

Über die Energieverteilung im geschichteten Körper bei Einstrahlung von dm- und cm-Wellen im Hinblick auf eine Wärmetherapie

Von T. FÖLSCHÉ

Aus dem Max-Planck-Institut für Biophysik, Frankfurt a. M. (Dir.: Prof. Dr. Dr. B. Rajewsky)

(Z. Naturforschg. 9b, 429—446 [1954]; eingegangen am 26. September 1953)

Herrn Professor Rajewsky zum 60. Geburtstag gewidmet

Die Feldstärke- und Wärmequellenverteilung im ebenen Körper aus Muskel, Fett und Haut bei Anstrahlung wird für den Wellenbereich von 1 m bis 1,27 cm jeweils bei verschiedenen Fettschichtdicken berechnet und graphisch dargestellt. Die mit der Strahlungsfeldmethode erreichbare Tiefendosis-Leistung im Zusammenhang mit der Hautdosisleistung sowie die Frage einer geeigneten Anpassung zur Erreichung einer gleichmäßigen Tiefendosis-Leistung werden diskutiert.

Unter der Voraussetzung, daß ein Strahler benutzt wird, der ein annähernd ebenes Wellenfeld liefert und in dem bestrahlten Körpergebiet ebene, parallele Schichten Haut, Fett, Muskel senkrecht getroffen werden, ergibt sich aus der Betrachtung der berechneten Feldstärke- und Wärmequellenverteilungen für die verschiedenen Wellenlängen etwa folgendes Bild:

Das Problem einer Fettüberlastung tritt bei dm-Bestrahlung bis herab zu 10 cm Wellenlänge nicht auf. Man erhält im Gegensatz zu UKW-Kondensatorfeld-Durchflutung eine starke Wärmeentwicklung in der Haut sowie in den oberen Schichten von Muskel oder inneren Organen. Der Abfall der Dosisleistung im Muskel nach der Tiefe zu wird ab $\lambda = 30$ cm mit kürzer werdender Wellenlänge zunehmend steiler. Es kann bei dm-Bestrahlung gegenüber UKW-C-Feld eine um das Mehrfache höhere Dosisleistung an der inneren Oberfläche des Körpers auch bei großen Dicken der Fettschicht erreicht werden, wenn gegebenenfalls durch zusätzliche äußere Maßnahmen (Kühlung) eine Überlastung der Haut bei bestimmten Dicken der Fettschicht ($\lambda_F/4$) vermieden wird.

Bei dm-Bestrahlung paralleler Schichten mit angepaßtem Sender lassen sich weitere qualitative Aussagen machen: Bei konstanter Intensität des Strahlers erfolgt bei längeren Wellen (1 m) mit wachsender Dicke der Fettschicht nur ein monotoner Abfall der Tiefendosis-Leistung auf etwa 60%. Im unteren dm-Bereich (30 cm, 10 cm) ergibt sich bei konstanter Intensität bei Vergrößerung der Fettschichtdicke von 0 bis $\lambda_F/4$ ein Abfall der Tiefendosis-Leistung auf etwa $1/3$ und bei weiterer Zunahme der Fettschichtdicke von $\lambda_F/4$ bis $\lambda_F/2$ wieder eine Zunahme der Tiefendosis-Leistung im Verhältnis 1:2. Diese Zahlen gelten größenordnungsmäßig bei Anstrahlung aus einem Anpassungsmedium ε -Fett. Bei Anstrahlung aus Luft ist die absolute Tiefendosis-Leistung geringer und sind die Schwankungen größer. Diese Schwankungen der Tiefendosis-Leistung bei konstanter Intensität des Senders einer Wellenlänge können durch äußere Maßnahmen weitgehend verringert werden.

Wenn der Sender bei verschiedenen Fettschichtdicken jeweils auf gleiche Hautdosisleistung eingestellt wird (Dosierung nach der Hautempfindung), nimmt die Tiefendosis-Leistung bei Vergrößerung der Fettschichtdicke von 0 bis $\lambda_F/4$ stark ab auf etwa $1/6$, die Tiefendosis-Leistungen bei weiterer Vergrößerung der Fettschichtdicke von $\lambda_F/4$ bis $\lambda_F/2$ verhalten sich dann etwa wie 1:3. Diese Schwankungen sind unabhängig von der Wahl des Anpassungsmediums. Eine Tiefendosierung nach der Hautempfindung ohne genauere Berücksichtigung der Fettschichtdicke wird daher bei Vorliegen von zu den Wellenflächen parallelen Schichten unzuverlässig sein. Es ergibt sich jedoch die Möglichkeit einer instrumentellen, brauchbaren Dosierung durch Einstellung der Intensität des Senders ohne Rücksichtnahme auf die Hautempfindung, wenn man die Schwankungen der Tiefendosis-Leistung mit der Fettschichtdicke bei konstanter Intensität durch die erwähnten Anpassungsmaßnahmen reduziert.

Die kurzen Wellenlängen von 3 cm und 1 cm sind für eine Wärmetherapie in der Tiefe wegen der hohen Absorptionsverluste in Haut und Fett kaum brauchbar, können jedoch zu einer Wärmetherapie der Haut und damit indirekten Beeinflussung innerer Erkrankungen oder zur Erwärmung oberflächiger bzw. weniger leitender Schichten herangezogen werden. Die Oberflächendosis-Leistung steigt bei derselben Intensität mit abnehmender Wellenlänge stark an.

Bezüglich der Angaben über die Dosisleistungs-Verteilung ist zu berücksichtigen, daß das Interferenz-Feld vor der Strahleröffnung bei der Rechnung vernachlässigt wurde. Ferner

entspricht die Dosisleistungs-Verteilung nur dann der Temperaturverteilung während der Bestrahlung, wenn die Unterschiede in den Anfangstemperaturen und in den spezifischen Wärmen der biologischen Schichten außer Acht gelassen werden sowie intensiv und kurzzeitig bestrahlt wird, so daß noch kein merklicher Wärmetransport während der Bestrahlung stattfindet. Über die Temperaturverteilung bei Berücksichtigung des Wärmetransports, der bei schwacher, langdauernder Bestrahlung eine merkliche Erwärmung auch tieferer innerer Schichten, eine höhere Erwärmung des Fetts und eine geringere der Haut zur Folge haben kann, sind weitere Betrachtungen erforderlich.

Die Messungen von Dielektrizitätskonstanten ($DK = \epsilon$) und Leitfähigkeiten (σ) organischer Gewebe im dm- und cm-Gebiet von Kebbel¹, Rajewsky² und seinen Mitarbb. Gsell³, Schwan^{2, 4, 28, 29}, Hartmuth⁵ sowie von Cook⁸, England^{6, 7} und Sharples⁶ setzen uns in die Lage, ein qualitatives Bild über die Wärmequellenverteilung im geschichteten, aus Haut, Fett, Muskel bestehenden Körper bei Anstrahlung mit m- bis cm-Wellen durch Rechnung zu gewinnen. Qualitativ deshalb, weil das der Rechnung zugängliche und hier zugrunde gelegte Modell der ebenen Schichten und des ebenen Wellenfeldes beim menschlichen Körper nicht vollkommen realisiert bzw. nicht realisierbar ist. Über die Temperaturverteilung im zwei-schichtigen Medium Fett-Muskel bei Anstrahlung mit Wellenlängen bis herab zu 25 cm liegen umfangreiche Messungen von Esau⁹, Pätzold^{9, 10, 11}, Ahrens⁹, Osswald¹⁰ vor. Der Vergleich der Messungen von Pätzold-Osswald¹⁰ an einem ebenen Fett-Muskel Phantom bei Anstrahlung aus Wasser mit der Vakuum-Wellenlänge 1 m mit der für diesen Fall unter Annahme eines ebenen anlaufenden Wellenfeldes errechneten Wärmeverteilung zeigt, daß bei geeigneter Bestrahlungsanordnung die wirklichen Verhältnisse bei ebenen Schichten den so berechneten weitgehend entsprechen.

Insbesondere kann mit Hilfe der theoretischen Überlegungen und der vorliegenden Messungen von ϵ und σ bei drei Schichten übersehen werden, welche Schicht am stärksten belastet wird und daher die maximal mögliche Tiefendosis bei kurzzeitiger intensiver Bestrahlung bestimmt, und in welcher Weise sich die Belastungsverhältnisse insbesondere mit der Fettschichtdicke ändern. Ferner gewinnt man einen

¹ W. Kebbel, Hochfrequenztechn. u. Elektroakust. **53**, 81 [1939].

² B. Rajewsky u. H. Schwan, Naturwissenschaften **36**, 315 [1948].

³ G. Gsell, Physik. Z. **43**, 101 [1942].

⁴ H. Schwan, Fiat Report Nr. 1099, S. 46 [1947].

⁵ L. Hartmuth, Diss. 1953 Frankfurt a. M., MPI f. Biophysik.

⁶ T. S. England u. N. A. Sharples, Nature [London] **163**, 487 [1949].

Überblick über das Wechselspiel zwischen Körper und Sender, wenn die Fettschichtdicke geändert wird. Besonders im unteren dm- und cm-Gebiet liegen die Wellenlängen im Körper in der Größen-

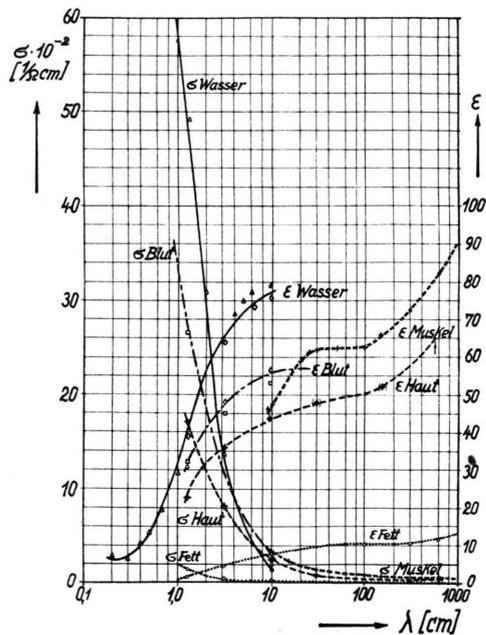


Abb. 1. Dispersionskurven. Wellenlängenabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante ϵ und Leitfähigkeit σ [$1/\Omega \cdot \text{cm}$] biologischer Gewebe im Vergleich zu Wasser in dm- und cm-Gebiet. — Muskel, - - - Blut, --- Haut, ···· Fett, ——— Wasser.

ordnung der vorkommenden Schichtdicken, so daß infolge der sehr unterschiedlichen ϵ oder Brechungsindices von Muskel, Fett und Haut stehende Wellen in der Fett- und Hautschicht bei nicht zu hoher Dämpfung auftreten müssen. Der Reflexionskoeffizient des gesamten Körpers wird sich mit der

⁷ T. S. England, Nature [London] **166**, 480 [1950].

⁸ H. F. Cook, British Journal of applied Physics **3**, 249 [1952].

⁹ E. Esau, J. Pätzold u. E. Ahrens, Naturwissenschaften **26**, 477 [1938].

¹⁰ J. Pätzold u. K. Osswald, Naturwissenschaften **26**, 478 [1938].

¹¹ J. Pätzold, Wiss. Veröff. Siemens-Werke **XIX**, 1 [1940].

Schichtdicke von Fett und Haut im Verhältnis zur Wellenlänge in diesen Medien ändern. Für eine Tiefentherapie wichtig ist die Erzielung einer möglichst sich mit der Fettschichtdicke gleichmäßig ändernden Tiefendosis-Leistung bei Einstrahlung mit einem Sender konstanter Intensität. Es muß daher quantitativ untersucht werden, wie weit Haut- und Fettschichtdicken, abgesehen von ihrer dämpfenden Wirkung infolge der auftretenden Interferenz-Erscheinungen, das Eindringen der Strahlung hindern, und wie gegebenenfalls durch geeignete Anpassung

Die „Eindringtiefen“ in Abhängigkeit von der Wellenlänge und Vergleich der Belastung von Muskel, Fett und Haut

In Abb. 1 sind die Werte von ϵ und σ für verschiedene Körpersubstanzen, wie sie sich aus den Messungen²⁻⁸ in Abhängigkeit von den Wellenlängen im Bereich von 6 m bis 1 cm ergeben, im Vergleich zu Wasser^{8, 12, 13} dargestellt.

Nach dem Abfall der DK von Muskel und Blut, der durch die Wagner-Dänzersche Inhomo-

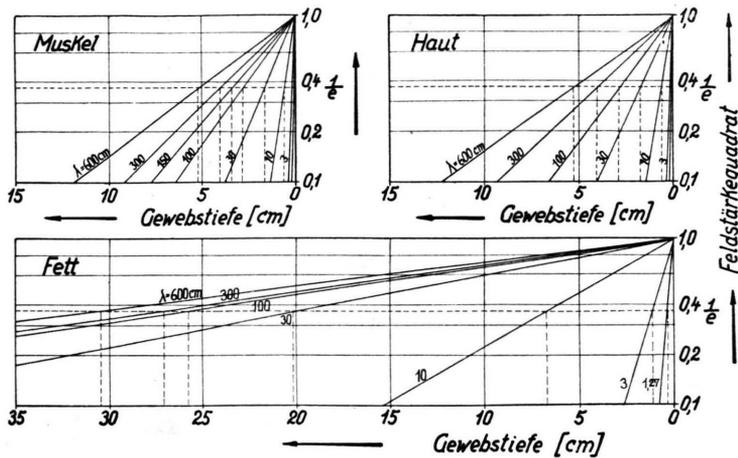


Abb. 2.

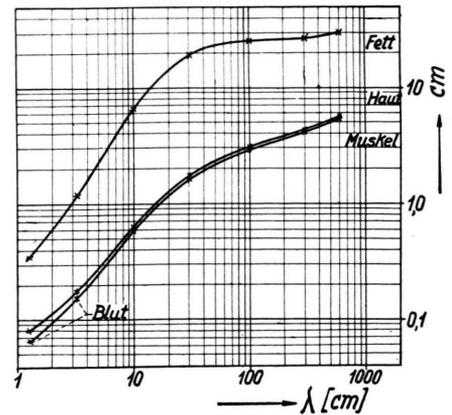


Abb. 3.

