
ENTWICKLUNG UND ANWENDUNG
VON PERMANENTMAGNETISCHEN
SOLENOIDEN UND QUADRUPOLEN
ZUR STRAHLFOKUSSIERUNG

DISSERTATION
ZUR ERLANGUNG DES DOKTORGRADES
DER NATURWISSENSCHAFTEN

VORGELEGT BEIM FACHBEREICH PHYSIK
DER JOHANN WOLFGANG GOETHE-UNIVERSITÄT
IN FRANKFURT AM MAIN

VON
JAN DOMINIK KAISER
AUS HANAU

FRANKFURT AM MAIN 2023
D30

VOM FACHBEREICH PHYSIK DER JOHANN WOLFGANG GOETHE-UNIVERSITÄT ANGENOMMEN.

DEKAN:

PROF. DR. ROGER ERB

GUTACHTER:

PROF. DR. ULRICH RATZINGER

PROF. DR. HOLGER PODLECH

DATUM DER DISPUTATION:

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Theoretische Grundlagen	7
2.1	Lineare Strahldynamik	7
2.1.1	Transversale Teilchendynamik	8
2.1.2	Magnetische Quadrupole	10
2.1.3	Solenoiden	13
2.1.4	Phasenraumkonzept	15
2.1.5	Longitudinale Teilchendynamik	26
2.2	Permanentmagnetismus	29
2.2.1	Lösung der Maxwellgleichung	30
2.2.2	Randbedingungen der Magnetostatik	32
2.3	Halbach Design	35
3	Permanentmagnetische Solenoide	37
3.1	Grunddesign	38
3.1.1	Kopplung zwischen Magnetlänge und mittlerer Flussdichte	40
3.2	Segmentiertes Design	43
3.2.1	Optimales Verhältnis der Zylinderlängen	47
3.2.2	Strahldynamischer Vergleich der Solenoiddesigns	49
3.3	Realisierung durch Quadermagnete	53
3.4	Emittanzwachstum	55
3.5	Abschlussbetrachtung	57
4	Permanent Magnetische Quadrupole	59
4.1	Charakterisierung eines PMQ	59
4.2	Sättigungsgradienten	63
4.3	PMQ aus Quadermagneten	65
4.3.1	Aperturradius	65
4.3.2	Quadrupollänge	66
4.3.3	Magnetdicke	68
4.3.4	Magnetbreite	69
4.3.5	Radialer Versatz benachbarter Magnete	73
4.3.6	Erweitertes Quaderdesign	75

4.4	Alternative Magnetformen	78
4.4.1	Trapezformen	78
4.4.2	Ringmagnete	82
4.5	Konventioneller Quadrupol	83
4.6	FODO-Kanal	84
4.7	Abschlussbetrachtung	88
5	PMQ-Triplett Konfiguration	93
5.1	Grunddesign	93
5.2	Auswirkung des Abstandes auf die Fokussierstärke	96
5.3	Einfluss des Singletabstand auf die Feldqualität	97
5.3.1	Lokale Abweichung vom Sollgradienten	99
5.3.2	Effektive Länge	100
5.3.3	Strahldynamische Konsequenzen der PMQ-Interaktion	101
6	Anwendung von 3D-gedruckten PMQ	107
6.1	Industrielle Neodym Quadermagnete	107
6.2	Magnethüllendesign	109
6.2.1	Prototyp	113
6.3	Einzelmagnetmessung	114
6.4	Quadrupolvermessung	116
6.5	Optische Strahldiagnose	120
6.6	Strahltest	123
6.7	Strahldiagnose eines PMQ-Triplets	125
6.7.1	Magnethülle	126
6.7.2	Flanscheinsatz	126
6.7.3	Kameras	127
6.7.4	Raspberry Pi Zero W	128
6.7.5	Kamerahalterung	130
6.7.6	Strahlblende	132
6.7.7	Nutenschiene	133
6.7.8	Vakuumtauglichkeit	133
6.7.9	Gesamtaufbau	134
6.7.10	Triplett-Messung	137
7	Zusammenfassung und Ausblick	141

1 Einführung

Magnetische Quadrupole und Solenoide sind ein elementarer Bestandteil einer Beschleunigeranlage und begrenzen die transversale Ausdehnung eines Teilchenstrahls durch eine Ablenkung der Teilchen in Richtung der Beschleunigerachse. Die konventionelle Bauweise als Elektromagnet besteht aus einem Eisenjoch welches mit Spulen umwickelt ist. In dieser Arbeit werden diese Magnetstrukturen auf Basis von Permanentmagneten designt und hinsichtlich ihrer Qualität zum Strahltransport optimiert, sowie Feldmessungen an permanentmagnetischen Quadrupolen durchgeführt. Diese wurden mit 3D-gedruckten Halterungen aus Kunststoff gefertigt, was eine Vielzahl von Formvariationen ermöglicht. Darauf aufbauend wurde ein im Vakuum befindlicher Aufbau entwickelt, mit welchem die Strahlenvolpe im Inneren eines permanentmagnetischen Quadrupol Triplets diagnostiziert werden kann. Dies greift auf ein am IAP¹ entwickeltes System zur nicht-invasiven Strahldiagnose mithilfe von Raspberry Pi Einplatinencomputern und Kameras in starken Magnetfeldern zurück, siehe Abb. 1.1[1][2].

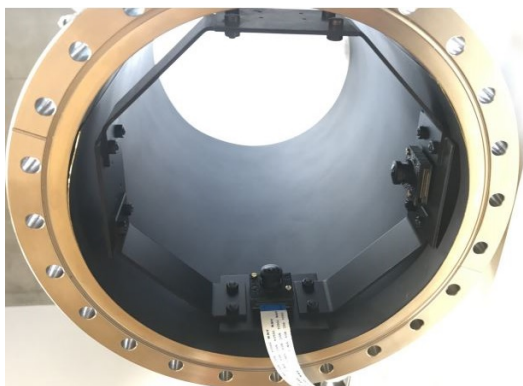


Abb. 1.1: Nicht-invasives System zur optischen Strahldiagnose, basierend auf Raspberry Pi Kameras, welches entlang eines Strahlrohrs zur Rekonstruktion eines Ionenstrahls verwendet wurde. Bild entnommen aus [1]

Die stärksten Permanentmagnete werden aus einer Neodym-Eisen-Bor Verbindung ($\text{Nd}_2\text{F}_{14}\text{B}$) gefertigt, welche typischerweise eine magnetische Remanenz von 1,36 T aufweisen. Mit speziellen Herstellungsverfahren ist eine Remanenz bis 1,5 T möglich, was die Widerstandsfähigkeit gegenüber hohen Temperaturen senkt. In diesem Fall treten irreversible Verluste der Magnetisierung bereits ab 80 °C auf.

Insbesondere in einer Quaderform sind Neodymmagnete in einer hohen Anzahl an Standardausführungen im freien Handel erwerblich. Diese werden hauptsächlich in China

¹IAP: Institut für angewandte Physik, Goethe-Universität Frankfurt

aufgrund des dortigen preisgünstigen Abbaus von seltenen Erden gefertigt. Fokus dieser Arbeit liegt deshalb auf der Entwicklung einer Anordnung von industriellen Standardmagneten zur Realisierung von permanentmagnetischen Quadrupolen (PMQ) und Solenoiden (PM-Solenoid). Der Preis für Anfertigung einer individuellen PMQ-Anordnung ohne Magnetaufnahme liegt im Bereich von 2000 € bis 3000 €, da unter anderem die dafür benötigten Werkzeuge explizit für die Geometrie der Magnete hergestellt wird. Bzgl. einer Standardausführung, welche aus China importiert wird, liegt der Preis für einen einzelnen Quadermagneten mit einer Querschnittfläche von $10 \times 10 \text{ mm}^2$ je nach Länge bei 1 € bis 3 €, wodurch sich die Kosten für eine PMQ-Konfiguration auf unter 100 € reduzieren.

Genereller Nachteil einer permanentmagnetischen Konfiguration ist die konstante Fokussierstärke. Diese kann nur mit einer baulichen Veränderung oder mechanischen Verschiebung der Magnete variiert werden [3], während die Felder eines Elektromagneten im laufenden Betrieb durch eine Anpassung dem Betriebsstrom geändert werden können. Die Verwendung von Permanentmagneten beschränkt sich deshalb idealerweise auf Anwendungsbereiche, in welchem nur eine Ionensorte bei konstantem Strahlstrom beschleunigt wird.

Magnetische Solenoide und Quadrupole

Die Entscheidung, welches der Fokussier-Systeme verwendet wird, hängt vom Energiebereich der Teilchen ab. Solenoide werden im niederenergetischen Bereich aufgrund der Erhaltung der Raumladungskompensation eingesetzt und erzeugen eine azimuthal symmetrische Fokussierung der Teilchen. Eine weitere Anwendung ist die Erzeugung eines reinen Protonenstrahls. Da bei der Produktion von Protonen in einer Ionenquelle ebenfalls molekularer ionisierter Wasserstoff (H_2^+ und H_3^+) entsteht, wird durch die Massen-abhängige Position des Fokuspunkts in Kombination mit einer Blende eine Reduzierung dieser Spezies im Strahl erreicht [4]. Permanentmagnetische Solenoide können in der einfachsten Form aus einem einzelnen Hohlzylinder realisiert werden. Dies resultiert in Nachteilen bzgl. des erreichbaren mittleren Feldes, welches die Fokussierstärke charakterisiert. Deshalb wurde ein abgewandeltes Design entwickelt, welches mehrere Zylindermagnete kombiniert. Für eine kostengünstige Bauweise wird ein Anordnung basierend auf Quadermagneten vorgestellt.

Mit dem Anstieg der Teilchenenergie ist eine Verwendung von magnetischen Quadrupolen effizienter. Diese fokussieren oder defokussieren die Teilchen abhängig von der transversalen Betrachtungsebene, sodass eine Konfiguration von Quadrupol-Multipletts notwendig ist, um eine gesamtheitliche Fokussierung des Teilchenstrahls zu erreichen. Zu den häufigsten Multipletts gehören der FODO-Kanal, einer Aneinanderreihung von Quadrupolen, welche abwechselnd fokussierend (F) und defokussierend (D) wirken und durch einen Beschleunigungsspalt (0) getrennt sind, sowie Quadrupol-Tripletts. Diese bestehen aus je drei Quadrupolen mit alternierender Polung, wobei das innere Singlet

etwa die doppelte Länge der äußeren Singlets besitzt. Im Vergleich zu einem FODO-Kanal kann mit dieser Konfiguration eine längere Strecke ohne Fokussierelemente überbrückt werden, da alle Teilchen eine Netto-Fokussierung erhalten. Typischerweise alterniert die Polung benachbarter Triplets, sodass der Strahldurchmesser in den transversalen Ebenen identisch ist. Diese Triplett-Konfiguration wird abgekürzt als FDF-O-DFD bezeichnet [5].

Die in dieser Arbeit vorgestellte Konfiguration eines permanentmagnetischen Quadrupols ist eine Weiterentwicklung des am CERN im Linac4, einem Alvarez-DTL² zur Beschleunigung von H^- , verwendeten Designs. Bei diesem sind die Permanentmagnete in den Beschleuniger integriert, siehe Abb. 1.2. Basis für diese Beschleunigerstruktur bildet ein zylinderförmiger Hohlraumresonator, in welchem stehende elektromagnetische Wellen erzeugt werden deren Felder geladene Teilchen beschleunigen. Abhängig von der Anregungsfrequenz bilden sich zwei Arten von Stehwellen aus: E-Moden und H-Moden, benannt nach der in Richtung der Zylinderachse zeigenden Feldkomponente. Erstere werden im genannten Alvarez-DTL und H-Moden in Wideröe-artigen Strukturen genutzt.

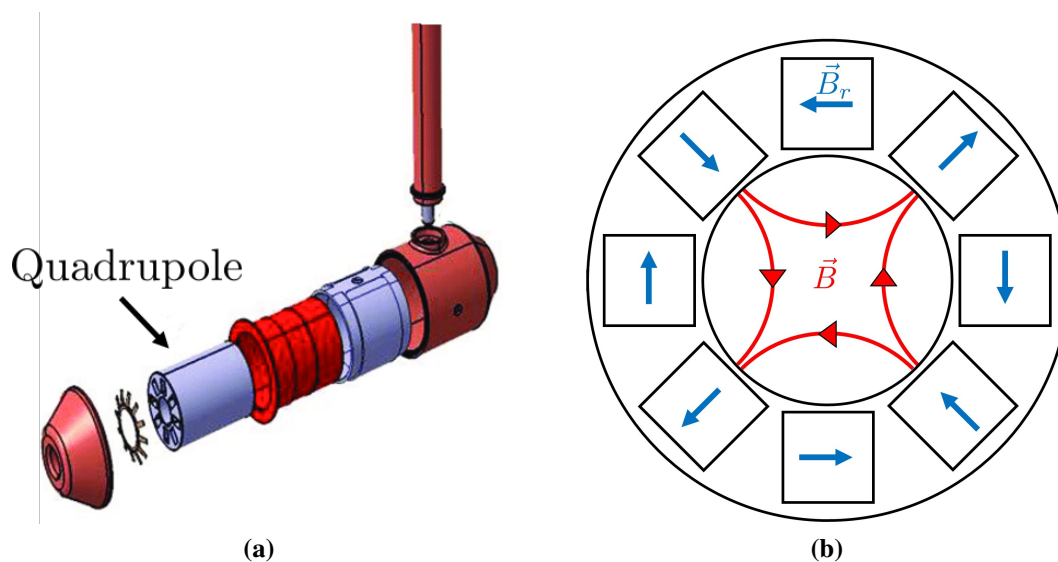


Abb. 1.2: (a) In Driftröhren des Linac4 am Cern integrierter permanentmagnetischer Quadrupol. Abbildung aus [6] entnommen. (b) Magnetkonfiguration des Linac4 bestehend aus 8 Quadermagneten.

²DTL: **D**rift-**T**ube-**L**inac, im deutschen Driftröhrenbeschleuniger

E-Mode bzw. Alvarez-DTL

Bei einer E-Mode dreht sich das elektrische Feld periodisch um, sodass ein Teilchen den Resonator nur einmal im Zeitraum des korrekt ausgerichteten Feldes durchlaufen darf, um eine Netto-Beschleunigung zu erfahren. Dies würde eine Aneinanderreihung von mehreren kurzen Einzelresonatoren erfordern. Ein effizienteres Design wurde von Luis Alvarez in den 1940er Jahren entwickelt. In einen Zylinderresonator, welcher mit einer E_{010} -Mode schwingt, siehe Abb. 1.3a, werden Driftröhren eingebracht, welche die Teilchen im Zeitraum des bremsend wirkenden Feldes abschirmen. Die Beschleunigung erfolgt nur im Spalt zwischen den Röhren. Der Spaltmittenabstand entspricht einer ganzen Schwingungsperiode und steigt mit der Geschwindigkeit der Ionen ($l = \beta\lambda$) [7][8]. Der typische Geschwindigkeitsbereich, in welchem dieser Beschleunigertyp angewendet wird, liegt bei $\beta \sim 0,1 - 0,4$.

Die Kapazität der Beschleunigungsspalte hat nur einen geringen Einfluss auf die Frequenz und Verlustleistung des Alvarez-DTL. Dies macht eine Erhöhung der radialen Ausdehnung der Driftröhren möglich und Quadrupole können in diese integriert werden. Neben dem Linac4 am CERN wird dieser Beschleunigertyp ebenfalls am UNILAC³ der GSI⁴ verwendet, welcher vier Alvarez-DTL für den Geschwindigkeitsbereich $\beta = 0,087 - 0,16$ enthält. In deren Driftröhren sind elektromagnetische Quadrupole verbaut, um die Magnetfelder dynamisch auf die verwendete Ionensorte anpassen zu können.

H-Mode-Resonator und Wideröe-Strukturen

Die Wideröe-Struktur ist auf R. Wideröe zurückzuführen, welcher 1928 ein Prinzip zum mehrmaligen Nutzen einer Spannung umgesetzt hat [9]. Er hat metallische Hohlzylinder mit einer Wechselspannung verbunden, wobei benachbarte Zylinder entgegengesetzt gepolt waren. Die Feldrichtung benachbarter Zellen ist entgegengesetzt, wodurch die Teilchen nur für eine halbe Periode vom Feld abgeschirmt sein müssen. Im Vergleich zum Alvarez-DTL halbiert sich der Spaltmittenabstand ($l = \beta\lambda/2$). Dieses Prinzip kann ebenfalls in einem Resonator, welcher mit einer H-Mode schwingt, umgesetzt werden. In diesem Fall spricht man von einer Wideröe-artigen Struktur. H-Moden besitzen keine longitudinale elektrische Feldkomponente und erst durch das Einbringen von Driftröhren und deren Befestigung (Stems) innerhalb des Resonators wird ein zur Beschleunigung nutzbares elektrisches Feld erzeugt. Unterschieden wird zwischen IH⁵-DTL [10][11][12], welche in der H_{111} -Mode schwingt und CH⁶-DTL mit der H_{211} -Mode [13], siehe Abb. 1.3.

³UNILAC: **U**niversal **L**inear **A**ccelerator

⁴GSI: **G**esellschaft für **S**chwerionenforschung

⁵IH: **I**nterdigitale **H**-Mode

⁶CH: **C**ross-**B**ar-**H**-Mode

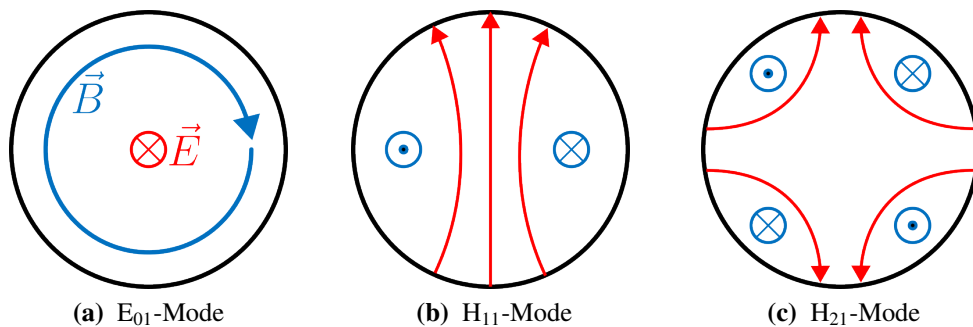


Abb. 1.3: Die drei Moden, welche jeweils in Hohlraumresonatoren angeregt werden und Basis für Beschleunigerstrukturen bilden. (a) E-Mode in einem Alvarez-DTL, (b) H-Mode in einem IH-DTL und (c) H-Mode in einem CH-DTL.

IH-Kavitäten werden im Geschwindigkeitsbereich $\beta < 0,15$ eingesetzt. Um mit steigender Energie die Driftröhrenlänge zu reduzieren wird oftmals die Frequenz erhöht. Der Durchmesser einer IH-Struktur ist in diesem Frequenzbereich zu klein. Da CH-Strukturen im Vergleich bei gleicher Frequenz einen größeren Durchmesser besitzen werden diese alternativ eingesetzt. Im Vergleich zu einem Alvarez-DTL sind H-Mode-Resonatoren leistungseffizienter, d.h. es kann eine höhere Beschleunigungsspannung bei gleicher eingespeister Leistung erreicht werden, und werden seit den 90er-Jahren vermehrt eingesetzt. Als Beispiel lässt sich ebenfalls der UNILAC nennen, bei welchem IH-Strukturen die Ionen auf 5 % der Lichtgeschwindigkeit beschleunigen.

Die Kapazität zwischen den Driftröhren reduziert in dieser Bauweise die Resonanzfrequenz erheblich und erhöht die Verlustleistung des Resonators. Die Driftröhren sind deshalb idealerweise so klein wie möglich bzgl. ihrer radialen Ausdehnung. Dies macht eine Integration von Quadrupolen in Driftröhren unattraktiv. Für eine effizientere transversale Fokussierung ist der Beschleunigertank alternativ in Sektionen unterteilt, welche durch in den Resonator integrierte Quadrupol-Triplets getrennt sind, siehe Abb. 1.4.

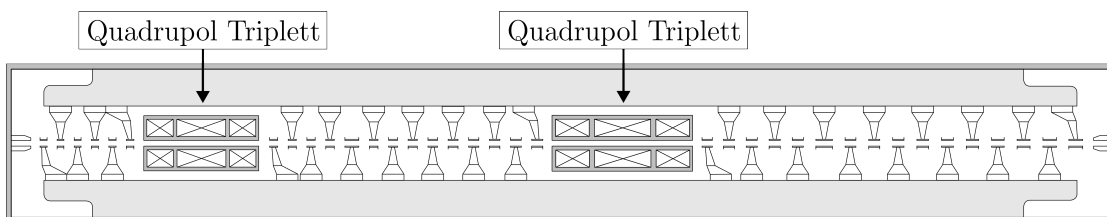


Abb. 1.4: IH-Struktur, welche in drei Sektionen unterteilt ist, jeweils getrennt durch ein Quadrupoltriplett (Grafik basierend auf Design von H. Haehnel, Goethe-Universität Frankfurt).

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Lineare Strahldynamik

Für die Beschreibung der Teilchenbewegung entlang einer Beschleunigungssektion wird ein Koordinatensystem definiert, anhand dessen die Einzelteilchenbewegung relativ zu einem fest definierten Sollteilchen beschrieben wird (Abb. 2.1). Relativ zu diesem Orbit wird jedes Teilchen mit einem 6-dimensionalen Vektor hinsichtlich seiner transversalen und longitudinalen Auslenkung zur Sollbahn beschrieben (2.1). In einer vereinfachten Betrachtung werden der longitudinale und die beiden transversalen 2D-Unterräume als entkoppelt voneinander betrachtet.

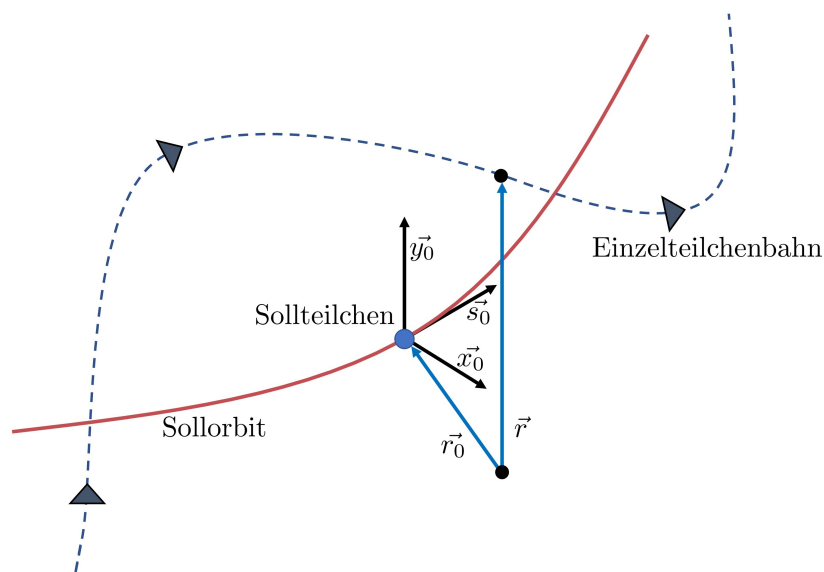


Abb. 2.1: Bezugssystem des Sollorbits zur Beschreibung der Teilchenposition

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \\ \lambda \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - \text{Ebene Ortsabweichung} \\ x - \text{Ebene Winkeldivergenz} \\ y - \text{Ebene Ortsabweichung} \\ y - \text{Ebene Winkeldivergenz} \\ \text{longitudinale Ortsabweichung} \\ \text{relative Impulsabweichung} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

2.1.1 Transversale Teilchendynamik

Für die transversalen Teilchenkoordinaten lässt sich ein Formalismus entwickeln, welcher die grundlegende Bewegung eines Teilchens unter der Einwirkung äußerer Fokussierkräfte beschreibt. Dies sei im Folgenden für die Fokussierung mit magnetischen Quadrupolfeldern getan.

Unter der Annahme, dass ausschließlich Magnetfelder den Orbit der Teilchen beeinflussen, ist die Teilchenbewegung durch die Lorentzkraft definiert:

$$m \cdot \ddot{\vec{r}} = q \cdot (\dot{\vec{r}} \times \vec{B}) \quad (2.2)$$

Zur Vereinfachung wird der Sollorbit in einer konstanten y-Ebene ($\dot{y}_0 = 0$) definiert und die Bewegung des Sollteilchens als eine Drehung in dieser beschrieben. Diese vereinfacht die Zeitableitungen der Einheitsvektoren \vec{x}_0 und \vec{s}_0 , welche in Polarkoordinaten angegeben werden (Abb. 2.2).

Einheitsvektoren

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \end{pmatrix}, \quad \dot{\vec{x}}_0 = \dot{\phi} \vec{s}_0$$

$$\vec{s}_0 = \begin{pmatrix} -\sin(\phi) \\ \cos(\phi) \end{pmatrix}, \quad \dot{\vec{s}}_0 = -\dot{\phi} \vec{x}_0$$

Linienelement

$$ds = R d\phi, \quad \dot{\phi} = \frac{1}{R} \dot{s}, \quad R = |\vec{r}_0|$$

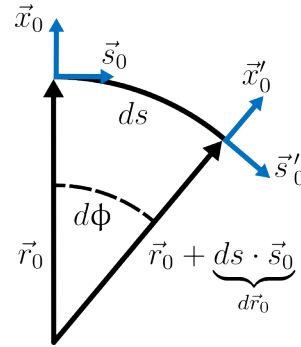


Abb. 2.2: Drehung des Koordinatensystems am Ort des Sollteilchen um den Winkel ϕ .

Daraus folgen die Zusammenhänge

$$\dot{\vec{x}}_0 = \frac{1}{R} \dot{s} \vec{s}_0, \quad \dot{\vec{s}}_0 = -\frac{1}{R} \dot{s} \vec{x}_0, \quad \dot{\vec{r}}_0 = \dot{s} \vec{s}_0 \quad (2.3)$$

anhand welcher die Zeitableitungen der Einzelteilchenposition bestimmt wird [14]:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + x \vec{x}_0 + y \vec{y}_0 \quad (2.4)$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{x} \vec{x}_0 + \dot{y} \vec{y}_0 + \left[\dot{s} \left(1 + \frac{x}{R} \right) \right] \vec{s}_0 \quad (2.5)$$

$$\ddot{\vec{r}} = \left[\ddot{x} - \left(1 + \frac{x}{R} \right) \cdot \frac{\dot{s}^2}{R} \right] \vec{x}_0 + \ddot{y} \vec{y}_0 + \left[\frac{2}{R} \dot{x} \dot{s} + \left(1 + \frac{x}{R} \right) \ddot{s} \right] \vec{s}_0 \quad (2.6)$$

Für die Angabe der transversalen Teilchenauslenkung in Abhängigkeit von Position entlang der Beschleunigersektion wird die Zeitabhängigkeit in eine Ortsabhängigkeit transformiert:

$$\dot{x} = x' \dot{s} \quad (2.7)$$

$$\ddot{x} = x'' \dot{s}^2 + x' \ddot{s} \quad (2.8)$$

Durch Anwendung dieser Transformation auf (2.5) und (2.6) sowie das Einsetzen in die Differentialgleichung (2.2) mit der Näherung, dass longitudinale Magnetfeldkomponenten vernachlässigbar sind ($B_s = 0$), wird die transversale Teilchenbewegung mit zwei Differentialgleichungen beschrieben:

$$\left[x'' \dot{s}^2 - \left(1 + \frac{x}{R}\right) \frac{\dot{s}^2}{R} \right] = -\frac{q}{\gamma m_0} \left(1 + \frac{x}{R}\right) \dot{s} B_y \quad (2.9)$$

$$y'' \dot{s}^2 = \frac{q}{\gamma m_0} \left(1 + \frac{x}{R}\right) \dot{s} B_x \quad (2.10)$$

Die Einzelteilchengeschwindigkeit v wird aus dessen Orbit abgeleitet, welcher aufgrund der Impulsabweichung dp um den Wert x versetzt ist, siehe Abb. 2.3.

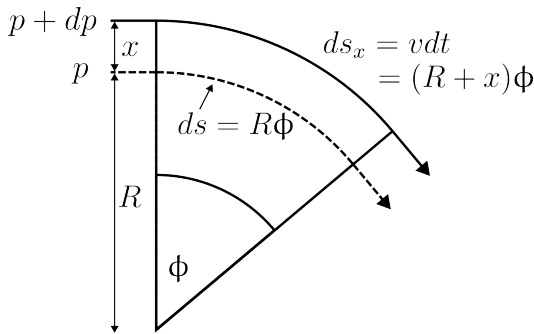


Abb. 2.3: Sollorbit und Einzelteilchenbahn mit den Bahngeschwindigkeiten \dot{s} und $\dot{s}_x = v$.

Die Bahngeschwindigkeiten sind wie folgt verknüpft:

$$\dot{s} = \frac{R}{R+x} v \quad (2.11)$$

Dies wird in (2.9) und (2.10) eingesetzt, wodurch sich zwei Differentialgleichungen für die transversale Teilchenposition, welche allein von der longitudinalen Position s abhängen, ergeben. Zusätzlich wurde der relativistische Impuls $p + dp = \gamma m_0 v$ eingesetzt.

$$x''(s) = -\frac{B_y q}{p + dp} \left(1 + \frac{x}{R}\right)^2 + \left(1 + \frac{x}{R}\right) \frac{1}{R} \quad (2.12)$$

$$y''(s) = \frac{B_x q}{p + dp} \left(1 + \frac{x}{R}\right)^2 \quad (2.13)$$

Anhand einer Reihenentwicklung des Magnetfelds, wird zwischen Komponenten von Dipol, Quadrupol und Multipolen höherer Ordnungen ($x^n \rightarrow n > 1$) differenziert:

$$\begin{aligned} \frac{q}{p} B_y(x) &= \frac{q}{p} B_{y0} + \frac{q}{p} \frac{dB_y}{dx} x + \frac{1}{2!} \frac{q}{p} \frac{d^2 B_y}{dx^2} x^2 + \frac{1}{3!} \frac{q}{p} \frac{d^3 B_y}{dx^3} x^3 + \dots \\ &= \underbrace{\frac{1}{R}}_{\text{Dipol } n=0} + \underbrace{kx}_{\text{Quadrupol } n=1} + \underbrace{\frac{1}{2!} mx^2}_{\text{Sextupol } n=2} + \underbrace{\frac{1}{3!} ox^3}_{\text{Oktupol } n=3} + \dots \end{aligned} \quad (2.14)$$

Der Term R^{-1} beschreibt den Einfluss von Dipolmagneten, welche den Orbit eines Teilchenstrahls krümmt. Der positionsabhängige Term kx bildet den Einfluss von Quadrupolmagneten ab, welche die Einzelteilchen transversal zum Sollorbit auslenken. Im Verlauf dieser Arbeit wird sich auf einen linearen Sollorbit beschränkt, sodass der Dipol-Anteil vernachlässigt wird ($R \rightarrow \infty$). Multipolanteile welche über Quadrupole hinausgehen führen zu einem nicht-linearen Anstieg des Magnetfeldes. Konsequenz ist eine positionsabhängige Fokussierstärke, welche die Einzelteilchen abhängig von der radialen Position auf unterschiedliche Brennpunkte fokussiert (Chromatische Aberration)[15].

2.1.2 Magnetische Quadrupole

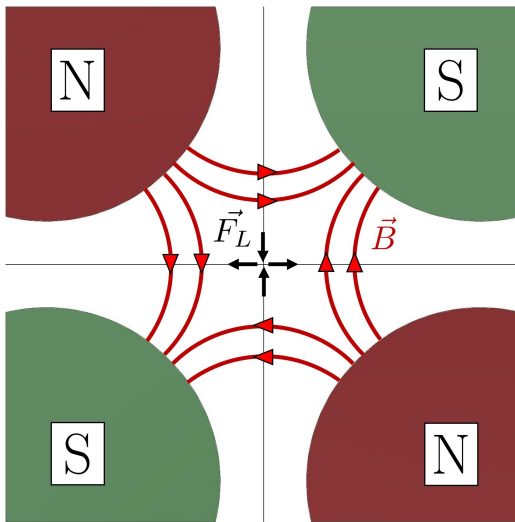


Abb. 2.4: Schema eines Quadrupolmagneten mit skizzierten Magnetfeldlinien. Die Lorentzkraft ist für einen Ionenstrahl angegeben, welcher sich in die Blattebene hinein bewegt.

Für die Realisierung eines magnetischen Quadrupolfelds sind vier magnetische Pole mit alternierender Polung angeordnet (Abb. 2.4). Das Magnetfeld erzeugt eine Lorentzkraft auf Teilchen, welche sich nicht im Symmetriezentrum $x = y = 0$ befinden und bewirkt

eine Koordinaten-abhängige Fokussierung bzw. Defokussierung der Teilchen. In diesem Beispiel wirkt der Magnet fokussierend in der y-Ebene und defokussierend in der x-Ebene. Diese Anordnung erzeugt den geforderten linearen Verlauf der Magnetfeldstärke mit den entsprechenden Gradienten:

$$g = \frac{dB_x}{dy} = -\frac{dB_y}{dx} = \text{const.} \quad (2.15)$$

Für eine reine Quadrupolfokussierung, der Annahme, dass die Impulsbreite dp klein gegenüber dem Gesamtimpuls p ist ($dp \ll p$) sowie einer paraxialen Näherung ($x, y \ll R$) vereinfachen sich die Gleichungen 2.12 und 2.13 zur sogenannten Hill'schen Differentialgleichung (2.16 bzw. 2.17).

$$x''(s) - k^2(s)x(s) = 0 \quad (2.16)$$

$$y''(s) + k^2(s)y(s) = 0 \quad (2.17)$$

$$\text{mit } k = \sqrt{\left| \frac{q \cdot g}{m \cdot c \cdot \beta \cdot \gamma} \right|}$$

Für diesen speziellen Fall besteht in der x-Ebene eine fokussierende und in der y-Ebene eine defokussierende Wirkung auf den Teilchenstrahl. Als Lösung für dieses Gleichungssystem folgt für die fokussierende Ebene eines Quadrupols der Länge l eine Linearkombination aus sinus- und cosinusartigen Funktionen:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(kl) & \frac{1}{k} \sin(kl) \\ -k \sin(kl) & \cos(kl) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Für die defokussierte y-Ebene ergibt sich Lösung aus den entsprechenden Hyperbelfunktionen:

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(kl) & \frac{1}{k} \sinh(kl) \\ k \sinh(kl) & \cosh(kl) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Nach dem gleichen Vorgehen wird für eine feldfreie ($k = 0$) Strecke d die Transportmatrix für eine Drift bestimmt:

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Für allgemeine Betrachtungen wird die Lösung als Linearkombination der unabhängigen Lösungen C(s) und S(s) dargestellt:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(s) & S(s) \\ C'(s) & S'(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Für kurze Quadrupole kann näherungsweise angenommen werden, dass $\sqrt{k}l \rightarrow 0$, wodurch die Kleinwinkelnäherung angewendet werden kann. Daraus lassen sich die Matrizen in (2.18) und (2.19) als Transformation mit einer dünnen Linse nähern. Für deren Transformation gilt allgemein abhängig von der Brennweite f :

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Durch Vergleich der Matrixelemente M_{12} und mit der Kleinwinkelnäherung, wird für Quadrupole die resultierende Brennweite bestimmt:

$$\frac{1}{f} = M_{12} = \pm k^2 \cdot l \quad (2.23)$$

Gleichermaßen kann für beliebige Elemente, welche einen Einfluss auf die transversalen Teilchenkoordinaten haben, durch Berechnung der Brennweite die entsprechende Transportmatrix aufgestellt werden.

Der Matrixformalismus lässt sich auf Transportkanäle, welche aus mehreren Fokussierelementen bzw. Driften bestehen erweitern. Ein Quadrupol Triplet besteht aus drei aufeinander folgenden Singlets mit dem Abstand d welche um 90° versetzt sind. Das innere Singlet ist doppelt so lange wie die äußeren. Unter Anwendung der Kleinwinkelannäherung folgen für die FDF und DFD Triplet-Anordnungen folgende Transportmatrizen:

$$M_{FDF} = \begin{pmatrix} 1 - k^4 l^4 & 4l - 4kl^3 - \frac{8}{3}k^4 l^5 \\ -\frac{4}{3}k^4 l^3 + \frac{8}{3}k^6 l^5 & 1 - 4k^4 l^4 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

$$M_{DFD} = \begin{pmatrix} 1 - k^4 l^4 & 4l - 4k^2 l^3 - \frac{8}{3}k^4 l^5 \\ -\frac{4}{3}k^4 l^3 - \frac{8}{3}k^6 l^5 & 1 - 4k^4 l^4 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

$$\frac{1}{f} = -\frac{4}{3}k^4 l^3 \pm \frac{8}{3}k^6 l^5 \quad (2.26)$$

Aufgrund der unterschiedlichen Brennweite der Tripletlinse abhängig von der betrachteten Strahlebene ist das innere Singlet typisch weniger als doppelt so lange als die äußeren Singlets. Dies gleicht die Brennweite beider Ebenen an [16], [17].

2.1.3 Solenoide

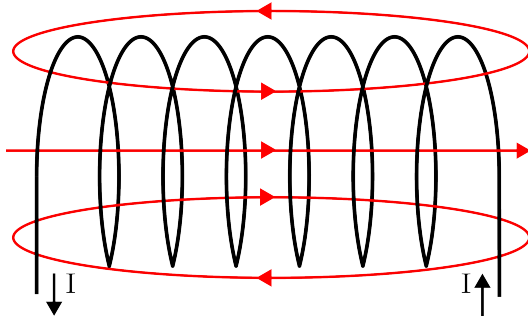


Abb. 2.5: Zylinderspule bzw. Solenoid. Das Magnetfeld setzt sich aus radialen Feldkomponenten, welche hauptsächlich im Randbereich auftreten, und axialen Komponenten zur Teilchenfokussierung, zusammen.

Tritt ein geladenes Teilchen in einen Bereich mit einem homogenen Magnetfeld B_0 ein und besitzt eine zum Magnetfeld orthogonale Geschwindigkeitskomponente v_θ so führt dieses eine Gyrationbewegung um die Magnetfeldachse mit dem Radius R_G aus [18]:

$$R_G = \frac{\gamma m_0 v_\theta}{e B_0} \quad (2.27)$$

Die notwendige Geschwindigkeitskomponente erhalten die Teilchen im Randfeld des Solenoiden (Abb. 2.5). Anhand der Randbedingungen $\nabla B = 0$ und $B_\theta = 0$ lässt sich näherungsweise Ausdruck 2.28 für die radialen Feldkomponenten ableiten [19]:

$$B_r(r) \approx -\frac{r}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} \quad (2.28)$$

Die erhaltene Geschwindigkeitskomponente, die ein Teilchen mit der radialen Position r_0 erhält, wird in Zylinderkoordinaten aus der Lorentzkraft abgeleitet:

$$\gamma m_0 \begin{pmatrix} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \\ 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\frac{r}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} \\ 0 \\ B_z \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Betrachtet wird die azimutale Komponente der Differentialgleichung mit der Vereinfachung, dass die Einzelteilchen keine radiale Geschwindigkeitskomponente beim Eintritt in das Solenoidfeld besitzen ($\dot{r} = 0$):

$$\begin{aligned} \gamma m_0 (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) &= q \left(-\dot{z} \frac{r}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} - \dot{r} B_z \right) \\ \gamma m_0 r \ddot{\theta} &= q \dot{z} \left(-\frac{r}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

Durch Erweitern mit dt wird die Gleichung in eine Form gebracht aus welcher durch Integration die azimutale Geschwindigkeitsänderung Δv_θ durch die Randfelder abgeleitet wird:

$$\begin{aligned}\gamma m_0 r \ddot{\theta} dt &= -q \frac{r}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} \dot{z} dt \\ \gamma m_0 r d\dot{\theta} &= -q \frac{r}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} dz \\ \gamma m_0 r \Delta\dot{\theta} &= -q \frac{r}{2} B_0\end{aligned}$$

Mit $\Delta\dot{\theta} = \Delta v_\theta / r$ folgt:

$$\Delta v_\theta = r \frac{qB_0}{2\gamma m_0} \quad (2.30)$$

Durch Einsetzen des Ausdrucks für den Geschwindigkeitskick 2.30 in 2.27 folgt, dass der Radius der Gyrationbewegung der halben radialen Anfangsposition entspricht:

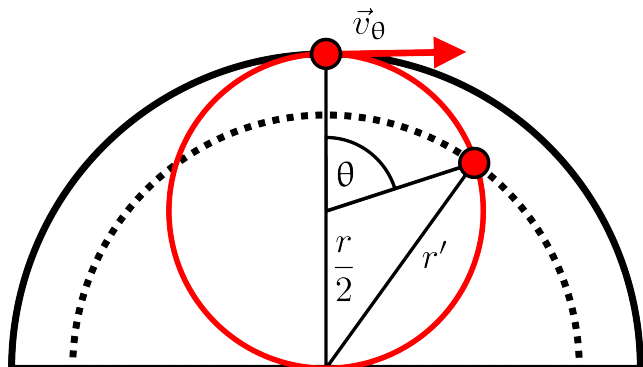
$$R_G = \frac{r}{2} \quad (2.31)$$

In Abbildung 2.6 ist die Projektion in der XY-Ebene eines Strahls mit einem Radius r_0 abgebildet. Ein Teilchen am Punkt A am Rand des Strahls erhält durch die Randfelder eine Geschwindigkeitskomponente v_θ und bewegt sich auf der Kreisbahn mit dem Radius $\frac{r}{2}$ um den Winkel θ . Konsequenz ist eine Reduzierung des Strahlradius auf r' . Beim Austritt aus dem Solenoiden wird durch die umgekehrten Randfelder der Geschwindigkeitszuwachs v_θ kompensiert [18].

Für die Bewegung innerhalb des Solenoiden wird die radiale Komponente der Lorentzkraft aus 2.29 herangezogen:

$$\begin{aligned}\gamma m_0(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) &= qr\dot{\theta}B_0 \\ \ddot{r} - r\left(\dot{\theta}^2 + \frac{qB_0}{\gamma m_0}\dot{\theta}\right) &= 0\end{aligned}$$

Abb. 2.6: Gyrationbewegung eines Einzelteilchen innerhalb eines Solenoiden.



Mit 2.30 wird die Gleichung in die Form der Hill'schen Differentialgleichung gebracht und die Fokussierstärke k eines Solenoiden abgeleitet:

$$\ddot{r} + k^2 r = 0$$

$$\text{mit } k = \frac{qB_0}{2\gamma m_0 \beta c}$$

Im Vergleich zur Quadrupolfokussierung wird eine äquivalente Transformationsmatrix in der dünne-Linsen Näherung aufgestellt [20]:

$$\begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k^2 l & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_0 \\ r'_0 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

2.1.4 Phasenraumkonzept

Transformationsmatrix

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, dass die Transformation der Teilchenbewegung mithilfe einer Transformationsmatrix $\underline{M}(s)$ beschrieben werden kann.

$$\begin{pmatrix} x(s) \\ x'(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(s_0) \\ x'(s_0) \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Für eine Teilchenensembles ist es notwendig einen Formalismus einzuführen, anhand welchem die Bewegung entlang einer Strahlstrecke im Kollektiv beschrieben wird. Eine Erweiterung zu periodischen Lösung der Einzelteilchenbewegung erlaubt folgender Ansatz:

$$x(s) = A u(s) \cos(\Psi(s) + \Psi_0) \quad (2.34)$$

Durch Einsetzen in die Hill'sche Differentialgleichung und Aufteilung in Sinus und Kosinus Terme müssen die vorangestellten Ausdrücke wegfallen damit die Gleichung erfüllt ist:

$$\underbrace{A (2 u'(s) \Psi'(s) + u(s) \Psi''(s)^2)}_{=0} \sin(\Psi(s) + \Psi_0) +$$

$$\underbrace{A (u''(s) - u(s) \Psi'(s)^2 - k(s)^2 u(s))}_{=0} \cos(\Psi(s) + \Psi_0) = 0$$

Entsprechend der ersten Bedingung kann der Zusammenhang zwischen Phasenvorschub Ψ und β -Funktion, welche $u(s)$ ersetzt, abgeleitet werden:

$$2u'(s)\Psi'(s) + u(s)\Psi''(s)^2 = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{d}{ds}u(s)^2\Psi' = 0 \quad (2.36)$$

$$\Psi = \int \frac{ds}{u(s)^2} = \int \frac{ds}{\beta(s)} \quad (2.37)$$

Die Definition der β -Funktion folgt aus der zweiten Bedingung:

$$\begin{aligned} u''(s) - u(s)\Psi'(s)^2 - k(s)^2 u(s) &= 0 \\ 2\beta''(s)\beta(s) - \beta'(s)^2 - 4k(s)\beta(s)^2 &= 0 \end{aligned}$$

Mit $A = \sqrt{\epsilon}$ sowie $\alpha(s) = -\frac{\beta'(s)}{2}$ folgt die allgemeinen Lösungen für ein Teilchenensemble der linearen Strahldynamik:

$$x(s) = \sqrt{\epsilon\beta(s)} \cos(\Psi(s) + \Psi_0) \quad (2.38)$$

$$x'(s) = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\beta(s)}} [\alpha(s) \cos(\Psi(s) + \Psi_0) + \sin(\Psi(s) + \Psi_0)] \quad (2.39)$$

Diese Gleichungen können mit den dazugehörigen Anfangsbedingungen in (2.33) zur Bestimmung der Transformationsmatrix eingesetzt werden, wodurch sich folgendes Gleichungssystem ergibt:

$$\begin{pmatrix} \sqrt{\epsilon\beta(s)} \cos(\Psi(s) + \Psi_0) \\ -\sqrt{\frac{\epsilon}{\beta(s)}} [\alpha(s) \cos(\Psi(s) + \Psi_0) + \sin(\Psi(s) + \Psi_0)] \end{pmatrix} = \quad (2.40)$$

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\epsilon\beta(s_0)} \cos(\Psi(s_0) + \Psi_0) \\ -\sqrt{\frac{\epsilon}{\beta(s_0)}} [\alpha(s_0) \cos(\Psi(s_0) + \Psi_0) + \sin(\Psi(s_0) + \Psi_0)] \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems stellt sich wie folgt dar:

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta}{\beta_0}} (\cos(\Psi) + \alpha_0 \sin(\Psi)) & \sqrt{\beta\beta_0} \sin(\Psi) \\ \frac{(\alpha_0 - \alpha) \cos(\Psi) - (1 + \alpha_0 \alpha) \sin(\Psi)}{\sqrt{\beta\beta_0}} & \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}} \cos(\Psi) - \alpha \sin(\Psi) \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Phasenraumellipse

Im vorherigen Abschnitt wurden die Lösungen der Hill'schen Differentialgleichung für ein Vielteilchenensemble abgeleitet. Neben der formalen Darstellung lassen sich die

Gleichungen (2.38) und (2.39) in eine Form bringen, sodass ein anschaulicher Formalismus entsteht. Dazu werden diese nach den enthaltenen Winkelfunktionen aufgelöst.

$$\cos^2 (\Psi(s) + \Psi_0) = \frac{x^2(s)}{\epsilon \beta(s)}$$

$$\sin^2 (\Psi(s) + \Psi_0) = \left(-x' \sqrt{\frac{\beta(s)}{\epsilon}} - x \frac{\alpha(s)}{\sqrt{\beta(s)\epsilon}} \right)^2$$

Diese Zusammenhänge lassen sich mithilfe des Additionstheorems

$$\sin^2 (\Psi(s) + \Psi_0) + \cos^2 (\Psi(s) + \Psi_0) = 1$$

zu einer fundamentalen Gleichung der linearen Strahldynamik umformen:

$$\gamma(s)x^2 + 2\alpha(s)xx' + \beta(s)x'^2 = \epsilon \quad (2.43)$$

$$\text{mit } \gamma = \frac{1 + \alpha^2}{\beta} \quad (2.44)$$

Diese beschreibt die Courant-Snyder Ellipse, mit den Twiss-Parametern α , β und γ , und gibt das besetzte Phasenraumvolumen des Teilchenstrahls an (Abb. 2.7)[21].

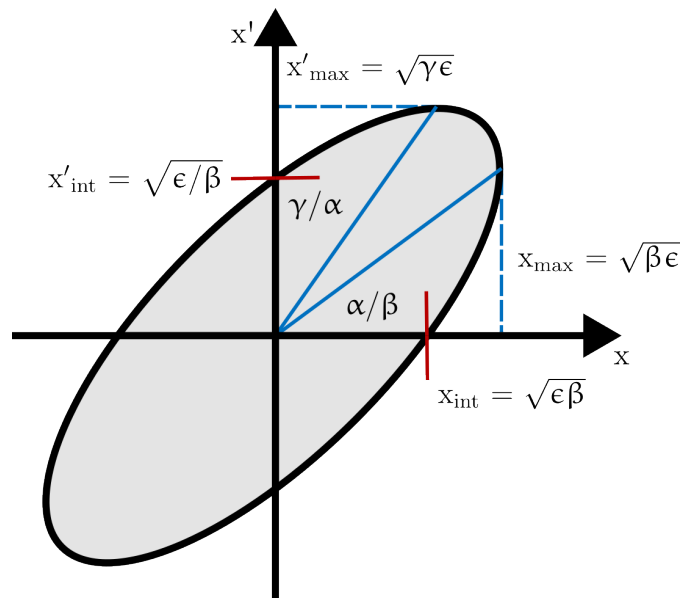


Abb. 2.7: Courant-Snyder-Ellipse. Abgebildet sind die wesentlichen Parameter zur Beschreibung der Ellipsenlage.

Die Lage der Ellipse gibt Aufschluss über den momentanen Verlauf der Strahleinhüllenden. So bedeutet eine nach links geneigte Ellipse einen fokussierten Strahl und eine rechts geneigte Ellipse einen defokussierten Strahl (2.8).

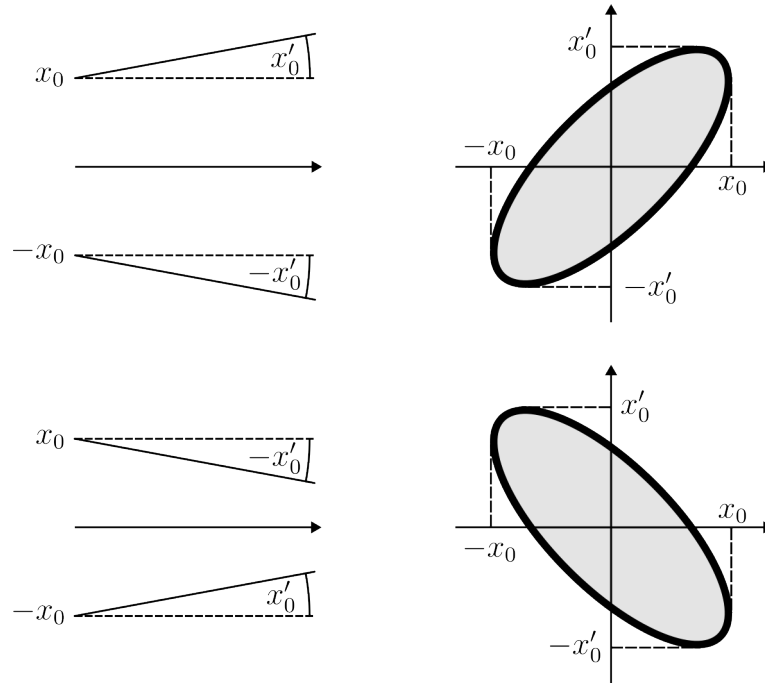


Abb. 2.8: Veranschaulichung der Ellipsenlage bzgl. eines fokussierten und defokussierten Strahls.

Die Emittanz ϵ ist als Fläche A der Ellipse definiert:

$$A = \pi\epsilon \quad (2.45)$$

$$\epsilon_{xx'} = \frac{1}{\pi} \iint dx dx' \quad (2.46)$$

Die Emittanz der verbleibenden 2D-Unterräume yy' und zz' ist analog definiert. Für eine bessere Beschreibung der inneren Struktur des besetzten Phasenraumvolumens hinsichtlich einer inhomogenen Teilchenverteilung wird die rms-Emittanz definiert [22], [23]:

$$\epsilon_{rms}^2 = \langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2 \quad (2.47)$$

Nach dem Satz von Liouville ist das Phasenraumvolumen erhalten, sofern ausschließlich konservative Kräfte wirken. Folglich bleibt die Emittanz unter jener Bedingung

entlang des Transportkanals ebenfalls erhalten. Für zwei Positionen entlang der Strahlachse mit der Transformation $(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0) \rightarrow (\alpha, \beta, \gamma)$ gilt:

$$\gamma_0 x_0^2 + 2\alpha_0 x_0 x_0' + \beta_0 x_0'^2 = \gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 \quad (2.48)$$

Für die Bestimmung der Transformationsmatrix der Twiss-Parameter wird die inverse der allgemeinen Transformationsmatrix \underline{M} (2.21) verwendet, deren Vorfaktor der inversen Determinante von \underline{M} entspricht und im Fall von konservativen Systemen 1 entspricht [15].

$$\underline{M}^{-1} = \frac{1}{CS' - SC'} \begin{pmatrix} S' & -S \\ -C' & C \end{pmatrix}, \quad \det \begin{pmatrix} C & S \\ C' & S' \end{pmatrix} = (CS' - SC')^{-1} = 1 \quad (2.49)$$

Die Koordinatentransformation

$$\vec{x}_0 = \underline{M}^{-1} \vec{x} = \begin{pmatrix} S' & -S \\ -C' & C \end{pmatrix} \vec{x} \quad (2.50)$$

wird in 2.48 eingesetzt und eine 3×3 Matrix abgeleitet, anhand welcher die Twiss-Parameter transformiert werden:

$$\begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C^2 & -2SC & S^2 \\ -CC' & CS' + SC' & -SS' \\ C'^2 & -2S'C' & S'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \alpha_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

In einem alternativen Ansatz wird die Ellipsengleichung 2.43 in einer Matrixdarstellung dargestellt:

$$\gamma(s)x^2 + 2\alpha(s)xx' + \beta(s)x'^2 = (x \quad x') \begin{pmatrix} \gamma & \alpha \\ \alpha & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \vec{x}^T \tau \vec{x} \quad (2.52)$$

Entsprechend gilt für den Fall der Erhaltung des Phasenraumvolumens unter Verwendung der Koordinatentransformation $\vec{x}_0 = \underline{M}^{-1} \vec{x}$ und $\vec{x}_0^T = \vec{x}^T (\underline{M}^{-1})^T$:

$$\vec{x}_0^T \tau_0 \vec{x}_0 = \vec{x}^T \tau \vec{x} \quad (2.53)$$

$$\vec{x}^T (\underline{M}^{-1})^T \tau_0 \underline{M}^{-1} \vec{x} = \vec{x}^T \tau \vec{x} \quad (2.54)$$

$$(\underline{M}^{-1})^T \tau_0 \underline{M}^{-1} = \tau \quad (2.55)$$

Für eine vereinfachte Darstellung wird v als inverse Matrix von τ eingeführt, sodass sich die Transformation wie folgt darstellt:

$$v = \tau^{-1} = \underline{M} v_0 \underline{M}^T \quad \text{mit } v = \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \gamma \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

In dieser Form kann die Transformation der Twiss-Parameter durch die identische Transformationsmatrix M der Einzelteilchen (2.21) beschrieben werden .

Teilchenverteilungen

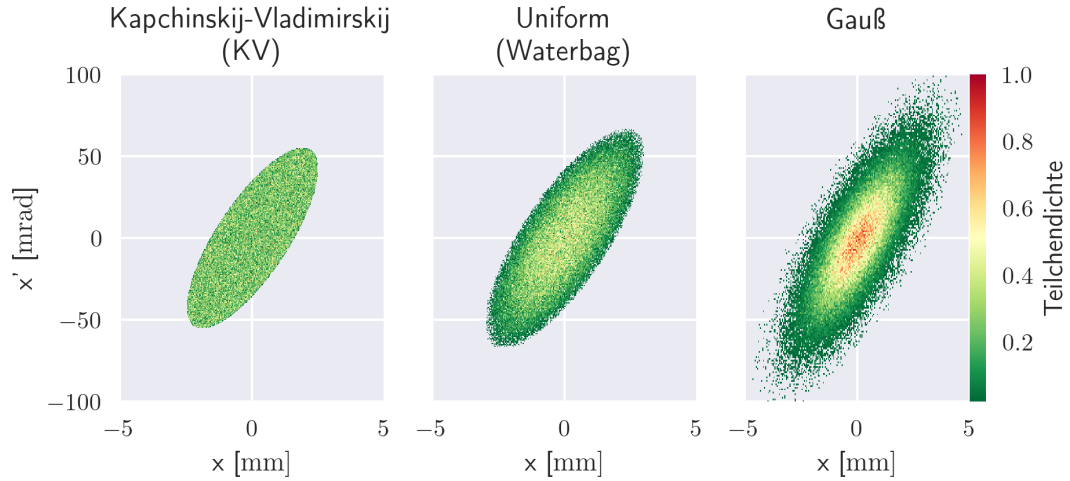


Abb. 2.9: Etablierte Varianten von generierten Teilchenverteilungen, welche in Strahldynamiksimulationen Anwendung finden. Von links nach rechts: KV-, Uniform-/ und Gaußverteilung.

Für die Auslegung von Fokussierelementen eines Beschleunigeraufbaus, werden möglichst realistische Teilchenverteilungen benötigt, welche den 6D-Phasenraum besetzen. In aktuellen Strahldynamikprogrammen kann meist zwischen drei etablierten Varianten ausgewählt werden, welche sich in der Besetzungswahrscheinlichkeit der transversalen Energieniveaus H_{\perp} unterscheiden. Diese setzen sich aus den transversalen Impulsen (P_x, P_y) und den Potentialen der Raumladung (ϕ_a) und externer Fokussierkräfte (ϕ_s) zusammen $(\phi = \phi_a + \phi_s)$ [24].

$$H_{\perp} = \frac{1}{2m} (P_x^2 + P_y^2) + q \phi(x, y) f(z) \quad (2.57)$$

Für die Angabe der Verteilungsfunktion $f(\Omega)$ werden die folgenden Abkürzungen eingeführt:

$$\Omega^2 = \frac{r^2}{a^2} + \frac{r'^2}{a'^2} ; x_{\max} = a ; x'_{\max} = a' \quad (2.58)$$

Die Verteilungsfunktionen, abgebildet in 2.9, sind wie folgt definiert:

- Kapchinskij-Vladimirskij (KV)-Verteilung: Alle Teilchen besitzen das identische transversale Energieniveau H_0 , weshalb der 4D-Phasenraum homogen gefüllt ist [25], [26]. $f(\Omega) = \frac{I}{\beta c \pi^2 a^2 a'^2} \delta(\Omega^2 - 1) \rightarrow \delta :=$ Delta-Distribution.

- **Gaußverteilung:** Die Besetzungswahrscheinlichkeit der Energieniveaus folgt einer Gaußverteilung. Die rms-Emittanz wird üblicherweise als die 2-fache Standardabweichung definiert. $f(\Omega) = \frac{I}{4\delta^2\beta c\pi^2 a^2 a'^2} \exp\left(-\frac{\Omega^2}{2\delta^2}\right)$.
- **Uniformverteilung (Waterbag):** Alle Energieniveaus sind mit der gleichen Wahrscheinlichkeit besetzt. $f(\Omega) = \frac{I}{\beta c\pi^2 a^2 a'^2} \theta(1 - \Omega^2) \rightarrow \delta = \frac{\tilde{x}^2}{a^2}$; $\tilde{x} = \frac{a}{2}$; $\theta :=$ Heaviside-Funktion.

Periodische Transportkanäle

Für den Fall einer Struktur, bei der sich Fokussiersysteme wiederholen, wird die Hill'sche Differentialgleichung periodisch,

$$x''(s) + k(s)x(s) = 0 \quad \text{mit} \quad k(s) = k(s + n \cdot C) \quad (2.59)$$

und dementsprechend die dazugehörigen Transformationsmatrizen:

$$\underline{M}(s) = \underline{M}(s + n \cdot C) = \underline{M}^N(s) \quad (2.60)$$

Nach dem Theorem von Floquet gilt diese Periodizität auch für die Twiss-Parameter [27]:

$$\begin{pmatrix} \alpha(s + n \cdot C) \\ \beta(s + n \cdot C) \\ \gamma(s + n \cdot C) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(s) \\ \beta(s) \\ \gamma(s) \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

Unter der Voraussetzung vereinfacht sich die Transformationsmatrix (2.42) mit dem Phasenvorschub je Strukturperiode μ zu:

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} \cos(\mu) + \alpha \sin(\mu) & \beta \sin(\mu) \\ -\gamma \sin(\mu) & \cos(\mu) - \alpha \sin(\mu) \end{pmatrix} \quad (2.62)$$

Für eine stabile Bewegung darf \underline{M}^N nicht divergieren und muss beschränkt sein. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn

$$\text{Tr}(\underline{M}) = M_{11} + M_{22} = 2 \cdot \cos(\mu) \leq 2 \quad (2.63)$$

$\text{Tr}(\underline{M})$ ist die Spur der Matrix, die Summe der Diagonalelemente. Als Stabilitätskriterium muss der Phasenvorschub μ im Intervall $[0, \pi]$ liegen.

Dieses Vorgehen wird auf komplexere Fokussierkanäle erweitert für welche ebenfalls Stabilitätsbedingungen bzgl. des Phasenvorschubs abgeleitet werden können. Das bekannteste und in Transportkanälen häufig verwendete Beispiel stellt der FODO-Kanal dar (siehe Abb. 2.10). Dieser besteht aus einem fokussierenden (Q_F) und defokussierenden (Q_D) Quadrupol, welche durch n Beschleunigungsspalte getrennt sind. Deren

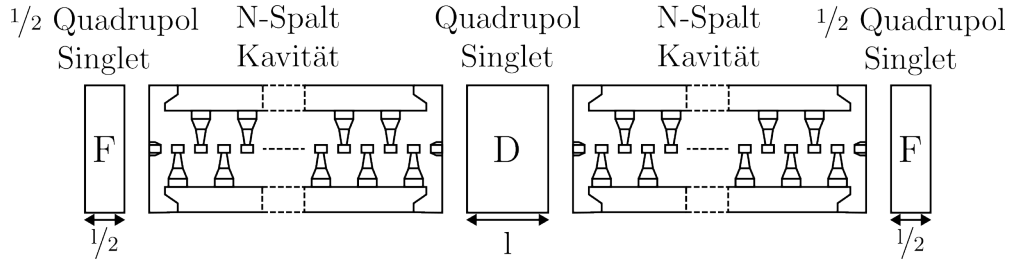


Abb. 2.10: Schema eines FODO-Kanals.

RF-Defokussierung und Drift zwischen den Spaltmitten wird mit der Matrix U^n bezeichnet.

Die Transformationsmatrix einer FODO-Zelle bestimmt sich wie folgt:

$$\underline{M} = Q_F \cdot U^n \cdot Q_D \cdot U^n \cdot Q_F$$

Zu beachten ist, dass der Beginn des FODO-Kanals in die Mitte der fokussierenden Linsen liegt und deren Länge in der Transformationsmatrix halbiert ist. Die Transformationsmatrix G für den Beschleunigungsspalt, modelliert als dünne Linse, ist in der Literatur wie folgt angegeben [28]:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\pi q E_0 T \sin(-\Phi)}{\gamma^3 \beta^2 m c^2} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

Die Berechnung der Transportmatrix der Beschleunigungssektion U^n ergibt sich durch eine Aneinanderreihung von Einheitszellen bestehend aus der dünnen Linse eines Beschleunigungsspalts sowie einer vorangestellten und nachfolgenden Drift. Die Driftstrecke entspricht jeweils dem mittleren halben Beschleunigungsspaltabstand p :

$$U^n = \prod_{i=0}^n (P \cdot G_i \cdot P)$$

$$P \cdot G_i \cdot P = \begin{pmatrix} 1 & \frac{p}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ s & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{p}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{sp}{2} & p + \frac{sp^2}{4} \\ s & 1 + \frac{sp}{2} \end{pmatrix}$$

Unter der Annahme einer identischen Defokussierung s für alle Beschleunigungsspalte wird der Ausdruck U^n näherungsweise zu einer einzigen Transportmatrix zusammengefasst:

$$U^n = \begin{pmatrix} 1 + sp \cdot 0.5n^2 + (sp)^2 \cdot \tau + \dots & np + sp^2 \sigma_2 + \dots \\ ns + s^2 p \sigma_1 + \dots & 1 + 0.5spn^2 + (sp)^2 \cdot \tau \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

mit

$$\tau = \frac{1}{24}(\tilde{n}^4 + 4\tilde{n}^3 + 5\tilde{n}^2 + 2\tilde{n}) \text{ mit } \tilde{n} = n - 1 \quad (2.66)$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{6}\tilde{n}^3 + \frac{1}{2}\tilde{n}^2 + \frac{1}{3} \quad (2.67)$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{4}n + \sigma_1 \quad (2.68)$$

Bei einer FODO Anordnung kann abhängig von der Beschleunigungsspaltfokussierung s und der Brennweite f^{-1} der Quadrupolanordnung ein Stabilitätsbereich für den Phasenvorschub $0^\circ - 180^\circ$ bestimmt werden [29](Abb. 2.11).

