. Hierzu konnte M. M. Dignam (Queen's University Kingston, Ontario, Kanada) gewonnen werden, der inzwischen eine quantenmechanische Behandlung der Ladungsträgerdynamik im Halbleiterübergitter für den Fall paralleler Felder vorbereitet.

3.2.3 Gekreuzte Feldanordnung (Kohärenter Hall-Effekt)

Die Ladungsträgerdynamik im Halbleiterübergitter in gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern wurde von Yu. A. Kosevich zunächst theoretisch [10, 83] und wenig später im Rahmen der Dissertation von T. Bauer experimentell untersucht [8, 9]. Unter dem Einfluss des Magnetfeldes kommt es zu einer kohärenten Driftbewegung der Ladungsträger senkrecht zur Bloch-Oszillationsbewegung sowie zum magnetischen Feld (vgl. Abbildung 3.5). Dieser Effekt lässt sich als kohärentes Analogon des klassischen Hall-Effekts auffassen, entsprechend der Feststellung in Abschnitt 2.1.3, dass es sich bei der Bloch-Oszillation um das kohärente Pendant des Ohmschen Gesetzes handelt, und trägt daher die Bezeichnung Kohärenter Hall-Effekt.⁷

Abbildung 3.5: Gekreuzte Feldanordnung. Aufgrund der Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillation entlang der x-Richtung besteht eine starke Abhängigkeit der Ladungsträgerbahnen vom Verhältnis von elektrischer und magnetischer Feldstärke. Das Magnetfeld führt zu einer kohärenten Driftbewegung der Ladungsträger senkrecht zur Bloch-Oszillation und zur Magnetfeldrichtung.



In der Dissertation von T. Bauer [8] sowie in einer eigenen Publikation [12] werden die theoretischen Grundlagen und das zur Beschreibung und zur numerischen Berechnung der Ladungsträgerdynamik verwendete semiklassische Modell in aller Ausführlichkeit dargestellt. Aus diesem Grund verzichten wir hier auf eine Wiederholung einiger der Details, die in den genannten Referenzen diskutiert werden.

Wir skizzieren nachfolgend zunächst den zur Modellierung verwendeten Ansatz und die wichtigsten, daraus resultierenden Charakteristika der Ladungsträgerbewegung bei gekreuzter Feldanordnung. Anschließend richten wir unseren Blick in der Hauptsache auf *die* Vorhersagen des semiklassischen Modells, die in dieser Arbeit experimentell untersucht werden

⁷Es ist dabei zu beachten, dass ein echter Hall-Effekt nur in gedämpften Systemen auftritt. Im dämpfungs-freien Fall liegt eine reine $(v \times B)$ -Drift vor, die jedoch bereits durch die geringste Dämpfung zerstört wird.

und deren Verifizierung im Rahmen der Experimente von T. Bauer mit Hilfe der THz-Emissionsspektroskopie nicht geleistet werden konnte. Eine kurze Darstellung der bei Anwendung der THz-Emissionsspektroskopie zur Untersuchung der Ladungsträgerdynamik bei gekreuzter Feldgeometrie bestehenden Limitierungen findet sich zu Beginn von Abschnitt 5.2.

Liegt das elektrische Feld $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ wieder entlang der Wachstumsrichtung und das Magnetfeld $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$ senkrecht dazu, so lautet das Differentialgleichungssystem für φ :

$$\dot{\varphi} = \begin{pmatrix} \omega_B + \omega_C^* \varphi_y \\ -\omega_C^x \sin \varphi_x \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Die Bewegung in z-Richtung ist also von der Bewegung in der xy-Ebene entkoppelt und wird im Folgenden nicht weiter betrachtet. Die Behandlung der gekreuzten Feldanordnung vereinfacht sich nun dadurch, dass man statt obigem Differentialgleichungssystem erster Ordnung alternativ eine Differentialgleichung zweiter Ordnung betrachten kann. Durch Ableiten von $\dot{\varphi}_x$ nach der Zeit und Einsetzen von $\dot{\varphi}_y$ ergibt sich die Differentialgleichung eines nicht getriebenen und nicht gedämpften Pendels:

$$\ddot{\varphi}_x = -\omega_C^* \omega_C^x \sin \varphi_x = -\omega_C^2 \sin \varphi_x \quad (3.12)$$

mit

$$\omega_C = \frac{e B_z}{\sqrt{m^* m_x}}. \quad (3.13)$$

Die x-Komponente φ_x des dimensionslosen Wellenvektors φ übernimmt dabei die Rolle des Auslenkwinkels des Pendels.

In den Referenzen [8, 12] wird auf Basis der Pendelgleichung (6.10) die Ladungsträgerbewegung in einem Halbleiterübergitter unter dem gleichzeitigen Einfluss eines elektrischen Feldes entlang der Wachstumsrichtung und eines Magnetfeldes senkrecht dazu analytisch und numerisch für die Anfangsbedingung $\varphi_x(0) = \varphi_y(0) = 0$ untersucht. Dies entspricht einer Anregung des Ladungsträgerwellenpakets am Boden des Minibandes bzw. zwischen den Wannier-Stark-Niveaus hh0 und hh-1 und kann experimentell durch geeignete Wahl der Zentralwellenlänge des anregenden Laserpulses realisiert werden (vgl. Abschnitt 2.1.3).

Entsprechende Experimente wurden zunächst mit Hilfe der THz-Emissionsspektroskopie [8, 9] durchgeführt. Mit dieser Methode gelingt der Nachweis eines kohärenten Hall-Stromes entlang der y-Richtung und damit des Kohärenten Hall-Effekts. Es konnten außerdem verschiedene Vergleiche zwischen den Ergebnissen des semiklassischen Modells und dem Experiment gezogen werden. Offen gebliebene Fragestellungen sind ein Gegenstand dieser Arbeit.

Die zugehörigen Ergebnisse finden sich in den Abschnitten 5.2 und 6.1.

Durch die Analogie zur Pendelbewegung können auf anschauliche Weise prinzipielle Einsichten in das dynamische Verhalten der Ladungsträger im Übergitter gewonnen werden. In Abbildung 3.6 sind die drei möglichen Bewegungszustände eines Pendels der jeweils entsprechenden k-Raum-Bewegung der Ladungsträger gegenübergestellt.

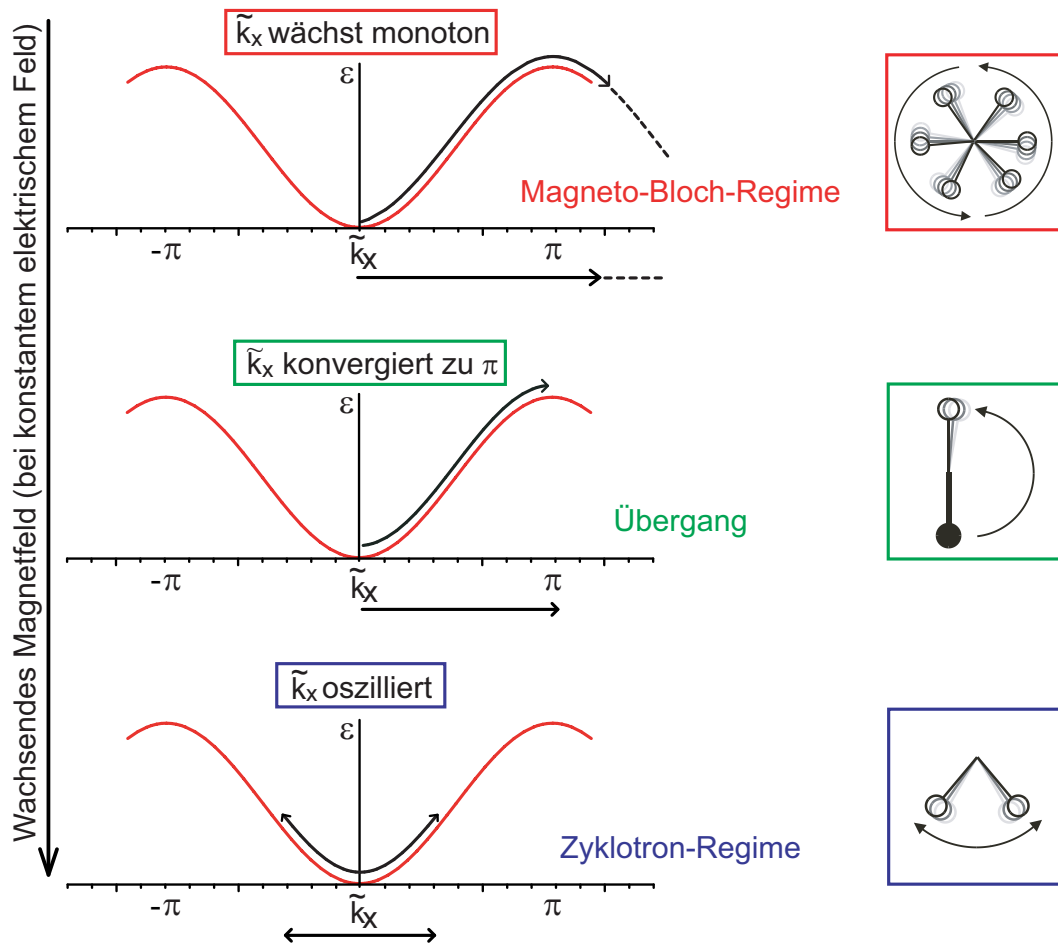


Abbildung 3.6: Gekreuzte Feldanordnung: Analogie der k-Raum-Dynamik eines Ladungsträgers im Halbleiterübergitter zu den Bewegungszuständen eines Pendels. Im Magneto-Bloch-Regime dominiert das elektrische Feld und der k-Vektor steigt wie bei der reinen Bloch-Oszillation monoton mit der Zeit an, während er im Zyklotron-Regime bei dominierendem Magnetfeld wie bei der reinen Zyklotron-Oszillation in der Nähe von $k = 0$ oszilliert. Am Übergang zwischen den Regimen verschwindet die Lorentz-Kraft auf den Ladungsträger und der k-Vektor konvergiert gegen den Wert π/d (Grenze der 1. Brillouin-Zone des Minibandes) entsprechend dem am oberen Umkehrpunkt ruhenden Pendel. Aus [8, 12].

So entspricht die Rotation des Pendels einem monoton mit der Zeit wachsenden k-Vektor. Gemäß Gleichung (2.7) steigt im Fall der Bloch-Oszillation im rein elektrischen Feld der k-Vektor linear mit der Zeit an. Liegt zusätzlich ein schwaches Magnetfeld an, so wird der Zeitverlauf des k-Vektors etwas flacher und weist eine leichte Modulation auf, steigt aber

weiterhin monoton an [8,9,12]. Die Bewegung ist demnach immer noch Bloch-Oszillationsartig und wir bezeichnen den Bereich mit dominierendem elektrischem Feld als Magneto-Bloch-Regime.

Kann das Pendel den oberen Umkehrpunkt nicht überwinden, so schwingt es hin und her. Dieser Bewegungszustand entspricht einer Oszillation des k -Vektors innerhalb der ersten Brillouin-Zone des Minibandes. Eine k -Raum-Schwingung mit kleiner Amplitude um $k = 0$ ist charakteristisch für eine Zyklotron-Oszillation, sodass wir hier vom Zyklotron-Regime sprechen.

Am Übergang zwischen diesen Regimen schließlich konvergiert der k -Vektor gegen den Wert π/d an der Grenze der ersten Brillouin-Zone des Minibandes, entsprechend dem am oberen Umkehrpunkt ruhenden Pendel. Es findet keine Oszillation statt. Im Phasenraum betrachtet befindet sich das System gerade an der Separatrix, die den Bereich offener Phasenraumkurven (Magneto-Bloch-Regime) von dem geschlossener Kurven (Zyklotron-Regime) trennt [8, 10, 12].

Entsprechend Abbildung 3.6 werden wir bei allen folgenden Abbildungen im Zusammenhang mit der Ladungsträgerdynamik bei gekreuzter Feldanordnung die Farbe Rot für das Magneto-Bloch-Regime, Blau für das Zyklotron-Regime und Grün für den Übergangsbereich verwenden.

Abbildung 3.7: Gekreuzte Feldanordnung: Numerisch berechnete, semiklassische Ortsraumtrajektorien für ein konstantes elektrisches Feld von 5 kV/cm und verschiedene Magnetfeldstärken. Alle Trajektorien liegen innerhalb eines Zeitfensters von 5 ps nach der optischen Anregung. Die Auslenkung in x -Richtung ist in Einheiten der Übergitterperiode d angegeben. Die roten Trajektorien bei niedrigeren Magnetfeldern entsprechen dem Magneto-Bloch-Regime, die blauen bei höheren Magnetfeldern dem Zyklotron-Regime. Am Übergang zwischen den Bewegungsregimen kommt es nach einer Anfangsbeschleunigung durch das elektrische Feld in x -Richtung zu einer Driftbewegung entlang der y -Achse. Aus [8, 12].

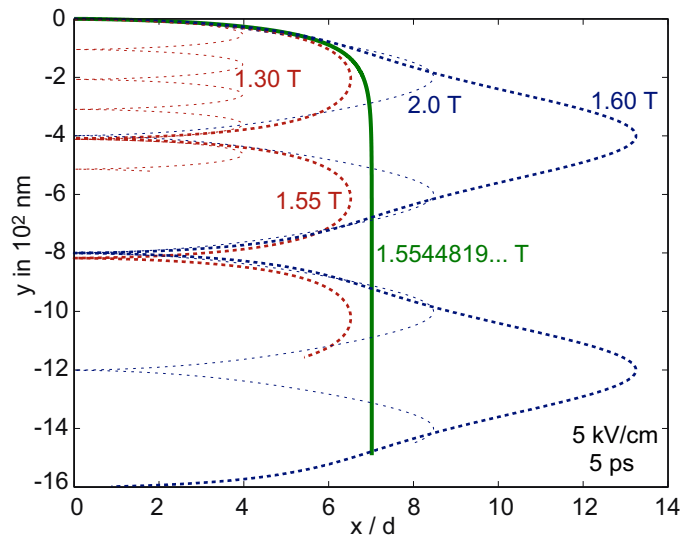


Abbildung 3.7 zeigt im Rahmen des semiklassischen Modells numerisch berechnete Ladungsträgertrajektorien im Ortsraum [8, 12] für ein konstantes elektrisches Feld von 5 kV/cm und verschiedene Magnetfeldstärken, anhand derer man verschiedene zentrale Eigenschaften der Ladungsträgerbewegung in gekreuzten Feldern erkennen kann. Alle Trajektorien

liegen innerhalb eines Zeitfensters von 5 ps nach der optischen Anregung. Die Auslenkung in x-Richtung ist in Einheiten der Übergitterperiode d angegeben.

Zunächst lassen sich, entsprechend den drei oben eingeführten Regimen der Ladungsträgerbewegung, je nach dem Verhältnis $\eta = B/E$ drei Bereiche unterscheiden. Sowohl das durch das elektrische Feld dominierte Magneto-Bloch-Regime für kleine η (rote Trajektorien für 1,3 T und 1,55 T), als auch das Zyklotron-Regime für große η bei dominierendem Magnetfeld (blaue Trajektorien für 1,6 T und 2 T) zeichnen sich durch einen zykloidenartigen Verlauf der Trajektorien entlang der y-Achse aus. Dabei sinkt die Oszillationsfrequenz im Magneto-Bloch-Regime mit steigendem Magnetfeld ab, während sie im Zyklotron-Regime wie im Fall einer reinen Zyklotronbewegung ohne elektrisches Feld ansteigt.

Am Übergang selbst (grüne Trajektorie für 1,5544819... T) verschwinden alle Oszillationen. Nach der Beschleunigung auf eine konstante Driftgeschwindigkeit bewegt sich der Ladungsträger parallel zur y-Achse, der Richtung senkrecht zum elektrischen und magnetischen Feld. Die Summe der äußeren Kräfte auf den Ladungsträger, die Lorentz-Kraft, verschwindet. Aus der Analogie zum Pendel ergibt sich als Übergangsbedingung allgemein [8, 10, 12]:

$$\dot{\varphi}_{x,0}^{\text{trans}} = \omega_B = \omega_C \sqrt{2(1 + \cos(\varphi_{x,0}))}. \quad (3.14)$$

Unter Berücksichtigung der Dispersionsrelation entlang der Wachstumsrichtung des Übergitters (erster Term in Gleichung (2.1)) ergibt sich folgende Abhängigkeit des Magnetfeldes am Übergang vom elektrischen Feld, den Übergitterparametern und dem Anteil der kinetischen Energie \mathcal{E}_x in x-Richtung:

$$B_{\text{trans}}(E) = \frac{\sqrt{m^* m_x}}{\hbar \sqrt{4(1 - \mathcal{E}_x(\varphi_x))/\Delta}} Ed. \quad (3.15)$$

Das Übergangsmagnetfeld steigt demnach linear mit dem elektrischen Feld E an und ist proportional zur Übergitterperiode d . Üblicherweise entspricht der Energienullpunkt der Energie am Minibandboden. Bei der optischen Anregung oberhalb des Minibandbodens wird demnach mit einem gewissen Energieüberschuss angeregt. In der obigen Darstellung gehen wir davon aus, dass der gesamte Energieüberschuss in \mathcal{E}_x eingeht. Unter Berücksichtigung der Energiedispersion des Halbleiterübergitters (2.1) müsste hier eine Verteilung des Energieüberschusses auf die Wachstumsrichtung und die Übergitterebene betrachtet werden. Dieser Punkt wird in Abschnitt 6.1.2 noch einmal aufgegriffen. Es zeigt sich insbesondere, dass bei entsprechender Erweiterung die Übergangsbedingung nur noch mittels numerischer Methoden ermittelt werden kann.

Im Falle der Anregung am Minibandboden ($\varphi_{x,0} = \varphi_{y,0} = 0$) gilt gemäß obigem Differentialgleichungssystem (3.11) entsprechend:

$$\dot{\varphi}_{x,0}^{\text{trans}} = \omega_B = 2\omega_C. \quad (3.16)$$

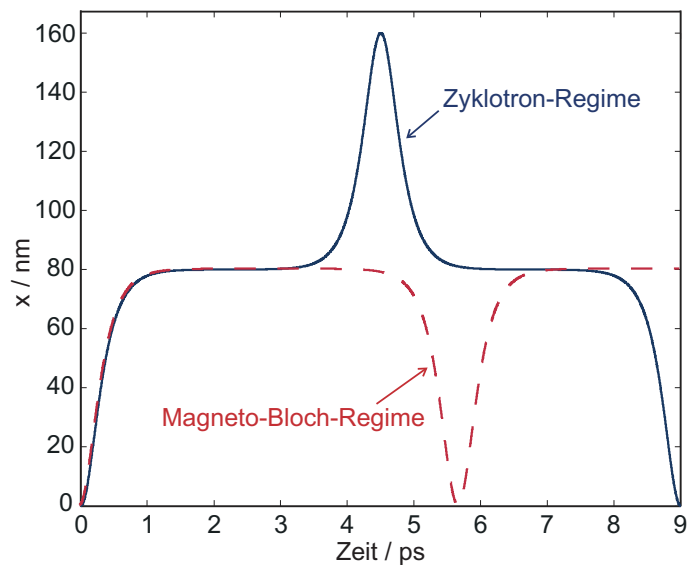
Die Bloch-Oszillationsfrequenz ω_B beträgt demnach unter diesen Bedingungen am Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime gerade das Doppelte der Zyklotronfrequenz ω_C , deren Einführung sich somit als sehr praktikabel erweist. Man erhält in diesem Fall folgende Abhängigkeit des Magnetfeldes am Übergang vom elektrischen Feld und der Übergitterperiode:

$$B_{\text{trans}, \varphi_{x,0}=0}(E) = \frac{\sqrt{m^* m_x}}{2\hbar} E d. \quad (3.17)$$

Die experimentelle Verifizierung dieses Zusammenhangs ist ein Punkt, den die Ergebnisse von T. Bauer offen lassen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher eine Untersuchung der zeitaufgelösten elektro-optischen Respons zur Prüfung der Feldabhängigkeit des Übergangs zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime an Halbleiterübergittern mit unterschiedlicher Übergitterperiode durchgeführt (vgl. Abschnitt 5.2.2).

Der Unterschied zwischen den Bahnen im Magneto-Bloch-Regime und denen im Zyklotron-Regime lässt sich in Abbildung 3.7 besonders gut anhand der Trajektorie bei 1,6 T erkennen. Etwa bei der Hälfte der maximalen Amplitude in x-Richtung kommt es zu einer Änderung der Bahnkrümmung, die im Magneto-Bloch-Regime nicht beobachtet wird. Ruft man sich in Erinnerung, dass das Zyklotron-Regime dem oszillierenden Pendel entspricht, so lässt sich diese Beobachtung mit dem Abbremsen und Anhalten des Wellenpakets am Umkehrpunkt im k-Raum erklären.

Abbildung 3.8: Gekreuzte Feldanordnung: Mittlere und maximale räumliche Auslenkung der Wellenpakete entlang der x-Richtung (Wachstumsrichtung des Übergitters) in der Nähe des Übergangs zwischen den Bewegungsregimen. Im Zyklotron-Regime kommt es zu einem kurzzeitigen Überschießen der Auslenkung, die im zeitlichen Mittel jedoch nicht ins Gewicht fällt. Aus [8, 12].

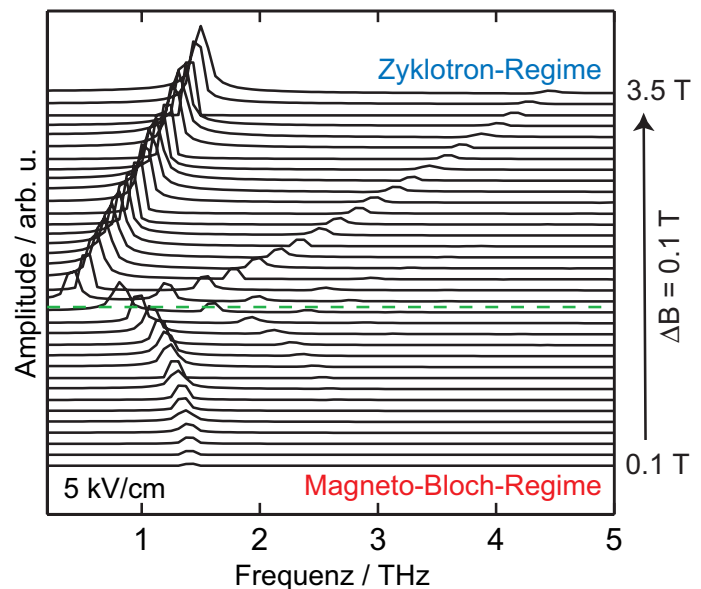


Ein weiteres wichtiges Merkmal der Ortsraum-Trajektorien ist das starke Anwachsen der Amplitude entlang der x-Richtung in der Umgebung des Übergangs, das in beiden Bewegungsregimen beobachtet wird. Allerdings finden sich die größten Amplituden kurz nach dem Übergang in das Zyklotron-Regime. Auch hierfür liefert die Analogie zum Pendel eine Erklärung [8, 12].

Man betrachte das Pendel für zwei unterschiedliche Anfangsenergien entsprechend der Situation in der Nähe des Übergangs. Im einen Fall möge die Anfangsenergie ausreichen, um den Überschlagpunkt zu überwinden (Magneto-Bloch-Regime), im anderen gerade nicht (Zyklotron-Regime). In beiden Fällen erreicht das Pendel seine Ruhelage etwa nach derselben Zeit t' wieder. Bezogen auf die Ladungsträgerbewegung gilt für die Ortsraumgeschwindigkeit in x-Richtung gemäß Gleichung (3.3) $v_x \propto \sin \varphi_x$. Im Magneto-Bloch-Regime ist v_x daher während der ersten Hälfte des Zeitintervalls t' positiv und während der zweiten Hälfte negativ. Im Zyklotron-Regime dagegen ist v_x im gesamten Zeitintervall positiv, sodass der Ladungsträger nach der Zeit t' im Ortsraum die maximale Auslenkung vom Startpunkt erreicht.

Allerdings handelt es sich hierbei um ein zeitlich nur sehr kurzes Überschießen der Amplitude, wie man Abbildung 3.8 entnehmen kann. Dargestellt ist die Zeitabhängigkeit der räumlichen Ladungsträgeramplitude entlang der x-Richtung für die beiden betrachteten Fälle in der Nähe des Übergangs. Im zeitlichen Mittel stimmen die Auslenkungen im Grenzfall der Annäherung an den Übergang in beiden Regimen überein [8, 12].

Abbildung 3.9: Gekreuzte Feldanordnung: Fourier-Amplitudenspektren der berechneten elektrischen Feldstärke der emittierten THz-Strahlung eines Halbleiterübergitters mit $d = 11,4 \text{ nm}$ für ein konstantes elektrisches Feld von 5 kV/cm bei Variation des Magnetfeldes zwischen $0,1 \text{ T}$ und $3,5 \text{ T}$ in Schritten von $0,1 \text{ T}$. Die Dephasierung wurde vernachlässigt, die Frequenzauflösung bestimmt sich aus dem Zeitfenster der Rechnungen von 16 ps .



Die beiden dargestellten Transienten verdeutlichen eine weitere Besonderheit: In der Umgebung des Übergangs zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime sind die Ladungsträgeroszillationen nicht rein harmonisch, sondern weisen einen erheblichen Anteil höherer harmonischer Frequenzen auf. Abbildung 3.9 zeigt im Rahmen des Modells berechnete Frequenzspektren des in Folge der Ladungsträgerbewegung emittierten elektrischen Feldes (THz-Emission). Das äußere elektrische Feld liegt konstant bei 5 kV/cm , das Magnetfeld variiert von $0,1 \text{ T}$ bis $3,5 \text{ T}$.

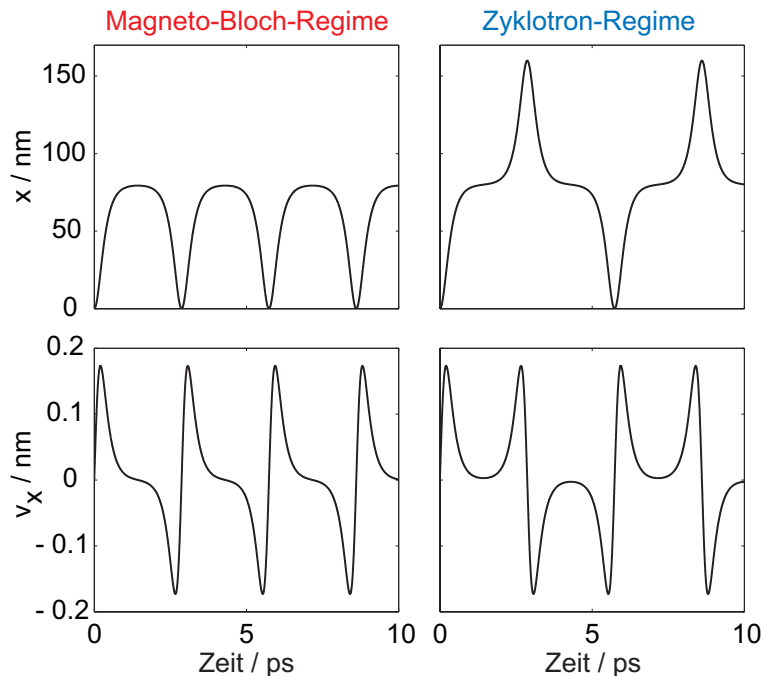
Mit der zykloidenartigen Ladungsträgerbewegung entlang der y-Richtung, entsprechend der Richtung der kohärenten Hall-Driftbewegung und senkrecht zur Wachstumsrichtung des Übergitters, ist eine zeitabhängige Polarisation $P_y(t)$ verbunden. Diese ist proportional zum mittleren Elektron-Loch-Abstand der angeregten Ladungsträger, wobei die schwe-

ren Löcher, wie oben bereits festgestellt, als vollständig in den Quantentöpfen lokalisiert betrachtet werden. Für die elektrische Feldstärke $E_{\text{THz},y}$ der aufgrund der Bewegung entlang der y -Richtung emittierten elektro-magnetischen Strahlung gilt folgender Zusammenhang [8, 9, 12, 84, 85]:

$$E_{\text{THz},y} \propto \frac{d^2 P_y}{dt^2} \propto q \dot{v}_y. \quad (3.18)$$

Die elektrische Feldstärke der emittierten Strahlung ist demnach proportional zur zweiten zeitlichen Ableitung der entsprechenden Komponente der Polarisation P_y und damit auch zur ersten zeitlichen Ableitung der Geschwindigkeitskomponente \dot{v}_y .

Abbildung 3.10: Gekreuzte Feldanordnung: Zeitabhängigkeit der räumlichen Auslenkung (oben) und der Geschwindigkeit entlang der Wachstumsrichtung (unten) für Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime, berechnet für ein konstantes elektrisches Feld von $E = 5 \text{ kV/cm}$. Das Magnetfeld ist um $\Delta B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ kleiner als das Magnetfeld am Übergang $B_{\text{trans}}(E) = 1,5544819 \dots \text{ T}$ (Magneto-Bloch-Regime, links) bzw. um den gleichen Betrag größer als $B_{\text{trans}}(E)$ (Zyklotron-Regime, rechts).



Die Fourier-Spektren in Abbildung 3.9 zeigen zunächst die jeweils charakteristische Feldabhängigkeit der Oszillationsfrequenz in den beiden Bewegungsregimen. Im Magneto-Bloch-Regime sinkt die Frequenz mit steigendem Magnetfeld ab, geht am Übergang auf Null zurück und steigt im Zyklotron-Regime mit dem Magnetfeld an. Bei Annäherung an den Übergang kommt es zusätzlich zu einer Umverteilung der Oszillatorstärke von der Grundfrequenz auf höhere harmonische Frequenzen. Im Magneto-Bloch-Regime tragen alle Harmonischen bei, sodass hauptsächlich die 2. Harmonische an Oszillatorstärke gewinnt, im Zyklotron-Regime gilt dies für die 3. Harmonische, da in diesem Fall neben der Grundfrequenz nur die ungeraden Harmonischen eine Rolle spielen. Dies lässt sich folgendermaßen begründen:

Aus den Gleichungen (3.2.1), (3.2.1), (3.5) und (3.18) erhält man:

$$\dot{v}_y = \frac{\hbar}{m^*} \dot{k}_y = \frac{\hbar}{m^*} \left(-\frac{q}{\hbar} B v_x \right) = -\omega_C^* v_x \quad (3.19)$$

und damit die Beziehung:

$$E_{\text{THz},y} \propto -\omega_C^* v_x. \quad (3.20)$$

Die elektrische Feldstärke der emittierten THz-Strahlung ist daher proportional zur Geschwindigkeitskomponente $v_x = \dot{x}$ entlang der Wachstumsrichtung. Die Zeitabhängigkeit dieser Größe im Magneto-Bloch- und im Zyklotron-Regime ist im unteren Teil von Abbildung 3.10 dargestellt, im oberen Teil die räumliche Auslenkung in x-Richtung (vgl. Abbildung 3.8).

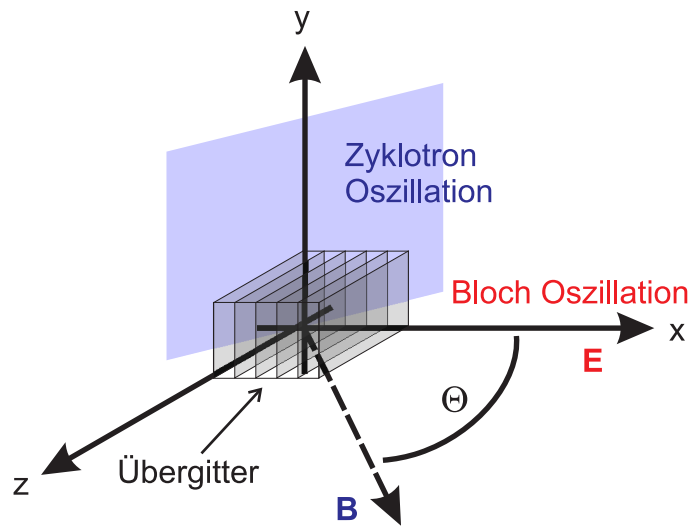
Die Abbildung veranschaulicht, dass die Funktion $v_x(t)$ bei Verschiebung um eine halbe Periode im Zyklotron-Regime zu $-v_x(t)$ wird. Daher ist es ausreichend in der Fourier-Analyse von $v_x(t)$ nur ungerade Harmonische zu verwenden. Im Gegensatz dazu liegt diese Symmetrie im Magneto-Bloch-Regime nicht vor und man benötigt sowohl gerade als auch ungerade Fourier-Komponenten, um $v_x(t)$ zu reproduzieren.

Die Problematik der experimentellen Beobachtbarkeit höherer harmonischer Frequenzen in zeitaufgelösten Messungen an Halbleiterübergittern bei gekreuzter Feldanordnung ist ein weiterer in der Arbeit von T. Bauer offen gebliebener Punkt, auf den wir in den Abschnitten 5.2.3 und 6.1.3 weiter eingehen.

3.2.4 Schiefe Feldanordnung

In diesem Abschnitt wollen wir nun den Fall betrachten, dass das elektrische und das magnetische Feld weder senkrecht noch parallel, sondern schief zueinander angeordnet sind. Bei den folgenden theoretischen Betrachtungen liegt das elektrische Feld $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ entlang der Wachstumsrichtung des Halbleiterübergitters und für das Magnetfeld gilt ohne Beschränkung der Allgemeinheit, sofern nicht anders angegeben, $\mathbf{B} = (B_x, 0, B_z) = (B \cos \Theta, 0, B \sin \Theta)$. \mathbf{E} und \mathbf{B} schließen den Winkel Θ miteinander ein (vgl. Abbildung 3.11).

Abbildung 3.11: Schiefe Feldanordnung: Die Bloch-Oszillation verläuft entlang der x-Achse. Aufgrund der Feldgeometrie kommt es über die Magnetfeldkomponente in z-Richtung, entsprechend dem v_x -Anteil der Bewegung, zu einer Kopplung der Bloch-Oszillation an den v_y -Anteil der Zyklotron-Oszillation in der yz-Ebene.



Bei paralleler bzw. gekreuzter Feldanordnung liegt keine bzw. maximale Kopplung zwischen elektrisch und magnetisch dominierter Ladungsträgerbewegung vor. Im zweiten Fall koppeln Bloch- und Zyklotron-Oszillator zu einem einzigen Oszillator mit zwei strikt getrennten Bewegungsregimen abhängig vom Verhältnis $\eta = E/B$. Bei schiefer Feldanordnung kommt es dagegen zu einer Kopplung der Bloch-Oszillation entlang der x-Richtung an die Zyklotron-Oszillation in der Übergitterebene (yz-Ebene). Die Kopplungsstärke hängt dabei vom Winkel Θ sowie von der Stärke B des Magnetfeldes ab.

Um die bei schiefer Feldanordnung auftretenden Effekte zu beschreiben, bietet sich eine von den obigen Ausführungen zur gekreuzten Feldgeometrie abweichende Vorgehensweise an, ähnlich wie sie beispielsweise in Referenz [86] verwendet wird. Statt der bisherigen Betrachtung im \mathbf{k} -Raum gehen wir nun zu Geschwindigkeit und Energie als den Variablen des Bloch-Oszillators über und stellen zunächst analog zum Harmonischen Oszillator die Differentialgleichungen für die Zeitabhängigkeit dieser Variablen auf. Entsprechend werden wir beim Zyklotron-Oszillator verfahren. Dieser Ansatz ermöglicht eine übersichtliche Beschreibung der Ladungsträgerdynamik unter Berücksichtigung sowohl der Impuls- als auch der Energierelaxation.

Wenden wir uns nun zunächst dem Bloch-Oszillator zu. Ausgehend von der Newtonschen Bewegungsgleichung $F = m\dot{v}$ lässt sich folgende Differentialgleichung für die Geschwindigkeit in x-Richtung aufstellen:

$$\dot{v}_x = \frac{eE}{m_x(k)}. \quad (3.21)$$

Für die Effektivmasse m_x gilt definitionsgemäß der Zusammenhang

$$\frac{1}{m_x(k)} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial k_x^2}, \quad (3.22)$$

woraus sich mit

$$\mathcal{E}_x(k_x) = \frac{\Delta}{2}(1 - \cos k_x d) \quad (3.23)$$

(vgl. Gleichung (2.1), Energiedispersion des Halbleiterübergitters) ergibt:

$$\frac{1}{m_x(k)} = \frac{\Delta d^2}{2\hbar^2} \left(1 - \frac{\mathcal{E}_x}{\Delta/2}\right). \quad (3.24)$$

Einsetzen in die Differentialgleichung (3.21) liefert:

$$\dot{v}_x = \frac{eEd}{\hbar} \frac{\Delta d}{2\hbar} \left(1 - \frac{\mathcal{E}_x}{\Delta/2}\right) = \omega_B v_{\max} \left(1 - \frac{\mathcal{E}_x}{\Delta/2}\right). \quad (3.25)$$

$v_{\max} = \Delta d/2\hbar$ ist die Maximalgeschwindigkeit der Bloch-oszillierenden Elektronen gemäß Gleichung (2.9).

Die Differentialgleichung für die Energie lautet:

$$\dot{\mathcal{E}}_x = eE\dot{x} = eEv_x. \quad (3.26)$$

$\dot{\mathcal{E}}_x$ entspricht der Leistung, die vom Feld $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ an dem im Feld bewegten Elektron erbracht wird. Dies lässt sich mit den Gleichungen (2.9) und (2.10) umschreiben zu:

$$\frac{\dot{\mathcal{E}}_x}{\Delta/2} = \omega_B \frac{v_x}{v_{\max}}. \quad (3.27)$$

Zur besseren Übersichtlichkeit verwenden wir ab jetzt v_{\max} als *Einheit der Geschwindigkeit* und $(\Delta/2)$ als *Einheit der Energie*. Die Geschwindigkeitskomponenten v_i ($i = x, y, z$) und die Energie bzgl. der x-Richtung \mathcal{E}_x werden damit dimensionslos. Die beiden Differentialgleichungen lassen sich so folgendermaßen in einer Matrixgleichung darstellen:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{\mathcal{E}}_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_B \\ \omega_B & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ \mathcal{E}_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_B \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.28)$$

Für die bei schiefer Feldgeometrie beobachteten Effekte ist, wie wir sehen werden, die in realen Systemen auftretende Dämpfung und Dephasierung der Ladungsträgerbewegung bereits unter rein qualitativen Gesichtspunkten von entscheidender Bedeutung. Ad hoc kann man dies folgendermaßen berücksichtigen:

$$\dot{v}_x = -\omega_B \mathcal{E}_x - \Gamma_v v_x + \omega_B, \quad (3.29)$$

$$\dot{\mathcal{E}}_x = \omega_B v_x - \Gamma_{\mathcal{E}} \mathcal{E}_x. \quad (3.30)$$

Darin repräsentiert Γ_v die Impulsrelaxation und $\Gamma_{\mathcal{E}}$ die Energierelaxation, die aufgrund des negativen Vorzeichens zu einer Verlangsamung der Bewegung führen. Γ_v und $\Gamma_{\mathcal{E}}$ sind dimensionslose Größen. Die physikalischen Dämpfungsfrequenzen ergeben sich durch Multiplikation mit der Bloch-Oszillationsfrequenz im magnetfeldfreien Fall ω_B^0 (vgl. Gleichung (3.40)). Die Dämpfungsparameter werden hier als konstant angenommen. Da beispielsweise eine Energieabhängigkeit der Dämpfung denkbar ist, muss dies als Näherung verstanden werden. Für einen ersten Überblick setzen wir Impuls- und Energierelaxationskonstante außerdem zur Vereinfachung zunächst gleich (vgl. Abschnitt 6.2.3):

$$\Gamma_v = \Gamma_{\mathcal{E}} \equiv \Gamma_B, \quad (3.31)$$

sodass sich nun folgende Matrixdarstellung der Differentialgleichungen des Bloch-Oszillators ergibt:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{\mathcal{E}}_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Gamma_B & -\omega_B \\ \omega_B & -\Gamma_B \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ \mathcal{E}_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_B \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.32)$$

Dieses System zweier Differentialgleichungen erster Ordnung lässt sich in eine Differentialgleichung zweiter Ordnung umwandeln. Durch Ableiten der Gleichung (3.29) nach der Zeit

und Einsetzen von $\dot{\mathcal{E}}_x$ (Gleichung (3.30)) erhält man:

$$\ddot{v}_x + 2\Gamma_B \dot{v}_x + (\omega_B^2 + \Gamma_B^2)v_x = \omega_B \Gamma_B. \quad (3.33)$$

Der Term $\omega_B \Gamma_B$ auf der rechten Seite führt zu einem nichtlinearen stationären Driftstrom (vgl. Abschnitt 6.2.3). Um die bei Anregung an der Bandkante (entsprechend $\mathcal{E}_x(0) = 0$) geltenden Anfangsbedingungen $v_x(0) = 0$ sowie insbesondere $\dot{v}_x(0) = \omega_B$ (vgl. Gleichung (3.29)) zu berücksichtigen und die Differentialgleichung später mit Hilfe der Fourier-Methode lösen zu können, wird die rechte Seite durch eine δ -Funktion ergänzt:⁸

$$\ddot{v}_x + 2\Gamma_B \dot{v}_x + (\omega_B^2 + \Gamma_B^2)v_x = \omega_B \Gamma_B + \omega_B \delta(t). \quad (3.34)$$

Betrachten wir nun den Zyklotron-Oszillator in der Übergitterebene senkrecht zur Wachstumsrichtung (yz -Ebene). Das Magnetfeld liege zunächst parallel zum elektrischen Feld entlang der x -Richtung, d. h. $\mathbf{B} = (B, 0, 0)$. Einsetzen in die Bewegungsgleichung $m^* \dot{\mathbf{v}} = e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ ergibt in diesem Fall für die beiden relevanten Geschwindigkeitskomponenten:

$$\dot{v}_y = \frac{eB}{m^*} v_z - \Gamma_C v_y = \omega_C^* v_z - \Gamma_C v_y, \quad (3.35)$$

$$\dot{v}_z = -\frac{eB}{m^*} v_y - \Gamma_C v_z = -\omega_C^* v_y - \Gamma_C v_z. \quad (3.36)$$

Hierbei wurde die Relaxation wie beim Bloch-Oszillator durch einen Dämpfungsterm proportional zur jeweiligen Geschwindigkeitskomponente mit der Dämpfungsfrequenz Γ_C berücksichtigt. In der hier betrachteten Geometrie ist die Zyklotron-Bewegung in der yz -Ebene, wie bereits im Zusammenhang mit der k -Raum-Darstellung der Bewegungsgleichungen festgestellt (vgl. Abschnitt 3.2.2), von der Bloch-Oszillation entlang der x -Richtung entkoppelt.

Ein anderes Bild ergibt sich, wenn das Magnetfeld in der xz -Ebene um den Winkel Θ gedreht wird, d. h. wenn $\mathbf{B} = (B_x, 0, B_z) = (B \cos \Theta, 0, B \sin \Theta)$. Während die Differentialgleichung für v_z unverändert bleibt, erhält man für die Geschwindigkeitskomponente v_y bei schiefer Feldgeometrie:

$$\dot{v}_y = \frac{eB_x}{m^*} v_z - \frac{eB_z}{m^*} v_x - \Gamma_C v_y. \quad (3.37)$$

⁸Dies ist ein bei der Behandlung von Oszillationen mit Anfangsanstoß (z. B. ballistisches Galvanometer) übliches Vorgehen. Ohne die Ergänzung der δ -Funktion ginge beim Übergang zur Differentialgleichung zweiter Ordnung der Term ω_B verloren.

Die neue Komponente B_z koppelt v_x und v_y . Insgesamt erhält man jetzt folgende Matrixdarstellung der Differentialgleichungen für Geschwindigkeit und Energie:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{\mathcal{E}}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Gamma_B & -(\omega_B + A\kappa v_y) & A\kappa & 0 \\ (\omega_B + A\kappa v_y) & -\Gamma_B & 0 & 0 \\ -\kappa & 0 & -\Gamma_C & \omega_{Cx} \\ 0 & 0 & -\omega_{Cx} & -\Gamma_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ \mathcal{E}_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.38)$$

wobei $A = m^*/m_x$ das Verhältnis der Effektivmassen in der Übergitterebene und entlang der Wachstumsrichtung bezeichnet und $\kappa = \omega_{Cx} \tan \Theta$ ein Maß für die *Kopplungsstärke* der beiden Oszillatoren ist. Für die Zyklotronfrequenz bzgl. der Magnetfeldkomponente B_x gilt:

$$\omega_{Cx} = \frac{e B_x}{m^*} = \frac{e B}{m^*} \cos \Theta. \quad (3.39)$$

Die Kopplung von v_x und v_y erfolgt dabei auf zweifache Weise. Eine Änderung der Geschwindigkeitskomponente v_x wird zum einen im Sinne einer Amplitudenkopplung über den Term $(A\kappa v_y)$, zum anderen durch parametrische Kopplung über den Term $(-A\kappa v_y \mathcal{E}_x)$ hervorgerufen. Die Stärke der parametrische Kopplung ist dabei nicht nur von den zeitlich konstanten Kopplungskoeffizienten (hier κ) sondern auch vom momentanen Zustand des Systems abhängig, an das angekoppelt wird. Im vorliegenden Fall ist dies der Betrag der Energie \mathcal{E}_x , mit der sich aufgrund der Multiplikation mit v_y eine nichtlineare Kopplung ergibt.

In obigem Gleichungssystem ist ω_B im Vergleich zu den Gleichungssystemen (3.28) bzw. (3.32) zeitabhängig geworden: $\omega_B = \omega_B(t)$. Die Zeitabhängigkeit der Bloch-Oszillationsfrequenz beruht darauf, dass die x-Komponente der Lorentz-Kraft bei schiefer Feldgeometrie einen zeitabhängigen magnetischen Anteil hat. Das in diesem Fall effektiv auf den Ladungsträger in x-Richtung einwirkende elektrische Feld $(E + B \sin \Theta v_y(t))$ entspricht einer Bloch-Oszillationsfrequenz:

$$\omega_B(t) = \frac{ed}{\hbar} (E + B \sin \Theta v_y(t)) = \omega_B^0 (1 + A\alpha \tan \Theta v_y). \quad (3.40)$$

Darin ist $\alpha = \omega_{Cx}/\omega_B^0$ und ω_B^0 bezeichnet den Fall $B = 0$ bzw. $\Theta = 0$.

In der Differentialgleichung zweiter Ordnung (3.34) darf ω_B jedoch nicht einfach durch $\omega_B(t)$ ersetzt werden. Bei Berücksichtigung des obigen Ausdrucks für die zeitabhängige

Bloch-Oszillationsfrequenz erhält man jetzt:

$$\ddot{v}_x + \left(2\Gamma_B - \frac{\dot{\omega}_B}{\omega_B}\right) \dot{v}_x + \left(\omega_B^2 + \Gamma_B^2 - \Gamma_B \frac{\dot{\omega}_B}{\omega_B}\right) v_x = \omega_B(t)\Gamma_B + \omega_B^0 \delta(t). \quad (3.41)$$

Diese Differentialgleichung unterscheidet sich von Gleichung (3.34) durch die von $\dot{\omega}_B/\omega_B$ abhängigen Zusatzterme. Geht man nun zu der *reduzierten Zeiteinheit* $\tau = \omega_B^0 t$ über,⁹ so lautet obige Differentialgleichung:

$$\ddot{v}_x + \left(2\Gamma_B - \frac{A\kappa\dot{v}_y}{1 + A\kappa v_y}\right) \dot{v}_x + \left([1 + A\kappa v_y]^2 + \Gamma_B^2 - \Gamma_B \frac{A\kappa\dot{v}_y}{1 + A\kappa v_y}\right) v_x = \Gamma_B(1 + A\kappa v_y) + \delta(\tau). \quad (3.42)$$

Für die darin enthaltene *Kopplungsstärke* κ gilt jetzt $\kappa = \alpha \tan \Theta$ und die zeitlichen Ableitungen beziehen sich auf die neue Zeiteinheit τ .

Analog stellen wir für den Zyklotron-Oszillator aus dem System von Differentialgleichungen erster Ordnung für v_y und v_z eine Differentialgleichung zweiter Ordnung auf. Durch Ableiten der Gleichung (3.37) nach der Zeit und Einsetzen von \dot{v}_z (Gleichung (3.36)) erhalten wir

$$\ddot{v}_y + 2\Gamma_C \dot{v}_y + (\omega_{Cx}^2 + \Gamma_C^2) v_y = -\frac{eB \sin \Theta}{m^*} (\dot{v}_x + \Gamma_C v_x), \quad (3.43)$$

was sich in reduzierter Zeit τ und in Einheiten von v_{\max} für die Geschwindigkeit unter Verwendung der oben eingeführten Abkürzungen α und κ umschreiben lässt zu

$$\ddot{v}_y + 2\Gamma_C \dot{v}_y + (\alpha^2 + \Gamma_C^2) v_y = -\kappa (\dot{v}_x + \Gamma_C v_x). \quad (3.44)$$

Auf der Grundlage der in diesem Abschnitt entwickelten Bewegungsgleichungen wollen wir uns im Folgenden einem der bei schiefer Feldanordnung durch die Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Bewegung möglichen nichtlinearen Effekte widmen.

⁹Das bedeutet, ω_B^0 ist Frequenzeinheit, und es gilt:

$$\dot{v}_i = \frac{\partial \tau}{\partial t} \frac{\partial v_i}{\partial \tau} = \omega_B^0 \frac{\partial v_i}{\partial \tau}, \quad \ddot{v}_i = \frac{\partial \tau}{\partial t} \frac{\partial \dot{v}_i}{\partial \tau} = (\omega_B^0)^2 \frac{\partial^2 v_i}{\partial \tau^2}.$$

3.2.5 Selbstinduzierter Gleichstrom (Fiske-Effekt)

Während im Fall der gekreuzten Feldanordnung, wie in Abschnitt 3.2.3 beschrieben, eine strikte Trennung in ein durch das elektrische Feld und ein durch das magnetische Feld dominiertes Bewegungsregime auftritt, beobachtet man bei schiefer (und auch bei paralleler) Feldanordnung einen Übergang von relativ lokalisierten zu weit ausgedehnten elektronischen Wellenfunktionen für bestimmte Verhältnisse E/B der äußeren Felder [13, 14, 87–90].

Bei diesen so genannten Stark-Zyklotron-Resonanzen ist der Potentialabfall je Übergitterperiode ein ganzzahliges Vielfaches der Zyklotronenergie, sodass es zu einer Kopplung der Landau-Zustände in benachbarten Quantentöpfen kommen kann. So wird eine Delokalisierung der Wellenfunktionen möglich, die sich in einem resonant erhöhten Gleichstrom äußert [13, 14].

Mit der Stark-Zyklotron-Resonanz kann eine Vielzahl physikalischer Effekte in Verbindung gebracht werden. So konnte beispielsweise theoretisch gezeigt werden, dass bei Vernachlässigung der Streuung die Delokalisierung der Wellenfunktionen mit der Existenz chaotischer Ladungsträgertrajektorien einhergeht [14, 89, 90]. Allerdings dephasieren die Wellenpakete in realen Halbleitern viel zu schnell, um einen Zugang zu den vielfältigen Aspekten des Quantenchaos – über die Beobachtung einer resonanten Stromerhöhung hinaus – zu ermöglichen.

In Erweiterung der in Abschnitt 2.1.5 behandelten Analogie der Bloch-Oszillation mit dem Josephson-Wechselstromeffekt kann das Auftreten einer Stromerhöhung mit einer Art von Modenkopplung erklärt werden, die bisher nur mit Kondensatsystemen in Verbindung gebracht wurde.

Dieses Kopplungsphänomen wurde in der Vergangenheit beobachtet (i) bei Josephson-Kontakten [15–18] gekoppelt an einen elektro-magnetischen Resonator, der durch die Begrenzungsflächen des Josephson-Kontakts selbst gebildet wird, sowie (ii) bei speziellen suprafluiden ^3He -Systemen (engl. *superfluid weak links*) gekoppelt an einen mechanischen Oszillator [19, 20].¹⁰ Die Kopplung manifestiert sich in einer resonanten Erhöhung des DC-Ladungs- bzw. Massensuprastromes immer dann, wenn die Josephson-Frequenz einer Eigenfrequenz des Resonators bzw. Oszillators entspricht. Diese Beobachtung wurde für den Fall des Josephson-Kontakts zuerst von M. D. Fiske gemacht [15] und wird daher in der Literatur bisweilen als Fiske-Effekt bezeichnet. Dem schließen wir uns bei der Bezeichnung des im Halbleiterübergitter auftretenden analogen Phänomens an.

Im Rahmen einer kürzlich erschienenen eigenen Arbeit in Kooperation mit und unter der Erstautorschaft von Yu. A. Kosevich wird theoretisch und experimentell gezeigt, dass die resonante Überlagerung von Bloch- und Zyklotron-Oszillationen zu einem resonanten selbst-induzierten Gleichstrom führt [21]. Die Zyklotron-Oszillation in der Übergitterebene entspricht hierbei dem externen Resonator oder Oszillator im Falle der Kondensatsysteme. Es handelt sich hierbei um ein Phänomen, dessen Beobachtung auf die Zeitdauer der Kohärenz

¹⁰Das untersuchte System besteht aus zwei mit ^3He gefüllten Reservoirs, die über eine mit Löchern von 100 nm Durchmesser versehene Plastikmembran miteinander verbunden sind (engl. *weak link*). Besteht zwischen den beiden Reservoirs ein Druckunterschied, so kommt es analog zum Josephson-Kontakt zu einer quantenmechanischen Phasendifferenz der Cooper-Paare von ^3He -Atomen in den beiden Reservoirs, die zu einem oszillierenden Massestrom über die Membran führt.

der Ladungsträgerwellenpakete beschränkt ist, was eine dynamische Betrachtung unabdingbar macht. Unabhängig von den theoretischen Arbeiten in Referenz [21] bauen wir bei der folgenden Herleitung eines Ausdrucks für den selbstinduzierten Gleichstrom weiter auf dem im vorherigen Abschnitt dargestellten Ansatz auf. Auf den im Rahmen dieser Arbeit erbrachten experimentellen Nachweis des Effekts werden wir in Abschnitt 5.3 eingehen.

Die Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillation bei schiefer Feldanordnung lässt sich nach dem in Abbildung 3.12 dargestellten Modell anschaulich folgendermaßen verstehen: Durch die kohärente optische Anregung mit einem Laserpuls werden Bloch-Oszillationen der Frequenz $\omega_B = eEd/\hbar$ angeregt, entsprechend einer Oszillation der Geschwindigkeitskomponente v_x . Die Bloch-Oszillation wird über die Komponente B_z des Magnetfeldes auf die Zyklotron-Oszillation übertragen und diese wiederum als Echo an die Bloch-Oszillation zurückgegeben.

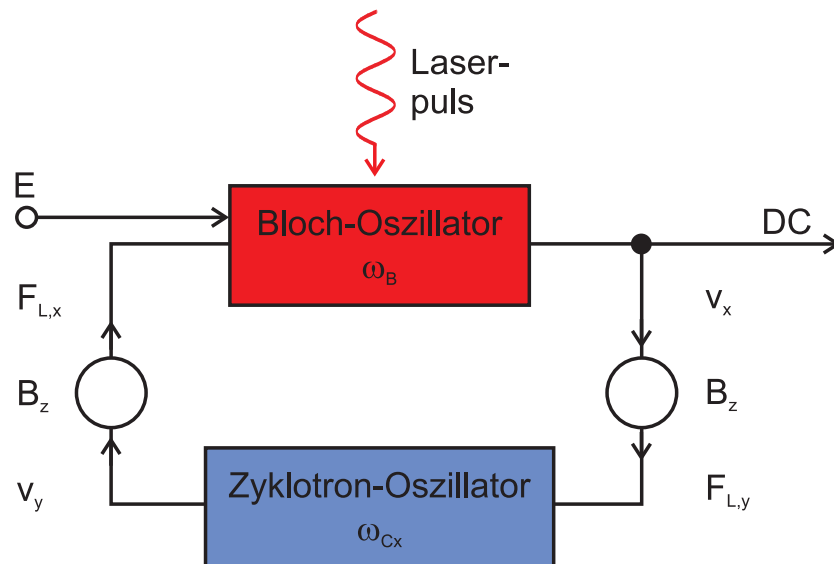


Abbildung 3.12: Modell zur Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillation bei schiefer Feldanordnung.

Dies lässt sich analog zu einem leicht abgewandelten phasengekoppelten Regelkreis (engl. *phaselocked loop*, PLL) in der Elektronik verstehen. Ein PLL setzt sich aus einem spannungsgesteuerten Oszillator (engl. *voltage controlled oscillator*, VCO), einem lokalen Oszillator (engl. *local oscillator*, LO) und einem Phasenvergleich (engl. *phase detector*, PD) zusammen. In unserem Modell übernimmt der Bloch-Oszillator die Rolle des VCO und aufgrund seiner Nichtlinearität auch die des PD, während der Zyklotron-Oszillator einem LO mit der Resonanzfrequenz ω_{Cx} entspricht.

Kommt nun bei Variation der Spannung am VCO ω_B in die Nähe von ω_{Cx} , so wird das Ausgangssignal des VCO, $v_x = \sin \omega_B t$, vom Resonator immer besser durchgelassen und daher wieder in den nichtlinearen VCO zurückgekoppelt. Dort kommt es dann zu einem Heruntermischen der Frequenzen auf Frequenzen nahe Null, die ebenfalls vom Resonator durchgelassen werden. Im VCO bewirken die Gleichspannungsanteile im Resonanzfall nun

zum einen eine Synchronisation der Frequenzen. Entsprechend sollte bei der Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillationen im Halbleiterübergitter in Resonanz in erster Näherung ein Frequenzkreuzen auftreten.¹¹

Der zweite und für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente bei schiefer Feldanordnung wesentliche Effekt wird in Abbildung 3.12 vorweggenommen: Aufgrund des Heruntermischens der Frequenzen infolge der parametrischen Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillator entsteht ein selbstinduzierter Gleichstrom, der in v_x enthalten ist und in einem endlichen Wert der räumlichen Ladungsträgeramplitude im Limes $\tau \rightarrow \infty$ resultiert.

Im Bild des abgewandelten PLL-Regelkreises ließe sich der selbstinduzierte Gleichstrom daher mit Hilfe eines integrierenden Tiefpasses nachweisen. Diese Funktion übernimmt bei den in Abschnitt 5.3 dargestellten Experimenten die integrierende Wirkung der elektro-optischen Messtechnik. Die durch den selbstinduzierten Gleichstrom im Halbleiterübergitter hervorgerufene elektrische Polarisierung bleibt auch nach Abklingen der kohärenten Ladungsträgeroszillationen erhalten und damit im elektro-optischen Signal nachweisbar.

Wir werden die theoretische Behandlung des transienten selbstinduzierten Gleichstroms in zwei Stufen durchführen. In einem einfachen Modell verzichten wir zunächst wie bisher auf die Unterscheidung von Energie- und Impulsrelaxation. In einem zweiten Schritt werden wir das Modell um diese Unterscheidung erweitern und die sich hieraus ergebenden Unterschiede aufzeigen.

Einfaches Modell

Die experimentelle Untersuchung des selbstinduzierten Gleichstroms erfolgt im Rahmen dieser Arbeit mittels zeitaufgelöster elektro-optischer Spektroskopie. Wie in Abschnitt 4.4.1 erläutert, beruht das elektro-optische Signal auf der elektrischen Polarisierung, die durch die räumliche Verschiebung der Ladungsträger hervorgerufen wird. Um die experimentellen Ergebnisse mit dem Modell vergleichen zu können, wird daher im Folgenden der DC-Anteil der Ladungsträgerbewegung als räumliche Auslenkung der Ladungsträger in x-Richtung

$$X(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} v_x(\tau) d\tau \quad (3.45)$$

im Limes $\tau \rightarrow \infty$ nach Abklingen der kohärenten Ladungsträgeroszillationen berechnet. Die Respons v_x auf die Pulsanregung verschwindet für $\tau \leq 0$, sodass die untere Integrationsgrenze auf $-\infty$ statt auf 0 gesetzt werden kann.

¹¹Dies steht ganz im Gegensatz zur üblicherweise erwarteten vermiedenen Überkreuzung (engl. *anticrossing*) der Frequenzen bei der Kopplung von Oszillatoren. Ein Paradebeispiel für dieses Verhalten ist die Photon-Phonon-Kopplung zum Polariton.

Nähern wir die Differentialgleichung (3.42) in der Weise, dass nur Terme bis zur ersten Ordnung in der Kopplungsstärke $\kappa = \alpha \tan \Theta$ mitgenommen werden, so ergibt sich:

$$\ddot{v}_x + 2\Gamma_B \dot{v}_x + (1 + \Gamma_B^2)v_x = \delta(\tau) + A\kappa \dot{v}_y \dot{v}_x - 2A\kappa v_y v_x + \Gamma_B A\kappa \dot{v}_y v_x + \Gamma_B(1 + A\kappa v_y). \quad (3.46)$$

Die linke Seite der Differentialgleichung ist linear, hierfür gilt somit das Superpositionsprinzip. Die rechte Seite kann für schwache Kopplung ($A\kappa v_y \ll 1$) als Störung aufgefasst werden. Wir separieren im Folgenden den Term $((1 + A\kappa v_y)\Gamma_B)$, der eine leicht modulierte, linear mit der Zeit ansteigende Driftbewegung hervorruft, ab, um ein Divergieren von $X(\infty)$ zu vermeiden. Dieser Punkt wird in den Abschnitten 3.2.5 und 6.2.3 nochmals aufgegriffen.

Um $X(\infty)$ zu erhalten, wird über beide Seiten der Differentialgleichung integriert, wobei $\dot{X}(\infty)$ und $\ddot{X}(\infty)$ und damit die ersten beiden Terme auf der linken Seite aufgrund der Abtrennung des Driftstroms verschwinden, und es bleibt:

$$X(\infty) = \frac{1}{1 + \Gamma_B^2} \left[1 + A\kappa \int_{-\infty}^{\infty} (\dot{v}_y \dot{v}_x - 2v_y v_x + \Gamma_B \dot{v}_y v_x) d\tau \right]. \quad (3.47)$$

Der erste Term $1/(1 + \Gamma_B^2)$ stellt einen konstanten Versatz dar, der im Folgenden nicht mehr aufgeführt wird. Wir betrachten also nur noch die Differenz

$$\Delta X(\infty) = X(\infty) - \frac{1}{1 + \Gamma_B^2}. \quad (3.48)$$

Partielle Integration der Integrale, die \dot{v}_y enthalten, liefert:¹²

$$\Delta X(\infty) = \frac{-A\kappa}{1 + \Gamma_B^2} \int_{-\infty}^{\infty} (v_y \ddot{v}_x + 2v_y v_x + \Gamma_B v_y \dot{v}_x) d\tau. \quad (3.49)$$

\ddot{v}_x kann mit Hilfe der Differentialgleichung (3.46) eliminiert werden, wobei allerdings nur Terme ohne κ berücksichtigt werden, damit alles von erster Ordnung in κ bleibt. Zusammengefasst ergibt sich auf diese Weise:

¹²Die bei der partiellen Integration auftretenden Terme $(v_y v_x) |_{-\infty}^{\infty}$ und $(v_y \dot{v}_x) |_{-\infty}^{\infty}$ ergeben Null, wenn man die Anfangsbedingungen $v_x(\tau \leq 0) = 0$ und $v_y(\tau \leq 0) = 0$ sowie die Stationarität für $\tau \rightarrow \infty$ über $\dot{v}_y(\infty) = 0$ berücksichtigt.

$$\Delta X(\infty) = \frac{-A\kappa}{1 + \Gamma_B^2} \left((1 - \Gamma_B^2) \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} v_x v_y d\tau}_{I_1} - \Gamma_B \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dot{v}_x v_y d\tau}_{I_2} \right). \quad (3.50)$$

Zur Berechnung der Integrale I_1 und I_2 , die als „Störterme“ aufzufassen sind, setzen wir für v_x die im magnetfeld- und driftfreien Fall durch den δ -Puls hervorgerufene Respons „nullter Ordnung“ an. Wir gehen nun zur Fourier-Darstellung über, die eine relativ einfache Berechnung der Integrale ermöglicht. Wir betrachten die Respons der linearisierten Differentialgleichung des Bloch-Oszillators, entsprechend der linken Seite von Gleichung (3.46), auf den Antrieb $e^{-i\omega\tau}$. Die Respons lautet in den oben eingeführten Einheiten:

$$R_x(\omega) = v_x(\omega) = \frac{1}{1 + \Gamma_B^2 - \omega^2 - 2i\omega\Gamma_B} = \frac{1}{1 + (\Gamma_B - i\omega)^2}. \quad (3.51)$$

Die Geschwindigkeit in x-Richtung lautet damit unter Verwendung der Fourier-Darstellung der δ -Funktion:

$$v_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega\tau} d\omega}{1 + \Gamma_B^2 - \omega^2 - 2i\omega\Gamma_B}. \quad (3.52)$$

Es gilt weiter:

$$\dot{v}_x = -i\omega v_x. \quad (3.53)$$

Analog erhält man für den Zyklotron-Oszillator gemäß Gleichung (3.44) als Responsfunktion der homogenen Differentialgleichung auf einen δ -Puls:

$$R_y(\omega) = \frac{1}{\alpha^2 + \Gamma_C^2 - \omega^2 - 2i\omega\Gamma_C} = \frac{1}{\alpha^2 + (\Gamma_C - i\omega)^2}. \quad (3.54)$$

Für den auf der rechten Seite von Gleichung (3.44) stehenden Antrieb des Zyklotron-Oszillators gilt unter Verwendung von Gleichung (3.53):

$$-\kappa(\dot{v}_x(\omega) + \Gamma_C v_x(\omega)) = -\kappa(\Gamma_C - i\omega)v_x(\omega). \quad (3.55)$$

Durch diesen Antrieb wird folglich die Resonanz in x-Richtung eingekoppelt. Die Zeitabhängigkeit von v_y ergibt sich aus

$$v_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} v_y(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega, \quad (3.56)$$

wobei

$$v_y(\omega) = -\kappa(\Gamma_C - i\omega) \frac{1}{2\pi} R_x(\omega) R_y(\omega). \quad (3.57)$$

Damit ergibt sich für v_y schließlich:

$$v_y(\tau) = -\frac{\kappa}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Gamma_C - i\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega}{(1 + \Gamma_B^2 - \omega^2 - 2i\omega\Gamma_B)(\alpha^2 + \Gamma_C^2 - \omega^2 - 2i\omega\Gamma_C)}. \quad (3.58)$$

Nun können die Integrale aus Gleichung (3.50) berechnet werden. Hierbei ist jeweils eine dreifache Integration der Produkte $v_x v_y$ und $\dot{v}_x v_y$ über die reduzierte Zeit τ , und zwei Frequenzen, für die wir die Bezeichnungen ω und ω' verwenden, nötig. Die entsprechende Vorgehensweise wollen wir im Folgenden am Beispiel des ersten Integrals Schritt für Schritt darstellen:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{\infty} v_x v_y d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} v_x v_y d\tau = \\ &= -\frac{\kappa}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \frac{(\Gamma_C - i\omega') e^{-i\omega'\tau} e^{-i\omega\tau}}{(1 + (\Gamma_B - i\omega)^2)(1 + (\Gamma_B - i\omega')^2)(\alpha^2 + (\Gamma_C - i\omega)^2)}. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Zunächst wird über τ integriert. Aufgrund der Identität

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(\omega+\omega')\tau} d\tau = 2\pi\delta(\omega + \omega') \quad (3.60)$$

bleibt nach der ersten Integration:

$$I_1 = -\frac{\kappa}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{(\Gamma_C - i\omega') \delta(-\omega - \omega')}{(1 + (\Gamma_B - i\omega)^2)(1 + (\Gamma_B - i\omega')^2)(\alpha^2 + (\Gamma_C - i\omega')^2)}. \quad (3.61)$$

Anschließende Integration über ω' liefert mit

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\delta(\xi - \xi_0)dt = f(\xi_0) \quad (3.62)$$

das Zwischenergebnis:

$$I1 = -\frac{\kappa}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Gamma_C + i\omega)d\omega}{(1 + (\Gamma_B - i\omega)^2)(1 + (\Gamma_B + i\omega)^2)(\alpha^2 + (\Gamma_C + i\omega)^2)}. \quad (3.63)$$

Auf analoge Weise erhält man:

$$I2 = \frac{\kappa}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i\omega(\Gamma_C + i\omega)d\omega}{(1 + (\Gamma_B - i\omega)^2)(1 + (\Gamma_B + i\omega)^2)(\alpha^2 + (\Gamma_C + i\omega)^2)}. \quad (3.64)$$

Die Integration über ω wird mit Hilfe des symbolischen Prozessors einer Mathematik-Software durchgeführt und ergibt folgenden Ausdruck für die räumliche Verschiebung der Ladungsträger in Abhängigkeit von α und damit vom magnetischen Feld im Limes $\tau \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \Delta X(\infty) &= \frac{A\alpha^2 \tan^2 \Theta}{8(1 + \Gamma_B^2)^2 \Gamma_B} \cdot \\ &\cdot \left[\frac{(1 - \Gamma_B)(\Gamma_C + \Gamma_B(2 + \alpha)) + (1 + \Gamma_B^2)\Gamma_B(1 + \alpha)}{(\alpha + 1)^2 + (\Gamma_B + \Gamma_C)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1 - \Gamma_B)(\Gamma_C + \Gamma_B(2 - \alpha)) + (1 + \Gamma_B^2)\Gamma_B(1 - \alpha)}{(\alpha - 1)^2 + (\Gamma_B + \Gamma_C)^2} \right] \quad (3.65) \end{aligned}$$

und entsprechend Gleichung (3.48):

$$X(\infty) = \frac{1}{1 + \Gamma_B^2} + \Delta X(\infty). \quad (3.66)$$

Trägt man $X(\infty)$ gegen α auf, so ergibt sich der in Abbildung 3.13 dargestellte Verlauf. Die Dämpfungen wurden dabei mit $\Gamma_B = 0,05$ und $\Gamma_C = 0,075$ angesetzt.¹³ Setzt man

¹³Die Modellparameter wurden in Anlehnung an die in Abschnitt 5.3.2 aus den experimentellen Daten ermittelten Werte gewählt.