Abb. 2. Abfall des Amplitudenquadrates der elektrischen Feldstärke $|E|^2$ im einschichtigen Gewebe und damit Abfall der pro cm^3 und sec entwickelten Wärmemenge Q' (Dosisleistung), logarithmische Ordinate.

Abb. 3. „Eindringtiefe“ der Energie in biologische Gewebe in Abhängigkeit von der Vakuum-Wellenlänge. Unter Eindringtiefe ist diejenige Schichttiefe verstanden, in der das Quadrat der Feldstärke oder die Dosisleistung auf $1/e = 0,37$ abgesunken ist. Bei Vernachlässigung der Wärmeleitung und -Strahlung sowie des Temperatur-Regulationsmechanismus des lebenden Körpers ist auch die Temperaturerhöhung pro sec in dieser Tiefe nur $1/e = 0,37$ der Temperaturerhöhung an der Oberfläche des einschichtigen Mediums.

und Überbrückung der Hautschicht, bzw. durch Frequenzwahl, diese Störungen überwunden werden können.

Es zeigt sich bei diesen Überlegungen, daß die Haut, sowohl was die maximal erreichbare Tiefendosis-Leistung als auch was die gleichmäßige Abnahme der Tiefendosis-Leistung bei verschiedenen Fettschichtdicken anbetrifft, bis unter 10 cm Wellenlänge herab u. U. eine wichtige Rolle spielt.

¹² J. A. Saxton u. J. A. Lane, Radio frequencies. Part. I. Communications Phys. and Met. Societies, S. 278 [1946].

¹³ J. A. Saxton, ebenda S. 292, Part. II—IV.

¹⁴ H. Dänzer, Ergebnisse der biophysikalischen Forschung Bd. I, S. 191. Georg Thieme-Verlag, Leipzig 1938.

¹⁵ B. Rajewsky, ebenda S. 77.

¹⁶ H. Dänzer, Ann. Physik (5), 20, 463 [1934].

¹⁷ H. Dänzer, Ann. Physik (5), 21, 783 [1934].

genitäts-Theorie¹⁴⁻¹⁷ erklärt wird, tritt im dm-Gebiet zunächst eine annähernde Konstanz der ϵ auf, welcher bei 30 cm bzw. 10 cm ein erneuter Abfall der DK und steiler Anstieg der Leitfähigkeit, etwa der Dipoldispersion des Wassers entsprechend, folgt. Dieses zweite Dispersionsgebiet ist auch bei Fett erkennbar.

Da bisher unter 9 cm Wellenlänge keine Messungen an Muskel bekannt wurden, sind den Rechnungen bei 3,18 und 1,27 cm die ϵ - und σ -Werte von Blut zugrundegelegt, das etwa denselben Verlauf wie

¹⁸ H. Schaefer, Fortschritte Rö-Strn. 54 [1936], Kongreßheft.

¹⁹ H. E. Hollmann, Hochfrequenztechn. u. Elektroakust. 50, 267 [1937].

²⁰ H. E. Hollmann, Ergebnisse d. Biophys. Forschung I, S. 232.

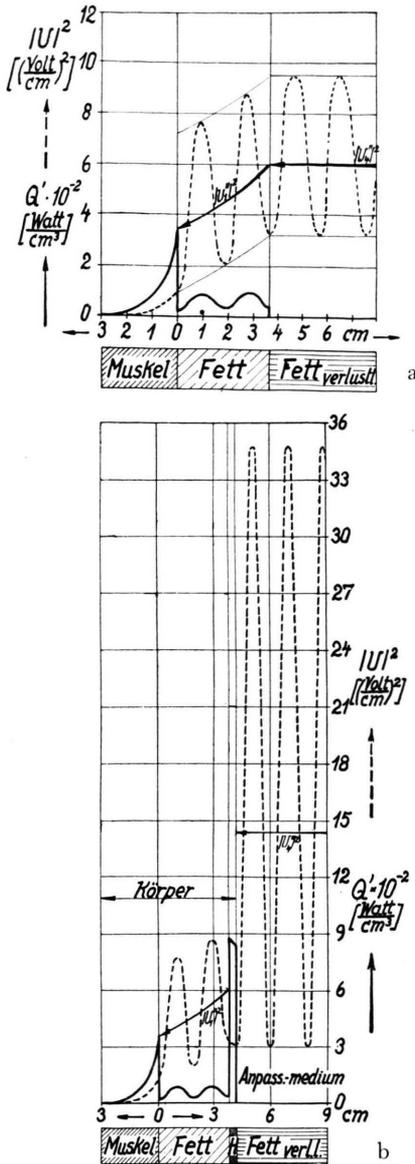


Abb. 4. Feldstärke- und Wärmequellen-Verteilung bei Einstrahlung der Vakuum-Wellenlänge $\lambda = 10$ cm von rechts aus dem Anpassungsmedium Fett verlustlos in den geschichteten Körper. a) ohne Hautschicht, b) mit Hautschicht. Es wird in a) und b) mit verschiedener Intensität eingestrahlt, so daß sich bei 0 an der Grenze Muskel—Fett dieselbe Feldstärke bzw. dasselbe Feldstärkequadrat und damit dieselbe Dosisleistung in Muskel ergibt.

- $|u_4''|^2 =$ Amplitudenquadrat der von rechts aus dem Medium Fett verlustlos ankommenden Welle in $(\text{V/cm})^2$.
- $|u_2''|^2 =$ Hinlaufende Welle in Fett.
- $|u_3''|^2 =$ Hinlaufende Welle in Haut.
- $|u|^2 =$ Feldstärkequadrat der stehenden Welle im Anpassungsmedium, Haut, Fett und der fortlaufenden Welle in Muskel.
- Q' pro sec und cm^3 erzeugte Wärmemenge $\sigma \cdot |u|^2$ in W/cm^3 .

Muskel zeigt. Von Haut liegen ebenfalls in dem betrachteten Wellengebiet nur Messungen von 1,27 bis 10 cm vor. Die Werte für Haut im Bereich von 30 cm bis 6 m (eingeklammerte Punkte) sind daher extrapoliert bis auf den Wert für σ_H bei 6 m (Schaefer¹⁸).

Unter Eindringtiefe wird hier diejenige Schichttiefe verstanden, in der die eindringende Intensität, also das Feldstärkequadrat, auf $1/e = 0,37$ abgefallen ist ($1/2 \beta$ s. Anhang). Den berechneten Abfall der Intensität sowie die Eindringtiefen für Muskel, Fett und Haut zeigen die Abb. 2 und 3. Es tritt hier auch in großer Tiefe immer noch eine geringe Intensität auf, die aber außerhalb der „Eindringtiefe“ nicht mehr zu einer beträchtlichen Wärmeentfaltung führt. Die insgesamt außerhalb der „Eindringtiefe“ pro Sekunde entwickelte Wärme beträgt $0,37/0,63 = 0,59$ der innerhalb der Eindringtiefe pro Sekunde entwickelten Wärme, wie man leicht nachrechnen kann. Wenn in der Folge von „Tiefen“ dosis-Leistung gesprochen wird, so geschieht dies aus Abkürzungsgründen. Es ist hierbei ausschließlich die Oberflächendosisleistung ($\sigma \cdot |u|^2 = \text{W/cm}^3$) in Muskel gemeint. Man hat es, wie aus Abb. 2 und 3 zu ersehen ist, bei Bestrahlung mit m- bis cm-Wellen wegen des starken Abfalls der Dosisleistung, die dem Feldstärkequadrat proportional ist, nur bei m- und längeren dm-Wellen mit Wärmeentfaltung in der Tiefe des Körpers zu tun. Bei m-Wellen fällt die Tiefendosisleistung in 3—6 cm Muskel- oder Organtiefe auf $1/3$ bzw. $1/10$ ab, während sich bei 30 cm Wellenlänge (Anstieg von σ) und insbesondere bei cm-Wellen die Wärmeentfaltung nur in schnell dünner werdenden Schichten der inneren Oberfläche des Körpers, d. h. der unter dem Fett liegenden, gut leitenden Schicht abspielt. Die $1/e$ -Tiefe bei 10 cm Wellenlänge beträgt nur 0,6—0,7 cm in Muskel bzw. Haut, bei 3 cm Wellenlänge ist die $1/e$ -Tiefe 1,6 mm bei Blut und 1,7 mm bei Haut. Das Fett dagegen ist noch bis zu 10 cm-Welle herab relativ transparent. Die Dosisleistung ist bei dieser Wellenlänge erst in einer Tiefe von etwa 7 cm auf 0,37 abgesunken, wenn man den Mittelwert der gemessenen Fettleitfähigkeiten zugrundelegt.

Haut und Muskel unterscheiden sich, sowohl was ihre DK als auch ihre Leitfähigkeit anbetrifft, nicht stark voneinander. Das hat zur Folge, daß eine etwa gleich hohe Erwärmung bei gleicher Feldstärke auftritt, während die Fettleitfähigkeit für alle Wellenlängen um mehr als eine Größenordnung geringer ist und Fett daher relativ gering erwärmt wird.

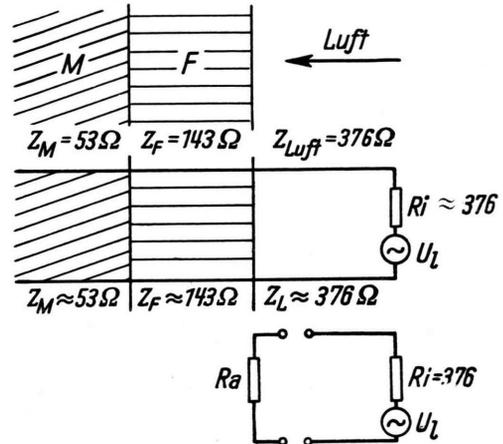
Zur Veranschaulichung sei die Feldstärke- und Wärmequellen-Verteilung bei der Wellenlänge $\lambda = 10$ cm einmal ohne Hautschicht (Abb. 4a) und einmal mit Hautschicht (Abb. 4b) bei Einstrahlung aus einem verlustlosen Medium mit der DK des Fetts vorweggenommen. Abb. 4a zeigt, daß sich die eingestrahelte Welle $|u_4''|^2$ stetig in der Fettschicht als gedämpfte Welle fortsetzt. Die geringe Reflexion, die beim Übergang vom Anpassungsmedium Fett verlustlos zum verlustbehafteten Fett auftritt, kann vernachlässigt werden. Aus Abb. 4b ergibt sich, daß die Hautbelastung bei der angenommenen Fettschichtdicke von 3,8 cm (λ_F) um das $8,6/3,5 = 2,4$ -fache größer ist als die maximale Muskelbelastung an der Eintrittsstelle in Muskel („Tiefen“dosis-Leistung). Dieses Verhältnis wird noch sehr viel ungünstiger bezüglich der Muskeldosis-Leistung, wenn die Fettschichtdicke $\lambda_F/4$ oder $3/4\lambda_F$ beträgt, sich die Haut also in einem Wellenbauch und nicht in einem Wellenknoten wie im gezeichneten Fall befindet (s. Abb. 8, 9).

Bei beiden Abbildungen ist angenommen, daß im Muskel die gleiche Leistung eintritt. Im Falle b mit Haut muß daher die ankommende Welle $|u_4''|^2$ eine sehr viel höhere Amplitude haben. Wenn von einem Sender von derselben Intensität wie im Falle a ausgegangen wird und damit gleichem $|u_4''|^2$, so ist die Feldstärke- und Wärmequellen-Verteilung im Falle b mit dem Faktor $|u_4''|^2 a / |u_4''|^2 b < 1$ zu multiplizieren.

Um sich einen Überblick über die Transformationswirkung von Fett und Hautschicht bei verschiedenen Fettschichtdicken und die Schwankungen der Tiefendosis-Leistung bei Anstrahlung aus verschiedenen Anpassungsmedien zu verschaffen, wird man zunächst die Fett- und Hautschicht als verlustlos betrachten, durch die hindurch in den verlust-behafteten, absorbierenden Verbraucher Muskel eingestrahlt wird.

Zugrundegelegt seien die ϵ_M , σ_M , ϵ_F und ϵ_H bei der Vakuum-Wellenlänge 10 cm. Hieraus ergeben sich die Wellenlängen in Fett zu $\lambda_F = 3,8$ cm und Haut $\lambda_H = 1,49$ cm. Die am Körper vorkommenden Fettschichtdicken sind in der Größenordnung von mehreren $\lambda_F/4 = 0,95$ cm und die Hautschicht etwa in der Größenordnung von $\lambda_H/4$. Behandelt sei zunächst der Fall A (siehe nebenstehendes Schema), bei dem die Haut vernachlässigt ist und bei dem von Luft aus in die Fett-Muskelschicht aus einem Sender konstanter Intensität aus großer Entfernung eingestrahlt wird.

Die Feldstärke-Verteilung, die sich in und vor einer solchen Schichtkombination einstellt, wenn der Sender auf maximale Energieabgabe seines Strahlers in den freien Raum angepaßt ist, entspricht der Spannungs-Verteilung auf einer Leitung durch diese Dielektrika, die von einem Sender mit einem Innenwiderstand gleich dem Vakuumwellen-Widerstand der Leitung an irgendeiner Stelle in Luft gespeist wird. Die Wellenwiderstände der Leitungsstücke sind bis auf denselben geometrischen Faktor die gleichen



Schema A. In den beiden angedeuteten Anordnungen (Bestrahlung ebener Schichten und Leitung durch diese Schichten) ist die Amplitude der vom Sender ausgehenden hinlaufenden Welle unabhängig von dem Abstand des an Luft bzw. die Luftleitung angepaßten Generators und von den Reflexions-Eigenschaften der Schichtkombination. Bei der Leitung hat diese Amplitude den Betrag $[u''] = \frac{[u_1]}{2}$. Der konstanten Intensität des Senders bei Anstrahlung entspricht im Falle der Leitung die maximal abgebbare Leistung des Generators.

