

AUDIO-PODCASTS DE MATEMÁTICAS: COMUNICACIÓN Y REPRESENTACIÓN CON LAS TIC

Christof Schreiber
Justus-Liebig-Universität Gießen

Resumen:

La creación de audio-podcasts ofrece una excelente oportunidad para representar de forma oral los contenidos de matemáticas usando medios digitales tanto en la formación docente, como en la educación primaria. Sin embargo, en el proceso de creación de los audio-podcasts hay fases gráficas-escritas y otras orales que están estrechamente vinculadas entre sí. Este artículo trata sobre la creación y utilización de podcast en la educación primaria (PriMaPodcast) y en la formación docente (MathePodcast) tanto para la enseñanza como para la investigación.

Palabras clave:

Audio-podcast. Representación. Comunicación. TIC. Enseñanza universitaria.

Abstract:

The creation of Audio-podcasts offers notable opportunities for oral representation of mathematical content through digital media, not only for teacher education but also in primary schools. When creating the audio-podcasts, there are written-graphic phases and oral phases that are closely linked. This article deals with the process of creating and the use in primary (PriMaPodcast) and teacher education (MathePodcast) for both, teaching and research.

Keywords:

Audio-podcast. Representation. Communication. ICT. Teacher-Education.

Introducción

Después del ‘choque de PISA’ en el año 2001- ya que así fue como se vivió el impacto de sus resultados en Alemania – se han cambiado todos los planes de estudio estatales y posteriormente regionales. Como consecuencia, el plan de estudio se estructuró en ciertas competencias para fomentar y contenidos matemáticos para enseñar. Las cinco competencias matemáticas en los estándares educativos alemanes son: resolución de *problemas*¹, *modelación*², *argumentación*³, *comunicación*⁴ y *representación*⁵ – de las cuales las dos últimas son de mayor interés en este artículo – (KMK 2005, S. 8; KMK 2004, S.7. Cabe destacar que tanto la representación como la comunicación se pueden llevar a cabo de manera escrito-gráfica y también oral. De hecho, en los estándares educativos alemanes – tanto en la educación primaria, como en la secundaria o en la enseñanza universitaria – se hace hincapié en la transmisión de contenidos usando diferentes medios y modos. En los estándares US-americanos los estudiantes deben usar las representaciones para comunicar y para modelar fenómenos matemáticos (véase NCTM). El currículum educativo en Canadá (Ontario Ministry of Education 2005) destaca por un lado la representación (p. 16) y por el otro la comunicación (p. 17) indicando que ambos pueden realizarse de forma oral. En el Boletín Oficial del Estado español de 2014 se exige tanto la “integración de las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de aprendizaje” (BOE, p. 35) como también “la comunicación” de resultados o “expresar verbalmente de forma razonada” (p. 33) contenidos matemáticos. Considerando el importante lugar que ocupan estas competencias en los distintos estándares, son de gran interés para la formación docente.

En matemáticas es muy común hacer notaciones, por ejemplo, al escribir fórmulas y símbolos, no obstante, la presencia de textos e incluso oraciones es escasa y resumida. La comunicación oral en el ámbito de esta ciencia no es considerada un aspecto central, ya que ésta se basa principalmente en el modo escrito (véase

Schreiber 2013a; 2013b). En este artículo se propone un método alternativo para el aprendizaje de las matemáticas, donde la combinación de ambos modos, el escrito y el oral, ofrece una oportunidad para optimizar el aprendizaje de las matemáticas. Este método intenta fomentar la comunicación y la representación matemática mediante la creación de audio-podcasts tanto *por* alumnos de primaria (PriMaPodcast) como *por* estudiantes de magisterio (MathePodcast). En el proceso de creación de los audio-podcasts el componente oral de la comunicación es un aspecto fundamental. Aquí el producto final creado por los alumnos es puramente verbal, ya que la tecnología de los audio-podcasts solo lo permite así. Sin embargo, para la investigación de los procesos y de los productos resulta útil que en la creación de los podcasts, cuyo objetivo es obtener un producto final oral, también se tenga en cuenta el modo escrito. El proceso iterativo entre fases orales y escrito-gráficas en la creación de audio-podcasts es crucial para el aprendizaje de las matemáticas.

1 – Competencia que permite identificar y resolver problemas matemáticos.

