Das Wissenschaftsmagazin

Forschung Frankfurt

- Der Zufall – ein Helfer und kein Störenfried
- Bulle und Bär – Wie die Finanzmathematik Risiken bewertet
- Schöne Mathematik ist wichtige Mathematik
- Pop, Protest und Politik: Die Comics der 68er
- Man muss nur wollen? Zur Ambivalenz von Verantwortung

Mathematik

2.2008

[26. Jahrgang] [2008] [5 Euro] [ISSN 0175-0992]

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN


SERVICEPLAN
AOK. Wir tun mehr.
AOK
Die Gesundheitskasse.
„Wenn es um meine Gesundheit geht, klick' ich aok.de"
Fragen zur Gesundheit? Dafür gibt es eine kompetente Adresse: das AOK-Gesundheitsportal. Hier finden Sie Informationen zu Krankheiten, Diagnosen und Therapien. Außerdem: Gesundheits-Checks und Risikotests, Expertenforen, Infos zur Vorsorge und Prävention sowie Neues zu Fitness, Wellness und gesunder Ernährung. Alles unter
www.aok.de

Liebe Leserinnen, liebe Leser

»Mathematik – leider schwierig« – das war das Bekenntnis des Präsidenten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Prof. Günter M. Ziegler, anlässlich seines Festvortrags zum Jahr der Mathematik an der Universität Frankfurt. »Aber«, so fügte Ziegler hinzu, »wenn es nicht so wäre, würde uns die Mathematik auch nicht so faszinieren.« Diese beiden Botschaften sollten Sie im Hinterkopf behalten, wenn Sie dieses Heft zur Hand nehmen.

Die Mathematik in Frankfurt ist breit gefächert und derzeit besonders stark vertreten in der Algebra, Stochastik, Diskreten Mathematik und Numerik. Der Fachbereich ist aber im Aufbruch. Durch anstehende Neuberufungen werden sich weitere Stärken besonders in der Analysis und in der Finanzmathematik herausbilden. In der Analysis wird ein ganzer Schwerpunkt neu aufgebaut und der Mathematik in Frankfurt zusätzliche Impulse geben.

Ein besonderes Anliegen ist dem Fachbereich der Ausbau der Finanzmathematik, denn eine starke Finanzmathematik ist gerade am Bankenstandort Frankfurt attraktiv. Am Frankfurt MathFinance Institute arbeiten Mathematiker und Wirtschaftswissenschaftler eng zusammen. Die Absolventen in diesem Bereich und in der Mathematik insgesamt haben derzeit glänzende Berufsaussichten. Eine der wesentlichen Aufgaben, die richtige Bewertung von Finanzderivaten, ist das Thema des Beitrags von Juniorprofessor Christoph Kühn. Vom Zufall abhängige Entwicklungen wie auf dem Aktienmarkt werden von vielen als unbequem und störend erachtet, weil sie nicht vorhersagbar sind. Trotzdem kann der Zufall sehr nützlich sein, wie Prof. Götz Kersting in seinem Artikel an drei Beispielen aufzeigt. Bei Juniorprofessorin Gaby Schneiders Arbeit geht es umgekehrt darum, nachzuweisen, dass der Zufall bei winzigen Schwankungen in neurophysiologischen Datensätzen die Hand nicht im Spiel hatte.

Den visuell begabten Leserinnen und Lesern seien die Beiträge von Prof. Jürgen Wolfart zur Parkettierung der Ebene und von Prof. Gerhard Burde zur Knotentheorie empfohlen. Wie man Geometrie im drei-dimensionalen Raum im Schulunterricht mithilfe von Computerprogrammen visualisieren kann, zeigt der Mathematik-Didaktiker Prof. Reinhard Oldenburg. Einen Brückenschlag zwischen Geometrie und Algebra beschreibt Prof. Thorsten Theobald in seinem Beitrag über die diskrete Mathematik. Wer gern Sudokus löst, kann hier etwas über die mathematischen Hintergründe des beliebten Zahlenspiels erfahren.

Wie Mathematiker arbeiten und wie sie ihre Wissenschaft verstehen, können Sie in dem Interview mit Prof. Günter Ziegler und seinem Frankfurter Kollegen Prof. Ralph Neininger nachlesen. Ein Porträt des 14-jährigen Schülerstudenten Frederik Benirschke zeigt, dass sich die Affinität zu mathematischen Fragestellungen oft schon in jungen Jahren entwickelt. Die von Lehrenden der Universität Frankfurt jährlich in den Sommerferien organisierte Hessische Schülerakademie richtet sich aber nicht nur an Hochbegabte, sondern versucht, möglichst vielen begabten Schülerinnen und Schülern Entfaltungschancen zu bieten. Ganz nach dem Motto des Jahrs der Mathematik: »Du kannst mehr Mathe, als du denkst«!

In diesem Sinne wünsche ich Ihnen eine spannende Lektüre!

Wolf Aßmus
Vize-Präsident der Johann
Wolfgang Goethe-Universität

Kompakt

Forschung intensiv

Forschung aktuell

Wikipedia und die Bedeutung der sozialen Netzwerke

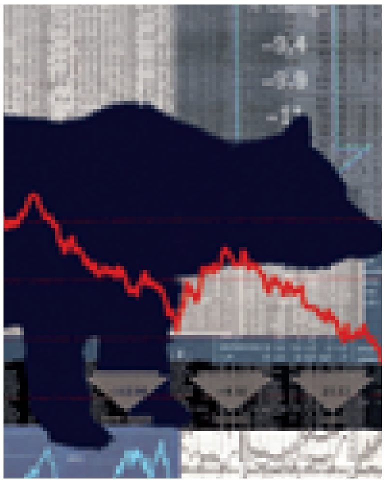
12

Wikipedia, die größte Online-Enzyklopädie, gibt Rätsel auf: Was treibt so viele Menschen an, in ihrer Freizeit an einem virtuellen Lexikon mitzuarbeiten? Wie kommt es, dass das Niveau der meisten Beiträge so hoch ist und Fehler so schnell korrigiert werden, zumal der Zugang für jeden ohne Ausweis seiner Qualifikation frei ist? Mithilfe der Netzwerkanalyse lässt sich nachweisen, dass schon die Einbindung in ein solches Netzwerk wie Wikipedia das Handeln bestimmt und auch die Motivation beeinflusst.

32

Bulle und Bär – Wie die Finanzmathematik Risiken bewertet

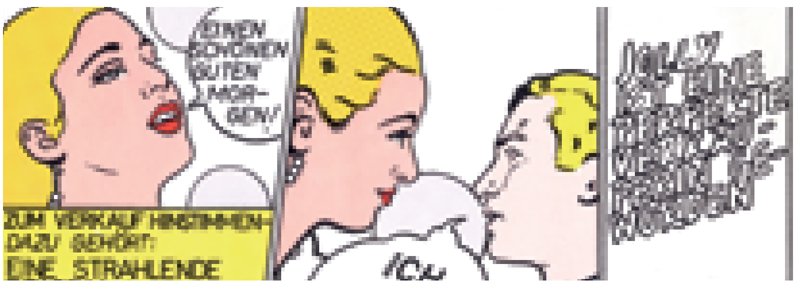
Finanzderivate gelten als obskur, verwickelt und riskant. Und das nicht zu Unrecht, wie die aktuelle Krise der globalen Finanzmärkte zeigt. Um Finanzderivate richtig bewerten zu können, bedarf es ausgefeilter Methoden der Finanzmathematik. Ausgelöst durch den explosionsartigen Anstieg des Derivatehandels hat sich die Mathematik zu einer Schlüsseltechnologie auf modernen Finanzmärkten entwickelt. Sie stellt den Finanzakteuren das mathematische Werkzeug für ihr Risikomanagement zur Verfügung.

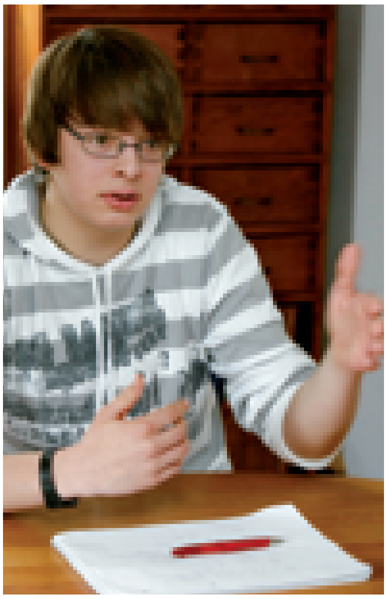


Pop, Protest und Politik: Die Comics der 68er

38

Von kultureller Akzeptanz noch weit entfernt, entwickelte der Comic gegen Ende der 1960er Jahre ganz neue Qualitäten: In der bewegten gesellschaftlichen Atmosphäre dieser Zeit aufgeladen mit politischen und künstlerischen Ambitionen findet er seine Adressaten nicht mehr nur beim Kinderpublikum, sondern richtet sich zunehmend an eine politisch bewegte Öffentlichkeit der Heranwachsenden und Erwachsenen.





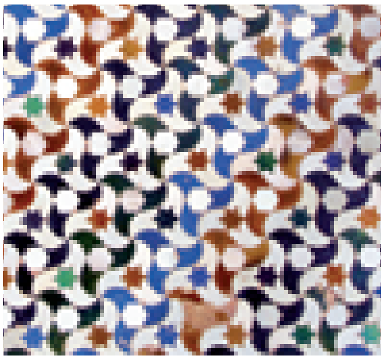
»Ich suche Beweise, die noch keiner gefunden hat«

59

In der Hängematte liegen viele Teenager genauso gern wie Frederik Benirschke, aber selten mit einem mathematischen Problem im Kopf, für dessen Lösung ein britischer Verlag im Jahr 2000 vergeblich eine Million Dollar ausgesetzt hatte. Seit 1742 ist es noch niemandem gelungen, die Goldbach'sche Vermutung zu beweisen. Ein Porträt des Schülerstudenten zeigt, wie Begabte und Hochbegabte an der Goethe-Universität gefördert werden.

62

Schöne Mathematik ist wichtige Mathematik



Die platonischen Körper haben seit Jahrtausenden Wissenschaft und Kunst beschäftigt. In den Spekulationen der antiken griechischen Physik standen die ersten vier für die Elemente Feuer, Erde, Luft und Wasser, und das Dodekaeder repräsentierte das Ganze des Weltalls. Auch heutige Mathematiker folgen der Faszination platonischer Körper und begeben sich dabei über die gewohnte Geometrie hinaus.

85

1968 – eine Zeitenwende? – Die Jugendrebellion und ihre Folgen

Das Jahr 1968 ist zu einem Symbol für eine Wende in Politik und Kultur der Bundesrepublik Deutschland geworden. Eine einflussreiche Publizistik sucht allerdings auch, alle Schäden und Irrtümer der jüngsten deutschen Geschichte den »68ern« zuzuschreiben. Franziska Augstein hat in der Süddeutschen Zeitung am 8. April dieses Jahres zutreffend und gut zwischen der berechtigten Kritik der damaligen Jugendrebellen und ihren zum größten Teil unrealistischen und verstiegenen »Lösungen« für die Probleme der Zeit unterschieden.

Forschung aktuell

Perspektiven

Wissenschaftsgeschichte

Gute Bücher

Das nächste Mal

Neues Juwel auf dem Campus Westend: Das architektonische Konzept für das House of Finance stammt von dem renommierten Büro Kleihues + Kleihues, die das Bauwerk bewusst im Kontext des Poelzig-Gebäudes gestaltet haben. Beeindruckend ist auch das Innenleben: Die technische Infrastruktur ist auf einem Topstand, alle Hörsäle verfügen über Kameras und Beamer, die mittels Videokonferenz das Auditorium an anderen Orten übertragen können.

Think-Tank mit Strahlkraft für die Finanzwelt

Eröffnung des House of Finance – Erster Baustein zur Erweiterung des Campus Westend

Das neue Juwel auf dem Campus Westend, das House of Finance, feierte Ende Mai Eröffnung: Weniger als zwei Jahre nach dem Spatenstich im August 2006 sind die Baumaßnahmen am interdisziplinären Zentrum für finanzbezogene Forschung und Lehre der Universität Frankfurt abgeschlossen; der erste Baustein der Erweiterung des Campus Westend steht. Hochkarätige Gäste kamen, um die Einweihung gebührend zu zelebrieren.

Die Eröffnungsfeierlichkeiten am 30. Mai wurden durch Prominenz aus Politik und Wirtschaft geadelt: Neben dem Hessische Ministerpräsidenten Roland Koch, Bundesfinanzminister Peer Steinbrück und Deutsche Bank-Chef Dr. Josef Ackermann als Mitglieder des Kuratoriums des House of Finance gehörten unter anderem auch der ehemalige Weltbank-Präsident James D. Wolfensohn, Bundesbank-Präsident Prof. Dr. Axel A. Weber sowie der Frankfurter Bankier Friedrich von Metzler zu den Gästen, die Universitätspräsident Prof. Dr. Rudolf Steinberg und der Direktor des House of Finance, Prof. Dr. Paul Bernd Spahn, auf dem Campus Westend begrüßten.

Das House of Finance, kurz HoF, hat sich dem interdisziplinären Lehren und Forschen in den Bereichen Rechts- und Wirtschaftswissenschaften verschrieben. Es beherbergt drei wissenschaftliche Abteilungen, die sich auf die Themen Recht und Finanzen fokussieren, sowie fünf selbstständige Institute. Am HoF arbeiten 26 Professorinnen und Professoren aus den Bereichen Finanzen, Geld und Währung sowie aus dem Schwerpunkt Recht der Unternehmen und Finanzen. Weitere 180 Wissenschaftler erforschen Fragen zur Währungsstabilität, analysieren das Börsenwesen, suchen Antworten auf makroökonomische Fragen und befassen sich mit den rechtswissenschaftlichen Grundlagen moderner Finanzmärkte.

»Eine intellektuelle Oase« in den Finanzwissenschaften

»Mit dem House of Finance ist in Frankfurt eine im deutschsprachigen Raum einmalige Konzentration an geld- und finanzbezogener Forschung entstanden«, resümierte Roland Koch bei der Einweihungsfeier. Ob dieser hohen Konzentration an Forschungskompetenz fanden die Redner lobende Worte für das neue interdisziplinäre Lehr- und Forschungszentrum. Peer Steinbrück würdigte die »Verknüpfung von Wissenschaft und Praxis«, die am House of Finance eine wichtige Rolle spielen wird. Der Bundesfinanzminister lobte die Initiative der Universität, denn die »hochkarätige Kompetenzbündelung« am House of Finance sei einzigartig in Deutschland, bereichere den Finanzplatz und stärke seine Bedeutung im internationalen Wettbewerb.

Man wolle Spitzenforschung betreiben, versprach Rudolf Steinberg und ließ keine Zweifel an den ambitionierten Plänen des Prestigeobjekts der Frankfurter Universität: »Wir wollen uns als eines der führenden Zentren für Lehre und Forschung auf dem Feld der Finanzen etablieren.« Auch Prof. Dr. Otmar Issing, Vorsitzender des HoF-Kuratoriums und ehemaliger Chefökonom der Europäischen Zentralbank, zeigte sich von der Notwendigkeit einer solchen Einrichtung überzeugt. Sei Deutschland in Bezug auf Finanzwissenschaften doch lange Zeit eine »intellektuelle Wüste« gewesen. Doch nun scheint die Dürre vorbei: »Der Name ›House of Finance‹ steht nicht nur für ein

Bauwerk, sondern auch für ein wissenschaftliches Programm. Es soll den Weg zur Spitzenforschung auf den Gebieten der Finanzwissenschaft und der monetären Makroökonomie ebnen.«

Dialog zwischen Wissenschaft und Wirtschaft

Das House of Finance sieht sich nicht nur als Forschungseinrichtung, sondern möchte sich als Forum der Begegnung und des Dialogs zwischen Wissenschaft und Wirtschaft verstanden wissen. Forschungsergebnisse sollen der Finanzwelt zugänglich gemacht und die Zusammenarbeit intensiviert werden. Zudem sind auch Politikberatung und Weiterbildung zentrale Themen am HoF.

Paul Bernd Spahn, Direktor des House of Finance, gestand, dass er sehr gerne Studierender am HoF wäre, denn es herrschten »hervorragende Arbeitsbedingungen« und eine »interdisziplinäre Atmosphäre«. Spahn betonte, dass sich das HoF mit internationalen Einrichtungen messen könne und zeigte sich erfreut und dankbar angesichts des finanziellen Engagements der Finanzindustrie, das sich zum Teil in den Hörsal-Patenschaften niederschlägt. Im Rahmen des drei Milliarden Euro umfassenden Hochschulbauprogramms HEUREKA hatte das Land Hessen rund 30 Millionen Euro für das Projekt »House of Finance« bereitgestellt. Davon flossen 26 Millionen Euro in den eigentlichen Baukörper und vier Millionen Euro in die Einrichtung. Eine weitere Million konnte infolge der Übernahme von Raum-Patenschaften durch die Finanzwirtschaft eingenommen werden.

Die Konzeption des neuen Juwels am Campus Westend haben Jan Kleihues und Norbert Hensel vom international renommierten Architekturbüro Kleihues + Kleihues übernommen. »Uns war es wichtig, den Geist des Ortes zu entdecken«, erklärt Hensel, so habe man im Kontext des Poelzig-Gebäudes gearbeitet und gebaut. »Die technische Infrastruktur ist auf einem Topstand«, alle Hörsäle verfügen über Kameras und Beamer, die mittels Videokonferenz das Auditorium zu einer Partnerhochschule übertragen und umgekehrt die Vorlesungen der Partneruniversität direkt in den HoF-Hörsaal projizieren. Doch die edlen Gemäuer verfügen nicht nur über die neueste Technik, sondern bedienen sich auch klassischer Elemente: Die Inspiration für den imposanten Fußboden im Empfangsbereich bezogen die Architekten aus dem römischen Fresko »Die Schule von Athen«, das Raffael zwischen 1509 und 1511 schuf und auf dem ein solcher Boden zu sehen ist. Das Thema des Freskos, das verschiedene Denker wie Pythagoras, Sokrates und Aristoteles zeigt, sind Wissenschaft und freie Künste in der Antike. Hensel erklärt, dass ihn die Verwandtschaft der wissenschaftlichen Atmosphäre an der »Schule von Athen« und am House of Finance dazu bewegt hatten, den Boden entsprechend zu gestalten – auf dass ein ebenso fruchtbares wissenschaftliches Klima an dem Lehr- und Forschungszentrum herrsche, das neue Erkenntnisse bereithalte und neue Wege beschreiten lasse. ◆

Das House of Finance mit seiner interdisziplinären Bündelung finanzwissenschaftlicher Forschung soll ein deutschlandweit einmaliger Think-Tank mit Strahlkraft über die eigenen fachlichen Grenzen hinaus werden, sind sich alle Beteiligten einig. Bei der Eröffnungfeier (von links): Architekt Norbert Hensel, Uni-Präsident Prof. Dr. Rudolf Steinberg, Prof. Otmar Issing Vorsitzender des HoF-Kuratoriums und früherer Chefökonom der Europäischen Zentralbank, der Hessische Ministerpräsident Roland Koch, Mitglied des HoF-Kuratoriums, und der Direktor des HoF, Prof. Dr. Paul Bernd Spahn.

»Die Schule von Athen« und das House of Finance: Die Inspiration für den imposanten Fußboden im Empfangsbereich des HoF bezogen die Architekten aus dem römischen Fresko, das Raffael zwischen 1509 und 1511 schuf.

Die Autorin

Daniela Halder, 28, hat an der Goethe-Universität Germanistik, Politologie und Psychoanalyse studiert. Sie volontiert zur Zeit bei »FRIZZ – Das Magazin« und schreibt als freie Mitarbeiterin für den »Uni Report«.

Begabtenförderung breiter aufstellen

Cynthia Hog-Angeloni neue Vorsitzende von »Begabtenförderung Mathematik«

»Du kannst mehr Mathe, als du denkst« – das ist nicht nur das Motto des Jahrs der Mathematik.

Es könnte auch die Devise des Vereins »Begabtenförderung Mathematik e. V.« sein. In diesem Verein haben sich Lehrende an Universitäten und Gymnasien bundesweit zusammengeschlossen, um mehr Schülerinnen und Schüler in die Begabtenförderung im Fach Mathematik einzubeziehen. »Die etablierte Hochbegabtenförderung erreicht einen zu kleinen Ausschnitt des Begabungsspektrums«, erklärt Dr. Cynthia Hog-Angeloni, die bei der Jahrestagung des Vereins in Braunschweig zur neuen Vorsitzenden gewählt wurde, »das reicht bei Weitem nicht aus«. Der Verein richtet sich deshalb an begabte und interessierte Schülerinnen und Schüler und fördert den Erwerb entsprechender Kompetenzen in der Lehreraus- und -fortbildung.

Dr. Cynthia Hog-Angeloni von der Goethe-Universität demonstrierte bei der Jahrestagung des Vereins »Begabtenförderung Mathematik« in Braunschweig interessante Verbindungen zwischen Mathematik und Alltag.

Zu diesem Zweck bietet er unter anderem Fortbildungsseminare für Lehrende an. Er gibt eine Zeitschrift »Mathematikinformation« heraus, die wertvolle Tipps für einen ansprechenden und alltagsnahen Unterricht enthält. Die Einbeziehung dieser Materialien in den Unterricht soll dazu beitragen, dass Erstsemester ohne Schwierigkeiten den Mathematikvorlesungen für Naturwissenschaftler oder Ingenieure folgen können.

Der Verein ist als Initiative eines Gymnasiums entstanden und hat sich in den vergangenen Jahren zu einer bundesweiten Institution entwickelt. Das Spektrum seiner Aktivitäten weiter zu vergrößern, zur Hebung des Stellenwerts der Mathematik in der Gesellschaft beizutragen und die Kooperation von Schulen und Hochschulen zu fördern, hat sich die neue Vorsitzende für ihre Amtszeit vorgenommen. Dabei wird ihre mehrjährige Erfahrung in der Hessischen Schülerakademie, die sich ebenfalls der Begabtenförderung widmet, sicher hilfreich sein. ◆

Pförtner im »Schredder« der Zelle entdeckt

Neuer Angriffspunkt für Krebs-Medikamente?

Gealterte, falsch gefaltete oder nicht mehr benötigte Proteine entsorgen die Körperzellen über einen »Schredder«, das Proteasom. Ein neu entdeckter Rezeptor am Eingang des Proteasoms wacht darüber, dass keine Fehler passieren. Die Funktionsweise der zelleigenen »Müllabfuhr« zu verstehen, verspricht neue Angriffspunkte für die Therapie von Krankheiten wie Alzheimer, Parkinson oder Tumoren zu finden. Ein entscheidender Schritt auf diesem Weg ist Biochemikern der Universität Frankfurt im Rahmen einer internationalen Kooperation gelungen. Wie sie in der Zeitschrift »Nature« berichten, haben sie einen seit Langem gesuchten Rezeptor für Ubiquitin auf dem Proteasom gefunden.

»Eine solche Entdeckung gelingt höchstens einmal in einem Forscherleben«, erklärt Prof. Dr. Ivan Dikic, in dessen Arbeitsgruppe am Institut für Biochemie II die entscheidenden Erkenntnisse gewonnen wurden. Dieser Meinung waren auch die Redakteure der angesehenen Zeitschrift Nature, die gleich zwei Manuskripte über die wichtige Entdeckung zur Publikation annahmen. Das gelingt in der Regel nur einem unter tausend Wissenschaftlern«, freut sich Institutsdirektor Prof. Dr. Werner Müller-Esterl über den Erfolg innerhalb des Exzellenzclusters »Makromolekulare Komplexe«.

»Protein-Abfälle « mit Ubiquitin markiert

Dabei sah es vor einem Jahr noch so aus, als würden die beteiligten Forschergruppen in Frankfurt, München, Minnesota und Harvard auf der Stelle treten. Denn das Pförtner-Protein aus Hefezellen, dessen Struktur sie mit Röntgenstrukturanalyse aufklären wollten, ließ sich nicht kristallisieren. Dann aber isolierte die Postdoktorandin Dr. Koraljka Husnjak ein Protein mit ähnlicher Funktion aus Säugertier-Zellen, das sich zügig kristallisieren ließ, so dass seine Struktur aufgeklärt werden konnte.

Wie die zelluläre Müllabfuhr funktioniert, fanden vor rund 30 Jahren drei Wissenschaftler heraus, die dafür 2004 mit dem Chemie-Nobelpreis geehrt wurden, Aaron Ciechanover, Avram Hershko und Irwin Rose. Seitdem ist bekannt, dass zu entsorgende Proteine mit dem überall in der Zelle vorhandenen Ubiquitin markiert werden. Sie gelangen dann über Shuttel-Moleküle oder durch Diffusion zum Proteasom, einem fassartigen Proteinkomplex. An dessen Oberseite befindet sich eine »Pförtnerloge« mit einem schmalen Eingang zum Innenraum, in dem aggressive Enzyme die ankommenden Proteine spalten.

Doch zuerst wird streng kontrolliert, ob das Protein auch wirklich für den Schredder vorgesehen ist. Erkennt der »Pförtner« (ein Rezeptor) die Markierung mit Ubiquitin, dann wird das markierte Protein aufgefaltet, so dass es sich durch den schmalen Eingang fädeln kann. Gleichzeitig wird das Ubiquitin abgespalten und für die erneute Verwendung freigesetzt. Bisher kannte man nur einen solchen Rezeptor (Rpn10). Die Forscher entfernten diesen einen Pförtner durch genetische Eingriffe und waren überrascht, dass das Proteasom immer noch arbeitete. Das führte zu der Vermutung, dass es noch einen zweiten Rezeptor mit ähnlicher Funktion geben müsse, der das Ausfallen von Rpn10 kompensiert. Dieser wurde nun gefunden: das Protein Rpn13.

Krebszellen die Nahrungsgrundlage entziehen

Vor etwa vier Jahren entdeckte die Gruppe erstmals, dass Ubiquitin an eine Untereinheit in der »Pförtnerloge« bindet. »Es lag nahe, darin den gesuchten Rezeptor zu vermuten, aber dazu mussten wir zuerst die Funktionalität dieser Bindungsstelle entschlüsseln und die Details des Bindungsprozesses auf atomarer Ebene verstehen«, erklärt Koraljka Husnjak. Daraufhin schaltete Gruppenleiter Ivan Dikic international führende Forschergruppen ein, die in diesem umfangreichen Forschungsprogramm ihre Expertise einbrachten: An der Strukturaufklärung arbeitete die Gruppe von Prof. Dr. Michael Groll von der Technischen Universität München (Röntgenstrukturanalyse) sowie die Gruppe von Prof. Kylie Walters von der University of Minnesota, Minneapolis (NMR-Strukturanalyse). Sobald der Bindungsprozess auf der atomaren Ebene verstanden war, konnte die Gruppe von Prof. Dan Finley an der Harvard Medical School durch Versuche mit verschiedenen Hefearten nachweisen, dass der Vorgang in lebenden Zellen tatsächlich so abläuft, wie es die Strukturmodelle nahelegen.

Für die Krebsforschung ist die Entdeckung dieses zweiten Rezeptors am Proteasom vor allem deshalb interessant, weil man ihn durch Medikamente gezielt blockieren könnte. Er würde dann verhindern, dass Proteine in der Zelle abgebaut werden. Da Krebszellen auf die Abbauprodukte spezifischer Proteine aus Signalkaskaden angewiesen sind, die für ihr Überleben und ihre Verbreitung entscheidend zu sein scheinen, würde man ihnen den Boden für ihr schnelles Wachstum entziehen. Vieles spricht dafür, dass die beiden Rezeptoren selektiv auf bestimmte Proteingruppen reagieren. Ist also einer blockiert, kann der andere weiterhin dafür sorgen, dass nicht mehr benötigte Proteine in das Proteasom eingelassen werden. ◆

Prof. Dr. Ivan Dikic und Dr. Koraljka Husnjak diskutieren die Expression des von ihnen entdeckten neuen Rezeptors Rpn13 im gereinigten Proteasom.

Bei einem Standardtest mit Hefekulturen, der alle möglichen Bindungspartner für das Marker-Protein Ubiquitin anzeigt, fanden die beiden Biochemiker erste Hinweise auf den neuen Rezeptor.

Drei neue FCKWs in der Atmosphäre nachgewiesen

Kurzlebige toxische Verbindungen in Luftproben von Taunus und Jungfraujoch

Die erstmalig in der Atmosphäre identifizierten Substanzen sind wahrscheinlich kurzlebiger als die sieben bisher nachgewiesenen Fluorchlor-Kohlenwasserstoffe. Ihre Konzentrationen in der Hintergrundatmosphäre sind relativ niedrig, so dass die Forscher vom Institut für Atmosphäre und Umwelt der Universität Frankfurt keinen massiven Einfluss auf die Ozonschicht erwarten. Allerdings sind die Substanzen giftig. Johannes Laube und Privatdozent Dr. Andreas Engel prognostizieren in der Fachzeitschrift »Atmospheric Chemistry and Physics Discussions«, dass die neu entdeckten FCKWs in dem Maße an Bedeutung gewinnen, wie die atmosphärische Konzentration der bisher bekannten, langlebigen FCKWs aufgrund der Beschränkungen durch das Montreal-Protokoll zurückgehen.

Erste Spuren hinterließen die kurzlebigen FCKWs bei Luftmessungen am Taunusobservatorium der Goethe-Universität. Aufgrund der Lage auf dem kleinen Feldberg im Vordertaunus werden dort je nach Windanströmung entweder sehr saubere oder durch menschliche Emissionen stark beeinflusste Luftmassen beobachtet. Regelmäßig treten hier schwache Signale auf, die auf bisher nicht identifizierte Substanzen hindeuten. In einer Luftprobe vom 2. Oktober 2007 waren die Konzentrationen einiger Substanzen erstmalig so hoch, dass sie zur Aufnahme eines kompletten Massenspektrums ausreichten. Drei Substanzen konnten eindeutig als Trifluorchlorethen, 3-Chlor-pentafluorpropen und 4,4- Dichlor-hexafluor-1-buten identifiziert werden. Vermutlich handelte es sich bei der Probe um eine Abluftfahne. Die Konzentrationen in dieser Probe wurden auf einige Moleküle der neuen FCKWs pro Milliarde Luftmoleküle geschätzt. In weiteren Messungen konnten Laube und Engel die Substanzen auch in der Luft vom hochalpinen Jungfraujoch-Observatorium in über 3500 Meter Höhe nachweisen.

Es steht zu erwarten, dass der größte Teil der in die Atmosphäre emittierten Mengen dieser Substanzen in der Troposphäre (Luftschicht bis etwa 10 Kilometer Höhe) abgebaut wird und somit die Stratosphäre nicht erreichen kann. In diesem Fall bestünde keine Gefahr, dass das Ozonloch weiter vergrößert wird. Um dies zu überprüfen, plant die Arbeitsgruppe des Instituts für Atmosphäre und Umwelt eine Messkampagne in den Tropen (Brasilien), denn hauptsächlich dort wird die Luft in die Höhe der Ozonschicht gebracht. Mithilfe von großen Forschungsballonen sollen Luftproben aus Höhen von bis zu 35 Kilometern gesammelt werden. Anschließend sollen sie im Frankfurter Laboratorium mit von den Forschern entwickelten, analytischen Methoden untersucht werden. ◆

Am Taunusobservatorium der Goethe-Universität gelang es Frankfurter Atmosphären-Forscher, in einer Abluftfahne erste Spuren von drei bisher nicht bekannten kurzlebigen FCKWs nachzuweisen.

Kann man Elektronen »festnageln«?

Experimente Frankfurter Physiker beenden einen Jahrzehnte währenden Disput mit einer Antwort, die alle zufrieden stellt

Seit 50 Jahren streiten Forscher darüber, ob in Molekülen die nicht bindenden Elektronen in der Nähe der Atomkerne lokalisierbar sind. Bei den äußeren Elektronen ist allgemein akzeptiert, dass sie allen Atomen des Moleküls gemeinsam gehören. Sie bilden eine negative Ladungswolke, in der die Elektronen zwischen den positiv geladenen Kernen hin und her flitzen, also nicht lokalisierbar sind. Aber gilt das auch für die näher am Kern liegenden Elektronen? Sind sie auch im Molekül verschmiert oder gehören sie weiterhin zu einem der Atomkerne? Diese umstrittene Frage, die schon fast einem Glaubenskrieg in der Wissenschaftsgemeinde glich, ist jetzt von einem internationalen Forscherteam unter Leitung Frankfurter Atomphysiker gelöst worden. Die Antwort ist versöhnlich und für beide Parteien überraschend: Aufgrund der Quantentheorie ist die Lokalisierung und die Delokalisierung gleichzeitig möglich.

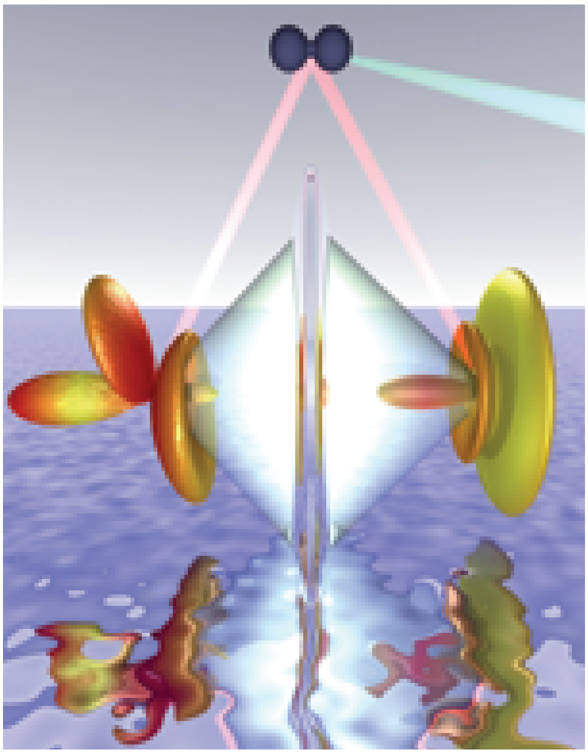
Die Gruppe um Prof. Dr. Reinhard Dörner untersuchte Stickstoffmoleküle (N2), denen sie das innerste, nahe am Kern gelegene Elektron entfernte. Dies geschah mit hochenergetischem Licht aus der Synchrotronstrahlungsquelle an der Advanced Light Source des Lawrence Berkeley National Laboratory in Berkeley, Kalifornien. Bei diesen Photo-Elektronen liegt die Vermutung nahe, dass sie einem bestimmten Kern zugeordnet sind und damit lokalisiert werden können. Sie hinterlassen ein Loch in der inneren Kernschale, welches von einem äußeren Elektron aufgefüllt wird. Unter anderem wird dabei ein zweites Elektron (Auger-Elektron) mit hoher Geschwindigkeit aus dem Molekül katapultiert. Das Auger-Elektron ist quasi eine Sonde, die nachmisst, wo das anfängliche Loch entstanden ist.

„Spukhafte Fernwirkung“ bei Elektronen

Beide Elektronen – das Photo- und das Auger-Elektron – bilden einen verschränkten Zustand, was bedeutet, dass, sobald man das eine gemessen hat, man direkt sagen kann, was mit dem zweiten passiert. Diese von Einstein als »spukhafte Fernwirkung« abgelehnte Vorhersage der Quantentheorie hat man inzwischen mit Zwillingsphotonen nachweisen können. Bei Lichtteilchen bildet sie die Grundlage von Quantenkryptographie und Quantenteleportation. Das gegenwärtige Experiment zeigt erstmals, daß angeregte Moleküle eine Quelle verschränkter Elektronenpaare sind.

Mithilfe der in Frankfurt entwickelten COLTRIMS-Technologie ist es nun erstmals gelungen, solche verschränkten Zustände auch bei Elektronen nachzuweisen. Die Apparatur macht die Wege beider entstehenden Teilchen sichtbar. Wie die Physiker in der angesehen Zeitschrift »Science« berichten, lässt sich die Frage, ob Elektronen lokalisiert sind oder nicht, nur für das gesamte System beantworten. Ist das innerste Elektron lokalisiert, so lässt sich auch das zweite Elektron einem der beiden Atomkerne im Molekül zuordnen. Es gibt aber auch Fälle, in denen man nicht weiß, ob das erste Elektron vom linken oder rechten Atom stammt. Dann ist auch das zweite Elektron delokalisiert.

Mit den Details, die hinter diesen Experimenten stecken, lassen sich die scheinbar widerstreitenden Beobachtungen der vergangenen 50 Jahre als logische Folge der ungewöhnlichen Eigenschaften der Quantentheorie, Verschränkung genannt, verstehen, so dass beide Fraktionen – die des lokalisierten und delokalisierten Bildes – wieder versöhnt werden können. Für Dr. Markus Schöffler, der für die Messungen verantwortlich war, ergeben sich daraus spannende Perspektiven: Er wird an den Fragestellungen, die sich aus seiner Arbeit ergeben, künftig im Rahmen eines Stipendiums der Alexander von Humboldt-Stiftung in Berkeley weiterforschen. ◆



Wo war das Elektron, das der hochenergetische Lichtstrahl (blau) aus dem hantelförmigen Stickstoffmolekül in der oberen Bildhälfte herauskatapultiert hat? Das Bild zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Fall, dass das Photo-Elektron vorher lokalisiert war (links). Auf der rechten Seite ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung für das zweite, das Auger-Elektron dargestellt. Da beide Zustände miteinander verschränkt sind, ist auch das Auger-Elektron lokalisiert.