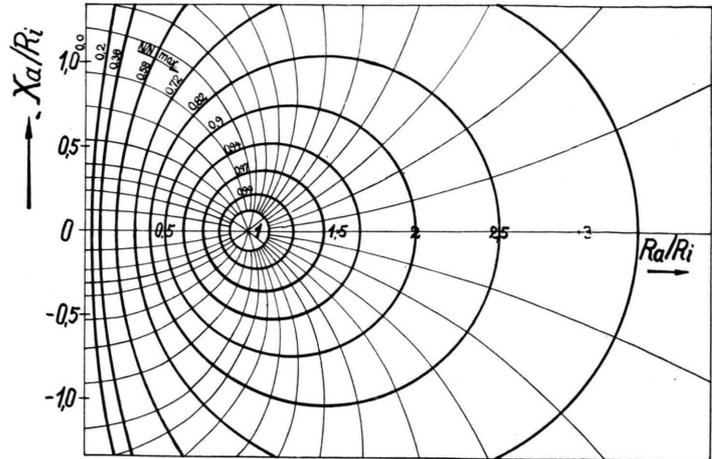
wie die „Feld“wellen-Widerstände der Medien, in die die Leitung eingebettet ist ($z_M = 53 \Omega$, $z_F = 143 \Omega$, $z_{Luft} = 376 \Omega$ siehe Tab. 4). Die kleine Blindkomponente des Muskel-Widerstands kann zunächst vernachlässigt werden.

Man kann daher die Resultate der Leitungstheorie, die für verlustlose Medien als bekannt vorausgesetzt werden, übernehmen. Zur Ermittlung der Energieaufnahme in Muskel bei Veränderung der Fettschichtdicke (im verlustlosen Fett wird keine Energie absorbiert) ist es notwendig, das Verhältnis des Außenwiderstandes an den Klemmen des Generators zum Innenwiderstand R_i des Senders zu betrachten.

Im Falle der Fettschichtdicke $\lambda_F/2$ wird der Muskelwiderstand z_M durch die Fettschicht nicht transformiert, der Außenwiderstand des Generators beträgt

Abb. 5. Wirkleistungsdiagramm. Abhängigkeit der abgegebenen Wirkleistung vom Verhältnis Belastungswiderstand $R_a = R_a - jX_a$ zum Innenwiderstand R_i des Generators

$$N_{\max} = \frac{|U_1|^2}{4 R_i} \quad \text{maximal abgegebene Wirkleistung des Generators bei Anpassung } R_a = R_i.$$



also $R_a = z_M$, das Verhältnis wird $R_a/R_i = 53/376 = 0,14$, dem entspricht eine abgegebene Wirkleistung $N = 0,45 \cdot N_{\max} = 0,45 \cdot |U_1|^2 / 4 R_i^*$, wie aus dem Leistungs-Diagramm zu entnehmen ist** (Abb. 5).

Im Falle $\lambda_F/4$ wird der Muskelwiderstand auf z_F^2/z_M transformiert, es ist also

$$R_a = \frac{Z_F^2}{Z_M} = \frac{20500}{53} = 390, \quad \frac{R_a}{R_i} = \frac{390}{376} = 1,03,$$

die abgegebene Wirkleistung wird $N = N_{\max}$, es liegt daher optimale Anpassung vor.

Die im Muskel verbrauchte Leistung schwankt infolge der transformierenden Fettschicht demnach im Verhältnis $1(\lambda_F/2) : 2,2(\lambda_F/4)$.

Wenn aus Muskel verlustlos als Anpassungsmedium durch Fett hindurch eingestrahlt wird, ergibt sich im Falle

$$\frac{\lambda_F}{2} R_a = R_i \quad N = N_{\max},$$

$$\frac{\lambda_F}{4} R_a = \frac{Z_F^2}{Z_M} = 390, \quad \frac{R_a}{R_i} = \frac{390}{53} = 7,4; \quad N = 0,42 N_{\max},$$

also das Verhältnis $2,4 : 1$, d. h. die Anstrahlung aus einem Medium mit der DK des Muskels durch Fett hindurch gibt keineswegs eine gleichmäßige Tiefendosis-Leistung oder für verschiedene Fettschichtdicken bessere Anpassung als die Anstrahlung aus Luft.

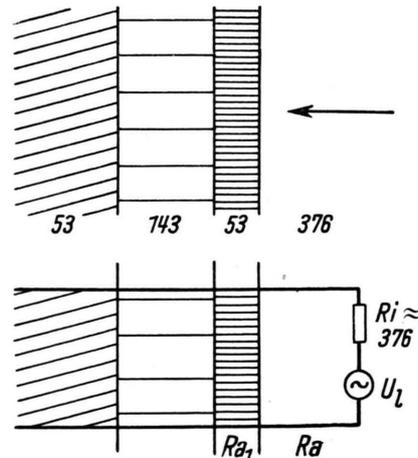
Dagegen ist bei Anstrahlung aus dem Medium Fett verlustlos, an das der Innen-Widerstand des

* Das Quadrat der Leerlauf-Spannung ist in $[(V_{\text{eff}}/\text{cm})^2]$ einzusetzen.

** Das Wirkleistungs-Diagramm, das zugleich auch das Schmidtsche Leitungs-Diagramm für verlustlose Leitungen ist, wurde aus Meinke: „Theorie der Hochfrequenz-Schaltungen“ (1951), S. 105, entnommen.

Senders angepaßt ist ($R_i = z_F$), die Muskeldosis-Leistung völlig unabhängig von der Fettschichtdicke $N = 0,8 N_{\max}$ ($R_a/R_i = z_M/z_F = 53/143 = 0,38$). Es ist zwar eine Fehlanpassung vorhanden, diese ist aber erträglich und insbesondere unabhängig von der Fettschichtdicke.

Betrachtet sei jetzt der Fall B dreier Schichten Muskel, Fett, Haut, die aus Luft angestrahlt werden (s. Schema B).



Schema B, siehe Text.

Die Hautschicht sei $\lambda_F/4 = 3,7$ mm dick und der Wellen-Widerstand der Haut gleich dem Wellen-Widerstand von Muskel angenommen. In derselben Weise wie oben ergibt sich für die Fettschichtdicke:

$$\frac{\lambda_F}{2} R_{a1} = Z_M, \quad R_a = \frac{Z_M^2}{Z_M} = Z_M = 53,$$

$$\frac{R_a}{R_i} = \frac{53}{376} = 0,14, \quad N = 0,45 N_{\max},$$

$$\frac{\lambda_F}{4} R_{a_i} = \frac{Z_F^2}{Z_M} = 390, \quad R_a = \frac{Z_M^2}{390} = \frac{2800}{390} = 7,2,$$

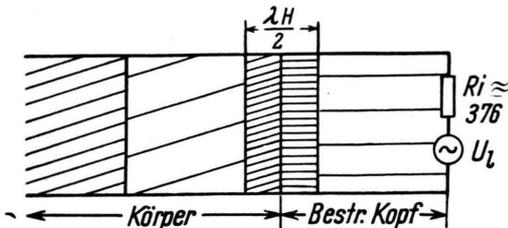
$$\frac{R_a}{R_i} = \frac{7,2}{376} = 0,019, \quad N = 0,06 N_{\max}$$

Die im Muskel verbrauchten Leistungen verhalten sich also wie $0,45 : 0,06 = 7,5 : 1$.

Bei Verminderung der Fettschichtdicke um nur 0,95 cm geht die bei $\lambda_F/2 = 1,9$ cm noch erträgliche Fehlanpassung in eine völlige Fehlanpassung bei $\lambda_F/4 = 0,95$ cm Fettschichtdicke über mit der Folge, daß die im Muskel ankommende Nutzleistung auf 13% gegenüber der bei der Fettschichtdicke 1,9 cm noch ankommenden Leistung absinkt, während sich ohne Hautschicht bei $\lambda_F/4$ -Fettschicht völlige Anpassung also $N = N_{\max}$ ergab.

Es geht aus diesen Betrachtungen hervor, daß man bei so kurzen Wellen den fehl-anpassenden Einfluß der Haut wohl kaum vernachlässigen darf und unter Berücksichtigung der Dämpfung in Fett und Haut genauer quantitativ untersuchen muß.

Wenn wir zunächst bei dem obigen 3-Schichtenmodell bei verlustloser Fett- und Hautschicht verbleiben, wird man erst dann eine von der Fettschichtdicke unabhängige Leistungsabgabe an Muskel bekommen, wenn aus dem Anpassungsmedium Fett verlustlos eingestrahlt wird und die Haut durch eine künstliche Schicht mit der DK der Haut zu einer $\lambda_H/2$ -Schicht ergänzt wird, die bekanntlich durchlässig ist. (Die Anordnung zeigt das untenstehende Schema.)



Schema C, siehe Text.

Es wird durch diese Anordnung zwar nicht die maximale Wirkungsleistung in den Muskel übertragen, dafür aber bis auf die unvermeidliche Schwächung durch Absorption in Fett und Haut eine von der Fettschichtdicke unabhängige Leistungs-Entwicklung in Muskel erreicht. Die Anordnung Einstrahlung aus ϵ_F soll daher in der Folge unter Berücksichtigung der Dämpfung in Fett und Haut vorwiegend durchgerechnet werden. Da die Hautschicht dünn ist, besteht

die Möglichkeit, daß die Haut bei langen Wellen keine zusätzliche Reflexion verursacht (Dicke der Haut $\ll \lambda_H/4$). Es ergibt sich aus den Rechnungen, von welcher Wellenlänge ab es zweckmäßig ist, die Haut durch eine zusätzliche Schicht vor dem Bestrahlungskopf zu einer $\lambda_H/2$ -Schicht zu ergänzen.

Die Feldstärke- und Wärmequellen-Verteilung in den dämpfenden Schichten Haut, Fett und Muskel

Die Körpersubstanzen Fett und insbesondere Haut haben eine nicht zu vernachlässigende Leitfähigkeit, die im dm- und cm-Bereich stark mit kleiner werdender Wellenlänge zunimmt. Neben den Reflexionen tritt daher eine merkliche Absorption in Fett und eine sehr starke Absorption in Haut auf, welche die Reflexions-Erscheinungen überdeckt und die Durchlaßbereiche verbreitert. Die elektrische Feldstärke-Verteilung muß daher unter Berücksichtigung der Dämpfung für jede Wellenlänge und verschiedene Schichtdicken ausgerechnet werden, um einen quantitativen Überblick zu bekommen. Von dem elektromagnetischen Wellenfeld interessiert nur die elektrische Feldverteilung bzw. das Quadrat der Feldamplitude $\mathbf{u} \cdot \bar{\mathbf{u}} = |\mathbf{u}|^2$ an jeder Stelle x innerhalb und außerhalb der Schichtkombination (\mathbf{u} = komplexe Amplitude der elektrischen Feldstärke \mathcal{E}). Innerhalb der absorbierenden Schichten kann durch Multiplikation mit σ_i direkt die Wärmequellen-Verteilung entnommen werden. Es ist:

$$\sigma |\mathbf{u}|^2 = \sigma |\mathcal{E}|^2 = Q'$$

$$= \left[\frac{Q}{\text{cm}^3 \text{sec}} \right] = \left[\frac{W}{\text{cm}^3} \right] = \left[\frac{0,239 \text{ cal}}{\text{cm}^3 \text{sec}} \right] \approx \left[\frac{\Delta T}{\text{sec}} \right]$$

die pro cm^3 in der Sekunde erzeugte Wärmemenge Q' an der Stelle x . Q' , gemessen in $\text{cal}/\text{cm}^3 \text{sec}$, ergibt die Temperaturerhöhung pro Sekunde an der Stelle x , wenn die spezifischen Wärmen und Gewichte der Körperschichten gleich der des Wassers = 1 gesetzt, also ihre Abweichungen von der des Wassers vernachlässigt werden und die Wärmeleitung nicht berücksichtigt wird. Q' ist also ein qualitatives Maß für die Temperaturerhöhungen in den verschiedenen Schichten bei kurzzeitiger intensiver Bestrahlung.

Die Rechnung ist daher so zu führen, daß man möglichst direkt die $|\mathbf{u}|^2$ -Verteilung bekommt. Die stehende Magnetfeld-Verteilung oder auch die Widerstands-Verteilung $\mathbf{u}/\mathfrak{S} = \mathcal{E}/\mathfrak{S}$ interessiert weniger.

Mit Hilfe der elektrischen Feldstärkeverteilung $|u_4|^2$ bzw. der hinlaufenden Welle $|u_4''|^2$ im Anpassungsmedium können auch die Anpassungsfragen übersehen werden (Rechnung s. Anhang).

Die Abb. 6, 8, 12 zeigen die Verteilungen für $\lambda = 1$ m, 10 cm und 1,27 cm bei den Fettschichtdicken $\lambda_F/4$, $\lambda_F/2$, $3\lambda_F/4$. Die Verhältnisse für andere Fettschichtdicken und Wellenlängen können hieraus abgeschätzt werden. Die Hautschichtdicke ist durchweg zu etwa 3 mm angenommen. Wegen der hohen Welligkeit insbesondere im Anpassungsmedium, der großen Unterschiede bei der Erwärmung sowie aus Handhabungsgründen wird ein logarithmischer Ordinatenmaßstab gewählt. Die Einstrahlung erfolgt von rechts aus einem verlustlosen Medium, an das der Sender mit seinem Innen-Widerstand angepaßt ist. Bei $\lambda = 300$ cm bis 10 cm hat dieses Medium die DK und damit den Wellen-Widerstand des Fetts, bei $\lambda = 3$ cm und 1 cm die DK und den Wellen-Widerstand der Haut aus Gründen, auf die weiter unten eingegangen wird. Die dünn ausgezogene Linie stellt die Feldstärke-Verteilung $|u|^2$ der stehenden Welle dar, ebenso ist dünn ausgezogen das Amplitudenquadrat der ankommenden Welle $|u_4''|^2$, der hinlaufenden Welle in Haut $|u_3''|^2$ und in Fett $|u_2''|^2$.