$\omega_{B,0} = 1,3 \cdot 10^{13}$ Hz, so entspricht dies realistischen Dephasierungszeiten von $\tau_B \approx 0,77$ ps und $\tau_C \approx 1$ ps. Außerdem gilt: $m^* = 0,067m_0$, $m_x = 0,114m_0$ und $\Theta = 30^\circ$.

$\Delta X(\infty)$ zeigt bei $\alpha \approx 1$ entsprechend $\omega_{Cx} \approx \omega_B^0$ eine resonante Überhöhung. Wie aufgrund der Analogie zum Josephson-Kontakt vermutet, kommt es demnach infolge der Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillator für die betrachtete schiefe Feldgeometrie unter der Resonanzbedingung $\omega_B = \omega_{Cx}$ zu einem starken Anstieg des Gleichstrom-Anteils der Ladungsträgerbewegung. Man beachte hierbei, dass ω_B gemäß Gleichung (3.40) zeitlich mit kleiner Amplitude um die Frequenz ω_B^0 der Bloch-Oszillation ohne Einfluss eines Magnetfeldes oszilliert.

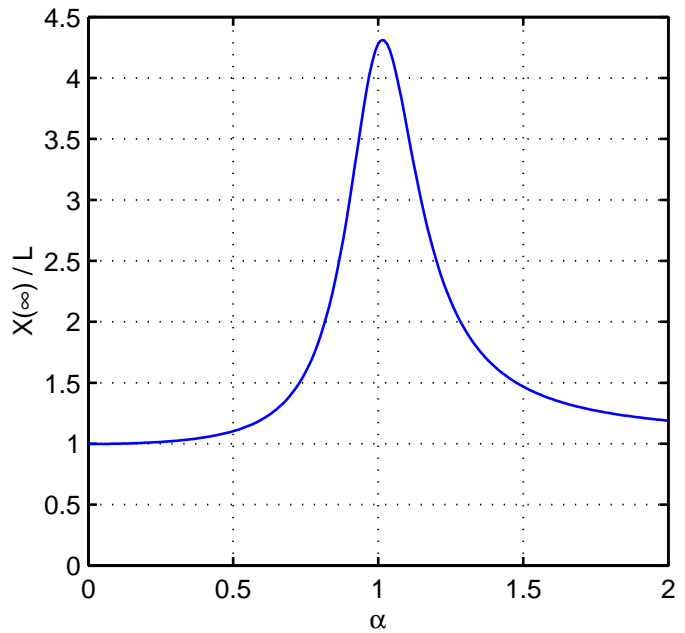


Abbildung 3.13: Schiefe Feldanordnung: Theoretischer Verlauf der räumlichen Ladungsträgerverschiebung im Limes $\tau \rightarrow \infty$ in Einheiten der räumlichen Bloch-Oszillationsamplitude $L = \Delta/(2e|E|)$ in Abhängigkeit von $\alpha = \omega_{Cx}/\omega_B^0$ gemäß den Gleichungen (3.65) und (3.66) ohne feldunabhängigen Driftanteil. Bei $\alpha = 0$ entspricht die Auslenkung dann gerade L . Die Dämpfungskonstanten wurden mit $\Gamma_B = 0,05$ und $\Gamma_C = 0,075$ angesetzt.

In Abbildung 3.13 fehlt aufgrund der Separation des Terms $((1 + Akv_y)\Gamma_B)$ in Gleichung (3.46) der in niedrigster Ordnung feldunabhängige Driftstrom. Für diesen gilt im Rahmen des hier dargestellten Modells näherungsweise:

$$x_D = \frac{\Gamma_B}{1 + \Gamma_B^2} \tau \quad (3.67)$$

Dieser Driftanteil der räumlichen Auslenkung der Ladungsträger wird in den folgenden Abschnitten noch näher betrachtet.

Erweitertes Modell

Bisher haben wir auf die Unterscheidung von Impuls- und Energielaxation des Bloch-Oszillators verzichtet. Ausgehend von den Differentialgleichungen erster Ordnung (3.29) und (3.30) für Geschwindigkeit bzw. Energie des Bloch-Oszillators sowie (3.36) und (3.37) für den Zyklotron-Oszillator werden wir in diesem Abschnitt die analytische Näherung für $X(\infty)$ bei schiefer Feldanordnung auf den Fall $\Gamma_v \neq \Gamma_\mathcal{E}$ erweitern.

Aus den vier Differentialgleichungen erster Ordnung erhält man durch Ableiten und Substitution zwei Differentialgleichungen zweiter Ordnung für v_x und v_y . Verwendet man wieder v_{\max} als Geschwindigkeits- und $\Delta/2$ als Energieeinheit und geht zur reduzierten Zeit $\tau = \omega_B^0 t$ über, so erhält man:

$$\ddot{v}_x + \left(\Gamma_\mathcal{E} + \Gamma_v - \frac{\dot{\omega}_B}{\omega_B} \right) \dot{v}_x + \left(\omega_B^2 + \Gamma_\mathcal{E} \Gamma_v - \Gamma_v \frac{\dot{\omega}_B}{\omega_B} \right) v_x = \omega_B(\tau) \Gamma_\mathcal{E} + \delta(\tau) \quad (3.68)$$

und entsprechend Gleichung (3.44):

$$\ddot{v}_y + 2\Gamma_C \dot{v}_y + (\alpha^2 + \Gamma_C^2) v_y = -\kappa(\dot{v}_x + \Gamma_C v_x) \quad (3.69)$$

mit $\omega_B(\tau) = 1 + A\kappa v_y$, $A = m^*/m_x$, $\kappa = \alpha \tan \Theta$ und $\alpha = \omega_{Cx}$. Die zeitlichen Ableitungen beziehen sich auf die reduzierte Zeiteinheit τ und die δ -Funktion stellt wieder die Anfangsbedingung $\dot{v}_x(0) = 1$ sicher. Außerdem soll gelten: $v_x(0) = 0$ und $v_y(0) = 0$.

Entwickelt man nun Gleichung (3.68) wieder bis zur ersten Ordnung in κ , so erhält man folgenden Ausdruck:

$$\ddot{v}_x + (\Gamma_\mathcal{E} + \Gamma_v) \dot{v}_x + (1 + \Gamma_\mathcal{E} \Gamma_v) v_x = A\kappa[\dot{v}_y \dot{v}_x - 2v_y v_x + \Gamma_v \dot{v}_y v_x] + \Gamma_\mathcal{E}(1 + A\kappa v_y) + \delta(\tau). \quad (3.70)$$

Zur Berechnung von $X(\infty)$ (siehe Gleichung (3.45)) für den auf drei Dämpfungskonstanten erweiterten Fall integrieren wir obige Differentialgleichung unter Berücksichtigung der genannten Anfangsbedingungen und erhalten:

$$\begin{aligned} \dot{v}_x(\infty) + (\Gamma_\mathcal{E} + \Gamma_v) V_x(\infty) + (1 + \Gamma_\mathcal{E} \Gamma_v) X(\infty) &= \\ &= A\kappa \int_{-\infty}^{\infty} [\dot{v}_y \dot{v}_x - 2v_y v_x + \Gamma_v \dot{v}_y v_x] d\tau + \Gamma_\mathcal{E} \tau_\infty + \Gamma_\mathcal{E} A\kappa Y(\infty) + 1. \end{aligned} \quad (3.71)$$

Die Größe τ_∞ bezeichnet eine beliebige, positive, endliche Zeit größer als die Zeitdauer der Kohärenz der Ladungsträgeroszillationen. Partielle Integration der Integrale, die \dot{v}_y enthalten, und Substitution des hierbei entstehenden \dot{v}_x aus der Differentialgleichung (3.70) liefert bei Berücksichtigung der Terme bis zur Ordnung κ :

$$X(\infty) = \frac{1}{1 + \Gamma_\mathcal{E}\Gamma_v} - \frac{\Gamma_\mathcal{E} + \Gamma_v}{1 + \Gamma_\mathcal{E}\Gamma_v} V_x(\infty) + \frac{\Gamma_\mathcal{E}}{1 + \Gamma_\mathcal{E}\Gamma_v} \tau_\infty - \frac{A\kappa}{1 + \Gamma_\mathcal{E}\Gamma_v} \int_{-\infty}^{\infty} [(1 - \Gamma_\mathcal{E}\Gamma_v)v_x v_y - \Gamma_\mathcal{E}\dot{v}_x v_y] d\tau + \frac{A\kappa\Gamma_v}{1 + \Gamma_\mathcal{E}\Gamma_v} V_x(\infty)V_y(\infty). \quad (3.72)$$

Zur Berechnung der Integrale setzen wir wie beim einfachen Modell für v_x die im magnetfeld- und driftfreien Fall durch den δ -Puls hervorgerufene Respons „nullter Ordnung“ an. Die Driftterme, die im Endergebnis wieder hinzuaddiert werden, führen aufgrund der Anfangsbedingung $v_x(0) = 0$ zu einer kleinen Phasenverschiebung von $v_x(\tau)$. Allerdings kommt es bei der Kopplung der Bloch-Oszillation auf die Zyklotronbewegung ebenfalls zu einer Phasenverschiebung von $v_y(\tau)$. Bei der Berechnung des selbstinduzierten Gleichstroms spielt nur die relative Phase zwischen den Geschwindigkeiten v_x und v_y eine Rolle, sodass dies insgesamt keine Auswirkungen hat.

Für v_x und v_y gilt jetzt:

$$v_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega\tau} d\omega}{(1 + \Gamma_\mathcal{E}\Gamma_v) - \omega^2 - i\omega(\Gamma_\mathcal{E} + \Gamma_v)} \quad (3.73)$$

und

$$v_y(\tau) = -\frac{\kappa}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Gamma_C - i\omega)e^{-i\omega\tau} d\omega}{((1 + \Gamma_\mathcal{E}\Gamma_v) - \omega^2 - i\omega(\Gamma_\mathcal{E} + \Gamma_v)) \cdot (\alpha^2 + \Gamma_C^2 - \omega^2 - 2i\omega\Gamma_C)} \quad (3.74)$$

und es ist wieder $\dot{v}_x = -i\omega v_x$. Die Vorgehensweise zur Berechnung der Integrale über $v_x v_y$ und $\dot{v}_x v_y$ in Gleichung (3.72) erfolgt analog zu den Ausführungen zum einfachen Modell. Als Zwischenergebnis lässt sich angeben:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} v_x v_y d\tau &= -\frac{\kappa\Gamma_C}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\alpha^2 + \Gamma_C^2 + \omega^2) d\omega}{[(\beta^2 + \Gamma_B - \omega^2)^2 + 4\omega^2\Gamma_B^2] \cdot [(\alpha^2 + \Gamma_C^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\Gamma_C^2]} = \\ &= -\frac{\kappa[\Gamma_B(2 - \alpha/\beta) + \Gamma_C]}{8\Gamma_B\Gamma_C(\beta^2 + \Gamma_B^2)[(\beta - \alpha)^2 + (\Gamma_B + \Gamma_C)^2]} - \frac{\kappa[\Gamma_B(2 + \alpha/\beta) + \Gamma_C]}{8\Gamma_B\Gamma_C(\beta^2 + \Gamma_B^2)[(\beta + \alpha)^2 + (\Gamma_B + \Gamma_C)^2]} \end{aligned} \quad (3.75)$$

und

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{v}_x v_y d\tau &= \frac{\kappa}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2(-\alpha^2 + \Gamma_C^2 + \omega^2)d\omega}{[(\beta^2 + \Gamma_B - \omega^2)^2 + 4\omega^2\Gamma_B^2] \cdot [(\alpha^2 + \Gamma_C^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\Gamma_C^2]} = \\ &= \frac{\kappa[1 - \alpha/\beta]}{8\Gamma_B[(\beta - \alpha)^2 + (\Gamma_B + \Gamma_C)]} + \frac{\kappa[1 + \alpha/\beta]}{8\Gamma_B[(\beta + \alpha)^2 + (\Gamma_B + \Gamma_C)]} \end{aligned} \quad (3.76)$$

mit

$$\Gamma_B = \frac{\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v}{2} \quad \text{und} \quad \beta^2 = 1 - \left(\frac{\Gamma_{\mathcal{E}} - \Gamma_v}{2} \right)^2. \quad (3.77)$$

Setzt man alle Terme entsprechend Gleichung (3.72) zusammen und ersetzt κ wieder durch $(\alpha \tan \Theta)$ und Γ_B durch $((\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v)/2)$, so erhält man folgenden Ausdruck für die räumliche Auslenkung in x-Richtung im Limes $\tau \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} X(\infty) &= \frac{1}{1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v} + \frac{A\alpha \tan \Theta \Gamma_v}{1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v} V_x(\infty) V_y(\infty) - \frac{\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v}{1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v} V_x(\infty) + \\ &+ \frac{A\alpha^2 \tan^2 \Theta}{8 \frac{\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v}{2} (1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v)^2} \cdot \left[\frac{(1 - \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v)[\Gamma_C + \frac{\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v}{2}(2 - \alpha/\beta) + (1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v)\Gamma_{\mathcal{E}}(1 - \alpha/\beta)]}{(\beta - \alpha)^2 + (\frac{\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v}{2} + \Gamma_C)^2} + \right. \\ &\left. + \frac{(1 - \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v)[\Gamma_C + \frac{\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v}{2}(2 + \alpha/\beta) + (1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v)\Gamma_{\mathcal{E}}(1 + \alpha/\beta)]}{(\beta + \alpha)^2 + (\frac{\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v}{2} + \Gamma_C)^2} \right] + \frac{\Gamma_{\mathcal{E}}}{1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v} \tau_{\infty} \end{aligned} \quad (3.78)$$

mit

$$V_x(\infty) \approx \frac{\Gamma_{\mathcal{E}}}{1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v} \quad \text{und} \quad V_y(\infty) \approx -\frac{\Gamma_C \alpha}{\alpha^2 + \Gamma_C^2} V_x(\infty). \quad (3.79)$$

Es sei darauf hingewiesen, dass die für $\beta = 0$ im Zähler auftretenden Divergenzen dem unrealistischen Fall $\Gamma_{\mathcal{E}} - \Gamma_v = 2$ entsprechen. Betrachtet man außerdem den Ausdruck in eckigen Klammern insgesamt, so können für $\beta = 0$ die beiden Brüche auf einen Nenner gebracht werden und die Divergenzen heben sich aufgrund unterschiedlicher Vorzeichen heraus.

Die Terme mit $V_x(\infty)$, $V_y(\infty)$ und τ_{∞} beschreiben den Drifteffekt, wobei der letzte Term, proportional zu $(\Gamma_{\mathcal{E}}\tau_{\infty})$ dominiert. Die beiden anderen Terme sind konstant und von höherer

Ordnung in der Dämpfung und können somit vernachlässigt werden. Alle Driftterme verschwinden im Limes $\Gamma_{\mathcal{E}} \rightarrow 0$. Der dominante Driftterm führt zu einem kontinuierlichen Anstieg von $X(\infty)$ mit der Zeit. Das bedeutet, $X(\infty)$ divergiert und seine Magnetfeldabhängigkeit kann im Gegensatz zu dem Fall bei separierter Ladungsträgerdrift (vgl. Abbildung 3.13) nur noch für einen bestimmten Zeitpunkt aufgetragen werden.

Abbildung 3.14: Schiefe Feldanordnung: Theoretischer Verlauf der räumlichen Ladungsträgerverschiebung im Limes $\tau \rightarrow \infty$ in Einheiten der räumlichen Bloch-Oszillationsamplitude $L = \Delta/(2e|E|)$ in Abhängigkeit von $\alpha = \omega_{Cx}/\omega_B^0$. Der Beitrag der Ladungsträgerdrift wurde für $t_{\infty} = 4$ ps berechnet. Die Dämpfungskonstanten wurden mit $\Gamma_{\mathcal{E}} = 0,003$, $\Gamma_v = 0,1$ und $\Gamma_C = 0,075$ angesetzt.

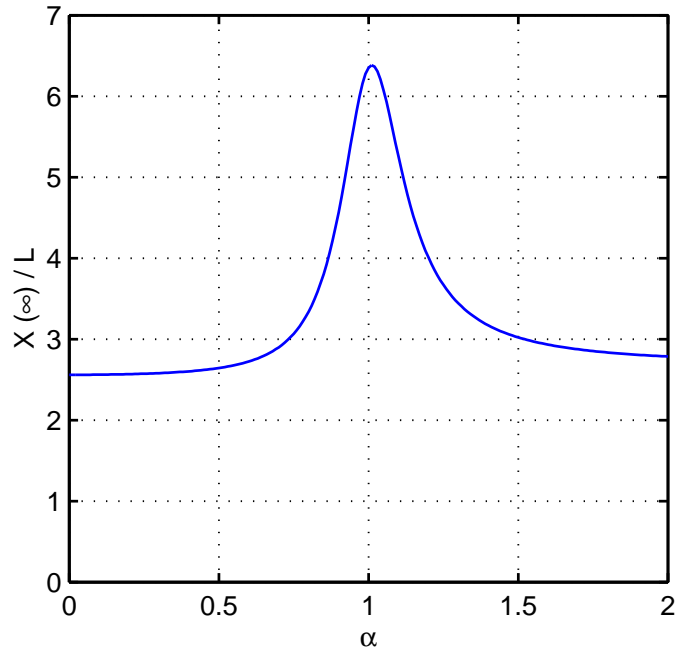


Abbildung 3.14 veranschaulicht dies für die Zeit $t_{\infty} = 4$ ps nach der Anregung für die Dämpfungsparameter $\Gamma_{\mathcal{E}} = 0,003$, $\Gamma_v = 0,1$ und $\Gamma_C = 0,075$.¹⁴ Für das bei der Berechnung verwendete $\omega_B^0 = 1,3 \cdot 10^{13}$ Hz entspricht dies Dephasierungszeiten von $\tau_{\mathcal{E}} \approx 26$ ps, $\tau_v \approx 0,77$ ps und $\tau_C \approx 1$ ps. Des Weiteren wurden angesetzt: $m^* = 0,067m_0$, $m_x = 0,114m_0$ und $\Theta = 30^\circ$.

Abschließend sei noch festgehalten, dass die Unterscheidung von Impuls- und Energiere-relaxationszeit auch den Charakter der Zeitabhängigkeit der Ladungsträgeroszillationen beeinflusst. Im magnetfeldfreien Fall ($\alpha = 0$) und ohne Driftterme ergibt sich als allgemeine Lösung für die Zeitabhängigkeit der Geschwindigkeit in x-Richtung:

$$v_x(t) = \frac{e^{\frac{\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v}{2} t}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Gamma_{\mathcal{E}} - \Gamma_v}{2}\right)^2}} \sin \sqrt{1 - \left(\frac{\Gamma_{\mathcal{E}} - \Gamma_v}{2}\right)^2} t, \quad t \geq 0. \quad (3.80)$$

¹⁴Zur Wahl der Modellparameter: $t_{\infty} = 4$ ps entspricht etwa dem Zeitfenster der in Abschnitt 5.3.1 dargestellten Messungen bei schiefer Feldanordnung, die übrigen Modellparameter wurden in Anlehnung an die in Abschnitt 5.3.2 aus den experimentellen Daten ermittelten Werte gewählt.

Nur für den Fall identischer Energie- und Impulsrelaxationskonstanten $\Gamma_{\mathcal{E}} = \Gamma_v \equiv \Gamma_{\mathbf{B}}$ muss *keine* Frequenzkorrektur vorgenommen werden und die Oszillation klingt mit Γ_v ab. Ist hingegen $\Gamma_{\mathcal{E}} \approx 0$, so relaxiert v_x mit $\Gamma_v/2$ und die Eigenfrequenz erfährt eine Dämpfungskorrektur.

Einfluss der Dämpfungsparameter auf $X(\infty)$

Im Folgenden werden wir den im vorhergehenden Abschnitt hergeleiteten Ausdruck (3.78) für die räumliche Auslenkung $X(\infty)$ der Ladungsträger in x-Richtung im Limes $\tau \rightarrow \infty$ im Rahmen des erweiterten Modells näher betrachten und dabei insbesondere den Einfluss der Dämpfungsparameter auf den Verlauf von $X(\infty)$ in Abhängigkeit des Magnetfeldes analysieren.

Zur Veranschaulichung des Einflusses der Relaxationskonstanten haben wir $X(\infty)$ für unterschiedliche Kombinationen der Dämpfungswerte berechnet und in den Abbildungen 3.15 und 3.16 dargestellt. Der Parameter $\alpha = \omega_{Cx}/\omega_{\mathbf{B}}^0$ wird zwischen 0 und 2 variiert. Die Effektivmassen liegen wieder bei $m^* = 0,067 m_0$ bzw. $m_x = 0,114 m_0$ und für den Winkel zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} gilt $\Theta = 30^\circ$. In jedem Teilbild repräsentiert die rote Kurve den Verlauf für $\Gamma_{\mathcal{E}} = \Gamma_v = \Gamma_C = 0,1$ als Referenz.

Der Driftterm ($\propto \Gamma_{\mathcal{E}}\tau_{\infty}$) wird bei der Berechnung nicht berücksichtigt, da sich die Kurven für große $\Gamma_{\mathcal{E}}$ aufgrund des damit verbundenen großen Versatzes entlang der Ordinate nur noch schlecht im Vergleich zur Referenzkurve darstellen lassen. So sorgt allein der erste Term in Gleichung (3.78) für einen Versatz der gesamten Resonanzkurve entlang der Ordinate, der vom Produkt der Impuls- und Energierelaxationskonstante abhängt. Bei Erhöhung der Impuls- oder der Energierelaxationsfrequenz entsprechend den Teilbildern 3.15(e) und (f) kommt es zunächst zu einer leichten Verringerung des Versatzes der Kurve; wird dagegen beiden Parametern ein größerer Wert zugewiesen, so macht sich entsprechend 3.16(a) auch die Änderung des Versatzes stärker bemerkbar.

Wie man allen Teilbildern der Abbildungen 3.15 und 3.16 entnehmen kann, liegt der Versatz für $\alpha = 0$ ohne Driftstrom meist etwa bei $X(\infty) = 1 \cdot L$. Erkennbare Abweichungen hiervon ergeben sich nur, wenn $\Gamma_{\mathcal{E}}$ und Γ_v im Vergleich zu realistischen Dämpfungswerten, wie sie z. B. der in Abbildung 5.20 dargestellten numerischen Anpassung des theoretischen Verlaufs von $X(\infty)$ in Abhängigkeit vom Magnetfeld zu entnehmen sind, groß sind (vgl. Teilbilder 3.15(a) und (f)).

Die Resonanzüberhöhung $\Delta X(\infty, \alpha = 1)$ kann näherungsweise durch Gleichung (5.3) ausgedrückt werden und ist damit hauptsächlich durch die Summe $(\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v)$ bestimmt. Dies lässt sich anhand der Beispielkurven in den Abbildungen 3.15 und 3.16 verifizieren. Ändert man beispielsweise die Impuls- und die Energierelaxationskonstante so, dass ihre Summe gleich bleibt, so ändert sich entsprechend Teilbild 3.16(b) auch die Resonanzüberhöhung nicht. Wird dagegen die Impuls- oder die Energierelaxationskonstante oder werden beide gegenüber den Referenzwerten geändert, so nimmt die Resonanzüberhöhung ab, wenn die Summe der Dämpfungen ansteigt (vgl. Teilbilder 3.15(e) und (f) sowie 3.16(a) und (f)), und zu, wenn die Summe der Dämpfungen sinkt (vgl. Teilbilder 3.15(b), (c) und (d) sowie

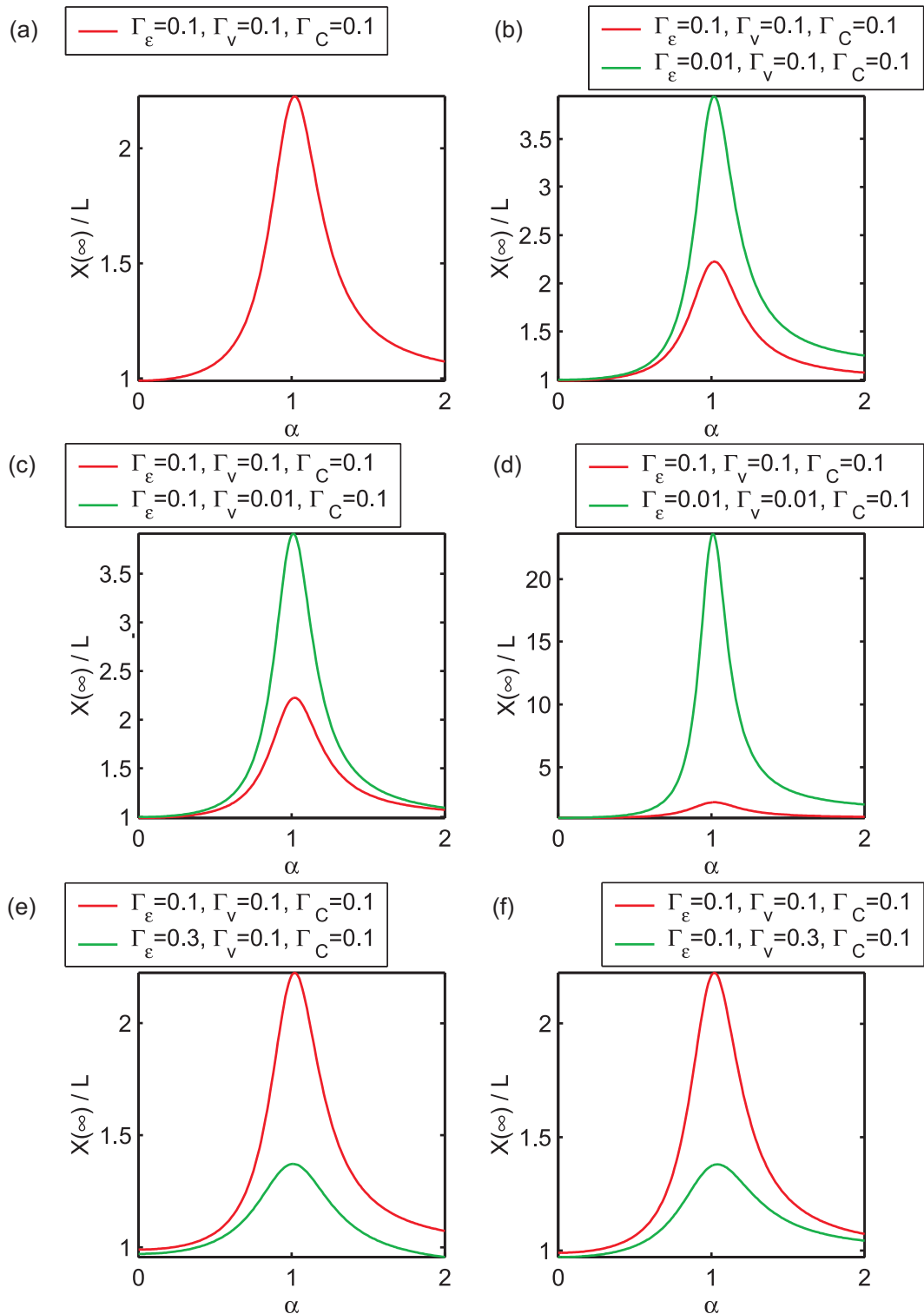


Abbildung 3.15: Schiefe Feldanordnung: Einfluss der Dämpfungsparameter auf den Verlauf von $X(\infty)$ in Abhängigkeit von α im Rahmen des erweiterten Modells.

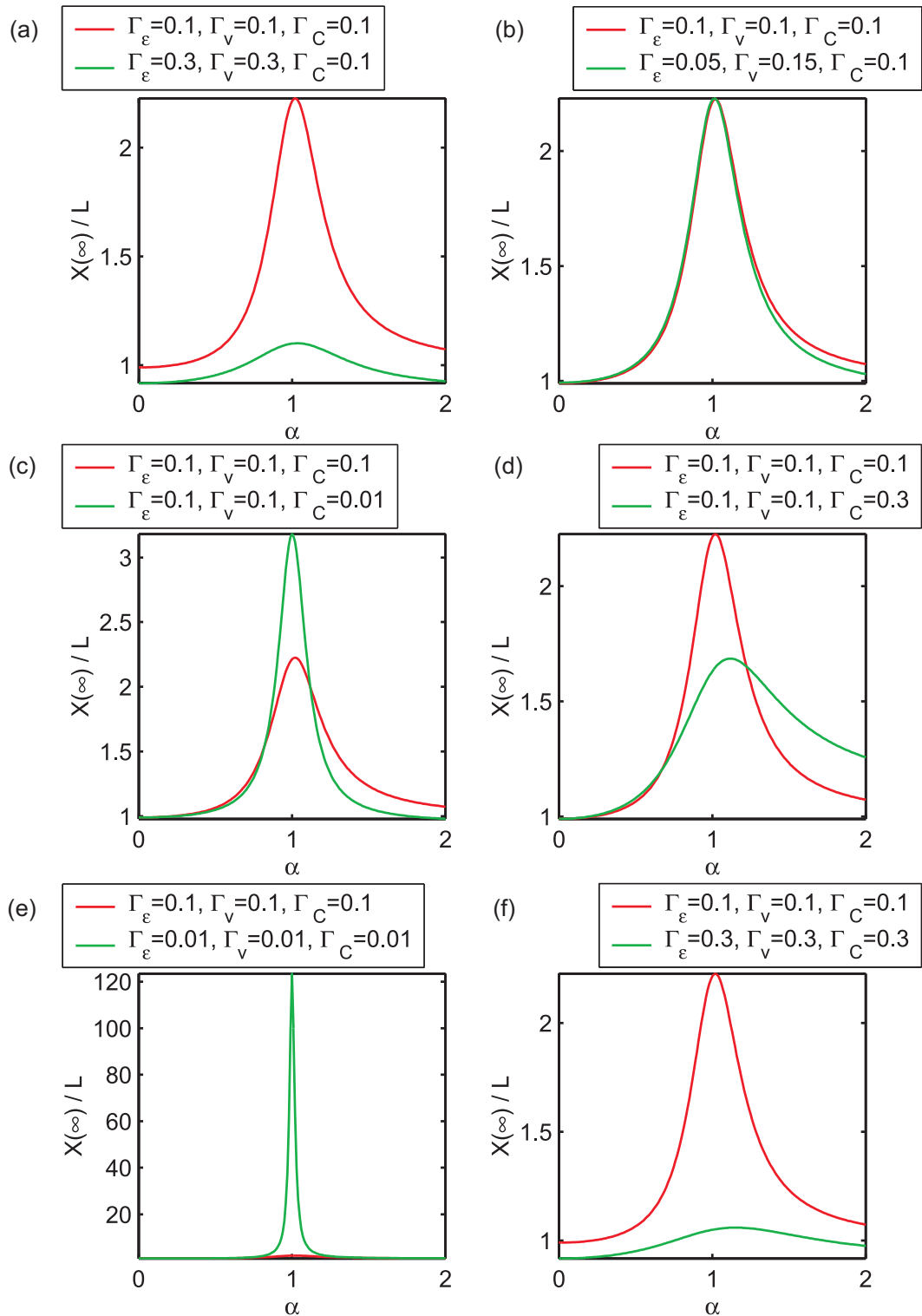


Abbildung 3.16: Schiefe Feldanordnung: Einfluss der Dämpfungparameter auf den Verlauf von $X(\infty)$ in Abhängigkeit von α im Rahmen des erweiterten Modells.

3.16(e)). Bei den in Klammern jeweils zuletzt genannten Teilbildern ist zu beachten, dass hier auch die Zyklotrondämpfung variiert wurde, deren Einfluss im Folgenden diskutiert wird.

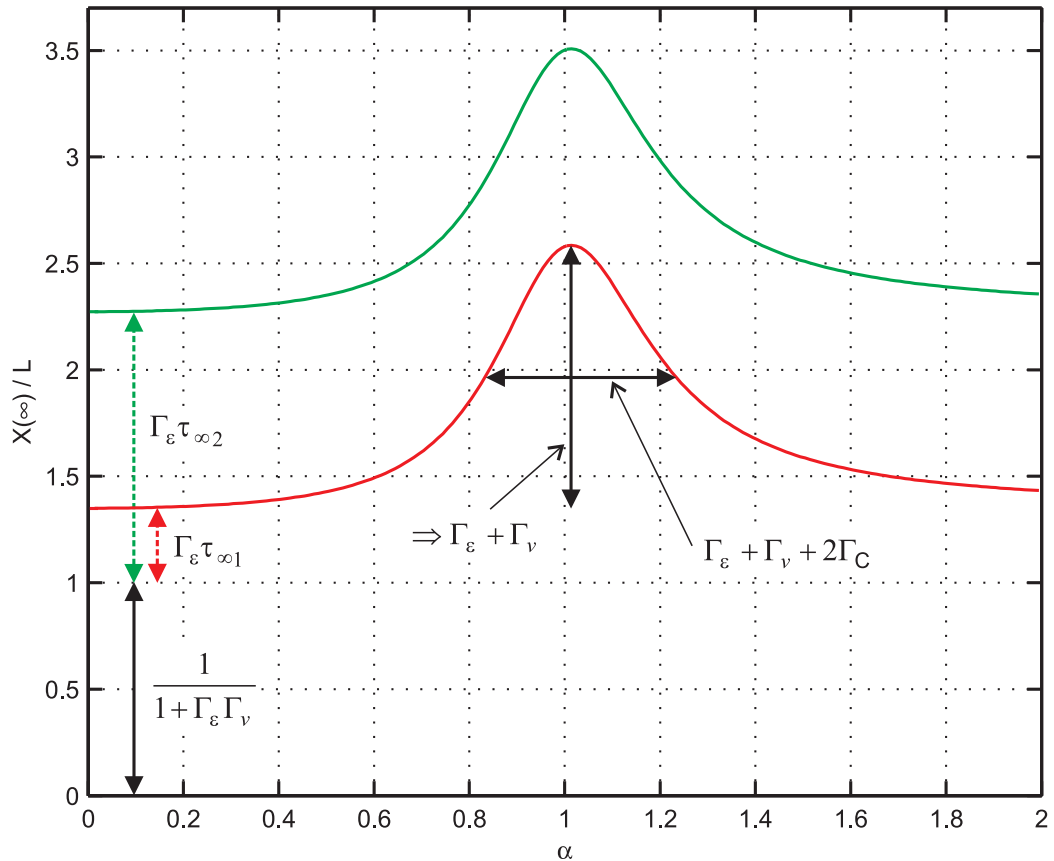


Abbildung 3.17: Schiefe Feldanordnung: Übersicht über den Einfluss der Dämpfungsparameter auf $X(\infty)$, erweitertes Modell. Während $\Gamma_{\mathcal{E}}$ und Γ_v und der Driftstrom ($\propto \Gamma_{\mathcal{E}}\tau_{\infty}$) den Versatz der Kurve entlang der Ordinate sowie die Resonanztiefe bestimmen, ist die Halbwertsbreite der Resonanz durch die Summe ($\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v + 2\Gamma_C$) gegeben. Die rote bzw. die grüne Kurve wurde für $\tau_{\infty 1} = 0,325$ bzw. $\tau_{\infty 2} = 4\tau_{\infty 1} = 1,3$ berechnet.

Die Zyklotrondämpfung beeinflusst sowohl die Resonanzüberhöhung über die Zähler der Terme in eckigen Klammern als auch die Halbwertsbreite der Resonanz über die Nenner dieser Terme. Betrachtet man die Teilbilder 3.16(c) und (d) im Vergleich mit oben genannten Teilbildern, so stellt man fest, dass der Einfluss von $\Gamma_{\mathcal{E}}$ allein auf die Resonanzüberhöhung aber nicht so stark ist wie der der beiden anderen Dämpfungsfrequenzen.

Die Nenner der beiden Terme innerhalb der eckigen Klammern entsprechen dem Nenner eines Lorentz-Profiles mit der vollen Halbwertsbreite ($\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v + 2\Gamma_C$). Der Einfluss von Γ_C auf die Halbwertsbreite ist demnach doppelt so groß wie der jeder einzelnen der anderen beiden Dämpfungskonstanten. Dies wird beispielsweise durch Vergleich der Teilbilder 3.16(c) bzw. (d) mit den Teilbildern 3.15(c) und (d) bzw. 3.15(e) und (f) bestätigt.

Werden alle drei Relaxationskonstanten in der gleichen Richtung verändert, so „addieren“ sich die Effekte der einzelnen Parameter auf, und es ergibt sich bei sehr kleinen Dämpfungen eine schmale und sehr tiefe Resonanz (Teilbild 3.16(e)), während große Dämpfungen zu einem stark verbreiterten, flachen Resonanzverlauf führen (Teilbild 3.16(f)).

Die beschriebenen Abhängigkeiten sind in Abbildung 3.17 zusammengefasst, wobei die Dämpfungsparameter entsprechend der Referenzkurve in Abbildung 3.15(a) gewählt werden. Zur Berücksichtigung der Ladungsträgerdrift wird $\tau_{\infty 1} = 0,325$ bzw. $\tau_{\infty 2} = 4 \cdot \tau_{\infty 1} = 1,3$ gesetzt und der entsprechende Einfluss auf den Kurvenverlauf in der Abbildung dargestellt.

Schließlich fällt noch auf, dass sich das Maximum der Auslenkung mit zunehmender Zyklotrondämpfung zu höheren Werten für α verschiebt (vgl. Abbildung 3.16(d) und (f)). Diese Verschiebung hat jedoch nicht die Bedeutung einer von Γ_C abhängigen Änderung der Resonanzbedingung. Die Eigenschwingung des gekoppelten Bloch-Zyklotron-Oszillators gemäß der Schwingungsgleichung (3.44) ergibt keine Resonanzverschiebung in Abhängigkeit von Γ_C . Das System befindet sich stets für $\alpha \approx 1$ in Resonanz.¹⁵

Bei der Berechnung der durch den Fiske-Effekt hervorgerufenen räumlichen Verschiebung $X(\infty)$ durch Integration über die Geschwindigkeit in x-Richtung, ergibt sich dagegen im Zähler ein Term ($\propto \Gamma_C \alpha^2$), der für die Verschiebung des Maximums sorgt.

Drifteffekt: Numerische Lösung

Um die bei den bisherigen analytischen Betrachtungen näherungsweise behandelten Drifteffekte genauer zu untersuchen, können die Ergebnisse der numerischen Integration des zu Grunde liegenden Differentialgleichungssystems herangezogen werden. Es basiert bei Unterscheidung von Impuls- und Energierelaxation auf den Gleichungen (3.29), (3.30), (3.36) und (3.37) und lautet in der Matrixdarstellung:¹⁶

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{\mathcal{E}}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Gamma_v & -(\omega_B + A\kappa v_y) & A\kappa & 0 \\ (\omega_B + A\kappa v_y) & -\Gamma_{\mathcal{E}} & 0 & 0 \\ -\kappa & 0 & -\Gamma_C & \omega_{Cx} \\ 0 & 0 & -\omega_{Cx} & -\Gamma_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ \mathcal{E}_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.81)$$

In Abbildung 3.18 ist die so berechnete räumliche Auslenkung in x-Richtung im magnetfeldfreien Fall ($\alpha = 0$) für verschiedene Energierelaxationsfrequenzen $\Gamma_{\mathcal{E}}$ gegen die reduzierte

¹⁵Hierzu betrachtet man die homogene Differentialgleichung entsprechend der linken Seite von Gleichung (3.44) und löst diese mit dem Ansatz $v_y = \exp(-i\omega_{Cx}t)$.

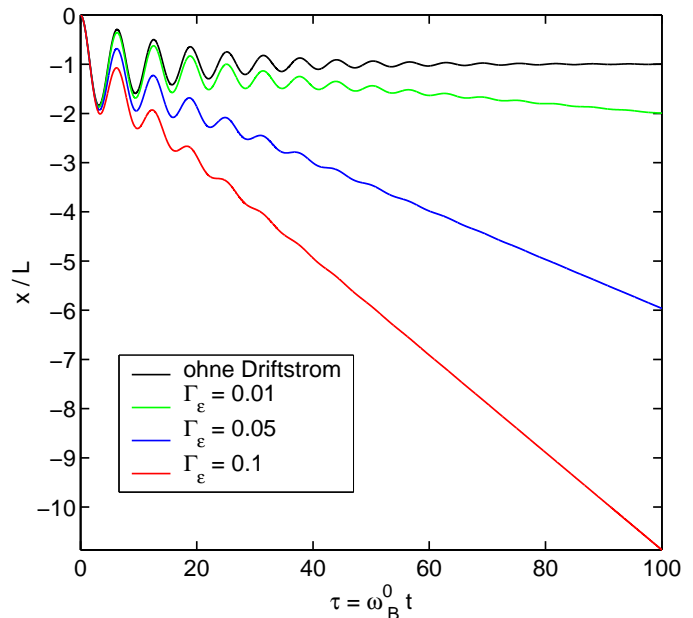
¹⁶Alternativ wäre auch die getrennte analytische Lösung der Differentialgleichung – einmal mit der δ -Funktion als Antrieb, einmal mit dem Driftterm – und anschließende Superposition der Ergebnisse denkbar. Allerdings kann auf diese Weise die Einhaltung der Anfangsbedingungen nicht sichergestellt werden.

Zeit $\tau = \omega_B^0 t$ aufgetragen. Der zeitliche Bewegungsverlauf ohne Drift ergibt sich durch Abzug des Driftstroms, der gemäß Gleichung (3.78) näherungsweise durch

$$x_D = \frac{\Gamma_\varepsilon}{1 + \Gamma_\varepsilon \Gamma_v} \tau \quad (3.82)$$

gegeben ist. Wenn der Driftstrom gemäß dieser Näherungsformel von den numerisch berechneten Transienten abgezogen wird, so erhält man das gleiche Ergebnis wie bei der vorherigen Separation des Driftstroms. Dies gilt sowohl für kleine als auch für große Energierelaxationskonstanten, sodass die getrennte Behandlung von Driftstrom und transienter Bewegung gerechtfertigt ist.

Abbildung 3.18: Schiefe Feldanordnung: Abhängigkeit des Drifteffekts von der Energierelaxationskonstante. Räumliche Auslenkung in x-Richtung für $\alpha = 0$ (magnetfeldfreier Falle) aufgetragen gegen die reduzierte Zeit $\tau = \omega_B^0 t$. Die Berechnungen wurden für die in der Legende angegebenen Energie-relaxationsfrequenzen (rote, blaue und grüne Transiente) jeweils für $\Gamma_v = 0, 1$ und $\Gamma_C = 0,075$ durchgeführt. Bei Abzug des Driftstroms (Gleichung (3.82)) von den einzelnen Transienten liegt die resultierende Transiente jeweils exakt auf der schwarzen Kurve.



Wie sich ein hoher Driftstrom auf die Zeit- und Magnetfeldabhängigkeit der x-Auslenkung auswirkt, ist in Abbildung 3.19 (unten) im Vergleich zum driftfreien Fall (oben) dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Driftstrom bei den gewählten Dämpfungswerten gegenüber dem durch den Fiske-Effekt hervorgerufenen resonanten Gleichstrom dominiert. Der Verlauf der Resonanzkurve ($X(\infty)$ gegen α) wird durch den Driftstrom jedoch nicht beeinflusst. Der Driftstrom sorgt also auch hier lediglich für einen vertikalen Versatz der gesamten Kurve. Somit ist die bei der analytischen Berechnung gewählte getrennte Behandlung des Driftstroms gerechtfertigt.

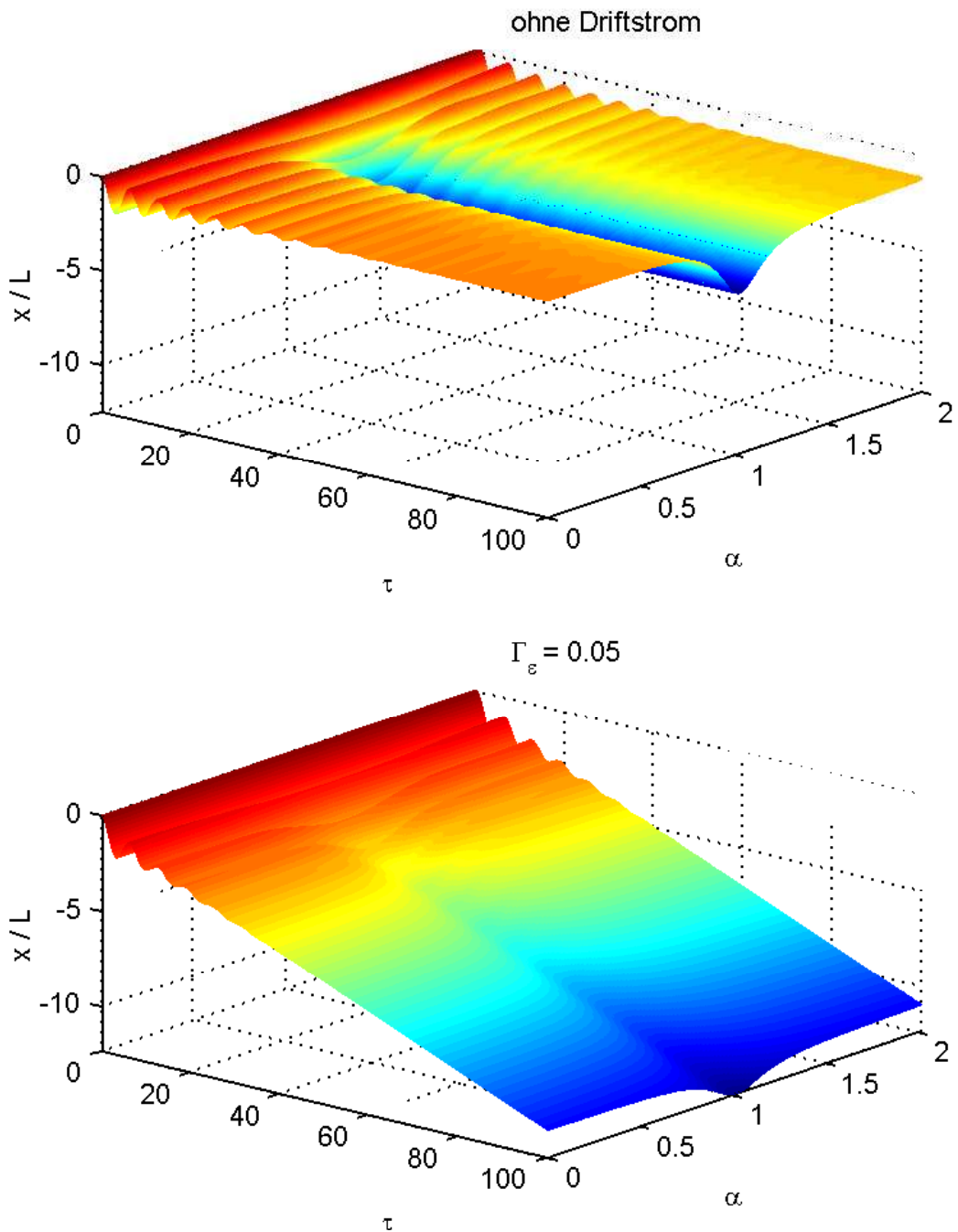


Abbildung 3.19: Schiefe Feldanordnung: Zeit- und Magnetfeldabhängigkeit der x -Auslenkung mit (unten) und ohne Drifteffekt (oben) in einer 3D-Darstellung mit Farbkodierung. Zeit und Magnetfeld werden durch die dimensionslosen Größen τ und α repräsentiert. Für die Berechnung wurde jeweils $\Gamma_v = 0, 1$ und $\Gamma_C = 0,075$ verwendet. Die Energierelaxationskonstante beträgt beim unteren Graphen $\Gamma_\varepsilon = 0, 1$, der obere Graph entsteht durch Abzug des Driftstroms (Gleichung (3.82)).

Frequenzspektren

Die numerische Behandlung des Problems bietet neben der Berücksichtigung des Driftstroms die Möglichkeit, das Frequenzspektrum der gekoppelten Bloch-Zyklotron-Oszillation zu berechnen. Für die Berechnung der in den Abbildungen 3.20 und 3.21 beispielhaft dargestellten Fourier-Spektren der Geschwindigkeitskomponente v_x bzw. der räumlichen Auslenkung X wurde wieder das Differentialgleichungssystem (3.81) herangezogen. Um auch schwache spektrale Strukturen erkennen zu können, wurden sehr kleine Dämpfungskonstanten $\Gamma_v = \Gamma_{\mathcal{E}} = \Gamma_C = 0,005$ angesetzt und für die Frequenzamplitude in der Farbkodierung eine logarithmischen Skala gewählt. Es gilt außerdem wieder: $m^* = 0,067m_0$, $m_x = 0,114m_0$ und $\Theta = 30^\circ$.

Aus der nichtlinearen Kopplung resultiert ein reichhaltiges Frequenzspektrum. Neben den fundamentalen Frequenzen des Bloch- und des Zyklotron-Oszillators ω_B bzw. ω_{Cx} treten deren höhere Harmonische sowie verschiedene Summen- und Differenzmoden auf. Hervorzuheben ist hierbei, dass die Zyklotronfrequenz erst in der Umgebung der Resonanz an Amplitude gewinnt, außerhalb dagegen kaum zu erkennen ist. Dies lässt sich damit begründen, dass der Zyklotron-Oszillator durch den Bloch-Oszillator getrieben wird und dieser Antrieb erst bei maximaler Kopplung, d. h. im Bereich der Resonanz effizient ist.

Anhand der Frequenzspektren und ebenso anhand der 3D-Darstellung der berechneten räumlichen Auslenkung der Ladungsträger in x-Richtung in Abbildung 3.19 lässt sich ein fundamentaler Unterschied zur Dynamik bei gekreuzter Feldgeometrie erkennen: Bei schiefer Feldanordnung kommt es nicht zur Separation in zwei strikt voneinander getrennte Bewegungsregime. Statt eines einzigen Oszillators, dessen Bewegungszustand vom Verhältnis $\eta = E/B$ der äußeren Felder abhängt, existieren bei schiefer Feldanordnung der Bloch- und der Zyklotron-Oszillator für alle Feldstärken nebeneinander.

DC-Signale heben den Untergrund der Fourier-Spektren über den gesamten Frequenzbereich nach oben. Dies erkennt man im Spektrum der räumlichen Auslenkung insbesondere für $\omega_{Cx} = \omega_B$, aber auch im Bereich weiterer Kreuzungspunkte, an denen durch die Kopplung jeweils ein resonant überhöhter Gleichstrom induziert wird.

Zum Abschluss dieses Kapitels möchten wir noch einen Effekt betrachten, der bei der Kopplung von nichtlinearen Oszillatoren generell nichts Ungewöhnliches ist: das Auftreten von Chaos. Chaotische Ladungsträgertrajektorien erhält man bei der Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillator bei schiefer Feldgeometrie einerseits bei Vernachlässigung der Dämpfung. Dieser Fall wurde, wie oben bereits erwähnt, in den Referenzen [14, 89, 90] behandelt.

Andererseits ist die Ausprägung chaotischen Verhaltens von der Kopplungsstärke von Bloch- und Zyklotron-Oszillator und damit vom Winkel zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} abhängig. Ist die Kopplung sehr stark, d. h. ist $\kappa = \alpha \tan \Theta$ groß, kann es bei nicht allzu großer Dämpfung zu Chaos kommen. Für $\Theta = 90^\circ$ divergiert κ und die Kopplung wird „maximal“, da sowohl Wannier-Stark- als auch Landau-Quantisierung entlang der x-Richtung liegen.

Wie sich chaotisches Verhalten in den Frequenzspektren äußert, ist in den Abbildungen 3.22 und 3.23 zu sehen. Sie wurden für einen Winkel $\Theta = 60^\circ$ durchgeführt. Alle anderen Parameter wurden nicht geändert.

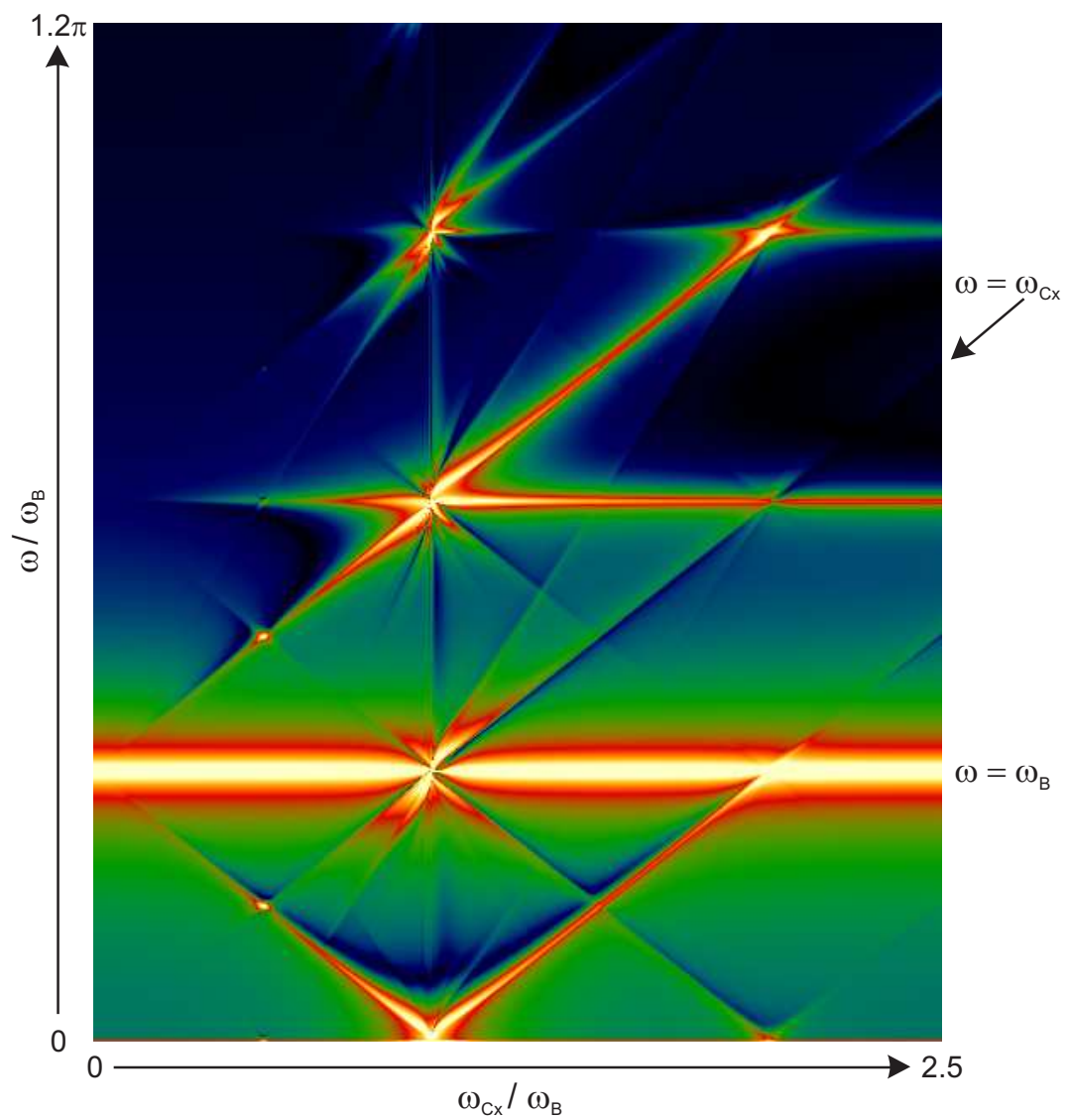


Abbildung 3.20: Schiefe Feldanordnung: Frequenzspektrum der Geschwindigkeitskomponente v_x bei Variation des Magnetfeldes für einen Winkel $\Theta = 30^\circ$ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} .

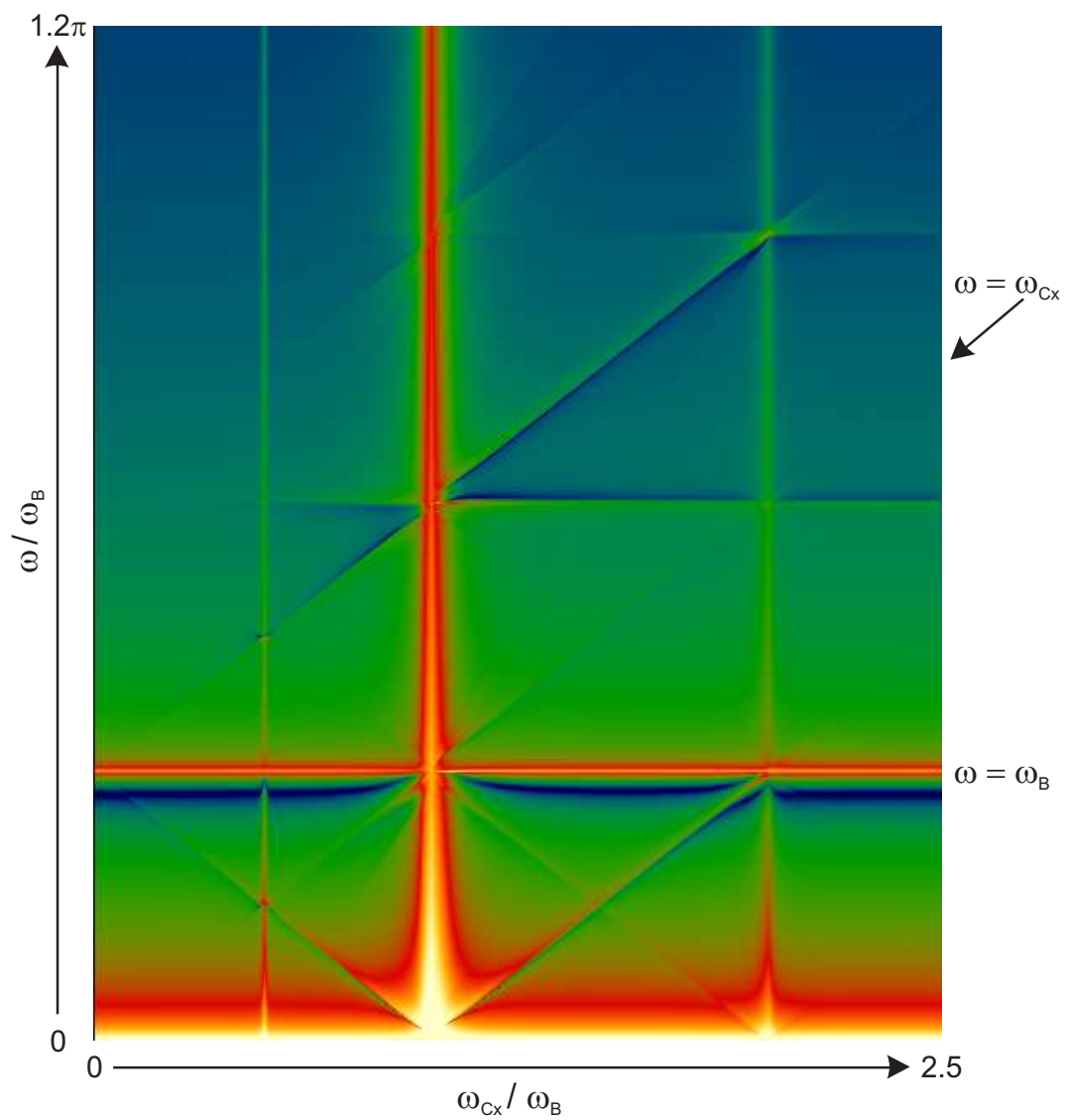


Abbildung 3.21: Schiefe Feldanordnung: Frequenzspektrum der räumlichen Auslenkung x bei Variation des Magnetfeldes für einen Winkel $\Theta = 30^\circ$ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} .

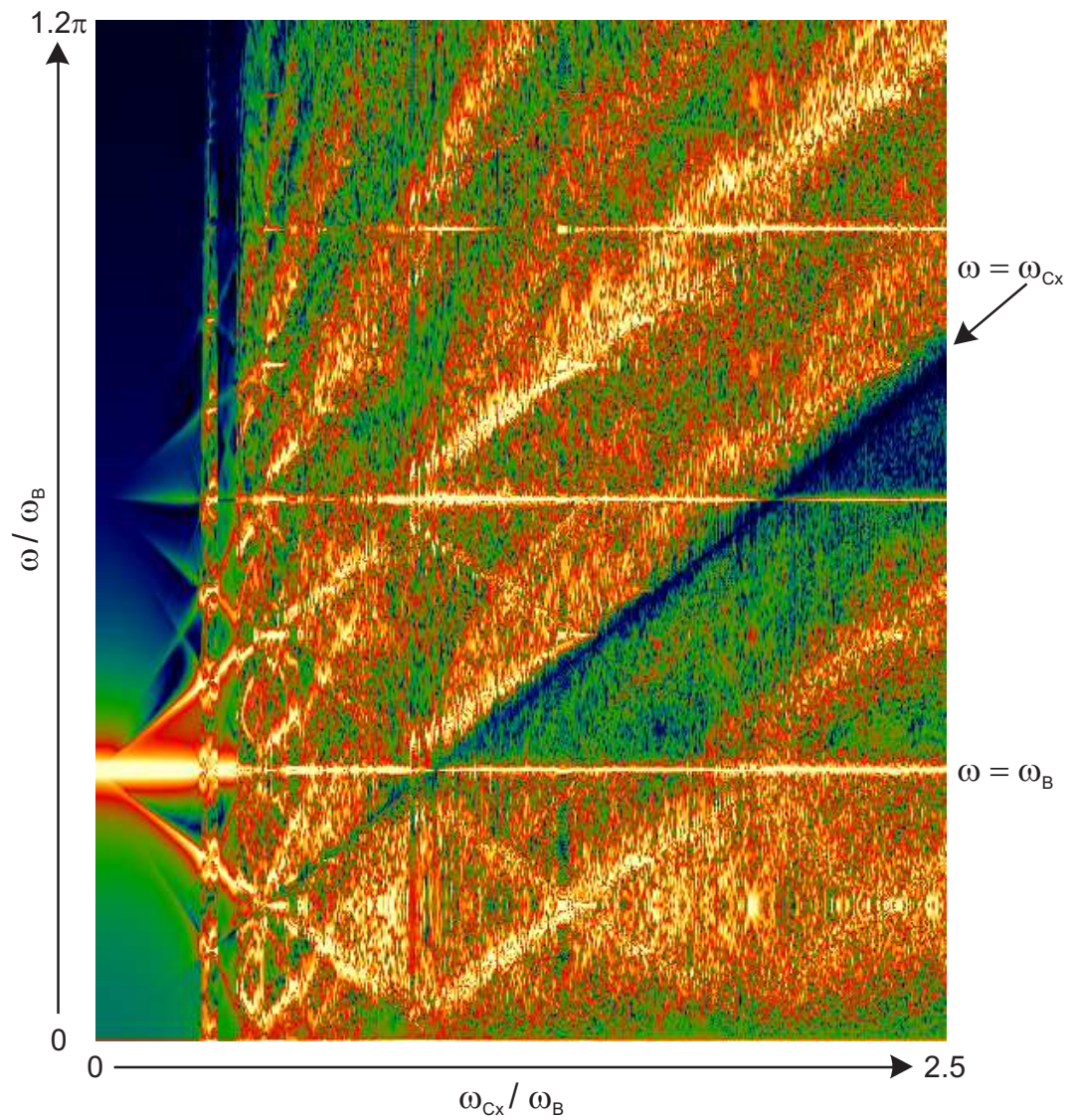


Abbildung 3.22: Schiefe Feldanordnung: Frequenzspektrum der Geschwindigkeitskomponente v_x bei Variation des Magnetfeldes. Für einen Winkel $\Theta = 60^\circ$ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} kommt es bei moderater Dämpfung zu Chaos.

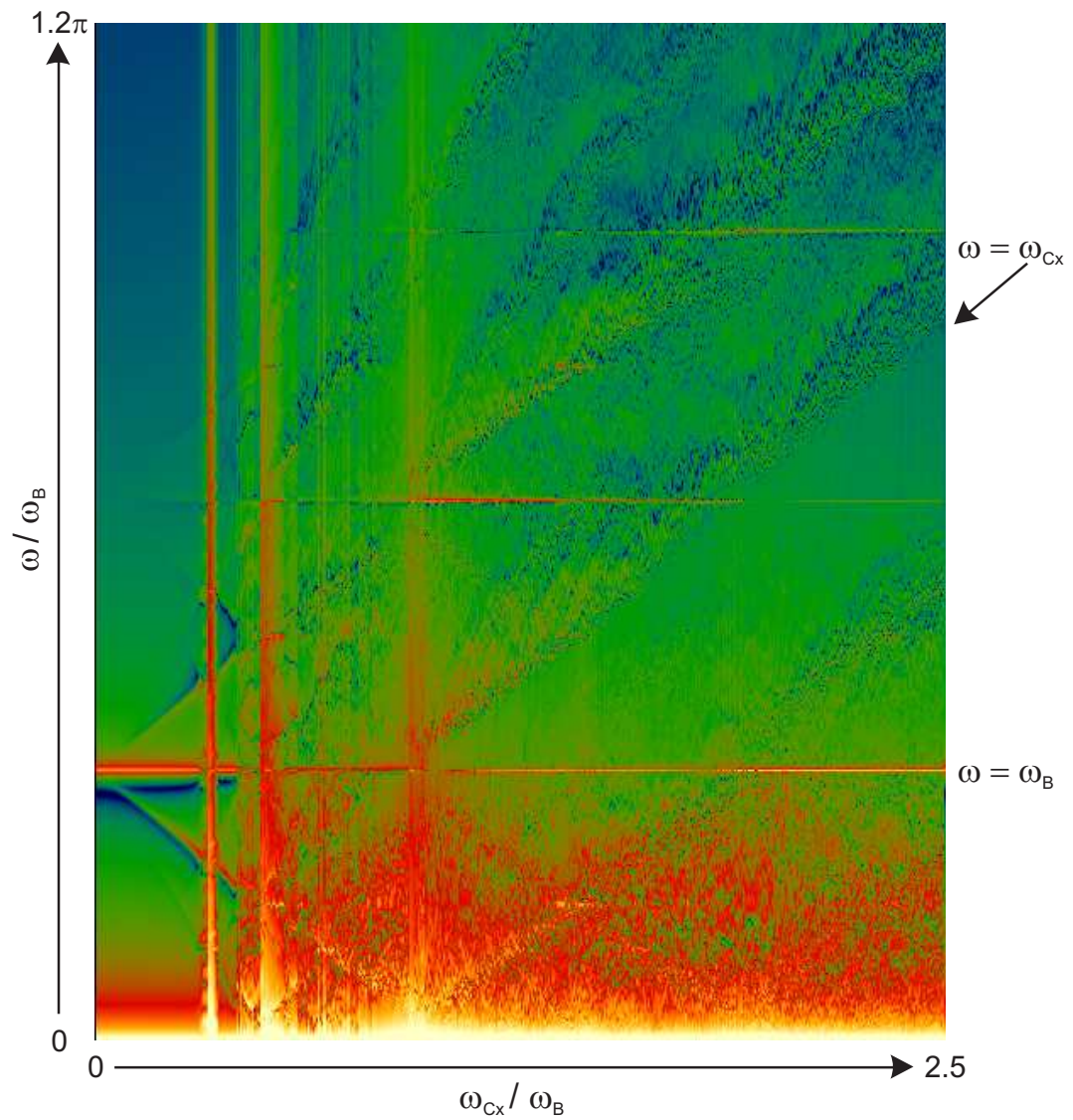


Abbildung 3.23: Schiefe Feldanordnung: Frequenzspektrum der räumlichen Auslenkung x bei Variation des Magnetfeldes. Für einen Winkel $\Theta = 60^\circ$ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} kommt es bei moderater Dämpfung zu Chaos.

4 Experimenteller Aufbau und Messtechniken

In diesem Kapitel wollen wir zunächst auf die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Halbleiterübergitterproben und deren Präparation eingehen. Nach einer kurzen Beschreibung zentraler Komponenten der experimentellen Aufbauten werden wir die verwendeten linearen und zeitaufgelösten optischen Spektroskopietechniken vorstellen.

4.1 Proben

Zur Herstellung von Quantentopfstrukturen eignen sich Kombinationen von Halbleitern unterschiedlicher Bandlücke, aber möglichst gleicher Gitterkonstante. Das Materialsystem GaAs/Al_xGa_{1-x}As erfüllt beide Voraussetzungen: Die Bandkanten von GaAs bzw. AlAs liegen bei tiefen Temperaturen bei 1,52 eV bzw. 2,23 eV [56], die Gitterkonstanten der beiden Halbleiter stimmen bis auf etwa ein Promille überein.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben handelt es sich um die beiden intrinsischen GaAs/Al_{0,3}Ga_{0,7}As-Übergitterstrukturen II 3596 und II 3720, die am Fraunhofer-Institut für Angewandte Festkörperphysik in Freiburg von K. Köhler mit Hilfe der Molekularstrahlepitaxie hergestellt wurden. An Probe II 3596 konnten T. Bauer et al. 2002 erstmals den Kohärenten Hall-Effekt von Elektronen in einem Halbleiterübergitter mit THz-Emissionspektroskopie nachweisen [8, 9].

Der Schichtaufbau der Proben ist in Tabelle 4.1 und 4.2 im Detail aufgelistet. Das eigentliche Übergitter hat insgesamt 35 Perioden, wobei die GaAs-Quantentöpfe bei Probe II 3596 eine Dicke von 9,7 nm, bei Probe II 3720 von 6,7 nm haben. Die Breite der Al_{0,3}Ga_{0,7}As-Barrieren liegt in beiden Fällen bei 1,7 nm. Aufgrund der geringeren Topfbreite liegen bei Probe II 3720 eine stärkere Kopplung zwischen den Quantentöpfen und daher auch größere Minibandbreiten vor. Im Rahmen einer Kronig-Penney-Rechnung [91] erhält man hier für die Breite des ersten elektronischen Minibandes etwa 36 meV, während sie bei II 3596 etwa 18 meV beträgt.¹

¹Bei der Berechnung der Minibandbreiten wurden ein Leitungsbandoffset von 250,65 meV sowie effektive Elektronmassen von $0,067 m_0$ in den GaAs-Quantentöpfen und von $0,0919 m_0$ ($0,067 + 0,083 \cdot x \cdot m_0 = 0,0919 m_0$ für $x = 0,3$ entsprechend dem Al-Gehalt in den Barrieren [48]) in den Al_{0,3}Ga_{0,7}As-Barrieren verwendet. Wird die effektive Masse in den Barrieren, wie häufig in der Literatur gefunden, nicht explizit berücksichtigt, sondern über die gesamte Struktur hinweg mit dem Wert $0,067 m_0$ gerechnet, so ergeben sich leicht höhere Minibandbreiten.