Die Nok-Kultur und die Geburt figürlicher Kunst Schwarzafrikas

Neue Funde liefern Hinweise, wozu Afrikaner vor mehr als 2000 Jahren Terrakotta-Figuren nutzten

Frankfurter Archäologen sind der Kultur mit der ältesten Kunst südlich der Sahara auf der Spur: In Nigeria sind sie bei ihrer jüngsten Grabung erstmals auf Reste von Terrakotta-Figuren gestoßen, die auf ihren rituellen Gebrauch vor mehr als 2000 Jahren hindeuten.

Im tropischen Wald des westafrikanischen Landes Nigeria liegt eine weitgehend unbekannte archäologische Kultur verborgen. Sie heißt Nok, benannt nach dem ersten Fundort, ist über 2000 Jahre alt und erstreckte sich über eine Fläche von der Größe Hessens, Bayerns und Nordrhein-Westfalens zusammen. Als erste Kultur

Einer von mehreren Befunden mit zahlreichen Fragmenten einer Nok-Terrakotta: Oben liegt der Kopf. Daneben eine weibliche, narbenverzierte Brust, auf der eine kleine Hand ruht. Die anderen Teile stammen vom Körper und den Beinen. Dazwischen liegen Steine, mit denen die Figuren vielleicht zerschlagen wurden.

Eine neben der anderen: Mitten auf der Dorfstraße von Garaje Kagoro liegen zertrümmerte, kunstvolle Tonfiguren der Nok-Kultur. An der rituellen Deponierung der Figuren besteht kein Zweifel. Damit ist erstmals ein Befund entdeckt worden, der den Zweck der ältesten Figuralkunst im subsaharischen Afrika klären könnte.

produzierte sie in Afrika südlich der Sahara auch Eisen. Damit ist das Wissen über die Nok-Kultur fast schon erschöpft. Mit einer Ausnahme: Sie hinterließ Terrakotta-Figuren von Menschen und Tieren. Manche sind über einen Meter groß, und fast alle beeindrucken durch Kunstfertigkeit und Ausdruckskraft. Sie verkörpern die Geburt figürlicher Kunst Schwarzafrikas.

Archäologen des Instituts für Archäologische Wissenschaften widmen sich in einer DFG-Forschergruppe (»Ecological and Cultural Change in West and Central Africa«) der Gesellschaft, die diese Kunst schuf. Dabei spielt die Kunst selbst nur eine Nebenrolle. Sie ist Teil der fundamentalen Veränderungen, die die gesellschaftliche Organisation, die Wirtschaft, die Technologie bis hin zur Umwelt betreffen. Den Wandel erkennen die Archäologen überregional an der plötzlichen Zunahme der Größe von Siedlungen, hinter der ein Bevölkerungswachstum und neue soziale Organisationsformen stehen, an gemeinschaftlichen Erdarbeiten, wie viele Hundert Meter lange Gräben zum Schutz der Siedlungen, an neuen Kulturpflanzen, an den Anfängen von handwerklicher Spezialisierung und Handel, an der Eisenmetallurgie, die einen neuen Werkstoff mit großem Entwicklungspotenzial brachte, und eben auch an »großer Kunst« wie Nok-Terrakotten. In dieser Region Afrikas stellte sich der Wandel plötzlich im ersten vorchristlichen Jahrtausend ein und ist Zeichen einer aufkommenden kulturellen und gesellschaftlichen Komplexität, die den Weg in die moderne Welt vorzeichnet. Für den globalen Vergleich solcher Entwicklungen liefert die Nok-Kultur das mithin früheste subsaharische Beispiel.

Einzigartig für prähistorische Gemeinschaften

Aber auch als Nebensache stellen die Terrakotten der Nok-Kultur etwas Einzigartiges dar. Sie bestechen durch ihre stilistische Einheitlichkeit, ihre reiche Ausstattung an Schmuck und Geräten sowie eine Vielfalt an fantasievollen Haartrachten oder Kopfbedeckungen. Daran fand auch der internationale Kunsthandel Gefallen und löste eine verheerende Welle von bis heute andauernden Raubgrabungen aus. Nirgendwo im subsaharischen Afrika und unseres Wissens auch weit darüber hinaus fertigte eine prähistorische Gemeinschaft eine vergleichbare Menge an kunstvollen Tonfiguren. Sie tauchen überall auf, in kleinen Plätzen am Hang von Bergen, vielleicht einzelnen Gehöften, oder auf etlichen Hektar großen Plätzen, wahrscheinlich Siedlungen, die in der Ebene liegen oder sich über Hügelkuppen erstrecken. Eine Zahl zur Verdeutlichung: in 5 × 5 Meter großen Testgrabungen auf dem Fundplatz Ungwar Kura (»Platz der Hyäne«) fanden wir im letzten Jahr bis zu 300 Teile von Terrakotten, in jedem Quadratmeter über zehn Bruchstücke. Sie lagen zwischen anderen archäologischen Funden wie Keramik, Mahlsteinen, Steinbeilen, Holzkohlen und den seltenen Eisenfunden. Die erste, schlichte Erkenntnis bestand deshalb darin, dass Terrakotten irgendwie zum damaligen Alltag gehörten und dabei offenbar immer zu Bruch gingen.

Kunst überall. Wozu? Sicher für etwas anderes als das, was wir heute und bei uns mit Kunst in Verbindung bringen. In traditionellen afrikanischen Gesellschaften diente gestalterisches Schaffen immer einem Zweck. So dürften auch die Tausende an Nok-Terrakotten wohl kaum der Verschönerung der damaligen Siedlungen und der Erbauung ihrer Bewohner gedient haben. Wozu sonst, darüber fehlt es nicht an größtenteils aus der Luft gegriffenen Ideen. Bei jüngsten Ausgrabungen entdeckten wir nun zum ersten Mal Terrakotten in einem klaren Fundzusammenhang, der uns einen großen Schritt voranbringt, um das Rätsel zu lösen. Gefunden wurden keine diffusen Fundstreuungen, sondern Befunde, die Licht werfen auf die rituelle Praxis einer afrikanischen Gesellschaft, die den

Die Autoren

Prof. Dr. Peter Breunig, 56, leitet den Arbeitsbereich Archäologie Afrikas im Institut für Archäologische Wissenschaften und ist seit 1992 Professor an der Goethe-Universität.

breunig@em.uni-frankfurt.de

Dr. Nicole Rupp, 42, arbeitet als wissenschaftliche Mitarbeiterin in der DFG-Forschergruppe »Ecological and Cultural Change in West and Central Africa«, sie leitet die archäologischen Feldarbeiten zur Nok-Kultur.

n.rupp@em.uni-frankfurt.de

www.araf.de/

Beginn ausdifferenzierter komplexer Gemeinschaften signalisiert.

Unter der Dorfstraße: Befunde, die Licht werfen auf die rituelle Praxis

Angefangen hat es im Dorf Garaje Kagoro mit dem Ausheben einer Grabgrube im Hof des Gehöfts einer verstorbenen alten Frau. Angehörige, die die Arbeit erledigten, stießen etwa zwei Meter tief im Boden auf eine Terrakotta der Nok-Kultur. Sie war zerbrochen. Der Beschreibung des Fundes nach zu urteilen, lagen die Stücke auf einem Pflaster aus faustgroßen Steinen. Eine aufregende Entdeckung, die einen Hinweis auf den Zweck der Figuren versprach. Den Hof konnten wir nicht umgraben, um nach weiteren Befunden zu suchen. Aber der Zufall, der in der Archäologie eine große Rolle spielt, kam zur Hilfe. Jemand berichtete, dass etwa 300 Meter entfernt, mitten auf der Dorfstraße, ähnlich aussehende Stücke gebrannten Tons im Boden steckten. Es sah aus, als stammten sie von einem vergrabenen Tongefäß. Daneben lagen aber wieder faustgroße Steine, genauso wie bei dem Fund in der Grabgrube.

Das vermeintliche Tongefäß entpuppte sich als der gut erhaltene Kopf einer Nok-Terrakotta mit interessanten Details, wie einer von den Mundwinkeln ausgehenden Narbenverzierung. Kopfbedeckung oder Haartracht fehlten; sie fielen den vielen Schritten auf der Dorfstraße zum Opfer. Unter dem Kopf fanden wir weitere interessante Dinge: der Hals mit einer Kette verziert, weibliche Brüste, ebenfalls narbenverziert, Oberkörper und Beine – Teile einer ehemals ganzen Figur. Dazwischen lagen faustgroße Steine. Die Ausgrabung umfasste schließlich 50 Quadratmeter und erstreckte sich quer über die Dorfstraße – natürlich mit Zustimmung der Betroffenen. Acht weitere Befunde wurden entdeckt, einer neben dem anderen, in etwa zwei Metern Abstand voneinander. Wie der erste, bestanden die meisten aus einer zerbrochenen Terrakotta und den kleinen Steinen. Zwischen den Befunden lag rein gar nichts. Steine und Scherben – was sie miteinander zu tun haben und was sich hier vor 2000 Jahren oder mehr ereignete, wird die genaue Analyse ihrer Position zueinander klären. Gleich, ob die Terrakotten auf den Steinen standen oder mit den Steinen zertrümmert wurden, ob sie Abbild von Göttern oder Verstorbenen waren, am rituellen Charakter des Platzes und an der erstmals belegten rituellen Deponierung der Terrakotten besteht kein Zweifel. Es ist denkbar, dass die Figur, die beim 300 Meter entfernten Grab entdeckt wurde, zum anderen Ende der Fundstelle gehört. Wenn das stimmt, dann liegen allein im Boden von Garaje Kagoro mehr Terrakotten, als der Wissenschaft bislang insgesamt bekannt sind. Damit zeigt sich das enorme Forschungspotenzial, das in der Nok-Kultur steckt, und dem sich das Frankfurter Team in einem langfristig konzipierten Vorhaben zukünftig widmen will. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft sieht in solchen Fällen als Projektform sogenannte Langfristvorhaben mit einer Laufzeit von bis zu zwölf Jahren vor. Ein entsprechender Antrag wird demnächst eingereicht. ◆

Das Gesicht einer der Nok-Terrakotten mit den typischen dreieckförmigen Augen und der eingestochenen Pupille: Der obere Teil mit der Frisur oder der Kopfbedeckung fehlt. Er ragte aus dem Boden und fiel vermutlich dem Verkehr auf der Dorfstraße zum Opfer.

Wikipedia und die Bedeutung der sozialen Netzwerke

Netzwerkanalyse liefert Einblicke, wie soziale Prozesse das Handeln Einzelner bestimmen

von Christian Stegbauer

Wikipedia, die größte Online-Enzyklopädie, gibt Rätsel auf: Was treibt so viele Menschen an, in ihrer Freizeit an einem virtuellen Lexikon mitzuarbeiten? Wie kommt es, dass das Niveau der meisten Beiträge so hoch ist und Fehler so schnell korrigiert werden, zumal der Zugang für jeden ohne Ausweis seiner Qualifikation frei ist? Mithilfe der Netzwerkanalyse lässt sich nachweisen, dass schon die Einbindung in ein solches Netzwerk wie Wikipedia das Handeln bestimmt und auch die Motivation beeinflusst.

Traditionelle Erklärungen für kollektives Handeln, nach denen der Nutzen für den Einzelnen klar zu bestimmen ist, treffen auf die Personen, die für Wikipedia Text liefern, nicht zu. Denn die Teilnahme ist freiwillig, und niemand erhält eine Bezahlung, und auch die im Wissenschaftsbereich verbreitete Währung der Reputation nehmen die meisten Beteiligten nicht als Belohnung entgegen, da sie unter Pseudonym schreiben. Dieser individuelle Nutzen spielt nur am Rande eine Rolle: So sind die bekanntesten Aktivisten gern gesehene Interviewpartner für die Medien, und dort werden sie natürlich mit ihrem richtigen Namen genannt. Auch nach innen wirkt ein Reputationssystem, das durch Wettbewerbe für die besten Artikel angestachelt wird. Solche Belohnungen sind nur für einen harten Kern von Bedeutung, damit lässt sich aber nur schwer erklären, warum die Masse der Freiwilligen mitmacht.

Für Soziologen bleiben zwei Teilnahmemotive interessant: die generalisierte Reziprozität und die hinter dem Wikipedia-Projekt stehende Ideologie. »Generalisierte Reziprozität« umschreibt folgendes Phänomen: Wenn jemand die Online-Enzyklopädie häufiger ohne Bezahlung nutzt und er sich vorstellen kann, dass andere viel Arbeit hineingesteckt haben, mag diese Person eher gewillt sein, der Allgemeinheit etwas zurückzugeben. Ähnliche Motive findet man bei anonymen Spendern für gemeinnützige Einrichtungen. Hinter Wikipedia steht die Ideologie, Wissen aus Zwängen des Copyrights zu befreien und Benutzern kostenfrei zur Verfügung zu stellen, mit dem Willen, es allen Nutzern gleichermaßen zugutekommen zu lassen. Die Qualität von Schulreferaten ist dann beispielsweise nicht mehr abhängig vom Geldbeutel und Bildungsstand der Eltern – ein Brockhaus im Regal ist kein eindeutiger Vorteil mehr. Wenn alle auf die Wissensbestände Zugriff haben, wird ein Stück Chancengleichheit hergestellt. Und was die Produktion der Inhalte angeht, so kristallisiert sich die von vielen getragene Vorstellung heraus, man könne das Wissen der Menschheit zusammenstellen, wenn jeder ein Stück seines Wissens beiträgt. Durch Wikipedia weht also der Wind der Aufklärung.

Sicher sind diese Motive besonders für Einsteiger von Bedeutung. Doch reichen sie für ein länger andauerndes Engagement aus? Unsere Hypothese ist: Die Beteiligung wird über die Einbindung in einen sozialen Zusammenhang reguliert. Das bedeutet, der Fokus unserer Untersuchungen liegt nicht auf der individuellen Motivation, sondern wir erklären die Mitarbeit durch die Beziehungen und die Struktur der Beziehungen, die die Teilnehmer untereinander verbindet. Die Netzwerkanalyse stellt Methoden für die Betrachtung von Beziehungsstrukturen zur Verfügung.

Aufklärung des Rätsels und Einsatz neuer Analyseverfahren

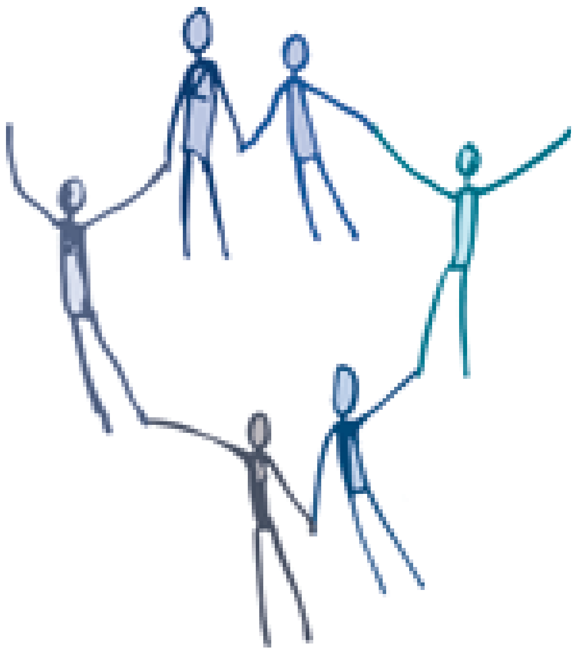
Mit der Analyse sozialer Netzwerke ist der Einsatz relativ neuer Instrumente der empirischen Sozialforschung verbunden [siehe Informationskasten »Netzwerkforschung: Theorien und Methoden«, Seite 17]. Zwar gab es Ansätze zur Untersuchung sozialer Netzwerke bereits in den 1930er Jahren, etwa durch den Psychologen Jakob Moreno, und in den 1940er Jahren durch die Anthropologen der Manchester Schule, zu der unter anderem Alfred Radcliffe-Brown, Max Gluckmann, John Barnes, Elisabeth Bott, Siegfried Nadel gehörten; einen echten Durchbruch erzielten jedoch erst Ende der 1960er Jahre Harrison White und seine Arbeitsgruppe in Harvard./1/ Mit den neuen Verfahren wurde es möglich, Positionen und ihre Beziehungen zueinander zu untersuchen. Vor allem von Harvard aus strahlte das neue Denken der Netzwerkforschung in den USA aus und entwickelte sich bis heute zu einem der wichtigsten Paradigmen der Sozialforschung. Im deutschsprachigen Raum dagegen kommen, obgleich es Anfang der 1980er Jahre bereits einen Netzwerkforschungsverbund gab, derartige Forschungen erst jetzt in Schwung.

In den Illustrationen werden verschiedene Grundformen von Netzwerken dargestellt, die in Untersuchungen zu Kommunikationsflüssen immer wieder eine Rolle spielen.

In dieser Konstellation der »Kette« kann eine Information immer nur von einer Person an die nächste weitergegeben werden. Sie ist ein Prototyp einer relativ ineffizienten Weise der Informationsweitergabe. Bekannt und überzeichnet findet man diese im Sketch »Führungskettenreaktion« von Wolfgang Neuss oder im Kinderspiel »Stille Post«.

Während man in der Netzwerkforschung Beziehungen erfasst und die Struktur der Beziehungen deutet, erhebt man in der klassischen Umfrageforschung personale Attribute oder Merkmale von Haushalten. Diese werden dann in der Untersuchung für die Personen oder Haushalte aggregiert. Zusammenhänge versucht man durch Kombination von Merkmalen aufzuklären. Dies bedeutet aber, dass in konventionellen Befragungen die bedeutsamen sozialen Beziehungen zerlegt werden und man dann die Eigenschaften von isolierten Akteuren untersucht. Dagegen betont die Netzwerkforschung, dass es die Beziehungen, vielmehr das Beziehungsgeflecht ist, welches die Handlungsmöglichkeiten der Beteiligten beeinflusst. Mehr noch: Das Netzwerk ist nicht nur bedeutsam für die Möglichkeiten und Einschränkungen von Handlungen, die Netzwerkposition ist mitverantwortlich für die Herausbildung von Handlungspräferenzen. Mit klassischen Techniken der Sozialforschung, sei es die Umfrageforschung oder seien es die eingeführten qualitativen Verfahren, kann man genau diesen Kontext nicht erfassen.

Der »Ring« steht dafür, dass jeder Teilnehmer nur mit seinem lokalen Nachbarn in Kontakt steht. Dies ist ein Beispiel für einen »lokalen« Informationsaustausch, wie man ihn sich beispielsweise für Stammesgesellschaften vorstellt, die noch kaum über eine Verkehrs- oder Telekommunikationsinfrastruktur verfügen.



Soziale Position als Triebkraft für das Handeln

Auch für die Untersuchung der Frage, warum sich Menschen an der Erstellung von Wikipedia beteiligen, werden von einigen Forschern Befragungen nach dem herkömmlichen Verfahren eingesetzt. So wurde zum Beispiel in einer Studie von Psychologen an der Universität Würzburg/2/ festgestellt, dass für Personen, die sich stärker bei Wikipedia engagieren, das Verhältnis von Kosten und Nutzen ungünstiger sei als bei weniger engagierten Personen. Die Befragung kommt, obwohl den Akteuren rationales Verhalten unterstellt wird, zu einem dem rationalen Verstand entgegengesetzten Ergebnis. Warum sollten sich Menschen mehr engagieren, wenn die »Kosten« dafür so hoch sind? Wenn Befragungen hierauf keine Antwort geben können, vielleicht schafft es die Netzwerkanalyse? Man kann annehmen, dass der soziale Zusammenhang es bewirkt, dass Einzelne sich weit mehr engagieren, als sie dies bei reiner Kosten-Nutzen-Abwägung tun würden. Dies soll im Weiteren erklärt werden.

Wenn wir, wie in der Netzwerkforschung üblich, unterstellen, dass die soziale Position eine wesentliche Triebkraft für die Handlungen ist, stehen wir im Einklang mit einigen klassischen Soziologen, wie Georg Simmel (1858–1918), dessen Theorie in jüngster Zeit eine Renaissance erlebt. Wir gehen davon aus, dass das menschliche Handeln durch den Kontext der Beziehungen im Wesentlichen bestimmt wird. Für Simmel waren es die Formen des gesellschaftlichen Zusammenlebens, die unser Verhalten bestimmen. Mittlerweile würde man sagen, dass Beziehungen in Positionen mit zugehörigem Rollenhandeln geordnet sind. Wir nehmen an, dass die Identität – also das, was unsere Eigenheit als Mensch ausmacht – in starkem Maße damit zusammenhängt, in welcher Position wir uns in den Netzwerken befinden. Das bedeutet auch, dass das Handeln und die Präferenzen, nach denen dies geschieht, in Verbindung mit der eigenen Stellung in einer konkreten sozialen Situation stehen. An dieser Stelle findet sich eine starke Beziehung zur klassischen Rollentheorie. Die Rollentheorie sah sich jedoch in den 1980er Jahren (beispielsweise durch Habermas'»Theorie des kommunikativen Handelns«) starker Kritik ausgesetzt, weil man sie so verstehen konnte, dass die Menschen Sklaven ihrer Rolle seien und daher kaum für ihr Verhalten verantwortlich gemacht werden könnten.

Zentralisiertes Netzwerk. Der Informationsfluss läuft über einen zentralen Akteur. Diese Konstellation ist, wie Experimente gezeigt haben, wesentlich effizienter als die Kette oder der Ring. Allerdings wird die Funktion des zentralen Akteurs dabei so sehr aufgewertet, dass hierüber leicht Hierarchien entstehen. Gleichzeitig ist es das Modell, nach dem Organisationen aufgebaut werden.

Eine Person und ihre unterschiedlichen gruppenbezogenen Identitäten

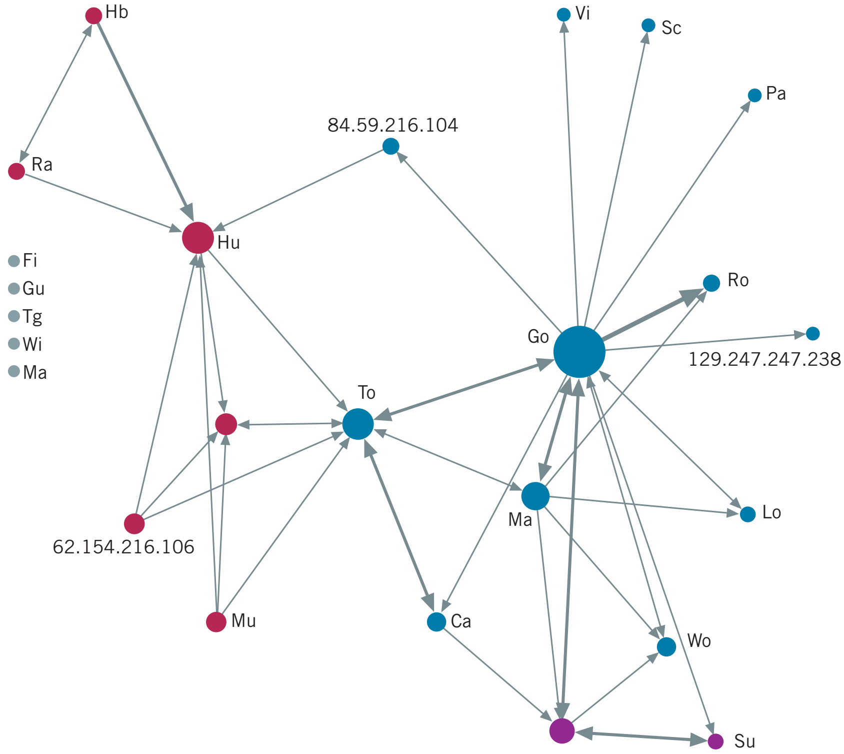
In den neueren netzwerkanalytisch fundierten Theorien werden Positionen und das mit ihnen konforme Handeln als viel variabler und aushandlungsfähiger angesehen. Die Art und Weise, wie jemand handelt, ist danach weit weniger von vornherein festgelegt, es werden weitere Spielräume konstatiert. Dennoch findet die Identitätsbildung in solchen Netzwerkkontexten statt, wobei allerdings die Identität nicht nur als strikt personale Eigenschaft angesehen wird, es bilden sich in allen sozialen Situationen eigene Identitäten mit eigenen positionalen Beziehungen, die von denen anderer Situationen abweichen können. Somit kann eine Person in unterschiedlichen Beziehungsgeflechten auch verschiedene Identitäten haben. Diese Analyse ist aber nicht nur auf eine Person bezogen, es kann positionenbezogene Identitäten ebenso geben wie gruppenbezogene Identitäten. Wie unterschiedlich die Verhaltensweisen in Abhängigkeit von der positionalen Identität sein können, wissen wir, wenn wir es mit jemandem zu tun haben, der zu Hause Dialekt spricht, wir aber mit ihm auf Hochdeutsch kommunizieren. Wird er von zu Hause angerufen, verfällt er in die Sprache seiner Herkunftsfamilie, eine Sprache, die er mit uns vielleicht gar nicht zu reden vermag. Ähnliche Unterschiede finden sich auch im Positionengefüge von Wikipedia. Hier handeln die Personen meist gemäß ihrer positionalen Identität, etwa als Administrator. Häufig findet man Konkurrenzen zwischen einzelnen Administratoren. Wird aber einer von außen kritisiert, so solidarisieren sich auch solche Akteure untereinander, die ansonsten in Konkurrenz zueinander stehen. Sie handeln dann sprichwörtlich »wie ein Mann«, also rückbezogen auf ihre gruppenbezogene Identität.

Trotz dieser Vielschichtigkeit stellen Positionen und zugehörige Rollen ein Stück sozialer Normierung und damit Verhaltenssicherheit her. Die durch das Positionensystem ausgedrückte Beziehungsstruktur stellt Erwartungen her, die den Handlungen erst eine halbwegs abschätzbare Grundlage bieten. Dies lässt Platz für individuelle Spielräume, obgleich »Strukturen«, das heißt Erwartungen an das Verhalten der anderen Beteiligten sehr schnell entstehen. Solche Erwartungen und die Erwartungen an die Erwartungen der anderen Menschen werden in der Systemtheorie »doppelte Kontingenz« genannt. Hierdurch bilden sich dann, trotz Verhaltensvariationen, relativ stabile Handlungsstrukturen, da diese nicht ohne Weiteres einseitig aufgekündigt werden können.

Wie wird ein Akteur zum Koordinator? Ein Beispiel aus Wikipedia

Was bedeutet dies nun für die Mitarbeit an Wikipedia? Mithilfe der Netzwerkanalyse können wir Strukturen ermitteln; durch Kombination der Netzwerkanalyse mit anderen Sozialforschungsmethoden können wir auch eine Feinanalyse der Beziehungsstruktur vor-nehmen. Am Beispiel eines Artikels aus dem Bereich der Philosophie, dem Artikel »Logik«, soll dies aufgezeigt werden. Um das Beispiel verstehen zu können, muss man wissen, dass zu jedem Artikel in Wikipedia ein Diskussionsbereich gehört, in dem sich die Autoren über Inhalte abstimmen können. Wenn man die gerichteten Beiträge zu diesem Diskussionsbereich als Beziehungen deutet, kann man daraus eine Netzwerkmatrix konstruieren. Gerichtet ist ein Beitrag dann, wenn eine andere Person angesprochen wird. Diese Netzwerkmatrix lässt sich grafisch darstellen. 1

Betrachten wir das abgebildete Beziehungsnetzwerk 1 von links nach rechts: Links oben sehen wir fünf unverbundene Teilnehmer. Die Isolation dieser Teilnehmer ist darauf zurückzuführen, dass sie sich in ihren Beiträgen im Diskussionsbereich des Artikels auf keinen anderen Teilnehmer bezogen und im Anschluss an ihren Beitrag kein anderer auf die von ihnen eingebrachte Sequenz einging. Als Nächstes sehen wir ein



1 Gerichtetes Diskussionsnetzwerk um den Wikipedia-Artikel »Logik«. Die Farben entsprechen Positionen, die aus einer positionalen Analyse gewonnen wurden. Die Dicke der Knoten entspricht ihrer Zentralität.

Was ist Wikipedia?

Der Name setzt sich aus dem Wort »Wiki«, was in Hawaianisch »schnell« bedeutet und dem Wortteil »pedia« vom englischen »Encyclopedia« zusammen. Anfang 2001 gegründet, hat sich das Projekt auf die Fahnen geschrieben, eine »freie Enzyklopädie« zu erstellen. Die Artikel stehen unter einer freien Lizenz, so dass die Inhalte von jedermann ohne Copyright-Probleme genutzt werden können. Das Besondere an Wikipedia ist, dass es keine formale Beschränkung auf einen bestimmten Autorenkreis gibt. Prinzipiell kann jeder an den Artikeln mitschreiben, es existiert auch keine formale Redaktion, die über die Inhalte wacht. Seit der Gründung entstand eine enorme Dynamik, die dazu führte, dass bis heute in der deutschsprachigen Wikipedia über 700 000 Artikel erstellt wurden.

Die Tatsache, dass bei Wikipedia zu einem großen Anteil Laien, zumindest aber keine »offiziell« zertifizierten Experten die Inhalte erstellen, stößt bei vielen Beobachtern, nicht zuletzt bei der Konkurrenz, auf Vorbehalte. Während Brockhaus noch etwa 60 Redakteure beschäftigt, von denen annähernd 1000 Fachautoren aufgrund von Empfehlungen und der Produktion einschlägiger Literatur ausgewählt werden,[/1/] spielen solche Kriterien bei Wikipedia keine Rolle.

Daher galt es als große Überraschung, als bei verschiedenen Vergleichen der Inhalte der Online-Enzyklopädie mit etablierten Nachschlagewerken Wikipedia keineswegs schlechter abschnitt. Wikipedia wies auch nicht mehr Fehler auf als beispielsweise in der Encyclopedia Britannica. Ähnliche Vergleiche wurden in verschiedenen anderen Zeitschriften veröffentlicht und bestätigten die Qualität der Wikipedia-Beiträge. Hinsichtlich des Umfangs und der Vielfalt der behandelten Themen gibt es kein vergleichbares Nachschlagewerk.

Obwohl Wikipedia insgesamt ein hohes Qualitätsniveau bestätigt wurde, gibt es auch Ausnahmen: So wurden Manipulationen an verschiedenen Artikeln dokumentiert und gar falsche Angaben aufgedeckt. Hohe Wellen schlug die »Seigenthaler Affaire«. Ein Unbekannter hatte in einem Artikel über den Journalisten John Seigenthaler unterstellt, er sei in den Mord an John F. Kennedy verwickelt gewesen. In einem Artikel in USA-Today klärte Seigenthaler am 29. November 2005 selbst darüber auf. Immer wieder wurden Manipulationen an Wikipedia bekannt, so etwa, dass das PR-Team von Siemens den Beitrag über den damaligen Vorstandsvorsitzenden Kleinfelder veränderte.

Zwar wird das hinter Wikipedia stehende Prinzip, dass jeder sich beteiligen kann, im Vergleich zu anderen ähnlichen Projekten als einer der wichtigsten Erfolgsfaktoren angesehen. Dies macht aber andererseits die Inhalte für Manipulationen anfällig und nicht in allen Bereichen, insbesondere dort, wo es nur wenige Experten gibt, rettet das aus der Bewegung der freien Programmierung abgeleitete Prinzip »given enough eyeballs, all bugs are shallow« (wenn genügend Leute drauf schauen, verschwinden alle Fehler) die Qualität. Ein gewisses Maß an Unsicherheit müssen Nutzer von Wikipedia in Kauf nehmen, aber darauf wird in Wikipedia selbst auch hingewiesen.

Literatur

/1/ Exkurs 3: Aus der Werkstatt eines großen Lexikons. www.brockhaus.de/files/Exkurs III_Werkstatt.pdf (14. 02. 2008).

/2/ Giles, Jim, 2005, Internet encyclopaedias go head to head. Nature 438: 900–901 (15 December 2005), http://dx.doi.

2 Ablauf der Kooptierung – ein Protokoll von den Diskussionsseiten von Wikipedia.

- Teilnehmer Go tritt am 20. November 2005 zum ersten Mal im Diskussionsbereich des Artikels auf.
- Sein zweiter Beitrag kommt am 19. Dezember (»Ich möchte die Kapitelstruktur zur Diskussion stellen.«).
- 19. Dezember 2005: Auf einen Vorschlag von Go antwortet Teilnehmer Pa, ein bekannter Wikipedianer und späterer Admin: »Gute Idee, ich finde das sinnvoll.«
- In den nächsten Tagen muss Go seinen Vorschlag verteidigen und genauer begründen, vor allem im Positionskampf gegenüber Teilnehmer Ro.
- 29. Dezember 2005: **Kooptierung** – Teilnehmer Ma an Go: »(… Inhalt …) Lass Dich nicht gleich so einschüchtern. :-) Probier's doch einfach – denk immer daran. [WP: SMImutig zu sein]. [Zur Erläuterung: In Wikipedia selbst sind als Richtlinie für die Teilnehmer eine Reihe von Verhaltenshinweisen festgehalten. Einer dieser Hinweise lautet: »Sei mutig«. Dort wird gesagt, dass Wikis nur funktionierten, wenn die Teilnehmer Mut bewiesen http://de.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Sei_mutig (02. 05. 2008)] Ich fänd's gut, wenn Du den Abschnitt hier mal überarbeiten würdest.«
- In einer späteren Auseinandersetzung »hilft« Ma der Position von Go.

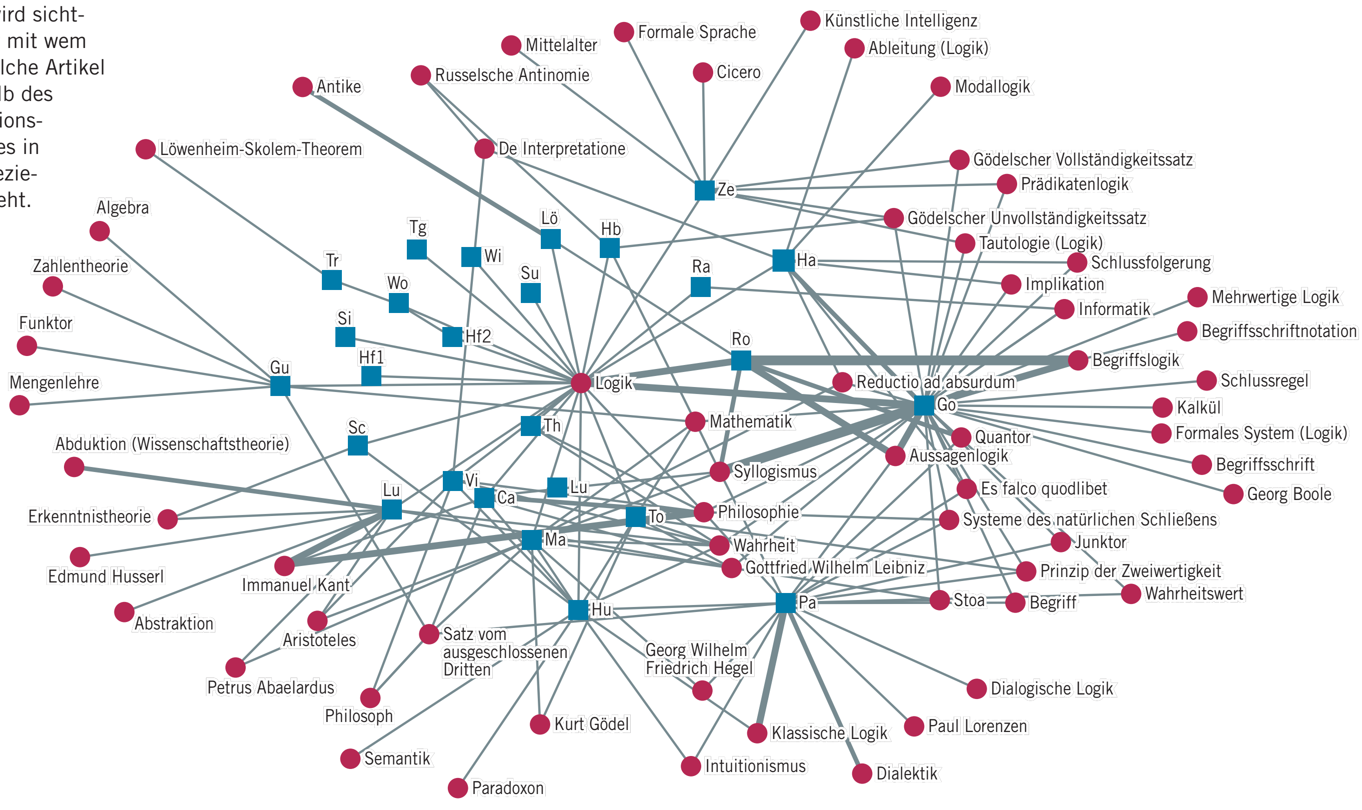
relativ separiertes (hier rot dargestelltes) Gebilde, welches über zwei Hauptakteure verfügt. Dies lässt sich durch die Dynamik in der Zeit erklären. Es handelt sich um Teilnehmer, die sich zwar für eine gewisse Zeit beteiligten, irgendwann aber ihr Engagement in diesem Bereich aufgaben. Die Positionen waren zu diesem Zeitpunkt noch nicht stabilisiert. Eine Stabilisierung findet erst später statt, und diese lässt sich auch in der Grafik beobachten.

Das Gebilde ist über zwei Teilnehmer mit der Struktur auf der rechten Seite verbunden. Hier finden wir einen eindeutig zentralen Akteur, den Teilnehmer »Go«. Die Grafik visualisiert, dass er sich in der Diskussion an fast alle anderen Teilnehmer richtet, beziehungsweise die anderen Teilnehmer adressieren ihre Beiträge an ihn. Er ist der zentrale Teilnehmer – und er hat nicht nur in der Diskussion zum Artikel »Logik« eine herausragende Position: Er ist auch der zentrale Autor, der am Ende unserer Untersuchungsperiode die Position des Artikelkoordinators innehat. Zwar muss der Koordinator auf Änderungsvorschläge von anderen Teilnehmern eingehen, mit dieser Position ist aber auch die Autorität verbunden, sich leichter gegen andere durchzusetzen.