2 – Competencia que permite utilizar las matemáticas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria. Comprendiendo, simplificando dicha situación, traduciéndola a un modelo matemático adecuado para obtener óptimos resultados y transmitirlos nuevamente a la situación real.

3 – Competencia que permite suponer, reconocer y cuestionar enunciados matemáticos, así como buscar y comprender explicaciones.

4 – Competencia que permite la comunicación oral y escrita de la forma razonada de procesos en la resolución de problemas matemáticos describiendo y reflexionando al respecto, principalmente el uso correcto de vocabulario y términos técnicos.

5 – Competencia que permite el adecuado desarrollo, así como la adecuada aplicación y evaluación de representaciones matemáticas.

Matemática escrita – matemática oral

En el área de la ‘matemática escrita’ (Morgan 1998: *Writing Mathematically*) se lleva trabajando desde hace bastante tiempo en la enseñanza de las matemáticas. Algunas ideas de cómo escribir en matemáticas han sido implementadas en el uso de los ‘diarios matemáticos’ (Gallin y Ruf 1998), ‘Journal writing’ (Borasi y Rose 1989) o como material suplementario en el aprendizaje de las matemáticas (Fetzer 2007). La descripción de procesos matemáticos en forma escrita también ha sido utilizada para analizar retrospectivamente la resolución de ejercicios (Selter 1996). La investigación de la comunicación basada en inscripciones *durante* el proceso para resolver problemas ya se llevó a cabo en el proyecto ‘Mathe-Chat’ (Schreiber 2010; 2013; 2015), el cual trata sobre el análisis semiótico de las inscripciones en un chat matemático en internet.

En el contexto de la comunicación oral en matemáticas existen numerosas investigaciones (véase Pimm 1987: *Speaking Mathematically*) como la de Clarke y Hua Xu refiriéndose a Bauersfeld (1994), a Cobb (1994) o a Bruner (1983). Ellos han analizado “the opportunity provided to students for the oral articulation of the relatively sophisticated mathematical terms that formed the conceptual content of the lesson.” (Clarke y Hua Xu, 2009, p. 2463). Muchas de estas investigaciones incluyen los modos de visualización gráfica y escrita. La investigación de Wille y Schreiber (2019) compara el uso del lenguaje de signos con el lenguaje oral en vídeos en temas matemáticos. Un proyecto relativamente nuevo es el uso de la radio educativa – un medio bastante clásico – como fuente para el aprendizaje de las matemáticas (Peters, 2019).

TIC para comunicación y representación

Para fomentar las representaciones y la comunicación usando los TIC en las clases de matemáticas hay distintas opciones recomendables. Una opción clásica es el uso de vídeos como fuente de información (Ribera y Rotger 2019), sobre todo, si están hechos con conocimiento de la didáctica de matemáticas. Una manera de profundizar aún más el conocimiento de los alumnos sería si ellos mismos produjesen el vídeo (Leinigen, 2020). Existe también un proyecto de tareas con vídeos ‘silenciosos’ (‘silent video task’; Kristinsdóttir, Hreinsdóttir, y Lavicza 2018) en el que los alumnos tienen que producir un texto adecuado para los vídeos matemáticos. Un proyecto similar es el ‘VITALmaths’ (Schäfer, Linneweber-Lammerskitten y Kellen 2017) donde también se usa el vídeo como impulso para explicar fenómenos matemáticos. Una de las herramientas más comunes para las representaciones con los TIC en matemáticas es el software GeoGebra (Sagade y Nava 2018; Abaurrea, Lasa y Wilhelmi 2019), aunque también existen otras posibilidades para la representación (Escrivà, Jaime y Gutiérrez 2018). El uso de podcasts – tanto en audio como en vídeo – fue descrito por Bergquist (2013) con referencia explícita a las competencias matemáticas sobre todo a la representación y la de comunicación. Todos estos ejemplos son podcasts producidos por profesores universitarios *para* los estudiantes. Podcasts producidos *por* los estudiantes no se habían realizado hasta el momento debido a “practical limitations” (ibid; p. 147). La producción de audio-podcasts con estudiantes e incluso con alumnos de la primaria se está aplicando con éxito desde el año 2011 con diferentes contenidos (Schreiber 2011, 2013b; Schreiber y Klose 2017b).

Audio-podcasts en temas matemáticos

Para comenzar es necesario definir el término 'podcast', qué tipo de podcast se emplea y cómo es el proceso de creación de podcast que se ha desarrollado en los diferentes proyectos.

