

NNP-Gruppe Gabor Linsen	Gruppenleitung Dr. K. Schulte
<b>Charakterisierung einer Nicht-Neutralen-Plasmawolke Art und Verzerrung der Intensitätsverteilung</b>	
Autoren: S. Klaproth, B. Scheible, C. Wagner, <u>K. Zerbe</u>	Datum: 31.03.2016

## 1 Einleitung und Motivation

Die Gabor-Linsen wurden am Institut für Angewandte Physik entwickelt und werden in der Low-Energy-Beam-Transport-Section zur Fokussierung von Teilchenstrahlen genutzt. Die Feldkonfiguration der Gabor Linse erzeugt ein longitudinales Potenzial, welches die Elektronen spiegelt, sodass sie das Potenzial nicht verlassen können, während die Ionen entlang des elektrischen Feldes aus dem Potenzial heraus beschleunigt werden. Bei dem zylindrischen Aufbau wird ein solenoidales magnetisches Feld angelegt, welches Elektronen und Ionen auf radialen Zykloidbahnen einfängt. Durch den Ionenverlust handelt es sich bei dem entstehenden Plasma vorwiegend um Elektronen. Da die Anzahl der Elektronen die der Ionen stark überwiegt, bezeichnet man dies als Nicht-Neutrales-Plasma (NNP) aus Elektronen.

Der Fokussierungsgrad hängt in einem bestimmten Intervall linear mit dem von den Elektronen erzeugtem Potenzial zusammen. Um dieses zu regulieren, ist es notwendig die Elektronendichte  $n_e$  in der Gabor Linse zu bestimmen. Die Annahme ist, dass ein „ideales“ NNP eine homogene Verteilung aufweist, was für die Nutzung als Strahlfokussierelement ein geringeres Emittanzwachstum bedeuten würde. Wenn sich Hohlverteilungen und/oder Asymmetrien des NNPs ausbilden, wird angenommen, dass sich die Emittanz des zu fokussierenden Teilchenstrahles durch die Nichtlinearitäten des Elektronenplasmas in der Strahlregion erhöht. Daher ist es notwendig eine Analyse und Diagnostik des Symmetrieverhaltens und der Verteilungsfunktion zu bestimmen.

## 2 Symmetriestimmung nach [Schulte(2013)]

Basierend auf der Idee die Homogenität und die Verteilungsart (Hohlverteilung oder Gaußverteilung) mit einer CCD-Kamera zu messen und damit das NNP in einem Faktor zu charakterisieren, wurden in [Schulte(2013), Seite 80-83] die Gleichung 5.7  $S_{rot}$  und die Gleichungen 5.8  $S_{sym}$  eingeführt:

$$S_{rot} = \sum_{i=1}^N \left( \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} \int_0^R I \left( r, \frac{2\pi i}{N} \right) dr - \sum_{i=\frac{N}{2}+1}^N \int_0^R I \left( r, \frac{2\pi i}{N} \right) dr \right) \quad (1)$$

und

$$S_{sym} = \frac{\mu_I}{\sigma_I^2} \quad (2)$$

mit

$$\mu_I = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_0^R I \left( r, \frac{2\pi i}{N} \right) dr \quad (3)$$

$$\sigma_I^2 = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N \int_0^R I \left( r, \frac{2\pi i}{N} \right) dr - \mu_I \right)^2. \quad (4)$$

### 2.1 Definition der Region of Interest

Die Region of Interest (ROI) beschreibt den Bereich der maximalen Intensitätsverteilung radial um den Schwerpunkt. Der Schwerpunkt wird bestimmt durch:

$$\vec{r}_S = \frac{1}{I_S} \sum_{\forall j: I(j) \geq S} i_j \vec{r}_j. \quad (5)$$

Hierbei beschreibt  $S$  den Intensitäts-Schwellenwert,  $j$  entspricht der Anzahl aller Punkte und  $i$  ist die Intensität am Punkt/Pixel  $j$ . Um  $\vec{r}_S$  wird ein Kreis mit Maximalradius  $R_{max}$  gelegt.