Zur Interpretation des Netzwerkgraphen ist es notwendig, zusätzliche Informationen heranzuziehen. Dies können Attribute sein, etwa die Zahl der Bearbeitungen in Wikipedia oder auch, ob ein Teilnehmer Administrator ist, also eine formale, weil nach einem Wahlsystem bestimmte, Position innehat. Darüber hinaus kann man den Inhalt der Diskussion auf Hinweise untersuchen, wie es dazu kam, dass der Teilnehmer zum Koordinator wurde. Es war nicht die Initiative des Teilnehmers selbst, sondern ein prominenter anderer ermutigt ihn, eine weitreichende Änderung am Artikel vorzunehmen. Dies war die Initialzündung, es wirkte als eine Kooptierung, bei der ein einzelner prominenter Teilnehmer die Möglichkeit wahrnahm, einem anderen Teilnehmer eine Funktion über die Köpfe der anderen hinweg zuzuweisen. Mitentscheidend ist, dass der »kooptierende« Teilnehmer selbst mit Autorität ausgestattet ist: Er ist gleichzeitig innerhalb der Wikipedia der Koordinator des Projektes Philosophie und damit innerhalb dieses inhaltlichen Bereiches einer der wichtigsten Akteure. 2

Mit dem Diskussionsbeitrag am 29. Dezember setzt der Portalkoordinator »Ma«, der am meisten an dem Artikel gearbeitet hatte, den Vorschlag des Teilnehmers »Go« durch. Gegen dieses »Machtwort« konnte kein

3 Zweimodales Artikel-Diskussionsnetzwerk der mit »Logik« verlinkten Artikel: Dargestellt werden alle Diskussionen zu Artikeln, die mit dem Artikel »Logik« verlinkt sind: Die Artikel sind als rote Kreise dargestellt, die Teilnehmer als blaue Quadrate. Auf diese Weise wird sichtbar, wer mit wem über welche Artikel innerhalb des Diskussionsbereiches in einer Beziehung steht.



anderer Teilnehmer einsprechen. Gleichzeitig gibt er Teilnehmer »Go« grünes Licht dafür, als Artikelkoordinator tätig zu werden. Er bekommt auf diese Weise Autorität verliehen. Dass es sich vor allem gegenüber dem Teilnehmer »Ro« um eine über Inhalte ausgetragene Auseinandersetzung zu Positionen handelt, erkennt man, wenn in die Netzwerkanalyse das Umfeld des Artikels mit einbezogen wird. 3 Wir sehen, dass

Netzwerkforschung: Theorien und Methoden

Durch die Netzwerkanalyse im Bereich der Sozialwissenschaften können wir heute einen anderen Blick auf die Struktur sozialer Beziehungen werfen: Neu ist vor allem die Blickrichtung: Wir interessieren uns dafür, was es bedeutet, dass die Menschen in Beziehung zu anderen stehen. Neu sind aber auch zahlreiche Analyseverfahren. Erhebt man für ein bestimmtes Kollektiv die Beziehungen, so kann man diese in einer Beziehungsmatrix anordnen. Solche »Beziehungsmatrizen« sind jedem aus Entfernungstabellen bekannt. So wie dort die Entfernung zwischen zwei Städten angegeben wird, steht in einer Beziehungsmatrix, wer mit wem in Beziehung steht, eventuell auch, wie stark diese Beziehung ist und ob es sich um eine gerichtete oder eine ungerichtete Beziehung handelt. Diese Matrix ist die Grundlage für die meisten Analysen, für die unterschiedliche Methoden zur Verfügung stehen.

Es handelt sich aber nicht nur um eine methodologische Innovation. Die Analysen sind eingebettet in neue Theorien. Grundsätzlich lassen sich heute zwei gängige Theoriestränge in der Netzwerkforschung unterscheiden: Der erste sieht die Identitäten der Menschen als gegeben an und das sie umgebende Netzwerk als die »Infrastruktur« für ihr Handeln. Das bedeutet beispielsweise, dass man Menschen, etwa Manager, dazu bringen kann, die Struktur der Netzwerke zu erfassen und für ihr strategisches Handeln nutzbar zu machen. In diesem Zusammenhang wurde die Theorie der strukturellen Löcher [Burt 1992] entwickelt. Die dahinterstehende Idee besagt, dass wir alle in Gruppen eingebunden sind. Schaut man sich die Verbreitung von Informationen innerhalb einer solchen Gruppe an, so findet man, dass sich Informationen sehr schnell verbreiten. Fragt man also beispielsweise einen direkten Kollegen, so ist es unwahrscheinlich, dass man etwas Neues erfährt. Über Kontakte zu entfernt liegenden Gruppen ist der Manager in der Lage, an aktuellere Informationen zu gelangen. Er verfügt in diesem Fall über einen Informationsvorsprung, der von ihm strategisch genutzt werden kann, wenn es etwa um das Wissen über Märkte geht.

Die zweite Theorie, die mit der ersten in Konkurrenz steht, behauptet, dass sich Identitäten mit ihren Handlungspräferenzen erst in den Netzwerken herausbilden. Das bedeutet, dass es nicht ein außerhalb der Menschen liegendes Handlungsprinzip, etwa der Nutzenmaximierung, gibt, sondern Handlungspräferenzen als ein Resultat der Auseinandersetzung mit ähnlichen anderen in einer Netzwerkposition erst entstehen. Mit diesem theoretischen Modell kann man leichter Handlungen erklären, die nur schwer durch eine Kosten-Nutzen-Abwägung verstehbar wären. Drastische Beispiele hierfür sind Rettungsaktionen für andere, bei denen das eigene Leben aufs Spiel gesetzt wird.

Die meisten empirischen Netzwerkanalysen fußen auf den Grundlagen der Matrizenrechnung und der Graphentheorie. Beziehungen werden durch eine oder mehrere Beziehungsmatrizen erfasst. Die Akteure werden darin als Knoten und deren Beziehungen als Kanten bezeichnet. Man kann mit solchen Matrizen rechnen oder diese grafisch darstellen. Es gibt Untersuchungsmethoden, die eher dem ersten Theoriestrang nahestehen, und solche, die eher zum zweiten Interpretationsbereich gehören: Beim ersten untersucht man stärker die Eigenschaften der Knoten, beispielsweise wie zentral diese für die Erreichbarkeit aus unterschiedlichen Netzwerkbereichen sind. Für den zweiten Untersuchungsbereich wurden Verfahren der positionalen Analyse entwickelt: Hierbei geht es darum, beispielsweise Cluster von Personen (»Blöcke« im Fachjargon) mit ähnlichen Beziehungen zu ähnlichen anderen zu ermitteln. Solche Personen werden dann im Modell als gegeneinander austauschbar, als strukturell äquivalent angesehen.

Da Beziehungsnetzwerke aufgrund des enormen Aufwandes nur schwer repräsentativ zu erheben sind, behelfen sich die Soziologen in Umfragen mit sogenannten egozentrierten Netzwerken. Das bedeutet, dass man Befragte über einen Beziehungsgenerator Netzwerkpersonen benennen lässt. Anschließend kann man beispielsweise danach fragen, welche dieser Personen welche soziale Unterstützungsleistung erbringt. Durch ein solches Vorgehen kann repräsentativ gezeigt werden, dass sich Familienbeziehungen nicht durch Freundschaften ersetzen lassen und dies nicht nur, weil bei Geld die Freundschaft aufhört. Die Netzwerkforschung konnte nachweisen, dass Freunde nur für kurzfristige Unterstützung zur Verfügung stehen. Fallen die Familienmitglieder beispielsweise im Krankheitsfall aus, lässt sich die in der Familie geleistete Pflege nicht durch Freunde ersetzen [Schulz 1996].

Literatur

Schulz, Reiner, 1996, Der Familienstand als Determinante der Struktur des familialen Hilfs- und Unterstützungsnetzwerks. Zeitschrift für Bevölkerungswissenschaft 21, 1, 3–27.

Stegbauer, Christian (Hrsg.), 2008, Netzwerkanalyse und Netzwerktheorie. Wiesbaden: VS.

Die Grundkonstellation einer Clique: Jeder steht mit jedem in Verbindung. Durch die enge Verbindung zwischen den Akteuren sind Informationen redundant vorhanden: Egal, wen ich nach etwas frage, bekomme ich immer in etwa die gleichen Informationen.

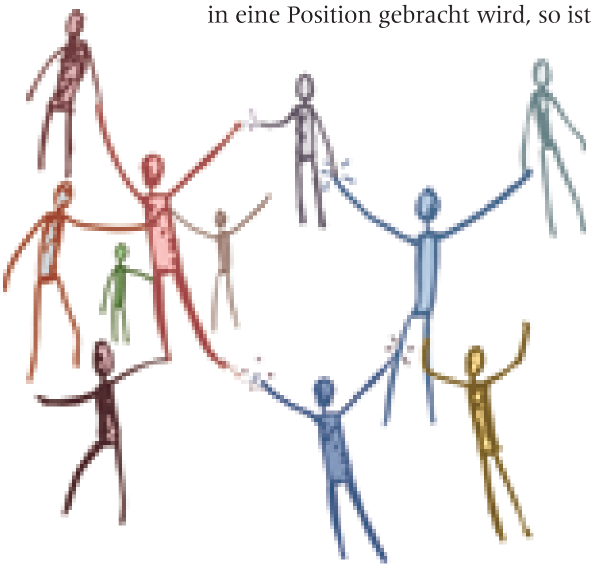
die beiden Kontrahenten »Ro« und »Go« nicht nur um die Führungsposition im Diskussionsbereich des Artikels »Logik« ringen, sie sind auch über weitere Diskussionen miteinander verbunden und sich also nicht unbekannt. Der einflussreiche Akteur »Ma« ist dagegen stärker in anderen Diskussionen aktiv.

Aus der Beziehungsstruktur erwächst Verantwortung

Wenn die ablaufenden Prozesse hier mit »Ringen um die Führungsposition« beschrieben werden, dann bedeutet dies nicht unbedingt, dass die Akteure willentlich und zielstrebig diese Position einnehmen möchten. Die Zuordnung zur Führungsposition ist ein Ergebnis der bis dahin vorhandenen Beziehungsstruktur. Sie wäre nicht möglich gewesen, wenn diese Position bereits durch einen anderen Teilnehmer besetzt gewesen wäre. Wenn ein Teilnehmer auf diese Weise in eine Position gebracht wird, so ist er in seiner Handlungsfreiheit eingeschränkt, denn die anderen Teilnehmer erwarten von ihm, dass er sich seiner Position gemäß verhält. Durch diese Verantwortung ist er ebenfalls in seinem Handeln gebunden.

In unserem Projekt können wir an zahlreichen Beispielen nachweisen, dass die Teilnehmer sich durch solche weitgehend für sie nicht erkennbar abspielende Prozesse plötzlich an einer anderen Position wiederfinden, als ursprünglich von ihnen beabsichtigt war. Hieran zeigt sich, wie durch die Netzwerke, in denen wir gebunden sind, unser Handeln beeinflusst wird und wie innerhalb der Beziehungen Handlungsweisen und Motivationen entstehen. Das bedeutet, dass es nicht von einem wie auch immer gearteten vorausgehenden Motiv abhängig ist, ob die Personen kooperieren, diese Bereitschaft entwickelt sich vielmehr aus dem sozialen Zusammenhang. Wikipedia wird dabei als gut zu untersuchendes Beispiel für das weite Feld der Kooperation zwischen Menschen angesehen. ◆

Nach der Theorie sind die Informationen, die in einer Clique kursieren, allen Mitgliedern der Gruppe bekannt. Ist ein einzelner Teilnehmer in der Lage, Zugang zu verschiedenen Cliquen zu erlangen, kann er ein »strukturelles Loch« überbrücken und besitzt einen Informationsvorsprung gegenüber denjenigen, die nur über die Informationen ihrer eigenen Clique verfügen.



Zwei Führungspersönlichkeiten mit ihren Anhängern: Ein neuer Führer (rechts) ist für einen Teil der Anhänger des alten Führers so attraktiv, dass diese sich von ihm lösen. Ähnliche Konstellationen wie diese lassen sich bei soziometrischen Tests in Schulklassen finden, in denen »sogenannte« Stars vorkommen.

Der Autor

Privatdozent Dr. Christian Stegbauer, 47, ist Projektleiter des von der DFG geförderten Forschungsprojekts »Konstitution und Erhalt von Kooperation am Beispiel von Wikipedia«. Nach dem Studium der Soziologie an der Universität Frankfurt lehrt er zunächst in Siegen und Jena und seit 1994 an der Universität Frankfurt. Stegbauer hat zahlreiche Beiträge zur Soziologie neuer Kommunikationsmedien und zur Netzwerkforschung veröffentlicht. Außerdem griff er Themen wie »Reziprozität« (2002 im VS-Verlag, Wiesbaden) auf und schrieb eine »Soziologie des Genießens« (2006 im Merus-Verlag, Hamburg). Darin geht der Wissenschaftler und Hobbykoch in zum Teil selbst erlebten Geschichten und überlieferten literarischen Anekdoten der spannenden Frage nach, warum neue eigene Empfindungen und Geschmäcker so stark von anderen abhängig sind.

stegbauer@soz.uni-frankfurt.de
http://user.uni-frankfurt.de/~chris/

Anmerkungen und weiterführende Literatur

/1/ Zur Geschichte der Netzwerkforschung, siehe Freeman, Linton C., 2004, The development of social network analysis. A study in the sociology of science. Vancouver: Empirical Press.

/2/ Schroer, Joachim, 2008, Wikipedia: Auslösende und aufrechterhaltende Faktoren der freiwilligen Mitarbeit an einem Web-2.0-Projekt. Berlin: Logos.

Stegbauer, Christian; Rausch, Alexander, 2006, Strukturalistische Internetforschung. Netzwerkanalysen internetbasierter Kommunikationsräume. Wiesbaden: VS.

Stegbauer, Christian, 2007, Die Bedeutung positionaler Netzwerke für die Sicherstellung der Online-Kooperation: Das Beispiel Wikipedia. merz | medien + erziehung |, zeitschrift für medienpädagogik 51,6:59–72.

Stegbauer, Christian, 2008, Verteilte Wissensproduktion aus netzwerkanalytischer Perspektive, in: Herbert Willems (Hrsg.), »Weltweite Welten: Internet-Figuration aus wissenssoziologischer Perspektive«, Wiesbaden: VS.

Stegbauer, Christian; Bauer, Elisabeth, 2008, Macht und Autorität im offenen Enzyklopädieprojekt Wikipedia«, S. 241–263, in: Michael Jäckel und Manfred Mai (Hrsg.), Medienmacht und Gesellschaft. Frankfurt: Campus.

MUTH SEA

Die Universität Frankfurt auf dem Weg zur Spitze:

„Wir sind Sherpas für die Uni. Werden Sie es auch!“

Hilmar Kopper
Vorsitzender des Vorstandes der Freunde der Universität

Petra Roth
Oberbürgermeisterin von Frankfurt am Main
Vorstandsmitglied der Freunde

Claus Wisser
WISAG Service Holding
Vorstandsmitglied der Freunde

Werden Sie Mitglied bei den Freunden der Universität Frankfurt

Name: ______________________________

Vorname: ______________________________

Straße: ______________________________

PLZ: ______________________________

Ort: ______________________________

Staat: ______________________________

Die folgenden Angaben helfen, unsere Angebote auf Ihre Interessen abzustimmen.

Tätigkeitsfeld: ______________________________

Studium/Ausbildung: ______________________________

an der Uni Fankfurt ja ☐ nein ☐

Ich bin Mitglied der Alumnivereinigng des Fachbereiches ______________

Telefon: ______________________________

Telefax: ______________________________

E-Mail: ______________________________

Geburtstag: ______________________________

Ich möchte der Vereinigung von Freunden und Förderern der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main e.V. beitreten als

☐ Einzelmitglied (Jahresbeitrag 50,– EURO)

☐ Firma oder Organisation (Jahresbeitrag 500,– EURO)

Ich bin bereit, über den Mindestbeitrag hinaus jährlich ______________ EURO zu zahlen.

Bitte buchen Sie den Jahresbeitrag und darüber hinausgehende jährliche Zuwendungen von meinem Konto ab.

Kontonummer: ______________________________

Bankinstitut: ______________________________

BLZ: ______________________________

Datum: ______________ Unterschrift: ______________________________

Bitte senden Sie den ausgefüllten Coupon an folgende Adresse:
Vereinigung von Freunden und Förderern der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main e.V., Postfach 11 19 32, 60054 Frankfurt am Main

FREUNDE DER UNIVERSITÄT

Der Zufall – ein Helfer und kein Störenfried

Warum die Wissenschaft stochastische Modelle braucht

von Götz Kersting

Der Zufall hat in den Wissenschaften weithin einen zweifelhaften Ruf. Für die Philosophie hat Hegel festgestellt: »Die philosophische Betrachtung hat keine andere Absicht, als das Zufällige zu entfernen« (*Die Vernunft in der Geschichte*, 1822) – und ähnlich denkt man auch in anderen Wissenschaften. Die Auseinandersetzungen der Physik mit dem Zufall sind verschlungen und bis heute von Kontroversen begleitet. Was die Biologie betrifft, so herrscht noch einiger Argwohn gegenüber den modernen Evolutionstheorien, die sich entscheidend auf den Zufall stützen. Und dass derartige Theorien unvereinbar sind mit der Vorstellung von einer göttlichen Schöpfung der Welt, gilt unter manchen ihrer Gegner wie Befürworter als ausgemacht.

Die Skepsis rührt zu einem gewichtigen Teil daher, dass der Zufall kaum als ein eigenständiges Konzept wahrgenommen wird, sondern nur als Gegensatz zum Geregelten, Geordneten, also als ein Störenfried. Des Zufalls »blindes« Wirken scheint sich schlecht damit zu vertragen, dass sich das unserem Verständnis zugängliche Geschehen in der Welt deterministisch vollzieht. So gilt als vorbildlich für die Wissenschaften, wie es Kepler verstand, das Zufällige in den Planetenbewegungen, wie man das am Himmel beobachtet, auf einfache Gesetzmäßigkeiten zurückzuführen und damit zu eliminieren. Dem fühlt sich auch die moderne Chaostheorie verpflichtet, und man hat sich noch nicht überall damit abgefunden, dass man manchmal – nicht nur in der Quantentheorie – ohne den Zufall nicht auskommt.

»Der Zufall ist zu etwas in der Lage, was man gewöhnlich nur deterministischen Handlungsvorschriften zutraut.«

Aber wie begründet sind solche Vorbehalte? Es erweist sich nämlich, dass der Zufall oft gar nicht als Störenfried in Erscheinung tritt, sondern vielmehr als Helfer wirkt, dem erstaunliche Dinge gelingen. Dem wollen wir in drei Beispielen nachgehen. Im ersten Beispiel zeigt sich, dass bestimmte Aufgabenstellungen besser gelöst werden können, wenn man den Zufall zu Hilfe nimmt. Es geht um das Auflösen von Warteschlangen beim Hin- und Herschicken von Paketen in komplexen Netzwerken, konkret gesprochen von Datenpaketen im Computer. Wie sich herausstellt, vermeidet man Warteschlangen am zuverlässigsten, wenn man die Routen für die Pakete in geeigneter Weise zufällig wählt. Hier ist der Zufall zu etwas in der Lage, was man gewöhnlich nur deterministischen Handlungsvorschriften zutraut. In der Informatik macht man sich diese Qualität des Zufalls inzwischen häufig zunutze und entwirft randomisierte Algorithmen für verschiedenste Zwecke.

»Kausales Denken geht ein Bündnis mit dem Zufall ein.«

Im zweiten Beispiel geht es um ein Problem aus der Statistik. Wie bei vielen anderen statistischen Problemen will man feststellen, ob sich in einem Datensatz ein ursächlicher Zusammenhang aufdecken lässt. Häufig ist das aber nicht direkt zu klären: Einerseits findet sich in den Daten Variabilität, andererseits bereitet es Schwierigkeiten, mögliche Wirkungszusammenhänge explizit zu benennen. Deswegen dreht man den Spieß um und befasst sich mit der Frage, ob die Daten rein zufällig entstanden sein könnten. Das ist einfacher: Man konfrontiert die Daten mit hypothetischen, vom Zufall gesteuerten Modellen, auch wenn man sie faktisch gar nicht ernsthaft in Betracht zieht. Kann man glaubhaft machen, dass sich die Daten so nicht erklären lassen, so gilt dies als Beleg, dass eben doch ein Wirkungszusammenhang besteht. Hier geht kausales Denken ein Bündnis mit dem Zufall ein; die Statistik mit ihren Zufallsbetrachtungen wird zum methodischen Rüstzeug einer empirischen Wissenschaft, der es gar nicht um den Zufall geht. Das hat auch seine Tücken, dennoch ist die Entwicklung der Statistik eine moderne Erfolgsgeschichte.

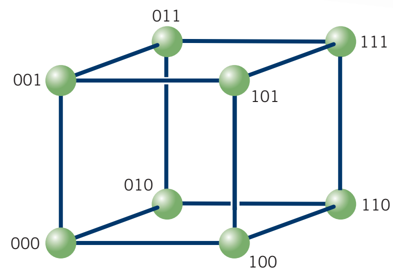
Im letzten Beispiel schließlich deuten wir an, wie man in der Finanzmathematik dem Börsengeschehen und seinen Risiken mit Zufallsmodellen auf den Grund geht. Dabei geht es um Fragestellungen, die erst einmal gar nichts mit Zufall zu tun haben, auch entsprechen die Zufallsmodelle definitiv nicht der Wirklichkeit. Dennoch ist es hier so, dass diese »falschen« Modelle (sogenannte »Martingalmaße«) das Verständnis entscheidend fördern. Das klingt paradox und ist nicht ganz leicht zu vermitteln. An diesen Modellen kommt man aber nicht mehr vorbei, will man die Risiken auf den Finanzmärkten in Schranken halten. Spezialisten aus der Mathematik wächst hier eine immer wichtigere Rolle zu.

Insgesamt ist festzustellen, dass die Wissenschaft den Zufall als eigenständiges Konzept verstehen und entwickeln muss. Diese Aufgabe ist Gegenstand der Stochastik (»Kunst des Mutmaßens«), der mathematischen Lehre vom Zufall. In ihr geht es weniger darum, ob es den Zufall in der Welt wirklich gibt, vielmehr ist es ihre Aufgabe, den Begriff des Zufalls herauszuarbeiten.

Auflösen von Warteschlangen: Besser mithilfe des Zufalls

Stellen wir uns vor, dass in einem Netzwerk Pakete hin- und hergeschickt werden. An verschiedenen Knotenpunkten treffen sie aufeinander, sie müssen dann eines nach dem anderen weitergeleitet werden (zum Beispiel nach der Regel FIFO: »first in first out«). Wie kann man verhindern, dass dabei lange Warteschlangen entstehen; Knoten, an denen der Informationsfluss zusammenbricht? Offenbar handelt es sich um eine Fragestellung aus der Welt der Rechner und des Internets.

Schauen wir auf ein Beispiel, ein Netzwerk von der Gestalt eines Würfels, wie in 1.



1 Einfaches Modell eines Netzwerkes mit acht Knoten und dreistelligen digitalen Adressen.

Die Ecken des Würfels sind die Knotenpunkte. Sie heißen benachbart, wenn sie durch eine Kante verbunden sind. Die Kanten sind die Verbindungen, entlang derer die Pakete in beide Richtungen laufen können, pro Takteinheit aber immer nur jeweils eines. Zwischen zwei nicht benachbarten Ecken gibt es verschiedene Verbindungswege, die direkten bestehen aus höchstens drei Kanten. Stellen wir uns weiter vor, dass von jeder der acht Ecken ein Paket zu irgendeiner anderen Ecke gesendet wird. Dabei entstehen dann Schlangen bis zur Länge acht. Dies ist ein kleines, noch nicht besonders interessantes Netzwerk.

Spannender sind große Netzwerke. Wir betrachten nun Netzwerke, bei dem jeder Knoten eine Adresse aus n Zahlen $x_1x_2\ldots x_n$ besitzt, wobei jede dieser n Zahlen entweder den Wert 0 oder 1 annimmt. Damit hat man 2^n verschiedene Adressen. Der Fall $n=3$ entspricht, wie man Abbildung 1 entnimmt, einem drei-dimensionalen Würfel. Der Abbildung entnimmt man auch, dass zwei Ecken genau dann benachbart sind, wenn sich ihre Adressen an genau einer Stelle unterscheiden. So wollen wir es auch allgemein im Fall $n \geq 3$ halten: Die Ecken $x_1x_2\ldots x_n$ und $y_1y_2\ldots y_n$ seien benachbart, sind also durch eine Kante verbunden, wenn sich beide Adressen an genau einer Stelle unterscheiden.

Dieses Netzwerk heißt n-dimensionaler Würfel. Er hat 2^n Ecken und $n2^{n-1}$ Kanten, und je zwei Ecken sind durch einen Weg höchstens der Länge n verbunden, denn ihre Adressen unterscheiden sich an höchstens n Stellen. Der 4-dimensionale Würfel ist in der Abbildung 2 dargestellt.

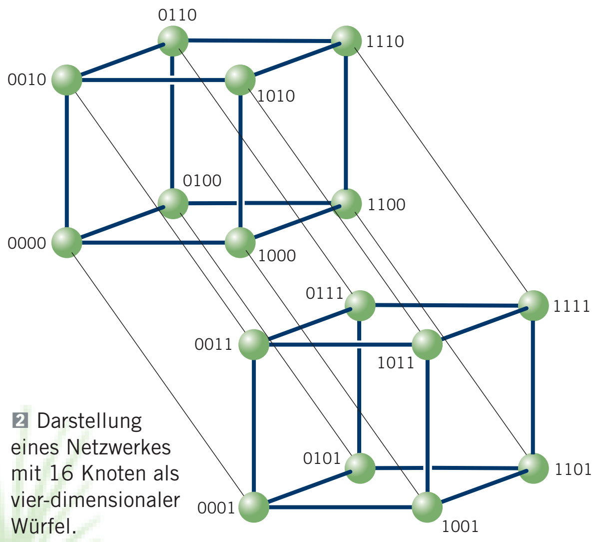
Deterministischer Algorithmus provoziert Staus

Wir betrachten nun also die folgende Aufgabe: Von jeder der 2^n Adressen soll ein Paket an eine andere Adresse geschickt werden, unter den oben genannten Bedingungen. Man nimmt der Übersichtlichkeit halber gerne an, dass auch die 2^n Zieladressen alle verschieden sind. Die Frage ist: Gibt es günstige Regeln, bei denen keine langen Warteschlangen entstehen? Realistisch ist die Randbedingung, dass die Regel, nach der jedes einzelne Paket vom Start zum Ziel geschickt wird, unabhängig davon ist, was mit den anderen Paketen geschieht. Wir richten also, bildlich gesprochen, unser Augenmerk auf Scheuklappen-Algorithmen.

Dazu gibt es interessante mathematische Resultate. Betrachten wir erst einmal deterministische Scheuklappen-Algorithmen. Davon gibt es eine Vielzahl, naheliegend ist etwa das folgende Verfahren: Soll ein Paket von $x_1x_2\ldots x_n$ nach $z_1z_2\ldots z_n$ geschickt werden, so suche man

erst die kleinste Stelle i, an der sich x_i und z_i unterscheiden und schicke das Paket zunächst an den benachbarten Knoten, dessen Adresse sich an genau dieser Stelle von der Startadresse unterscheidet. Er hat die Adresse $x_1\ldots x_{i-1}z_ix_{i+1}\ldots x_n = z_1\ldots z_{i-1}z_ix_{i+1}\ldots x_n$. Dann ersetze man die nächste unterschiedliche Stelle und so weiter, bis $z_1z_2\ldots z_n$ erreicht ist. Verfährt man bei Warteschlangen noch nach der Regel FIFO, so hat man einen wohldefinierten Scheuklappen-Algorithmus, nennen wir ihn sukzessives Ausrichten der Adressen (sAdA).

Nun stellt sich heraus: Wenn man die Zieladressen unglücklich wählt, entstehen beim sAdA lange Warteschlangen. Wie das im Einzelnen aussieht, damit wollen wir uns hier nicht auseinandersetzen, nur so viel



2 Darstellung eines Netzwerkes mit 16 Knoten als vier-dimensionaler Würfel.

sei gesagt: Bei ungünstiger Konstellation der Zieladressen braucht man mindestens $2^{n/2}/n$ Schritte, bis schließlich alle Pakete zugestellt sind. In sehr großen Netzwerken wird diese Zahl sehr groß, im Fall $n = 100$ größer als 10^{13}. Dabei hat man zwischen zwei beliebig ausgewählten Adressen einen Verbindungsweg, dessen Länge höchstens 100 ist!

Es stellt sich weiter heraus: Dieses entmutigende Resultat gilt für jeden deterministischen Scheuklappen-Algorithmus. Immer lassen sich Zieladressen angeben, so dass zumindest der Größenordnung nach die beschriebene ungünstige Situation besteht.

Mit zufällig gewählten Zwischenstopps schneller ans Ziel

Der Zufall macht es möglich, diesen schwer zu fassenden ungünstigen Konstellationen auszuweichen. Zum Beispiel auf die folgende Weise: Zu jeder Adresse wähle man, zusätzlich zu der Zieladresse, noch eine Zwischenadresse. Diese Zwischenadressen werden rein zufällig gewählt, unabhängig von Knoten zu Knoten. Dann verschicke man die Pakete durch sAdA, jedoch erst einmal an die Zwischenadressen! Sind diese erreicht, so verschicke man erneut die Pakete durch sAdA, nun an die Zieladressen. Es zeigt sich: Dieser randomisierte Scheuklappen-Algorithmus braucht, mit kleiner Ausnahmewahrscheinlichkeit, nur höchstens $6.2 \times n$ Schritte, bis alle Pakete zugestellt sind. Genauer lässt sich die Ausnahmewahrscheinlichkeit abschätzen als

$$Ws(\text{mehr } als\ 6.2 \times n \text{ Schritte}) \leq 2^{-(n-1)}.$$

Im Fall $n = 100$ benötigt also der randomisierte Algorithmus höchstens 620 Schritte, abgesehen vom Ausnahmefall, der eine Wahrscheinlichkeit von weniger als 10^{-29} besitzt.

Dieses Resultat bedeutet: Auch wenn es schwer zu sagen ist, welche Zieladressen zu langen Wartezeiten führen, so ist ihre relative Häufigkeit gering. Man kann ihnen daher durch rein zufällige Wahl der Zieladressen ausweichen.

Kann das denn Zufall sein? Ein Beispiel aus der Statistik

Die Statistik hat das Anliegen, kausale Zusammenhänge, deterministische Einflüsse, die in irgendwelchen Daten zum Ausdruck zu kommen scheinen, glaubhaft zu machen. Dabei ist es nicht ihr Weg, solche kausalen Beziehungen aufzuzeigen, sie möchte umgekehrt aufzeigen, dass der Zufall als Erklärungsmuster für die Daten nicht taugt.

Wir wollen diese Vorgehensweise der Statistik an einem Beispiel demonstrieren: Eine Botschaft ein und desselben Inhalts (es ging um den Vergleich des Erfolgs zweier Therapiemethoden (T1 und T2)) wurde in zwei unterschiedliche Darstellungsformen verpackt. In Form A wurde herausgestellt, wie groß jeweils der Prozentsatz der Patienten ist, bei denen Behandlung T1 erfolglos bzw. Behandlung T2 erfolgreich war, in Form B wurde der Akzent gerade umgekehrt gesetzt.

Von insgesamt 167 Ärzten, die an einer Sommerschule teilnahmen, wurden rein zufällig 80 ausgewählt, denen die Botschaft in der Form A vermittelt wurde, die restlichen 87 bekamen die Botschaft in der Form B mitgeteilt. Jeder der Ärzte hatte sich daraufhin für die Bevorzugung einer der beiden Therapiemethoden zu entscheiden. Das Ergebnis war:

	für Methode T1:	für Methode T2:	Summe:
A:	40	40	80
B:	73	14	87
Summe:	113	54	167

Die Daten zeigen: In der A-Gruppe gibt es im Verhältnis weniger Befürworter der Therapiemethode T1 als in der B-Gruppe (nämlich 40:40 gegen 73:14). Daher könnte der Verdacht entstehen, dass die Art, in der die Botschaft mitgeteilt wurde, tendenziös war und die Ärzte sich dadurch in ihrem Urteil haben beeinflussen lassen. Ein Skeptiker könnte einwenden: »Ein derartiges Ergebnis kann auch ohne Beeinflussung zustande kommen, wenn der Zufall es will.«

Haben die Ärzte sich täuschen lassen? Oder war es ein Zufall?

Ob die Botschaft wirklich tendenziös war, ist nicht so einfach zu klären. Die Behauptung des Skeptikers lässt sich besser überprüfen und gegebenenfalls widerlegen. Dazu führen wir folgende Hypothese über den Zufall ein: Die Form der Botschaft habe keinen Einfluss auf die Meinungsbildung der 167 Ärzte gehabt; es wäre so, als ob die einen 80 die Botschaft auf rotem, die anderen 87 eine wörtlich gleichlautende Botschaft auf blauem Papier bekommen hätten. Wie wahrscheinlich ist es, dass eine so extreme Aufteilung in 113 Befürworter von T1 und nur 54 Befürworter von T2 zufällig zustande kommt?

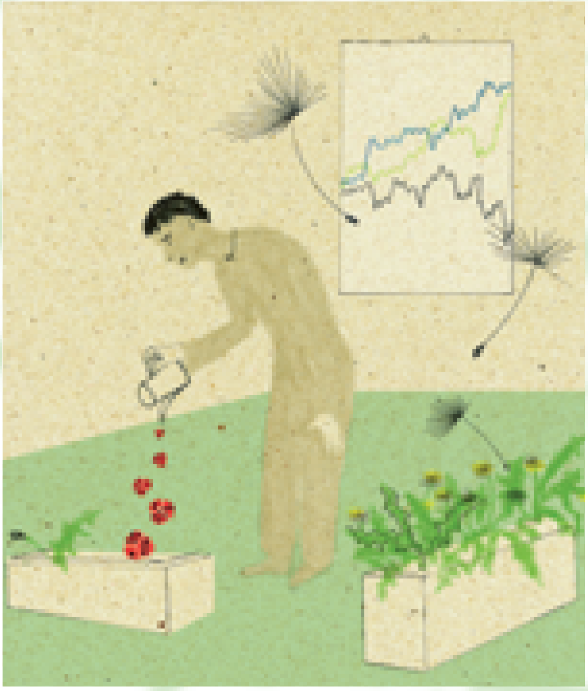
Eine Veranschaulichung: Wenn aus einer Urne mit 80 roten und 87 blauen Kugeln rein zufällig 113 Kugeln gezogen werden, wie wahrscheinlich ist dann ein so extremes Ergebnis wie das, nur 40 rote Kugeln zu ziehen? Wir wollen die Analyse hier nicht im Detail durchführen, auch wenn sie nicht sehr schwierig ist; (Stichworte sind Erwartungswert und Varianz der hypergeometrischen Verteilung). Das Resultat ist, dass in der Stichprobe im Mittel 54 rote Kugeln enthalten sind und dass eine Abweichung größer oder gleich 14 nur mit Wahrscheinlichkeit 6×10^{-6} eintritt, 6-mal in einer Million Fälle.

Der Zufall scheidet damit nach menschlichem Ermessen als Erklärungsgrund für die in den Daten sichtbare Tendenz aus. Die Versuchspersonen haben sich, wie es aussieht, beeinflussen lassen. Wir sehen, der Zufall dient in diesem Beispiel allein als Gedankenexperiment. Es hilft, ihn zurate zu ziehen, auch wenn in Wirklichkeit etwas ganz anderes geschehen ist. Von solch hypothetischer Bauart sind viele Überlegungen innerhalb der Statistik [siehe Gaby Schneider, »Durchblick im neuronalen Konzert«, Seite 26].

Der Zufall in der Finanzmathematik

Das genuine Thema der modernen Finanzmathematik sind Termingeschäfte und ihre Bewertung. Zufallsüberlegungen spielen dabei eine zentrale Rolle, jedoch in ganz anderer Weise, als man zunächst meinen könnte. Worum es geht, wird schon im einfachsten Fall deutlich.

Stellen wir uns vor, dass ein Terminkontrakt in einer zukünftigen Auszahlung besteht, entweder einer größeren Auszahlung $t^{\uparrow}$ oder einer kleineren $t^{\downarrow}$. Welche das sein wird, hängt von der Entwicklung eines Aktienkurses ab, für den wir auch zwei zukünftige Werte in Betracht ziehen, einen höheren $a^{\uparrow}$ und einen niedrigeren $a^{\downarrow}$. Was ist ein angemessener Preis P für einen solchen Kontrakt? Wie steht er zum aktuellen Kurs a der Aktie ($a^{\downarrow} < a < a^{\uparrow}$)?