Los podcasts son archivos de audio o vídeo que se descargan del internet y están disponibles en la red mediante una suscripción. Posiblemente el verbo 'podcasting' está compuesto por 'Ipod' (de Apple) y por 'broadcasting' (radiodifusión) o - más probable - proveniente de una abreviación de 'playable on demand (pod)' y de 'broadcasting'.

Los podcasts descritos en este artículo son exclusivamente de audio. Imágenes fijas o en movimiento, al igual que textos escritos, no pueden ser utilizados. Aquí surge la pregunta: ¿Cómo se puede mejorar el proceso de aprendizaje de las matemáticas con el uso de medios digitales siendo la representación oral la parte dominante? (ver también Klose y Schreiber 2014; 2013). Por tal razón, se ha desarrollado un proceso para la creación de audio-podcasts de matemáticas adecuado para que los estudiantes universitarios y también los alumnos de colegios reflexionen sobre temas matemáticos (Schreiber y Klose 2017a; 2017b). La descripción de la idea y el proceso de la creación de los podcasts está también disponible en el blog en la página de internet: <http://www.uni-giessen.de/mathepodcast/> (Consultado el 30.04.2020) o en una versión bilingüe en alemán-inglés en: <http://www.uni-giessen.de/primapodcast-bili/> (Consultado el 30.04.2020).

La creación de audio-podcasts sobre temas matemáticos se centra principalmente en la parte oral. Teniendo en cuenta que la representación de contenidos matemáticos se lleva a cabo normalmente a través de medios escrito-gráficos, resulta de gran interés averiguar cómo sería posible la representación de los mismos utilizando solo un medio oral. Más concretamente interesa saber: ¿Cómo describen los estudiantes conceptos matemáticos tales como 'infinito', 'mayor que' y 'menor que', operaciones como la suma y la división, objetos geométricos como el círculo o el cuadrado, si solo es posible la representación verbal?

En general todos los diferentes contenidos matemáticos son interesantes para el aprendizaje y para el análisis. Sin embargo, los temas de geometría captan particularmente la atención, ya que para su descripción en una primera instancia la representación gráfica suele ser indispensable. Es un reto no utilizar la representación escrita y gráfica. Del mismo modo los algoritmos de la aritmética, como los métodos de cálculo o el uso de ventajas computacionales pueden producir resultados interesantes, ya que la representación escrita de éstos también es esencial.

Proceso de creación de audio-podcast

Los primeros podcasts realizados por los alumnos y estudiantes resultaron muy simples, poco elaborados (Schreiber 2011) y con escasa reflexión acerca del contenido. Para mejorar la calidad de los audio-podcasts y al mismo tiempo para profundizar la reflexión acerca de las matemáticas se desarrolló un procedimiento que será descrito a continuación (Imagen 1; ver también Schreiber y Klose 2017a; 2017b). El proceso es igual tanto para los PriMaPodcasts de los alumnos como para los MathePodcasts de los estudiantes universitarios:

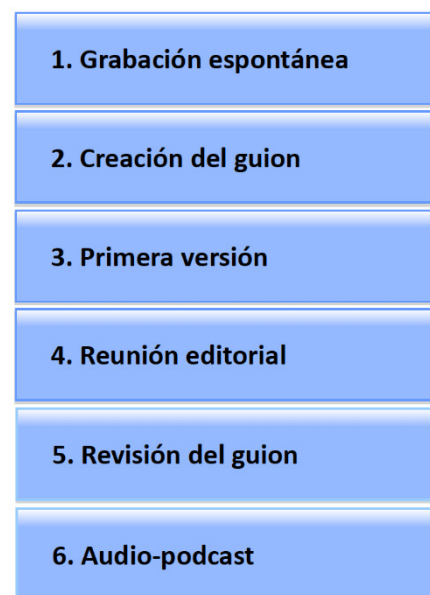


Imagen 1: Proceso de creación de audio-podcasts para matemáticas

1. Grabación espontánea:

Para la creación de los audio-podcasts los estudiantes o los alumnos deben responder espontáneamente una pregunta en el campo de la matemática o reaccionar a un impulso inicial. La respuesta se registra como un archivo de audio. Esta primera grabación puede

ser escuchada repetidamente por los estudiantes para que ellos reflexionen sobre su respuesta. Los impulsos o las preguntas a los alumnos de escuela serían por ejemplo ‘¡Explicad, qué es la simetría’, o ‘¿Cómo se diferencia el cuadrado de los demás cuadriláteros?’. Trabajando con los estudiantes los ejemplos serían diferentes: ‘¡Expliquen la relación entre números triangulares y números cuadrados!’. Sin embargo, las preguntas para los alumnos de la primaria también son aplicables para los estudiantes. Ellos pueden explicarlo a un nivel más alto y con un vocabulario más técnico y exacto.