Die dick ausgezogene Linie zeigt die Wärmequellen-Verteilung $Q' = \sigma_{M, H, F} \cdot |u|^2$ in den Körperschichten bei *einer* Fettschichtdicke. Sie ist gleich der Temperaturerhöhung/sec, wenn der Wärmetransport und der Unterschied der spezifischen Wärmen der verschiedenen Schichten vernachlässigt wird. Die dicken gestrichelten Linien stellen die Wärmequellen-Verteilung in Haut für andere Schichtdicken dar.

Bei den logarithmischen Abbildungen 6, 8, 10, 11, 12 ist angenommen, daß an der Eintrittsstelle im

Muskel (Punkt 0) immer die gleiche Feldstärke $|u_D|^2 = 10 [(V_{\text{eff}}/\text{cm})^2]$ (bei Abb. 12 $10^{-1} (\frac{\text{Volt}}{\text{cm}})^2$) vorhanden ist. Hierdurch ist die Feldstärkeverteilung in den übrigen Schichten und das Amplitudenquadrat der ankommenden Welle $|u_4''|^2$ bzw. die Senderintensität $|u_4''|^2/Z_4$ des angepaßten Senders völlig bestimmt. Für verschiedene Fettschichtdicken ergeben sich verschiedene Verteilungen und verschiedene Amplituden $|u_4''|^2$ der ankommenden Welle, um dieses $|u_D|^2 = 10$ zu erzielen (s. z. B. Abb. 8).

Da $|u_4''|^2/Z_4$ die Senderintensität darstellt unabhängig von der Belastung (Vor: $R_i = Z_4$ oder unendlich ferner Strahler), bekommt man die Feldstärke- und Quellenverteilung für *gleiche* Senderintensität bei verschiedenen Fettschichtdicken aus obiger Darstellung durch Multiplikation mit einem solchen Faktor, daß die $|u_4''|^2$ zusammenfallen. Bei logarithmischer Auftragung von $|u|^2$ hat man lediglich die jeweilige gesamte Verteilung ($|u|^2, Q'$) nach oben oder unten zu verschieben, bis die $|u_4''|^2$ für die verschiedenen Fettschichtdicken auf gleicher Höhe liegen, und zwar auf der Höhe $|u_4''|^2 = Z_4 \cdot J [(V_{\text{eff}}/\text{cm})^2]$ ($J =$ Intensität des Senders in W/cm^2 , Z_4 s. Tab. 1). So sind z. B. bei $\lambda = 10$ cm (Abb. 8) und einer Intensität von $1 \text{ W}/\text{cm}^2$ des an das Anpassungsmedium Fett verlustlos angepaßten Senders die $|u_4''|^2$ auf

$$|u_4''|^2 = Z_4 \cdot J = 143 \left[\left(\frac{V_{\text{eff}}}{\text{cm}} \right)^2 \right]$$

zu verschieben. Die Erwärmung z. B. an der Oberfläche des Muskels und in Haut bei den verschiedenen Fettschichtdicken, z. B. bei Bestrahlung mit 10 cm aus ϵ_F -verlustlos, erhält man daher durch Multiplikation von $Q' = 8 \cdot 10^{-2} \text{ cal}/\text{cm}^3 \text{ sec}$ (s. Abb. 8) mit folgenden Faktoren:

Fettschichtdicke	$\frac{\lambda_F}{4} = 0,95 \text{ cm}$	$\frac{\lambda_F}{2} = 1,9 \text{ cm}$	$\frac{3\lambda_F}{4} = 2,85 \text{ cm}$	$\lambda_F = 3,8 \text{ cm}$
$\frac{ u_4'' ^2}{ u_4'' ^2}$	$\frac{14,3}{19,8} = 0,73$	$\frac{14,3}{8,6} = 1,66$	$\frac{14,3}{22,8} = 0,63$	$\frac{14,3}{12,6} = 1,14$
$Q'_M = \frac{\Delta T_M}{\text{sec}}$	$8 \cdot 10^{-2} \cdot 0,73 = 5,35 \cdot 10^{-2}$	$13,3 \cdot 10^{-2}$	$5,05 \cdot 10^{-2}$	$9,2 \cdot 10^{-2}$
Muskel $\frac{\Delta T_M}{\text{min}}$	$3,5^\circ$	8°	3°	$5,5^\circ$
Haut $\frac{\Delta T_H}{\text{min}}$	$36,8 \cdot 10^{-2} \cdot 60 = 22^\circ$	$14,8^\circ$	$22,8^\circ$	14°

Tab. 1. Obere Grenze der Temperaturerhöhungen in Muskel und Haut nach einminütiger Bestrahlung mit $1 \text{ Watt}/\text{cm}^2$ bei verschiedenen Fettschichtdicken. Anstrahlung aus ϵ -Fett, λ -Vakuum = 10 cm.

Bei Anstrahlung *aus Luft* mit 1 W/cm^2 Intensität ($|U_4''|^2_1 = 376 [(V_{\text{eff}}/\text{cm})]$) werden die entsprechenden Temperaturerhöhungen pro Minute:

Fettschichtdicke	$\frac{\lambda_F}{4}$	$\frac{\lambda_F}{2}$
Muskel $\frac{\Delta T_M}{\text{min}}$	1,44°	4,1°
Haut $\frac{\Delta T_H}{\text{min}}$	9,5°	7,5°

Bei diesen Zahlen ist zu beachten, daß infolge des Wärmetransports bei einminütiger Bestrahlung die erreichten Temperaturen niedriger über der Ausgangstemperatur liegen werden, zumal es sich hier bei 10 cm um die spitzen Temperaturmaxima in Haut und Muskel handelt, die am stärksten abgebaut werden. Ferner wird sich das Fett etwas mehr erwärmen als die Q' -Kurve angibt, weil seine spezif. Wärme kleiner ist als die vom Muskel und Haut und die Wärmeabfuhr geringer ist. Wie die Messungen ergeben haben, weicht ferner die Leitfähigkeit von verschiedenen Fettgeweben bis zu 100% von dem zugrunde gelegten Mittelwert ab, so daß eine um das Doppelte höhere Fettbelastung allein hierdurch eintreten kann.

Nachdem gezeigt ist, wie die Größe der Temperaturzunahme/sec bei Beginn der Bestrahlung abgeschätzt werden kann, sollen die berechneten Verteilungen im Hinblick auf zwei weitere für die Therapie interessierende Gesichtspunkte betrachtet werden.

1. Im Hinblick auf eine möglichst *große* „Tiefendosis“ ohne Überlastung der durchstrahlten Schichten Haut und Fett bei kurzer intensiver Bestrahlung. Hierbei ist lediglich das Verhältnis

$$\frac{Q' \text{ Muskel}}{Q' \text{ Haut}} =$$

an der Oberfl. d. Muskels pro cm^2sec erz. Wärmemenge
in Haut pro cm^2sec erzeugte Wärmemenge

für verschiedene Fettschichtdicken zu vergleichen. Die spezifische Fetterwärmung ist bei allen betrachteten Frequenzen bis 10 cm und eine für Muskelerwärmung in Frage kommende Fettschichtdicke nur ein Bruchteil der Muskelerwärmung und u. U. um ein

Vielfaches geringer als die Hauterwärmung. Das Minimum dieser auf die Belastung der Haut bezogenen Muskelerwärmung bei verschiedenen Fettschichtdicken ist die maximale Tiefen-Dosis, die bei einer Frequenz ohne die Toleranzdosis der Haut bei irgendeiner Fettschichtdicke zu überschreiten, erzielt werden kann. Die relative Erwärmung in Haut, Fett, Muskel bei Stoßbestrahlung ist nicht proportional der Temperaturverteilung, die sich bei *Dauerbestrahlung* ergibt, bei der Wärmetransportvorgänge einen Ausgleich bzw. einen Gleichgewichtszustand herbeiführen und man von einer maximalen Tiefendosis-*Leistung* sprechen kann. Trotz der auch im letzteren Fall größeren, der Haut pro cm^2 und sec zugeführten Wärme, wird hier die Hauttemperatur unter Umständen infolge des starken Wärmeabflusses niedriger bleiben als die Temperatur in Muskel [Messungen in vivo bei Dauerbestrahlung s. (21), (22); Phantommessungen (26); theoretische Untersuchungen (23), (24)].

2. Im Hinblick auf eine möglichst *gleichmäßige* „Tiefendosis“-Leistung unabhängig von der Fettschichtdicke und damit dem Ort der Hautschicht sowie ihrer Dicke im Vergleich zur Wellenlänge *bei konstanter Intensität des Senders* (einer Frequenz). Hier muß die Frage der mit der Fettschichtdicke veränderlichen Störung der Tiefendosis-Leistung durch das Vorhandensein der Haut und der Beseitigung dieser Störung behandelt werden.

$$\lambda = 3 \text{ m und } 1 \text{ m (Abb. 6 für } 1 \text{ m)}$$

Betrachtet wird zunächst die Erwärmung in Muskel zur Erwärmung in Haut Q'_M/Q'_H . Aus Abb. 6 ($\lambda = 1 \text{ m}$) ist z. B. zu entnehmen, daß dieses Verhältnis und damit die bei Stoßbestrahlung erreichbare Muskeldosis bei *kleiner* Fettschichtdicke nahezu gleich der Toleranzdosis der Haut ist (Verhältnis $\approx 1:1$), mit zunehmender Fettschichtdicke (bis $7,2 \text{ cm} = \lambda_F/4$) aber stark absinkt, und zwar von etwa 1 auf $1,85/14,8 = 0,13$. Bei großer Fettschichtdicke ist daher nur $1/7$ der Toleranzdosis der Haut in Muskel zu erzielen, kurzzeitige intensive Bestrahlung vorausgesetzt, so daß ein merklicher Wärmeabfluß aus der dünnen Hautschicht nicht stattfinden kann. Bei länger anhaltender Schwachbestrahlung wird wegen der größeren Wärmeableitung der dünnen Hautfläche ein besserer Nutzeffekt im Muskel zu erreichen sein.

²¹ J. W. Gersten, K. G. Wakim u. F. H. Krusen, Arch. Phys. Med. 30, 199—211 [1949].

²² J. W. Rae, J. F. Herrick, K. G. Wakim u. F. H. Krusen, Arch. Phys. Med. 30, 199 [1949].

²³ H. F. Cook, Brit. J. appl. Physics 3, 1—6 [1952].

²⁴ J. W. Clark, Proc. I.R.E. 38, 1028 [1950].

²⁶ A. Böni u. R. Lotmar, Arch. phys. Therap. 4, 175 [1952].

Ähnliche Verhältnisse sind bei $\lambda = 3$ m bis zur Fettschichtdicke 10 cm = $\lambda_F/8$ vorhanden.

Bezüglich der zweiten Frage, nämlich der Änderung der Muskeldosis-Leistung mit der Fettschichtdicke bei konstanter Intensität des Senders ist zu sagen, daß bei der Fettschichtdicke 0 die Muskeldosis-Leistung durch die Haut nur um etwa 13% geschwächt wird. (Reine Dämpfungsverluste $e^{-2\beta_H d} = 0,87$.) Bei der kritischen Fettschichtdicke $\lambda_F/4 = 7,2$ cm hingegen ist $|U_4''|^2 = 6,5 \cdot 10 [(V_{eff}/cm)^2]$ erforderlich, gegenüber $|U_4''|^2_0 = 4 \cdot 10 [(V_{eff}/cm)^2]$ bei der Fettschichtdicke 0, um dieselbe Muskeldosis-Leistung zu erhalten, d.h. der Abfall der Tiefendosis-Leistung bei konstanter Intensität des Senders beträgt durch die dämpfende Wirkung von Fett und die transformierende Wirkung von Fett und Haut maximal 38% gegenüber aufliegender Hautschicht oder Fettschichtdicke 0.

Um einen Vergleich der aus den Messungen von ϵ und σ berechneten Wärmeverteilung mit direkten Temperaturmessungen bei 1 m Wellenlänge an dem von Pätzold, Oswald und Ahrens benutzten einfachen Phantom (Muskel, Fett, Wasser

s. Abb. 7 a) durchzuführen, ist für $\lambda = 1$ m noch die Feldstärke-Verteilung in diesem Phantom aus den ϵ

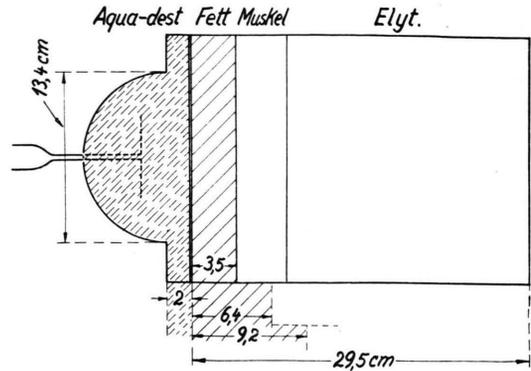


Abb. 7a. Versuchsanordnung von Pätzold-Oswald.

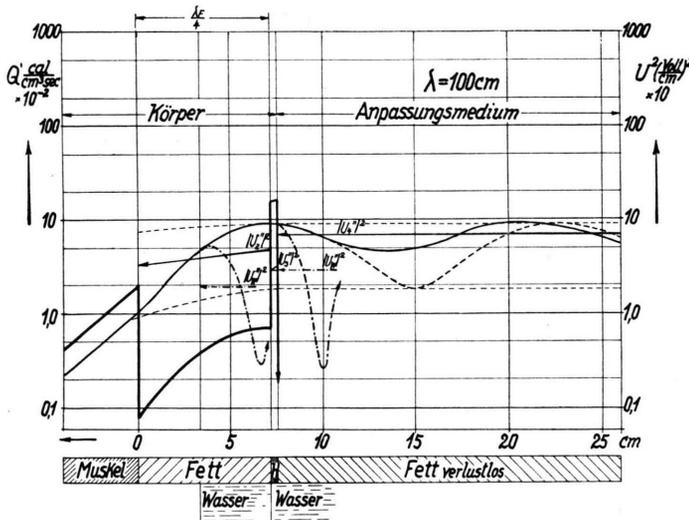


Abb. 6. $\lambda = 100$ cm.