Eine plausible Antwort lautet: Das kommt auf die Erwartungshaltung der Akteure an. Ist $w^{\uparrow}$ die Wahrscheinlichkeit, dass der Aktienkurs auf $a^{\uparrow}$ steigt – und damit $w^{\downarrow} = 1 - w^{\uparrow}$ diejenige, dass der Kurs auf $a^{\downarrow}$ sinkt, – so ist es natürlich, den Preis als das mit den Wahrscheinlichkeiten gewichtete Mittel von $t^{\uparrow}$ und $t^{\downarrow}$ anzusetzen, also als

$$P(w^{\uparrow}, w^{\downarrow}) = t^{\uparrow} w^{\uparrow} + t^{\downarrow} w^{\downarrow}.$$

Es erscheint nicht unvernünftig, dass der Preis von den Wahrscheinlichkeiten abhängt, die subjektiv gewählt sein können und widerspiegeln, ob man von einem im Mittel steigenden oder sinkenden Aktienkurs ausgeht, ob also

$$a^{\uparrow}w^{\uparrow} + a^{\downarrow} w^{\downarrow} > a \text{ oder } a^{\uparrow}w^{\uparrow} + a^{\downarrow} w^{\downarrow} < a$$

gilt (Bulle oder Bär).Von geringem Interesse scheint dagegen das Geschehen am Aktienmarkt aus Sicht desjenigen zu sein, der $a^{\uparrow} w^{\uparrow} + a^{\downarrow} w^{\downarrow} = a$ annimmt, der es also als ein faires Glücksspiel ansieht. Wir werden sehen.

Was ist der korrekte Preis eines Termingeschäfts?

Diese Überlegungen führen nicht zum Ziel, wenn man nach dem korrekten Preis des Kontrakts fragt. Den gibt es nämlich, unabhängig von irgendwelchen Annahmen über Wahrscheinlichkeiten. Um ihn zu finden, betrachten wir ein Portfolio (x,y), bestehend aus x Aktien und y auf einem Konto gelagerten Geldeinheiten (Euro). Sein zukünftiger Wert ist dann entweder $xa^{\uparrow}+y$ oder $xa^{\downarrow}+y$, je nachdem, wie sich der Aktienkurs entwickelt; (der Einfachheit halber sehen wir von einer Verzinsung des Geldes ab). Wählen wir insbesondere x und y solchermaßen, dass das Gleichungssystem

$$xa^{\uparrow}+y = t^{\uparrow} \quad \text{und} \quad xa^{\downarrow}+y = t^{\downarrow}$$

erfüllt ist, so ist das Portfolio in Zukunft gerade so viel wert wie unser Terminkontrakt, man spricht von Duplikation. Offenbar darf dann auch aktuell keine Wertdifferenz bestehen, der heutige korrekte Preis des Terminkontrakts ist also

$$P_{korrekt} = xa + y \ .$$

Diese Überlegung hat erst einmal, wie dies Black, Scholes und Merton als erste erkannten, gar nichts mit Zufall zu tun [siehe Christoph Kuhn, »Bulle und Bär«, Seite 32].

Und dennoch: Ein tiefer gehendes Verständnis erwächst nur, wenn man den Zufall doch wieder ins Spiel bringt. Setzt man nämlich obige Wahrscheinlichkeiten speziell als

$$w^{\uparrow} = (a-a^{\downarrow})/(a^{\uparrow}-a^{\downarrow}) \text{ und } w^{\downarrow} = 1-w^{\uparrow} = (a^{\uparrow}-a)/(a^{\uparrow}-a^{\downarrow}),$$

so folgt, wie man durch Auflösen des Gleichungssystems nach x und y und Einsetzen in die Formel für $P_{korrekt}$ ohne Weiteres nachrechnen kann,

$$P_{korrekt} = P(w^{\uparrow}, w^{\downarrow}) \text{ sowie } a = a^{\uparrow}w^{\uparrow} + a^{\downarrow}w^{\downarrow}.$$

Der Aktienmarkt als faires Glücksspiel

Dieses ist nun eine Überraschung: Der korrekte Preis des Finanzkontrakts ist derselbe, der sich ergibt, wenn man den Aktienmarkt als faires Glücksspiel ansieht! Folgerichtig wird in der Finanzmathematik mit diesen hypothetischen Wahrscheinlichkeiten gerechnet, mögen sie nun die Wirklichkeit angemessen beschreiben oder nicht.

Diese Erkenntnisse haben die Finanzmathematik umgekrempelt und sie heute zu einem der wichtigsten und anspruchsvollsten Gebiete der Stochastik werden lassen. Es ist nicht nur so, dass das doch recht dürre Gleichungssystem mit Wahrscheinlichkeiten eine plastische Interpretation erfährt. Die Einsicht, dass Termingeschäfte korrekterweise (sicher nicht als faire Spiele betrachtet, aber) so analysiert werden können, als wären sie faire Spiele, ermöglicht den Einsatz ausgefeilter Techniken aus der Stochastik, wie sie die Martingaltheorie bereitstellt.

Finanzmathematiker werden heute in den Finanzinstituten allerorten gebraucht, in einer Zahl, wie sie die Universitäten bisher kaum bereitstellen können. Darauf muss man sich einstellen – auch wenn man den Finanzmärkten mit all ihren Turbulenzen reserviert gegenübersteht.

Diese Beispiele belegen, dass der Zufall besser ist als sein Ruf. Stochastische Modelle schaffen in vielen Fällen eine solide Grundlage, die uns hilft, komplexe Zusammenhänge zu beurteilen oder Risiken schwer vorhersehbarer Entwicklungen einzuschätzen. ◆

Literatur

Götz Kersting und Anton Wakolbinger: Elementare Stochastik, Birkhäuser 2008.

Odo Marquard: Apologie des Zufälligen, Reclam 1986.

David Ruelle: Zufall und Chaos, Springer 1992.

Der Autor

Prof. Dr. Götz Kersting, 58, kam 1981 als Professor für Mathematik an die Universität Frankfurt. Er promovierte 1975 an der Universität Göttingen, wo er sich 1978 auch habilitierte. Vor seinem Ruf nach Frankfurt hatte er Stellen inne an der Universität Fribourg (Schweiz) und der Freien Universität Berlin. Seine Forschungskontakte führten ihn unter anderem nach Madison (Wisconsin), Melbourne, Canberra, Delft, Göteborg, Wien, Toronto, Moskau und Bath.

Das Arbeitsgebiet von Kersting liegt in der Wahrscheinlichkeitstheorie, speziell bei den Verzweigungsprozessen und der stochastischen Analysis. Aktuell ist er der Verantwortliche für ein Forschungsprojekt über »Branching processes and random walks in random environment«, an dem Wissenschaftler der Universität Münster, der Technischen Universität München sowie des Steklov Instituts für Mathematik der Russischen Akademie der Wissenschaften, Moskau, mitarbeiten und das durch Mittel der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Russischen Stiftung für Grundlagenforschung (RFBF) finanziert wird. Der Autor befasst sich aber auch mit Fragen der Grundlegung der Stochastik, wie in einer Veröffentlichung zum Begriff der Zufallsvariablen, die demnächst in einem Sammelband bei Cambridge University Press erscheint. Kersting ist einer der Herausgeber der Lehrbuchreihe »Mathematik kompakt« beim Birkhäuser Verlag, Basel. Gemeinsam mit seinem Frankfurter Kollegen Anton Wakolbinger ist er Autor des soeben erschienenen Lehrbuches »Elementare Stochastik«.

kersting@math.uni-frankfurt.de http://ismi.math.uni-frankfurt.de/kersting


Zutritt für Erwachsene nur in Begleitung von 8- bis 12-Jährigen
www.kinderuni.uni-frankfurt.de
6. Frankfurter Kinder-Uni
22.–26. September 2008
Alle Veranstaltungen auf dem Campus Bockenheim, Hörsaalgebäude, Hörsaal VI
Montag, 22. September 2008, 9.00 Uhr und 11.30 Uhr (für Schulklassen), 15.30 Uhr
Warum brauchen Spione Mathematik?
Geheimschriften und wie man sie ent
Prof. Dr. Annette Werner, Mathematikerin
Dienstag, 23. September 2008, 9.00 Uhr und 11.30 Uhr (für Schulklassen), 15.30 Uhr
Kann man mit Knoten rechnen?
Was Mathematiker mit Schnürsenkeln machen
Dr. Cynthia Hog-Angeloni, Mathematikerin
Mittwoch, 24. September 2008, 9.00 Uhr und 11.30 Uhr (für Schulklassen), 15.30 Uhr
Wer wirft da mit Kometen?
Eine Weltraum-Mission in die Vergangenheit
Prof. Dr. Frank E. Brenker, Geowissenschaftler
Donnerstag, 25. September 2008, 9.00 Uhr und 11.30 Uhr (für Schulklassen), 15.30 Uhr
Wieso mag mein Computer Chips?
Über alte und neue Rechenmaschinen
Prof. Dr. Wolfgang Giere, Arzt und Medizininformatiker
Uwe Geisler, Informatikdozent
Freitag, 26. September 2008, 9.00 Uhr und 11.30 Uhr (für Schulklassen), 15.30 Uhr
Wie kommt die Perle in die Auster?
Erstaunliches von Muscheln, Schnecken und Tintenfischen
Junior-Prof. Dr. Annette Klussmann-Kolb, Biologin
GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN
Kooperationspartner:
MAIN WERK
Frankfurter Rundschau
GEO
hr2 Domino

Durchblick im neuronalen Konzert

Mit statistischen Methoden interpretieren Mathematiker neurowissenschaftliche Daten

von Gaby Schneider

Informationsverarbeitung im Gehirn basiert auf dem koordinierten Zusammenwirken von Milliarden von Nervenzellen. Um diese Codes zu entschlüsseln, sind komplexe Verfahren experimenteller Datenerhebung und theoretischer Datenanalyse notwendig. Denn auch wenn alle Zellen im selben Rhythmus agieren, kann sich jede auf ihre Art am Konzert beteiligen. Die verschiedenen Stimmen äußern sich in zeitlichen Mustern, die sich experimentell kaum vom Rauschen unterscheiden lassen. Erst mithilfe statistischer Verfahren konnten winzige zeitliche Verzögerungen als nicht zufällig identifiziert werden.

In jedem Augenblick strömt eine Fülle an Informationen auf uns ein. Bereits der Bruchteil einer Sekunde genügt, um ein Szenario zu erkennen und zu beurteilen. Wie schafft es das Gehirn, die Verarbeitungsschritte in so kurzer Zeit umzusetzen? Welches sind die bedeutsamen neuronalen Signale, und wie trennt man sie vom zufälligen Hintergrundrauschen? Welche Sprache sprechen einzelne Neuronen, und wie funktioniert die Kommunikation zwischen Zellverbünden?

Diesen und ähnlichen Fragen widmen sich experimentelle und theoretische Neurowissenschaftler an der Universität Frankfurt und dem assoziierten Frankfurt Institute for Advanced Studies (FIAS) gleichermaßen. Denn um aufwändige Informationsverarbeitung zu ermöglichen, müssen viele Nervenzellen miteinander kooperieren. In einem hochkomplexen Netzwerk ist jede Nervenzelle mit tausenden anderer verknüpft. Die Neuronen kommunizieren mithilfe kurzer elektrischer Signale, der Aktionspotenziale, englisch »spikes« genannt. Eingehende »spikes« werden in einer Zelle bis zu einem Schwellenwert angesammelt, dann feuert diese ihrerseits ein Aktionspotenzial ab. So können Informationen aus verschiedenen Quellen integriert und in organisierter Form weitergegeben werden.

Um die Kommunikation vieler Nervenzellen zu studieren, wird in aufwändigen Experimenten bei Versuchstieren die Feueraktivität vieler Neuronen gleichzeitig gemessen. Die dabei entstehenden Daten sind zunächst einfache parallele Zeitreihen, die angeben, zu welchen Zeitpunkten jede Zelle gefeuert hat. Aber welche Zellen müssen aktiv sein, und in welcher Abfolge müssen sie feuern, um eine gedankliche Darstellung zu erzeugen? Um das herauszufinden, sucht man mit statistischen Verfahren nach zeitlichen Mustern in der Aktivität von Neuronengruppen.

Mikroverzögerungen im gemeinsamen Takt

Eines der bekanntesten neuronalen Aktivitätsmuster ist die synchrone Oszillation. Dabei zeigen größere Neuronenverbände eine gemeinsame rhythmische Feueraktivität. Ein stark vereinfachtes Modell geht von der Vorstellung aus, dass beispielsweise beim Erkennen eines Apfels Gehirnzellen für die Farbe gleichzeitig mit solchen Zellen aktiv werden, die auf die Form oder den Geruch ansprechen. Bereits Anfang der 1980er Jahre hat der Hirnforscher Christoph von der Malsburg, inzwischen Direktor des FIAS, vermutet, dass synchrones Feuern es ermöglichen könnte, im Gehirn weit auseinanderliegende Neuronen zu funktionellen Einheiten zu verbinden.[/1/] In der Tat zeigte sich kurz darauf, »dass Neuronen … ihre Antworten mit sehr hoher Präzision synchronisieren können und dies vor allem dann, wenn ihre Aktivität eine rhythmische Modulation … aufweist«[/2/], wie es Wolf Singer, Direktor am Max-Planck-Institut für Hirnforschung, beobachtet hat. Singer ist zugleich einer der Gründungsdirektoren des FIAS.

Aber wie sieht synchrone Oszillation im Gehirn aus? Welche Abweichungen vom Takt sollen bei der Modellierung ignoriert und welche Verzögerungen als systematisch gewertet werden? Wenn der Dirigent einem Orchester den Einsatz gibt, treten minimale Zeitdifferenzen zwischen den Instrumenten auf. Bis zu einem gewissen Grad werden sie als gleichzeitig wahrgenommen. Jedoch können verzögerte Einsätze wie in einer Fuge oder einem Kanon auch in systematischer Weise zum Wesen eines Stückes beitragen. Wie trennt man im Konzert der Nervenzellen zwischen dem Rauschen und den systematischen zeitlichen Mustern?

1 Erster Kontakt mit einem Mäusegehirn. Im Statistischen Praktikum »neuronale Feuermuster« haben Studierende der Mathematik erstmals die Möglichkeit, ihr Wissen auf praktische Fragestellungen anzuwenden. Prof. Jochen Röper vom Institut für Neurophysiologie erklärt hier Markus Bingmer und Nele Küsener, in welchen Regionen des Mäusegehirns die Tätigkeit der Neuronen gemessen wird.

In einer Kooperation zwischen der Autorin am Institut für Mathematik und Danko Nikolic, Max-Planck-Institut für Hirnforschung und FIAS, werden dazu elektrische Signale von Zellen aus dem visuellen Kortex von Katzen analysiert. Wenn man kurze Zeitabschnitte betrachtet, treten dabei zwischen den »spikes« zweier Zellen viele verschiedene Verzögerungen auf. Mal feuert eine Zelle eine Millisekunde vor der anderen, mal umgekehrt, mal beträgt die Verzögerung zwei Millisekunden, mal feuern beide gleichzeitig. Als diese Verzögerungen erstmals auffielen, hielten Skeptiker sie für zufälliges Rauschen, denn sie sind verhältnismäßig klein im Vergleich zur Dauer des Aktionspotenzials. Dennoch ist es durch Beobachtung eines längeren Zeitraums und mithilfe statistischer Verfahren möglich, eine »Primärverzögerung« zwischen den Signalen zweier Zellen auszumachen.[/3/] Diese Primärverzögerungen betragen meist nur wenige Millisekunden, aber überraschenderweise ist ihre Genauigkeit viel höher, als man bei Beobachtung kurzer Datenstücke annehmen würde. So konnten durch statistische Verfahren im neuronalen Konzert erstmals winzige, aber bedeutsame Abweichungen vom Takt erkannt werden, die auf kurzen Strecken vom Rauschen nicht zu unterscheiden wären.

Und genau diese Abweichungen vom Takt, die jeweils nur zwischen Paaren von Zellen ermittelt wurden, können es ermöglichen, zeitliche Feuermuster für ganze Neuronengruppen zu berechnen. Denn häufig addiert sich die Primärverzögerung zwischen zwei Zellen A und B mit der Verzögerung zwischen B und C so auf, dass sie etwa der Verzögerung zwischen A und C entspricht. Eine solch additive Beziehung bedeutet, dass man alle Zellen leicht auf einer einzigen Zeitachse anordnen kann. Die Position eines Neurons auf dieser Achse entspricht dann dem bevorzugten Zeitpunkt, an dem es ein Aktionspotenzial abfeuert; die Distanz zwischen zwei Zellen entspricht der zugehörigen Primärverzögerung. Zwar sind die winzigen zeitlichen Verzögerungen zwischen der koordinierten Aktivität einzelner Gehirnzellen zu kurz, als dass sie zum Austausch von Informationen beitragen könnten, aber möglicherweise bilden sie die Grundlage für einen Informationscode, den es zu entschlüsseln gilt.

In der Tat kann in neuronalen Signalen die Additivität so hoch sein, dass über 95 Prozent der in den Primärverzögerungen enthaltenen Information durch die Positionierung der Neuronen auf der Zeitachse erfasst wird.[4] [5] Im Konzert der Nervenzellen kann es also zusätzlich zum Taktgeber systematische zeitliche Muster geben, die aus winzigen Zeitverzögerungen zwischen den Einsätzen der Zellen bestehen. Zusätzlich gibt es Hinweise darauf, dass diese beobachteten Muster mit der im Reiz kodierten Information zusammenhängen. Denn die Reihenfolge, in der die Neuronen feuern, ist nicht immer gleich, sondern abhängig vom dargebotenen Reiz. So kann mal die eine und mal die andere Zelle beim Einsatz die Führung übernehmen.

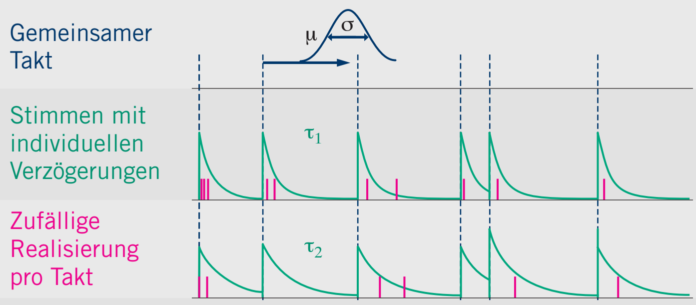
Zufälliges Rauschen oder systematisches Muster?

Problematisch an diesen Mustern ist nur, dass eine Abfolge von »spikes«, ein »spike-train«, bei der Messung so verrauscht ist, dass die minimalen zeitlichen Verzögerungen, mit denen einzelne Neuronen feuern, bei Messungen über kurze Zeitabschnitte nicht sichtbar werden. Allein die statistischen Analysemethoden machen es möglich, bei Beobachtung längerer Zeitreihen die hohe Genauigkeit und die additive Struktur der Primärverzögerungen zutage zu fördern. Doch wie koordiniert das Gehirn solche Verarbeitungsschritte, hat es doch weder die Zeit noch die statistischen Analysetechniken? Welches könnten die Schlüsselmerkmale der Signale sein, aus denen das Gehirn Informationen bezieht? Welche Partitur liegt dem neuronalen Konzert zugrunde, und welche Freiheit ist darin dem einzelnen Neuron überlassen? Um diesem Rätsel auf den Grund zu gehen, ist ein theoretisches Modell gefragt, das Takt und Rauschen sowie die zeitlichen Muster angemessen beschreiben kann und sowohl systematische als auch zufällige Komponenten enthält – ein stochastisches Modell. Das Modell kann helfen, eine Vorstellung davon zu bekommen, wie in kurzen Stücken scheinbar nur zufälliges Rauschen sichtbar ist und dennoch versteckte Mechanismen auf systematische Art und Weise zusammenwirken können.

Das dazu hier verwendete Modell[7] ist eine Spezialform des auf den britischen Statistiker Sir David Cox zurückgehenden Cox-Prozesses. Der Zufall wird dabei in zwei Stufen modelliert. Die erste Stufe generiert einen gemeinsamen Taktgeber für alle Neuronen, sozusagen den unsichtbaren Dirigenten. Schon hier kommt der Zufall ins Spiel, denn das Gehirn ist kein perfektes Uhrwerk, und die Dauer zwischen zwei Taktschlägen kann variieren. In der zweiten Stufe wird für jedes Neuron beschrieben, in welcher Weise es auf den globalen Taktgeber reagiert. Einerseits besitzt jedes Neuron eine feste Tendenz, seine Einsätze relativ zum Takt zu verzögern. Diese Verzögerung kann für verschiedene Neuronen unterschiedlich sein, wodurch die zeitlichen Muster erzeugt werden. Andererseits feuert jedes Neu-

Systematik und Rauschen im stochastischen Modell

Zweistufiges stochastisches Modell



Ein mathematisches Modell kann helfen, systematische Komponenten und zufälliges Rauschen zu unterscheiden. Das hier verwendete Modell (ELO – »Exponential LOcking to a free oscillator«[7]) zur Beschreibung des »neuronalen Konzerts« ist zweistufig. Die erste Stufe setzt den gemeinsamen Takt oder die synchrone Oszillation, die allen beobachteten Neuronen zugrunde liegt. Sie ist nicht präzise rhythmisch, sondern die Länge eines Takts kann leicht variieren – hier durch normalverteilte Intervalle zwischen den Takten dargestellt (blau). Jedes einzelne Neuron ist mit einer spezifischen Verzögerung (grün) an diesen Takt gebunden: Intervalle zwischen dem Takteinsatz (blau) und den individuellen »spikes« (rot) sind zwar zufällig, aber dieser Zufall folgt einem ganz bestimmten Gesetz: Sie sind exponentialverteilt mit Zeitkonstante τ. Das bedeutet, dass die Feuerrate zu Beginn jedes Taktes am höchsten ist und dann exponentiell abfällt (grüne Kurven). Ist τ klein (mittlere Zeile), so fällt die Intensität schneller, und das Neuron feuert tendenziell näher am Taktstrich. Über längere Strecken wird diese Tendenz – dieses dem Zufall zugrunde liegende Gesetz – sichtbar, obwohl die Realisierungen (rot) des neuronalen Feuerns in jedem Takt zufälligen Schwankungen unterworfen sind.

Die in der Realität beobachteten Daten sind immer verrauscht, denn sie bestehen nur aus einer oder mehreren (im Bild roten) zufälligen Realisierungen solcher Zeitreihen.

Viele Muster treten auf, viele von diesen Mustern können durch Zufall zustande gekommen sein. Ein stochastisches Modell kann helfen, die systematischen Komponenten im Rauschen zu identifizieren und damit mögliche Mechanismen der Informationsverarbeitung aufzudecken.

2 Gelebte Interdisziplinarität: Mit stochastischen Methoden analysiert Juniorprofessorin Gaby Schneider mit Studierenden in ihrem Seminar die Daten von Röpers Doktorandin Julia Schiemann (stehend).

ron stochastisch und ist daher von Takt zu Takt zufälligen Schwankungen unterworfen. So werden die Muster erst über längere Strecken erkennbar.

Dieses mathematische Modell fördert in erster Linie das Verständnis der beobachteten Datenstruktur, denn es bietet eine mögliche Erklärung dafür, welche Systematik den Signalen zugrunde liegen könnte und auf welche Weise diese vom Rauschen überdeckt wird: Im Modell hat jedes Neuron zwar eine feste Tendenz, seinen Einsatz relativ zum Takt zu verzögern, doch der genaue Einsatz schwankt von Takt zu Takt.

Aber das Modell kann auch verwendet werden, um zusätzliche Hypothesen über die Kooperation zwischen den Zellen zu überprüfen. Beispielsweise kann man durch die Annahme, dass alle Neuronen stets auf denselben Taktgeber reagieren, präzise vorhersagen, wie die Korrelation zwischen den Signalen zweier Zellen unter diesen Bedingungen aussehen würde. In den untersuchten Datensätzen stimmte diese Vorhersage häufig mit den Beobachtungen überein. Abweichungen können zum Beispiel auftreten, wenn zwei Zellen zeitweise auf unterschiedliche Dirigenten reagieren. Herauszufinden, ob es mehr als einen Dirigenten geben kann, wäre ein wichtiger Schritt in der Analyse von Verarbeitungsprozessen innerhalb und zwischen neuronalen Zellverbänden.

Und die Solisten?

Mithilfe solcher mathematischer Modelle können biologische Vorstellungen konkretisiert und darauf aufbauende Vorhersagen überprüft werden. Dies ist nicht nur beim Zusammenspiel im Konzert vieler Zellen wichtig, sondern auch bei der Beschreibung der Signale einzelner Zellen. Denn es gibt viele verschiedene Neuronen und unzählige Muster, die ihre Signale annehmen können – manche sind selbst kleine regelmäßige Taktgeber, wie die Stimmführer in einem Orchester, andere feuern sehr unregelmäßig, »gedächtnislos«, wieder andere können plötzlich sehr viele »spikes« in kurzen Intervallen feuern.

Die zellulären Mechanismen, die diese Muster hervorbringen, genauer zu beleuchten, ist Ziel des im Sommersemester 2008 stattfindenden Statistischen Praktikums »Neuronale Feuermuster«, das in Kooperation zwischen der Autorin am Institut für Mathematik und Prof. Dr. Jochen Röper, Direktor am Institut für Neurophysiologie am Neuroscience Center der Universität Frankfurt, durchgeführt wird.[6] Dabei sollen bestimmte Feuermuster auf molekulare Eigenschaften der Neuronen zurückgeführt werden. Mit welchen Parametern kann man beispielsweise die Regelmäßigkeit eines Taktgebers beschreiben? Gibt es Parameter, die unmittelbar mit den molekularen Eigenschaften der Zellen zusammenhängen? Wie lassen sich pharmakologische Einflüsse auf die Feuermuster einer Zelle adäquat quantifizieren?

Literatur

/1/ C. von der Malsburg (1981) The correlation theory of brain function. Internal Report 81–2. Max-Planck-Institute for Biophysical Chemistry. Online at: http://www.neuroinformatik.ruhr-uni-bochum.de/ini/VDM/PUB-LIST/1981

/2/ W. Singer (2005) Synchronisierte Antworten aus der Großhirnrinde. Forschung Frankfurt 04/2005, pp. 45–47.

/3/ G. Schneider & D. Nikolic (2006): Detection and assessment of near-zero delays in neuronal spiking activity. Journal of Neuroscience Methods, 152, pp. 97–106.

/4/ G. Schneider, M. N. Havenith & D. Nikolic (2006): Spatio-temporal structure in large neuronal networks detected from cross correlation. Neural Computation 18, 2387–2413.

/5/ D. Nikolic (2007) Non-parametric detection of temporal order across pairwise measurements of time delays. Journal of Computational Neuroscience 22(1): pp. 5–19.

/6/ http://ismi.math.uni-frankfurt.de/schneider/StatPrakt08

/7/ G. Schneider (2008): Messages of oscillatory correlograms – a spike-train model. Neural Computation, 20(5), pp. 1211–1238

Das Statistische Praktikum »Neuronale Feuermuster«

Im Statistischen Praktikum haben Studierende der Mathematik erstmals die Möglichkeit, ihr Wissen auf praktische Fragestellungen anzuwenden. In diesem Sommersemester stammt die Fragestellung aus der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Jochen Röper, Direktor des Instituts für Neurophysiologie am Neuroscience Center der Universität Frankfurt, der den Teilnehmern an Mäusen gemessene Muster von Gehirnaktivitäten präsentiert. Aufgabe ist es, durch statistische Modellierung aus der Datenflut relevante Strukturen zu extrahieren, die Aussagen über systematische Änderungen der neuronalen Feuermuster erlauben. Vier Studierende berichten über ihre Erfahrungen:

? Was ist an diesem Praktikum anders als in Ihrem bisherigen Studium?

Daniel Jaroszewski: Hier haben wir zum ersten Mal die Möglichkeit, mit Daten herumzuspielen und erhalten anschließend ein Ergebnis. Das ist etwas anderes, als einen theoretischen Beweis zu führen.

Nele Küsener: Interessant ist: Es handelt sich um echte Daten. Und wenn wir ein statistisches Modell darauf anwenden, stellen wir fest, dass sie sich genauso verhalten, wie die Theorie es vorhersagt. Das finde ich faszinierend!

Ute Lenz: Mir gefällt, dass unsere Ergebnisse für die praktische Arbeit der Neurobiologen relevant sind. Es ist nicht nur ein fingiertes Übungsbeispiel, sondern die Doktorandin von Prof. Röper, Julia Schiemann, verwendet unsere Analysen in ihrer Arbeit.

? Wie haben Sie die erste Begegnung mit den Neurobiologen empfunden?

Jaroszewski: In der ersten Sitzung, als die Neurobiologen uns ihr Forschungsprojekt erklärt haben, war es schon ein Schock. Sie haben uns zu viel Information gegeben. Um die Analyse ausführen zu können, brauchen wir nur einen Bruchteil davon.

Küsener: Ich meine, wir sollten als Mathematiker schon etwas über die biologischen Hintergründe lernen.

Lenz: Das finde ich auch. Mich hat die Neurobiologie hinter den Daten sehr interessiert.

Markus Bingmer: Für mich war es, wie für Daniel, eher viel Information, wobei dies natürlich für das bessere Verständnis der Daten notwendig ist.

Jaroszewski: Aber was die interdisziplinäre Zusammenarbeit betrifft, muss ich schon sagen, dass die Arbeitsatmosphäre sehr angenehm ist. Man hat keine Hemmung nachzufragen, wenn man etwas nicht versteht.

Küsener: Die Neurowissenschaftler kennen sich mit der Statistik sehr gut aus. Wenn man Prof. Röper etwas erklärt, versteht er es meistens sofort.

? Hat dieses Praktikum einen Einfluss auf Ihre spätere berufliche Ausrichtung?

Bingmer: Für mich ist es schon das dritte Praktikum in der Statistik. Ich möchte auf jeden Fall in dieser Richtung weitermachen.

Jaroszewski: Mein Ziel ist eher die Finanzmathematik. Aber da braucht man auch statistische Methoden.

Küsener: Das hier gefällt mir in meinem Studium bisher am besten.

Lenz: Ich weiß es noch nicht. Es ist auf jeden Fall eine Erfahrung, aus der man etwas lernen kann.

Die Fragen stellte Anne Hardy.

Die Autorin

Juniorprofessorin Dr. Gaby Schneider, 30, studierte Mathematik und Psychologie in Frankfurt und promovierte in Mathematik zum Thema stochastische Modellierung feiner Zeitmuster in neuronaler Feueraktivität. Seit 2006 ist sie Juniorprofessorin für Angewandte Mathematische Statistik im Fachbereich Informatik und Mathematik. Ihre Forschungsschwerpunkte liegen auf der mathematisch-stochastischen Modellierung und der Entwicklung statistischer Verfahren im naturwissenschaftlichen Kontext, vor allem in den Neurowissenschaften, in der Biologie und Medizin. Dabei legt sie großen Wert auf enge Kooperation und interdisziplinären Austausch.

schneider@math.uni-frankfurt.de
http://ismi.math.uni-frankfurt.de/schneider/

Die Teilnehmer sind Studierende der Mathematik, die im Praktikum ihre erworbenen Kenntnisse in Statistik an praktischen Fragestellungen erproben. Der Umgang mit Problemen der angewandten Datenanalyse ist dabei für die meisten eine der wichtigsten Erfahrungen. Denn die mathematische Herangehensweise mit ihren absoluten Wahrheiten und rigorosen Beweisen ist, obwohl mächtiges Werkzeug in den Händen eines Mathematikers, in der Praxis nur die halbe Miete. Sich in neue komplexe Sachverhalte hineinzudenken, die wichtigen Informationen aus einer Flut biologischer Details herauszufiltern, mit großen Datenmengen adäquat umzugehen, Fragestellungen zu übersetzen in die Sprache der Mathematik und wieder zurück, sich einzulassen auf enge Kooperation und Kommunikation mit Neurophysiologen, eröffnet den Blick für aktuelle Fragestellungen und ermöglicht es erst, die Potenziale mathematischer Methoden in den Anwendungsfeldern wirksam zu entfalten. ◆

GOETHE UNIVERSITÄT
FRANKFURT AM MAIN

Abonnement FORSCHUNG FRANKFURT

FORSCHUNG FRANKFURT, das Wissenschaftsmagazin der Johann Wolfgang Goethe-Universität, stellt dreimal im Jahr Forschungsaktivitäten der Universität Frankfurt vor. Es wendet sich an die wissenschaftlich interessierte Öffentlichkeit und die Mitglieder und Freunde der Universität innerhalb und außerhalb des Rhein-Main-Gebiets.

☐ Hiermit bestelle ich FORSCHUNG FRANKFURT zum Preis von 15 Euro pro Jahr einschließlich Porto. Die Kündigung ist jeweils zum Jahresende möglich.

☐ Hiermit bestelle ich FORSCHUNG FRANKFURT zum Preis von 10 Euro als Schüler- bzw. Studentenabo einschließlich Porto (Kopie des Schüler- bzw. Studentenausweise lege ich bei).

Name | Vorname

Straße, Nr. | PLZ, Wohnort

(nur für Universitätsangehörige:) Hauspost-Anschrift

Datum | Unterschrift

Widerrufsrecht: Mir ist bekannt, dass ich diese Bestellung innerhalb von zehn Tagen schriftlich bei der Johann Wolfgang Goethe-Universität, Vertrieb FORSCHUNG FRANKFURT, widerrufen kann und zur Wahrung der Frist die rechtzeitige Absendung des Widerrufs genügt. Ich bestätige diesen Hinweis durch meine zweite Unterschrift.

Datum | Unterschrift

☐ Ich bin damit einverstanden, dass die Abonnementsgebühren aufgrund der obigen Bestellung einmal jährlich von meinem Konto abgebucht werden.

Konto-Nr. | Bankinstitut

Bankleitzahl | Ort

Datum | Unterschrift

☐ Ich zahle die Abonnementsgebühren nach Erhalt der Rechnung per Einzahlung oder Überweisung.

Bitte richten Sie Ihre Bestellung:
An den Präsidenten der
Johann Wolfgang Goethe-Universität
»FORSCHUNG FRANKFURT«
Postfach 11 19 32, 60054 Frankfurt

Bulle und Bär

Wie die Finanzmathematik Risiken bewertet

von Christoph Kühn

Finanzderivate gelten als obskur, verwickelt und riskant. Und das nicht zu Unrecht, wie die aktuelle Krise der globalen Finanzmärkte zeigt. Um Finanzderivate richtig bewerten zu können, bedarf es ausgefeilter Methoden der Finanzmathematik. Ausgelöst durch den explosionsartigen Anstieg des Derivatehandels hat sich die Mathematik zu einer Schlüsseltechnologie auf modernen Finanzmärkten entwickelt. Sie stellt den Finanzakteuren das mathematische Werkzeug für ihr Risikomanagement zur Verfügung.

Noch vor einem Vierteljahrhundert verband man mit dem Begriff »Finanzmathematik« vor allem Zinseszinsrechnung – also ein nützliches Werkzeug für Unternehmen und Häuslebauer, aber nichts, was Mathematiker lange in ihren Bann zu ziehen vermag. Heute assoziiert man mit Finanzmathematik Brown'sche Bewegungen, Itô-Integrale, stochastische Differenzialgleichungen, Integro-Differenzialoperatoren und unendlich-dimensionale stochastische Analysis. Was ist geschehen?

Als Geburtsstunde der modernen, auf anspruchsvollen wahrscheinlichkeitstheoretischen Modellen beruhenden Finanzmathematik wird das Jahr 1900 angesehen, in dem Louis Bachelier seine Dissertation »Théorie de la spéculation« an der Sorbonne einreichte.[/1/] Heute trägt die internationale finanzmathematische Gesellschaft ihm zu Ehren den Namen »Bachelier Society. Bachelier«, der während der Arbeit an seiner Dissertation an der Pariser Börse tätig war, nutzte eine eindimensionale Brown'sche Bewegung zur mathematischen Beschreibung von Aktienkursen. Bevor dieses Modell erläutert wird, sollen zunächst Finanzderivate eingeführt werden.

Finanzderivate

Der wesentliche Motor der Mathematisierung des Finanzwesens war der enorme Anstieg des Handels mit sogenannten derivativen Finanzinstrumenten. Finanzderivate sind Wertpapiere, bei denen die Höhe der Auszahlung von dem Preisverlauf eines oder mehrerer Basiswertpapiere abhängt (»abgeleitet« ist). Basiswertpapiere oder Basisgrößen können zum Beispiel Aktien, Bonds, Währungen, Rohstoffpreise, Indizes oder wieder Derivate sein. Bei der Bewertung und Absicherung von Derivaten ist die Unverzichtbarkeit fortgeschrittener mathematischer Methoden und Denkweisen besonders offenkundig. Die dafür entwickelte stochastische Finanzmathematik ist aber keinesfalls auf die Analyse von Derivaten beschränkt.

Typisches Beispiel für ein Derivat ist eine Kaufoption (Call-Option). Der Halter eines solchen Optionsscheins erwirbt heute das Recht (aber nicht die Pflicht), zu einem späteren Zeitpunkt eine Einheit des Basiswertpapiers zu einem heute festgelegten Preis K zu kaufen. K wird der Strikepreis der Option genannt. Ist der Kaufzeitpunkt fest vorgegeben, so spricht man von einer Kaufoption europäischen Typs. Kann die Option dagegen zu jedem beliebigen Zeitpunkt (bis zu einem gewissen Verfallsdatum) ausgeübt werden, so ist die Option amerikanischen Typs. Entsprechend erwirbt bei einer Verkaufsoption (Put-Option) der Halter das Recht, eine Einheit des Basiswertpapiers zu einem vorgegebenen Preis zu verkaufen. Die Unterscheidung nach amerikanischen und europäischen Optionen hat also nichts mit dem geografischen Ort der Börse zu tun, an der die Optionsscheine notiert sind. Man sagt, die Namensgebung sei dadurch motiviert, dass amerikanische Optionen wegen der Wahlmöglichkeit des Ausübungszeitpunktes konzeptionell und mathematisch schwieriger zu analysieren sind als europäische Optionen.