### 2.2 Implementierung der Region of Interest

Um den Schwerpunkt global zu bestimmen werden lediglich Intensitätswerte mit  $S \geq 85\%$  (empirisch aus Messdaten abgeleitet) des globalen Maximums gewählt. Für numerische Daten ist ein Grenzwert nicht notwendig, während er hingegen für verrauschte Messdaten erforderlich scheint, da ein kleines Signal-to-Noise-Ratio (SNR) den Schwerpunkt zur Bildmitte verschiebt. Für  $R$  gilt  $R = \text{Min}(R_{min}, R_{max})$  mit  $R_{min}$  als kürzester Abstand zum Bildrand. Für  $R_{max}$  wurde  $R = \frac{200}{512} \cdot d$  aus CCDscan [Meusel(2005)] übernommen, hierbei ist  $d$  die Auflösung des Bildes. Die Winkelauflösung beträgt  $1^\circ$  über  $360^\circ$ , sodass die ROI auf 360 Radian eingeschränkt wird.

### 2.3 Globaler Deformationsfaktor (GDF)

Um eine Aussage über den Grad der globalen Verzerrung einer Verteilung mit einem Faktor treffen zu können, wird der GDF gebildet. Er eignet sich um die tendenzielle Abweichung von einer „idealen“ kreissymmetrischen Verteilung abzuschätzen. Als „ideal“ werden ein Kreis und ein Kreisring angenommen. Beide Verteilungen sind jedoch rotationssymmetrisch und damit nicht mit dem GDF zu unterscheiden.

Bei dem Vergleich der diversen Faktoren stach der Variationskoeffizient (VC) als standardmäßige Kenngröße der deskriptiven und mathematischen Statistik heraus.

$$VC = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\mu} \quad (6)$$

Dabei ist  $\mu$  der Mittelwert,  $\sigma$  die Standardabweichung und  $\sigma^2$  die Varianz. Als relatives Streuungsmaß (im Gegensatz zur Varianz) ist er maeinheitsunabhangig (hier: intensitatsunabhangig). Für sehr kleine Varianzen  $\sigma^2 \rightarrow 0$  ergibt sich in Gleichung 2 das Problem der Nulldivision. Für die Bildung des GDF wird für jeden Winkel  $\varphi$  die Summe entlang des Radius  $R$  gebildet. Von diesem Winkelprofil werden wie in Glg. 3 und 4 die ersten beiden statistischen Momente ( $\mu_{I,GDF}$  und  $\sigma_{I,GDF}^2$ ) abgeleitet, damit ist der GDF definiert als:

$$GDF = \frac{\sigma_{I,GDF}}{\mu_{I,GDF}} = \frac{\sigma_I}{\mu_I}. \quad (7)$$

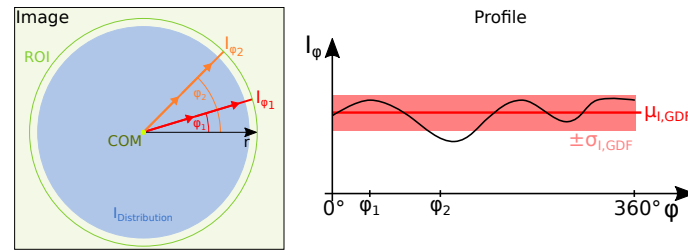


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Integrals über  $R$

## 2.4 Radialer Deformationsfaktor (RDF)

Als Ansatz zur Beschreibung der radialen Homogenität der Verteilung wurde der RDF gewählt. Er beschreibt wie sich die Intensität um den Schwerpunkt verlagert/verteilt. Der RDF ist wie der GDF nicht in der Lage zwischen Kreis- und Kreisringverteilung zu unterscheiden. Dieses Radiusprofil wird als  $\mathbf{R}^*$  bezeichnet, um ihn von den Radien  $R$  zu unterscheiden. Für den RDF wird über den Winkel  $\varphi$  von 0 bis  $2\pi$  integriert/summiert:

$$RDF = \frac{\sigma_{I,RDF}}{\mu_{I,RDF}} \quad (8)$$

mit

$$\mu_{I,RDF} = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^R \int_0^{2\pi} I(r, \varphi) d\varphi \quad (9)$$

$$\sigma_{I,RDF}^2 = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^R \left( \int_0^{2\pi} I(r, \varphi) d\varphi - \mu_{I,RDF} \right)^2. \quad (10)$$

Das Verfahren ist in Abbildung 2 schematisch dargestellt.