2. Creación del guion

En un siguiente paso se planifica la grabación del audio-podcast según la pregunta o el impulso inicial. Para esto se crea un guion que forma la base para la grabación de la primera versión (borrador) del audio-podcast. En este paso está permitido el uso de materiales propios u otros materiales adicionales, incluyendo investigaciones en internet. En este paso se crea un producto gráfico-escrito, el cual será representado en forma oral en un siguiente paso.

3. Primera versión:

La grabación que tenga el potencial como para ser publicada empieza con la misma pregunta o impulso y está basada en el guion. Esta versión no será publicada en internet, pero sirve para la reunión editorial donde participan otros grupos de alumnos o estudiantes y el profesor.

4. Reunión editorial:

Los estudiantes o alumnos escuchan la primera versión de la grabación en conjunto con otro grupo en una reunión editorial en la cual se dan consejos y sugerencias mutuamente. En esta reunión también se destacan los aspectos positivos, se proponen cambios o se dan a conocer aspectos faltantes. Luego del proceso de mutuo apoyo entre los grupos se pide también sugerencia a los profesores con respecto al diseño y al contenido para poder optimizar la grabación de los podcasts. El éxito y la calidad del producto final depende de las correcciones y sugerencias obtenidas en la reunión editorial.

5. Revisión del guion:

En esta etapa los grupos trabajan otra vez por separado ya sea mejorando su guion existente o preparando uno nuevo. Para esto los estudiantes o alumnos pueden tener en cuenta las sugerencias de los otros

grupos y las del profesor. Al llevar a cabo la revisión de la primera versión los grupos pueden añadir o quitar partes en el guion y crear en parte nuevos guiones.

6. Audio-podcast:

La grabación destinada a la publicación tiene como comienzo la misma pregunta o impulso dados en el primer paso de la creación del podcast. Esta grabación se lleva a cabo teniendo en cuenta la revisión del guion. En un siguiente paso las grabaciones estarán disponibles en el blog. En dicho blog se publican únicamente las versiones finales de los podcasts creados por los alumnos o estudiantes.

Los primeros intentos con audio-podcasts de matemáticas se llevaron a cabo con alumnos o estudiantes en alemán, más tarde se realizaron en clases bilingües o con hablantes de otras lenguas. Además, se crearon podcasts para los estudiantes de diferentes carreras quienes tienen matemáticas como materia. Los diferentes tipos de podcasts creados por los alumnos o estudiantes en diferentes idiomas (alemán, inglés, francés) están disponibles al público en un blog. Cada podcast se puede encontrar rápidamente gracias a las categorías o a la indexación disponibles en los blogs. Asimismo, los ejemplos son muy variados en cuanto a duración, creación y calidad.

En las distintas fases de la creación del audio-podcast es posible articular sus ideas sin tener público. En un siguiente paso está permitido usar sus propios apuntes, material de clase o buscar en internet para preparar el tema adecuadamente. La reunión editorial facilita una comunicación según los estándares: “Effective classroom communication requires a supportive and respectful environment that makes all members of the class feel comfortable when they speak and when they question, react to, and elaborate on the statements of their classmates and the teacher.” (Ontario Ministry of Education 2005, p. 17).

Podcasts en la educación primaria: ‘PriMaPodcast’

Se ha seleccionado el acrónimo ‘PriMaPodcast’ (imagen 2) para designar los audio-podcast que están hechos en la ‘primaria’ y sobre temas ‘matemáticos’. La creación de los podcasts en la clase de matemáticas para el nivel de educación primaria tiene los siguientes fines:

- Aprendizaje: La presentación de los temas que se hace para los alumnos es un reto especial. Ésta no debe tener ningún medio escrito o gráfico, sino únicamente el verbal. Esto hace que la descripción oral tenga que ser más precisa y hacer uso de un lenguaje más exacto y técnico.