Schichtdicke	Material	Dotierung
30,0 nm	GaAs	i
1,7 nm	Al _{0,3} Ga _{0,7} As	i
<i>folgende Sequenz 35× wiederholt:</i>		
9,7 nm	GaAs	i 35x
1,7 nm	Al _{0,3} Ga _{0,7} As	i
<i>Ende der periodischen Übergitterstruktur</i>		
25,0 nm	GaAs	i
100,0 nm	Al _x Ga _{1-x} As : Si, $x = 0,3 \rightarrow 0$	$2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3} \rightarrow 2 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$
800,0 nm	Al _{0,3} Ga _{0,7} As : Si	$2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$
170,0 nm	Al _x Ga _{1-x} As : Si, $x = 0 \rightarrow 0,3$	$2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$
100,0 nm	GaAs : Si	$2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$
500,0 μm	n ⁺ -GaAs-Substrat	$1 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$

Tabelle 4.1: Schichtaufbau der Übergitterstruktur **II 3596**, energetische Breite des ersten elektronischen Minibands ca. 18 meV.

Schichtdicke	Material	Dotierung
30,0 nm	GaAs	i
1,7 nm	Al _{0,3} Ga _{0,7} As	i
<i>folgende Sequenz 35× wiederholt:</i>		
6,7 nm	GaAs	i 35x
1,7 nm	Al _{0,3} Ga _{0,7} As	i
<i>Ende der periodischen Übergitterstruktur</i>		
25,0 nm	GaAs	i
100,0 nm	Al _x Ga _{1-x} As : Si, $x = 0,35 \rightarrow 0$	$2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3} \rightarrow 2 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$
800,0 nm	Al _{0,3} Ga _{0,7} As : Si	$2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$
170,0 nm	Al _x Ga _{1-x} As : Si, $x = 0 \rightarrow 0,35$	$2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$
100,0 nm	GaAs : Si	$2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$
500,0 μm	n ⁺ -GaAs-Substrat	$1 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$

Tabelle 4.2: Schichtaufbau der Übergitterstruktur **II 3720**, energetische Breite des ersten elektronischen Minibands ca. 36 meV.

Die Proben sind auf ein n^+ -dotiertes GaAs-Substrat aufgewachsen. Die Oberseite der Struktur ist undotiert, sodass sich in der Probe ein intrinsisches Schottky-Feld ausbildet. Das eigentliche Übergitter ist zur Feldhomogenisierung und zum Ausgleich von Grenzflächenrauigkeiten in intrinsische GaAs-Schichten eingebettet. Zwischen Übergitter und Substrat befindet sich außerdem eine 800 nm dicke, mit Si hoch n -dotierte $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Stoppätzschicht. Sie wird erforderlich, wenn das undurchsichtige n^+ -GaAs-Substrat für Transmissionsexperimente mit einer materialelektiven Ätzlösung abgetragen werden soll. Einer der wenigen Unterschiede im Aufbau der beiden Strukturen liegt in der Zusammensetzung der Stoppätzschicht, die bei Probe II 3596 30% Aluminium enthält, bei Probe II 3720 35%. Bei der später gewachsenen II 3720 stellt ein höherer Al-Gehalt eine bessere Selektivität des Ätzprozesses sicher. Auf die Präparation werden wir weiter unten noch genauer eingehen.

Das intrinsische Schottky-Feld der Proben entsteht durch die Angleichung der Fermi-Niveaus in den Kontaktschichten und führt dazu, dass erst bei einer von außen angelegten positiven Spannung $U_{\text{app}} = -U_{\text{bi}}$ das über dem Übergitter abfallende elektrische Feld verschwindet (Flachbandfall). U_{bi} ist die intrinsische Spannung der Probe (engl. *built-in voltage*). Daher gilt für die bei Anlegen einer äußeren Vorspannung U_{app} (engl. *applied voltage*) über der intrinsischen Probenschicht mit der Dicke L_{int} (455,7 nm bei Probe II 3596, 350,7 nm bei Probe II 3720) abfallende elektrische Feldstärke E näherungsweise:

$$E = \frac{-U_{\text{bi}} - U_{\text{app}}}{L_{\text{int}}}. \quad (4.1)$$

Daraus ergeben sich mit den Gleichungen (2.5) und (2.10) folgende, bei der späteren Datenauswertung sehr nützliche Abhängigkeiten der Wannier-Stark-Aufspaltung und der Bloch-Oszillationsfrequenz² von der Vorspannung:

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{ed}{L_{\text{int}}}(-U_{\text{bi}} - U_{\text{app}}), \quad (4.2)$$

$$\omega_{\text{B}} = \frac{ed}{\hbar L_{\text{int}}}(-U_{\text{bi}} - U_{\text{app}}). \quad (4.3)$$

Die in Kapitel 5 vorgestellten Experimente werden an insgesamt drei Probenstücken durchgeführt. Zwei der Proben stammen von II 3596, die dritte von II 3720. Eine der Proben von II 3596 wird für Transmissionsexperimente präpariert, die beiden anderen kommen in Reflexionsexperimenten zum Einsatz. In einer thermischen Aufdampfanlage werden die Proben beidseitig metallisiert. Alle Proben erhalten auf der Vorderseite einen semitransparenten

²Die im Experiment gemessene Bloch-Oszillationsfrequenz ergibt sich natürlich zu $\nu = \omega/(2\pi)$.

Cr/Au-Kontakt (1 nm Cr / 5 nm Au). Bei den Proben für Reflexionsexperimente³ wird der rückseitige 200 nm dicke AuGe-Kontakt direkt auf das GaAs-Substrat aufgedampft. Um zwischen Metall und dem GaAs-Substrat einen ohmschen Kontakt herzustellen, werden die Proben ca. 30 s bei etwa 350° C getempert, sodass Ge-Atome in das Substrat eindiffundieren. Zur Verwendung im Experiment werden die Proben mit der Rückseite mittels Leitsilber auf Au- oder AuGe-bedampfte Saphirscheiben geklebt. Die weitere Kontaktierung erfolgt mit 100 μm starkem Golddraht, der wieder mit Hilfe von Leitsilber auf der Probenoberseite sowie auf der bedampften Saphirscheibe (Rückseitenkontakt) befestigt wird. Die freien Enden der Drähte werden schließlich auf gegeneinander isolierte Kupferkontakte eines Probenhalters gelötet.

Bei der für Transmissionsexperimente verwendeten Probe werden nach dem Aufdampfen der semitransparenten Metallisierung auf der Vorderseite zwei Kontaktdrähte angebracht. Das auf der Probe befestigte Drahtende wird zuvor jeweils auf etwa die Hälfte seiner Dicke flach gewalzt. Die beiden Drähte werden außerdem so angeordnet, dass die Probe im Anschluss mit UV-härtendem Kleber⁴ plan auf eine (nicht metallisierte) Saphirscheibe aufgeklebt werden kann. Das Aushärten des Klebers erfolgt mit Hilfe einer UV-Lampe in einer speziell zu diesem Zweck konstruierten Klebevorrichtung, die eine planparallele Ausrichtung der Probe im Verhältnis zur Saphirscheibe sicherstellt. Dies ist nötig, da zunächst ein Großteil des Substrats über die gesamte Probenfläche in einer Läpp-Maschine⁵ abgetragen wird. Von dem ursprünglich 500 μm dicken GaAs-Substrat sind nach dem Läppen noch etwa 100 μm übrig.

Nun werden auch hier 200 nm AuGe als Rückseitenkontakt aufgedampft. Auf die Temperung wird in diesem Fall jedoch verzichtet, da die unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von UV-Kleber und Probe letztere mechanisch zerstören würden. Damit nimmt man allerdings in Kauf, dass sich eine zusätzliche Kontaktspannung zwischen Metallisierung und Halbleiter einstellt und sich die Vorspannungsabhängigkeit des über dem Übergitter abfallenden elektrischen Feldes nicht mehr durch Gleichung 4.1 beschreiben lässt. Die Feldbestimmung kann dann nur noch gemäß Gleichung 2.5 aus den Energieabständen der in der Absorption beobachteten Wannier-Stark-Übergänge erfolgen.

Die vollständige Entfernung des Substrats erfolgt nun durch nasschemisches Ätzen. Dazu wird die Rückseite der Probe zunächst bis auf eine etwa (3 mm \times 3 mm) große Fläche mit Apiezonwachs maskiert, um die Probenkanten vor der Ätzlösung zu schützen. Zum Abätzen des Substrats im freiliegenden Bereich kommen verschiedene selektive Ätzlösungen in Frage. Selektiv heißt in diesem Fall, dass eine Lösung verwendet werden soll, die eine hohe Ätzrate für GaAs und eine niedrige für $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ hat. So sollte das GaAs-Substrat relativ schnell entfernt werden und der Ätzvorgang in der durchsichtigen $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Stoppätzschicht wiederum relativ schnell zum Stillstand kommen, sodass die Übergitterstruktur keinen Schaden

³Eine detaillierte Beschreibung der Probenpräparation für Reflexionsexperimente einschließlich aller Reinigungsschritte findet sich in den Referenzen [63,92]. Viele der dort gegebenen Hinweise lassen sich natürlich auch auf die weiter unten beschriebene Präparation von Übergitterproben für Transmissionsexperimente übertragen.

⁴Norland Optical Adhesive 61 (NOA 61)

⁵Logitech PM2A mit dem *abrasive autofeed system* ABS1 und der Poliersuspension Logitech Polishing Suspension Typ SF1; der Vorgang des *Läppens* zeichnet sich dadurch aus, dass die Schleifkörner hierbei lose im Schleifmittel verteilt sind.

nimmt.

Eine Möglichkeit ist eine Ätzlösung auf Basis von NH_3 bestehend aus H_2O_2 (30%) : NH_3 (25%) im Verhältnis 30:1 [93], mit der man Ätzraten im Bereich $1 \mu\text{m}/\text{min}$ erzielt. Die besten Ergebnisse erhalten wir mit einer selektiven Ätzlösung auf Zitronensäure-Wasserstoffperoxid-Basis (CAP-Ätzung). Es werden zunächst 200 g Zitronensäure (pulverförmig) in 200 ml deionisiertem (DI-) Wasser bei 50°C unter ständigem Rühren gelöst. Anschließend werden noch weitere 5 ml DI-Wasser zugefügt. Diese Stammlösung ist 30 Tage haltbar. Die eigentliche Ätzlösung muss täglich frisch angesetzt werden und besteht aus der Stammlösung und H_2O_2 im Verhältnis 3 : 1. Die Ätzrate für GaAs liegt in diesem Fall bei etwa $480 \text{ nm}/\text{min}$ [94].

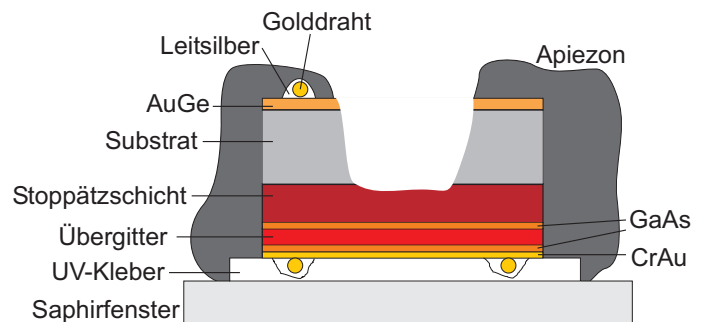


Abbildung 4.1: Querschnitt einer Übergitterprobe präpariert für Transmissionsexperimente.

Die geforderte Selektivität der verwendeten Ätzlösung nimmt mit steigendem Al-Gehalt zu [95]. Ein Al-Gehalt in der Stoppätzschicht von über 40% ist jedoch andererseits sehr abträglich für die Probenqualität, da in diesem Fall mit stärkeren Grenzflächenrauigkeiten zu rechnen ist. Als Kompromiss wurde Probe II 3720 mit 35% Aluminium in der Stoppätzschicht gewachsen, während die zu einem früheren Zeitpunkt hergestellte Probe II 3596 einen Al-Gehalt von 30% in der Stoppätzschicht aufweist. In einem verbesserten Ätzergebnis schlägt sich diese Designänderung allerdings leider nicht nieder. Spätere Versuchsreihen zeigen für die Ätzlösung auf Basis von NH_3 eine verbesserte Selektivität bei höherem Al-Gehalt. Bei der CAP-Ätzung wird eine entsprechende Beobachtung nicht gemacht.

Die Probe bleibt so lange in der Ätzlösung, bis das Material im freiliegenden Bereich silbrig zu glänzen beginnt und bei Beleuchtung von der Gegenseite rötlich durchscheinend wird. Dann ist die Stoppätzschicht erreicht. Nun wird das Apiezonwachs mit Hilfe von Chloroform wieder entfernt und auf dem AuGe-bedampften Substrat werden rund um die geätzte Stelle mit Leitsilber ein oder mehrere Golddrähte zur rückseitigen Kontaktierung angebracht. Abbildung 4.1 zeigt schematisch den Querschnitt einer für Transmissionsexperimente präparierten Probe.

4.2 Experimentelle Ausstattung

Eine der zentralen Komponenten der experimentellen Aufbauten ist ein Titan-Saphir-Kurzpuls laser⁶, der mit einem diodengepumpten Festkörperlaser⁷ im Dauerstrichbetrieb mit 5 W Ausgangsleistung bei 532 nm gepumpt wird. Das Verstärkungsspektrum des Ti:Saphir-Lasers erstreckt sich je nach verwendetem Spiegelsatz von etwa 700 nm bis 1000 nm. Durch die phasenstarre Kopplung vieler im Resonator anschwingender und verstärkter Moden können kurze Laserpulse mit Pulsdauern um 100 fs und einer spektralen Halbwertsbreite von einigen 10 meV bei durchstimmbarer Zentralwellenlänge erzeugt werden. Die Wiederholrate des Lasers liegt bei 82 MHz. Sie ist durch die Umlaufzeit der Pulse im Resonator gegeben. Am Verstärkungsmaximum bei etwa 800 nm werden im zeitlichen Mittel Laserleistungen von bis zu 1 W erreicht. Die Überwachung des Pulsspektrums erfolgt mit einem Gitterspektrometer⁸, das über einen Wellenlängenbereich von 680-935 nm eine zu diesem Zweck ausreichende Auflösung von 0,35 nm bei 10 μm Spaltbreite bietet.

Alle in Kapitel 5 gezeigten Messungen wurden in einem optischen Magnetkryostatsystem⁹ durchgeführt. Durch einen Heliumgasdurchfluss im Probenraum (engl. *variable temperature inset*, VTI) und gleichzeitiges Heizen am Probenstab kann die Probentemperatur über eine PID-Regelung auf Werte zwischen 1,5 K und 300 K eingestellt und im relevanten Temperaturbereich unterhalb von 20 K auf $\pm 0,01$ K konstant gehalten werden. Supraleitende Spulen ermöglichen im Normalbetrieb das Anlegen von Magnetfeldern bis zu 8 T. Die optischen Außenfenster aus Suprasil 300 sind zur Vermeidung von Reflexionsverlusten mit einer Antireflex-Beschichtung versehen.¹⁰ Die Innenfenster bestehen aus Saphir und sind in das VTI-Endstück hart eingelötet. Schließlich verfügt das System über elektrische Durchführungen zur Kontaktierung von Proben.

4.3 Lineare optische Messtechniken

Zur spektralen Vorcharakterisierung der Halbleiterübergitter stehen verschiedene lineare optische Spektroskopietechniken zur Verfügung. Während Fotostrom- und Transmissionsmessungen auf die genaue spektrale Position und Linienbreite der Übergänge schließen lassen, können mit Hilfe der differentiellen Elektreflexionsspektroskopie aufgrund des Ableitungscharakters der Spektren und eines hohen Signal-zu-Rausch-Verhältnisses bei kurzen Messzeiten spektrale Strukturen besser sichtbar gemacht werden.¹¹

Spektrale Charakterisierungsmessungen vor der Durchführung zeitaufgelöster Experimente sind unabdingbar, da es trotz der in der Regel ausgezeichneten Qualität der Halbleiterüber-

⁶Tsunami, Spectra Physics.

⁷Millenia, Spectra Physics.

⁸EPP2000-NIR3b, StellarNet Inc.

⁹Spectromag, Oxford Instruments.

¹⁰Dies gilt nicht mehr für alle Außenfenster. Beschädigte Außenfenster wurden jeweils durch nicht beschichtete Suprasil-300-Fenster ersetzt.

¹¹Auf Fotostrommessungen werden wir später nicht mehr zurückkommen, möchten jedoch an dieser Stelle einen Gesamtüberblick über die wichtigsten linearen Spektroskopietechniken geben, die bei der Untersuchung von Halbleiterübergittern Anwendung finden.

gitter beim MBE-Wachstum hin und wieder zu “Ausreißen” kommen kann. Schlechte Probenqualität erkennt man an einer starken spektralen Verbreiterung der Wannier-Stark-Übergänge meist verbunden mit ungewöhnlich niedrigen Oszillatorstärken, beides Symptome unregelmäßiger Schichtdicken oder Zusammensetzung. Darüber hinaus dienen die mit oben genannten Techniken aufgenommenen Spektren zur Bestimmung geeigneter Anregungsbedingungen bei den zeitaufgelösten Experimenten.

Als Lichtquelle für die lineare Spektroskopie sollte idealerweise eine breitbandige Lampe ohne Spektrallinien verwendet werden. So kommt bei den Fotostrommessungen eine Halogenlampe zum Einsatz. Im Fall der Elektroreflexions- und der Transmissionsmessungen wird hingegen das Pulsspektrum des oben beschriebenen Femtosekunden-Lasersystems ausgenutzt. Dies bietet den Vorteil einer wesentlich einfacheren Justierung auf die im Magnetkryostaten befindliche Probe und ermöglicht die direkte Integration in die experimentellen Aufbauten für zeitaufgelöste Messungen in Transmissions- bzw. Reflexionsgeometrie. Die gepulste Laserstrahlung kann hierbei aufgrund der fehlenden Zeitauflösung der linearen Spektroskopietechniken als Quasi-Dauerstrichquelle betrachtet werden. Es sollten dabei allerdings nicht zu hohe Laserintensitäten verwendet werden, um das Auftreten nichtlinearer Effekte zu vermeiden. Bei hohen Anregungsdichten kann es außerdem zu einer Ladungsträgerakkumulation in der Probe und damit zur teilweisen oder vollständigen Abschirmung eines von außen angelegten elektrischen Feldes kommen.

Jenseits der reinen Charakterisierungsaspekte hat die lineare Spektroskopie natürlich auch für sich und im Vergleich mit zeitaufgelösten Daten ihre Berechtigung und kann wertvolle Beiträge zum Verständnis der Physik der Halbleiterübergitter unter dem Einfluss äußerer Felder leisten [27, 28, 62–64, 77–79, 92]. In Abschnitt 6.1.2 werden wir einen Vergleich der linearen und nichtlinearen Respons eines Übergitters unter dem Einfluss gekreuzter elektrischer und magnetischer Felder ziehen.

4.3.1 Fotostromspektroskopie

Die Fotostromspektroskopie basiert auf der Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren in einer elektrisch kontaktierten Probe durch Absorption von Licht einer bestimmten Wellenlänge. Fällt über der Probe ein elektrisches Feld ab, so werden die Ladungsträger zu den jeweiligen Kontakten transportiert und können als Fotostrom nachgewiesen werden. Die Messung des Fotostroms in Abhängigkeit von der Wellenlänge bzw. der Photonenenergie des anregenden Lichtes ergibt das Fotostromspektrum, das das Absorptionsspektrum der Probe widerspiegelt. In Quantentopfstrukturen ist der Ladungsträgertransport durch Tunneln, Phononstreuung und thermionische Emission aus den Quantentöpfen heraus möglich [40, 96, 97].

Der experimentelle Aufbau zur Aufnahme der Fotostromspektren ist in Abbildung 4.2 schematisch dargestellt. Das Licht einer Halogenlampe wird durch eine Abbildungsoptik im Lampengehäuse auf den Eintrittspalt eines Monochromators¹² fokussiert. Hinter dessen Austrittsspalt befindet sich ein mechanischer Lichtzerhacker (engl. *optical chopper*)¹³, der den Lichtstrahl periodisch moduliert und das Referenzsignal für einen Lock-In-Verstärker

¹²DK 480, CVI Laser, LLC

¹³Wir werden im Folgenden ausschließlich den im Laboralltag üblichen englischen Begriff *Chopper* verwenden.

liefert. Schließlich wird das Licht auf die Probe fokussiert. Die Probe ist mit einem spannungstabilisierten Netzteil in Reihe geschaltet. Das Fotostromsignal, das typischerweise im Nanoamperebereich liegt, wird zunächst vorverstärkt und anschließend auf den Lock-In-Verstärker gegeben. Die Aufnahme von Fotostromspektren erfolgt rechnergesteuert über einen vorher gewählten Wellenlängenbereich. Eine ausführliche Beschreibung der Durchführung von Fotostrommessungen findet sich in den Referenzen [63, 92].

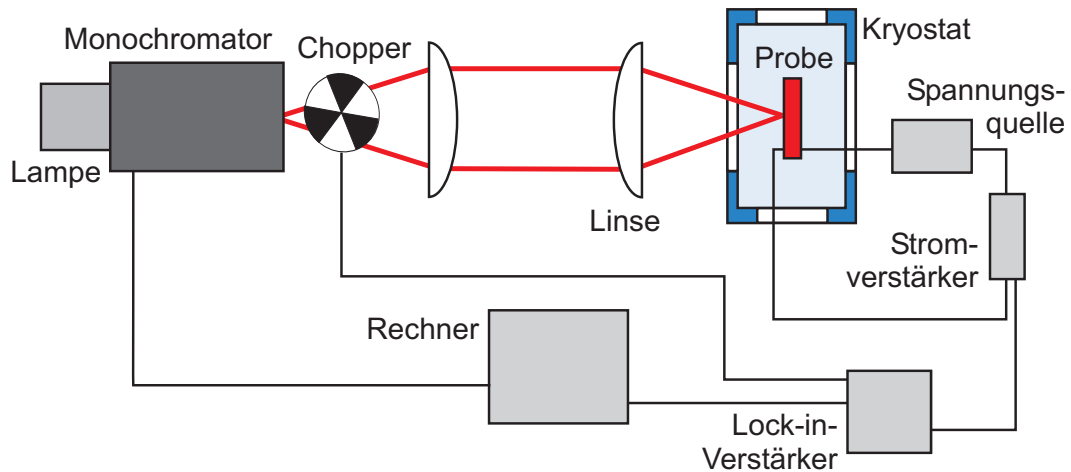


Abbildung 4.2: Experimenteller Aufbau für die Fotostromspektroskopie.

Mittels Fotostromspektroskopie wurden eigene Studien zum Einfluss eines magnetischen Feldes auf die Energiezustände eines Halbleiterübergitters durchgeführt [62, 63, 77]. Die untersuchte Probenstruktur entspricht dabei in ihrem Aufbau der hier verwendeten Probe II 3596. Die entsprechenden Resultate stellen daher eine wertvolle Grundlage für weiterführende Untersuchungen zur Ladungsträgedynamik dar, wie sie im Rahmen dieser Arbeit sowie im Vorfeld von T. Bauer et al. [8, 9] durchgeführt wurden.

4.3.2 Elektreflexionsspektroskopie

Die Elektreflexion ist eine differentielle Messmethode [98]. Gemessen wird hierbei die Intensität der von der Probe reflektierten Strahlung in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Infolge der Modulation der an der Probe anliegenden Vorspannung und Lock-in-Messung auf der Modulationsfrequenz entspricht das resultierende Elektreflexionsspektrum der Ableitung (dR/dE) der Reflexion nach dem elektrischen Feld. So werden spektrale Strukturen sichtbar, die sich bei Variation der Feldstärke entweder in ihrer spektralen Lage oder in ihrer Intensität ändern.

Der experimentelle Aufbau für Elektreflexionsmessungen in einer 45° -Geometrie¹⁴ findet sich in Abbildung 4.3. Die Probe ist an einen Funktionsgenerator angeschlossen, der die modulierte Vorspannung bereitstellt. Letztere wird typischerweise um einen Mittelwert U_0 , ent-

¹⁴Sollen Messungen bei senkrechter Inzidenz durchgeführt werden, so wird der nahezu senkrecht an der Probe reflektierte Strahl mit Hilfe eines Spiegels unter 90° aus dem Strahlpfad ausgekoppelt.

sprechend dem gewünschten über dem Übergitter abfallenden elektrischen Feld, sinusförmig mit einer Amplitude von einigen 10 mV und einer Frequenz von etwa 10 kHz moduliert. Der Strahl des Femtosekunden-Lasers wird an der Probe reflektiert und in einem Monochromator spektral zerlegt. Seine Intensität wird mit Hilfe eines Fotodetektors (Si-Fotodiode) und eines Lock-in-Verstärkers auf der Modulationsfrequenz der Vorspannung erfasst. Eine ausführliche Beschreibung der Aufnahme und Auswertung von Elektroreflexions- und Transmissionsspektren (siehe nächster Abschnitt) findet sich in Referenz [64].

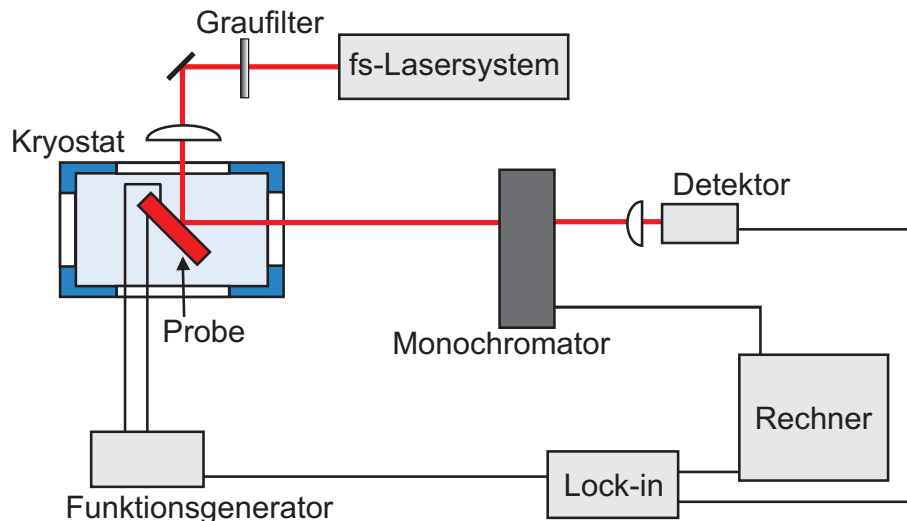


Abbildung 4.3: Experimenteller Aufbau für die Elektroreflexionsspektroskopie.

4.3.3 Transmissionsspektroskopie

Die Transmissionsspektroskopie an den untersuchten Halbleiterübergitterproben verlangt im Gegensatz zu Fotostrom- und Elektroreflexionsspektroskopie die Entfernung des undurchsichtigen n^+ -dotierten GaAs-Substrats, wie sie oben beschrieben wurde.

Abbildung 4.4 zeigt schematisch den experimentellen Aufbau zur Messung der Transmission in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Der Strahl des Femtosekunden-Lasers wird mit Hilfe eines Choppers intensitätsmoduliert und vor der Probe in zwei Teilstrahlen aufgeteilt. Einer der Strahlen geht durch die Probe, der andere an ihr vorbei und dient als Referenzstrahl zur Normierung der Transmission bzgl. des Laserspektrums.¹⁵ Beide Strahlen werden in einem Monochromator spektral zerlegt. Ihre Intensitäten werden mit Hilfe zweier Fotodetektoren (Si-Fotodioden) und Lock-in-Verstärker gemessen, wobei die Chopperfrequenz jeweils als Referenz dient. Das Messprogramm, das den Monochromator und die beiden Lock-in-Verstärker steuert, dividiert das Transmissionssignal durch das Referenzsignal. Trägt man den mit (-1) multiplizierten Logarithmus der so normierten Transmission gegen die Wellenlänge auf, so erhält man entsprechend dem Lambert-Beerschen Gesetz das Absorptionsspektrum des Übergitters.

¹⁵Zur Strahlführung werden ausschließlich Gold- und Silberspiegel mit einer Reflexion von mehr als 95% für s- und p-polarisiertes Licht bei 800 nm Wellenlänge verwendet.

Alternativ zu dem in Abbildung 4.4 dargestellten Aufbau kann für Transmissionsmessungen auch das zur Kontrolle des Laserspektrums verwendete Gitterspektrometer verwendet werden (siehe Abschnitt 4.2). Der durch die Probe transmittierte Laserstrahl wird über eine Lichtleitfaser zum Eintrittspalt des Spektrometers geführt. Das gesamte Spektrum wird bei nur einer Messung mit Hilfe einer kommerziellen Erfassungssoftware aufgenommen. Die Normierung erfolgt nachträglich mit Hilfe eines separat aufgenommenen Laserspektrums. Das Absorptionsspektrum ergibt sich wie zuvor durch Auftragung des mit (-1) multiplizierten Logarithmus der Transmission gegen die Wellenlänge. Da das Spektrometer eine Wellenlängenauflösung von nur etwa $0,35 \text{ nm}$ besitzt, können sehr feine spektrale Strukturen hiermit leider nicht erfasst werden, sodass diese Variante hauptsächlich zur ersten Kontrolle und Charakterisierung von Proben zum Einsatz kommt.

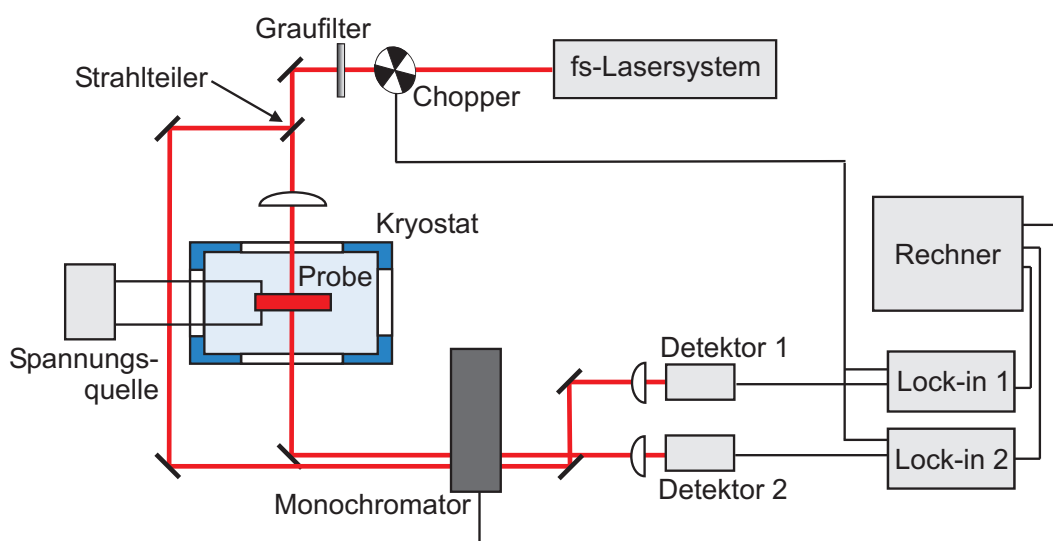


Abbildung 4.4: Experimenteller Aufbau für die Transmissionsspektroskopie.

4.4 Zeitaufgelöste optische Messtechniken

Zur Untersuchung der Ladungsträgerdynamik in Halbleiterübergittern unter dem Einfluss eines elektrischen und magnetischen Feldes kommen im Rahmen dieser Arbeit zwei zeitaufgelöste Messtechniken zum Einsatz. Während die elektro-optische Spektroskopie hauptsächlich die Intraband-Dynamik abfragt, ist das Vier-Wellen-Mischen auf die Interband-Responns der Proben sensitiv (vgl. Abschnitt 2.1.4).

4.4.1 Elektro-optische Spektroskopie

Die im Folgenden beschriebenen elektro-optischen Messtechniken, die entsprechend ihren englischen Bezeichnungen *transmittive* bzw. *reflective electro-optic sampling* mit TEOS bzw. REOS abgekürzt werden, wurden bereits in den Anfängen der zeitaufgelösten Spektroskopie zur zeitaufgelösten Messung von Feldänderungen in GaAs [99] eingesetzt und haben sich später bei der Untersuchung kohärenter Phononen [45, 59, 100] und der Felddynamik

in *graded-gap*-Übergittern [101] sowie zur Detektion von Bloch-Oszillationen [7, 44, 45] und gekoppelten Bloch-Phonon-Oszillationen [45, 49] bewährt.

Abbildung 4.5 zeigt den prinzipiellen Aufbau für TEOS. Das Licht des KurzpulsLasers wird in einen intensitätsstärkeren Anregestrahl (engl. *pump*) und einen intensitätsschwächeren Abfragestrahl (engl. *probe*) aufgeteilt. Durch eine variable Verzögerungsstrecke können Anrege- und Abfragepuls zeitlich gegeneinander verschoben werden. Beide Strahlen durchlaufen zunächst jeweils einen Glan-Thompson-Polarisator [102], der eventuell auftretende Polarisationschwankungen unterdrückt, und eine $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte zur Einstellung der gewünschten Strahlpolarisation. Beide Strahlen werden über eine Konvexlinse mit 200 mm Brennweite auf die im Magnetkryostaten befindliche Probe fokussiert.

Aufgrund der langen Brennweite und des relativ geringen Strahldurchmessers vor der vor dem Fenster des Magnetkryostaten stehenden Linse ist der beleuchtete Fleck auf der Probe mit $290 \mu\text{m}$ Breite und $220 \mu\text{m}$ Höhe recht groß.¹⁶ Bei den meisten in Kapitel 4 gezeigten TEOS- und REOS-Messungen wird mit einer gepulsten Leistung von 10 mW in der Anregung und 2 mW in der Abfrage gearbeitet. Aus beleuchteter Fläche, Anregungsleistung, Zentralwellenlänge und Pulswiederholrate ergibt sich in diesem Fall eine Volumenanzugsdichte von etwa $5 \cdot 10^{15}$ Ladungsträgern pro cm^3 . Dabei gehen wir davon aus, dass nur die Hälfte der eingestrahelten Photonen zur Ladungsträgergeneration beiträgt.

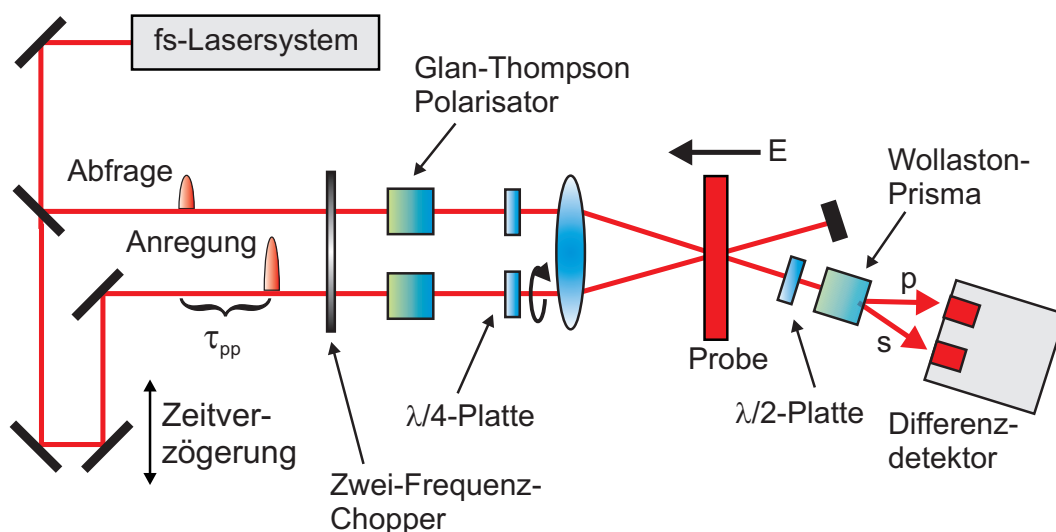


Abbildung 4.5: Experimenteller Aufbau für die elektro-optische Spektroskopie.

Der zirkular polarisierte Anregestrahl regt bei Anlegen eines elektrischen Feldes in der Probe Bloch-Oszillationen an. Die mit der Ladungsträgeroszillation verbundene zeitlich oszillierende makroskopische Polarisation führt gemäß Abschnitt 2.2 über den Pockels-Effekt zu einer ebenfalls zeitlich oszillierenden Doppelbrechung des Materials. Diese wird hinter der

¹⁶Das Strahlprofil ist aufgrund des Aufbaus des Laserresonators des Titan-Saphir-Lasers elliptisch. Zur Größenbestimmung wird der Strahl zwischen Fokussierlinse und Kryostatfenster mit einem Spiegels um 90° umgelenkt. Mittels einer optischen Kamera zur Intensitätsbestimmung und einer Lochmaske, die durch das Strahlprofil gefahren wird, können so Strahlhöhe und -breite ausgemessen werden.

Probe durch zeitaufgelöste Detektion der Polarisationsänderung des linear polarisierten Abfragestrahls analysiert. Dazu wird der Abfragestrahl mit Hilfe eines Wollaston-Prismas [102] in zwei Strahlen mit zueinander senkrechter Polarisation aufgeteilt und die Differenz der Intensitäten beider Anteile mit einem Differenzdetektor¹⁷ gemessen. Durch diese Art der Detektion werden Polarisationschwankungen, die durch die Glan-Thompson-Polarisatoren in Intensitätsänderungen umgewandelt werden, unterdrückt. Der Abgleich des Differenzdetektors erfolgt mit Hilfe einer $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte vor dem Wollaston-Prisma. Ohne diesen Intensitätsabgleich der beiden Detektoren käme es bei arbiträrer Polarisation des Abfragestrahls schon bei geblocktem Anregestrahls zu einem konstanten Hintergrundsignal. Zur Rauschunterdrückung wird das Detektorsignal auf einen Lock-in-Verstärker gegeben. Das Summensignal eines Zwei-Frequenz-Choppers, der sowohl Anrege- als auch Abfragestrahl moduliert, dient als Referenz. Über ein Messprogramm, das die Verzögerungsstrecke und den Lock-in-Verstärker steuert, können beliebig viele Messdurchläufe aufgenommen und bei Bedarf gemittelt werden. Typischerweise gemessene Polarisationsänderungen liegen in der Größenordnung von 0,01%.

Das TEOS-Signal ist bestimmt durch die zeitabhängige Phasenverschiebung der beiden zueinander senkrechten Polarisationsanteile infolge der zeitlich oszillierenden Doppelbrechung der Probe. Diese Phasenverschiebung wird durch die Polarisationsanalyse hinter der Probe in Form einer zeitabhängigen Intensitätsänderung detektiert. Das gemessene Differenzsignal ist proportional zur Phasenänderung [61]:

$$\Delta\Phi_{\text{EO}}(t) = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{41} l \Delta E_{[100]}(t), \quad (4.4)$$

wobei l die Länge der Probenregion mit elektrischem Feld und λ die Wellenlänge ist. Gemessen wird also letztlich die Änderung des Potentialabfalls $l\Delta E_{[100]}$ (vgl. Gleichung (2.24) in Abschnitt 2.2).

Im Unterschied zum oben beschriebenen TEOS-Aufbau wird bei REOS-Messungen der nahezu senkrecht an der Probe reflektierte Abfragestrahl mit einem Spiegel unter 90° aus dem Strahlpfad ausgekoppelt. Es folgen die gleichen Analyse-Komponenten wie im TEOS-Aufbau. Teilt das Wollaston-Prisma den Abfragestrahl entlang der beiden Hauptachsen des Brechungsindexellipsoids in der (100)-Ebene auf, so ist das durch die Feldänderung $\Delta E_{[100]}$ hervorgerufene REOS-Signal gegeben durch:

$$\frac{\Delta R(t)}{R_0} = \frac{\Delta R_{[011]}(t) - R_{[0\bar{1}1]}(t)}{R_0} = \frac{4r_{41}n_0^3}{n_0^2 - 1} \Delta E_{[100]}(t). \quad (4.5)$$

In beiden Fällen ist das Signal proportional zur zeitlichen Änderung des internen elektrischen Feldes $E_{[100]}$ entlang der Wachstumsrichtung der Übergitterstrukturen. Wird die

¹⁷Der Detektor beinhaltet zwei Si-Fotodioden (FDS100 Si Photodiode, Thorlabs) mit nachgeschalteter Elektronik zur Signalverstärkung und Differenzbildung sowie eine Peltier-Kühlung zur Rauschreduzierung.

Feldänderung durch eine Quantenschwebung induziert, so ist das detektierte Signal wiederum sensitiv auf die Intradband-Polarisation zweiter Ordnung (vgl. Abschnitt 2.2):

$$\Delta E_{[100]}(t) = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} P_{[100]}^{(2),\text{intra}}. \quad (4.6)$$

Im Rahmen des Dichtematrixformalismus für das quantenmechanische Drei-Niveau-System bestehend aus dem Grundzustand $|0\rangle$ und den beiden angeregten Zuständen $|1\rangle$ und $|2\rangle$ (siehe auch Abschnitt 2.1.4) erhält man, wie in Referenz [40] ausgeführt, folgenden Ausdruck für die Polarisation zweiter Ordnung in Abhängigkeit von der Zeitverzögerung τ_{pp} zwischen Anrege- und Abfragepuls:

$$P_{[100]}^{(2),\text{intra}}(\tau_{\text{pp}}) = \Theta(\tau) E_{\text{pump}}^2 \mu_{12} \mu_{01} \mu_{20} \cos(\omega_{12} \tau_{\text{pp}}) \exp[-\tau_{\text{pp}}/T_2^{\text{intra}}]. \quad (4.7)$$

Darin sind $\Theta(\tau_{\text{pp}})$ die Heaviside-Funktion, E_{pump} das elektrische Laserfeld des Anregepulses, μ_{ij} die Interband- und Intradband-Übergangsmatrixelemente, T_2^{intra} die Intradband-Relaxationszeit und ω_{12} die Quantenschwebungsfrequenz, die der Energiedifferenz zwischen Zustand $|1\rangle$ und $|2\rangle$ entspricht.

Eine quantitative Auswertung der elektro-optischen Messungen zur Bestimmung des internen elektrischen Feldes $E_{[100]}$ gestaltet sich insbesondere bei der resonanten Anregung exzitonicer Zustände schwierig. Wie Abbildung 2.7 in Abschnitt 2.2 zeigt, ist der elektro-optische Koeffizient r_{41} in der Umgebung einer Resonanz stark wellenlängenabhängig, sodass bei der Anregung mit einem spektral breiten Laserpuls kein eindeutiger Wert von r_{41} angesetzt werden kann. Durch nicht-resonante Anregung kann dieses Problem umgangen werden, allerdings sind die Signale in diesem Fall etwa drei Größenordnungen niedriger als bei resonanter Anregung [103]. Zusätzlich kann r_{41} noch von einem äußeren elektrischen Feld und den genauen Übergitterparametern abhängen. Insbesondere in der Umgebung des Zeitnullpunkts (zeitlicher Überlapp von Anrege- und Abfragestrahl) kann das elektro-optische Signal außerdem durch einen resonanten Interband-Beitrag überlagert sein [104]. Dieser Beitrag spiegelt die Interband-Polarisation dritter Ordnung $P^{(3),\text{inter}}$ wider, wie sie in Vier-Wellen-Misch-Experimenten gemessen wird (siehe nächster Abschnitt).

Liegt am Halbleiterübergitter neben einem elektrischen Feld entlang der Wachstumsrichtung zusätzlich ein magnetisches Feld an, so ist das elektro-optische Signal nicht mehr nur von der Polarisation $P_{[100]}^{(2),\text{intra}}$ entlang der Wachstumsrichtung abhängig. Je nach gewählter Feldgeometrie spielen in diesem Fall weitere Polarisationskomponenten eine Rolle, sodass der Signalverlauf im Allgemeinen nicht mehr allein auf das interne elektrische Feld entlang der Wachstumsrichtung schließen lässt. Denkbar ist außerdem eine Überlagerung magneto-optischer Effekte, die dem Signal eine zusätzliche Magnetfeldabhängigkeit aufprägen könnten.

4.4.2 Vier-Wellen-Mischen

Das Vier-Wellen-Mischen (VWM) gehört zu den Korrelationsmesstechniken und ist in der Vergangenheit bei vielen Experimenten zur Untersuchung der kohärenten Dynamik in Halbleitern eingesetzt worden [4, 5, 35, 40, 105–107]. Gegenüber einfachen Anrege-Abfrage-Experimenten bietet das Vier-Wellen-Mischen insbesondere zwei Vorteile: (i) Vier-Wellen-Mischen ist ausschließlich sensitiv auf kohärente Beiträge zum optischen Signal, (ii) das Vier-Wellen-Misch-Signal wird in einer hintergrundfreien Richtung detektiert und sollte somit frei von Streulicht infolge von Materialfehlern auf der Probenoberfläche sein. Eine theoretische Arbeit zum Vier-Wellen-Mischen in elektrisch vorgespannten Halbleiterübergittern findet sich in Referenz [108].

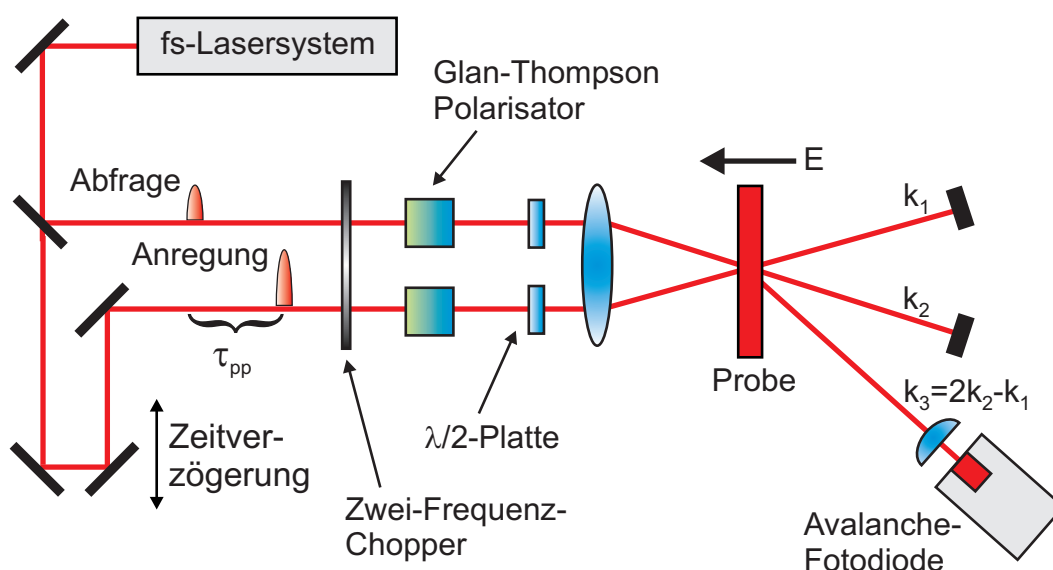


Abbildung 4.6: Experimenteller Aufbau für das Vier-Wellen-Mischen.

Im Rahmen dieser Arbeit kommt eine sehr häufig verwendete und besonders einfache Variante des Vier-Wellen-Mischens in der so genannten selbstabgebeugten Geometrie zum Einsatz. Gewöhnlich wird diese Messtechnik mit Hilfe zweier anregender Laserpulse mit identischem Spektrum durchgeführt, sodass man in diesem Fall vom selbstabgebeugten entarteten Vier-Wellen-Mischen spricht. Der entsprechende experimentelle Aufbau ist in Abbildung 4.6 schematisch dargestellt. Die Strahlauflbereitung vor der Probe entspricht in etwa dem oben beschriebenen Aufbau für die elektro-optischen Messungen. Dies schließt auch die Leistung in Anregung und Abfrage ein.¹⁸ Da beim Vier-Wellen-Mischen in der Regel mit linear polarisiertem Licht gearbeitet wird, wird die Polarisation des Anrege- und des Abfragestrahls vor der Fokussierlinse hier mit $\lambda/2$ -Verzögerungsplatten eingestellt.

¹⁸Üblicherweise arbeitet man beim selbstabgebeugten entarteten Vier-Wellen-Mischen in beiden Strahlen mit der gleichen Leistung. Wie in den Abschnitten 5.1.2, 6.3.1 und 6.3.1 dargestellt, wird das Vier-Wellen-Mischen in dieser Arbeit ausschließlich im Vergleich zur elektro-optischen Messtechnik eingesetzt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde insbesondere eine experimentelle Anordnung zur simultanen Messung von Vier-Wellen-Mischen und TEOS aufgebaut. In diesem Fall kann für beide Messtechniken nur das gleiche Leistungsverhältnis zwischen Anrege- und Abfragestrahl gewählt werden.

Der zeitlich zuerst eintreffende Laserpuls mit dem Wellenvektor \mathbf{k}_1 erzeugt in der Probe eine makroskopische Polarisation erster Ordnung $P^{(1),\text{inter}}(\tau_{\text{pp}})$. Der nach der Zeitverzögerung τ_{pp} eintreffende zweite Laserpuls mit dem Wellenvektor \mathbf{k}_2 agiert zweifach. Erstens kommt es zu einer Wechselwirkung seines elektrischen Feldes mit $P^{(1),\text{inter}}(\tau_{\text{pp}})$ und so zu einer reellen Ladungsträgerpopulation. Zweitens wird schwächer (und neben höheren Ordnungen) eine Polarisation dritter Ordnung $P^{(3),\text{inter}}(\omega, t, \tau_{\text{pp}})$ generiert. Diese nichtlineare Polarisation ist die Quelle des Vier-Wellen-Misch-Signals mit dem Wellenvektor \mathbf{k}_3 , das in der hintergrundfreien Richtung:

$$\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 \quad (4.8)$$

emittiert wird. Neben \mathbf{k}_1 wird spiegelsymmetrisch zu \mathbf{k}_3 bzgl. der optischen Achse ein weiteres Vier-Wellen-Misch-Signal mit entgegengesetztem Zeitverlauf emittiert. Hier tauschen Anrege- und Abfragestrahl ihre Rollen.

Es kommen verschiedene nichtlineare Effekte in Frage, von denen das Vier-Wellen-Misch-Signal herrühren kann (Anregungsdichte-induzierte Dephasierung [109], Abschirmung, Phasenraumfüllung, Bandlücken-Renormalisierung [56] etc.). Vereinfacht gesprochen werden Photonen des zweiten Laserpulses an einem Gitter mit dem Gittervektor $(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)$ gebeugt, das in der Probe durch die Überlagerung von erstem und zweitem Puls erzeugt wird.

Im Experiment kann die in der Richtung \mathbf{k}_3 emittierte Polarisation dritter Ordnung nun auf drei unterschiedliche Weisen gemessen werden [110]: (i) zeitintegriert mit Hilfe eines langsamen Detektors (Fotomultiplier, Lawinen-Fotodiode), (ii) spektral aufgelöst mit Hilfe eines Spektrometers und eines langsamen Detektors und (iii) zeitaufgelöst, meist über Summenfrequenzgeneration durch Mischen des Signals mit einem dritten, starken Referenzpuls. Wir verwenden ausschließlich die erste Variante.

Zur Detektion des Vier-Wellen-Misch-Signals kommt eine Si-Avalanche-Fotodiode¹⁹ zum Einsatz. Die Aufnahme von Vier-Wellen-Misch-Transienten entspricht den Ausführungen zur elektro-optischen Spektroskopie im vorherigen Abschnitt. Das Vier-Wellen-Misch-Signal ist als Effekt dritter Ordnung äußerst intensitätsschwach. Aus der minimalen Ansprechempfindlichkeit der Avalanche-Diode von 0,24 MV/W bei einer Wellenlänge von 900 nm ergibt sich bei einem typischerweise gemessenen Vier-Wellen-Misch-Signal von 100 μV eine Ausbeute von nur etwa 20 Photonen pro Puls. Daher ist großer Wert auf eine sorgfältige Justierung des Messaufbaus zu legen, um das Auftreten von störendem Streulicht in der theoretisch hintergrundfreien Richtung von \mathbf{k}_3 zu vermeiden.

¹⁹C30818E, RCA Electro Optics (jetzt Perkin Elmer). Die Detektorelektronik wurde im Physikalischen Institut von Kai Rönning entwickelt.

Auch die Polarisation dritter Ordnung kann im Rahmen des Dichtematrixformalismus für das quantenmechanische Drei-Niveau-System formuliert werden. Da beim Vier-Wellen-Mischen Lichtintensitäten detektiert werden, ergibt sich für den zeitlichen Signalverlauf [40, 111]:

$$|P_{2k_2-k_1}^{(3)(\tau_{pp})}|^2 = \Theta(\tau_{pp}) E_{\text{pump}}^2 E_{\text{probe}}^4 [\mu_{01}^8 + \mu_{02}^8 + \mu_{01}^4 \mu_{02}^4 \cos(\omega_{12}\tau_{pp})] \exp[-2\tau/T_2^{\text{inter}}]. \quad (4.9)$$

Im Rahmen des hierfür verwendeten Modells ergibt sich (wegen $\Theta(\tau_{pp}) = 0$ für $\tau_{pp} < 0$) nur für positives τ_{pp} , d. h. nach der Anregung durch den ersten Puls, ein Vier-Wellen-Misch-Signal. Die Signalstärke hängt von den Interband-Übergangsmatrixelementen ab. Aus der dritten Ordnung Störungstheorie folgt eine μ_{ij}^3 -Abhängigkeit, aus der Berechnung der makroskopischen Polarisation aus der Dichtematrix ein weiteres μ_{ij} , sodass die Matrixelemente in das Quadrat der Polarisation dritter Ordnung mit der achten Potenz eingehen. Hinzu kommt eine stark nichtlineare Abhängigkeit des Signals von den elektrischen Feldstärken E_1 und E_2 der beiden Laserpulse. Das Signal zerfällt mit der Interband-Relaxationszeit T_2^{inter} und ist mit der Quantenschwebungsfrequenz ω_{12} moduliert.

Vier-Wellen-Mischen und TEOS können zur gleichzeitigen Untersuchung von Interband- und Intraband-Respons auch simultan gemessen werden. Dazu wird der transmittierte Abfragestrahl hinter der Probe um 90° umgelenkt und die Analyse-Komponenten werden entsprechend verlagert. Die Datenerfassung erfolgt mit Hilfe zweier Lock-in-Verstärker über ein zu diesem Zweck erstelltes Messprogramm, das die Lock-in-Verstärker und die Verzögerungsstrecke steuert.

5 Ergebnisse

In diesem Kapitel stellen wir die Ergebnisse zeitaufgelöster Messungen an zwei GaAs/AlGaAs-Übergitterproben mit unterschiedlicher Minibandbreite im äußeren elektrischen und magnetischen Feld vor. Nach einer Darstellung der Ergebnisse der Probencharakterisierung im elektrischen Feld gehen wir auf die Kernexperimente zur Untersuchung der Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillationen für verschiedene Feldanordnungen des elektrischen und magnetischen Feldes ein. Ergänzend ziehen wir dabei jeweils die Resultate entsprechender Dauerstrichexperimente heran.

Die experimentellen Untersuchungen werden an den in Abschnitt 4.1 beschriebenen intrinsischen GaAs/Al_{0,3}Ga_{0,7}As-Übergitterstrukturen II 3596 ($\Delta \approx 18$ nm) und II 3720 ($\Delta \approx 36$ nm) vorgenommen. Von Probe II 3596 stehen ein für Reflexions- und ein für Transmissionsmessungen präpariertes Probenstück zur Verfügung (Proben 1 und 2). Die Übergitterstruktur II 3720 wird ausschließlich in Reflexion untersucht (Probe 3). An Probe 1 gelang T. Bauer et al. der erste experimentelle Nachweis des Kohärenten Hall-Effekts [8,9].

Alle Messungen werden bei einer Probentemperatur unterhalb von 10 K durchgeführt. Als Lichtquelle kommt das in Abschnitt 4.2 vorgestellte Kurzpulslasersystem zum Einsatz. Die Anregungsdichte beträgt, wenn nicht explizit ein abweichender Wert angegeben wird, etwa $5 \cdot 10^{15}$ Ladungsträger pro cm³ (siehe Abschnitt 4.4.1).

5.1 Probencharakterisierung

Vor den Messungen unter dem Einfluss eines zusätzlichen Magnetfeldes werden die verwendeten Proben zunächst im elektrischen Feld charakterisiert. Grundvoraussetzung für die Verwendbarkeit einer Probe ist, dass sie in Dauerstrichexperimenten eine Wannier-Stark-Leiter, in zeitaufgelösten Messungen Bloch-Oszillationen zeigt. Des Weiteren kann im magnetfeldfreien Fall bereits die prinzipielle Abhängigkeit der zeitaufgelösten Resonanz der Proben von den Anregungsbedingungen, beispielsweise von der Zentralwellenlänge und der spektralen Halbwertsbreite des Kurzpulslaserspektrums oder von der Anregungsdichte, untersucht werden.

Auf die nachfolgend beschriebenen Charakterisierungsmessungen zur Sicherung der Probengüte werden wir später nicht mehr näher eingehen. Aus diesem Grund werden wir, sofern dies zum besseren Verständnis notwendig erscheint, die abschließende Interpretation der entsprechenden Ergebnisse bereits in diesem Abschnitt liefern. Die Darstellung der Probencharakterisierung erfolgt bewusst etwas ausführlicher. Zum einen soll die Lektüre dieses Abschnitts den Einstieg in experimentelle Untersuchungen an Halbleiterübergittern erleichtern, zum anderen ist eine spätere Verwertung der Ergebnisse unter anderen Ge-

sichtspunkten denkbar.

5.1.1 Nachweis der Wannier-Stark-Leiter

Zur ersten Charakterisierung von Probe 1 dienen die in Abbildung 5.1 gezeigten Elektroreflexionsspektren¹, die mit Hilfe des Pulsspektrums des Kurzpuls lasers durchgeführt werden. Die entsprechenden Messparameter sind zur besseren Übersichtlichkeit in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

λ_0 , Laserspektrum	800 nm (1,550 eV)
FWHM, Laserspektrum	16 nm (32 meV)
mittlere Anregungsleistung	8 mW
Volumenanregungsdichte	$3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$
Wellenlängenbereich	780 nm ... 814,8 nm (1,590 eV ... 1,522 eV)
spektrale Schrittweite	0,2 nm (0,4 meV)
spektrale Auflösung	0,38 nm (0,76 meV)
Offsetspannung U_0	+1 V ... -1 V , (-2 kV/cm ... 42 kV/cm)
Schrittweite von U_0	50 mV
Modulationsamplitude	50 mV
Modulationsfrequenz	10 kHz
Sensitivität, Lock-in	1 mV
Zeitkonstante, Lock-in	300 ms
Wartezeit, Messung	800 ms

Tabelle 5.1: Probencharakterisierung: Parameter der in Abbildung 5.1(a) dargestellten Elektroreflexionsmessungen an Probe 1. Die Volumenanregungsdichte erhält man wie in Abschnitt 4.4.1 beschrieben. Die spektrale Schrittweite bezeichnet den Wellenlängen- bzw. den energetischen Abstand zweier aufeinanderfolgender Messpunkte. Die an der Probe anliegende Vorspannung wird mit einer Frequenz von 10 kHz und einer Amplitude von 50 mV um eine mittlere Vorspannung U_0 moduliert. U_0 wird in Schritten von 50 mV zwischen ± 1 V variiert. Die Wartezeit bezieht sich auf die Zeit, die zwischen der Aufnahme zweier benachbarter Messpunkte vergeht.

Die Elektroreflexionsspektren lassen sich erwartungsgemäß in drei Bereiche gliedern. Bei einer externen Vorspannung von etwa +0,9 V ist die in der Probe aufgrund ihrer Dioden-

¹Zu den bei den Dauerstrichexperimenten eingesetzten Methoden vgl. Abschnitt 4.3.

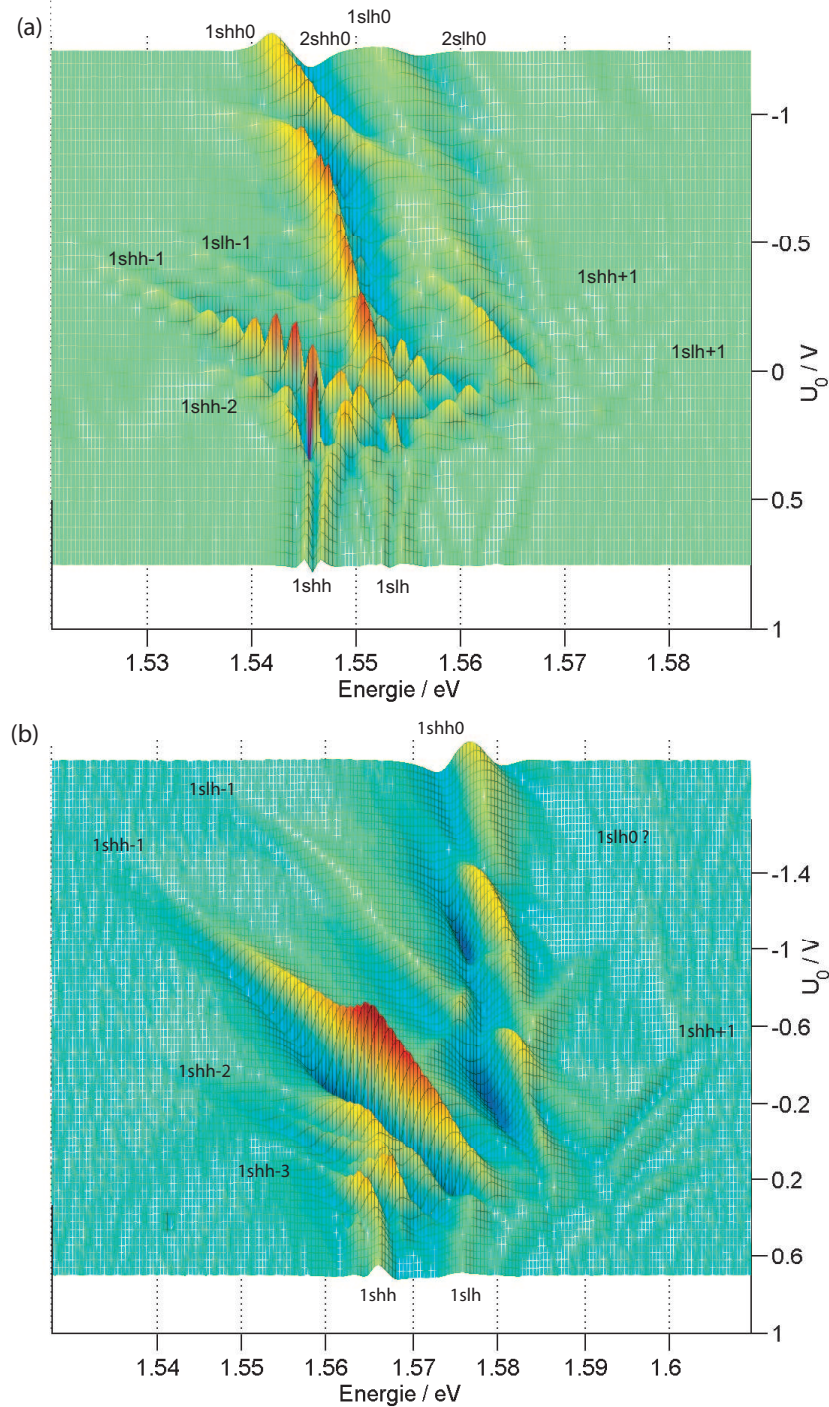


Abbildung 5.1: Probencharakterisierung: Elektreflexionsspektren der Proben 1 und 3 in einer 3D-Darstellung mit Farbkodierung. Die zugehörigen Parameter der Messungen finden sich in den Tabellen 5.1 und 5.2. (a) Probe 1. In Abhängigkeit von der Vorspannung zeichnen sich gemäß der angefügten Beschriftung der Wannier-Stark-Fächer der 1shh-Übergänge und etwas schwächer der Fächer der 1slh-Übergänge sowie einzelne höhere exzitronische Übergänge ab. Der 1shh0-Übergang ist über den gesamten Vorspannungsbereich hinweg immer wieder in vermiedene Überkreuzungen mit anderen Zuständen involviert. (b) Probe 3. Die Spektren werden dominiert vom Wannier-Stark-Fächer der 1shh-Übergänge. Auf der niederenergetischen Seite lässt sich sogar der 1shh-3-Übergang identifizieren. Vom Wannier-Stark-Fächer der 1slh-Übergänge ist lediglich der 1slh-1-Übergang deutlich zu erkennen.

struktur vorhandene intrinsische Spannung kompensiert und das über dem Übergitter abfallende elektrische Feld verschwindet. Bei hoher positiver Vorspannung, entsprechend einem niedrigen elektrischen Feld, befinden wir uns daher im Flachbandbereich. Bei mittleren Feldstärken zeichnet sich der Wannier-Stark-Fächer der 1shh-Übergänge ab. Sicher zu identifizieren sind die Übergänge mit den Indizes -2, -1, 0 und +1. Etwas schwächer sind der Fächer der 1slh-Übergänge sowie einzelne höhere exzitonische Übergänge zu sehen. Bei hohen Feldstärken liegen isolierte Quantentöpfe vor und die Spektren werden dominiert durch den räumlich direkten Schwerloch-Elektron-Übergang. Durch Wechselwirkung mit Übergängen aus höheren Minibändern kommt es in diesem Bereich verstärkt zu vermiedenen Überkreuzungen.

λ_0 , Laserspektrum	790 nm (1,569 eV)
FWHM, Laserspektrum	15 nm (30 meV)
mittlere Anregungsleistung	8 mW
Volumenanregungsdichte	$3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$
Wellenlängenbereich	770 nm ... 810 nm (1,610 eV ... 1,531 eV)
spektrale Schrittweite	0,2 nm (0,4 meV)
spektrale Auflösung	0,38 nm (0,76 meV)
Offsetspannung U_0	+1 V ... -1.68 V (-3 kV/cm ... +74 kV/cm)
Schrittweite von U_0	40 mV
Modulationsamplitude	50 mV
Modulationsfrequenz	10 kHz
Sensitivität, Lock-in	300 μV
Zeitkonstante, Lock-in	300 ms
Wartezeit, Messung	800 ms

Tabelle 5.2: Probencharakterisierung: Parameter der in Abbildung 5.1(b) dargestellten Elektroreflexionsmessungen an Probe 3. Die Volumenanregungsdichte erhält man wie in Abschnitt 4.4.1 beschrieben. Die spektrale Schrittweite bezeichnet den Wellenlängen- bzw. den energetischen Abstand zweier aufeinanderfolgender Messpunkte. Die an der Probe anliegende Vorspannung wird mit einer Frequenz von 10 kHz und einer Amplitude von 50 mV um eine mittlere Vorspannung U_0 moduliert. U_0 wird in Schritten von 40 mV zwischen -1 V und +1,68 V variiert. Die Wartezeit bezieht sich auf die Zeit, die zwischen der Aufnahme zweier benachbarter Messpunkte vergeht.

Abbildung 5.1(b) zeigt entsprechende Elektroreflexionsspektren von Probe 3. Die zugehörigen Messparameter finden sich in Tabelle 5.2. Aufgrund der abweichenden Minibandstruktur sind die beobachteten Übergänge etwas ins Blaue verschoben. Auch in diesem Fall

zeichnet sich bei mittleren Feldstärken der Wannier-Stark-Fächer der 1shh-Übergänge ab. Auf der niederenergetischen Seite lässt sich sogar der 1shh-3-Übergang identifizieren. Vom Wannier-Stark-Fächer der 1slh-Übergänge ist lediglich der 1slh-1-Übergang deutlich zu erkennen. Aufgrund der größeren Minibandbreite werden außer dem räumlich direkten 1shh0-auch der 1shh-1- und der 1slh-1-Übergang bis zu den höchsten dargestellten elektrischen Feldstärken angeregt.

An der für Transmissionsexperimente präparierten Probe 2 wurden zum Nachweis der Wannier-Stark-Aufspaltung der Übergänge Absorptionmessungen vorgenommen. Die in Abbildung 5.2 dargestellten Absorptionsspektren von Probe 2 wurden mit Hilfe des in Abschnitt 4.2 beschriebenen Gitterspektrometers durchgeführt.² Da hiermit eine Auflösung von nur 0,35 nm erreicht wird, sind feine spektrale Strukturen nicht messbar. Die Qualität der Spektren reicht dennoch zum Nachweis des Wannier-Stark-Fächers der 1shh-Übergänge aus.

λ_0 , Laserspektrum	799 nm (1,552 eV)
FWHM, Laserspektrum	16 nm (31 meV)
mittlere Anregungsleistung	0,5 mW
Volumenanregungsdichte	$0,2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$
spektrale Auflösung	1,0 nm (1,94 meV)
Vorspannung U_{app}	+2,5 V ... -1,5 V
Schrittweite von U_{app}	100 mV

Tabelle 5.3: Probencharakterisierung: Parameter der in Abbildung 5.2 dargestellten Absorptionmessungen an Probe 2. Die Volumenanregungsdichte erhält man wie in Abschnitt 4.4.1 beschrieben. U_{app} wird in Schritten von 100 mV zwischen +2,5 V und -1,5 V variiert.

Die Auswertung der Abhängigkeit der Wannier-Stark-Aufspaltung von der Vorspannung ergibt hier allerdings mit 4 meV/V nur etwa ein Fünftel des theoretischen Wertes, der sich gemäß Gleichung (4.2) zu 25 meV/V berechnet. Wie bereits in Abschnitt 4.1 angemerkt, wurde Probe 2 nach dem Aufdampfen des rückseitigen Kontakts nicht getempert, um zu verhindern, dass die bereits aufgeklebte und abgeschliffene Probe dabei reißt. Zwischen Halbleiter und metallischem Kontakt besteht daher eine Schottky-Barriere [1], die vermutlich zu der beobachteten Abweichung führt. Aus diesem Grund haben wir, außer zum Nachweis von Bloch-Oszillationen (siehe Abbildung 5.6), bei den zeitaufgelösten Untersuchungen an Probe 2 von einer Variation des elektrischen Feldes abgesehen und ausschließlich Messungen bei 0 V externer Vorspannung durchgeführt. Das zugehörige Absorptionsspektrum ist in Abbildung 5.2 in Rot dargestellt.