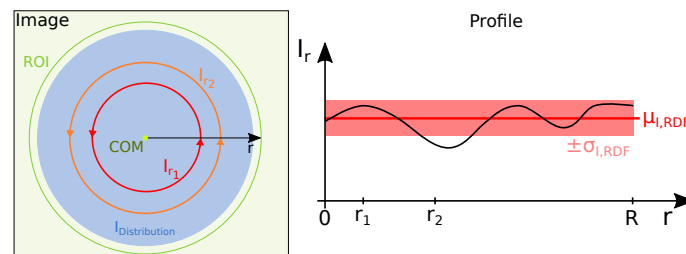


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Integrals über  $\varphi$

(Es soll hier noch angemerkt sein, dass zusätzlich der Quartilsdispersionskoeffizient existiert, welcher ähnlich dem Variationskoeffizienten ist.)

## 2.5 Klassifizierung der Verteilungsfunktion

Um das Profil der gemessenen Intensitätsverteilung zu charakterisieren, soll zwischen einem „normalen“ Profil (angenommene Gauß-Verteilung) und einem Hohlprofil unterschieden werden. Dazu werden die Nullstellen der ersten Ableitung des symmetrierten Durchmessers gezählt, d.h.  $\mathbf{R}^*$  wird hierzu gespiegelt und mehrfach  $7 \times 1$  (in Analogie zum  $7 \times 7$  Gauß-Filter) Gauß-geglättet. Die Glättung dient der Vermeidung von zusätzlichen Nullstellen, die durch numerisches Ableiten verrauschter Datensätze entstehen könnten. Die normale Verteilung hat eine Nullstelle (das Maximum der Durchmesser-Verteilung) und die Hohlverteilung, im NNP-Kontext auch Diocotron-Mode genannt, weist drei Nullstellen auf (zwei Maxima und das zentrale Minimum). Sofern die Anzahl der Nullstellen von 1 und 3 abweichende Werte aufweist, ist die Verteilung auf ausreichend hohes SNR zu prüfen, da Rauscheffekte zu scheinbarer Schwingung in den Ableitungen um Null führen können. Diese beschreibende Größe wird als ZeroCrossCount bezeichnet.

## 3 Algorithmus und Implementierung

Zur Auswertung der Rohdaten, die im Regelfall ein Rauschverhalten aufweisen, teilt sich die Verarbeitung in zwei Blöcke auf. Der erste Teil (das s.g. Pre-Processing) dient der Rauschreduktion und Glättung der Rohdaten. Um die meist in größeren Anzahlen anfallenden CCD-Bilder schneller auswerten zu können, wurde ein Batch-Modus mit folgendem Algorithmus (der Pre-Processing-Teil) implementiert:

1. Abziehen des Hintergrundes
2. Eliminierung der Hot Pixel
3. Glättung der Daten durch einen LowPass-Filter mittels Optical-Transfer-Function [C. Solomon(2011), Seite 131 ff.]

Der zweite Teil des im Batch-Modus implementierten Algorithmus dient der Berechnung der Faktoren:

1. Schwerpunktsbestimmung der Intensitätsverteilung durch Gleichung 5
2. Bestimmung der ROI nach Abschnitt 2.2
3. Berechnung der Integrale nach Abschnitt 2.3 und Abschnitt 2.4
4. Normierung der Integrale
5. Berechnung aller Faktoren
6. Erstellen der Ausgabedatei

Implementiert ist der Algorithmus über die Softwareumgebung ImageFramework aus [Wagner(2013), Seite 9-10] innerhalb des grafischen Frontends jCCDSan.

### 3.1 Weitere mögliche Symmetriefaktoren

Um die Intensitätsverteilung weiter statistisch auszuwerten, werden noch das dritte und vierte statistische Moment berechnet. Möglicherweise könnte sich das dritte statistische Moment, auch Schiefe genannt, als ein Maß zu Differenzierung zwischen Kreis- und Kreisringverteilung qualifizieren.