- **Diagnóstico:** El proceso de la creación de los PriMaPodcasts muestra el nivel de aprendizaje de los alumnos. De esta manera, se puede comprobar el nivel de conocimiento y aprendizaje de un alumno o de un grupo pequeño de alumnos. En relación a los temas previamente estudiados, los profesores reciben un feedback informativo.
- **La investigación:** Debido a la escasa visualización se pueden formular ciertas preguntas, por ejemplo, cómo los estudiantes reemplazan lo visual; con qué lo reemplazan; y si logran hacer dicho reemplazo. Ésta es una forma de analizar y evaluar las capacidades lingüísticas y el uso de términos técnicos en la descripción de temas matemáticos.



Imagen 2: Logotipo PriMaPodcast

También ha habido un gran interés en el desarrollo de los PriMaPodcasts en otros idiomas. Se han grabado podcasts con alumnos de clases bilingües de alemán-inglés (Klose 2013). Klose analiza en su tesis doctoral la formación de conceptos matemáticos en clases bilingües usando la creación de los podcasts como herramienta (Klose, 2020). También se enfoca en el uso de los PriMaPodcasts como método para el aprendizaje de matemáticas⁶ en clases bilingües.

Por otro lado, también existe el interés en los podcasts de alumnos cuya lengua materna no es el alemán y quienes *no* reciben clases de matemáticas en su idioma nativo. Por ejemplo, existen grabaciones en ruso⁷. Esto sirve también para sensibilizar a los estudiantes de la carrera docente sobre la heterogeneidad lingüística existente en los colegios. Este enfoque lingüístico resulta igualmente favorable para los estudiantes que hablan también otros idiomas porque refleja su multilingüismo.

Tal y como se describió en el desarrollo de la creación del audio-podcast, la parte escrita y oral están presentes de manera diferente y a su vez están entrelazadas. La creación de los audio-podcasts en el aprendizaje de

las matemáticas permite conectar la representación escrita con la oral (ver también Schreiber y Klose 2017a). Además, es bastante importante la creación escrita del guion como producto intermedio, si el objetivo es obtener un producto final de alto nivel y alta calidad.

Podcasts en la formación docente: ‘MathePodcast’

Las ventajas que ofrece la creación de audio-podcasts pueden ser aprovechadas también en la formación docente, aunque su finalidad sea un poco diferente. Los dos objetivos principales que se persiguen en los podcasts con estudiantes son: por un lado, se intenta presentar un método didáctico de aprendizaje y por otro lado se apunta a profundizar el conocimiento de los contenidos matemáticos de los mismos estudiantes. El proceso de creación de los audio-podcasts por los estudiantes de magisterio tiene exactamente los mismos pasos arriba descritos. Respetar el proceso de creación es importante sobre todo para que los estudiantes conozcan exactamente cada paso y puedan realizarlos en clase con los alumnos. Los estudiantes experimentan así lo difícil que es hacer la presentación espontánea de un tema cuando solo se dispone de medios verbales. De esta manera la creación de los MathePodcasts (imagen 3) con los estudiantes tiene un fin didáctico.

El método de crear audio-podcasts con los alumnos ofrece la oportunidad de aprender investigando en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas (García y García 1989; Rodríguez, Moreno y Aguilera 2008). Durante la carrera los estudiantes deben realizar este tipo de investigación con alumnos de escuela, creando con ellos los PriMaPodcasts. A través de estos trabajos investigadores los estudiantes pueden llevar a cabo análisis en áreas tales como la comunicación matemática, la semiótica, la interacción y otras áreas más.



Imagen 3: Logotipo MathePodcast

6 – Los ejemplos en inglés se pueden encontrar en: www.uni-giessen.de/primapodcast-bili (consultado el 30.04.2020) y aquellos en francés se encuentran en: <http://podcast.math.uni-giessen.de/primapodcast-fr/> (consultado el 30.04.2020).

7 – Ejemplos en ruso: www.uni-giessen.de/primapodcast-ru (consultado el 30.04.2020).