Dieses Prinzip kann auf Triplet-Kanäle angewendet werden [30]. Für das Erstellen einer symmetrischen Einheitszelle werden die mittleren Singlets der äußeren Triplets in der Mitte geteilt, siehe Abb. 2.12.

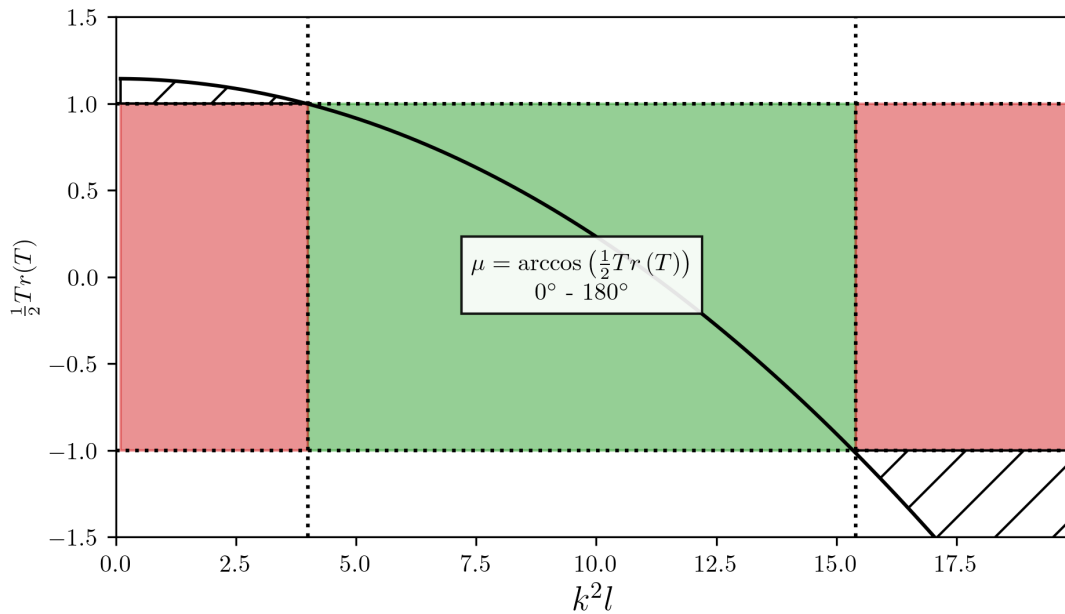


Abb. 2.11: Stabilitätsbereiche für eine konstante RF-Defokussierung in einem FODO Singlet-Kanal. In den roten Bereichen gilt $|\text{Tr}(M)| > 2$, sodass die Transportmatrix unbeschränkt ist und keine stabile Teilchenbewegung möglich ist.

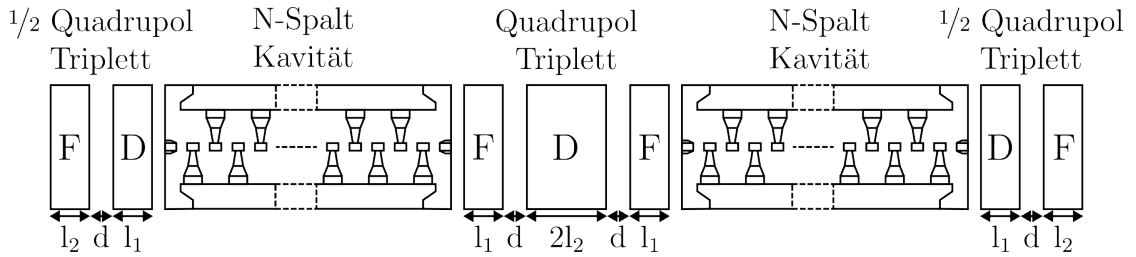


Abb. 2.12: Schema eines FDF-O-DFD-O Triplet-Kanals.

Basierend auf dieser Anordnung lässt sich folgende Transportmatrix für eine Triplet-Einheitszelle ableiten:

$$T = \underbrace{Q_{Fl_2} \cdot D \cdot Q_{Dl_1}}_{\frac{1}{2} \text{ Quadrupol Triplet}} \cdot U^n \cdot \underbrace{Q_{Fl_1} \cdot D \cdot Q_{Dl_2}^2 \cdot D \cdot Q_{Fl_1}}_{\text{Quadrupol Triplet}} \cdot U^n \cdot \underbrace{Q_{Dl_1} \cdot D \cdot Q_{Fl_2}}_{\frac{1}{2} \text{ Quadrupol Triplet}} \quad (2.69)$$

Für identische Singletlängen l_1 und l_2 in einem Quadrupoltriplett existieren zwei Stabilitätsbereiche für $\mu = 0^\circ$ bis 180° und $\mu = 180^\circ$ bis 360° , welche durch einen instabilen Bereich mit $\frac{1}{2} |Tr(T)| > 1$ getrennt sind (Abb. 2.13). Analog zu einem FODO-Kanal wird die inverse Brennweite der Linse zur Charakterisierung der Quadrupolstärke verwendet. Aufgrund der unterschiedlichen Brennweite der FDF-/ und DFD-Ebene wird nur der für beide Ebenen identische Anteil verwendet.

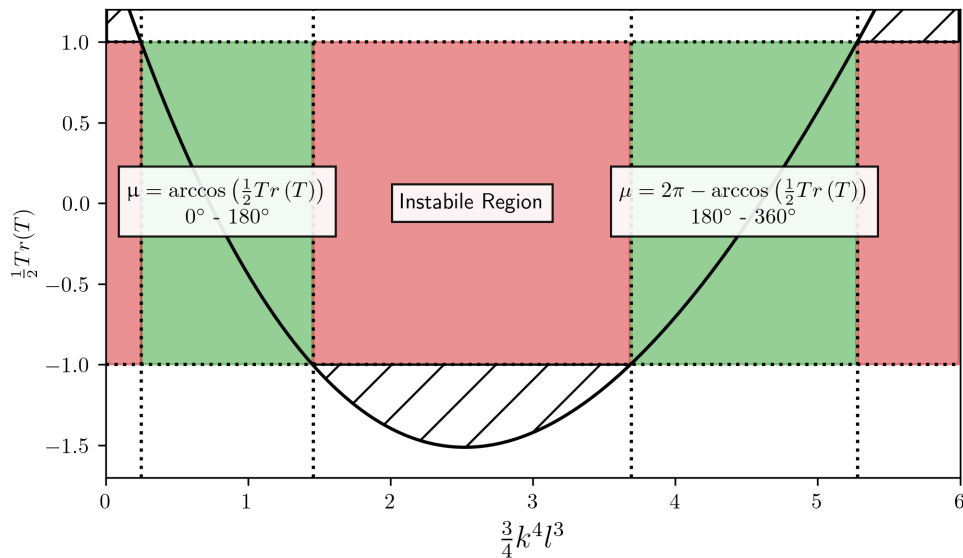


Abb. 2.13: Stabilitätsbereiche für eine konstante RF-Defokussierung in einem FDF-O-DFD-O Triplet-Kanal.

Die Unterscheidung zwischen Bereichen geschieht anhand der Ableitung der Matrixspur nach der inversen Brennweite $f^{-1} = \frac{4}{3}k^4l^3$.

$$\mu = \arccos\left(\frac{1}{2}\text{Tr}(T)\right) \text{ für } \frac{d}{d(f^{-1})}\text{Tr}(T) < 0$$

$$\mu = 2\pi - \arccos\left(\frac{1}{2}\text{Tr}(T)\right) \text{ für } \frac{d}{d(f^{-1})}\text{Tr}(T) > 0$$

Unabhängig von der RF-Defokussierung und Brennweite des Quadrupoltriplett bilden sich zwei getrennte Stabilitätsbereiche in der $s - \frac{1}{f}$ -Ebene (Abb. 2.14). Durch die Kürzung der Länge l_2 des inneren Singlet wird Brennweite beider Triplet-Ebenen angeglichen was zu einer Vergrößerung der Stabilitätsbereiche führt. Für eine Parameterkombination $(s, \frac{4}{3}k^4l^3)$ ist ein kontinuierlicher Übergang zwischen beiden Flächen möglich (Abb. 2.15).

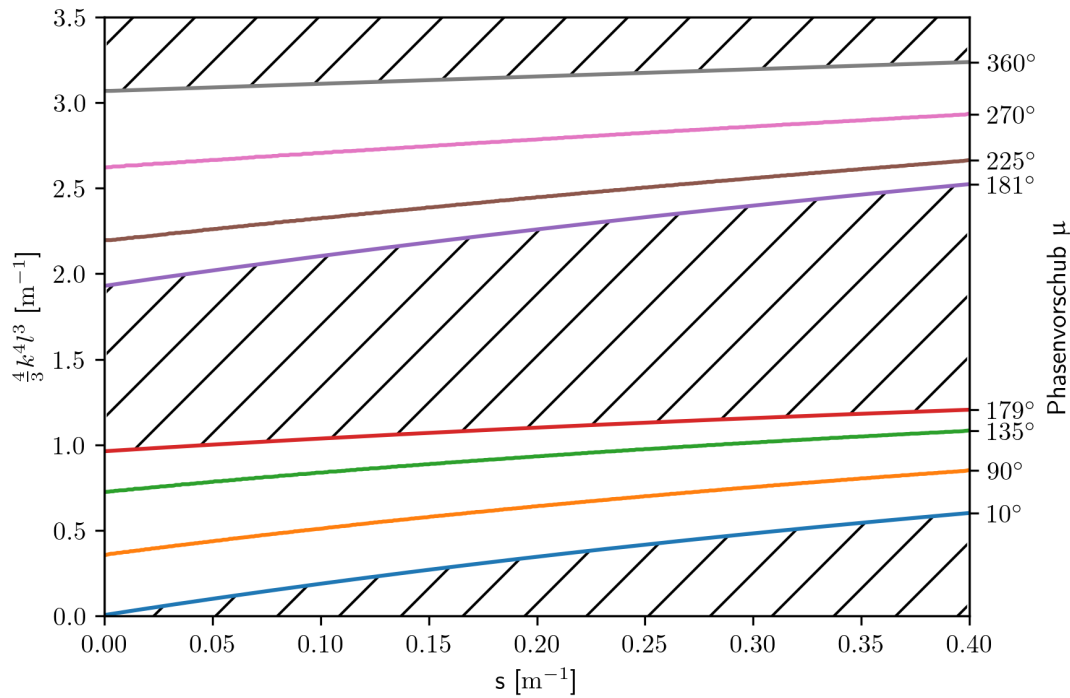


Abb. 2.14: Getrennte Stabilitätsbereiche für einen FDF-O-DFD Triplet-Kanal mit identischen Längen der Quadrupolsinglets ($l_1 = l_2$).

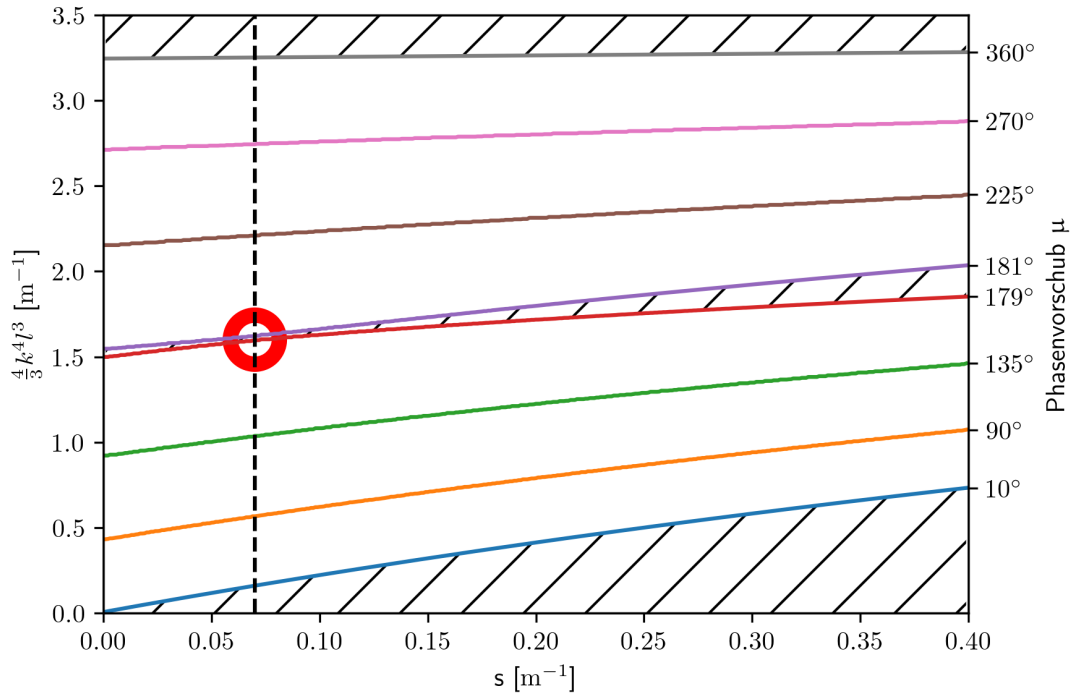


Abb. 2.15: Stabilitätsbereiche für einen Triplet-Kanal mit $l_1 > l_2$. In Rot ist der Übergang markiert, wodurch die Fokussierstärke kontinuierlich erhöht werden kann, ohne einen Instabilitätsbereich zu passieren.

2.1.5 Longitudinale Teilchendynamik

Neben den zwei transversalen Unterräumen ist ein ähnliches Konzept für die longitudinale Komponente des 6D-Phasenraums herleitbar. Betrachtet werden zwei benachbarte Beschleunigungszellen n und $(n-1)$ im Abstand l_{n-1} mit den RF-Phasen Φ_n und Φ_{n-1} . Für deren Differenz im Fall einer $\beta\lambda/2$ -Struktur gilt:

$$\Phi_n = \Phi_{n-1} + 2\omega \frac{l_{n-1}}{\beta_{n-1}c} \quad (2.70)$$

$$\text{mit } l_{n-1} = \beta_{s,n-1} \frac{\lambda}{2} \quad (2.71)$$

Anhand dessen wird die Änderung der Phasendifferenz zwischen dem Synchroneteilchen der Geschwindigkeit β_s sowie einem Teilchen der Geschwindigkeit β bestimmt:

$$\Delta(\Phi - \Phi_s)_n = 2\pi N \beta_{s,n-1} \left(\frac{1}{\beta_{n-1}} - \frac{1}{\beta_{s,n-1}} \right) \quad (2.72)$$

Unter der Bedingung das $\frac{\beta - \beta_s}{\beta_s} \ll 1$ lässt sich dieser Ausdruck wie folgt vereinfachen:

$$\Delta(\Phi - \Phi_s)_n = -2\pi N \frac{W_{n-1} - W_{s,n-1}}{mc^2 \gamma_{s,n-1}^3 \beta_{s,n-1}^2} \quad (2.73)$$

Für die Änderung der Energiedifferenz pro Zelle ergibt sich entsprechend der unterschiedlichen Phasen folgender Zusammenhang:

$$\Delta(W - W_s)_n = qE_0 T L_n [\cos(\Phi_n) - \cos(\Phi_{s,n})] \quad (2.74)$$

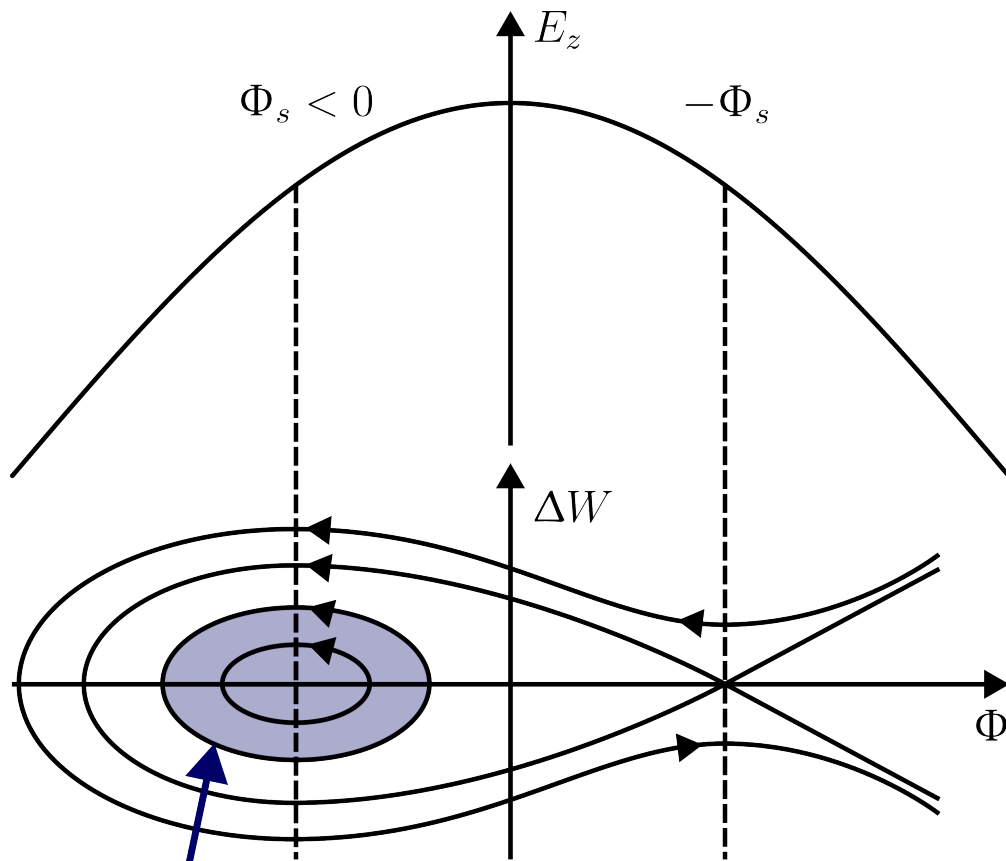
Gleichungen (2.73) und (2.74) beschreiben die Bewegung eines beliebigen Teilchens bzgl. des Synchronteilchens. Nach lassen sich beide Gleichungen zusammenfassen, um die longitudinale Bewegung entlang einer Beschleunigungsstrecke zu charakterisieren [28]:

$$\frac{Aw^2}{2} + B(\sin(\Phi) - \Phi \cos(\Phi_s)) = -B(\sin(\Phi_s) - \Phi_s \cos(\Phi_s))$$

$$A = \frac{2\pi}{\beta_s^3 \gamma_s^3 \lambda} \quad B = \frac{qE_0 T}{mc^2} \quad w = \frac{W - W_s}{mc^2}$$

Die Lösungen dieses Zusammenhangs sind in Abbildung (siehe Abbildung 2.16) dargestellt. Diese ist aus stabilen und instabilen Positionen eines Teilchens abhängig von der Synchronphase, sowie der Energieabweichung bzgl. des Sollteilchens, zusammengesetzt. Für negative Synchronphasen ist die Voraussetzung einer longitudinalen Fokussierung erfüllt, sofern die Energieabweichung ΔW klein genug ist. Für diesem Fall existiert ein Bereich, in welchem die Teilchen um das Sollteilchen oszillieren und den Bunch nicht verlassen. Bei höheren Energieabweichungen resultiert eine instabile Veränderung der Phase, welche zum Verlust des Teilchens führt.

Zusätzlich sei an dieser Stelle die KONUS (Kombinierte Null Grad Struktur) Strahldynamik erwähnt. Bei dieser wird die Beschleunigungsspalt-Struktur in zwei Sektionen mit unterschiedlicher Synchronphase des Sollteilchens aufgeteilt. Der erste Teil des Beschleunigers besteht aus einer geringen Anzahl von Beschleunigungsspalten ausgelegt für eine negative Synchronphase und die Teilchenpakete werden synchron zu dieser beschleunigt. Der zweite Teil ist für eine Synchronphase von 0° und einer geringeren Teilchenenergie ausgelegt. Durch eine verlängerte Drift im Übergang zwischen beiden Sektionen erreichen die Teilchen den ersten Beschleunigungsspalt der zweiten Sektion verspätet, sodass die Teilchen den Spalt bei einer positiven HF-Phase passieren. Aufgrund der höheren Energie in Relation zum Sollteilchen kommt es zu einer kontinuierlichen Verringerung der HF-Phase, sodass die Teilchen am Ende der Sektion wieder eine negative Phase besitzen und eine longitudinale Fokussierung erfahren. Im Vergleich zu einer konstanten negativen Sollphase führt dies zu einem höheren Energiegewinn und einer geringeren transversalen RF-Defokussierung [30].



Stabiler „Bucket“

Abb. 2.16: Separatrix für die Beschleunigung mit einer Sollphase $\Phi_s < 0^\circ$

2.2 Permanentmagnetismus

Basis der Entstehung von Permanentmagneten ist die Ausrichtung von mikroskopischen Dipolen in eine gemeinsame Richtung. Diese haben ihren Ursprung im Spin und Drehimpuls von Elektronen, deren Richtung in Subvolumen, sogenannten Domänen, durch äußere Magnetfelder in eine identische Richtung gerichtet werden. Makroskopisch betrachtet, entspricht dies näherungsweise einer konstanten Magnetisierungsrichtung des gesamten magnetisierten Körpers, auch wenn die Magnetisierung der einzelnen Domänen nicht parallel zueinander ist. Anschaulich kann ein Dipol durch eine stromdurchflossene Leiterschleife (2.17a) oder eine Ladungsverteilung mit zwei gegenüberliegenden Polen (2.17b) modelliert werden.

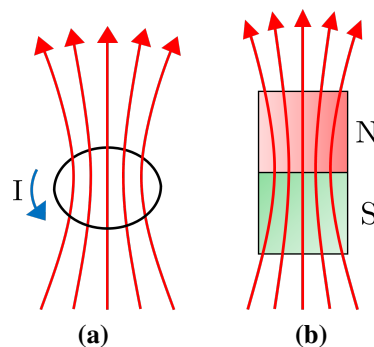


Abb. 2.17: Äquivalenzmodelle zur Visualisierung einer Magnetisierung durch (a) eine stromdurchflossene Leiterschleife und (b) einer magnetischen Ladungsverteilung.

Die Magnetisierung \vec{M} teilt sich in den Dipol-Anteil \vec{M}_{Dipol} und den durch externe Magnetfelder \vec{H} verursachten Anteil \vec{M}_{H} auf:

$$\vec{M} = \vec{M}_{\text{Dipol}} + \vec{M}_{\text{H}} \quad (2.75)$$

Entsprechend ergibt sich als resultierende Magnetische Flussdichte mit Einführung der remanenten Flussdichte \vec{B}_r [31]:

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M}_{\text{Dipol}} + \vec{M}_{\text{H}} \right) = \mu_0 \left(\vec{H} + \frac{\vec{B}_r}{\mu_0} + \chi_m \vec{H} \right) \\ &= \mu_0 \mu_r \vec{H} + \vec{B}_r \end{aligned} \quad (2.76)$$

Die magnetische Suszeptibilität χ_m beschreibt, wie stark Materie unter Einwirkung von äußeren Magnetfeldern magnetisiert werden kann. Diese wird mit $\mu_r = \chi_m + 1$ substituiert, welche die Beziehung in eine übersichtlichere Form bringt. Für eine Absenz von

externen Magnetfeldern ($\vec{H} = 0$) entspricht die resultierende Flussdichte der remanenten Flussdichte.

2.2.1 Lösung der Maxwellgleichung

Das Verhalten der erzeugten Magnetfelder von Permanentmagneten kann durch die magnetostatischen Maxwellgleichungen abgeleitet werden [32]:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (2.77)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.78)$$

Nach dem Helmholtz-Theorem ist ein Vektorfeld durch den rotationsfreien Gradienten eines Skalarfelds ψ und der divergenzfreien Rotation eines Vektorfeldes \vec{A} definiert [33]:

$$\vec{F}(\vec{x}) = -\nabla\psi(\vec{x}) + \nabla \times \vec{A}(\vec{x}) \quad (2.79)$$

Durch die separate Betrachtung des Skalarfeldes und des Vektorfeldes vereinfacht sich die Lösung der makroskopischen Maxwellgleichungen 2.77 und 2.78 [31][34]. Die Rotation des Vektorpotentials \vec{A} ersetzt die magnetische Flussdichte:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.80)$$

Da die Divergenz einer Rotation 0 beträgt, sofern \vec{A} ein konservatives Vektorfeld ist [$\nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$], erfüllt das Vektorpotential die Quellenfreiheit von Magnetfeldern. Die Definition des Vektorpotentials ist allerdings nicht eindeutig gegenüber der Transformation mit der Divergenz eines Skalarfeldes χ :

$$\nabla \times (\vec{A} - \nabla\chi) = \nabla \times \vec{A} - \underbrace{\nabla \times \nabla\chi}_{=0} \quad (2.81)$$

Diese Eichfreiheit und der Umstand, dass $\nabla \cdot \vec{A}$ keine physikalische Relevanz hat, wird zur sogenannten Coulomb-Eichung genutzt ($\nabla \cdot \vec{A} = 0$), welche die Berechnung des Vektorpotentials vereinfacht. Durch Einsetzen von 2.80 in das Durchflutungsgesetz kann der Ausdruck in die Form der Laplace Gleichung gebracht werden. Dabei wird der Zusammenhang 2.76 zum Ersetzen der magnetischen Feldstärke verwendet:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_0 \mu_r} (\vec{B} - \vec{B}_r) = \vec{J} \quad (2.82)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_r \mu_0 \left(\vec{J} + \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \nabla \times \vec{B}_r \right) \quad (2.83)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu_0 \left(\mu_r \vec{J} + \nabla \times \vec{M}_{\text{Dipol}} \right) \quad (2.84)$$

$$\underbrace{\nabla(\nabla \cdot \vec{A})}_{=0} - \Delta \vec{A} = \mu_0 \left(\mu_r \vec{J} + \nabla \times \vec{M}_{\text{Dipol}} \right) \quad (2.85)$$

$$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \left(\mu_r \vec{J} + \vec{J}_m \right) \quad (2.86)$$

Im letzten Schritt wurde die Magnetisierung durch eine äquivalente fiktive Stromdichte ersetzt. Die Lösung des Vektorpotentials entspricht der allgemeinen Lösung der Laplace-Gleichung:

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_r \vec{J}(\vec{x}') + \vec{J}_m(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} dv' \quad (2.87)$$

Durch Einsetzen in die Definition des Vektorpotentials 2.80 kann abschließend die allgemeine Lösung für die magnetische Flussdichte gefunden werden. Diese ist aufgeteilt in die Anteile aus einer realen Stromdichteverteilung und der Ersatzstromdichte zur Modellierung der Magnetisierung:

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{J}(\vec{x}') \times \frac{(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} dv' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{J}_m(\vec{x}') \times \frac{(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} dv' \quad (2.88)$$

Eine Alternative Betrachtung ist die Einführung einer fiktiven magnetischen Ladungsverteilung ρ_m . Dies wird durch die Definition des magnetischen Skalarpotentials Ψ abgeleitet:

$$-\nabla \Psi = \vec{H} \quad (2.89)$$

Mit dem Zusammenhang 2.76 kann dies ebenfalls in die Form der Laplace-Gleichung gebracht werden:

$$-\nabla \cdot \Psi = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} (\vec{B} - \vec{B}_r) \quad (2.90)$$

$$-\Delta \Psi = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} (\nabla \cdot \vec{B} - \nabla \cdot \vec{B}_r) \quad (2.91)$$

$$\Delta \Psi = \underbrace{-\nabla \cdot \vec{M}_{\text{Dipol}}}_{\rho_m} \frac{1}{\mu_r} \quad (2.92)$$

Entsprechend folgt:

$$\Psi = \frac{1}{4\pi\mu_r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho_m(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} dv' \quad \text{bzw.} \quad \vec{H}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\mu_r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho_m(\vec{x}')(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} dv' \quad (2.93)$$

2.2.2 Randbedingungen der Magnetostatik

Gaußscher Zylinder

Für die Bestimmung der Randbedingungen beim Übergang zwischen zwei Medien mit unterschiedlicher Permeabilität wird der Gaußsche Integralsatz herangezogen. Für diesen wird ein Zylinder mit der Grundfläche A und der Mantelfläche M definiert, welcher von der Grenzfläche der Medien geschnitten wird (Abb. 2.18).

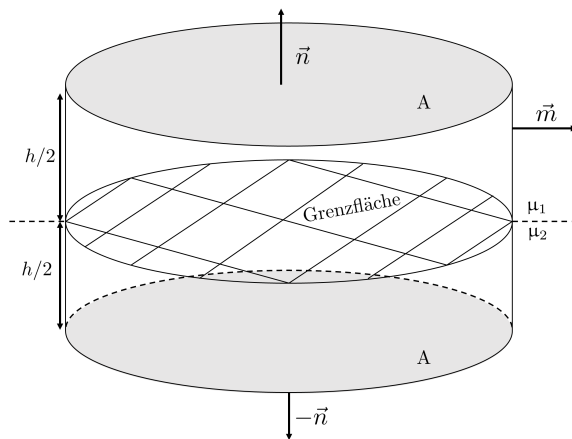


Abb. 2.18: Zylinder dessen Grundflächen sich jeweils in Medien mit unterschiedlicher magnetischer Permeabilität (μ_1 , μ_2) befinden.

Entsprechend folgt für das Oberflächenintegral:

$$\int_V \nabla \vec{B} dV = \oint_O \vec{B} \vec{n} dA \quad (2.94)$$

$$0 = \int_A \vec{B}_1 \vec{n} dA' + \int_A \vec{B}_2 (-\vec{n}) dA' + \underbrace{\int_M \vec{B} \vec{m} dA'}_{=0 \rightarrow A \gg M} \quad (2.95)$$

$$(2.96)$$

Wird die Zylinderhöhe h hinreichend klein gewählt, kann der Beitrag der Mantelfläche vernachlässigt werden. Daraus folgt, dass die Normalkomponente des magnetischen Flusses stetig ist.

$$0 = (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \vec{n} \quad (2.97)$$

Daraus lässt sich die Unstetigkeit der Magnetfeldstärke ableiten. Angenommen wird zusätzlich eine Magnetisierung von Medium 2 [35]:

$$\left(\mu_1 \vec{H}_1 - (\mu_2 \vec{H}_2 + \vec{B}_r) \right) \vec{n} = 0 \quad (2.98)$$

$$\left(\mu_1 \vec{H}_1 - \mu_2 \vec{H}_2 \right) \vec{n} = \vec{B}_r \vec{n} \quad (2.99)$$

Ampèresche Schleife

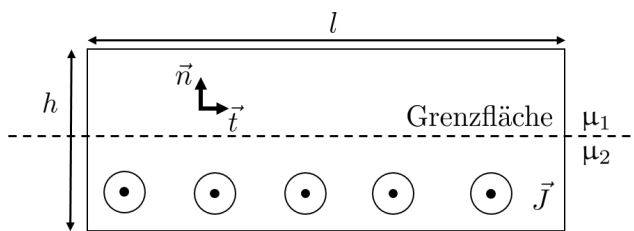


Abb. 2.19: Geschlossene Kurve zur Anwendung des Ampèreschen Gesetzes, welche einen Strompfad im zweiten Medium einschließt. \vec{n} ist ein Einheitsvektor normal und \vec{t} ein Einheitsvektor tangential zur Grenzfläche.

Die Stetigkeitsbedingung für die zur Grenzfläche tangentialen Komponenten wird aus dem Ampèreschen Gesetz abgeleitet. Dazu wird eine Schleife definiert, welche die Grenzfläche schneidet (Abb. 2.19). Unter Berücksichtigung der Integrationsrichtung bezogen auf die definierten Einheitsvektoren (\vec{n} und \vec{t}) teilt sich die geschlossene Kurve in vier Teile auf.

$$I = \oint \vec{H} \, d\vec{l} \quad (2.100)$$

$$I = \int_{l_1} \vec{H}_1 \vec{t} \, dl + \int_{l_2} \vec{H}_2 (-\vec{t}) \, dl + \int_h \vec{H} \vec{n} \, dh' + \int_h \vec{H} (-\vec{n}) \, dh' \quad (2.101)$$

$$(2.102)$$

Aufgrund des identischen Integrationsweges mit unterschiedlicher Integrationsrichtung neutralisieren sich die zur Grenzfläche senkrechten Anteile, sodass folgt, dass sich die tangentiale Komponente der magnetischen Feldstärke um die frei Stromdichte ändert. Liegt keine Stromdichte vor, ist die Feldkomponente stetig.

$$\frac{dI}{dl} = j = (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \vec{t} \quad (2.103)$$

Für die tangentiale Komponente der magnetischen Flussdichte folgt:

$$j = \left(\frac{1}{\mu_1} \vec{B}_1 - \frac{1}{\mu_2} (\vec{B}_2 - \vec{B}_r) \right) \vec{t} \quad (2.104)$$

$$j - \frac{1}{\mu_2} \vec{t} \vec{B}_r = \left(\frac{1}{\mu_1} \vec{B}_1 - \frac{1}{\mu_2} \vec{B}_2 \right) \vec{t} \quad (2.105)$$

Unabhängig von freien Strömen und einer Magnetisierung ist diese unstetig [35].

2.3 Halbach Design

Die Anordnung von Permanentmagneten zur Realisierung eines Multipolfelds basiert auf dem nach K. Halbach benannten Halbach-Array. Ursprünglich von J.C. Mallinson theoretisch beschrieben [36] wurde ein permanentmagnetischer Quadrupol erstmals von Halbach praktisch umgesetzt [37]. Das Array bezieht sich grundlegend auf eine lineare Anordnung von Permanentmagneten, mit variierender Magnetisierungsrichtung benachbarter Magnete, wodurch die magnetische Flussdichte einseitig verstärkt und auf der gegenüberliegenden Seite abgeschwächt wird. Dieses Prinzip wird bei einem Halbach-Zylinder auf eine kreisförmige Anordnung übertragen. Anhand der in 2.106 angegebenen Magnetisierungsrichtung können Multipole der n -ten Ordnung (n Polpaare) konfiguriert werden. Der Parameter n ist anschaulich die Anzahl der Umdrehungen, welcher der Magnetisierungsvektor bei einem Umlauf des Rings durchführt, siehe Abb. 2.20.

$$\vec{M} = M_r \left[\cos \left(n \left(\phi - \frac{\pi}{2} \right) \right) \vec{e}_\rho + \sin \left(n \left(\phi - \frac{\pi}{2} \right) \right) \vec{e}_\phi \right] \quad (2.106)$$

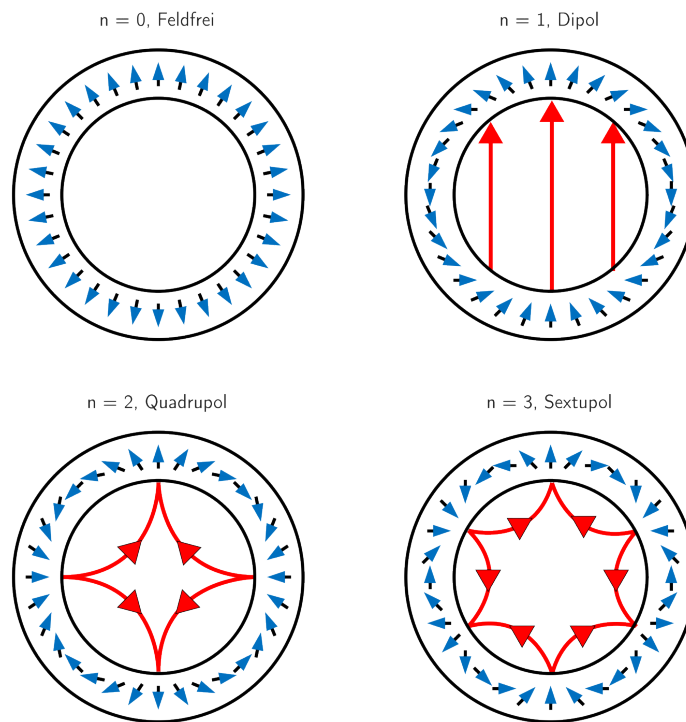


Abb. 2.20: Magnetisierungsrichtung eines Halbach-Zylinders bis zur vierten Ordnung.

Für eine technische Realisierung wird die kontinuierliche Änderung der Magnetisierungsrichtung durch diskrete Magnete angenähert. Eine hohe Anzahl an diskreten Magneten führt zu einer besseren Näherung der Multipolkonfiguration ist aber technisch aufwendiger, sodass ein Kompromiss aus Komplexität der Magnetkonfiguration und Homogenität des Multipolfeldes gefunden werden muss. Am Beispiel eines Quadrupols in Abbildung 2.21 ist das generelle Prinzip der einseitigen positiven bzw. negativen Überlagerung der Magnetfelder der Einzelmagnete gezeigt. Die Magnetisierungsrichtung der Magnete ergibt sich abhängig von ihrer Winkelposition nach 2.106 (ϕ ist um $\pi/4$ verschoben, um der für die Strahldynamik typischen Quadrupolausrichtung zu entsprechen).

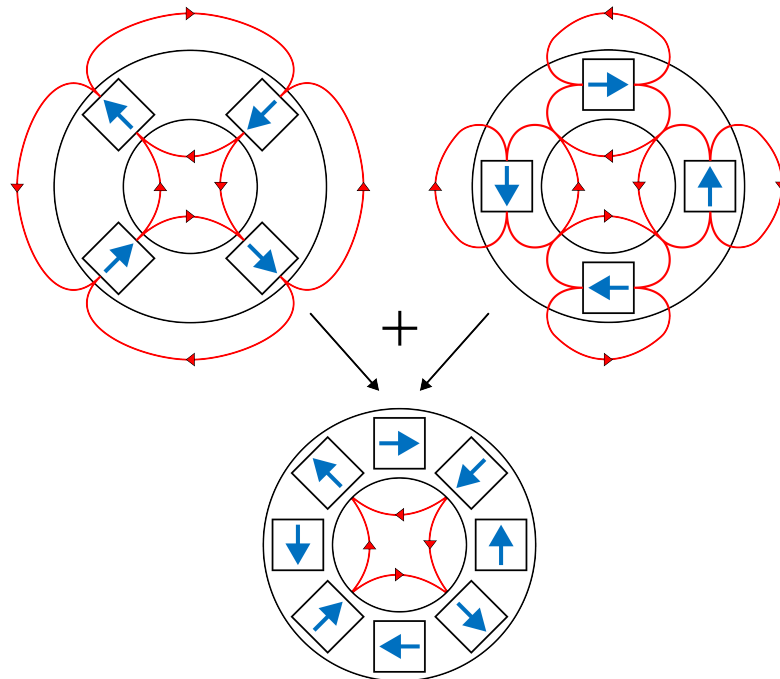


Abb. 2.21: Kombination eines magnetischen Quadrupols und Oktupols zu einem reinen Quadrupol.

3 Permanentmagnetische Solenoide

In diesem Kapitel werden zwei unterschiedliche Solenoiddesigns aus Permanentmagneten vorgestellt. Dazu werden die grundlegenden Designentscheidungen anhand von zylinderförmigen Permanentmagneten begründet. Für eine kostengünstige Realisierung werden Anordnungen abgeleitet, welche auf Quadermagneten basieren.

Zur Charakterisierung der Fokussierstärke eines Solenoiden wird die z-Komponente der mittleren magnetischen Flussdichte $\langle B_z \rangle$ entlang der Magnetachse verwendet:

$$\langle B_z \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} B_z(z) dz}{L}$$

L := Solenoidlänge

Für die Bestimmung der Magnetfeldverteilung wird das Simulationsprogramm CST Studio Suite¹ verwendet, welches eine hohe Anzahl an Subroutinen zur Lösung von elektromagnetischen Problemstellungen beinhaltet. Diese unterteilen die definierten Strukturen in Subvolumina und lösen lokal die Maxwell-Gleichungen basierend auf durch den Benutzer definierten Quellen von elektromagnetischen Feldern. Für diese Arbeit wird der magnetostatische „Solver“ verwendet. In diesem Unterprogramm kann Objekten eine konstante Magnetisierung zugewiesen werden, wodurch komplexe Strukturen bestehend aus mehreren Permanentmagneten analysiert werden können.

Für eine Bewertung der untersuchten Strukturen aus strahldynamischer Sicht wird Tracwin² verwendet. In diesem Strahldynamiksimulationsprogramm kann die Bewegung einer Teilchenverteilung durch Kanäle bestehend aus unterschiedlichen Beschleunigungs- / bzw. Strahltransportelementen (Beschleunigungsspalte, Quadrupole, Driften, etc.) analysiert werden. Die zugrundeliegenden Felder können sowohl parametrisch durch Tracwin selbst erstellt oder als „Fieldmap“ importiert werden. Bei diesen werden beliebige Feldverteilungen, welche in externen Programmen erstellt werden, dem Simulationscode zur Verfügung gestellt. Dadurch können strahldynamische Auswirkungen der in CST erstellten Strukturen direkt analysiert werden.

¹<https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/electromagnetic-simulation/>

²<http://irfu.cea.fr/Sacm/logiciels/index3.php>

3.1 Grunddesign

In der einfachsten Form wird ein permanentmagnetischer Solenoid (PM-Solenoid) durch einen einzelnen Hohlzylinder mit einer konstanten axialen Magnetisierung entlang der Symmetrieachse realisiert. Dies erzeugt eine Feldverteilung welche einem charakteristischen Solenoidfeld ähnelt. Dieses setzt sich aus radialen Feldkomponenten am Strukturrand, welche die notwendige Geschwindigkeitskomponente der Einzelteilchen für eine Fokussierung innerhalb des Solenoiden erzeugen und dem innerhalb des Solenoiden parallel zur Solenoidachse verlaufenden Feldkomponenten zusammen. Signifikanter Unterschied ist eine Umkehr der axialen Feldkomponente im Randbereich, siehe Abb. 3.1. Für die Bestimmung der mittleren Flussdichte $\langle B_z \rangle$ abhängig von der radialen Position innerhalb des Solenoiden werden in CST fünf Achsen parallel zur Symmetrieachse versetzt definiert auf welchen das Magnetfeld ausgewertet wird (Abb. 3.2b).

Durch diese Konfiguration wird ein näherungsweise trapezförmiger Verlauf der axialen Komponente der Flussdichte innerhalb des Solenoiden erreicht (Abb. 3.3). Abhängig von der radialen Position der Achse bilden sich im Randbereich des Solenoiden Abweichungen. Angedeutet ist ebenfalls ein Abfall des Magnetfelds im Zentrum des Solenoiden. Die Auswirkung auf die Fokussierstärke und mögliche Lösungsansätze werden in späteren Abschnitten besprochen.

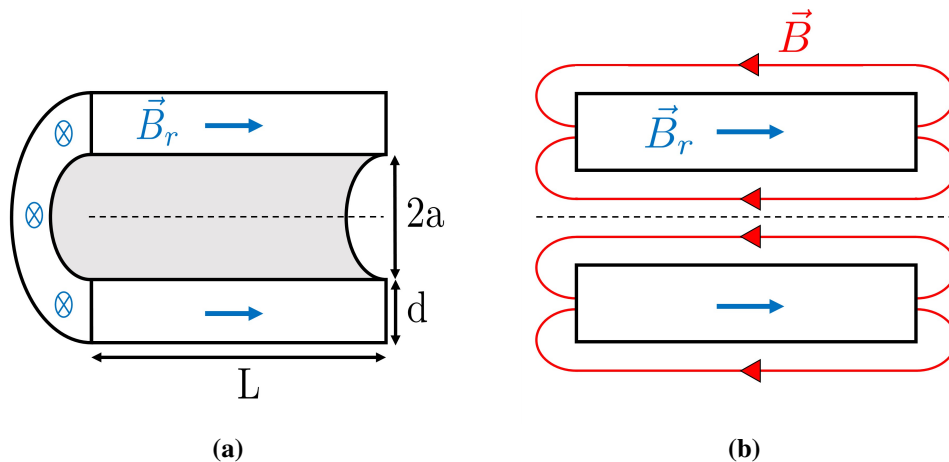


Abb. 3.1: Schematische Darstellung eines permanentmagnetischen Solenoiden bestehend aus einem einzelnen axial magnetisierten Zylinder. Im einfachen Zylinderdesign wird der PM-Solenoid durch die freien geometrischen Parameter Magnetdicke d , Magnetlänge L und dem Aperturradius a beschrieben.

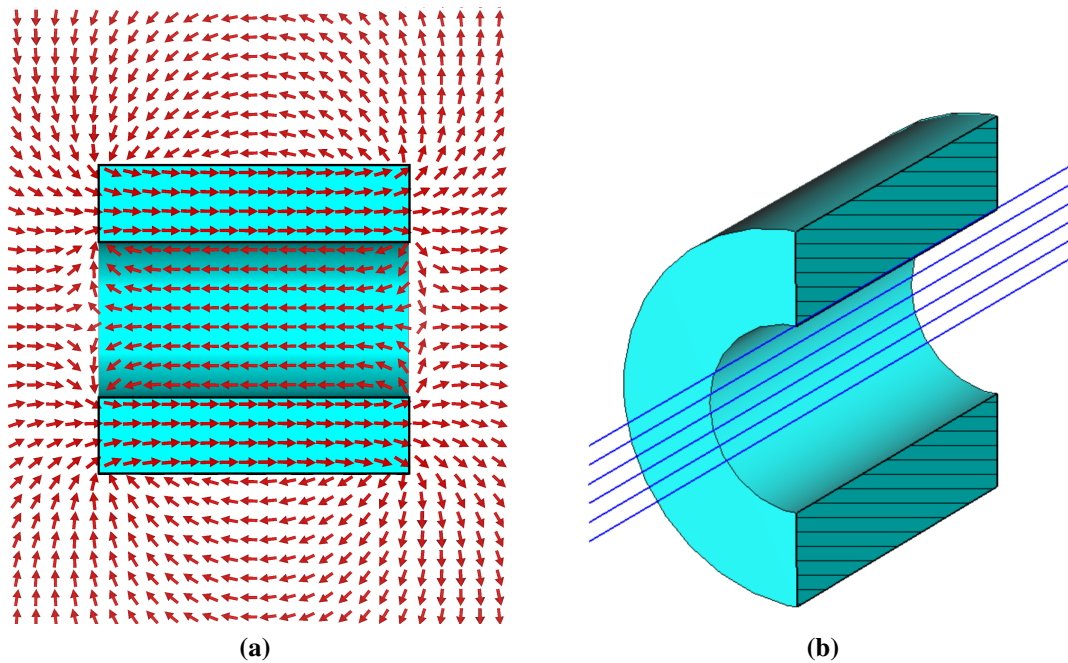
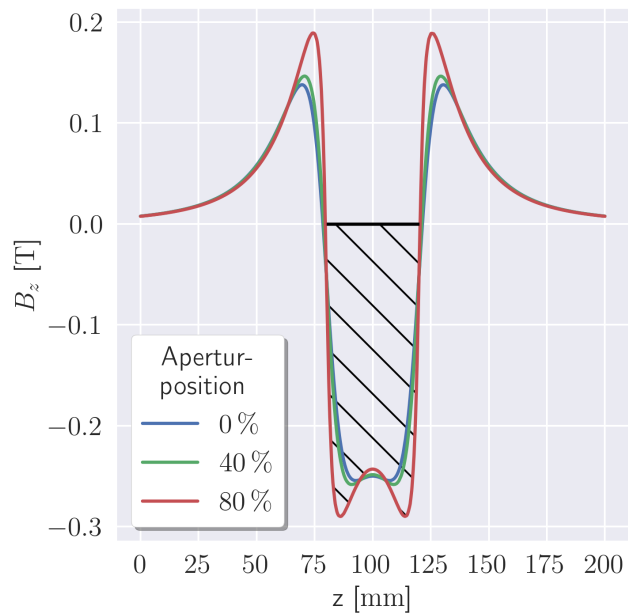


Abb. 3.2: (a) Magnetfeldverteilung einer Halbebene eines einzelnen Hohlzylinders. (b) CST-Design eines einzelnen Zylindersolenoids.

Abb. 3.3: Feldverlauf der B_z -Komponente bei unterschiedlichen radialen Positionen für einen 40 mm langen PM-Solenoiden bestehend aus einem einzelnen Zylindermagneten. Die markierte Fläche entspricht der mechanischen Länge.



3.1.1 Kopplung zwischen Magnetlänge und mittlerer Flussdichte

Für die Analyse der Auswirkung der Solenoidlänge auf die Entwicklung der mittleren Flussdichte werden vier Parameterkombinationen von Solenoidlänge und dem Verhältnis Magnetdicke zu Apertur verglichen. Dies deckt kompakte ($d/a = 1$) und massive ($d/a = 6$) Solenoide ab und berücksichtigt eventuelle Kopplungen zwischen Solenoidlänge und Aperturradius ($a = 10$ mm und $a = 20$ mm).

In Abb. 3.4 ist die Entwicklung der mittleren Flussdichte für ein Anwachsen der Solenoidlänge von 20 mm auf 100 mm dargestellt. Die Flussdichte ist prozentual gegenüber dem Referenzwert bei einer Länge von 20 mm angegeben. Die Verlängerung der Solenoide führt zu einem Absinken der mittleren Flussdichte für alle Parameterkombinationen. Umso massiver der Solenoid, d.h. je größer d/a , desto geringer ist der Einfluss der Länge.

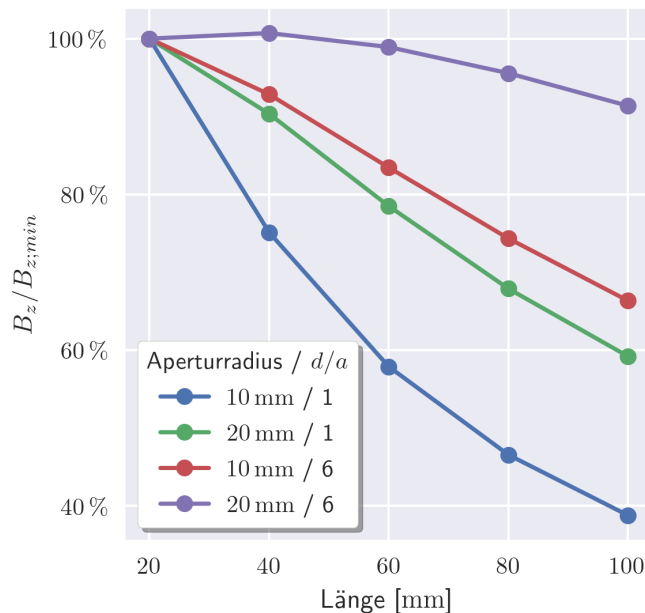


Abb. 3.4: Mittlere Flussdichte für einen Anstieg der Solenoidlänge für vier Parameterkombinationen von Aperturradius und relativer Magnetdicke. Die Flussdichte ist prozentual zum Referenzwert bei einer Länge von 20 mm angegeben ($B_{z, \min}$).

Ursächlich ist eine Abschwächung der Kopplung der Polflächen des Zylinders über das Aperturvolumen. Dies zeigt sich in einem Absinken der Flussdichte im Zentrum des Solenoiden und es bildet sich eine Senke, siehe Abb. 3.4. Die Fokussierstärke eines Solenoiden skaliert quadratisch mit der mittleren magnetischen Feldstärke und linear mit der Solenoidlänge ($1/f \sim B_z^2 l$, siehe Abschnitt 2.1.3). Für die Parameterkombinationen mit einem Aperturradius von 10 mm und dem Verhältnis d/a von 1 führt eine Vervierfachung der Zylinderlänge zu einer Halbierung der mittleren Flussdichte. D.h. die Fokussierstärke bleibt konstant.

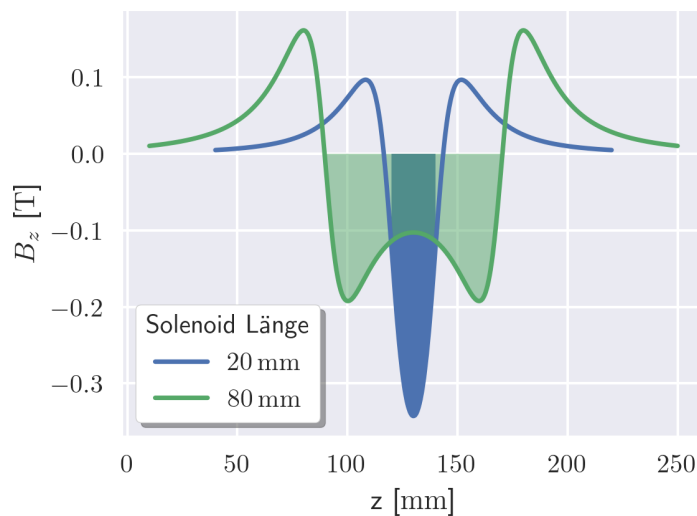


Abb. 3.5: Verlauf von B_z entlang der Solenoidachse für die Solenoidlänge L von 20 mm und 80 mm bei ansonsten identischer Geometrie. Die gefüllte Fläche markiert die mechanische Länge der Solenoide.

Dies lässt sich anschaulich anhand eines 320 mm langen Transportkanals verdeutlichen (Abb. 3.6). Für die Strahldynamiksimulation wurden die 20 mm bzw. 80 mm langen Solenoide, bei ansonsten identischer Geometrie, in CST erstellt und die Magnetfeldverteilung in Form von Fieldmaps exportiert. Die Strahlparameter sind in Tabelle 3.1 gelistet.

In Abb. 3.7 sind die Envelopen und Ausgangsverteilungen der beiden Transportkanäle dargestellt. Der Strahl wird im Fall der 80 mm Solenoide geringfügig stärker fokussiert und der Strahldurchmesser ist aufgrund der kontinuierlichen Fokussierung geringer. Eine Verlängerung ist für bzgl. des Außendurchmessers kompakte PM-Solenoid ineffizient und kann im Extremfall zu einem Absinken der Fokussierstärke führen. Lösungsansätze in Form einer Weiterentwicklung des PM-Solenoid Designs werden im folgenden Abschnitt vorgestellt.

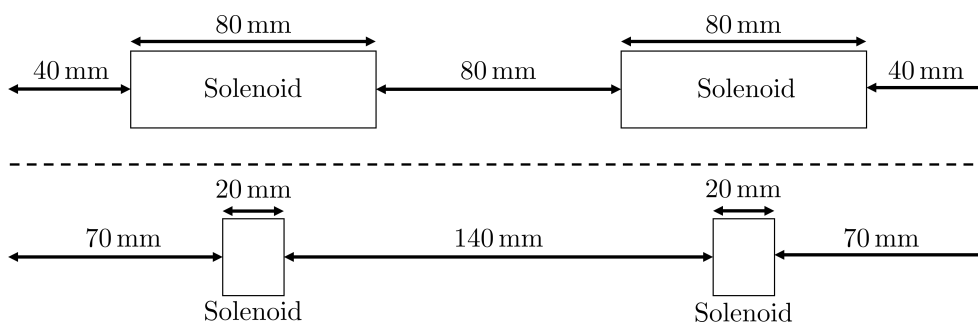
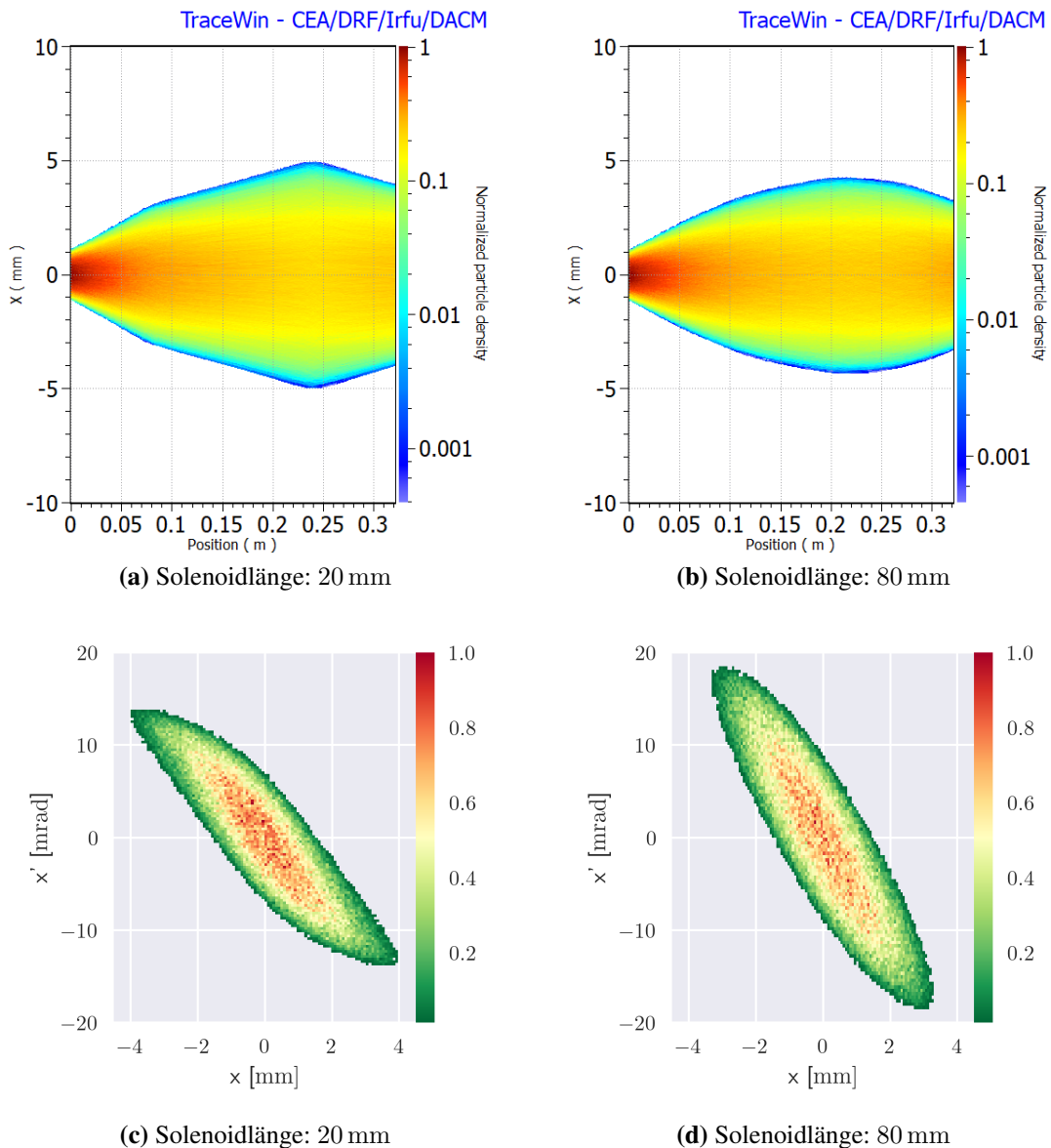


Abb. 3.6: Transportkanal mit jeweils zwei Solenoiden. Beide Kanäle unterscheiden sich nur in der Länge der Solenoide.

Simulationsparameter			
Frequenz	DC-Strahl	A/q	4
N_{part}	$2 \cdot 10^4$	E_{kin}	5 keV
Teilchenverteilung	4D Uniform	$\epsilon_{n,\text{rms}}$	0,01 mm mrad
Ionen Spezies	He^+	Strahlstrom	0 mA

Tabelle 3.1: Strahlparameter der Tracewinsimulation**Abb. 3.7:** Strahlenvelopen und korrespondierende Teilchenverteilung für einen Strahltransport durch einen Transportkanal bestehend aus zwei 20 mm (a + c) bzw. 80 mm (b+ d) langen Solenoiden.

3.2 Segmentiertes Design

Für eine Maximierung der Fokussierstärke wird versucht die magnetische Flussdichte auf der Strahlachse zu konzentrieren. Zu diesem Zweck wird das Solenoiddesign um zwei Hohlzylinder mit einer radialen Magnetisierung erweitert, welche an Anfang und Ende des Grundzylinders mit axialer Magnetisierung positioniert sind (Abb. 3.8). Insbesondere die Verlängerung der einfachen Hohlzylinderkonstruktion hat zu einer erheblichen Abnahme der mittleren magnetischen Flussdichte geführt, da dies die Kopplung des Magnetfeldes über die Apertur abschwächt. Dies soll durch das erweiterte Design kompensiert werden.

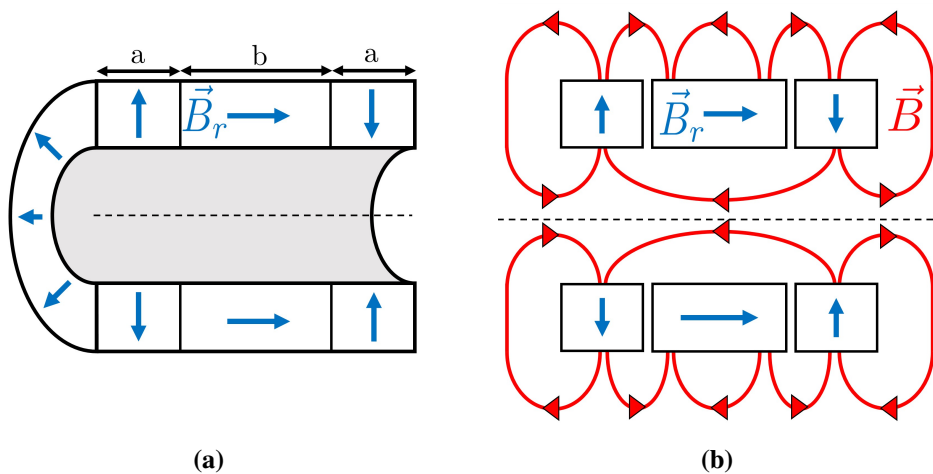


Abb. 3.8: Schematische Darstellung eines Solenoids, welches in drei Segmente mit unterschiedlicher Magnetisierungsrichtung unterteilt ist.

Als Freiheitsgrad für Feld-Optimierungen wird das Segmentverhältnis α eingeführt, welches den Anteil der radial magnetisierten Segmente an der Gesamtlänge beschreibt.

$$\alpha = \frac{2 \cdot a}{2a + b} \quad (3.1)$$

Der resultierende Feldverlauf kann als Aneinanderreihung von drei Solenoiden verstanden werden. Im Fall des reinen Zylindermagneten bildet sich bei Betrachtung der effektiven Länge ein trapezförmige Feldverlauf, welcher bei zunehmender Länge des Zylinders im Zentrum gestört wird. Durch eine Zunahme des Segmentverhältnisses kann dieser Effekt umgekehrt und die Flussdichte im Zentrum erhöht werden. Gleiches ist in den äußeren Sektionen mit radialer Magnetisierung zu beobachten. Die radial magnetisierten Segmente verbessern die Kopplung über das Aperturvolumen, während das axiale Segment zum Teil die Kopplung der axialen Segmente auf deren eigene Polflächen reduziert.

Eine Erhöhung des Anteils der radialen Magnetisierung führt nicht zwangsläufig zu einer höheren mittleren Feldstärke. Beispielfhaft ist dies für einen 100 mm langen Solenoid gezeigt (Abb. 3.9). Die magnetische Flussdichte im Zentrum des Solenoiden steigt von 0,1 T auf 1 T für das Segmentverhältnis 0,9 an, bei einer gleichzeitigen Verkürzung der effektiven Länge. Beide Effekte wirken entgegengesetzt, wodurch sich ein Gleichgewicht bei $\alpha \approx 0.6$ einstellt.

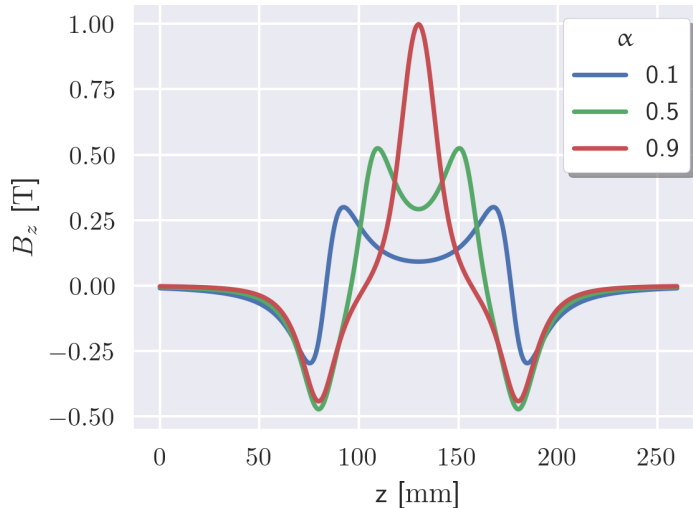


Abb. 3.9: Verlauf von B_z entlang der Achse eines 100 mm langen Solenoiden basierend auf dem segmentierten Design. Dargestellt ist die Auswirkung einer Erhöhung des Segmentverhältnisses α , welches die magnetische Flussdichte im Zentrum des Solenoiden erhöht.

Gyrationsbewegung

Aufgrund der Kombination von drei Magnetsegmenten bilden sich drei Randfeldbereiche. Die Randfeldkomponente B_r ist in Abb. 3.9 für die beiden PM-Solenoid Designs und einem konventionellen Solenoiden gegenübergestellt. Ein PM-Solenoid bestehend aus einem einzelnen axialen Magnetisierten Hohlzylinder weist ein vergleichbares Randfeld mit einem konventionellen Solenoiden auf. Bei einem segmentierten PM-Solenoiden tritt im Übergang zwischen den unterschiedlich magnetisierten Segmenten ein direkter Übergang zwischen beiden Randfeldbereichen auf, gezeigt anhand der Feldverteilung in Abb. 3.10. Dies hat Konsequenzen bzgl. der Form der Gyrationsbewegung. In Abb. 3.12 sind die transversalen Geschwindigkeitskomponenten gegenübergestellt. Aufgrund der drei Randfelder erhält das Teilchen sechs transversale Geschwindigkeitskicks. Anhand der Projektion der Bewegung in die xy-Ebene des Solenoiden in Abb. 3.13 ist zu erkennen das deshalb drei Gyrationsbewegung mit umgekehrter Drehrichtung aneinander gereiht sind.