Sei S_T der (im Allgemeinen zum Zeitpunkt Null unbekannte) Marktpreis des Basiswertpapiers zum Ausübungszeitpunkt $T > 0$. Wenn $S_T > K$, dann wird der Halter eines europäischen Calls von seinem Recht Gebrauch machen und das Basiswertpapier zum vorher festgelegten Preis K erwerben. Falls er an dem Besitz überhaupt nicht interessiert sein sollte, würde er es natürlich sofort am Markt zum Preis S_T verkaufen und den Gewinn $S_T - K$ einstreichen. Wenn andererseits $S_T \leq K$, dann hat das Recht, das Basiswertpapier zum Preis K zu erwerben, keinen Wert mehr, weil das Papier am Markt mindestens genauso preiswert zu erwerben ist. Also ist der Wert (oder die Auszahlung) des Calls zum Zeitpunkt T gegeben durch

$$\max \{S_T - K, 0\}.$$

Es ist also klar, was die Option zum Zeitpunkt T wert ist. Da S_T aber zum Zeitpunkt Null noch nicht bekannt ist, ist nicht offensichtlich, was ein »fairer Preis« für die Option zum Zeitpunkt Null ist. Bei der Bewertung von Derivaten geht es um genau diese Frage. Sind Derivate nämlich im Verhältnis zueinander nicht richtig bewertet, entsteht Spielraum für Arbitrage.

Arbitragefreie Bewertung von Derivaten

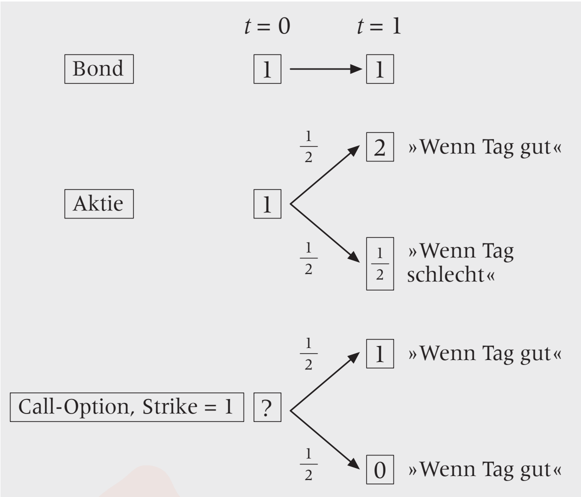
Ein Schlüsselbegriff der modernen Finanzmathematik ist eine Arbitrage-Möglichkeit, kurz eine Arbitrage. Das ist eine risikolose Gewinnmöglichkeit ohne die Bindung von Kapital. Ein Investor kann dabei ohne Startkapital und ohne das Risiko einzugehen, am Ende des Spiels verschuldet zu sein, durch geschicktes Kaufen und Verkaufen der am Markt verfügbaren Wertpapiere Gewinne erzielen. Entscheidend ist, dass man für eine Arbitrage kein Kapital benötigt beziehungsweise binden muss. So stellt etwa eine garantierte Verzinsung um vier Prozent pro Jahr auf eine Spareinlage keine Arbitrage dar, da sie das eingesetzte Kapital bindet, dieses also nicht anderweitig investiert werden kann. Umgangssprachlich würde man die Zinserträge natürlich durchaus als »risikolosen Gewinn« bezeichnen.

Eine (triviale) Arbitrage im obigen Sinne läge etwa vor, wenn man sich bei einer Bank 1000 Euro für drei Prozent Zinsen pro Jahr leihen könnte und dieses Geld bei einer anderen Bank für vier Prozent Zinsen pro Jahr anlegen könnte. Für den risikolosen Gewinn von 10 Euro brauchte man kein Kapital (lediglich eine gewisse Bonität, damit man das Geld von der ersten Bank geliehen bekommt). Um eine Arbitrage zu realisieren, muss man also Gegengeschäfte machen.

Einerseits werden die hier skizzierten mathematischen Modelle von sogenannten Arbitrageuren, also beispielsweise Hedgefonds-Managern, genutzt, um Arbitrage-Möglichkeiten aufzuspüren und sie für sich zu nutzen. So wird mit aufwändigsten Computerprogrammen ständig danach gefahndet, ob alle Wertpapiere vom Markt »richtig« zueinander bewertet sind. Andererseits ist das Fehlen von Arbitrage (Arbitrage-Freiheit) eine Minimalanforderung an ein sinnvolles ökonomischen Modell. Aus der Forderung der Arbitrage Freiheit lassen sich oft schon eindeutige Derivatepreise bestimmen. Diese Grundidee der arbitragefreien Derivatebewertung lässt sich am Einperioden-Binomialmodell mit zwei Basiswertpapieren darstellen.

Kursverlauf mit zwei möglichen Werten: Das Einperioden-Binomialmodell

Der Markt bestehe aus zwei Basiswertpapieren: einem risikolosen Wertpapier (»Bond«) und einer risikobehafteten Aktie. Zudem gibt es nur zwei Zeitpunkte $t = 0$ (»heute«) und $t = 1$ (»morgen«). Der Bond habe heute den Preis 1, und wir wissen bereits, dass er morgen mit Sicherheit auch den Preis 1 haben wird. Die Aktie startet ebenso mit dem Preis 1. Zum Zeitpunkt $t = 1$ gibt es aber zwei Möglichkeiten: Der Kurs der Aktie ist auf 2 gestiegen oder auf ½ gefallen. Beides trete annahmegemäß mit Wahrscheinlichkeit ½ ein. Die Frage ist nun, wie viel eine Call-Option auf diese Aktie zum Strike 1 (also das Recht, morgen eine Aktie zum Preis 1 zu kaufen) heute wert ist **1**.



1 Das Einperioden-Binomialmodell.

Die Auszahlung der Call-Option lässt sich durch Investitionen in Aktie und Bond auf folgende Weise replizieren: kaufe in $t = 0$ $\lambda = ⅔$ Aktien und $\mu = -⅓$ Bonds. λ und μ bestimmen sich als eindeutige Lösung folgenden linearen Gleichungssystems

$$\left.\begin{aligned}\mu + 2\lambda &= 1\\ \mu + \tfrac{1}{2}\lambda &= 0\end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \quad \mu = -\tfrac{1}{3},\quad \lambda = \tfrac{2}{3} \qquad (1.1)$$

»–⅓ Bonds kaufen« bedeutet, sich ⅓ Bonds zu leihen (um damit das Aktieninvestment zu finanzieren) und die geliehenen Bonds zum Zeitpunkt $t = 1$ wieder zurückzubezahlen.

Investitionen in fallende Kurse

Generell kann man sich nicht nur in Bonds verschulden, sondern auch in den risikobehafteten Wertpapieren. Der Fachbegriff dafür ist Leerverkauf: Ein Investor verkauft ein Wertpapier, das ihm gar nicht gehört. Daher muss er es zu einem späteren Zeitpunkt am Markt wieder zurückkaufen. Wenn der Kurs zwischenzeitlich gesunken ist, hat der Investor einen Gewinn gemacht, andernfalls einen Verlust. Mit Leerverkäufen kann man also in fallende Kurse investieren.

Der eindeutige arbitragefreie Preis der Call-Option zum Zeitpunkt $t = 0$ ist nun gerade der Geldbetrag, den man in $t = 0$ benötigt, um $\lambda = ⅔$ Aktien und $\mu = -⅓$ Bonds zu kaufen,also

$$p = \text{Optionpreis}_{\,t=0} = \text{Replikationskosten} = -\tfrac{1}{3}\cdot 1 + \tfrac{2}{3}\cdot 1 = \tfrac{1}{3}$$

Jeder andere Optionspreis als ⅓ würde nämlich eine Arbitrage ermöglichen. Im Fall $p > ⅓$ könnte man durch folgende Strategie Gewinne erzielen: »Leerverkaufe eine Option. Kaufe dafür das replizierende Portfolio, also ⅔ Aktien und –⅓ Bonds.« Der Überschuss beträgt $p - ⅓ > 0$. Zum Zeitpunkt 1 kann die Option in beiden möglichen Zuständen mit dem Wert des replizierenden Portfolios zurückgekauft werden, und der Überschuss $p - ⅓ > 0$ bleibt als risikoloser Gewinn.

Im Fall $p < ⅓$ lautet die Anweisung: »Kaufe eine Option. Leerverkaufe ⅔ Aktien und kaufe ⅓ Bonds.« Der Überschuss beträgt $⅓ - p > 0$. Zum Zeitpunkt 1 neutralisieren sich wieder in beiden möglichen Zuständen das replizierende Portfolio und die Option, und es bleibt der Gewinn $⅓ - p > 0$.

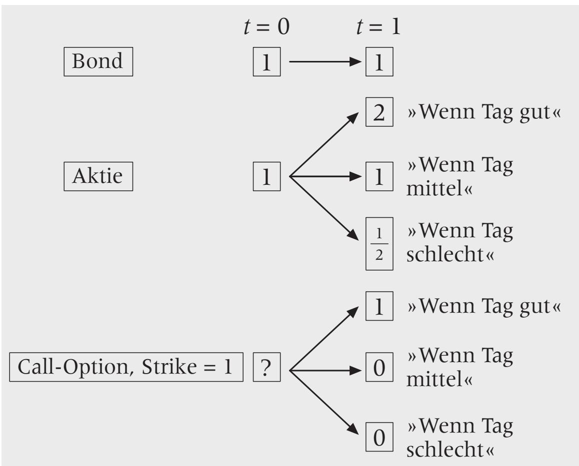
Wahrscheinlichkeiten gehen nicht in Optionspreis ein

Eine verblüffende Beobachtung ist, dass die Wahrscheinlichkeit ½, mit der die Aktie in dem Modell steigt, nicht in die Berechnung des arbitragefreien Optionspreises eingeht. Das heißt, wäre die Wahrscheinlichkeit, dass die Aktie auf 2 steigt, nicht ½, sondern beispielsweise $^{9}/_{10}$, dann wäre der arbitragefreie Preis der Option nach wie vor ⅓, obwohl die Wahrscheinlichkeit, dass die Option die Auszahlung 1 liefert und nicht wertlos verfällt, viel größer wäre.

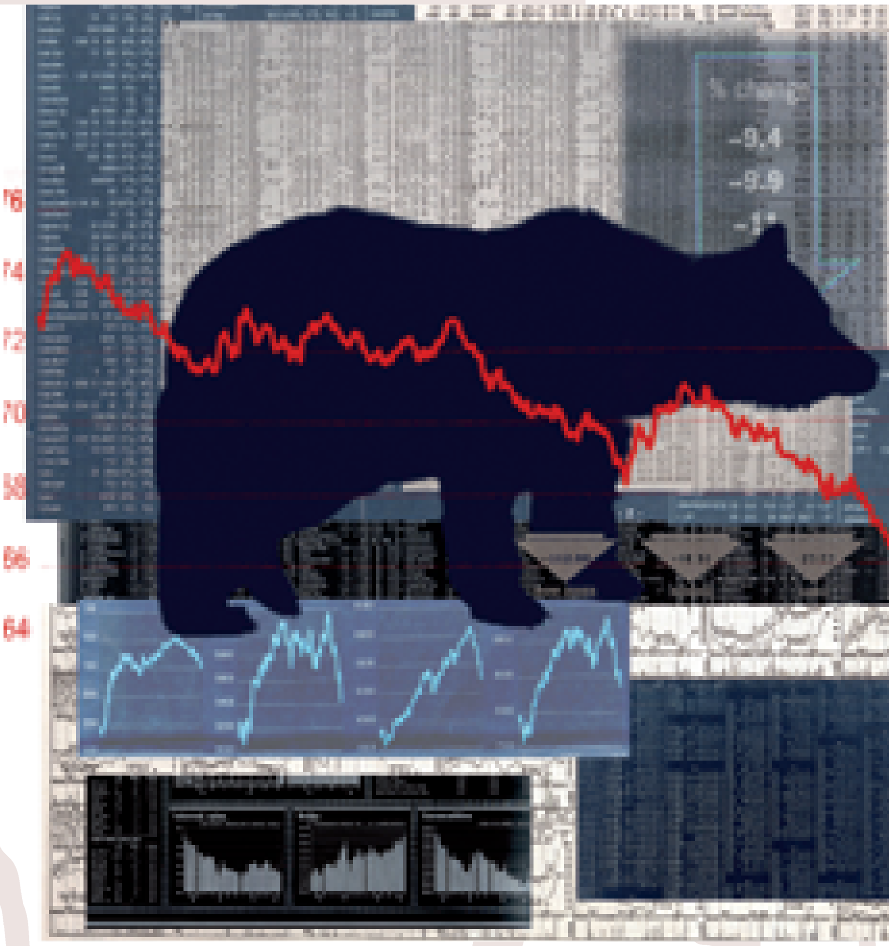
Der Grund hierfür ist, dass sich der Optionspreis durch ein Replikationsargument bestimmt, für das nur die heutigen Preise und die möglichen morgigen Preise der Basiswertpapiere relevant sind – nicht aber die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die möglichen morgigen Preise eintreten. Der Ansatz unterscheidet sich also grundlegend von einer klassischen versicherungsmathematischen Bewertung der Option, bei der die Optionsprämie etwa durch den Erwartungswert der Optionsauszahlung gegeben wäre. In diesem Beispiel wäre der Erwartungswert gleich ½, was als Optionspreis nach obiger Überlegung eine Arbitrage ermöglichen würde.

Eine Bank, die Call-Optionen verkauft, kann sich gegen das damit verbundene Risiko perfekt absichern. Hierfür muss sie in $t = 0$ λ risikobehaftete Wertpapiere kaufen. λ wird Hedgingstrategie oder Hedge genannt (englisch für »sich absichern«). Die spezielle Struktur des Calls geht in die Überlegungen nicht ein. Das Gleichungssystem (1.1) hätte auch für andere Auszahlungen, die auf den Wert der Aktie zum Zeitpunkt 1 bedingt sind, eine eindeutige Lösung.

Das Replikationsargument ist allerdings nicht sehr robust bezüglich der Modellwahl. Schon die Hinzunahme eines dritten möglichen Aktienpreises zum Zeitpunkt $t = 1$ macht die perfekte Nachbildung der Option aus Aktien und Bonds unmöglich, wie das folgende Beispiel des Einperioden-Trinomialmodells **2** zeigt.



2 Das Einperioden-Trinomialmodell mit drei möglichen Aktienverläufen.



Die Auszahlung der Call-Option lässt sich durch Aktie und Bond nicht replizieren:

$$\left.\begin{aligned} \lambda + 2\mu &= 1 \\ \lambda + \mu &= 0 \\ \lambda + \tfrac{1}{2}\mu &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

Brown'sche Bewegung oder das Torkeln eines Betrunkenen

Louis Bachelier modellierte Aktienpreisprozesse mit Brown'schen Bewegungen. Beginnen wir mit dem diskreten Analogon der Brown'schen Bewegung – einer elementaren Irrfahrt (»random walk«). Seien ε_1, ε_2, ε_3, … stochastisch unabhängige Zufallsvariablen, die jeweils mit Wahrscheinlichkeit ½ die Werte 1 und −1 annehmen, das heißt $P(\varepsilon_n = 1) = P(\varepsilon_n = -1) = ½$ für alle $n = 1, 2, 3, \ldots$ Stochastische Unabhängigkeit bedeutet, dass man aus dem Wert, den ε_1 annimmt, keine Rückschlüsse auf den Wert ziehen kann, den ε_2 annehmen wird.

Nun addieren wir diese unabhängigen Zufallsbewegungen auf. Im zweidimensionalen Raum wird der dabei entstehende Prozess oft mit dem Torkeln eines Betrunkenen in Verbindung gebracht, der ohne Gedächtnis rein zufällig hin- und herirrt. Wir fixieren den Zeitabstand $\Delta t > 0$ zwischen zwei Bewegungen und den Absolutbetrag der (eindimensionalen) Bewegung $\Delta x > 0$. Diese Größen sollen klein sein und später im richtigen Verhältnis gegen Null gehen. Definiere

$$X_{n\Delta t} = \Delta x \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (1.2)$$

Das heißt $X_{n\Delta t} = X_{(n-1)\Delta t} + \Delta x \varepsilon_n$. Man kann sich X als den Preis einer Aktie vorstellen. Es gehen ständig Kauf- und Verkaufsorder für diese Aktie ein. Beim Eingang einer Kauforder steigt der Preis um Δx Geldeinheiten, während ihn eine Verkaufsorder um Δx Geldeinheiten nach unten zieht.

Bekanntlich ist die Varianz der Summe unabhängiger Zufallsvariablen die Summe der Varianzen der Zufallsvariablen, also gilt

$$\text{Varianz } (X_{n\Delta t}) = n \text{ Varianz } (\Delta x \varepsilon_1) = n(\Delta x)^2. \qquad (1.3)$$

Zu dem Prozess X_t, der nur auf dem diskreten Gitter $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \ldots$ definiert ist, soll nun eine sinnvolle Entsprechung in stetiger Zeit gefunden werden. Dafür lassen wir den Zeitabstand Δt gegen Null laufen. Betrachten wir den Prozess (1.2) auf dem Zeitintervall [0, 1], so brauchen wir $^1/_{\Delta t}$ Zeitschritte, um von 0 nach 1 zu gelangen. Damit die Varianz von X_1 asymptotisch für $\Delta t \to 0$ weder verschwindet noch explodiert und wir einen sinnvollen Grenzwert erhalten, muss nach der Formel (1.3) der Absolutbetrag Δx eines einzelnen Sprungs gerade so schnell gegen Null gehen, dass der Quotient $(\Delta x)^2/\Delta t$ konstant bleibt. Also wähle $\Delta x = \sqrt{\Delta t}$. Der mit dieser Skalierung entstehende zeitstetige Grenzprozess von (1.2) für $\Delta t \to 0$ ist eine Brown'sche Bewegung $(B_t)_{t\in[0,1]}$. Aus dem zentralen Grenzwertsatz folgt, dass B_t für alle $0 \le t \le 1$ eine normalverteilte Zufallsvariable ist. Die Zuwächse von B_t sind wieder stochastisch unabhängig von dem Verhalten des Prozesses in der Vergangenheit, und es gilt Varianz $(B_t) = t$.

Addiert man alle Absolutbeträge der Veränderungen des Prozesses (1.2) im Zeitintervall zwischen 0 und 1 auf, so erhält man, egal welche Werte die ε_n annehmen, immer $\sum_{n=1}^{1/(\Delta t)} |\Delta x \varepsilon_n| = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, was wegen obiger Wahl von Δx gleich $\frac{1}{\sqrt{\Delta t}}$ ist. Die Summe der Beträge der Veränderungen auf dem Intervall [0, 1] gehen also für $\Delta t \to 0$ gegen unendlich, das heißt, die Schwankungen explodieren. Der Grenzprozess, die Brown'sche Bewegung, ist dann von »unendlicher Variation«. Anschaulich bedeutet dies, dass $(B_t)_{t\in[0,T]}$ aus »ganz vielen, ganz kleinen« zufälligen Auf- und Abwärtsbewegungen besteht, die sich zum größten Teil gegenseitig kompensieren und damit den Prozess endlich halten. Würde man aber den Versuch unternehmen, die Auf- und Abwärtsbewegungen voneinander zu trennen und separat aufzuaddieren, so würden beide Summen explodieren. Man kann sogar zeigen, dass, wenn Aktienpreisprozesse nicht-konstant und differenzierbar in der Zeit sind, es stets Arbitrage-Möglichkeiten gibt.

Das Black-Scholes-Modell

»All models are wrong but some are useful.«
(George E. P. Box)

Das mit dem Nobelpreis prämierte Black-Scholes-Modell besteht in seiner einfachsten Form, wie das Beispiel in 1, aus zwei Wertpapieren, die am Markt gehandelt werden: einem risikolosen Bond mit kontinuierlicher Verzinsung mit konstanter Rate $r \ge 0$, also $B(t) = \exp(rt)$ und einer risikobehafteten Aktie, deren Preis $S(t)$ von einer Brown'schen Bewegung $W(t)$ angetrieben wird, also

$$S(t) = s_0 \exp\left(\mu t + \sigma W(t) - \frac{1}{2}t\right), \quad t \in [0, T]. \qquad (1.4)$$

s_0 ist der Startwert der Aktie, $\mu \in \mathbb{R}$ bezeichnet den Drift und σ die Volatiliät, also die Höhe der zufälligen

Schwankungen. $S(t)$ wird geometrische Brown'sche Bewegung genannt. Im Gegensatz zur Brown'schen Bewegung selber, die von Bachelier zur Modellierung benutzt wurde, kann $S(t)$ nicht negativ werden, und die stochastische Verteilung der Rendite $\frac{S(t+1)-S(t)}{S(t)}$ (Gewinn pro eingesetztes Kapital) hängt nicht von $S(t)$ ab, was ökonomisch sinnvoll erscheint.

Implizit werden in dem Modell unter anderem folgende Voraussetzungen gemacht: 1) Käufe und Verkäufe der Aktie sind jederzeit möglich, und es fallen dabei keine Transaktionskosten an, 2) auf Kapitalerträge fallen keine Steuern an, 3) Käufe und Verkäufe haben keinen Einfluss auf den Wertpapierpreis (vollständige Liquidität). Zusätzlich werden folgende stochastische Verteilungsannahmen für den Aktienpreis gemacht: Die Renditen $\frac{S(t+1)-S(t)}{S(t)}$ sind normal verteilt, und die bedingte Verteilung von $\frac{S(t+1)-S(t)}{S(t)}$ hängt nicht von der Vergangenheit ab, insbesondere verändert sich der »Marktpreis des Risikos« nicht.

Die bahnbrechende Entdeckung war nun, dass man die vom Preis S_T abhängige und damit zufällige Auszahlung der Call-Option

$$\max\{S_T - K, 0\} \tag{1.5}$$

wie im simplen Einperioden-Binomialmodell aus Beispiel 1.1 durch Handelsgewinne mit der Aktie und dem Bond mit Wahrscheinlichkeit 1 replizieren kann. Dabei reicht es aber nicht aus, zum Startzeitpunkt eine bestimmte Anzahl an Aktien zu kaufen und diese dann bis zur Fälligkeit der Option zu halten (»buy-and-hold strategy«). Vielmehr muss der »Hedge«, also die Anzahl an Aktien, die man hält, um sich gegen die zufällige Auszahlung abzusichern, mit der Zeit und abhängig vom Verlauf des Aktienkurses ständig angepasst werden. Mathematisch betrachtet ist diese Anzahl wie der Aktienkurs ein stochastischer Prozess, der in der Theorie sogar unendliche Variation besitzt. Wie schon in Beispiel 1 begründet, ist das Startkapital, das man benötigt, um die Hedgingstrategie zu realisieren, der eindeutige arbitragefreie Preis der Call-Option. Sei $v(s, t)$ der Preis des Calls zum Zeitpunkt t unter der Bedingung, dass $S(t) = s$. Dann erfüllt $v(s, t)$ die folgende partielle Differenzialgleichung

$$\frac{1}{2}\sigma^2 s^2 \frac{\partial^2 v(s,t)}{\partial s^2} + rs\frac{\partial v(s,t)}{\partial s} + \frac{\partial v(s,t)}{\partial t} = rv(s,t),$$

für alle $s \in \mathbb{R}_+,\ t \in [0,T)$

mit der Endbedingung
$v(s, T) = \max\{s - K, 0\}$, für alle $s \in \mathbb{R}_+$.

Sprünge erhöhen das Risiko

Auf den ersten Blick wirkt das Modell von Black und Scholes recht komplex und realitätsnah und scheint mit dem minimalistischen Binomialmodell aus Beispiel 1 wenig gemein zu haben. Trotzdem ist das für das »Hedging« relevante kurzfristige Verhalten des Preisprozesses $S(t)$ dem Beispiel 1 mit zwei möglichen Preisänderungen der Aktie erstaunlich ähnlich. Anschaulich kann man argumentieren, dass die Stetigkeit der Brown'schen Bewegung die Unvorhersehbarkeit der Aktienpreisentwicklung für kurze Zeitintervalle genauso einschränkt wie im Beispiel 1 die Beschränkung auf zwei mögliche Preise der Aktie zum Zeitpunkt $t = 1$.

Wenn man also im statischen Einperiodenmodell zwei mögliche Endpreise als zu wenig empfindet, dann

sind auch die Spielräume des Black-Scholes-Modells ungenügend. Mit anderen Worten erlaubt die Erweiterung um einen dritten Zustand wie in Beispiel 2 schon mehr Flexibilität als das Black-Scholes-Modell.

Eine nützliche Weiterentwicklung des Black-Scholes-Modells besteht daher darin, Sprünge des Aktienkurses zuzulassen. Darin kann auch ein wesentlicher Unterschied der Vorstellungen der Ökonomie und der Physik, auf die Bachelier, Black und Scholes in ihren Modellen zurückgriffen, gesehen werden. Sprünge, wie sie real auf dem Aktienmarkt vorkommen, erhöhen das Risiko auf den Märkten und beschränken die Möglichkeiten der Investoren, ihr Portfolio wirkungsvoll zu kontrollieren. Zum Beispiel kann bei stetigen Preisprozessen eine Aktie verkauft werden, sobald sie die Marke von 100 Euro unterschreitet, und ihr Besitzer bekommt beim Verkauf zumindest noch 100 Euro. Wenn der Preis aber unter 100 Euro springt, womit man auch das Phänomen modellieren kann, dass der Investor nicht in der Lage ist, schnell genug zu reagieren, ist das Risiko wesentlich größer und schwieriger abzuschätzen.

Ein wichtiger Effekt auf den Märkten ist, dass das Hedgen von Optionen einen teils immensen Rückkoppelungseffekt auf den Aktienpreis ausübt. Dieses Phänomen, das im Black-Scholes-Modell nicht berücksichtigt wird, wird dadurch befördert, dass viele Optionen in viel größeren Volumina gehandelt werden als die zugrunde liegenden Aktien. Ein ähnliches Problem besteht darin, dass bei leichten Kursverlusten die Computerprogramme einiger Marktteilnehmer Verkaufsempfehlungen aussprechen, deren Befolgung zu weiteren Kursverlusten führt, was wiederum weitere Marktteilnehmer zum Verkauf verleitet.

Trotz aller seiner offenkundigen Mängel ist das Black-Scholes-Modell immer noch der Industriestandard zur Bewertung von Derivaten. Auch wenn viele seiner wesentlichen Annahmen in der Realität nicht erfüllt sind, wird es von Banken mit entsprechenden Anpassungen immer noch benutzt, und in der Wissenschaft ist es das Referenzmodell, mit dem sich die Ergebnisse jedes neuen, komplizierteren Modells vergleichen lassen müssen.

Das Resultat von Black und Scholes wurde 1973 in dem Artikel »The Pricing of Options and Corporate Liabilities« vom »Journal of Political Economics« veröffentlicht; (übrigens nach mehreren erfolglosen Versuchen bei anderen Zeitschriften). Laut »Google Scholar« wurde die Arbeit/2/ bisher 8677 Mal zitiert (Stand April 2008). Im Jahre 1997 erhielten Myron Scholes und Robert C. Merton den Wirtschaftsnobelpreis für ihre Arbeiten/2/ /3/ zur Optionsbewertung. Fischer Black war bereits 1995 gestorben.

Garantiefonds

Es werden die verschiedensten, teilweise sehr exotischen Derivate gehandelt. Einerseits dient der Kauf von Derivaten der Absicherung realer Risiken (etwa der Absicherung des Währungsrisikos eines exportierenden Industrieunternehmens). Andererseits werden durch den Handel von Derivaten neue Risiken eingegangen, die die Akteure oft nicht mehr durchschauen und die zu globalen Finanzkrisen führen.

Für Privatanleger interessante Derivate sind sogenannte Garantiefonds. Bei einem solchen Fonds wird das eingesetzte Kapital in eine Kombination aus festverzinslichen Wertpapieren (Bonds) und Call-Optionen auf einen Aktienindex (etwa dem DAX) investiert. Wenn die Strikepreise der Optionen groß sind, sind die Optionen im Vergleich zur Nachbildung des Aktienindexes relativ preiswert. Daher ist der Bondanteil (und damit die garantierte Auszahlung zum Laufzeitende) relativ groß. Wegen der anfallenden Zinsen auf das in Bonds investierte Kapital kann mithin sogar eine Auszahlung von 100 Prozent des eingesetzten Gesamtkapitals garantiert werden. Steigt der Aktienindex nur moderat oder fällt er sogar, dann verfallen die Call-Optionen und das Endkapital besteht nur aus dem Garantiewert. Bei einem starken Anstieg des Index gewinnen die Call-Optionen aber überproportional zum Index an Wert und der Anleger kann davon stark profitieren (man nennt das »Hebelwirkung« der Call-Option). Er kann mitunter einen höheren erwarteten Gewinn erzielen als ein Investor, der denselben Geldbetrag zu 100 Prozent direkt in den Index investiert und damit natürlich keine Garantie auf das eingesetzte Kapital hat.

Allgemein kann man mit Derivaten zufällige Auszahlungen generieren, die nichtlinear vom Kurs einer Aktie oder eines Aktienindexes zum Fälligkeitszeitpunkt abhängen. Mit diesen Produkten kann ein Anleger ein Portfolio bilden, was sehr viel individueller auf sein Risikoprofil abgestimmt ist, als wenn er nur direkt in Aktien investieren könnte. ◆

Literatur

/1/ Bachelier, L., Théorie de la spéculation. Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure, 17, 21–86, 1900.

/2/ Black, F. und Scholes, M., The Pricing of Options and Corporate Liabilities. Journal of Political Economics, 81, 637–659, 1973.

/3/ Merton, R., Theory of Rational Option Pricing. Bell Journal of Economics and Management Science, 4, 141–183, 1973.

Der Autor

Juniorprofessor Dr. Christoph Kühn, 34, studierte Wirtschaftsmathematik an der Philipps-Universität Marburg und promovierte 2002 an der Technischen Universität München in Mathematik. Nach einer Post-Doc-Tätigkeit an der Technischen Universität Wien ist er seit Dezember 2002 als Juniorprofessor für Finanzmathematik am Aufbau des Frankfurt MathFinance Instituts der Goethe-Universität beteiligt. Seine Forschungsinteressen liegen auf dem Gebiet der Finanzmathematik und der stochastischen Analysis. Innerhalb der Finanzmathematik beschäftigt sich Kühn insbesondere mit Portfoliooptimierung, Derivatebewertung und der Modellierung illiquider Finanzmärkte sowie der Marktmikrostruktur.

ckuehn@math.uni-frankfurt.de http://ismi.math.uni-frankfurt.de/kuehn

Pop, Protest und Politik: Die Comics der 68er

Der Wendepunkt – Von den bescheidenen Anfängen in den 1950er Jahren zur Vielfalt des Comic-Angebots in der Gegenwart

von Bernd Dolle-Weinkauff

Von kultureller Akzeptanz noch weit entfernt, entwickelte der Comic gegen Ende der 1960er Jahre ganz neue Qualitäten: In der bewegten gesellschaftlichen Atmosphäre dieser Zeit aufgeladen mit politischen und künstlerischen Ambitionen findet er seine Adressaten nicht mehr nur beim Kinderpublikum, sondern richtet sich zunehmend an eine politisch bewegte Öffentlichkeit der Heranwachsenden und Erwachsenen.

Eines der zahlreichen fremden Phänomene, mit denen sich das überraschte deutsche Publikum nach dem Ende des Zweiten Weltkriegs konfrontiert sah, waren die Comics: bunte Bilderhefte mit gezeichneten Figuren und Texten in Sprechblasen, die Zeitzeugen zufolge zuerst und in großer Zahl aus dem Marschgepäck der Besatzungssoldaten in die Hände der Leser gelangten. Alsbald etablierte sich dann während der 1950er Jahre im Zuge von Wiederaufbau und Wirtschaftswunder auch ein stattliches deutschsprachiges Comic-Angebot, das sich freilich heftigen Anfeindungen vonseiten der Erwachsenen ausgesetzt sah. Insbesondere Pädagogen, Bibliothekare und konfessionelle Verbände machten mobil gegen ein nach ihrer Ansicht »unterwertiges Schrifttum«, dessen Verbreitung unter den Kindern und Jugendlichen Gefahren heraufzubeschwören schien, unter denen die Vision vom Ende der Lesekultur noch die geringste war. Es bedurfte gut eines Jahrzehnts, bis der Schlachtenlärm des »heißen« Schmutz- und Schundkampfs abzuebben begann und abgelöst wurde von subtileren Formen kultureller Stigmatisierung, die allerdings dann als Indikation gegen das Comic-Fieber auf Dauer ebenso wirkungslos blieben.

Karikatur und Satire im Umfeld der kritischen Publizistik

Einen Aufschwung durch konsequente Nutzung der Stilmittel der Comic-Erzählung erlebt in den 1960er Jahren die politische und zeitkritische Karikatur. Die Sammelbände etwa mit den Strips von Fritz Wolf (»Lieben Sie Partys?« 1967, »Bilder aus der Provinz« 1972 und andere) oder von Markus (das ist Jörg Mark-Ingraban von Morgen, geboren 1928) aus dem »Stern« und anderen Periodika bieten wahrhaft kritische Ansichten des Zeitgeists in origineller Perspektive. Wenngleich es sich hier um ein weites Verständnis des Politischen handelt, das sich in der Thematisierung gesellschaftlicher Hierarchien, Normen und Konventionen niederschlägt, so sind die kritische Komponente und deren zunehmende Schärfe unübersehbar. Das publizistische Zentrum von Karikatur und Satire bildete die 1961 gegründete Zeitschrift »pardon«, deren Auftreten Karl Riha als »Ablösung der älteren politischen Karikatur durch den politischen Comic Strip« wertet. Zusammen damit gewinnt der Comic in der Satire an Boden gegenüber dem herkömmlichen Ein-Bild-Witz, dem Cartoon wie auch gegenüber der traditionellen Bildgeschichte. Literatur- und Medienparodien im Stil des amerikanischen Nonsens-Magazins »MAD« wie auch stilistische Anleihen bei der zeitgenössischen Pop-Art lassen verstärkt internationale Einflüsse erkennen.

Zu den Beiträgern von »pardon« zählen unter anderem F. W. Bernstein, Robert Gernhardt, Hans Traxler, Chlodwig Poth und F. K. Waechter, deren Werke deutlich im Kontext der 68er-Revolte, der Außerparlamentarischen Opposition (APO) und der gesellschaftlichen Emanzipationsbewegungen jener Periode stehen, die sie mit ihren Werken teilweise vorbereitet, glossiert und satirisch aufgearbeitet haben. Nach dem Ausscheiden bei »pardon« gründen sie 1979 das Blatt »Titanic« und werden – in Anspielung auf die Schule der Kritischen Theorie Horkheimers und Adornos und deren Rolle für die Studentenbewegung – als die »Neue Frankfurter Schule« bezeichnet.

Das Spektrum der Themen lässt sich etwa an den Titeln der Ratgeber-Parodien aufzeigen, die Chlodwig Poth seit den frühen 1960er Jahren veröffentlicht hat: Es reicht vom scheinbar Privaten (»Taktik des Ehekriegs« 1963, »Taktik der Verführung« 1964, »Mein progressiver Alltag« 1975) bis in dezidiert politische Bereiche (»Wie man das Volk vertritt. Szenen aus dem

»Super-Mädchen« von Alfred von Meysenbug ist ein buntes Kaleidoskop der Konsumwelt, stilistisch angelehnt an Roy Lichtensteins Pop-Art-Comics. Die Verkäuferin mit dem bezeichnenden Namen Jolly Boom wird vor lauter Hingabe selbst zur Ware. Der Autor hat sich für seine Texte teilweise wortwörtlich bei marktgängigen Ratgebern für den perfekten Verkauf bedient. Von Zeitgenossen wurde kritisiert, dass Meysenbugs kritisch intedierte Darstellung vor allem auf erotische Überhöhung abziele und er damit die gleichen Mittel einsetze wie die Reklamestrategen der kapitalistischen Ökonomie.

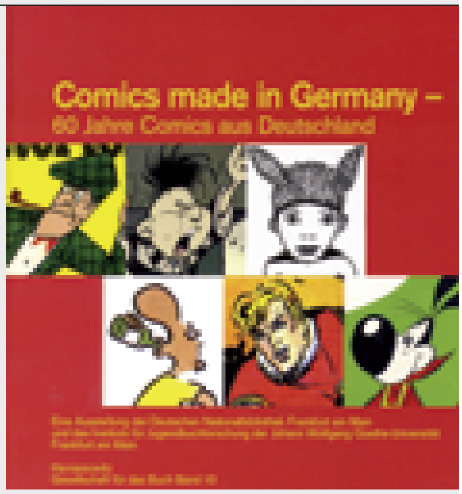
Eines der großen innenpolitischen Themen der zweiten Hälfte der 1960er Jahre waren die von der Großen Koalition aus SPD und CDU vorgelegten Notstandsgesetze. Die Studentenbewegung, Teile der Gewerkschaften wie auch der Sozialdemokratie und die Außerparlamentarische Opposition (APO) sahen darin eine allgemeine Entrechtung und Entmündigung des Bürgers.

Leben eines Bundestagsabgeordneten« 1980). Immer wieder aufgegriffen werden von den Karikaturisten die dominierenden innen- und außenpolitischen Themen der Zeit, vor allem die Debatten um die Notstandsgesetze und den Vietnam-Krieg. Vor dem Hintergrund der sich wandelnden Geschlechterbeziehungen, des emanzipatorischen Aufbegehrens gegen bisher als unverrückbar geltende Autoritäten und der Liberalisierung der pädagogischen Vorstellungen werden Partnerschaft, Familie, Kindheit und Erziehung zu dankbaren Themen der streitbaren Satire – nicht zuletzt dann, wenn die neuen Ideale, wie etwa in F. K. Waechters »Gespräch zur Suppe« (1969), miteinander in Konflikt geraten und unter der dünnen Decke hastig angeeigneter progressiver Normen die alten autoritären Muster wieder hervorbrechen.