Zur Bestimmung der entsprechenden elektrischen Feldstärke kann in diesem Fall lediglich der Wert der Wannier-Stark-Aufspaltung herangezogen werden. Eine Berechnung aus intrin-

²Zur Datenaufbereitung bei der Transmissionsspektroskopie: siehe Abschnitt 4.3.3.

sischer und angelegter Vorspannung gemäß Gleichung (4.1) ist aus den genannten Gründen nicht möglich. Das ohne externe Vorspannung über dem Übergitter abfallende intrinsische elektrische Feld führt zu einer Wannier-Stark-Aufspaltung von etwa 12 meV entsprechend einer elektrischen Feldstärke von etwa 10 kV/cm. Der nicht ganz regelmäßige Verlauf der Spektren selbst und ihrer Abstände ist bedingt durch die leicht instabile Einkopplung der transmittierten Strahlung in die Lichtleitfaser, die zum Spektrometer führt.

Bei der Bestimmung des jeweils an der Probe anliegenden elektrischen Feldes aus der energetischen Aufspaltung des 1shh0- und des 1shh-1-Wannier-Stark-Niveaus folgen wir dem allgemeinen Trend statt jede Kurve für sich zu betrachten. Die in den Spektren ausgemessene Wannier-Stark-Aufspaltung wurde daher zunächst gegen die Vorspannung aufgetragen. Der angegebene Wert von 12 meV liegt auf der an die Messdaten angepassten Ausgleichsgeraden. Bei Steigerung der Anregungsdichte kann es allerdings durch Feldabschirmung zu einer Abnahme des effektiv über dem Übergitter abfallenden elektrischen Feldes kommen (vgl. Abschnitt 5.1.3).

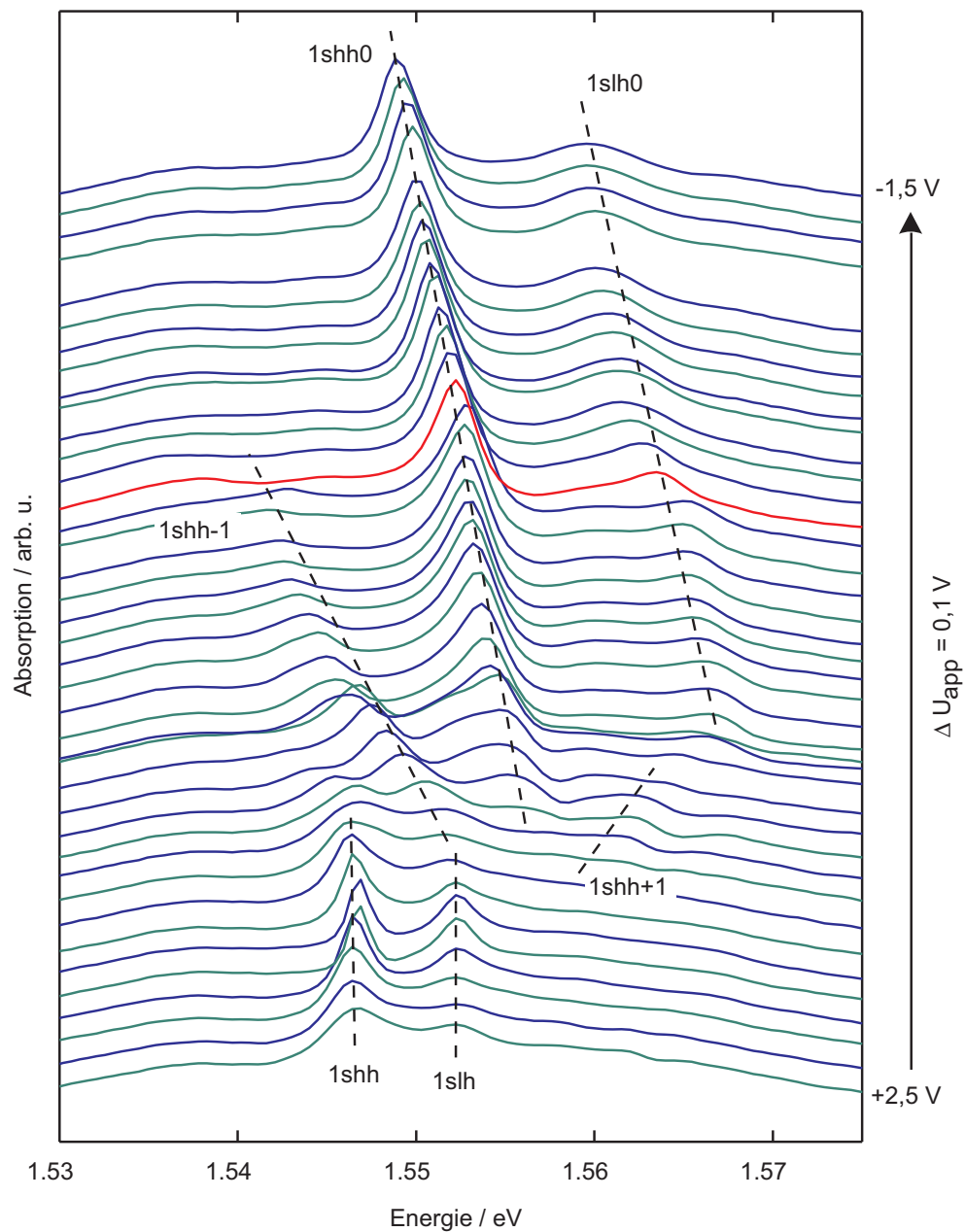


Abbildung 5.2: Probencharakterisierung: Gemessene Absorption von Probe 2 für $U_{app} = +2,5 V \dots -1,5 V$. Bei den Messungen kommt das in Abschnitt 4.2 beschriebene Gitterspektrometer zum Einsatz. Die zugehörigen Messparameter finden sich in Tabelle 5.3. Alle Spektren sind auf das ursprüngliche Laserspektrum normiert (vgl. Abschnitt 4.3.3). Zur besseren Übersichtlichkeit sind die einzelnen Kurven mit einem konstanten vertikalen Abstand versehen (Wasserfallgraph). In Abhängigkeit von der Vorspannung zeichnet sich der Wannier-Stark-Fächer der 1shh-Übergänge ab. Die in Rot dargestellte Kurve entspricht dem Absorptionsspektrum bei 0 V äußerer Vorspannung. Das intrinsische elektrische Feld führt zu einer Wannier-Stark-Aufspaltung von etwa 12 meV entsprechend einer elektrischen Feldstärke von etwa 10 kV/cm.

5.1.2 Nachweis von Bloch-Oszillationen

Da alle untersuchten Proben im Energiespektrum eine Wannier-Stark-Aufspaltung zeigen, kann nun geprüft werden, ob sich im Zeitbereich Bloch-Oszillationen beobachten lassen. Dazu ist die lineare Abhängigkeit der Frequenz vom elektrischen Feld gemäß Gleichung 2.10 experimentell zu verifizieren. Im Rahmen dieser Arbeit kommen hierbei die in Abschnitt 4.4 beschriebenen zeitaufgelösten Messmethoden der elektro-optischen Spektroskopie (REOS und TEOS) sowie das Vier-Wellen-Mischen zur Anwendung.

Abbildung 5.3(a) zeigt das Ergebnis von REOS-Messungen an Probe 1 bei Variation der elektrischen Vorspannung. Der zeitliche Nullpunkt wurde auf das so genannte Kohärenzsignal gelegt, das zum einen von der instantanen kohärenten Polarisation herrührt, die durch die zeitliche Überlagerung von Anrege- und Abfragestrahl hervorgerufen wird. Letztere führt zum anderen zu einem Vier-Wellen-Misch-Signal in Strahlrichtung [104]. Aufgrund seiner vergleichsweise langen Dephasierungszeit ist dieser Vier-Wellen-Misch-Beitrag dem elektro-optischen Signal noch für einige Zeit nach der Anregung überlagert.

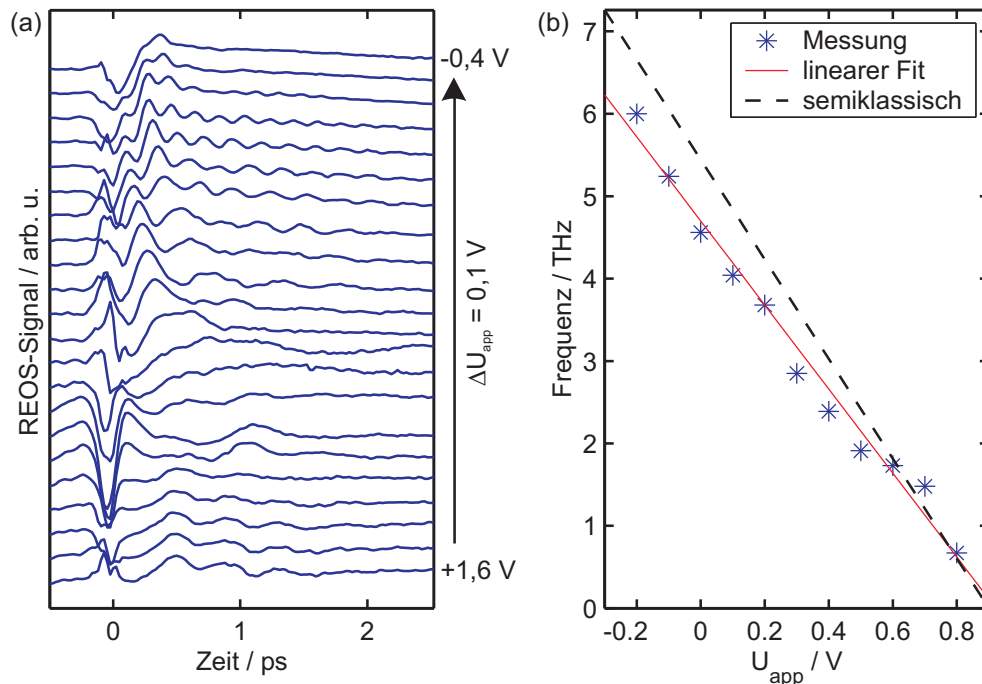


Abbildung 5.3: Probencharakterisierung: Vorspannungsabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 1. Anregung bei $\lambda_0 = 800$ nm bzw. $1,55$ eV (FWHM = 18 nm bzw. 36 meV). (a) REOS-Transienten für $U_{app} = +1,6$ V... $-0,4$ V als Wasserfallgraph. Zunächst dominieren Schwerloch-Leichtloch-Schwebungen mit einer Frequenz von etwa 2 THz. Ab $+0,8$ V werden Bloch-Oszillationen, gekennzeichnet durch einen linearen Frequenzanstieg mit dem elektrischen Feld, sichtbar. (b) Aus den REOS-Transienten extrahierte Bloch-Oszillationsfrequenzen in Abhängigkeit von U_{app} (Sterne) mit linearem Fit (rot, durchgezogen) und theoretischem Verlauf (schwarz, gestrichelt).

Bei niedrigen elektrischen Feldern erkennt man in den REOS-Transienten zunächst oszillatorische Signaturen mit einer von der Vorspannung nahezu unabhängigen Frequenz von etwa 2 THz (gemessen für $U_{app} = +1,2$ V). Sie sind auf die kohärente Überlagerung

von Schwerloch- und Leichtloch-Exziton zurückzuführen, deren energetischer Abstand von 8 meV gerade der beobachteten Frequenz entspricht. Ab einer äußeren Vorspannung von etwa +0,8 V zeigen sich Bloch-Oszillationen, gekennzeichnet durch einen linearen Frequenzanstieg mit dem elektrischen Feld. Bei den höchsten elektrischen Feldstärken, insbesondere bei -0,2 V, zeigen die Transienten eine Schwebungssignatur. Eine ähnliche Beobachtung wird auch von T. Dekorsy bei TEOS-Messungen an einem quasi identischen Übergitter gemacht [45]. Ursache sind vermutlich Schwerloch-Leichtloch-Schwebungen, die den Bloch-Oszillationen aufmoduliert sind.

Die dreidimensionale Darstellung der REOS-Transienten in Abbildung 5.4 verdeutlicht sehr schön den Wechsel vom Bereich der Schwerloch-Leichtloch-Schwebungen bei niedrigen elektrischen Feldstärken (Flachbandbereich) entsprechend Vorspannungswerten zwischen +1,6 V und +0,8 V, zum Bereich der Bloch-Oszillationen zwischen +0,8 V und -0,4 V angelegter Spannung.

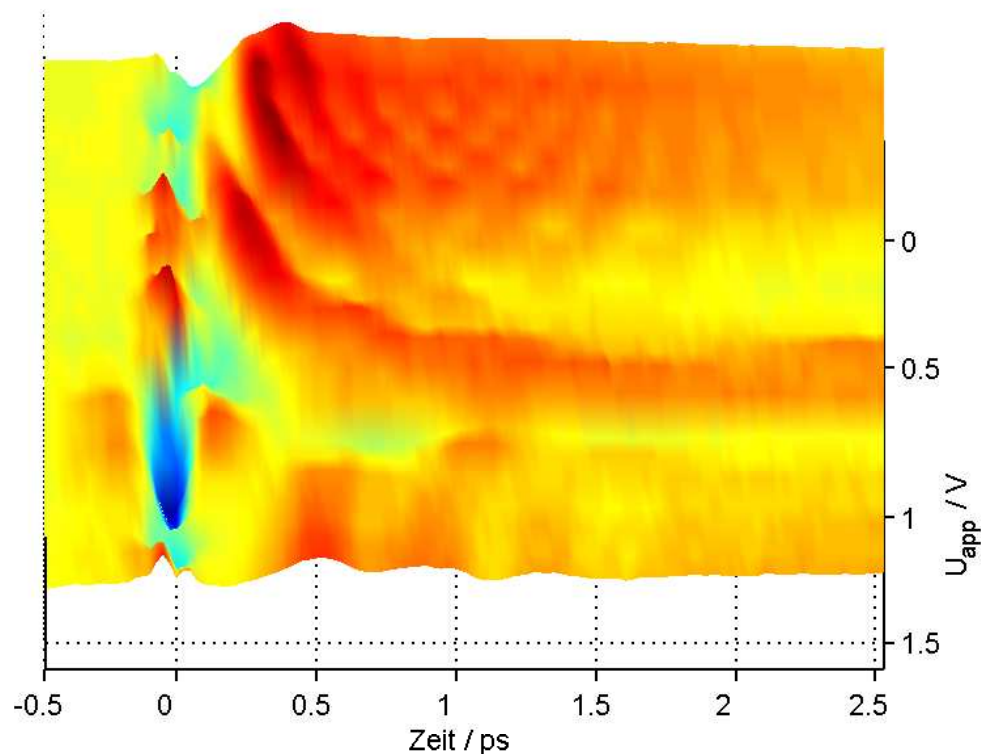


Abbildung 5.4: Probencharakterisierung: Vorspannungsabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 1. Daten aus Abbildung 5.3(a) in einer 3D-Darstellung mit Farbkodierung. Deutlich ist die Aufteilung in das Regime der Schwerloch-Leichtloch-Schwebungen (+1,6 V bis +0,8 V) und das der Bloch-Oszillationen (+0,8 V bis -0,4 V) zu erkennen.

Der lineare Frequenzanstieg in Abhängigkeit der Vorspannung ist auch der Auftragung der aus den REOS-Transienten extrahierten Oszillationsfrequenzen gegen die Vorspannung in Abbildung 5.3(b) zu entnehmen. Die Abweichung der gemessenen von der theoretisch erwarteten Steigung beträgt etwa 15%. Die Abweichung der Absolutwerte der Frequenz verstärkt

sich mit zunehmendem elektrischem Feld. Gründe hierfür könnten (i) eine Abschirmung des äußeren elektrischen Feldes durch die angeregten Ladungsträger selbst sein oder (ii) der Einfluss exzitonischer Effekte, die in der semiklassischen Betrachtung nicht berücksichtigt werden und zu einer Reduktion der Wannier-Stark-Aufspaltung führen [30,112]. Weiterhin kommt als Ursache eine möglicherweise zwischen der Halbleiterübergitterprobe und den aufgedampften Kontakten bestehende Schottky-Barriere in Frage. Da der Rückseitenkontakt bei Probe 1 getempert wurde, hat dies hier nicht so drastische Auswirkungen wie bei Probe 2 (vgl. Abbildung 5.2 und 5.6(c)).

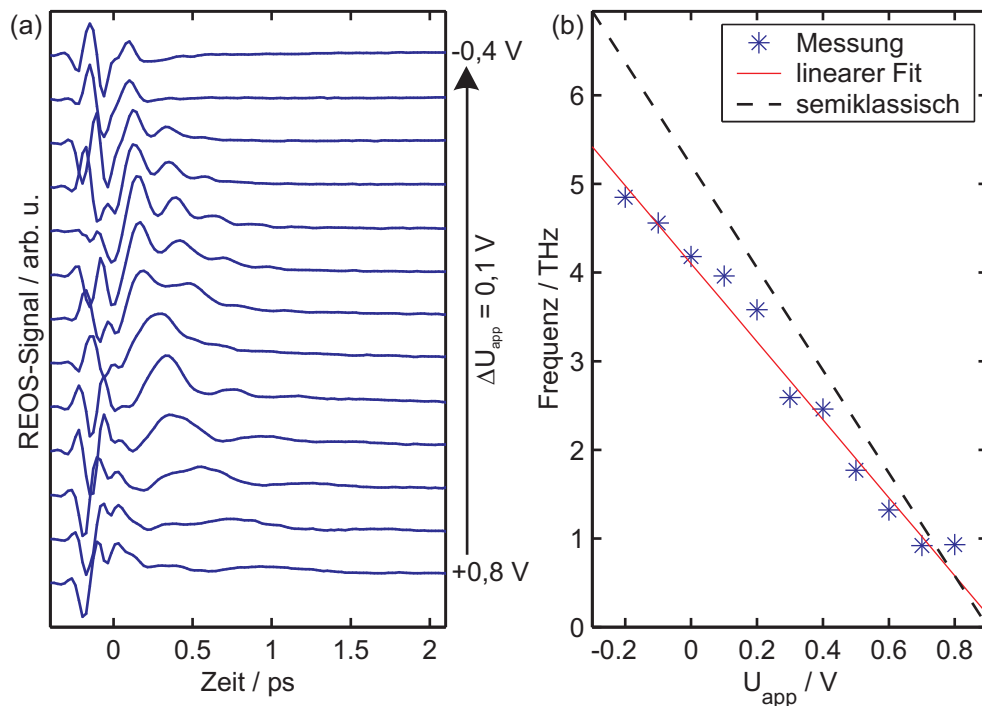


Abbildung 5.5: Probencharakterisierung: Vorspannungsabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 3. Anregung bei $\lambda_0 = 790$ nm bzw. $1,569$ eV (FWHM = 12 nm bzw. 24 meV). (a) REOS-Transienten für $U_{app} = +0,8$ V... $-0,4$ V als Wasserfallgraph. Der für Bloch-Oszillationen typische lineare Frequenzanstieg mit dem elektrischen Feld ist deutlich erkennbar. (b) Aus den REOS-Transienten extrahierte Bloch-Oszillationsfrequenzen in Abhängigkeit von U_{app} (Sterne) mit linearem Fit (rot, durchgezogen) und theoretischem Verlauf (schwarz, gestrichelt).

Die maximale Bloch-Oszillationsfrequenz entspricht etwa der Minibandbreite des Übergitters. Ist das über dem Übergitter abfallende elektrische Feld so groß, dass die Wannier-Stark-Aufspaltung (eEd) die Minibandbreite Δ übersteigt, so sind die Wellenfunktionen jeweils in einzelnen Quantentöpfen lokalisiert und im Energiespektrum tritt lediglich der räumlich direkte Wannier-Stark-Übergang auf (vgl. Abbildung 2.2). Eine Überlagerung benachbarter Wannier-Stark-Übergänge zur Anregung von Bloch-Oszillationen ist dann nicht mehr möglich und die Oszillationen sterben aus.

Für die Probenstruktur II 3596 liegt die Breite des ersten elektronischen Minibands je nach Art der Berechnung zwischen 18 meV und 22 meV entsprechend Frequenzen zwischen $4,4$ THz und $5,6$ THz. Die Tatsache, dass experimentell Frequenzen bis zu 6 THz beobachtet

werden, zeigt, dass die Minibandbreite hierbei nicht als scharfe Grenze betrachtet werden kann. Die quantitative Gültigkeit dieser auf dem semiklassischen Modell beruhenden Bedingung darf nicht überschätzt werden.

Bloch-Oszillationssignaturen von Probe 3, die ebenfalls im Rahmen von REOS-Messungen beobachtet wurden, sind in Abbildung 5.5(a) dargestellt. Trotz der, aufgrund der größeren Minibandbreite von etwa 36 meV, bei dieser Probe größeren maximalen Bloch-Oszillationsfrequenz liegt die höchste in dieser Messreihe beobachtete Frequenz mit 5 THz etwas niedriger als bei den zuvor vorgestellten Messungen an Probe 1. Der Grund für diese Beobachtung ist vermutlich die wesentlich geringere spektrale Halbwertsbreite (FWHM) der Laserpulse bei den Messungen an Probe 3 (12 nm gegenüber 18 nm, vgl. auch Abbildung 5.7 und den entsprechenden Textabschnitt).

Es ist zur Messung hoher Bloch-Oszillationsfrequenzen daher darauf zu achten, das Pulsspektrum des Lasers ausreichend breit einzustellen. Allerdings kommt es bei einem zu sehr verbreiterten Spektrum zu Instabilitäten der Laseremission; neben der TEM₀₀-Mode können dann höhere Lasermoden angeregt werden bzw. kann der Laser spontan vom Pulsbetrieb in den Dauerstrichbetrieb übergehen. In diesem Fall muss die Messung unterbrochen und der Laser neu eingestellt werden, sodass vor und nach dem Zusammenbruch des Pulsbetriebs aufgenommene Messungen einer Messreihe möglicherweise nicht mehr exakt zusammenpassen. Bei Einstellung der spektralen Pulsbreite muss daher ein entsprechender Kompromiss gefunden werden.

Beim verwendeten Lasersystem treten Stabilitätsprobleme oberhalb einer spektralen Breite der Laserpulse von etwa 20 nm bzw. 40 meV auf. Dies ist ausreichend, um auch bei Probe II 3720 mit einer Minibandbreite $\Delta \approx 36$ meV die entsprechende maximale Bloch-Oszillationsfrequenz von etwa 9 THz anregen zu können. Da sich die mit dem verwendeten Lasersystem im hier relevanten Wellenlängenbereich um 800 nm erreichbare Zeitauflösung oberhalb einer spektralen Halbwertsbreite von etwa 15 nm jedoch nicht mehr wesentlich ändert, ist es allerdings nicht möglich, derart hohe Frequenzen auch aufzulösen.³ Theoretisch ergibt sich bei 15 nm spektraler Halbwertsbreite der Pulse eine maximal auflösbare Frequenz von etwa 5,6 THz.

Im Vergleich zu den REOS-Daten von Probe 1 in Abbildung 5.3 fällt außerdem auf, dass die Signale von Probe 3 schneller dephasieren. Dies ist vermutlich auf eine schnellere Energierelaxation bei dieser Probe aufgrund ihrer größeren Minibandbreite von 36 meV zurückzuführen. Die Streuung an longitudinal-optischen Phononen spielt bei dieser Probe eine wesentlich größere Rolle als bei Probe 1 mit nur 18 meV Minibandbreite. Die schnellere Energierelaxation führt, wie spätere Experimente in der Arbeitsgruppe zeigen, außerdem dazu, dass sich in der Probe Feldinhomogenitäten schneller aufbauen [113], auf die Signale mit hoher Frequenz besonders sensitiv sind.

Die Frequenzauswertung der REOS-Daten in Abbildung 5.5(b) zeigt wie bei Probe 1 einen

³Wie man dem Benutzerhandbuch des verwendeten Titan-Saphir-Kurzpulslasers (Tsunami, Spectra Physics) entnimmt, besteht eine exponentielle Abhängigkeit der zeitlichen Pulsbreite von der spektralen Halbwertsbreite der Laserpulse. Für Wellenlängen um 800 nm flacht die Kurve oberhalb einer spektralen Halbwertsbreite von 15 nm bereits deutlich ab.

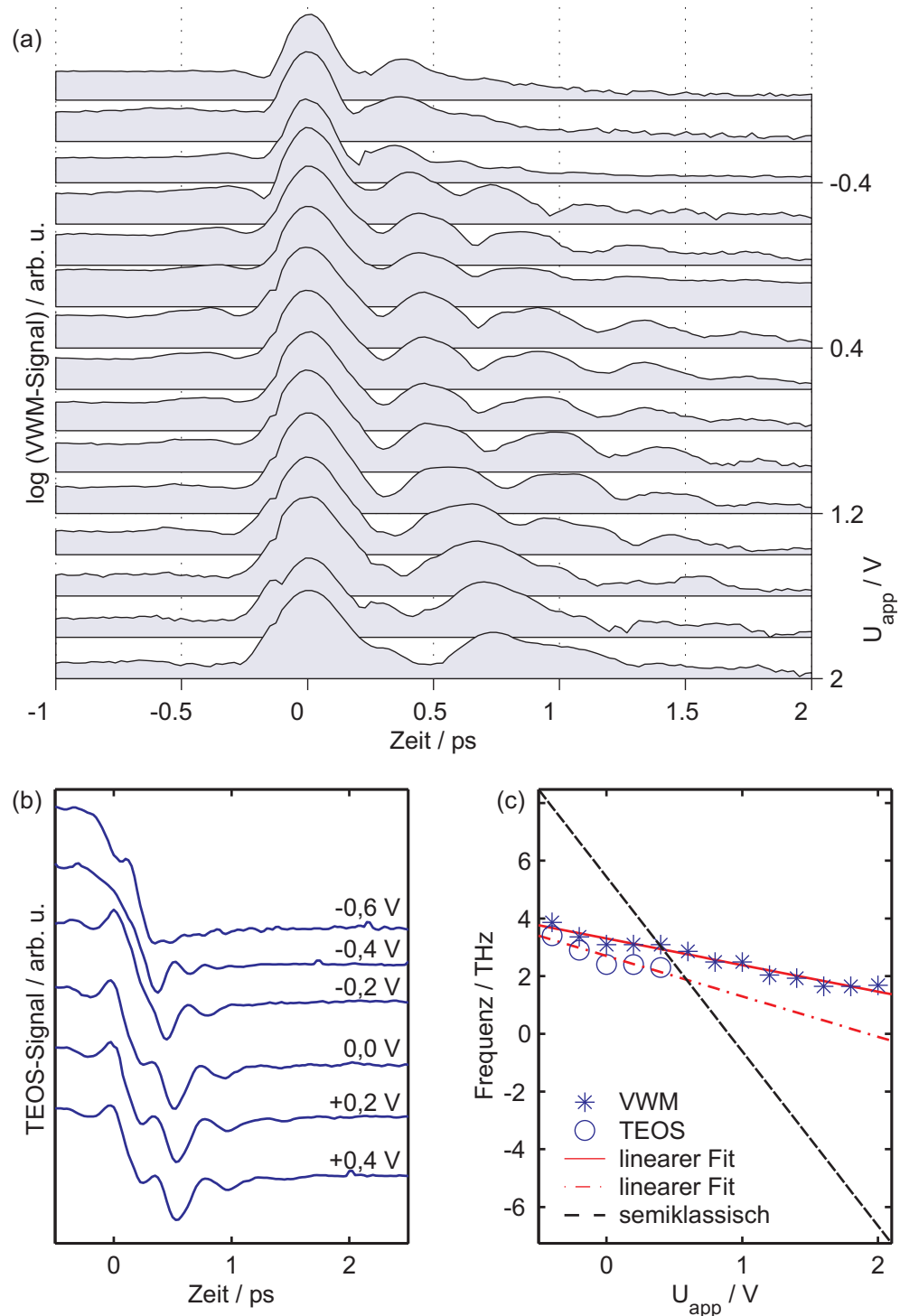


Abbildung 5.6: Probencharakterisierung: Vorspannungsabhängigkeit des Vier-Wellen-Misch- und des TEOS-Signals von Probe 2. Anregung bei $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$ bzw. $1,55 \text{ eV}$ (FWHM = 16 nm bzw. 32 meV). (a) Vier-Wellen-Misch-Transienten für $U_{app} = +1,2 \text{ V} \dots -0,8 \text{ V}$ in einer halb-logarithmischen Darstellung und (b) TEOS-Transienten für $U_{app} = +0,4 \text{ V} \dots -0,6 \text{ V}$ jeweils als Wasserfallgraph. Der lineare Anstieg der Bloch-Oszillationsfrequenz mit dem elektrischen Feld ist in beiden Messreihen gut zu erkennen. (c) Aus Vier-Wellen-Misch- bzw. TEOS-Daten extrahierte Bloch-Oszillationsfrequenzen in Abhängigkeit von U_{app} (Sterne bzw. Kreise) mit linearem Fit (rot, durchgezogene bzw. Strich-Punkt-Linie) und theoretischem Verlauf (schwarz, gestrichelte Linie).

gegenüber der semiklassischen Theorie schwächeren Frequenzanstieg mit dem elektrischen Feld bei einer zunächst recht guten Übereinstimmung der absoluten Frequenzwerte bei niedrigen Feldern. Die experimentelle Steigung weicht bei Probe 3 um etwa 24% von der theoretischen ab und damit um 9% stärker als bei Probe 1.

Gemäß Abbildung 5.6 können auch bei der für Experimente in Transmission präparierten Probe 2 Bloch-Oszillationen beobachtet werden. Abbildung 5.6(a) zeigt Vier-Wellen-Misch-Transienten, Abbildung 5.6(b) TEOS-Transienten jeweils bei Variation der Vorspannung. Wie in der Literatur üblich, wurde die Vier-Wellen-Misch-Amplitude halblogarithmisch gegen die Zeit aufgetragen. Bei Aufnahme der Vier-Wellen-Misch-Signale wird die Sensitivitätseinstellung am Lock-in-Verstärker zunächst so gewählt, dass das stark überhöhte Kohärenzsignal am Zeitnullpunkt in voller Höhe aufgenommen werden kann. Hierbei wird über maximal zwei Einzelmessungen gemittelt. Anschließend wird die Einstellung auf die eigentlichen Bloch-Oszillationssignale angepasst, um mit maximal möglicher Dynamik zu messen. Es werden jeweils etwa 20-30 Einzelmessungen durchgeführt und gemittelt.

Es fällt auf, dass sich die Vier-Wellen-Misch-Signale in den Bereich vor dem Zeitnullpunkt erstrecken und hier auch einen oszillatorischen Anteil haben. Dieses Signal zu negativen Zeiten entsteht aufgrund lokaler Feldeffekte [24, 114]. In einem Vielteilchen-System werden an dem in der Probe bei Überlagerung der beiden Laserpulse entstehenden Beugungsgitter nicht nur Photonen des zweiten Pulses in einer hintergrundfreien Richtung gestreut, sondern auch die vom ersten Laserpuls übrig gebliebene Polarisation. Dabei zerfällt das Signal vor dem Zeitnullpunkt doppelt so schnell wie das Signal nach dem Zeitnullpunkt. Diese Feststellung lässt sich anhand der in Abbildung 5.6(a) dargestellten Messdaten allein durch den Vergleich der Amplituden links und rechts des Kohärenzsignals bestätigen.

In Abbildung 5.6(c) finden sich die aus den Vier-Wellen-Misch- und TEOS-Transienten ermittelten Frequenzen in Abhängigkeit von der Vorspannung. Der Vergleich mit dem theoretisch erwarteten Verlauf bestätigt die in den Absorptionsspektren (Abbildung 5.2) beobachtete zu niedrige Steigung, die auf eine Schottky-Barriere in der Probe aufgrund des nicht getemperten Rückseitenkontakts zurückzuführen ist.

5.1.3 Einfluss der Anregungsbedingungen

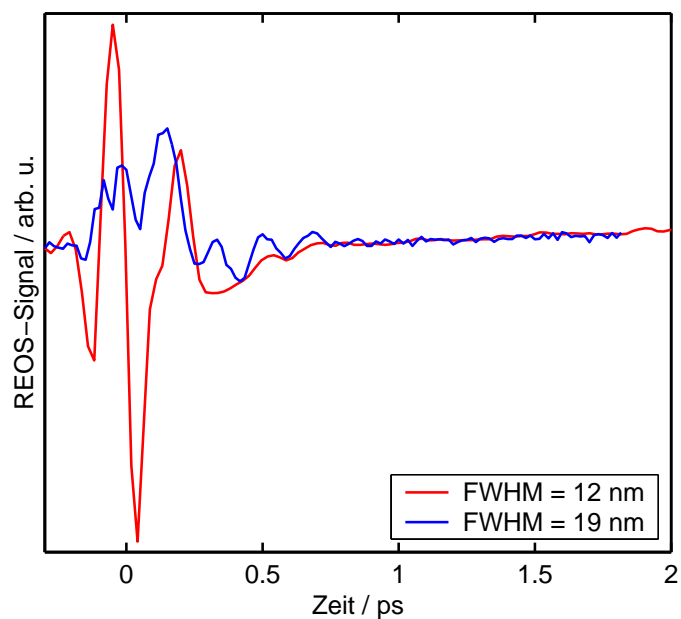
Im Folgenden soll untersucht werden, wie die zeitaufgelöste Respon der Übergitterproben von den Anregungsbedingungen beeinflusst wird. Im Einzelnen werden wir die Abhängigkeit von Zentralwellenlänge und spektraler Breite der Laserpulse sowie den Einfluss der Anregungsdichte betrachten. Aufgrund der Datenlage müssen wir uns im Fall des Vier-Wellen-Mischens auf die Darstellung der Anregungsdichteabhängigkeit im Vergleich zu entsprechenden TEOS-Daten beschränken.

Laserspektrum

Abbildung 5.7 zeigt REOS-Transienten von Probe 3 bei einer Vorspannung von -0,6 V bei Anregung bei einer Zentralwellenlänge $\lambda_0 = 790$ nm bzw. 1,569 eV und einer vollen Halbwertsbreite des Pulsspektrums von 12 nm (24 meV) bzw. 19 nm (38 meV). Neben au-

genfälligen Unterschieden des Signalverlaufs im Bereich um den Zeitnullpunkt zeigen die Bloch-Oszillationen nach Abklingen des Kohärenzsignals bei spektral schmäler Anregung eine wesentlich geringere Amplitude. Diese Beobachtung ist damit zu erklären, dass die Wannier-Stark-Übergänge $1shh_0$ und $1shh_1$, die gemäß den Elektroreflexionsspektren in Abbildung 5.1(b) in diesem Fall am Rand des Pulsspektrums liegen, weniger stark angeregt werden.

Abbildung 5.7: Probencharakterisierung: REOS-Signal von Probe 3 für verschiedene Halbwertsbreiten des Laserspektrums. Anregung bei $\lambda_0 = 790$ nm bzw. $1,569$ eV und einer spektralen Halbwertsbreite von $FWHM = 12$ nm bzw. 24 meV und $FWHM = 19$ nm bzw. 38 meV bei einer Vorspannung von $-0,6$ V. Neben augenfälligen Unterschieden des Signalverlaufs im Bereich um den Zeitnullpunkt zeigen die Bloch-Oszillationen nach Abklingen des Kohärenzsignals bei spektral schmäler Anregung eine wesentlich geringere Amplitude.



Neben der vollen Halbwertsbreite entscheidet die Zentralwellenlänge des Pulsspektrums darüber, ob Bloch-Oszillationen mit ausreichend großer Amplitude angeregt werden können. Abbildung 5.8(a) zeigt REOS-Transienten von Probe 3 bei konstantem elektrischem Feld für verschiedene Laserzentralwellenlängen zwischen 775 nm und 800 nm ($1,6$ eV bis $1,55$ eV). Die volle Halbwertsbreite des Pulsspektrums ist mit 11 nm (22 meV) vergleichsweise gering. Wie man der Abbildung entnehmen kann, macht sich daher bereits eine geringe Änderung der Zentralwellenlänge im Signal bemerkbar.

Wie der Vergleich mit den Elektroreflexionsspektren in Abbildung 5.1(b) zeigt, werden unterhalb einer Wellenlänge von 785 nm (oberhalb von $1,58$ eV) sowie oberhalb von 795 nm (unterhalb von $1,56$ eV) Bloch-Oszillationen infolge der kohärenten Überlagerung des $1shh_0$ - und des $1shh_1$ -Übergangs in der Wannier-Stark-Leiter nur noch sehr schwach und schließlich gar nicht mehr angeregt. Zur Beobachtung von Bloch-Oszillationen ist daher bei Probe 3 die Zentralwellenlänge des Lasers möglichst zwischen 785 nm und 795 nm zu wählen. Besonders deutlich sind die Oszillationen in Abbildung 5.8(a) für $\lambda_0 = 787,5$ nm und 790 nm zu erkennen.

In Abbildung 5.8(b) sind noch einmal REOS-Transienten von Probe 3 für verschiedene Zentralwellenlängen des Laserspektrums dargestellt. Die Halbwertsbreite des Spektrums beträgt wie zuvor etwa 11 nm (22 meV), die äußere Vorspannung liegt konstant bei 0 V. Betrachten wir nun den Signalverlauf insgesamt. Neben der je nach Anregungswellenlänge unterschiedlich ausgeprägten Oszillationen stellt man fest, dass die Differenz des Signalniveaus

aus kurz nach der Anregung und für späte Zeiten variiert. Bei Anregung am Minibandboden ($\lambda_0 = 784 \text{ nm}$ bzw. $1,581 \text{ meV}$) ist die Differenz am größten, während sie sich bei Anregung unterhalb der Bandkante verringert und schließlich negativ wird.

Zur Interpretation dieses Befundes muss man sich in Erinnerung rufen, dass gemäß Gleichung (4.5) das REOS-Signal sowohl zur zeitlichen Änderung des internen elektrischen Feldes $E_{[100]}$ entlang der Wachstumsrichtung des Übergitters proportional ist als auch zum elektro-optischen Koeffizienten r_{41} . Wie in Abschnitt 2.2 ausgeführt, ist letzterer aber in der Umgebung spektraler Resonanzen stark überhört. Bei den Übergitterproben liegen spektrale Resonanzen in Form der exzitonischen Wannier-Stark-Übergänge vor.

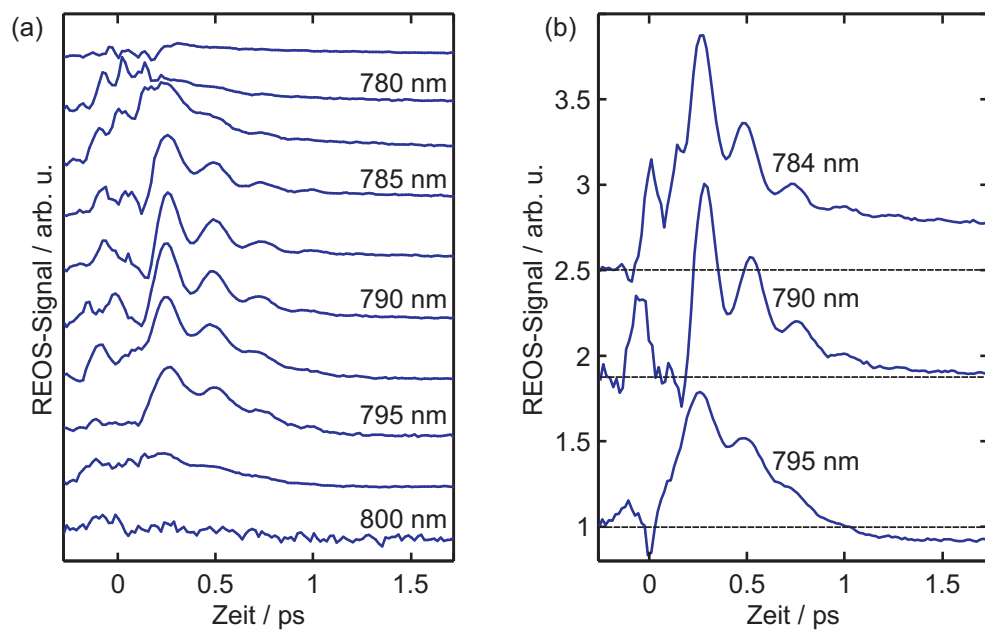


Abbildung 5.8: Probencharakterisierung: Wellenlängenabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 3. Anregung mit einer spektralen Halbwertsbreite von 11 nm (22 meV) (a) bei Variation der Zentralwellenlänge λ_0 von 775 nm bis 800 nm (1,6 eV bis 1,55 eV) bzw. (b) für $\lambda_0 = 784, 790$ und 795 nm (1,581, 1,569 und 1,56 eV), jeweils dargestellt als Wasserfallgraph für $U_{\text{app}} = 0 \text{ V}$. (a) Aufgrund der relativ geringen Halbwertsbreite können bei sehr hohen bzw. sehr niedrigen Anregungswellenlängen die Wannier-Stark-Übergänge 1shh0 und 1shh-1 nicht gleichzeitig angeregt werden. (b) Je nach Anregungswellenlänge beobachtet man einen unterschiedlichen Signalverlauf. Die Differenz des Signalniveaus vor der Anregung und zu späten Zeiten ist bei Anregung am Boden des Minibandes am größten. Wird unterhalb der Minibandkante angeregt, so verringert sich die Differenz und kann sogar ihr Vorzeichen ändern.

Den in Abbildung 5.1(b) dargestellten Elektreflexionspektren von Probe 3 entnimmt man, dass bei Anregung mit $\lambda_0 = 784 \text{ nm}$ (1,581 eV) bei 0 V Vorspannung genau zwischen den Übergängen 1shh0 und 1shh-1 angeregt wird. Für $\lambda_0 = 790 \text{ nm}$ (1,569 eV) regt man zentral auf dem 1shh-1-Übergang an und für $\lambda_0 = 795 \text{ nm}$ (1,56 eV) etwas unterhalb des 1shh-2-Niveaus, wobei die Übergänge 1shh-1 und 1shh0 außerhalb der vollen Halbwertsbreite des Laserspektrums liegen. Dementsprechend sollte der Einfluss exzitonischer Resonanzen bei der Anregung mit $\lambda_0 = 784 \text{ nm}$ am größten sein und damit auch die Differenz der Si-

gnalniveaus vor der Anregung und zu späten Zeiten. Hierbei kommt noch hinzu, dass der $1shh0$ -Übergang sehr nah an der Minibandkante liegt, wo r_{41} eine zusätzliche Überhöhung aufweisen sollte.

Des Weiteren wird in diesem Fall in einem Gebiet mit einer hohen Dichte von Zuständen angeregt, sodass nach Laseranregung mit $\lambda_0 = 784$ nm im Vergleich zu den beiden anderen Anregungswellenlängen auch die Anregungsdichte am größten sein sollte. Es kommt so zu einer stärkeren Abschirmung des Feldes in der Übergitterprobe, die mit zu dem beobachteten Versatz des REOS-Signals beiträgt.

Anregungsdichte

Eine Erhöhung der Anregungsdichte in einer Halbleiterübergitterprobe führt typischerweise zu einer verstärkten Ladungsträgerstreuung sowie zu einer zunehmenden Abschirmung eines äußeren elektrischen Feldes durch eine Ladungsträgeranhäufung in der Probe [40]. In Dauerstrichexperimenten zeigt sich dies in Form verbreiteter Spektrallinien und eines Vorspannungsversatzes des Wannier-Stark-Fächers entsprechend einem niedrigeren über dem Übergitter abfallenden elektrischen Feld. In zeitaufgelösten Experimenten sollte sich eine höhere Anregungsdichte daher entsprechend in einer schnelleren Dephasierung der Ladungsträgeroszillationen sowie in einer Absenkung der Oszillationsfrequenz bei gleicher externer Vorspannung äußern.

Abbildung 5.9 zeigt die Ergebnisse von TEOS-Messungen an Probe 2 bei Variation der Anrege-Leistung von 1 mW bis 25 mW. Die Leistung im Abfragestrahl beträgt jeweils ein Fünftel der Leistung im Anregestrahl. Verfolgt man den Signalverlauf mit zunehmender Anregungsdichte, so erkennt man zum einen eine deutliche Abnahme der Oszillationstiefe und der Dephasierungszeit. Diese Beobachtung ist auf die oben bereits angeführte zunehmende Ladungsträgerstreuung zurückzuführen. Dabei ist das Absinken der Dephasierungszeit insbesondere bei den Messungen für die höchsten Anregungsdichten gut zu erkennen.

Zum anderen erkennt man mit steigender Anregungsdichte eine Absenkung der Bloch-Oszillationsfrequenz infolge der durch eine Ladungsträgeranhäufung verursachten Abschirmung des über dem Übergitter abfallenden elektrischen Feldes. Die Frequenz fällt von etwa 2,7 THz bei der niedrigsten Anregungsdichte auf etwa 1,6 THz bei der höchsten Anregungsdichte ab. Dies entspricht einer Feldänderung von etwa 10 kV/cm auf etwa 6 kV/cm. Die beobachtete Frequenzänderung verläuft allerdings nicht stetig. Eine signifikante Abweichung lässt sich erst bei der im Rahmen dieser Arbeit häufig verwendeten Anregungsleistung von 10 mW feststellen. Hier ergibt die Auswertung eine Frequenz von etwa 2,3 THz und damit ein elektrisches Feld von etwa 8 kV/cm.

Für die zeitaufgelösten Messungen wäre daher eine Anregungsleistung von 5 mW und darunter zu bevorzugen. Allerdings müssten bei der dann entsprechend geringeren Signalintensität gegenüber einer Anregung mit 10 mW wesentlich mehr Einzelmessungen gemittelt werden, sodass je nach aktueller Signalqualität eine Messreihe nicht mehr in einem Durchgang aufgenommen werden könnte. Um die mit einer Unterbrechung verbundenen Unsicherheiten bei der Interpretation der Messergebnisse zu umgehen, wählen wir bei den meisten Messungen eine Anregungsleistung von 10 mW. Die dadurch hervorgerufenen leichten Abweichungen

(siehe oben) können hinsichtlich der untersuchten Fragestellungen vernachlässigt werden. Wie man Abbildung 5.9 entnehmen kann, sollten allerdings Anregungsleistungen oberhalb von 15 mW definitiv vermieden werden, da es hier zu einer massiven Unterdrückung der Oszillationen kommt.

In Abbildung 5.10 ist die Anregungsdichteabhängigkeit der TEOS- und Vier-Wellen-Misch-Signale zum Vergleich dargestellt. Bis auf die prinzipiell unterschiedliche Signalform lassen sich keine wesentlichen Diskrepanzen feststellen. In beiden Fällen steigt die Signalintensität proportional zur Anregungsleistung. Auch im Fall der Vier-Wellen-Misch-Signale zeigt sich bei den verwendeten Anregungsdichten noch kein deutlicher Einfluss auf die Dephasierungszeit.

Entsprechend den Beobachtungen in den Referenzen [7, 35, 40, 40–43] dephasieren die Vier-Wellen-Misch-Signale mehr als doppelt so schnell wie die TEOS-Signale. Die Interband-Relaxationszeit ist demnach weniger als halb so groß wie die Intra-band-Relaxationszeit (vgl. Abschnitt 2.1.4).

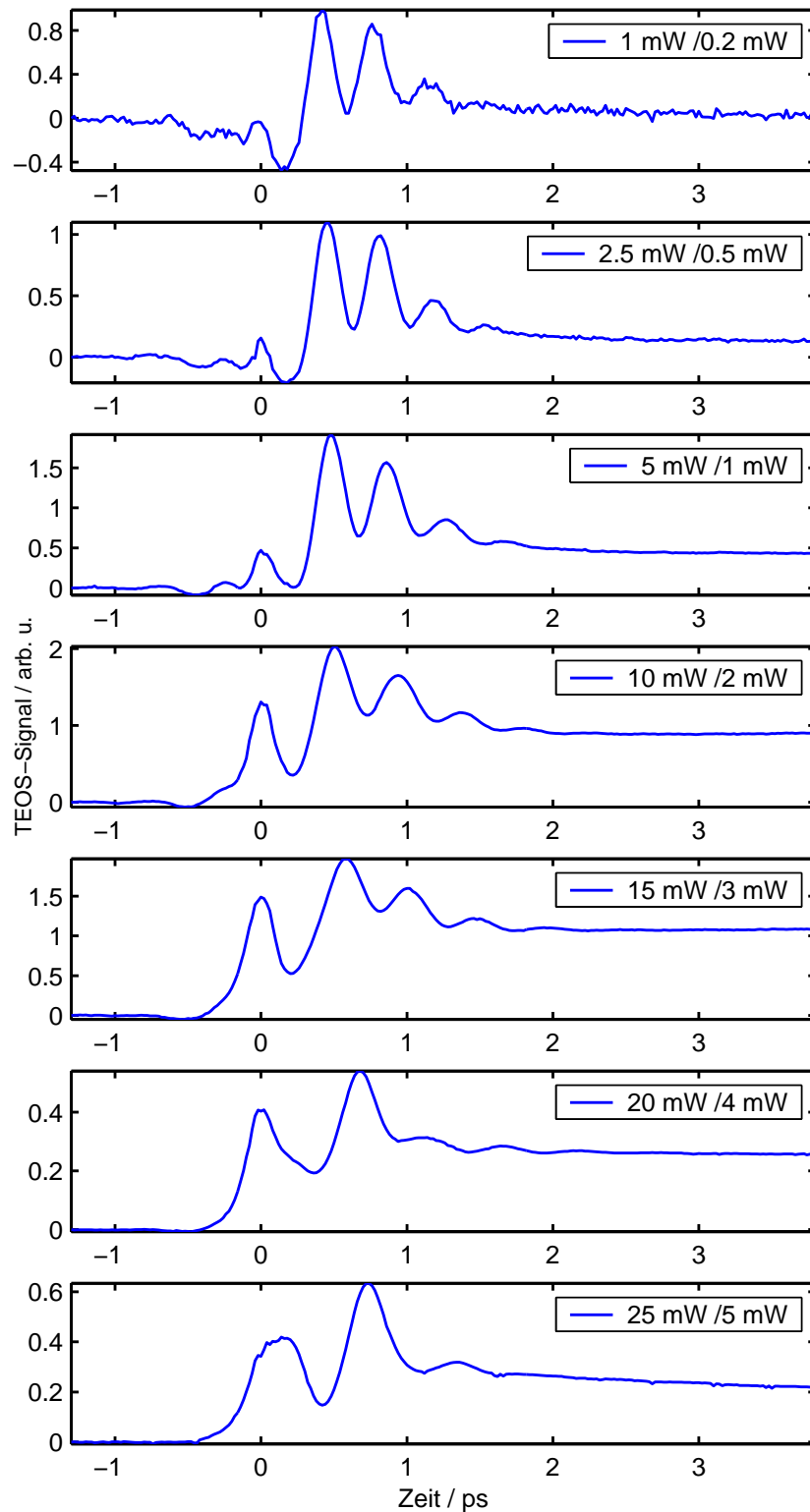


Abbildung 5.9: Probencharakterisierung: Anregungsdichteabhängigkeit des TEOS-Signals von Probe 2. Anregung bei $\lambda_0 = 802 \text{ nm}$ bzw. $1,546 \text{ eV}$ (FWHM = 10 nm bzw. 20 meV) für $U_{\text{app}} = 0 \text{ V}$ bei Variation der Anrege-Leistung von 1 mW bis 25 mW . Die Leistung in der Abfrage beträgt jeweils ein Fünftel der Leistung in der Anregung. Deutlich zu erkennen ist die Abnahme der Oszillationstiefe, Dephasierungszeit und Frequenz mit zunehmender Anregungsdichte.

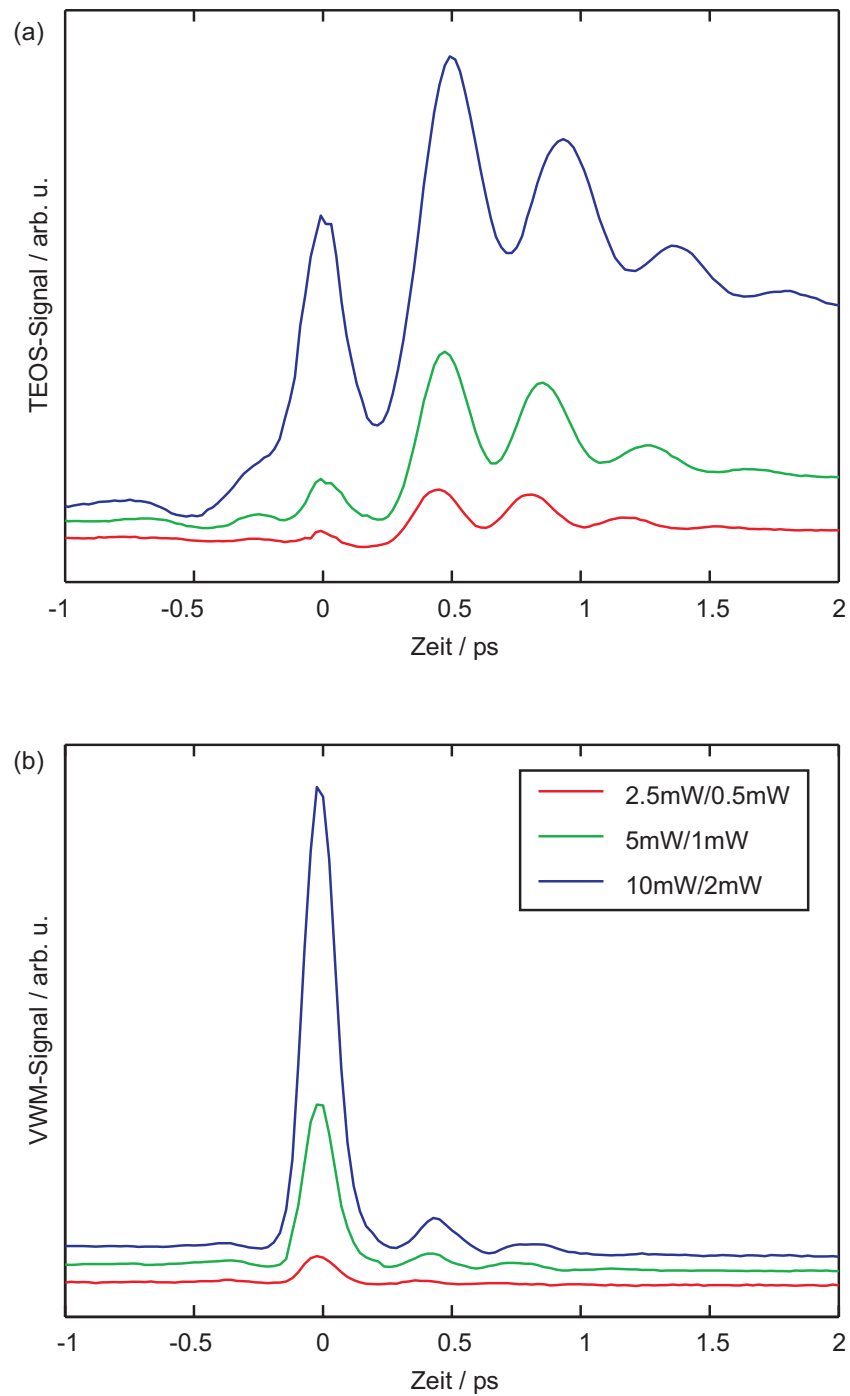


Abbildung 5.10: Probencharakterisierung: Vergleich der Anregungsdichteabhängigkeit des TEOS- und Vier-Wellen-Misch-Signals von Probe 2. Dargestellt sind Messungen für $U_{\text{app}} = 0 \text{ V}$ bei 2,5, 5 und 10 mW Anrege-Leistung. Die Leistung in der Abfrage beträgt jeweils ein Fünftel der Leistung in der Anregung. Die Parameter der TEOS-Messungen entsprechen denen in Abbildung 5.9. Beim Vier-Wellen-Mischen erfolgt die Anregung bei $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$ bzw. $1,55 \text{ eV}$ (FWHM = 16 nm bzw. 32 meV).

5.1.4 Fazit

Die Ergebnisse der vorausgegangenen Abschnitte dieses Kapitels bilden die Grundlage für die im Folgenden beschriebenen Messungen an den Übergitterproben unter dem gleichzeitigen Einfluss eines elektrischen und eines magnetischen Feldes.

Das wichtigste Ergebnis der Voruntersuchungen ist der Nachweis von Wannier-Stark-Leiter und Bloch-Oszillationen an den verwendeten Proben. Darüber hinaus konnten die für weitere Messungen sinnvollen Wellenlängenbereiche, spektralen Pulsbreiten, Anregungsleistungen und Vorspannungswerte eingegrenzt werden. Tabelle 5.4 fasst dies noch einmal zusammen.

	II 3596 (Proben 1, 2)	II 3720 (Probe 3)
λ_0 , Laserspektrum	790...800 nm (1,57...1,55 eV)	785...795 nm (1,58...1,56 eV)
FWHM, Laserspektrum	10...20 nm (20...40 meV)	10...20 nm (20...40 meV)
mittlere Anregungsleistung (max.)	10 mW	10 mW
Vorspannung U_{app}	0,8...-0,2 V (Probe 1) 2,0...-0,4 V (Probe 2)	0,8...-0,2 V

Tabelle 5.4: Probencharakterisierung: Geeignete Anregungsparameter für zeitaufgelöste optische Untersuchungen an den Übergitterstrukturen II 3596 (Proben 1, 2) und II 3720 (Probe 3). Im angegebenen Vorspannungsbereich können Bloch-Oszillationen beobachtet werden. Man beachte, dass die starke Abweichung des bei Probe 2 relevanten Vorspannungsbereichs vom Verzicht auf eine Temperung des aufgedampften Rückseitenkontakts der Probe herrührt (vgl. Abschnitte 4.1 und 5.1.1).

In den folgenden Abschnitten werden wir experimentelle Untersuchungen zu den Auswirkungen eines zusätzlich zum elektrischen Feld \mathbf{E} am Halbleiterübergitter anliegenden Magnetfeldes \mathbf{B} vorstellen. Wir werden zunächst den Fall der gekreuzten Feldanordnung betrachten, für den T. Bauer et al. mit Hilfe der THz-Emissionsspektroskopie das Auftreten eines kohärenten Hall-Stromes entlang der Richtung senkrecht zu \mathbf{E} und \mathbf{B} , den so genannten Kohärenten Hall-Effekt, nachweisen konnten [8, 9].

Im Anschluss daran werden wir auf den Fall eingehen, dass \mathbf{E} und \mathbf{B} einen Winkel $\Theta = 30^\circ$ miteinander einschließen, repräsentativ für jede andere Feldanordnung, bei der das elektrische und das magnetische Feld weder senkrecht noch parallel zueinander verlaufen.

5.2 Ergebnisse zur gekreuzten Feldanordnung

Nach dem ersten Nachweis des Kohärenten Hall-Effekts selbst, der Existenz zweier separierter Bewegungsregime und der jeweils charakteristischen Abhängigkeit der Frequenz der Ladungsträgeroszillationen von E und B mit Hilfe der THz-Emissionsspektroskopie ist der experimentelle Nachweis insbesondere folgender Vorhersagen von Interesse:

- Nach dem semiklassischen Modell besteht gemäß Gleichung (3.17) eine lineare Abhängigkeit des Betrages des Magnetfeldes vom Betrag des elektrischen Feldes am Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime.
- Nach dem semiklassischen Modell sollte in der Nähe dieses Übergangs eine Umverteilung der Oszillatorstärke von der Grundfrequenz der Ladungsträgeroszillationen auf höhere harmonische Frequenzen stattfinden.
- Am Übergang zwischen dem durch das elektrische Feld dominierten Magneto-Bloch-Regime und dem durch das Magnetfeld dominierten Zyklotron-Regime verschwindet die Lorentz-Kraft auf die Ladungsträger. Daher sollte hier die Coulomb-Wechselwirkung der Ladungsträger untereinander für die Dynamik von Bedeutung werden.

Mit Hilfe der THz-Emissionsspektroskopie können diese Vorhersagen prinzipiell nicht oder nur sehr eingeschränkt verifiziert werden. Dies hat folgende Gründe:

- Die genannten Punkte betreffen den Übergangsbereich zwischen den Bewegungsregimen. Direkt am Übergang finden jedoch keine Ladungsträgeroszillationen statt. Entsprechend wird auch keine THz-Strahlung emittiert. In der Umgebung des Übergangs ist die Intensität der emittierten THz-Strahlung äußerst gering.
- Das obere Frequenzlimit der optischen Fenster des verwendeten Kryostatsystems liegt bei etwa 2 THz. Daher ist die Detektion der THz-Emission bei hohen elektrischen Feldern, hohen Bloch-Oszillationsfrequenzen entsprechend, nicht möglich. Die mit wesentlich schwächerer Intensität angeregten höheren harmonischen Frequenzen können bereits bei niedriger Grundfrequenz nicht nachgewiesen werden.

Um obige Vorhersagen dennoch prüfen zu können, muss man sich Methoden der zeitaufgelösten *optischen* Spektroskopie (visueller Spektralbereich) bedienen, da diese nicht von den genannten Limitierungen betroffen sind. Bei der Untersuchung der Ladungsträgerdynamik haben sich hier vor allem die in den Abschnitten 4.4.1 und 4.4.2 beschriebenen zeitaufgelösten elektro-optischen Messtechniken (REOS und TEOS) sowie das Vier-Wellen-Mischen bewährt [4–7, 24, 35–44].

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass sich die eindeutige Identifizierung von Coulomb-Effekten in den Messdaten und vor allem der Nachweis ihrer besonderen Relevanz im Bereich des Übergangs als äußerst schwierig herausgestellt hat. Daher wird dieser dritte Punkt im Gegensatz zu den beiden anderen im Folgenden nicht gesondert behandelt, sondern fließt immer dann in den Text ein, wenn sich eine experimentell beobachtete Abweichung vom semiklassischen Modell möglicherweise auf Coulomb-Effekte zurückführen lassen könnte.

5.2.1 Nachweis getrennter Bewegungsregime mittels REOS und TEOS

Ein Nachweis des kohärenten Hall-Stromes entlang der Richtung senkrecht zu elektrischem und magnetischem Feld ist mit Hilfe der im Rahmen dieser Arbeit angewendeten zeitaufgelösten optischen Messtechniken nicht möglich. Zur Anknüpfung an die THz-Emissionsmessungen von T. Bauer et al. wird daher vor Bearbeitung der oben genannten offenen Fragen geprüft, ob sich mit Hilfe der zeitaufgelösten elektro-optischen Spektroskopie das Auftreten zweier getrennter Bewegungsregime abhängig vom Verhältnis $\eta = E/B$ und die charakteristische Feldabhängigkeit der Frequenzen der Ladungsträgerszillationen reproduzieren lassen. Aufgrund anfänglicher Schwierigkeiten bei der Probenpräparation für Transmissionsexperimente werden hierzu zunächst REOS-Messungen an der bereits von T. Bauer et al. zum Nachweis des Kohärenten Hall-Effekts verwendeten Probe 1 durchgeführt.

Entsprechend der farblichen Kennzeichnung der Bewegungsregime in den Abbildungen in Abschnitt 3.2.3 verwenden wir im Folgenden wieder die Farbe Rot für das Magneto-Bloch-Regime, Blau für das Zyklotron-Regime und Grün für den Übergangsbereich zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime.

REOS-Messungen

Die in Abbildung 5.11 dargestellten Messergebnisse zeigen die Magnetfeldabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 1 bei +0,6 V Vorspannung entsprechend einer elektrischen Feldstärke von etwa 6,6 kV/cm für Magnetfelder zwischen 0 T und 3 T. Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 800$ nm bzw. 1,55 eV und einer mittleren Leistung von 16 mW im Anregestrahl und 2 mW im Abfragestrahl. Das Laserspektrum wurde mittels eines Interferenzfilters mit Durchlassmaximum bei 800 nm auf eine spektrale Breite von etwa 5 nm eingeschränkt. Bei Frequenzen deutlich unterhalb von 2 THz spielt dies für die erforderliche Zeitauflösung keine Rolle und verbessert die Signalqualität, da auf diese Weise nur die relevanten Übergänge (1shh0 und 1shh-1) ohne Beimischung vieler weiterer Niveaus angeregt werden.

Wie in der Abbildung farblich markiert, kann unterhalb von 1,5 T das Magneto-Bloch-Regime, oberhalb das Zyklotron-Regime identifiziert werden. Erwartungsgemäß liegt die Oszillationsfrequenz im Zyklotron-Regime zunächst bei niedrigeren Werten als im Magneto-Bloch-Regime und steigt dann wieder mit dem Magnetfeld an. Das ebenfalls im Modell vorhergesagte Absinken der Frequenz mit steigendem Magnetfeld im Magneto-Bloch-Regime wird hier im Gegensatz zu den THz-Emissionsmessungen nicht beobachtet.

In Übereinstimmung mit den THz-Emissionsmessungen weisen die Oszillationen im Zyklotron-Regime gegenüber dem Magneto-Bloch-Regime längere Dephasierungszeiten auf. Die Anpassung einer exponentiell gedämpften Sinusschwingung an die Messdaten im Magneto-Bloch-Regime ergibt eine Dephasierungszeit (entsprechend dem $(1/e)$ -Abfall der Oszilla-

tionsamplitude) von etwa 0,7 ps, im Zyklotron-Regime erhält man dagegen etwa 1,4 ps.⁴ Dieser Wert liegt allerdings deutlich unter den mit Hilfe der THz-Emissionsmessungen im Zyklotron-Regime beobachteten Dephasierungszeiten von bis zu 4 ps (zur Interpretation vgl. Abschnitt 6.1.5.)

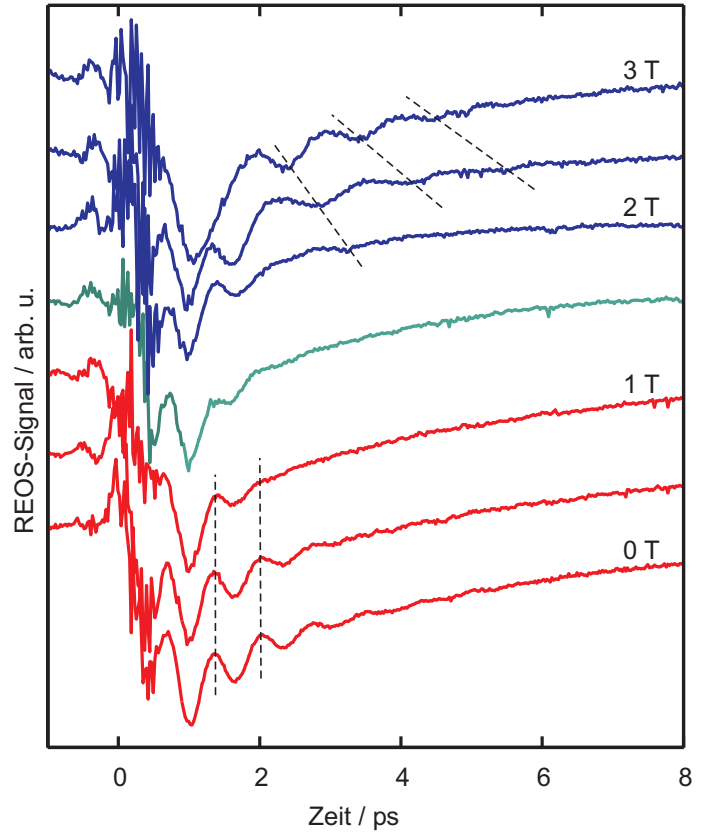


Abbildung 5.11: Gekreuzte Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 1 bei $U_{\text{app}} = 0,6 \text{ V}$ für Magnetfelder zwischen 0 T und 3 T. Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$ bzw. $1,55 \text{ eV}$ (FWHM = 5 nm bzw. 10 meV) und einer mittleren Leistung von 16 mW im Anregestrahl und 2 mW im Abfragestrahl. Entsprechend der farblichen Kennzeichnung können Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime sowie der Übergangsbereich identifiziert werden.

In Abbildung 5.12(a) ist die Magnetfeldabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 3 bei einer konstanten elektrische Vorspannung von $+0,5 \text{ V}$ und Magnetfelder zwischen $0,5 \text{ T}$ und 7 T zu sehen. Den Messungen an Probe 1 entsprechend beobachtet man eine Separation in das Magneto-Bloch- und das Zyklotron-Regime der Ladungsträgerbewegung, wobei ein eindeutiges Absinken der Frequenz mit steigendem Magnetfeld im Magneto-Bloch-Regime wiederum nicht zu erkennen ist.

Die Trennung in zwei Bewegungsregime ist auch bei der in Abbildung 5.13(a) dargestellten REOS-Messreihe zu erkennen, bei der bei einem konstanten Magnetfeld von 3 T die elektrische Vorspannung der Probe zwischen 0 V und $+1,4 \text{ V}$ variiert wurde. Wie erwartet sinkt die Frequenz im Magneto-Bloch-Regime mit dem elektrischen Feld ab. Die Messdaten

⁴Die Anpassungsfunktion lautet:

$$f = c_0 + c_1 \exp(-t/\tau_1) + c_2 \exp(-t/\tau_2) \cos(\omega t + \phi). \quad (5.1)$$

Mit Hilfe des Nelder-Mead-Simplex-Algorithmus wird durch gezielte Variation aller sieben Parameter ($c_0, c_1, \tau_1, c_2, \tau_2, \omega, \phi$) die mittlere quadratische Abweichung aller Messpunkte von der Anpassungsfunktion minimiert.