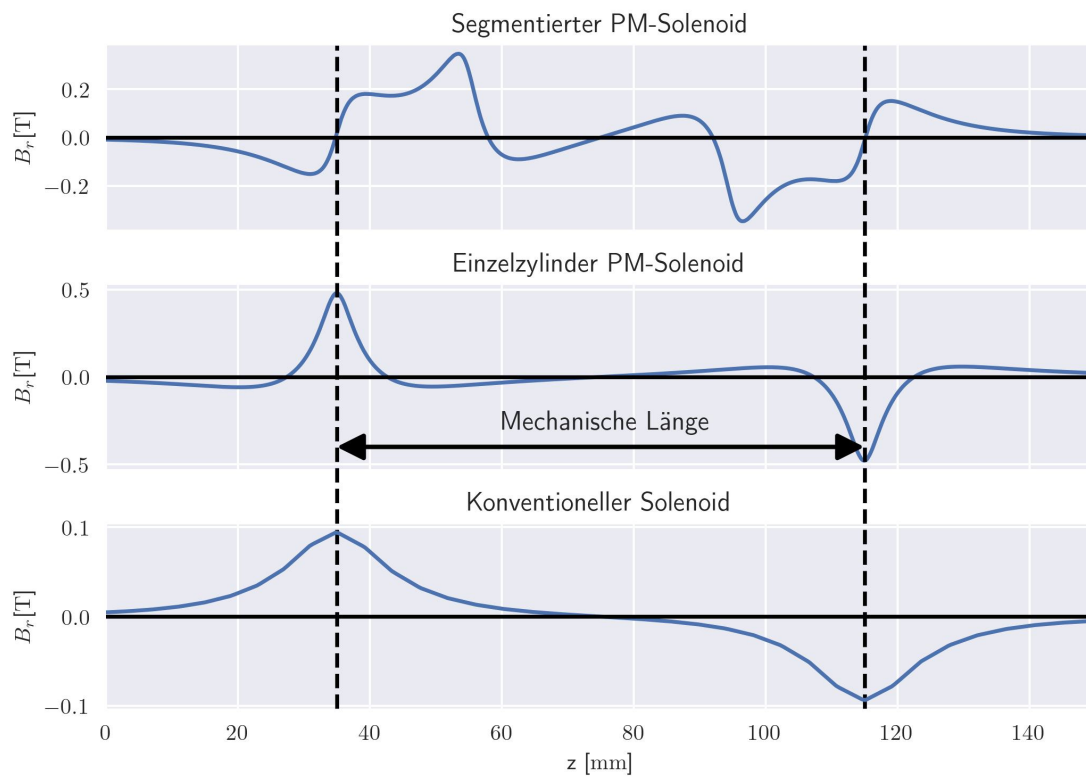


Abb. 3.10: Randfeldkomponente B_r der beiden permanentmagnetischen Solenoid-Varianten und eines konventionellen Solenoiden im Vergleich.

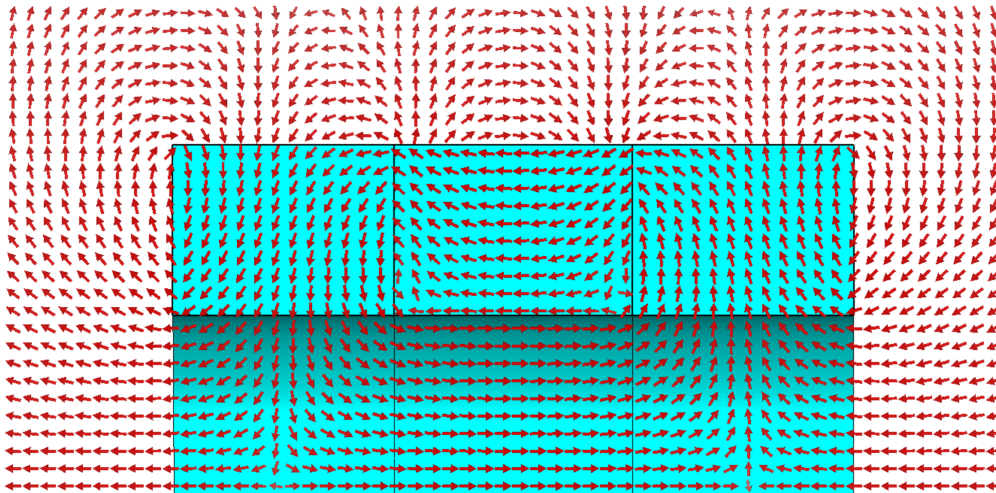


Abb. 3.11: Feldverteilung eines Zylinderförmigen Solenoiden, welcher aus drei Segmenten besteht.

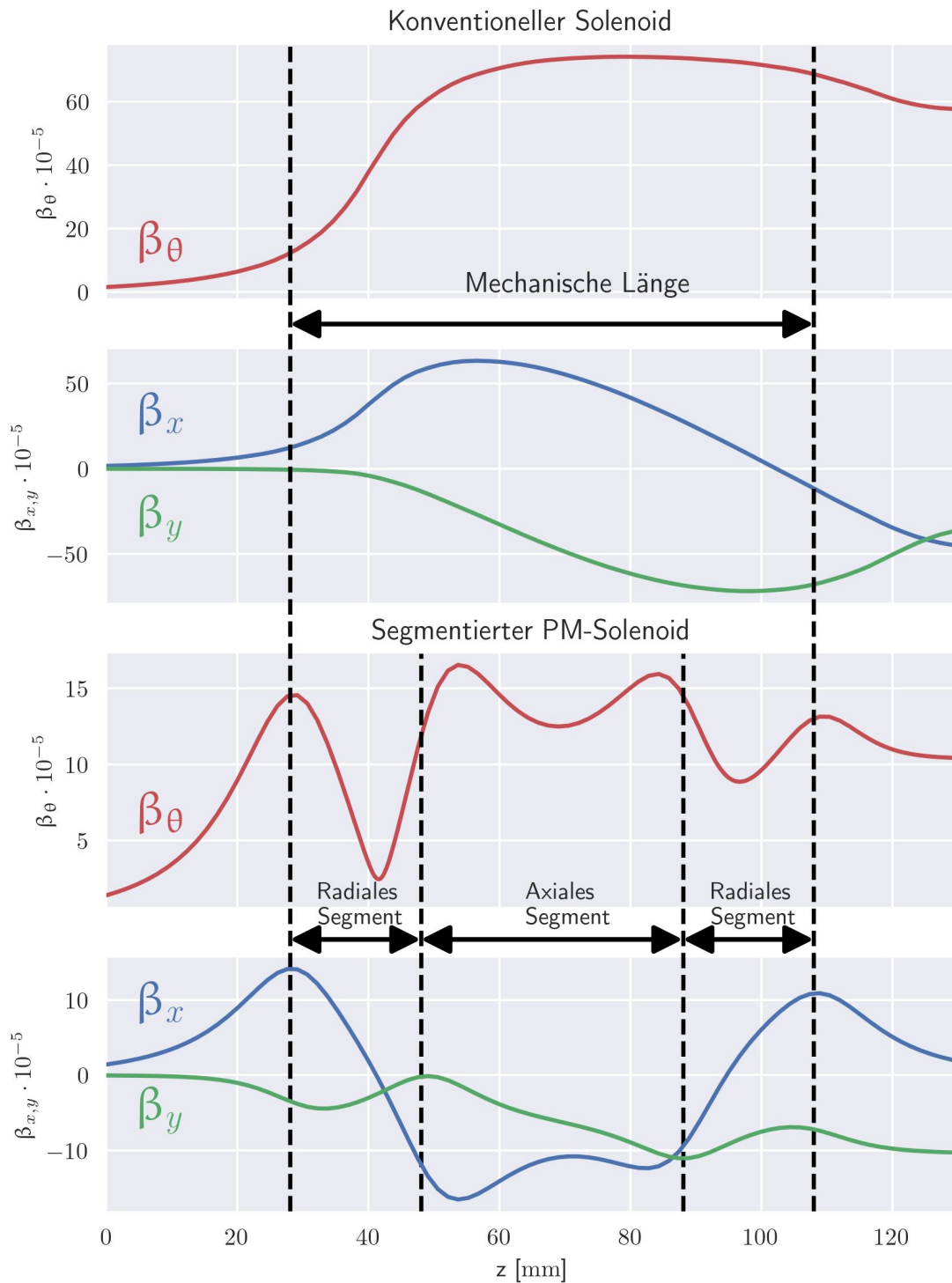


Abb. 3.12: Entwicklung der transversalen Geschwindigkeitskomponente $\beta_\theta = \sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2}$ für einen konventionellen Solenoiden und einen segmentierten PM-Solenoiden im Vergleich.

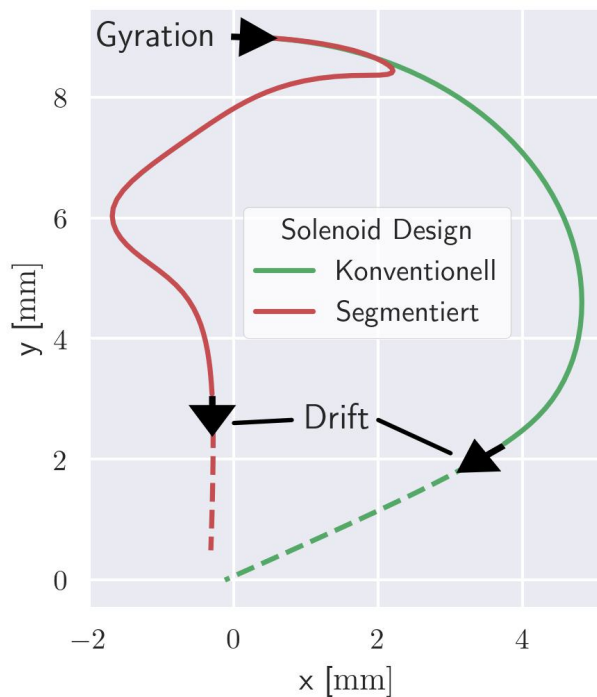


Abb. 3.13: Projektion der Einzelteilchenbewegung entlang eines konventionellen und segmentierten PM-Solenoiden in die xy -Ebene. Im segmentierten Fall treten zwei Umkehrungen der Drehrichtung auf.

3.2.1 Optimales Verhältnis der Zylinderlängen

Neben dem Segmentverhältnis α wird ein Solenoid basierend auf dem segmentierten Design durch folgende geometrischen Parameter charakterisiert:

- Aperturradius a
- Gesamtlänge L
- Zylinderdicke d

Diese haben einen Einfluss auf den Wert welchen α im optimierten Fall annimmt und wie stark die mittlere Flussdichte ansteigt. Der größte Effekt tritt für lange (Abb. 3.14c) und bzgl. des Außendurchmessers kompakte Solenoide (kleiner Aperturradius und geringe Zylinderdicke) auf (Abb. 3.14a und 3.14b). Abhängig von der betrachteten Geometrie kann die mittlere Flussdichte um 60 % bis 120 % gesteigert werden. Das ideale Segmentverhältnis liegt im Bereich von 0,5 bis 0,6. Für die meisten Parameterkombinationen ist ein PM-Solenoid, welcher nur aus zwei radial magnetisierten Zylindern besteht ($\alpha = 1$), effizienter als ein einzelner axial magnetisierter Zylinder ($\alpha = 1$).

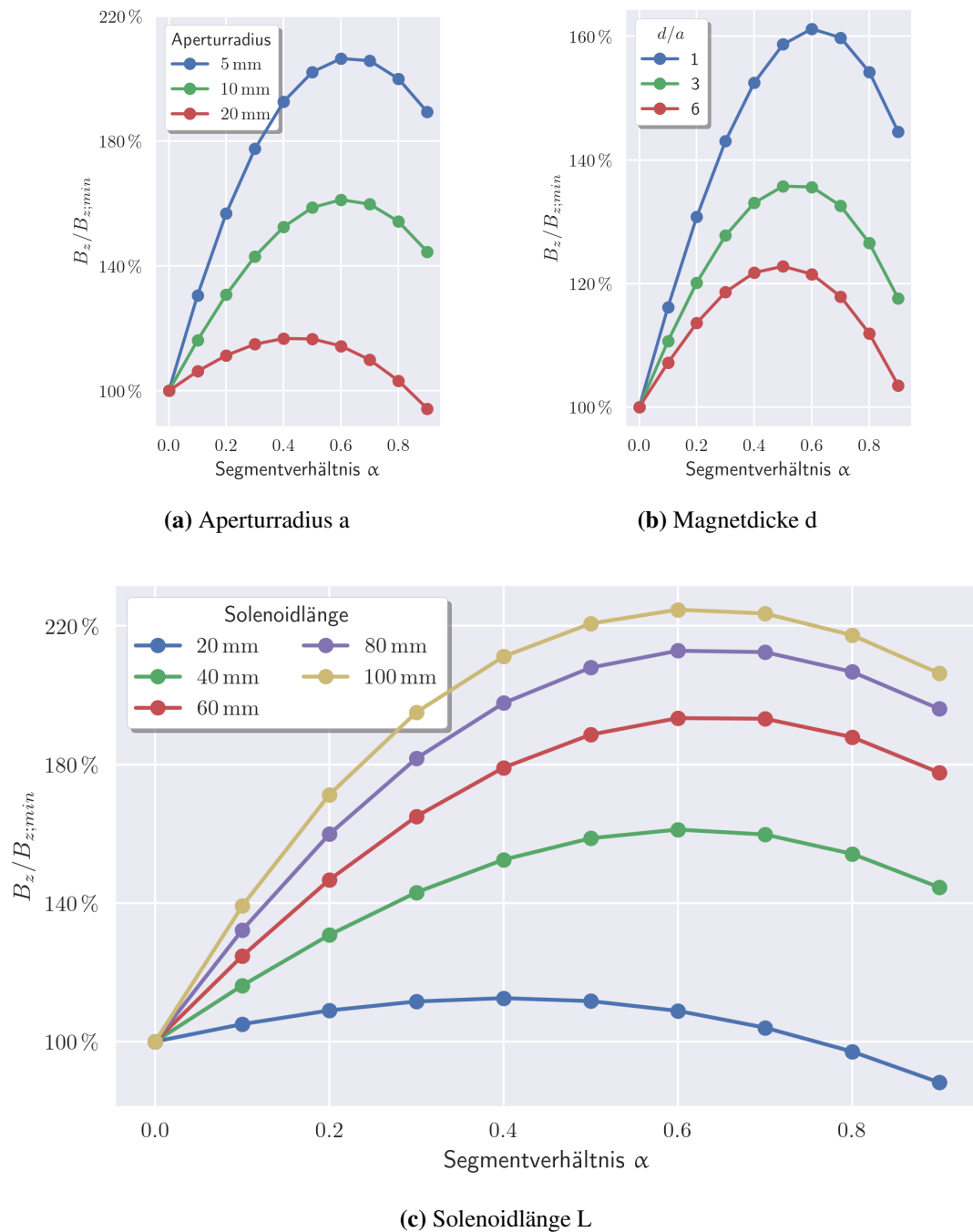


Abb. 3.14: Auswirkung des Segmentverhältnis α auf die mittlere Flussdichte B_z für variable (a) Aperturradien, (b) Magnetdicken und (c) Solenoidlängen. Diese ist relativ zur mittleren Flussdichte $B_{z,min}$ eines einfachen Hohlzylinders mit identischer Geometrie angegeben ($\alpha = 0$). Geometrische Ausgangsparameter: $L=40$ mm, $a=10$ mm, $d/a = 1$

3.2.2 Strahldynamischer Vergleich der Solenoiddesigns

Das segmentierte Design kann als Positionierung von drei Solenoiden hintereinander mit alternierender Polung betrachtet werden. Strahldynamische Auswirkungen welche über eine stärkere Fokussierung hinaus gehen sind deshalb nicht auszuschließen. Deswegen wird das Zylinder-/ und segmentierte Design eines Solenoiden in einer Strahldynamiksimulation bei identischen Strahlparametern (Tab. 3.2) gegenübergestellt. Für einen konsistenten Vergleich sind die geometrischen Parameter hinsichtlich Aperturradius, Magnetdicke und Gesamtlänge identisch. Das Segmentverhältnis α wurde auf eine maximale Flussdichte optimiert.

Da das Einzelzylinder-Design bei gleicher Geometrie eine deutlich geringere Flussdichte besitzt, wird innerhalb von Tracewin die Feldverteilung in Form der Fieldmap um einen konstanten Faktor skaliert, damit die mittlere Flussdichte von Segment-/ und Zylindersolenoid identisch ist.

Simulationsparameter			
Frequenz	DC-Strahl	N_{part}	$2 \cdot 10^4$
Teilchenverteilung	4D Uniform	Ionen Spezies	H^+
A/q	1	E_{kin}	10 keV
$\epsilon_{n,\text{rms}}$	0,8 mm mrad	Strahlstrom	0 mA
Solenoid Länge	80 mm	Aperturradius	10 mm und 20 mm

Tabelle 3.2: Strahlparameter sowie Geometrie der Solenoide der Tracewinsimulation. Die angegebenen Emittanz bezieht sich auf Simulationen mit der größten Ausleuchtung. Zur Realisierung kleinerer Ausleuchtungen wurde sie entsprechend reduziert. Die Magnetdicke entspricht jeweils dem Aperturradius.

Nach dem Durchlauf eines Solenoiden mit einem Aperturradius von 20 mm basierend auf dem segmentierte Design bildet sich im Vergleich zum einfachen Zylinderdesign eine S-Form (Filamentierung) der Ausgangsverteilung aus, siehe Abb. 3.15a. Dies ist auf eine Überfokussierung der Teilchen, welche sich am Rand des Strahls befinden, zurückzuführen. Bei einem Zylindersolenoiden mit identischer Ausleuchtung tritt dieser Effekt abgeschwächt auf (3.15c). Eine Verringerung der Überfokussierung kann ebenfalls durch eine Reduzierung der Ausleuchtung des segmentierten Solenoiden erreicht werden (3.15b). Bei einer Reduzierung des Aperturradius auf 10 mm kann der segmentierte Solenoid zu 100 % ausgeleuchtet werden ohne das Auffälligkeiten in der Teilchenverteilung auftreten (3.15d). Die korrespondierenden Envelopen sind in Abbildung 3.16 gezeigt.

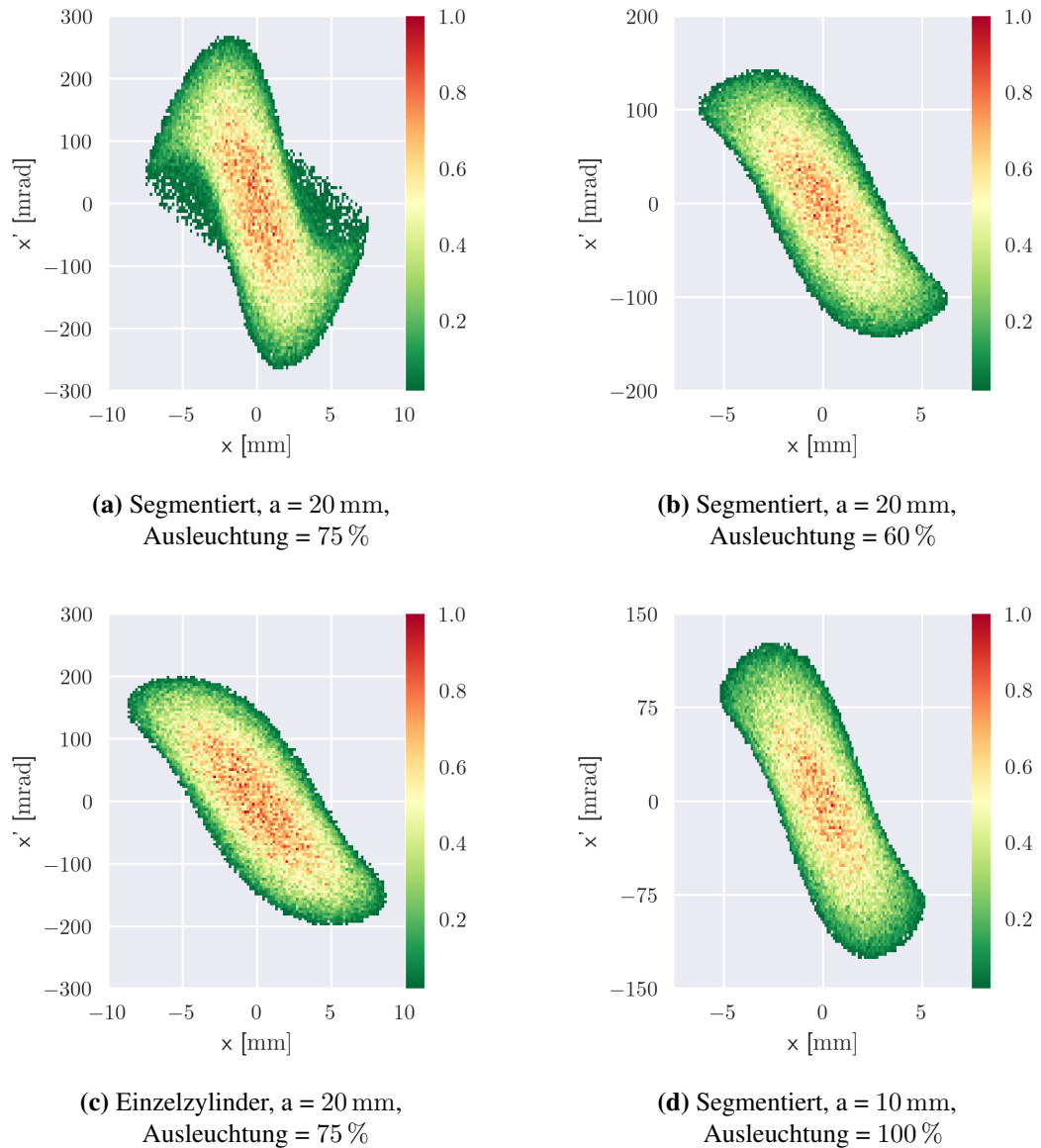


Abb. 3.15: Teilchenverteilung nach dem Durchlauf eines Solenoiden basierend auf den zwei Solenoiddesigns. Variiert wurde der Aperturradius und die Ausleuchtung des Solenoiden. Die Verteilungen korrespondieren zu den Envelopen aus Abb. 3.16

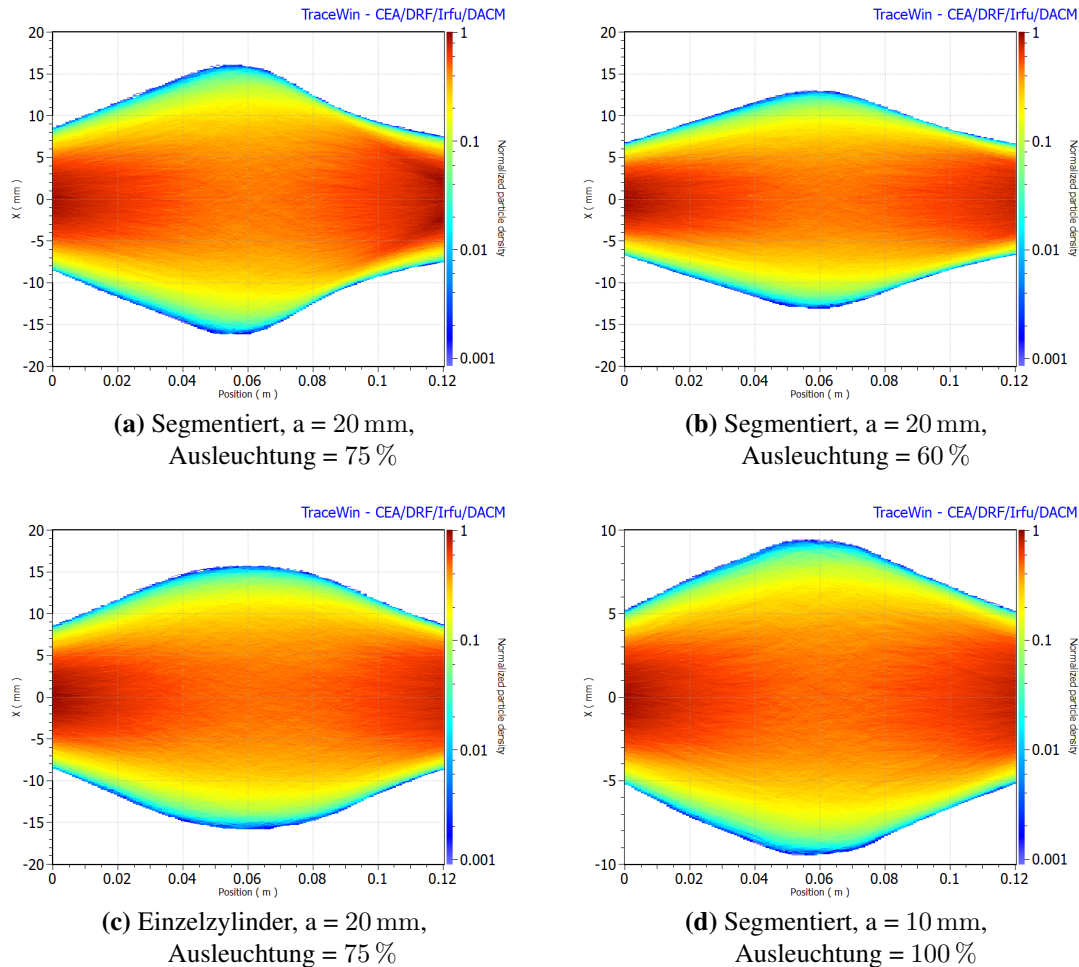


Abb. 3.16: Strahlenvelopen der Teilchenverteilung aus Abbildung 3.15. (a) Überfokussierung des Teilchenstrahls deutlich zu erkennen an der Asymmetrie der Envelope.

Zurückzuführen ist die Überfokussierung auf einen Anstieg der mittleren Flussdichte zum Rand der Solenoidapertur, welche in Abb. 3.17 für beide Solenoiddesigns, jeweils für die Aperturradien 10 mm und 20 mm, abgebildet ist. Für große Aperturradien ($a = 20$ mm) steigt die mittlere Flussdichte um 25 %, für kleinere Aperturradien ($a = 10$ mm) um 7 % an. Trotz des vergleichbaren Anstiegs des mittleren Feldes für beide Designs tritt nur für das segmentierte Design eine Überfokussierung auf. Die durch die Segmente ursächliche Verkürzung der effektiven Länge konzentriert die Felder und somit auch ihre Abweichung vom Sollwert, in kürzeren Bereichen (Abb. 3.18). Für das einfache Zylinderdesign müssten sich die Teilchen länger im Randbereich des Solenoiden befinden, um eine vergleichbare Überfokussierung zu erhalten. Lösungsansätze sind wie gezeigt eine Verringerung der Ausleuchtung des Solenoiden oder eine Verringerung des Aperturradius.

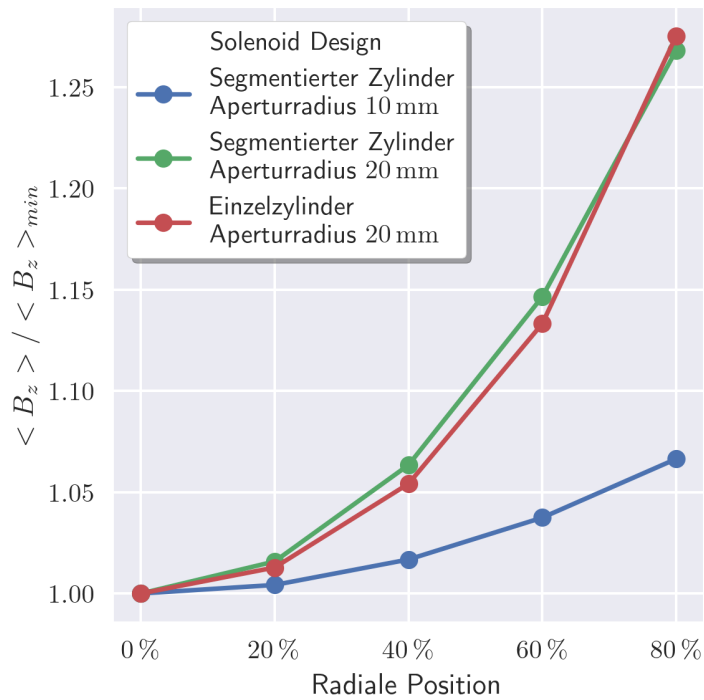
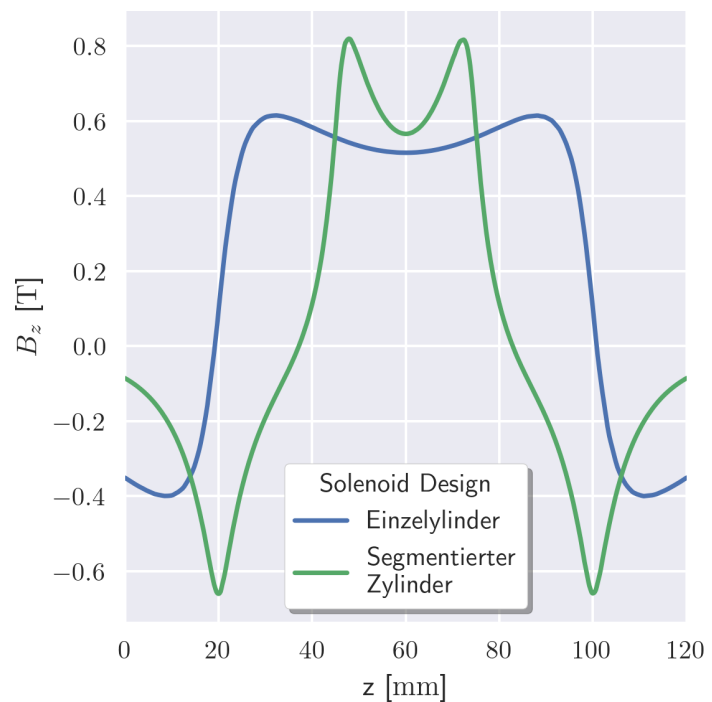


Abb. 3.17: Anstieg des mittleren Feldes $\langle B_z \rangle$ mit der radialen Position der betrachteten Solenoidachse. $\langle B_z \rangle$ ist relativ zum Sollwert $\langle B_z \rangle_{min}$ auf der Symmetrieachse angegeben.

Abb. 3.18: B_z entlang einer Solenoidachse im äußeren Aperturbereich für einen Zylindersolenoiden und einen segmentierten Solenoiden mit identischer Geometrie. Die Flussdichte des Zylinderdesigns wurde um den Faktor 2,12 hochskaliert, sodass beide Design die identische mittlere Flussdichte besitzen.



3.3 Realisierung durch Quadermagnete

Eine kostengünstige sowie flexible Realisierung der vorgestellten Designs kann durch Quadermagnete erreicht werden. Dabei werden identische Quadermagnete entsprechend ihrer Polfläche orientiert um die radiale bzw. axiale Magnetisierung von Hohlzylindern nachzubilden.

Für die Nachbildung des Solenoiden, welcher aus einem einzelnen Hohlzylinder besteht, siehe Abb. 3.19, sind alle Quadermagnete identisch ausgerichtet. Die Polflächen zeigen in Richtung der Strahlachse.

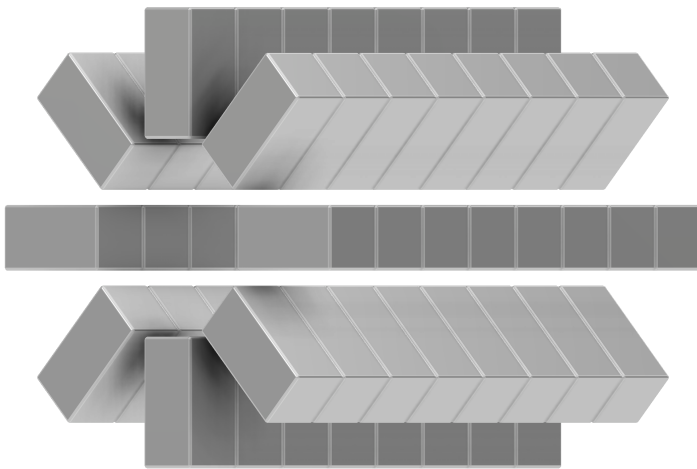


Abb. 3.19: Design eines PM-Solenoiden anhand diskreter Quadermagnete. Abgebildet ist die Nachbildung des einfachen Zylinderdesigns mit einer ausschließlich axialen Magnetisierung.

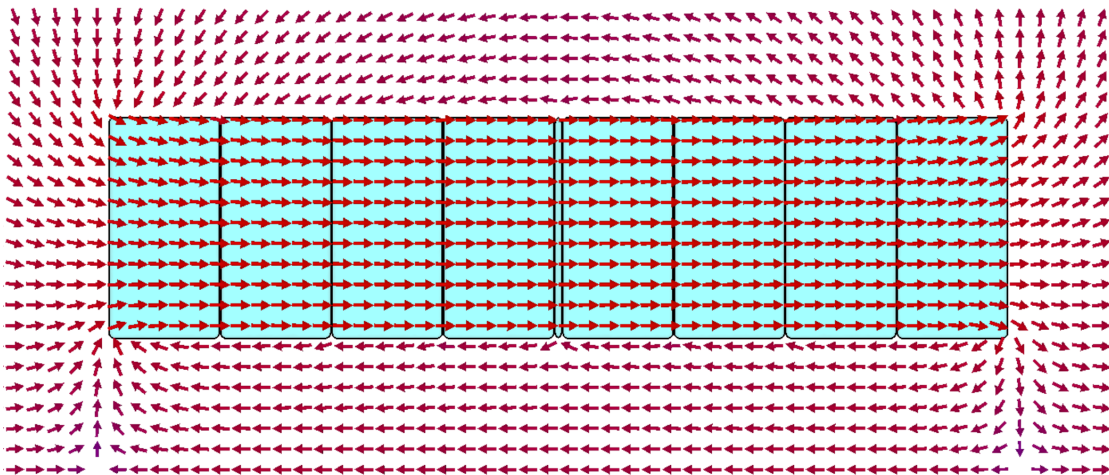


Abb. 3.20: Magnetfeldverteilung eines PM-Solenoiden nachgebildet aus Quadermagneten.

Für die Nachbildung des segmentierten Designs werden die äußeren Quadermagnete um 90° gedreht, sodass die Polflächen der Magnete an der Aperturoberfläche anliegen. Aufgrund der Beschränkungen auf Standardgeometrien kann das ideale Segmentverhältnis mit dieser Konfiguration nicht in allen Fällen nachgestellt werden.

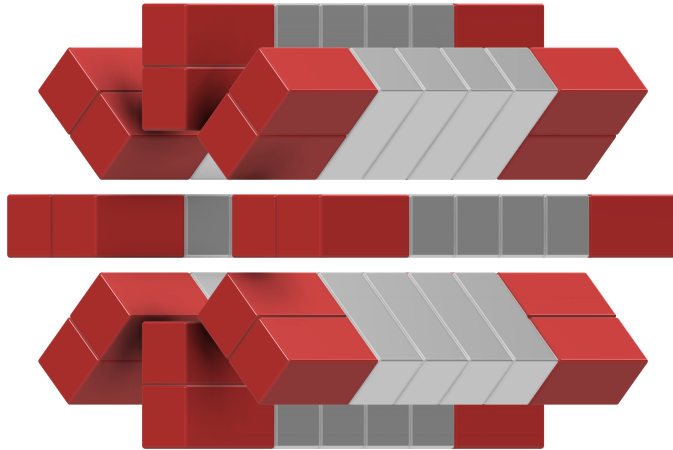


Abb. 3.21: Design eines PM-Solenoiden anhand diskreter Quadermagnete. Die äußeren Magnete (in rot hervorgehoben) sind jeweils im 90° gedreht, um die radiale Magnetisierung des segmentierten Designs nachzuempfinden.

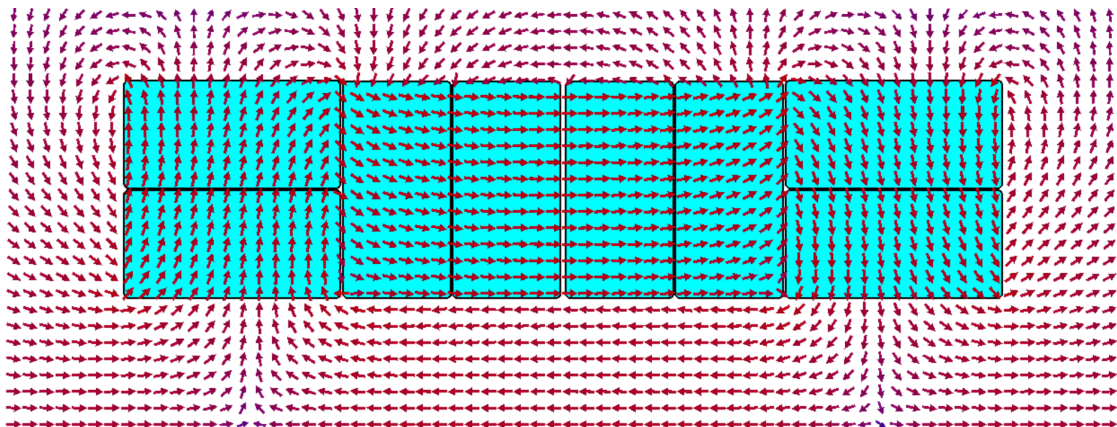


Abb. 3.22: Magnetfeldverteilung eines PM-Solenoiden basierend auf dem segmentierten Design nachgebildet aus Quadermagneten.

Nachteil des Designs mit diskreten Blockmagneten ist ein ineffizientes Nutzen des zur Verfügung stehenden Zylindervolumens. Dies führt zu einer niedrigeren mittleren Flussdichte als bei einem reinen Zylinderdesign. Bei den vorgestellten Quaderdesigns wurden die einfachsten Alternativen mit identischen Magneten gezeigt. Das Volumen zwischen den Magneten kann allerdings durch weitere kleine Magnete aufgefüllt werden, was die Effizienz erhöht.

Für einen Vergleich sind die vier Grunddesigns in Abb. 3.23 gegenübergestellt. Die Realisierung der zwei Solenoiddesigns mit diskreten Magneten reduziert die mittlere Flussdichte um 30 %. Eine weichmagnetische Beschichtung reduziert die mittlere Flussdichte um zusätzlich 4 % für das diskrete Zylinderdesign und 10 % für das diskrete segmentierte Design.

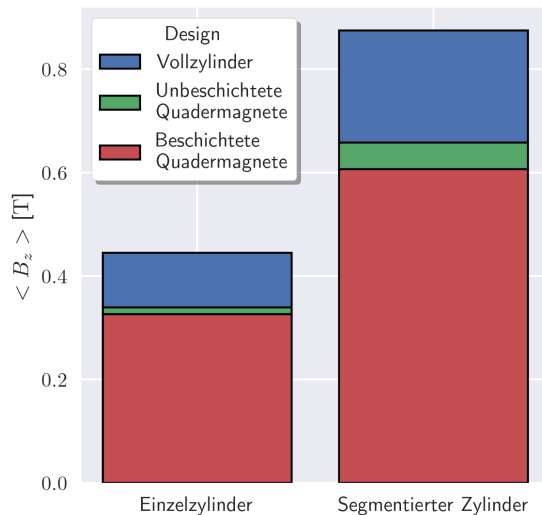


Abb. 3.23: Mittlere Flussdichte im Vergleich von Zylinder und diskreten Quader Solenoiden. Unterschieden wird zwischen diskreten Strukturen mit und ohne Nickel-Beschichtung. Geometrie: $L=80$ mm, $a=13$ mm, $d=20$ mm

3.4 Emittanzwachstum

Für die Untersuchung der Auswirkung auf die Emittanz wird ein Protonenstrahl mit einer Energie von 30 keV anhand einer KV-Verteilung modelliert und durch einen Solenoid-Transportkanal simuliert. Basis sind 80 mm lange Solenoide mit einem Aperturradius von 12 mm welche auf Quadermagneten basieren und im segmentierten Design angeordnet sind, siehe Abb. 3.24. Die Parameter wurden so gewählt, dass der Protonenstrahl keiner Oszillation unterliegt und die PM-Solenoiden konstant ausgeleuchtet sind.

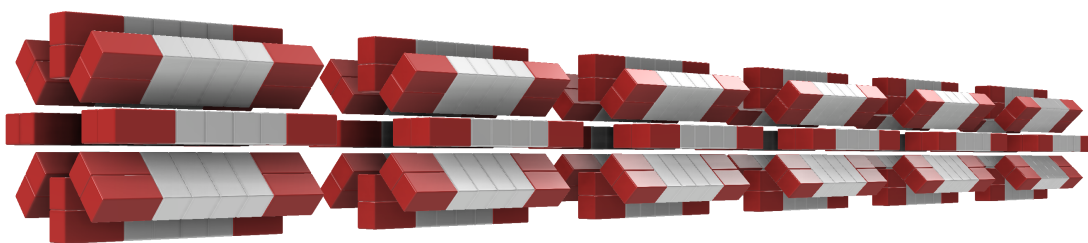


Abb. 3.24: Transportkanal bestehend aus Solenoiden basierend auf dem segmentierten Design.

Für die Strahldynamiksimulation wurde die Feldverteilung mit CST simuliert, exportiert und in Tracewin importiert. Der absolute Wert der rms-Emittanz wurde so angepasst, sodass die Transmission durch den Kanal 99,9% beträgt, bei einer maximalen Ausleuchtung der Apertur, siehe Abb. 3.25a. Aufgrund der Ausfransungen, welche sich am Strahlrand bilden, ist diese auf 83% begrenzt. Zum Vergleich wurde ein zweiter Strahl mit einer reduzierten Emittanz simuliert, sodass die Ausleuchtung 70% beträgt, siehe Abb. 3.25b.

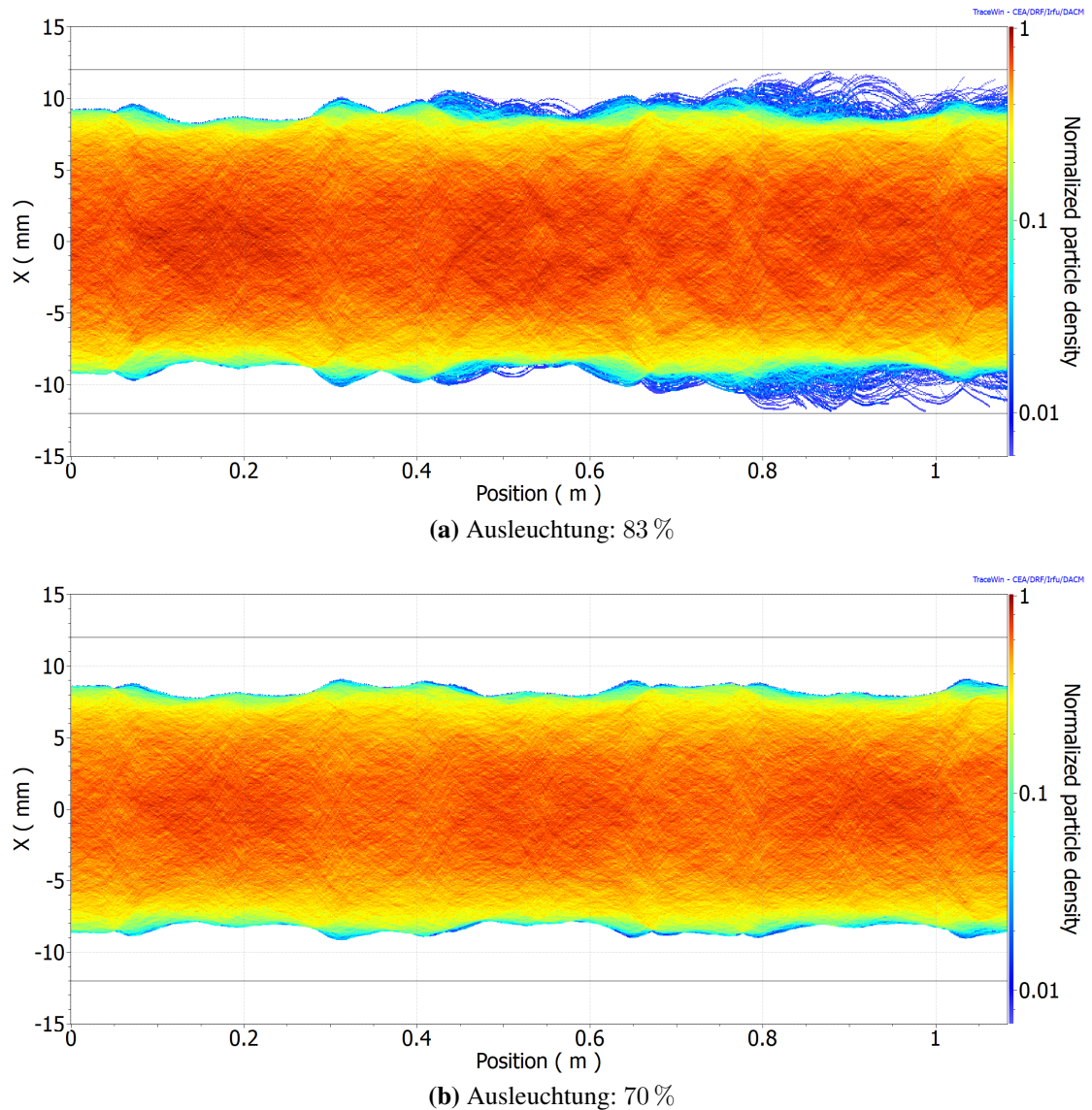


Abb. 3.25: Strahlenvelope für eine Ausleuchtung von (a) 83% und (b) 70% eines Solenoide basierend auf dem segmentierten Design.

Die Unterschiede in der Strahlenvelope bilden sich ebenfalls im Emittanzwachstum ab, siehe Abb. 3.25. Dieses beträgt bei 83 %-Ausleuchtung mit 6 % das 6-fache im Vergleich zur 70 %-Ausleuchtung. Die Randeffekte der PM-Solenoiden sind im Fall einer konstanten Ausleuchtung auch bei geringen Aperturradien ($a \sim 10$ mm) nicht zu vernachlässigen.

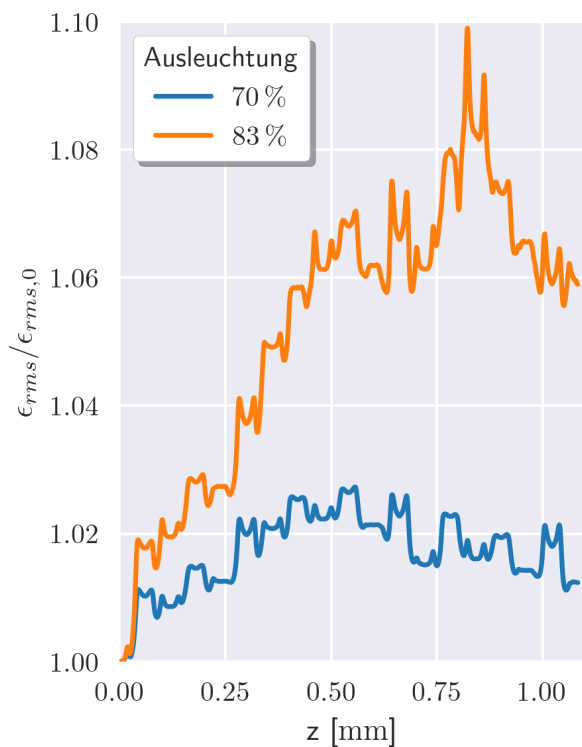


Abb. 3.26: Emittanzwachstum der Solenoid-Transportkanäle aus Abb. 3.25, relativ zum Eingangswert der Verteilung.

3.5 Abschlussbetrachtung

In diesem Abschnitt wurden zwei Strukturen bestehend aus Permanentmagneten vorgestellt, welche ein solenoidartiges Magnetfeld erzeugen. Beide Designs haben für Aperturradien im Bereich von 20 mm den Nachteil eines Anstiegs der mittleren Flussdichte zum Randbereich der Apertur. Dieser hat nur für das segmentierte Design aufgrund der Feldkonzentration in kürzeren Bereichen einen Überfokussierung zur Folge. Aufgrund der durch das Design erreichten Erhöhung der mittleren Flussdichte um einen Faktor 2 im Vergleich zum klassischen Einzelzylinder kann dieser Umstand durch eine geringere Ausleuchtung oder einer Erhöhung des Aperturradius umgangen werden. Genereller Nachteil des PM-Solenoiden ist die unveränderliche Fokussierstärke. Für elektromagnetische Solenoide kann die Feldstärke über den Betriebsstrom reguliert werden. Für

eine PM-Solenoiden muss für jede Anpassungen eine neue Konfiguration erstellt und zusammengebaut werden. Dies ist besonders im Fall des segmentierten Designs aus Quadermagneten aufgrund der hohen Anzahl an Einzelmagneten aufwendig.

4 Permanent Magnetische Quadrupole

Neben PM-Solenoiden werden Permanentmagnete vor allem zum Bau von magnetischen Quadrupolen verwendet. In diesem Kapitel werden unterschiedliche Designvarianten vorgestellt, sowie die Effekte auf die Strahldynamik bei einer Kombination mehrerer Quadrupolsinglets erläutert.

4.1 Charakterisierung eines PMQ

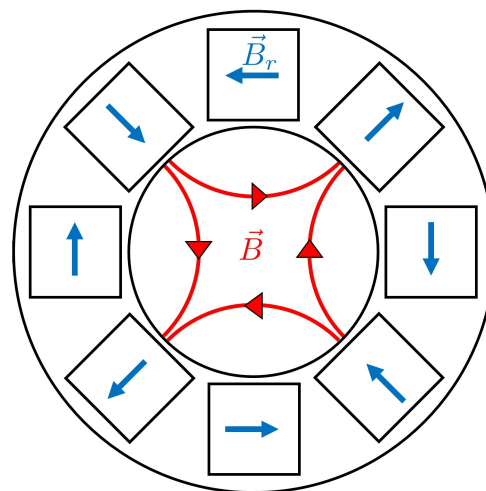


Abb. 4.1: Anordnung und Magnetisierungsrichtung von 8 Blockmagneten, welche die einfachste Form eines Quadrupols, bestehend aus Permanentmagneten, darstellt.

In der einfachsten Form kann ein permanent magnetischer Quadrupol (PMQ) durch 8 Blockmagnete realisiert werden (Abb. 4.1). Vier Magnete sind mit ihrem Nord-/ bzw. Südpol senkrecht zur Apertur ausgerichtet. Die Magnetisierung der vier weiteren Magnete ist tangential zur Apertur gerichtet. Die magnetostatischen Simulationen werden analog zum PM-Solenoiden mit CST durchgeführt (Abb. 4.2).

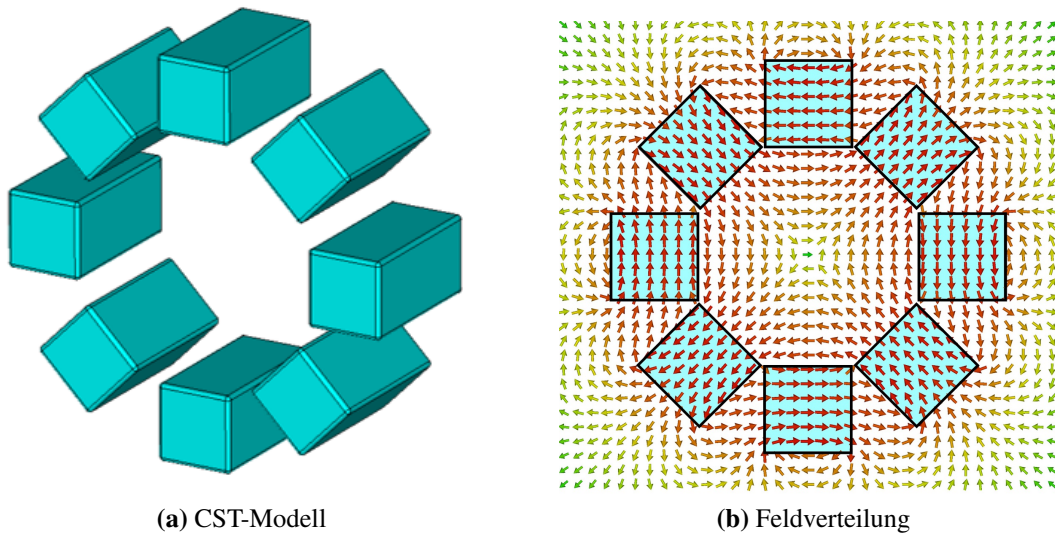


Abb. 4.2: (a) Basis PMQ-Design in CST und (b) die resultierende Feldverteilung.

Zur Charakterisierung hinsichtlich Fokussierstärke als auch Feldqualität wird wie auch bei konventionellen Quadrupolen der integrierte Gradient $B'L$ verwendet.

$$B'L = \int_{-\infty}^{\infty} g(z) dz$$

$g(z) :=$ Gradient entlang der z -Achse

Für einen idealen Strahltransport durch eine Quadrupolanordnung, d.h. unter anderem einem minimalem Emittanzwachstum, muss dieses Integral unabhängig von der radialen Position der Integrationsachse innerhalb des Quadrupols sein. Für diesen Fall werden alle Teilchen auf den identischen Brennpunkt fokussiert/defokussiert.

Zum Zweck der Analyse werden mehrere Integrationsachsen mit einer variablen radialen Position innerhalb der Apertur definiert, siehe Abb. 4.3. Für einen Vergleich von PMQ-Strukturen mit unterschiedlichen Aperturradien wird die radiale Position als prozentualer Wert des Radius angegeben.

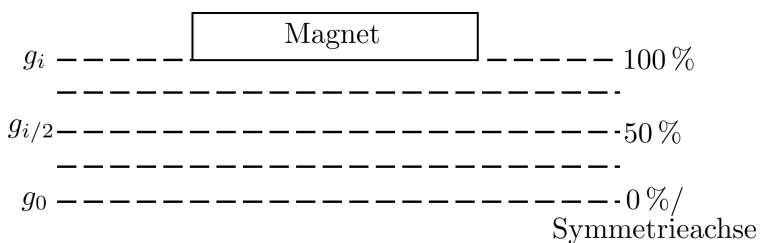


Abb. 4.3: Quadrupolaperatur mit eingezeichneten Achsen, auf welchen der Gradient integriert wird.

Für die Bestimmung des integrierten Gradienten muss der Gradient abhängig von der radialen Position r bekannt sein. Dazu wird für jede z -Position entlang des Quadrupols in der CST-Simulation eine Gerade erstellt, auf welcher das Magnetfeld ausgewertet wird. Die Orientierung der Gerade in Relation zur Magnetisierungsrichtung ist in Abb. 4.4 gezeigt und wird als Hauptachse bezeichnet. Für die Bestimmung der Gradienten wird die Gerade in die Aperturbereiche aus Abb. 4.3 unterteilt und eine lokale lineare Regression durchgeführt (Abb. 4.6). Für jede axiale Position entlang der PMQ-Achse wird eine separate Auswertungskurve definiert (Abb. 4.5). Anhand dieses Vorgehens wird für jede Koordinate (Radiale und Longitudinale Position) der Gradient $g(z, r)$ bestimmt.

Bei dieser Auswertung wird nicht berücksichtigt, dass Sektionen entlang der Integrationsachsen positive als auch negative Abweichungen vom Sollgradienten $g_0(z)$ besitzen und sich kompensieren. Dies ist insbesondere für Quadrupolsinglets der Fall, siehe Abb. 4.7, in welchem der Gradient auf der Sollachse im Zentrum des PMQ und einer

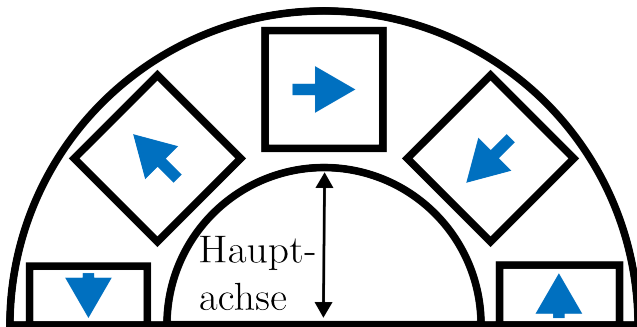
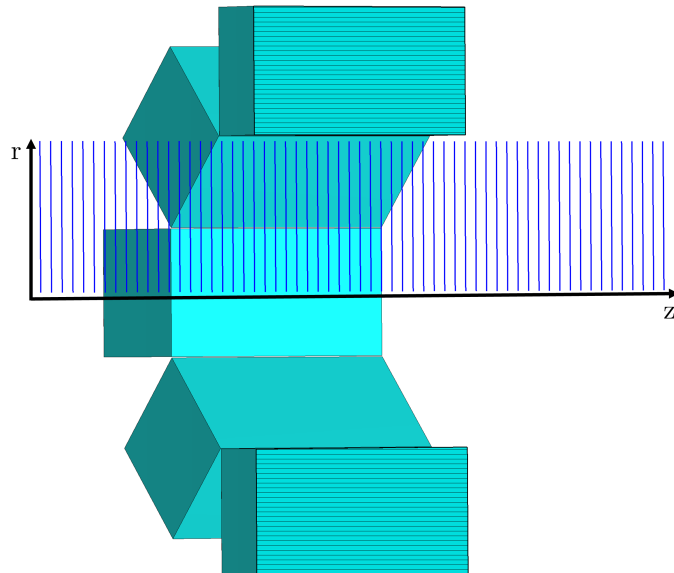


Abb. 4.4: Hauptachse zur Bestimmung des Gradienten eines Quadrupols.

Abb. 4.5: CST-Modell eines PMQ mit Geraden zur Bestimmung der Gradienten abhängig von der axialen und radialen Position innerhalb des Aperturvolumens. Die Geraden sind entsprechend Abb. 4.4 ausgerichtet.



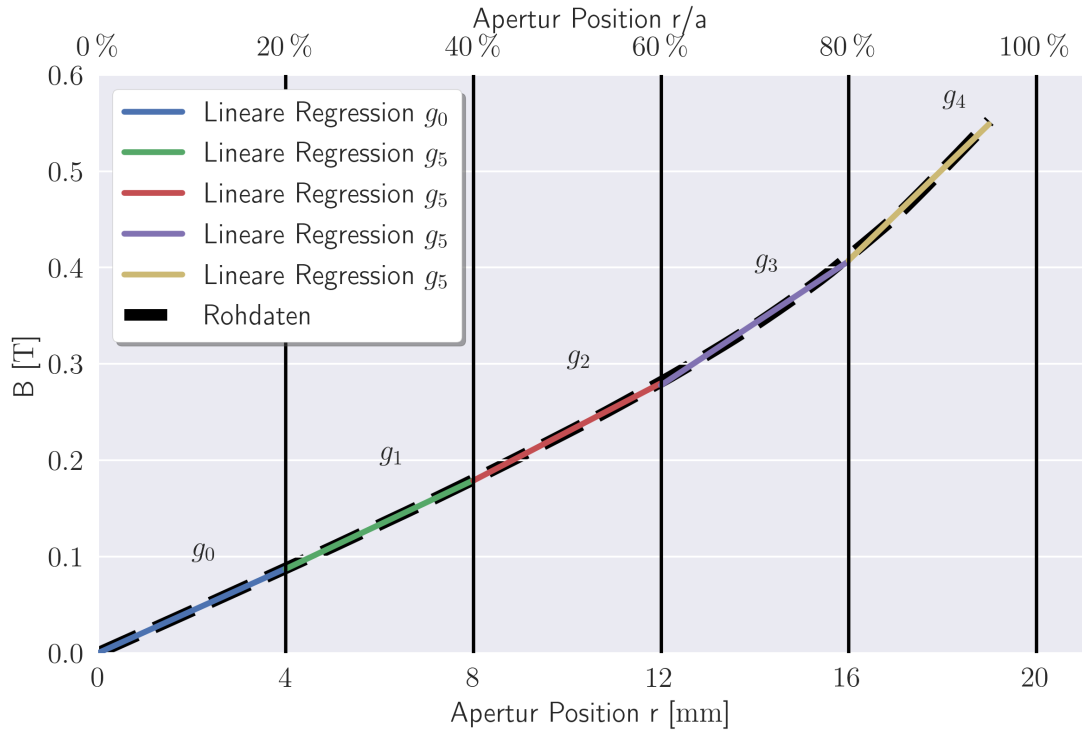


Abb. 4.6: Transversaler Magnetfeldverlauf innerhalb eines PMQ. Eingezeichnet sind zwei lineare Regressionen durchgeführt in unterschiedlichen Intervallen des Aperturvolumens.

Achse nahe der Apertur dargestellt ist. Im Randbereich liegt eine negative und im Zentrum eine positive Abweichung vor. Der integrierte Gradient kann diesen Umstand nicht erfassen und ergibt eine zu geringe Abweichung im Vergleich zum Integral des Sollgradienten. Im pessimistischen Fall wird durch eine Anpassung der Magnetgeometrie das Integral des Gradienten optimiert, die lokale Abweichung der Gradienten aber verstärkt. Bei ausgewählten Fällen wird zusätzlich der Parameter $\omega(r)$, in dieser Arbeit als Gradientenflattern bezeichnet, zur Beurteilung der Feldqualität eingeführt:

$$\omega(r) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |g(z, r) - g(z, 0)| dz}{\int_{-\infty}^{\infty} g(z, 0) dz} \quad (4.1)$$

Dabei wird entlang der definierten Achsen die betragsmäßige Differenz zwischen Gradienten $g(z)$ und Sollgradienten $g_0(z)$ integriert und in Relation zum Soll-Wert des integrierten Gradienten des PMQ gesetzt. Dadurch werden Unterschiede zwischen Soll- / und Lokalgradienten sichtbar, auch wenn diese sich in der Summe aufgrund unterschiedlicher Vorzeichen kompensieren. Im Idealfall nimmt der Parameter den Wert 0 an. Würden die Randfelder ignoriert werden, wäre eine Betrachtung des integrierten Gradienten ausreichend. Da einige Parameterkombinationen der Geometrie von Interesse für

kompakte PMQ-Multipletts sind, bei welchen die Randfelder einen signifikanten Beitrag zur Fokussierwirkung haben, wird das Gradientenflattern mit in die Bewertung der Feldqualität einbezogen.

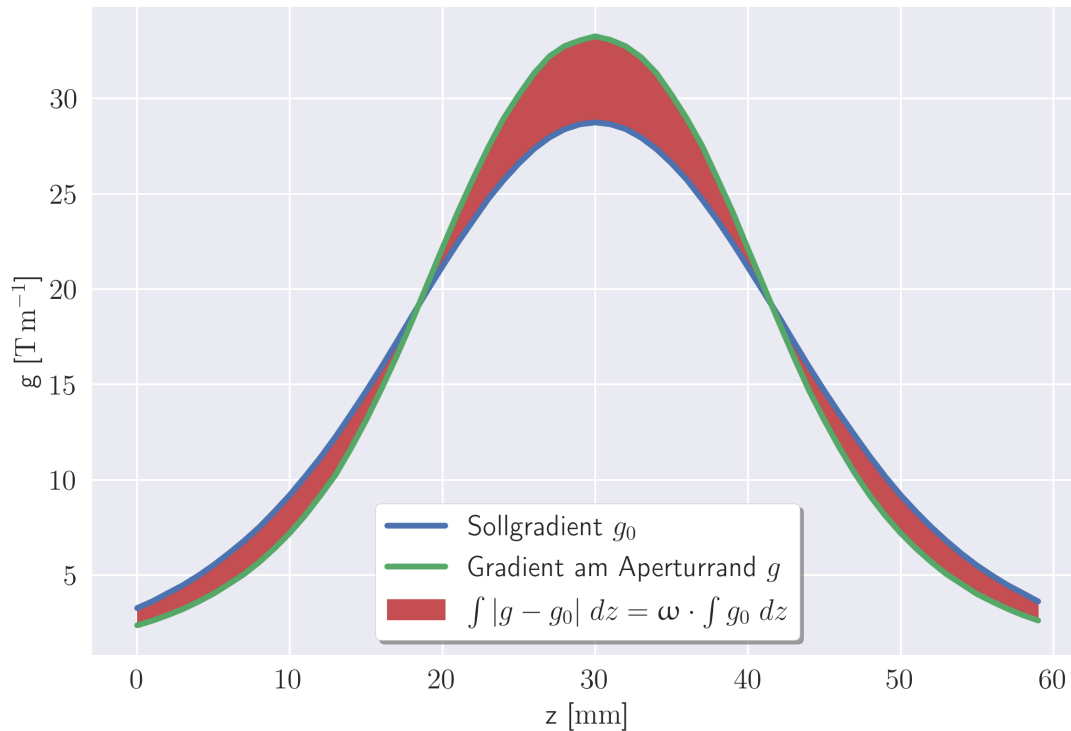


Abb. 4.7: Sollgradient und Gradient am Aperturrand entlang der Quadrupolachse. Die Differenz Δg ist in Rot markiert. ω ergibt sich durch die Normierung der Fläche auf den integrierten Sollgradienten. Ohne Betrachtung der Randfelder würden die negative Abweichung vom Sollgradienten im Randbereich des PMQ den integrierten Gradienten nicht beeinflussen.