Alle Faktoren werden weiterhin mit dem  $S_{\text{sym}}$  (siehe Gleichung 2) verglichen, weswegen dieser weiterhin berechnet wird.

Als Alternative zur Berechnung des VC über  $\mathbf{R}^*$  werden VC und  $S_{\text{sym}}$  auf jedem einzelnen  $R$ -Profil berechnet. Anschließend wird der Mittelwert separat über alle VC (MVCR) und  $S_{\text{sym}}$  (MSFR) gebildet.

Die berechneten Faktoren:

1. Die ersten vier statistischen Momente für  $\mathbf{R}^*$

2.  $S_{\text{sym}}$  für das normierte Integral über  $R$
3. MSFR als Mittelung des  $S_{\text{sym}}$  von jedem  $R$
4. MVCR als Mittelung des Variationskoeffiziente von jedem  $R$

## 4 Eignungsprüfung an exemplarischen Verteilungen

Die neu eingeführten Faktoren wurden an numerischen wie auch an real gemessenen Verteilungen evaluiert. Die Diskussion teilt sich somit in den numerischen Part und den experimentellen Part auf. Es sind jeweils die Bilder der Verteilung, ihr horizontaler Schwerpunktsschnitt und der entsprechende Faktor nebeneinander dargestellt.

Um die Funktionalität der neuen Symmetriefaktoren an realen Messdaten zu testen, wurden die Verteilungen in Tabelle 4 ausgewählt.

Bild	I [A]	B [mT]	U [kV]	p [mbar]
10	2,8	10,64	4	$1 \cdot 10^{-4}$
11	3,11	11,81	4	$1 \cdot 10^{-4}$
12	3,93	14,93	4	$1 \cdot 10^{-4}$
13	3,7	14,06	4	$1 \cdot 10^{-4}$
14	3,8	14,44	4	$1 \cdot 10^{-4}$
15	3,3	12,54	2,5	$4 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 1: Eingestellte Messparameter (Spulenstrom, Magnetfeld, Spannung und Druck) bei der Aufnahme der NNP-Verteilungen mittels CCD-Kamera an einer drei-segmentigen Gabor Linse

Auf die numerischen Verteilungen wurde ein Rauschen von  $10\% \cdot I_{\text{max}}$  gelegt, um die theoretischen Verteilungen realistischer zu gestalten.