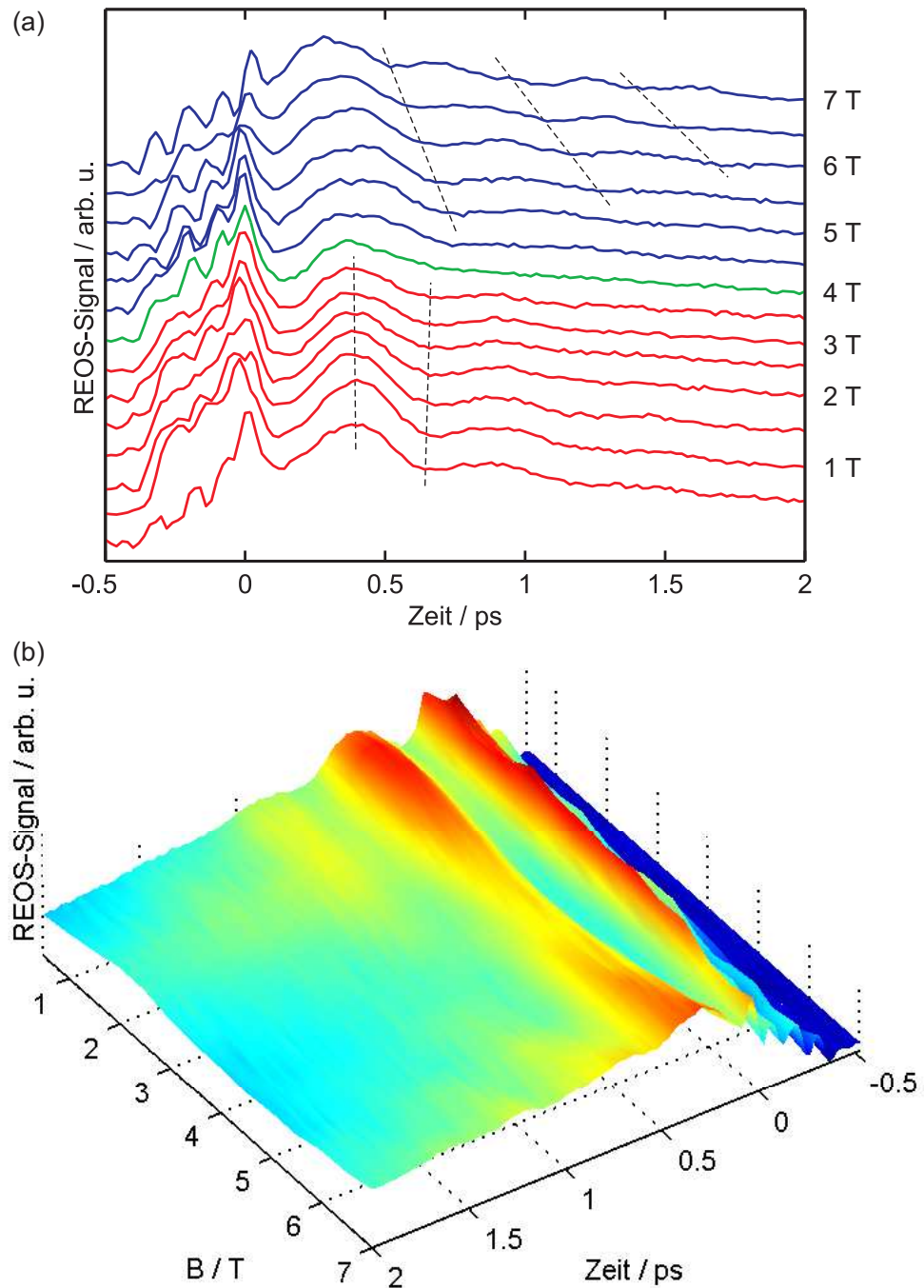


Abbildung 5.12: Gekreuzte Feldanordnung: REOS an Probe 3. (a) Magnetfeldabhängigkeit bei 0,5 V Vorspannung für Magnetfelder zwischen 0,5 T und 7 T als Wasserfallgraph. Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 784$ nm bzw. 1,581 eV (FWHM = 12 nm bzw. 24 meV) und einer mittleren Leistung von 10 mW im Anregestrahle und 2 mW im Abfragestrahl. (b) 3D-Darstellung der Daten aus Teilbild (a) mit einer Farbkodierung. Wie im Wasserfallgraphen farblich gekennzeichnet, lassen sich Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime identifizieren. Die 3D-Darstellung veranschaulicht das Absinken der Oszillationsamplitude und den Strukturverlust im Übergangsbereich.

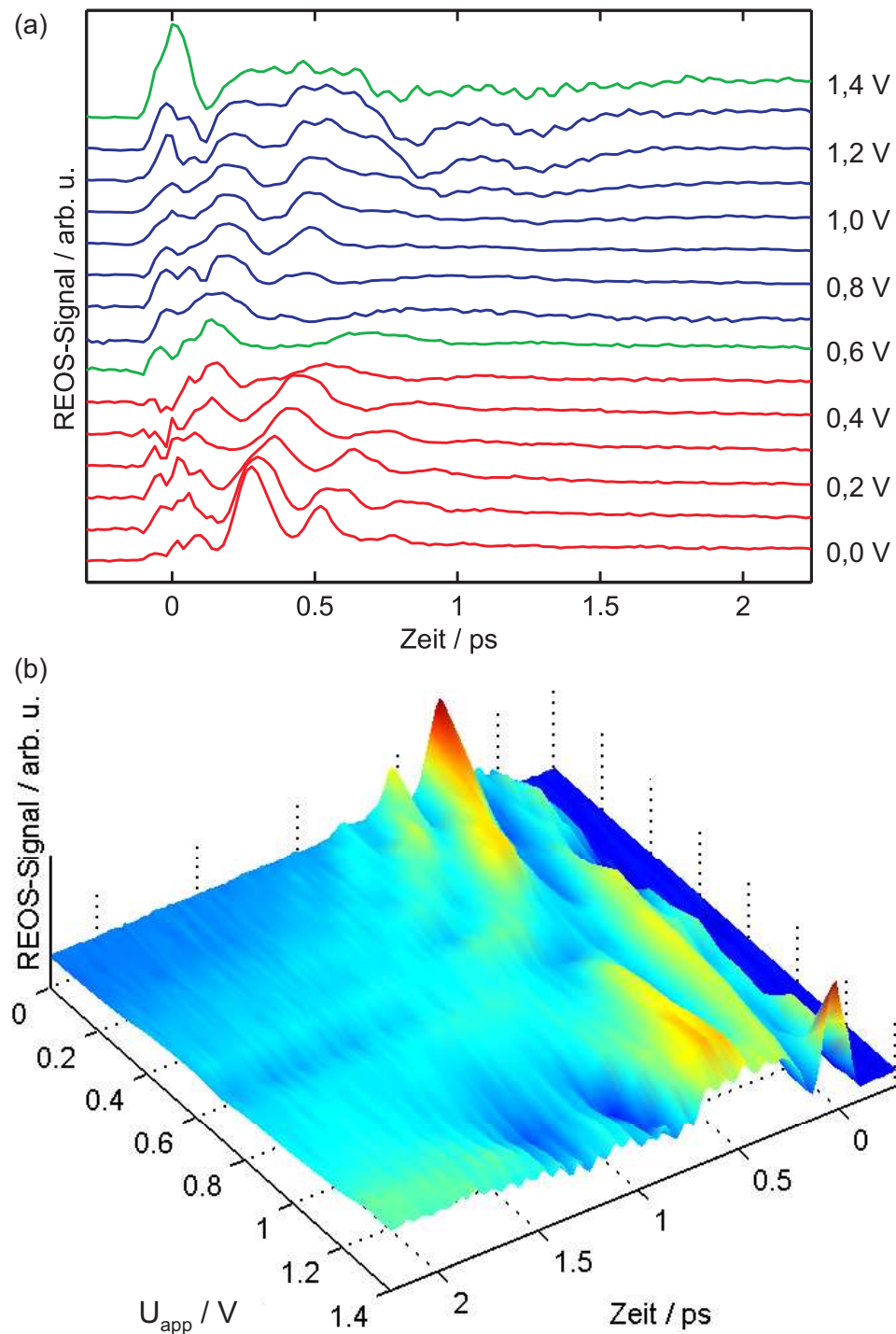


Abbildung 5.13: Gekreuzte Feldanordnung: REOS an Probe 3. (a) Vorspannungsabhängigkeit bei einem Magnetfeld von 3 T für Vorspannungswerte zwischen 0 V und 1,4 V als Wasserfallgraph. Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 785$ nm bzw. 1,579 eV (FWHM = 20 nm bzw. 40 meV) und einer mittleren Leistung von 10 mW im Anregestrahler und 2 mW im Abfragestrahl. (b) 3D-Darstellung der Daten aus Teilbild (a) mit einer Farbkodierung. Wie im Wasserfallgraphen farblich gekennzeichnet, lassen sich Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime identifizieren. Die 3D-Darstellung veranschaulicht das Absinken der Oszillationsamplitude und den Strukturverlust im Übergangsbereich.

zeigen für Vorspannungen zwischen +1 V und +1,4 V einen von den anderen Transienten stark abweichenden Verlauf auf. Eine mögliche Interpretation des Signalverlaufs und eine Begründung dafür, warum die Transiente bei +1,4 V, entsprechend unserer Farbwahl in der Darstellung, einem zweiten Übergang zugeordnet wird, wird in Abschnitt 6.1.4 gegeben.

Die Abbildungen 5.12(b) bzw. 5.13(b) zeigen die Messdaten der Teilbilder (a) jeweils in einer 3D-Darstellung, anhand derer das Absinken der Oszillationsamplitude im Übergangsbereich aufgrund der Farbkodierung sehr deutlich wird. Im Vorgriff auf die weiter unten behandelte Untersuchung der Feldabhängigkeit des Übergangs zwischen den beiden Bewegungsregimen weisen wir an dieser Stelle darauf hin, dass die dreidimensionale Darstellung der Messdaten oft besser zur Identifizierung des Übergangs geeignet ist als die Darstellung der einzelnen Transienten in einem Wasserfallgraphen.

TEOS-Messungen

Die im Folgenden vorgestellten Experimente an Probe 2 in Transmissionsgeometrie wurden aufgrund der weiter oben beschriebenen Tatsache des nicht eingetemperten Rückseitenkontakts sämtlich ohne externe Vorspannung durchgeführt, entsprechend einer über dem Übergitter abfallenden elektrischen Feldstärke von etwa 8 kV/cm bei Anregung mit einer mittleren Leistung von 10 mW in der Anregung (vgl. Abbildung 5.9 und den entsprechenden Textabschnitt).

Wie Abbildung 5.14 zeigt, kann auch an Probe 2 das Auftreten zweier getrennter Regime der Ladungsträgerbewegung in Abhängigkeit vom Verhältnis $\eta = E/B$ der äußeren Felder beobachtet werden. Aufgrund der hervorragenden Signalqualität lassen sich im Zyklotron-Regime trotz schneller Dephasierung bis zu acht Oszillationsperioden auflösen.

Die gute Signalqualität erlaubt außerdem die Ermittlung der Oszillationsfrequenzen mittels einer Fast-Fourier-Transformation (FFT) der Ladungsträgertransienten. Die Ergebnisse der FFT (Amplitudenspektren) sind in Abbildung 5.14(b) dargestellt. Vor Durchführung der Fourier-Transformation wird das sich linear mit der Zeit ändernde Hintergrundsignal abgezogen. In die Auswertung gehen nur Messdaten ab etwa 0,3 ps ein, um eine Verfälschung der Fourier-Spektren durch das Kohärenzsignal zu vermeiden. Frequenzen unterhalb von 2 THz werden herausgefiltert.

Im Magneto-Bloch-Regime liegt das Frequenzmaximum nahezu konstant etwas unterhalb von 2,5 THz, während es im Zyklotron-Regime von etwa 1,4 THz bei 4,5 T proportional zum Magnetfeld wieder auf etwa 2,5 THz bei 8 T ansteigt. Wieder wird also im Gegensatz zu den Vorhersagen des semiklassischen Modells und im Gegensatz zu den Ergebnissen der THz-Emissionsexperimente von T. Bauer et al. [8, 9] im Magneto-Bloch-Regime kein (signifikantes) Absinken der Frequenz beobachtet. Möglicherweise spielen hierbei Coulomb-Effekte eine Rolle. Darüberhinaus könnte der Frequenzrückgang durch die im Magneto-Bloch-Regime stärkere Dämpfung der Oszillationen maskiert sein.

Aus der Halbwertsbreite der entsprechenden FFT-Signaturen ergibt sich im Magneto-Bloch-Regime eine Dephasierungszeit von etwa 0,6 ps (gemessen bei 0 T) und im Zyklotron-Regime ein erwartungsgemäß höherer Wert von etwa 1,5 ps (gemessen bei 8 T). Die iterative Anpassung einer exponentiell gedämpften Sinusschwingung an die Messdaten unter Verwendung

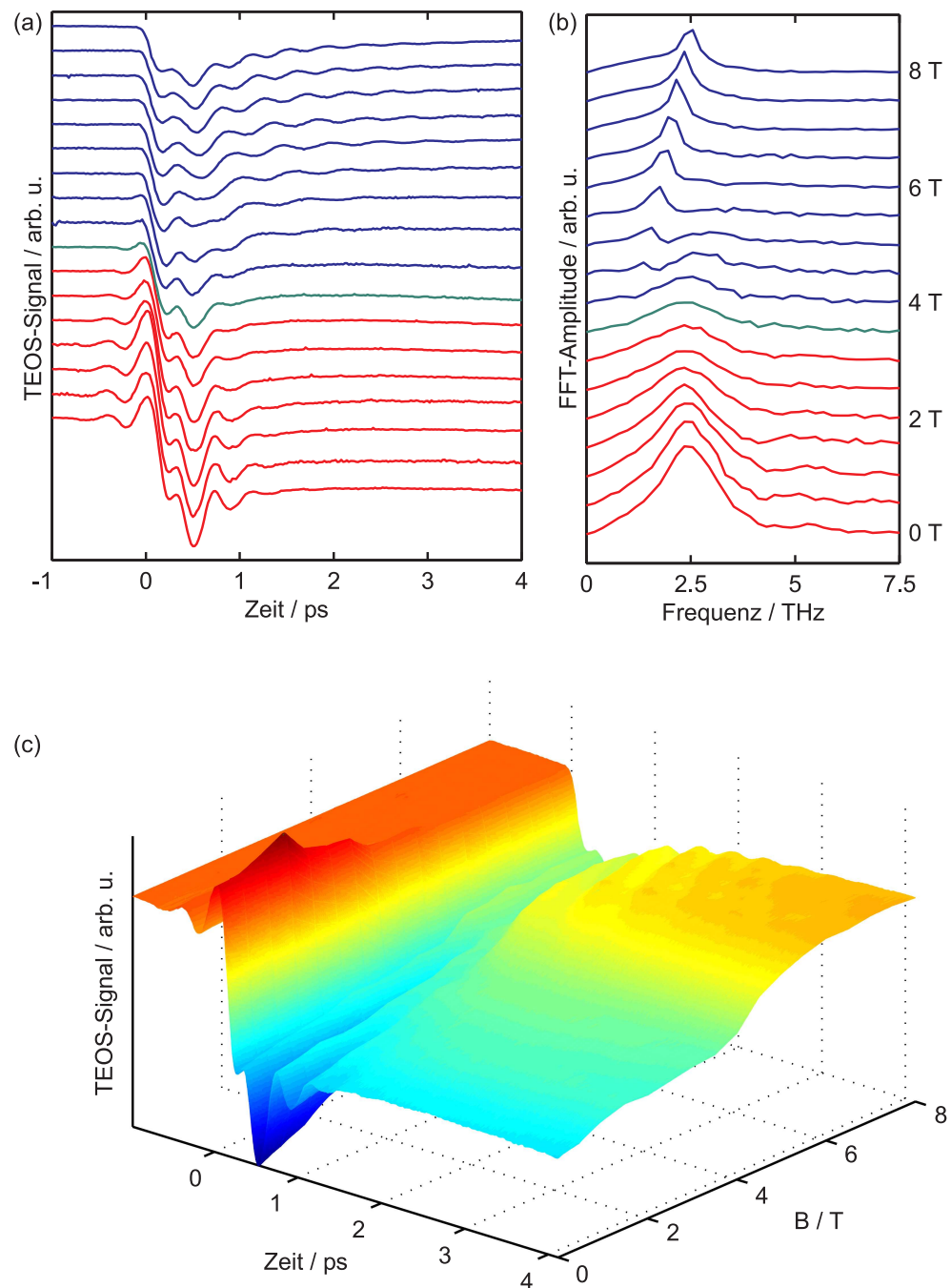


Abbildung 5.14: Gekreuzte Feldanordnung: TEOS an Probe 2. Magnetfeldabhängigkeit bei 0 V Vorspannung für Magnetfelder zwischen 0 T und 8 T. Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 800$ nm bzw. 1,55 eV (FWHM = 16 nm bzw. 32 meV) und einer mittleren Leistung von 10 mW in der Anregung und 2 mW in der Abfrage. (a) Wasserfallgraph der Ladungsträgertransienten, (b) Fast-Fourier-Transformation (FFT-Amplitude) der Daten aus (a) und (c) 3D-Darstellung der Daten aus (a) mit Farbkodierung. In (a) und (b) können Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime sowie der Übergangsbereich entsprechend der farbliche Kennzeichnung identifiziert werden.

des Nelder-Mead-Algorithmus (s. o.) liefert dagegen gemäß Abbildung 5.15 im Magneto-Bloch-Regime Dephasierungszeiten, die im Mittel bei etwa 0,25 ps liegen. Im Zyklotron-Regime schwankt das Ergebnis der Anpassung um einen Mittelwert von etwa 1 ps. Die Durchsicht aller weiteren, bei gekreuzter Feldanordnung aufgenommenen Messungen ergibt ähnliche Dephasierungszeiten. Zur Interpretation im Vergleich mit den Ergebnissen der THz-Emissionsmessungen von T. Bauer et al. sei an dieser Stelle nochmals auf Abschnitt 6.1.5 verwiesen.

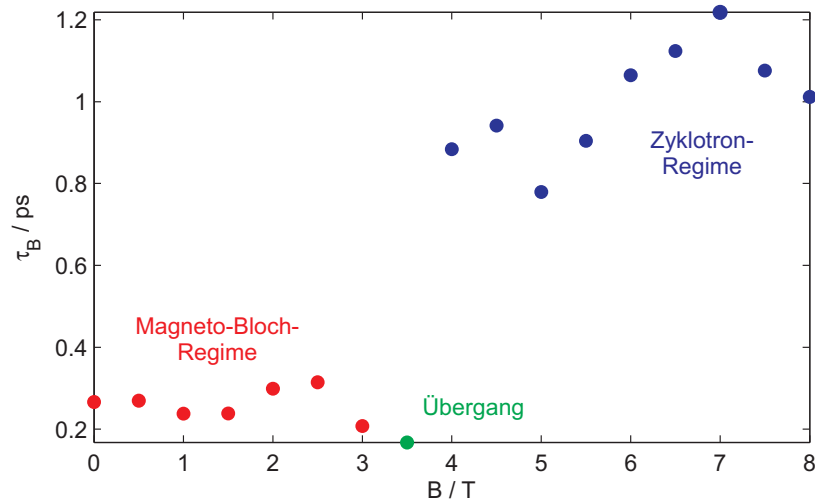


Abbildung 5.15: Gekreuzte Feldanordnung: Dephasierung der Ladungsträgeroszillationen. Ergebnis der iterativen Anpassung einer exponentiell gedämpften Sinusschwingung an die Messdaten.

5.2.2 Feldabhängigkeit des Übergangs zwischen den Bewegungsregimen

Nachdem die THz-Emissionsmessungen von T. Bauer et al. aufgrund des eingeschränkten Frequenzbereichs keine Aussage darüber zulassen, ob die im semiklassischen Modell vorhergesagte lineare Abhängigkeit des Betrages des Magnetfeldes am Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime vom Betrag des elektrischen Feldes gemäß Gleichung (3.15) tatsächlich besteht, wurden die im Rahmen dieser Arbeit aufgenommenen elektro-optischen Messdaten diesbezüglich ausgewertet.

Wie in Abschnitt 3.2.3 erläutert, hängt die Bedingung für den Übergang stark von der Anregungsenergie, d. h. von der Zentralwellenlänge des Laserpulspektrums ab. Für den Vergleich mit dem Modell wird die für eine Anregung am Miniband-Boden geltende Beziehung (3.17) herangezogen. Anregung am Miniband-Boden bedeutet im Wannier-Stark-Bild eine Anregung zwischen dem 1shh-1- und dem 1shh0-Niveau. Bei den Proben 1 und 2 (II 3596, $\Delta \approx 18$ meV) entspricht dies einer Anregungswellenlänge von etwa 800 nm und damit einer Anregungsenergie von 1,55 eV, bei Probe 3 (II 3720, $\Delta \approx 36$ meV) von etwa 784 nm bzw. 1,58 eV. Bei der Auswertung muss daher darauf geachtet werden, dass nur die Messreihen herangezogen werden, für die diese Voraussetzung erfüllt ist.

Aus diversen REOS-Messreihen, aufgenommen an den Proben 1 und 3 meist für ein kon-

stantes elektrisches Feld bei Variation des Magnetfeldes und bei einem kleinen Teil der Messungen auch umgekehrt, wird der Betrag des elektrischen und des magnetischen Feldes am Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime extrahiert. Kriterien zur Bestimmung des Übergangs sind dabei zum einen der dort auftretende Strukturverlust der Transienten sowie Unterschiede im Signalverlauf in den beiden Regimen. Hierbei werden insbesondere auch 3D-Darstellungen der Datensätze herangezogen, die aufgrund der Farbkodierung auch bei stärker verrauschten Transienten die Unterscheidung der Regime ermöglichen (vgl. Abbildung 5.12 und 5.13 sowie den zugehörigen Textabschnitt).

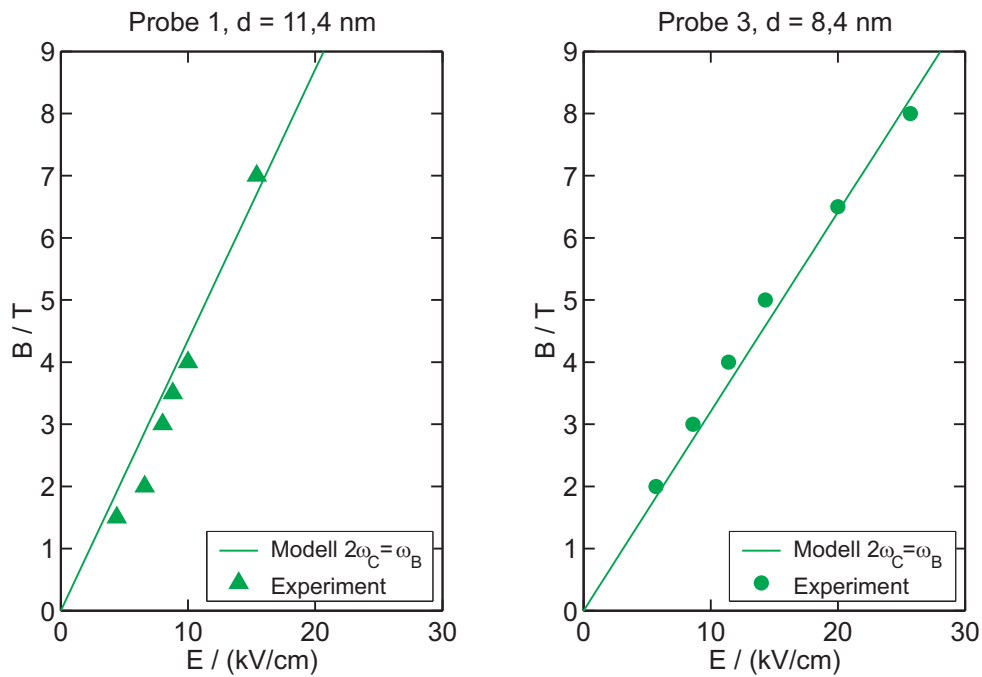


Abbildung 5.16: Gekreuzte Feldanordnung: Abhängigkeit des Magnetfeldes am Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime vom elektrischen Feld für Probe 1 und 3. Die durchgezogenen Linien entsprechen dem im semiklassischen Modell vorhergesagten linearen Zusammenhang gemäß Gleichung (3.17). Am Übergang beträgt die Bloch-Oszillationsfrequenz bei einer Anregung am Boden des Minibands gerade das Doppelte der Zyklotron-Frequenz. Die experimentellen Werte stimmen im Rahmen der Messgenauigkeit sehr gut mit dem Modell überein.

Das Ergebnis der Auswertung ist in Abbildung 5.16 zu sehen. Die aus den Messungen extrahierten Wertepaare ($E_{\text{trans}}, B_{\text{trans}}$) der Beträge von \mathbf{E} und \mathbf{B} am Übergang zwischen den Bewegungsregimen sind für beide Proben der semiklassisch vorhergesagten Abhängigkeit gemäß Gleichung (3.17) gegenübergestellt. Da die Übergitterperiode in die Gleichung als linearer Faktor eingeht, verläuft die theoretische Gerade für Probe 1 aufgrund der größeren Übergitterperiode etwas steiler als für Probe 3. Die aus den REOS-Messungen ermittelten Werte liegen im Rahmen der Messgenauigkeit sehr gut auf den theoretischen Geraden. Anhand der elektro-optischen Messungen kann somit der durch das semiklassische Modell vorhergesagte lineare Zusammenhang von B und E am Übergang experimentell bestätigt werden.

Die Unsicherheit bei der Bestimmung von E und B am Übergang beträgt für die Mes-

sungen bei Variation des Magnetfeldes etwa $\pm 2 \text{ kV/cm}$ für E_{trans} (Unsicherheit bei der Bestimmung der intrinsischen Vorspannung, die gemäß Gleichung (4.2) in die Berechnung des elektrischen Feldes eingeht bzw. Unsicherheit aufgrund der Wahl der zur Bestimmung des elektrischen Feldes verwendeten Methode [63]) und maximal etwa $\pm 0,5 \text{ T}$ für B_{trans} (Unsicherheit bei der Bestimmung der Kurve einer Messreihe, die am nächsten am Übergang liegt).

5.2.3 Untersuchung der gemessenen Transienten auf höhere harmonische Frequenzen

Entsprechend der zweiten zu Anfang von Abschnitt 5.2 festgehaltenen offenen Frage wurden die zeitaufgelösten Messdaten auf das Auftreten höherer harmonischer Frequenzen untersucht. Hierbei sollte insbesondere geprüft werden, ob die Intensität höherer Harmonischer, dem semiklassischen Modell gemäß, bei Annäherung an den Übergang zwischen den Bewegungsregimen zunimmt und ob im Magneto-Bloch-Regime neben der Grundfrequenz die 2. Harmonische an Bedeutung gewinnt, im Zyklotron-Regime dagegen die 3. Harmonische (siehe hierzu auch die theoretischen Betrachtungen in Abschnitt 3.2.3).

Bei sorgfältiger Durchsicht der in diesem Kapitel bisher gezeigten Datensätze sowie aller weiteren Messdaten lässt sich allerdings kein solcher Befund feststellen. Zwar weichen die oszillatorischen Signale z. T. von einem rein harmonischen Verlauf ab. Eine genauere Auswertung ergibt jedoch (i) *keine* eindeutige Zuordnung der 2. bzw. der 3. Harmonischen zum Magneto-Bloch- bzw. zum Zyklotron-Regime und (ii) *keine* Zunahme der Beiträge höherer Harmonischer zum Signal in der Nähe des Übergangs zwischen den beiden Bewegungsregimen. In den Messergebnissen stellt es sich häufig so dar, dass Unregelmäßigkeiten, die sich auf höhere harmonische Frequenzen zurückführen lassen könnten, bereits im magnetfeldfreien Fall vorhanden sind und durch das Magnetfeld auch nicht beeinflusst werden.

Betrachten wir in diesem Zusammenhang noch einmal die in Abbildung 5.14(a) dargestellten TEOS-Transienten, bei denen es sich um Signale mit einem hervorragenden Signal-zu-Rausch-Verhältnis handelt. Wie man in Abbildung 5.14(b) sieht, ergibt eine Fourier-Analyse (FFT) selbst unter diesen sehr guten Voraussetzungen keinen Hinweis auf eine Erhöhung der Intensität höherer Harmonischer in der Umgebung des Übergangs.

Bei niedrigen Magnetfeldern weisen die Frequenzspektren zwar neben der Grundfrequenz ein Nebenmaximum bei der doppelten Grundfrequenz auf. Deren Amplitude verringert sich jedoch bei Annäherung an den Übergang sogar etwas. Die dreifache Grundfrequenz lässt sich in den Frequenzspektren im Zyklotron-Regime nicht identifizieren.

Mögliche Ursachen dafür, dass auch mit Hilfe der zeitaufgelösten elektro-optischen Spektroskopie keine höheren harmonischen Moden der Ladungsträgeroszillationen nachgewiesen werden können, obwohl die zu Anfang von Abschnitt 5.2 für die THz-Emission genannten Einschränkungen für die hier verwendeten Messtechniken nicht gelten, werden in Abschnitt 6.1.3 diskutiert.

5.3 Ergebnisse zur schiefen Feldanordnung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die unserer Kenntnis nach erste Untersuchung der zeitaufgelösten elektro-optischen Respons eines Halbleiterübergitters unter dem Einfluss eines elektrischen und eines magnetischen Feldes bei schiefer Feldanordnung durchgeführt. Auf die Ergebnisse dieser Untersuchung werden wir im Folgenden eingehen.

5.3.1 Nachweis des selbstinduzierten Gleichstroms mittels TEOS

Den Anstoß für das in diesem Abschnitt vorgestellte Experiment gaben Transportmessungen von T. M. Fromhold et al. an einem GaAs/AlAs-Übergitter im elektrischen und magnetischen Feld, wobei die Richtungen von \mathbf{E} und \mathbf{B} einen Winkel Θ miteinander einschließen, für den gilt: $0 < \Theta < 90^\circ$ [14, 89].

In den beiden genannten Referenzen wird die Beobachtung einer resonanten Erhöhung der differentiellen Leitfähigkeit der Probe und damit des Stromes in der Strom-Spannungskennlinie darauf zurückgeführt, dass es immer dann zu einem Übergang von lokalisierten zu räumlich ausgedehnten elektronischen Eigenzuständen kommt, wenn die Resonanzbedingung $\omega_B = n\omega_C \cos \Theta = n\omega_{Cx}$ erfüllt ist.

Dies sind die in Abschnitt 3.2.5 erwähnten Stark-Zyklotron-Resonanzen, die eine Delokalisierung der Ladungsträgerwellenfunktionen ermöglichen und so zu einem resonanten Gleichstrom führen. Dieser äußert sich, wie an gleicher Stelle ausgeführt, in einem resonanzartigen Verlauf der räumlichen Auslenkung der Ladungsträger in x-Richtung in Abhängigkeit des Magnetfeldes. Die Ladungsträgerverschiebung wirkt sich wiederum auf das interne Feld in der Probe aus und sollte damit in zeitaufgelösten elektro-optischen Experimenten nachzuweisen sein (vgl. Abschnitt 4.4.1).

T. M. Fromhold et al. variieren zum Durchfahren der Resonanzen den Winkel Θ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} durch Rotation der Probe im Magnetfeld. Die Richtung des elektrischen Feldes ist fest an die Probe gebunden und entspricht der Wachstumsrichtung des Übergitters (x-Richtung). Diese Verfahrensweise kann bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten TEOS-Messungen nicht angewendet werden, da die elektro-optische Respons der Probe bereits im magnetfeldfreien Fall stark winkelabhängig ist und daher echte Resonanzeffekte möglicherweise übersehen werden könnten.

Aus diesem Grund wird stattdessen bei einem konstanten Winkel $\Theta = 30^\circ$ das Magnetfeld variiert. Die so aufgenommenen TEOS-Transienten für Magnetfelder zwischen 0 T und 8 T sind in Abbildung 5.17 zu sehen. Von Messung zu Messung wird das Magnetfeld jeweils um 0,2 T erhöht. Bei einer mittleren Anregungsleistung von 10 mW im Anregestrahl liegt das elektrische Feld bei dem leicht abgeschirmten intrinsischen Wert von etwa 8 kV/cm (vgl. Abbildung 5.9 und den entsprechenden Textabschnitt). Gemäß der oben genannten Bedingung sollten unter diesen Umständen im erfassten Magnetfeldbereich Resonanzen bei etwa 6,1 T, 3 T, 2 T, 1,5 T, 1,2 T... entsprechend $n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$ auftreten.

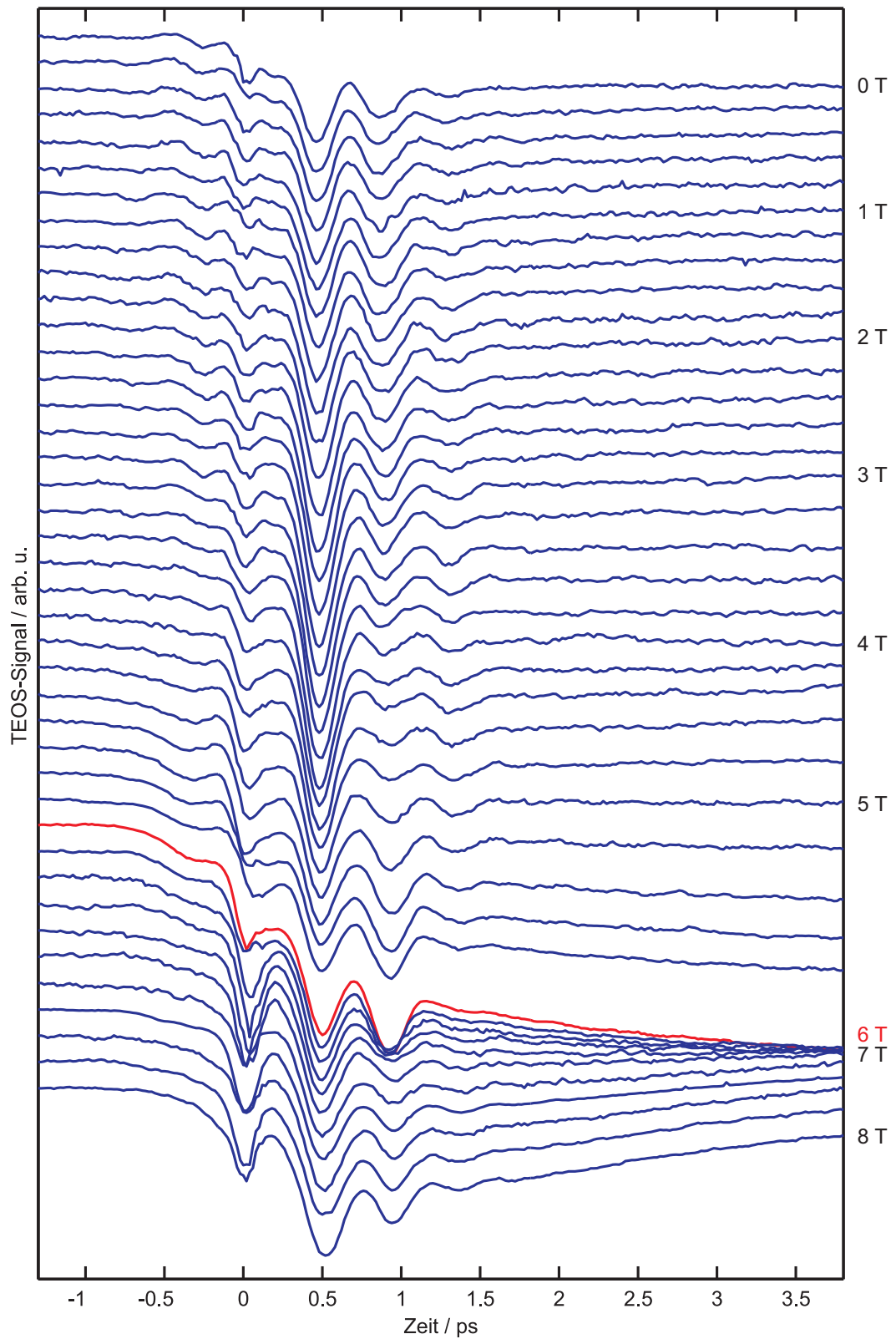


Abbildung 5.17: Schiefe Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit der TEOS-Transienten von Probe 2 bei 0 V Vorspannung und einem Winkel $\Theta = 30^\circ$ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} als Wasserfallgraph. Das Magnetfeld wird zwischen 0 T und 8 T variiert. Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 800$ nm bzw. 1,55 eV (FWHM = 13 nm bzw. 26 meV) und einer mittleren Leistung von 10 mW im Anregestrahnl und 2 mW im Abfragestrahl.

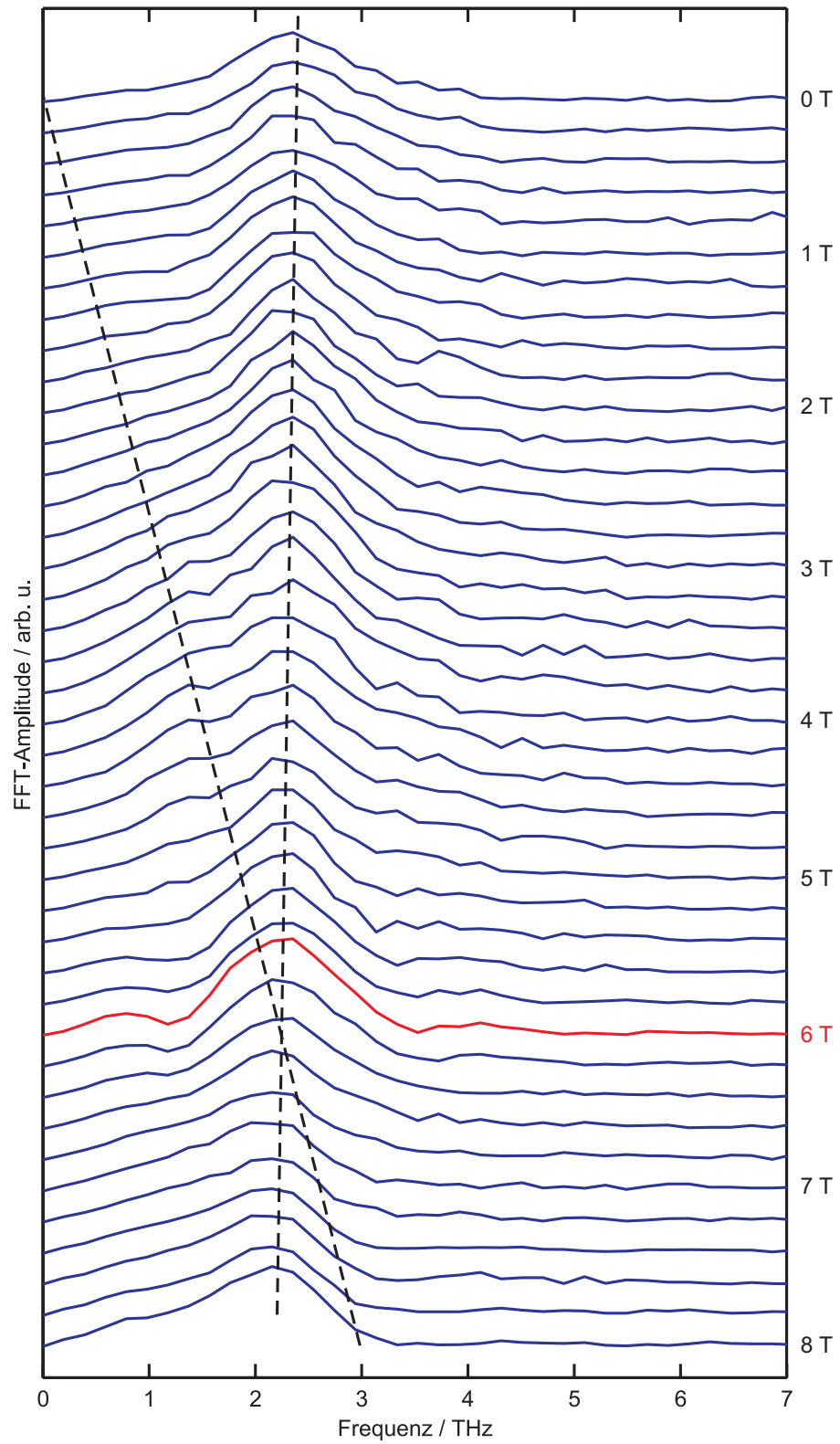


Abbildung 5.18: Schiefe Feldanordnung: Frequenzspektren (Fast-Fourier-Transformation, FFT-Amplitude) der TEOS-Transienten aus Abbildung 5.17.

Wie man insbesondere anhand der 3D-Darstellung in Abbildung 5.19 deutlich erkennen kann, kommt es bei Magnetfeldern um 6 T zu einer deutlichen resonanzartigen Absenkung des elektro-optischen Signals zu späten Zeiten, die sich einer verstärkten elektrischen Feldabschirmung im Bereich der fundamentalen Resonanz ($n = 1$) der Bloch-Oszillation mit der Frequenz ω_B und der Zyklotron-Oszillation in der Übergitterebene mit der Frequenz ω_{Cx} zuschreiben lässt. Die zusätzlich erwarteten Resonanzen bei niedrigeren Magnetfeldern lassen sich nicht eindeutig identifizieren. Allerdings weist das TEOS-Signal zu späten Zeiten bei etwa 4 T ein weiteres Minimum auf.

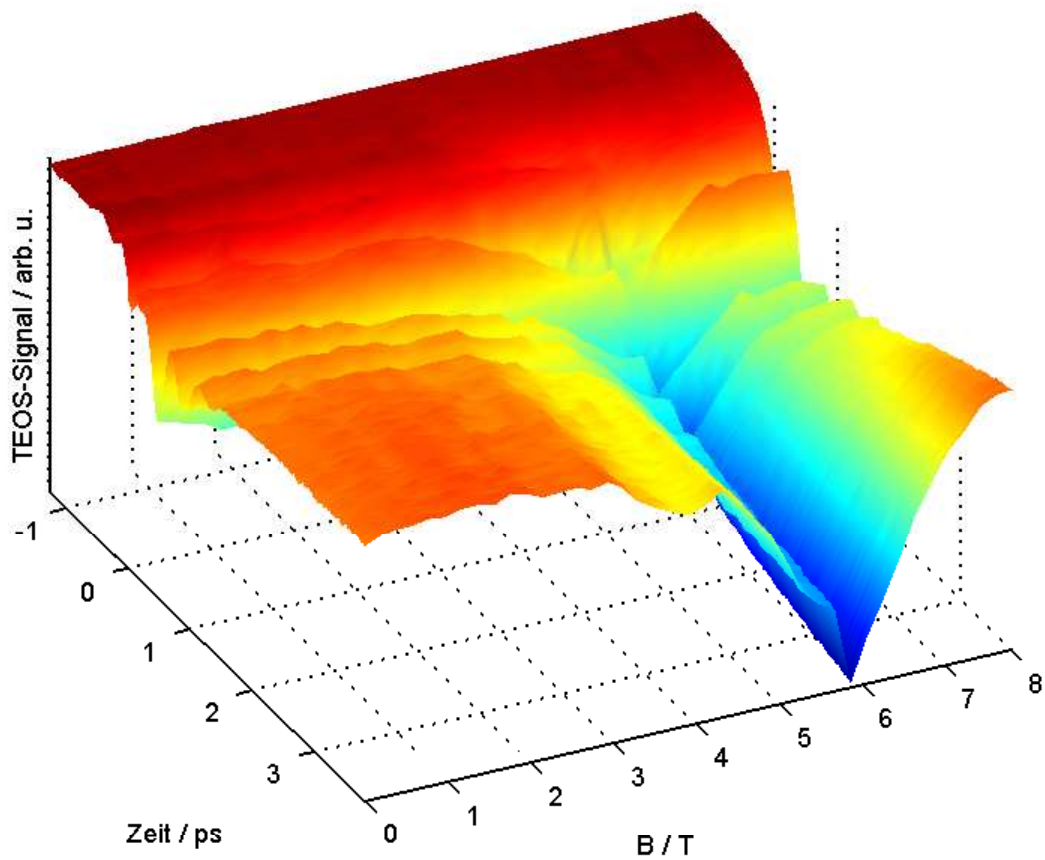


Abbildung 5.19: Schiefe Feldanordnung: 3D-Darstellung der TEOS-Transienten aus Abbildung 5.17 mit Farbkodierung zur Veranschaulichung des resonanzartigen Signalverlaufs in Abhängigkeit des Magnetfeldes.

Auffällig ist außerdem, dass die oszillatorische Komponente der elektro-optischen Respons für Magnetfelder im Bereich der Resonanz (etwa zwischen 5,8 T und 6,2 T) nach zwei Perioden mit etwa gleich starker Amplitude abrupt abbrechen, was den Anschein einer Interferenzstruktur erweckt. Einen ähnlichen Verlauf haben die Transienten für Magnetfelder zwischen 4,2 T und 4,8 T und damit im Bereich des zweiten Minimums. Auf diese Beobachtung gehen wir im Rahmen der Diskussion der Messergebnisse in Abschnitt 6.2.3 näher ein.

Der elektro-optische Effekt in der Übergitterprobe ist aufgrund der bei GaAs relevanten

Komponenten des elektro-optischen Tensors r_{ij} (vgl. Abschnitt 2.2) auch bei nicht senkrechter Inzidenz hauptsächlich auf die Änderung elektrischer Dipolmomente entlang der Wachstumsrichtung (x-Richtung) sensitiv. Somit ist der oszillatorische Anteil der gemessenen Signale hauptsächlich auf die Bloch-Oszillation zurückzuführen. Der Anteil der Zyklotron-Oszillation der Ladungsträger in der Übergitterebene sollte in den TEOS-Signalen kaum zum Tragen kommen.

Abbildung 5.18 zeigt Frequenzamplitudenspektren (Fast-Fourier-Transformation, FFT) der Daten aus Abbildung 5.17. Vor Durchführung der Fourier-Transformation wird wie bei der Erstellung von Abbildung 5.14 das sich linear mit der Zeit ändernde Hintergrundsignal abgezogen. In die Auswertung gehen in diesem Fall nur Messdaten ab etwa 0,2 ps ein, um eine Verfälschung der Fourier-Spektren durch das Kohärenzsignal zu vermeiden. Frequenzen unterhalb von 2 THz werden wie zuvor herausgefiltert.

In der Abbildung ist die Position des Frequenzmaximums entsprechend der Bloch-Oszillationsfrequenz und der theoretische Verlauf der Frequenz der Zyklotron-Oszillation innerhalb der Übergitterebene ω_{Cx} in Abhängigkeit des Magnetfeldes jeweils durch eine gestrichelte Linie gekennzeichnet.

Die Frequenzspektren zeigen sehr deutlich, dass die Bloch-Oszillationsfrequenz vom Magnetfeld kaum beeinflusst wird. Zwischen 0 T und 8 T ist ein Frequenzrückgang von etwa 2,34 THz auf 2,19 THz, d. h. um 0,15 THz, zu verzeichnen. Trotz der Frequenzfilterung bei der Auswertung zeigt sich unterhalb der Bloch-Oszillationsfrequenz noch ein schwaches Nebenmaximum, das annähernd auf der Geraden für die Magnetfeldabhängigkeit der Zyklotronfrequenz liegt.

5.3.2 Auswertung der Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals zu späten Zeiten

Durch den Vergleich der in Abschnitt 3.2.5 im Rahmen einer analytischen Näherung hergeleiteten Formel für die räumliche Ladungsträgerauslenkung $X(\infty)$ im Limes $\tau \rightarrow \infty$ mit der gemessenen Magnetfeldabhängigkeit des Signals zu späten Zeiten nach der Anregung, d. h. nach Abklingen der Oszillationen, können die Modellparameter ermittelt werden.

Hierzu wird im Folgenden zunächst eine grobe Abschätzung vorgenommen, deren Ergebnis zur Festsetzung von Startwerten für die anschließende genauere Parameterbestimmung durch iterative Anpassung der theoretischen Abhängigkeit an die Messdaten dienen kann. Wir konzentrieren uns bei der groben Abschätzung auf das erweiterte Modell mit $\Gamma_{\mathcal{E}} \neq \Gamma_v$, bei dem die Magnetfeldabhängigkeit von $X(\infty)$ durch Gleichung (3.78) beschrieben wird. Die iterative Anpassung wird außerdem für den im Rahmen des einfachen Modells durch Gleichung (3.65) beschriebenen Resonanzverlauf durchgeführt.

Geht man davon aus, dass die Zyklotronfrequenz ω_{Cx} , die nur vom Magnetfeld und der elektronischen Effektivmasse abhängt, experimentell am genauesten vorgegeben ist, so können die übrigen Modellparameter aus dem gemessenen Resonanzverlauf bestimmt werden. Dies sind die Parameter ω_B , Γ_C , Γ_B bzw. $\Gamma_{\mathcal{E}}$ und Γ_v sowie ein Skalenfaktor (*Skf*) zur Beschreibung der reduzierten, dimensionslosen Größe $X(\infty)$. Der Skalenfaktor stellt die Relation

zwischen den gemessenen elektro-optischen Signalen und der Verschiebung X dar und ist durch die experimentellen Gegebenheiten wie etwa Laserintensität, Detektorempfindlichkeit und die elektro-optischen Eigenschaften der Probe bestimmt.

Abschätzung der Modellparameter aus dem Resonanzverlauf

Bei der analytischen Parameterabschätzung konzentrieren wir uns, wie bereits angekündigt, auf die erweiterte Modellvariante mit Unterscheidung von Impuls- und Energierelaxation. Die Parameterabschätzung erfolgt anhand der Messdaten in Abbildung 5.17 in den folgenden vier Schritten:

1. Die Bloch-Oszillationsfrequenz ω_B^0 wird aus der Lage der Resonanz bestimmt. Wir bestimmen das Resonanzmagnetfeld aus der angepassten Kurve in Abbildung 5.20 zu etwa 5,9 T und errechnen daraus gemäß Gleichung (6.1) für $\Theta = 30^\circ$ eine Resonanzfrequenz von etwa $\omega_{Cx} \approx \omega_B^0 \approx 13,41$ THz. Damit ist nun der Übergang von der realen Zeit t auf die reduzierte Zeit $\tau = \omega_B^0 t$ möglich, was zum Vergleich mit der Formel für $X(\infty)$ notwendig ist.
2. Im zweiten Schritt werden $\Gamma_{\mathcal{E}}$ und der Skalenfaktor Skf aus dem Verlauf der Transienten bestimmt. Es gilt für zwei beliebige Punkte einer Transienten außerhalb der Resonanz nach Abklingen der Oszillationen in guter Näherung:

$$x_1 = 1 \cdot Skf + \Gamma_{\mathcal{E}} \tau_1 \cdot Skf \quad \text{und} \quad x_2 = 1 \cdot Skf + \Gamma_{\mathcal{E}} \tau_2 \cdot Skf. \quad (5.2)$$

$\Gamma_{\mathcal{E}}$ und Skf sind die Lösungen dieses Gleichungssystems.

Wir wenden dies auf die Transiente bei 1,6 T an und wählen $t_1 = 1,7$ ps ($\tau_1 \approx 22,8$) mit $x_1 = -0,25$ und $t_2 = 3,8$ ps ($\tau_2 \approx 50,97$) mit $x_2 = -0,23$. Hieraus ergibt sich $\Gamma_{\mathcal{E}} \approx 0,0029$ ($\tau_{\mathcal{E}} \approx 26$ ps) und $Skf \approx -0,24$.

Bei der zur Berechnung ausgewählten Transienten liegt die Steigung nach Abklingen der Oszillationen etwa beim Mittelwert der Steigungen der Messkurven für Magnetfelder zwischen 0 T und 2,8 T (vgl. Abbildung 6.13). In diesem Bereich ergibt sich gemäß Abbildung 6.13 die kleinste Steigung bei 0 T, die größte bei 2 T. Man erhält aus den entsprechenden Messdaten für $\Gamma_{\mathcal{E}} \approx 0,0003$ bzw. $\Gamma_{\mathcal{E}} \approx 0,009$ und damit Werte, die maximal zehnmal kleiner bzw. dreimal größer sind. Der Skalenfaktor berechnet sich zu etwa $-0,28$ bzw. $-0,22$ und weicht damit maximal um 16% von dem für 1,6 T bestimmten Wert ab.

3. Die Resonanzüberhöhung bei $\alpha = 1$ lässt sich bei Vernachlässigung von Produkten und höheren Potenzen der Dämpfungskonstanten sowie des zweiten Terms in den eckigen Klammern in Gleichung (3.78), der klein gegenüber dem ersten ist, näherungsweise schreiben als:

$$\Delta X(\infty, \alpha = 1) \approx \frac{A \tan^2 \Theta}{4(\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v)} \cdot \frac{1}{\frac{\Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v}{2} + \Gamma_C} \quad (5.3)$$

Wie in Abschnitt 3.2.5 bereits erwähnt, gilt daneben für die volle Halbwertsbreite der Resonanzkurve in guter Näherung:

$$\text{FWHM} = \Gamma_{\mathcal{E}} + \Gamma_v + 2\Gamma_C. \quad (5.4)$$

Die experimentelle volle Halbwertsbreite liest man aus Abbildung 5.20 zu etwa 1,47 T oder, umgerechnet auf α , zu etwa 0,25 ab.

$\Gamma_{\mathcal{E}}$ wurde oben bereits bestimmt. Nach Ermittlung der vollen Halbwertsbreite kann hiermit in Gleichung (5.3) eine der noch unbekanntenen Dämpfungskonstanten eliminiert werden. Der Fall $\alpha = 1$ entspricht in unserem Experiment dem Magnetfeldwert in Resonanz, d. h. $B \approx 6$ T.

Zur Berechnung wird der Signalwert bei $t = 3,8$ ps in der Transiente bei 6 T mittels Division durch *Skf* in dimensionslose Einheiten umgerechnet. Man erhält $x \approx 5,21$ und damit eine Resonanzüberhöhung von $x - 1 \approx 4,21$, die für $X(\infty, \alpha = 1)$ eingesetzt wird. Mit $A = m^*/m_x = 0,067/0,114 \approx 0,59$ und $\Theta = 30^\circ$ erhält man $\Gamma_v \approx 0,09$ ($\tau_v \approx 0,83$ ps).

4. Aus der obigen Formel für die volle Halbwertsbreite erhält man schließlich $\Gamma_C \approx 0,078$ ($\tau_C \approx 1,05$ ps).

Genauere Bestimmung der Modellparameter aus dem Resonanzverlauf

Zur genaueren Ermittlung der Parameter, die den Resonanzverlauf bestimmen, wird die Magnetfeldabhängigkeit von $X(\infty)$ zunächst gemäß Gleichung (3.78) im Rahmen des **erweiterten Modells** für $\Gamma_v \neq \Gamma_{\mathcal{E}}$ an die experimentellen Daten angepasst.⁵ Die Startwerte der freien Modellparameter werden auf Basis der obigen Schätzwerte gewählt. Hierzu werden bei jeder Transiente aus Abbildung 5.17 die Messdaten von $\tau_{pp} = 1,7$ ps (d. h. nach Abklingen der Oszillationen) bis $\tau_{pp} = 3,8$ ps gemittelt und die so ermittelten Werte gegen das Magnetfeld aufgetragen. Die Mittelung wird durchgeführt, um den Einfluss von Signalschwankungen bei der Messung, z. B. infolge einer Drift der Laserzentralwellenlänge, zu reduzieren.

Es wird folgende Funktion an die Messdaten angepasst:

⁵Die Anpassungen werden wieder mittels des Nelder-Mead-Simplex-Algorithmus durchgeführt (vgl. Abschnitt 5.2.1).

$$\begin{aligned}
X(\infty)^{\text{Fit1}} = & Skf \cdot \left(\frac{1}{1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v} + \right. \\
& + \frac{A\alpha^2 \tan^2 \Theta}{8\frac{\Gamma_{\mathcal{E}}+\Gamma_v}{2}(1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v)^2} \cdot \left[\frac{(1 - \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v)[\Gamma_C + \frac{\Gamma_{\mathcal{E}}+\Gamma_v}{2}(2 - \alpha/\beta) + (1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v)\Gamma_{\mathcal{E}}(1 - \alpha/\beta)]}{(\beta - \alpha)^2 + (\frac{\Gamma_{\mathcal{E}}+\Gamma_v}{2} + \Gamma_C)^2} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{(1 - \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v)[\Gamma_C + \frac{\Gamma_{\mathcal{E}}+\Gamma_v}{2}(2 + \alpha/\beta) + (1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v)\Gamma_{\mathcal{E}}(1 + \alpha/\beta)]}{(\beta + \alpha)^2 + (\frac{\Gamma_{\mathcal{E}}+\Gamma_v}{2} + \Gamma_C)^2} \right] + \frac{\Gamma_{\mathcal{E}}}{1 + \Gamma_{\mathcal{E}}\Gamma_v} \tau_{\infty} \right) \quad (5.5)
\end{aligned}$$

Man beachte, dass hierbei nur der dominante Driftterm mit τ_{∞} berücksichtigt wurde. Bei der Anpassung wird $t_{\infty} = 4$ ps gesetzt (entsprechend etwa der maximalen zeitlichen Verschiebung zwischen Anrege- und Abfragepuls im Experiment) und die Energierelaxation auf $\Gamma_{\mathcal{E}} = 0$ festgehalten,⁶ während Skf , ω_B^0 , Γ_v und Γ_C variiert werden.⁷ Das Ergebnis der Anpassung ist in Abbildung 5.20 dargestellt.

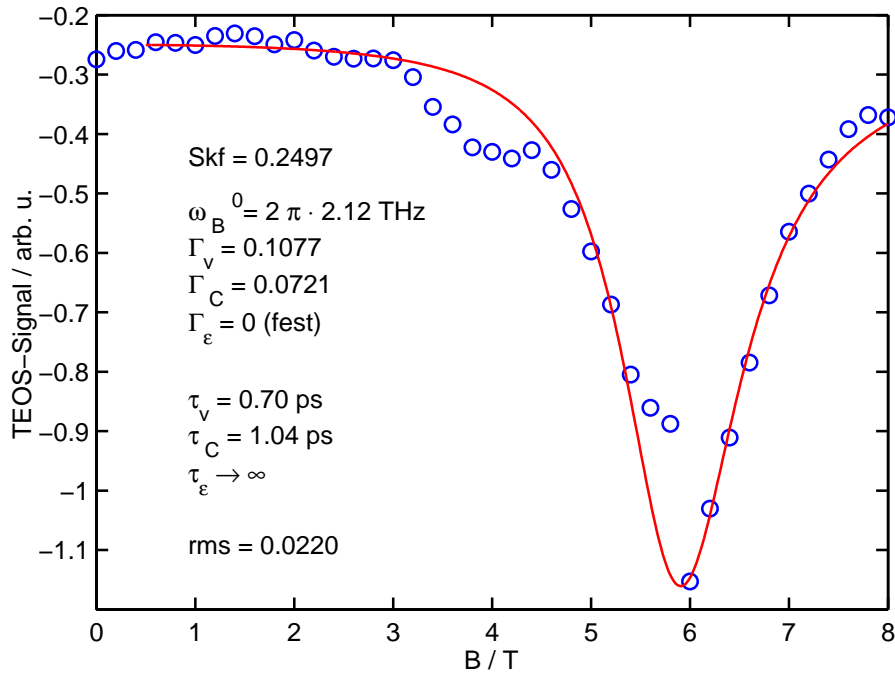


Abbildung 5.20: Schiefe Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals zu späten Zeiten und numerische Anpassung gemäß Gleichung (5.5).

Die Anpassung wird so durchgeführt, dass die Unregelmäßigkeiten der Messwerte zwischen

⁶Wird $\Gamma_{\mathcal{E}}$ bei der Anpassung freigegeben, so führt dies je nach Wahl des Startwertes im Ergebnis zu negativen Relaxationskonstanten.

⁷Zur Wahl einer verschwindenden Energierelaxationskonstante vgl. Abschnitt 6.2.3.

3,2 T und 4,2 T (zweites Minimum) sowie zwischen 5,6 T und 5,8 T (Sprung) nicht berücksichtigt werden. Diese Magnetfeldbereiche gehen somit auch nicht in die Berechnung der mittleren quadratischen Abweichung (engl. *root mean square*, *rms*) der Anpassung von den Messdaten ein. Die Ursache für das zweite Minimum bei etwa 4 T konnte, wie oben bereits erwähnt, bis jetzt nicht geklärt werden. Die Unregelmäßigkeit zwischen 5,6 T und 5,8 T dagegen ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass zunächst die Transienten von 6 T bis 8 T aufgenommen wurden und die Messreihe anschließend von 5,8 T bis 0 T vervollständigt wurde. Möglicherweise war die Zentralwellenlänge des Kurzpulslaserspektrums oder die Laserleistung in der Zwischenzeit leicht gedriftet.

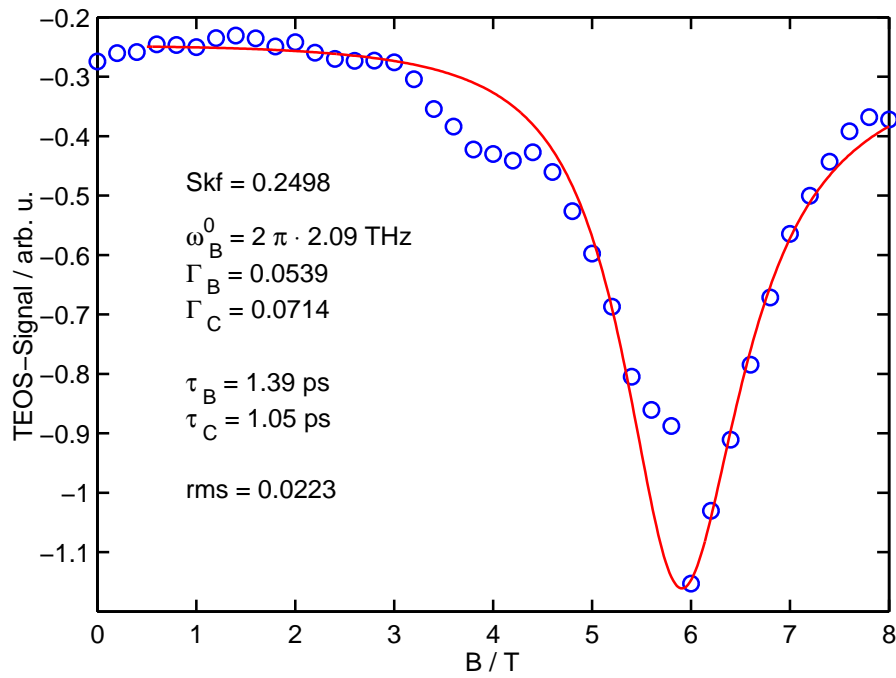


Abbildung 5.21: Schiefe Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals zu späten Zeiten und numerische Anpassung gemäß Gleichung (5.6).

Analog erfolgt die Anpassung des Resonanzverlaufs gemäß Gleichung (3.65) im Rahmen des **einfachen Modells** für den Fall $\Gamma_v = \Gamma_\varepsilon \equiv \Gamma_B$ mit der Anpassungsfunktion:

$$\begin{aligned}
 X(\infty)^{\text{Fit2}} = Skf \cdot & \left(\frac{1}{1 + \Gamma_B^2} + \frac{A\alpha^2 \tan^2 \Theta}{8(1 + \Gamma_B^2)^2 \Gamma_B} \cdot \right. \\
 & \cdot \left[\frac{(1 - \Gamma_B)(\Gamma_C + \Gamma_B(2 + \alpha)) + (1 + \Gamma_B^2)\Gamma_B(1 + \alpha)}{(\alpha + 1)^2 + (\Gamma_B + \Gamma_C)^2} + \right. \\
 & \left. \left. + \frac{(1 - \Gamma_B)(\Gamma_C + \Gamma_B(2 - \alpha)) + (1 + \Gamma_B^2)\Gamma_B(1 - \alpha)}{(\alpha - 1)^2 + (\Gamma_B + \Gamma_C)^2} \right] \right) \quad (5.6)
 \end{aligned}$$

Bei der Anpassung werden die Parameter Skf , ω_B^0 , Γ_B und Γ_C variiert. Die Startwerte können auf Basis der Anpassung im Rahmen des erweiterten Modells gewählt werden, wobei Γ_B gemäß Gleichung (3.77) und wegen $\Gamma_v = \Gamma_{\mathcal{E}} \equiv \Gamma_B$ mit der Hälfte des für Γ_v ermittelten Wertes angesetzt werden kann. Das Ergebnis der Anpassung ist in Abbildung 5.21 dargestellt.

Die Ergebnisse der Anpassungen sind in Tabelle 5.5 im Vergleich zu den Ergebnissen der groben Abschätzung dargestellt. Es ergibt sich eine gute Übereinstimmung abgeschätzter und angepasster Werte für die Modellparameter Skf , ω_B^0 und Γ_C für beide Anpassungen und für Γ_v für den Fall $\Gamma_v \neq \Gamma_{\mathcal{E}}$. Die Ergebnisse der zweiten Anpassung bestätigen außerdem, dass für $\Gamma_v = \Gamma_{\mathcal{E}} \equiv \Gamma_B$ der Wert der Bloch-Dämpfung gemäß Gleichung (3.77) gerade der halben Geschwindigkeitsdämpfung entspricht. Die ermittelten Dämpfungsfrequenzen entsprechen insgesamt Dephasierungszeiten in einer realistischen Größenordnung (vgl. Abbildung 5.15 und 6.11 und die zugehörigen Textabschnitte).

	Abschätzung	Anpassung ($\Gamma_v \neq \Gamma_{\mathcal{E}}$)	Anpassung ($\Gamma_v = \Gamma_{\mathcal{E}}$)
Skf	0,25	0,2497	0,2498
ω_B^0	$2\pi \cdot 2,13$ THz	$2\pi \cdot 2,12$ THz	$2\pi \cdot 2,09$ THz
$\Gamma_{\mathcal{E}}$ ($\tau_{\mathcal{E}}$)	0,0029 (26 ps)	0 ($\tau_{\mathcal{E}} \rightarrow \infty$) (fest)	
Γ_v (τ_v)	0,09 (0,83 ps)	0,1077 (0,70 ps)	
Γ_B (τ_B)			0,0539 (1,39 ps)
Γ_C (τ_C)	0,078 (1,05 ps)	0,0721 (1,04 ps)	0,0714 (1,05 ps)
rms		0,0223	0,0220

Tabelle 5.5: Schiefe Feldgeometrie: Ergebnisse für die Modellparameter gemäß dem experimentellen Resonanzverlauf. Die Parameter wurden mittels einer groben Abschätzung sowie durch Anpassung von Gleichung (5.5) für $\Gamma_v \neq \Gamma_{\mathcal{E}}$ bzw. Gleichung (5.6) für $\Gamma_v = \Gamma_{\mathcal{E}}$ an die Messdaten bestimmt.

5.3.3 Absorptionsmessungen

Abschließend möchten wir noch auf ein bei schiefer Feldgeometrie durchgeführtes Dauerstrichexperiment eingehen. Abbildung 5.22 zeigt Absorptionsspektren von Probe 2 für einen Winkel von 30° zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} bei Variation des Magnetfeldes zwischen 0 T und 8 T in Schritten von 0,5 T. Die Messungen wurden entsprechend den in Abschnitt 5.1.1 vorgestellten Absorptionsmessungen zum Nachweis der Wannier-Stark-Leiter (vgl. Abbildung 5.2) mit Hilfe des in Abschnitt 4.2 beschriebenen Gitterspektrometers durchgeführt, mit dem eine Auflösung von etwa 0,35 nm erreicht wird.⁸

Die Spektren werden dominiert durch die Wannier-Stark-Übergänge 1shh0 und 1shh-1.

⁸Zur Datenaufbereitung bei der Transmissionsspektroskopie: siehe Abschnitt 4.3.3.

Die magnetfeldabhängigen Änderungen in der Absorption sind auf die mit dem Magnetfeld zunehmende Landau-Aufspaltung der höheren exzitonischen Übergänge zurückzuführen [62–66, 77]. Mit zunehmendem Magnetfeld lässt sich außerdem eine kontinuierliche Verringerung der Wannier-Stark-Aufspaltung feststellen. Wie mit gestrichelten Linien gekennzeichnet, nimmt der energetische Abstand zwischen dem 1shh0- und dem 1shh-1-Übergang bei Variation des Magnetfeldes von 0 T bis 8 T um etwa 2 meV ab. Dies entspricht einer Frequenzänderung von etwa 0,5 THz. Die Fourier-Transformation der TEOS-Transienten liefert, wie oben bereits festgestellt, jedoch nur eine Änderung um etwa 0,15 THz (vgl. Abbildung 5.18).

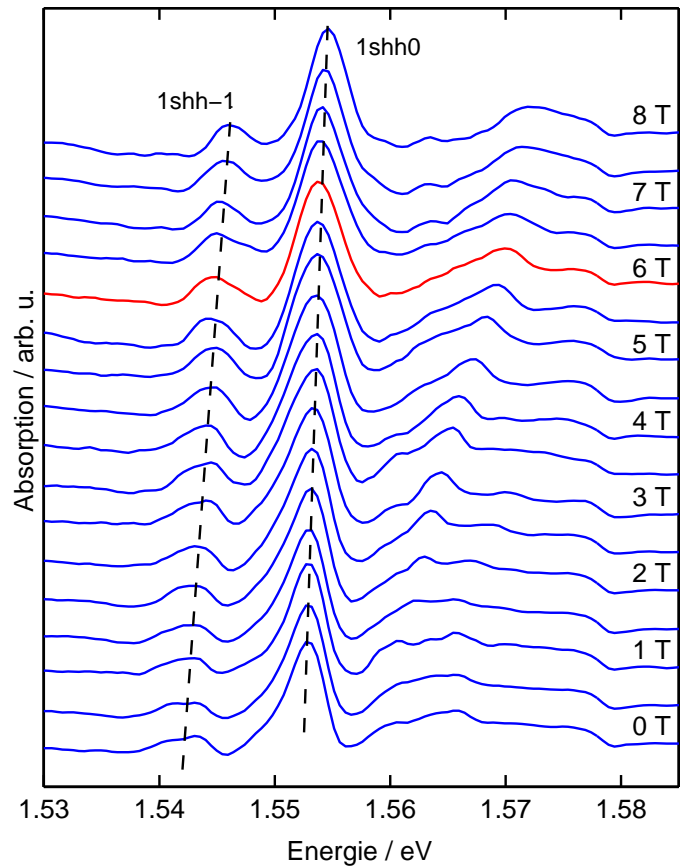


Abbildung 5.22: Schiefe Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit der Absorption von Probe 2 bei 0 V Vorspannung und einem Winkel $\Theta = 30^\circ$ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} . Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 797$ nm bzw. 1,556 eV (FWHM = 15 nm bzw. 30 meV) und einer mittleren Leistung von 12 mW.

Die Verschiebung des Wannier-Stark-Übergangs 1shh-1 könnte dabei sogar noch überschätzt sein. Im Bereich des 1shh-1-Niveaus erkennt man eine Doppellinie, die vermutlich auf eine vermiedene Überkreuzung mit einem anderen Zustand zurückführen lässt, der bei 0 T energetisch etwas unterhalb des 1shh-1-Zustandes liegt und sich mit dem Magnetfeld leicht verschiebt. Es könnte sich bei dem anderen Zustand möglicherweise um den 1shh-2-Übergang handeln, dessen Abstand vom 1shh-1-Niveau aufgrund exzitonischer Effekte meist wesentlich kleiner als (eEd) ist [62, 63].

6 Diskussion

In diesem Kapitel diskutieren wir die Ergebnisse unserer Untersuchungen zur Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillationen in Halbleiterübergittern und vergleichen diese insbesondere für den Fall der schiefen Feldgeometrie mit dem in dieser Arbeit dargestellten Modell. Abschließend geben wir einen Ausblick auf die von uns geschaffene Basis und mögliche Zielrichtungen für weiterführende Untersuchungen an Halbleiterübergittern unter dem Einfluss elektrischer und magnetischer Felder.