4.2 Sättigungsgradienten

Der zur Verfügung stehende Gradient kann bei konstantem Oberflächenfeld der Einzelmagnete durch eine Verringerung des Aperturradius oder eine Erhöhung des Magnetvolumens in Form der Magnetdicke d erreicht werden. Da bei der Verwendung von Blockmagneten mit steigender Magnetdicke ein Volumen zwischen den Magneten ungenutzt bleibt, wird die Untersuchung mit trapezförmigen Magneten durchgeführt, siehe Abb. 4.8. Dadurch ist bei allen Magnetdicken das Volumen zu gleichen Anteilen ausgefüllt. Eine Erhöhung des Magnetvolumens hat bei größeren Aperturen einen stärkeren

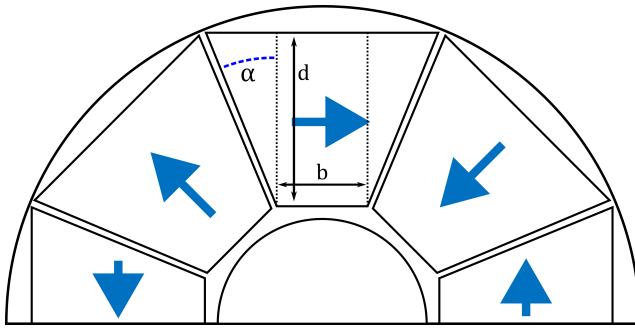


Abb. 4.8: PMQ basierend auf trapezförmigen Magnete der Dicke d , welche die effektivste Form bzgl. der Nutzung des verfügbaren Volumens entsprechen.

Effekt wie in Abb. 4.9 für drei Aperturradien (10 mm, 15 mm und 20 mm) gezeigt. Basis ist jeweils ein 20 mm langer PMQ mit einer Magnetdicke von 10 mm. Der Anstieg des integrierten Gradienten ist relativ zum Wert dieser Geometrie angegeben. Bei einem Aperturradius von 10 mm steigt der mittlere Gradient um maximal 70 %, für einen Aperturradius von 20 mm um 130 % an. Aus dem Vergleich der mittleren Gradienten ist ersichtlich welcher maximale mittlere Gradient für die entsprechenden Aperturradien idealisiert möglich ist. Eine Verringerung durch eine ineffektive Volumennutzung durch die Verwendung von Quadermagneten und eine weichmagnetische Beschichtung wird in nachfolgenden Abschnitten betrachtet.

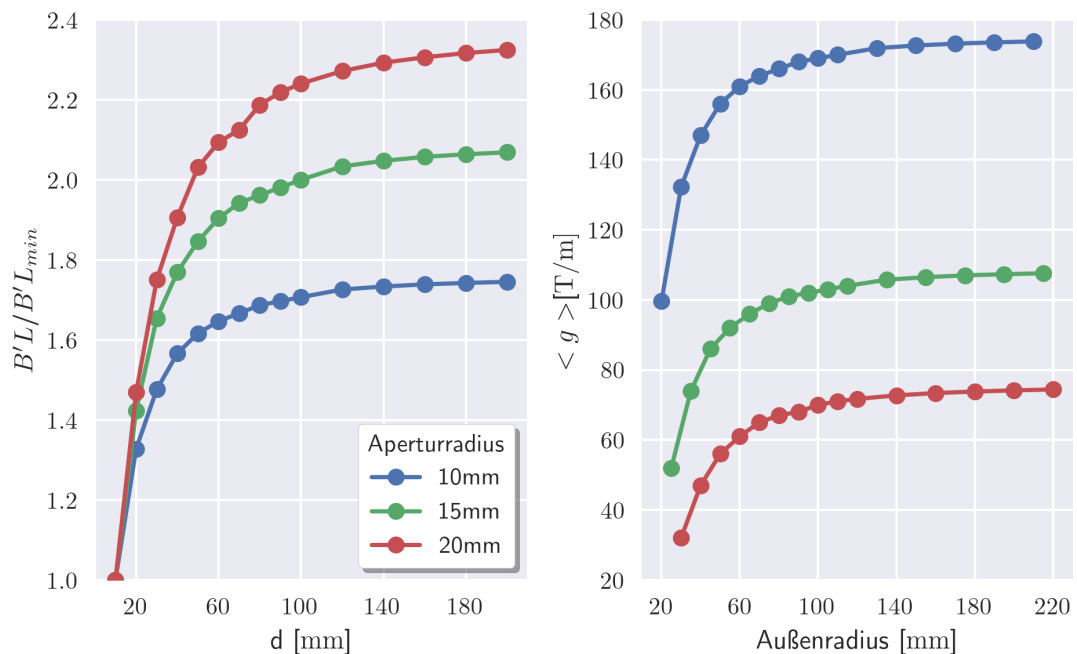


Abb. 4.9: Links: Relativer integrierter Gradient bei einer Erhöhung der Magnetdicke. Die Werte sind in Relation zur Magnetdicke von 10 mm der jeweiligen Struktur angegeben. Rechts: Mittlerer Gradient abhängig vom Außenradius des PMQ.

4.3 PMQ aus Quadermagneten

Die wesentlichen geometrischen Parameter, welche einen Einfluss auf die Feldverteilung eines PMQ's bestehend aus Quadermagneten haben, sind die Breite b , Dicke d , Länge L sowie die radiale Position der Einzelmagnete. Deren Einfluss auf den integrierten Gradienten wird in den folgenden Abschnitten analysiert. Der integrierte Gradient wird jeweils in Relation zum Soll-Wert auf der PMQ-Achse angegeben:

$$\frac{B'L}{(B'L)_{\text{soll}}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} g(z, r) dz}{\int_{-\infty}^{\infty} g(z, 0) dz} \quad (4.2)$$

Bei allen nachfolgenden Parameteruntersuchungen entspricht der Aperturradius a der um 1 mm reduzierten radialen Position der Einzelmagnete.

4.3.1 Aperturradius

Für den Vergleich von PMQ's mit unterschiedlichen Aperturradien wird die Magnetdicke skaliert, sodass das Verhältnis beider Parameter konstant bleibt. Bei einer Erhöhung des Aperturradius steigt der integrierte Gradient mit der radialen Position der Integrationsachse um wenige Prozent stärker an. Das Gradientenflattern ω wird bei einer Halbierung des Aperturradius ebenfalls halbiert, d.h. der Gradient ist homogener, siehe Abb. 4.11.

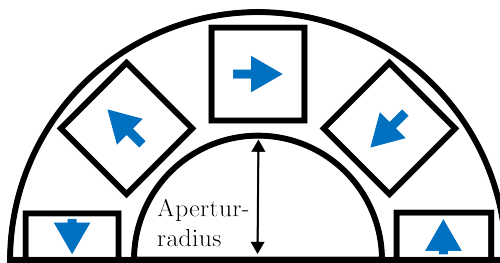


Abb. 4.10: Aperturradius eines PMQ.

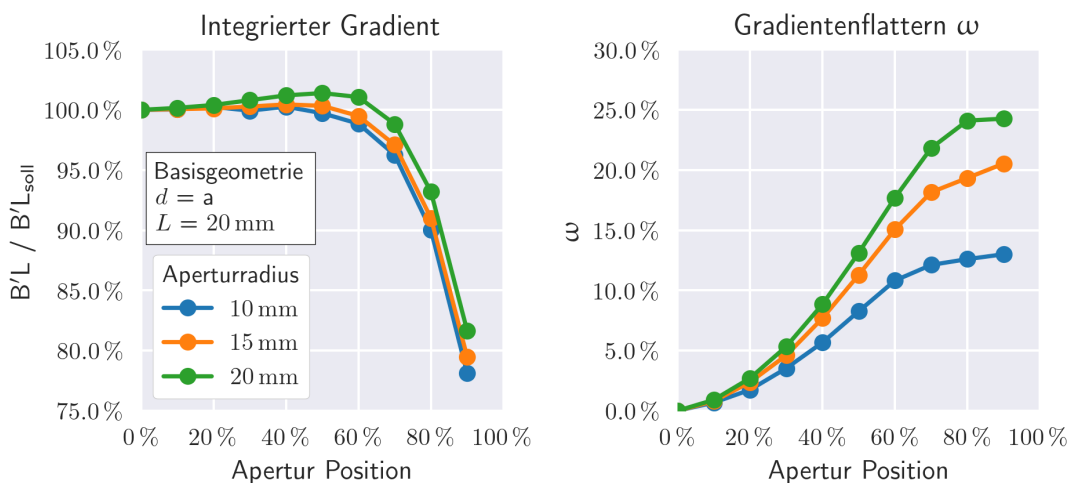


Abb. 4.11: Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω für drei Aperturradien eines PMQ.

4.3.2 Quadrupollänge

Die Verdopplung der PMQ-Länge (Abb. 4.12), hat auf den integrierten Gradienten analog zum Aperturradius nur einen geringen Effekt, siehe Abb. 4.13. Das Gradientenflattern halbiert sich bei einer Verdopplung der Länge. D.h. unabhängig von der PMQ-Länge bleiben die negativen und positiven Abweichungen vom Sollgradienten im gleichen Verhältnis, der absolute Wert der Abweichung vom Sollgradienten hingegen sinkt.

Ursache für die verbesserte Linearität des Magnetfeldes mit steigender PMQ-Länge und sinkendem Aperturradius ist die Verringerung des Einflusses der Randfelder. Diese werden in einer Halbebene betrachtet, welche die Polmagnete schneidet, siehe Abb. 4.14. Im Symmetriezentrum des PMQ koppelt das Magnetfeld von den Polflächen jeweils auf die Polflächen der benachbarten Magnete. Je weiter die betrachtete Position zum Rand des PMQ verschoben wird, umso größer ist der Anteil des magnetischen Flusses, welcher vom Nord auf den Südpol

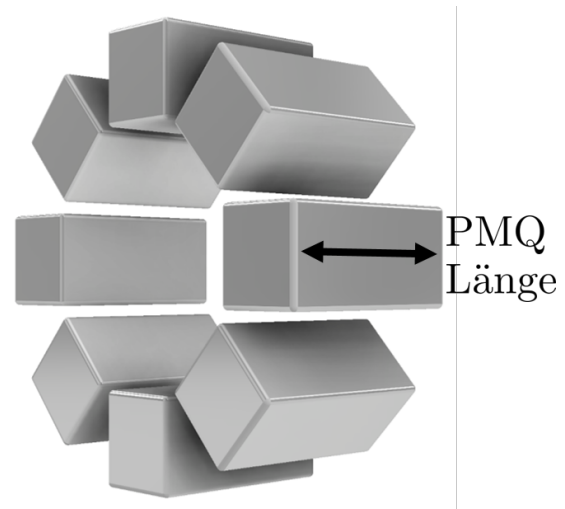


Abb. 4.12: PMQ bestehend aus 8 Quadermagneten mit eingezeichneter Länge.

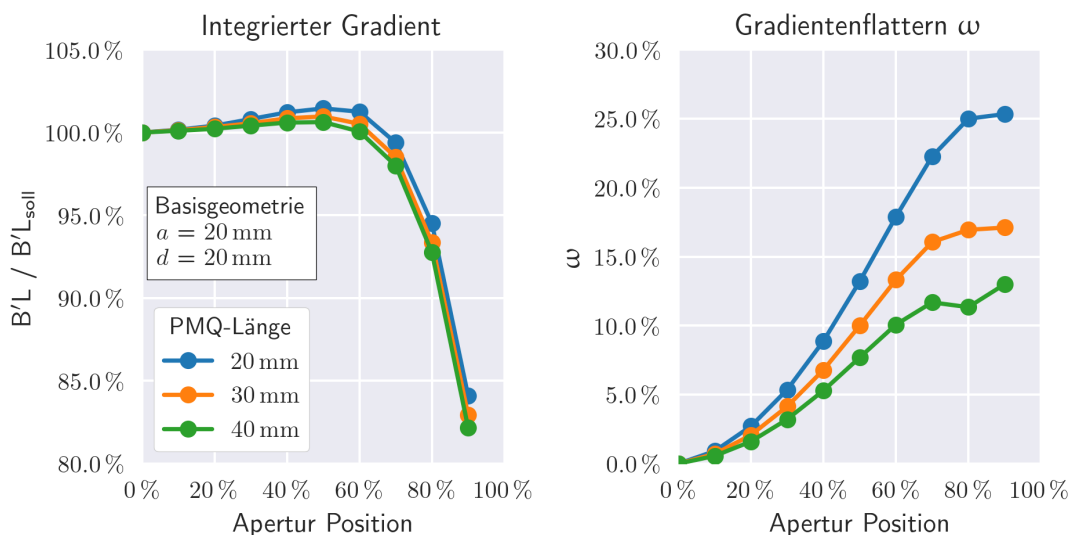


Abb. 4.13: Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω für drei Längen eines PMQ.

des gleichen Magneten koppelt, siehe Abb. 4.15. Der Gradient entlang der Strahlachse verläuft näherungsweise Gaußförmig, mit dem Maximum im Zentrum des PMQ. Bei kurzen Längen reichen die Randeffekte bis in die Bereiche des PMQ mit hohen Gradienten und haben dementsprechend einen höheren Einfluss relativ zum Integral des gesamten Gradienten, wodurch das Gradientenflattern ω ansteigt. Dies verstärkt den Effekt einer positionsabhängigen Brennweite der PMQ-Linse.

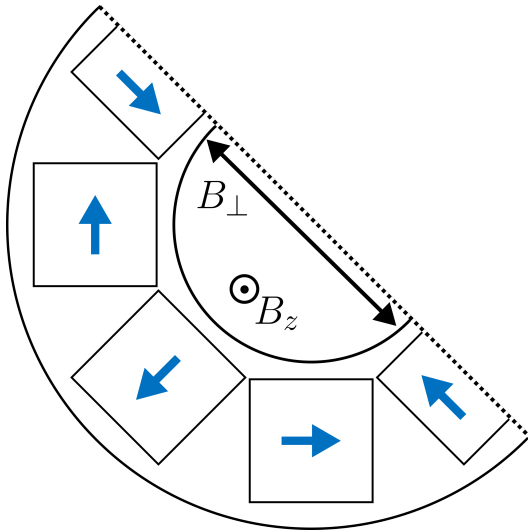


Abb. 4.14: Schnittebene durch die Polmagnete eines PMQ zur Betrachtung der Randfelder B_z und der für die Fokussierung notwendigen und auf den Polmagneten senkrecht stehenden Feldkomponente B_\perp .

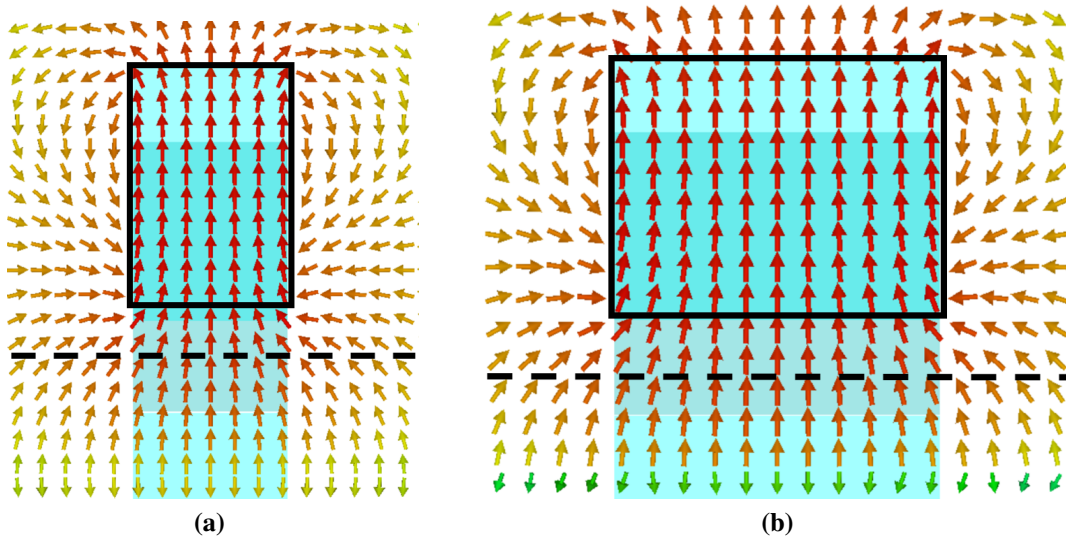
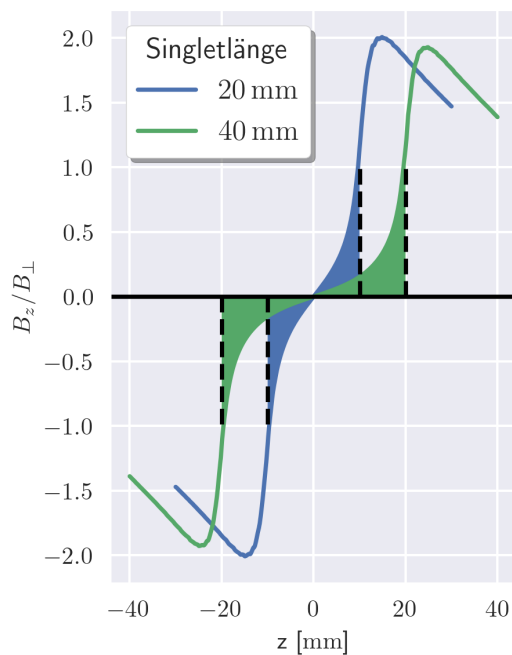


Abb. 4.15: Projektion der Feldlinien auf eine Ebene, welche die Polmagnete schneidet, für (a) $L = 20$ mm und (b) $L = 40$ mm. Eingezeichnet sind die Geraden zur Bestimmung des Anteils der Randfelder.

Zur Quantifizierung wird das Feld in die Randfeldkomponente B_z und die Fokussierkomponente B_{\perp} aufgeteilt und das Verhältnis beider Komponenten mit dem lokalen Sollgradienten $g(z)$ gewichtet und auf dessen Integral über die PMQ-Achse normiert, siehe Abb. 4.16. Der Verlauf des Verhältnisses der Feldkomponenten entlang der Quadrupolachse ist identisch, ist aber auf die mechanische Länge gestreckt, entsprechend der Gewichtung des Gradienten ergibt sich ein um den Faktor 1,67 erhöhter Einfluss der Randfelder.



$$\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{B_z(z)}{B_{\perp}(z)} \cdot g(z) dz}{\int_{-\infty}^{\infty} g(z) dz}$$

$L = 20 \text{ mm} :: 961$
 $L = 40 \text{ mm} :: 575$

Abb. 4.16: Verhältnis der Randfeldkomponente B_{\perp} und Fokussierkomponente B_z . Zur quantitativen Einordnung wird dieses mit dem Sollgradienten $g(z)$ gewichtet und auf den integrierten Gradienten normiert. Die gefüllte Fläche entspricht der mechanischen Länge des PMQ.

4.3.3 Magnetdicke

Für die Analyse des Einflusses der Magnetdicke, siehe Abb. 4.17, wird diese in Einheiten der Magnetbreite angegeben. Basis ist ein PMQ mit Länge und Aperturradius von jeweils 20 mm, womit die Randfelder signifikanten Einfluss auf den integrierten Gradienten haben.

Eine Erhöhung des Magnetvolumens bzw. der Magnetdicke bewirkt eine Verbesserung des Gradientenflatters ω , welches von 30% auf 23% sinkt, siehe Abb. 4.18. Durch die Erhöhung der Magnetdicke wird der Abstand der Polflächen erhöht, welche ursächlich für die Randfeldeffekte sind und deren Kopplung wird abgeschwächt. Der Effekt geht allerdings in eine Sättigung, sodass die Randfelder nicht komplett eliminiert werden.

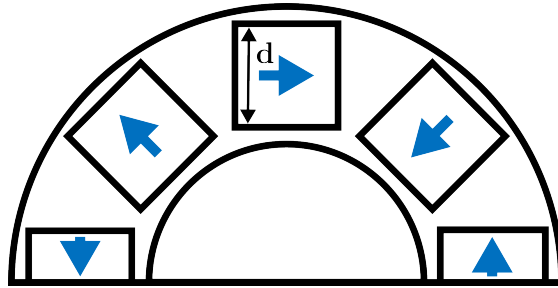


Abb. 4.17: Magnetdicke eines PMQ

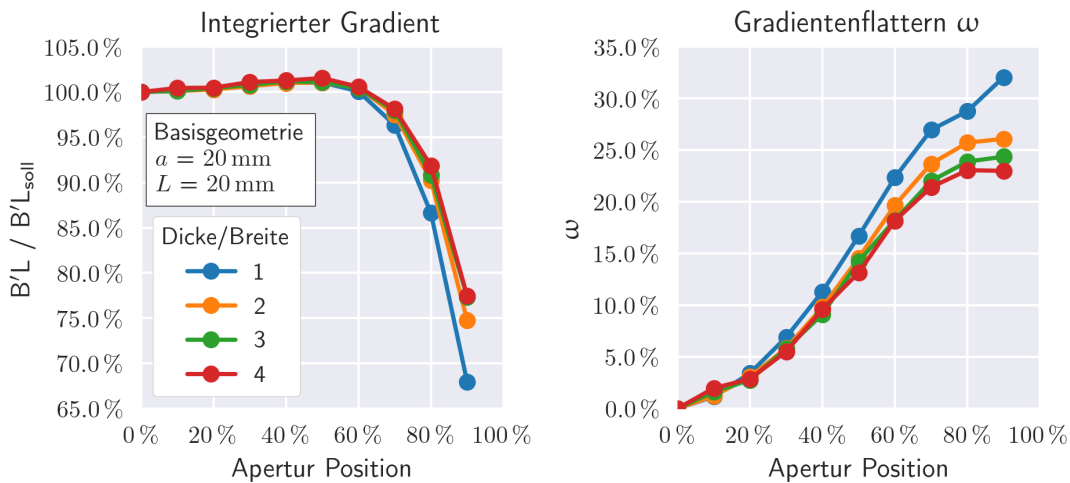


Abb. 4.18: Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω für vier Magnetdicken eines PMQ, angegeben in Einheiten der Magnetbreite.

4.3.4 Magnetbreite

In den vorherigen Abschnitten war das PMQ-Singlet mit Magneten ausgelegt, welche die geometrisch maximal mögliche Breite besitzen, siehe Abb. 4.19. Durch eine möglichst nahe Positionierung wird garantiert, dass die Polflächen der Magnete mit einer zur Apertur parallelen Magnetisierung nicht über die PMQ-Apertur koppeln. Bei einer Verringerung der Breite aus z.B. technischen Gründen ist dies nicht mehr gewährleistet, sodass Multipolkomponenten entstehen und die Linearität des Magnetfeldverlaufs gestört wird, siehe Abb. 4.20.

Durch eine Verringerung der Breite wird der signifikante Abfall des integrierten Gradienten im Außenbereich der Apertur durch einen leichten Anstieg ersetzt, siehe Abb. 4.21. In Kombination mit dem Anstieg des Gradientenflatterns ist dies auf einen Anstieg der lokalen Abweichung vom Sollgradienten zurückzuführen, welche Abweichungen in anderen Bereichen mit gegensätzlichem Vorzeichen kompensiert. Dies ist beispielhaft in Abbildung 4.22 anhand der longitudinalen Verteilung des Gradienten im Bereich der äußeren 10 % der Apertur jeweils für die maximal mögliche Magnetbreite und eine um 10 % reduzierter Breite dargestellt. Durch die verringerte Breite steigt die lokale Abweichung vom Sollgradienten im Zentrum des PMQ an, bleibt im Randbereich allerdings konstant. Dies führt zu dem beobachteten Netto-Zuwachs des integrierten Gradienten zum Rand der Apertur. Aufgrund dieses Verhaltens kann ein effektiver Wertebereich der Magnetbreite um 90 % definiert werden, wenn allein der integrierte Gradienten linearisiert werden soll.

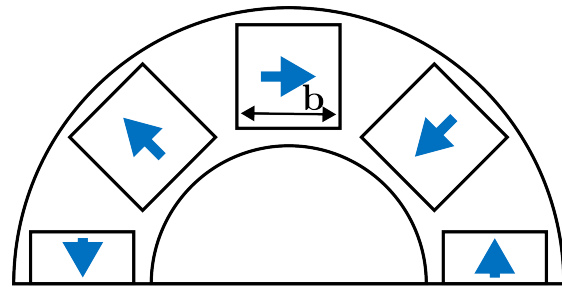


Abb. 4.19: Magnetbreite eines PMQ

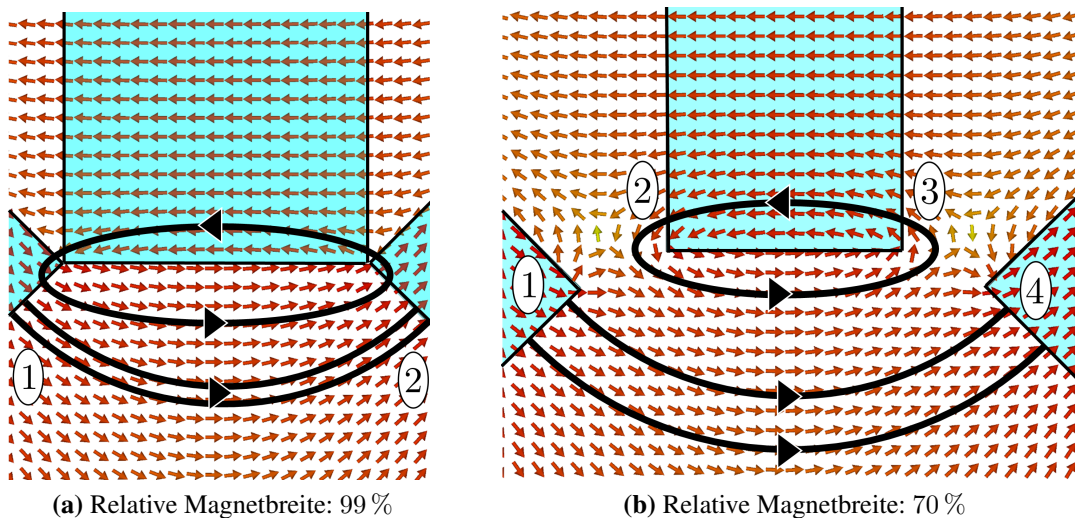


Abb. 4.20: Magnetische Flussdichte zwischen zwei benachbarten Magneten für die relativen Magnetbreiten (a) 100 % und (b) 70 %. Bei einer reduzierten Magnetbreite koppelt der zentrale Magnet auf seine eigenen Polflächen was Multipolanteile zur Folge hat.

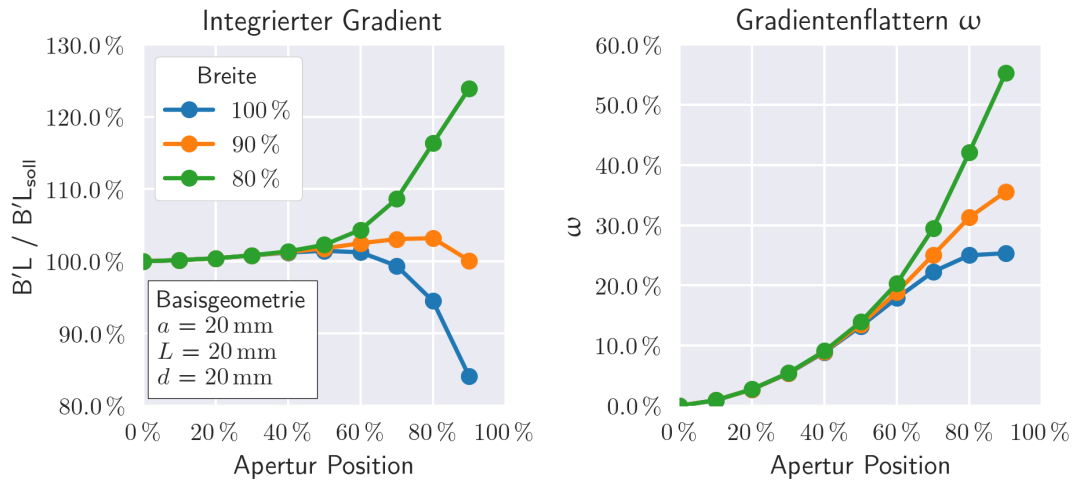


Abb. 4.21: Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω für eine Reduzierung der Magnetbreite. Diese ist prozentual gegenüber der geometrisch maximal möglichen Breite angegeben.

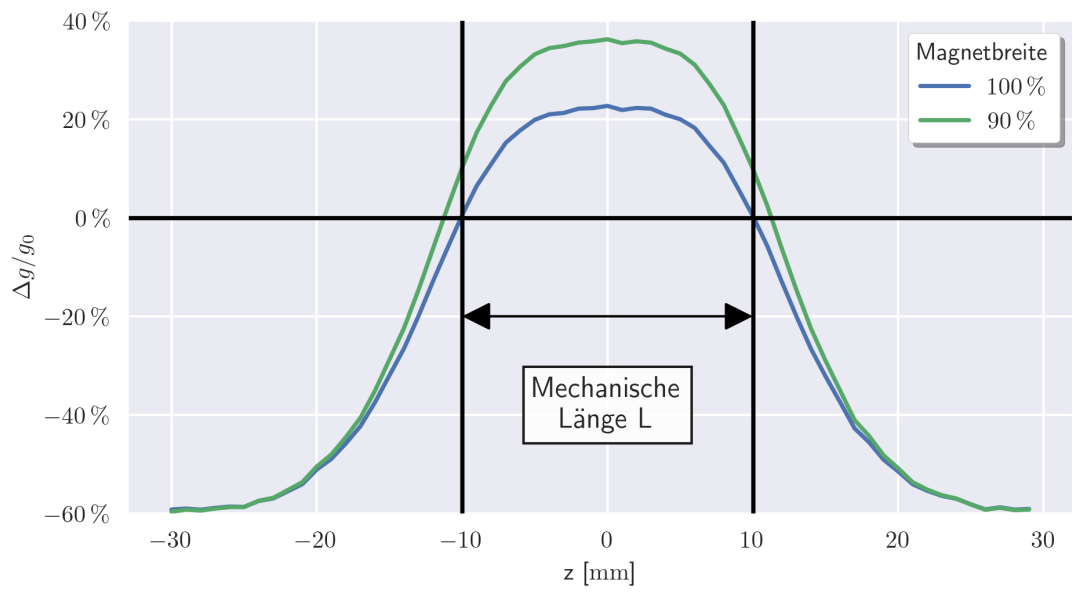


Abb. 4.22: Relative Abweichung vom Sollgradienten für zwei Magnetbreiten, jeweils im Aperturbereich von 90 % bis 100 %.

Multipole

Für eine anschauliche Analyse bzgl. des Auftretens von Multipolen höherer Ordnung ($n > 2$, vgl. Abschnitt 2.1.1) wird eine geschlossene Kurve 1 mm von den Polflächen der Magnete entfernt definiert, siehe Abb. 4.23. Der Aperturradius beträgt 20 mm, sodass dieser Abstand aus technischer Hinsicht bzgl. einer Magnethalterung und/oder eines Strahlrohrs die Grenze des maximal nutzbaren Aperturvolumens beschreibt. Auf dieser wird der orthogonal zur Kurve liegende Anteil der magnetischen Flussdichte bestimmt. Durch die Anzahl der auftretenden Maxima kann anschaulich die Ordnung des Multipols bestimmt werden. Bei einer maximalen Magnetbreite bilden sich vier Peaks bzw. Pole der Normalkomponenten der magnetischen Flussdichte, siehe Abb. 4.24. Bei einer Reduzierung der Magnetbreite auf unter 80 % des verfügbaren Platzes treten 8 zusätzliche Pole auf. Diese führen zum beobachteten nicht-linearen Anstieg des Magnetfelds zum Rand der Apertur. Konsequenzen hat dies bzgl. der technischen Reduzierung einer Magnethalterung zur Realisierung eines PMQ, bei welcher diese relative Magnetbreite unterschritten wird.

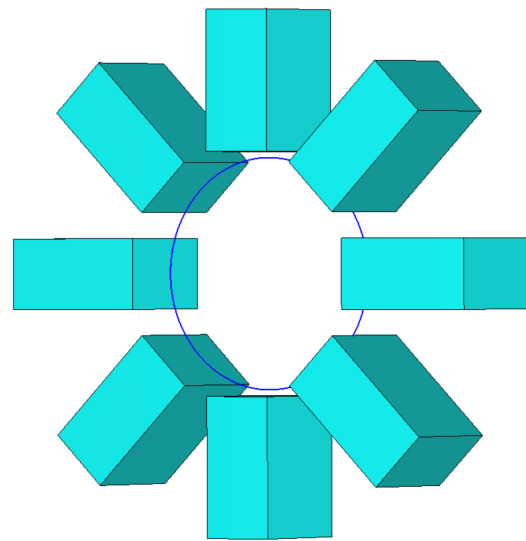


Abb. 4.23: Kurve zur Bestimmung der Multipolanteile im CST-Modell.

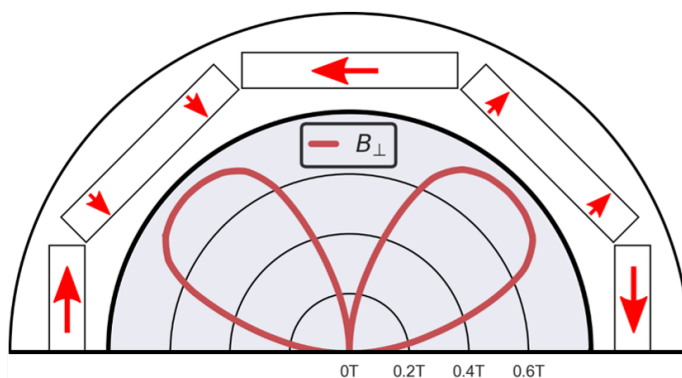


Abb. 4.24: Orthogonale Feldkomponente B_{\perp} auf der in Abb. 4.23 definierten Kurve in Polarkoordinaten für eine Halbebene des Quadrupols. Die Magnetbreite nimmt 99 % des verfügbaren Raumes ein.

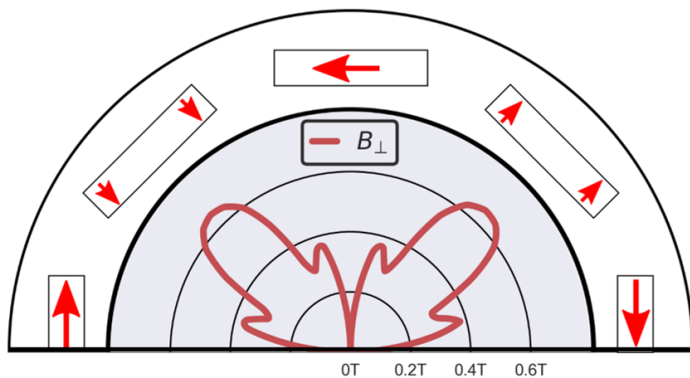


Abb. 4.25: Orthogonale Feldkomponente B_{\perp} auf der in Abb. 4.23 definierten Kurve in Polarkoordinaten für eine Halbebene des Quadrupols. Die Magnetbreite nimmt 70 % des verfügbaren Raumes ein.

4.3.5 Radialer Versatz benachbarter Magnete

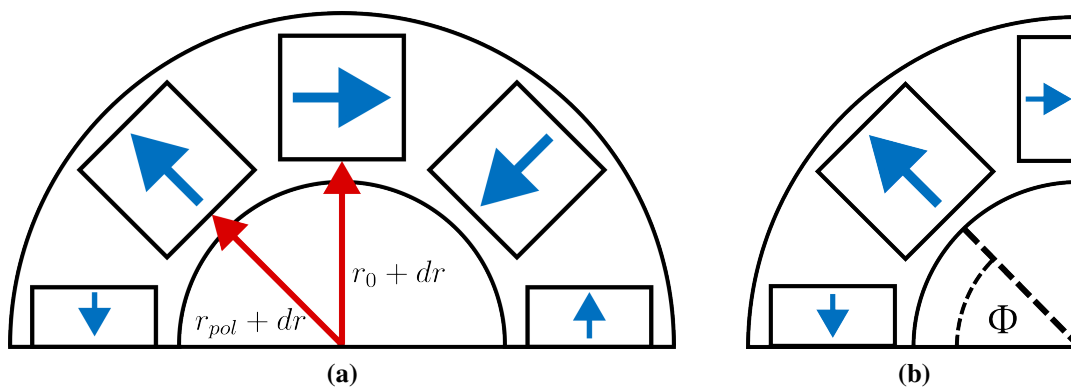


Abb. 4.26: (a) PMQ mit eingezeichneten radialen Positionen r_{pol} und r_0 der jeweiligen Magnetgruppe. (b) Quadrant eines PMQ mit der Polarkoordinate Θ zur Ortsangabe der Multipolanteile.

Die acht Magnete des Quadrupols lassen sich in zwei Untergruppen unterteilen. Vier Magnete, welche als Pole fungieren und auf einem Kreis mit dem Radius r_{pol} angeordnet sind, sowie die vier benachbarten Magnete mit einer zur Apertur tangentialen Magnetisierung und der radialen Position r_0 , siehe Abb. 4.26a. Durch einen unabhängigen Versatz der Magnetgruppen kann ein idealer Versatz dr eingestellt werden, welcher das Gradientenflattern um wenige Prozent senkt. Bei einem Singlet, bei welchem Randeffekte dominieren, kann dies durch einen Versatz der Magnetgruppe r_0 erreicht werden. Bei einem Singlet mit geringem Einfluss der Randfelder wird dies durch einen Versatz von r_{pol} erreicht.

Ursächlich ist eine Reduzierung der Multipolkomponenten, da die dafür ursächlichen Magnetoberflächen vom betrachteten Aperturvolumen entfernt werden. In Kombination mit einer Reduzierung der Magnetbreite kann der integrierte Gradient optimiert werden.

Die Verschlechterung des Gradientenflatters durch die Breitenreduzierung wird durch den radialen Versatz negiert, siehe Abb. 4.27. Konsequenz ist allerdings eine Reduzierung des mittleren Sollgradienten in diesem speziellen Fall von 90 T m^{-1} auf 82 T m^{-1} . Verbesserungen der Feldqualität treten zudem nur in den äußeren 30 % der Apertur auf. Des Weiteren kann diese Optimierung nur auf Strukturen angewandt werden, deren Randeffekte einen geringen Einfluss auf das Gesamtintegral des Gradienten haben. Für Strukturen mit einem Länge-zu-Apertur Verhältnis von eins kann der integrierte Gradient ebenfalls optimiert werden, der radiale Versatz kann die negativen Auswirkungen auf das Gradientenflattern allerdings nicht kompensieren.

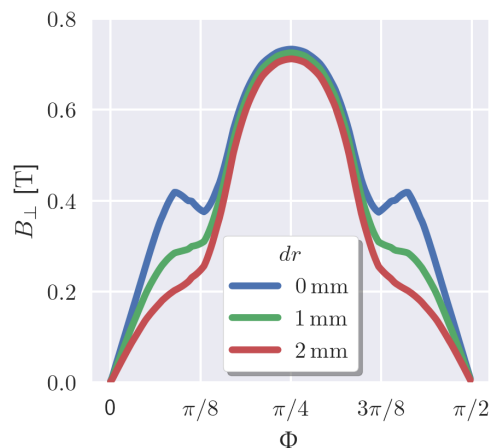


Abb. 4.27: Multipolkomponenten ursächlich durch eine Reduzierung der Magnetbreite. Durch eine Versatz von r_0 können diese kompensiert werden. Je geringer die Magnetbreite, umso größer der Versatz. Die Ortsangabe ist in Polarkoordinaten bzgl. eines PMQ-Quadranten angegeben, siehe Abb. 4.26b

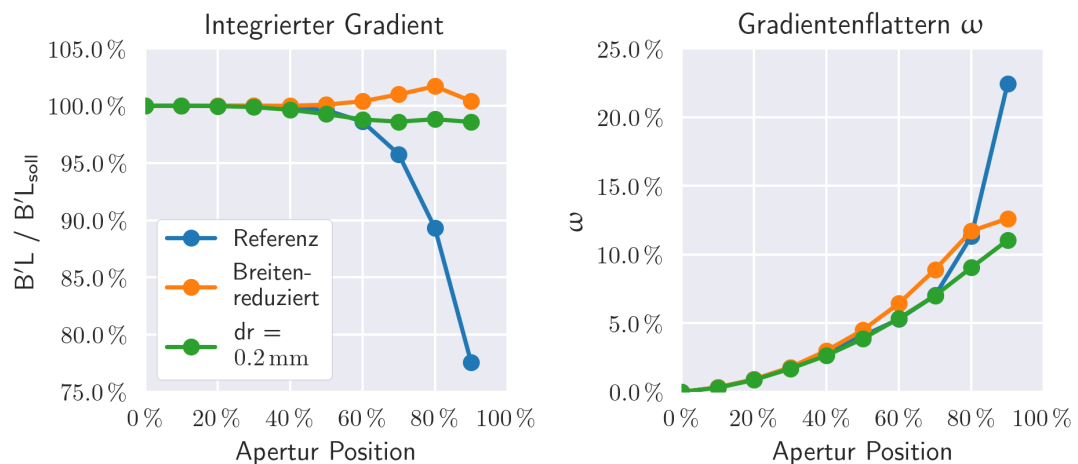


Abb. 4.28: Schrittweise Optimierung des integrierten Gradienten und des Gradientenflatters durch eine Reduzierung der Magnetbreite auf 85 % und einem anschließenden Versatz von r_0 um 0,2 mm, welcher die Multipolkomponenten reduziert.

4.3.6 Erweitertes Quaderdesign

Bei der Verwendung von Quadermagneten bleibt bei der Erhöhung der Magnetdicke ein nicht zu vernachlässigbares Volumen zwischen den Magneten frei. Aufgrund dessen wird dieses Volumen mit weiteren Quadermagneten aufgefüllt, um den zur Verfügung stehenden Gradienten zu erhöhen. Verglichen werden zwei Grenzfälle von möglichen Orientierungen (Abb. 4.29). Beide Orientierungen steigern den Gradienten im gleichen Maße. Durch eine tangentielle Orientierung wird das Gradientenflattern um wenige Prozent reduziert, sodass diese zu bevorzugen ist. Insgesamt hat diese Konfiguration keine Nachteile und ist eine einfache Möglichkeit zum Steigern des Gradienten, vorausgesetzt es existiert eine entsprechende Magnethalterung.

Bei der Variation der Magnetbreite (Abschnitt 4.3.4) wurde das frei werdende Volumen nicht mit anderen Magneten aufgefüllt. Im Hinblick auf das Verwenden von industriellen Standardmagneten, welche in ihren Geometrien nur in begrenzten Variationen verfügbar sind, wird untersucht, ob das Einbringen von kleineren Quadermagneten in den Zwischenräumen nennenswerte Einflüsse auf die Feldqualität und I -stärke hat. Wesentlicher Parameter ist die Orientierung der Magnete. Die Drehrichtung wird ausgehend von der Basisposition, in welcher die Magnetisierungsrichtung parallel zur Apertur ausgerichtet ist, angegeben (Abb. 4.30).

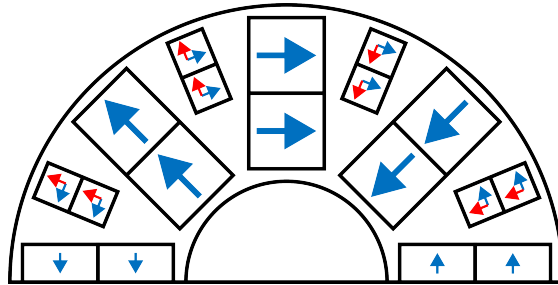


Abb. 4.29: Erweitertes Quaderdesign mit zusätzlichen Magneten, welche den Gradienten erhöhen. Die zwei möglichen Magnetisierungsrichtungen sind in Rot und Blau skizziert.

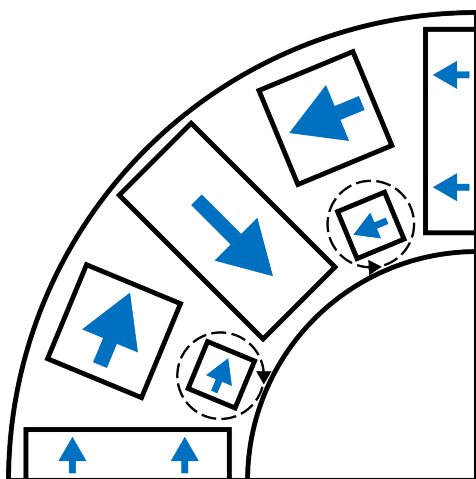


Abb. 4.30: Erweitertes Blockdesign mit kleinen Quadermagneten zwischen den großen Blockmagneten, welche den Quadrupol definieren. Variabel ist die Orientierung relativ zu den Hauptmagneten.

Durch eine Anpassung des Drehwinkels auf 30° kann die Abweichung des integrierten Gradienten im Vergleich zur Sollachse auf $\pm 4\%$ im äußeren Bereich der Apertur reduziert werden, siehe Abb. 4.31. Das Gradientenflattern ω liegt im Wertebereich um 45% und steigt mit dem Eindrehen der Magnete an. Dies entspricht dem erwartbaren Wert ohne Einbringung der zusätzlichen Magnete, welcher sich nur aus der reduzierten Magnetbreite ergibt. Das Einbringen der zusätzlichen Magnete dient somit im Wesentlichen der Maximierung des zur Verfügung stehenden Gradienten. Die korrekte Orientierung ist notwendig um den Verlauf des integrierten Gradienten im Vergleich zu einem Verzicht der Magnete nicht zu verschlechtern.

Ursache für die Entstehung der Multipolkomponenten bei der Breitenreduzierung ist die Kopplung der Magnete auf ihrer eigenen Polflächen. Dies kann durch das Einbringen der Magnete teilweise kompensiert werden, siehe Abb. 4.33. Zur Unterdrückung der Multipolkomponenten muss die Magnetisierung parallel zur Apertur gerichtet sein. Bei einem Eindrehen der Magnete steigt diese wieder an, siehe Abb. 4.32. Durch die zusätzlichen Magnete kann der Multipolanteil damit im Idealfall um einen Faktor zwei verringert werden. Eine Verbesserung der Feldlinearität ist allerdings nicht möglich, sodass diese Konfiguration nur eine Notlösung darstellt.

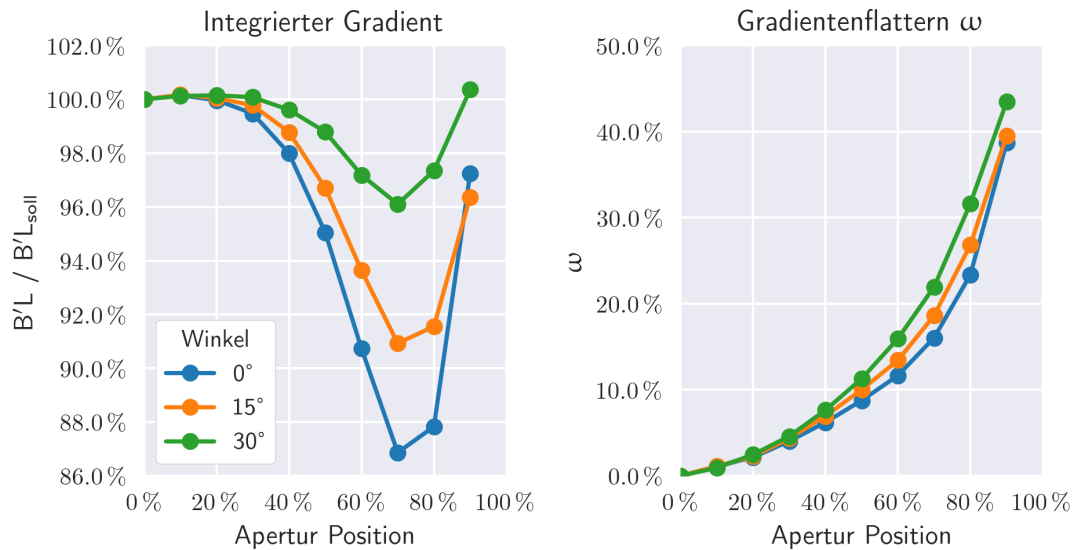


Abb. 4.31: Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω im Vergleich der zwei erweiterten Quaderdesigns und des Standarddesigns.

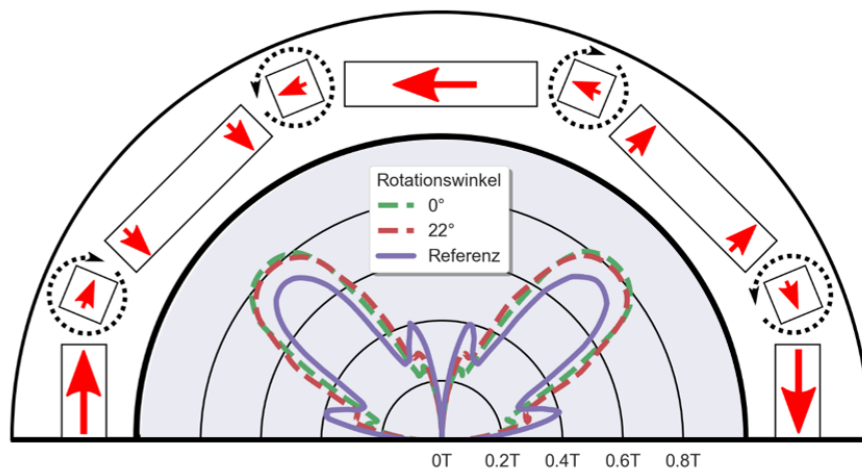


Abb. 4.32: Multipolkomponenten für die Sollposition der Zwischenmagnete, einer Drehung dieser um 22° in Richtung der Apertur, sowie einem Verzicht auf die Magnete als Referenz. Der Wert von 22° wurde gewählt, um die Kurven einfacher unterscheiden zu können und hat keine besondere Relevanz.

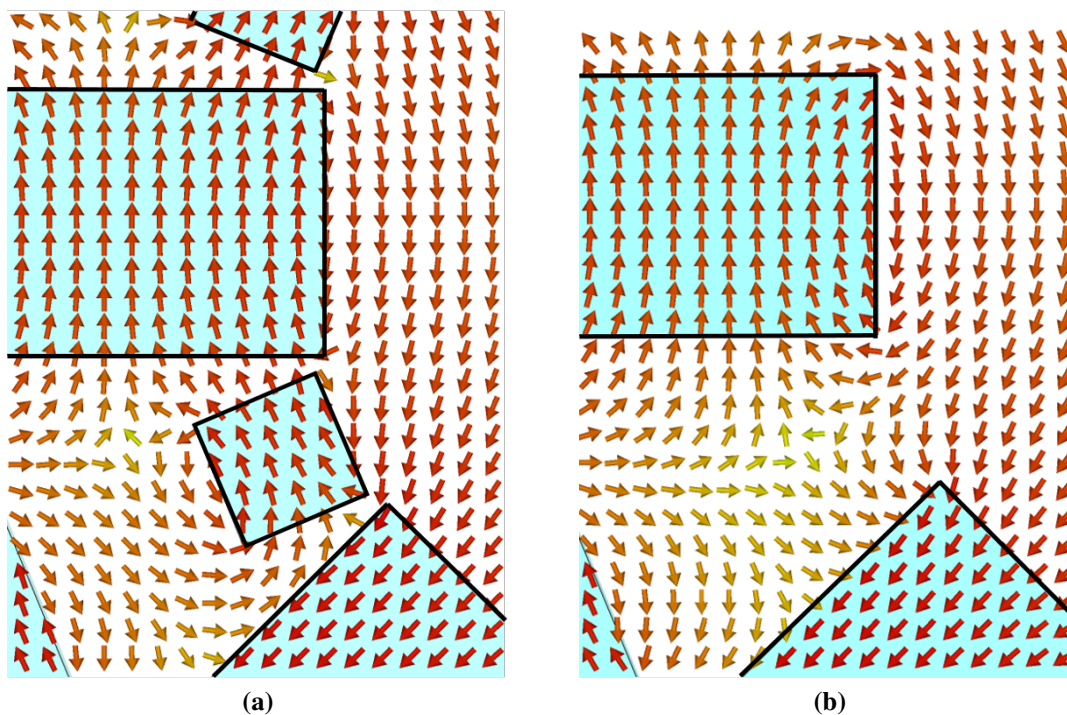


Abb. 4.33: Magnetfeldverteilung für (a) ein Einbringen von kleinen Magneten zwischen den Hauptmagneten in der Ursprungsorientierung, sowie (b) einem Verzicht auf die zusätzlichen Magnete.

4.4 Alternative Magnetformen

4.4.1 Trapezformen

Im vorherigen Abschnitt wurde die ineffiziente Volumennutzung bei einer Verdickung der Blockmagnete durch das Hinzufügen weiterer Quadermagnete teilweise kompensiert. Für eine effiziente Nutzung des verfügbaren Volumens durch wenige Magnete, eignen sich Trapezformen. Die wesentlichen Parameter sind die Breite b an der Apertur, die Magnetdicke d , sowie der Öffnungswinkel α des Trapezes, siehe Abb. 4.34a. Die Breite b wird im Folgenden nicht explizit aufgeführt, da sich bei diesem Parameter das gleiche Verhalten wie bei der Variation der Breite der Quadermagnete zeigt (Abschnitt 4.3.4).

Signifikanter Parameter im Vergleich zu einem Quadermagneten ist der Öffnungswinkel α . Dieser kann im Intervall von 0° (Quaderform) bis 22° (maximale Breite) variiert werden. Die Breite wird konstant auf dem maximalen Wert belassen. Durch die optimierte Volumennutzung kann der verfügbare Gradient im Vergleich zum Basisdesign bestehend aus 8 Quadermagneten um 25 % gesteigert werden, siehe Abb. 4.34b.

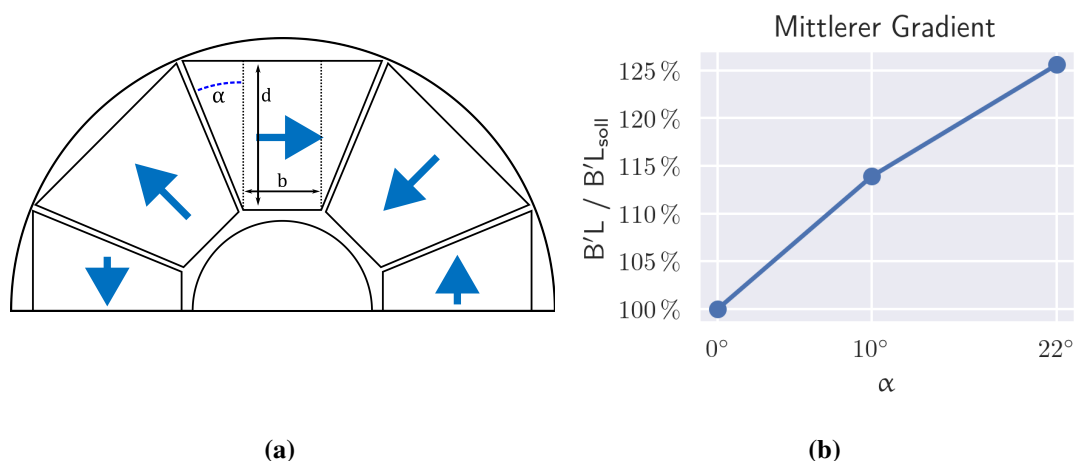


Abb. 4.34: Geometrische Parameter eines PMQ basierend auf trapezförmigen Magneten. Die Erhöhung des Öffnungswinkels α führt zu einem Anstieg des integrierten Gradienten.

Der Einfluss auf den integrierten Gradienten und dessen Flattern ist abhängig vom Länge-zu-Apertur Verhältnis (L/a). Für einen Wert von 1 dominieren die Randfeldeffekte die Feldverteilung. Eine Erhöhung des Öffnungswinkels erhöht die Polflächen am Außenradius des PMQ auf welchen die Randfelder koppeln, was prinzipiell die absolute Abweichung vom Sollgradienten erhöht. Allerdings wächst der Sollgradient im

Vergleich stärker an, wodurch die relative Abweichung sinkt. Für ein Verhältnis von 4, d.h. einer Struktur welche nur geringen Randfeldeffekten unterliegt, tritt der umgekehrte Effekt auf. Der negative Einfluss durch den Anstieg der Randfeldeffekte überwiegt den Anstieg des integrierten Gradienten und das Gradientenflattern steigt an. Für beide Strukturen beschränkt sich der Einfluss dabei auf die äußeren 40 % der Apertur.

Ein geometrischer Parameter zur Optimierung der Feldverteilung ist die Abrundung der Vorderkanten der Einzelmagnete (Abb. 4.35, sowie Abb. 4.36). In diesem Kontext werden ebenfalls Quadermagnete betrachtet, auf welche diese Optimierung ebenfalls angewendet werden kann.

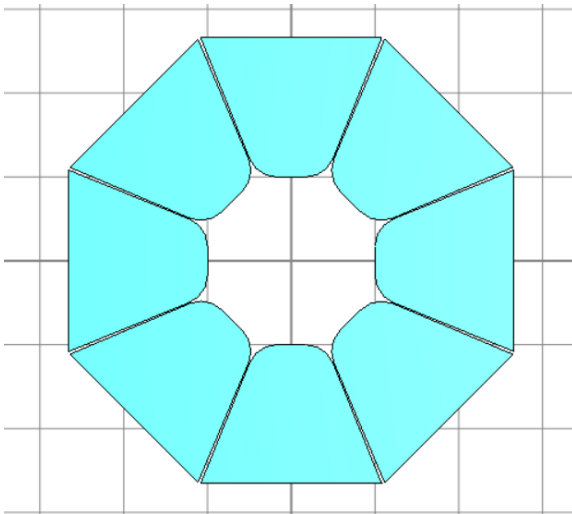


Abb. 4.35: CST-Modell eines PMQ basierend auf trapezförmigen Magneten. Die Kanten an der Apertur wurden zum Zweck der Feldoptimierung mit einem Radius von 4 mm abgerundet.

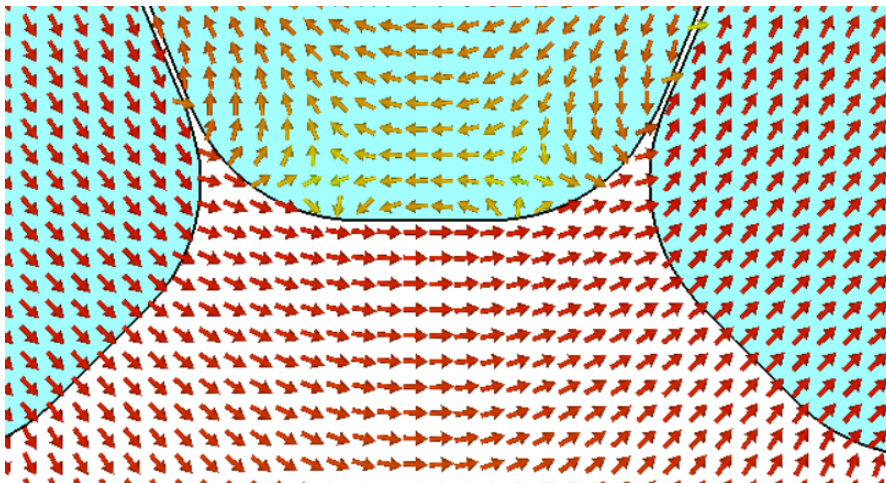


Abb. 4.36: Feldverteilung eines PMQ aus trapezförmigen Magneten mit einer Verrundung der Magnetkanten von 4 mm.

Kantenverrundung von Quadermagneten

Aufgrund von technischen Limitierungen können keine scharfkantigen Quader gefertigt werden, sodass diese einen minimalen Radius besitzen, siehe Abb. 4.37. Bei industriellen Standardmagneten mit Kantenlängen von 10 mm liegt dieser Radius typischerweise bei 0,5 mm. Im Vergleich zu trapezförmigen Magneten kann für Quadermagnete ebenfalls ein optimierter Radius bestimmt werden, siehe Abb. 4.38.

Im Vergleich von trapez- und quaderförmigen Magneten bzgl. der Feldqualität im optimierten Fall der Kantenverrundung, siehe Abb. 4.39, ist ersichtlich, dass für kompakte PMQ unabhängig von der Magnetform eine vergleichbare Feldqualität zu erwarten ist. Der optimierte Radius liegt jeweils bei 4 mm. Durch die Verrundung werden die für die Multipole ursächlichen Polflächen angepasst, sodass die zur Apertur vertikalen Feldkomponenten außerhalb des nutzbaren Aperturvolumens liegen (Abb. 4.40). Dieser Effekt ist vergleichbar mit einem radialen Versatz der Magnete (vgl. Abschnitt 4.3.5). Für Strukturen bei welchen die Randfelder dominieren bilden scharfkantige ($R = 0$ mm) Magnete den Idealfall.

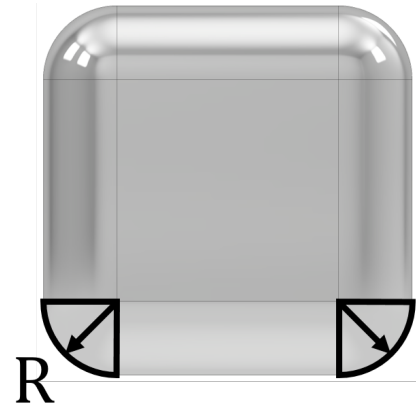


Abb. 4.37: Abrundung der Magnetkanten welche auf der Apertur aufliegen mit dem Radius R .

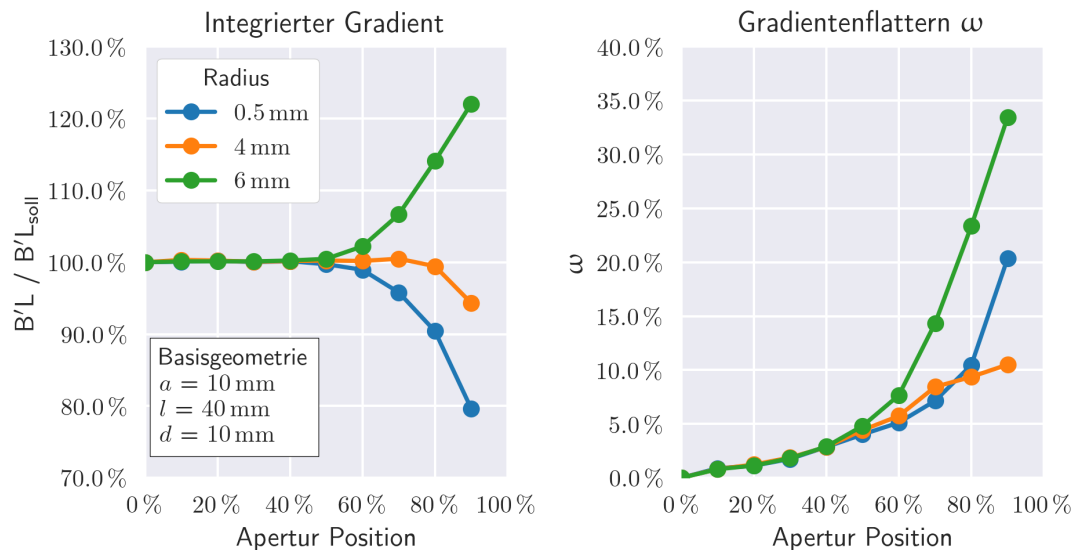


Abb. 4.38: Integrierter Gradient $B'L$ (links) und Gradientenflattern ω (rechts) für eine Variation der Kantenverrundung der Quadermagnete.

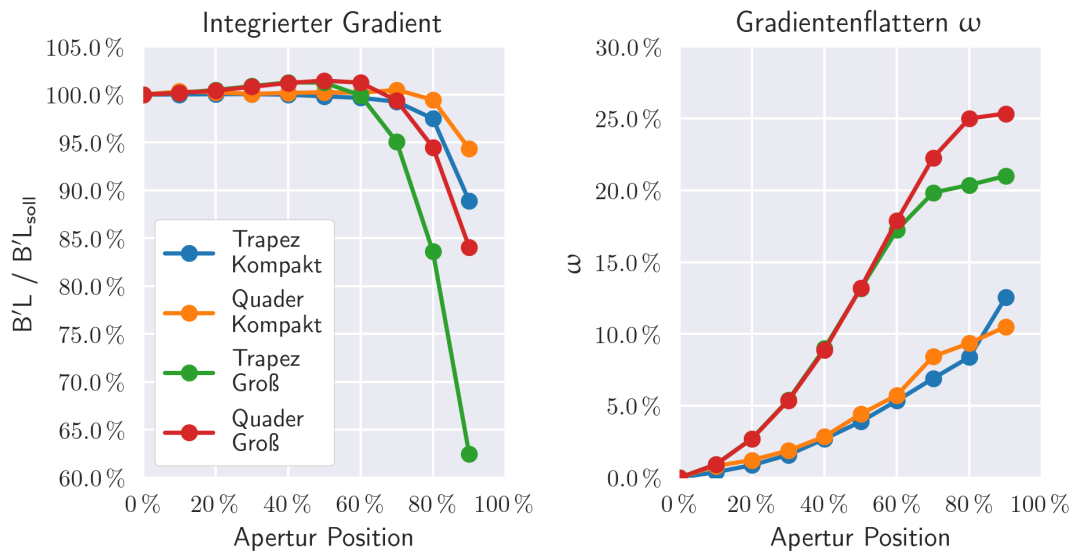


Abb. 4.39: Integrierter Gradient $B'L$ (links) und Gradientenflattern ω (rechts) für anhand der Kantenverrundung optimierte PMQ-Strukturen basierend auf Quadermagneten oder Trapezmagneten. Unterschieden wird zwischen kompakten ($L = 40 \text{ mm}$, $a = 10 \text{ mm}$) und großen ($L = 20 \text{ mm}$, $a = 20 \text{ mm}$) Strukturen.