No obstante, la creación de podcasts también sirve para que los estudiantes de la formación docente profundicen los contenidos matemáticos y progresen en el aprendizaje de los temas estudiados con anterioridad. Los estudiantes de la carrera docente en Alemania a menudo están confundidos en los primeros semestres debido a los contenidos de los cursos, ya que suelen creer que dominan suficientemente las matemáticas y solo necesitan aprender algunas sugerencias y trucos con respecto a la metodología para la enseñanza de la materia. Algunos escasamente poseen los conocimientos básicos necesarios y además rechazan la exigencia de aprender matemáticas a un nivel universitario. Otro problema de la carrera docente de educación primaria en Alemania es que las matemáticas es una asignatura obligatoria. A muchos de los estudiantes no les interesan las matemáticas y además les resulta complicado su aprendizaje. Para poder realizar una carrera universitaria exitosa, los estudiantes deben ponerse al día con muchos temas que no fueron aprendidos en profundidad o no fueron entendidos con exactitud durante su paso por el instituto. El método de creación de audio-podcasts les ofrece a los estudiantes una experiencia distinta con las matemáticas conocidas en el colegio. Asimismo, para los estudiantes más avanzados la creación de podcasts presenta un reto muy especial y muchas veces muy motivador, ya que pueden ser creativos explicando temas matemáticos en este modo tan particular (véase los ejemplos en: <http://www.uni-giessen.de/mathepodcast/> Consultado el 30.04.2020). La creación de los MathePodcasts prepara a los estudiantes para la enseñanza de las matemáticas y también los ayuda a reflexionar sobre la rutina en la jornada escolar a nivel profesional. Por medio de estas actividades meta-cognitivas – la reflexión sobre el propio pensamiento y sobre el propio conocimiento en matemáticas – se logra una mejor comprensión del contenido del curso de la carrera docente.

La creación de MathePodcasts con los estudiantes de los primeros semestres se ofrece actualmente como un proyecto en el instituto de didáctica de las matemáticas de la Justus-Liebig-Universität en Giessen.

Con este proyecto se busca:

- ofrecer una seguridad profesional en los estudios a través de la enseñanza de conceptos básicos importantes.
- extender las competencias comunicativas en relación con conceptos y procedimientos matemáticos.

- mejorar la satisfacción en el estudio mediante la reflexión sobre la importancia en la comprensión profunda de las matemáticas.
- reconocer el beneficio de la metodología utilizada en la teoría y en la práctica, así como en el uso de los medios digitales.

Para la evaluación y el análisis del proyecto en la formación docente de los estudiantes se asignó un trabajo científico. Un grupo de estudiantes ha sido acompañado en el proceso de producción de un audio-podcast. Este proceso ha sido analizado en relación al progreso del aprendizaje. Los primeros resultados de la evaluación proporcionan evidencia del efecto positivo que tiene la reflexión sobre los contenidos de los cursos. Una discusión en grupo sobre los contenidos no solo ayuda a mejorar los conocimientos, sino también a retenerlos más fácilmente en la memoria. Los estudiantes también describen las ventajas que tiene la creación de podcasts como un método de aprendizaje para los alumnos en los colegios. Esto indica que la creación de podcast para el aprendizaje de las matemáticas ‘MathePodcasts’ tiene también un beneficio didáctico (Lau 2014).

Conclusiones

Como se describió anteriormente, el uso particular de los medios digitales puede ser beneficioso para los estudiantes, ya que se llevan a cabo procesos de reflexión que ayudan a profundizar los contenidos aprendidos durante la carrera. En cuanto a la ,retención‘ de los contenidos y a su capacidad de reproducción, este método resulta particularmente eficaz. Este método no solo enriquece la clase de matemáticas en relación al uso de medios digitales, sino también en otras áreas. Lo particular en las matemáticas es, que esta ciencia basada en lo gráfico-escrito está representada aquí en un producto oral. Técnicamente, este método, como se ha descrito en este artículo, puede ser utilizado en otras asignaturas también.

El método es apropiado para la enseñanza en la educación primaria, pero también puede ser utilizado tanto para el nivel secundario como para el universitario. Sin embargo, la forma de apoyar al estudiante es naturalmente diferente en cada caso.

Los estudiantes no solo trabajan en los contenidos de los audio-podcasts, sino que también desarrollan competencias en relación al uso de medios digitales, los cuales son utilizados activamente para la representación del propio conocimiento. El internet no se utiliza simplemente como forma receptiva, es decir, como un recurso, sino como plataforma empleada por los estudiantes para mostrar sus propios productos.

Otra ventaja que ofrece la creación de podcasts es que los estudiantes pueden aprender investigando (García y García 1989; Rodríguez, Moreno y Aguilera 2008) en el ámbito de la enseñanza de matemáticas. Realizando este tipo de investigaciones con alumnos los estudiantes pueden llevar a cabo investigaciones en áreas tales como la comunicación matemática, la semiótica, la interacción y otras áreas más.