6.1 Diskussion zur gekreuzten Feldanordnung

Im Folgenden greifen wir wichtige Aspekte der in Abschnitt 5.2 dargestellten Messergebnisse zur elektro-optischen Untersuchung der Ladungsträgerdynamik bei gekreuzter Feldanordnung nochmals auf, die in mehrfacher Hinsicht eine Erweiterung der Resultate darstellen, die T. Bauer et al. mit Hilfe der THz-Emissionsspektroskopie erhalten haben [8, 9].

6.1.1 Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals zu späten Zeiten

In der 3D-Darstellung der TEOS-Messdaten bei gekreuzter Feldanordnung in Abbildung 5.14(c) erkennt man eine Magnetfeldabhängigkeit des Signalniveaus zu späten Zeiten. Wie in Abbildung 6.1 dargestellt, verringert sich die Differenz $|\Delta_{\text{TEOS}}|$ zwischen dem Signalwert vor der Anregung, der als Ordinaten-Nullpunkt gewählt wurde, und dem Signalwert bei 4,1 ps mit steigendem Magnetfeld.¹ Nach einem nur leichten Rückgang von $|\Delta_{\text{TEOS}}|$ im Bereich niedriger Magnetfelder im Magneto-Bloch-Regime kommt es im Bereich des Übergangs zum Zyklotron-Regime zunächst zu einem etwas steileren Abfall, der in ein etwa konstantes Niveau im Zyklotron-Regime bei hohen Magnetfeldern mündet.

Die elektro-optische Respons ist proportional zur elektrischen Polarisation und damit zum räumlichen Elektron-Loch-Abstand entlang der x-Richtung: $R_{\text{EO}} \propto P_x \propto qx$ (vgl. Abschnitt 4.4.1 und die Referenzen [44, 45, 104]). Wie oben bereits erwähnt, sind die schweren Löcher aufgrund ihrer höheren Effektivmasse bei den hier relevanten elektrischen Feldstärken bereits vollständig in einzelnen Quantentöpfen lokalisiert, sodass nur die Bewegung der Elektronen betrachtet werden muss.

¹Die Messdaten sind so aufgetragen, dass ein Anstieg des Signals einem Anstieg des inneren elektrischen Feldes entspricht. In Kapitel 5 finden sich einige Abbildungen, bei denen aus Gründen der Übersichtlichkeit von dieser Definition der Achsenrichtung abgewichen wird. Mit Ausnahme der Abbildungen 5.8(b) und 5.9 wurde in diesen Fällen auf eine Beschriftung der y-Achse verzichtet.

Eine Verringerung von $|\Delta_{\text{TEOS}}|$ ist aufgrund des obigen Zusammenhangs gleichbedeutend mit einer Abnahme des Elektron-Loch-Abstandes und damit der Polarisation entlang der x -Richtung. Mit zunehmendem Magnetfeld wird daher das äußere elektrische Feld $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ immer weniger abgeschirmt.

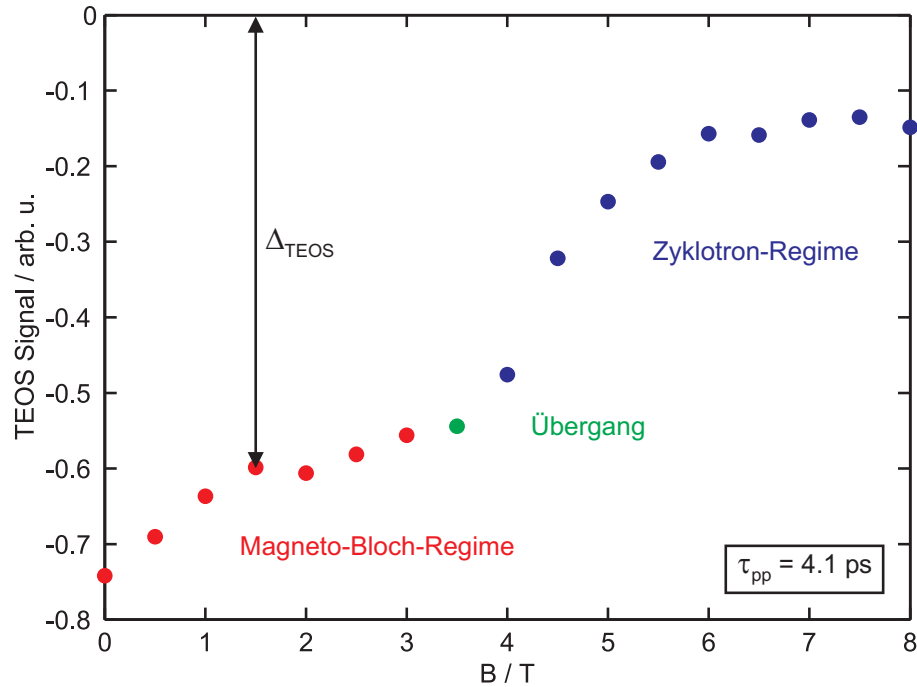


Abbildung 6.1: Gekreuzte Feldanordnung: Gemessene Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals von Probe 2 zu späten Zeiten. Dargestellt sind die aus Abbildung 5.14 (a) extrahierten Signalwerte, 4,1 ps nach der Anregung, in Abhängigkeit vom Magnetfeld.

Abbildung 6.2(a) zeigt die berechnete Zeitabhängigkeit der räumlichen Auslenkung in x -Richtung für ein konstantes elektrisches Feld bei Variation des Magnetfeldes in einer 3D-Darstellung mit Farbkodierung, wobei blau einer großen und rot einer kleinen Auslenkung entspricht. In Abbildung 6.2(b) ist der Verlauf der räumlichen Auslenkung bei $\tau = 100$ in Abhängigkeit von α dargestellt. Es handelt sich um numerische Berechnungen auf Basis semiklassischer Differentialgleichungen für Geschwindigkeit und Energie.

Der Ansatz im hier betrachteten Fall der gekreuzten Feldanordnung mit $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ und $\mathbf{B} = (0, 0, B_z) = (B \cos \Theta, 0, B \sin \Theta)$ ($\Theta = 90^\circ$) erfolgt analog zur Darstellung in Abschnitt 3.2.4 für den Fall der schiefen Feldanordnung. Allerdings ist die bei (nahezu) senkrechter Feldgeometrie relevante Zyklotronfrequenz

$$\omega_{Cz} = \frac{e B_z}{\sqrt{m_x m^*}} = \frac{e B}{\sqrt{m_x m^*}} \sin \Theta, \quad (6.1)$$

sodass die entsprechenden Differentialgleichungen, wieder mit ad hoc angesetzten Dämp-

fungstermen, folgendermaßen lauten:

$$\dot{v}_x = (\omega_B + \omega_{Cz}\sqrt{A}v_y(1 - \mathcal{E}_x) - \Gamma_v v_x, \quad (6.2)$$

$$\dot{\mathcal{E}}_x = (\omega_B + \omega_{Cz}\sqrt{A}v_y)v_x - \Gamma_{\mathcal{E}}\mathcal{E}_x, \quad (6.3)$$

$$\dot{v}_y = -\frac{\omega_{Cz}}{\sqrt{A}}v_x + \frac{\omega_{Cz}}{\sqrt{A}}\cot\Theta v_z - \Gamma_C v_y, \quad (6.4)$$

$$\dot{v}_z = -\frac{\omega_{Cz}}{\sqrt{A}}\cot\Theta v_z - \Gamma_C v_z. \quad (6.5)$$

Darin ist $A = m^*/m_x$ wieder das Verhältnis der Effektivmassen in der Übergitterebene und entlang der Wachstumsrichtung. Für $\Theta = 90^\circ$ verschwindet der $\cot\Theta$, sodass die entsprechenden Terme nicht weiter betrachtet werden und die z-Komponente von den anderen Geschwindigkeitskomponenten entkoppelt ist. Insgesamt erhält man für die gekreuzte Feldgeometrie bei Verwendung von ω_B als Frequenzeinheit und daher $\alpha = \omega_{Cz}/\omega_B$ folgendes Differentialgleichungssystem in der Matrixdarstellung:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{\mathcal{E}}_x \\ \dot{v}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Gamma_v & -(1 + \alpha\sqrt{A}v_y) & \omega_{Cz}\sqrt{A} \\ (1 + \alpha\sqrt{A}v_y) & -\Gamma_{\mathcal{E}} & 0 \\ -\frac{\alpha}{\sqrt{A}} & 0 & -\Gamma_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ \mathcal{E}_x \\ v_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (6.6)$$

Die Berechnung der Transienten erfolgt durch numerische Integration dieses Systems von gekoppelten Differentialgleichungen. Energie- und Impulsrelaxation der Bloch-Oszillation werden hierbei unterschieden und das Ergebnis der Berechnung enthält den bei der analytischen Betrachtung in Abschnitt 3.2.4 separierten Driftstrom entlang der x-Richtung. So wie bei den in Abbildung 3.18 dargestellten Transienten bei schiefer Feldanordnung äußert sich der Driftstrom auch bei gekreuzten Feldern in einer kontinuierlichen Zunahme der räumlichen Auslenkung mit der Zeit. Die Stärke des Driftstroms ist dabei gemäß Gleichung (3.82) insbesondere von der Energielaxation $\Gamma_{\mathcal{E}}$ abhängig.

Die Rechnungen wurden für $\alpha = 0 \dots 2$ und $\tau = 0 \dots 100$ durchgeführt. Weiterhin wurden die Parameter in den Differentialgleichungen exemplarisch folgendermaßen angesetzt: $\Gamma_v = 1/7$, $\Gamma_{\mathcal{E}} = 1/100$, $\Gamma_C = 1/(7 \cdot 8)$ und es gilt $m^* = 0,067 m_0$ und $m_x = 0,114 m_0$. Der Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime findet bei $\alpha \approx 0,5$ statt, entsprechend $\omega_B \approx 2\omega_C$. Der Übergang liegt im Gegensatz zum dämpfungsfreien Fall (vgl. Abschnitt 3.2.3) bei Berücksichtigung der Dämpfung nicht mehr exakt bei $\omega_B = 2\omega_C$.

Auffällig ist die starke Zunahme der Auslenkung im Bereich des Übergangs, die jedoch nicht mit dem Fiske-Effekt bei schiefer Feldanordnung verwechselt werden darf. Vielmehr ist, den

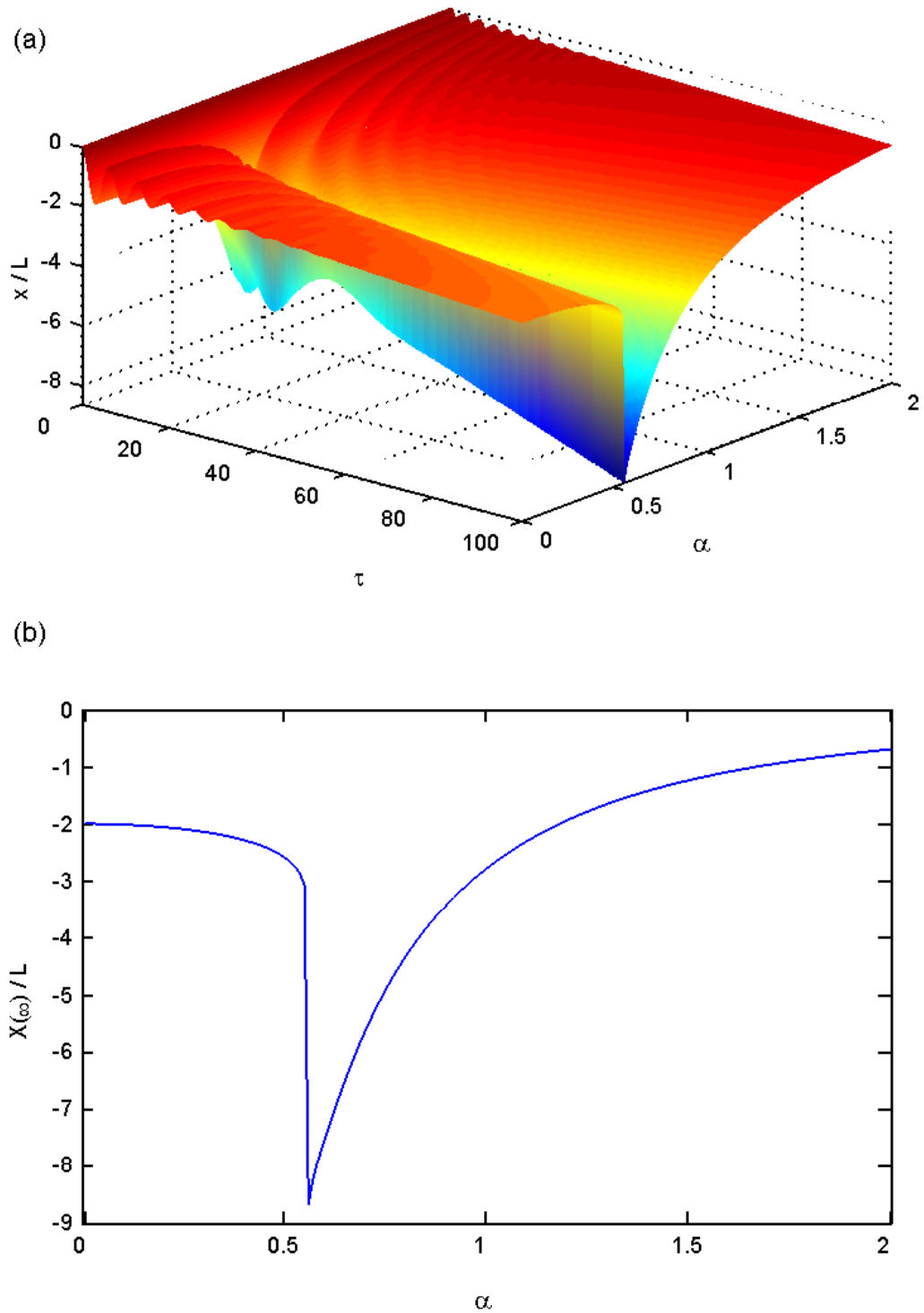


Abbildung 6.2: Gekreuzte Feldanordnung: (a) Berechnete Zeitabhängigkeit der räumlichen Auslenkung in x-Richtung bzw. (b) berechnete Magnetfeldabhängigkeit der räumlichen Auslenkung bei $\tau = 100$. Im Bereich des Übergangs zwischen Magneto-Bloch-Regime (vorne bzw. links) und Zyklotron-Regime (hinten bzw. rechts) bildet die räumliche Auslenkung ein deutliches Maximum aus.

semiklassisch berechneten Ortsraumtrajektorien in Abbildung 3.7 entsprechend, die mittlere Auslenkung in x-Richtung im Bereich des Übergangs zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime maximal, was bei Berücksichtigung der Dämpfung in einer auch nach Abklingen der Oszillationen verbleibenden Auslenkung der Ladungsträger in x-Richtung resultiert. Dies lässt sich damit erklären, dass die mit einer bestimmten Anfangsamplitude räumlich ausgelenkten Ladungsträger bei Vorliegen von Dämpfung schon beim ersten Zurückschwingen nicht mehr an ihre Ausgangspositionen zurückkehren. Das kohärent angeregte Ladungsträgerensemble bewegt sich während der Zeitdauer der Kohärenz entlang der x-Richtung fort.

Die deutliche Kerbe in der berechneten Zeitabhängigkeit ist jedoch in den TEOS-Signalen in Abbildung 5.14(c) nur als ein Abknicken zu erkennen, was möglicherweise damit zu erklären ist, dass es im Experiment mit einer Magnetfeldschrittweite von 0,5 T äußerst unwahrscheinlich ist, den sehr scharfen Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotronregime genau zu treffen. So bedarf es zur numerischen Berechnung einer Ortsraumtrajektorie am Übergang auf Basis des in Abschnitt 3.2.3 verwendeten semiklassischen Modells ohne Dämpfung (vgl. Abbildung 3.7) eines bis auf 18 Nachkommastellen genau definierten Magnetfeldwertes, wobei die Trajektorie nur ein Zeitfenster von 5 ps repräsentiert.

Nach dem Übergang nimmt die berechnete Auslenkung im Zyklotron-Regime, dem experimentellen Befund entsprechend, mit steigendem Magnetfeld zunächst rasch ab und erreicht schließlich asymptotisch einen unterhalb der Auslenkung im magnetfeldfreien Fall liegenden Wert. Der Rückgang der Amplitude im Zyklotron-Regime ist mit der immer stärkeren Lokalisierung der Ladungsträger infolge des mit steigendem Magnetfeld immer enger werdenden Zyklotronradius in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld zu erklären.²

An dieser Stelle sei noch darauf hingewiesen, dass die Schärfe des Übergangs zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime sehr stark von der Dämpfung abhängt. Bei Berücksichtigung der Dämpfung ist die Aussage, dass der Übergang durch eine reine Driftbewegung entlang der Richtung senkrecht zum elektrischen und magnetischen Feld (y-Richtung) charakterisiert ist, nicht mehr gültig. Vielmehr hat die Bewegung dann stets auch eine Komponente in x-Richtung und der Übergang ist nicht mehr so klar definiert wie im dämpfungsfreien Fall. Somit wird der Charakter der Bewegung im Übergangsbereich durch die Dämpfung beeinflusst.

Wählt man bei der numerischen Berechnung der Auslenkung zu späten Zeiten gemäß obigem Gleichungssystem (6.6) alternativ folgende Parameterwerte: $\Gamma_v = 0,1$, $\Gamma_C = 0,75$ und $\Gamma_\varepsilon = 0$ und damit insbesondere eine etwa viermal größere Zyklotron-Dämpfung, so verbreitert sich die Kerbe in $X(\infty)$ bereits auf etwa das Doppelte. Die Breite des Übergangsbereichs könnte außerdem von der Wahl der Anregungswellenlänge abhängen. Dieser Aspekt wird am Ende des folgenden Abschnitts nochmals aufgegriffen.

²Für den Zyklotronradius gilt allgemein:

$$r_C = \frac{v}{\omega_C} = \frac{m^*v}{eB}.$$

Im Zähler steht demnach der Impuls des Elektrons. Die Abnahme des Zyklotronradius mit zunehmendem Magnetfeld beruht auf der Tatsache, dass Impuls und Energie kaum von B abhängen.

6.1.2 Abhängigkeit des Übergangs zwischen den Bewegungsregimen von der Anregungsenergie

In den Abschnitten 3.2.3 und 5.2.2 wurde erwähnt, dass der Betrag des Magnetfeldes am Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime bei festgehaltenem elektrischem Feld gemäß Gleichung (3.15) stark von der Anregungswellenlänge abhängt. Der Datenbestand an zeitaufgelösten optischen Messungen lässt jedoch leider keine Prüfung dieses Sachverhalts zu. Alternativ werden daher die Ergebnisse von Absorptionmessungen für eine entsprechende Betrachtung herangezogen.

Abbildung 6.3(a) zeigt im Rahmen der Diplomarbeit von C. Blöser aufgenommene Absorptionsspektren von Probe 2 [64, 65] und Abbildung 6.3(b) die im Rahmen dieser Arbeit an Probe 2 gemessenen TEOS-Transienten aus Abbildung 5.14(a). Als Lichtquelle dient auch bei den Absorptionmessungen das Kurzpulslasersystem (vgl. Abschnitt 4.3.3). Die Anregungsleistung liegt bei den Absorptionmessungen bei 2 mW, bei den TEOS-Experimenten mit 10 mW im Anregestrahl fünfmal höher. Der durch die unterschiedliche Anregungsdichte bedingte Unterschied der über dem Übergitter abfallenden elektrischen Feldstärke beträgt jedoch nur etwa 2 kV/cm.

Gemäß den in Abschnitt 5.1.3 vorgestellten Ergebnissen zur Abhängigkeit des TEOS-Signals von der Anregungsdichte, sollte bei 2 mW Anregungsleistung ohne externe Vorspannung in der Probe die unabgeschirmte intrinsische elektrische Feldstärke von etwa 10 kV/cm vorliegen. Bei 10 mW Anregungsleistung lässt sich aus der beobachteten Frequenzabsenkung der TEOS-Transienten auf eine elektrische Feldstärke von etwa 8 kV/cm schließen. Da eine Überprüfung mit Gleichung (3.15) bei einer so geringen Änderung des elektrischen Feldes aber keine signifikante Änderung des Magnetfeldes am Übergang ergibt, betrachten wir die bei den gegenübergestellten Messungen an der Probe anliegenden elektrischen Feldstärken als identisch und verwenden im Weiteren $E = 10$ kV/cm.

Der entscheidende Unterschied in den Anregungsbedingungen liegt in der Zentralwellenlänge des Laserspektrums. Bei den TEOS-Messungen wurde bei 800 nm (1,550 eV) angeregt, bei den Absorptionmessungen dagegen bei 793 nm (1,563 eV). Bei Vergleich der entsprechenden Messergebnisse lässt sich nun folgende Diskrepanz feststellen: Während die TEOS-Transienten bei etwa 3,5 T den Übergang vom Magneto-Bloch- in das Zyklotron-Regime zeigen, ist das allmähliche Auswaschen der Wannier-Stark-Übergänge, das als Indiz für einen Übergang vom Wannier-Stark- in den Landau-Bereich zu werten ist, selbst bei 8 T noch nicht mit Sicherheit abgeschlossen.

Um diese experimentelle Beobachtung mit dem Modell aus Abschnitt 3.2.3 zu vergleichen, setzen wir folgendermaßen an: Aus dem Absorptionsspektrum von Probe 2 bei 0 T entnehmen wir, dass bei einer Photonenenergie von 1,55 eV genau zwischen den Wannier-Stark-Übergängen 1shh-1 und 1shh0 und damit am Minibandboden angeregt wird. Es gilt in diesem Fall $\mathcal{E}_x = 0$. Wird dagegen bei 1,563 eV angeregt, so gilt $\mathcal{E}_x = 13$ meV. Entsprechend dem Hinweis in Abschnitt 3.2.3 wird bei diesem Ansatz eine mögliche Verteilung der Überschussenergie auf die beiden anderen Raumrichtungen nicht berücksichtigt. Am Ende dieses Abschnitts werden wir auf diesen Aspekt genauer eingehen.

In Abbildung 6.4 ist die Abhängigkeit des Magnetfeldes B_{trans} am Übergang zwischen

Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime gemäß Gleichung (3.15) für die beiden verwendeten Anregungsenergien aufgetragen. Die Minibandbreite geht in die Rechnungen mit 18 meV (entsprechend den Proben 1 und 2) ein. Ein Vergleich der Magnetfeldwerte der beiden Geraden bei einem elektrischen Feld von 10 kV/cm bestätigt die experimentell beobachteten Unterschiede. Im Fall der Anregung am Minibandboden sollte B_{trans} bei etwa 4 T liegen. Wird dagegen 13 meV oberhalb des Minibandbodens angeregt, so verdoppelt sich B_{trans} auf etwa 8 T.

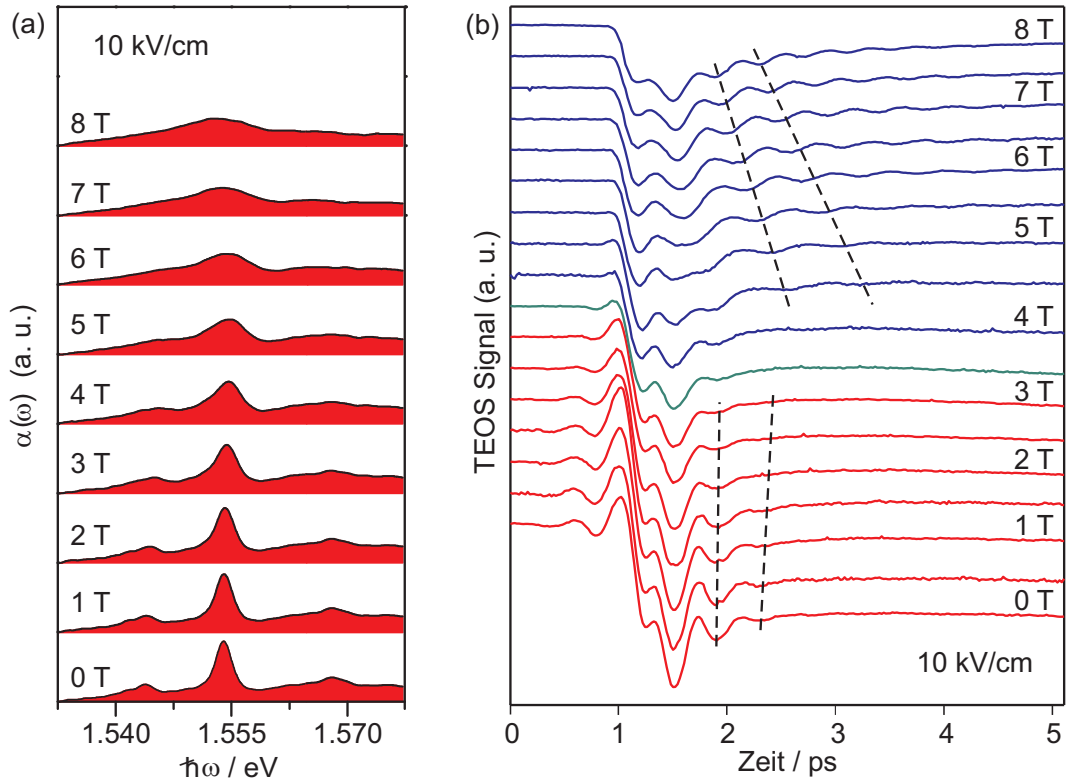
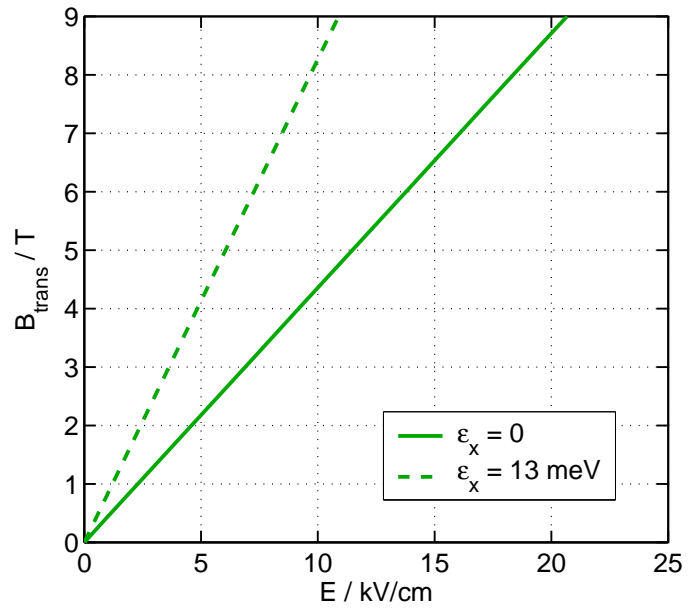


Abbildung 6.3: Gekreuzte Feldanordnung: Zur Wellenlängenabhängigkeit des Übergangs zwischen den Bewegungsregimen. (a) Absorptionmessungen an Probe 2. Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 793$ nm bzw. 1,563 eV (FWHM = 16 nm bzw. 32 meV) und einer mittleren Leistung von 2 mW. (b) TEOS an Probe 2. Die dargestellten Messungen entsprechen denen in Abbildung 5.14(a). Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 800$ nm bzw. 1,55 eV (FWHM = 16 nm bzw. 32 meV) und einer mittleren Leistung von 10 mW in der Anregung und 2 mW in der Abfrage. Während sich der Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime in den TEOS-Transienten bei etwa 3,5 T identifizieren lässt, ist der Übergang vom Wannier-Stark- in den Landau-Bereich in den Absorptionsspektren bei 8 T noch nicht mit Sicherheit abgeschlossen. Diese Diskrepanz ist möglicherweise auf die starke Wellenlängenabhängigkeit von B_{trans} gemäß Gleichung (3.15) zurückzuführen.

Ob sich der Übergang zwischen Wannier-Stark- und Landau-Bereich in den betrachteten Absorptionsspektren etwa bei 8 T vollzieht oder bei noch etwas höheren Magnetfeldern, hätte nur durch weitere Experimente oberhalb 8 T geprüft werden können. Dies ist mit dem verwendeten Magnet-Kryostatsystem im Normalbetrieb nicht möglich. Die vorliegenden Messungen lassen aber dennoch die Aussage zu, dass eine Änderung der Anregungsenergie um etwa 13 meV, eine Verschiebung des Übergangs um mindestens 4 T bewirkt.

Jedoch scheint auch eine quantitative Übereinstimmung von Modell und Experiment recht wahrscheinlich, wenn man in die Betrachtung weitere, an Probe 2 bei einer elektrischen Feldstärke von etwa 6 kV/cm gemessene Absorptionsspektren einbezieht [64, 65]. In diesem Fall findet der Übergang vom Wannier-Stark- in den Landau-Bereich bei etwa 5 T statt. Vergleicht man nun das entsprechende Absorptionsspektrum mit dem bei 8 T und der höheren elektrischen Feldstärke von 10 kV/cm, so ist der Strukturverlust in beiden Spektren etwa gleich weit fortgeschritten. Man kann daher annehmen, dass der Übergang für $E = 10$ kV/cm tatsächlich bei einem Magnetfeld von etwa 8 T liegt, was sich auch im Einklang mit der theoretisch berechneten Absorption befindet [65, 66].

Abbildung 6.4: Gekreuzte Feldanordnung: Abhängigkeit des Magnetfeldes am Übergang zwischen den Bewegungsregimen vom elektrischen Feld bei verschiedenen Anregungsenergien nach dem semiklassischen Modell. Die durchgezogene Gerade entspricht dem Verlauf bei Anregung am Minibandboden, die gestrichelte dem bei Anregung 13 meV oberhalb des Minibandbodens. Das Magneto-Bloch-Regime befindet sich rechts der jeweiligen Gerade, das Zyklotron-Regime links davon. Für die Rechnung wurde die Minibandbreite mit 18 meV (entsprechend den Proben 1 und 2) angesetzt.



Trotz der guten Übereinstimmung des verwendeten Ansatzes zur Berechnung der Abhängigkeit des Übergangs zwischen den Bewegungsregimen von der Anregungsenergie, bei dem der Energieüberschuss allein \mathcal{E}_x zugerechnet wird, gehen wir im Folgenden auf die Problematik ein, dass die sich die Überschussenergie bei der Anregung prinzipiell auf alle drei Raumrichtungen verteilen sollte.

Bei Anregung oberhalb des Minibandbodens gibt es jeweils zwei mögliche Anfangswerte $\pm k_x(t = 0)$ für die Startphase der Ladungsträgerwellenpakete. Die Überlagerung der Bloch-Oszillation für die beiden Startphasen ergibt ein Bloch-Oszillationssignal, dessen Phasenlage sich von der bei Anregung am Minibandboden unterscheidet. Wird beispielsweise an der oberen Minibandkante angeregt, so erfahren die Wellenpakete instantan eine Bragg-Reflexion und so beträgt die Phasenverschiebung des resultierenden Signals 180° . Bei Anregung in der Minibandmitte starten die bei $+k_x(t = 0)$ generierten Wellenpakete in die eine, die bei $-k_x(t = 0)$ generierten Wellenpakete in die andere Richtung. Das resultierende Dipolmoment verschwindet und man spricht in diesem Fall von einer atmenden Mode (engl. *breathing mode*). Es kann in diesem Fall kein oszillatorisches Signal gemessen werden.

Berücksichtigt man bei dieser Betrachtung zusätzlich die Richtungen senkrecht zur Wachstumsrichtung des Übergitters, verkompliziert sich die Situation erheblich. Bei Anregung

oberhalb des Minibandbodens liegen die Startphasen dann auf einer Kurve gleicher Energie im k -Raum, die sich aus dem Schnitt der dreidimensionalen Dispersionskurve (Gleichung 2.1) mit der Ebene ergibt, die die entsprechende Überschussenergie repräsentiert. Liegt am Übergitter ein elektrisches Feld in Wachstumsrichtung an, so ändert sich nach dem Beschleunigungstheorem (2.6) der k -Vektor nur entlang der Feldrichtung, wobei die kosinusförmige Dispersion in k_x -Richtung durchlaufen wird. Allerdings geschieht dies für ein ganzes Spektrum verschiedener konstanter k_{\perp} -Werte.

Die für das resultierende Signal entscheidende Anfangsphasenverteilung ergibt sich durch Projektion aller Startphasen auf die k_x -Richtung. Bei Anregung an der oberen Minibandkante verteilen sich die Startphasen somit auf das gesamte Miniband. Jeder oszillierende Dipol besitzt dann einen gegenphasig schwingenden Partner, sodass die Beobachtung eines oszillatorischen Signals nicht möglich sein sollte. Dass sich im Experiment oberhalb der Minibandbreite dennoch Oszillationen zeigen, wird mit einer Kohärenz erhaltenden oder sogar erzeugenden Phononemission [31, 115] sowie durch exzitonische Effekte [32] erklärt.

Mit Bezug auf die Ladungsträgerdynamik bei gekreuzter Feldanordnung könnte aus einer Verteilung der Überschussenergie auf alle drei Raumrichtungen folgen, dass der Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime keine scharfe Grenze mehr darstellt. Bei Berücksichtigung der Energien in der Übergitterebene, kommt es in diesem Fall zu einer Bevölkung des gesamten Minibandes und für jede Minibandenergie \mathcal{E}_x wird die Übergangsbedingung (3.15) bei festem E für ein anderes B_{trans} erfüllt. Die Besetzung der Energiezustände ist von der Anregungsenergie abhängig. Die mittlere Energie in x -Richtung ist dabei jedoch stets kleiner als der gesamte Energieüberschuss, sodass die Übergangsgerade entsprechend einen flacheren Verlauf nimmt. Eine gesicherte Aussage über die konkrete Abhängigkeit des Übergangs von der Anregungsenergie lässt sich jedoch im Rahmen des semiklassischen Modells nur durch die Berechnung von Ladungsträgertrajektorien für alle möglichen Anfangsbedingungen und Feldwerte machen.

In der Vergangenheit hat sich gezeigt [116], dass die experimentelle Realisierung der hier betrachteten Anregung mit einer Überschussenergie und damit der Präparierung eines Bloch-Wellenpakets höher im Miniband äußerst schwierig ist. P. Leisching führt dies in Referenz [40] darauf zurück, dass bei Anregung höher im Band im Verhältnis zu Exzitonen mehr freie Ladungsträger generiert werden, die zumindest die Interband-Relaxationszeit T_2^{inter} stark verkürzen. Es müssen daher weitere Ursachen für den experimentellen Befund in Erwägung gezogen werden.

Im Rahmen der Diplomarbeit von C. Blöser [64] wird eine weitere mögliche Interpretation der beobachteten Diskrepanz zwischen den in Abbildung 6.3 dargestellten spektral- und zeitaufgelösten Messdaten diskutiert. Lässt man obige Überlegungen zur Energieabhängigkeit des Übergangs außer Acht, so muss aus den Messdaten geschlossen werden, dass das dynamische Gleichgewicht der Kräfte am Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime keinen Einfluss auf die Wannier-Stark-Leiter hat. Während in den TEOS-Transienten die Oszillationen im Übergangsbereich bei 3,5 T schnell aussterben, sind in den Absorptionsspektren bei gleicher Magnetfeldstärke deutliche Strukturen erkennbar. Umgekehrt ist es auffällig, dass das Verwaschen der Übergänge im Feldbereich bei ungefähr $\omega_C = \omega_B$ (vgl. Abschnitt 3.1) keine Konsequenzen bezüglich des dynamischen Verhaltens der Elektronen hat. Es werden trotzdem deutliche zyklotronartige Oszillationen beobachtet.

Diese Tatsache scheint nur durch die Annahme erklärbar, dass trotz des scheinbar strukturlosen Spektrums noch Wannier-Stark-Niveaus für die Entstehung von Bloch-Oszillationen zur Verfügung stehen.

Eine abschließende Erklärung für die beobachteten Unterschiede zwischen spektralen und dynamischen Eigenschaften von Übergittern bzw. zwischen Intra- und Interband-Prozessen (vgl. Abschnitt 6.3.1) steht bis jetzt noch aus. Möglicherweise wird sich, wie bereits erwähnt, M. M. Dignam im Rahmen einer Kooperation dieser Fragestellung widmen und eine fundierte quantenmechanische Berechnung der Energiezustände und der Dynamik von Ladungsträgerwellenpaketen im Halbleiterübergitter unter dem Einfluss elektrischer und magnetischer Felder durchführen.

6.1.3 Nachweisbarkeit höherer harmonischer Frequenzen der Ladungsträgeroszillationen

Das in Abschnitt 3.2.3 vorgestellte semiklassische Modell der Ladungsträgerdynamik bei gekreuzter Feldgeometrie sagt eine deutliche Amplitudensteigerung höherer harmonischer Frequenzen bei Annäherung an den Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime vorher. Anknüpfend an Abschnitt 5.2.3 werden wir im Folgenden mögliche Ursachen dafür diskutieren, dass diese Vorhersage in zeitaufgelösten Experimenten bisher nicht bestätigt werden konnte.

Im Fall der von T. Bauer durchgeführten THz-Emissionsmessungen [8, 9] ist die Beobachtbarkeit höherer Harmonischer insbesondere durch die Frequenzlimitierung des Messaufbaus eingeschränkt (vgl. Einleitung zu Abschnitt 5.2). Nur kleine Unregelmäßigkeiten der THz-Transienten geben einen Hinweis auf einen möglichen Beitrag höherer harmonischer Moden im Bereich des Übergangs. T. Bauer diskutiert in seiner Dissertation [8] neben rein messtechnischen Aspekten als weitere mögliche Ursache eine verstärkte Dephasierung der kohärenten Ladungsträgerbewegung durch die Emission von longitudinal-optischen (LO-) Phononen. Zu einer LO-Phonon-Emission kann es immer dann kommen, wenn die Gesamtenergie der Ladungsträger die LO-Phonon-Energie überschreitet. Für GaAs ist dies bei etwa 36,2 meV der Fall, entsprechend einer LO-Phonon-Frequenz von 8,76 THz [117].

Sowohl die schon von T. Bauer untersuchte Probe 1 [8, 9] als auch Probe 2 gehören zur Übergitterstruktur II 3596, bei der die Breite des ersten elektronischen Minibands etwa 18 meV beträgt. Beim Durchlaufen des Minibands während der Bloch-Oszillation erreicht jeder einzelne Ladungsträger periodisch diese Maximalenergie für die Bewegung entlang der x-Richtung, die jedoch deutlich unterhalb der LO-Phonon-Energie liegt. Allerdings entspricht die Minibandbreite im Fall eines zusätzlichen Magnetfeldes senkrecht zu dem in Wachstumsrichtung am Übergitter anliegenden elektrischen Feld nicht der maximalen Gesamtenergie des Ladungsträgers. Zusätzlich muss noch die Energie bzgl. der Bewegungs-komponente in y-Richtung berücksichtigt werden, die gerade in der Nähe des Übergangs die Minibandbreite deutlich überschreiten kann [8, 12].

Abbildung 6.5 zeigt die maximale Gesamtenergie der Elektronen des ersten elektronische Minibands in einer 3D-Darstellung in Abhängigkeit des äußeren elektrischen und magnetischen Feldes für die beiden untersuchten Übergitterstrukturen II 3596 (Proben 1 und 2) und

II 3720 (Probe 2). Die Daten wurden auf Basis des von T. Bauer entwickelten Modells zur Berechnung der Ladungsträgerdynamik in gekreuzten Feldern numerisch berechnet [8, 12].

Im Magneto-Bloch-Regime entspricht die Maximalenergie über einen weiten Parameterbereich hinweg etwa der Minibandbreite, steigt im Bereich um den Übergang stark an und fällt im Zyklotron-Regime nach einem weiteren kurzen Anstieg rasch gegen Null ab. Am Übergang selbst entspricht die Maximalenergie der doppelten Minibandbreite. Somit kommt die LO-Phonon-Emission zumindest im Bereich des Übergangs zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime für beide untersuchten Proben als Dephasierungskanal in Frage.

Die elektro-optische Respons des Halbleiterübergitters in gekreuzten Feldern ist von den für die THz-Emissionsspektroskopie geltenden Limitierungen nicht betroffen. Dennoch geben auch die in Abbildung 5.14 (a) dargestellten rauscharmen TEOS-Transienten keinen Hinweis auf eine Zunahme der Amplitude höherer harmonischer Moden der Ladungsträgerbewegung. Hierfür kommt neben der eben behandelten Wechselwirkung mit LO-Phononen noch eine messtechnische Begründung in Frage.

Während im Falle der THz-Emissionsspektroskopie die elektrische Feldstärke der entlang der Wachstumsrichtung (x-Richtung) des Übergitters emittierten Strahlung, und damit das Messsignal, gemäß Gleichung (3.18)

$$E_{\text{THz},y} \propto \frac{d^2 P_y}{dt^2} \propto q \dot{v}_y \quad (6.7)$$

proportional zur zweiten zeitlichen Ableitung der entsprechenden Komponente der Polarisation P_y und damit auch zur ersten zeitlichen Ableitung der Geschwindigkeitskomponente \dot{v}_y ist, gilt, wie oben bereits erwähnt, für die elektro-optische Respons:

$$R_{\text{EO}} \propto P_x \propto q x. \quad (6.8)$$

Das bedeutet, dass sich die entsprechenden Signale um zwei Ableitungsschritte unterscheiden und von verschiedenen Polarisationskomponenten abhängen.

In Abbildung 6.6 sind die berechneten Fourier-Amplituden der THz-Emissionsspektren (entsprechend Abbildung 3.9) denen der elektro-optischen Respons eines Halbleiterübergitters ($\Delta = 18 \text{ meV}$) in gekreuzten Feldern gegenübergestellt. Das elektro-optische Signal bleibt am Übergang zwischen den beiden Bewegungsregimen stark, während die Amplitude der THz-Emission deutlich zurückgeht. Die maximale Fourier-Amplitude der elektro-optischen Respons beobachtet man kurz nach dem Übergang in das Zyklotron-Regime, da die räumliche Auslenkung in Übergitterrichtung in diesem Bereich ihre größten Werte erreicht (vgl. Abbildung 3.7).

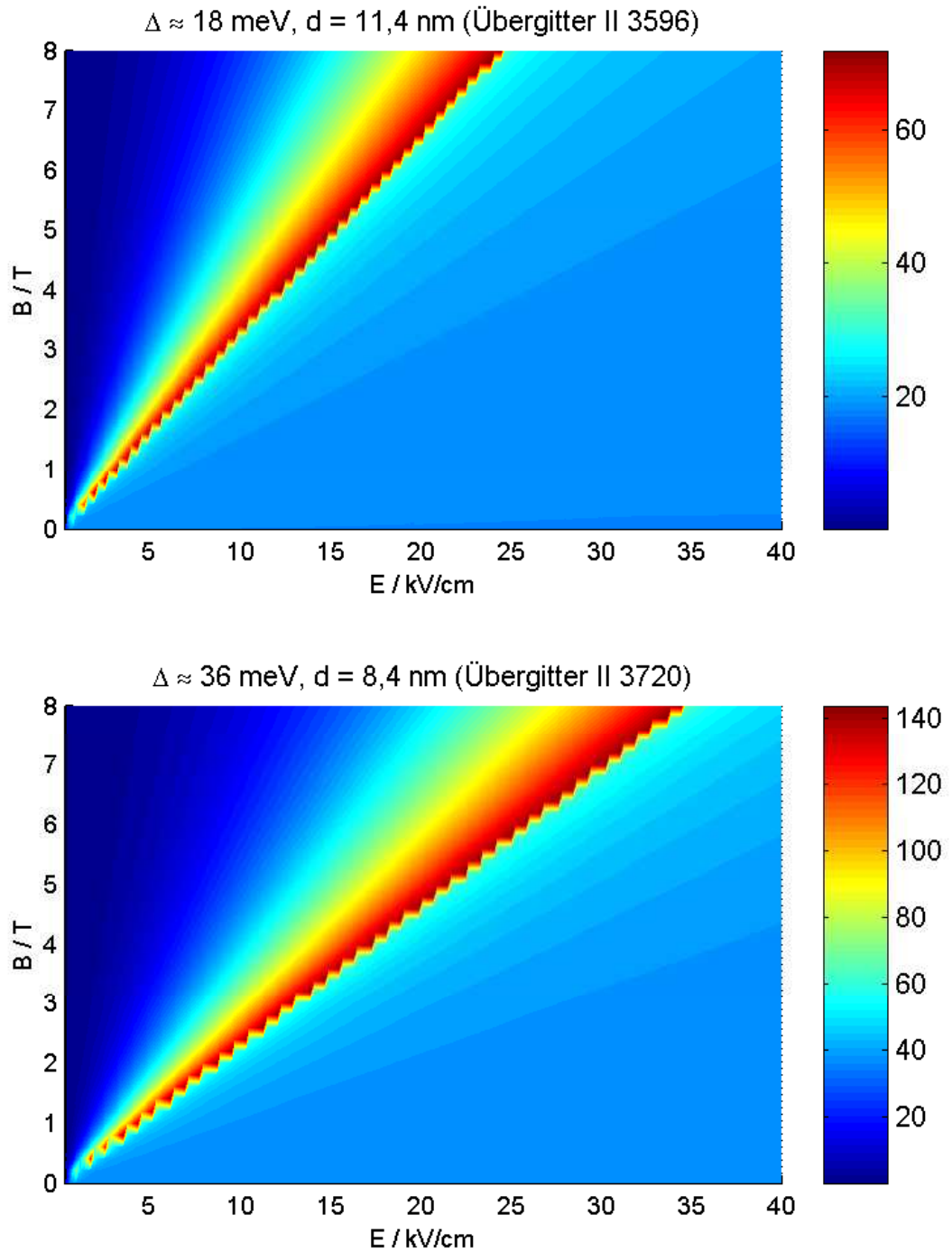


Abbildung 6.5: Gekreuzte Feldanordnung: Maximale Gesamtenergie der Ladungsträgerwellenpakete in Abhängigkeit der äußeren Felder für die beiden untersuchten Übergitterstrukturen II 3596 (oben, $\Delta = 18 \text{ meV}$) und II 3720 (unten, $\Delta = 36 \text{ meV}$) im Rahmen des semiklassischen Modells berechnet. Im Magneto-Bloch-Regime (jeweils unten rechts) entspricht die Maximalenergie über einen weiten Bereich etwa der Minibandbreite, steigt in der Nähe des Übergangs stark an und fällt im Zyklotron-Regime (jeweils oben links) nach einem weiteren kurzen Anstieg rasch gegen Null ab. Direkt am Übergang beträgt die Maximalenergie $\mathcal{E}_{\text{max}} = 2\Delta$.

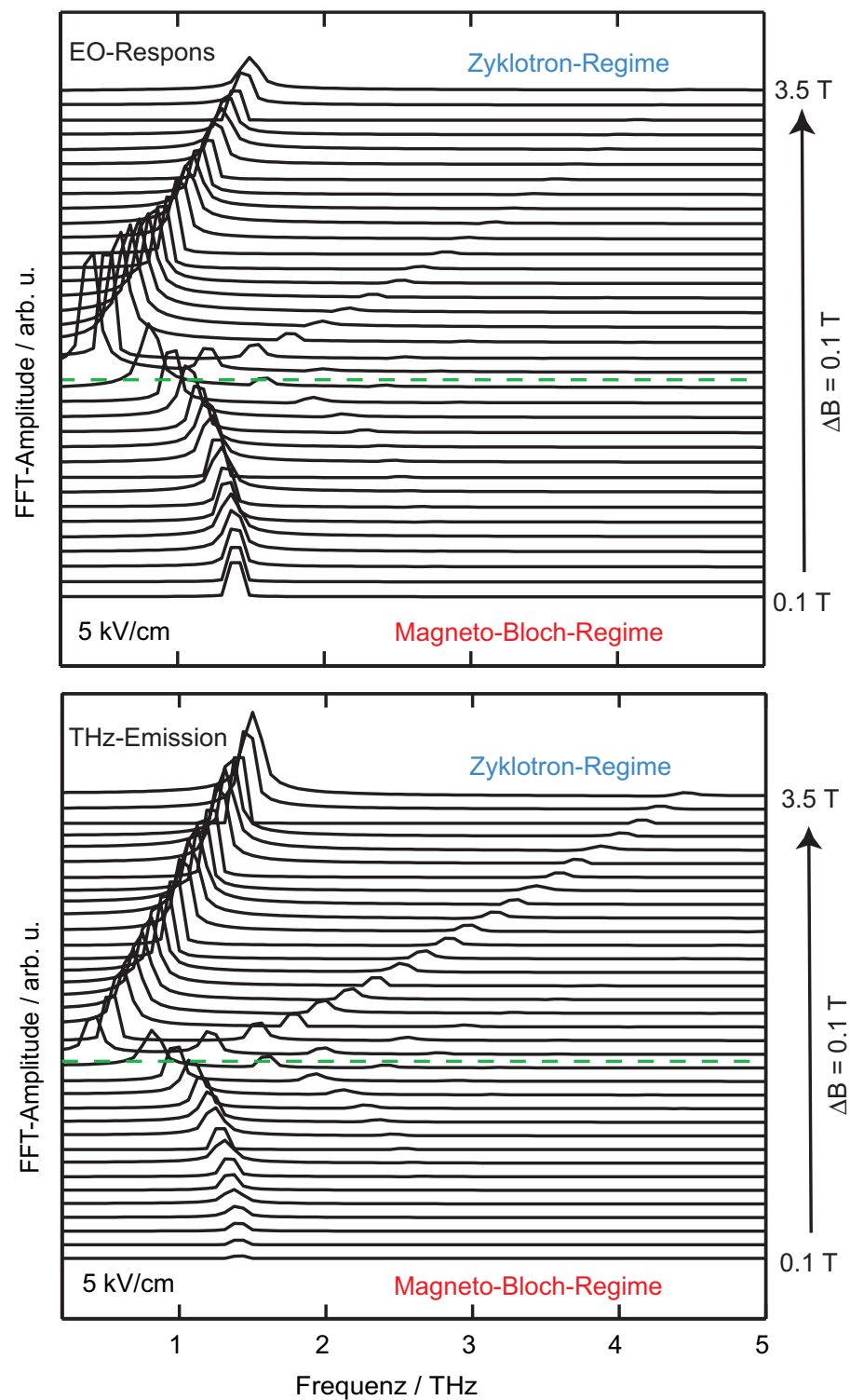


Abbildung 6.6: Gekreuzte Feldanordnung: Vergleich der Fourier-Amplituden-Spektren der im Rahmen des semiklassischen Modells numerisch berechneten elektro-optischen Respons (oben) und der THz-Emission eines Halbleiterübergitters mit $\Delta = 18 \text{ meV}$ (unten, entspricht Abbildung 3.9). Das elektrische Feld liegt konstant bei 5 kV/cm , während das Magnetfeld zwischen $0,2 \text{ T}$ und $3,5 \text{ T}$ in $0,1 \text{ T}$ -Schritten variiert. Die Dephasierung wurde bei der Berechnung vernachlässigt, die Frequenzauflösung bestimmt sich aus dem Zeitfenster der Rechnungen von 16 ps . Entsprechend Figur 16 in Referenz [12].

Die Fourier-Amplitude des THz-Emissionssignals, das von der Ladungsträgerbewegung entlang der y -Richtung herrührt, geht im Bereich des Übergangs zurück, da hier alle Oszillationen aussterben und nur die initiale Beschleunigung der Ladungsträger zum Signal beiträgt. In Richtung kleiner Magnetfelder ist ebenfalls eine Abnahme der Fourier-Amplitude zu verzeichnen, was sich damit erklären lässt, dass das Magnetfeld die Ortsraumtrajektorien der Ladungsträger immer ineffizienter aus der x - in die y -Richtung umlenkt. Das Gegenteil ist im Bereich hoher Magnetfelder der Fall, womit die dort auftretende starke Zunahme der Fourier-Amplitude des THz-Emissionssignals zu erklären ist. Die THz-Emissionsmessungen von T. Bauer et al. bestätigen diese Feststellungen [8, 9].

Es fällt auf, dass der relative Beitrag höherer Harmonischer in der THz-Emission größer ist als in der elektro-optischen Respons. Dies ist zum einen eine Konsequenz der unterschiedlichen Orientierung der jeweils relevanten Polarisationskomponenten. Wichtiger ist jedoch die Tatsache, dass die THz-Emission von der zweiten Ableitung der Polarisation abhängt, die elektro-optische Respons von der Polarisation selbst. Um dies zu veranschaulichen, betrachten wir eine Polarisation gegeben als Fourier-Reihe $P(t) = \sum_n A_n \exp(in\omega t)$. Die elektro-optische Respons gibt dann die Beiträge der fundamentalen Frequenz ω und der höheren Harmonischen wieder, deren relatives Gewicht durch die Fourier-Koeffizienten A_n gegeben ist. Auf der anderen Seite reproduziert die THz-Emission jede Frequenzkomponente mit einer Wichtung von $(n^2\omega^2 A_n)$. Da n^2 in den Wichtungsfaktor eingeht, werden höhere Harmonische mehr betont.

Das Ausbleiben höherer harmonischer Moden der Ladungsträgeroszillationen im Experiment ist daher auf die Frequenzlimitierungen im Falle der THz-Emissionsspektroskopie einerseits und durch den fehlenden Faktor n^2 im Falle der elektro-optischen Spektroskopie andererseits zurückzuführen. Eine andere mögliche Begründung, die für beide Messtechniken gleichermaßen greift, geht wieder auf den Einfluss der Dämpfung im System zurück. Genau wie der im dämpfungsfreien Fall scharfe Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime aufgrund von Dämpfung zu einem breiteren Übergangsbereich wird, sollte die Dämpfung, die die Wirkung eines Tiefpassfilters hat, zu einem Verwaschen höherer harmonischer Moden führen.

Ein weiterer, bei der semiklassischen Behandlung der höheren harmonischen Moden der Ladungsträgeroszillationen nicht berücksichtigter Aspekt betrifft die Rolle der Anregungsbedingungen. Entsprechend den Ausführungen von P. Leisching in Referenz [40] hängt die Beobachtbarkeit höherer Harmonischer ganz entscheidend von der spektralen Position und Breite des Laserpulsspektrums sowie von der elektrischen Feldstärke ab. Zur Erklärung dieser Beobachtung im Vier-Wellen-Mischen werden die Bloch-Oszillationen im Wannier-Stark-Bild betrachtet.

Je nach angelegtem elektrischem Feld dominieren unterschiedliche Wannier-Stark-Zustände das Energiespektrum (vgl. Abschnitt 5.1.1 sowie [62, 63]). Während bei mittleren Feldstärken die Wannier-Stark-Übergänge $1shh0$ und $1shh-1$ die größte Oszillatorstärke besitzen und daher Bloch-Oszillationen entsprechend der einfachen Wannier-Stark-Aufspaltung (eEd) mit der Grundfrequenz ω_B angeregt werden, ist im Bereich niedriger Feldstärken die Anregung weiter auseinander liegender Wannier-Stark-Zustände mit ausreichender Oszillatorstärke möglich. Dominiert beispielsweise die Anregung der Übergänge $1shh-1$ und $1shh+1$ entsprechend einem spektralen Abstand von $(2eEd)$, so wird die zweite Harmonische $2\omega_B$ an-

schwingen. Dominiert die Anregung der Übergänge $1\text{shh}-2$ und $1\text{shh}+2$ mit dem Abstand ($4eEd$), so wird die vierte Harmonische $2\omega_B$ der Grundschwingung beobachtet.

Darüber hinaus zeigen die von P. Leisching in demselben experimentellen Aufbau gemessenen TEOS-Transienten unter Anregungsbedingungen, bei denen die Ladungsträgeroszillationen im Vier-Wellen-Mischen die Frequenz $2\omega_B$ aufweisen, keinerlei Hinweis auf höhere harmonische Moden [40, 42]. Wie in Referenz [40] weiter ausgeführt wird, kann dies im Rahmen des Dichtematrixformalismus mit bestimmten Auswahlregeln bzgl. der für die Intraband-Polarisation relevanten Matrixelemente erklärt werden. Die für das Auftreten höherer harmonischer Moden erforderlichen Matrixelemente sind entsprechend numerischer Berechnungen wesentlich kleiner als die der Grundfrequenz.

6.1.4 Interpretation von REOS-Daten im Zyklotron-Regime bei Vorspannung in Durchlassrichtung

Die in Abbildung 5.13(a) dargestellten Messdaten weisen eine Besonderheit auf. Für Vorspannungswerte um etwa $U_{\text{app}} = +0,9\text{ V}$ befindet sich das Übergitter im Flachbandbereich. Hier verschwindet das über dem Übergitter abfallende elektrische Feld, um bei weiterer Steigerung der externen Vorspannung mit entgegengesetztem Vorzeichen wieder anzusteigen. Daher sollte es entsprechend der in Abbildung 6.7 dargestellten Frequenzspektren, die im Rahmen des semiklassischen Modells für die E- und B-Feldwerte der Messung berechnet wurden, sogar zu einem zweiten Übergang vom Zyklotron- ins Magneto-Bloch-Regime kommen.

Bei den Messdaten für Vorspannungswerte zwischen $+1\text{ V}$ und $+1,4\text{ V}$ fällt insbesondere ein anomaler Signalverlauf ins Auge. Zwar erkennt man Oszillationen mit einer etwa konstanten Frequenz von $2,3\text{ THz}$ (gemessen bei $+1,2\text{ V}$ zwischen den beiden Minima bei $0,86\text{ ps}$ und $1,29\text{ ps}$), jedoch scheint das Signal vor dem ersten der beiden betrachteten Minima bei $0,86\text{ ps}$ die Phasenlage zu ändern.³

Man muss sich hier die Frage stellen, ob es sich bei den beobachteten Signaturen für hohe Vorspannungswerte tatsächlich um die Resonanz im Zyklotron-Regime handelt. Der Wert der gemessenen Oszillationsfrequenz selbst spricht gegen diese zunächst naheliegende Vermutung. Den Frequenzspektren in Abbildung 6.7 ist im Zyklotron-Regime eine Frequenz von nur etwa 1 THz zu entnehmen statt der experimentell beobachteten etwa $2,3\text{ THz}$.

Im Magneto-Bloch-Regime stimmen die berechneten Frequenzen jedoch recht gut mit den gemessenen überein. Die für das Zyklotron-Regime berechnete Frequenz von etwa 1 THz kann daher zum Vergleich mit dem Experiment herangezogen werden. Wir schließen daraus, dass die für hohe elektrische Vorspannungen beobachteten oszillatorischen Strukturen aufgrund des großen Frequenzunterschieds zwischen Messung und Modellrechnung keine zyklotronartigen Oszillationen sein können.

Als Erklärung für die beobachteten Oszillationen bei hohen Vorspannungswerten bleibt noch die Identifizierung mit Schwerloch-Leichtloch-Schwebungen übrig, deren Frequenz beim un-

³Des Weiteren ist den betrachteten Transienten noch eine hochfrequente Oszillation aufmoduliert, die vermutlich auf äußere Störeinflüsse zurückzuführen ist.

tersuchten Übergitter im Bereich um 2 THz liegt. Schwerloch-Leichtloch-Schwebungen treten erfahrungsgemäß insbesondere im Flachbandbereich auf, was folgenden Umkehrschluss zulässt: Trotz Erhöhung der äußeren Vorspannung derart, dass das über dem Übergitter abfallende elektrische Feld bereits in der Gegenrichtung ansteigen müsste, verharrt das System in der Flachbandsituation. Wie häufig bei Halbleiterübergittern beobachtet, ist ein Feldaufbau in Durchlassrichtung aufgrund des gegenüber der Sperrichtung wesentlich stärkeren Dunkelstroms und der hierdurch verursachten Feldabschirmung kaum möglich.

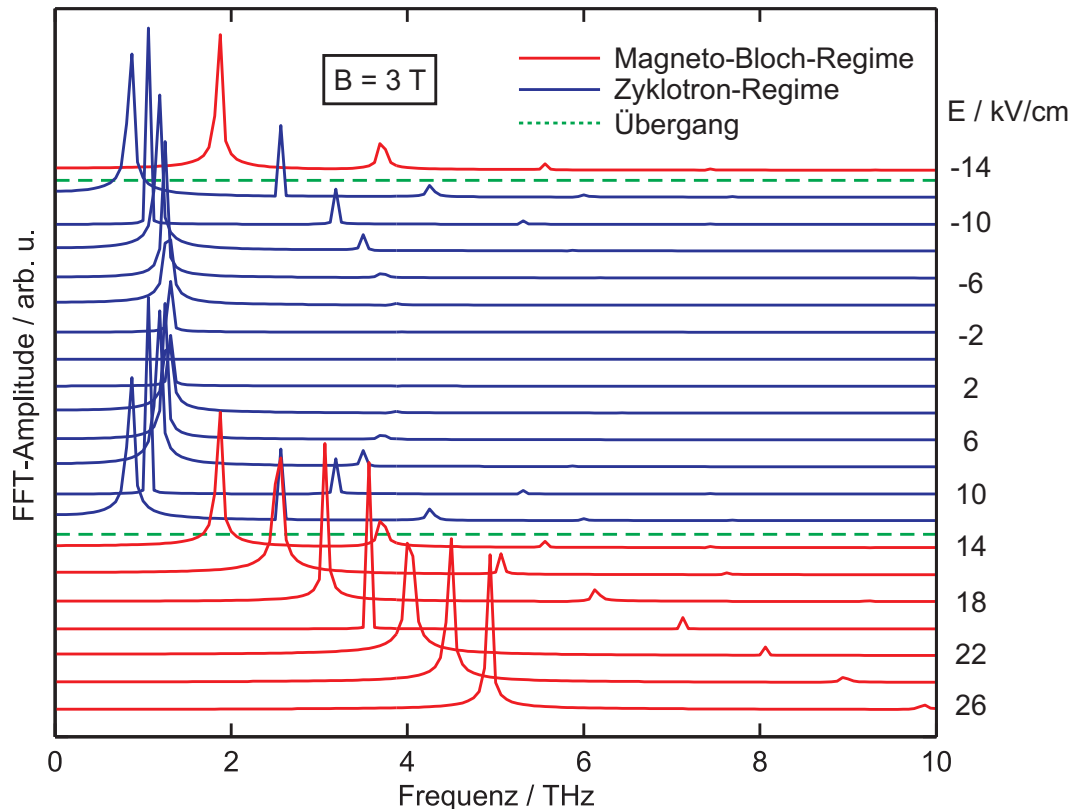


Abbildung 6.7: Gekreuzte Feldanordnung: Semiklassisch berechnete Frequenzspektren für $B = 3 \text{ T}$ bei Variation des elektrischen Feldes zwischen $+26 \text{ kV/cm}$ und -15 kV/cm für die Übergitterstruktur II 3720 ($\Delta = 36 \text{ meV}$). Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime sowie der Übergangsbereich sind wie üblich rot, blau bzw. grün gekennzeichnet.

6.1.5 Dephasierung der Ladungsträgeroszillationen

Wie die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten zeitaufgelösten elektro-optischen Untersuchungen sowie die entsprechenden THz-Emissionsmessungen von T. Bauer et al. [8, 9] zeigen, manifestiert sich der unterschiedliche Charakter der bei gekreuzter Feldanordnung auftretenden Bewegungsregime neben einem gegenläufigen Frequenzverhalten in Abhängigkeit des Verhältnisses $\eta = E/B$ der äußeren Felder auch in unterschiedlichen Dephasierungszeiten.

Gemäß Abbildung 5.15 liegen die Dephasierungszeiten im Magneto-Bloch-Regime durchweg

unterhalb der für das Zyklotron-Regime bestimmten Werte. Diese Beobachtung bestätigt das Ergebnis der Auswertung der Dephasierungszeiten der THz-Emissionsmessungen. Der Grund für dieses Verhalten konnte noch nicht abschließend geklärt werden.

Als mögliche Ursache kommt die unterschiedliche magnetische Lokalisierungslänge $\lambda_{\text{mag}} = \sqrt{\hbar/eB}$ der elektronischen Wellenfunktionen in den beiden Regimen in Betracht, die gemäß obiger Formel mit steigendem Magnetfeld abnimmt. Im Magnetfeld-dominierten Zyklotron-Regime ist die magnetische Länge klein und die Wellenfunktionen sind in diesem Fall solche von Landau-Niveaus im gekreuzten elektrischen und magnetischen Feld (vgl. Abschnitt 3.1). Im E-Feld-dominierten Magneto-Bloch-Regime dagegen hat die Bewegung einen stärkeren Tunnelcharakter. Die Wellenfunktionen sind dann entsprechend ihrer größeren magnetischen Länge in der Richtung der Hall-Drift (y-Richtung) nicht so stark lokalisiert wie im Zyklotron-Regime, in dem die Ladungsträger mit zunehmendem Magnetfeld in der xy-Ebene auf immer engere Bahnen gezwungen werden. Bei weiter ausgedehnten Wellenfunktionen sollte es häufiger zu Stößen kommen, sodass die Ladungsträgeroszillationen im Magneto-Bloch-Regime schneller dephasieren.⁴

Ein weiterer Erklärungsansatz sind die infolge des senkrecht zur Tunnelrichtung der Ladungsträger liegenden Magnetfeldes verursachte Verzerrung der Bandstruktur und die Verkleinerung des Phasenraumvolumens der Ladungsträger, die zum kohärenten Signal beitragen. In der Literatur wird dieser Effekt für gekoppelte Quantentöpfe theoretisch [118, 119] und experimentell mit Hilfe von Transportmessungen [119, 120] und THz-Emissionsexperimenten [121] untersucht und beschrieben.

Durch das Magnetfeld könnten außerdem bestimmte Streukanäle wegfallen (z. B. Exziton-Phonon- oder Exziton-Exziton-Streuung). Bei paralleler Feldanordnung kommt diese Möglichkeit, wie uns von M. Dignam bestätigt wurde [122], mit Sicherheit in Frage, könnte aber auch bei gekreuzten Feldern ein sinnvoller Ansatz sein. Um die hier angeführten Erklärungsansätze zu prüfen, bedarf es allerdings detaillierter Berechnungen.

Die aus den TEOS-Transienten extrahierten Dephasierungszeiten sind sowohl im Magneto-Bloch- als auch im Zyklotron-Regime verglichen mit den Ergebnissen der THz-Emissionsmessungen von T. Bauer et al. etwa viermal kleiner. Da beide Messmethoden, die elektrooptische und die THz-Emissionsspektroskopie, auf die Intraband-Respons des Halbleiterübergitters sensitiv sind, sollten aber unter gleichen Bedingungen auch etwa gleiche Dephasierungszeiten beobachtet werden.

Die starke Abweichung lässt sich vermutlich darauf zurückführen, dass im Fall der TEOS-Messungen eine etwa um den Faktor 10 höhere Anregungsdichte verbunden mit einer höheren Streurate der Ladungsträger untereinander vorlag. T. Bauer gibt in Referenz [8] eine Volumenanzregungsdichte von $6 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ bei einer mittleren Anregungsleistung von 20 mW und etwa 1 mm Durchmesser des Anregestrahls auf der Übergitterprobe an. Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten TEOS-Messungen liegt die gesamte optische Anre-

⁴Einschränkend ist hierbei anzumerken, dass das konkrete Aussehen der Wellenfunktionen von der bei der quantenmechanischen Berechnung verwendeten Eichung des magnetischen Vektorpotentials abhängt. Des Weiteren ist auch denkbar, dass im Falle weit ausgedehnter Wellenfunktionen über die vorhandenen Streupotentiale gemittelt wird und das resultierende Streupotential schwächer ist als bei stärkerer Lokalisierung.

gungsleistung mit 12 mW in derselben Größenordnung. Aufgrund der wesentlich stärkeren Fokussierung erreichen wir jedoch, wie in Abschnitt 4.4.1 erläutert, eine Anregungsdichte von etwa $5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$.

Stark unterschiedliche spektrale Anregungsbedingungen lassen sich als Ursache ausschließen. T. Bauer gibt eine Laserzentralwellenlänge von $\lambda_0 = 801 \text{ nm}$ bei einer Halbwertsbreite von 18 nm an. Wir haben gemäß der Bildunterschrift zu Abbildung 5.14 bei $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$ mit einer Halbwertsbreite von 16 nm angeregt.

6.2 Diskussion zur schiefen Feldanordnung

Im Folgenden werden wir die Ergebnisse der Untersuchung der Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillationen bei schiefer Feldanordnung im Detail betrachten und im Vergleich mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Modell für den Fiske-Effekt diskutieren.

6.2.1 Allgemeine Betrachtungen zum Fiske-Effekt

Bisher beschränkten sich in der Literatur experimentelle und theoretische Arbeiten zur Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillationen in Halbleiterübergittern auf die Untersuchung des Ladungstransports [13, 14, 87–90]. So zeigen beispielsweise die von Fromhold et al. bei schiefer Feldgeometrie gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinien und die daraus ermittelte Vorspannungsabhängigkeit der differentiellen Leitfähigkeit im Bereich der Resonanz der Bloch-Oszillationen mit den Zyklotron-Oszillationen in der Übergitterebene eine Änderung der Steigung bzw. ein lokales Maximum [14], d. h. eine resonante Stromerhöhung infolge der Kopplung. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten zeitaufgelösten elektro-optischen Messungen gehen in zweifacher Hinsicht über die Erkenntnisse aus diesen Transportmessungen hinaus.

Zum einen zeigt sich in der elektro-optischen Respons ein wesentlich deutlicherer Effekt. Die Beobachtung einer erhöhten Feldabschirmung, die zu einem resonanzartigen Verlauf des elektro-optischen Signals in Abhängigkeit des Magnetfeldes führt, ist der eindeutige Beweis für das Auftreten eines selbstinduzierten Gleichstroms in einem nicht-supraleitenden und nicht-suprafluiden System. Im Halbleiterübergitter tritt demnach ein zum Fiske-Effekt im Josephson-Übergang äquivalenter Effekt auf. Zur Detektion des selbstinduzierten Gleichstroms ist die zeitaufgelöste elektro-optische Spektroskopie hervorragend geeignet, da das Signal bei dieser Methode direkt proportional zur räumlichen Ladungsträgerverschiebung ist. Im Gegensatz beispielsweise zur THz-Emissionsspektroskopie sind REOS und TEOS integrierende Messtechniken in dem Sinne, dass zeitlich über die Geschwindigkeit der Ladungsträger integriert wird. Das THz-Emissionssignal ist dagegen proportional zur zweiten Zeitableitung der Auslenkung und damit zur ersten Zeitableitung der Geschwindigkeit.