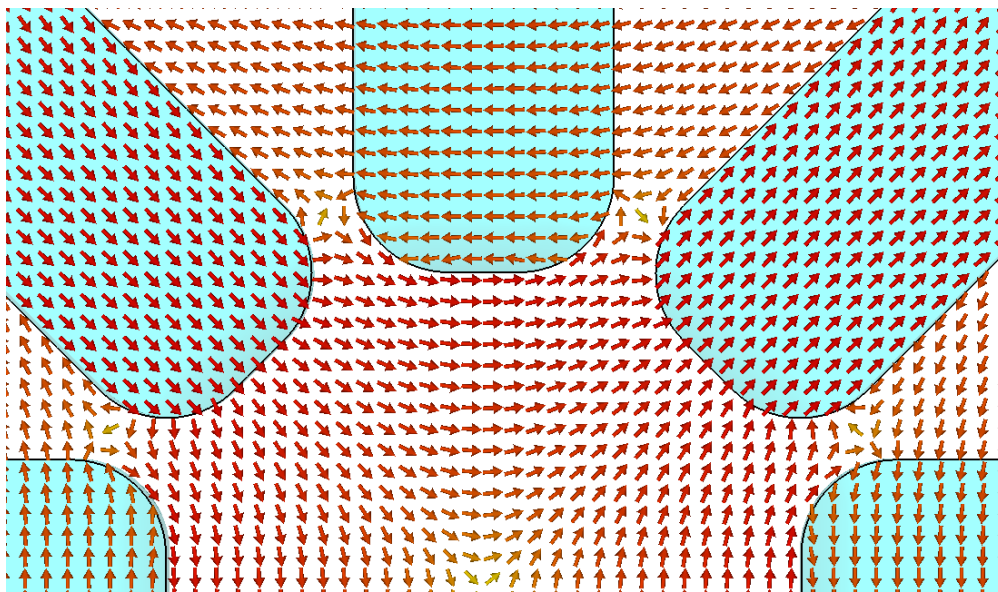


Abb. 4.40: Feldverteilung eines PMQ aus Quadermagneten, bei welchen die Magnetkante mit einem Radius von 3 mm abgerundet wurden.

4.4.2 Ringmagnete

Eine mögliche Variierung der Form ist die Anpassung der inneren Magnetkante an die Oberfläche des Strahlrohrs (Abb. 4.41). Diese ist im Vergleich zu Quader- / bzw. Trapezmagneten kreisförmig. Analog zu trapezförmigen Magneten ist der Verrundungsradius ein signifikanter Parameter, um die Feldverteilung zu optimieren. Die entsprechenden Parameter zur Bewertung der Feldqualität sind in Abb. 4.42 für die bzgl. des Verrundungsradius optimierten Fälle gegenübergestellt. Als Referenz ist das entsprechende Design in Form von optimierten Quadermagneten angegeben. Im direkten Vergleich bieten auch Ringmagnete nur bei Strukturen, welche einem hohen Einfluss der Randfelder unterliegen, einen Vorteil gegenüber Quadermagneten im Außenbereich des Aperturvolumens. Im Vergleich mit trapezförmigen Magneten ist das Gradientenflattern um wenige Prozent niedriger. Für kompakte Strukturen kann mit einer Anpassung der Kantenverrundung mit Quadermagneten eine vergleichbare Feldqualität erzielt werden. Komplexere Geometrien sind dahingehend hauptsächlich für eine Maximierung des Gradienten von Vorteil.

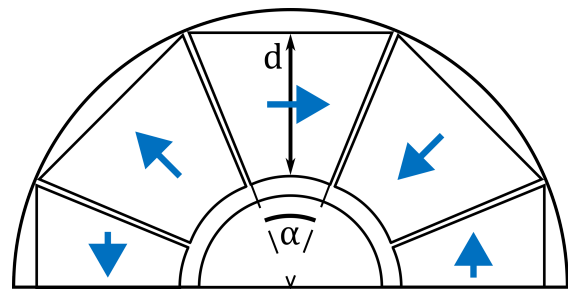


Abb. 4.41: Skizze eines PMQ-Singlets bestehend aus Kreissegmenten

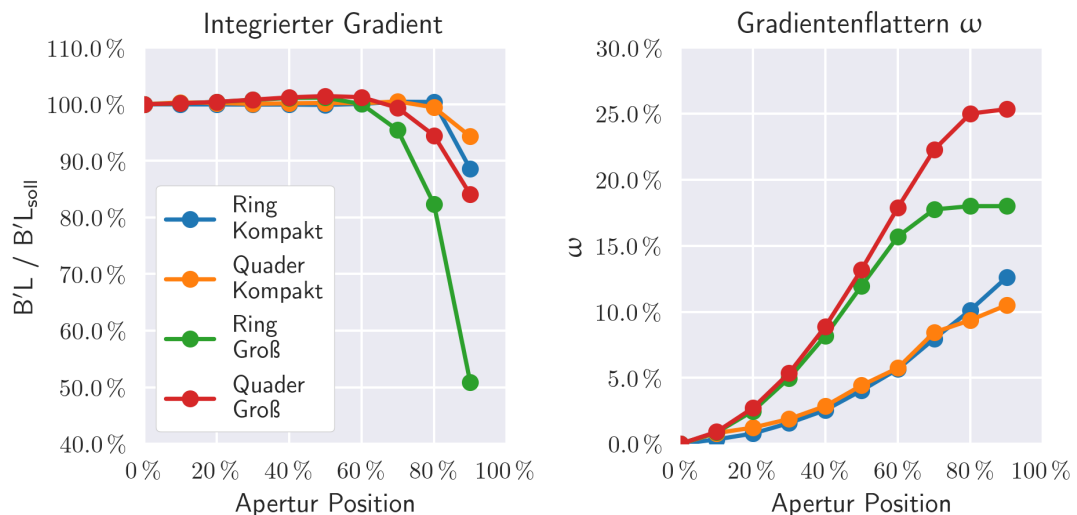


Abb. 4.42: Integrierter Gradient $B'L$ (links) und Gradientenflattern ω (rechts) für anhand der Kantenverrundung optimierte PMQ-Strukturen basierend auf Quadermagneten oder Ringmagneten. Unterschieden wird zwischen kompakten ($L = 40$ mm, $a = 10$ mm) und großen ($L = 20$ mm, $a = 20$ mm) Strukturen.

4.5 Konventioneller Quadrupol

Zur Beurteilung der Feldqualität eines konventionellen Quadrupols wird der prozentuale Aperturbereich innerhalb der effektiven Länge definiert, in welchem die Abweichung vom Sollgradienten nicht mehr als 1,6 % beträgt ($\Delta g/g_0 \leq 1,6\%$). Anhand einer entsprechenden Optimierung der Polflächen kann dies bei einem Aperturradius von 10 mm in den inneren 80 % des Aperturvolumens erreicht werden. Zum Vergleich ist in Abb. 4.43 die lokale Abweichung für zwei PMQ mit den Aperturradien 10 mm und 20 mm im genannten Aperturvolumen innerhalb der mechanischen Länge des PMQ dargestellt. Für kurze PMQ kann eine maximale Abweichung von 1,6 % nicht erreicht werden und mit einem minimalen Wert von 5 % deutlich überschritten. Für einem 40 mm langen baugleichen PMQ mit einem Aperturradius von 10 mm kann der Grenzwert im Zentrumsbereich erreicht werden.

Im direkten Vergleich sind konventionelle Quadrupole bzgl. der Feldqualität zu bevorzugen. Der Vorteil von PMQ ist eine platzsparende und unter Umständen preisgünstige Bauweise. Da Quadrupole in kombinierter Form verwendet werden, ist zusätzlich die Interaktion benachbarter PMQ bzgl. einer strahldynamischen Auswirkung zu beachten.

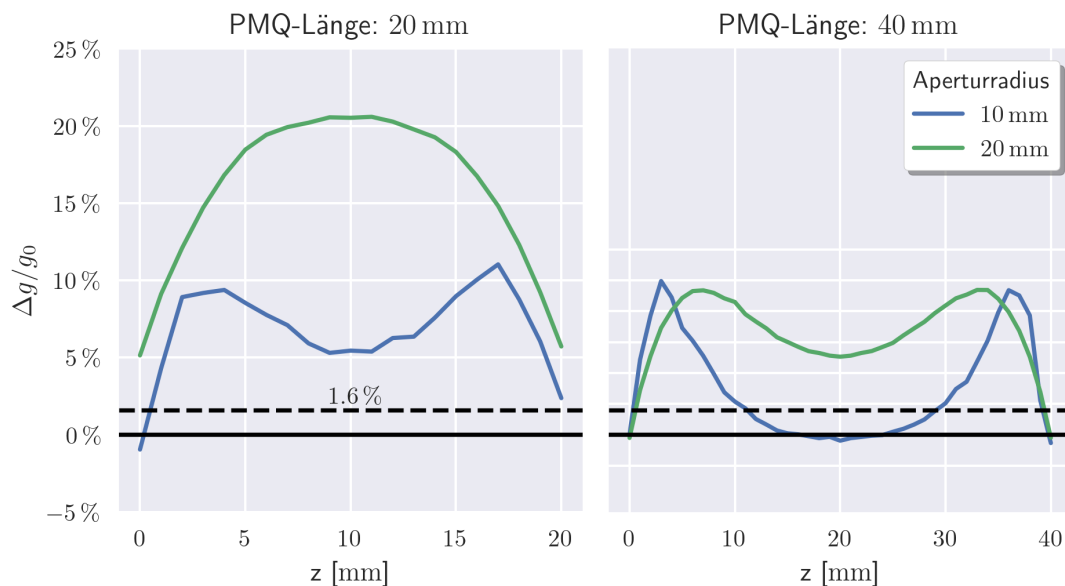


Abb. 4.43: Lokale Abweichung der Gradienten ($\Delta g/g_0$) im 80 % Bereich der Apertur für zwei PMQ mit den Aperturradien 10 mm und 20 mm, jeweils bei einer Länge von 20 mm und 40 mm.

4.6 FODO-Kanal

Die einfachste Anwendung für einzelne Quadrupole ist ein FODO-Kanal in welchem in einem konstanten Abstand Quadrupolsinglets mit identischer Geometrie positioniert sind. Benachbarte Singlets sind jeweils um 90° zueinander verdreht (Abschnitt 2.1.4), wodurch eine periodische Fokussierung und Defokussierung der betrachteten Strahlenebene erreicht wird, siehe Abb. 4.44.

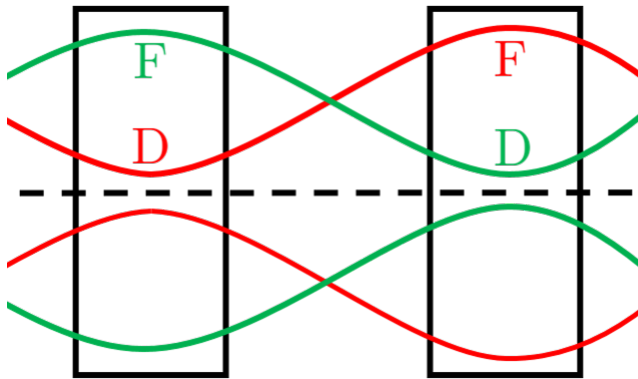


Abb. 4.44: Horizontale und Vertikale Strahlenevelope für eine FODO-Zelle. Im angepassten Fall sind beide Strahlenebenen um eine halbe Periodenlänge versetzt.

Ein Anteil der Magnetfelder liegt außerhalb der mechanischen Länge der Quadrupole (Effektive Länge > Mechanische Länge), wodurch benachbarte PMQ sich bzgl. der Linearität und Stärke der Magnetfelder beeinflussen. Im Vergleich von zwei FODO-Kanälen mit den Singletabständen 10 mm und 40 mm (Abb. 4.45), steigt das Integral des Gradienten und dessen Flattern für einen Singletabstand von 10 mm zum Rand des Aperturvolumen an (Abb. 4.46). Bei einer Erhöhung des Abstands auf 40 mm sind die Parameter zur Bestimmung der Feldqualität in Übereinstimmung mit den Werten aus den vorangegangenen Abschnitten für ein PMQ-Singlet, welches die identischen geometrischen Parameter besitzt ($L = 20$ mm, $a = 20$ mm).

Eine genauere Beschreibung und Erklärung der Ursache wird im nachfolgenden Kapitel über PMQ-Triplets beschrieben. Dieser Abschnitt beschränkt sich auf die strahldynamischen Konsequenzen in einer FODO-Anordnung.

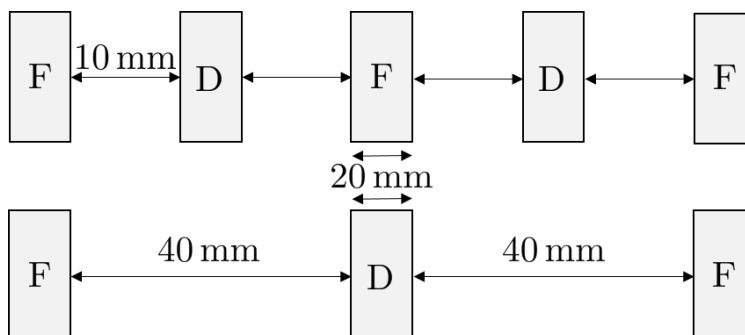


Abb. 4.45: FODO-Zellen mit den Singletabständen 10 mm und 40 mm.

In einem idealen FODO-Kanal in welchem der Gradient keiner Inhomogenität unterliegt, kann ein Teilchenstrahl bei einer vollständigen Ausleuchtung der Quadrupollinsen unter Beibehaltung des Phasenraumvolumens transportiert werden ($\epsilon_{rms}/\epsilon_{rms,0} = 1$), siehe Abb. 4.47.

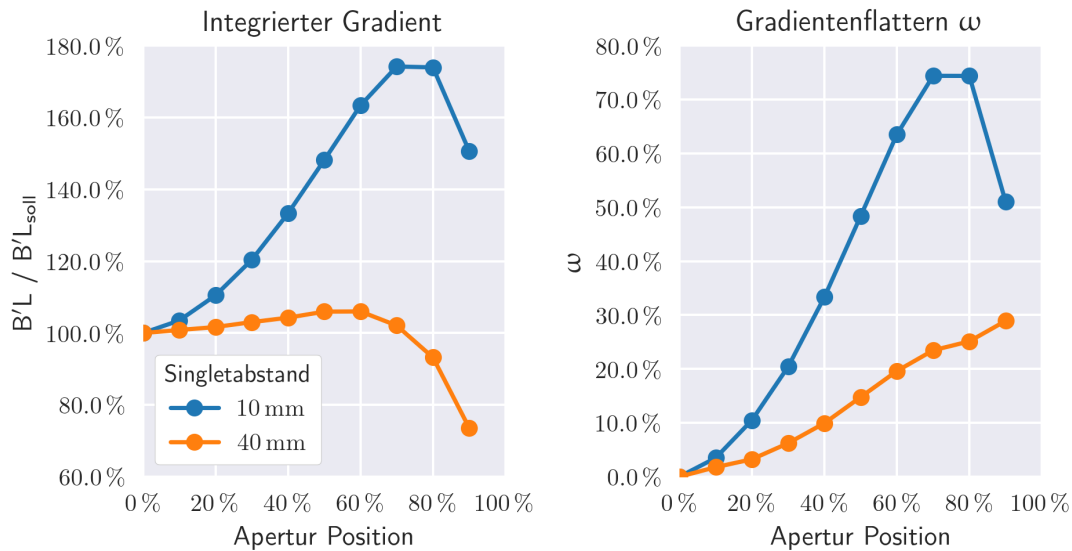


Abb. 4.46: Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω für ein PMQ-Singlets innerhalb eines FODO-Kanals mit den Abständen 10 mm bzw. 40 mm.

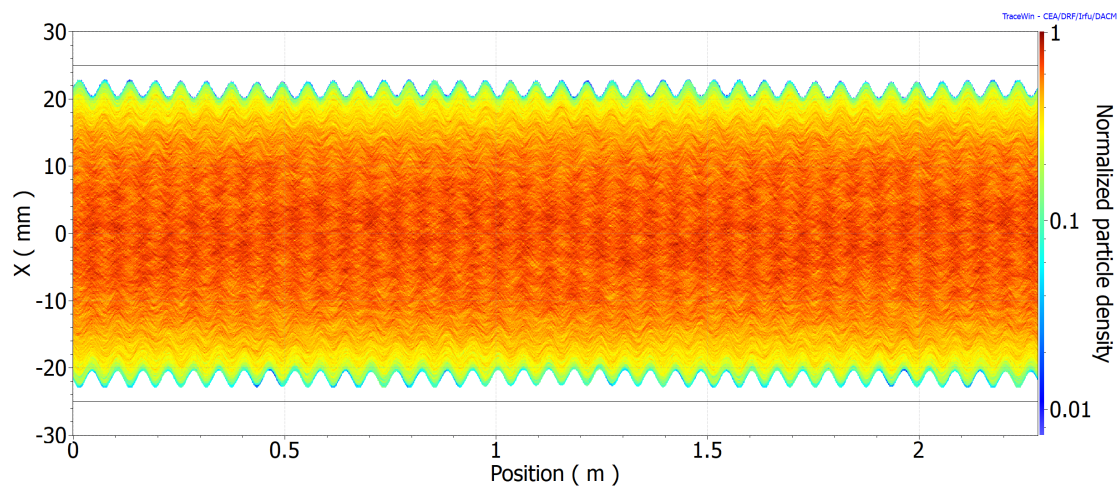


Abb. 4.47: Idealer FODO-Kanal mit einem Singletabstand von 10 mm. Alle Singlets besitzen den identischen über die Apertur konstanten Gradienten. Die Emittanz bleibt konstant.

Für einen Vergleich des Emittanzwachstums von Transportkanälen mit variablem Singletabstand beträgt die Transmission jeweils 99,9 %, da Teilchenverluste die resultierende Emittanz verringern. Für eine homogene Ausleuchtung der PMQ werden die Simulationen mit einer KV-Verteilung durchgeführt. Zur Erstellung der Fieldmaps wurde eine Zelle von fünf PMQ mit alternierender Polung in CST erstellt, sodass das die Fieldmap des inneren Singlet in Tracewin aneinander gereiht werden kann, um einen beliebig langen FODO-Kanal zu erstellen, siehe Abb. 4.48. Die Polung der Singlets kann direkt in Tracewin durch eine Invertierung der Feldstärke umgekehrt werden.

Aufgrund von Teilchenverlusten können die PMQ bei einem Singletabstand von 10 mm nicht vollständig ausgeleuchtet werden, sodass im Vergleich zum Kanal mit einem Singletabstand von 40 mm die Emittanz um 20 % reduziert ist. Die Simulationsparameter sind in Tabelle 4.1 gelistet.

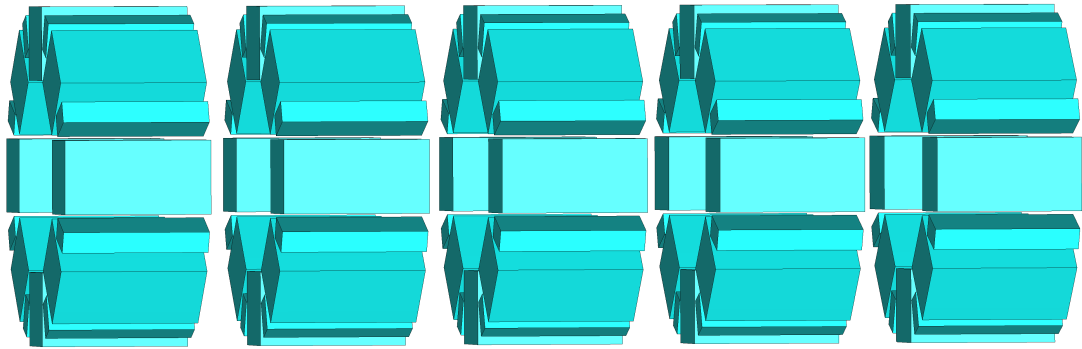


Abb. 4.48: Fünf PMQ-Singlets in einer FODO-Anordnung, zur Erstellung der Fieldmap des inneren Singlets. Der hier abgebildete Singletabstand von 10 mm wurde gewählt, um hohe Nichtlinearitäten innerhalb der PMQ-Linsen zu erzeugen.

Simulationsparameter			
Frequenz	DC-Strahl	N_{part}	$2 \cdot 10^4$
Teilchenverteilung	4D KV	Ionen Spezies	He^+
E_{kin}	5 keV	$\epsilon_{n,\text{rms}}$	10 mm: 0,8 mm mrad
Strahlstrom	Nullstrom		40 mm: 1 mm mrad

Tabelle 4.1: Strahlparameter der Tracewinsimulation zur Bestimmung des Emittanzwachstum durch einen 2 m langen FODO-Transportkanals für die Singletabstände 10 mm und 40 mm.

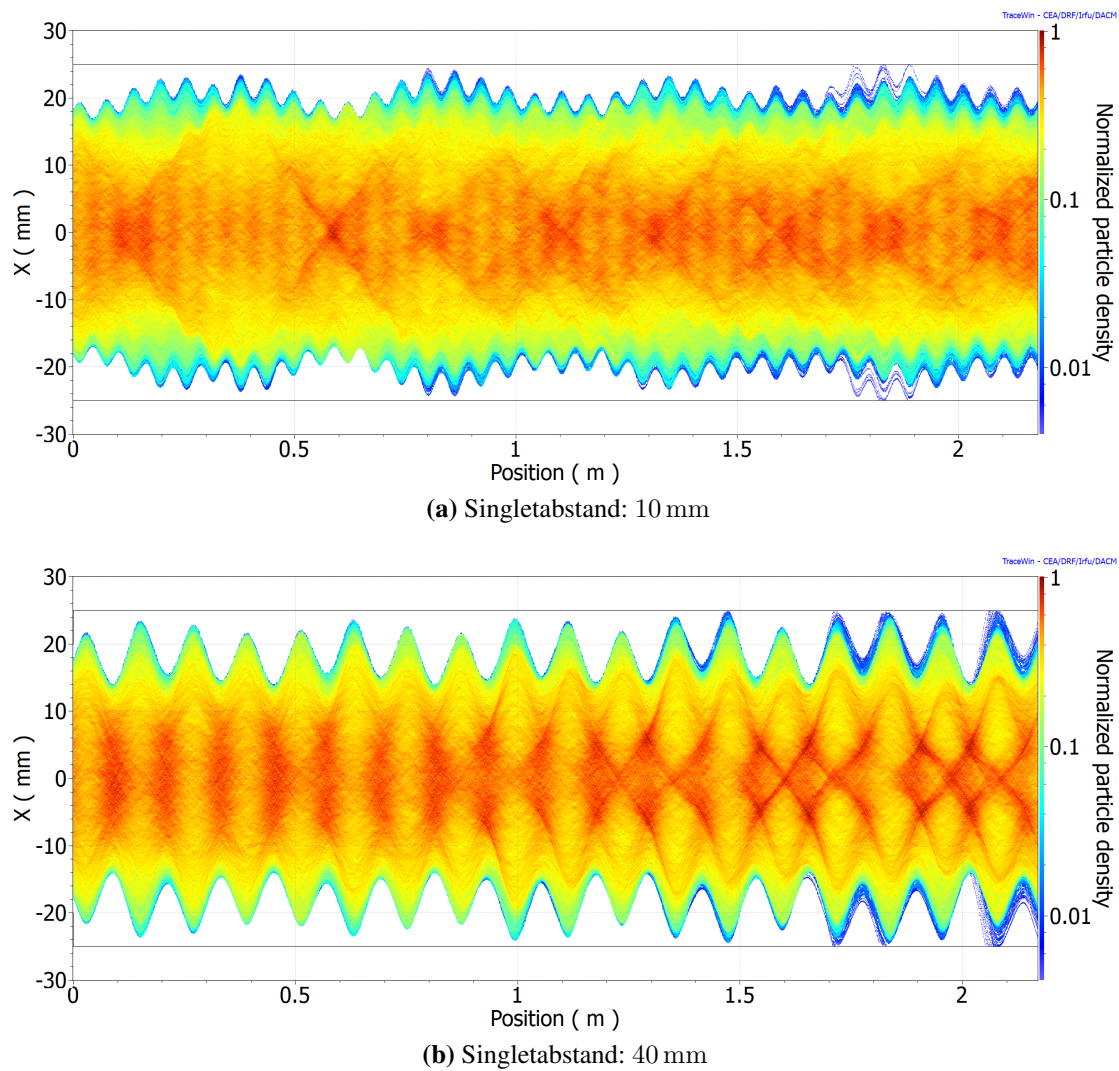


Abb. 4.49: Strahlenvelopen eines FODO-Kanals für einen 5 keV Heliumstrahl mit (a) $\epsilon_{rms,n} = 0,8 \text{ mm mrad}$ und einem Singletabstand von 10 mm, (b) $\epsilon_{rms,n} = 1 \text{ mm mrad}$ und einem Singletabstand von 40 mm.

In der Strahlenvelopen des 10 mm-Kanals (Abb. 4.49a) bildet sich eine Halo, wodurch die PMQ-Linsen zum Ende des FODO-Kanals, trotz einer um 20 % reduzierten Emitanz, fast vollständig ausgeleuchtet ist. Im Emittanzwachstum zeichnet sich die Bildung der Halo bei einem Singletabstand durch einen starken Anstieg ab, während die Emitanz des 40 mm-Kanals konstant ansteigt (Abb. 4.50). Trotz der wesentlichen Unterschiede im Verlauf des integrierten Gradienten zeigt sich dies nicht im Emittanzwachstum, welches für beide Kanäle vergleichbar ist. Wesentlicher Unterschied ist, dass der 40 mm-Kanal einen Strahl mit höherer Emittanz transportieren kann. Aufgrund des

stark ansteigenden Gradienten zum Rand der Apertur wäre ein starkes Emittanzwachstum zu erwarten. Aufgrund der geringen Abstände der Singlets ist die Oszillation der Einzelteilchen geringer. Diese bewegen sich in einem kleinen Aperturbereich, wodurch die Abhängigkeit der Fokussierstärke von der Aperturposition nur eine geringe Auswirkung hat. Für den Singletabstand von 40 mm ist die Teilchenoszillation größer wodurch der Effekt der nicht-Linearität des Magnetfeldes einen stärkeren Effekt auf das Emittanzwachstum hat. Bzgl. des Emittanzwachstums bietet ein größerer Singletabstand keine Vorteile für den Strahltransport eines FODO-Kanals.

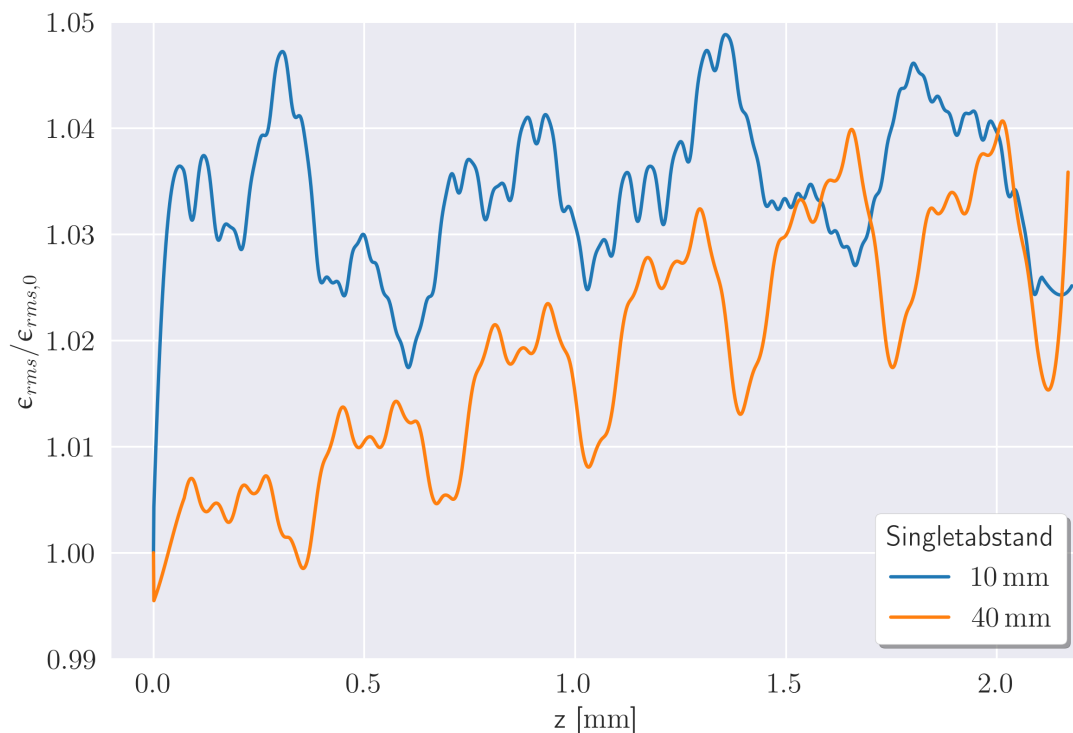


Abb. 4.50: Relatives Emittanzwachstum der FODO-Kanäle mit Singletabständen 10 mm und 40 mm.

4.7 Abschlussbetrachtung

Es wurden unterschiedliche Designs eines Quadrupols basierend auf Quadermagneten, Trapezmagneten und Kreissegmentmagneten vorgestellt und hinsichtlich des integrierten Gradienten sowie der lokalen Abweichung vom Sollgradienten zur Bewertung der Feldqualität untersucht. Ein über das komplette Aperturvolumen konstanter integrierter

Gradient kann unter der Voraussetzung von geringen Randfeldeffekten durch eine Reduzierung der Magnetbreite und einer Erhöhung der radialen Position der Polmagnete erreicht werden. Die lokalen Abweichungen vom Sollgradienten, welche auf die Randfelder zurückzuführen sind, können mit dieser Optimierung nicht unterbunden werden. Weiterführende Optimierungen der grundlegenden Magnetform bieten unter diesen Voraussetzungen keinen Vorteil gegenüber Quadermagneten.

Für PMQ-Strukturen deren Parameter zur Bestimmung der Feldqualität durch die Randfelder dominiert sind, können durch trapezförmige Magnete geringfügig verbessert werden, da der Sollgradient stärker ansteigt als dessen lokale Abweichungen. Entscheidende Parameter sind die PMQ-Länge und Aperturradius, welche die Reichweite der Randfelder innerhalb der mechanischen Länge begrenzen. Da eine entsprechende Erhöhung der Länge bzw. Reduzierung der Apertur gleichermaßen die Fokussierstärke erhöhen, muss bei einer PMQ-Auslegung ein Kompromiss aus beiden Parametern gefunden werden.

Der absolute Wert des Integrals des Gradienten wird durch die effizientere Volumennutzung des trapezförmigen Designs maximiert. Als Alternative wurde deshalb das erweiterte Quaderdesign mit zusätzlichen Magneten abgeleitet. In Abb. 4.51 ist der integrierten Gradienten der vorgestellten PMQ-Designs gegenübergestellt.

Durch das Einfügen der zusätzlichen Quadermagnete kann dieser um bis zu 8 % gesteigert werden, erreicht aber nicht die Steigerung um 25 % durch die Verwendung von trapezförmigen Magneten. Des Weiteren ist für das erweiterte Quaderdesign der Effekt

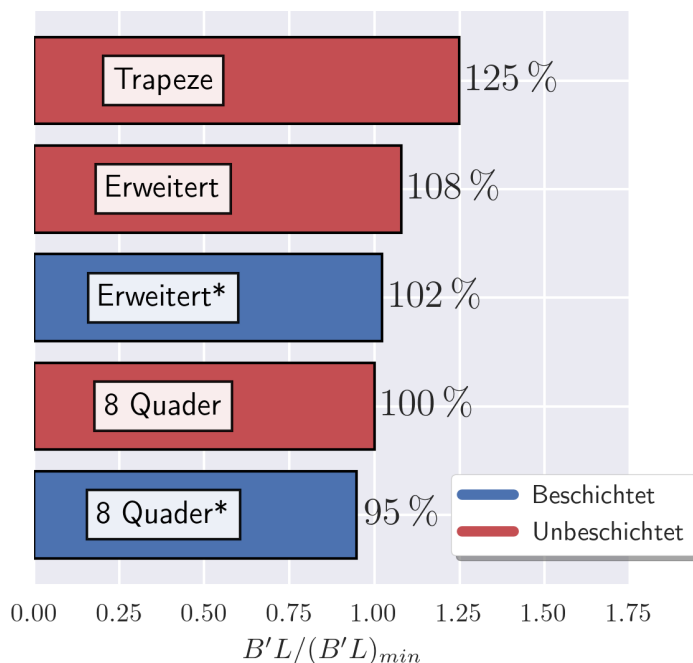


Abb. 4.51: Stärke ausgewählter PMQ-Designs im Vergleich. Im konkreten Fall des erweiterten Designs, welches in späteren Abschnitten Anwendung findet, wird zwischen beschichteten und unbeschichteten Magneten unterschieden.

einer weichmagnetischen Beschichtung berücksichtigt. Für diese wird hauptsächlich eine Legierung aus Nickel und Kupfer verwendet, um die mechanische Stabilität zu verbessern, welche den zur Verfügung stehenden Gradienten reduziert.

In den vorherigen Untersuchungen wurde Wert auf einen konsistenten Vergleich verschiedener Strukturen gelegt und dementsprechend geometrische Parameter skaliert. In dieser Arbeit werden im praktischen Teil ausschließlich industrielle Standard Quadermagnete verwendet, wodurch die möglichen Quadrupolgeometrien Beschränkungen unterliegen. Deshalb wird die Stärke in Form des mittleren Gradienten für drei Quadrupole mit unterschiedlichen Aperturen verglichen, welche auf Standardgeometrien basieren. Diese setzen sich aus Quadermagneten mit einer Querschnittsfläche von $10 \times 10 \text{ mm}^2$ und $5 \times 5 \text{ mm}^2$ zusammen. Für diese Beschränkung ergibt sich eine optimale Anordnung für einen Aperturradius von 12,5 mm. Bei einer Apertur von 20 mm ist der Abstand zwischen den $10 \times 10 \text{ mm}^2$ Magneten groß genug, um diese mit $5 \times 5 \text{ mm}^2$ Magneten aufzufüllen. Für einen Aperturradius von 25 mm können zwei $10 \times 10 \text{ mm}^2$ Magnete nebeneinander positioniert werden. Die vier Varianten sind in Abb. 4.53 maßstabsgetreu skizziert.

Für die Berechnung des mittleren Gradienten wird eine Remanenz von $B_r = 1,36 \text{ T}$ angenommen, welche den Anhaben des Herstellers entspricht. Bei einem Aperturradius von 12,5 mm wird ein Gradient von 62 T m^{-1} für eine einlagige Magnetschicht und 82 T m^{-1} für doppelt geschichtete Magnete erreicht. Bei einer Verdopplung des Aperturradius sinkt der mittlere Gradient auf 32 T m^{-1} ab. Dies entspricht ebenfalls dem Gradienten bei einem Radius von 20 mm, wenn der Raum zwischen den Hauptmagneten nicht durch $5 \times 5 \text{ mm}^2$ -Magnete aufgefüllt wird. Diese erhöhen den zur Verfügung stehende Gradienten auf 37 T m^{-1} .

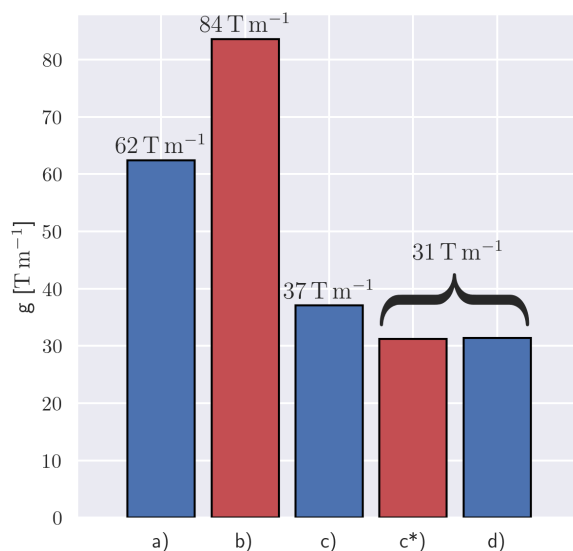


Abb. 4.52: Mittlerer Gradient der Strukturen aus Abbildung 4.53. Der Wert von (c*) entspricht der Struktur (c) ohne die kleinen rotierten Magnete.

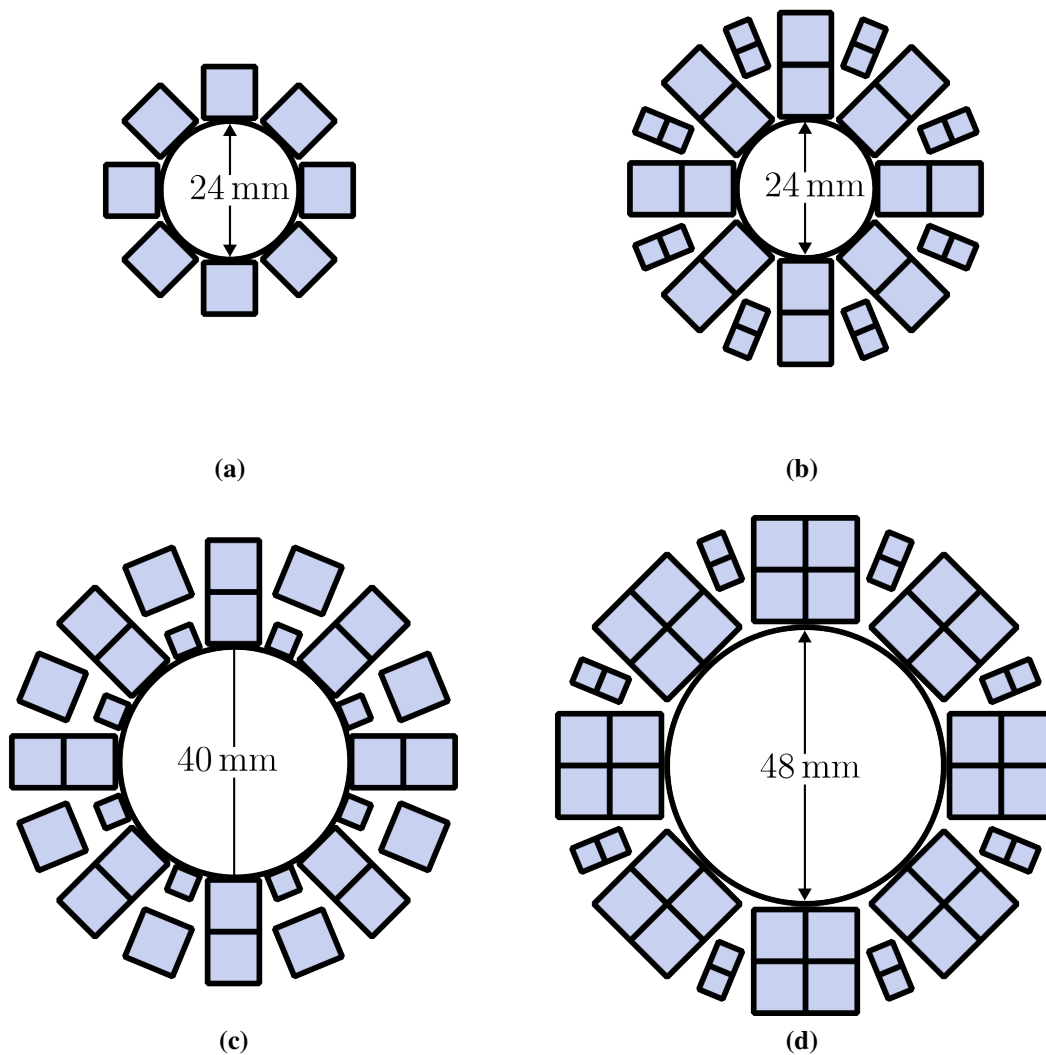


Abb. 4.53: Maßstabgetreue Darstellung von vier Quadrupolen welche aus industriellen Standardmagneten gebaut werden können.

Für eine technische Realisierung dieser Konfigurationen müssen sich die Magnete in einer Kompletthalterung befinden, welche an einem Strahlrohr befestigt ist und nicht ohne Demontage aller Einzelmagnete entfernt bzw. justiert werden kann. Ein Ziel dieser Arbeit ist der Entwurf einer PMQ-Halterung welche den Kompletteinschluss aller Magnete auch im demontierten Zustand garantiert. Dazu ist zusätzliches Material zwischen den Magneten notwendig. Für Design (a) erhöht dies den Aperturdurchmesser auf 27,5 mm, für Design (b) auf 35 mm und für Design (c), unter Verzicht auf die kleinen Magnete welche an der Apertur anliegen, auf 43 mm. Auf die technischen Gründe wird in einem späteren Abschnitt eingegangen.

Aufgrund dieser Anforderung kann nicht für alle Konfiguration die geforderte Füllung von 80 % der Aperturoberfläche erreicht werden, bei zu welchen die Multipolkomponenten durch einen radialen Versatz kompensiert werden können (Abschnitt 4.3.4). Diese ergibt sich zu 83 %, 71 % und 59 %. Als Konsequenz kann nicht für alle Strukturen der volle Aperturbereich genutzt werden. In Abb. 4.55 ist die orthogonale Feldkomponente des magnetischen Flusses für einen Sektor des PMQ anhand der Winkelposition Θ (Abb. 4.54) angegeben. Die Multipolanteile werden sowohl auf einer Kurve direkt an der Aperturoberfläche sowie im 80 % Bereich der Apertur ausgewertet. Während für Design a) der komplette Aperturbereich nutzbar ist, muss dieser für Design (b) und (c) reduziert werden, um keinen Einfluss von Multipolkomponenten höherer Ordnung zu haben.

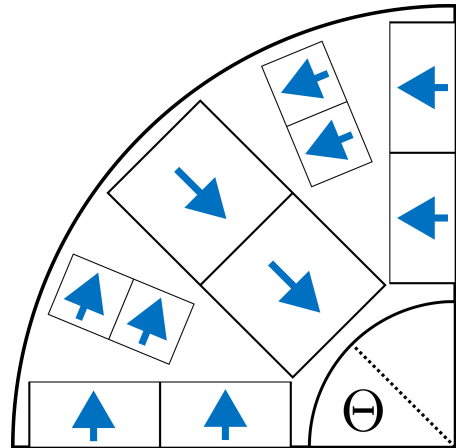


Abb. 4.54: Bereich zum Vergleich der Multipole. Angegeben in Abhängigkeit der Winkelposition Θ .

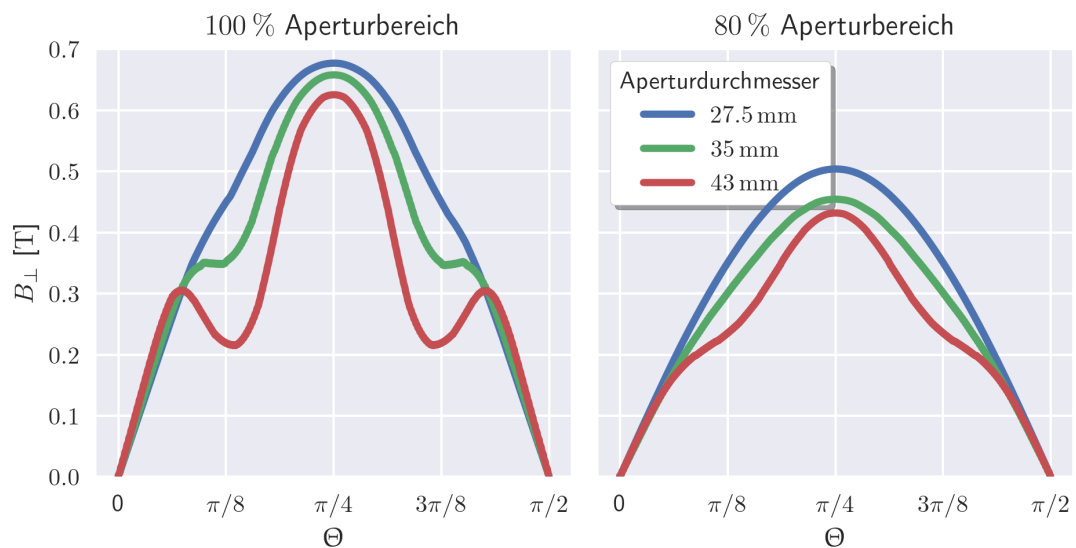


Abb. 4.55: Orthogonale Feldkomponente B_{\perp} auf einer Kurve, welche (links) 1,5 mm von der Magnetoberfläche entfernt ist sowie (rechts) im 80 % Bereich der Apertur (rechts). Jeweils für drei PMQ-Geometrien, welche sich aus technischen Limitierungen ergeben.

5 PMQ-Triplett Konfiguration

5.1 Grunddesign

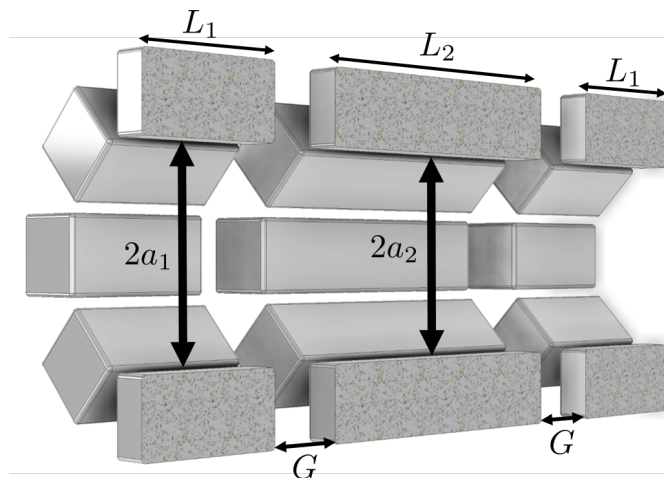


Abb. 5.1: Querschnitt eines PMQ-Triplets mit den Singletlängen L_1 (außen) und L_2 (innen) mit dem Singletabstand G . Aufgrund der geometrischen Beschränkungen gilt $2L_1 = L_2$.

Eine Quadrupoltriplett Konfiguration (Abb. 5.1) besteht aus drei Quadrupolsinglets mit Abstand G , welcher sich im Fall von eines konventionellen Quadrupolen aus der technischen Limitierung bzgl. der Anbringung von Spulen um das Eisenjoch ergibt. Diese Limitierungen aufgrund von Platzgründen tritt bei einer PMQ-Konfiguration nicht auf und kann theoretisch 0 mm betragen. Die beiden äußeren Singlets besitzen in einer konventionellen Strahldynamik die identische Fokussierstärke. D.h. in einer permanentmagnetischen Konfiguration besitzen beide die identische Länge L_1 und den Aperturradius a_1 . Die Reduzierung der Fokussierstärke des inneren Singlets zur Anpassung der Brennweite beider Strahlebenen (siehe Abschnitt 2.1.4) kann durch eine Verkürzung der Länge L_2 ($2L_1 > L_2$) oder eine Erhöhung des Aperturradius a_2 ($a_2 > a_1$) realisiert werden. Dies wird durch eine Anpassung der Magnethalterung erreicht, ohne die Geometrie der Einzelmagnete verändern zu müssen, wie es bei einer Anpassung der Länge nötig wäre. Dies ist bei einer Verwendung von Standardgeometrien von Vorteil und wird deshalb bei

allen folgenden Auslegungen von Strahldynamiken durchgeführt. Für grundlegende Parameteruntersuchung ohne Strahldynamiksimulationen besitzen zur Vereinfachung alle Singlets einen identischen Aperturradius. Für die Berücksichtigung der Interaktion benachbarter PMQ werden die drei Singlets in einem einzigen CST-Modell simuliert, siehe Abb. 5.2.

In einem Quadrupoltriplett sind benachbarten Singlets um 90° zueinander verdreht, wodurch der Magnetfeldvektor auf der Hauptachse seine Richtung umkehrt und die Lorentzkraft in die entgegengesetzte Richtung wirkt, siehe Abb. 5.3. Der Gradient wechselt entsprechend sein Vorzeichen im Zwischenraum der Singlets, siehe Abb. 5.4.

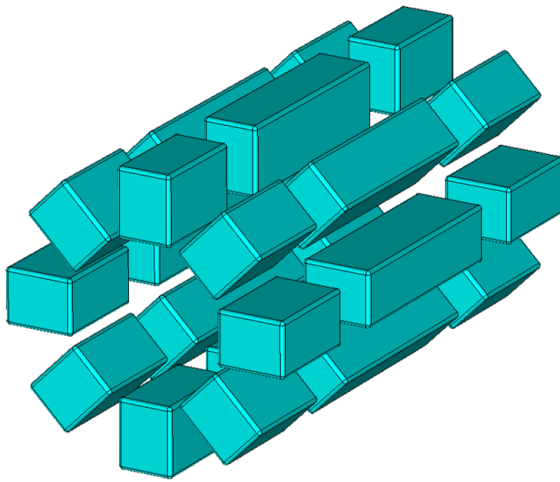


Abb. 5.2: CST-Modell eines PMQ-Triplett bestehend aus drei PMQ-Singlets basierend auf dem einfachen Design zu je acht Magneten.

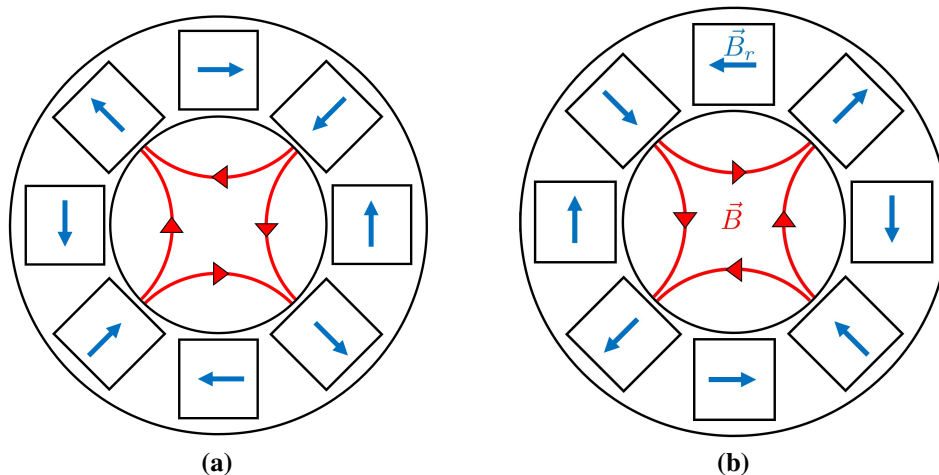


Abb. 5.3: Magnetisierungsrichtung benachbarter PMQ's in einem Triplett bei gleichbleibendem Betrachtungswinkel.

Die Magnetisierungsrichtung entlang der Strahlachse gegenüberliegender Quadermagnete ist antiparallel was zu einer Anziehungskraft benachbarter PMQ entlang der Strahlachse führt, gezeigt am Beispiel der Polmagnete in Abb. 5.5.

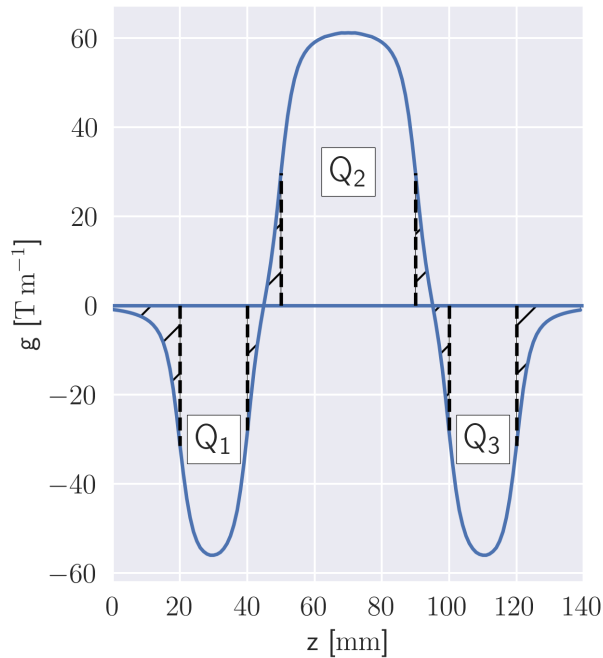


Abb. 5.4: Gradient entlang eines Quadrupoltriplets. Die schraffierte Fläche entspricht dem Bereich ohne Permanentmagnete.

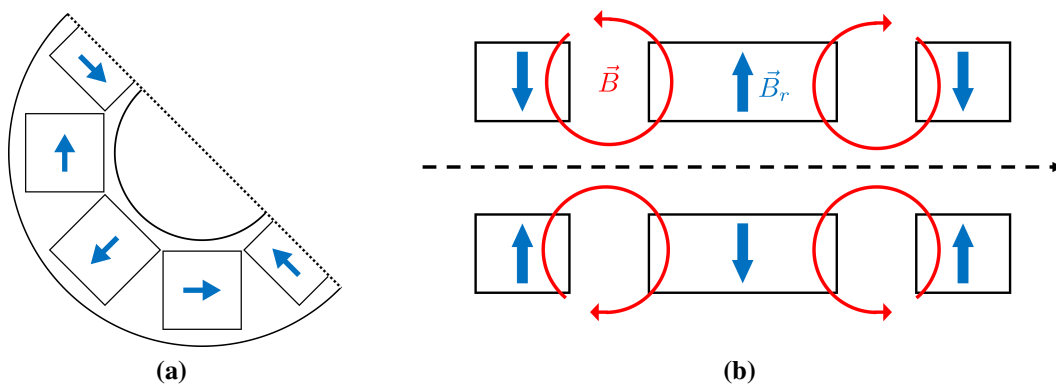


Abb. 5.5: (a) Schnittkante zur Betrachtung der Interaktion axial benachbarter Blockmagnete. (b) Kopplung benachbarter Polmagnete, wodurch benachbarte Singlets, welche um 90° zueinander verdreht sind einer Anziehung unterliegen.

5.2 Auswirkung des Abstandes auf die Fokussierstärke

Die Interaktion benachbarter PMQ führt zu einem generellen Absinken des integrierten Gradienten. Je geringer der Abstand, umso höher ist der Anteil des magnetischen Flusses, welcher nicht auf die eigenen Polflächen des Quadrupols koppelt, sondern auf die Polflächen des benachbarten PMQ. Die Stärke der Kopplung skaliert mit dem Aperturradius, weshalb Strukturen mit den Aperturradien 10 mm, 15 mm und 20 mm verglichen werden. Die Magnetdicke wurde entsprechend dem Aperturradius skaliert, sodass das Verhältnis von Aperturradius zu Magnetdicke konstant bleibt.

In Abb. 5.6 ist der integrierte Gradient in Abhängigkeit vom absoluten Wert des Singletabstand (untere x-Achse) sowie vom relativen Längenzuwachs des gesamten Triplets (obere x-Achse) aufgrund des wachsenden Abstands abgebildet. Basis der Analyse ist ein Triplett mit einer Länge von $L_1 = 20$ mm der äußeren Singlets und einem dementsprechend doppelt so langen innerem Singlet ($L_2 = 40$ mm). Der relative Längenzuwachs dz ergibt sich wie folgt:

$$\frac{dz}{z} = 1 + \frac{2 \cdot G}{2 \cdot L_1 + L_2} \quad (5.1)$$

mit

L_1 = Singlet Länge außen

L_2 = Singlet Länge innen

G = Singlet Abstand

Zur Referenz ist eine Gerade (in schwarz) als Effizienzgrenze eingezeichnet, welche den Übergang zwischen einer positiven und negativen Skalierung angibt. Wenn die Kurven über dieser verlaufen, ist der relative Anstieg des integrierten Gradienten größer als der relative Anstieg der Gesamtlänge. Des Weiteren ist für den Fall eines Aperturradius von 20 mm der Verlauf angegeben, wenn der angegebene Singletabstand auf die Singletlänge aufgerechnet wird. Der Singletabstand bleibt für diesen Fall konstant bei 0 mm.

Der integrierte Gradient von Triplets mit größeren Aperturradien skaliert überproportional mit dem Singletabstand, d.h. der Anstieg des integrierten Gradienten ist größer als der Anstieg der Gesamtlänge. Eine Erhöhung des Abstands ist damit nicht ineffizient. Eine äquivalente Verlängerung der Singlets bewirkt einen im Vergleich größeren Anstieg des integrierten Gradienten und ist zu bevorzugen. Fallbeispiele bei welchen eine Erhöhung des Singletabstand dem Verlängern der Singlets vorzuziehen ist, werden in einem nachfolgenden Abschnitt behandelt.

Als generelle Regel lässt sich feststellen, dass eine Erhöhung des Singletabstand bis zu einem Wert, welcher dem Aperturradius entspricht, das Optimum darstellt. Werte darüber hinaus haben keine Vorteile.

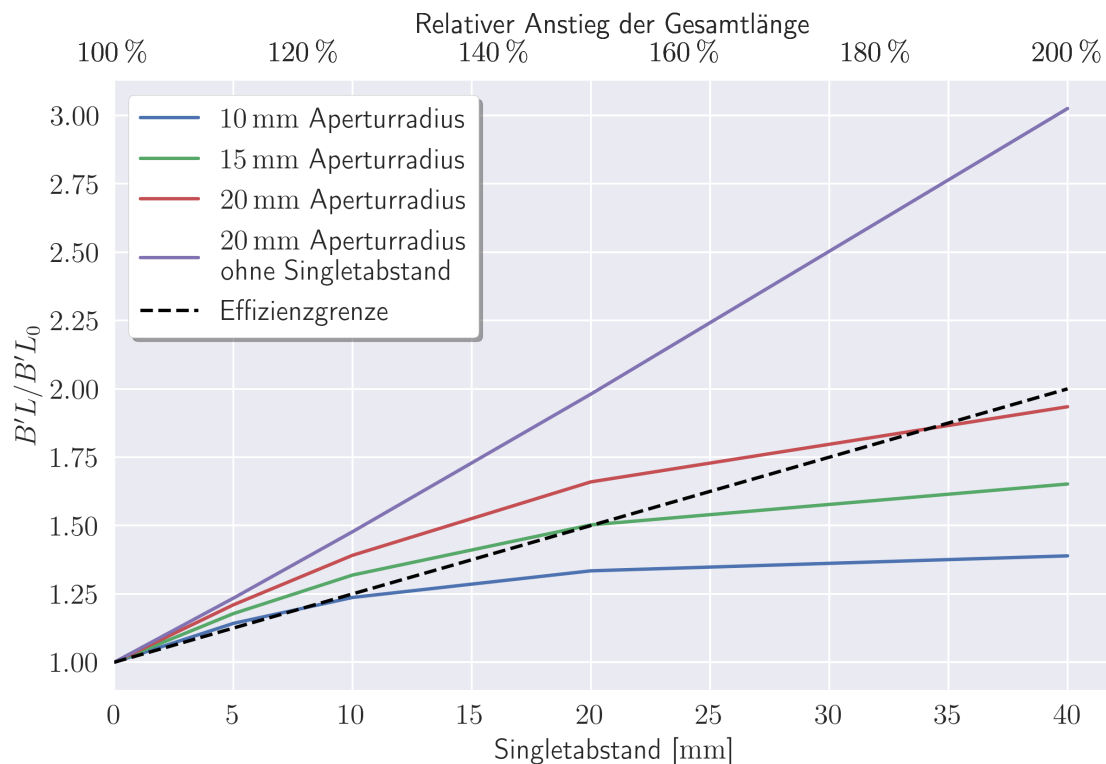


Abb. 5.6: Integrierter Gradient $B'L$ bei einem Anstieg des Singletabstands. Das Integral ist relativ zum Wert bei einem Singletabstand von 0 mm des entsprechenden Aperturradius angegeben. Unterschieden wird zwischen den Aperturradien 10 mm, 15 mm und 20 mm. In Schwarz ist als Referenz ein mit der Gesamtlänge des Singlets linear ansteigender integrierter Gradient angegeben.

5.3 Einfluss des Singletabstand auf die Feldqualität

Wie bereits für einen FODO-Kanal gezeigt, hat die Interaktion benachbarter PMQ-Singlets einen erheblichen Einfluss auf die Linearität des Gradienten. Zur Veranschaulichung sind in Abb. 5.7 die Isfeldlinien zweier Triplett Konfigurationen mit den Singletabständen 10 mm und 40 mm gezeigt. Durch eine Verringerung des Singletabstand werden die Randfelder zwischen den Singlets gestaucht, wodurch die nicht-linearen Sektionen des Magnetfeldes in Bereiche mit hohem Gradienten verschoben werden. Zusätzlich liegen im Randbereich eines PMQ die Sektionen, welche eine negative Abweichung vom Sollgradienten besitzen, wodurch die Kompensationen der positiven und negativen Abweichungen gestört wird.

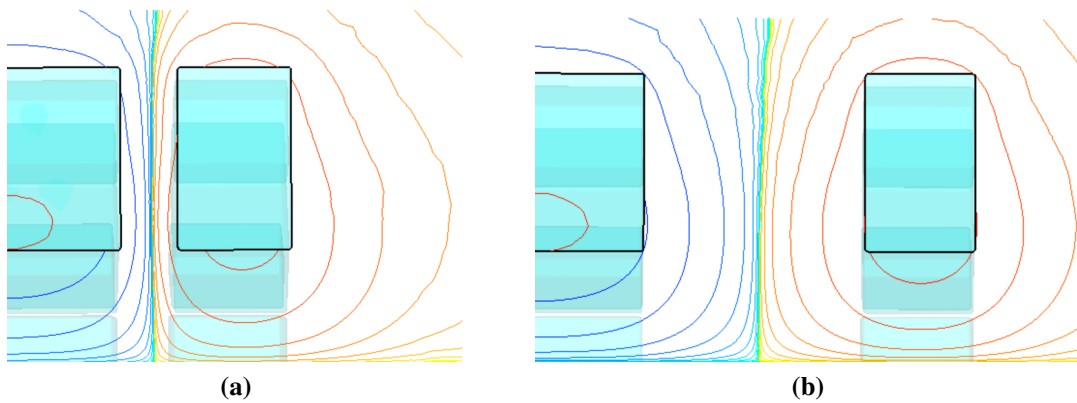


Abb. 5.7: Isofeldlinien für Triplett Konfigurationen mit Singletabständen (a) 10 mm und (b) 40 mm.

Während in einem PMQ-Singlet der integrierte Gradient bis zu etwa 80 % der Apertur konstant bleibt, unabhängig vom absoluten Wert der Apertur, steigt dieser durch diese Effekte für kleine Singletabstände erheblich an. In Abb. 5.8 ist der integrierte Gradient von zwei Triplets für Singletabstände im Wertebereich von 2 mm bis 40 mm dargestellt. Aus dieser wird ersichtlich, dass für einen Aperturradius von 20 mm eine Singletabstand von 40 mm nötig ist um einen zu einem Singlet vergleichbaren Verlauf des integrierten Gradienten zu erreichen. Bei einem Aperturradius von 10 mm ist ein Singletabstand von 2 mm Ausreichend. Daraus folgt, dass für die Auslegung eines PMQ-Triplets abhängig vom Aperturradius ein entsprechender Singletabstand eingestellt werden muss. Dies ist rein auf die transversale Strahldynamik bezogen kein Nachteil, da ein größerer Singletabstand die Fokussierstärke des Triplets erhöht.

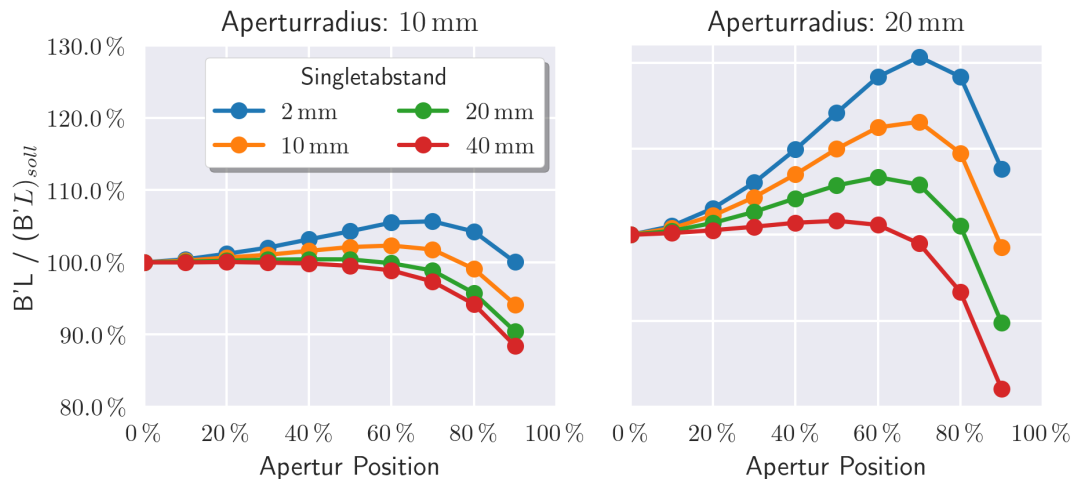


Abb. 5.8: Relative Werte für B'L für Singletabstände von 2 mm bis 40 mm für die Aperturradien (links) 10 mm und (rechts) 20 mm.