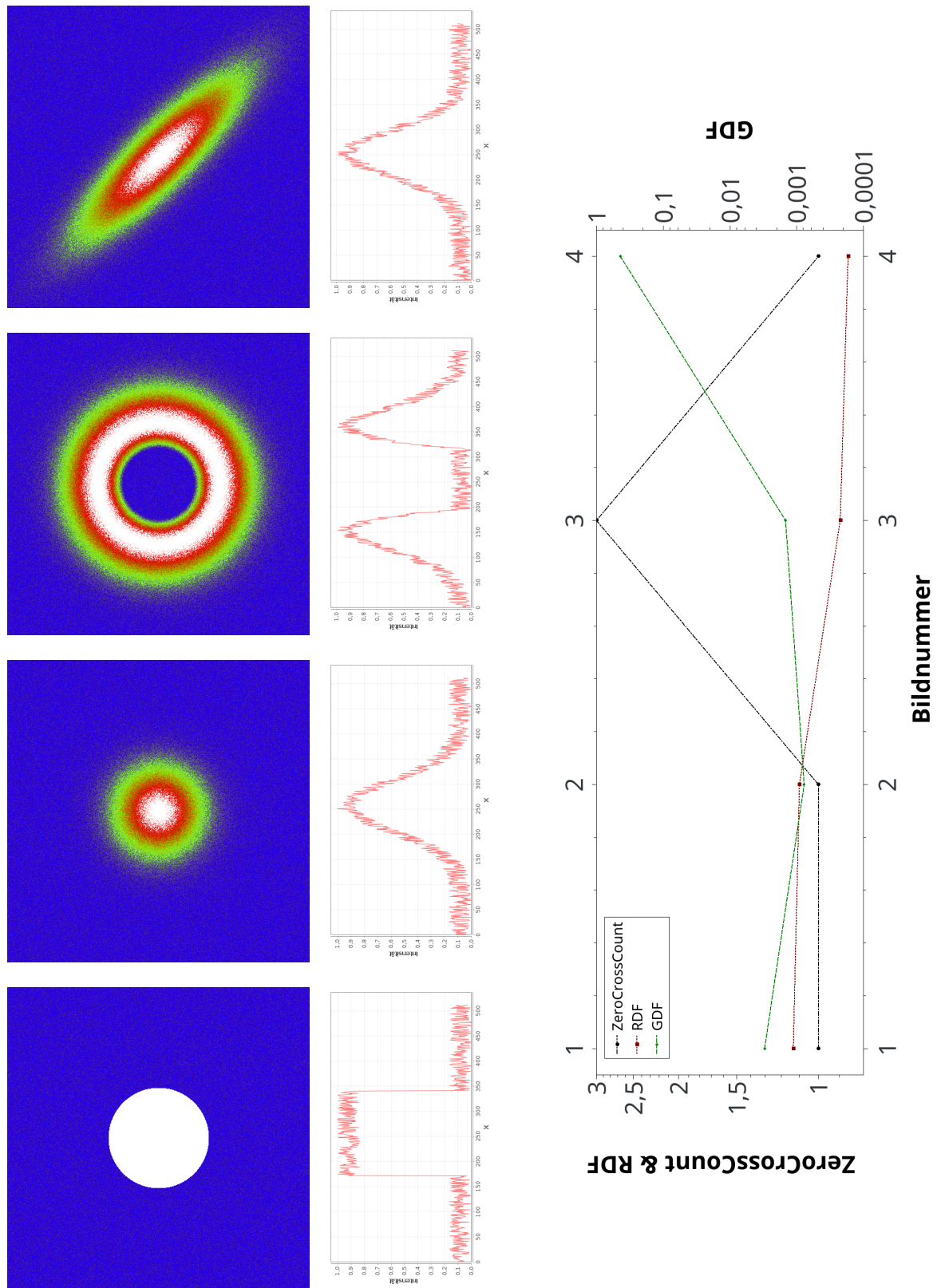


Tabelle 2: Symmetriefaktoren der mit Rauschen bearbeiteten, normierten, numerischen Verteilungen in der Reihenfolge: Abbildung der Verteilung (Bildnummerierung von unten nach oben: Abb.1 homogener Kreis bis Abb. 4 Gauß-Ellipse), Profil durch den Schwerpunkt und die zugehörigen Symmetriefaktoren