Zum anderen kann mittels der im Rahmen dieser Arbeit erstmals durchgeführten zeitaufgelösten Messungen der Nachweis erbracht werden, dass der Fiske-Effekt im Halbleiterübergitter ein kohärentes Phänomen ist. Gemäß der theoretischen Herleitung der Magnetfeldabhängigkeit der räumlichen Verschiebung $X(\infty)$ erreicht diese Größe nach dem Abklingen der Kohärenz nach Subtraktion der durch den Driftstrom hervorgerufenen Verschiebung einen nur von $\alpha = \omega_{Cx}/\omega_B^0$ (und damit vom Verhältnis $\eta = B/E$) und den Dämpfungskonstanten abhängigen stationären Wert. Wäre das nicht der Fall, so müsste die beobachtete Resonanzüberhöhung auch nach dem Abklingen der Kohärenz immer weiter zunehmen.

Dass der mit zeitaufgelösten Methoden detektierte Fiske-Effekt ein kohärenter Effekt ist, kann folgendermaßen veranschaulicht werden: Man betrachte zwei elektronische Wellenpakete mit exponentieller Dämpfung. Jedes führe gleichzeitig eine Bloch- und eine Zyklotron-Oszillation aus. Ändert sich nun bei einem der Wellenpakete die relative Phase zwischen seiner Bloch- und Zyklotron-Oszillation aufgrund von Streuung, so wird für das betreffende Wellenpaket der resonante Gleichstrom des Fiske-Effekts verschwinden. Andererseits sollte

es keine Auswirkungen auf die Richtung des selbstinduzierten Gleichstroms haben, wenn man die beiden Wellenpakete außer Phase schwingen lässt, sofern bezogen auf ein einzelnes Wellenpaket jeweils die relative Phasenlage zwischen Bloch- und Zyklotron-Oszillation erhalten bleibt. Das Bestehen einer festen Phasenbeziehung zwischen Bloch- und Zyklotron-Oszillator ist demnach unabdingbar für den Fiske-Effekt.

Die Betrachtung des Phasenverlusts zwischen Bloch- und Zyklotron-Oszillation eines einzelnen elektronischen Wellenpakets wirkt zunächst eher akademisch, hat aber insofern ihre Berechtigung als die Kopplung, die zum Fiske-Effekt führt, tatsächlich am einzelnen Wellenpaket erfolgt. Die Lorentz-Kraft wirkt stets auf die einzelne sich bewegende Ladung, sodass sich die durch die Lorentz-Kraft hervorgerufene Zusatzkomponente des elektrischen Feldes, die letztlich für die Kopplung verantwortlich ist, ebenfalls auf das einzelne Elektron bezieht (vgl. Gleichung (3.40) und die entsprechende Textpassage). Der Bezug zum Experiment kann sehr einfach durch folgende Überlegung hergestellt werden: Die Anfangsphase der oszillatorischen Wellenpaketbewegung ist durch die Anregungsenergie bestimmt. Der Fiske-Effekt sollte daher auch und in gleicher Stärke auftreten, wenn die Anregung breitbandig erfolgt und gar keine Bloch-Oszillationen auftreten (vgl. Abschnitt 6.3.3).

Fromhold et al. identifizieren die von ihnen beobachteten Maxima der differentiellen Leitfähigkeit mit dem Auftreten chaotischer und räumlich weit ausgedehnter Ladungsträgertrajektorien, wenn die Resonanzbedingung für die gekoppelte Bloch-Zyklotron-Oszillation erfüllt ist (vgl. Abschnitt 5.3.1). Allerdings vernachlässigen sie bei der Berechnung der Trajektorien die Dämpfung im System. Die Autoren führen eine Dämpfung erst im Nachhinein zur Quantifizierung des Effekts der Delokalisierung der elektronischen Wellenpakete ein.

Wird die Dämpfung dagegen gemäß Referenz [86] wie in Abschnitt 3.2.4 der vorliegenden Arbeit dargestellt bereits in den Bewegungsgleichungen berücksichtigt und werden realistische Dämpfungskonstanten verwendet, so verhindert die Dämpfung bei genügender Stärke eine chaotische Ladungsträgerbewegung sowie vollständig delokalisierte Wellenfunktionen und stabilisiert auf diese Weise die gedämpften harmonischen Oszillationen auch im Bereich der Resonanz (vgl. Abschnitt 3.2.5). Die Ausprägung chaotischen Verhaltens hängt, wie in Abschnitt 3.2.5 beschrieben, auch vom Winkel Θ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} ab. Eine geeignete Wahl der Dämpfungskonstanten verhindert allerdings auch für den dort betrachteten Fall $\Theta = 60^\circ$ die Entstehung von Chaos.

Während sich bei Variation des Magnetfeldes im Fall der schiefen Feldgeometrie die Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillation sehr deutlich in Form des selbstinduzierten Gleichstroms zeigt, bleibt der oszillatorische Anteil der elektro-optischen Signale gemäß Abbildung 5.17(a) und (b) hiervon quasi unberührt. Insbesondere ändert sich die Frequenz der Bloch-Oszillation über den gesamten Magnetfeldbereich von 0 T bis 8 T kaum (vgl. Abschnitt 6.2.3).

Die Stärke aber auch der Charakter der Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillation hängen vom Winkel Θ zwischen E- und B-Feldrichtung ab. Im kopplungsfreien Fall für $\Theta = 0$ liegen die durch das elektrische Feld verursachte Bloch-Oszillation und die Zyklotron-Oszillation um die Magnetfeldrichtung (bei Vernachlässigung exzitonischer Effekte, vgl. Abschnitt 3.1) völlig unabhängig voneinander vor. Vergrößert man nun Θ , so nimmt die Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillator entsprechend der Kopplungsstärke $\kappa = \alpha \tan \Theta$

kontinuierlich zu. Bei schiefer Feldgeometrie wird eine Kopplung der Bloch-Oszillation entlang der Wachstumsrichtung (x-Richtung) des Übergitters mit der Zyklotron-Oszillation in der Übergitterebene (yz-Ebene) möglich.

Maximale Kopplung wird für $\Theta = 90^\circ$, d. h. bei senkrechter Feldanordnung erreicht, da dann sowohl Wannier-Stark- als auch Landau-Quantisierung in Wachstumsrichtung des Übergitters liegen. In diesem Fall koexistieren Bloch- und Zyklotron-Oszillation nicht mehr, sondern es liegt quasi ein einziger Oszillator vor, dessen Frequenzcharakteristik in Abhängigkeit der äußeren Felder durch das Verhältnis $\eta = E/B$ von elektrischem und magnetischem Feld bestimmt ist. Bei senkrechter Feldgeometrie verschwindet die Magnetfeldkomponente B_x entlang der Wachstumsrichtung und damit auch die Zyklotronoszillation in der Übergitterebene. Übrig bleibt lediglich die jetzt maximale Kopplung.

Die starke Feldabhängigkeit der Oszillationsfrequenz für $\Theta = 90^\circ$ lässt sich damit erklären, dass die Bloch-Oszillationsfrequenz bei gekreuzter Feldanordnung durch die in diesem Fall auftretende Hall-Geschwindigkeit in y-Richtung, die quasi als DC-Geschwindigkeit aufgefasst werden kann, stark beeinflusst wird [8–10]. Bei schiefer Feldanordnung kommt es durch die Anregung von Zyklotron-Oszillationen in der Übergitterebene (yz-Ebene) dagegen zu einer oszillierenden Hall-Geschwindigkeit, sodass deren Netto-Einfluss auf die Bloch-Oszillationsfrequenz im zeitlichen Mittel verschwindet [21].

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen werden im Folgenden wichtige Aspekte der semi-klassischen Behandlung des Fiske-Effekts im Halbleiterübergitter und der entsprechenden in dieser Arbeit vorgestellten Messergebnisse betrachtet.

6.2.2 Güte der analytischen Näherung für $X(\infty)$

Bei der Herleitung der Abhängigkeit der räumlichen Ladungsträgerverschiebung $X(\infty)$ von $\alpha = \omega_{Cx}/\omega_B^0$ in Abschnitt 3.2.5 wurde im Rahmen der behandelten Modelle die zugrunde liegende Differentialgleichung zweiter Ordnung (3.42) bzw. (3.68) bis zur ersten Ordnung der Kopplungsstärke κ entwickelt. Diese Näherung führt zu einem gewissen Fehler der analytischen Näherung gegenüber der numerischen Lösung der Bewegungsgleichungen, den wir im Folgenden näher betrachten.

Die Güte der analytischen Näherung hängt von allen Parametern ab, die in $X(\infty)$ eingehen. Wir konzentrieren uns an dieser Stelle jedoch auf die Abhängigkeit des Näherungsfehlers vom Winkel Θ zwischen E- und B-Feldrichtung, da diese Größe anders als die Dämpfungskonstanten im Experiment frei gewählt werden kann.

Abbildung 6.8(a) zeigt die relative Abweichung von $X(\infty)$ gemäß Gleichung (3.78)⁵ vom entsprechenden Ergebnis der numerischen Lösung des Differentialgleichungssystems (3.81) in Abhängigkeit von Θ . Die Berechnung wurde für den Resonanzfall $\alpha = 1$ mit $\Gamma_v = 0,1014$, $\Gamma_E = 0,0001$ und $\Gamma_C = 0,0743$ durchgeführt, quasi entsprechend den Ergebnissen der iterativen Anpassung in Abbildung 5.20. Es gilt außerdem: $m^* = 0,067m_0$ und $m_x = 0,114m_0$.

⁵Der Driftstrom wurde hierbei nur durch den dominierenden Term ($\propto \Gamma_E \tau_\infty$) berücksichtigt.

Es zeigt sich, dass die Abweichung für $\Theta < 20^\circ$ vernachlässigbar klein ist, oberhalb aber stark zunimmt. Bei dem im Experiment verwendeten Winkel $\Theta = 30^\circ$ beträgt der relative Fehler bereits etwa 10%. Die starke Winkelabhängigkeit der Abweichung zwischen numerischer und analytischer Lösung wird in Abbildung 6.9 nochmals verdeutlicht. Dargestellt sind mit obigen Parametern numerisch berechnete Transienten für $\Theta = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ und jeweils ein Punkt gemäß Gleichung (3.78) bei $\tau_\infty \approx 183$. Der selbstinduzierte Gleichstrom nimmt erwartungsgemäß mit Θ (genau genommen mit $\tan \Theta$), d. h. mit der Kopplungsstärke, stark zu.

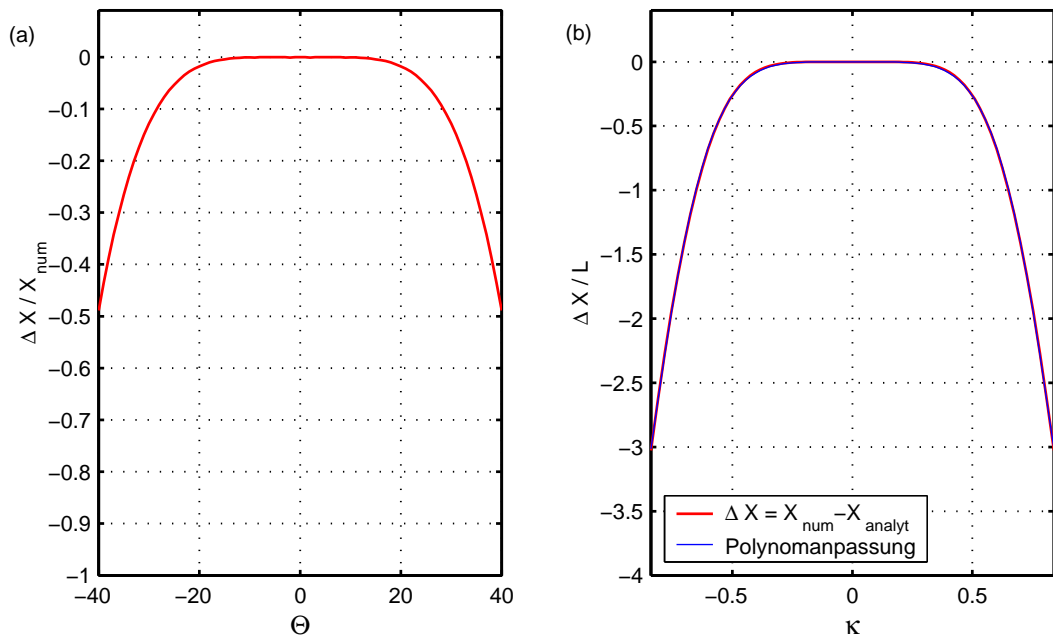


Abbildung 6.8: Schiefe Feldanordnung: Fehler der analytischen Näherung für $X(\infty)$ gemäß Gleichung (3.78) gegenüber der numerischen Lösung des Differentialgleichungssystems (3.81). (a) Relativer Fehler gegen Θ . (b) Absoluter Fehler gegen κ (rot) und Ergebnis der Polynomanpassung des Fehlers (blau). Die Ausdehnung in den Bereich negativer Werte für Θ und κ zeigt die Invarianz der verwendeten Bewegungsgleichungen und der analytischen Näherung gegen Vorzeichenumkehr.

Wird in der Differentialgleichung (3.68) bis zur ersten Ordnung in κ entwickelt, so erhält man einen Term ($\propto A\kappa v_x v_y$). Dieser Term dominiert bei der Berechnung von $X(\infty)$. Entwicklung bis zur zweiten Ordnung ergibt entsprechend einen Term ($\propto A^2 \kappa^2 v_x v_y^2$). Da in diesem Fall drei oszillatorische Komponenten miteinander multipliziert werden (v_x und zweimal v_y), ist ein Heruntermischen der Frequenz auf Null im Resonanzfall nicht möglich und man erhält keinen Beitrag zum selbstinduzierten Gleichstrom.⁶ Erst in der dritten Ordnung in κ mit dem Term ($\propto A^3 \kappa^3 v_x v_y^3$) ist dies wieder der Fall, da jetzt vier oszillatorische Komponenten multipliziert werden (v_x und dreimal v_y).

Allgemein tragen nur die Terme zum selbstinduzierten Gleichstrom in Resonanz bei, bei denen eine gerade Anzahl von oszillatorischen Komponenten miteinander multipliziert wird.

⁶Es ist zu beachten, dass diese Frequenzwahlregel nur im dämpfungsfreien Fall als scharf anzusehen ist, bei Dämpfung jedoch gelockert wird.

Gemäß den Gleichungen (3.73) und (3.74) ist v_x unabhängig von κ , während v_y proportional zu κ ist. Demnach erwartet man, dass sich der Fehler infolge der Vernachlässigung höherer Ordnungen bei der Herleitung von $X(\infty)$ durch ein Polynom der Form $(a\kappa^4 + b\kappa^6 + c\kappa^8)$ darstellen lässt.⁷

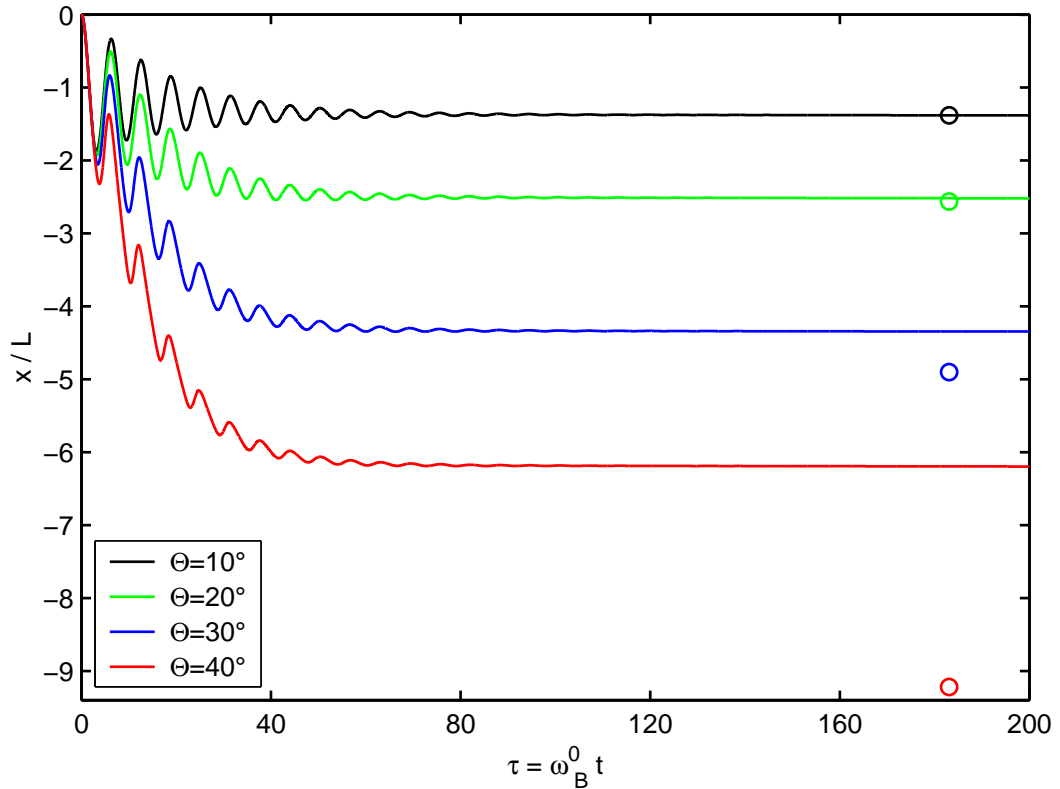


Abbildung 6.9: Schiefe Feldanordnung: Numerisch berechnete Transienten (erweitertes Modell) auf Basis des Differentialgleichungssystems (3.81) für $\alpha = 1$ und verschiedene Winkel Θ . Die Kreise geben zum Vergleich jeweils den analytisch genäherten Wert von $X(\infty)$ gemäß Gleichung (3.78) bei $\tau_\infty \approx 183$ an. Mit zunehmendem Winkel zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} steigt der absolute Fehler der analytischen Näherung stark an. Gleichzeitig nimmt der selbstinduzierte Gleichstrom mit der Kopplungsstärke zu.

Die Koeffizienten a, b, c werden durch Anpassung dieses Polynoms an den absoluten Fehler der Näherung bestimmt. Das Ergebnis der Anpassung ist in Abbildung 6.8(b) dargestellt. Die Koeffizienten werden bestimmt zu $a = -1,0208$, $b = -16,0154$ und $c = 12,5412$. Es besteht eine sehr gute Übereinstimmung der Polynom-Anpassung mit dem absoluten Fehler der analytischen Näherung. Der Koeffizient a der niedrigsten relevanten Ordnung des Fehlerpolynoms ist dabei aufgrund obiger Frequenzwahlregel bereits sehr klein. Dass die Koeffizienten b und c demgegenüber mehr als zehnmals größer sind, fällt nicht ins Gewicht,

⁷Für die Geschwindigkeitskomponente v_x wird bei der analytischen Näherung die im magnetfeld- und driftfreien Fall durch den δ -Puls hervorgerufene Resonanz angesetzt (vgl. Abschnitt 3.2.5). Hierbei wird nicht berücksichtigt, dass v_x aufgrund der Rückkopplung von v_y ebenfalls eine Änderung erfährt. Eine Abschätzung des hierbei in Kauf genommenen Fehlers ist auf eine dem obigen Vorgehen sehr ähnliche Weise möglich.

da wegen $\kappa < 1$ die höheren Potenzen ohnehin immer weniger beitragen.

6.2.3 Analyse der experimentellen Daten

Im Folgenden werden die Messergebnisse zur elektro-optischen Resonanz der Übergitterprobe 2 bei schiefer Feldgeometrie entsprechend den TEOS-Transienten in den Abbildungen 5.17 und 5.19 unter verschiedenen Gesichtspunkten analysiert.

Abschätzung der Feldabschirmung durch den Fiske-Effekt

Die Ladungsverschiebung $X(\infty)$ aufgrund des selbstinduzierten Gleichstroms führt zu einer Feldabschirmung in der Übergitterprobe. Die Stärke E_{AS} des Abschirmfeldes lässt sich bei Kenntnis der Ladungsträgerdichte N_{LT} (Anzahl der angeregten Ladungsträger pro Volumeneinheit) in der Probe im Rahmen eines einfachen Kondensatormodells abschätzen.

Man setzt hierbei an:

$$E_{AS} = \frac{Q}{C} \cdot \frac{1}{L_{int}} = \frac{eN_{LT}X(\infty)A_K}{C} \cdot \frac{1}{L_{int}} = \frac{eN_{LT}X(\infty)}{\epsilon_0\epsilon_r}. \quad (6.9)$$

Dabei sind Q die Ladung und C die Kapazität des Plattenkondensators, L_{int} die intrinsische Schichtdicke der Übergitterprobe entsprechend dem Plattenabstand, A_K die Fläche einer Kondensatorplatte und ϵ_0 die elektrische Feldkonstante im Vakuum. Die Dielektrizitätszahl ϵ_r hat bei GaAs den Wert 13,13 [1]. Die Abschirmfeldstärke hängt linear von der Verschiebung $X(\infty)$ und der Ladungsträgerdichte N_{LT} ab.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit bei schiefer Feldanordnung durchgeführten zeitaufgelösten Messungen liegt die Anregungsdichte bei $N_{LT} \approx 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Drückt man $X(\infty)$ wieder in Einheiten der Bloch-Oszillationsamplitude $L = \Delta/(2e|E|)$ aus, so ergibt sich damit der in Abbildung 6.10 dargestellte Zusammenhang $E_{AS}(X(\infty))$.

Für die maximale experimentell beobachtete räumliche Auslenkung in Resonanz, die sich bei Normierung der Messdaten entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 3.2.5 zu etwa $4,6 \cdot L$ bestimmen lässt, entnimmt man aus Abbildung 6.10 ein elektrisches Abschirmfeld von etwa 2,9 kV/cm. Dies entspricht einer Verringerung der Wannier-Stark-Aufspaltung von etwa 3 meV (1,5 nm), die sich bei entsprechender Auflösung des verwendeten Spektrometers in der linearen Resonanz (Absorption, Elektreflexion, Fotostrom) des Übergitters zweifelsfrei detektieren lassen sollte.

Eine Verringerung der Wannier-Stark-Aufspaltung um 3 meV entspricht gleichzeitig einer Frequenzerniedrigung um etwa 0,8 THz im Bereich der Resonanz gegenüber dem magnetfeldfreien Fall. Dies lässt sich durch die Messdaten leider nicht bestätigen. Wie in Abschnitt 5.3.1 bereits festgestellt, kann man den Fourier-Spektren in Abbildung 5.18 bei Variation des Magnetfeldes von 0 T bis 8 T zwar eine Frequenzabnahme von etwa 0,15 THz entnehmen. Es handelt sich jedoch um einen kontinuierlich Frequenzrückgang, ohne im Resonanzfall

eine Spitze zu zeigen. Das Abschirmfeld infolge des selbstinduzierten Gleichstroms baut sich während der Zeitdauer der Kohärenz nur allmählich auf. Es ist daher denkbar, dass sich auch die Frequenz erst allmählich ändert. Diese Vermutung lässt sich jedoch aufgrund der geringen Anzahl beobachteter Oszillationsperioden nicht nachprüfen. Ein weiterer Erklärungsansatz ist, dass die Anregungsdichte bei der Messung tatsächlich niedriger war als der abgeschätzte Wert und damit entsprechend Gleichung (6.9) auch das Abschirmfeld.

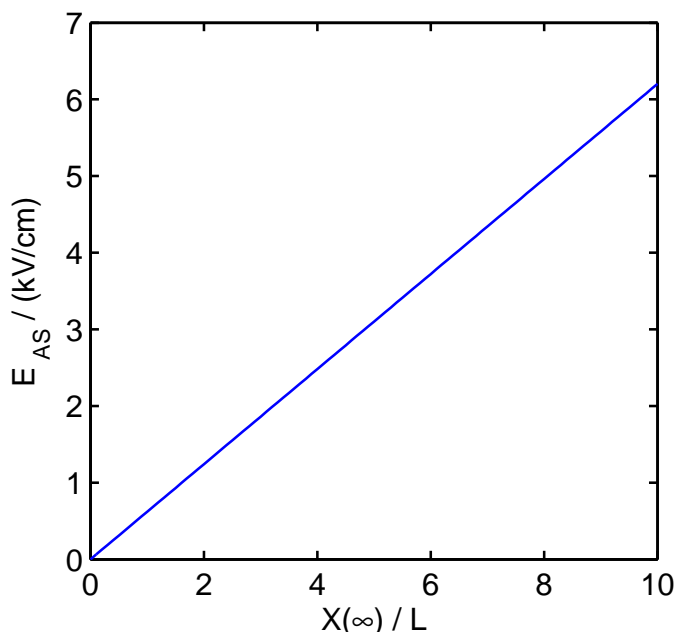


Abbildung 6.10: Elektrisches Abschirmfeld in Abhängigkeit der räumlichen Ladungsverschiebung, wie bisher in Einheiten der räumlichen Bloch-Oszillationsamplitude $L = \Delta / (2e|E|)$ bei Annahme einer Volumenladungsträgerdichte $N_{LT} = 5 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$.

Die Verringerung der Wannier-Stark-Aufspaltung mit zunehmendem Magnetfeld, wie sie sich in den Transmissionsspektren bei schiefer Feldanordnung in Abbildung 5.22 zeigt, kann als Erklärung für die beobachtete Frequenzreduktion dienen. Der energetische Abstand der Zustände 1shh0 und 1shh-1 verringert sich bei Steigerung des Magnetfeldes von 0 T bis 8 T um etwa 2 meV entsprechend einer Frequenzänderung um etwa 0,5 THz. Dies ist jedoch das Dreifache der experimentell beobachteten Frequenzänderung.

Möglicherweise ist die energetische Verschiebung der Zustände durch die geringe Auflösung des bei den Absorptionsmessungen, verwendeten Spektrometers verfälscht. Die gemessene Änderung der Wannier-Stark-Aufspaltung von 2 meV liegt zwar noch oberhalb der nominellen Auflösungsgrenze des Spektrometers von 0,35 nm entsprechend 0,7 meV. Da aber das korrekte und stabile Einkoppeln des Lichts über die Lichtleitfaser in das Spektrometer nicht gewährleistet werden kann, liegt die experimentelle vermutlich noch unter der nominellen Auflösung entsprechend den Herstellerangaben.

Dephasierungsverhalten

In Abbildung 6.11 sind die mittels iterativer Anpassung einer exponentiell gedämpften Sinusschwingung an die TEOS-Transienten in Abbildung 5.17 ermittelten Dephasierungszeiten der Ladungsträgeroszillationen in Abhängigkeit des Magnetfeldes dargestellt. Zur

Anpassung wurde wieder der Nelder-Mead-Algorithmus verwendet (siehe Abschnitt 5.2.1).

Die Dephasierungszeiten liegen sämtlich unter 1 ps und streuen stark. Es lassen sich lediglich gewisse Tendenzen ablesen. Insbesondere ist zwischen 0 T und etwa 4 T ein Anstieg der Dephasierungszeit von Werten um 0,3 ps auf knapp 0,7 ps zu verzeichnen. Zwischen 5 T und 6 T fällt die Dephasierungszeit dann wieder ab, um oberhalb von 6 T noch einmal leicht anzusteigen.

Bei den Transienten für Magnetfelder zwischen 4,2 T und 4,8 T sowie insbesondere zwischen 5,8 T und 6,2 T ist die Anpassung einer gedämpften Sinusschwingung nicht möglich oder liefert unrealistische Ergebnisse für die Dephasierungszeit. Wie in Abschnitt 5.3.1 bereits festgestellt brechen bei diesen Transienten die Oszillationen nach zwei Perioden mit etwa gleich starker Amplitude jeweils abrupt ab. Abbildung 6.12(b) veranschaulicht die starke Abweichung vom Verlauf einer gedämpften Sinusschwingung anhand der Transiente bei 6 T und damit direkt in der Resonanz im Vergleich zum Anpassungsergebnis für eine Transiente außerhalb des Resonanzbereichs bei 1,8 T in Abbildung 6.12(a).

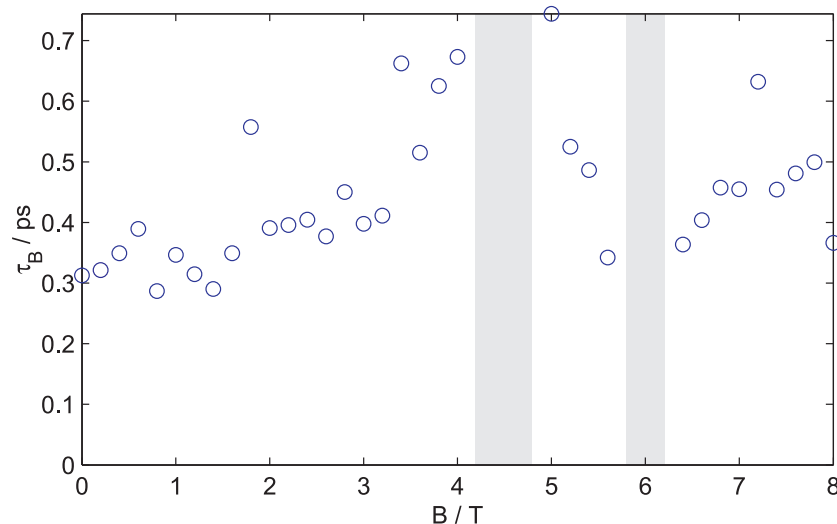


Abbildung 6.11: Schiefe Feldanordnung: Dephasierung der Ladungsträgeroszillationen. Ergebnis der iterativen Anpassung einer exponentiell gedämpften Sinusschwingung an die TEOS-Transienten aus Abbildung 5.17. Im grau unterlegten Magnetfeldbereich ist eine Anpassung an den Verlauf der Messdaten nicht möglich oder liefert unrealistische Ergebnisse.

Es besteht die Vermutung, dass die Amplitude der kohärenten Intra-band-Polarisation der Ladungsträgerbewegung in Abbildung 6.12(b) zu frühen Zeiten größer ist, es jedoch durch destruktive Interferenz mit anderen kohärenten Interband-Beiträgen zu einer deutlichen Signalreduktion kommt. Die Interband-Polarisation spielt, wie bereits erwähnt, in der Umgebung des Zeitnullpunktes im elektro-optischen Signal eine Rolle [104]. Eine ähnliche Beobachtung wird beispielsweise im Zusammenhang mit dem vermutlich ersten Nachweis von Bloch-Oszillationen mittels Vier-Wellen-Mischen gemacht [4]. Da bei Variation des Magnetfeldes auch die Position der Interbandübergänge variiert, muss dieser Interferenzeffekt nicht bei allen Transienten gleich stark ausgeprägt sein.

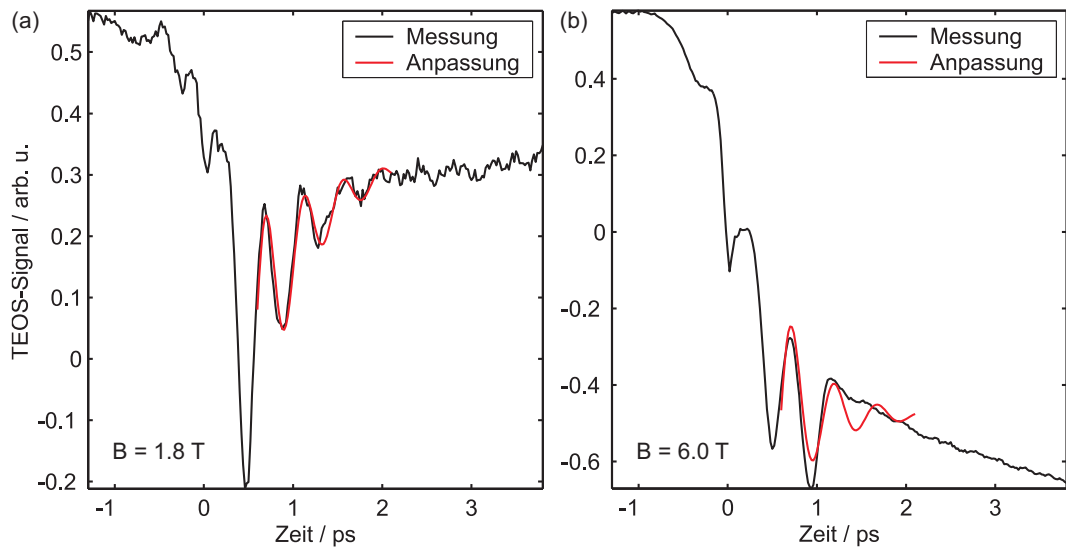


Abbildung 6.12: Schiefe Feldanordnung: TEOS-Transienten mit iterativ angepasster, exponentiell gedämpfter Sinusschwingung (jeweils in Rot). (a) $B = 1,8 \text{ T}$. Trotz des vorhandenen Messrauschens lässt sich über drei Schwingungsperioden eine sehr gute Anpassung erzielen. (b) $B = 6 \text{ T}$. Die Anpassung einer gedämpften Sinusschwingung an den Verlauf der Messdaten ist nicht möglich.

Nichtlinearer Driftstrom

Der bei der analytischen Behandlung des Fiske-Effekts zunächst separierte nichtlineare Driftstrom zeigt sich im Rahmen der numerischen Lösung des Differentialgleichungssystems für die Ladungsträgerbewegung im Halbleiterübergitter im elektrischen und magnetischen Feld (vgl. Abbildung 3.18 und 3.19 in Abschnitt 3.2.5) in Form eines linearen Anstiegs der räumlichen Auslenkung mit der Zeit. Der Drifteffekt hat, wie in Abbildung 3.17 veranschaulicht, das gleiche Vorzeichen wie der selbstinduzierte Gleichstrom infolge des Fiske-Effekts. Der Beitrag der Driftbewegung ist jedoch unabhängig vom Magnetfeld und tritt in den numerischen Daten auch im magnetfeldfreien Fall auf.

Betrachten wir nun die in Abbildung 5.17 dargestellten TEOS-Transienten bei schiefer Feldanordnung. Bei einem Großteil der Transienten zeigt sich nach der Anregung ab $\tau_{pp} \approx 0,5 \text{ ps}$ nur ein minimaler Anstieg des Signalniveaus mit der Zeit. Allerdings entspricht ein Anstieg in unserer Auftragung einem Rückgang der räumlichen Auslenkung und ist dem Fiske-Effekt entgegengerichtet.

Eine Abweichung von diesem Verlauf lässt sich im Bereich der Resonanz feststellen. Hier ändert die linear von der Zeit abhängende Signalkomponente für Magnetfelder von etwa $5,4 \text{ T}$ bis $6,8 \text{ T}$ ihr Vorzeichen. Oberhalb von $6,8 \text{ T}$ kommt es wieder zu einem Vorzeichenwechsel der Steigung, die jetzt deutlich größer ist als vor der Resonanz.

In Abbildung 6.13 ist das Ergebnis der Auswertung der Steigung der Transienten dargestellt. Es wurde jeweils die mittlere Steigung aus der Differenz der Werte bei $\tau_{pp} = 1,7 \text{ ps}$

und 3,8 ps in Einheiten der Bloch-Oszillationsamplitude L pro ps ermittelt und gegen das Magnetfeld aufgetragen. Die Umrechnung der Signalwerte in eine räumliche Auslenkung mit der Einheit L erfolgt wie in Abschnitt 3.2.5 erläutert mit Hilfe des Faktors aus der Anpassung in Abbildung 5.20. Trotz der schwankenden Steigungswerte fällt auf, dass die Steigung gerade im Resonanzfall ein Extremum aufweist. Das Vorzeichen der Steigung entspricht hierbei einem Driftstrom in Richtung des selbstinduzierten Gleichstroms infolge des Fiske-Effekts.

Berücksichtigt man bei der analytischen Näherung der räumlichen Auslenkung $X(\infty)$ auch Terme von höherer Ordnung als κ , so ist der dominierende Driftanteil, der in niedrigster Ordnung durch Gleichung (3.82) gegeben ist, nicht mehr unabhängig vom Magnetfeld. Entsprechend ergibt sich bei der numerisch exakten Berechnung der Transienten gemäß dem Gleichungssystem (3.81) eine Magnetfeldabhängigkeit der Steigung der Transienten. Interessanterweise ähnelt diese dem experimentellen Verlauf gemäß Abbildung 6.13 sehr stark, die numerisch berechneten Steigungswerte liegen jedoch um etwa zwei Größenordnungen höher.

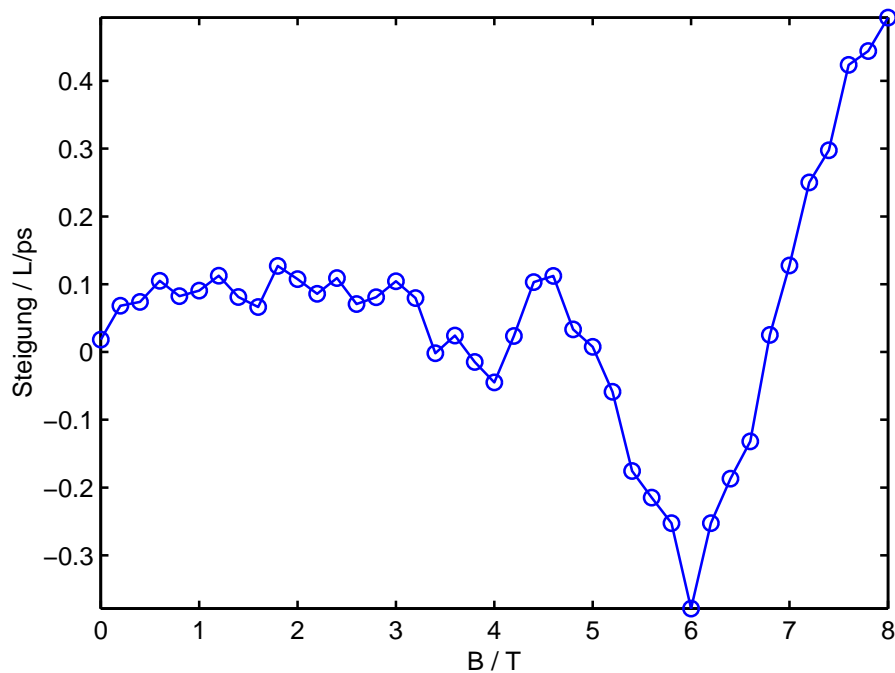
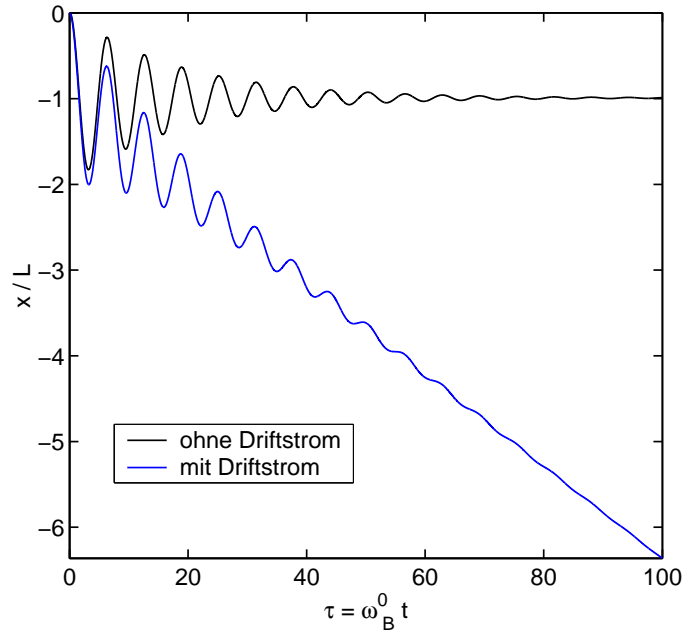


Abbildung 6.13: Schiefe Feldanordnung: Steigung der TEOS Transienten aus Abbildung 5.17 in Abhängigkeit des Magnetfeldes. Aufgetragen ist die mittlere Steigung aus der Differenz der Werte bei $\tau_{pp} = 1,7$ ps und 3,8 ps in Einheiten der Bloch-Oszillationsamplitude L pro ps. Die Umrechnung der Signalwerte in eine räumliche Auslenkung mit der Einheit L erfolgt wie in Abschnitt 3.2.5 erläutert mit Hilfe des Faktors aus der Anpassung in Abbildung 5.20.

Die Steigung der Transienten entspricht der Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger v_D . Der über alle Magnetfelder gemittelte Wert der Steigung ist positiv und beträgt $\bar{v}_D \approx 0,0516 Lps^{-1}$. Für $E = 10$ kV/cm und $\Delta = 18$ meV (Proben 1 und 2) entspricht dies einer

Driftgeschwindigkeit von etwa $0,46 \text{ km/s}$.⁸ Das positive Vorzeichen bedeutet, dass sich das TEOS-Signal im Mittel nach Abklingen der Oszillationen wieder abbaut. Aus der so bestimmten Driftgeschwindigkeit ergibt sich bei Berücksichtigung der intrinsischen Schichtdicke der Probe $L_{\text{int}} = 455,7 \text{ nm}$ eine mittlere Ladungsträgerlebensdauer in der Probe bzw. eine Abtransportzeit der Ladungsträger von etwa $0,5 \cdot 455,7 \text{ nm} / 0,46 \text{ km s}^{-1} \approx 495 \text{ ps}$.

Abbildung 6.14: Schiefe Feldanordnung: Numerisch berechnete Transienten der räumlichen Ladungsträgerauslenkung in x-Richtung ohne und mit Driftanteil für $\alpha = 0$ (magnetfeldfreier Fall) aufgetragen gegen die reduzierte Zeit $\tau = \omega_B^0 t$. Die Berechnung erfolgt für $m^* = 0,067 m_0$, $m_x = 0,114 m_0$, $\Theta = 30^\circ$ und $\Gamma_C = 0,0721$ sowie $\Gamma_E = 0$ und $\Gamma_v = 0,1077$ (schwarze Kurve, vgl. Abbildung 5.20) und $\Gamma_E = \Gamma_v = 0,1077/2$ (blaue Kurve).



Bei der iterativen Anpassung des theoretischen Verlaufs von $X(\infty)$ in Abhängigkeit des Magnetfeldes an die Messdaten entsprechend Abbildung 5.20 in Abschnitt 5.3.2 wird $\Gamma_E = 0$ gesetzt. Für die Impulsrelaxationszeit ergibt sich aus der Anpassung $\Gamma_v \approx 0,1077$ und für die Dämpfung des Zyklotron-Oszillators $\Gamma_C \approx 0,0721$. Verwendet man diese Parameter bei der numerischen Berechnung von Ladungsträgertransienten gemäß dem Gleichungssystem (3.81) und setzt $m^* = 0,067 m_0$, $m_x = 0,114 m_0$ und $\Theta = 30^\circ$, so erhält man für den magnetfeldfreien Fall $\alpha = 0$ die schwarze Kurve in Abbildung 6.14. Setzt man alternativ $\Gamma_v = \Gamma_E = 0,1077/2$, so ergibt sich die blaue Transiente. Letztere weist aufgrund des gemäß Gleichung (3.82) durch Γ_E bestimmten hohen Driftstroms eine deutliche Steigung auf.

Die Tatsache, dass experimentell keine entsprechende Beobachtung gemacht wird, lässt die Schlussfolgerung zu, dass eine Unterscheidung und Trennung von Impuls- und Energierelaxation sinnvoll und notwendig ist, um die Messdaten zu verstehen. In diesem Fall hängt die Drift einzig von der Energierelaxation ab. Ist diese klein, so ist auch der Driftstrom gering. Gleichzeitig können die Ladungsträgeroszillationen mit der größeren Impulsrelaxation dephasieren. Sind dagegen Impuls- und Energierelaxation gleich groß, wird also nur eine einzige Dämpfung Γ_B betrachtet, so steht man vor dem Dilemma, dass man gleichzeitig eine kleine Dämpfung ansetzen muss, um zu erklären, dass kein Driftstrom beobachtet wird, bei

⁸Beim Vergleich mit typischen Driftgeschwindigkeiten, wie sie in der Literatur angegeben werden, ist zu beachten, dass sich der hier bestimmte Wert auf eine Proben temperatur von etwa 8 K bezieht. Aufgrund der $T^{3/2}$ -Abhängigkeit der Beweglichkeit und damit der Driftgeschwindigkeit bei niedrigen Temperaturen, sollte der Zimmertemperaturwert etwa 150 Mal höher liegen.

einer kleinen Dämpfung aber gleichzeitig die Oszillationen wesentlich länger leben sollten als sie es experimentell tun.

Wie oben bereits erwähnt, ist die Streuung an longitudinal optischen Phononen ein relevanter Streumechanismus im Halbleiterübergitter. Die Streuung wirkt sich dabei hauptsächlich auf die Energierelaxation aus. Wie oben außerdem festgestellt, ist die Streuung an LO-Phononen insbesondere für die Übergitterstruktur II 3720 mit einer Minibandbreite von etwa 36 meV relevant. Für die bei den Messungen bei schiefer Feldanordnung verwendete Übergitterstruktur II 3596 mit einer Minibandbreite von etwa 18 meV liegt die maximale Gesamtenergie entsprechend Abbildung 6.5 in einem großen Parameterbereich unterhalb der LO-Phononschwelle von 36,2 meV, sodass die Annahme einer kleinen Energierelaxation hier gerechtfertigt sein sollte.

Bei der iterativen Anpassung von $X(\infty)$ gemäß dem erweiterten Modell haben wir, wie oben erwähnt, die Energierelaxation fest auf $\Gamma_{\mathcal{E}} = 0$ gesetzt (vgl. Abbildung 5.20). Dieser Ansatz soll zum Ausdruck bringen, dass $\Gamma_{\mathcal{E}} \ll \Gamma_v, \Gamma_C$. Wichtig ist vor allem die Aussage, dass sich die Zeitabhängigkeit der Messdaten widerspruchsfrei erklären lässt, wenn (i) Impuls- und Energierelaxation unterschieden werden und (ii) eine vernachlässigbare Energierelaxation vorliegt. Der Vergleich mit den Ergebnissen zeitaufgelöster Fotostrommessungen⁹ an derselben Übergitterstruktur [113] führt für den in Abschnitt 5.3.2 grob abgeschätzten Wert $\Gamma_{\mathcal{E}} \approx 0,0029$ und die oben berechnete Abtransportzeit der Ladungsträger von knapp 500 ps zumindest zu keinem Widerspruch, was unsere These zusätzlich untermauert.

Es ist jedoch auch nicht auszuschließen, dass die Beobachtung eines äußerst geringen Driftstroms nicht (allein) auf eine sehr kleine Energierelaxationsfrequenz zurückzuführen ist, sondern (auch) andere Ursachen hat. Zum einen könnte die Vernachlässigung der exzitonischen Vielteilchen-Wechselwirkung im semiklassischen Modell zu einer Fehlinterpretation der Messdaten in Bezug auf den Wert von $\Gamma_{\mathcal{E}}$ führen. Vernachlässigt wird im Modell außerdem das durch den selbstinduzierten Gleichstrom in der Probe hervorgerufene elektrische Feld (Depolarisationsfeld).

Bei Anregung im Bereich der exzitonischen Wannier-Stark-Zustände ist die elektro-optische Respons außerdem stark wellenlängenabhängig. Bei der Anregung mit dem breiten Kurzpulslaserspektrum wird hierüber gemittelt, was die Beobachtbarkeit des Driftstroms beeinflussen könnte. Denkbar ist außerdem, dass es aufgrund von Feldinhomogenitäten in der Probe zu einer Ausmittelung des Driftstroms kommt.

⁹Zur Messtechnik vgl. Referenz [123].

6.3 Ausblick

Wie im Folgenden dargestellt, wurden im Rahmen dieser Arbeit außer den in Kapitel 5 beschriebenen Experimenten weitere Untersuchungen durchgeführt, die die Grundlage für weiterführende Studien zur Ladungsträgerdynamik im Halbleiterübergitter im elektrischen und magnetischen Feld bilden.

Es handelt sich um zeitaufgelöste Untersuchungen mit Hilfe des Vier-Wellen-Mischens sowie um simultan durchgeführte Vier-Wellen-Misch- und TEOS-Messungen. Auf dieser Basis ist die Erweiterung des Vier-Wellen-Misch-Aufbaus für die Durchführung spektral aufgelöster Messungen zur quantitativen Untersuchung der Ortsraumbewegung der Ladungsträger möglich.

Weitere Möglichkeiten für zukünftige Untersuchungen, auf die wir abschließend eingehen, ergeben sich aus den in dieser Arbeit vorgestellten Messungen zum Fiske-Effekt im Halbleiterübergitter.

6.3.1 Vier-Wellen-Mischen im Magnetfeld

Nach einer Darstellung der Ergebnisse der ersten Vier-Wellen-Misch-Experimente zum Kohärenten Hall-Effekt, gehen wir auf ebenfalls bei gekreuzter Feldanordnung durchgeführte Messungen zur simultanen Detektion der Vier-Wellen-Misch-Signale und der elektrooptischen Respons der Übergitterstruktur II 3569 (Probe 2) ein.

Nachweis getrennter Bewegungsregime mittels Vier-Wellen-Mischen

Die in Abbildung 6.15 dargestellten Vier-Wellen-Misch-Transienten wurden unter nahezu den gleichen Bedingungen gemessen wie die TEOS-Transienten in Abbildung 5.14(a). Die einzige Ausnahme bildet die Polarisation des Anrege-Strahls, der hier parallel zum Abfrage-Strahl linear (p-)polarisiert ist und nicht zirkular wie bei den TEOS-Messungen. Wir arbeiten weiterhin mit einem Leistungsverhältnis von 5:1 von Anrege- zu Abfrageleistung. Üblicherweise verwendet man beim Vier-Wellen-Mischen ein Verhältnis von 1:1.

Auch bei den Vier-Wellen-Misch-Transienten lassen sich zwei getrennte Bewegungsregime identifizieren. Gemäß Abbildung 6.15(a) liegt der strukturlose Übergangsbereich entsprechend der farblichen Kennzeichnung hier allerdings nicht wie für die TEOS-Daten bei etwa 3,5 T sondern bei etwa 5 T. Auffällig ist im Vergleich zu den TEOS-Daten auch, dass im Zyklotron-Regime (oberhalb von 5 T), abgesehen vom Kohärenzpeak, Oszillationen sogar bei halblogarithmischer Darstellung nur andeutungsweise zu erkennen sind. Eine Frequenzbestimmung ist hier nicht möglich. Im Magneto-Bloch-Regime liegt die Frequenz etwa konstant bei 2,7 THz und damit etwas über dem Wert bei den TEOS-Transienten. Dieser Aspekt wird im nächsten Abschnitt nochmals aufgegriffen und ausführlicher betrachtet.

Wählt man, wie in Abbildung 6.15(b), bei der Auftragung der Signalamplitude der Vier-Wellen-Misch-Transienten eine lineare Skalierung, so wird die starke Abnahme der Amplitude des Kohärenzpeaks sowie der sich anschließenden Oszillationen mit steigendem

Magnetfeld deutlich. Zwischen 0 T und 8 T nimmt die Amplitude etwa um den Faktor 25 ab. Bei 8 T ist gegenüber der Messung bei 7 T ein leichter Anstieg zu verzeichnen, der aber im Rahmen der Schwankungen der Signalamplitude liegt. M. M. Dignam nennt mit Verweis auf Referenz [124] als vermutliche Ursache für den starken Signalarückgang mit steigendem Magnetfeld und die bei hohen Feldern kaum auflösbaren Oszillationen die mit B zunehmende Zustandsdichte [122] (vgl. außerdem Abbildung 3.2(b)). Die beteiligten exzitonischen Wannier-Stark-Zustände weisen unterschiedliche spektralen Abstände und Intraband-Dipolmomente auf, sodass es zu destruktiven Interferenzen kommt, die weder ausgeprägte Oszillationen noch große Signalamplituden erwarten lassen.

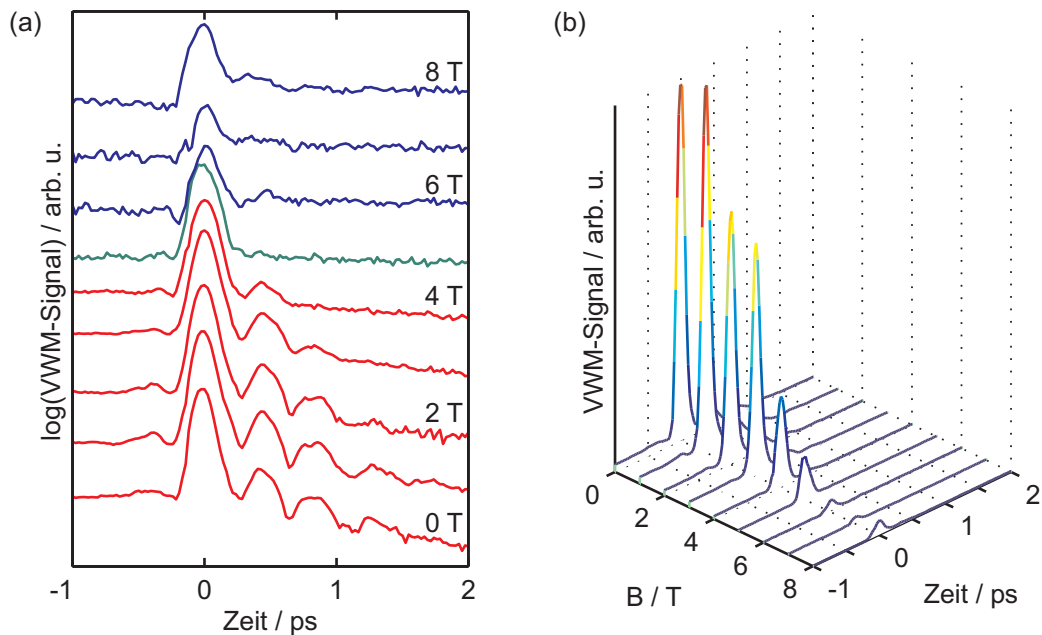


Abbildung 6.15: Gekreuzte Feldanordnung: Vier-Wellen-Mischen an Probe 2. Magnetfeldabhängigkeit bei 0 V Vorspannung und Magnetfeldern zwischen 0 T und 8 T. Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 800$ nm bzw. 1,55 eV (FWHM = 16 nm bzw. 32 meV) und einer mittleren Leistung von 10 mW in der Anregung und 2 mW in der Abfrage. (a) Wasserfallgraph der Ladungsträgertransienten in einer halblogarithmischen Darstellung. Aus dem Verschwinden der Oszillationen bei 5 T ergibt sich die Abgrenzung von Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime entsprechend der farblichen Kennzeichnung. Im Gegensatz zu den TEOS-Transienten sind im Zyklotron-Regime Oszillationen nur andeutungsweise zu erkennen. (b) Lineare Auftragung der Vier-Wellen-Misch-Amplitude in einem 3D-Wasserfallgraphen. Die Amplitude des Kohärenzpeaks und der sich anschließenden Oszillationen nimmt zwischen 0 T und 8 T etwa um den Faktor 25 ab.

Die Durchführung weiterer Vier-Wellen-Misch-Experimente könnte gemäß den Ausführungen am Ende von Abschnitt 6.1.3 bei entsprechender Wahl der Anregungsbedingungen den erhofften Nachweis höherer harmonischer Moden der Ladungsträgeroszillationen und ihrer besonderen Rolle im Übergangsbereich zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime ermöglichen. Des Weiteren ermöglicht das Vier-Wellen-Mischen als Interband-Messtechnik die Untersuchung exzitonischer Effekte in Reinstform. Eine theoretische Begleitung ist hierbei aufgrund der Komplexität von Vielteilchen-Effekten jedoch dringend erforderlich und wird möglicherweise im Rahmen einer Kooperation mit M. M. Dignam realisiert.

TEOS und Vier-Wellen-Mischen simultan

Im Rahmen dieser Arbeit wurden TEOS und Vier-Wellen-Mischen erstmals simultan bei einem Übergitter angewendet. Die Datenerfassung erfolgt über zwei Lock-in-Verstärker und ein speziell zu diesem Zweck entwickeltes Messprogramm. Von P. Leisching et al. wurden bereits im Jahr 1995 TEOS- und Vier-Wellen-Misch-Experimente an einem Übergitter im elektrischen Feld in *einem* experimentellen Aufbau vorgenommen. Allerdings wurde in diesem Fall nicht zeitgleich, sondern direkt aufeinander folgend [40–43] gemessen. Zwischen den Messungen musste dabei die Signalleitung am Eingang des zur Erfassung verwendeten Analog-Digital-Wandlers getauscht werden.

Abbildung 6.16 zeigt die im Rahmen dieser Arbeit simultan aufgenommenen Vier-Wellen-Misch- und TEOS-Transienten bei Variation des Magnetfeldes. Die elektrische Feldstärke liegt wie zuvor konstant bei ihrem intrinsischen Wert von etwa 8 kV/cm bei der verwendeten Anrege-Leistung von 10 mW. Die Zeitachse verläuft in der Darstellung der Vier-Wellen-Misch-Transienten in der entgegengesetzten Richtung, da von den beiden symmetrisch bzgl. der optischen Achse emittierten Vier-Wellen-Misch-Signalen das mit umgekehrtem Zeitverlauf besser zu detektieren war (vgl. Abschnitt 4.4.2). Dennoch konnte insgesamt leider keine so gute Signalqualität erzielt werden wie bei den vorausgegangenen getrennten Messungen. Dies ist jedoch nicht auf die simultane Messtechnik zurückzuführen, sondern auf die gewöhnlichen Schwankungen der Signalqualität von Tag zu Tag. Diese können z. B. mit leichten Änderungen des Strahlverlaufs aufgrund von Temperaturschwankungen und einem demzufolge schlechteren Strahlüberlapp auf der Probe oder mit Störungen im Stromnetz zusammenhängen.

Die Messungen bestätigen die im vorhergehenden Abschnitt geäußerte Vermutung, dass man das Aussterben der Ladungsträger-Oszillationen, als Kennzeichen des Übergangs zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime, bei gleichem elektrischem Feld im Vier-Wellen-Mischen bei anderen Magnetfeldwerten beobachtet als bei den TEOS-Messungen. Während in den gemessenen Vier-Wellen-Misch-Transienten die Oszillationen erst bei 5 T gänzlich verschwinden, lässt sich die TEOS-Transiente bei 3 T gerade noch dem Verlauf bei niedrigeren Magnetfeldern zuordnen, die Transiente bei 4 T aber bereits dem bei höheren Magnetfeldern. Zwischen 3 T und 4 T vollzieht sich demnach der Wechsel zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime, entsprechend der Auswertung der separat aufgenommenen TEOS-Daten in Abbildung 5.14.

Wie bereits beobachtet, zeigen sich im Vier-Wellen-Mischen zyklotronartige Oszillationen bei den höchsten Magnetfeldern nur andeutungsweise. Bei 5 T weist das Signal, abgesehen vom Kohärenzpeak, keine weiteren Signaturen auf. Hier findet vermutlich der Übergang zwischen den Bewegungsregimen statt. Bei den höheren Magnetfeldern bildet sich zusätzlich zum Kohärenzpeak ein weiteres Maximum aus, das wir in einem ersten Ansatz der Interpretation als Nachweis von zyklotronartigen Oszillationen werten (vgl. Abschnitt 6.3.1).

Im Vergleich zu den im vorherigen Abschnitt beschriebenen Vier-Wellen-Misch-Experimenten liegen die Frequenzen bei der simultanen Messung bei etwas anderen Werten. Die Auswertung des Vier-Wellen-Misch-Signals bei 0 T ergibt eine Oszillationsfrequenz von etwa 2,4 THz, die der entsprechenden TEOS-Messung von etwa 2,6 THz. Bei der simultanen

Messung bestätigt sich demnach die Beobachtung von P. Leisching et al. [40–43]: Die beobachtete Bloch-Oszillationsfrequenz liegt im Vier-Wellen-Mischen unterhalb des mit Hilfe von TEOS ermittelten Wertes. Die umgekehrte Beobachtung bei getrennter Messung, entsprechend den in den Abbildungen 6.15 und 5.14 dargestellten TEOS- und Vier-Wellen-Misch-Daten, lässt sich vermutlich auf leicht unterschiedliche Anregungsbedingungen bei der Aufnahme der beiden Messreihen zurückführen.

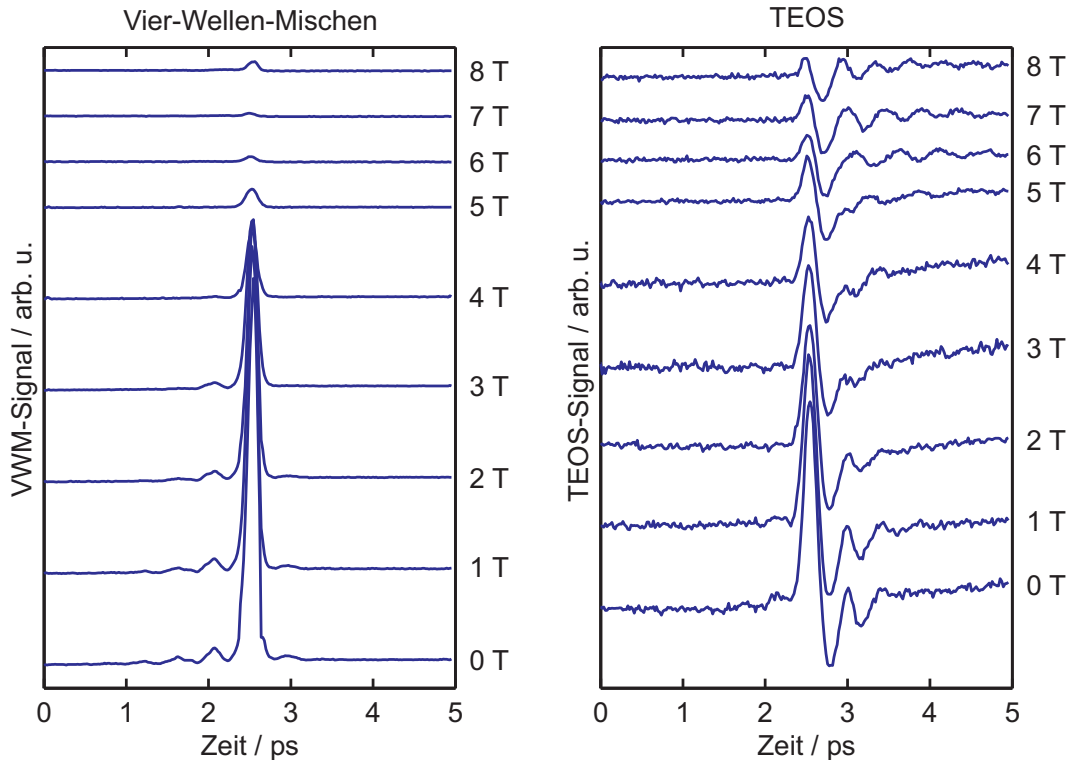


Abbildung 6.16: Gekreuzte Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit simultan gemessener Vier-Wellen-Misch- (links) und TEOS-Signale (rechts) von Probe 2 ohne externe Vorspannung. Das Magnetfeld wird zwischen 0 T und 8 T variiert. Die Anregung erfolgt bei $\lambda_0 = 800$ nm bzw. 1,55 eV (FWHM = 16 nm bzw. 32 meV) und einer mittleren Leistung von 10 mW in der Anregung und 2 mW in der Abfrage. Der Anregepuls ist zirkular polarisiert, der Abfragepuls linear. Während die TEOS-Transienten bei hohen Magnetfeldern eindeutig zyklotronartige Oszillationen zeigen, sind diese im Vier-Wellen-Mischen nur andeutungsweise zu erkennen.

Bei den getrennt voneinander durchgeführten TEOS- und Vier-Wellen-Misch-Experimenten wurde zwar eine jeweils andere Polarisation des Anregestrahls gewählt. Dies kommt jedoch zumindest nicht als alleinige Ursache für die Frequenzunterschiede in Frage. Vergleicht man die Oszillationsfrequenzen der TEOS-Signale bei getrennter und simultaner Messung miteinander, so weichen bereits diese voneinander ab.

Auf Basis der in diesem und dem vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Messergebnisse sollten weiterführende Experimente und theoretische Untersuchungen darauf abzielen, (i) die Tauglichkeit des Vier-Wellen-Mischens zum Nachweis von Zyklotron-Oszillationen nachzuweisen und (ii) zu prüfen, ob der Übergang zwischen den Bewegungsregimen in

der Interband-Respons (Vier-Wellen-Mischen) tatsächlich bei einem anderen Verhältnis der äußeren Felder stattfindet als in der Intraband-Respons (REOS/TEOS).

6.3.2 Räumliche Amplitude der Ladungsträgeroszillationen

Mit Hilfe der spektralen Auflösung des Vier-Wellen-Misch-Signals ist es, wie von K. Leo et al. im Fall reiner Bloch-Oszillationen gezeigt, möglich, die räumliche Amplitude der Elektronenbewegung zu messen, wenn ausschließlich Schwerloch-Exzitonen angeregt werden [54, 125–127]. Die schweren Löcher sind aufgrund ihrer höheren Effektivmasse stark lokalisiert und können bei der Ladungsträgerbewegung vernachlässigt werden. Das mit der kohärenten Oszillation der Elektronen verbundene oszillierende Dipolfeld ist dem statischen, äußeren elektrischen Feld überlagert und führt so zu einer periodischen Änderung der Wannier-Stark-Aufspaltung der exzitonischen Übergänge.

Betrachtet man den spektralen Verlauf des Vier-Wellen-Misch-Signals für verschiedene Zeitverzögerungen τ_{pp} zwischen den beiden anregenden Lichtimpulsen, so beobachtet man eine spektrale Verschiebung der den einzelnen Wannier-Stark-Niveaus entsprechenden Signal-komponenten. Der quantitative Zusammenhang zwischen räumlicher Verschiebung $x(\tau_{pp})$ der Ladungsträger und spektraler Verschiebung $\Delta\mathcal{E}_m(\tau_{pp})$ der einzelnen Wannier-Stark-Übergänge wird nach den Referenzen [54, 127] durch folgende Gleichung beschrieben:¹⁰

$$\Delta\mathcal{E}_m(\tau_{pp}) = \frac{me^2 N_{LT}^{\text{well}}}{\epsilon_0 \epsilon_r} x(\tau_{pp}), \quad (6.10)$$

wobei m der Wannier-Stark-Index und N_{LT}^{well} die Flächenladungsträgerdichte pro Quantentopf ist. Diese Methode bietet also die Möglichkeit, Ladungsträgerpositionen wie unter einem Mikroskop zu vermessen, wobei in enger Verwandtschaft zu den in dieser Arbeit verwendeten elektro-optischen Messtechniken der Effekt der Ladungsträgerbewegung auf das innere Feld der Probe ausgenutzt wird.

Bezogen auf die Wellenpaketdynamik beim Kohärenten Hall-Effekt sind entsprechende Experimente besonders am Übergang zwischen Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime und in dessen Umgebung von Interesse. Direkt am Übergang kommt es nach einer Anfangsbeschleunigung zu einer reinen Driftbewegung mit konstanter Geschwindigkeit in y-Richtung. Da die Anfangsbeschleunigung eine Komponente in Richtung der Bloch-Oszillation (x-Richtung) hat, geht dem eine Ladungstrennung voraus, deren Maximum bei Erreichen der reinen Driftbewegung entlang der y-Richtung erreicht ist. Die mit der Ladungstrennung verbundene Änderung des über dem Übergitter abfallenden elektrischen Feldes führt zu einer spektralen Verschiebung des Vier-Wellen-Misch-Signals. Wird diese in Abhängigkeit der Zeitverzögerung gemessen, so lässt sich die Ladungsträgerposition (bzw. der Abstand von Elektronen und Löchern) vom Zeitpunkt der optischen Anregung an mitverfolgen.

¹⁰Das Symbol Δ steht hier ausnahmsweise nicht für die Minibandbreite, sondern kennzeichnet die Änderung der betrachteten Größe.

Das unterschiedliche Frequenzverhalten in den Bewegungsregimen ist *ein* Charakteristikum des Kohärenten Hall-Effekts und wurde, wie oben erwähnt, mit Hilfe von THz-Emissionsmessungen von T. Bauer et al. [8, 9] und im Rahmen der vorliegenden Arbeit mit Hilfe der zeitaufgelösten elektro-optischen Spektroskopie nachgewiesen (siehe auch [128]). Was jedoch die THz-Emissionsspektroskopie nicht leisten kann, ist die Untersuchung des Bewegungsablaufs im Ortsraum selbst.

Auch wenn sich die Trajektorien im Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime aufgrund ihres in beiden Fällen zykloidenartigen Verlaufs sehr ähneln, so bestehen doch entscheidende Unterschiede, die gerade in der Umgebung des Übergangs besonders deutlich werden (vgl. Abbildung 3.7 und den entsprechenden Textabschnitt). Mit Hilfe des spektral aufgelösten Vier-Wellen-Mischens sollte es nun möglich sein, das Amplitudenverhalten in Abhängigkeit der äußeren Felder direkt zu verfolgen.

Aufgrund der großen Ortsraumamplituden in der Nähe des Übergangs sind spektral aufgelöste Vier-Wellen-Misch-Untersuchungen in dieser Region besonders vielversprechend, da hier auch maximale Feldänderungen auftreten sollten. Beispielsweise könnte untersucht werden, ob sich die Vorhersage des semiklassischen Modells experimentell bestätigen lässt, dass die Amplitude der Ladungstrennung direkt am Übergang viermal so groß ist wie die Amplitude der Bloch-Oszillation bei demselben elektrischen Feld, aber ohne Magnetfeld. Eventuelle Abweichungen davon könnten auf dem Einfluss von Coulomb-Effekten beruhen. Die Coulomb-Wechselwirkung der Ladungsträger untereinander fällt am Übergang, wie bereits erwähnt, aufgrund der verschwindenden Lorentz-Kraft besonders ins Gewicht.