5.3.1 Lokale Abweichung vom Sollgradienten

Die Entwicklung des integrierten Gradienten lässt sich anhand der lokalen Abweichung vom Sollgradienten veranschaulichen, welche in Abb. 5.9 für die Singletabstände 10 mm und 40 mm im 70 % bis 80 % Aperturintervall dargestellt ist. Für 40 mm ist für jedes Singlet separat betrachtet die charakteristische positive Abweichung innerhalb und die negative Abweichung des Gradienten außerhalb des Singlets präsent. Durch die Verringerung des Abstandes fällt der Bereich mit negativer Abweichung zwischen den Singlets weg und die Kompensation beider Anteile wird gestört, wodurch die positive Abweichung überwiegt und der integrierte Gradient stark ansteigt. Verstärkt wird dieser Effekt durch einen generellen Anstieg der lokalen Abweichungen.

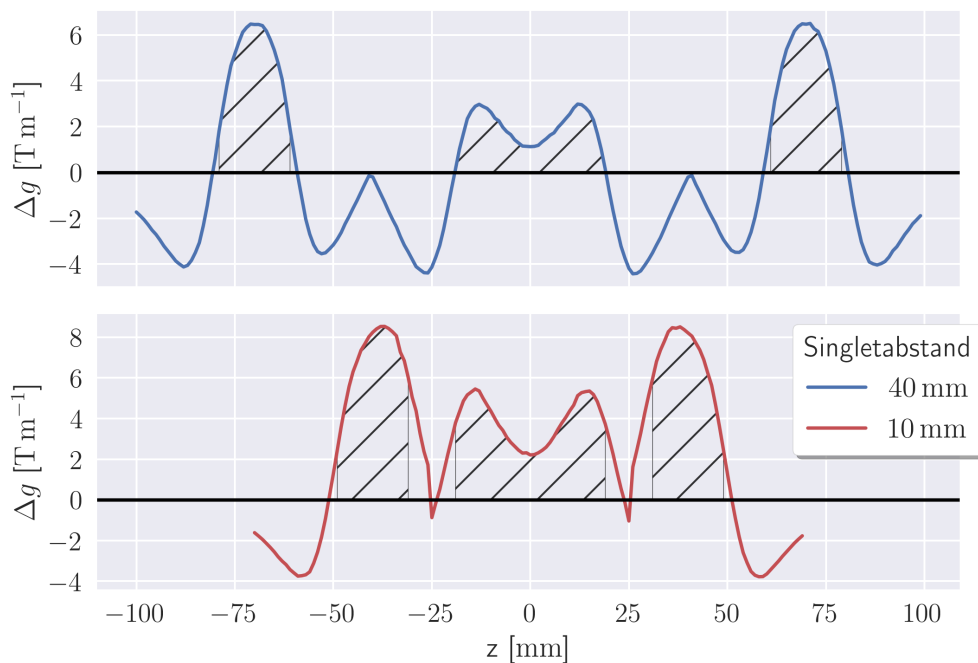


Abb. 5.9: Absolute Abweichung Δg der lokalen Gradienten vom Sollgradienten für zwei Singletabstände 10 mm und 40 mm. Die schraffierten Flächen entsprechen der mechanischen Länge der jeweils drei PMQ-Singlets.

5.3.2 Effektive Länge

Abhängig vom Aperturradius haben die Magnetfelder außerhalb der mechanischen Grenzen eines PMQ-Singlet einen größeren Anteil am integrierten Gradienten. In Abb. 5.10 ist der Gradient entlang der Strahlachse für zwei Singlets mit den Aperturradien 10 mm und 20 mm dargestellt. Zu Vergleichszwecken sind die Werte der Gradienten auf das Integral $\int g(z) dz = 1 \text{ T}$ normiert. Der Einfluss der Randfelder lässt sich durch den Anteil des integrierten Gradienten zwischen den physikalischen Grenzen des PMQ ($B'L_{in}$) am gesamten Gradientenintegral ($B'L_{tot}$) quantifizieren:

$$\frac{B'L_{in}}{B'L_{tot}} = \frac{\int_0^{L_0} g(z) dz}{\int_{-\infty}^{\infty} g(z) dz}$$

L_0 : = Mechanische Länge des PMQ

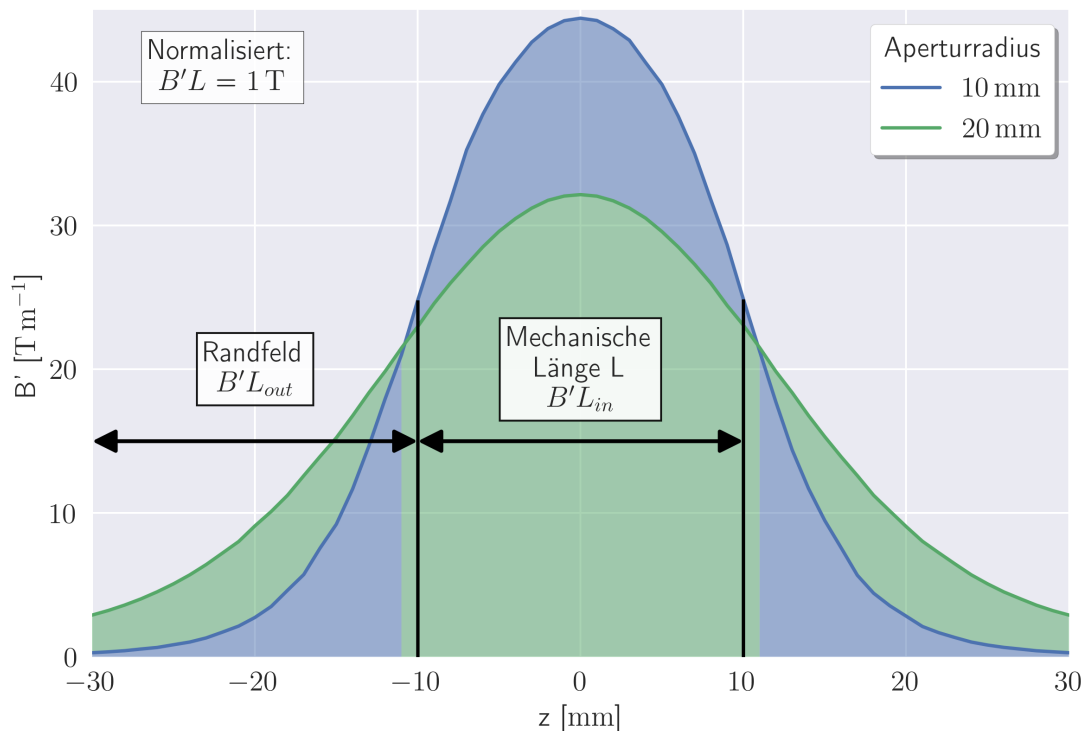


Abb. 5.10: Verlauf des Gradienten entlang der Strahlachse für zwei Quadrupole mit den Aperturradien 10 mm und 20 mm. Die Gradienten wurden zum Zweck der Vergleichbarkeit auf $B'L = 1 \text{ T}$ normiert.

In Abb. 5.11 ist der Anteil für die Singletlängen 20 mm und 40 mm abhängig vom Aperturradius dargestellt. Ausgehend vom minimalen Aperturradius 10 mm bei welchem der Anteil am Gesamtintegral 74 % (20 mm Länge) bzw. 85 % (40 mm Länge) beträgt, sinkt dieser bei der Verdopplung des Aperturradius auf 52 % bzw. 74 %: Die effektive Länge des PMQ steigt. Konsequenz ist eine stärkere Auswirkung des Singletabstands auf den Gradienten.

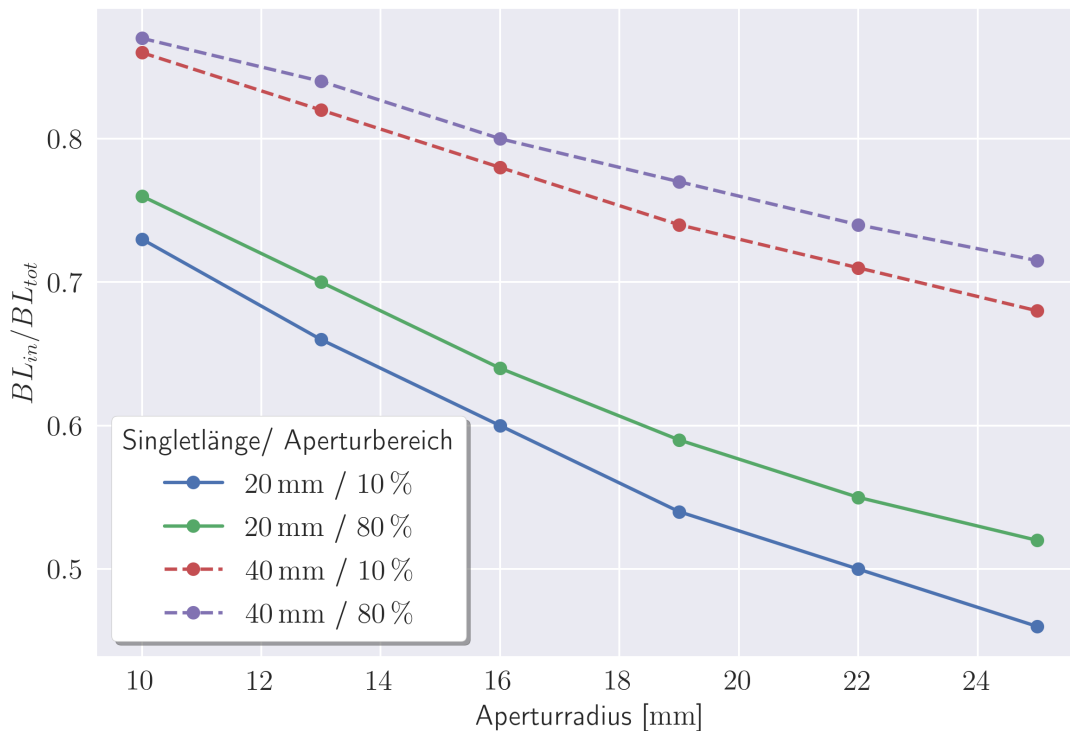


Abb. 5.11: Verhältnis von $B'L_{in}$, dem integrierten Gradienten zwischen den physischen Grenzen des PMQ, und dem gesamten B'L welches die Randfelder einschließt.

5.3.3 Strahldynamische Konsequenzen der PMQ-Interaktion

In einer konventionellen Triplett-Strahldynamik unterscheidet sich die Ausleuchtung des inneren Singlets für beide Strahlebenen (Abb. 5.12). In der DFD-Ebene füllt der Strahl in der geometrischen Mitte des Triplett das größte Aperturvolumen aus, wodurch sich diesem Bereich die nicht-Linearität des Magnetfeldes den größten Einfluss auf den Teilchenstrahl haben.

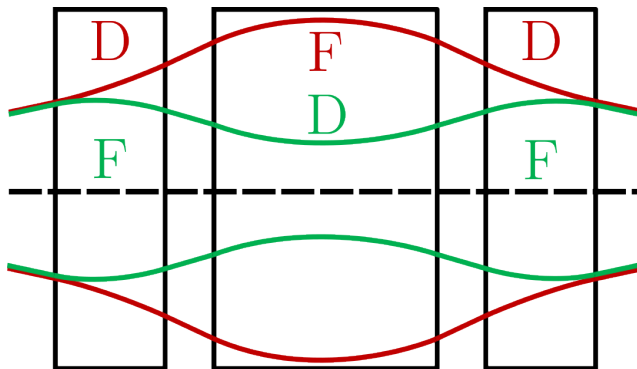
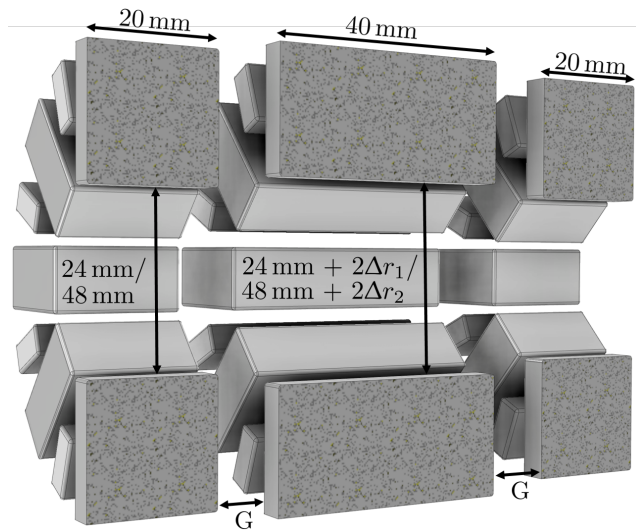


Abb. 5.12: Strahlenvelopen für eine Quadrupoltriplett Konfiguration, aufgeteilt in die FDF und DFD Ebene.

Abb. 5.13: Geometrische Daten des Triplett zur Untersuchung der Auswirkung des Singletabstand G auf das Emittanzwachstum. Δr_1 bzw. Δr_2 werden zur Einstellung des Fokuspunkts variiert.



Um die strahldynamische Auswirkung der nicht-Linearität des Gradienten zu veranschaulichen werden zwei PMQ-Triplett-Kanäle mit den Aperturradien 12 mm und 24 mm bzgl. des Singletabstands verglichen. Die Radien wurden aus Abschnitt 4.7 übernommen, da diese die minimalen Werte für die Verwendung von $10 \times 10 \text{ mm}^2$ bzw. $20 \times 20 \text{ mm}^2$ Quadermagneten darstellen. Entsprechend wurden die Singletlängen auf 20 mm und 40 mm festgelegt, welche Standardgeometrien entsprechen, siehe Abb. 5.13. Um den Einfluss des Singletabstand auf die Triplettstärke und damit Fokussierstärke zu kompensieren wird der Gradient des Triplett mit kleinerem Singletabstand hochskaliert. Dadurch besitzen die Triplett Konfiguration mit identischem Aperturradius eine vergleichbare Fokussierstärke trotz unterschiedlichem Singletabstand.

Für die Simulation der Strahldynamiken wird zuerst ein Modell des PMQ-Triplets mit einem für alle Singlets konstanten Aperturradius in CST simuliert. Auf Basis des mittleren Gradienten der äußeren Singlets wird in Tracewin ein konventionelles Triplett erstellt, welche die identischen Längen (Singletlängen und Abstände) wie das PMQ-Triplett aufweist. Der Gradient des inneren Singlet wird verringert, um eine Anpassung

der FDF-/ und DFD-Ebene auf den gleichen Fokuspunkt zu erreichen. Das dadurch bestimmte Verhältnis der mittleren Gradienten von äußeren zu inneren Singlets wird anschließend im CST-Modell des PMQ-Triplett durch Anpassung des Aperturradius des inneren Singlets nachgestellt. Nach Erreichen des korrekten Verhältnisses der Gradienten wird die Magnetfeldverteilung als Fieldmap exportiert.

Zur Variation der Auswirkung der Randeffekte auf den Teilchenstrahl wird die Ausleuchtung der Triplett durch die Anpassung der Emittanz bei identischen Twiss-Parametern eingestellt. Bei Strahldynamiksimulationen wird die Eingangsemittanz üblicherweise durch eine Gaußverteilung oder Uniformverteilung modelliert, um einen realen Ionenstrahl nachzubilden. Bei beiden Verteilungen sinkt die Teilchendichte zum Strahlrand ab. Um die Randeffekte der PMQ-Triplett hervorzuheben wird deshalb eine KV-Verteilung verwendet, welche eine homogene Teilchendichte im gesamten Phasenraum aufweist (siehe Abschnitt 2.1.4).

In den folgenden Vergleichen durchläuft der Teilchenstrahl eine Transportstrecke von jeweils 1,15 m. Dies entspricht zwei Triplett für den Aperturradius von 24 mm und drei Triplett für 12 mm. Im Vergleich zweier Triplett-Kanäle mit identischem Aperturradius und unterschiedlichen Singletabstand wird der Abstand der Triplett angepasst, um eine identische Ausleuchtung für alle Triplett zu erreichen.

Die Triplett werden jeweils zu 50 %, 80 % und 100 % ausgeleuchtet. Für den Singletabstand von 10 mm wird auf die 100 %-Ausleuchtung verzichtet, da für diesen Fall hohe Teilchenverluste auftreten und das Emittanzwachstum verfälscht wird. Für die 80 %-Ausleuchtung, siehe Envelope in Abb. 5.14, ist die Überfokussierung im mittleren Singlet des ersten Triplett zu erkennen. Die betroffenen Teilchen sind deshalb nicht mehr an das nachfolgende Triplett angepasst. Durch die Erhöhung des Singletabstands auf 40 mm wird die Überfokussierung reduziert, wodurch eine Ausleuchtung von 100 % möglich ist, siehe Abb. 5.15.

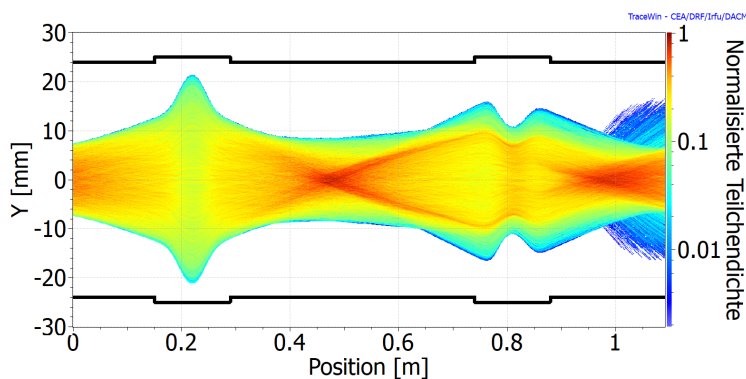


Abb. 5.14: Strahlenenvelope für einen Transportkanal aus zwei PMQ-Triplett ($a = 24$ mm, $G = 10$ mm, Ausleuchtung: 80 %).

Abb. 5.15: Strahlenvelope für einen Transportkanal aus zwei PMQ-Tripletts ($a = 24$ mm, $G = 40$ mm, Ausleuchtung: 100 %).

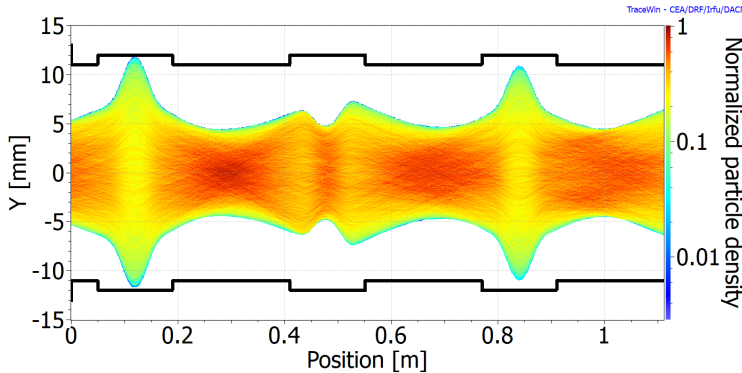
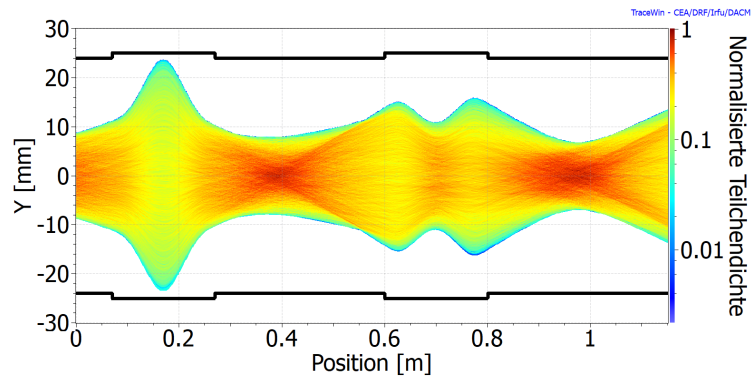


Abb. 5.16: Strahlenvelopen für einen Transportkanal aus drei PMQ-Tripletts ($a = 12$ mm, $G = 2$ mm, Ausleuchtung: 100 %).

Durch eine Halbierung des Aperturradius wird durch die geringere effektive Länge die Interaktion benachbarter Singlets und damit die nicht-Linearität abgeschwächt. Entsprechend kann bei einer vollen Ausleuchtung der Linse der technisch kleinstmögliche Singletabstand verwendet werden. Dieser beträgt unter Berücksichtigung einer Abdeckung der Magnethülle 2 mm, siehe Abb. 5.16.

Der Singletabstand skaliert direkt mit dem Emittanzwachstum, siehe Abb. 5.17. So tritt im Fall der Überfokussierung (Envelope in Abb. 5.14) in der ersten Tripletlinse ein Emittanzwachstum von 10 % auf, welches im nachfolgenden Triplet auf 70 % ansteigt. Im Vergleich mit Werten bei einer Reduzierung der Ausleuchtung oder des Singletabstands kann eine deutliche Reduzierung des Emittanzwachstums auf ein Maximum von 3 % erreicht werden. Während bei einem FODO-Kanal der Singletabstand keinen signifikanten Einfluss auf das Emittanzwachstum hat, muss dieser bei einer Triplet-Auslegung berücksichtigt werden. Allerdings liegt der in diesem Beispiel aufgrund der Geometrie der Quadermagnete gewählte Aperturradius über typischen Werten von maximal 20 mm welche in konventionellen Quadrupolen oder Solenoiden Anwendung findet. Der kleinstmögliche Aperturradius, welcher technische Limitierungen insbesondere bzgl. der Befestigung der Magnete ignoriert, liegt bei 12 mm. Für diesen kann der Singletabstand auf den kleinstmöglichen Wert reduziert werden.

Die Interaktion benachbarter PMQ-Singlets liefert dahingegen zusätzliche Herausfor-

derungen bzgl. der strahldynamischen Auslegung eines PMQ-Triplets. Neben der im vorherigen Kapitel besprochenen allgemeinen Optimierung der Singletgeometrie, muss der Anstieg der effektiven Länge mit steigendem Aperturradius berücksichtigt werden. Deren Effekt wird durch eine Erhöhung des Singletabstands oder eine geringere Ausleuchtung kompensiert. Letzterem sollte allerdings eine Reduzierung des Aperturradius vorgezogen werden.

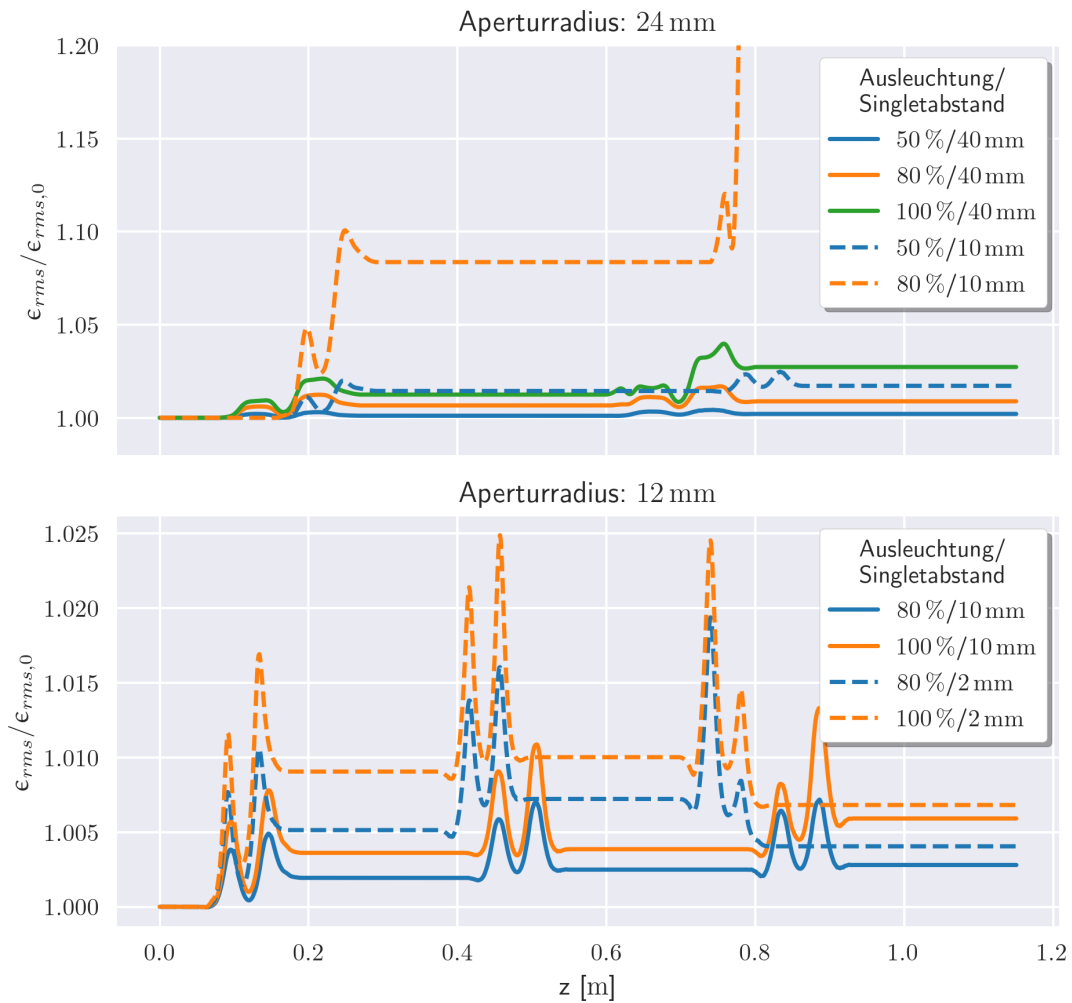


Abb. 5.17: Emittanzwachstum für Triplett-Kanäle mit den Aperturradien 12 mm und 24 mm. Variiert wird jeweils der Singletabstand sowie die Ausleuchtung der Triplets. Die Emittanz ist relativ Betrag am Beginn des Transportkanals angegeben.

Eine vergleichbare Reduzierung des Emittanzwachstums kann durch die Verlängerung der PMQ-Singlets erreicht werden. Für diesen Fall ist der Hauptanteil des integrierten Gradienten in Bereichen mit konstantem Gradienten. Beispielhaft sind in Abb. 5.18 zwei PMQ-Triplets gegenübergestellt. Diese besitzen die identische Länge von 160 mm bei unterschiedlichem Singletabstand (0 mm und 40 mm). Die Singlets sind im ersten Fall entsprechend doppelt so lang. Im Vergleich beider Strukturen stellt sich ein vergleichbares Emittanzwachstum ein, siehe Abb. 5.19. D.h. die nicht-Linearität des Magnetfelds im Bereich zwischen den Singlets ist hauptsächlich für kurze ($L = 80$ mm) Triplets zu beachten.

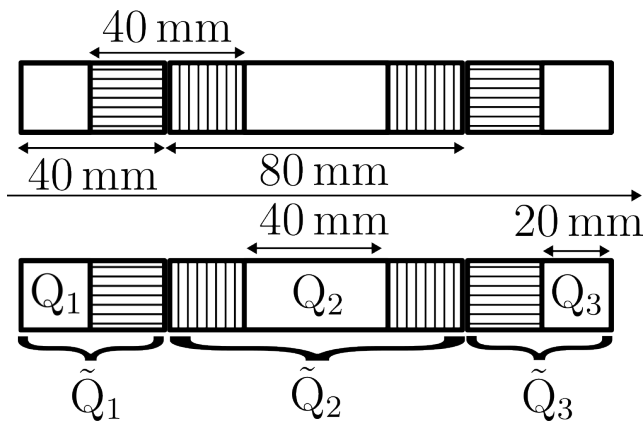
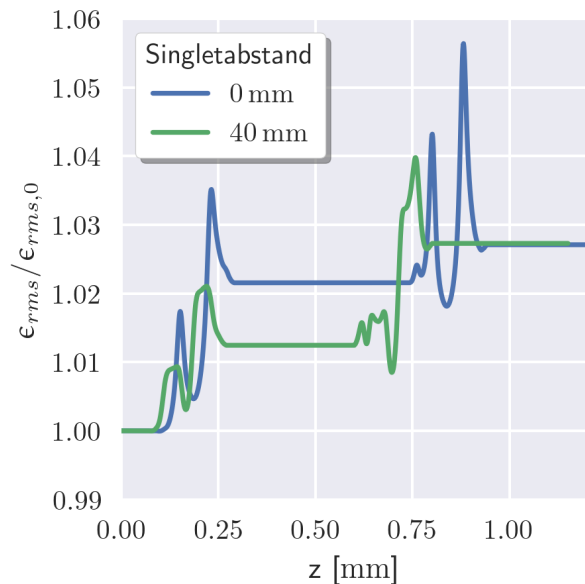


Abb. 5.18: Zwei PMQ-Triplett-Strukturen übereinander gelegt. Die schraffierte Fläche entspricht der aufaddierten Länge, wodurch der Singletabstand auf 0 mm reduziert wird.

Abb. 5.19: Emittanzwachstum für einen Transportkanal bestehend aus jeweils zwei Triples mit der Länge 160 mm.



6 Anwendung von 3D-gedruckten PMQ

6.1 Industrielle Neodym Quadermagnete

Gesinterte Permanentmagnete basierend auf Neodym-Eisen-Bor-Verbindungen wurden erstmals 1984 von „Sumitomo Special Metals“ vorgestellt und haben die bis dahin hauptsächlich verwendeten Samarium-Cobalt-Magnete (SmCo) weitestgehend verdrängt [38]. Aufgrund der vergleichsmäßig geringen Curie-Temperatur von Neodym-Magneten ($T_C = 400\text{ °C}$) finden Samarium-Magnete ($T_C = 800\text{ °C}$) hauptsächlich Anwendung in Hochtemperaturbereichen [39]. Zudem besitzen sie einen höheren Widerstand gegenüber der Entmagnetisierung von Neutronenstrahlung [40]. Die erreichte Remanente Flussdichten ist auf eine hohe anaxiale magnetokristalline Anisotropie zurückzuführen, d.h. die mikroskopischen magnetischen Dipolmomente weisen eine präferierte Richtung auf, wodurch NdFeB ebenfalls eine hohe Koerzitivfeldstärke besitzt (je nach Herstellungsprozess $H_c \approx 800\text{ kA m}^{-1}$ bis 2000 kA m^{-1}).

Im ersten Herstellungsschritt wird das Material zu feinem Pulver gemahlen. Anschließend werden die Kristalle mit einem äußeren Magnetfeld in Vorzugsrichtung ausgerichtet und zur Magnetform gepresst. Zur Verdichtung des Materials wird dieses unter Druck erhitzt, dem sogenannten Sintern, sodass kleiner Kristalle in Zwischenräume diffundieren. Nach einer mechanischen Behandlung des Magneten, d.h. Anpassung der Geometrie und Auftragen einer Beschichtung erfolgt die Magnetisierung.

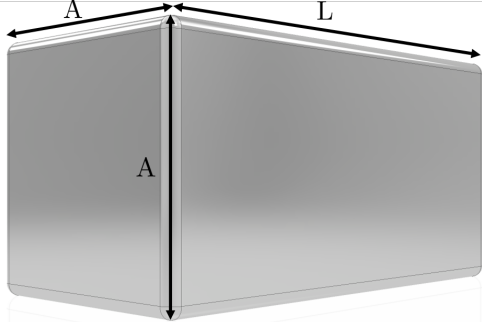
Ohne Beschichtung ist der Rohmagnet spröde und anfällig gegenüber Korrosion, sodass eine Beschichtung des Rohmagneten erforderlich ist. Ist der Magnet keinen mechanischen Belastungen ausge-



Abb. 6.1: Gebrochener Magnet durch unsachgemäße Handhabung.

setzt, wird eine Epoxidharzschicht auf den Rohmagneten aufgesprüht, welche das Magnetfeld nicht beeinflusst und eine kleinere Toleranz der Geometrie ermöglicht. Um geringen mechanischen Belastungen zu widerstehen ist eine Beschichtung aus Nickel weit verbreitet. Bei sich wiederholenden Belastungen, wie z.B. dem ungedämpften Aufprall zweier Magnete aufeinander, kann es trotzdem zum Bruch des Magneten kommen, siehe Abb. 6.1

Zur Kostenreduktion werden zum Zusammenbau der Prototypen industrielle Standard Magnete verwendet. Diese besitzen eine remanente Flussdichte von 1,33 T bis 1,36 T und sind mit einer Nickel-Kupfer-Legierung beschichtet. Vom Lieferanten wird für diese eine Dicke von 8 µm bis 12 µm angegeben. Diese reduziert den maximal erreichbaren Gradienten und muss entsprechend in den magnetostatischen Simulationen berücksichtigt werden. Der Radius der Kantenverrundung beträgt jeweils 0,5 mm. Bzgl. der Geometrischen Maße ist eine Toleranz von ±0,1 mm angegeben. Diese wurde stichprobenartig überprüft und verifiziert. Die Parameter und jeweiligen Preise sind in Tabelle 6.1 angegeben (Stand 12/2020). Bei Standardmagneten liegen die Polflächen üblicherweise auf den größten Oberflächen. In einer PMQ-Konfiguration welche aus nicht-quadratischen Magneten besteht, ist dies nicht bei allen gegeben. Aufgrund dessen wird ausschließlich auf Magnete mit einer quadratischen Grundfläche zurückgegriffen. Die können beliebig kombiniert werden, um rechteckige Magnete jeglicher Geometrie nachzubilden. Für ein 80 mm langes PMQ-Triplett ergibt sich ein Gesamtpreis von 116 € bei einer zweilagigen Magnetschicht, bzw. 39 € bei einer einfachen Magnetschicht. Ein vergleichbares Triplett bestehend aus maßgefertigten Magnete befindet sich im Preisrahmen um 8000 € ohne Magnethalterung. Zudem wird eine günstigere Herstellungsmethode aufgrund der geringen Stückzahl verwendet, für welche nur eine Magnetisierung von 1,23 T möglich ist. D.h. rein auf die Magnetstärke bezogen bieten diese keinen Vorteil. Allerdings können bessere Toleranzen von 0,02 mm bis 0,05 mm erreicht werden.



Geometrie [$A \times A \times L$ [mm ³]]	Preis
5 × 5 × 20	0,37 €
10 × 10 × 10	0,66 €
10 × 10 × 20	1,33 €
10 × 10 × 30	1,67 €
10 × 10 × 40	2,18 €

Tabelle 6.1: Geometrische Daten der verwendeten Magnete.



Abb. 6.2: Mit Nickel beschichtete Neodymmagnete.

6.2 Magnethüllendesign

Als Anforderung für die Halterung wurde eine leichte Handhabung des Quadrupols gestellt. Dazu gehört ein Auf- und Abbau des Quadrupols ohne die einzelnen Magnete selbst ausbauen zu müssen, sowie ein einfaches Anbringen des Quadrupols an ein bestehendes Strahlrohr. Die Halterung besteht deshalb aus zwei identischen Halbschalen, deren Schnittachse nicht der Symmetrieachse entspricht, sondern nach links bzw. rechts versetzt ist, siehe Abb. 6.3. Vorteil dessen ist, dass im abgebauten Zustand alle Magnete weiterhin in der Hülle eingeschlossen sind und sich nicht lösen.

Diese Art der Hülle ist flexibel in ihrer Anwendung. Sie kann sehr einfach an- und abgebaut werden ohne die Blockmagnete einzeln justieren zu müssen. Die Flexibilität minimiert dahingegen den maximalen Gradienten, da zusätzliches Volumen durch das Material der Magnethülle gefüllt ist. Für eine Maximierung des Gradienten besitzen die Quader mit gleicher radialer Position idealerweise keinen Abstand zueinander und liegen "Kante an Kante". Dies ist mit diesem Halbschalendesign generell nicht möglich, da ein kompletter Einschluss der Magnete auch an der Schnittkante der Halbschalen gewährleistet werden soll. In Abbildung 6.3 sind für verschiedene Aperturradien die idealen Magnetkonfigurationen und deren Halterung dargestellt.

Eine Abdeckung ist bei kürzeren (<20 mm) PMQ zu empfehlen. Bei diesen ist die radiale Anziehung gegenüberliegender Magnete gegebenenfalls nicht stark genug, um genug Reibung an der Magnethülle zu erzeugen, um axiale Kraftkomponenten zu kompensieren. Dies ist insbesondere für Fächer der Fall, welche die Magnete beinhalten, deren Magnetisierung parallel zueinander gerichtet ist. Bei einer nicht idealen Ausrichtung wirkt eine Kraft parallel zur Quadrupolachse und die Einzelmagnete lösen sich aus den Fächern.

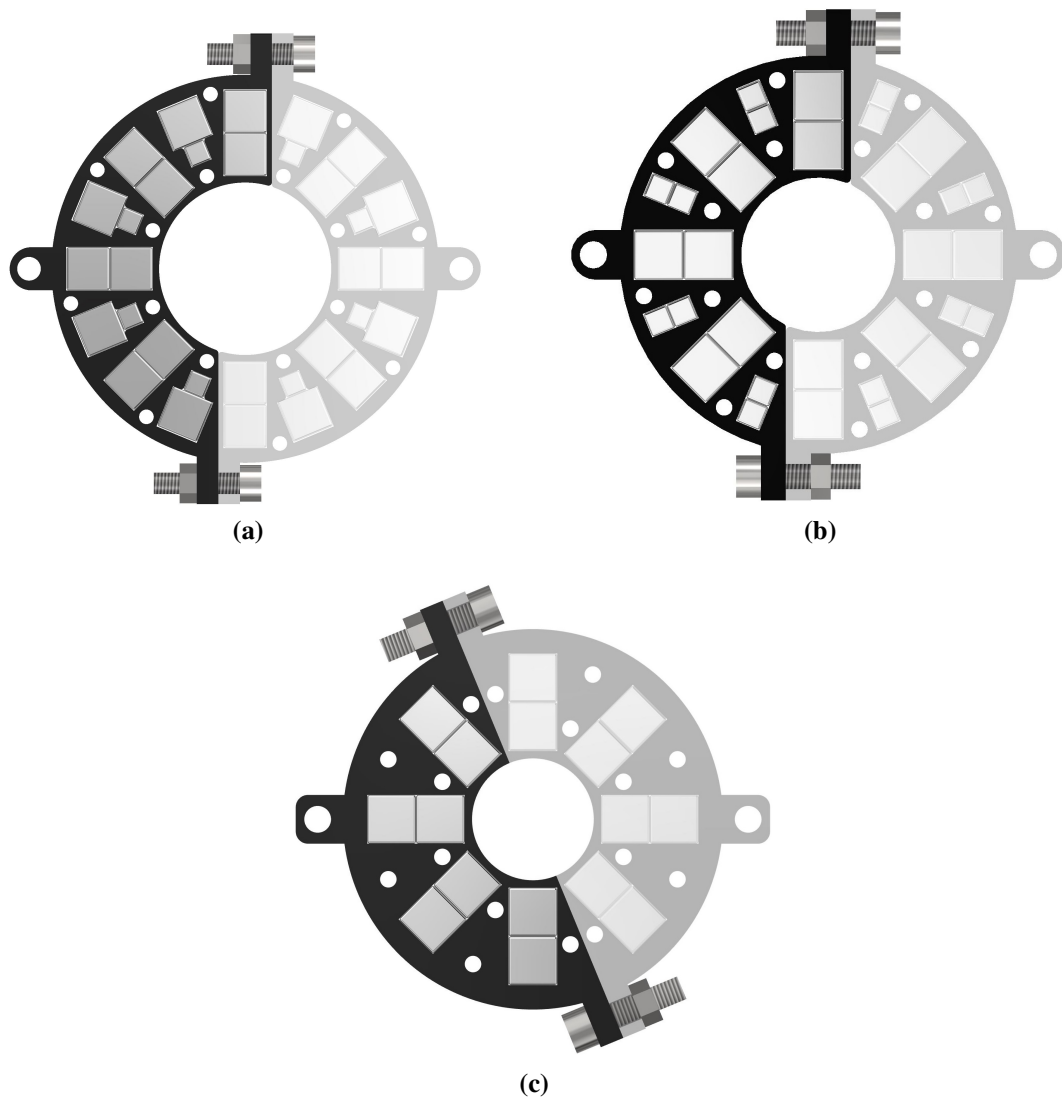


Abb. 6.3: Halbschalendesign der Magnethülle für Aperturradien von (a) 20 mm, (b) 14,5 mm und (c) 12,5 mm.

Für die Konfiguration mehrerer PMQ hintereinander, z.B. einem PMQ-Triplett siehe Abb. 6.4, besitzt die Hülle je zwei Führungslöcher für Gewindestangen. Anhand dieser können die PMQ bzgl. ihrer Rotation grob ausgerichtet werden. Zusätzlich kann der Singletabstand fixiert werden. In einer Triplett-Konfiguration sind die benachbarten Quadrupole um 90° zueinander gedreht. Dies führt zu einer Anziehung benachbarter Singlets, bzw. zu einer Anziehung der einzelnen Blockmagnete welche längs direkt gegenüber liegen. Bei benachbarten Singlets ist deshalb für kurze PMQ eine Abdeckung der Magnete zwingend erforderlich.

Der zur Herstellung der Magnethalbschalen benutzte 3D-Drucker besitzt eine Filamentstärke von 0,4 mm, welche die minimale Wandstärke festlegt. Beim Design der Halbschalen existieren zwei Bereiche welche den Abstand der Quadermagnete und damit die Füllung der Aperturoberfläche begrenzen. Beim bzgl. der Apertur kleinsten Design (Abb. 6.3c), wird die Füllung durch den Abstand der Magnetkanten definiert, Abb. 6.5a. Hier ist eine Wandstärke von jeweils 0,8 mm am dünnsten Punkt ausreichend. Bei den größten Designs (6.3a+b) existiert eine große Oberfläche mit identischer Dicke an der Schnittkante der Halbschale. Damit diese möglichst starr ist, beträgt deren Dicke 1,2 mm. Die Materialdicke zwischen Polflächen und Aperturvolumen beträgt bei allen Schalen

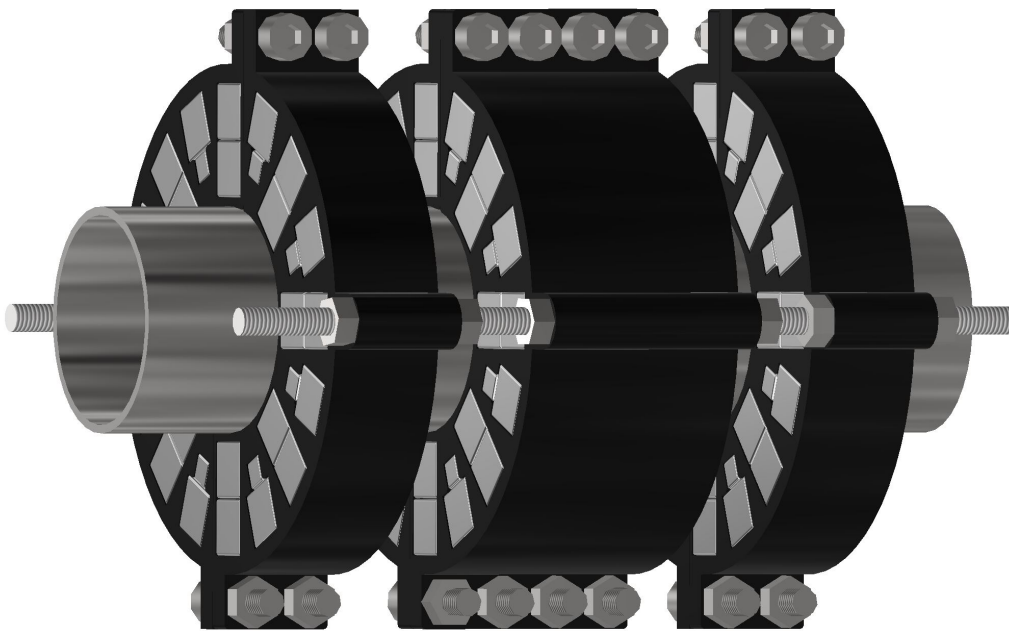


Abb. 6.4: Drei PMQ in einer Triplett-Konfiguration, welche auf einer Führung aus Gewindestangen beidseitig aufgehängt sind.

aus Fertigungsgründen 1,6 mm. Bei der Angabe des Aperturradius ist diese zusätzlich aufzurechnen, um die radiale Position der Polflächen zu erhalten. Bezogen auf die Stabilität ist aber ein Wert von 1 mm ausreichend. Zum Vergleich ist in Abbildung 6.6 eine Halbschale mit einem minimalen Abstand der Magnetkanten von 0,4 mm gezeigt. Nachteil dessen ist, dass zwei gegenüberliegende Magnetpaare im demontierten Zustand des PMQ nicht fest verbaut sind. Entsprechend nimmt der Füllfaktor der Magnetbreite mit steigendem Aperturradius ab, siehe Tab. 6.2.

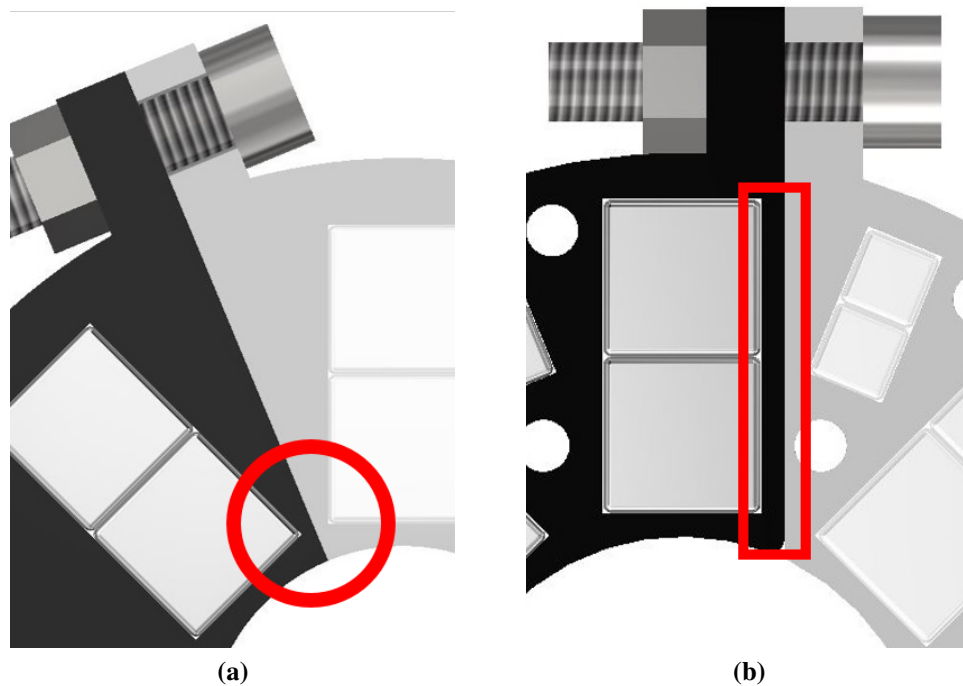


Abb. 6.5: Bereiche der Quadrupolhalbschalen, welche den Füllfaktor der Magnete begrenzen.

Hüllenparameter				
Design Abbildung	6.3a	6.3b	6.3c	6.6
Aperturradius	20 mm	14,5 mm	12,5 mm	11,5 mm
Füllfaktor	56 %	69 %	87 %	94 %
$\langle g \rangle$ [T m ⁻¹]	26	45	55	63

Tabelle 6.2: Aperturradius, Füllfaktor sowie mittlerer Gradient der vier unterschiedlichen Halbschalendesigns. Für den Gradient wurde eine Magnetisierung von 1,36 T und eine weichmagnetische Beschichtung angenommen.

Im Idealfall kann mit dieser Art von Hülle, bei welcher alle Magnete voll eingeschlossen sind, ein maximaler Füllfaktor von 87 % erreicht werden. Die hier angegebenen Aperturradien beziehen sich ausschließlich auf die Verwendung von $10 \times 10 \text{ mm}^2$ Magneten. Mit entsprechend anderen Magnetgeometrien kann der Füllfaktor für diverse Aperturradien optimiert werden.

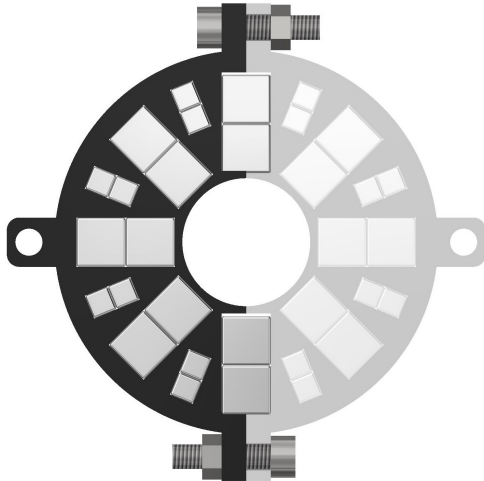


Abb. 6.6: PMQ-Halbschale mit dem größtmöglichen Füllfaktor. Der geringste Abstand beträgt 0,8 mm zwischen den Magnetkanten. Zwei Magnetpaare sind im demontierten Zustand nicht in der Hülle eingeschlossen.

6.2.1 Prototyp

Für ein Testen der Anordnung, sowohl für reine Magnetfeldmessung als auch Strahltest wurde ein Prototyp aus Polylactid (PLA) 3D-gedruckt (Abb. 6.7a). Da die Stabilität einer Kunststoffhalterung unbekannt war, wurde der Prototyp mit einer erhöhten Materialdicke gedruckt. Nachfolgende Hüllen wurden entsprechend der minimalen Parameter, welche im vorherigen Abschnitt besprochen wurden gefertigt. Um den Einbau der Magnete mit einer geringen Krafteinwirkung zu erreichen, besitzt die Weite der Magnetfächer ein Übermaß von 0,1 mm. In einer Triplett-Konfiguration zeigen sich deutliche Verformungen der Kunststoffhalterungen. Da sich die benachbarten Singlet anziehen, wölbt sich die Hülle. Dies kann durch das Einbringen von Abstandshaltern gelöst werden.

Bei einer Anordnung von zwei Halbschalen ohne Strahlrohr und Verschraubung sind diese ohne äußere Krafteinwirkung zueinander verschoben und zu einer korrekten Ausrichtung für eine symmetrische Quadrupolanordnung ist ein erheblicher Kraftaufwand erforderlich. Folge ist, dass bei einer Justierung an einem Strahlrohr der Quadrupol an zwei orthogonal zueinander liegenden Achsen an das Strahlrohr gepresst wird und auch ohne Verschraubung hält. Mit der zusätzlichen Verschraubung ist eine Verdrehung nur mit starker äußerer Krafteinwirkung erreichbar.

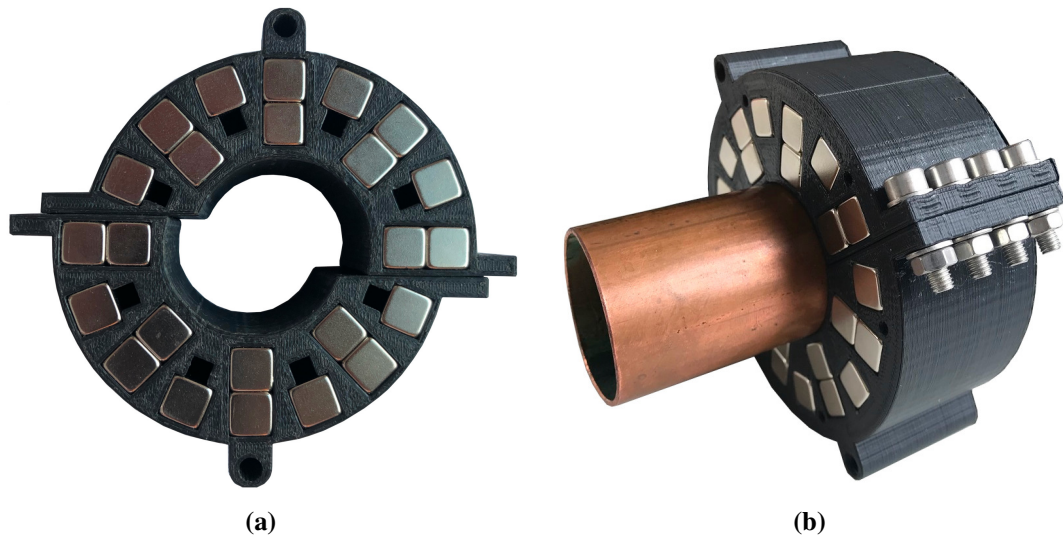


Abb. 6.7: Prototyp einer aus PLA 3D gedruckten Magnethalterung zur Realisierung eines erweiterten Halbach Designs. Sind die Halbschalen nicht an einem Rohr befestigt, sind diese zueinander versetzt.

6.3 Einzelmagnetmessung

Die Quadermagnete sind mit einer Nickel-Kupfer-Legierung beschichtet. Da dessen magnetische Permeabilität nicht bekannt ist, aber in den Simulation berücksichtigt werden muss, wird anhand eines Einzelmagneten die Permeabilität näherungsweise bestimmt. Dazu wird in CST ein einzelner Quadermagnet simuliert. Das Magnetfeld wird entlang einer Normalen, welche auf dem Zentrum des Nordpols steht ausgewertet. Die in den Simulationen eingestellte Permeabilität wird, solange angepasst bis diese mit der realen Feldverteilung übereinstimmt.

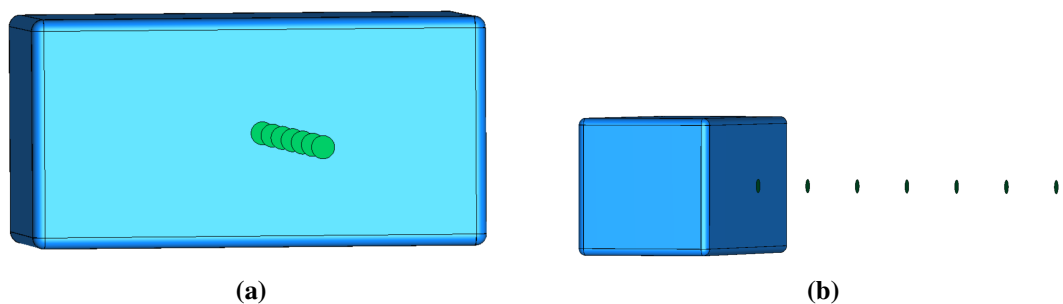


Abb. 6.8: Positionierung der Messpunkte im CST-Modell eines Einzelmagneten.

Die Messung wurde mit einer Hallsonde durchgeführt, welche sich in einem rechteckigen Aluminiumstab befindet. Um die Messpositionen in Übereinstimmung mit den Auswertungspunkten in der Simulationen zu bringen, wurde eine Halterung für den Magneten inklusive Führungsfächern für die Hallsonde entworfen und im 3D-Druck hergestellt. Die Hallsonde wird entlang der Fächer entlang geführt und das maximale Feld aufgezeichnet, welches exakt in der Mitte auftritt. Die Position der Auswertungspunkte kann anhand der Hallsondengeometrie und Magnetgeometrie abgeschätzt werden. Laut den Datenblättern der verwendeten Hallsonde kann die exakte Position innerhalb des Stabes variieren und liegt unter Umständen nicht zentral. Der Stab wurde deshalb jeweils mit beiden Seiten zum Nordpol des Magneten orientiert durch die Fächer geführt. Dies zeigte allerdings eine vernachlässigbare Veränderung der maximalen magnetischen Flussdichte, sodass von einer zentralen Positionierung der Hallsonde ausgegangen wird. Im CST-Modell wird die Hallsonde durch eine kreisförmige Oberfläche modelliert, auf welcher der mittlere magnetische Fluss ausgewertet wird. Durch das Anpassen der magnetischen Permeabilität auf einem Wert von $\mu_r = 100$ zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Mess-/ und Simulationsergebnisse an allen Positionen, siehe Abb. 6.9b. Dieser einfache Aufbau ersetzt keine Vermessung einer PMQ Anordnung (siehe folgenden Abschnitt), da sowohl die Geometrie der Einzelmagnete als auch deren Magnetisierung einer Streuung unterliegt, liefert aber Informationen damit in CST- und Strahldynamiksimulationen mit realistischen Werten gerechnet werden kann.

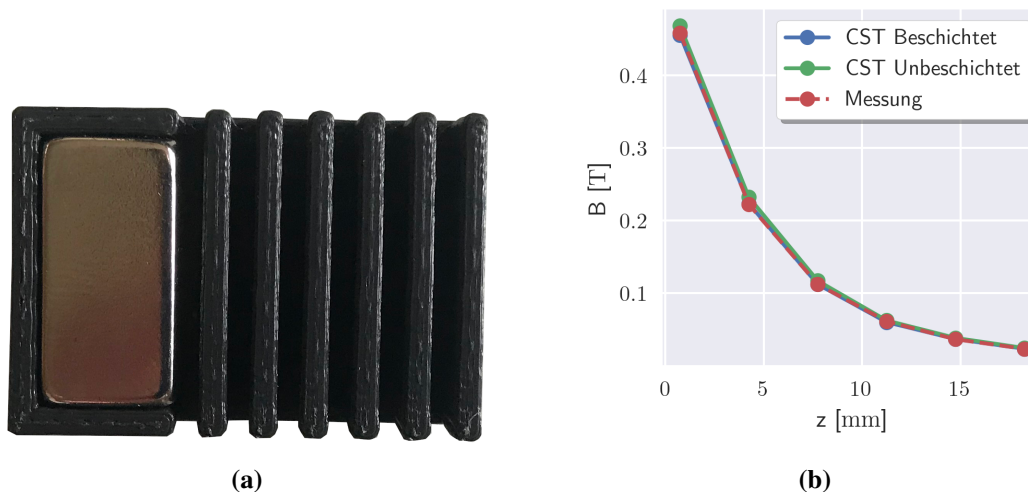


Abb. 6.9: (a) Halterung für einen Einzelmagneten zur Vermessung des Magnetfelds. Durch die Einkerbungen wird ein Stab mit einer darauf befindlichen Hallsonde geführt. (b) Vergleich zwischen Messwerten und Simulationsergebnissen mit und ohne Berücksichtigung einer weichmagnetischen Beschichtung.

6.4 Quadrupolvermessung

Für die Verifizierung der simulierten Feldverteilung einer Quadrupolanordnung wurde ein motorisierter xyz-Tisch (Abb. 6.11) ausgelegt, welcher aus drei 150 mm langen motorisierten Bühnen besteht (Aufbau und Programmierung durchgeführt von N.Fischer, technischer Mitarbeiter des IAP). Auf der Hauptbühne ist ein Rotationsmotor angebracht, welche eine für den Aluminiumstab, in welchem sich die Hallsonde befindet, gefertigte Halterung um $\pm 180^\circ$ drehen kann. Mit diesem Aufbau kann die orthogonal zur Hallsonde liegende magnetische Flussdichte an allen Ortskoordinaten einer Quadrupolanordnung bestimmt werden. Durch die rotierbare Hallsonde können die x- und y-Hauptachse in einer Messreihe bestimmt werden, ohne die Hallsonde zu justieren. Zusätzlich können Multipolkomponenten durch einen entsprechenden kreisförmigen Fahrweg entlang der Apertur bestimmt werden. Die Sonde kann durch die Rotation jeweils parallel zur Aperturoberfläche gerichtet werden.

Um den transversalen Versatz der aktiven Fläche innerhalb des Aluminiumstabs zu berücksichtigen, wurden die Messungen anfangs zweimal mit jeweils 180° gedrehter Hallsonde durchgeführt. Dadurch wurde der Offset zwischen Position des Messstabs, welcher durch die XYZ-Stage gesteuert wird, und Position der aktiven Fläche bestimmt.

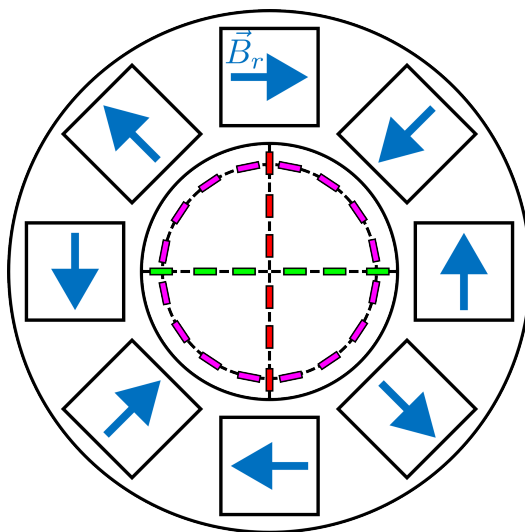


Abb. 6.10: Verfahrensweise des rechteckigen Messstabs mit integrierter Hallsonde. Die aktive Fläche der Hallsonde liegt parallel zur großen Oberfläche des Stabes. Vermessen werden die beiden Hauptachsen (x: Grün, y: Rot), sowie die Oberfläche der Apertur zur Bestimmung der Multipole (Kreisbahn: Pink).

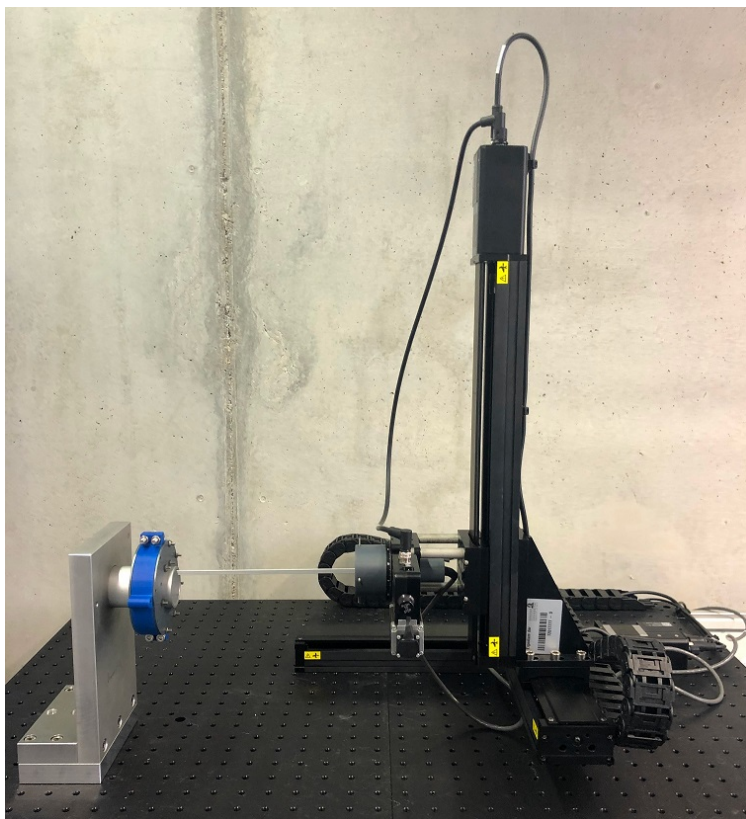
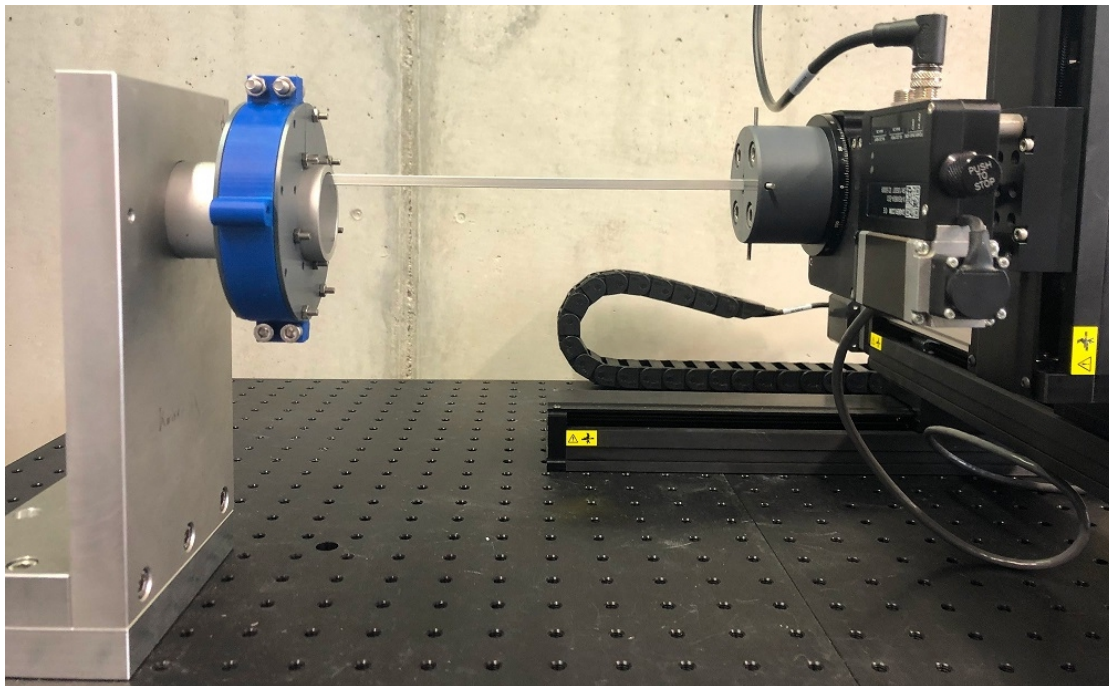


Abb. 6.11: Motorisierter xyz-Stage mit rotierender Hallsondenaufnahme. Der PMQ befindet sich auf einem Rohrstück aus Aluminium, welches in eine Halterung eingeschraubt ist.