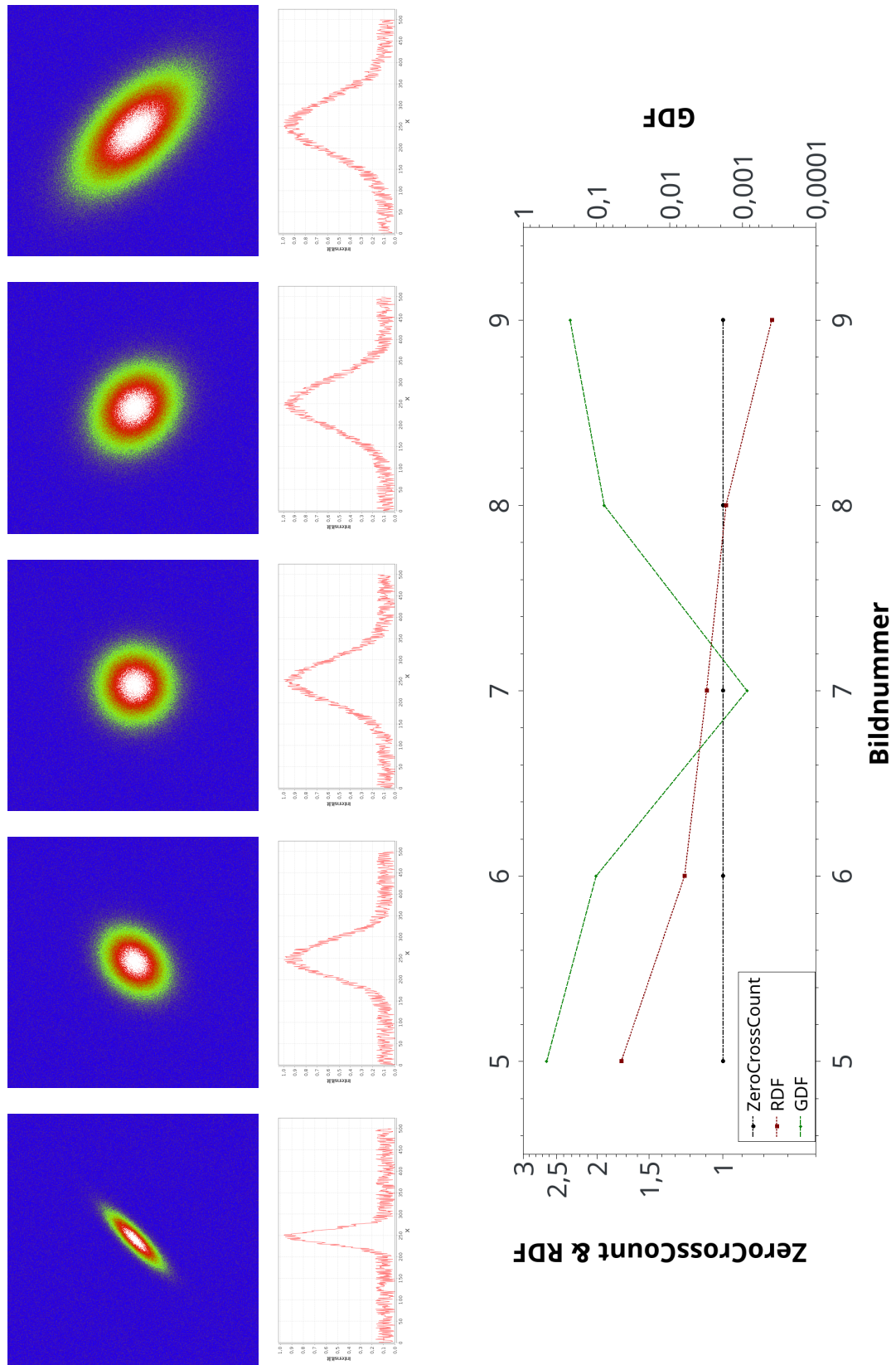


Tabelle 3: Symmetriefaktoren der mit Rauschen bearbeiteten, normierten, gestreckten, numerischen Ellipsen in der Reihenfolge: Abbildung der Verteilung (Bildnummerierung von unten nach oben: 5 - 9), Profil durch den Schwerpunkt und die zugehörigen Symmetriefaktoren