Wie in den Abschnitten 5.1.2 und 6.3.1 dargelegt, konnten im Rahmen dieser Arbeit bereits einige Vorarbeiten hierzu geleistet werden. Insbesondere wurde gezeigt, dass die Detektion von Vier-Wellen-Misch-Signalen guter Qualität auch bei Verwendung des Magnetkryostaten und den damit verbundenen schwierigen Justierungsbedingungen möglich ist. Bei dem im nächsten Schritt durchzuführenden spektral aufgelösten Vier-Wellen-Mischen liegt die experimentelle Herausforderung in der effizienten Einkopplung des äußerst leistungsschwachen und daher für das menschliche Auge unsichtbaren Vier-Wellen-Misch-Signals in ein zu dessen Detektion geeignetes Spektrometer. Es hat sich herausgestellt, dass das der Arbeitsgruppe zur Verfügung stehende hochauflösende Spektrometer mit CCD-Detektor¹¹ durch das magnetische Streufeld des Magnetkryostaten beeinflusst wird. Die Signalamplitude nimmt sehr stark mit dem Magnetfeld ab. Aus diesem Grund ist es ratsam, das Spektrometer außerhalb des Streufeldbereichs zu positionieren und die zu untersuchende Strahlung über eine Glasfaser zur Einkopplung in das Spektrometer zu führen.

In dieser Arbeit wird zur Untersuchung der Dipolbewegung der Ladungsträger die zeitaufgelöste elektro-optische Spektroskopie verwendet. Das zur Interpretation der Messergebnisse bei schiefer Feldgeometrie verwendete semiklassische Modell lässt für den Fall, dass nur ein geringer zusätzlicher Driftstrom auftritt, ebenfalls bei entsprechender Kalibrierung der Daten quantitative Aussagen zu. Gemäß Referenz [24] ist jedoch gerade diese quantitative Kalibrierung in Bezug auf die räumliche Auslenkung der Ladungsträger insbesondere bei Anregung an der Bandkante, d. h. bei resonanter Anregung der in diesem Be-

¹¹HR460SHL Imaging-Monochromator/Spektrograph mit Symphony STE-CCD (CCD-Kamera), Fa. Jobin Yvon.

reich liegenden exzitonischen Wannier-Stark-Niveaus, schwierig. Die Kalibrierung wird hier durch Resonanzen der elektro-optischen Koeffizienten behindert, deren Absolutwerte nicht zweifelsfrei bekannt sind und möglicherweise vom elektrischen Feld, den Übergitterparametern usw. abhängen. Außerdem sollten die elektro-optischen Koeffizienten Vorzeichenwechsel zeigen, über die mit einem breitbandigen Puls in komplizierter Weise gemittelt wird. Neben dem elektro-optischen Effekt bestimmen außerdem, wie oben bereits erwähnt, Vier-Wellen-Misch-Beiträge das Signal, die eine quantitative Interpretation der elektro-optischen Messdaten weiter erschweren [104].

Des Weiteren konnte D. Meinhold im Jahr 2000 zeigen [129], dass in einem Standard-Aufbau für das resonante elektro-optische Abtasten, das schwache elektro-optische Signal durch ein nichtlineares Anrege-Abfrage-Signal 3. Ordnung überlagert wird, das etwa zwei Größenordnungen stärker ist.

Insgesamt lässt dies darauf schließen, dass die resonanten TEOS-Experimente, die in der Vergangenheit durchgeführt wurden, die räumliche Dynamik von Bloch-Wellenpaketen nicht zweifelsfrei widerspiegeln. Im Falle nichtresonanter Anregung hingegen können die EO-Signale direkt mit dem räumlichen Verhalten der Bloch-oszillierenden Wellenpakete in Relation gesetzt werden [103]. Eine Untersuchung des Kohärenten Hall-Effekts bei nichtresonanter Anregung könnte daher eine weitere Option für zukünftige Experimente sein. Hierbei ist allerdings zu beachten, dass in diesem Fall die Anregung nicht mehr am Boden des Minibandes erfolgt und damit, wie in Abschnitt 6.1.2 ausgeführt, die für die Modellierung der Ladungsträgerdynamik verwendeten einfachen Anfangsbedingungen $k_x(t) = \dot{k}_x(t) = 0$ nicht mehr gelten. Es besteht allerdings auch die Möglichkeit, die elektro-optische Respons höher im Band bei gleichzeitiger resonanter Anregung in einem Zwei-Farben-Experiment zu messen [103].

Eine weitere Methode, die prinzipiell zur Bestimmung der räumlichen Oszillationsamplitude herangezogen werden kann, ist die Messung des totalen THz-Emissionssignals [130]. Die Datenanalyse ist allerdings recht verwickelt und enthält verschiedene Annahmen, was die Relevanz der entsprechenden Ergebnisse limitiert.

Statische Experimente liefern über die Anzahl sichtbarer Wannier-Stark-Übergänge natürlich auch ein Maß für die räumliche Amplitude der Wellenfunktionen. So wird in Referenz [131] von Übergängen von einem lokalisierten Loch-Zustand in einen elektronischen Zustand berichtet, der über acht Übergitterperioden delokalisiert ist. In zeitaufgelösten Experimenten können solch große Amplituden allerdings nicht beobachtet werden, da in diesem Fall ein größerer Überlapp der Wellenfunktionen erforderlich ist als zur Beobachtung entsprechender Übergänge in Dauerstrich-Experimenten. Außerdem ist eine direkte Verfolgung der Ladungsträgerbewegung auf diese Weise aufgrund der fehlenden Zeitauflösung prinzipiell nicht möglich.

6.3.3 Weiterführende Untersuchungen zum Fiske-Effekt

Das in Abschnitt 5.3 vorgestellte Experiment zum Fiske-Effekt im Halbleiterübergitter wurde am Ende der Laborphase dieser Arbeit und kurz vor dem Umzug des Physikalischen Instituts in das neue Physikgebäude auf dem Campus Riedberg durchgeführt, sodass eine

ausführlichere experimentelle Untersuchung im Rahmen dieser Arbeit nicht geleistet werden konnte. Es bieten sich daher noch einige Möglichkeiten für weiterführende Studien zur Ladungsträgerdynamik im Halbleiterübergitter bei schiefer Anordnung der äußeren Felder.

So könnten den in dieser Arbeit vorgestellten Experimenten entsprechende Vergleichsmessungen für weitere Werte des elektrischen Feldes bei Variation des Magnetfeldes durchgeführt werden, um die Resonanzbedingung nochmals zu verifizieren. Es könnte außerdem der Resonanzverlauf bei festem Magnetfeld und Variation des elektrischen Feldes betrachtet werden, um den möglichen Einfluss der magneto-optischen Resonanz der Probe zu untersuchen. So könnten es beispielsweise je nach Stärke des anliegenden Magnetfeldes zu unterschiedlichen Auswirkungen der magneto-optischen Koeffizienten des Materials auf den Resonanzverlauf kommen.

Messreihen für verschiedene Winkel Θ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} könnten möglicherweise Aufschluss darüber geben, ob es bei realen Dämpfungswerten bereits bei bestimmten Winkeleinstellungen Hinweise auf chaotisches Verhalten gibt.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen wurden an dem eher schwach gekoppelten Übergittersystem II 3596 durchgeführt. Die Untersuchung des Fiske-Effekts an einem Übergitter mit einer größeren Minibandbreite entsprechend einer stärkeren Kopplung der Quantentopfstände, beispielsweise an der Übergitterstruktur II 3720, wäre damit eine weitere Möglichkeit für Studien, die sich an diese Arbeit anschließen. Bei größerer Minibandbreite wird insbesondere die Dephasierung durch Streuung an LO-Phononen relevant und könnte Einfluss auf die Messergebnisse haben.

Wie oben bereits erwähnt, sollte der Fiske-Effekt auch dann auftreten, wenn nicht alle Ladungsträger mit der gleichen Anfangsphase angeregt werden. Es wäre daher experimentell zu verifizieren, ob sich bei breitbandiger Anregung in der elektro-optischen Resonanz ebenfalls eine resonante Überhöhung der Feldabschirmung zeigt. Da bei breitbandiger Anregung nur eine atmende Mode (engl. *breathing mode*) der angeregten Wellenpakete auftritt, werden sich in diesem Fall vermutlich keine oszillatorischen Signale zeigen.

Es sei außerdem nochmals auf die Möglichkeit hingewiesen, die Stärke des Abschirmfeldes mittels Dauerstrichmessungen unter Verwendung eines höher auflösenden Spektrometers direkt zu bestimmen. Den Ausführungen in Abschnitt 6.3.2 gemäß könnten hierzu außerdem spektral aufgelöste Vier-Wellen-Misch-Experimente herangezogen werden.

Generell wäre zu prüfen, ob sich der Fiske-Effekt mit einer weiteren zeitaufgelösten Messmethode nachweisen lässt. In der Arbeitsgruppe werden derzeit THz-Emissionsexperimente vorbereitet, die neben der Bloch- auch die Zyklotron-Oszillation sichtbar machen sollen. Auf diese Weise soll das Frequenzverhalten in Abhängigkeit der äußeren Felder genauer untersucht und die Dämpfung der Zyklotron-Oszillation experimentell bestimmt werden. Aus diesen Messungen kann möglicherweise auch eine Erklärung für das im Bereich der Resonanz beobachtete Dephasierungsverhalten gewonnen werden.

7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillationen in Halbleiterübergittern bei Anliegen eines elektrischen Feldes entlang der Wachstumsrichtung des Übergitters und in Gegenwart eines zusätzlichen magnetischen Feldes mittels zeitaufgelöster elektro-optischer Spektroskopie untersucht. Wie die semiklassische Behandlung der Bewegungsgleichungen zeigt, hängen sowohl die Stärke der Bloch-Zyklotron-Kopplung als auch die Charakteristika der kohärenten Ladungsträgerbewegung sensitiv von der relativen Anordnung der äußeren Felder ab.

Liegt das Magnetfeld in der Übergitterebene und damit senkrecht zum elektrischen Feld, so kommt es in der Richtung senkrecht zur Bloch-Oszillationsbewegung sowie zum Magnetfeld zu einer kohärenten Ladungsträgerdriftbewegung. Man spricht hierbei vom Kohärenten Hall-Effekt. Semiklassisch lässt sich die Ladungsträgerdynamik in diesem Fall mit der Bewegungsgleichung eines nicht getriebenen, ungedämpften Pendels beschreiben. Analog zur Pendelbewegung lassen sich abhängig vom Verhältnis E/B der äußeren Feldstärken zwei Bewegungsregime unterscheiden, die sich durch eine gegensätzliche Abhängigkeit der Frequenz der Ladungsträgeroszillationen von den äußeren Feldern auszeichnen.

Liegen \mathbf{E} und \mathbf{B} schief zueinander, so kommt es zu einer nichtlinearen Kopplung der Bloch-Oszillation mit der Zyklotron-Oszillation in der Übergitterebene. Diese Kopplung führt unter anderem zu einer phasenempfindlichen Gleichrichtung der transienten Oszillationen entlang der Wachstumsrichtung. Bei Übereinstimmung der Eigenfrequenzen der gekoppelten Oszillatoren beobachtet man eine resonante Überhöhung dieses selbstinduzierten Gleichstroms. In Anlehnung an ein analoges Phänomen, das an Josephson-Kontakten beobachtet wird, sprechen wir hierbei vom Fiske-Effekt. Für die räumliche Auslenkung $X(\infty)$ entlang der Wachstumsrichtung nach Abklingen der Kohärenz kann im Rahmen einer analytischen Näherung ein geschlossener Ausdruck angegeben werden.

Die zeitaufgelösten Experimente zur Bloch-Zyklotron-Kopplung werden an zwei GaAs/ $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ -Übergitterstrukturen mit unterschiedlicher Quantentopfbreite durchgeführt. Im Spezialfall der gekreuzten Feldanordnung wird mittels Terahertz-Emissionsspektroskopie der Kohärente Hall-Effekt anhand der Existenz zweier Bewegungsregime mit ihrem charakteristischen Frequenz- und Dephasierungsverhalten in Abhängigkeit der äußeren Felder nachgewiesen. Darüberhinaus wird in dieser Arbeit mit Hilfe zeitaufgelöster elektro-optischer Messtechniken die lineare Abhängigkeit des Magnetfeldes am Übergang zwischen den Bewegungsregimen vom elektrischen Feld gezeigt. Weiterhin stellen wir fest, dass sich im Verlauf des elektro-optischen Signals nach dem Abklingen der Ladungsträgeroszillationen tendenziell die im Rahmen des semiklassischen Modells vorhergesagte Magnetfeldabhängigkeit der räumlichen Ladungsträgeramplitude widerspiegelt.

Die gleichermaßen prognostizierte Zunahme der Intensität höherer harmonischer Moden der Ladungsträgeroszillationen in der Nähe des Übergangs wird jedoch in der elektro-optischen Respons nicht beobachtet, wengleich die verwendeten elektro-optischen Messtechniken im Vergleich zur Terahertz-Emissionsspektroskopie zur Untersuchung des Übergangsbereichs und höher frequenter Oszillationen prinzipiell besser geeignet sein sollten. Hierbei bestehende Einschränkungen werden diskutiert. Eine mögliche Begründung dafür, dass höhere Harmonische nicht beobachtet werden, ist die insbesondere in der Nähe des Übergangs und bei großer Minibandbreite der Übergitterstruktur relevante Dephasierung durch die Emission longitudinal-optischer Phononen.

Der für den Fall der schiefen Feldanordnung vorhergesagte selbstinduzierte Gleichstrom manifestiert sich experimentell in einem resonanzartigen Verlauf des elektro-optischen Signals nach Abklingen der Oszillationen in Abhängigkeit des Magnetfeldes. Durch Vergleich mit dem analytisch hergeleiteten Ausdruck für die räumliche Auslenkung $X(\infty)$ lassen sich hieraus die relevanten Dämpfungskonstanten abschätzen und durch iterative Anpassung bestimmen. Der Fehler der analytischen Näherung lässt sich als Polynom gerader Potenzen der Kopplung darstellen und steigt erst oberhalb eines Winkel $\Theta \approx 20^\circ$ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B} merklich mit Θ an. Der Fiske-Effekt führt zu einem elektrischen Abschirmfeld in der Übergitterprobe, das sich im Resonanzfall zu etwa 3kV/cm abschätzen lässt. Die Feldabschirmung manifestiert sich experimentell allerdings weder in einem entsprechenden resonanten Rückgang der Bloch-Oszillationsfrequenz noch in einer Verschiebung der Wannier-Stark-Zustände in der Absorption.

Die bei schiefer Feldanordnung mittels elektro-optischer Spektroskopie gemessenen Signale weisen nach Abklingen der kohärenten Ladungsträgeroszillationen nur einen sehr schwachen Driftanteil auf. Eine schlüssige Erklärung für diese Beobachtung ergibt sich, wenn bei der Behandlung der Ladungsträgerdynamik die Impuls- und Energierelaxation des Bloch-Oszillators unterschieden werden und eine sehr kleine Energiedämpfung angenommen wird. In diesem Fall ist der dem selbstinduzierten Gleichstrom überlagerte Driftstrom sehr klein und hat kaum Einfluss auf den zeitlichen Verlauf der elektro-optischen Respons. Aus der mittleren Steigung aller gemessenen Transienten lässt sich die Ladungsträgerlebensdauer mit etwa 500 ps zu einem im Vergleich mit den Ergebnissen zeitaufgelöster Fotostrommessungen realistischen Wert abschätzen.

In weiterführenden Untersuchungen zum Fiske-Effekt soll nun zum einen die vorhandene Datenbasis durch systematische Parametervariation ausgebaut werden. Zum anderen werden Terahertz-Emissionsexperimente vorbereitet, die neben der Bloch- auch die Zyklotron-Oszillation sichtbar machen und damit die Untersuchung des Frequenzverhaltens der gekoppelten Oszillatoren in Abhängigkeit der äußeren Felder sowie die experimentelle Bestimmung der Dephasierung der Zyklotron-Oszillation ermöglichen.

Auf Basis der zeitintegrierten Vier-Wellen-Misch-Experimente, die im Rahmen dieser Arbeit zusätzlich zu den zeitaufgelösten elektro-optischen Untersuchungen durchgeführt wurden, ist eine Erweiterung der vorhandenen Messanordnung auf das spektral aufgelöste Vier-Wellen-Mischen möglich und kann ein weiterer Ansatz für zukünftige Studien zur räumlichen Ladungsträgerbewegung im Halbleiterübergitter unter dem Einfluss elektrischer und magnetischer Felder insbesondere mit Blick auf die Untersuchung exzitonischer Effekte sein.

8 Anhang

8.1 Liste der verwendeten Symbole

Symbol	Bedeutung
$A = m^*/m_x$	Massenverhältnis
A_K	Fläche einer Kondensatorplatte
\mathbf{B}	magnetische Induktion
B_{trans}	Übergangsmagnetfeld bei gekreuzter Feldanordnung
C	Kapazität
d	räumliche Übergitterperiode
D	dielektrische Verschiebung
e	Elementarladung
\mathbf{E}	elektrisches Feld
E_{AS}	elektrisches Abschirmfeld
E_{trans}	elektrisches Übergangsfeld bei gekreuzter Feldanordnung
$E_{\text{THz},i}$	elektrische Feldstärke der THz-Emission aufgrund der zeitabhängigen Polarisation P_i ($i = x, y, z$)
E_{pump} (E_{probe})	elektrisches Laserfeld der Anregung (Abfrage)
$\Delta E_{[100]}$	elektrische Feldänderung über die Probenlänge l entlang der Wachstumsrichtung [100]
$f(\xi)$	beliebige Funktion
$h = 2\pi\hbar$	Plancksches Wirkungsquantum
I	Suprastrom
I_c	kritischer Strom
I_1	Abkürzung für $\int_{-\infty}^{\infty} v_x v_y d\tau$
I_2	Abkürzung für $\int_{-\infty}^{\infty} \dot{v}_x v_y d\tau$

Symbol	Bedeutung
k_i	Wellenvektor ($i = x, y, z$)
$\tilde{k}_i = k_i/d$	dimensionsloser Wellenvektor, Phase ($i = x, y, z$)
l	Länge der Probe
L	räumliche Amplitude der Bloch-Oszillation
L_{int}	intrinsische Schichtdicke
m	Wannier-Stark-Index
m_0	Ruhemasse des Elektrons
m^*	elektronische Effektivmasse in der Übergitterebene
m_x	elektronische Effektivmasse in Wachstumsrichtung
n	Laufvariable
\tilde{n}	komplexer Brechungsindex
n_0	Durchmesser des Brechungsindexkreises für $E = 0$
n_{ij}	Komponenten des Brechungsindextensors
N_{LT}	Volumenladungsträgerdichte
$N_{\text{LT}}^{\text{well}}$	Flächenladungsträgerdichte pro Quantentopf
$2N + 1$	Anzahl der Übergitterperioden
q	Ladung
Q	Ladung eines Plattenkondensators
P	elektrische Polarisierung
$P_{[100]}^{(2),\text{intra}}$	Intraband-Polarisation 2. Ordnung in Wachstumsrichtung [100]
q	Ladung
$\mathbf{r} = (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$	Ortsvektor
r_{ij}	Komponenten des elektro-optischen Tensors
R	Reflexion
R_{EO}	elektro-optische Respons
R_x, R_y	Responsfunktionen
t	Zeit
T_2^{inter}	Interband-Relaxationszeit
T_2^{intra}	Intraband-Relaxationszeit
U	elektrisches Potential

Symbol	Bedeutung
U_0	Offset-Spannung (Elektroreflexionsspektroskopie)
U_{app}	angelegte Spannung
U_{bi}	intrinsische Spannung
v_i	Geschwindigkeit ($i = x, y, z$)
$v(k)$	Gruppengeschwindigkeit in Wachstumsrichtung
$v_{\text{max}} = \Delta d/2\hbar$	Maximalgeschwindigkeit in Wachstumsrichtung
$V_x(\infty)$	Geschwindigkeit in x-Richtung im Limes $\tau \rightarrow \infty$
$V_y(\infty)$	Geschwindigkeit in y-Richtung im Limes $\tau \rightarrow \infty$
$w_{\mathcal{E}}$	Energiedichte
x_{D}	Driftbeitrag zur räumlichen Auslenkung in x-Richtung
$X(\infty)$	räumliche Auslenkung in x-Richtung im Limes $\tau \rightarrow \infty$
$Y(\infty)$	räumliche Auslenkung in y-Richtung im Limes $\tau \rightarrow \infty$
$\alpha = \omega_{\text{Cx}}/\omega_{\text{B}}^0$	Frequenzverhältnis
$\beta^2 = 1 - (\Gamma_{\mathcal{E}} - \Gamma_v)^2/4$	Abkürzung
γ	Dämpfungsfrequenz eines Oszillators
Γ_v	Impulsrelaxationsfrequenz der Bloch-Oszillation
$\Gamma_{\mathcal{E}}$	Energierelaxationsfrequenz der Bloch-Oszillation
Γ_{B}	Relaxationsfrequenz der Bloch-Oszillation
Γ_{C}	Relaxationsfrequenz der Zyklotron-Oszillation
δ	δ -Funktion
Δ	Minibandbreite
ϵ	dielektrische Funktion
$\epsilon^{(i)}$	dielektrische Funktion der Ordnung $i = 1, 2, \dots$
ϵ_0	elektrische Feldkonstante im Vakuum
ϵ_{r}	Dielektrizitätszahl
ϵ_{stat}	statische Dielektrizitätskonstante
ϵ_{∞}	dielektrische Hintergrundkonstante
ϵ'_{ij}	auf ϵ_0 normierte Komponenten des Dielektrizitätstensors
\mathcal{E}	Energie
\mathcal{E}_m	Energie des m-ten Wannier-Stark-Niveaus

Symbol	Bedeutung
$\mathcal{E}_i^{\text{QW}}$	Quantentopfenergie zum i -ten Miniband
$\eta = E/B$	Feldstärkenverhältnis
θ	\angle (Polarisationsrichtung, [010]-Achse)
Θ	$\angle(\mathbf{E}, \mathbf{B})$
$\kappa = \omega_{\text{Cx}} \tan \Theta$	Kopplungskonstante
$\kappa = \alpha \tan \Theta$	Kopplungskonstante in reduzierter Zeit τ
λ	Wellenlänge
λ_0	Zentralwellenlänge der Laserpulse
λ_{el}	elektrische Lokalisierungslänge
λ_{mag}	magnetische Lokalisierungslänge
μ_{ij}	Interband- und Intraband-Übergangsmatrixelemente
$\tau = \omega_{\text{B}}^0 t$	reduzierte Zeit
τ_{∞}	Zeitpunkt $\tau \gg 1/\Gamma$
τ_{pp}	Zeitverzögerung zwischen Anregung und Abfrage
Φ	quantenmechanische Phasendifferenz
Φ_{EO}	elektro-optische Phasenänderung
χ	dielektrische Suszeptibilität
$\chi^{(i)}$	dielektrische Suszeptibilität der Ordnung $i = 1, 2, \dots$
ψ	Wellenfunktion
ω	Frequenz
ω_0	Resonanzfrequenz (allgemein)
ω_{ij}	Quantenschwebungsfrequenz der Zustände $ i\rangle$ und $ j\rangle$
ω_{B}	Bloch-Oszillationsfrequenz
ω_{B}^0	Bloch-Oszillationsfrequenz für $B = 0$
$\omega_{\text{C}} = e B_z / \sqrt{m_x m^*}$	Zyklotronfrequenz in der xy -Ebene ($\mathbf{B} \perp \mathbf{E}$)
$\omega_{\text{C}}^* = e B / m^*$	Zyklotronfrequenz bzgl. m^* ($\angle(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ beliebig)
$\omega_{\text{C}}^x = e B / m_x$	Zyklotronfrequenz bzgl. m_x ($\angle(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ beliebig)
$\omega_{\text{Cx}} = e B_x / m^*$	Zyklotronfrequenz in der yz -Ebene
$\omega_{\text{Cz}} = e B_z / m^*$	Zyklotronfrequenz in y -Richtung

8.2 Liste der verwendeten Konstanten

Symbol	Wert	Referenz
e	$1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	[1]
h	$6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	[1]
$\hbar = h/2\pi$	$1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	[1]
m_0	$9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	[1]
m^*	$0,067 m_0$	[1, 8]
m_x	$0,114 m_0$	[8, 82]
ϵ_0	$8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$	[1]
ϵ_r	13,13	[1]

Materialspezifische Angaben beziehen sich jeweils auf den Volumenhalbleiter GaAs bzw. auf den verwendeten Proben entsprechende Heterostrukturen.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Gekreuzte Feldanordnung: Beobachtung des Kohärenten Hall-Effekts.	2
1.2	Schiefe Feldanordnung: Beobachtung des Fiske-Effekts.	3
2.1	Bandstruktur eines Halbleiterübergitters.	6
2.2	Wannier-Stark-Aufspaltung im Halbleiterübergitter.	8
2.3	Wannier-Stark-Leiter.	9
2.4	Quantenmechanisches Bild der Bloch-Oszillationen.	10
2.5	Semiklassisches Bild der Bloch-Oszillationen.	11
2.6	Dielektrische Funktion.	18
2.7	Frequenzabhängigkeit von r_{41}	19
2.8	Brechungsindexellipsoid in der (100)-Ebene.	20
3.1	Parallele Feldanordnung: Wannier-Stark- und Landau-Quantisierung.	23
3.2	Theoretisch berechnete Absorption eines Halbleiterübergitters im elektrischen und magnetischen Feld bei paralleler und senkrechter Feldanordnung.	25
3.3	Gekreuzte Feldanordnung: Wannier-Stark- und Landau-Quantisierung.	26
3.4	Parallele Feldanordnung: Bloch- und Zyklotron-Oszillationen.	31
3.5	Gekreuzte Feldanordnung: Bloch- und Zyklotron-Oszillationen.	32
3.6	Gekreuzte Feldanordnung: Analogie der k-Raum-Dynamik von Ladungsträgern im Halbleiterübergitter zu den Bewegungszuständen eines Pendels.	34
3.7	Gekreuzte Feldanordnung: Numerisch berechnete semiklassische Ortsraumtrajektorien.	35
3.8	Gekreuzte Feldanordnung: Mittlere und maximale räumliche Auslenkung der Wellenpakete in der Nähe des Übergangs zwischen den Bewegungsregimen.	37
3.9	Gekreuzte Feldanordnung: Fourier-Amplituden-Spektren der berechneten THz-Emission eines Halbleiterübergitters in Abhängigkeit des Magnetfelds.	38
3.10	Gekreuzte Feldanordnung: Berechnete Zeitabhängigkeit von räumlicher Auslenkung und Geschwindigkeit entlang der Wachstumsrichtung für Magneto-Bloch- und Zyklotron-Regime.	39
3.11	Schiefe Feldanordnung: Bloch- und Zyklotron-Oszillationen.	41
3.12	Modell zur Kopplung von Bloch- und Zyklotron-Oszillation bei schiefer Feldanordnung.	48
3.13	Schiefe Feldanordnung: Theoretischer Verlauf der räumlichen Ladungsträgerverschiebung im Limes $\tau \rightarrow \infty$, einfaches Modell.	54
3.14	Schiefe Feldanordnung: Theoretischer Verlauf der räumlichen Ladungsträgerverschiebung im Limes $\tau \rightarrow \infty$, erweitertes Modell mit Drift.	58
3.15	Schiefe Feldanordnung: Einfluss der Dämpfungsparameter auf $X(\infty)$, erweitertes Modell	60

Abbildungsverzeichnis

3.16 Schiefe Feldanordnung: Einfluss der Dämpfungsparameter auf $X(\infty)$, erweitertes Modell	61
3.17 Schiefe Feldanordnung: Übersicht über den Einfluss der Dämpfungsparameter auf $X(\infty)$, erweitertes Modell.	62
3.18 Schiefe Feldanordnung: Abhängigkeit des Driftstroms von der Energierelaxationskonstante.	64
3.19 Schiefe Feldanordnung: Zeit- und Magnetfeldabhängigkeit der x-Auslenkung mit und ohne Drifteffekt.	65
3.20 Schiefe Feldanordnung: Frequenzspektrum der Geschwindigkeitskomponente v_x bei Variation des Magnetfeldes.	67
3.21 Schiefe Feldanordnung: Frequenzspektrum der räumlichen Auslenkung x bei Variation des Magnetfeldes.	68
3.22 Schiefe Feldanordnung: Frequenzspektrum der Geschwindigkeitskomponente v_x bei Variation des Magnetfeldes.	69
3.23 Schiefe Feldanordnung: Frequenzspektrum der räumlichen Auslenkung x bei Variation des Magnetfeldes.	70
4.1 Querschnitt einer Übergitterprobe präpariert für Transmissionsexperimente. . .	75
4.2 Experimenteller Aufbau für die Fotostromspektroskopie.	78
4.3 Experimenteller Aufbau für die Elektreflexionsspektroskopie.	79
4.4 Experimenteller Aufbau für die Transmissionsspektroskopie.	80
4.5 Experimenteller Aufbau für die elektro-optische Spektroskopie.	81
4.6 Experimenteller Aufbau für das Vier-Wellen-Mischen.	84
5.1 Probencharakterisierung: Elektreflexionsspektren der Proben 1 und 3 in 3D mit Farbkodierung.	89
5.2 Probencharakterisierung: Absorptionsspektren von Probe 2.	93
5.3 Probencharakterisierung: Vorspannungsabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 1.	94
5.4 Probencharakterisierung: Vorspannungsabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 1 in einer 3D-Darstellung mit Farbkodierung.	95
5.5 Probencharakterisierung: Vorspannungsabhängigkeit des REOS-Signals und der Bloch-Oszillationsfrequenz von Probe 3.	96
5.6 Probencharakterisierung: Vorspannungsabhängigkeit des Vier-Wellen-Misch- und des TEOS-Signals sowie der Bloch-Oszillationsfrequenz von Probe 2.	98
5.7 Probencharakterisierung: REOS-Signal von Probe 3 für verschiedene Halbwertsbreiten des Laserspektrums.	100
5.8 Probencharakterisierung: Wellenlängenabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 3.	101
5.9 Probencharakterisierung: Anregungsdichteabhängigkeit des TEOS-Signals von Probe 2.	104
5.10 Probencharakterisierung: Vergleich der Anregungsdichteabhängigkeit des TEOS- und Vier-Wellen-Misch-Signals von Probe 2.	105
5.11 Gekreuzte Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 1 bei 0.6 V Vorspannung.	109
5.12 Gekreuzte Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 3 bei 0,5 V Vorspannung.	110

Abbildungsverzeichnis

5.13	Gekreuzte Feldanordnung: Vorspannungsabhängigkeit des REOS-Signals von Probe 3 bei einem Magnetfeld von 3 T.	111
5.14	Gekreuzte Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals von Probe 2 bei 0 V Vorspannung.	113
5.15	Gekreuzte Feldanordnung: Dephasierung der Ladungsträgeroszillationen.	114
5.16	Gekreuzte Feldanordnung: Abhängigkeit des Magnetfeldes am Übergang zwischen den Bewegungsregimen vom elektrischen Feld für Probe 1 und 3.	115
5.17	Schiefe Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals von Probe 2 bei 0 V Vorspannung und einem Winkel $\Theta = 30^\circ$ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B}	118
5.18	Schiefe Feldanordnung: Frequenzspektren (Fast-Fourier-Transformation, FFT-Amplitude) der TEOS-Transienten aus Abbildung 5.17.	119
5.19	Schiefe Feldanordnung: 3D-Darstellung der TEOS-Transienten aus Abbildung 5.17 mit Farbkodierung.	120
5.20	Schiefe Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals zu späten Zeiten und numerische Anpassung, erweitertes Modell.	124
5.21	Schiefe Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals zu späten Zeiten und numerische Anpassung, einfaches Modell.	125
5.22	Schiefe Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit der Absorption von Probe 2 bei 0 V Vorspannung und einem Winkel $\Theta = 30^\circ$ zwischen \mathbf{E} und \mathbf{B}	127
6.1	Gekreuzte Feldanordnung: Gemessene Magnetfeldabhängigkeit des TEOS-Signals von Probe 2 zu späten Zeiten.	129
6.2	Gekreuzte Feldanordnung: Berechnete Zeitabhängigkeit der räumlichen Auslenkung in x-Richtung und Magnetfeldabhängigkeit der räumlichen Auslenkung bei $\tau = 100$	131
6.3	Gekreuzte Feldanordnung: Absorptions- und TEOS-Messungen zur Wellenlängenabhängigkeit des Übergangs zwischen den Bewegungsregimen.	134
6.4	Gekreuzte Feldanordnung: Abhängigkeit des Magnetfeldes am Übergang zwischen den Bewegungsregimen vom elektrischen Feld bei verschiedenen Anregungsenergien nach dem semiklassischen Modell.	135
6.5	Gekreuzte Feldanordnung: Semiklassische Berechnung der Maximalenergie der Ladungsträgerwellenpakete in Abhängigkeit der äußeren Felder.	139
6.6	Gekreuzte Feldanordnung: Fourier-Amplituden-Spektren der berechneten elektrooptischen Resonanz und THz-Emission eines Halbleiterübergitters in Abhängigkeit des Magnetfeldes.	140
6.7	Gekreuzte Feldanordnung: Semiklassisch berechnete Frequenzspektren für $B = 3\text{ T}$ bei Variation des elektrischen Feldes zwischen $+26\text{ kV/cm}$ und -15 kV/cm für die Übergitterstruktur II 3720 ($\Delta = 36\text{ meV}$).	143
6.8	Schiefe Feldanordnung: Fehler der analytischen Näherung für $X(\infty)$ in Abhängigkeit von Θ bzw. κ und Ergebnis der Polynomannäherung des Fehlers.	149
6.9	Schiefe Feldanordnung: Numerisch berechnete Transienten (erweitertes Modell) für $\alpha = 1$ bei Variation von Θ und Fehler der analytischen Näherung.	150
6.10	Elektrisches Abschirmfeld in Abhängigkeit von der räumlichen Ladungsverschiebung.	152
6.11	Schiefe Feldanordnung: Dephasierung der Ladungsträgeroszillationen.	153
6.12	Schiefe Feldanordnung: TEOS-Transienten mit iterativ angepasster exponentiell gedämpfter Sinusschwingung.	154

Abbildungsverzeichnis

6.13	Schiefe Feldanordnung: Mittlere Steigung der TEOS Transienten in Abhängigkeit des Magnetfeldes.	155
6.14	Schiefe Feldanordnung: Numerisch berechnete Transienten der räumlichen Ladungsträgerauslenkung ohne und mit Driftanteil.	156
6.15	Gekreuzte Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit des Vier-Wellen-Misch-Signals von Probe 2 bei 0 V Vorspannung.	159
6.16	Gekreuzte Feldanordnung: Magnetfeldabhängigkeit simultan gemessener Vier-Wellen-Misch- und TEOS-Signale von Probe 2.	161

Tabellenverzeichnis

4.1 Schichtaufbau der Übergitterstruktur II 3596	72
4.2 Schichtaufbau der Übergitterstruktur II 3720	72
5.1 Probencharakterisierung: Parameter der Elektreflexionsmessungen an Probe 1 (Übergitterstruktur II 3596).	88
5.2 Parameter der Elektreflexionsmessungen an Probe 3 (Übergitterstruktur II 3720).	90
5.3 Parameter der Absorptionsmessungen an Probe 2 (Übergitterstruktur II 3596).	91
5.4 Anregungsparameter für zeitaufgelöste optische Untersuchungen an den Übergitterstrukturen II 3596 (Proben 1, 2) und II 3720 (Probe 3).	106
5.5 Schiefe Feldgeometrie: Ergebnisse für die Modellparameter gemäß dem experimentellen Resonanzverlauf.	126

Literaturverzeichnis

- [1] C. Kittel, "Einführung in die Festkörperphysik, 12. Auflage.", R. Oldenbourg Verlag München Wien (1999).
- [2] F. Bloch, "Über die Quantenphysik der Elektronen in Kristallgittern.", *Z. Phys.* **52**, 555 (1928).
- [3] L. Esaki and R. Tsu, "Superlattice and negative differential conductivity in semiconductors.", *IBM J. Res. Dev.* **14**(1), 61 (1970).
- [4] J. Feldmann, K. Leo, J. Shah, D. A. B. Miller, J. E. Cunningham, S. Schmitt-Rink, T. Meier, G. von Plessen, and P. Thomas, "Optical investigation of Bloch oscillations in a semiconductor superlattice.", *Phys. Rev. B* **46**, 7252 (1992).
- [5] K. Leo, P. Haring-Bolivar, F. Brüggemann, R. Schwedler, and K. Köhler, "Observation of Bloch oscillations in a semiconductor superlattice.", *Sol. Stat. Comm.* **84**, 943 (1992).
- [6] C. Waschke, H. G. Roskos, R. Schwedler, K. Leo, H. Kurz, and K. Köhler, "Coherent Submillimeter-Wave Emission from Bloch Oscillations in a Semiconductor Superlattice.", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3319 (1993).
- [7] T. Dekorsy, P. Leisching, H. Kurz, K. Leo, and K. Köhler, "Electro-optic detection of Bloch oscillations.", *Phys. Rev. B* **50**, 8106 (1994).
- [8] T. Bauer, "Kohärenter Hall-Effekt in einem Halbleiter-Übergitter." Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main (2002).
- [9] T. Bauer, J. Kolb, A. B. Hummel, H. G. Roskos, Y. A. Kosevich, and K. Köhler, "Coherent Hall Effect in a Semiconductor Superlattice.", *Phys. Rev. Lett.* **88**, 086801 (2002).
- [10] Y. A. Kosevich, "Anomalous Hall velocity, transient weak supercurrent and coherent Meissner effect in semiconductor superlattices.", *Phys. Rev. B* **63**, 205313 (2001).
- [11] Y. A. Kosevich, "Semiclassical balance equations in semiconductor superlattices in strong crossed fields.", *Phys. Rev. Lett.* **88**, 229701 (2002).
- [12] A. B. Hummel, T. Bauer, E. Mohler, H. G. Roskos, and K. Köhler, "The Coherent Hall Effect of charge carriers in a superlattice: Semiclassical description of the wavepacket dynamics.", *J. Phys.: Condens. Matter* **18**, 2487 (2006).
- [13] L. Canali, M. Lazzarino, L. Sorba, and F. Beltram, "Stark-Cyclotron Resonance in a Semiconductor Superlattice.", *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3618 (1996).

- [14] T. M. Fromhold, A. Patané, S. Bujkiewicz, P. B. Wilkinson, D. Fowler, D. Sherwood, S. P. Stapleton, A. A. Krokhin, L. Eaves, M. Henini, N. S. Sankeshwar, and F. W. Sheard, “Chaotic electron diffusion through stochastic webs enhances current flow in superlattices.”, *Nature* **428**, 726 (2004).
- [15] M. D. Fiske, “Temperature and Magnetic Field Dependences of the Josephson Tunneling Current.”, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 221 (1964).
- [16] D. D. Coon and M. D. Fiske, “Josephson ac and Step Structure in the Supercurrent Tunneling Characteristic.”, *Phys. Rev.* **138**, A 744 (1965).
- [17] K. K. Likharev, “Dynamics of Josephson Junctions and Circuits.”, Gordon and Breach Publishers (1986).
- [18] M. Tinkham, “Introduction to Superconductivity.”, McGraw-Hill, New York (1996).
- [19] R. W. Simmonds, A. Loshak, A. Marchenkov, S. Backhaus, S. Pereversev, S. Vitale, J. C. Davis, and R. E. Packard, “dc Supercurrents from Resonant Mixing of Josephson Oscillations in a ^3He Weak Link.”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1247 (1998).
- [20] J. C. Davis and R. E. Packard, “Superfluid ^3He Josephson weak links.”, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 741 (2002).
- [21] Y. A. Kosevich, A. B. Hummel, H. G. Roskos, and K. Köhler, “Ultrafast Fiske Effect in Semiconductor Superlattices.”, *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006).
- [22] H. Haug and S. W. Koch, “Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors, 2nd ed.”, World Scientific Publishing Singapore New Jersey London Hong Kong (1993).
- [23] H. T. Grahn, “Semiconductor Superlattices.”, World Scientific Publishing Singapore New Jersey London Hong Kong (1995).
- [24] K. Leo, “High-Field Transport in Semiconductor Superlattices.”, vol. 187 of *Springer tracts in modern physics*, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York (2003).
- [25] G. H. Wannier, “Wave Functions and Effective Hamiltonian for Bloch Electrons in an Electric Field.”, *Phys. Rev.* **117**, 432 (1960).
- [26] J. Bleuse, G. Bastard, and P. Voisin, “Electric-Field-Induced Localization and Oscillatory Electro-optical Properties of Semiconductor Superlattices.”, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 220 (1988).
- [27] P. Voisin, J. Bleuse, C. Bouche, S. Gaillard, C. Alibert, and A. Regreny, “Observation of the Wannier-Stark Quantization in a Semiconductor Superlattice.”, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1639 (1988).
- [28] E. E. Mendez, F. Agulló-Rueda, and J. M. Hong, “Stark Localization in GaAs-GaAlAs Superlattices under an Electric Field.”, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2426 (1988).
- [29] M. M. Dignam and J. E. Sipe, “Exciton Stark Ladder in GaAs/Ga $_{1-x}$ Al $_x$ As Superlattices.”, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1797 (1990).

- [30] M. M. Dignam and J. E. Sipe, "Exciton Stark ladder in semiconductor superlattices.", *Phys. Rev. B* **43**, 4097 (1991).
- [31] F. Wolter, "Terahertz-Emission von Bloch-Oszillationen in dissipativer Umgebung." Dissertation, RWTH Aachen (1998).
- [32] M. M. Dignam, J. E. Sipe, and J. Shah, "Coherent excitations in the Stark ladder: Excitonic Bloch oscillations.", *Phys. Rev. B* **49**, 10502 (1994).
- [33] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, "Solid State Physics.", Saunders College Publishing, Fort Worth, Philadelphia, San Diego, New York (1976).
- [34] C. Zener, "A Theory of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics.", *Proc. R. Soc. London Ser. A* **145**, 523 (1934).
- [35] P. Leisching, P. Haring-Bolivar, W. Beck, Y. Dhaibi, F. Brüggemann, R. Schwedler, H. Kurz, K. Leo, and K. Köhler, "Bloch oscillations of excitonic wave packets in semiconductor superlattices.", *Phys. Rev. B* **50**, 14389 (1994).
- [36] C. Waschke, P. Leisching, P. Haring-Bolivar, R. Schwedler, F. Brüggemann, H. G. Roskos, K. Leo, H. Kurz, and K. Köhler, "Detection of Bloch oscillations in a semiconductor superlattice by time-resolved terahertz spectroscopy and degenerate four-wave mixing.", *Sol. Stat. Elektron.* **37**, 1321 (1994).
- [37] T. Dekorsy, P. Leisching, W. Beck, R. Ott, Y. Dhaibi, H. Kurz, and K. Köhler, "Internal field dynamics of coherent Bloch oscillations in superlattices.", *Superl. Microstruct.* **15**, 11 (1994).
- [38] T. Dekorsy, P. Leisching, C. Waschke, K. Köhler, K. Leo, H. Roskos, and H. Kurz, "Terahertz Bloch oscillations in semiconductor superlattices.", *Semicond. Sci. Technol.* **9**, 1959 (1994).
- [39] C. Waschke, "Emission kohärenter Höchsfrequenzstrahlung aus Halbleitern und Halbleiterheterostrukturen bei optischer Anregung mit ultrakurzen Laserimpulsen." Dissertation, RWTH Aachen (1995).
- [40] P. Leisching, "Zeitaufgelöste optische Untersuchungen kohärenter Wellenpakete in Halbleiter-Übergittern." Dissertation, RWTH Aachen (1995).
- [41] P. Leisching, W. Beck, H. Kurz, W. Schäfer, K. Leo, and K. Köhler, "External field-dependent enhancement of internal Coulomb interactions in time-resolved four-wave mixing.", *Phys. Rev. B* **51**, R7962 (1995).
- [42] P. Leisching, T. Dekorsy, H. J. Bakker, H. Kurz, and K. Köhler, "Exceptionally slow dephasing of electronic continuum states in a semiconductor.", *Phys. Rev. B* **51**, 18015 (1995).
- [43] P. Leisching, T. Dekorsy, H. J. Bakker, H. G. Roskos, H. Kurz, and K. Köhler, "Dephasing and selection rules of interband and intraband polarizations in superlattices.", *J. Opt. Soc. Am. B* **13**, 1009 (1996).
- [44] T. Dekorsy, R. Ott, H. Kurz, and K. Köhler, "Bloch oscillations at room temperature.", *Phys. Rev. B* **51**, 17275 (1995).

- [45] T. Dekorsy, “Kohärente und inkohärente Ladungsträger- und Gitterdynamik in Halbleitern und Halbleiterheterostrukturen.” Dissertation, RWTH Aachen (1996).
- [46] Y. R. Shen, “The Principles of Nonlinear Optics.“, John Wiley & Sons, New York (1984).
- [47] V. M. Axt, G. Bartels, and A. Stahl, “Intraband Dynamics at the Semiconductor Band Edge: Shortcomings of the Bloch Equation Method.”, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2543 (1996).
- [48] P. Harrison, “Quantum Wells, Wires and Dots, Theoretical and Computational Physics.“, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England (2000).
- [49] T. Dekorsy, A. Bartels, H. Kurz, K. Köhler, R. Hey, and K. Ploog, “Coupled Bloch-Phonon Oscillations in Semiconductor Superlattices.”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1080 (2000).
- [50] B. C. Josephson, “Possible new effects in superconductive tunnelling.”, *Phys. Lett.* **1**, 251 (1962).
- [51] S. Shapiro, “Josephson currents in superconducting tunneling: the effect of microwaves and other observations.”, *Phys. Rev. Lett* **11**, 80 (1963).
- [52] A. A. Ignatov, K. F. Renk, and E. P. Dodin, “Esaki-Tsu Superlattice Oscillator: Josephson-Like Dynamics of Carriers.”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1996 (1993).
- [53] K. Unterrainer, B. J. Keay, M. C. Wanke, S. A. Allen, D. Leonard, G. Medeiros-Ribeiro, U. Bhattacharya, and M. J. W. Rodwell, “Inverse Bloch Oscillator: Strong Terahertz-Photocurrent Resonances at the Bloch Frequency.”, *Phys. Rev. Lett* **76**, 2973 (1996).
- [54] V. G. Lyssenko, G. Valusis, F. Löser, T. Hasche, K. Leo, M. M. Dignam, and K. Köhler, “Direct Measurement of the Spatial Displacement of Bloch-Oscillating Electrons in Semiconductor Superlattices.”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 301 (1997).
- [55] F. Löser, M. M. Dignam, Y. A. Kosevich, K. Köhler, and K. Leo, “Self-Induced Shapiro Effect in Semiconductor Superlattices.”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4763 (2000).
- [56] C. F. Klingshirn, “Semiconductor Optics.“, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York (1997).
- [57] S. Adachi, “Dispersion of the linear electro-optic coefficients in GaAs.”, *J. Appl. Phys.* **72**, 3702 (1992).
- [58] A. Yariv, “Quantum Electronics, 3rd ed..“, John Wiley & Sons, New York Chichester Brisbane Toronto Singapore (1989).
- [59] G. C. Cho, W. Kütt, and H. Kurz, “Subpicosecond Time-Resolved Coherent-Phonon Oscillations in GaAs.”, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 764 (1990).
- [60] C.-A. Berseth, C. Wuethrich, and F. K. Reinhart, “The electro-optic coefficients of GaAs: Measurements at 1.32 and 1.52 μm and study of their dispersion between 0.9 and 10 μm .”, *J. Appl. Phys.* **71**, 2821 (1992).

- [61] A. Yariv, "Optical Electronics, 4th ed.", Saunders College Publishing (1991).
- [62] A. B. Hummel, T. Bauer, H. G. Roskos, S. Glutsch, and K. Köhler, "Influence of a strong magnetic field on the Wannier-Stark states of an electrically biased GaAs/Al_xGa_{1-x}As superlattice.", *Phys. Rev. B* **67**, 045319 (2003).
- [63] A. B. Hummel, "Fotostromspektroskopie an GaAs/AlGaAs-Übergittern im magnetischen Feld." Diplomarbeit, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main (1999).
- [64] C. Blöser, "Spektroskopie an Halbleiter-Übergittern in elektrischen und magnetischen Feldern." Diplomarbeit, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main (2005).
- [65] S. M. Stepanow, S. Glutsch, A. B. Hummel, C. Blöser, H. G. Roskos, and K. Köhler, "Semiconductor superlattice in crossed electric and magnetic fields.", *Phys. Rev. B* (2005). Submitted.
- [66] S. M. Stepanow, "Optische Absorption von Supergittern in gekreuzten äußeren elektrischen und magnetischen Feldern." Diplomarbeit, Friedrich-Schiller-Universität Jena (2002).
- [67] S. Glutsch, U. Siegner, M.-A. Mycek, and D. C. Chemla, "Fano resonances due to coupled magnetoexciton and continuum states in bulk semiconductors.", *Phys. Rev. B* **50**, 17009 (1994).
- [68] J. B. Stark, W. H. Knox, D. S. Chemla, W. Schäfer, S. Schmitt-Rink, and C. Stafford, "Femtosecond Dynamics of Excitons under Extreme Magnetic Confinement.", *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3033 (1990).
- [69] J. L. Zhu, Y. Cheng, and J. J. Xiong, "Quantum levels and Zeeman splitting for two-dimensional hydrogenic donor states in a magnetic field.", *Phys. Rev. B* **41**, 10792 (1990).
- [70] B. Soucail, P. Voisin, M. Voos, and M. Allovon, "Optical investigations of semiconductor superlattices in parallel electric and magnetic fields.", *Surf. Sci.* **229**, 468 (1990).
- [71] R. Ferreira, B. Soucail, P. Voisin, and G. Bastard, "Dimensionality effects on the interband magnetoabsorption of semiconductor superlattices.", *Phys. Rev. B* **42**, 11404 (1990).
- [72] Z. Barticevic, M. Pacheco, and F. Claro, "Electronic and optical spectrum for a superlattice in parallel magnetic and electric fields: Six-band model.", *Surf. Sci.* **267**, 545 (1992).
- [73] A. Roth, E. Lugagne-Delpon, and P. Voisin, "Electric and magnetic field induced dimensionality reduction in InGaAs-GaAs superlattices.", *Can. J. Phys.* **70**, 819 (1992).
- [74] G. E. W. Bauer and T. Ando, "Exciton mixing in quantum wells.", *Phys. Rev. B* **38**, 6015 (1988).
- [75] H. Chu and Y.-C. Chang, "Line-shape theory of magnetoabsorption in semiconductor superlattices.", *Phys. Rev. B* **40**, 5497 (1989).

- [76] S. Schmitt-Rink, J. B. Stark, W. H. Know, D. S. Chemla, and W. Schäfer, *Appl. Phys. A: Sol. Surf.* **53**, 491 (1991).
- [77] T. Bauer, A. B. Hummel, H. G. Roskos, and K. Köhler, “Evolution of the energy levels of a GaAs/AlGaAs superlattice under the influence of a strong magnetic field.”, *Physica E* **7**, 289 (2000).
- [78] A. Alexandrou, E. E. Mendez, and J. M. Hong, “Interplay between Landau and Stark quantizations in GaAs/Al_{0.65}Ga_{0.35}As superlattices.”, *Phys. Rev. B* **44**, 1934 (1991).
- [79] A. Alexandrou, E. E. Mendez, and J. M. Hong, “Competition between magnetic-field- and electric-field-induced localizations in GaAs/Al_{0.65}Ga_{0.35}As superlattices.”, *Phys. Rev. B* **44**, 13124 (1991).
- [80] M. M. Dignam and J. E. Sipe, “Semiconductor superlattice exciton states in crossed electric and magnetic fields.”, *Phys. Rev. B* **45**, 6819 (1992).
- [81] S. Glutsch, Friedrich-Schiller-Universität Jena. Private Mitteilung (2005).
- [82] S. J. Allen. Jr., T. Duffield, R. Bhat, M. Koza, M. C. Tamargo, J. P. Harbison, F. DeRosa, D. M. Hwang, P. Grabbe, and K. M. Rush, *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics* **71**, 184 (1986).
- [83] Y. A. Kosevich, *Ann. Phys.* **8**, SI 145 (1999).
- [84] H. G. Roskos, M. C. Nuss, J. Shah, K. Leo, D. A. B. Miller, A. M. Fox, S. Schmitt-Rink, and K. Köhler, “Coherent submillimeter-wave emission from charge oscillations in a double-well potential.”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2216 (1992).
- [85] T. Meier, G. von Plessen, P. Thomas, and S. W. Koch, “Coherent Electric-Field Effects in Semiconductors.”, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 902 (1994).
- [86] A. A. Ignatov, E. P. Dodin, and V. I. Shashkin, “Transient Response Theory of Semiconductor Superlattices: Connection with Bloch Oscillations.”, *Mod. Phys. Lett. B* **5**, 1087 (1991).
- [87] F. G. Bass, V. V. Zorchenko, and V. I. Shashora, “Stark-cyclotron resonance in semiconductors with a superlattice.”, *JETP Lett.* **31**, 314 (1980).
- [88] F. G. Bass and V. M. Polyanovskii, “Current-voltage characteristic of a semiconductor with a superlattice in a tilted magnetic field.”, *Sov. Phys. Semicond.* **21**, 733 (1987).
- [89] T. M. Fromhold, A. A. Krokhin, C. R. Tench, S. Bujkiewicz, P. B. Wilkinson, F. Sheard, and L. Eaves, “Effects of Stochastic Webs on Chaotic Electron Transport in Semiconductor Superlattices.”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, pp. 046803–1 (2001).
- [90] S. P. Stapleton, S. Bujkiewicz, T. M. Fromhold, P. B. Wilkinson, A. Patané, L. Eaves, A. A. Krokhin, M. Henini, N. S. Sankeshwar, and F. W. Sheard, “Use of stochastic web patterns to control electron transport in semiconductor superlattices.”, *Physica D* **199**, 166 (2004).
- [91] R. de L. Kronig and W. G. Penney, “Quantum mechanics of electrons in crystal lattices.”, *Proc. Roy. Soc. (London)* **130A**, 499 (1930).

- [92] J. S. Kolb, “Elektrische Feldabschirmung in GaAs/AlGaAs Übergittern und Optische Eigenschaften eines neuartigen dichroitischen Strahlteilers für den THz-Frequenzbereich.” Diplomarbeit, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main (2001).
- [93] R. Williams, “Modern GaAs Processing.“, Artech House Microwave Library (1990).
- [94] J. Fleißner, Fraunhofer Institut für Angewandte Festkörperphysik, Freiburg. Private Mitteilung (2004).
- [95] M. Tong, D. G. Balleger, A. Ketterson, E. J. Roan, K. Y. Cheng, and I. Adestida, “A Comparative Study of Wet and Dry Selective Etching Processes for GaAs/AlGaAs/InGaAs Pseudomorphic MODFETs.”, *Journal of Electronic Materials* **21**, 9 (1992).
- [96] R. T. Collins, K. v. Klitzing, and K. Ploog, “Photocurrent Spectroscopy of GaAs/Al_xGa_{1-x}As Quantum Wells in an Electric Field.”, *Phys. Rev. B* **33**, 4378 (1986).
- [97] M. G. Shorthose, J. F. Ryan, and A. Moseley, “Phonon-assisted tunnelling of photoexcited carriers from InGaAs quantum wells in applied electric fields.”, *Sol. Stat. Electron.* **32**, 1449 (1989).
- [98] K. Gibb, M. M. Dignam, J. E. Sipe, and A. P. Roth, “Observation of Wannier-Stark localization by electroreflectance spectroscopy.”, *Phys. Rev. B* **48**, 8156 (1993).
- [99] J. A. Valdmanis, G. Mourou, and C. W. Gabel, “Picosecond electro-optic sampling system.”, *Appl. Phys. Lett.* **41**, 211 (1982).
- [100] G. C. Cho, H. J. Bakker, T. Dekorsy, and H. Kurz, “Time-resolved observation of coherent phonons by the Franz-Keldysh effect.”, *Phys. Rev. B* **53**, 6904 (1996).
- [101] S. E. Ralph, F. Capasso, and R. J. Malik, “New Photorefractive Effect in Graded-Gap Superlattices.”, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 2272 (1989).
- [102] E. Hecht, “Optik.“, Addison-Wesley Publishing Company (1994).
- [103] M. Först, G. Segschneider, T. Dekorsy, H. Kurz, and K. Köhler, “Midbandgap electro-optic detection of Bloch oscillations.”, *Phys. Rev. B* **61**, R10563 (2000).
- [104] R. Lövenich, K. Victor, G. Bartels, A. Stahl, A. Müller, P. Haring-Bolivar, T. Dekorsy, and H. Kurz, “The resonant interband contribution to the TEOS signal.”, *Sol. Stat. Phys.* **101**, 167 (1997).
- [105] D. S. Kim, J. Shah, J. E. Cunningham, T. C. Damen, W. Schäfer, M. Hartmann, and S. Schmitt-Rink, “Giant excitonic resonance in time-resolved four-wave mixing in quantum wells.”, *Phys. Rev. Lett* **68**, 1006 (1992).
- [106] A. Lohner, K. Rick, P. Leisching, A. Leitensdorfer, T. Elsässer, T. Kuhn, F. Rossi, and W. Stolz, “Coherent optical polarization of bulk GaAs studied by femtosecond photon-echo spectroscopy.”, *Phys. Rev. Lett* **71**, 77 (1993).

- [107] P. C. Becker, H. L. Fragnito, C. H. B. Cruz, R. L. Fork, J. E. Cunningham, and J. E. Henry, “Femtosecond Photon Echoes from Band-to-Band Transitions in GaAs.”, *Phys. Rev. Lett* **61**, 1647 (1988).
- [108] G. von Plessen and P. Thomas, “Method for Observing Bloch oscillations in the time domain.”, *Phys. Rev. B* **45**, 9185 (1992).
- [109] H. Wang, K. Ferrio, D. G. Steel, Y. Z. Hu, R. Binder, and S. W. Koch, “Transient Nonlinear Optical Respos from Excitation Induced Dephasing in GaAs.”, *Phys. Rev. Lett* **71**, 1261 (1993).
- [110] J. Shan, “Ultrafast Spectroscopy of Semiconductors and Semiconductor Nanostructures.“, vol. 115 of *Springer Series in Solid-State Sciences*, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York (1996).
- [111] K. Leo, J. Shah, E. O. Göbel, T. C. Damen, S. Schmitt-Rink, W. Schäfer, and K. Köhler, “Coherent oscillations of a wave packet in a semiconductor double-quantum-well structure.”, *Phys. Rev. Lett* **66**, 201 (1991).
- [112] N. Sekine and K. Hirakawa, “Dispersive Terahertz Gain of a Nonclassical Oscillator: Bloch Oscillation in Semiconductor Superlattices.”, *Phys. Rev. Lett* **94**, 057408 (2005).
- [113] A. Lisauskas, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main. Private Mitteilung (2006).
- [114] K. Leo, M. Wegener, J. Shah, D. S. Chemla, E. O. Göbel, T. C. Damen, S. Schmitt-Rink, and W. Schäfer, “Effects of coherent polarization interactions on time-resolved degenerate four-wave mixing.”, *Phys. Rev. Lett* **65**, 1340 (1990).
- [115] F. Wolter, H. G. Roskos, P. H. Bolivar, G. Bartels, H. Kurz, K. Köhler, H. T. Grahn, and R. Hey, “Influence of LO-Phonon Emission on Bloch Oscillations in Semiconductor Superlattices.”, *Phys. Stat. Sol. B* **204**, 83 (1997).
- [116] H. G. Roskos, Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt am Main. Private Mitteilung (2006).
- [117] A. W. Gosh, L. Jönsson, and J. W. Wilkins, “Bloch Oscillations in the Presence of Plasmons and Phonons.”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1084 (2000).
- [118] O. E. Raichev, “Suppression of the coherent charge oscillations in coupled quantum wells by an in-plane magnetic field.”, *J. Appl. Phys.* **80**, 924 (1996).
- [119] Y. Berk, A. Kamenev, A. Palevski, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, “Resonance magnetoresistance of coupled quantum wells.”, *Phys. Rev. B* **51**, 2604 (1995).
- [120] G. S. Boebinger, A. Passner, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, “Measurement of Fermi-surface distortion in double quantum wells from in-plane magnetic fields.”, *Phys. Rev. B* **43**, 12673 (1991).
- [121] S. R. Andrews, P. G. Huggard, C. J. Shaw, J. A. Cluff, O. E. Raichev, and R. Grey, “Magnetic-field suppression of THz charge oscillations in a double quantum well.”, *Phys. Rev. B* **57**, R9446 (1998).

- [122] M. M. Dignam, Queen's University Kingston, Ontario, Kanada. Private Mitteilung (2004).
- [123] A. Lisauskas, C. Blöser, R. Sachs, H. G. Roskos, A. Juozapavicius, G. Valusis, and K. Köhler, "Time-resolved photocurrent spectroscopy of the evolution of the electric field in optically excited superlattices and the prospects for Bloch gain.", *Appl. Phys. Lett.* **86**, 102103 (2005).
- [124] M. M. Dignam and M. Hawton, "Intraband polarization as the source of degenerate four-wave mixing signals in asymmetric semiconductor quantum well structures.", *Phys. Rev. B* **67**, 035329 (2003).
- [125] K. Leo, "Interband optical investigation of Bloch oscillations in semiconductor superlattices.", *Semicond. Sci. Technol.* **13**, 249 (1998).
- [126] M. Sudzius, V. G. Lyssenko, F. Löser, K. Leo, M. M. Dignam, and K. Köhler, "Optical control of Bloch-oscillation amplitudes: From harmonic spatial motion to breathing modes.", *Phys. Rev. B* **57**, 12693 (1998).
- [127] F. Löser, M. Sudzius, V. G. Lyssenko, G. Valusis, T. Hasche, K. Leo, M. M. Dignam, and K. Köhler, "Bloch Wave Packets in Semiconductor Superlattices: Composition and Spatial Displacement.", *Phys. Stat. Sol. B* **206**, 315 (1998).
- [128] A. B. Hummel, C. Blöser, T. Bauer, H. G. Roskos, Y. A. Kosevich, and K. Köhler, "Electro-optic investigation of the Coherent Hall Effect in semiconductor superlattices.", *Phys. Stat. Sol. B* **242**, 1175 (2005).
- [129] D. Meinhold. Diplomarbeit, TU Dresden (2000).
- [130] R. Martini, G. Klose, H. G. Roskos, H. Kurz, H. T. Grahn, and R. Hey, "Midbandgap electro-optic detection of Bloch oscillations.", *Phys. Rev. B* **54**, R14325 (1996).
- [131] F. Agullo-Rueda, E. E. Mendez, and J. M. Hong, "Quantum coherence in semiconductor superlattices.", *Phys. Rev. B* **40**, 1357 (1989).

Danksagung

Zu dieser Doktorarbeit haben viele Menschen auf unterschiedliche Weise beigetragen, denen ich an dieser Stelle meinen ganz persönlichen Dank aussprechen möchte.

Ich danke meinem Doktorvater, Prof. Dr. Hartmut G. Roskos, der mich nach dem Diplom als wissenschaftliche Mitarbeiterin übernommen und meine experimentellen Arbeiten zur Bloch-Zyklotron-Kopplung in Halbleiterübergittern betreut hat. Mit seinem großen Erfahrungsschatz rund um die Übergitterphysik und seinem wichtigsten Werkzeug, einem Lineal, konnte so mancher Zweifelsfall bei der Auswertung von Ladungsträgertransienten und Übergangsspektren gelöst werden. Ich möchte mich außerdem dafür bedanken, dass ich durch seine Unterstützung die Möglichkeit erhielt, meine Ergebnisse auf verschiedenen internationalen Konferenzen vor Fachpublikum zu präsentieren.

Prof. Dr. Ernst Mohler danke ich für die Übernahme des Zweitgutachtens und vor allem für sein großes Engagement bei der Aufdeckung der theoretischen Hintergründe der Ladungsträgerbewegung im elektrischen und magnetischen Feld und der Vermittlung der gewonnenen Erkenntnisse an mich. Im Laufe der Zeit ist er so zu meinem zweiten Doktorvater geworden.

Ich danke Prof. Dr. Marc M. Dignam, Dr. habil. Stephan Glutsch und Prof. Dr. Yuriy A. Kosevich für die langjährige, fruchtbare Zusammenarbeit und die geduldige Beantwortung unzähliger Experimentatorenfragen an die Theorie.

Dr. Tobias Bauer danke ich für aufschlussreiche Telefonate und die Bereitstellung seines Programms zur semiklassischen Berechnung der Ladungsträgerbewegung beim Kohärenten Hall-Effekt.

Ein herzliches Dankeschön geht an Dr. Klaus Köhler für die Herstellung der Halbleiterübergitterproben und viele Ratschläge zur Probenpräparation.

Ein weiteres herzliches Dankeschön gebührt Dipl. Ing. Marcus Abt und Bernhard Klug für die Weiterentwicklung von Präparationsmethoden und viele Ätzversuche, bis die heiß ersehnte Probe für Transmissionsexperimente endlich da war.

Dr. Alvydas Lisauskas gilt mein Dank für die Umsetzung verschiedener Programme zur Datenerfassung.

Ich danke meiner langjährigen Zimmergenossin, ausdauernden Gesprächspartnerin und Freundin Dipl. Phys. Johanna Kolb von ganzem Herzen für die gute Zusammenarbeit an den Kryostaten, beim Aufdampfen und bei vielen anderen Gelegenheiten. Nie werde ich vergessen, wie wir, eine He-Druckgasflasche im Arm, auf dem Flur im alten Institut standen und gar nicht mehr aufhören konnten zu lachen, weil an diesem Tag einfach alles schief gegangen war, was schief gehen konnte.

Meiner Diplomandin Dipl. Phys. Claudia Blöser danke ich für die Durchführung verschiedener Dauerstrichmessungen an den Halbleiterübergittern, die Bearbeitung unseres Manuskripts zusammen mit Dr. Stephan Glutsch und die vielen Fragen, die mich nach längst tief in meinem Gedächtnis verborgenem Wissen fahnden ließen.

Ein großes Lob geht an alle eifrigen Wochenend-Stickstoff-Nachfüller: Dr. Vladimir Dorosinets, Dipl. Phys. Tobias Hahn, Dipl. Phys. Johanna Kolb, Dr. Alvydas Lisauskas, M. Sc. Gabriel Loata, Dr. Kai Rönnburg, Dipl. Phys. Robert Sachs und Dipl. Phys. Robert Wipf in der Hoffnung, dass ich niemanden vergessen habe.

Bei Dipl. Phys. Johanna Kolb und Dr. Kai Rönnburg möchte ich mich für das Korrekturlesen dieser Arbeit bedanken.

Ganz herzlich danke ich den Mitarbeitern der mechanischen Werkstatt unter der Leitung von Herbert Hassenplug und Knut Pfeiffer für die Anfertigung etlicher Komponenten für meine experimentellen Aufbauten, ihre guten Ideen und ihr Verständnis dafür, dass es eigentlich immer eilig war.

Ein riesiges Dankeschön geht an Siegfried „Sigi“ Rapphahn, der bei Problemen mit dem Kryostaten jederzeit zur Stelle war und mich morgens oft mit einem schon gefüllten He-Tank empfing.

Marion Jordan möchte ich ganz herzlich für ihre Unterstützung im Kampf mit der Uni-Bürokratie, ihre Anteilnahme in allen Lebenslagen und viele lustige Kaffee-Runden danken.

Ich danke allen Mitarbeitern des Physikalischen Instituts für die gute Arbeitsatmosphäre.

Meinen lieben Kommilitonen Dipl. Phys. Alexander Achenbach, M. A. Tanja Schmidtgunst und Dipl. Phys. Elke Wagner danke ich für viele schöne und anregende Gespräche bei Spaghetti, Cappuccino und anderen Köstlichkeiten im Albatros.

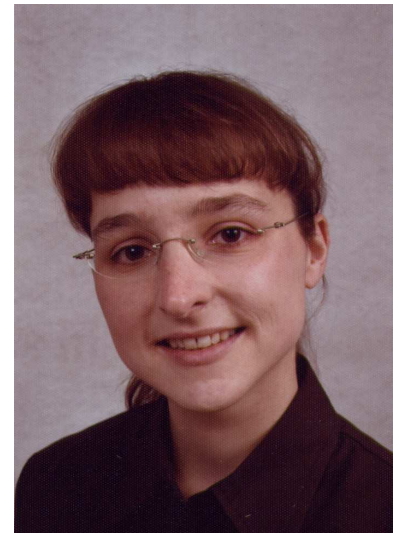
Lieber Kai, mit Deinem Know-How und Deinen guten Ideen warst Du im Labor, bei der Datenauswertung und bei kniffligen physikalischen Problemen immer eine große Hilfe für mich und brachtest trotz gelegentlichen Murrens noch die Geduld auf, aus heiterem Himmel aufgetretene Rechner-, Netzwerk- und Druckerprobleme zu beseitigen (sofern Johanna und ich vorher mal beim Café Bauer waren ;-). Ich danke Dir für die Zeit, die Du Dir für mich nimmst – und für alles andere.

Liebe Mama, lieber Papa, vielen, vielen Dank für Eure Unterstützung, Ermutigung und Euren Ansporn, immer am Ball zu bleiben. Ihr seid einfach die Besten!

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name Anne Beate Hummel
geboren am 23.08.1974
in Gelnhausen



Schulbildung

1981 – 1985 Grundschule Hailer-Meerholz
1985 – 1994 Grimmelshausen Gymnasium Gelnhausen
06/1994 Abitur mit der Note 1,3

Studium

10/1994 – 03/2000 Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main
Diplomstudiengang Physik
01/1997 Diplomvorprüfung mit der Note „sehr gut“
Nebenfach: Chemie
08/1999 Diplomarbeit in der Arbeitsgruppe *Ultrakurzzeitspektroskopie und Terahertzphysik* bei Prof. Dr. Hartmut G. Roskos: „Fotostromspektroskopie an GaAs/AlGaAs-Übergittern im magnetischen Feld“
03/2000 Diplomprüfung mit der Note „sehr gut“
Nebenfach: Astronomie
01/2001 Auszeichnung der Diplomarbeit mit dem Philipp-Siedler-Wissenschaftspreis des Physikalischen Vereins Frankfurt am Main des Jahres 2000
04/2000 – 06/2005 Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main
Promotionsstudium in Physik als Doktorandin in der Arbeitsgruppe *Ultrakurzzeitspektroskopie und Terahertzphysik* bei Prof. Dr. Hartmut G. Roskos

Berufserfahrung

10/1997 – 03/2000 Studentische Hilfskraft im Physikalischen Institut:
Anfängerpraktikum
04/2000 – 06/2005 Wissenschaftliche Mitarbeiterin im Physikalischen Institut:
Praktikum für Fortgeschrittene, Verantwortung für Magnetkryostat- und Kurzpulslasersysteme
seit 07/2005 Mainova AG, Frankfurt am Main:
Trainee im technischen Vorstandsressort