Einen besonders spektakulären Ausläufer dieser Thematik stellt die Aufklärungs- und Sexwelle in der zweiten Hälfte der 1960er Jahre dar, die auch am Comic nicht vorbeigeht. Hans-Christoph Buch konstatiert gar eine »Sex-Revolte im Comic-Strip« und äußert dabei den Verdacht, dass »Parodie und kritische Distanzierung hier nur das Alibi liefern sollen, um so ungestörter Pornografie treiben zu können. Der Protest gegen sexuelle Normen ähnelt nur allzu sehr dem, was er zu bekämpfen vorgibt: der bürgerlichen (Doppel-)Moral«. Dessen ungeachtet bleibt das Thema ein Dauerbrenner der zeitgenössischen Karikatur und zieht sich ebenso provokatorisch wie genüsslich durch Klassiker-Parodien, zeitkritische Glossen und politisch-aufklärerisch intendierte Beiträge. Nicht weniger beliebt als Objekt der Satire ist die glänzende Warenwelt der Konsumgesellschaft, die sich im Zuge der Wirtschaftsbooms der Nachkriegszeit und einer hypertrophen Reklamewelt tief in das Alltagsleben eingräbt. Sie erscheint einerseits als die große, weitgehend ero-

Buchtipp: »Comics made in Germany«

Deutschland, so heißt es, sei ein Comic-Importland. Tatsächlich haben jedoch deutsche Autoren und Zeichner im Lauf der vergangenen sechs Jahrzehnte eine Vielzahl interessanter Werke vorgestellt, die teilweise hohe Popularität erreichten. Das Begleitbuch zur Ausstellung »Comics made in Germany. 60 Jahre deutsche Comics« eröffnet den Blick auf eine bemerkenswerte Produktion: Sie beginnt mit den Pionieren der Bildgeschichte Ende der 1940er Jahre und den Helden der ersten Fan-Generation wie »Sigurd« und »Tibor«, »Nick Knatterton« und »Fix und Foxi«. Die Pop-Art und der politisch-gesellschaftliche Aufbruch der 1960er Jahre hinterlassen im Comic ebenso ihre Spuren wie die Jugendkulturen des Folgejahrzehnts. In den 1980er und 1990er Jahren tritt neben die populären Ikonen von »Werner« bis »Kleines Arschloch« ein literarischer und künstlerischer Aufbruch, der bis in die Gegenwart anhält. Der Band bietet einen ausführlichen Essay von Bernd Dolle-Weinkauff über Entwicklung und Tendenzen des deutschen Comic, angefangen mit den ersten Heften der Nachkriegsära bis hin zu den jungen deutschen Mangaka in der Gegenwart, die Geschichten in der Manier des japanischen Comic schreiben und zeichnen. Kurzbiografien mit Werkverzeichnissen von 53 deutschen Comic-Machern runden das reich illustrierte Buch zu einer ebenso handlichen wie lesbaren Darstellung der deutschen Comic-Kultur ab.



Comics made in Germany. 60 Jahre Comics aus Deutschland. Begleitbuch zur Ausstellung in der Deutschen Nationalbibliothek Frankfurt (24. Januar bis 24. Mai 2008) und Leipzig (13. Juni bis 6. September 2008). Wiesbaden: Harrasowitz 2008 (Gesellschaft für das Buch 10), ISBN 978-3-447-05690-8, 142 Seiten, 14 Euro.

Durch das Fernsehen und die Illustrierten dringt die Werbung immer massiver in den Alltag ein. Hans Traxler parodiert in der Satire-Zeitschrift »pardon« die besonders impertinenten Slogans der Waschmittelwerbung – und legt sie den Protagonisten eines Strindberg'schen Ehedramas in den Mund.

tisch drapierte Verführung und andererseits als eine Form der geschickten Steuerung und Beeinflussung stupider Massen in einem dekadenten spätkapitalistischen System.

Politische Lehrstücke in Comicform

Dagegen regt sich Widerstand in politischen Parteien, Aktions- und Basisgruppen wie auch in spontaner direkter Aktion. In diesem Umfeld wird ebenfalls der Comic entdeckt als ein Mittel der Agitation und Mobilisierung, von dem sich die Akteure besondere Verständlichkeit und Anschaulichkeit versprechen. Comics finden sich in zahlreichen Ad-hoc-Schriften, auf Wandzeitungen und Flugblättern und werden nicht selten im unmittelbaren Kontext der politischen Aktion kreiert.

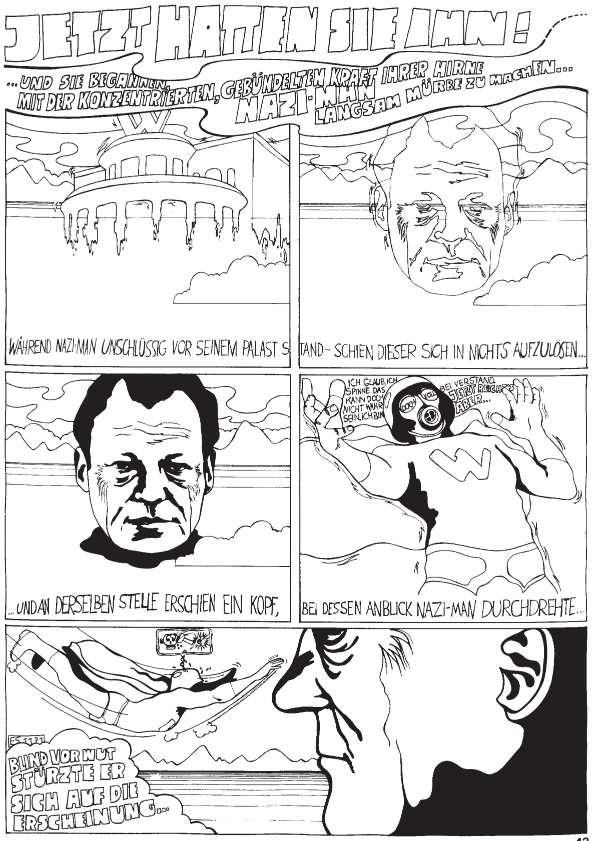
Geradezu exemplarisch erscheint in dieser Hinsicht der Bericht von Bernd Brummbär, einem Zeitgenossen aus der bunten Frankfurter Hippie- und Politszene der 1960er Jahre, über eine der ersten erfolgreichen Hausbesetzungen: »Eines Nachts kamen wir, reparierten die Elektrik, fixten Wasser und Toiletten, strichen ein paar Wände und halfen einer Familie aus einer Slum-Situation umzuziehen in ein paar anständige Zimmer. Ich zeichnete einen Comic-Strip in dieser Nacht, das [sic!] gleich gedruckt wurde und am morgen in allen Briefkästen der Umgebung lag und gleichzeitig von der Frankfurter Rundschau abgedruckt wurde. Wir hatten das Parterre verrammelt, die Polizei sollte es nicht zu einfach haben. Aber die Polizei kam nicht! Am Nachmittag gratulierte uns der lokale Pfarrer! Passanten warfen Zigaretten durchs Fenster und brachten Bier. Die erste Hausbesetzung hatte geklappt! Wenn ich mich nicht irre, waren es zwei Jahre später schon über hundert.« Ein anderer Zeitgenosse, der Literaturwissenschaftler Karl Riha, von 1962 bis 1967 Redakteur des Frankfurter Studentenmagazins »Diskus«, weiß von einer »Masse politischer Comics« zu berichten, die seinerzeit in »Schüler-, Studenten-, Hippie-, Provo- und Underground-Zeitschriften, literarischen und antiliterarischen Magazinen, auf Flugblättern, Plakaten und billig hektografierten Informationsschriften« veröffentlicht wurden.

Wenn sie nicht ausschließlich für den Tagesgebrauch bestimmt waren, nahmen Comics dieser Art den Charakter von exemplarischen Reportagen oder politischen Lehrstücken an, die bestimmte modellhafte Konflikthandlungen, Darstellungen erfolgreichen Widerstands gegen Repression in Schule, Universität und Arbeitswelt beziehungsweise im kapitalistischen Alltag offerierten. So berichtet das im ASSO Verlag erschienene Heft »Rabatz bei Fleck & Co« (1973) von einer gelungenen Lehrlingsrevolte, und noch in Peter Fuchs' »Adalbert Abhängig« (1976) klingt in der unprätentiösen Aufmachung, den typisierten Figuren – »soziale Charaktermasken« im damals geläufigen Protestjargon – und politischen Beispielhandlung das Vorbild der hektografierten Flugzettel-Comics der 68er-Aktivisten an. Neben den realitätsorientierten Schauplätzen treten in diesen Geschichten oft auch mehr oder minder fantastische Fiktionen auf, die nicht selten aus den populären Comic-Kosmologien herrühren. So hat etwa der Hamburger Karikaturist Stefan Siegert 1971 für die »eine marks reihe« des quer-Verlags eine Tarzan-Geschichte gezeichnet, in deren Verlauf der Herr des Dschungels antikolonialistische Ambitionen entwickelt und befreundeten Eingeborenen gegen profitgierige Eindringlinge beisteht (»… und was macht Tarzan, wenn …«). Als eine Parabel über Befreiungsbewegungen in der Dritten Welt lehrt die Geschichte die Notwendigkeit von Solidarität gegen die Herrschenden und ist in dieser allgemeinen Form auch dazu bestimmt, auf die Verhältnisse in den industrialisierten Gesellschaften übertragen zu werden. Dies wird noch einmal unter-

Ernst Steingässers Nazi-Man ist eine fantastische Mutation des seinerzeitigen CSU-Vorsitzenden Franz-Josef Strauß. Als Schreckbild rücksichtslosester Law-and-Order-Politik führt er die Auseinandersetzung mit seinen politischen Gegnern in der schlagkräftigen Art amerikanischer Superhelden. In einem furiosen Finale wird er schließlich durch eine überdimensionale Erscheinung Willy Brandts gestoppt.

30

31



43

strichen in einer Blasensentenz des offensichtlich auf den vietnamesischen Revolutionsführer Ho Tschi Minh anspielenden »Weisen Hotschu«, der seine Mitstreiter mahnt, die eroberten Maschinen nicht zu zerstören, sondern produktiv zu nutzen.

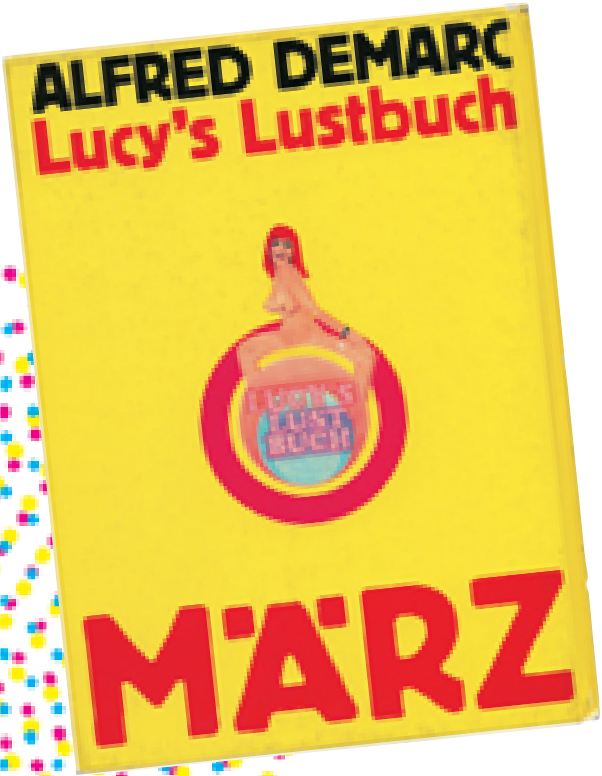
Sozialkritische Pop-Bilderbücher

Zu den ambitioniertesten Projekten dieser Zeit zählen einige von jungen Grafikern und Künstlern hergestellte Bilderbücher für Erwachsene – schon dies ein Affront gegen die Konventionen! Sie sind deutlich inspiriert von der Plakatkunst, dem Reklamedesign und der Pop-Art der 1950er und 1960er Jahre. Ihre unmittelbaren Vorbilder finden sich in den Werken Roy Lichtensteins und Andy Warhols, die mit der »documenta 1968« erstmals von einem breiteren Publikum in Deutschland rezipiert wurden. Ebenso wie einige nahezu gleichzeitig in anderen europäischen Ländern veröffentlichte Bände – etwa von Guy Peellaert in Belgien (»Pravda la Survireuse« 1968) oder Dino Buzzati in Italien (»Poema a fumetti« 1969) – führen die Macher der deutschen Pop-Bilderbücher das bei den amerikanischen Künstlern isolierte und vereinzelte Comic-Bild wieder zurück in einen erzählerischen Zusammenhang. Im Gegensatz zu ihren Vorbildern entwickeln sie somit den kritischen Blick auf Kultur und Gesellschaft nicht aus der Momentaufnahme, sondern in der Konstruktion einer fortlaufenden Handlung in Bildern, deren surreale Note allerdings in keiner Weise verleugnet wird.

Ernst Steingässers Album »Der Nazi-Man« (1972) ist eine im Schwarz-Weiß-Druck erschienene Geschichte, deren Cover allerdings in provokatorischer Absicht im Farbenspiel der deutschen Nationalflagge prangt. Sie verwendet das seinerzeit noch relativ neue Muster der Superhelden-Parodie, das in diesem Fall eine negative Konnotation enthält. Während in anderen Beispielen, etwa Guido Zingerls »Super Charlie«, ein mit Superkräften ausgestatteter Karl Marx den »friedlichen APOs« gegen ihre Bedränger beisteht, ist die mit dem Symbol der neonazistischen Aktion Widerstand markierte Figur ein politisches Feindbild. Als Mutation des CSU-Vorsitzenden Strauß räumt der mächtige Finsterling unter seinen Gegnern gewaltsam auf und kann erst durch ein Mirakel in Gestalt einer surrealen Erscheinung Willy Brandts gestoppt werden. Ähnlich wie das Happening in der studentischen Protestkultur setzt Steingässers Bildfolge nicht auf schlüssige Argumentation, sondern auf Provokation und effektvolle Inszenierung. Bildaufbau und Erzählung vereinen Züge der Karikatur mit surrealistischen Darstellungsformen und psychedelischen Visionen, wie sie in der Emblematik der Hippie-Kultur zu finden waren. Steingässers »Nazi-Man« stellt auf diese Weise ein Dokument jener Verflechtung diverser subkultureller Szenen der jugendbewegten Pop-Fans, Beatniks, Hippies und Polit-Freaks dar, die während der 68er-Zeit noch existierte und in den 1970er Jahren in unterschiedliche Jugendszenen und dezidiert politische Organisationen auseinanderlief.

Auch Heiner H. Hoiers und Detlef Michelers »Das wirklich neue Testament« (1971) setzt an beim Mythos des Superhelden, steht dabei jedoch in der von der Aufklärung des 18. Jahrhunderts begründeten Traditionslinie des religionskritischen Pamphlets. Das professionelle grafische

Heiner H. Hoiers und Detlef Michelers »Das wirklich neue Testament« steht in der Tradition des antiklerikalen Pamphlets und knüpft an die Forderungen der zeitgenössischen Befreiungstheologie an. Die Szenerie mit Jesu Einzug in Jerusalem gerät zu einer Parodie auf die zeitgenössischen politischen Demonstrationen und deren politische Parolen.



Mit »Lucy's Lustbuch« präsentiert Alfred von Meysenbug 1971 nicht nur einen lasziven erotischen Bilderbogen, sondern auch eine derbe Medien- und Prominenten-Satire, die von Mick Jagger bis Dieter Thomas Heck und Franz-Josef Strauß kaum einen der bekannten Stars und Politiker verschont. Die Story rankt sich um Brav(o)-Girl Lucy und dessen frivole Erlebnisse in der Welt der Parties und des Luxus.

Design und die klare Strukturierung der mit einer kleinen, wohlabgestimmten Palette poppiger Farben operierenden Bildgeschichte bildet den Rahmen für eine Ansammlung von Gags, Wortspielen und Slapstickszenen, die ausgewählte Partien des Neuen Testaments parodiert – beginnend mit Jesu Taufe im Jordan und endend mit einem auf den elektrischen Stuhl verlegten Golgatha. Dabei tritt neben die religionskritische Tendenz – mindestens gleichgewichtig – der selbstironische Blick auf die quasireligiösen Attitüden und Rituale der Pop-Kultur wie auch des linken politischen Aktionismus. Hoiers und Michelers Buch steckt – über die biblischen Bezüge hinaus – im Übrigen voller Anspielungen auf Comics, Literatur, Film, Kunst, Geschichte und Zeitereignisse, die das Album zu einer Ansammlung überbordender, nicht selten auch kalauernder Komik machen, wie sie seinerzeit vor allem im Magazin »MAD« vertreten war.

Meysenbug: Politische und soziale Ansichten in Bildgeschichten

Als die wohl markantesten Werke des Aufbruchs und der Revolte dieser Zeit wird man die Comic-Bücher Alfred von Meysenbugs ansehen dürfen. Wie in kaum einem anderen Werk verdichten sich hier künstlerische, politische und soziale Ansichten in Bildgeschichten, die die Grenzen wie auch die Unterhaltungsfunktionen konventioneller Comics überschreiten. Der im Umkreis des Frankfurter SDS tätige Zeichner war Student am Institut für Sozialforschung und bereits vorher durch seine Strips für die seit 1963 in Frankfurt erscheinende Schülerzeitschrift »Peng« in der politischen Szene bekannt geworden. Mit »Mini-Faust« veröffentlichte er 1968 seinen ersten Comic-Band. Meysenbug aktualisiert hier den Mythos des faustischen Erkenntnisdrangs auf recht prosaische Weise und lässt den Teufelspakt mit »Mephi« in letztlich frustrierenden Drogenexperimenten enden – eine Botschaft, die sich ganz offensichtlich gegen die in der Szene verbreitete Vorliebe für bewusstseinserweiternde Drogen richtete. Im Übrigen finden sich in seinen Geschichten allenthalben Anspielungen auf zeitgenössische Personen und Ereignisse, nicht zuletzt auch auf das Frankfurter Milieu, charakteristische Schauplätze und Stadtansichten.

Meysenbugs optische Darbietung, geschult an der Werbegrafik wie auch an der Pop-Art Roy Lichtensteins, setzt auf eine massive Idolisierung der Dinge. Seine bunten klein- und großformatigen Panels fügen sich zusammen zu Reportagen von prototypischen Schicksalen aus der Konsumgesellschaft: »Super-Mädchen« (1968), die Geschichte der Verkäuferin mit dem bezeichnenden Namen Jolly Boom, die sich so perfekt in die Warenwelt einfügt, dass sie sich schließlich selbst verkauft; »Glamour Girl« (1968), die Story der Stripperin Carla Lilly, die sich nicht aufgeben will, einem Traum von einem anderen Leben nachhängt und nach einigen Irrungen beim studentischen Aktionsrat zur Befreiung der Frau landet. In beiden Erzählungen wird der erotische Aufschein der Warenwelt so plakativ inszeniert, dass manche Mitstreiter der Neuen Linken darin eine Beeinträchtigung der politischen Botschaft sahen, merkt Amendt im Vorwort zur Neuausgabe von 1975 an. In »Lucy's Lustbuch«, veröffentlicht 1971 unter dem Pseudonym Alfred Demarc, wird denn auch ganz ungeniert eine laszive Ausstellung von Sexualität verfolgt, ohne allerdings auf die satirische Grundnote zu verzichten.

Tatsächlich liegt es Meysenbug fern, die Suggestionskraft des verführerischen Bildes einfach zu denunzieren oder dessen Faszination zu leugnen. Aus diesem Grund kann er diese formalen Mittel – wie es im APO-Jargon hieß – »umfunktionieren«, ohne den potenziellen Widerspruch von formalem Ausdrucksmittel und

Literatur

Amendt, Günter: Künstler in der antiautoritären Bewegung. Vorwort zu: Supermädchen und andere Comics aus den Tagen des großen Boom. Frankfurt: Zweitausendeins 1975, 5–18.

Comics made in Germany. 60 Jahre Comics aus Deutschland. Eine Ausstellung der Deutschen Nationalbibliothek Frankfurt am Main und des Instituts für Jugendbuchforschung der Johann Wolfgang Goethe-Universität (Begleitbuch). Wiesbaden: Harrassowitz 2008 (Gesellschaft für das Buch, Bd. 10).

Brummbär, Bernd: Die Stellung des Samstagnachmittags im Universum. In: Werner Pieper (Hrsg.): Alles schien möglich. 60 Sechziger über die 60er Jahre und was aus Ihnen wurde. Löhrbach: Grüne Kraft 2007, 192–200.

Buch, Hans-Christoph: Sex-Revolte im Comic strip. In: Teuflische Jahre. Das Witzigste aus PARDON. Frankfurt Bärmeier und Nikel 1969, 227–237 (Spass, Satire, Karikatur Bd. 4).

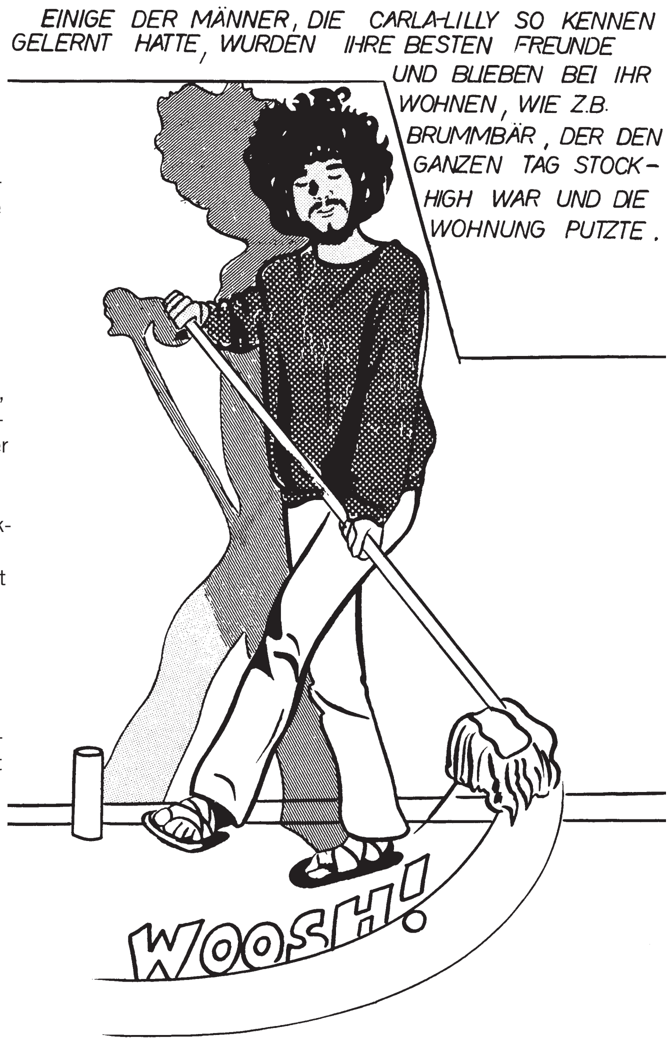
Dolle-Weinkauff, Bernd: Comics. Geschichte einer populären Literaturform in Deutschland seit 1945. Weinheim/Basel: Beltz 1990.

Metken, Günter: Comics. Frankfurt: S. Fischer 1970.
Riha, Karl: Zok, roarr, wumm. Zur Geschichte der Comics-Literatur. Gießen: Anabas 1970.

intendierter Botschaft problematisieren zu müssen. »Die Naivität des Verfahrens« – so notierte der Kunstkritiker Günter Metken seinerzeit – »mit den Primitivmitteln der Subkultur für Aufklärung zu werben, hat in der Linksintelligenz entsprechenden Beifall gefunden […] Durch Genuss zur Kritik zu führen, ist eine verlockende Methode«. Dass dieses scheinbar »naive« Verfahren nichts anderes als den Versuch einer Umsetzung der Theorien Herbert Marcuses über die Mobilisierung revolutionärer Potenziale im Spätkapitalismus darstellte, wird in »Super-Mädchen« ganz explizit durch ein großformatiges Zitat des Philosophen der Frankfurter Schule dokumentiert.

Jugendkultur und Kunst

Waren die Comics bis dahin als eher minderwertige Unterhaltungsstoffe für Kinder angesehen worden, so erschließt ihnen die Entwicklung der späten 1960er Jahre nicht nur ganz neue Themen und Darstellungsformen, sondern auch ein neues, vornehmlich erwachsenes Publikum. Einen wesentlichen Anteil daran besitzt die von den zeitgenössischen modernen Kunstströmungen ausgehende neue Wertschätzung der populären Bilderwelt und der Medien. Die zu dieser Zeit aufkommenden politischen und sozialkritischen Comics erregten einiges Aufsehen und haben auch für eine Weile die Kritiker und die Feuilletons beschäftigt. Als Hervorbringungen des Zeitgeists blieb ihre unmittelbare Wirkung jedoch auf wenige Jahre beschränkt, zumal – einmal abgesehen von den professionellen Karikaturisten der Neuen Frankfurter Schule – die meisten Autoren und Zeichner bald wieder von der Bildfläche verschwanden. Dennoch markieren die Comics der 68er eine tief greifende Wende und sind nicht unwesentlich beteiligt an einer Entwicklung, die von sehr bescheidenen Anfängen in den 1950er Jahren hin zur Vielfalt des Comic-Angebots der Gegenwart geführt hat. Dass etwa Comics zum genuinen Ausdrucksmittel von Jugend- und Subkultur werden, ist erstmals in den Versuchen der jungen politisch bewegten Künstler jener Zeit angelegt. Auch öffneten manche der an dieser Bewegung Beteiligten neue Wege – schließlich ist jener Bernd Brummbär, der sich an seinen rasch hingeworfenen Agit-Prop-Strip anlässlich der ersten Frankfurter Hausbesetzung erinnert, als der erste Übersetzer Robert Crumbs (»Head-Comix« 1970) und als Wegbereiter der amerikanischen Underground-Comix in Deutschland in die Geschichte eingegangen. Und nicht zuletzt darf man Alfred von Meysenbug und einige andere als die Wegbereiter jener Avantgarde-Künstler wie Atak, Hendrik Dorgathen, Anke Feuchtenberger, Martin tom Dieck und andere ansehen, die seit den 1980er Jahren den experimentierenden künstlerisch ambitionierten Comic zu einem festen Bestandteil des Gattungsspektrums gemacht haben. ◆



Viele Szenen aus Meysenbugs Comics gehen auf authentische Personen, Ereignisse und Fotografien zurück. Die Darstellung des fleißig putzenden WG-Mitglieds ist ein Porträt von Bernd Brummbär, einer der markantesten Figuren der politisierten Hippie- und Hausbesetzerszene Frankfurts. Brummbär machte sich nicht nur einen Namen durch extensiven Drogenkonsum, sondern auch als erster Übersetzer der Underground-Comix von Robert Crumb.

Alfred von Meysenbugs »Glamour Girl« Carla Lilly propagiert nicht bloß Freiheit für das horizontale Gewerbe – in den Disput um die letzte Kriegsruine Frankfurts, die Alte Oper, greift sie mit einem kulturrevolutionären Vorschlag ein. Der damalige Frankfurter Oberbürgermeister »Dynamit-Rudi« Arndt hatte dagegen für eine Sprengung der Ruine plädiert.

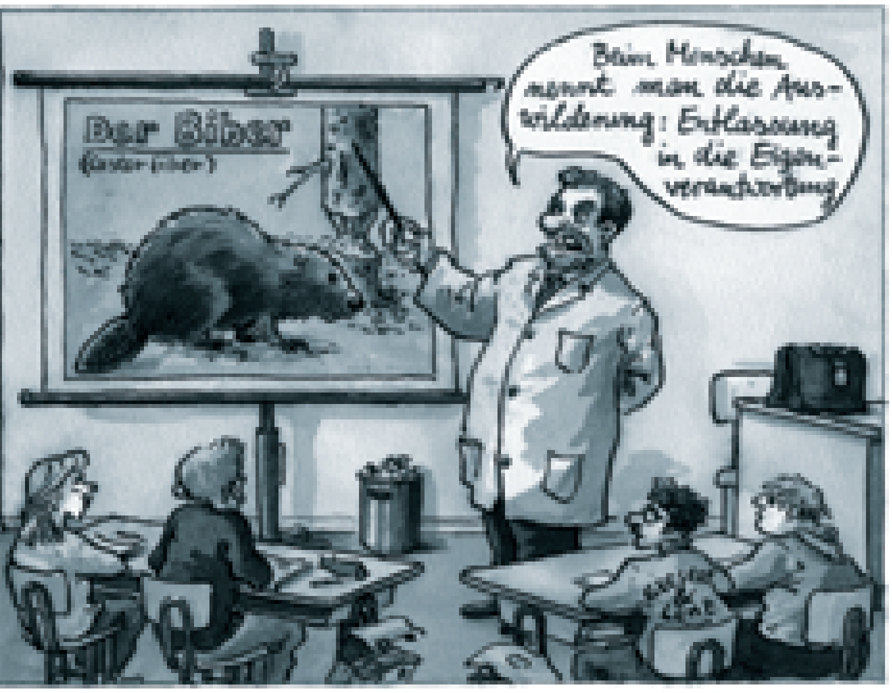
Der Autor

Dr. Bernd Dolle-Weinkauff, 55, ist Kustos des Instituts für Jugendbuchforschung am Fachbereich Neuere Philologien der Goethe-Universität und einer der führenden Comic-Forscher im deutschsprachigen Raum. Er ist Verfasser des 1990 erschienenen Standardwerks »Comics. Geschichte einer populären Literaturform in Deutschland seit 1945«. Das von Bernd Dolle-Weinkauff aufgebaute Comic-Archiv des Instituts für Jugendbuchforschung ist mit über 50 000 Medien die größte Sammlung ihrer Art an einer deutsche Universität. Zurzeit arbeitet er im Rahmen des European Manga Research Network zusammen mit Forschern aus Frankreich, Italien und der Schweiz an einer vergleichenden Untersuchung zur Rezeption und Wirkung des japanischen Comic (Manga) in Westeuropa.

dolle-weinkauff@rz.uni-frankfurt.de;
http://user.uni-frankfurt.de/~weinkauf/

Man muss nur wollen?

Zur Ambivalenz von Verantwortung



von Barbara Heitzmann, Marc P. Nogueira und Klaus Günther

Nicht nur am Arbeitsplatz, sondern auch im Bereich der Gesundheits- und Altersvorsorge oder bei Arbeitslosigkeit wird von Vertretern aus Wirtschaft und Politik in den letzten Jahren verstärkt Eigenverantwortung der Bürger gefordert. Eigenverantwortung gehört zu den Standards im »Human Resource Management« und soll die Beschäftigten in ihrer ganzen Persönlichkeit mobilisieren, um berufliche Aufgaben erfolgreich zu bewältigen. Dabei lässt sich eine merkwürdige Selbstbezüglichkeit beobachten, denn es wird der Eindruck erweckt, als sei Verantwortlichkeit allein eine Angelegenheit des Willens und nicht auch eine Frage von Möglichkeiten. Jede Art von Verantwortung realisiert sich jedoch erst innerhalb eines vorgegebenen Handlungsrahmens, zu dem nicht nur die normativen Erwartungen gehören, für deren Erfüllung oder Enttäuschung jemand verantwortlich gemacht wird, sondern auch die äußeren und inneren Bedingungen, unter denen jemand in einer konkreten Situation handelt. Deshalb sind bei Forderungen nach Verantwortung stets die Voraussetzungen für das erwartete Handeln, wie personale Fähigkeiten und soziale Bedingungen, mitzubedenken. Die Übernahme von Verantwortung kann von einer Person gerechterweise nur innerhalb eines so vorgegebenen Handlungsrahmens erwartet werden.

Neue Tendenzen in Sozial- und Kriminalpolitik

Bisher war es der Anspruch der Wohlfahrtspolitik, die soziale Ungleichheit in der Gesellschaft materiell zumindest etwas abzufedern. Die neue Sozialpolitik zielt nun darauf ab, dass jeder weitgehend selbst für die Risiken seines Daseins vorsorgen solle. Von Personen, die aufgrund von Arbeitslosigkeit auf Sozialversicherungsleistungen angewiesen sind, wird verlangt, sich bei der Suche nach einem Arbeitsplatz »selbst zu aktivieren«. Die strukturellen Probleme des Arbeitsmarktes treten dabei in den Hintergrund.

Tendenzen zur Individualisierung der Verantwortlichkeit lassen sich gegenwärtig auch in der Kriminalpolitik beobachten. Dort werden Sanktionen und Maßregeln verschärft und der bisher gesellschaftlich weitgehend anerkannte Zweck der Reintegration von Straftätern zunehmend zurückgenommen. Natürlich zielt das Strafrecht immer darauf, den Einzelnen für seinen Verstoß gegen rechtliche Verhaltensnormen zur Verantwortung zu ziehen. Jedoch drückte sich bisher in den rechtfertigenden Prinzipien des Strafens eine gewisse Bereitschaft aus, schwierige Lebenslagen zu berücksichtigen. Gegenwärtige Änderungen des Strafrechts laufen nun darauf hinaus, die Gesellschaft möglichst anhaltend vor dem »kriminellen Subjekt« zu schützen, indem man es möglichst lange hinter »Schloss und Riegel« hält. Beispiele dafür sind etwa die kürzliche Einführung der nachträglichen Sicherungsverwahrung (auch für Heranwachsende) und die aktuellen Forderungen, die Höchststrafe für Jugendliche von zehn auf 15 Jahre heraufzusetzen. Zu befürchten ist, dass Kriminalität dabei immer weniger als Ausdruck sozialer Konflikte gedeutet wird.

Studie zum Rechtsverständnis

Aufgrund der Veränderungen in der Sozial- und Kriminalpolitik drängt sich die Frage auf, ob es auch im Alltagsverständnis eine Tendenz gibt, Verantwortung und Schuld nur individualisierend zuzuschreiben. Im Institut für Sozialforschung beschäftigen wir uns mit der Frage, ob die vielfältigen Verweise auf Eigenverantwortung im gesellschaftlichen Leben Laien dazu motivieren, sozial bedingte, schwierige Handlungsumstände nicht als Schuld mindernde Gründe zu berücksichtigen. Das Forschungsprojekt »Zuschreibung von Verantwortung im Rechtsverständnis« untersucht mit einem methodischen Ansatz aus der qualitativen Sozialforschung, wie Befragte aus Frankfurt (Main) und Leipzig Akteuren in drei vorgegebenen Rechtsfällen Verantwortung zuschreiben. Die Probanden unterscheiden sich nicht nur nach ihrer Herkunft aus Ost- und Westdeutschland, sondern auch im Geschlecht sowie in ihrem beruflichen Status. Aus ihren Argumentationen können wir zum einen die Beurteilungskriterien herauskristallisieren, mit denen sie die volle Schuldzurechnung oder eine Schuldminderung begründen. Zum anderen haben wir die Stellungnahmen auch daraufhin untersucht, wie sich die Befragten idealerweise eine verantwortliche Person vorstellen.

Bei Schuldzuschreibung vorsichtig

Unsere Forschung kommt vor allem zu zwei wesentlichen Ergebnissen: Zum einen zeigt sich, dass Herkunft, Geschlecht und beruflicher Status das Urteilsverhalten nicht beeinflussen. So treffen wir bei »Leistungsträgern« auf die gleichen Argumentationsmuster wie bei »Leistungsempfängern«; auch lassen sich beim Urteilen keine Unterschiede zwischen Frauen und Männern ausmachen. Und entgegen unseren Erwartungen haben Ost- und Westdeutsche kein unterschiedliches Rechtsverständnis.

Zum andern offenbaren die gefundenen Argumentationsmuster einen deutlichen Unterschied, ob nun über die Verantwortung eines anderen oder die eigene Verantwortlichkeit gesprochen wird: Die Befragten sind weitaus häufiger bereit, verschiedene sozial bedingte Handlungsumstände der Akteure zu prüfen und diese – wenn auch nicht immer – von einer uneingeschränkten Verantwortungszuschreibung zu entlasten. Dagegen drücken die meisten Befragten in ihrer eigenen Verantwortungsbereitschaft eine individualisierende Konzeption von Verantwortlichkeit aus. Wegen dieser Diskrepanz zwischen Fremdzuschreibung und Selbstkonzept sprechen wir von einer Ambivalenz im Alltagsverständnis von Verantwortung.

Nun zu einigen Ergebnissen im Einzelnen: Beurteilen die Interviewten strafrechtliche Verantwortung, so stützen sie sich neben rechtlichen Verhaltens- und Zurechungsnormen vor allem auf drei Arten von Kriterien:

– auf gesellschaftlich und kulturell geprägte Verantwortungserwartungen, die an bestimmte soziale Rollen geknüpft werden,
– auf eine Abschätzung der Folgen des Handelns,
– auf sozial bedingte Handlungsressourcen von Akteuren.

Steht für Befragte die Pflicht zur Einhaltung von Gesetz und Recht unverrückbar im Vordergrund ihrer Beurteilung, sind sie nicht bereit, Schuldminderungsgründe zuzulassen und schreiben strafrechtliche Verantwortung voll und ganz allein dem Täter zu.