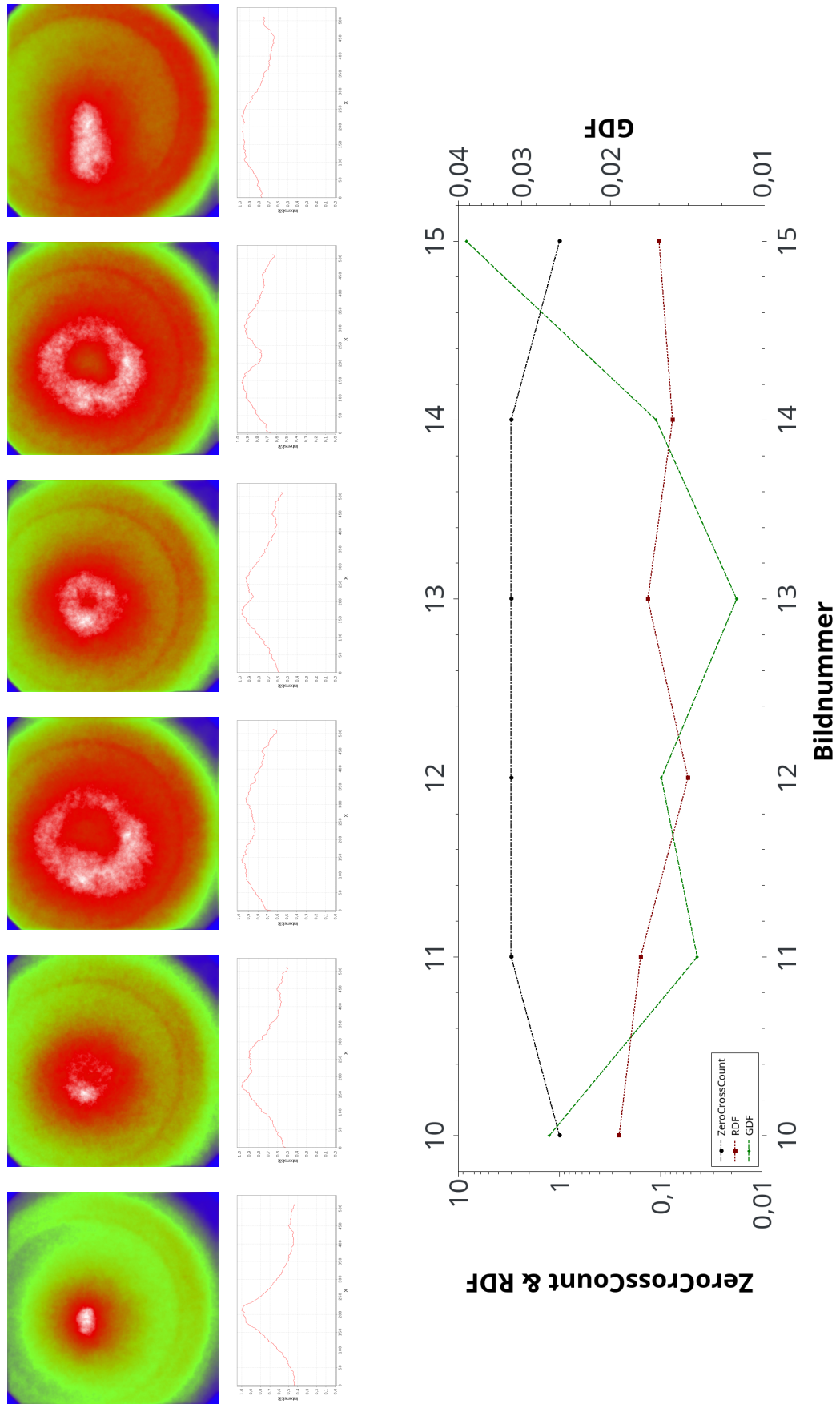


Tabelle 4: Symmetriefaktoren real gemessener Verteilungen: Abbildung der Verteilung (Bildnummerierung von unten nach oben: 10 - 15), Profil durch den Schwerpunkt und die zugehörigen Symmetriefaktoren