1. Feldstärke- und Wärmequellenverteilung bei der Fettschichtdicke $\lambda_F/4 = 7,2$ cm und Einstrahlung aus dem Anpassungsmedium Fett verlustlos (— U^2 mit Hautschicht, ---- ohne Hautschicht). Die in Muskel eintretende Feldstärke ist konstant $|U_D|^2 = 10 [(V_{eff}/cm)^2]$ angenommen.
2. Verteilungen in Muskel, Fett, ohne Hautschicht, Wasser (-----), bei Einstrahlung aus dem Anpassungsmedium Wasser für die Fettschichtdicken 3,8 und 7,2 cm zum Vergleich mit den Pätzold-Oswaldschen Messungen (s. a. Abb. 7c).

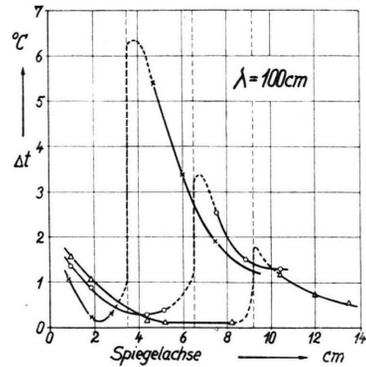


Abb. 7b. Gemessene Temperaturverteilung.

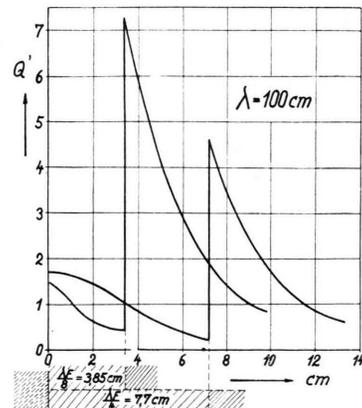


Abb. 7c. Berechnete relative Temperaturverteilung für die Fettschichtdicken 3,8 und 7,2 cm bei an Wasser angepaßtem Sender. Bei Einstrahlung aus Wasser sinkt die Muskeloberflächen-Dosisleistung bei der Fettschichtdicke 7,2 cm um 40% gegenüber der bei der Fettschichtdicke 3,85 cm infolge zunehmender Fehlanpassung, nicht infolge der Dämpfung in Fett. Das Absinken kann beseitigt bzw. wesentlich verringert werden, durch Anstrahlung aus Fett verlustlos.

und σ (ϵ Wasser = 80) berechnet und in Abb. 6 eingetragen (dünne, strichpunktierte Kurven).

Die Q' -Verteilungen für die beiden Fettschichtdicken sind nochmals im linearen Maßstab in ihrem Verhältnis in Abb. 7c herausgezeichnet und den Messungen von Pätzold-Oswald gegenübergestellt (Abb. 7b). Dabei wurde die oberste Temperaturspitze etwa gleich groß angenommen. Da die Senderintensität bei Pätzold-Oswald nicht genau angegeben ist, kann nur das Verhältnis der Q' -Verteilungen berechnet werden. Man sieht, daß die berechneten Q' -Kurven weitgehend den experimentell gemessenen ΔT -Kurven entsprechen. Insbesondere sind das Verhalten der Temperaturkurven in Fett (tiefere Anfangstemperatur bei geringerer Fettschichtdicke) sowie die Halbwertstiefen etwa dieselben. Der Anstieg der Temperatur nach der Oberfläche des Fetts zu sowie der Abfall der Oberflächentemperatur in Muskel mit zunehmender Fettschichtdicke ist daher offenbar in erster Linie durch die im Fett sich bildende stehende Welle bedingt und nicht durch die Dämpfung in Fett. Wenn man genau für die drei ausgemessenen Schichtdicken die Q' -Kurven berechnet, werden die zweite und dritte Spitze etwa gleich hoch. Es ist hieraus zu schließen, daß noch ein zusätzlicher Feldstärke-Gradient in der Mittelachse vor dem Strahler infolge des Beugungsfeldes an der Strahleröffnung existiert. Der Rückgang der Erwärmung in Muskel ist, wie oben erwähnt, größtenteils durch die zunehmende Fehlanpassung an den Sender ($\lambda_F/4$ -Transformation der Fettschicht) bedingt und kann nahezu zum Verschwinden gebracht werden, bis auf die Dämpfung durch Fett und den Beugungseffekt, wenn aus einem verlustlosen Medium mit dem Wellen-Widerstand des Fetts, an das der Innen-Widerstand des Senders angepaßt ist, und nicht aus Wasser eingestrahlt wird.

$\lambda = 30$ cm und 10 cm (Abb. 8, 9 für 10 cm)

Am Körper vorkommende Fettschichtdicken sind bereits größer als eine halbe Wellenlänge in Fett (bei 30 cm $\lambda_F/2 = 4,84$ cm, bei 10 cm $\lambda_F/2 = 1,9$ cm). Infolge der vor der Muskelschicht sich bildenden stehenden Welle in Fett wird die Hautschicht *dann* sehr stark im Verhältnis zu Muskel erwärmt, wenn sie sich gerade in einem Wellenbauch befindet, aber etwa vergleichbar stark wie Muskel, wenn sie sich in einem Knoten befindet. Bei den kritischen Fettschichtdicken $(2n + 1) \cdot \lambda_F/4$, $n = 0, 1, \dots$ ist nur etwa $1/5$ bis $1/6$ der Maximaldosis-Leistung der Haut in Muskel erreichbar. Es tritt der Fall auf, daß man durch

eine *dickere* Fettschicht $\lambda_F/2$ hindurch eine um das 3,7-fache größere Muskeldosis-Leistung erzielt als durch die dünnere Fettschicht, wenn der Sender in beiden Fällen mit seiner Leistung auf gleiche Hautdosisleistung eingestellt wird. Wenn man die Hautwärmempfindung in erster Näherung als ein Maß für die Dosisleistung in Haut ansieht, wie das bei UKW-Durchflutung üblich ist, so mißt daher im Fall der dm-Bestrahlung die Hautempfindung nur ungenau die *Tiefendosis*-Leistung, denn derselben

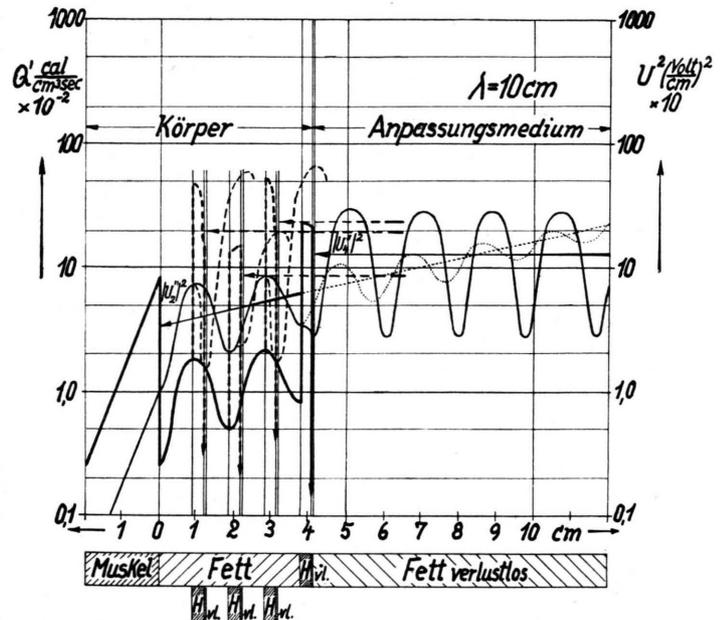


Abb. 8. $\lambda = 10$ cm. Feldstärke- und Wärmequellen-Verteilung bei verschiedenen Fettschichtdicken, wenn die Feldstärke in Muskel konstant $|U_D|^2 = 10 [(V_{eff}/cm)^2]$ angenommen wird.

Hautdosis-Leistung entsprechen sehr verschiedene Muskeldosis-Leistungen. Es ist allerdings ferner zu beachten, daß die Haut in ihrer Tiefe bei $\lambda_F/4$ -Fettschichtdicke eine um das Vierfache höhere Dosisleistung erhält als an ihrer Oberfläche. Der Gradient ist also im Falle $\lambda_F/4$ nach außen abfallend, während bei $\lambda_F/2$ -Fettschichtdicke die Wärmeerzeugung in der Haut gleichmäßig vor sich geht. Die Änderung des räumlichen Temperaturgradienten pro Zeiteinheit, die die Wärmeempfindung wesentlich mitbestimmt, ist daher im ersteren Fall geringer. Da die Hautschichtdicke nur wenig verschieden von $\lambda_H/4$ ist, die Haut also nahezu eine $\lambda/4$ -Transformations-Leitung darstellt, ist zu erwarten, daß die Haut eine beträchtliche Fehlanpassung oder zusätzliche Reflexion

$\lambda = 30 \text{ cm}$	Fettschichtdicke $d =$	$\frac{\lambda_F}{4} = 2,42 \text{ cm}$	$\frac{\lambda_F}{2} = 4,84 \text{ cm}$	$\frac{3\lambda_F}{4} = 7,26 \text{ cm}$	$\lambda_F = 9,68 \text{ cm}$
	$\frac{ U_4'' _{\frac{0}{d}}^2}{ U_4'' _{\frac{2}{d}}^2}$	0,55	0,8	0,49	
$\lambda = 10 \text{ cm}$	Fettschichtdicke $d =$	$= 0,95 \text{ cm}$	$= 1,9 \text{ cm}$	$= 2,85 \text{ cm}$	$= 3,8 \text{ cm}$
	$\frac{ U_4'' _{\frac{0}{d}}^2}{ U_4'' _{\frac{2}{d}}^2}$	$\frac{3,5 \cdot 1,58}{19,5} = 0,29$	0,64	0,24	0,43

Tab. 2. Schwankungen der Muskel-Dosisleistung mit der Fettschichtdicke bei konstanter Intensität des an ϵ -Fett angepaßten Senders bei λ -Vakuum = 30 cm und 10 cm (in Bruchteilen der Muskeldosis-Leistung bei aufliegender Hautschicht).

insbesondere bei Fettschichtdicken von $(2n + 1) \cdot \lambda_F/4$ zur Folge hat und daher die Tiefendosis-Leistung in Abhängigkeit von der Fettschichtdicke bei *Einstrahlung mit konstanter Senderintensität* starken Schwankungen unterworfen ist, die nur durch die Dämpfungen in Fett und Haut gemildert werden.

Quantitativ ergibt sich durch Vergleich der $|U_4''|^2$ bei verschiedenen Fettschichtdicken eine Tiefendosis-Leistung nach Tab. 2 von derjenigen bei aufliegender Hautschicht oder Fettschichtdicke 0 (Tab. 3). Dabei ist vorausgesetzt, daß aus dem Anpassungsmedium Fett verlustlos eingestrahlt wird. Die Schwankungen bei Einstrahlung aus *Luft* bei konstanter Intensität des

Senders im Vergleich hierzu sind aus Abb. 9 a und 9 b zu entnehmen. In beiden Abbildungen ist gleiche Intensität von 1 W/cm^2 zugrunde gelegt. Abgesehen von der geringeren Erwärmung ist auch die Schwankung der Muskeldosis-Leistung mit der Fettschichtdicke bei Einstrahlung aus Luft größer, nämlich bei $\lambda_F/4$ und $\lambda_F/2$ 1:2,8, während sie bei Einstrahlung aus Fett 1:2,2 beträgt.

Die Schwankungen der Tiefendosis-Leistung bei konstanter Senderintensität mit der Fettschichtdicke können durch Ergänzung der Hautschicht zu einer $\lambda_H/2$ dicken Schicht mit Hilfe eines in der Dicke variablen (flüssigen oder elastischen) verlustlosen Dielektrikums mit der DK der Haut und durch Anstrahlung aus dem Anpassungsmedium Fett verlustlos verkleinert werden. In Abb. 10 b, c ist für $\lambda = 10 \text{ cm}$ in den Fällen $\lambda_F/4, \lambda_F/2$ die Feldstärke-Verteilung mit Ergänzungsschicht aufgetragen, 10 a ist die Feldstärke-Verteilung ohne Ergänzungsschicht.

Durch Vergleich der $|U_4''|^2$ in b und c ist zu sehen, daß bei der kritischen Fettschichtdicke $\lambda_F/4 = 0,95 \text{ cm}$ die Tiefendosis-Leistung nur um 12% geringer ist als bei der Fettschichtdicke $\lambda_F/2 = 1,9 \text{ cm}$. Das Verhältnis beträgt also 0,88, während es ohne Hautergänzungsschicht 0,45 betrug. Bei Ergänzung der Haut zu einer $\lambda_H/2$ -Schicht geht bemerkenswerterweise die hohe Energie, die durch die Haut im Bauch der stehenden Welle $[(2n + 1) \cdot \lambda_F/4$ Fettschichtdicke] absorbiert wird, nicht auf Kosten der im Muskel ankommenden Leistung, sondern die hohe erforderliche Energie wird zusätzlich dem Generator entzogen, ohne die im Muskel ankommende Leistung wesentlich herabzusetzen. Die dämpfende $\lambda_H/2$ -Schicht mit der nachgeschalteten Fett-Muskel-Kombination wirkt also reflex-vermindernd, was sehr deutlich in Abb. 10 b an der geringen Welligkeit im

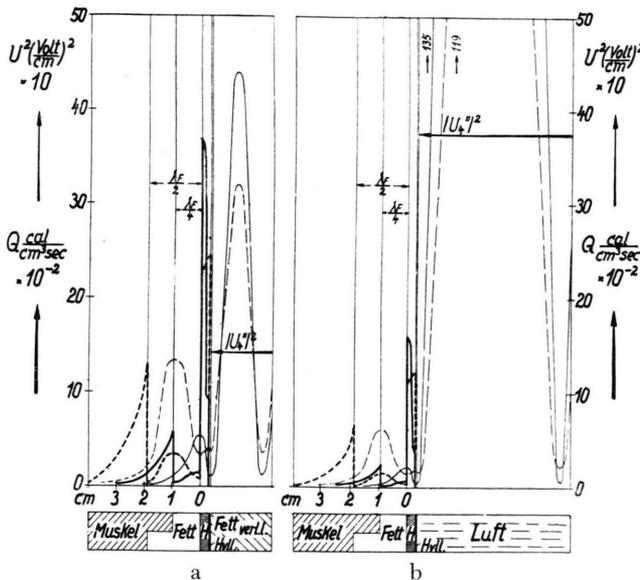


Abb. 9. $\lambda = 10 \text{ cm}$. Feldstärke- und Wärmequellen-Verteilung bei den Fettschichtdicken $\lambda_F/4 = 0,95 \text{ cm}$ und $\lambda_F/2 = 1,9 \text{ cm}$ bei konstanter Intensität des Senders (1 W/cm^2). a) Bei Einstrahlung aus dem Anpassungsmedium Fett verlustlos; b) bei Einstrahlung aus Luft.