La combinación entre la representación escrita y oral para presentar un tema en la clase de matemáticas no solo ofrece posibilidades para mejorar los procesos de aprendizaje de las matemáticas, sino también para la investigación con respecto a la enseñanza de una asignatura. La transición del modo oral al modo escrito y viceversa en la creación de ,PriMaPodcasts‘ es un desafío para el estudiante. Al lograr esto, se promueve el uso de conceptos matemáticos al igual que el desarrollo de la comunicación y la argumentación, competencias centrales en los estándares alemanes de educación matemática, así como en los de otros países (KMK 2005, 2006; NCTM; BOE).

Referências

- Abaurrea, J., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R (2019). Análisis didáctico de actividades para el estudio de lugares geométricos. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 143-152). Valladolid: SEIEM.
- Bauersfeld, H. (1994). ‘Language Games’ in the mathematics classroom: Their function and their effects’. In P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 271-291). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bergquist, T. (2013). Podcasting Mathematics. In *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 20 (4) pp. 147-155.
- Bruner, J. (1983). *Children’s talk: Learning to use language*. Oxford: OUP.
- Borasi, R. y Rose, B. J. (1989). Journal Writing and Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 20 (4), pp. 347-365.
- Clarke, D., y Xu, L.H. (2010). Spoken mathematics as a distinguishing characteristics of mathematics classrooms in different countries. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne y F. Arzarello (Eds.) *Proceedings of CERME 6*, France (S. 2463-2472)
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development, *Educational Researcher*, 23(7), 13-20.
- Escrivà, M.T., Jaime, A., y Gutiérrez, Á. (2018). Uso de software 3D para el desarrollo de habilidades de visualización en Educación Primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(1), 42-62
- Fetzer, M. (2007). “Why should I implement writing in my classes?” An empirical study on mathematical writing. In D. Pitta-Pantazi y G. Phillipou, (Eds.), *Proceedings of CERME 5*, Cyprus, (pp.1210-1219)
- Gallin, P. y Ruf, U. (1998). *Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz*. Seelze-Velber: Kallmeyer.
- García, J. E. y García, F. F. (1989). Aprender investigando. Una propuesta metodológica basada en la investigación. Sevilla: Díada.
- Klose, R. (2020). *Mathematische Begriffsbildung von bilingual unterrichteten Schülerinnen und Schülern – Der Einsatz von PriMaPodcasts zur Beschreibung mathematischer Inhalte in deutscher und englischer Sprache*. Tesis Doctoral. Fachbereich Sozial- und Kulturwissenschaften, Justus-Liebig-Universität de Gießen.