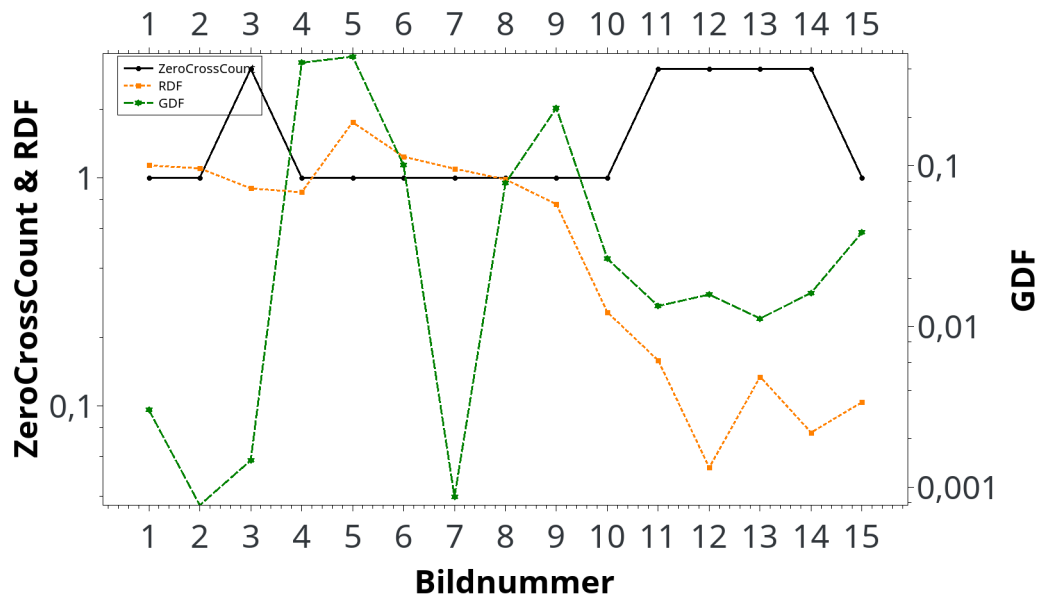


Abbildung 3: Übersicht über die neuen Faktoren in Abhängigkeit der jeweilig durchnummerierten Verteilung

## 5 Fazit

Zusammenfassend sollen nun der ZeroCrossCount, der GDF und der RDF diskutiert werden, die in Abbildung 3 dargestellt sind.

Der ZeroCrossCount gibt an, ob es sich um eine Kreisverteilung (ZeroCrossCount = 1) oder um eine Kreisringverteilung (ZeroCrossCount = 3) handelt. Abweichende Werte sind zu überprüfen. In allen Verteilungen konnte der ZeroCrossCount richtig bestimmen, um welche Verteilung es sich handelt. Es scheint sich um einen potenziell guten Differenzierungsparameter zu handeln. Möglicherweise könnte die Schiefe als ein redundantes Maß genutzt werden. Eine weitere Auswertung des Parameters soll hier nicht diskutiert werden.

Der RDF (semilogarithmisch dargestellt) scheint nicht absolut vergleichbar, d.h. er zeigt innerhalb der betrachteten Verteilungen die richtige Tendenz an, aber kann unter den Gruppen der betrachteten Verteilungen nicht verglichen werden. Der Grad der Verteilungsverlagerung nimmt mit kleinen Werten zu. In den gemessenen Verteilung bildet sich das gemessene Verhalten (10 - 15) jedoch richtig ab.

Der GDF (semilogarithmisch dargestellt) könnte absolut unter den betrachteten Verteilungen verglichen werden, da er sich bei Symmetrie gegen Null und bei Asymmetrie im Sinne einer Verzerrung gegen 1 zu bewegen scheint.

## 6 Ausblick

Eine alternative Methode zur Symmetriebetrachtung wäre über die Betrachtung der Entropie möglich. Als exemplarischer Faktor für die Entropie wurde diese über das Helligkeitshistogramm der ROI ermittelt und im Programm implementiert. Für präzisere Aussagen wären weitere Untersuchungen wünschenswert.

## 7 Danksagung

Wir bedanken uns bei Michael Kunz, Arbeitsgruppe Prof. Frangakis, für das anregende und aufschlussreiche Gespräch zur digitalen Bildverarbeitung und dem Literaturhinweis [C. Solomon(2011)], sowie allen Beteiligten für diverse konstruktive Kaffeerunden und lange Abende.

## Literatur

[C. Solomon(2011)] T. Breckon C. Solomon. *Fundamentals of Digital Image Processing - A Practical Approach with Examples in Matlab*. John Wiley & Sons Ltd., 1 edition, 2011. ISBN 978 0 470 84472 4 (hardback) ISBN 978 0 470 84473 1 (pbk.).

[Meusel(2005)] Oliver Meusel. *Fokussierung und Transport von Ionenstrahlen mit Raumladungslinsen*. PhD thesis, Johann Wolfgang Goethe-Universität, 2005.

[Schulte(2013)] Kathrin Schulte. *Studies on the Focusing Performance of a Gabor Lens Depending on Noneutra Plasma Properties*. PhD thesis, Johann Wolfgang von Goethe Universität - IAP, 2013.

[Wagner(2013)] Christopher Wagner. *Optische tomographische strahldiagnose*. Master's thesis, Johann Wolfgang von Goethe Universität - IAP, August 2013.