»Gesetz ist Gesetz« – »Spürbare Bestrafung«

Argumentiert wird, es sei unabdingbar notwendig, dass auf die Feststellung einer Rechtsverletzung immer eine Strafe erfolgen müsse. Man verstehe zwar, warum die Akteurin so gehandelt habe, aber darauf könne man nun mal keine Rücksicht nehmen, denn »Gesetz ist Gesetz«! Untermauert wird die Schuldzuschreibung noch zusätzlich mit dem Argument, die Akteure hätten schließlich vorsätzlich das Recht verletzt, oder es bedürfe einer »spürbaren Bestrafung«, um ihr »Bewusstsein, Unrecht zu tun«, zu wecken oder zu schärfen.

Die meisten Befragten zeigen sich jedoch in ihrem Rechtsverständnis offen, Schuld mindernde Kriterien zu prüfen. Sie begründen beispielsweise die Entlastung einer Akteurin damit, dass diese mit dem rechtswidrigen Handeln gleichzeitig gesellschaftliche Erwartungen erfüllt habe, die sich für sie aus einer wichtigen sozialen Rolle, im konkreten Fall aus ihrer Verantwortung als Mutter, ergeben. Oder es werden ihr positive Folgen des rechtswidrigen Handelns zugutegehalten, in der Annahme, sie habe ihren Kindern Spielzeug oder Lernmittel gekauft. Auch wird sie aufgrund unzureichender Handlungsressourcen (wie schwieriger Arbeitsmarkt und unzureichendes Einkommen) entlastet, indem sie als Opfer sozialer Umstände gesehen wird, die Politik und Wirtschaft verursacht haben.

Die Mehrzahl der Befragten ist sich jedoch auch darin einig, dass schwierige Handlungsvoraussetzungen von der Schuldzurechnung dann nicht entlasten, wenn die Folgen aus dem rechtswidrigen Handeln für Dritte besonders negativ sind. So werden einem Manager, der beruflich auf der Autobahn unterwegs war und aus Unachtsamkeit einen tödlichen Auffahrunfall verursachte, beruflicher Stress und Zeitdruck nicht zugutegehalten. Dabei spielen nicht nur die tödlichen Unfallfolgen eine wichtige Rolle, sondern ihm wird auch vorgehalten, dass er eine beruflich in hohem Maße eigenverantwortlich tätige Person sei, von der erwartet werden müsse, auch eine Stresssituation verantwortlich bewältigen zu können. Diese Ergebnisse unterstreichen, dass Laien rechtswidriges Verhalten durchaus in seiner Komplexität betrachten und Verantwortung nicht immer uneingeschränkt demjenigen anlasten, der gegen das Recht verstoßen hat.

Eine hohe Bereitschaft zur Eigenverantwortung

Doch wie beziehen die Befragten sozial bedingte Handlungsumstände ein, wenn es um ihr eigenes Konzept von Verantwortung geht? Wir haben die eigenen Vorstellungen über eine verantwortliche Person sowohl aus den Argumentationen zu den drei Rechtsfällen erschlossen als auch aus Antworten auf zwei Fragen am Ende des Interviews, nämlich wo man selbst Verantwortung trage und was man brauche, um Verantwortung übernehmen zu können.

In den Idealvorstellungen der Befragten von einer verantwortlichen Person lassen sich zwei verschiedene Konzepte unterscheiden: Im einen wird Verantwortlichkeit als eine individuelle Eigenschaft dargestellt,

Rechtssoziologie am Institut für Sozialforschung

Im Mittelpunkt des aktuellen Forschungsprogramms des Frankfurter Instituts für Sozialforschung stehen die Paradoxien und Ambivalenzen der kapitalistischen Modernisierung. Grundlegend hierfür ist die Beobachtung, dass sich fortschrittliche soziale Prozesse im Nachhinein unter den Bedingungen einer gewandelten Moderne in ihr Gegenteil verkehren können. Mit dieser These beschäftigt sich auch der Forschungsschwerpunkt »Politische Öffentlichkeit und Recht«. Mit Bezugnahme auf die gegenwärtige Rechtsentwicklung interessiert vor allem die Frage, ob und wie das Recht auf Veränderungen im Verhältnis von Individuum und Gesellschaft und auf die fortschreitende Individualisierung reagiert. Auch interessiert, wie die Rechtsentwicklung im Alltagsverständnis wahrgenommen wird. Antworten auf diese Fragestellungen werden derzeit aus den Ergebnissen des DFG-Projekts »Die Zuschreibung von Verantwortung in den Rechtsmeinungen von Bürgerinnen und Bürgern« wie auch aus der fortlaufenden Diskussion über »Verantwortung und Gerechtigkeit« im Arbeitskreis Rechtssoziologie gewonnen.

Im Rahmen des Forschungsprojektes unter der Projektleitung von Prof. Dr. Klaus Günther und Prof. Dr. Axel Honneth wurden in 45 qualitativen, Leitfaden-gestützten Einzelinterviews Befragte um ihre Urteile zu drei vorgegebenen Rechtsfällen gebeten. Der Arbeitskreis Rechtssoziologie beschäftigt sich vor allem mit den in vielen gesellschaftlichen Lebensbereichen häufig aufgestellten Postulaten der Eigen- oder Selbstverantwortung; dabei soll untersucht werden, welche Konzepte einer verantwortlich handelnden Person damit einhergehen und in welchem Verhältnis sie zu den gesellschaftlichen Bedingungen verantwortlichen Handelns stehen. Die Ergebnisse der Diskussionen und des empirischen Projektes sollen ein Fundament für eine normative Theorie liefern, die Kriterien für eine gerechtfertigte Verteilung von Verantwortung in der Gesellschaft begründen soll.

über die gewissermaßen jeder Mensch verfüge; im anderen wird die Möglichkeit zur Verantwortungsübernahme an vorhandene Fähigkeiten und einen erforderlichen sozialen Kontext gebunden. Im ersteren, individuell bestimmten Konzept wird Verantwortung mit »Selbständigkeit«, »Kreativ-Sein« und »Selbstbestimmung« im eigenen Lebensentwurf beschrieben. Es wird betont, dass jeder Mensch nach »möglichen Handlungsalternativen« suchen, »Mut zum Risiko« haben, aber auch für die »Folgen« seines Handelns alleine einstehen müsse. Dabei wird verantwortliches Handeln nicht an Voraussetzungen gebunden, ganz so, als würde sonst ein Teil der eigenen Person infrage stehen. Dieses Verantwortungskonzept ist dominant bei allen Gruppen von Befragten.

Übernahme von Verantwortung abhängig von Handlungsressourcen

Mit dem anderen, Kontext-bestimmten Konzept wird die Übernahme von Verantwortung von Handlungsressourcen abhängig gemacht und konstatiert, dass diese »aufgrund von gesellschaftlich unzulänglichen Lebensumständen verwehrt« sein können. Auch dieses Konzept findet sich, wenn auch nur selten, bei Befragten aus allen Gruppen. In beiden Konzepten werden als Ziele für verantwortliches Handeln sowohl

Die Autoren

Dr. Barbara Heitzmann, 58, studierte Soziologie mit Wahlpflichtfach Recht und promovierte 2002. Ihre Schwerpunkte sind Rechtssoziologie, Demokratietheorie und Soziologie des sozialen und kulturellen Wandels. Seit 2001 ist sie Mitarbeiterin am Frankfurter Institut für Sozialforschung und hat die ausführende Projektleitung des DFG-Projekts »Zuschreibung von Verantwortung im Rechtsverständnis« übernommen.

Marc Phillip Nogueira, 27, hat an der Goethe-Universität Soziologie studiert. Auch er beschäftigt sich besonders intensiv mit Rechtssoziologie sowie mit der Soziologie des sozialen und kulturellen Wandels. Seit 2007 ist er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Sozialforschung.

Prof. Dr. Klaus Günther, 51, lehrt und forscht als Professor für Rechtstheorie, Strafrecht und Strafprozessrecht an der Goethe-Universität, er ist gemeinsam mit Prof. Rainer Forst Sprecher des Exzellenzclusters »Herausbildung normativer Ordnungen«; darüber hinaus ist Günther Mitglied im Forschungskollegium des Instituts für Sozialforschung.

Heitzmann@em.uni-frankfurt.de
M.Nogueira@em.uni-frankfurt.de
K.Guenther@jur.uni-frankfurt.de

Literatur

Günther, K. (2002): Zwischen Ermächtigung und Disziplinierung. Verantwortung im gegenwärtigen Kapitalismus, in: A. Honneth (Hrsg.): Befreiung aus der Mündigkeit. Frankfurt a. M., S. 117–139.

Günther, K. (2005): Schuld und kommunikative Freiheit: Studien zur personalen Zurechnung strafrechtlichen Unrechts im demokratischen Rechtsstaat. Frankfurt a. M.

Heitzmann, B. (2004): Die neue Eigenverantwortung; jüngste Tendenzen in Managementkonzepten. Sozial- und Rechtspolitik, in: Kursbuch 157. Berlin, S. 68–77.

Heitzmann, B. (2008): Alleine schuld? Die Zuschreibung strafrechtlicher Verantwortung im Laien-Rechtsverständnis (erscheint im Herbst in der Zeitschrift für Rechtssoziologie, Bd. 28/H2).

die Sorge um die eigene Daseinssicherung als auch die Fürsorge für andere Menschen, vor allem für Mitglieder der Familie oder Kollegen beziehungsweise Mitarbeiter formuliert.

Auch die Selbstkonzepte zeigen die Ambivalenz von Verantwortung, denn nach Ansicht der Befragten bedürfen Dritte offenbar durchaus der Unterstützung und Fürsorge anderer, während hindernde oder ermöglichende Bedingungen für das eigene verantwortliche Handeln kaum benannt werden. Die Äußerungen der meisten Befragten lassen sich dahin gehend interpretieren, dass für sie »Eigenverantwortung« ein Anspruch ist, den sie mit ihrem Lebensentwurf selbst gerne einlösen wollen. Es lässt sich deshalb der Schluss ziehen, dass die Befragten in ihrem Selbstbild eher zu einer individualisierenden Vorstellung von Verantwortung neigen als bei der Zuschreibung an andere Menschen.

Anknüpfungspunkt für die Politik?

In ihren Ausführungen nehmen die Befragten kaum Bezug auf die gegenwärtige Sozial- und Kriminalpolitik. Dagegen lässt sich im Umkehrschluss vermuten, dass der hohe Anspruch an Eigenverantwortung ein guter Anknüpfungspunkt für individualisierende politische Programme abgibt. Es liegt offenbar nicht am fehlenden Willen, Verantwortung zu übernehmen. Soll die Aufforderung zur Eigenverantwortung jedoch nicht nur einen disziplinierenden Charakter haben, sondern die Akteure dazu motivieren, ihrem eigenen Anspruch gerecht zu werden, benötigen sie entsprechende Handlungsvoraussetzungen, die sie nicht noch »eigenverantwortlich« bereitstellen können. Ob auch die gegenwärtige Politik zunehmend zu dieser Einsicht kommt, bleibt trotz einiger Maßnahmen zur Abfederung von negativen Folgen der Hartz-Gesetzgebung abzuwarten. ◆

Von Sudokus zu Nash-Gleichgewichten

Der diskrete mathematische Blick

John Nash wurde 1994 für seine wegweisenden Beiträge zur Spieltheorie mit dem Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften ausgezeichnet. Der mit vier Oscars ausgezeichnete Film »A Beautiful Mind« mit Russell Crowe in der Hauptrolle, rückte das Leben des genialen Mathematikers ins öffentliche Bewusstsein.

von Thorsten Theobald

Der Begriff »diskrete Mathematik« sorgt häufig für ein gewisses Staunen. Gemeint ist nicht ein »dezenter«, »unaufdringlicher« und »zurückhaltender« Zweig der Mathematik. »Diskret« steht vielmehr für den Gegensatz zu »kontinuierlich«. Beispiele für Probleme der diskreten Mathematik sind die Lösbarkeit von Sudokus, die Indizierung von Webseiten in Suchmaschinen wie Google oder die Charakterisierung ökonomischer Gleichgewichte.

Der Begriff »diskret« geht auf die lateinische Wurzel »discernere« (»trennen«, »getrennt halten«) zurück. Mathematik wird immer dann als diskret bezeichnet, wenn die auftretenden Strukturen endlich oder »eckig« sind statt »stetig«, »glatt« oder mit Grenzprozessen verbunden. Insbesondere umfasst die diskrete Mathematik viele Aspekte, die als Grundlage der Informatik von Bedeutung sind. Typische Grundmodelle der diskreten Mathematik sind Graphen, Polytope [siehe »Graphen und Polytope«, Seite 51] oder endliche algebraische Strukturen wie endliche Körper.

Wir geben hier einen kleinen Einblick in die Sichtweise eines diskreten Mathematikers. Oft geht es dabei nicht nur um die Betrachtung rein diskreter Probleme, sondern auch um die Art und Weise, mit der weiträumige mathematische oder interdisziplinäre Probleme zu lösen sind. Der diskrete Blick ist häufig mit konstruktiven und algorithmischen Herangehensweisen verbunden. Exemplarisch soll der diskrete Blick auf einige ausgewählte Szenarien aus dem »täglichen Leben« (Sudokus), aus dem Internet sowie bei ökonomischen Gleichgewichten beleuchtet werden. Viele Probleme im Alltag fallen ganz oder teilweise in den Teilbereich der diskreten Mathematik, beispielsweise die Berechnung von optimalen Touren in Navigationssystemen (als kürzeste Wege in Graphen), die Fehlerkorrektursysteme in CD-Playern oder die verschlüsselte Datenübertragung im Internet.

Der diskrete Blick auf Sudokus

Angesichts der Tatsache, dass viele Leute mathematischen Aufgabenstellungen mit einem gewissen Respekt beziehungsweise leichtem Unbehagen gegenübertreten, ist es erfreulich, dass sich seit der hohen Popularität von Sudokus (beginnend in Japan in den 1980er Jahren) Personen aller Altersklassen in Wartezimmern, auf Bahnfahrten oder am Strand zur Unterhaltung mit dem Lösen dieser mathematisch orientierten Probleme beschäftigen. Sudokus sind zu einem Volkssport geworden./1/

In der Ausgangsform eines Sudokus sind einige Einträge eines 9×9-Zahlenschemas vorgegeben und die verbleibenden Felder so mit Ziffern aus der Menge $\{1, \ldots, 9\}$ zu füllen, dass in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jedem der neun markierten 3×3-Blöcke die Ziffern $1, \ldots, 9$ jeweils genau einmal vorkommen. Die vorgegebenen Einträge sind so gewählt, dass die Lösung eines Sudokus eindeutig ist.

Für das Lösen von Sudokus entwickelt man unmittelbar einige Prinzipien, Tricks und Blickwinkel, die in der Regel schnell zum Ziel führen. Während das pure Lösen dieser Rätsel eher als eine Routineübung anzusehen ist, stellt sich dem Mathematiker die Frage nach der Struktur solcher Probleme. Hierbei sehen wir die Sudokus auch als Stellvertreter für konkrete – nicht nur zur Unterhaltung gedachte – Problemklassen, für die gleichartige Abstraktionsübergänge auszuführen sind.

Während Fragen nach der Struktur mathematischer Probleme es oft erfordern, den gesamten Sachverhalt in einem hohen, dem Laien kaum zugänglichen Maß zu abstrahieren, lassen sich gerade bei solchen diskreten Szenarien konkrete Fragen formulieren, die einen Eindruck davon vermitteln, zu welchem Grad man die

Struktur des Problems bereits durchdrungen hat. Im Falle von Sudokus lautet eine solche Frage etwa: »Wie viele vollständig ausgefüllte Sudoku-Zahlenschemas gibt es überhaupt?« Die Antwort hierfür ist bekannt: 6.670.903.752.021.072.936.960. Berücksichtigt man nahe liegende Symmetrien, so erhält man jedoch nur 5.472.730.538 Äquivalenzklassen./3/ Wie kommt man darauf?

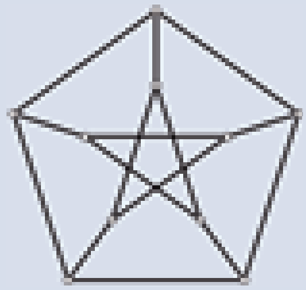
Eine Formulierung eines Sudokus als ganzzahliges lineares Problem verwendet etwa die binären Unbestimmten x_{ijk}, wobei x_{ijk} genau dann den Wert 1 haben soll, falls in Zeile *i* und Spalte *j* die Zahl *k* steht. Anderenfalls soll x_{ijk} Null sein. Die Spielregeln des Sudokus führen nun auf lineare Gleichungen, zum Beispiel

$$x_{115} + x_{125} + \ldots + x_{195} = 1$$

Dies ist die Bedingung dafür, dass die Zahl 5 in der ersten Zeile nur einmal vorkommt. Die Eigenschaft, dass in jedem Feld genau eine Ziffer stehen muss, entspricht der Bedingung $x_{ij1} + \ldots + x_{ij9} = 1$ für alle i und j, und auch jeder vorgegebene Wert ergibt eine lineare Bedingung. Durch diese Gleichungen sowie die Einschränkung, dass jedes x_{ijk} nicht negativ sein soll, wird ein Polytop in einem Raum der Dimension $9^3 = 729$ definiert. Jeder in dem Polytop enthaltene ganzzahlige Punkt liefert eine Lösung (welche bei einem Sudoku eindeutig sein sollte). Ohne die Vorgabe von Werten erhält man ein Polytop, dessen Anzahl ganzzahliger Punkte die vorher genannte Gesamtanzahl der Sudokus ist.

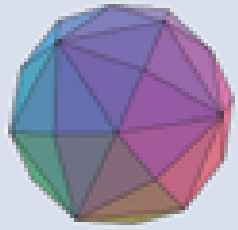
Graphen

Ein Graph ist eine aus Knoten und Kanten bestehende Struktur. Graphen dienen zur Modellierung von Netzwerken, etwa von Verkehrsnetzwerken; die Knoten symbolisieren beispielsweise Städte und die Kanten Straßen beziehungsweise Flugverbindungen zwischen den Städten.



Polytope

Unter einem Polytop versteht man die Verallgemeinerung eines Polygons (also eines Vielecks in der Ebene) auf den drei- beziehungsweise n-dimensionalen Raum. Jedes dreidimensionale Polytop kann wahlweise durch Angabe seiner Ecken oder seiner zweidimensionalen Seitenflächen beschrieben werden. Die berühmten platonischen Körper Tetraeder, Würfel, Oktaeder, Dodekaeder, Ikosaeder, welche bereits die Griechen fasziniert haben, sind besonders regelmäßige Polytope./2/



Ist ein Sudoku mit 16 Einträgen eindeutig lösbar?

Es gibt aber auch andere Fragen im Umfeld von Sudokus, deren Beantwortung mehr Struktureinsichten erfordert, als Wissenschaftler bisher erlangt haben. Ein Beispiel für eine noch ungelöste Frage ist: »Was ist die minimale Anzahl von Positionen, die man vorgeben muss, um ein Sudoku konstruieren zu können, das eine eindeutige Lösung hat?« In dem von uns angegebenen Sudoku sind beispielsweise 32 Einträge vorgegeben; es gibt jedoch Sudokus mit viel weniger vorgegebenen Einträgen, die immer noch eindeutig lösbar sind. Tatsächlich existieren Beispiele mit 17 vorgegebenen Einträgen, die sich auf eindeutige Weise vervollständigen lassen.

Darüber hinaus wird (unter anderem aufgrund zahlreicher Experimente) von Fachleuten vermutet, dass es keine Sudokus mit 16 vorgegebenen Einträgen gibt, die sich eindeutig vervollständigen lassen, doch beweisen kann dies derzeit niemand. Zwar kann man mit dem Computer viele Sudokus mit 16 vorgegebenen Einträgen lösen und auf diesem Weg ausprobieren, ob sie eindeutig lösbar sind, aufgrund der extrem hohen Anzahl der Sudukos übersteigt ein Versuch des vollständigen Durchprobierens jedoch die Möglichkeiten heutiger Computertechnologie. Grundsätzlich liegen zwischen einer Vermutung und einer bewiesenen Aussage für den Mathematiker Welten.

1			8			7		
	3	8			6			5
	6		4				2	3
			1			2	3	
	8		2	3	7		6	
	7	2			4			
8	2				9		4	
7			6			5	8	
		6			2			9

Die Herausforderung, die Gültigkeit einer aufgestellten Hypothese zu beweisen, kann es unter Umständen erfordern, neue Methoden oder sogar eine gänzlich neue Theorie zu entwickeln. Ob diese dann schlagkräftig genug ist, um die Ausgangsfrage tatsächlich vollständig beantworten zu können, kann man häufig nicht vorhersehen. Nicht selten ist das Vorhaben, ein konkretes offenes mathematisches Problem zu beweisen, der Ausgangspunkt für ein breiteres mathematisches Forschungsprojekt.

Vom Sudoku zur diskreten Geometrie

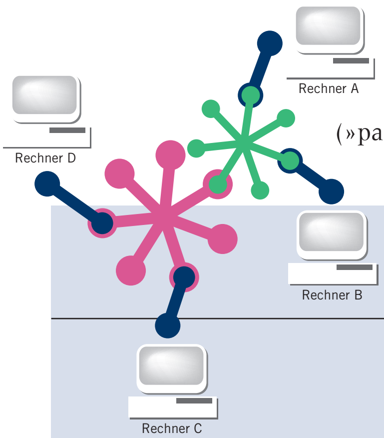
Ein erster Schritt eines solchen Unterfangens ist oft die Klassifikation und Einordnung in existierende Theorien. Sudokus kann man als Spezialfälle diophantischer Gleichungen mit nichtnegativen Lösungen auffassen. Diese nach dem griechischen Mathematiker Diophantus (3. Jahrhundert n. Chr.) benannten Gleichungen betrachten nur ganzzahlige Lösungen. In dem Kasten mit dem Sudoku-Beispiel ist eine Modellierung durch ein ganzzahliges Gleichungssystem mit Nichtnegativitätsbedingungen beschrieben.

Es ist hilfreich, das Problem vom Standpunkt der diskreten Geometrie zu untersuchen. Die Lösungen des Gleichungssystems sind hierbei die ganzzahligen Punkte in einem Polytop hoher Dimension. Der Blickwinkel der diskreten Geometrie ist nicht nur zweckmäßig für Sudokus (die nicht unser eigentlicher Forschungsgegenstand sind), sondern in ähnlicher Weise auch für viele andere anwendungsorientierte Optimierungsprobleme. So haben die mathematischen Modellierungen wichtiger praktischer Probleme natürliche Formulierungen als ganzzahlige lineare Probleme, die konzeptionell mit der angegebenen Formulierung von Sudokus eng verwandt sind. Beispiele sind etwa die Verkehrsplanung bei der Bahn oder die Erstellung von Zeitablaufplänen für die optimale Nutzung von Maschinen (Scheduling).

Der diskrete Mathematiker fragt weiterhin nach den Grenzen der algorithmischen Lösbarkeit diskreter Probleme. Viele interessante ganzzahlige Probleme gehören im Sinne der theoretischen Informatik zu algorithmisch schwierigen Problemen (»NP-schwer«). Sudokus können vom praktischen Standpunkt mit dem Computer jedoch in verschwindend geringer Zeit gelöst werden.

Der diskrete Blick auf das Internet

Eine der Erfolgsgeschichten neuartiger mathematischer Anwendungen ist seit dem Start der Internet-Suchmaschine Google zu beobachten. Ein Hauptgrund für den Erfolg von Google im Vergleich zu anderen Suchmaschinen war die Ermittlung der »besten« Suchergebnisse. Während viele Suchmaschinen daran krankten, dass sich Benutzer erst seitenweise durch die Suchergebnisse klicken mussten, bestach Google dadurch, dass die führenden Suchergebnisse meist diejenige Seite enthielten, nach der man suchte. Grundidee des dabei verwendeten Algorithmus ist es, jeder beim automatischen Durchsuchen des Internets gefundenen WWW-Seite eine Bewertungspunktzahl (»page rank«) zuzuordnen, die die »Wichtigkeit« der Seite bestimmt und bei der die Ausgabe der Suchergebnisse unter allen Seiten, die die eingegebenen Suchbegriffe enthalten, die wichtigsten zuerst anführt.



Für die Ermittlung des »page ranks« kommen Methoden aus der diskreten Mathematik, der Stochastik und der numerischen Analysis zum Einsatz. Zunächst wird das Internet als Graph modelliert. Jede WWW-Seite entspricht einem Knoten und jeder Link einer Kante; hierbei lassen wir Selbstreferenzen außer Acht. Die Idee ist es nun, einer Seite einen hohen »page rank« zuzuordnen, wenn eine hohe Anzahl wichtiger Seiten auf sie verweist; diese Definition ist natürlich rekursiv. Bei der Präzisierung stellen wir uns vor, dass jede Seite in einer Wahl eine Wähleinheit zu vergeben hat, die sie anteilig auf die von ihr referenzierten Seiten verteilt. Die »Wichtigkeit«, die eine Seite S_1 auf eine Seite S_2 so weitergibt, ist der entsprechende Anteil der Wähleinheit multipliziert mit dem »page rank« von S_1.

Bezeichnet x_i den »page rank« der i-ten Seite im System ($i = 1, \ldots, n$), dann ergibt sich ein lineares Gleichungssystem der Form

$$x_i = \textstyle\sum_j a_{ij}\, x_j \;,\quad 1 \le i \le n \,,$$

wobei der Koeffizient a_{ij} das Gewicht ist, mit dem Seite i von Seite j referenziert wird [siehe »Berechnung des ›page ranks‹ in Suchmaschinen«]. Die Lösungen dieses Eigenvektorproblems erfüllen die Eigenschaften des »page ranks«.

Besitzt jede WWW-Seite eine ausgehende Kante, dann ist das Gleichungssystem lösbar; die Lösung muss jedoch nicht unbedingt eindeutig sein. Für den Fall, dass einige der Seiten keine ausgehenden Links haben, ergibt sich darüber hinaus ein allgemeines Eigenwertproblem mit a priori unbekanntem Eigenwert, das numerisch effizient auch in sehr großen Größenordnungen (wie es für den realen WWW-Graphen erforderlich ist) gelöst werden kann.

Der diskrete Blick auf ökonomische Gleichgewichte

Durch den mit vier Oscars ausgezeichneten Film »A Beautiful Mind« im Jahr 2001 sind Nash-Gleichgewichte zur Charakterisierung ökonomischer Gleichgewichte auch dem allgemeinen Wissenschaftspublikum wieder ins Bewusstsein gerückt. Für seine wegweisenden Beiträge zur Spieltheorie aus den 1950er Jahren wurde John Nash (gemeinsam mit John Harsanyi und Reinhard Selten) im Jahr 1994 mit dem Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften ausgezeichnet. Seit einigen Jahren werden spieltheoretische Modelle auch verstärkt untersucht, um Gleichgewichtssituationen in großen Netzwerken (etwa dem Internet) zu analysieren.

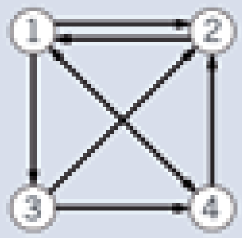
Nashs Resultate garantieren die Existenz von Gleichgewichten in endlichen n-Personen-Spielen. Erstaunlicherweise sind über diese Existenzaussagen hinaus bereits sehr grundlegende Fragen zu diesen Spielen (wie etwa der maximalen Anzahl von Nash-Gleichgewichten im Endlichkeitsfall) immer noch ungeklärt, und der »state-of-the-art« wird mit Methoden der diskreten Geometrie erzielt.[4]

Um diesen Zusammenhang zu erläutern, betrachten wir eines der elementarsten Modelle der Spieltheorie, sogenannte Bimatrixspiele wie das bekannte Spiel »Schere, Stein, Papier«. Hierbei besitzen zwei Spieler jeweils eine endliche Menge reiner Strategien (der

Berechnung des »page ranks« in Suchmaschinen

Wir betrachten eine Situation mit den vier WWW-Seiten »1« bis »4«, und x_i bezeichne den »page rank« von Seite i. Da Seite 1 von den Seiten 2 (als einziger ausgehender Link) und Seite 4 (als einer von zwei Links) referenziert wird, gilt $x_1 = x_2 + x_4/2$, und entsprechende Gleichungen lassen sich für alle Seiten aufstellen. Der »page rank«-Vektor ist ein Eigenvektor der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 1/3 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$



zum Eigenwert 1, dessen Komponenten sich zu 1 aufsummieren. Eine Lösung ist hier $(x_1,x_2,x_3,x_4) = (0.387, 0.290, 0.129, 0.194)$. Interessanterweise hat die Seite 2 nicht den größten »page rank«, obwohl alle Seiten auf sie verweisen. Grund hierfür ist, dass sie ihre gesamte Wähleinheit an Seite 1 weitergibt, welche darüber hinaus noch von einer anderen Seite referenziert wird.

Kardinalität m beziehungsweise n). Für jedes Strategienpaar ist ein Paar von Auszahlungen an die beiden Spieler festgelegt; diese Auszahlungen quantifizieren die Güte der gewählten Strategien für die Spieler und können auch negativ sein. In diesem Beispiel: Stein zerschlägt Schere (+1, –1), Schere schneidet Papier (+1, –1), Papier wickelt Stein ein (+1, –1). Die Auszahlungswerte können durch zwei Matrizen A und B beschrieben werden. Hierbei bezeichnet der Eintrag (i,j) in der Matrix A die Auszahlung an den ersten Spieler für das Strategienpaar (i,j), und entsprechend bezieht sich die Matrix B auf den zweiten Spieler. Die Zeilen geben die Strategie des ersten Spielers an, die Spalten die Strategie des zweitens Spielers.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \text{(Sch)} & \text{(St)} & \text{(P)} \end{array} \\ A = & \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \text{(Sch)} \\ \text{(St)} \\ \text{(P)} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \text{(Sch)} & \text{(St)} & \text{(P)} \end{array} \\ B = & \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \text{(Sch)} \\ \text{(St)} \\ \text{(P)} \end{array}$$

Aufgrund der Eigenschaft $A = -B$ spricht man von einem Nullsummenspiel. Das heißt, die Summe der Gewinne und Verluste ist immer gleich null, oder: Was der eine Spieler gewinnt, verliert der andere. Solche Spiele sind besonders einfach zu analysieren.

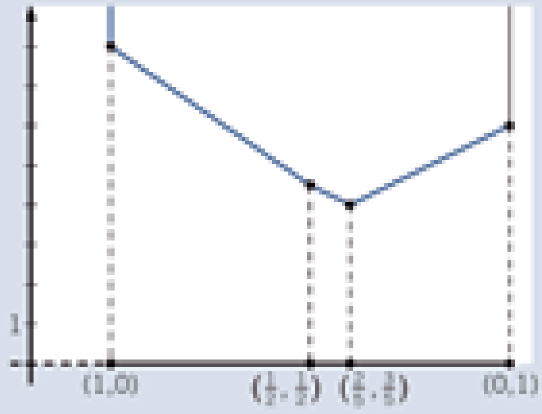
Neben den reinen Strategien betrachtet man gemischte Strategien; das sind Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf den reinen Strategien. Die Auszahlungen werden dann entsprechend durch die erwarteten Auszahlungen ersetzt. Jeder Spieler möchte nun eine solche gemischte Strategie spielen, bei der seine eigene erwartete Auszahlung maximiert wird, aber diese erwartete Auszahlung hängt natürlich auch von der gewählten Strategie des Kontrahenten ab. Ein Paar gemischter Strategien heißt ein Nash-Gleichgewicht, wenn jeder der beiden Spieler lokal zufrieden ist; das heißt, wenn keiner der beiden Spieler seine eigene Auszahlung durch Wahl einer anderen Strategie verbessern kann, solange der jeweilige Kontrahent seine Strategie beibehält. Das Spiel »Schere, Stein, Papier« hat genau ein Nash-Gleichgewicht: $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$.

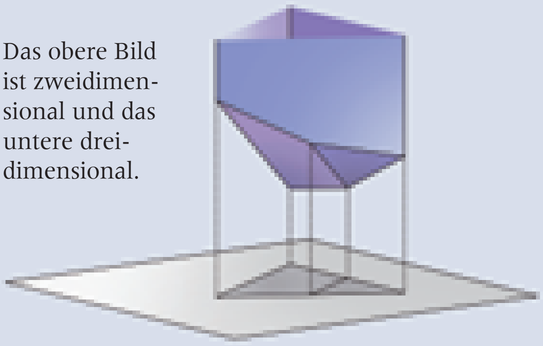
Wie viele Nash-Gleichgewichte kann es höchstens geben?

Auch hier stellt der diskrete Mathematiker wieder konkrete diskrete Fragen, die eng mit der Struktur des Problems verzahnt sind. Der Einfachheit halber betrachten wir Bimatrixspiele, bei denen die Matrizen quadratisch sind, mit d Zeilen und d Spalten. In der Regel hat ein Bimatrixspiel endlich viele Gleichgewichte. Beispielsweise hat ein 2×2-Spiel im Endlichkeitsfall höchstens drei Gleichgewichte, ein 3×3-Spiel hat dann höchstens sieben Gleichgewichte und ein 4×4-Spiel höchstens 15. Für Bimatrixspiele stellt sich daher die Frage: Wie viele Nash-Gleichgewichte kann ein d×d-Spiel höchstens haben?

Diese Frage ist erstaunlicherweise immer noch ungelöst, und es sind lediglich Teilresultate bekannt. Zunächst ist die Anzahl der Nash-Gleichgewichte in nichtdegenerierten Bimatrixspielen immer ungerade.

Polyeder P und Q zur geometrischen Repräsentation von Nash-Gleichgewichten für ein 2 × 3-Spiel





Das obere Bild ist zweidimensional und das untere dreidimensional.

Darüber hinaus ist $2^d–1$ für den Fall $A = B$ die scharfe obere Schranke. Die Vermutung, dass $2^d–1$ auch für beliebiges A und B scharfe obere Schranke ist, hat sich jedoch als falsch herausgestellt. Da man den genauen Wert nun einmal nicht kennt, versucht man ihn durch Konstruktionen sowie durch komplementierende obere Schranken so gut wie möglich einzukreisen.

Den aktuellen Weltrekord für eine Konstruktion hält Bernhard von Stengel von der London School of Economics. Speziell für den 6×6-Fall liefert die Konstruktion ein Spiel mit 75 Gleichgewichten. Es ist nicht bekannt, ob in dieser Dimension ein Spiel mit mehr als 75 Gleichgewichten existiert. Die beste bekannte obere Schranke ist 111.

Die Methoden zur Gewinnung dieser und verwandter Ergebnisse stammen aus der diskreten Geometrie. Der diskrete Geometer übersetzt das spieltheoretische Problem in die Sprache der Polytope, wo die Nash-Gleichgewichte dann sogenannten komplementären Eckenpaaren entsprechen. Nach der Übersetzung in die Welt der Polytope kann die Anzahl der Nash-Gleichgewichte durch Strukturaussagen zu Polytopen näher charakterisiert werden. Für die Anzahl der Ecken eines einzelnen durch lineare Ungleichungen gegebenen Polytops gibt es sehr präzise Aussagen (»Upper bound Theorem«, Maximalitätseigenschaft der zyklischen Polytope), die dann als Hilfsmittel zur Gewinnung der Schranken für die komplementären Eckenpaare dienen.

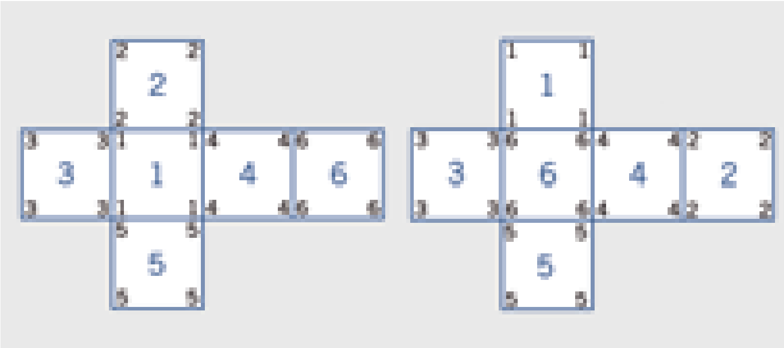
Literatur

/1/ V. Kaibel, T. Koch: Mathematik für den Volkssport, Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 2/06, 93–96, 2006.

/2/ Für eine Einführung in Polytope siehe etwa das Lehrbuch M. Joswig, T. Theobald: Algorithmische Geometrie, Vieweg-Verlag, 2008.

/3/ B. Felgenhauer, F. Jarvis: Mathematics of Sudoku I, Mathematics Spectrum 39:1, 15–22, 2006.

/4/ T. Theobald. Geometrie und Kombinatorik von Nash-Gleichgewichten. Math. Semesterberichte 52:221–239, 2005.



Faltvorlagen zweier Würfel. Die beiden Ecken (1,2,4), (3,5,6) bilden ein komplementäres Paar.

Zur Untersuchung der Anzahl der Nash-Gleichgewichte betrachtet man zweckmäßigerweise ein Paar von Polyedern: ein m-dimensionales Polyeder im $(m+1)$-dimensionalen Raum und ein n-dimensionales Polyeder im $(n+1)$-dimensionalen Raum. Mittels dieser – hier nicht im Detail beschriebenen – Polyeder lassen sich die Nash-Gleichgewichte als komplementäre Eckenpaare charakterisieren. Jede Ecke des Polyeders wird hierbei mit der Menge der Nummerierungen der sie enthaltenden Facetten beschriftet. Ein komplementäres Eckenpaar ist nun eines, dessen Vereinigungsmenge der zugeordneten Nummerierungen $m+n$ Elemente enthält.