- Klose, R. (2013). *Englischsprachige PriMaPodcasts im Mathematikunterricht*. consultado 13/5/2019, disponible en: <http://www.lehrer-online.de/primapodcasts-englisch-mathe.php>
- Klose, R. y Schreiber, Chr. (2014). Producing Audio-Podcasts to Mathematics. In *CME Proceedings 2014* (CME ,14 in Poznan).
- Klose, R. y Schreiber, Chr. (2013). PriMaPodcast- A tool for vocal representation. In *SEMT Proceedings 2013* (SEMT ,13 in Prague).
- Klose, R. y Schreiber, Chr. (2018). TellMEE - Telling Mathematics in elementary Education. In C. Benz, A. Steinweg, H. Gasteiger, H. Vollmuth, P. Schöner, y J. Zöllner (Eds.), *Mathematics Education in the Early Years. Results from the POEM3 Conference, 2016* (pp. 159-177). New York: Springer.
- KMK (2004). Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder (Ed.) Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Bildungsabschluss. München: Luchterhand.
- KMK (2005). Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder (Ed.) Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. München: Luchterhand.
- Kristinsdóttir, B., Hreinsdóttir, F., y Lavicza, Z. (2018). Realizing students' ability to use technology with silent video tasks. In Weigand, H. et. al. (Eds.), *Proceedings of the 5th ERME Topic Conference MEDA*. Copenhagen: University of Copenhagen (pp. 163-170).
- Lau, L. (2014). *Audio-Podcasts zur Vertiefung mathematischer Inhalte*. Tesis no publicada, Institut für Didaktik der Mathematik, Justus-Liebig-Universität de Gießen.
- Leinigen, A. (2020). Kinder erklären für Kinder mathematische Sachverhalte mit Lehrfilmen. In B. Brandt, L. Bröll, & H. Dausend (Hrsg.), *Tagungsband zum Symposium „Lernen digital“*. (pp. 205-221). Münster: Waxmann.
- Morgan, Candia (1998). *Writing Mathematically. The Discourse of ‚Investigation‘*. *Studies in Mathematics Education Series*. New York: Routledge.
- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid. 1 de marzo de 2014, núm. 52, pp. 19349-19420.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM. consultado 13/5/2019, disponible en: <http://www.nctm.org/standards/>
- Ontario Ministry of Education (2005). A guide to effective instruction in mathematics, Kindergarten to grade 6: Volume 2 - Problem solving and communication. Toronto, ON: Queen's Printer for Ontario.
- Peters, F. (2019). *Specialized language support in mathematics education through the use of radio resources. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Utrecht: Utrecht University.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically. Communication in mathematics classrooms*. London, New York: Routledge.
- Ribera, J. M. y Rotger, L. (2019). Vídeos de resolución de problemas para alumnado de altas capacidades matemáticas. In J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (p. 647). Valladolid: SEIEM
- Rodríguez O., I., Moreno P., F.J. y Aguilera J., A. (2008). Aprender y enseñar investigando: Aprendizaje basado en proyectos de investigación. En Mesa L.-C., J.M., Castañeda B., R., y Villar A. J.L. (ed.) *Experiencia de Innovación Universitaria (II)* (pp. 369-389) Sevilla: Instituto de Ciencias de la Educación.
- Sagade P., M. E. y Nava R., M. C. (2018). Secuencia didáctica para el estudio de los triángulos en Educación Primaria con Geogebra y un primer análisis. *Números, Revista de Didáctica de Matemáticas*. (98), 163-177.
- Schreiber, Chr. (2015). Semiotic Analysis of Collective Problem-Solving Processes Using Digital Media. In A. Saenz-Ludlow y G. Kadunz (Eds.), *Semiotics as a Tool for Learning Mathematic: How to Describe the Construction, Visualisation, and Communication of Mathematical Concepts* (pp. 171-196). Rotterdam: Sense Publisher.
- Schreiber, Chr. (2013a). Semiotic Processes in Chat-based Problem-Solving Situations. *Educational Studies in Mathematics*. 82 (1), 51-73.
- Schreiber, Chr. (2013b). PriMaPodcast - Vocal Representation in Mathematics. In Ubuz, B., Haser, C., y Mariotti, M. A. (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1596-1605). Antalya, Turkey.
- Schreiber, Chr. (2011). Digitale Medien und Darstellung im Mathematikunterricht. In Knaus, T. y Engel, O. (Eds.) *fraMediale - digitale*

- Medien in Bildungseinrichtungen*, 2, 123-134.: München: kopaed.
- Schreiber, Chr. (2010). *Semiotische Prozess-Karten - Chatbasierte Inskriptionen in mathematischen Problemlöseprozessen*. Münster: Waxmann.
- Schreiber, Chr., y Klose, R. (2017a). Audio-Podcasts zum Darstellen und Kommunizieren. In Chr. Schreiber, R. Rink, y S. Ladel (Eds.), *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe. Ein Handbuch für die Lehrerbildung*, 63-88. Münster: WTM.
- Schreiber, Chr., y Klose, R. (2017b). The use of artifacts and different representations by producing mathematical audio-podcasts. In T. Dooley, y G. Gueudet, (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 4008-4015). Dublin, Ireland.
- Schäfer, M., Linneweber-Lammerskitten, H. y Kellen, M. (2017). An analysis of mathematical reasoning and collaborative argumentation through interactions with VITALmaths video clips. In *Book of Abstracts of the 25th Annual Meeting of the Southern African Association for Research in Mathematics, Science & Technology Education (SAARMSTE)* Bloemfontein (pp. 180-181).
- Selter, Chr. (1996). Going one's own way. A teaching experiment in grade 3. In Van der Boer, Corine y M. Dolk (Eds.), *Modellen, meten en meetkunde. Paradigma's van adaptief onderwijs* (pp. 87-99). Utrecht: Panama/HvU & Freudenthal institute.
- Wille, A., y Schreiber, Chr. (2019). Explaining geometrical concepts in sign language and in spoken language - a comparison. In U.T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 4609-4616). Utrecht, Netherlands.