Ein Qualitätsmerkmal der Magnethalterung ist die Bestimmung des Nulldurchgangs des Magnetfeldes. Im Fall einer symmetrischen Anordnung, d.h. alle Magnete besitzen die gleiche Magnetisierung und ihre radiale Position weicht nicht voneinander ab, fällt dieser mit dem geometrischen Mittelpunkt der Apertur zusammen. Die Abweichung des Nulldurchgangs relativ zum geometrischen Zentrum (Δx und Δy) wird durch die Vermessung der Hauptachsen bestimmt, siehe Abb. 6.12. Dies wird für jede Position entlang der PMQ-Achse mit einer Auflösung von 1 mm wiederholt. Die entsprechenden Ergebnisse für drei verschiedene PMQ-Strukturen ist in Abb. 6.13 in Polarkoordinaten dargestellt. Die Werte wurden um systematische Abweichungen korrigiert. Dazu gehören eine Verkippung des PMQ sowie eine konstanter Versatz des Nulldurchgangs. Beide Fehler können durch eine Rejustage des PMQ korrigiert werden. Dies wurde anhand einer linearen Regression der Messwerte durchgeführt. Relativ zur bestimmten Gerade wurde die Schwankung des Nulldurchgangs bestimmt.

Die Schwankung des Nullpunktes liegt in einem Bereich unter 0,05 mm. In konventionellen Quadrupolen wird eine Toleranz von maximal 0,1 mm gefordert, wodurch sich die Kosten im Rahmen von 100,000 € bewegen. Bemessen auf das Preisniveau von unter 100 € für die vermessenen PMQ handelt es sich damit um zufriedenstellende Ergebnisse. Die absolute Abweichung zum geometrischen Zentrum des PMQ betrug bei allen Strukturen etwa 0,2 mm. Bei einer robusten Auslegung kann ein etwaiges Emitanzwachstum bzw. eine Reduzierung der Transmission auch bei einer Abweichung in diesem Bereich auf ein Minimum reduziert werden, sofern die systematischen Abweichungen mechanisch nicht korrigiert werden [41].

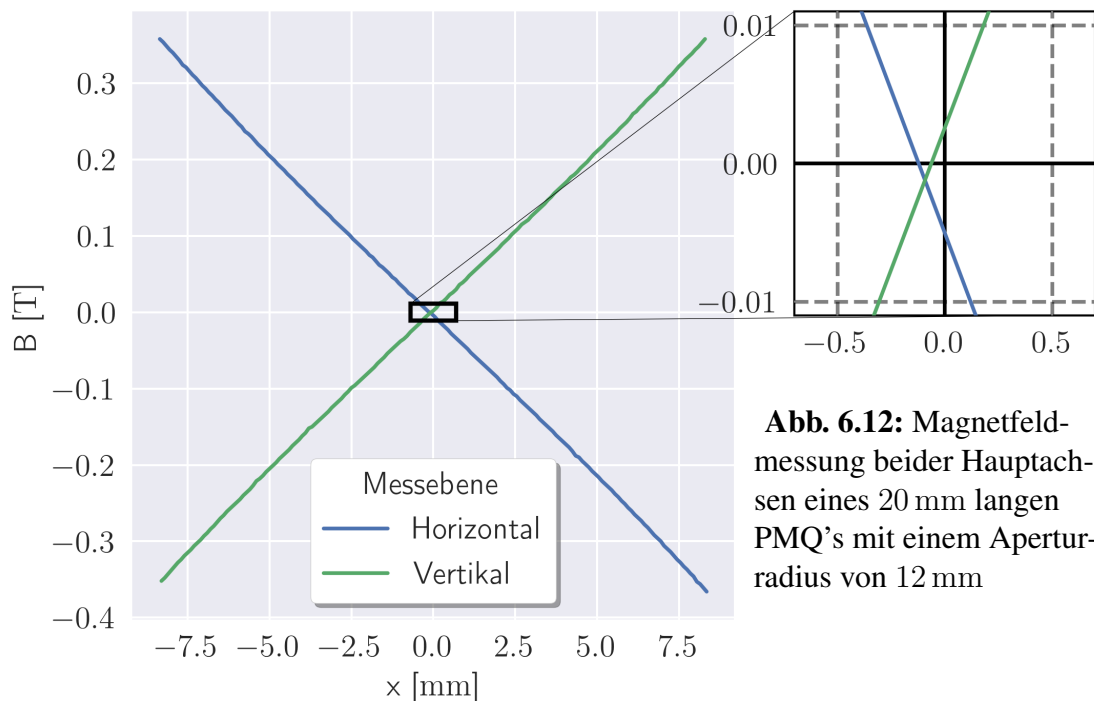


Abb. 6.12: Magnetfeldmessung beider Hauptachsen eines 20 mm langen PMQ's mit einem Aperturradius von 12 mm

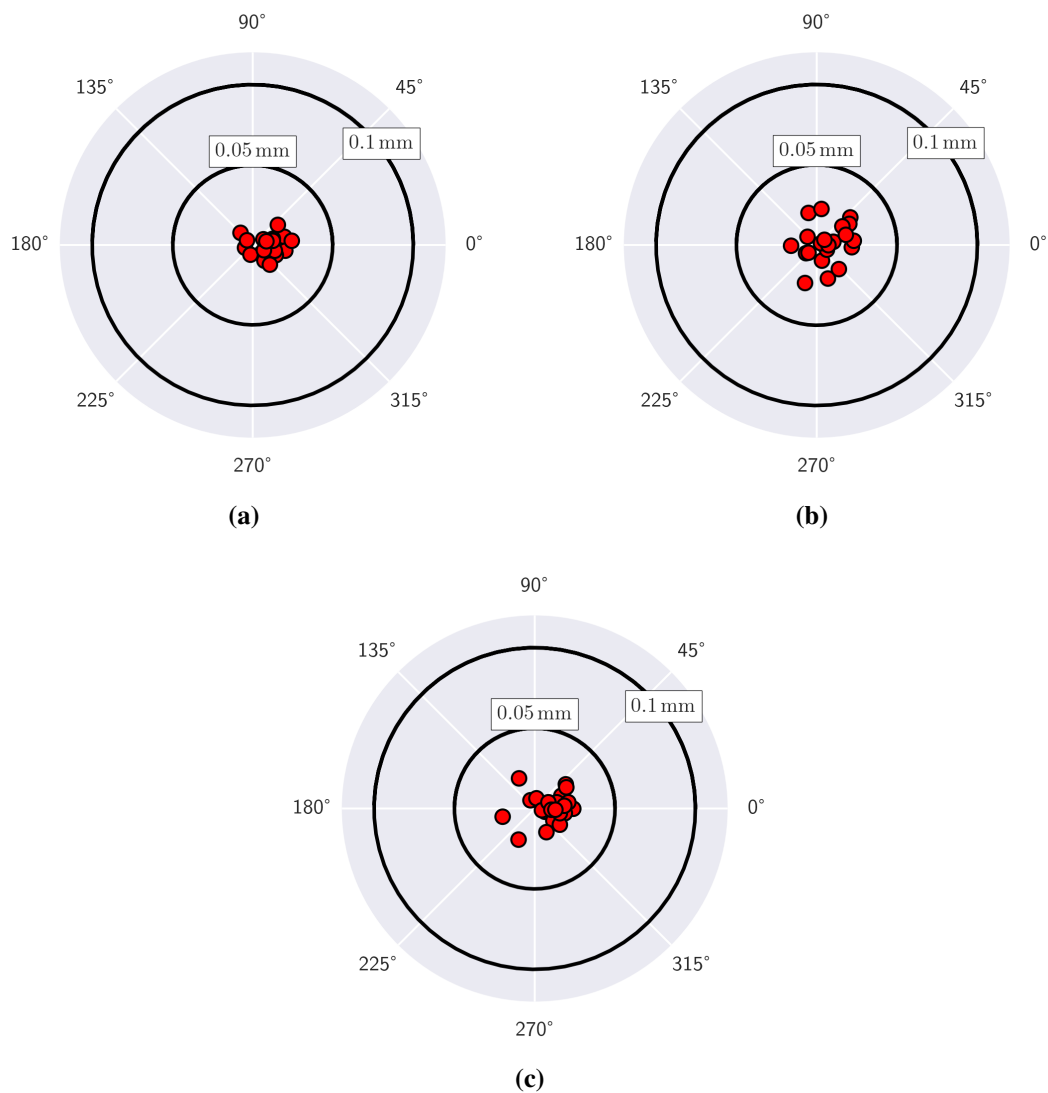


Abb. 6.13: Variation des Nulldurchgangs für drei jeweils 20 mm lange PMQ-Strukturen mit den Aperturradien (a) 13 mm, (b) 21 mm und (c) 13 mm. Bei letztgenannter Struktur wurden die geometrischen Parameter der Halterung um 0,1 mm erhöht, um dem Schrumpfen des Kunststoffes beim Auskühlen zu kompensieren.

6.5 Optische Strahldiagnose

Für eine zusätzliche Verifizierung der magnetostatischen Simulation wurde ein Triplet-Transportkanal aufgebaut. Die Auswertung des Stahltransportes wurde anhand einer Kamera an einem Fenster hinter dem Triplet durchgeführt. Diese nimmt das Leuchten des Restgases auf, welches aufgrund dessen Stoßionisation durch den Teilchenstrahl entsteht (ionenstrahlinduzierte Fluoreszenz [42]). Dazu wird in diesem Abschnitt das Vorgehen bzgl. Bildbearbeitung beschrieben.

Bearbeitung der Rohdaten

In der unkomprimierten Form wird ein Bild durch eine Matrix von Pixeln beschrieben. Jedem Pixel sind im Fall eines Farbbildes mit einer 8-Bit Farbtiefe drei Pixelwerte zwischen 0 und 255 zugeordnet, welche die Intensität der drei Grundfarben Rot, Grün und Blau angeben.

$$\begin{pmatrix} [R, G, B]_{11} & \dots & [R, G, B]_{1i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [R, G, B]_{j1} & \dots & [R, G, B]_{ji} \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Um den Teilchenstrahl besser hervorzuheben werden Bilder mit und ohne aktiver Strahlextraktion erstellt. Für den Fall ohne Strahlextraktion reflektiert das Leuchten des Plasmas der Ionenquelle innerhalb des Aufbaus. Dieses Hintergrundleuchten wird durch eine Matrixsubtraktion vom Bild mit Strahlextraktion abgezogen.

$$\tilde{M}_{Beam} = M_{Beam} - M_{Background} \quad (6.2)$$

Abhängig vom verwendeten Restgas ist das Leuchten der Restgasemission in RGB-Farbraum nur in einer Farbe dominant. Es ist deshalb ausreichend nur eine Farbtensität zu betrachten. Das RGB-Bild wird deshalb in Einzelfarben aufgespalten und die Bildbearbeitung am entsprechenden Graustufenbild durchgeführt. Für eine bessere Visualisierung wird das relevante Graustufenbild anhand einer Farbskala (Colormap) wieder in den RGB-Farbraum überführt und in Falschfarben dargestellt.

Weitwinkelkalibrierung

Die verwendeten Kameras besitzen einen Sichtwinkel von 120° wodurch es zu einer tonnenförmigen optischen Verzeichnung der Bilder kommt. Dies kann durch eine entsprechende Bildbearbeitung korrigiert werden. Als Referenz werden Bilder eines Schachbrettmusters aus unterschiedlichen Blickwinkeln angefertigt. Aufgrund der festgelegten Relationen der Felder des Schachbrettes zueinander kann eine Transformationsmatrix erstellt und auf Bilder angewendet werden die mit der identischen Kamera angefertigt wurden [43].

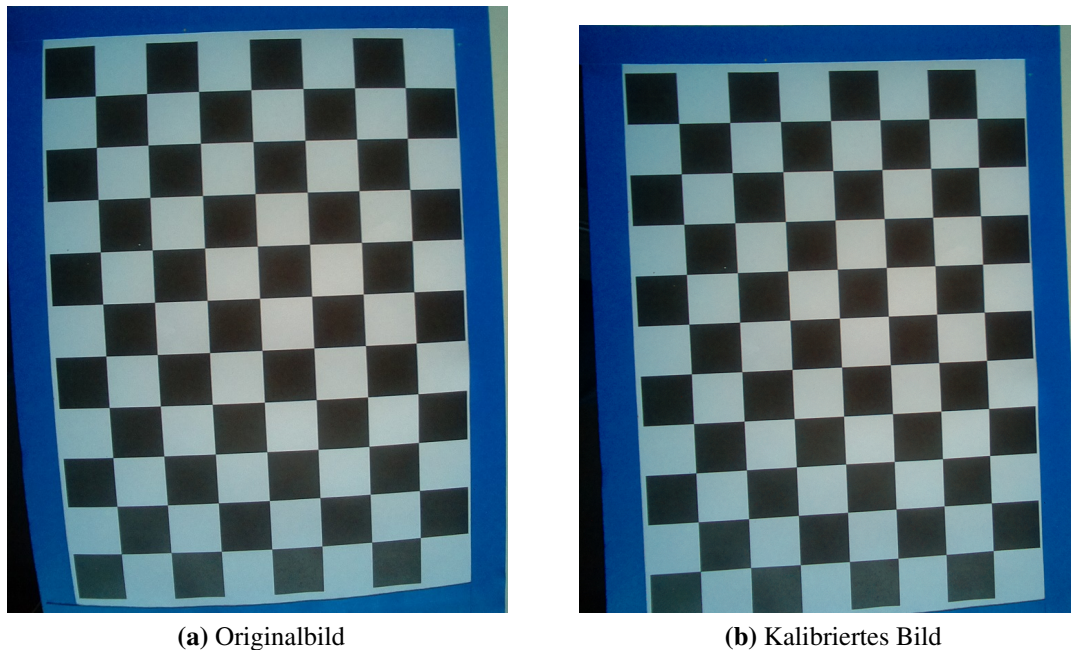


Abb. 6.14: Weitwinkelkalibrierung am Beispiel eines Schachbrettmusters. Insbesondere die Verzerrungen an den Kanten werden linearisiert.

Linearisierung

Für eine Reduzierung des Hintergrundes sowie dem Eliminieren von Pixelfehlern werden alle Pixel, welche außerhalb eines festgelegten Akzeptanzintervalls liegen, auf einen Intensitätswert von 0 gesetzt und die restlichen Pixelintensitäten um diesen Wert reduziert. Für einen besseren Kontrast wird das Bild anschließend linear normalisiert. D.h. alle Pixelintensitäten werden auf den Bereich 0 bis 255 skaliert.

$$M_{ij,norm} = (M_{ij} - \min(M)) \cdot \frac{255}{\max(M) - \min(M)} \quad (6.3)$$

Im Allgemeinen wird diese Normalisierung mit den identischen Parametern für die maximale und minimale Pixelintensität auf das komplette Bild angewendet. Die Lichtemission der Restgasionisation ist intensiver je kleiner der Strahldurchmesser. Für eine bessere Visualisierung des Strahls wird deshalb eine Spaltenweise Normalisierung angewendet. D.h. für jede Position entlang der Strahlachse wird separat die maximale Pixelintensität bestimmt, siehe Abb. 6.16.

Für eine objektive Einordnung des Strahldurchmessers wird die Halbwertsbreite der normalisierten Intensitätsverteilung verwendet. Zur qualitativen Auswertung ist die numerische Bestimmung ausreichend. Die Berechnung anhand einer Gaußverteilung liefert dahingehend keine zusätzlichen Informationen, siehe Abb. 6.15.

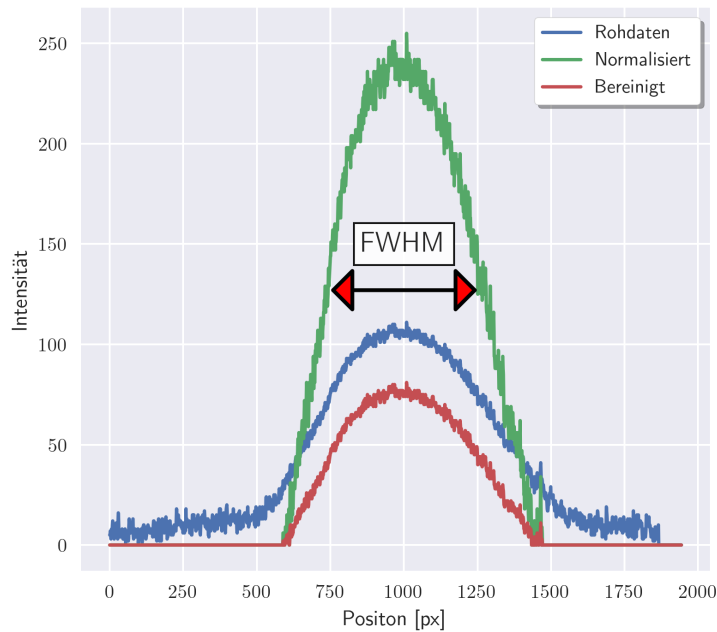
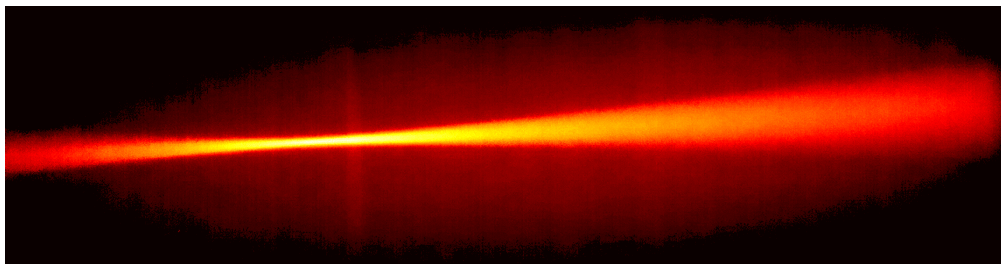
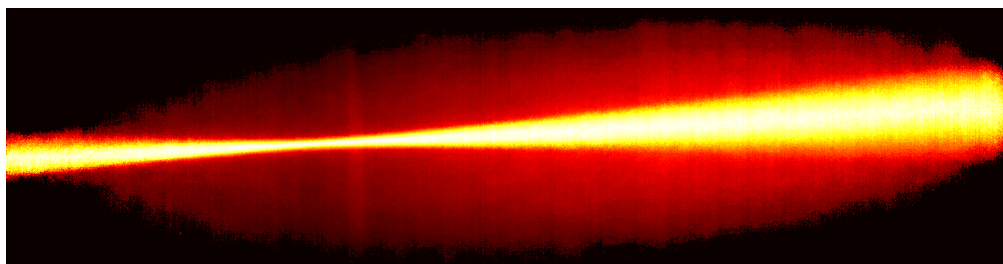


Abb. 6.15: Schrittweise Bearbeitung der Intensitätsverteilung an einer Position entlang der Strahlachse mit eingezeichneter Halbwertsbreite (FWHM).



(a)



(b)

Abb. 6.16: Nachbearbeitetes Bild eines fokussierten He⁺-Strahls. (a) Die Pixel wurden auf die minimalen und maximalen Intensitätswerte bezogen auf das gesamte Bild normiert. (b) Normierung auf die minimalen und maximalen Intensitätswerte einer Spalte/z-Position.

6.6 Strahltest

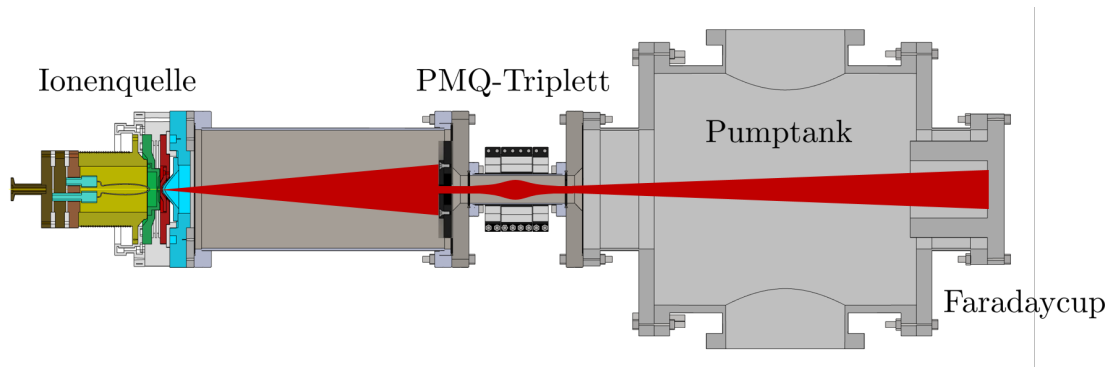


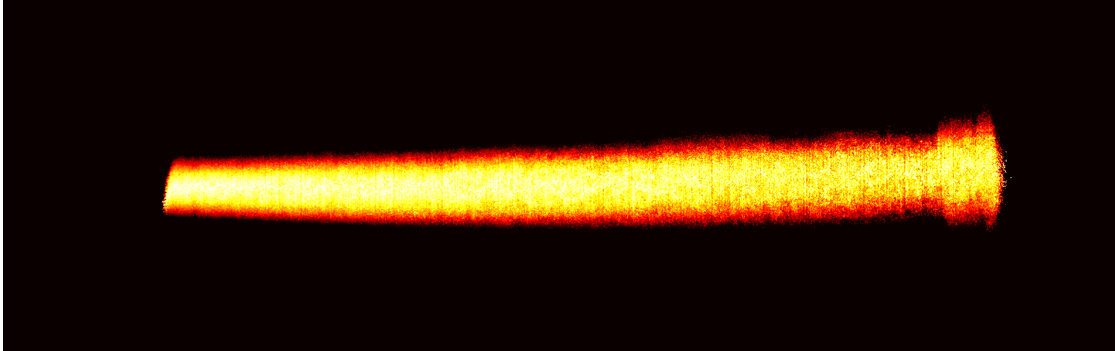
Abb. 6.17: Beamline für den Test eines PMQ-Triplets, welches um ein Strahlrohr befestigt wird.

Für den Test einer PMQ-Tripletanordnung wurde ein Transportkanal aufgebaut. Bei diesem wird ein 5 keV bis 10 keV He^+ -Strahl mit einem maximalen Strahlstrom von $300 \mu\text{A}$ aus einer filamentgetriebenen Ionenquelle [44] extrahiert, durch ein einzelnes PMQ-Triplett transportiert und nachfolgend mit einer Raspberry Pi Kamera am Fenster des Pumptanks detektiert. Für eine bessere Ausleuchtung des Quadrupoltriplett wurde eine zusätzliche Drift von 20 cm zwischen Ionenquelle und Triplett eingebaut. In dieses ist abschließend eine Blende eingebaut, um eine scharfe Kontur des Strahls zu erreichen. Nach einem notwendigen Austausch des Filaments hatte die Quelle nur einen sehr diffusen Strahl erzeugt.

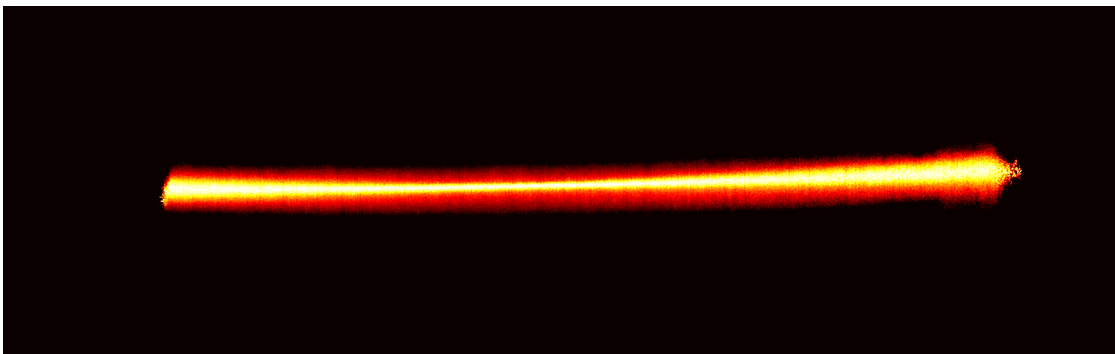
Das Triplett besitzt eine Länge von 82 mm bei einem Aperturradius von 20 mm. Die Strahlmessung wurde zuerst ohne angebrachtes Triplett durchgeführt. Diese Aufnahmen dienen im Anschluss zur Abschätzung der Emittanz und der Twiss-Parameter. Als Referenz dienen der Radius des CF-40 Rohrstücks an welchen das Triplett angebracht wurde und der Innenradius der Faradaytasse. Deren Geometrie wurde gemessen, wodurch der Strahlradius an zwei Positionen bekannt ist. Anschließend wurde das Triplett angebracht. Für eine Aufnahme beider Strahlebenen wurde das Triplett in zwei aufeinanderfolgenden Messungen um 90° gedreht.

Im Folgenden sind die Strahlenvelopen und Strahlbilder eines 5 keV He^+ -Strahls im direkten Vergleich gezeigt. Im Vergleich von Simulationen und Messung zeigt sich eine zufriedenstellende Übereinstimmung. Allerdings sind die FDF- und DFD-Ebene nicht auf den gleichen Punkt fokussiert. Die Triplett-Auslegung basiert auf geschätzten Werten für die Emittanz, da diese aufgrund einer Veränderung der optimalen Betriebsparameter der Ionenquelle einigen Schwankungen unterlagen, sofern zwischen den Messungen mehrere Tage lagen. Die hier gezeigten Strahldynamiksimulationen wurde anhand

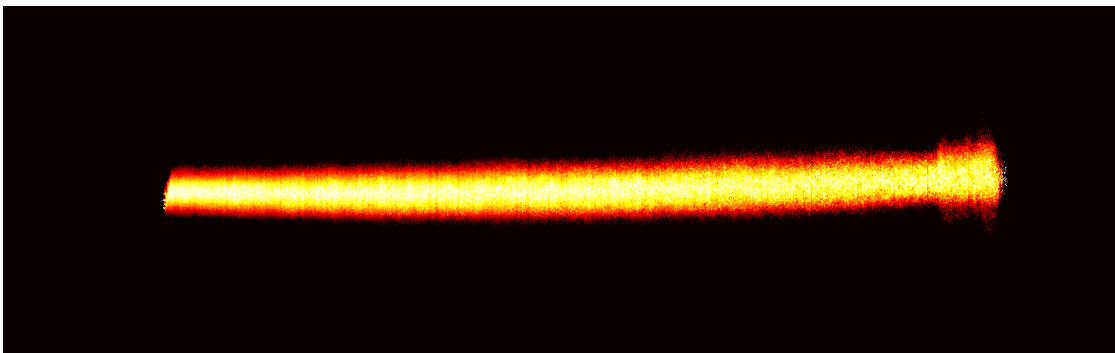
der Parameter der Emittanz am selben Tag durchgeführt, womit die Geometrie des Triplets nicht auf die tagesaktuellen Strahlparameter angepasst war.



(a)



(b)



(c)

Abb. 6.18: Bilder eines 5 keV He^+ Strahls (a) ohne Fokussierelemente, (b) FDF und (c) DFD Ebene nach dem Durchlauf eines 82 mm langen PMQ-Triplets.

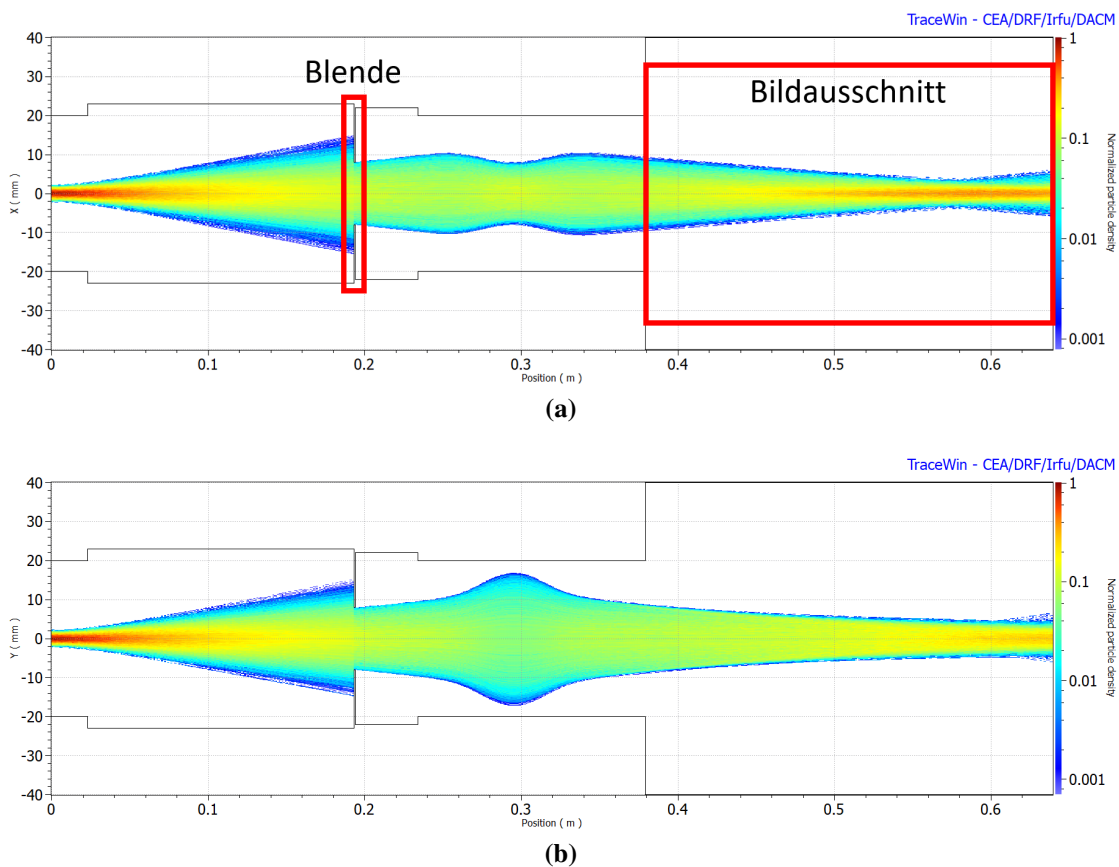


Abb. 6.19: Envelopen der Tracewinsimulationen eines 5keV He-Strahls. (a) x bzw. (b) y-Ebene nach dem Durchlauf eines 82 mm langen PMQ-Tripletts.

6.7 Strahldiagnose eines PMQ-Tripletts

Die in dieser Arbeit entworfenen Hüllen bieten eine sehr platzsparende Methode zur Konfiguration eines Quadrupoltripletts. Weiterhin sind die Halterungen sehr leicht in der Handhabung und sind aufgrund des 3D-Druck leicht modifizierbar. Basierend auf dem Halbschalendesign der PMQ-Halterung wurde eine Variation entworfen, mit welcher ein Triplettaufbau in ein Vakuum versetzt wird und der Teilchenstrahl anhand einer Raspberry Pi Kamera entlang der PMQ-Triplettachse anhand der Restgasionisation von Stickstoff detektiert wird. Der Aufbau lässt sich in die folgenden Einzelteile unterteilen:

- Magnethülle + Abdeckung
- Flanscheinsatz zur PMQ Justierung
- Raspberry Pi Zero W + Kamera
- Nuteinsatz zur Fixierung
- Kamerahalterung
- Strahlblende

6.7.1 Magnethülle

Die Magnethülle für einen im Strahlrohr integrierten PMQ unterscheidet sich in wenigen Punkten von der externen Magnethalterung basierend auf Halbschalen, siehe Abb. 6.20. Da kein Anbringen um ein Strahlrohr nötig ist, wird diese als ein Bauteil gefertigt. Die Führungsbohrungen dienen auch in diesem Aufbau zur groben Justierung der Quadrupole. Zusätzlich sind Bohrlöcher zwischen den Magnetfächern eingebracht, welche zum Anbringen einer Abdeckung aus Aluminium und einer Kamerahalterung verwendet werden. Da keine Schnittkante notwendig ist, können kleinere Magnete zwischen den Hauptmagnete zur Maximierung des Gradienten positioniert werden. Zur Absicherung wurden kurze Rohrstücke aus Messing in die Apertur eingebracht, damit bei einer Fehlanpassung des Teilchenstrahls, dieser nicht direkt auf den Kunststoff trifft.

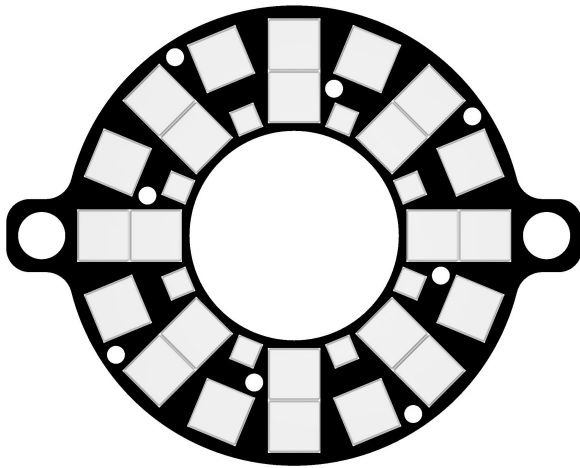


Abb. 6.20: Magnethalterung für einen PMQ, welcher in einem Strahlrohr integriert wird. Bestehend aus einem einzigen Bauteil.

6.7.2 Flanscheinsatz

Der komplette Aufbau befindet sich innerhalb eines CF160 Rohrstücks. Zur Ausrichtung der Gewindestangen, welche die Magnethüllen halten, werden zwei Halterungsplatten in beide Enden des Rohrstücks gesteckt (Abb. 6.21). Der Durchmesser des Rohres beträgt nach DIN-Norm 155 mm. Der angeschweißte Flansch besitzt einen Innendurchmesser von 157 mm. Die Halterungsplatte wird mit dem Durchmesser des Flansches gefertigt, womit diese beim Einsetzen gegen die Schweißnaht zwischen Flansch und Rohr gedrückt. Durch zwei angebrachte Durchgangsbohrlöcher können Gewindestangen geführt werden, womit die gegenüberliegenden Halterungsplatten durch den Anpressdruck fixiert und nicht rotierbar sind. Für die zur Justierung der PMQ notwendigen C-Nutenschienen sind außen drei rechteckige Aussparungen vorhanden.

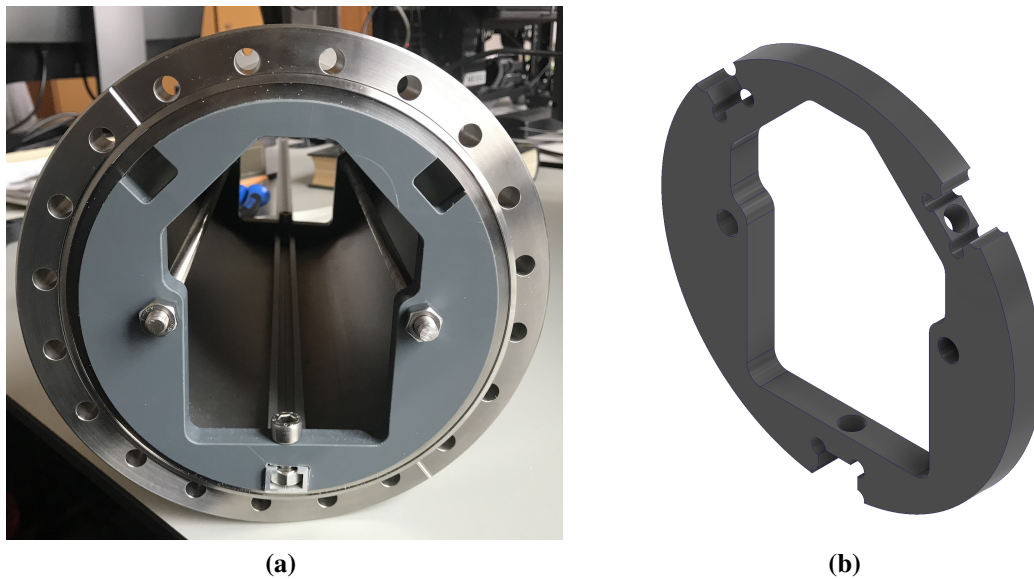


Abb. 6.21: Einsatz, welcher in den Flansch eines Strahlrohrs gesteckt wird. Durch die Gewindestangen werden die zwei gegenüberliegenden Platten an die Schweißnaht zwischen Flansch und Rohrstück gepresst.

6.7.3 Kameras

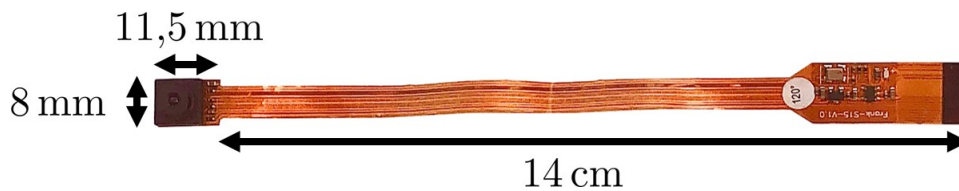


Abb. 6.22: Raspberry Pi Zero Kamera

Als Kameras werden Raspberry Pi Kameras (Abb. 6.22) basierend auf einem OV5647 CMOS Sensor verwendet, welche hauptsächlich in privaten Hobbyprojekten Anwendung findet. Die Kameras haben sich bei vorherigen Experimenten unbeeinflusst von Magnetfeldern gezeigt und wurden zur 3D-Rekonstruktion eines Protonenstrahls innerhalb von Dipolmagneten verwendet [1]. Mit Preisen im Bereich von 20 € ist diese eine kostengünstige Methode zur Strahldiagnose.

Bei einem CMOS-Sensor (Complementary metal-oxide-semiconductor) besteht ein Pixel aus je drei MOSFET und einer Fotodiode, welche im gleichen Substrat eingebracht sind (Abb. 6.23). Mit diesen kann jeder Pixel einzeln angesteuert, ausgelesen und auf den Grundzustand zurückgesetzt werden [45].

Diese Technik ermöglicht den Bau kompakter Kameras, deren Pixeldichte mittlerwei-

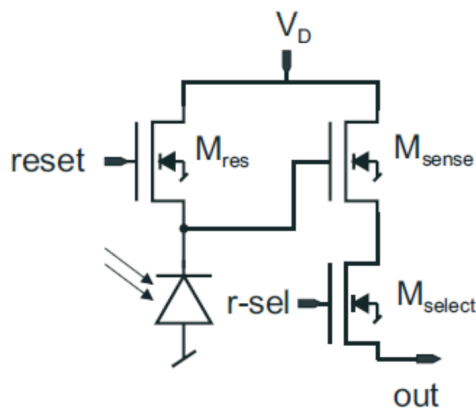


Abb. 6.23: Schaltung eines Pixels aus drei MOSFET und einer Fotodiode. Einfallendes Licht ändert die Leitfähigkeit von M_{sense} . Durch ansteuern des Pixels über M_{select} kann der Spannungsabfall an diesem ausgelesen werden. Über M_{res} wird M_{sense} in den Grundzustand zurückgesetzt. Abbildung aus [46].

le die von CCD-Kameras übertrifft. Durch diese kann die Kamera zwischen benachbarten PMQ-Singlets positioniert werden ohne einen im Vergleich zu den Singletlängen großen Singletabstand zu brauchen. Für die Steuerung wird ein Raspberry Pi Zero benötigt, welcher den Anschluss für das CSI-Kamerakabel besitzt. Dieses besitzt eine Länge von 30 cm, wodurch der Pi Zero außerhalb des PMQ-Singlets positioniert werden kann. Unter der Berücksichtigung einer Kamerabefestigung und einer PMQ-Abdeckung ermöglicht dies einen minimalen Singletabstand von 15 mm. Aufgrund der geringen Leistungsaufnahme von maximal 200 mW ist kein weiteres Kabel zur Stromversorgung notwendig.

Kamera Spezifikationen			
Sensor	CMOS OV5647	Auflösung	2592 × 1944
Pixelgröße	1,4 × 1,4 μm	Bildfrequenz	15 FPS (2592 × 1944)
FOV	120°	P_{max}	200 mW

Tabelle 6.3: Eigenschaften der verwendeten Kameras.

6.7.4 Raspberry Pi Zero W

Zur Steuerung der Kameras wird der Einplatinencomputer Raspberry Pi Zero W verwendet (Abb. 6.24). Dieser ist Vakuum-tauglich [1] und besitzt ein integriertes WLAN-Modul, was eine kabellose Netzwerkkommunikation ermöglicht. Für den Betrieb der Kameras sind diese deshalb ebenfalls im Vakuum positioniert, sodass die Übertragung der Bilddateien nicht über eine Vakuumdurchführung der CSI Kamerakabel realisiert werden muss. Diese werden kabellos über einen PC, welcher sich im gleichen Netzwerk befindet, abgerufen. Eine Alternative, sofern keine WLAN-Verbindung möglich ist, sind USB-zu-Ethernet Adapter. Da ein USB-Konnektor nicht benutzt wird, kann

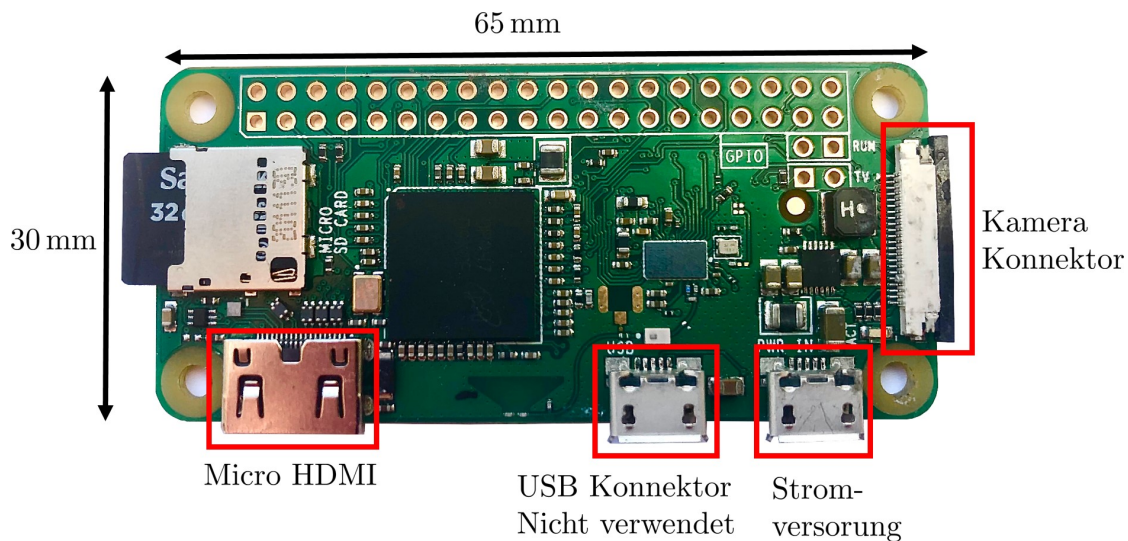


Abb. 6.24: Raspberry Pi Zero W. WLAN-fähiger Einplatinencomputer der Raspberry Pi Foundation (<https://www.raspberrypi.org>).

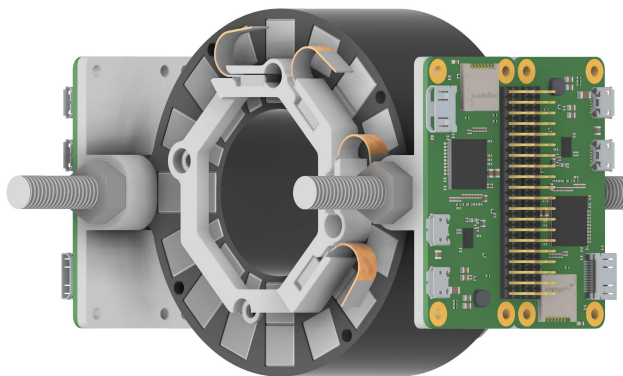


Abb. 6.25: PMQ-Halterung mit aufgesetzter Pi-Zero Halterung.

dieser alternativ zu einem LAN-Anschluss umfunktioniert werden. Dies erfordert drei zusätzliche Kabel für den Datenaustausch. Für eine einfachere Justierung wurde nach den ersten Tests entschieden eine zusätzliche Halterung für die Raspberrys zu entwerfen, welche direkt auf die PMQ-Halterung aufgesetzt wird (Abb. 6.25). Dadurch kann die gesamte Verkabelung außerhalb des Strahlrohrs durchgeführt und das Modul im gesamten in das Strahlrohr eingesetzt werden.

Die Stromversorgung wurde mittels einer Vakuumkabeldurchführung gewährleistet. Zum Zweck eines flexiblen Auf- und Einbaus wurde auf ein Löten der benötigten Kabel an die Anschlüsse des Raspberry Pi verzichtet. Stattdessen wurde ein USB-C Kabel mit zwei offenen Enden (V+ und V-) verwendet. Diese werden über die Kontakte der Vakuumdurchführung geführt und auf der Seite mit Atmosphärendruck auf ein USB-A Kabel

mit offenen Enden überführt. Aufgrund der geringen Leistungsaufnahme von 1 W unter Last könne alle Raspberry Pi von einem einzelnen USB-Hub mit Strom versorgt werden (Abb. 6.26).

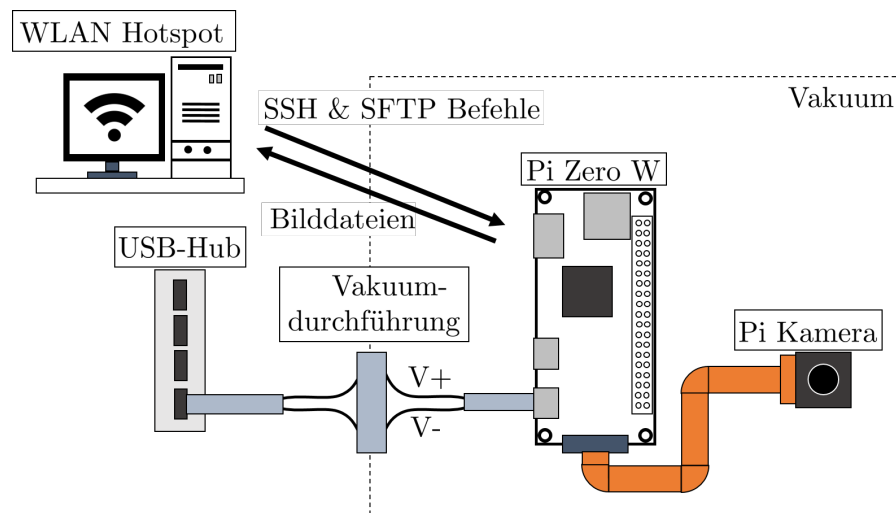


Abb. 6.26: Schema der Stromversorgung und Kommunikation der Raspberry Pi aufgeteilt in einen Bereich mit Atmosphärendruck und Vakuum. Nur die Stromversorgung benötigt einen physischen Kontakt beider Druckbereiche.

6.7.5 Kamerahalterung

Die Kamerahalterung wird direkt auf die Magnethülle geschraubt und besitzt eine oktogonale Grundform. Die Kameras werden von einer Seite eingeschoben bis die Kameralinse an die Innenkante anstößt und mit der offenen Seite zur Hülle gerichtet auf diese aufgeschraubt, wodurch ein Herausrutschen der Kameras verhindert wird.

Insgesamt kann die Halterung bei einem Aperturradius von 20 mm vier Kameras aufnehmen, um das Profil eines Strahls zu rekonstruieren. Aufgrund des Halbleitermangels zum Zeitpunkt dieser Arbeit waren keine Raspberry Pi erhältlich, welche zum Betrieb der Kameras benötigt werden und es musste auf ein bestehendes Inventar von sechs Raspberry Pi zurückgegriffen werden. Aus diesem Grund wird in der späteren Vermessung eines Strahls innerhalb eines Triplets die Halterung nur mit zwei Kameras ausgestattet, sodass an insgesamt drei Positionen entlang der Strahlachse jeweils die zwei Hauptachsen beobachtet werden können. Eine exakte Rekonstruktion des Strahlquerschnitts in Form einer Auflösung der Dichteverteilung entlang der Strahlachse kann deshalb nicht durchgeführt werden.

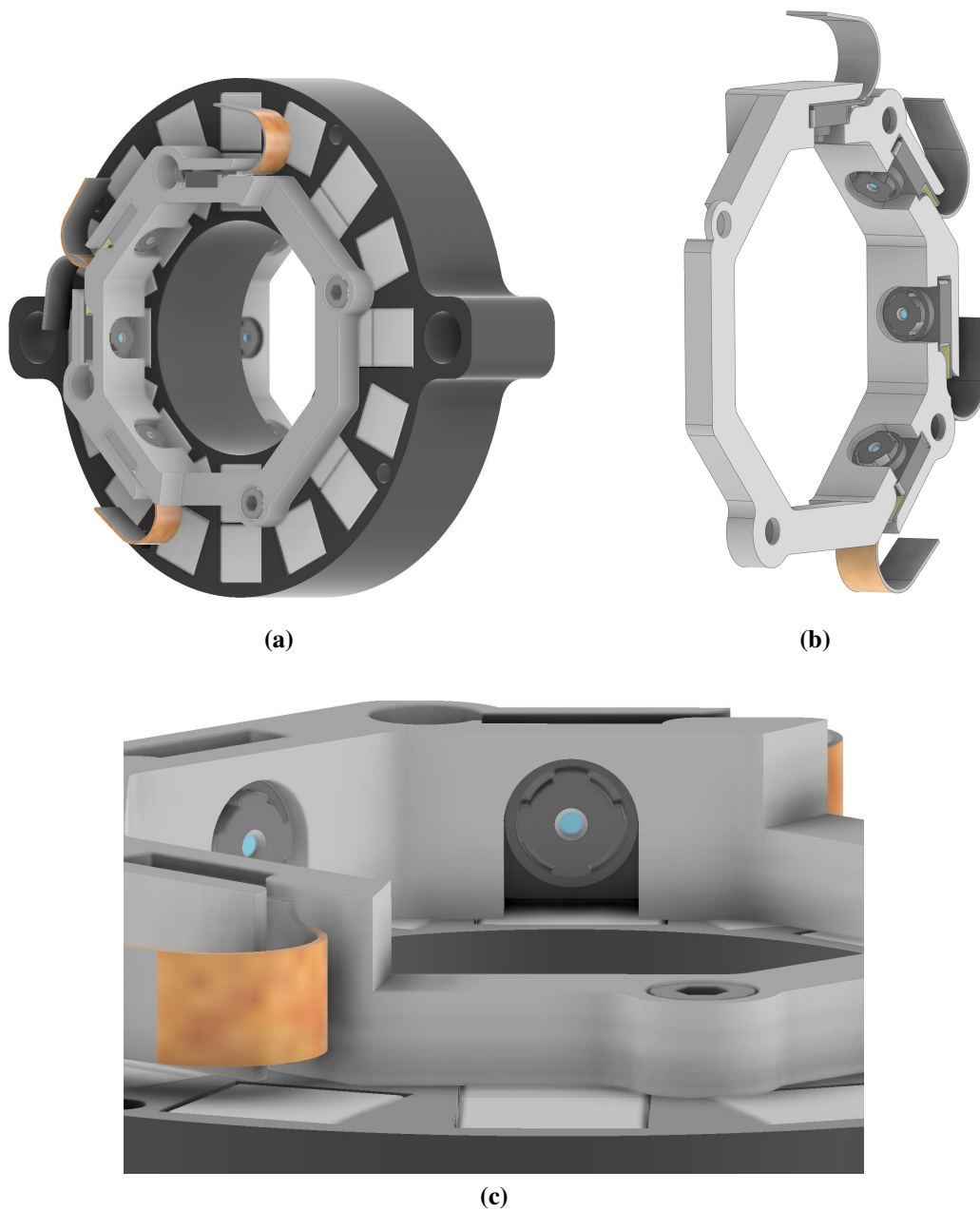


Abb. 6.27: Kamerahalterung, welche direkt auf einen PMQ aufgeschraubt wird. (a) Für die Befestigung werden die Durchgangsbohrungen verwendet, mit welchen ebenfalls die Abdeckung aufgeschraubt wird. (b) Die Halterung ist zur einen Seite geöffnet, um die Kameras einzusetzen. (c) Die Halterung wird mit der offenen Seite zum PMQ gerichtet, sodass die Kameras fixiert sind.

6.7.6 Strahlblende

Für eine möglichst definierten Strahl wurde eine Blende aus Aluminium gefertigt, welche aus zwei einzelnen Scheiben besteht. Die vordere Scheibe wird auf die größere Hauptscheibe geschraubt und ist austauschbar, wodurch verschiedene Durchmesser der Blendenöffnungen getestet werden können. Die Blende kann mit den zwei äußeren Durchgangsbohrungen direkt auf Gewindestangen der Halteplatten befestigt werden. Aufgrund der geringen Strahlleistung von 5 keV bis 10 keV bei $I_{max} = 300 \mu\text{A}$ wurde auf eine Kühlung verzichtet. Die Erdung ist über den Kontakt mit der Nut gewährleistet, welche direkt auf dem Strahlrohr liegt. Zusätzlicher Effekt der Blende ist eine Verringerung des Hintergrundleuchtens des Plasmas der Ionenquelle.

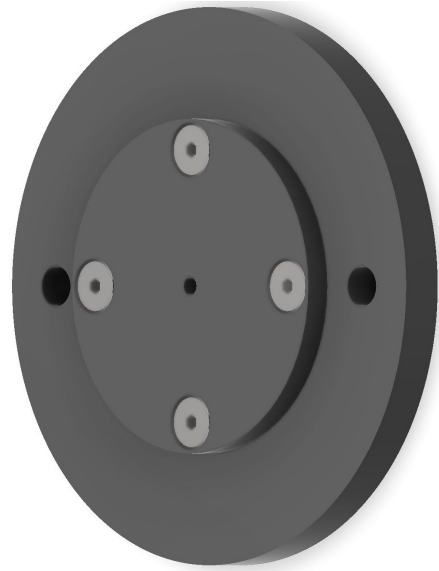


Abb. 6.28: Zweiteilige Strahlblende aus Aluminium.

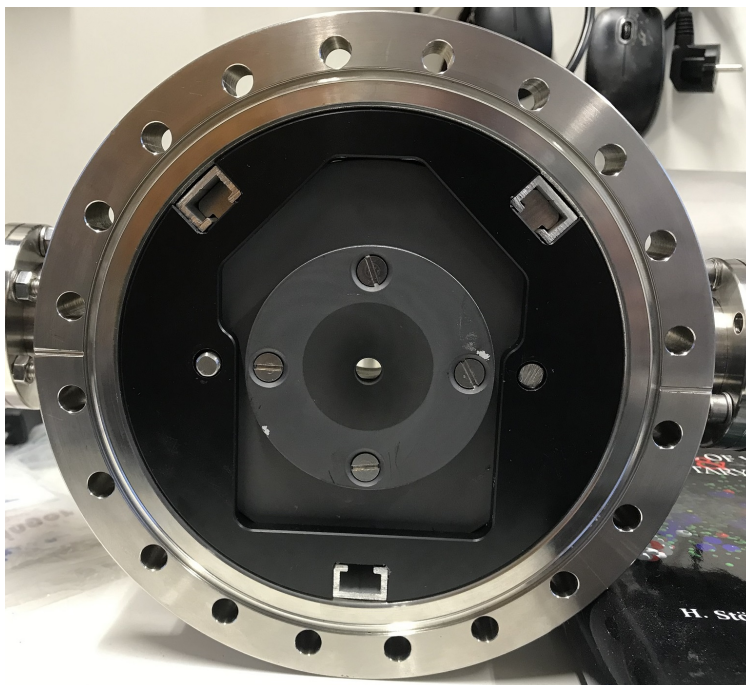
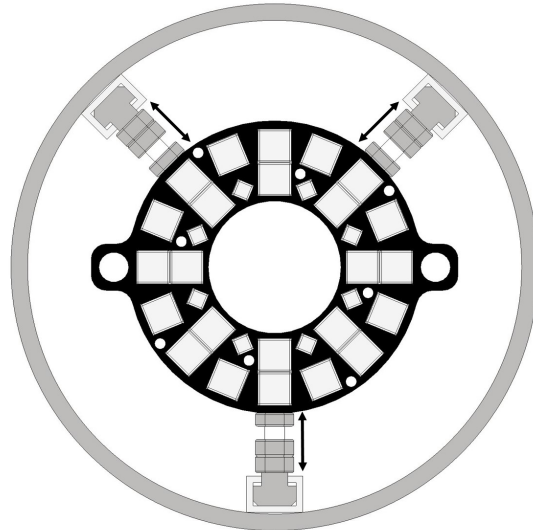


Abb. 6.29: Eingebaute und mit Grafit beschichtete Strahlblende. Erkennbar ist die Verfärbung der Grafitbeschichtung um die zentrale Öffnung, welche auf den geblockten Teilchenstrahl zurückzuführen ist.

6.7.7 Nutenschiene

Die PMQ-Singlets werden anhand der Gewindestangen vorjustiert. Aufgrund des dafür notwendigen S-Spiels ist eine Nachjustierung und Fixierung erforderlich. Dazu wird das Singlet von drei Schrauben gehalten, welche sich in Nutensteinen befinden und entlang ihrer C-Nutenschiene verschoben werden können. Die Justierung erfolgt anhand eines unabhängigen Rein-/ bzw. Rausdrehens der Schrauben.



6.7.8 Vakuumtauglichkeit

Die Einzelteile des Gesamtaufbaus bestehen hauptsächlich aus Kunststoff. In einem ersten Test wurde deshalb ein 3D-gedruckter Würfel aus PLA mit einem Volumen von 1 cm^3 in einen Rezipienten gegeben und dieser evakuiert. Nach dem Erreichen des Zieldrucks von $1 \cdot 10^{-7}$ mbar wurde dieser entnommen und auf etwaige Beschädigungen überprüft. Diese konnten nicht verzeichnet werden, was auf die innere Struktur des Würfels zurückzuführen ist. Dieser ist nicht zu 100 % mit Material gefüllt, wodurch keine Luft eingeschlossen ist, welche letztlich beim Ausgasen den Würfel beschädigen würde. Aufgrund der bekannten Stabilität der Pi-Kameras und Raspberry Pi [1] innerhalb eines Vakuums wurde kein separater Vakuumtest für diese durchgeführt und der Gesamtaufbau wurde direkt in seiner Gesamtheit in ein Vakuum versetzt. Bei diesem konnte ebenfalls ein Druck in der Größenordnung von $1 \cdot 10^{-7}$ mbar erreicht werden. Bei Betrieb der Raspberry Pi stieg dieser aufgrund der Wärmeentwicklung der Platinen, welche das Ausgasen des Materials begünstigt, auf $1 \cdot 10^{-6}$ mbar an. Da für die Aufnahme der Strahlbilder ein Restgasdruck von $1 \cdot 10^{-4}$ mbar benötigt wird, war dies unproblematisch. Das Restgas (Stickstoff) wurde an einem Flansch, welcher sich am Rohr des Aufbaus befindet, eingeleitet. Dieser befand sich auf Höhe des mittleren PMQ-Singlets, wodurch der Restgasdruck innerhalb des Triplets maximiert wurde.

Zu beachten ist, dass das zu evakuierende Volumen in Relation zu den zwei verwendeten Turbopumpen klein war. Eine Übertragung der hier angegebenen Druckwerte auf einen Aufbau in welchem das interne Triplett in größere zu evakuierende Volumina integriert wird, ist gegebenenfalls nicht möglich.

Abb. 6.30: Justierung eines PMQ-Singlets anhand von Schrauben, welche unabhängig in einer Nutenschiene verschoben werden.

6.7.9 Gesamtaufbau

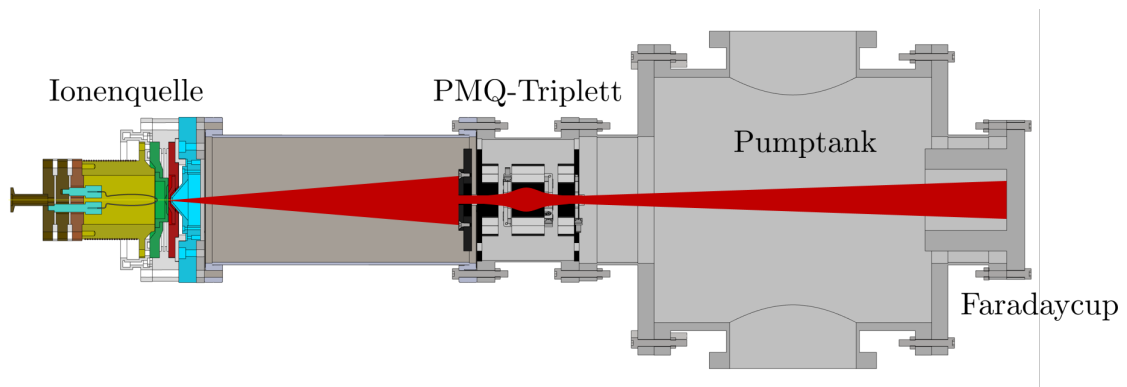


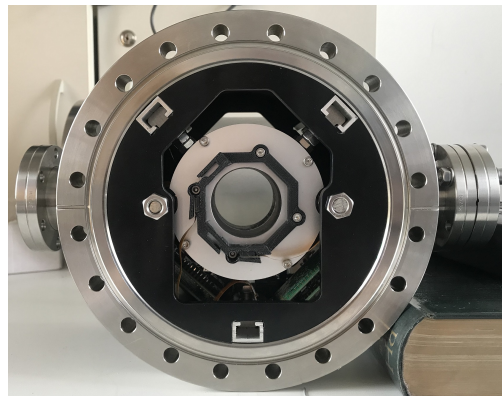
Abb. 6.31: Beamline für den Test des internen PMQ-Triplets.

Im Gesamtaufbau wird die zum Test der externen PMQ identische filamentgetriebene Volumenionenquelle verwendet. Zwischen dem Rohrstück, welches das interne Triplett beinhaltet, ist eine 30 cm lange Driftstrecke eingebaut, damit der Strahl beim Eintritt in das Triplett einen größeren Durchmesser besitzt und dieses besser ausleuchtet. Den Abschluss bildet ebenfalls der Pumptank mit abschließender Faradaytasse. Analog wurde ein Heliumstrahl erzeugt, um einen Strahl mit einer einzigen Ionenspezies detektieren zu können. Um Reflexionen der Restgasionisation an den metallischen Bauteilen zu reduzieren, wurde das Rohrstück, die Blende sowie die Abdeckung der Magnethalterungen mit einer Grafitsschicht bedeckt. Ein signifikanter Effekt auf den Druck wurde nicht beobachtet.

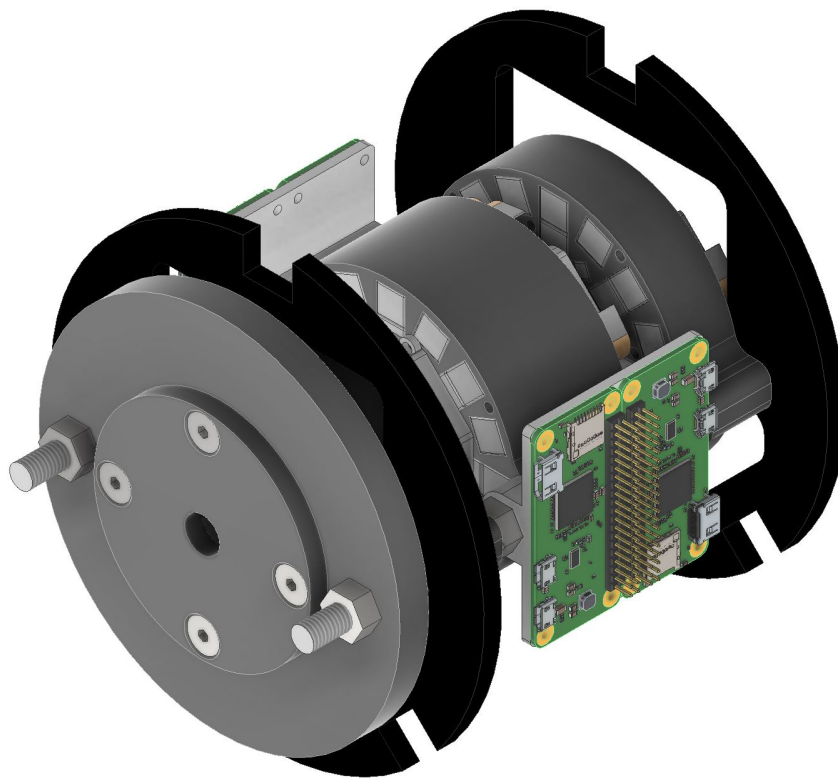
Für die Aufnahme geeigneter Bilder wurde die Extraktionsspannung der Ionenquelle zwischen 5 keV bis 10 keV variiert und der Extraktionsstrom mithilfe geeigneter Plasmaparameter, eingestellt durch den Solenoidstrom, maximiert. Aufgrund der Blende wurde ein Maximalstrom von $150 \mu\text{A}$ bei 5 keV Extraktionsspannung erreicht. Dies liegt etwa bei der Hälfte des zu erwartenden Stroms ohne Triplett und Blende.