$\lambda = 3,18 \text{ cm}$	Fettschichtdicke	0	$\frac{\lambda_F}{4} = 0,35 \text{ cm}$	$\frac{\lambda_F}{2} = 0,7 \text{ cm}$	
	$\frac{Q'_M}{Q'_H}$	$0,19 \approx 20\%$	$0,056 = 5,6\%$	$0,075 = 7,5\%$	
$\lambda = 1,27 \text{ cm}$	Fettschichtdicke	0			$\frac{3 \lambda_F}{4} = 0,5 \text{ cm}$
	$\frac{Q'_M}{Q'_H}$	$0,02 = \left(\frac{6,3}{320}\right) = 2\%$			$0,003 = \left(\frac{6,3}{2200}\right) = 3\%$

Tab. 3. Dosisleistung an der Muskeoberfläche im Verhältnis zur Dosisleistung an der Hautoberfläche bei λ -Vakuum = 3,18 und 1,27 cm bei verschiedenen Fettschichtdicken (die Hautschichtdicke ist zu 3 mm angenommen).

Anpassungsmedium zu erkennen ist. Die maximal erreichbare Muskeldosis kann jedoch durch eine Ergänzungsschicht nicht vergrößert werden, denn diese ist allein durch die Toleranzdosis der Haut bestimmt. Es tritt bei $\lambda_F/4$ -Fettschichtdicke immer eine um etwa das 6-fache größere Hautbelastung auf, die die Tiefendosis begrenzt. Die Anpassungs- und Überbrückungsmaßnahmen zielen lediglich auf eine von der Fettschichtdicke in einfacher Weise abhängige, möglichst gleichmäßige Tiefendosis-Leistung hin. Während eine Tiefendosierung nach der Hautempfindung sehr ungenau ist, hat man bei einer solchen Anordnung durch entsprechende Einstellung des Senders nach Abschätzung der Fettschichtdicke ohne Rücksicht auf die Hautempfindung die Möglichkeit, eine brauchbare Tiefendosierung vorzunehmen.

Es ist zu beachten, daß der Feldstärke-Gradient und damit der Q' -Gradient in Muskel bei $\lambda = 10 \text{ cm}$ bereits sehr stark nach der Tiefe zu abfällt. Daher ist nur eine oberflächige Erwärmung des Muskels zu erzielen.

$\lambda = 3,18 \text{ cm}$ und $1,27 \text{ cm}$ (Abb. 12 für 1,27 cm)

Bei aufliegender Hautschicht ist bei 3,18 cm und 1,27 cm Wellenlänge an der Muskeoberfläche nur noch $30/155 = 0,192$, also 20%, bzw. $6,3/320 = 0,02$, also 2%, der Dosisleistung an der Oberfläche der Haut vorhanden. Für geringe Fettschichtdicken sinkt dieses Verhältnis mit kleiner werdenden Schwankungen stark ab, wie aus obiger Tabelle hervorgeht.

Vom Gesichtspunkt der Wärmetherapie aus haben daher Wellen wesentlich unter 10 cm wegen ihrer geringen Tiefendosis-Leistung wohl vorwiegend Interesse für die Behandlung schwächer leitender oder dünner oberflächiger Schichten wie Haut und indirekte Beeinflussung tiefer liegender Erkrankungen durch Erwärmung bestimmter Hautbezirke. Infolge der

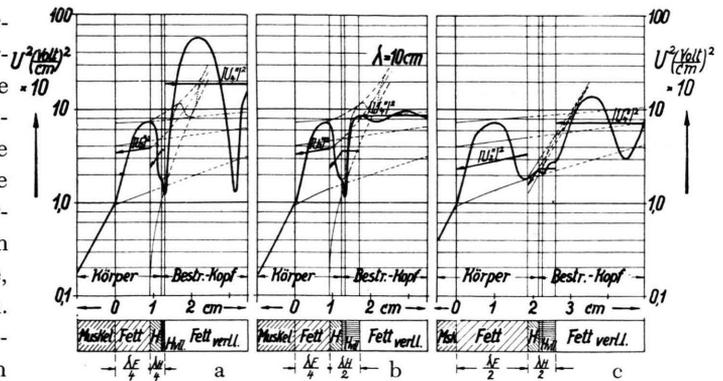


Abb. 10. $\lambda = 10 \text{ cm}$. Reflexvermindernde Wirkung einer künstlichen Schicht mit der DK der Haut, die die Haut zu einer $\lambda_H/2 = 0,74 \text{ cm}$ dicken Schicht ergänzt. Während mit Ergänzungsschicht (Abb. b und c) sich die Amplituden $|U_a''|^2$ kaum unterscheiden, die zur Erzeugung derselben Feldstärke in Muskel bei den Fettschichtdicken $\lambda_F/4 = 0,95 \text{ cm}$ und $\lambda_F/2 = 1,9 \text{ cm}$ notwendig sind, beträgt das Verhältnis ohne Ergänzungsschicht $19,5/8,5 = 2,3$ (s. Abb. 10 a und c). Verlauf der Feldstärke² in sehr dicker Hautschicht zur Veranschaulichung der stehenden Welle in Haut. Der Abstand von Max. zu Max. beträgt $\lambda_H/2$.

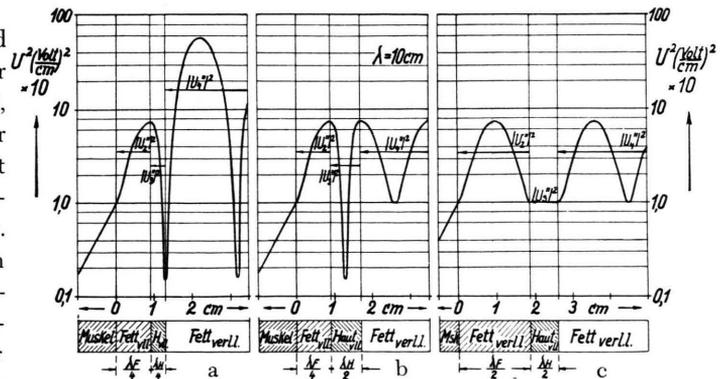


Abb. 11. $\lambda = 10 \text{ cm}$. Spannungsverteilung bei verlustlosen Schichten Fett und Haut ohne und mit Hautergänzungsschicht.

starken Absorption in Fett und Haut sind die stehenden Wellen in Haut bei $\lambda = 1$ cm und 3 cm nur noch schwach ausgeprägt. Die Rückwirkung der reflektierenden Muskelschicht ist durch die stark absorbierende Haut hindurch kaum noch spürbar. Das erkennt man daran, daß die z. B. bei $3\lambda_F/4$ (Abb. 12) zunächst noch vorhandene Welligkeit in Haut beim Durchlaufen der Hautschicht nach der Oberfläche der Haut zu sehr vermindert wird. Infolge der Dämpfung in Haut hat man, grob gesprochen, vom Sender aus gesehen, nahezu eine unendlich dicke Hautschicht

$1/10$ ab gegenüber der Muskeloberflächendosis-Leistung bei aufliegender Hautschicht. Die mittlere Hauterwärmung bleibt bei allen Fettschichtdicken etwa dieselbe, was auch plausibel ist, da der bei weitem größte Teil der Energie in Haut absorbiert wird. Es tritt bei derselben Intensität bei diesen kurzen Wellen eine sehr viel höhere Belastung der Haut auf als im Mittel bei längeren Wellen, da die eindringende Energie fast völlig in Haut absorbiert wird und dieser eindringende Teil der Energie nur in geringem Maße mit der Wellenlänge abnimmt.

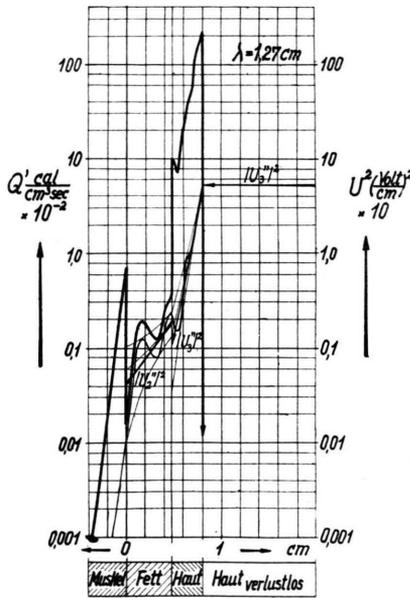


Abb. 12. $\lambda = 1,27$ cm. Feldstärke- und Wärmequellen-Verteilung bei der Fettschichtdicke $3\lambda_F/4 = 0,48$ cm. Die Eingangsfeldstärke in Muskel ist zu $0,36 [(V/cm)]$ bzw. $|\mathcal{U}_D|^2_M$ zu $0,1 [(V_{eff}/cm)^2]$ angenommen.

vor sich, die dahinterliegende Fettschicht würde nicht mehr an ein äußeres Anpassungsmedium ϵ -Fett verlustlos angeschlossen, auch wenn die Hautschicht $\lambda_H/2$ dick ist. Es hat daher keinen Sinn, aus einem Medium Fett verlustlos einzustrahlen, was bei längeren Wellen zweckmäßig war, um eine von der Fettschichtdicke möglichst unabhängige Muskel-Dosisleistung zu erzielen, sondern man strahlt aus einem Medium ϵ -Haut verlustlos ein, an das der Sender mit seinem Innenwiderstand angepaßt ist, um die nahezu maximal abgebbare Leistung des Senders im Körper, insbesondere in Haut, zu erhalten. Bei konstanter Intensität des Senders nimmt die Muskeloberflächendosis-Leistung mit Schwankungen bei bis 2,6 bzw. 0,7 cm zunehmender Fettschichtdicke auf

Qualitative Betrachtung über die mit dm-Wellen-Bestrahlung erreichbare Temperaturerhöhung in Muskel ohne Überlastung der anderen Schichten im Vergleich zur UKW-Kondensatorfeld-Durchflutung^{25, 27, 5}

Im Vorangehenden wurden die Schwankungen der Tiefendosis-Leistung mit der Fettschichtdicke bei konstanter Intensität des Senders einer Frequenz im Bereich von 3 m-1,27 cm und Anpassungsfragen diskutiert, um diese Schwankungen zu vermeiden. Ferner wurde auf die relative Temperaturbelastung der einzelnen Schichten bei Stoßbestrahlung eingegangen. Es hatte sich ergeben, daß bei Fettschichtdicken bis 7 cm und Wellenlängen bis 30 cm herunter, ohne daß die Haut bei irgendeiner Fettschichtdicke überlastet wird, in Muskel keine größere Temperaturerhöhung als etwa $1/6$ der Toleranztemperatur der Haut zu erreichen war. Dabei ist von der niedrigeren Anfangstemperatur der Haut, Wärmetransport und etwa äußeren Kühlungsmaßnahmen abgesehen.

Anm. b. d. Korr.: Vergleichsmessungen am Phantom bei Benutzung der Kondensatorfeld-Spulenfeld- und Bestrahlungsmethode s.

²⁵ J. Pätzold, Strahlentherapie **92**, 308 [1953].

Kurz vor der Drucklegung wurde dem Verfasser ferner die Arbeit von Schwan u. Mitarbb.²⁷ bekannt, in der zum Vergleich der Belastungen in den beiden Schichten Fett und Muskel die Gesamtdosis-Leistungen in Fett und Muskel bei verschiedenen Fettschichtdicken und Wellenlängen bis zu 10 cm herab berechnet sind (s. l. c. 5). Die von Schwan betonte Integration dürfte sehr wichtig sein zur genaueren Beurteilung des Einflusses der Wärmeableitung und der erreichbaren Tiefendosis-Leistung und soll in einer ergänzenden Arbeit unter Einbeziehung der Hautschicht verwendet werden.

²⁷ H. P. Schwan, E. L. Carstensen u. Kam Li, Arch. Phys. Med. August [1953].

²⁸ H. P. Schwan, Americ. J. Phys. Med. **32**, 144 [1953].

²⁹ H. P. Schwan u. Kam Li, Proc. I.R.E. 1735 [1953] u. Convention Record I.R.E. Juli [1953].

Bei UKW-Kondensatorfeld-Durchflutung mit 6 m-Welle unter denselben Bedingungen, also bei sehr intensiver kurzer Durchflutung, so daß Wärmeausgleichs-Vorgänge keine wesentliche Rolle spielen, ergibt sich aus einfachen Überlegungen in *Fett* eine etwa 10-fache Temperatur-Erhöhung gegenüber Muskel, da die Dosisleistung in Fett 10-mal höher ist. Nimmt man in erster Näherung an, daß die Haut keine größere Erwärmung verträgt als das Unterhaut-Fettgewebe, so scheint bei größeren Fettschichtdicken die dm-Bestrahlungsmethode keinen allzu hohen Gewinn, selbst für die äußeren Schichten von Muskel oder inneren Organen zu erbringen.

Wesentlich anders liegen die Verhältnisse in vivo jedoch bei hinreichend schwacher Dauerbestrahlung mit dm-Wellen, bei der der Wärmeabtransport aus der dünnen Hautschicht infolge Durchblutung, Transpiration, Wärmeleitung sowie Abstrahlung eine entscheidende Rolle spielt. Da sich die Wärmeerzeugung in Muskel besonders bei längeren dm-Wellen bis in größere Tiefen erstreckt, daher das Temperaturgefälle schwächer ist als an der Haut, wird die Endtemperatur der dünnen Hautschicht nach längerer Bestrahlung bereits erreicht sein, während die Temperatur in Muskel noch weiter ansteigt, zumal wenn die Haut von außen zusätzlich gekühlt wird. Ist auf diese Weise eine Überlastung der Haut und der angrenzenden Fettschicht auch bei den kritischen Fettschichtdicken zu vermeiden, so kann in Muskel eine Temperatur erreicht werden, die nur noch durch die Toleranztemperatur des Muskels selbst begrenzt ist. Die Fettschicht wird durch Wärmezufuß und durch Stauung bei kürzeren dm-Wellen und nach längerer Bestrahlung etwa die gleiche Temperatur wie Muskel erreichen können, bei UKW-Durchflutung dagegen auch bei Schwachdurchflutung wegen der geringen Wärmeableitung immer noch eine um das *Mehrfache* höhere Temperatur als Muskel annehmen. Es wird sich ferner eine um so höhere Endtemperatur in Muskel gegenüber Haut und Fett einstellen, je weniger steil die Dosisleistung und damit die Temperatur in Muskel nach der Tiefe zu abfällt. Daher erscheinen Wellen von 30 cm und darüber bezüglich der Entlastung der Schichten Fett und

* Von Hollmann^{19, 20} wurde bereits 1938 die Energie-Verteilung im 2-schichtigen Fett-Muskel-Phantom bei zwei verschiedenen Fettschichtdicken näherungsweise und mit extrapolierten Werten von ε und σ bei 25 cm Wellenlänge berechnet. Der angenommene Wert für k Muskel = 0,75 ist etwa halb so groß als die Messungen ergeben haben, die Werte n_M , n_F , k_F bei 25 cm stimmen mit den Meßwerten bis auf < 10% überein.

Haut günstiger als Wellen um 10 cm. Für eine längere dm-Welle spricht außer der größeren Eindringtiefe ferner die geringere fehlangepasste Wirkung der Hautschicht, da ihre Dicke kleiner im Verhältnis zur Wellenlänge in Haut ist.

Berechnung der elektrischen Feldstärke-Verteilung im geschichteten Medium Haut, Fett, Muskel*

Aus den Maxwell'schen Gleichungen ergibt sich im eingeschwingenen Zustand bei sinusförmiger Erregung im Medium ε , σ , ($\mu = 1$)

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} = \varepsilon^+ \varepsilon_0 j \omega \mathfrak{E}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial x} = \mu \mu_0 j \omega \mathfrak{H}, \quad (2)$$

mit $\mathfrak{E} = \mathbf{u} \cdot e^{j\omega t}$,

$$\mathfrak{H} = \mathbf{J} \cdot e^{j\omega t},$$

$$\varepsilon^+ = \varepsilon - j \varepsilon'' = \varepsilon - j \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} \text{ komplexe relative DK,}$$

ε = Realteil der relativen DK,

σ = Leitfähigkeit in $\left[\frac{1}{\Omega \text{ cm}} \right]$,

$$\varepsilon_0 = 0,886 \cdot 10^{-13} \left[\frac{\text{Farad}}{\text{cm}} \right] = \left[\frac{\text{sec}}{\text{cm} \cdot \Omega} \right],$$

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-8} \left[\frac{\text{Henry}}{\text{cm}} \right] = \left[\frac{\Omega \text{ sec}}{\text{cm}} \right].$$

Miesches Maßsystem: V, A, cm, sec, g = Georgisches Maßsystem: cm statt m.

Jede Lösung

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_x &= \mathbf{u}'' \cdot e^{+\gamma x} + \mathbf{u}' \cdot e^{-\gamma x} \\ \mathbf{J}_x &= \mathbf{J}'' \cdot e^{+\gamma x} + \mathbf{J}' \cdot e^{-\gamma x} \end{aligned} \quad (A)$$

innerhalb einer Schicht setzt sich zusammen aus einem hinlaufenden und einem rücklaufenden gedämpften Wellenfeld \mathbf{u}_x'' , \mathfrak{J}_x'' bzw. \mathbf{u}_x' , \mathfrak{J}_x' (\mathbf{u}'' , \mathbf{u}' , \mathfrak{J}'' , \mathfrak{J}' komplexe Integrationskonstante).

Es ergibt sich $\gamma = \beta + ja$ (β = Dämpfung pro cm, a = Phasendrehung pro cm = ω/v , v = Phasengeschwindigkeit im Medium)

$$\text{aus } \gamma^2 = -\omega^2 \mu \mu_0 \varepsilon^+ \varepsilon_0$$

$$\text{oder } n^{+2} = \varepsilon^+$$

$$(n^+ = n - jk, \quad n = \frac{a}{a_{\text{vak}}}, \quad k = \frac{\beta}{a_{\text{vak}}}, \quad a_{\text{vak}} = \frac{\omega}{c}$$

c = Lichtgeschwindigkeit)

¹⁹ H. E. Hollmann, Hochfrequenztechn. u. Elektroakust. **50**, 267 [1937].

²⁰ H. E. Hollmann, Ergebnisse d. Biophys. Forschung **1**, S. 232.

λ_p [cm]	Gewebe	ϵ	ϵ''	σ [$\frac{1}{\Omega \text{ cm}}$]	n	k	α [cm ⁻¹]	λ [cm]	β [cm ⁻¹]	$\frac{1}{\beta}$ [cm]	$ \beta \cdot \Omega$	$R(\beta) = Z$	$J(\beta) = X$	ϱ^2	ϱ	φ
1,27	Blut	○ 32	○ 20	$26,35 \cdot 10^{-32}$	5,89	1,65	29,15	0,218	8,16	0,123	61,5	59,1	16,6	0,281	0,53	172°53'
	Fett	○ 3,4	○ 1,1	$1,45 \cdot 10^{-32}$	1,87	0,294	9,26	0,68	1,455	0,687	199	197	29,9	0,197	0,443	-5°2,5'
	Haut	○ 23	○ 13	$17,15 \cdot 10^{-32}$	4,97	1,32	24,6	0,256	6,54	0,158	73	70,5	18,75			
3,18	Blut	○ 45	○ 23	$12,8 \cdot 10^{-32}$	6,91	1,663	14,45	0,434	3,48	0,288	52,6	51,4	12,37	0,261	0,511	174°47'
	Fett	○ 4,5	○ 0,95	$0,53 \cdot 10^{-32}$	2,14	0,212	4,48	1,4	0,443	2,26	175,3	175,1	17,4	0,241	0,491	-5°10'
	Haut	○ 35,5	○ 16	$8,38 \cdot 10^{-32}$	6,1	1,33	12,75	0,521	2,78	0,36	61	60,5	13,2			
10	Muskel	+ 47	18,65	$+ 33 \cdot 10^{-33}$	7	1,38	4,4	1,43	$88,6 \cdot 10^{-2}$	1,155	52,7	51,8	10,2	0,218	0,466	172°46'
	Fett	○ 6,9	0,64	$+ 1,05 \cdot 10^{-33}$	2,63	0,119	1,65	3,8	$7,46 \cdot 10^{-2}$	13,4	143	143	6,46	0,201	0,449	-7°2,4'
	Haut	○ 43,5	○ 16,5	$27,6 \cdot 10^{-33}$	6,7	1,233	4,21	1,49	$77,5 \cdot 10^{-2}$	1,29	55	54	9,95			
30	Muskel	+ 62	24,3	$+ 13,5 \cdot 10^{-33}$	8,03	1,495	1,737	3,74	$31,3 \cdot 10^{-2}$	3,2	46,1	45,3	8,42	0,176	0,42	172°56'
	Fett	+ 9,6	0,757	$+ 0,42 \cdot 10^{-33}$	3,1	0,12	0,649	9,68	$2,51 \cdot 10^{-2}$	39,9	121,2	121,1	4,69	0,1617	0,401	-7°40'
	Haut	○ 48	18	$\ominus 10 \cdot 10^{-33}$	7,05	1,296	1,475	4,25	$29,2 \cdot 10^{-2}$	3,43	52,5	51,6	9,49			
100	Muskel	+ 62	46,1	$+ 7,7 \cdot 10^{-33}$	8,36	2,84	0,525	11,96	$17,8 \cdot 10^{-2}$	5,62	42,5	40,3	13,7	0,226	0,475	168°51'
	Fett	+ 9,6	1,98	$+ 0,33 \cdot 10^{-33}$	3,25	0,307	0,204	30,8	$1,93 \cdot 10^{-2}$	51,8	115	114,3	10,82	0,203	0,45	-12°59'
	Haut	○ 48	42	$\ominus 7 \cdot 10^{-33}$	7,78	2,78	0,488	12,85	$17,42 \cdot 10^{-2}$	5,75	45,5	42,8	15,3			
300	Muskel	□ 72	125,8	$\square 7 \cdot 10^{-33}$	10,4	6,02	0,218	28,9	$12,6 \cdot 10^{-2}$	7,95	31,25	27,1	15,7	0,316	0,562	170°19'
	Fett	○ 10,9	5,91	$\ominus 0,33 \cdot 10^{-33}$	3,41	0,887	0,0715	88	$1,86 \cdot 10^{-2}$	53,8	106,5	103,3	26,9	0,294	0,541	-11°31,5'
	Haut	○ 57	107,8	$\ominus 6 \cdot 10^{-33}$	9,6	5,94	0,201	31,3	$12,4 \cdot 10^{-2}$	8,07	33,3	28,2	11,5			

Die Messwerte stammen von: ○ England (⊙ extrapolierte Werte), + Rajewsky, Schwan, Hartmuth, □ Oswald

Tab. 4. Zusammenstellung gemessener und errechneter Werte für cm-Wellen in Gewebe. Die für die Vakuum-Wellenlängen $\lambda = 3 \text{ m}, 1 \text{ m}, 30 \text{ cm}, 10 \text{ cm}, 3,18 \text{ cm}$ und $1,27 \text{ cm}$ aus $\epsilon(\lambda), \sigma(\lambda)$ (Abb. 1) berechneten Wellenmaße α, β aus den Formeln (a), Wellenwiderstände \mathfrak{Z} aus Formel (b), Reflexions-Koeffizienten $\varrho_{MF}^\infty, \varrho_{HF}^\infty$ aus den Formeln (c).

zu $\beta = \alpha_{\text{vak}} \cdot k, \alpha = \alpha_{\text{vak}} \cdot n$

mit $n = \sqrt{\frac{\epsilon}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0 \omega} \right)^2} \right)},$ (a)

$k = \sqrt{\frac{\epsilon}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0 \omega} \right)^2} \right)}.$

Ferner gilt für die rein fortschreitenden Wellenfelder $u_x'' \mathfrak{Z}_x'', u_x' \mathfrak{Z}_x'$ (die Fundamentallösungen) durch Einsetzen von u_x'' in (2) und Berücksichtigung von (3)

$\frac{u_x''}{J_x''} = \frac{\mu \mu_0 j \omega}{\gamma} = \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\epsilon^+ \epsilon_0}}$

$= \mathfrak{Z} = \text{Materialkonstante (Feldwellen-Widerst.)}$ (B)

und $\frac{u_x'}{J_x'} = -\mathfrak{Z} = \text{Materialkonstante}$. (b)

Durch (A) und (B) ist die zu einer elektrischen Feldverteilung (Integrationskonstanten $u'' u'$) gehörige magnetische Feldverteilung festgelegt, nämlich

$J_x = \frac{u''}{\mathfrak{Z}} \cdot e^{+\gamma x} - \frac{u'}{\mathfrak{Z}} \cdot e^{-\gamma x}.$

Die Übergangs-Bedingungen von Maxwell an der Berührungsebene zweier Medien sind:

u geht stetig durch die Berührungsebene hindurch,
 \mathfrak{Z} geht stetig durch die Berührungsebene hindurch
 (Stetigkeit der Tangentialkomponente),

oder auch

der „Feldwiderstand“ $\mathfrak{R} = u/\mathfrak{Z}$ geht stetig (C)

durch die Berührungsebene hindurch.

Wenn man einfache Formeln für die elektrische Feldstärke-Verteilung innerhalb der Schichten erhalten will, empfiehlt es sich, nicht nur die magnetischen Feldstärken durch die Feldwiderstände $\mathfrak{R}_x = u_x/\mathfrak{Z}_x$ zu eliminieren, sondern statt der Widerstände \mathfrak{R}_x und \mathfrak{Z} die „Reflexions“-Koeffizienten „ ϱ_x “ = u_x'/u_x'' bzw. $\varrho = u'/u''$ an den Grenzflächen einzuführen.

Insbesondere ergibt sich aus (A), (B), (C) der Reflexions-Koeffizient der elektrischen Feldstärke $\varrho_2^\infty = \frac{u_2'}{u_2''}$ an der Berührungsebene Muskel-Fett, wenn das Medium Muskel unendlich ausgedehnt ist, also keine rücklaufende Welle in Muskel existiert mit Hilfe der \mathfrak{Z}

$\mathfrak{Z}_1 = \frac{u_D''}{J_D''} = \frac{u_2'' + u_2'}{J_2'' + J_2'} = \frac{u_2'' + u_2'}{u_1'' - u_1'} = \frac{1 + \varrho_2^\infty}{1 - \varrho_2^\infty} \cdot \mathfrak{Z}_2$

oder

$\varrho_2^\infty = \frac{u_1'}{u_1''} = \frac{\mathfrak{Z}_1 - \mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{Z}_1 + \mathfrak{Z}_2}$

und, ausgedrückt in den Materialkonstanten α, β oder $n, k,$

$\varrho_2^\infty = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} = \frac{1 - \frac{k_1 + j n_1}{k_2 + j n_2}}{1 + \frac{k_1 + j n_1}{k_2 + j n_2}},$

$\varrho_2 \cdot \varrho_2 = \frac{(k_2 - k_1)^2 + (n_2 - n_1)^2}{(k_2 + k_1)^2 + (n_2 + n_1)^2},$ (c)

$\text{tg } \varphi = \frac{-j(\varrho - \bar{\varrho})}{\varrho + \bar{\varrho}} = \frac{2(n_2 \cdot k_1 - n_1 \cdot k_2)}{k_2^2 - k_1^2 + n_2^2 - n_1^2}$

(Beersche Formel für zwei verlustbehaftete Medien).