(a)



(b)



(c)

Abb. 6.32: Gesamtaufbau eines in einem Strahlrohr integrierten PMQ-Triplett mit Strahldiagnose.

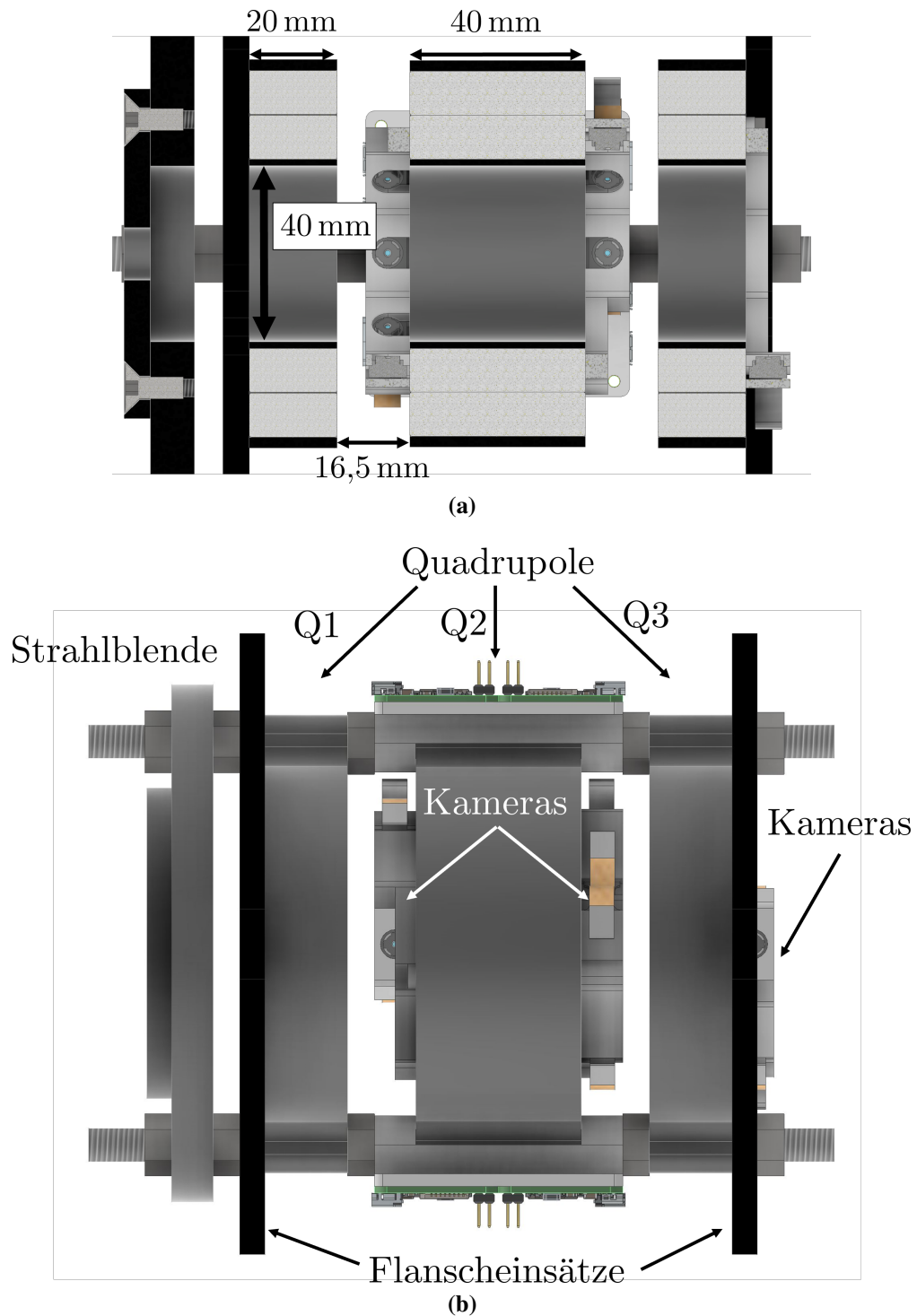


Abb. 6.33: Zweiteilige Magnethalterung mit einer Aussparung für eine Pi-Kamera, wodurch der Strahl direkt im PMQ observiert werden kann.

6.7.10 Triplet-Messung

Für die Bewertung des Prototyps werden die mit Tracewin simulierten Envelopen und die mit Kameras aufgenommenen Strahlbilder verglichen (Abb. 6.35). Die Einzelbilder wurden dazu entsprechend ihrer Position entlang der Strahlachse und beobachteten Strahlebene zusammengefügt. Zusätzlich wurde die Halbwertsbreite für beide Ebenen entlang der Strahlachse berechnet (Abb. 6.34).

Anhand der Halbwertsbreiten lassen sich tendenziell die Charakteristika der entsprechenden Fokussierebene erkennen.

- Erstes Singlet: Beide Ebenen sind zu Beginn identisch. Aufgrund der Fokussierwirkung steigt die Halbwertsbreite der DFD-Ebene an, die Halbwertsbreite der FDF-Ebene sinkt.
- Mittleres Singlet: Die Halbwertsbreite der DFD-Ebene ist im Vergleich zur FDF-Ebene erheblich größer.
- Hinteres Singlet: Nach dem Durchlauf des Triplets gleichen sich die Halbwertsbreiten beider Ebenen wieder dem gleichen Wert an

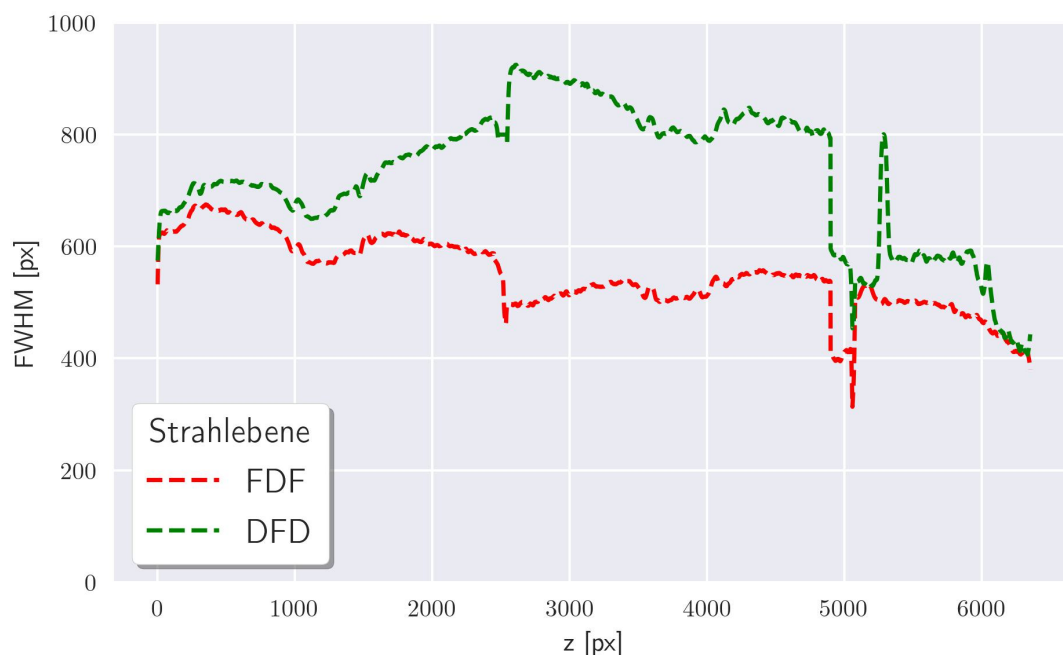
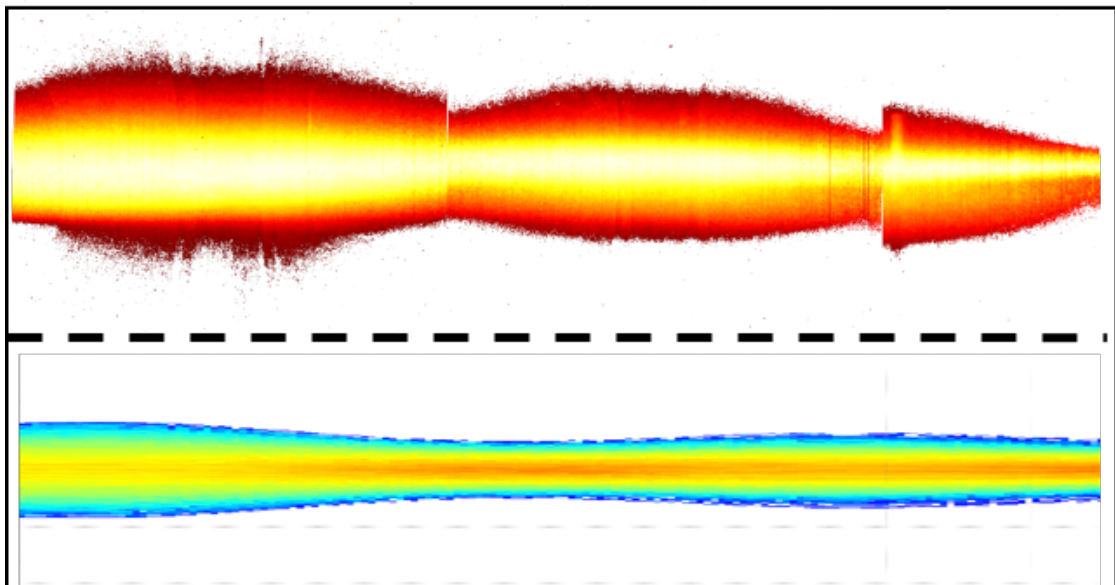
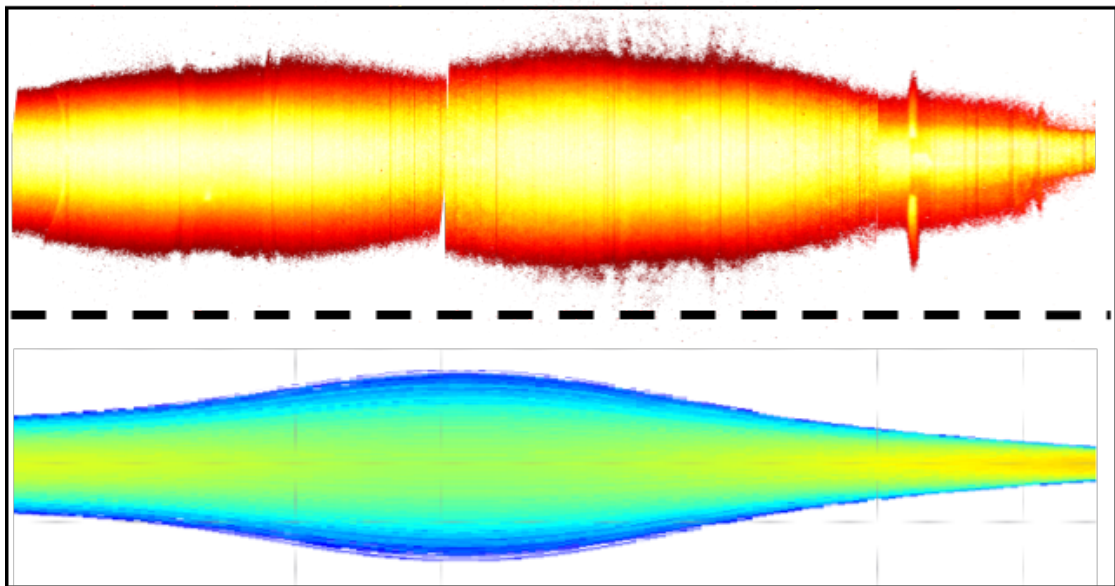


Abb. 6.34: Halbwertsbreite beider Strahlebenen entlang der Triplet-Achse. Die Halbwertsbreite wurde aus den Rohdaten entsprechend dem Raumwinkel mit dem Abstandsquadrat skaliert.



(a) FDF-Ebene



(b) DFD-Ebene

Abb. 6.35: Envelopen der Tracewinsimulationen und entsprechende Aufnahmen der Pi-Kameras im Vergleich. (a) FDF-Ebene und (b) DFD-Ebene.

Unabhängig von der beobachteten Strahlebene tritt ein Absinken des Strahldurchmessers auf, sodass die Randbereiche wenig Aussagekraft bzgl. der Stahlform haben. Anhand des Prototyps konnten erste Erkenntnisse für notwendige Weiterentwicklungen gesammelt werden. Die Anzahl der entlang der Strahlachsen positionierten Kameras muss erhöht werden. Dies bedeutet eine Positionierung direkt innerhalb der Quadrupollinse. Dies kann durch eine Integration der Kamera in die Magnethülle realisiert werden. Ein Konzept ist in Abb. 6.36 dargestellt, bei welchem die Magnethülle aus zwei Teilen besteht. Im Zentrum ist jeweils eine Aussparung eingebracht und eine Hälfte besitzt eine Kabeldurchführung. Dies bringt neue Herausforderungen bzgl. der technischen Realisierung. Jede Kamera muss mit einem separaten Raspberry Pi angesteuert werden. Da sich diese ebenfalls im Vakuum befinden und die CSI-Kabel technisch auf eine Maximallänge von 30 cm begrenzt sind, ist ein höherer Platzaufwand erforderlich. Das in diesem Aufbau verwendete CF 160 Rohrstück ist für diese Erweiterungen bzgl. der radialen Ausdehnung zu klein.

In ersten Test wurde statt eines Tripletts ein Dublett ohne vorangehende Blende gemessen, bei welchem alle Kameras, mit Ausnahme derer, welche am Ausgang des Dubletts positioniert waren, nach kurzer Zeit tote Pixel zeigten. Die vorderen beiden Kameras funktionierten später nicht mehr. Auch brach häufig der via WLAN zu den beiden vorne positionierten Raspberry Pi ab. Diese Probleme traten nach Einfügen der Blende nicht mehr auf. Die verursachten Probleme sind deshalb auf ein Auftreffen des Heliumstrahls oder von freien Elektronen auf die Bauteile zurückzuführen, welche leichte Verfärbungen zeigen. Die in diesem Testaufbau auftretenden Strahlströme mit $150\ \mu\text{A}$ sind vergleichsweise gering. Perspektivisch soll das Konzept zum Detektieren von Hoch-

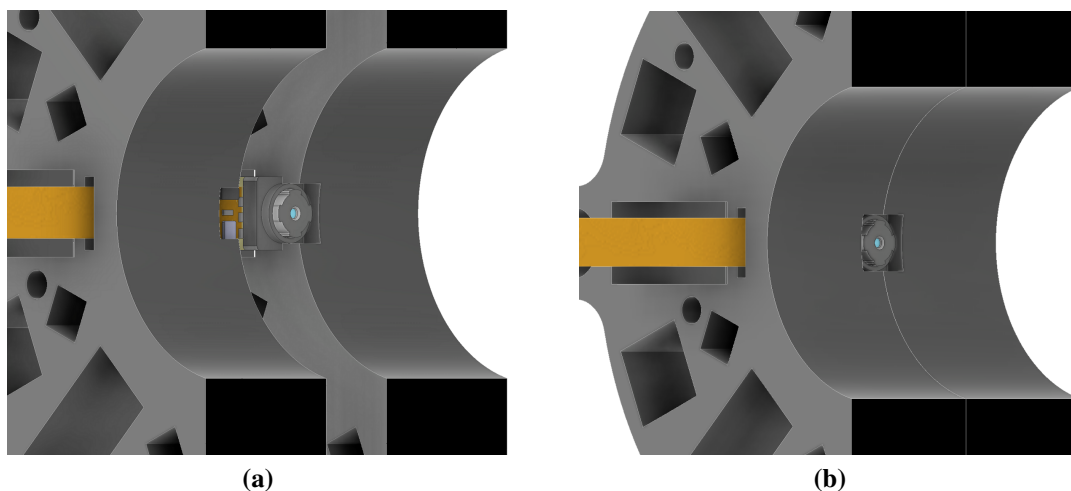


Abb. 6.36: Zweiteilige Magnethalterung mit einer Aussparung für eine Pi-Kamera, wodurch der Strahl direkt im PMQ observiert werden kann.

strom Teilchenstrahlen bestehend aus Protonen oder Helium Ionen mit Strahlströmen über 10 mA verwendet werden und eine 3-dimensionale Rekonstruktion des Phasenraums, einer sogenannten Strahltomografie [47], [48], durchgeführt werden. Dies macht weitere Vorkehrungen notwendig. Die Kameralinse ist aktuell ungeschützt freien Ladungsträgern ausgesetzt. Aufgrund des geringen Abstands von weniger als 10 mm zu der Strahlhalo ist deshalb eine Abschirmung notwendig.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Sowohl für Solenoide als Quadrupole wurde eine preisgünstige Alternative durch Verwendung von industriellen Standardmagneten und Magnethüllen, welche mit einem 3D-Druck aus Kunststoff hergestellt wurden, entwickelt. Das Solenoiddesign besteht aus drei aneinander gereihten Hohlzylindern. Die äußeren Segmente weisen eine radiale und das innere Segment eine axiale Magnetisierung auf. Mit diesem Design konnte die mittlere Flussdichte einer PM-Solenoiden um einen Faktor zwei im Vergleich zu einem einzelnen axial magnetisierten Hohlzylinder erhöht werden. Dieses Design kann als eine Kombination von drei einzelnen Solenoiden interpretiert werden, was anhand der Gyrationbewegung verdeutlicht wurde. Ein zusätzlicher Effekt ist eine geringere effektive Länge im Vergleich zu einem einzelnen Hohlzylinder. Der Anstieg der mittleren magnetischen Flussdichte zum Rand der Apertur hat damit eine höhere Überfokussierung eines Teilchenstrahls zur Folge und muss durch eine geringere Ausleuchtung kompensiert werden. Dies ist bzgl. der erreichbaren Flussdichte von Nachteil, da ein höherer Aperturradius diese senkt.

Auf Basis des PMQ-Designs, welches im Linac4 des Cern Anwendung findet, wurde eine erweiterte Magnetkonfiguration entwickelt. Die wesentlichen Geometrien des PMQ und der Einzelmagnete wurden hinsichtlich ihres Einflusses auf die Feldlinearität untersucht. Insbesondere die Randfelder haben bei kurzen PMQ ($L < 20$ mm) mit höherem Aperturradius ($a > 15$ mm) eine deutliche Verschlechterung der Linearität zur Folge. Im Zuge der Analyse wurde die Magnetanzahl auf 16, bzw. 24 im Fall der Verwendung von Quadern mit einer quadratischen Grundfläche, erhöht. Für eine praktische Anwendung wurde eine Magnethalterung in Form von Halbschalen, welche um ein Strahlrohr befestigt werden, designet. Diese schließt alle Magnete ein und ermöglicht eine einfache Montage ohne Ausbau der Magnete. Die zum Zeitpunkt dieser Arbeit stärksten Magnete basieren auf Neodym ($\text{Nd}_2\text{F}_{14}\text{B}$), welche bis zu einer Magnetisierung von 1,36 T im freien Handel erhältlich sind. Auf Basis von Magnetgeometrien mit einer quadratischen Grundfläche von 5×5 mm² und 10×10 mm² wurden vier Varianten der Magnethalterung mit Aperturradien von 12,5 mm bis 21 mm vorgestellt. Diese wurden mit einem neu aufgebauten Messstand zur Magnetfeldmessung bzgl. ihrer Qualität überprüft. Die Abweichungen vom Nulldurchgang des Magnetfelds konnten durch eine lineare Korrektur auf unter 0,05 mm bestimmt werden. Bezogen auf die Herstellungskosten von 100 € und die Zeitdauer für Herstellung und Zusammenbau von zwei Tagen der PMQ, sind dies zufriedenstellende Ergebnisse. Dies ermöglicht einen schnellen Übergang von Simulation zu realen Strahlbetrieb und etwaige Fehlanpassungen der PMQ-Struktur an

den Strahl können durch Anpassung der Magnethalterungen flexibel korrigiert werden.

Für eine Anordnung zu einem PMQ-Triplett wurde die Auswirkung der Interaktion benachbarter Singlets auf die Feldlinearität untersucht. Wenn die effektive Länge des PMQ dessen mechanische Länge deutlich überschreitet, hat die Nicht-Linearität im Zwischenraum der PMQ einen erheblichen Einfluss auf den integrierten Gradienten. Die Folge ist eine Überfokussierung der sich am Strahlrand befindenden Teilchen, was zu einem Emittanzwachstum führt. Insbesondere kurze PMQ-Triplets ($L_{\text{ges}} = 80$ mm) mit einem Aperturradius im Bereich von 20 mm sind aufgrund der Interaktion benachbarter PMQ nur mit einem erhöhten Singletabstand realisierbar, damit die Bereiche mit hohem Gradienten außerhalb deren Interaktionsbereiches sind. Kann die allgemeine Geometrie frei bestimmt werden, ist dies ebenfalls durch einen geringeren Aperturradius oder eine höhere Singletlänge erreichbar und der Singletabstand kann auf ein technisches Minimum reduziert werden.

Im Vergleich beider Fokussiermethoden besitzen PMQ eine wesentlich höhere Fokussierstärke gegenüber PM-Solenoiden mit gleicher Geometrie. Sofern kein Fokus auf der Raumladungskompensation liegt, sind PMQ zu bevorzugen. Für PM-Solenoiden konnte eine brauchbare Fokussierstärke nur für das segmentierte Design festgestellt werden. Eine kompakte Realisierung, d.h. Längen im Bereich von 20 mm durch Quadermagnete, ist deshalb im Vergleich zu PMQ aufgrund der höheren Anzahl an Einzelmagneten deutlich aufwendiger.

Für eine nicht-invasive Strahldiagnose innerhalb eines PMQ-Triplets wurde ein Prototyp entwickelt und erste Messergebnisse konnten erzielt werden. Die Fertigung der Magnethalterungen via 3D-Druck vereinfachte die Entwicklung, da diese flexibel auf aufgetretene Probleme hinsichtlich des Zusammenspiels der einzelnen Komponenten angepasst werden konnte. Mit Raspberry Pi Kameras, welche von Raspberry Pi Zero's gesteuert werden, wurde die strahlinduzierte Fluoreszenz von Stickstoff innerhalb des Triplets fotografiert. Anhand einer numerischen Bestimmung der Halbwertsbreite konnte näherungsweise das erwartete Verhalten der jeweiligen Strahlebene, FDF bzw. DFD, beobachtet werden. Für eine Weiterentwicklung ist eine Erhöhung der Beobachtungspositionen entlang der Triplett-Achse notwendig, um qualitativ besser Aussagen bzgl. des Strahlquerschnitts treffen zu können. Aufgrund des geringen Abstands der Kameras zum Strahl wird bei höheren Strahlströmen ($I \gg 1$ mA) eine Abschirmung der Kameras benötigt. Auch bei den in dieser Arbeit geringen Strömen im Bereich von 300 mA traten nach kurzer Zeit eine hohe Anzahl von toten Pixeln auf. Vor Verwendung der Blende wurden Kameras, welche sich an der Vorderseite des PMQ-Multiplets befanden, zerstört und mussten ausgetauscht werden. Des Weiteren wurden die Kamerahalterungen aus Kunststoff gefertigt. Da es sich bei diesem um filigrane Bauteile handelt und sich diese aufgrund des Materials leicht verformen, ist für den Fall einer zukünftigen Weiterentwicklung eine Fertigung aus Aluminium oder Edelstahl via 3D-Druck zu empfehlen. Der 3D-Druck aus Metallen ist auch für die Magnethalterungen zu emp-

fehlen, sofern Materialstärken unter 1 mm bei gleichzeitiger Steifigkeit der Struktur erreicht werden sollen. Vorteil wäre eine geringere radiale Position der Einzelmagnete, was gleichbedeutend mit einem höheren Gradienten ist.

Literatur

- [1] A. Ateş, „Nichtinvasive optische Ionenstrahlendiagnose mit CMOS Einplatinen-Kameras in starken toroidalen Magnetfeldern,“ Diss., Goethe-Universität Frankfurt a.M., 2019.
- [2] H. Niebur, „Entwicklung und Erforschung eines neuartigen Injektionssystems für einen toroidalen Hochstromspeicherring,“ Diss., Goethe-Universität Frankfurt a. Main, 2018.
- [3] B. Shepherd, J. Clarke, N. Marks u. a., „Tunable high-gradient permanent magnet quadrupoles,“ *Journal of Instrumentation*, Jg. 9, T11006, Nov. 2014. DOI: 10 . 1088/1748-0221/9/11/T11006.
- [4] R. Hollinger, „Entwicklung und Untersuchung einer Hochstrom-Ionenquelle zur Erzeugung intensiver, hochbrillanter Protonenstrahlen,“ Diss., Goethe-Universität Frankfurt a.M., 2000.
- [5] U. Ratzinger und R. Tiede, „Teilchendynamische Untersuchungen an einer Kombinierten Null Grad Struktur KONUS mit Quadrupoltriplett-Fokussierung,“ *Tech. Rep. ALG10077SI*, 1997.
- [6] I. Sexton, A. Cherif, Y. Cuvet u. a., „The Drift Tube Welding Assembly for the Linac4 Drift Tube Linac at CERN,“ THPP038. 3 p, 2014. Adresse: <https://cds.cern.ch/record/2062617>.
- [7] L. Alvarez, *Physical Review*, Jg. 70, Nr. 799, 1946.
- [8] L. W. Alvarez, H. Bradner, J. V. Franck u. a., „Berkeley Proton Linear Accelerator,“ *Review of Scientific Instruments*, Jg. 26, Nr. 2, S. 111–133, 1955.
- [9] R. Wideröe, „Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannungen,“ *Archiv f. Elektrotechnik*, Jg. 21, Nr. 4, 1928.
- [10] E. Nolte, G. Geschonke, K. Berdermann u. a., „The Munich Heavy Ion Postaccelerator,“ *Nuclear Instruments and Methods*, Jg. 158, S. 311–324, 1978.
- [11] E. Nolte, R. Geier, W. Schollmeier und S. Gustavson, „Improved Performance of the Munich Heavy Ion Postaccelerator,“ *Nuclear Instruments and Methods*, Jg. 201, S. 281–285, 1982.
- [12] U. Ratzinger, E. Nolte, R. Geier, N. Gärtner und H. Morinaga, „The Upgraded Munich Linear Heavy Ion Postaccelerator,“ *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, Jg. 263, S. 261–270, 1988.

- [13] U. Ratzinger, K. Kaspar, E. Malwitz, S. Minaev und R. Tiede, „The GSI 36 MHz High-Current IH-Type RFQ and HIF-Relevant Extensions,“ *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, Jg. 415, S. 281–268, 1998.
- [14] K. Wille, *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlung*. Vieweg+Teubner Verlag, 1996, ISBN: 978-3-519-03087-4. DOI: 10.1007/9783663118503.
- [15] W. Hillert, *Transverse Linear Beam Dynamics*, 2021. DOI: 10.48550/ARXIV.2107.02614.
- [16] R. Tiede, „Simulationswerkzeuge für die Berechnung hochintensiver Ionenbeschleuniger,“ Diss., Goethe-Universität Frankfurt a.M., 2009.
- [17] U. Ratzinger, „Effiziente Hochfrequenz-Linearbeschleuniger für leichte und schwere Ionen,“ Habilitation, Goethe-Universität Frankfurt a.M., 2005.
- [18] V. Kumar, „Understanding the focusing of charged particle beams in a solenoid magnetic field,“ *American Journal of Physics*, Jg. 77, Nr. 77, 2009.
- [19] A. B. El-Kareh und J. C. El-Kareh, *Electron Beams, Lenses and Optics*. Academic Press, 1970.
- [20] S. M. Lund, *Lecture notes in Accelerator Physics: Solenoid Focusing*, 2018.
- [21] J. S. Humphries, *Charged Particle Beams*. Dover Publications, 2013.
- [22] F. J. Sacherer, „Rms envelope equations with space charge,“ *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, Jg. 18, L. C. Teng, Hrsg., S. 1105–1107, 1971.
- [23] P. M. Lapostolle, „Possible emittance increase through filamentation due to space charge in continuous beams,“ *IEEE (Inst. Elec. Electron. Eng.), Trans. Nucl. Sci. NS-18: No. 3, 1101-4(Jun 1971)*, Jan. 1971.
- [24] M. Reiser, *Theory and Design of Charged Particle Beams*. John Wiley & Sons, Ltd, 2008, ISBN: 9783527622047. DOI: 10.1002/9783527622047.
- [25] I. M. Kapchinskij und V. V. Vladimirskij, „Limitations of Proton Beam Current in a Strong Focusing Linear Accelerator Associated with the Beam Space Charge,“ in *Proceedings of the International Conference on High Energy Accelerators and Instrumentation*, 1959, S. 274–288.
- [26] G. Parisi, „Investigations on Particle Dynamics in a High Intensity Heavy Ion Linac for Inertial Fusion,“ Diss., Goethe-Universität Frankfurt, 1999.
- [27] G. Floquet, „Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques,“ fr, *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, Jg. 2e série, 12, S. 47–88, 1883.
- [28] T. P. Wangler, *RF Linear Accelerators*. Wiley-VCH Verlag GmbH und Co. KGaA, 2008, ISBN: 9783527623426. DOI: 10.1002/9783527623426.

- [29] L. Smith und R. L. Gluckstern, „Focusing in Linear Ion Accelerators,“ *Review of Scientific Instruments*, Jg. 26, Nr. 2, S. 220–228, 1955. DOI: 10.1063/1.1771257.
- [30] U. Ratzinger, H. Haehnel, R. Tiede, J. D. Kaiser und A. Almomani, „Combined zero degree structure beam dynamics and applications,“ *Physical Review Accelerators and Beams*, Nr. 22, 2019.
- [31] E. P. Furlani, *Permanent Magnet and Electromechanical Devices: materials, analysis and applications*. 6. Aufl. Academic Press, 2001.
- [32] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 3. Aufl. 1904, Bd. 1, 2.
- [33] G. G. Stokes, „On the Dynamical Theory of Diffraction,“ *Mathematical and Physical Papers*, Nr. 2, 1883.
- [34] J. D. Jackson, *Electrodynamics, Classical*. John Wiley & Sons, Ltd, 2003, ISBN: 9783527600434. DOI: 10.1002/3527600434.
- [35] W. Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 3: Elektrodynamik*. Springer Berlin Heidelberg, 2011, ISBN: 9783642134494.
- [36] J. Mallinson, „One-sided fluxes – A magnetic curiosity?“ *IEEE Transactions on Magnetics*, Jg. 9, Nr. 4, S. 678–682, 1973. DOI: 10.1109/TMAG.1973.1067714.
- [37] K. Halbach, „Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material,“ *Nuclear Instruments and Methods*, Jg. 169, Nr. 1, S. 1–10, 1980.
- [38] M. Sagawa, S. Fujimura, N. Togawa, H. Yamamoto und Y. Matsuura, „New material for permanent magnets on a base of Nd and Fe (invited),“ *Journal of Applied Physics*, Jg. 55, Nr. 6, S. 2083–2087, 1984.
- [39] J. Liu und M. Walmer, „Thermal Stability and Performance Data for SmCo 2:17 High-Temperature Magnets on PPM Focusing Structures,“ *Electron Devices, IEEE Transactions on*, Jg. 52, S. 899–902, Juni 2005. DOI: 10.1109/TED.2005.845868.
- [40] C. H. Chen, J. W. Talnagi, J. Liu, P. Vora, A. Higgins und S. Liu, „The Effect of Neutron Irradiation on Sm 2 Co 17-Based High Temperature Magnets and Nd-FeB Magnets,“ 2005.
- [41] J. H. Hähnel, „Development of an IH-Type Linac for the Acceleration of High Current Heavy Ion Beams,“ Diss., Goethe-Universität Frankfurt am Main, 2017.
- [42] F. Sittinger, „Untersuchungen zu optischen Profil- und Emittanzmessungen an niederenergetischen intensiven Ionenstrahlen,“ Diss., Goethe-Universität Frankfurt, 1995.

- [43] A. Bradski G R und Kaehler, *Learning OpenCV: Computer Vision with the OpenCV Library*. O'Reilly Media, 2008.
- [44] N. Joshi, „Investigations on Transport and Storage of High Ion Beam Intensities,“ Diss., Goethe-Universität Frankfurt a.M., 2009.
- [45] E. R. Fossum, „Camera-On-A-Chip: Technology transfer from saturn to your cell phone,“ *Technology and Innovation*, Jg. 15, S. 197–209, 2013.
- [46] B. Jähne, H. Haussecker und P. Geissler, *Handbook of computer vision and applications: A three volume set, plus three CD-ROMs*. Academic Press, San Diego und London, 1999.
- [47] H. Reichau, „Fundamentals for routined utilization of tomography in beam diagnostics,“ Diss., Goethe-Universität Frankfurt am Main, 2012.
- [48] A. Ateş, G. Blank, H. Hähnel und U. Ratzinger, „A mulit-camera system for tomographic beam diagnostics,“ Dez. 2022. DOI: 10.18429/JACoW-LINAC2022-MOPORI01.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Nicht-invasives System zur optischen Strahldiagnose, basierend auf Raspberry Pi Kameras, welches entlang eines Strahlrohrs zur Rekonstruktion eines Ionenstrahls verwendet wurde. Bild entnommen aus [1]	1
1.2	(a) In Driftröhren des Linac4 am Cern integrierter permanentmagnetischer Quadrupol. Abbildung aus [6] entnommen. (b) Magnetkonfiguration des Linac4 bestehend aus 8 Quadermagneten.	3
1.3	Die drei Moden, welche jeweils in Hohlraumresonatoren angeregt werden und Basis für Beschleunigerstrukturen bilden. (a) E-Mode in einem Alvarez-DTL, (b) H-Mode in einem IH-DTL und (c) H-Mode in einem CH-DTL.	5
1.4	IH-Struktur, welche in drei Sektionen unterteilt ist, jeweils getrennt durch ein Quadrupoltriolett (Grafik basierend auf Design von H. Haehnel, Goethe-Universität Frankfurt).	5
2.1	Bezugssystem des Sollorbits zur Beschreibung der Teilchenposition . .	7
2.2	Drehung des Koordinatensystems am Ort des Sollteilchen um den Winkel ϕ	8
2.3	Sollorbit und Einzelteilchenbahn mit den Bahngeschwindigkeiten \dot{s} und $\dot{s}_x = v$	9
2.4	Schema eines Quadrupolmagneten mit skizzierten Magnetfeldlinien. Die Lorentzkraft ist für einen Ionenstrahl angegeben, welcher sich in die Blattebene hinein bewegt.	10
2.5	Zylinderspule bzw. Solenoid. Das Magnetfeld setzt sich aus radialen Feldkomponenten, welche hauptsächlich im Randbereich auftreten, und axialen Komponenten zur Teilchenfokussierung, zusammen.	13
2.6	Gyrationsbewegung eines Einzelteilchen innerhalb eines Solenoiden. . .	14
2.7	Courant-Snyder-Ellipse. Abgebildet sind die wesentlichen Parameter zur Beschreibung der Ellipsenlage.	17
2.8	Veranschaulichung der Ellipsenlage bzgl. eines fokussierten und defokussierten Strahls.	18
2.9	Etablierte Varianten von generierten Teilchenverteilungen, welche in Strahldynamiksimulationen Anwendung finden. Von links nach rechts: KV-, Uniform- und Gaußverteilung.	20
2.10	Schema eines FODO-Kanals.	22

2.11	Stabilitätsbereiche für eine konstante RF-Defokussierung in einem FO-DO Singlet-Kanal. In den roten Bereichen gilt $ \text{Tr}(M) > 2$, sodass die Transportmatrix unbeschränkt ist und keine stabile Teilchenbewegung möglich ist.	23
2.12	Schema eines FDF-O-DFD-O Triplet-Kanals.	24
2.13	Stabilitätsbereiche für eine konstante RF-Defokussierung in einem FDF-O-DFD-O Triplet-Kanal.	24
2.14	Getrennte Stabilitätsbereiche für einen FDF-O-DFD Triplet-Kanal mit identischen Längen der Quadrupolsinglets ($l_1 = l_2$).	25
2.15	Stabilitätsbereiche für einen Triplet-Kanal mit $l_1 > l_2$. In Rot ist der Übergang markiert, wodurch die Fokussierstärke kontinuierlich erhöht werden kann, ohne einen Instabilitätsbereich zu passieren.	26
2.16	Separatrix für die Beschleunigung mit einer Sollphase $\Phi_s < 0^\circ$	28
2.17	Äquivalenzmodelle zur Visualisierung einer Magnetisierung durch (a) eine stromdurchflossene Leiterschleife und (b) einer magnetischen Ladungsverteilung.	29
2.18	Zylinder dessen Grundflächen sich jeweils in Medien mit unterschiedlicher magnetischer Permeabilität (μ_1, μ_2) befinden.	32
2.19	Geschlossene Kurve zur Anwendung des Ampèreschen Gesetzes, welche einen Strompfad im zweiten Medium einschließt. \vec{n} ist ein Einheitsvektor normal und \vec{t} ein Einheitsvektor tangential zur Grenzfläche.	33
2.20	Magnetisierungsrichtung eines Halbach-Zylinders bis zur vierten Ordnung.	35
2.21	Kombination eines magnetischen Quadrupols und Oktupols zu einem reinen Quadrupol.	36
3.1	Schematische Darstellung eines permanentmagnetischen Solenoiden bestehend aus einem einzelnen axial magnetisierten Zylinder. Im einfachen Zylinderdesign wird der PM-Solenoid durch die freien geometrischen Parameter Magnetdicke d , Magnetlänge L und dem Aperturradius a beschrieben.	38
3.2	(a) Magnetfeldverteilung einer Halbebene eines einzelnen Hohlzylinders. (b) CST-Design eines einzelnen Zylindersolenoiden.	39
3.3	Feldverlauf der B_z -Komponente bei unterschiedlichen radialen Positionen für einen 40 mm langen PM-Solenoiden bestehend aus einem einzelnen Zylindermagneten. Die markierte Fläche entspricht der mechanischen Länge.	39
3.4	Mittlere Flussdichte für einen Anstieg der Solenoidlänge für vier Parameterkombinationen von Aperturradius und relativer Magnetdicke. Die Flussdichte ist prozentual zum Referenzwert bei einer Länge von 20 mm angegeben ($B_{z, \min}$).	40

3.5	Verlauf von B_z entlang der Solenoidachse für die Solenoidlänge L von 20 mm und 80 mm bei ansonsten identischer Geometrie. Die gefüllte Fläche markiert die mechanische Länge der Solenoide.	41
3.6	Transportkanal mit jeweils zwei Solenoiden. Beide Kanäle unterscheiden sich nur in der Länge der Solenoide.	41
3.7	Strahlenvelopen und korrespondierende Teilchenverteilung für einen Strahltransport durch einen Transportkanal bestehend aus zwei 20 mm ($a + c$) bzw. 80 mm ($b + d$) langen Solenoiden.	42
3.8	Schematische Darstellung eines Solenoiden, welcher in drei Segmente mit unterschiedlicher Magnetisierungsrichtung unterteilt ist.	43
3.9	Verlauf von B_z entlang der Achse eines 100 mm langen Solenoiden basierend auf dem segmentierten Design. Dargestellt ist die Auswirkung einer Erhöhung des Segmentverhältnisses α , welches die magnetische Flussdichte im Zentrum des Solenoiden erhöht.	44
3.10	Randfeldkomponente B_r der beiden permanentmagnetischen Solenoidvarianten und eines konventionellen Solenoiden im Vergleich.	45
3.11	Feldverteilung eines Zylinderförmigen Solenoiden, welcher aus drei Segmenten besteht.	45
3.12	Entwicklung der transversalen Geschwindigkeitskomponente $\beta_\theta = \sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2}$ für einen konventionellen Solenoiden und einen segmentierten PM-Solenoiden im Vergleich.	46
3.13	Projektion der Einzelteilchenbewegung entlang eines konventionellen und segmentierten PM-Solenoiden in die xy -Ebene. Im segmentierten Fall treten zwei Umkehrungen der Drehrichtung auf.	47
3.14	Auswirkung des Segmentverhältnis α auf die mittlere Flussdichte B_z für variable (a) Aperturradien, (b) Magnetdicken und (c) Solenoidlängen. Diese ist relativ zur mittleren Flussdichte $B_{z,min}$ eines einfachen Hohlzylinders mit identischer Geometrie angegeben ($\alpha = 0$). Geometrische Ausgangsparameter: $L=40$ mm, $a=10$ mm, $d/a = 1$	48
3.15	Teilchenverteilung nach dem Durchlauf eines Solenoiden basierend auf den zwei Solenoiddesigns. Variiert wurde der Aperturradius und die Ausleuchtung des Solenoiden. Die Verteilungen korrespondieren zu den Envelopen aus Abb. 3.16	50
3.16	Strahlenvelopen der Teilchenverteilung aus Abbildung 3.15. (a) Überfokussierung des Teilchenstrahls deutlich zu erkennen an der Asymmetrie der Envelope.	51
3.17	Anstieg des mittleren Feldes $\langle B_z \rangle$ mit der radialen Position der betrachteten Solenoidachse. $\langle B_z \rangle$ ist relativ zum Sollwert $\langle B_z \rangle_{min}$ auf der Symmetrieachse angegeben.	52

3.18	B_z entlang einer Solenoidachse im äußeren Aperturbereich für einen Zylindersolenoiden und einen segmentierten Solenoiden mit identischer Geometrie. Die Flussdichte des Zylinderdesigns wurde um den Faktor 2,12 hochskaliert, sodass beide Design die identische mittlere Flussdichte besitzen.	52
3.19	Design eines PM-Solenoiden anhand diskreter Quadermagnete. Abgebildet ist die Nachbildung des einfachen Zylinderdesigns mit einer ausschließlich axialen Magnetisierung.	53
3.20	Magnetfeldverteilung eines PM-Solenoiden nachgebildet aus Quadermagneten.	53
3.21	Design eines PM-Solenoiden anhand diskreter Quadermagnete. Die äußeren Magnete (in rot hervorgehobenen) sind jeweils im 90° gedreht, um die radiale Magnetisierung des segmentierten Designs nachzuempfinden.	54
3.22	Magnetfeldverteilung eines PM-Solenoiden basierend auf dem segmentierten Design nachgebildet aus Quadermagneten.	54
3.23	Mittlere Flussdichte im Vergleich von Zylinder und diskreten Quader Solenoiden. Unterschieden wird zwischen diskreten Strukturen mit und ohne Nickel-Beschichtung. Geometrie: $L=80$ mm, $a=13$ mm, $d=20$ mm	55
3.24	Transportkanal bestehend aus Solenoiden basierend auf dem segmentierten Design.	55
3.25	Strahlenvolpe für eine Ausleuchtung von (a) 83 % und (b) 70 % eines Solenoiden basierend auf dem segmentierten Design.	56
3.26	Emittanzwachstum der Solenoid-Transportkanäle aus Abb. 3.25, relativ zum Eingangswert der Verteilung.	57
4.1	Anordnung und Magnetisierungsrichtung von 8 Blockmagneten, welche die einfachste Form eines Quadrupols, bestehend aus Permanentmagneten, darstellt.	59
4.2	(a) Basis PMQ-Design in CST und (b) die resultierende Feldverteilung.	60
4.3	Quadrupolapertur mit eingezeichneten Achsen, auf welchen der Gradient integriert wird.	60
4.4	Hauptachse zur Bestimmung des Gradienten eines Quadrupols.	61
4.5	CST-Modell eines PMQ mit Geraden zur Bestimmung der Gradienten abhängig von der axialen und radialen Position innerhalb des Aperturvolumens. Die Geraden sind entsprechend Abb. 4.4 ausgerichtet.	61
4.6	Transversaler Magnetfeldverlauf innerhalb eines PMQ. Eingezeichnet sind zwei lineare Regressionen durchgeführt in unterschiedlichen Intervallen des Aperturvolumens.	62

4.7	Sollgradient und Gradient am Aperturrand entlang der Quadrupolachse. Die Differenz Δg ist in Rot markiert. ω ergibt sich durch die Normierung der Fläche auf den integrierten Sollgradienten. Ohne Betrachtung der Randfelder würden die negative Abweichung vom Sollgradienten im Randbereich des PMQ den integrierten Gradienten nicht beeinflussen.	63
4.8	PMQ basierend auf trapezförmigen Magnete der Dicke d , welche die effektivste Form bzgl. der Nutzung des verfügbaren Volumens entsprechen.	64
4.9	Links: Relativer integrierter Gradient bei einer Erhöhung der Magnetdicke. Die Werte sind in Relation zur Magnetdicke von 10 mm der jeweiligen Struktur angeben. Rechts: Mittlere Gradient abhängig vom Außenradius des PMQ.	64
4.10	Aperturradius eines PMQ.	65
4.11	Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω für drei Aperturradien eines PMQ.	65
4.12	PMQ bestehend aus 8 Quadermagneten mit eingezeichneter Länge. . . .	66
4.13	Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω für drei Längen eines PMQ.	66
4.14	Schnittebene durch die Polmagnete eines PMQ zur Betrachtung der Randfelder B_z und der für die Fokussierung notwendigen und auf den Polmagneten senkrecht stehenden Feldkomponente B_{\perp}	67
4.15	Projektion der Feldlinien auf eine Ebene, welche die Polmagnete schneidet, für (a) $L = 20$ mm und (b) $L = 40$ mm. Eingezeichnet sind die Geraden zur Bestimmung des Anteils der Randfelder.	67
4.16	Verhältnis der Randfeldkomponente B_{\perp} und Fokussierkomponente B_z . Zur quantitativen Einordnung wird dieses mit dem Sollgradienten $g(z)$ gewichtet und auf den integrierten Gradienten normiert. Die gefüllte Fläche entspricht der mechanischen Länge des PMQ.	68
4.17	Magnetdicke eines PMQ	69
4.18	Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω für vier Magnetdicken eines PMQ, angegeben in Einheiten der Magnetbreite.	69
4.19	Magnetbreite eines PMQ	70
4.20	Magnetische Flussdichte zwischen zwei benachbarten Magneten für die relativen Magnetbreiten (a) 100 % und (b) 70 %. Bei einer reduzierten Magnetbreite koppelt der zentrale Magnet auf seine eigenen Polflächen was Multipolanteile zur Folge hat.	70
4.21	Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω für eine Reduzierung der Magnetbreite. Diese ist prozentual gegenüber der geometrisch maximal möglichen Breite angegeben.	71

4.22	Relative Abweichung vom Sollgradienten für zwei Magnetbreiten, jeweils im Aperturbereich von 90 % bis 100 %	71
4.23	Kurve zur Bestimmung der Multipolanteile im CST-Modell.	72
4.24	Orthogonale Feldkomponente B_{\perp} auf der in Abb. 4.23 definierten Kurve in Polarkoordinaten für eine Halbebene des Quadrupols. Die Magnetbreite nimmt 99 % des verfügbaren Raumes ein.	72
4.25	Orthogonale Feldkomponente B_{\perp} auf der in Abb. 4.23 definierten Kurve in Polarkoordinaten für eine Halbebene des Quadrupols. Die Magnetbreite nimmt 70 % des verfügbaren Raumes ein.	73
4.26	(a) PMQ mit eingezeichneten radialen Positionen r_{pol} und r_0 der jeweiligen Magnetgruppe. (b) Quadrant eines PMQ mit der Polarkoordinate Θ zur Ortsangabe der Multipolanteile.	73
4.27	Multipolkomponenten ursächlich durch eine Reduzierung der Magnetbreite. Durch eine Versatz von r_0 können diese kompensiert werden. Je geringer die Magnetbreite, umso größer der Versatz. Die Ortsangabe ist in Polarkoordinaten bzgl. eines PMQ-Quadranten angegeben, siehe Abb. 4.26b	74
4.28	Schrittweise Optimierung des integrierten Gradienten und des Gradientenflatterns durch eine Reduzierung der Magnetbreite auf 85 % und einem anschließenden Versatz von r_0 um 0,2 mm, welcher die Multipolkomponenten reduziert.	74
4.29	Erweitertes Quaderdesign mit zusätzlichen Magneten, welche den Gradienten erhöhen. Die zwei möglichen Magnetisierungsrichtungen sind in Rot und Blau skizziert.	75
4.30	Erweitertes Blockdesign mit kleinen Quadermagneten zwischen den großen Blockmagneten welchen den Quadrupol definieren. Variabel ist die Orientierung relativ zu den Hauptmagneten.	75
4.31	Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω im Vergleich der zwei erweiterten Quaderdesigns und des Standarddesigns.	76
4.32	Multipolkomponenten für die Sollposition der Zwischenmagnete, einer Drehung dieser um 22° in Richtung der Apertur, sowie einem Verzicht auf die Magnete als Referenz. Der Wert von 22° wurde gewählt, um die Kurven einfacher unterscheiden zu können und hat keine besondere Relevanz.	77
4.33	Magnetfeldverteilung für (a) ein Einbringen von kleinen Magneten zwischen den Hauptmagneten in der Ursprungsorientierung, sowie (b) einem Verzicht auf die zusätzlichen Magnete.	77
4.34	Geometrische Parameter eines PMQ basierend auf trapezförmigen Magneten. Die Erhöhung des Öffnungswinkels α führt zu einem Anstieg des integrierten Gradienten.	78

4.35	CST-Modell eines PMQ basierend auf trapezförmigen Magneten. Die Kanten an der Apertur wurden zum Zweck der Feldoptimierung mit einem Radius von 4 mm abgerundet.	79
4.36	Feldverteilung eines PMQ aus trapezförmigen Magneten mit einer Ver- rundung der Magnetkanten von 4 mm.	79
4.37	Abrundung der Magnetkanten welche auf der Apertur aufliegen mit dem Radius R.	80
4.38	Integrierter Gradient $B'L$ (links) und Gradientenflattern ω (rechts) für eine Variation der Kantenverrundung der Quadermagnete.	80
4.39	Integrierter Gradient $B'L$ (links) und Gradientenflattern ω (rechts) für anhand der Kantenverrundung optimierte PMQ-Strukturen basierend auf Quadermagneten oder Trapezmagneten. Unterschieden wird zwischen kompakten ($L = 40$ mm, $a = 10$ mm) und großen ($L = 20$ mm, $a = 20$ mm) Strukturen.	81
4.40	Feldverteilung eines PMQ aus Quadermagneten, bei welchen die Ma- gnetkante mit einem Radius von 3 mm abgerundet wurden.	81
4.41	Skizze eines PMQ-Singlets bestehend aus Kreissegmenten	82
4.42	Integrierter Gradient $B'L$ (links) und Gradientenflattern ω (rechts) für anhand der Kantenverrundung optimierte PMQ-Strukturen basierend auf Quadermagneten oder Ringmagneten. Unterschieden wird zwischen kom- pakten ($L = 40$ mm, $a = 10$ mm) und großen ($L = 20$ mm, $a = 20$ mm) Strukturen.	82
4.43	Lokale Abweichung der Gradienten ($\Delta g/g_0$) im 80 % Bereich der Aper- tur für zwei PMQ mit den Aperturradien 10 mm und 20 mm, jeweils bei einer Länge von 20 mm und 40 mm.	83
4.44	Horizontale und Vertikale Strahlenvelope für eine FODO-Zelle. Im an- gepassten Fall sind beide Strahlebenen um eine halbe Periodenlänge versetzt.	84
4.45	FODO-Zellen mit den Singletabständen 10 mm und 40 mm.	84
4.46	Integrierter Gradient $B'L$ und Gradientenflattern ω für ein PMQ-Singlets innerhalb eines FODO-Kanals mit den Abständen 10 mm bzw. 40 mm.	85
4.47	Idealer FODO-Kanal mit einem Singletabstand von 10 mm. Alle Sing- lets besitzen den identischen über die Apertur konstanten Gradienten. Die Emittanz bleibt konstant.	85
4.48	Fünf PMQ-Singlets in einer FODO-Anordnung, zur Erstellung der Field- map des inneren Singlets. Der hier abgebildete Singletabstand von 10 mm wurde gewählt, um hohe Nichtlinearitäten innerhalb der PMQ-Linsen zu erzeugen.	86

4.49	Strahlenvelopen eines FODO-Kanals für einen 5 keV Heliumstrahl mit (a) $\epsilon_{rms,n} = 0,8$ mm mrad und einem Singletabstand von 10 mm, (b) $\epsilon_{rms,n} = 1$ mm mrad und einem Singletabstand von 40 mm.	87
4.50	Relatives Emittanzwachstum der FODO-Kanäle mit Singletabständen 10 mm und 40 mm.	88
4.51	Stärke ausgewählter PMQ-Designs im Vergleich. Im konkreten Fall des erweiterten Designs, welches in späteren Abschnitten Anwendung findet, wird zwischen beschichteten und unbeschichteten Magneten unterschieden.	89
4.52	Mittlerer Gradient der Strukturen aus Abbildung 4.53. Der Wert von (c*) entspricht der Struktur (c) ohne die kleinen rotierten Magnete. . . .	90
4.53	Maßstabsgetreue Darstellung von vier Quadrupolen welche aus industriellen Standardmagneten gebaut werden können.	91
4.54	Bereich zum Vergleich der Multipole. Angegeben in Abhängigkeit der Winkelposition Θ	92
4.55	Orthogonale Feldkomponente B_{\perp} auf einer Kurve, welche (links) 1,5 mm von der Magnetoberfläche entfernt ist sowie (rechts) im 80 % Bereich der Apertur (rechts). Jeweils für drei PMQ-Geometrien, welche sich aus technischen Limitierungen ergeben.	92
5.1	Querschnitt eines PMQ-Triplets mit den Singletlängen L_1 (außen) und L_2 (innen) mit dem Singletabstand G . Aufgrund der geometrischen Beschränkungen gilt $2L_1 = L_2$	93
5.2	CST-Modell eines PMQ-Triplett bestehend aus drei PMQ-Singlets basierend auf dem einfachen Design zu je acht Magneten.	94
5.3	Magnetisierungsrichtung benachbarter PMQ's in einem Triplett bei gleichbleibendem Betrachtungswinkel.	94
5.4	Gradient entlang eines Quadrupoltriplets. Die schraffierte Fläche entspricht dem Bereich ohne Permanentmagnete.	95
5.5	(a) Schnittkante zur Betrachtung der Interaktion axial benachbarter Blockmagnete. (b) Kopplung benachbarter Polmagnete, wodurch benachbarte Singlets, welche um 90° zueinander verdreht sind einer Anziehung unterliegen.	95
5.6	Integrierter Gradient $B'L$ bei einem Anstieg des Singletabstands. Das Integral ist relativ zum Wert bei einem Singletabstand von 0 mm des entsprechenden Aperturradius angegeben. Unterschieden wird zwischen den Aperturradien 10 mm, 15 mm und 20 mm. In Schwarz ist als Referenz ein mit der Gesamtlänge des Singlets linear ansteigender integrierter Gradient angegeben.	97

5.7	Isofeldlinien für Triplett Konfigurationen mit Singletabständen (a) 10 mm und (b) 40 mm.	98
5.8	Relative Werte für $B'L$ für Singletabstände von 2 mm bis 40 mm für die Aperturradien (links) 10 mm und (rechts) 20 mm.	98
5.9	Absolute Abweichung Δg der lokalen Gradienten vom Sollgradienten für zwei Singletabstände 10 mm und 40 mm. Die schraffierten Flächen entsprechen der mechanischen Länge der jeweils drei PMQ-Singlets. . .	99
5.10	Verlauf des Gradienten entlang der Strahlachse für zwei Quadrupole mit den Aperturradien 10 mm und 20 mm. Die Gradienten wurden zum Zweck der Vergleichbarkeit auf $B'L = 1 \text{ T}$ normiert.	100
5.11	Verhältnis von $B'L_{in}$, dem integrierten Gradienten zwischen den physischen Grenzen des PMQ, und dem gesamtem $B'L$ welches die Randfelder einschließt.	101
5.12	Strahlenvelopen für eine Quadrupoltriplett Konfiguration, aufgeteilt in die FDF und DFD Ebene.	102
5.13	Geometrische Daten des Triplett zur Untersuchung der Auswirkung des Singletabstand G auf das Emittanzwachstum. Δr_1 bzw. Δr_2 werden zur Einstellung des Fokuspunkts variiert.	102
5.14	Strahlenvelope für einen Transportkanal aus zwei PMQ-Tripletts ($a = 24 \text{ mm}$, $G = 10 \text{ mm}$, Ausleuchtung: 80 %).	103
5.15	Strahlenvelope für einen Transportkanal aus zwei PMQ-Tripletts ($a = 24 \text{ mm}$, $G = 40 \text{ mm}$, Ausleuchtung: 100 %).	104
5.16	Strahlenvelopen für einen Transportkanal aus drei PMQ-Tripletts ($a = 12 \text{ mm}$, $G = 2 \text{ mm}$, Ausleuchtung: 100 %).	104
5.17	Emittanzwachstum für Triplett-Kanäle mit den Aperturradien 12 mm und 24 mm. Variiert wird jeweils der Singletabstand sowie die Ausleuchtung der Triplets. Die Emittanz ist relativ Betrag am Beginn des Transportkanals angegeben.	105
5.18	Zwei PMQ-Triplett-Strukturen übereinander gelegt. Die schraffierte Fläche entspricht der aufaddierten Länge, wodurch der Singletabstand auf 0 mm reduziert wird.	106
5.19	Emittanzwachstum für einen Transportkanal bestehend aus jeweils zwei Triples mit der Länge 160 mm.	106
6.1	Gebrochener Magnet durch unsachgemäße Handhabung.	107
6.2	Mit Nickel beschichtete Neodymmagnete.	109
6.3	Halbschalendesign der Magnethülle für Aperturradien von (a) 20 mm, (b) 14,5 mm und (c) 12,5 mm.	110
6.4	Drei PMQ in einer Triplett-Konfiguration, welche auf einer Führung aus Gewindestangen beidseitig aufgehängt sind.	111

6.5	Bereiche der Quadrupolhalbschalen, welche den Füllfaktor der Magnete begrenzen.	112
6.6	PMQ-Halbschale mit dem größtmöglichen Füllfaktor. Der geringste Abstand beträgt 0,8 mm zwischen den Magnetkanten. Zwei Magnetpaare sind im demontierten Zustand nicht in der Hülle eingeschlossen.	113
6.7	Prototyp einer aus PLA 3D gedruckten Magnethalterung zur Realisierung eines erweiterten Halbach Designs. Sind die Halbschalen nicht an einem Rohr befestigt, sind diese zueinander versetzt.	114
6.8	Positionierung der Messpunkte im CST-Modell eines Einzelmagneten. .	114
6.9	(a) Halterung für einen Einzelmagneten zur Vermessung des Magnetfelds. Durch die Einkerbungen wird ein Stab mit einer darauf befindlichen Hallsonde geführt. (b) Vergleich zwischen Messwerten und Simulationsergebnissen mit und ohne Berücksichtigung einer weichmagnetischen Beschichtung.	115
6.10	Verfahrwege des rechteckigen Messstabs mit integrierter Hallsonde. Die aktive Fläche der Hallsonde liegt parallel zur großen Oberfläche des Stabes. Vermessen werden die beiden Hauptachsen (x: Grün, y: Rot), sowie die Oberfläche der Apertur zur Bestimmung der Multipole (Kreisbahn: Pink).	116
6.11	Motorisierter xyz-Stage mit rotierender Hallsondenaufnahme. Der PMQ befindet sich auf einem Rohrstück aus Aluminium, welches in eine Halterung eingeschraubt ist.	117
6.12	Magnetfeldmessung beider Hauptachsen eines 20 mm langen PMQ's mit einem Aperturradius von 12 mm	118
6.13	Variation des Nulldurchgangs für drei jeweils 20 mm lange PMQ-Strukturen mit den Aperturradien (a) 13 mm, (b) 21 mm und (c) 13 mm. Bei letztgenannter Struktur wurden die geometrischen Parameter der Halterung um 0,1 mm erhöht, um dem Schrumpf des Kunststoffes beim Auskühlen zu kompensieren.	119
6.14	Weitwinkelkalibrierung am Beispiel eines Schachbrettmusters. Insbesondere die Verzerrungen an den Kanten werden linearisiert.	121
6.15	Schrittweise Bearbeitung der Intensitätsverteilung an einer Position entlang der Strahlachse mit eingezeichneter Halbwertsbreite (FWHM). . .	122
6.16	Nachbearbeitetes Bild eines fokussierten He ⁺ -Strahls. (a) Die Pixel wurden auf die minimalen und maximalen Intensitätswerte bezogen auf das gesamte Bild normiert. (b) Normierung auf die minimalen und maximalen Intensitätswerte einer Spalte/z-Position.	122
6.17	Beamline für den Test eines PMQ-Triplets, welches um ein Strahlrohr befestigt wird.	123

6.18	Bilder eines 5 keV He ⁺ Strahls (a) ohne Fokussierelemente, (b) FDF und (c) DFD Ebene nach dem Durchlauf eines 82 mm langen PMQ-Triplett.	124
6.19	Envelopen der Tracewinsimulationen eines 5keV He-Strahls. (a) x bzw. (b) y-Ebene nach dem Durchlauf eines 82 mm langen PMQ-Triplett.	125
6.20	Magnethalterung für einen PMQ, welcher in einem Strahlrohr integriert wird. Bestehend aus einem einzigen Bauteil.	126
6.21	Einsatz, welcher in den Flansch eines Strahlrohrs gesteckt wird. Durch die Gewindestangen werden die zwei gegenüberliegenden Platten an die Schweißnaht zwischen Flansch und Rohrstück gepresst.	127
6.22	Raspberry Pi Zero Kamera	127
6.23	Schaltung eines Pixels aus drei MOSFET und einer Fotodiode. Einfallendes Licht ändert die Leitfähigkeit von M_{sense} . Durch ansteuern des Pixels über M_{select} kann der Spannungsabfall an diesem ausgelesen werden. Über M_{res} wird M_{sense} in den Grundzustand zurückgesetzt. Abbildung aus [46].	128
6.24	Raspberry Pi Zero W. WLAN-fähiger Einplatinencomputer der Raspberry Pi Foundation (https://www.raspberrypi.org).	129
6.25	PMQ-Halterung mit aufgesetzter Pi-Zero Halterung.	129
6.26	Schema der Stromversorgung und Kommunikation der Raspberry Pi aufgeteilt in einen Bereich mit Atmosphärendruck und Vakuum. Nur die Stromversorgung benötigt einen physischen Kontakt beider Druckbereiche.	130
6.27	Kamerahalterung, welche direkt auf einen PMQ aufgeschraubt wird. (a) Für die Befestigung werden die Durchgangsbohrungen verwendet, mit welchen ebenfalls die Abdeckung aufgeschraubt wird. (b) Die Halterung ist zur einen Seite geöffnet, um die Kameras einzusetzen. (c) Die Halterung wird mit der offenen Seite zum PMQ gerichtet, sodass die Kameras fixiert sind.	131
6.28	Zweiteilige Strahlblende aus Aluminium.	132
6.29	Eingebaute und mit Grafit beschichtet Strahlblende. Erkennbar ist die Verfärbung der Grafitbeschichtung um die zentrale Öffnung, welche auf den geblockten Teilchenstrahl zurückzuführen ist.	132
6.30	Justierung eines PMQ-Singlets anhand von Schrauben, welche unabhängig in einer Nutenschiene verschoben werden.	133
6.31	Beamline für den Test des internen PMQ-Triplett.	134
6.32	Gesamtaufbau eines in einem Strahlrohr integrierten PMQ-Triplett mit Strahl diagnose.	135
6.33	Zweiteilige Magnethalterung mit einer Aussparung für eine Pi-Kamera, wodurch der Strahl direkt im PMQ observiert werden kann.	136

6.34	Halbwertsbreite beider Strahlebenen entlang der Triplett-Achse. Die Halbwertsbreite wurde aus den Rohdaten entsprechend dem Raumwinkel mit dem Abstandsquadrat skaliert.	137
6.35	Envelopen der Tracewinsimulationen und entsprechende Aufnahmen der Pi-Kameras im Vergleich. (a) FDF-Ebene und (b) DFD-Ebene. . . .	138
6.36	Zweiteilige Magnethalterung mit einer Aussparung für eine Pi-Kamera, wodurch der Strahl direkt im PMQ observiert werden kann.	139

Tabellenverzeichnis

3.1	Strahlparameter der Tracewinsimulation	42
3.2	Strahlparameter sowie Geometrie der Solenoide der Tracewinsimulation. Die angegebenen Emittanz bezieht sich auf Simulationen mit der größten Ausleuchtung. Zur Realisierung kleinerer Ausleuchtungen wurde sie entsprechend reduziert. Die Magnetdicke entspricht jeweils dem Aperturradius.	49
4.1	Strahlparameter der Tracewinsimulation zur Bestimmung des Emittanzwachstum durch einen 2 m langen FODO-Transportkanals für die Singletabstände 10 mm und 40 mm.	86
6.1	Geometrische Daten der verwendeten Magnete.	108
6.2	Aperturradius, Füllfaktor sowie mittlerer Gradient der vier unterschiedlichen Halbschalendesigns. Für den Gradient wurde eine Magnetisierung von 1,36 T und eine weichmagnetische Beschichtung angenommen.	112
6.3	Eigenschaften der verwendeten Kameras.	128