Ebenso sind noch die Reflexions-Koeffizienten $\varrho_{FH}^\infty = \varrho_3^\infty$

und damit $\varrho_{HF}^\infty = -\varrho_{FH}^\infty = \varrho_4^\infty$, die später benötigt werden, berechnet und in Tab. 4 für die verschiedenen Wellen zusammengestellt.

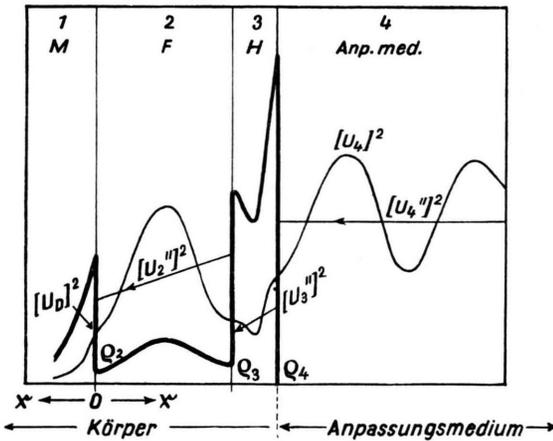
Die Randbedingungen, welche die gesamte Feldverteilung im geschichteten Medium bestimmen, sind folgende:

1. Das Medium 1 (Muskel) soll unendlich ausgedehnt sein, hier soll also keine rücklaufende Welle existieren.

Das Verhältnis $\frac{u_1'}{u_1''} = \varrho_2 = \varrho_2^\infty$ ist also nach Betrag und Phase gegeben.

2. Die anlaufende Welle u_4'' ist in ihrem Amplitudenquadrat gegeben.

Liegen mehrere Schichten vor, so gilt in jeder Schicht das dazugehörige Maxwell'sche Gleichungssystem und ist in jeder Schicht die Feldstärke-Verteilung die Superposition aus einem hin- und rücklaufenden gedämpften Wellenfeld mit den γ ($\varepsilon \sigma$) der betreffenden Schicht.



Skizze: Schema der elektrischen Feldstärke- und Dosisleistungverteilung.

$|u_{ix}|^2$ — Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke in der Schicht i an der Stelle x ;

$|u_{ix}^{\parallel}|^2$ — Amplitudenquadrat der hinlaufenden Welle in der Schicht i an der Stelle x ;

$\varrho_i = \frac{u_i'}{u_i''}$ — komplexer Reflexionskoeffizient in der Schicht i .

Nehmen wir zunächst als einfache Randwertaufgabe an, daß $\varrho_i = \frac{u_i'}{u_i''} = |\varrho_i| \cdot e^{j\varphi}$ und $|u_i|^2$ am Anfang der Schicht i , z. B. an der Grenzschicht Fett-Haut gegeben sei, dann wird die gesuchte Feldverteilung in der Schicht i (Haut)

$$\begin{aligned} |u_{ix}|^2 &= |u_{ix}''|^2 \cdot |1 + \varrho_{ix}|^2 \\ u_{ix}'' + u_{ix}' &= u_{ix}'' (1 + \varrho_{ix}) \\ &= |u_{ix}''|^2 \cdot e^{2\beta x} \cdot |1 + \varrho_{ix}|^2 \\ &= |u_i|^2 \cdot e^{2\beta x} \cdot \frac{|1 + \varrho_{ix}|^2}{|1 + \varrho_i|^2} \end{aligned}$$

wobei nach Definition $\varrho_{ix} = \frac{u_{ix}'}{u_{ix}''} = \varrho_i \cdot e^{-2\gamma ix}$

einzusetzen ist.

Ausgeschrieben ergibt sich also die Feldverteilung in der Schicht

$$|u_{ix}|^2 = |u_i|^2 \frac{e^{2\beta x} + |\varrho|^2 \cdot e^{-2\beta x} + 2|\varrho| \cdot \cos(2\alpha x - \varphi)}{1 + 2|\varrho| \cdot \cos \varphi + |\varrho|^2} \quad (I)$$

Die stehende Wellenverteilung in jeder Schicht ist daher bis auf einen Faktor eine cos-Kurve mit der Amplitude $2|\varrho|$, die der Summe einer ansteigenden und einer abfallenden e -Kurve überlagert ist. Die Aufgabe, die gesamte Feldstärke-Verteilung bei gegebenem $|u_4''|^2$ zu berechnen, reduziert sich somit darauf, die ϱ_1 und $|u_1|^2$ an den Grenzflächen zu ermitteln und in Formel (I) einzusetzen.

An der Grenzfläche Muskel-Fett ist

$$\varrho_2 = \varrho_2^\infty = \frac{\mathfrak{Z}_1 - \mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{Z}_1 + \mathfrak{Z}_2}$$

durch die erste Randbedingung gegeben, das ϱ_3 an der Grenzfläche Fett-Haut ergibt sich jedoch nicht als ϱ_{FH}^∞ (ϱ_{2x} geht auch nicht stetig durch die Grenzfläche hindurch $\varrho_3 \neq \varrho_{2x2}$), sondern aus der Stetigkeit des Übergangs von u und \mathfrak{Z} oder des Feldwiderstands u/\mathfrak{Z} folgt:

$$\frac{u_{3x}'' + u_{3x}'}{u_{3x}'' - u_{3x}'} \cdot \mathfrak{Z}_2 = \frac{u}{J} = \frac{u_3'' + u_3'}{u_3'' - u_3'} \cdot \mathfrak{Z}_3,$$

das heißt

$$\frac{1 + \varrho_{2x}}{1 - \varrho_{2x}} \cdot \mathfrak{Z}_2 = \frac{1 + \varrho_3}{1 - \varrho_3} \cdot \mathfrak{Z}_3$$

oder

$$\varrho_3 = \frac{\varrho_{2x} + \varrho_3^\infty}{\varrho_{2x} \cdot \varrho_3^\infty + 1} = \frac{\varrho_2 \cdot e^{-2\gamma_2 x} + \varrho_3^\infty}{\varrho_2 \cdot e^{-2\gamma_2 x} \cdot \varrho_3^\infty + 1} \quad (II)^*$$

$$\varrho_3^\infty = \frac{\mathfrak{Z}_3 - \mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{Z}_3 + \mathfrak{Z}_2}$$

Das Verhältnis $\varrho_3 = \frac{u_3'}{u_3''}$ ist außer von ϱ_3^∞ noch von ϱ_{FM}^∞ , γ_2 und der Schichtdicke x der Fettschicht abhängig und kann hieraus nach Formel (II) berechnet werden.

Ebenso folgt ϱ_4 aus ϱ_{3x} und ϱ_4^∞ nach Formel (II), da ja die γ und die Schichtdicken bekannt sind.

Nach Formel (I) ist ferner durch ϱ_2 gleichzeitig die Feldverteilung in Fett (und Muskel) bis auf den Faktor $|u_D|^2$ gegeben und damit wegen des stetigen Durchgangs der Feldstärke auch $|u_3|^2$ bzw. $|u_4|^2$. Es ist:

* Für den Spezialfall $\varrho_1 = -\varrho_3^\infty$, also auf beiden Seiten von Fett gleiche Medien und alle $\beta = 0$, d. h. verlustlose Schichten, ergeben sich aus II und Bildung von $\varrho_2 \cdot \varrho_2$ die Raleigh'schen Formeln für den Reflexionskoeffizienten der Energie und die Durchlässigkeit einer Schicht in Abhängigkeit von der Dicke.

$$\begin{aligned}
 |u_3|^2 &= |u_{2x_2}|^2 = |u_D|^2 \cdot e^{2\beta_2 x_2} \cdot \frac{|1 + Q_2 x_2|^2}{|1 + Q_2|^2}, \\
 |u_4|^2 &= |u_{3x_3}|^2 = |u_3|^2 \cdot e^{2\beta_3 x_3} \cdot \frac{|1 + Q_3 x_3|^2}{|1 + Q_3|^2} \\
 &= |u_D|^2 \cdot e^{2\beta_2 x_2} \cdot \frac{|1 + Q_2 x_2|^2}{|1 + Q_2|^2} \\
 &\quad \cdot e^{2\beta_3 x_3} \cdot \frac{|1 + Q_3 x_3|^2}{|1 + Q_3|^2}.
 \end{aligned}$$

Damit folgt der gesuchte Zusammenhang zwischen den durch die Randbedingung vorgegebenen $|u_4''|^2 = \frac{|u_4|^2}{|1 + Q_4|^2}$ und $|u_D|^2$ zu:

$$\begin{aligned}
 |u_4''|^2 &= |u_D|^2 \cdot e^{2\beta_2 x_2} \cdot \frac{|1 + Q_2 \cdot e^{-2\gamma_2 x_2}|^2}{|1 + Q_2|^2} \\
 &\quad \cdot e^{2\beta_3 x_3} \cdot \frac{|1 + Q_3 \cdot e^{-2\gamma_3 x_3}|^2}{|1 + Q_3|^2} \cdot \frac{1}{|1 + Q_4|^2}.
 \end{aligned}$$

Anstatt $|u_D|^2$ aus $|u_4''|^2$ bei einer Wellenlänge für jede Fettschichtdicke zu Anfang auszurechnen, kann man von $|u_D|^2 = 1 [(V/cm)^2]$ ausgehen und von hier aus die relative Feldstärke-Verteilung allein mit Hilfe der Q_i nach Formel (I) aufbauen. Die so erhaltene Feldstärke-Verteilung ist denn mit dem Faktor $1/|u_4''|^2$ zu multiplizieren, um die Feldstärke- und Q' -Verteilung bei $|u_4''|^2 = 1 [(V/cm)^2]$, d. h. bei konstanter Intensität des Senders zu erhalten.

Im verlustlosen Anpassungsmedium wird

$$|u_{4x}|^2 = |u_4''|^2 \cdot |1 + Q_4 x|^2 = |u_4''|^2 \cdot |1 + Q_4 \cdot e^{-2j a_4 x}|^2.$$

Die hinlaufenden Wellen $|u_4''|^2$, $|u_{3x}''|^2$, $|u_{2x}''|^2$, die zur Diskussion der Störungs- und Anpassungsfragen benötigt werden, ergeben sich aus den Q_i und $|u_4|^2$ zu:

$$\begin{aligned}
 |u_{4x}''|^2 &= \frac{|u_4|^2}{|1 + Q_4|^2}, \\
 |u_{3x}''|^2 &= |u_3''|^2 \cdot e^{2\beta_3 x} = \frac{|u_3|^2}{|1 + Q_3|^2} \cdot e^{2\beta_3 x}, \\
 |u_{2x}''|^2 &= \frac{|u_2|^2}{|1 + Q_2|^2} \cdot e^{2\beta_2 x}, \\
 |u_{1x}''|^2 &= |u_D|^2 \cdot e^{-2\beta_1 x}.
 \end{aligned}$$

Die Arbeit wurde im Rahmen der von Herrn Professor Rajewsky angeregten Untersuchungen über biophysikalische Wirkungen von dm- und cm-Wellen durchgeführt.

Ich bin Herrn Professor Rajewsky für die Möglichkeit zur Durchführung und für sein förderndes Interesse zu besonderem Dank verpflichtet.

Meinen herzlichen Dank möchte ich auch meiner Mitarbeiterin Frau H. Lang aussprechen, die einen großen Teil der numerischen Rechnungen und der Zeichnungen ausgeführt hat.

NOTIZEN

Phosphorus triphosphorhalogen complexes of Nickel(O)

G. Wilkinson¹

Chemistry Department, Harvard University, Cambridge, Mass.

(Z. Naturforsch. **9b**, 446—447 [1954]; eingeg. am 24. März 1954)

The preparation of *tetrakis*-(phosphorus trichloride) Nickel(O), $Ni(PCl_3)_4$, by the direct action of phosphorus trichloride on nickel tetracarbonyl, has been previously described²; the analogous compounds $Ni(PF_3)_4$ and $Ni(PBr_3)_4$ were prepared by the reaction of phosphorus trifluoride and phosphorus tribromide respectively with $Ni(PCl_3)_4$ ³. The relative stabilities of these compounds were in accord with the concept that vacant *d*-orbitals on the phosphorus atom must be used for the formation of multiple bonds by accepting electrons from filled *3d*-orbitals of the central metal atom; when the availability of such orbitals on the ligands is increased by attachment to the phosphorus of highly electronegative atoms such

as fluorine, the stability of the complex is increased. Evidence along these lines has been obtained by Chatt, who has discussed in some detail the role of the ligand as an acceptor system⁴. If acceptor properties of the ligands are thus one of the most important requirements for the complete substitution of carbon monoxide in nickel tetracarbonyl by a trivalent phosphorus compound, it might be expected that phosphorus tri-isocyanate and phosphorus tri-isothiocyanate would form stable complexes analogous to those formed by the phosphorus trihalides; such derivatives have been made.

Tetrakis-(phosphorus tri-isocyanate) nickel(O)

Phosphorus tri-isocyanate was prepared by the reaction of silver cyanate and phosphorus trichloride⁵ and was purified by distillation in vacuum. On addition of the compound to nickel tetracarbonyl, vigorous evolution of carbon monoxide occurred in the cold, as in the reaction of the carbonyl with phosphorus tri-

¹ Present address: Chemistry Department A, Technical University, Denmark.

² J. W. Irvine jr. and G. Wilkinson, Science [Washington] **113**, 742 [1951].

³ G. Wilkinson, J. Amer. chem. Soc. **73**, 5501 [1951].

⁴ J. Chatt, Nature [London] **165**, 637 [1950]; J. Chatt and A. A. Williams, J. chem. Soc. [London] 3061 [1951].

⁵ G. S. Forbes and H. H. Anderson, J. Amer. chem. Soc. **62**, 761 [1940].