Eine gute Vorstellung für dieses formale Konzept erhält man, wenn man sich einen einfachen Fall als Beispiel vor Augen hält. Hierzu betrachten wir das im Bild dargestellte dreidimensionale Würfelpaar, dessen begrenzende Seitenflächen nummeriert sind. Wie zuvor beschrieben, ist jede der acht Ecken jedes Würfels daher mit einer dreielementigen Teilmenge aus $\{1, \ldots, 6\}$ versehen, deren Elemente angeben, in welcher Seitenfläche die Ecke enthalten ist. Im Bild sind die Ecken mit den Beschriftungen (1,2,4) und (3,5,6) komplementäre Eckenpaare. Zusammen geben die beiden Tripel die Menge aller Nummerierungen von 1, …, 6. Das Tripel (2,4,6) des ersten Würfels findet keinen Partner im zweiten Würfel, denn die Ecke mit der Beschriftung (1,3,5) existiert in der Faltvorlage des zweiten Würfels nicht.

Ein gegenwärtiges Forschungsthema unserer Arbeitsgruppe ist die Untersuchung von Spielen mit kleinem Rang, das heißt von solchen Spielen, bei denen die Matrix $A+B$ einen kleinen Rang hat. Für den festen Rang k bildet diese Klasse eine Hierarchie, die von den einfach zu analysierenden Nullsummenspielen zu den allgemeinen Bimatrixspielen führt.

Eine diskrete Bemerkung zum Schluss

Der diskrete mathematische Blickwinkel ist – bezogen auf die lange kulturgeschichtliche Entwicklung der Mathematik – immer noch ein recht junger. Dieser Beitrag illustriert nur einige Aspekte dieser Sichtweise. Wenn Sie aufmerksam durch das tägliche Leben gehen, finden Sie sicher noch mehr Beispiele, die es lohnt, einmal unter die diskrete mathematische Lupe zu nehmen, vielleicht auch in der eigenen Wissenschaftsdisziplin. Das Mathematikjahr 2008 bietet hierzu sicherlich einen guten Anlass. ◆

Der Autor

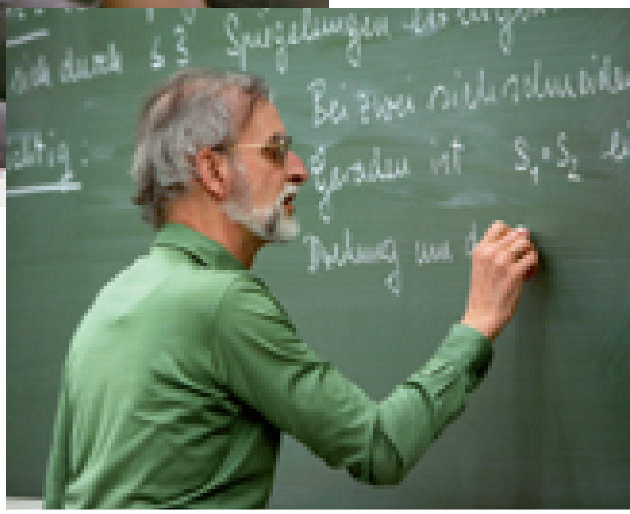
Prof. Dr. Thorsten Theobald, 37, wurde 2006 für das Fachgebiet Diskrete Mathematik am Institut für Mathematik im Fachbereich Informatik und Mathematik der Goethe-Universität berufen. Seine Schwerpunkte liegen in den Gebieten diskrete Geometrie, diskrete Optimierung sowie der Beziehung der diskreten Mathematik zur angewandten algebraischen Geometrie. Der wissenschaftliche Werdegang von Prof. Theobald begann ebenfalls an der Goethe-Universität, wo er von 1990 bis 1995 Informatik und Mathematik studierte. Weitere Stationen waren die Universität Trier (Promotion 1997 im DFG-Graduiertenkolleg Mathematische Optimierung), die Technische Universität München (Habilitation 2003) sowie die Technische Universität Berlin. Längere Forschungsaufenthalte führten ihn mehrfach in die USA, an die University of California of Berkeley, das Mathematical Sciences Research Institute, Berkeley, sowie im Rahmen eines Feodor-Lynen-Forschungsstipendiums der Alexander von Humboldt-Stiftung für ein Jahr an die Yale University. Im Jahr 2000 wurde Theobald mit dem Walther-von-Dyck-Preis und im Jahr 2003 mit dem Felix-Klein-Lehrpreis der TU München ausgezeichnet.

http://www.math.uni-frankfurt.de/~theobald

Geometrie virtuell fassbar gemacht

Mehr Freude am Mathematik-Unterricht durch interaktive Computerprogramme

von Reinhard Oldenburg und Andreas Goebel



Von der Schule in der Hörsaal. Guter Mathematik-Unterricht motiviert dazu, ein Mathematik-Studium aufzunehmen. Frankfurter Studierende in der Geometrie-Vorlesung von Prof. Dr. Jürgen Wolfart.

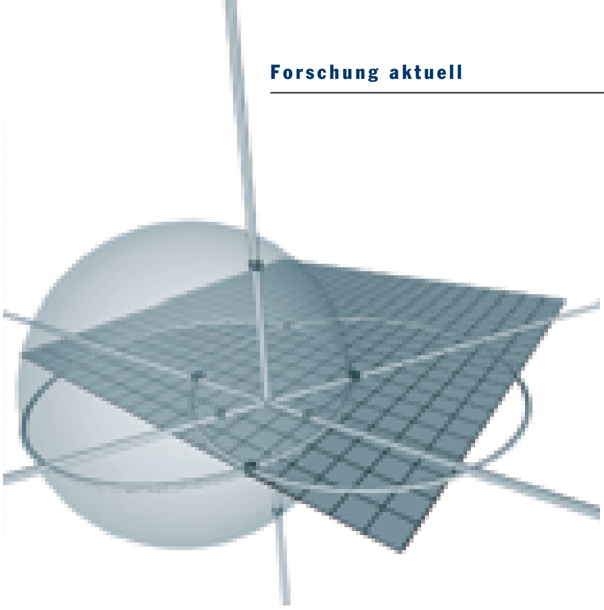
Computer haben im Mathematik-Unterricht bisher vor allem die Funktion, Abstraktes bildlich zu veranschaulichen. Neu sind interaktive Programme, mit denen Schüler experimentieren und spielerisch ein Gefühl für Zusammenhänge entwickeln können. Erste Versuche zeigen, dass dieses Angebot, »Mathematik erfahrbar zu machen«, die Schüler stark motiviert.

Computer sind wichtige Mittler zwischen der realen Welt und den Abstraktionen ihrer mathematischen Beschreibung. Denn: Mathematik wohnt den Dingen nicht inne, man sieht sie mit dem »mathematischen Blick« in die Dinge hinein. Erst dadurch gliedert sich der Raum um uns in Punkte, Strecken, Ebenen und all die anderen geometrischen Objekte. Diese Objekte selbst sind nicht real, und materielle Modelle, die wir zu ihrer Veranschaulichung heranziehen, unterliegen Einschränkungen, von denen man abstrahieren muss. Wir zeigen anhand zweier aktueller Entwicklungs- und Forschungsprojekte, wie Computer helfen können, diese Kluft zu überbrücken.

Experimente mit Tetraedern

Der Geometrieunterricht verspricht – aus Tradition und wegen der Verpflichtung durch Bildungsstandards und Lehrpläne – das räumliche Vorstellungsvermögen zu fördern. Trotzdem wird dann die meiste Zeit mit der Konstruktion und Analyse ebener Figuren zugebracht. Dass der uns umgebende Raum voll der interessantesten Körper ist, wird in der Schule kaum vermittelt. Wie wenig entwickelt das Vorstellungsvermögen in drei Dimensionen ist, zeigt sich daran, dass schon korrekte perspektivische Darstellungen anzufertigen für viele Schüler eine Herausforderung darstellt – vielleicht eine, die man besser dem Computer überlässt.

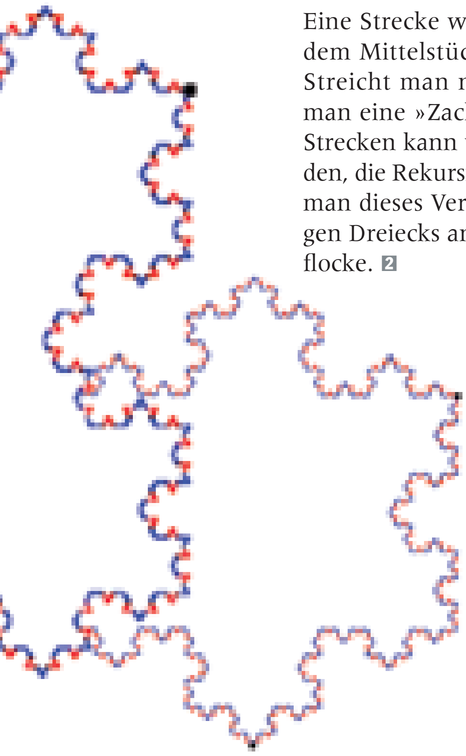
Archimedes Geo3D ist ein dynamisches Geometrieprogramm, das der zweite Autor in seinem Promotionsprojekt entwickelt und in der Schule testet. Dieses Programm erlaubt es, geometrische Konstruktionen, wie man sie sonst im Zweidimensionalen macht, im Raum durchzuführen. Anschließend können die Objekte noch bewegt werden. Dabei kann nicht nur die ganze Szene in sich gedreht werden, sondern vor allem ist es möglich, die relative Lage der Objekte untereinander zu verschieben und dabei werden alle konstruierten Objekte entsprechend neu positioniert. Ein Beispiel ist die Konstruktion eines Tetraeders. Der entscheidende Schritt zur Auffindung des vierten Punktes an der



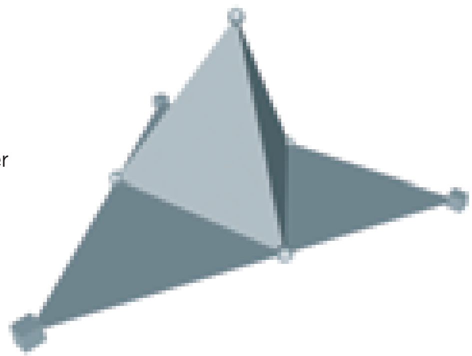
1 Im Geometrieunterricht kommt der dreidimensionale Raum oft zu kurz. Das dynamische Geometrieprogramm Archimedes Geo3D schult das Vorstellungsvermögen der Schüler, indem es Konstruktionen schrittweise nachvollziehbar macht. In diesem Beispiel geht es darum, bei einem Tetraeder den entscheidenden vierten Punkt an der Spitze mit Hilfsobjekten zu finden.

Spitze ist in 1 gezeigt. Schon diese einfache Konstruktion verdeutlicht: Räumliche Geometrie ist schön, es entstehen ansprechende und motivierende Ergebnisse.

Kleine Bausteine wie Tetraeder lassen sich zu imposanten Gebäuden zusammensetzen. Aus der fraktalen Geometrie ist die Koch'sche Schneeflocke bekannt. Eine Strecke wird in drei gleiche Teile geteilt und auf dem Mittelstück ein gleichseitiges Dreieck errichtet. Streicht man nun das Mittelstück heraus, so erhält man eine »Zacke«. Auch auf den resultierenden vier Strecken kann wieder eine solche Zacke errichtet werden, die Rekursion lässt sich beliebig fortsetzen. Wendet man dieses Verfahren auf die Seiten eines gleichseitigen Dreiecks an, so erhält man die Koch'sche Schneeflocke. 2



2 Die Koch'sche Schneeflocke entsteht, wenn man jede Seite eines gleichseitigen Dreiecks in drei gleiche Strecken teilt und dann auf das jeweils mittlere Stück eine Zacke aufsetzt. Die Seitenlänge ist so gewählt, dass mit der Grundfläche wieder ein gleichseitiges Dreieck entsteht. Dieses Verfahren kann immer weiter fortgesetzt werden, so dass ein fein ziselierter Rand entsteht.



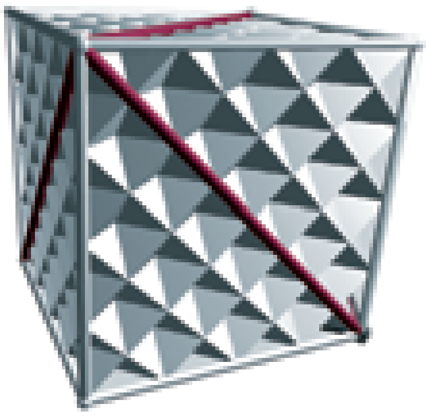
3 Die dreidimensionale Variante der Koch'schen Schneeflocke entsteht, indem man auf eine Spitze auf eine dreieckige Grundfläche aufsetzt und diesen Prozess immer weiter fortsetzt.

Eine nahe liegende Verallgemeinerung der Koch'schen Schneeflocke für den Raum ist das Errichten von »Spitzen« auf gleichseitigen Dreiecken. 3

Die Frage ist nun, ob ein nach dem gleichen Verfahren rekursiv mit Spitzen verzierter Tetraeder nach mehreren Rekursionen einen der Schneeflocke vergleichbaren »Schneeball« ergibt. Da man mit Archimedes Geo3D rekursive Makros erstellen kann, lässt sich diese Frage experimentell beantworten. Überraschenderweise ergibt sich als Grenzfigur kein »Schneeball«, sondern ein Würfel. 4 Die Grenzfigur füllt den Würfel aber nicht vollständig aus.

Zum Abschluss noch eine Problemstellung ganz anderer Art: Was ist die Menge aller Punkte, die den gleichen Abstand zu zwei gegebenen Geraden haben? Die Fläche in Abbildung 5 gibt einen Eindruck. Die obere Gerade verläuft symmetrisch durch die Sattelfläche. Wenn man die Szene so dreht, dass von einer Geraden nur ein Punkt sichtbar ist, weil man genau in ihre Richtung blickt, projiziert sich der Flächenrand zu einer Parabel, deren Brennpunkt der Bildpunkt der Geraden ist. Schöner ist natürlich die interaktive Manipulation, die zeigt, wie sich die Fläche verändert, wenn die Geraden näher zusammenrücken.

Die Erfahrungen aus dem Unterricht sind äußerst

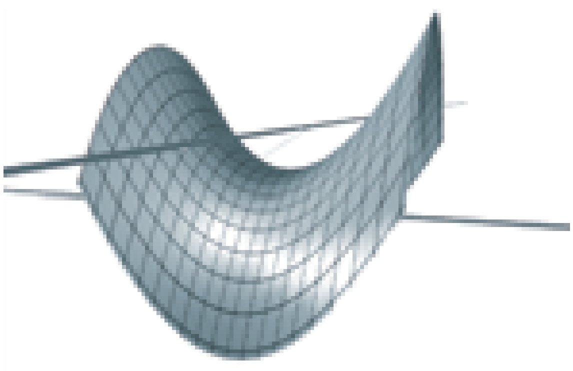


4 Zur Überraschung vieler Schüler ist die dreidimesionale Variante der Koch'schen Schneeflocke keine Kugel, sondern ein würfeliges Tetraederfraktal.

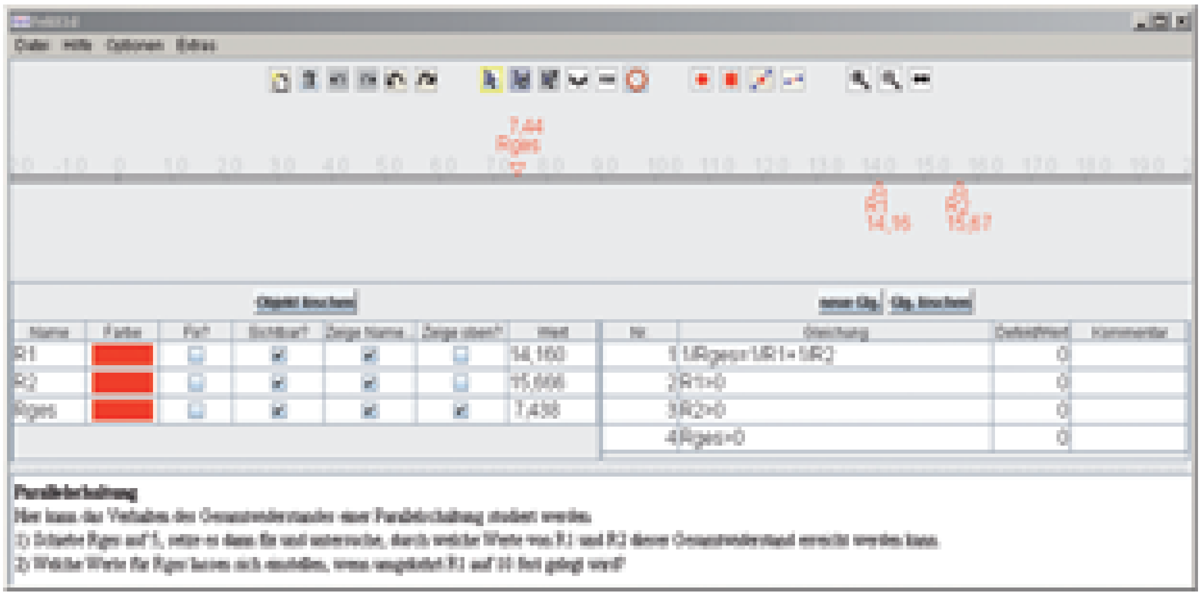
positiv. Schüler und Schülerinnen haben im traditionellen Geometrieunterricht kaum vergleichbare ästhetische Erlebnisse.

Auch Akademikern fällt Algebra schwer

Im Gegensatz zur Geometrie ist die Algebra von Beginn an abstrakter. Diese Abstraktheit wird von vielen Algebradidaktikern sogar als zentrales Kennzeichen der Algebra gesehen. Die symbolischen Darstellungen der Algebra wie $z = x \times y$ können in unzählig vielen Kontexten interpretiert werden, etwa als Gesamtpreis, der ein Produkt aus der Anzahl gekaufter Artikel und ihrem Einzelpreis ist, als Spannung an einem Widerstand bei einer bestimmten Stromstärke oder schlicht als Beziehung zwischen Zahlen. Diese Vielfalt ist für Schüler einerseits verwirrend, anderseits nötig, um zu



5 Diese Sattelfläche zeigt die Menge aller Punkte, die zu den beiden Geraden gleichen Abstand haben.



6 Das Gesetz der Parallelschaltung zweier Widerstände lässt sich mit FeliX1D »mausnah« erfahren. Sich die Bedeutung der Gleichungen zu veranschaulichen, in denen die Reziprokwerte der Widerstände addiert werden, fällt vielen Schülern auf diesem Weg leichter.

verhindern, dass zu sehr im Anwendungskontext gedacht wird. Sinn der Algebra ist ja gerade, Gleichungen und Terme auch ohne Bezug zur konkreten Situation nach universellen Regeln manipulieren zu können und damit das Gedächtnis zu entlasten.

Besonders interessant, aber auch besonders fehleranfällig ist der Übersetzungsprozess einer konkreten Situation in algebraische Terme oder Gleichungen. Diese Algebraisierung kann als eine Modellbildung verstanden werden: Es wird ein algebraisches Modell aufgestellt, das die vorliegende Situation beschreibt. Dabei machen längst nicht nur Schüler Fehler. In einer bekannten und vielfach wiederholten Studie legten Rosnick und Clement Versuchspersonen die folgende Aufgabe vor: »An einer Universität gibt es P Professoren und S Studenten. Auf einen Professor kommen sechs Studenten. Drücken Sie dies mit den Variablen S und P aus!«

Auch gestandene Akademiker scheiterten daran und produzierten fehlerhafte Lösungen wie $P = 6 \times S$ (richtig ist $6 \times P = S$). Ähnliche Ergebnisse zeigten sich auch in verschiedenen Variationen dieser Aufgabe in unseren Heidelberger Untersuchungen bei Schülern und Studenten.

Die Studien zeigten weiter, dass es weniger Probleme gibt, wenn eine Gleichung nur eine Variable enthält, deren Wert dann ausgerechnet werden kann (Variable als Unbekannte). Die größten Schwierigkeiten liegen im Verständnis von Gleichungen, die mehrere Variable in Beziehung setzen. Um hier den Aufbau von geeigneten Vorstellungen zu unterstützen, wurde eine neuartige didaktische Software geschaffen: FeliX1D.

Ausprobieren und beobachten

Das Programm FeliX1D bildet einen Zahlenstrahl ab, auf dem die aktuellen Werte der Variablen durch Markierungen dargestellt werden. Durch Verschieben mit der Maus ändern sich die Werte der Variablen. Die entscheidende Idee ist nun, dass der Benutzer auch Gleichungen eingeben kann, die die Variablen in Beziehung zueinander setzen. Die Lernenden können so direkt erleben, welche Bedeutung die Gleichungen haben. 6

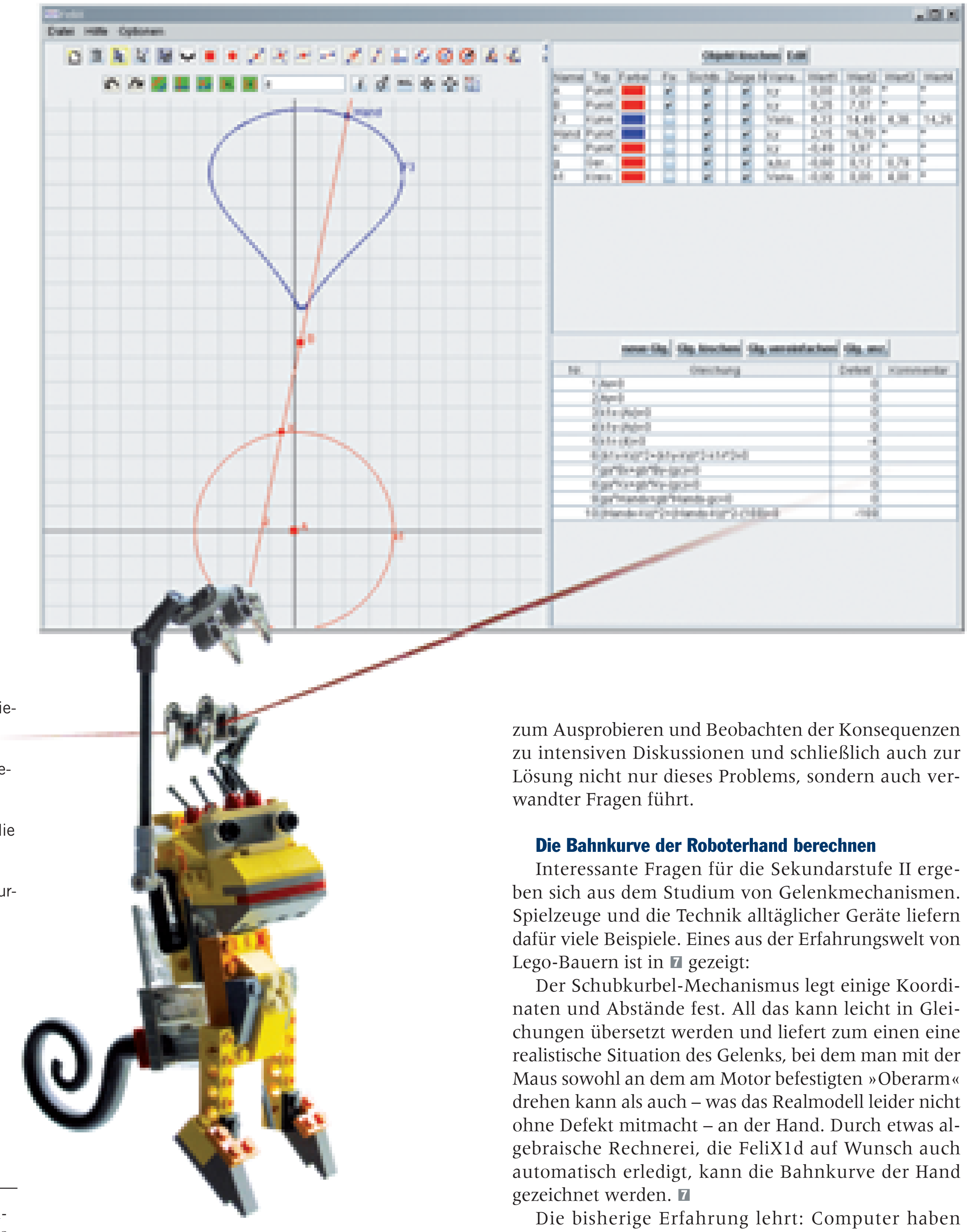
Unter den vielen Anwendungsgebieten der Algebra nimmt die Geometrie eine besondere Stellung ein. Im antiken Griechenland wurden algebraische Beziehungen stets konkret geometrisch gedacht, und die Entfaltung der Algebra in der Moderne ist untrennbar verbunden mit der Algebraisierung der Geometrie. Es ist deshalb nahe liegend, das Konzept von FeliX1D von einer auf zwei Dimensionen auszudehnen. Das Ergebnis FeliX2D erlaubt die Erzeugung von einigen wenigen geometrischen Objekten (Punkte, Strecken, Vektoren, Kreise, Geraden, Funktionsgraphen, Lösungsmengen von Gleichungen in zwei Variablen). Zwischen den Variablen dieser Objekte können wiederum Gleichungen und Ungleichungen aufgestellt werden, die beim Ziehen an den Objekten erhalten bleiben.

Die Autoren

Prof. Dr. Reinhard Oldenburg, 41, ist seit dem Sommersemester 2008 Professor für Didaktik der Mathematik und Informatik für das gymnasiale Lehramt an der Goethe-Universität. Sein Weg dorthin führte über Diplom und Promotion in Mathematik, erstes und zweites Staatsexamen in den Fächern Mathematik, Physik und Informatik, Lehrtätigkeit an einem Göttinger Gymnasium und schließlich zwei Jahre an der Pädagogischen Hochschule Heidelberg. Forschungsschwerpunkte sind die Didaktik der Algebra und die Computernutzung in der Geometrie.

Andreas Goebel, 36, ist Lehrer für Mathematik, Musik und Informatik am Göttinger Otto-Hahn-Gymnasium. Er entwickelt im Rahmen seines Promotiosvorhabens an der Universität Frankfurt das Raumgeometrieprogramm Archimedes Geo3D und didaktische Konzepte zu seiner Nutzung. Archimedes Geo3D wurde 2007 mit dem digita-Bildungssoftwarepreis ausgezeichnet.

oldenburg@math.uni-frankfurt.de
http://www. math.uni-frankfurt.de/~oldenbur
a-goebel@gmx.de



7 Wie sieht die Bahnkurve aus, die die Hände dieses Seilbahn-Kletterroboters beim Hangeln beschreiben? Ein Computerprogramm gibt die Antwort und zeichnet die berechnete Handkurve (blau).

Die Erprobung im Unterricht hat gezeigt, dass damit schon ganz einfache Fragestellungen zu spannenden Herausforderungen für Schüler werden können. Wenn beispielsweise drei Punkte gegeben sind, die sich ohne einschränkende Gleichung unabhängig frei voneinander bewegen können, wie kann man dann mit Gleichungen erreichen, dass der dritte Punkt immer Mittelpunkt der ersten beiden Punkte ist? Es zeigt sich, dass die Fragestellung für Schüler der Sekundarstufe I alles andere als einfach ist, dass aber die Möglichkeit zum Ausprobieren und Beobachten der Konsequenzen zu intensiven Diskussionen und schließlich auch zur Lösung nicht nur dieses Problems, sondern auch verwandter Fragen führt.

Die Bahnkurve der Roboterhand berechnen

Interessante Fragen für die Sekundarstufe II ergeben sich aus dem Studium von Gelenkmechanismen. Spielzeuge und die Technik alltäglicher Geräte liefern dafür viele Beispiele. Eines aus der Erfahrungswelt von Lego-Bauern ist in 7 gezeigt:

Der Schubkurbel-Mechanismus legt einige Koordinaten und Abstände fest. All das kann leicht in Gleichungen übersetzt werden und liefert zum einen eine realistische Situation des Gelenks, bei dem man mit der Maus sowohl an dem am Motor befestigten »Oberarm« drehen kann als auch – was das Realmodell leider nicht ohne Defekt mitmacht – an der Hand. Durch etwas algebraische Rechnerei, die FeliX1d auf Wunsch auch automatisch erledigt, kann die Bahnkurve der Hand gezeichnet werden. 7

Die bisherige Erfahrung lehrt: Computer haben längst ihren festen Platz im didaktischen Werkzeugkoffer der Lehrenden gefunden, aber es gibt immer noch viel zu tun, um über die Nutzung als Visualisierungswerkzeug hinauszukommen. Die hier vorgestellten Entwicklungsprojekte versuchen dies zu tun, indem sie den Schülern die Möglichkeit eröffnen, mit Computer-basierten Repräsentationen mathematischer Objekte direkt zu interagieren. Dass dies von didaktischem Nutzen ist, wurde bereits in ersten Unterrichtserfahrungen dokumentiert. Bis zur Implementation solcher Werkzeuge im alltäglichen Mathematikunterricht ist es aber noch ein langer Weg. ◆

Literatur

A. Goebel: Dynamische Raumgeometrie, mathematik lehren 144 (2007) 60–61.

R. Oldenburg: Bidirektionale Verknüpfung von Computeralgebra und dynamischer Geometrie, Journal für Mathematikdidaktik/26 (2005), 249–273.

Zuhause in der Hängematte kann Frederik gut über mathematische Probleme nachdenken. Seinen Ehrgeiz setzt der 15-Jährige daran, die Goldbach'sche Vermutung zu knacken. Seit 1742 ist es niemandem gelungen, einen Beweis dafür zu finden.

»Ich suche Beweise, die noch keiner gefunden hat«

Neue Wege der Begabtenförderung durch die Hessische Schülerakademie

von Joachim Pietzsch

In der Hängematte liegen viele Teenager genauso gern wie Frederik Benirschke, aber selten mit einem mathematischen Problem im Kopf, für dessen Lösung ein britischer Verlag im Jahr 2000 vergeblich eine Million Dollar ausgesetzt hatte. Wenn sich der 15-jährige Schüler aus Eppstein mit Rechenheft und Stift im Garten seines Elternhauses entspannt, setzt er seinen Ehrgeiz dennoch daran, die Goldbach'sche Vermutung zu knacken, wonach sich jede gerade Zahl als Summe zweier Primzahlen darstellen lässt, ein Sachverhalt, für den kein Gegenbeispiel bekannt ist, der die Fachwelt aber erst dann überzeugen kann, wenn er allgemeingültig bewiesen wird. Das ist seit 1742 niemandem gelungen.

»In der siebten Klasse hatte ich eine sehr gute Mathelehrerin«, sagt Frederik. »Sie hat mich für die Mathematik begeistert.« Zwar lernt der lang aufgeschossene Zehntklässler mit dem kindlichen Gesicht auch in allen anderen Fächern schnell und gut, weswegen er an der Main-Taunus-Schule in Hofheim gerade erst eine Klasse übersprungen hat, seine Vorliebe gilt aber eindeutig der Mathematik und ihren faszinierenden Abstraktionen. »Er hat sich Fachbücher gewünscht, in denen ich noch nicht mal die Überschriften fehlerfrei lesen konnte«, erinnert sich Beate Rasper-Benirschke an die schwierigen Monate um Weihnachten 2006, als ihrem Sohn die Schule langweilig zu werden begann. Die Heilpädagogin setzte alle Hebel in Bewegung, um die Hochbegabung ihres Sohnes nicht ins Leere laufen zu lassen – und hatte das Glück, vom Fachbereich Mathematik der Universität Frankfurt an Dr. Cynthia Hog-Angeloni verwiesen zu werden, die Geschäftsführerin der Hessischen Schülerakademie. So wurde Frederik Benirschke nicht nur zum bisher jüngsten Teilnehmer dieser Ferientagung für begabte und interessierte Schülerinnen und Schüler, sondern auch zum Schülerstudenten, der neben seiner Schulpflicht einer mathematischen Kür an der Universität nachkommen darf, Prüfungserfolge eingeschlossen. »In der Klausur hat jemand von ihm abgeschrieben, darüber hat er sich gefreut«, berichtet seine Mutter. »Mit seiner Begabung und Begeisterung steckt er etliche Erstsemester weg«, sagt Cynthia Hog-Angeloni, die den wortkarg wirkenden Frederik auch wegen der »Reife seines Vortrags« lobt, mit der er die Schülerakademie bereichert habe.

Mathematik-Ferien auf Burg Fürsteneck

Diese Schülerakademie findet seit 2004 jeweils in den letzten beiden Wochen der Sommerferien auf der Burg Fürsteneck statt, der Heimvolkshochschule inmitten des »Hessischen Kegelspiels« um Bad Hersfeld. Ihre Gründung verdankt die Akademie der Initiative des inzwischen pensionierten Mathematikprofessors Wolfgang Metzler und der wissenschaftlichen Mitarbeiterin Hog-Angeloni. »Uns war es wichtig, dass die Begabtenförderung bei der Reform der Lehrerausbildung nicht aus dem Blickfeld gerät«, erinnert sich Metzler. Die Schülerakademie soll einerseits (hoch-) begabte Schülerinnen und Schüler fördern, andererseits aber auch Lehramtsstudierenden ein fachbezogenes Praktikum mit dem Schwerpunkt Begabtenförderung anbieten. Für den Erwerb eines Praktikumsscheins betreut ein Studierender jeweils zwei bis drei Akademieteilnehmer. Jede Akademie besteht aus vier Kursen, von denen mindestens einer mathematischen Inhalts ist. Physik, Geschichte und Politik bestimmten die Themen der anderen Kurse der Akademie 2007, an der Frederik Benirschke ausnahmsweise teilnehmen durfte. »Eigentlich war er zu jung«, sagt Frau Hog-Angeloni. »Das Mindestalter ist 16. Aber seine Begabung hat uns überzeugt.«

Damit solche Begabungen nicht zu einseitig gefördert werden, sind die Schülerakademien freilich nicht nur fachlich ausgerichtet, sondern werden durch kursübergreifende kulturelle Angebote ergänzt, was Wolfgang Metzler besonders am Herzen liegt, weil er in seiner Jugend oft zu musikalischen Schülerwochen auf Burg Fürsteneck war. Von Chor- und Kammermusik über Improvisation und Englisches Theater bis zu Filmkritik und Jonglage reichte die Palette im vergangenen Jahr, was ein zusätzliches »Wir«-Gefühl der 40-köpfigen Begabtenschar schuf, die die Ergebnisse ihrer Kurs- und Kulturarbeit an einem Gästenachmittag auch öffentlich präsentierte – mit »überragender Ausbeute«, wie Cynthia Hog-Angeloni stolz resümiert.

Wie konstruiert man ein regelmäßiges 17-Eck?

»Die Schüler waren sehr nett und entsprachen ganz und gar nicht meinem damaligen Bild von Hochbegabten. Ganz im Gegenteil, sie waren aufgeschlossen, kontaktfreudig und sahen aus wie ganz ›normale‹ Jugendliche«, bilanzierte die Mathematikstudentin Anique Schellenberger, die unter anderem Frederik Benirschke betreute. Das fing mit der Auswahl und Vorbereitung des Themas an, für dessen Präsentation und Diskussion jedem der zehn Mathematikschüler während der Akademiewoche zwei Stunden zur Verfügung standen. Frederik entschied sich für ein Referat über die Konstruktion eines regelmäßigen 17-Ecks, eine Aufgabe, die bis Ende des 18. Jahrhunderts ungelöst war. In ihr ließ sich sein Faible für Zahlentheorie mit seiner geometrischen Genialität gut verbinden. Sie entsprach gleichzeitig in idealer Weise dem übergreifenden Titel des Mathematikkurses: »Gibt es eine Mathematik nach der Schule?«

Um ein regelmäßiges 17-Eck konstruieren zu können, braucht man nämlich eine Grundlage, die es eigentlich gar nicht geben dürfte, wenn es nach unserer Schulweisheit ginge. Die besagt, dass eine Zahl, die man mit sich selbst multipliziert, nie negativ werden kann. Zu Beginn der Neuzeit haben italienische Mathematiker aber die imaginäre Zahl i erfunden – und sie als die Wurzel aus minus eins definiert. Während diese Definition anfangs willkürlich wirkte, erwies sie sich für die moderne Physik als unverzichtbar. Ohne die imaginäre Zahl i und die von ihr abgeleiteten komplexen Zahlen wären viele Techniken unserer heutigen Welt nicht entstanden – vom Laptop bis zum Laserstrahl. Dennoch sind die komplexen Zahlen, ohne die kein MP-3-Spieler funktionieren würde, aus den Lehrplänen unserer Schulen leider inzwischen verschwunden. Das sei ein großer Fehler, meint Wolfgang Metzler, auch mit Blick auf die Lehramtskandidaten. »Wer in seinem Studium oder Beruf keine Mathematik betreibt, lernt heute die hohe kulturelle Bedeutung der komplexen Zahlen oft gar nicht mehr kennen.«

Frederik lernt in allen anderen Fächern schnell und gut, seine Vorliebe gilt aber eindeutig der Mathematik. Da er sehr gut erklären kann, klingelt vor Klassenarbeiten bei ihm ununterbrochen das Telefon.

Mit 14 Jahren an die Uni

Frederik Benirschke nahm die Herausforderung der komplexen Zahlen jedenfalls mit Leichtigkeit an und wiederholte unter Anleitung von Anique Schellenberger minutiös die Glanzleistung, mit der 1796 der erst 18-jährige Carl Friedrich Gauß seinen mathematischen Weltruhm begründet hatte: Auf der Basis des Einheitskreises in der Ebene der komplexen Zahlen wies er algebraisch nach, wie sich ein regelmäßiges 17-Eck nur mit Zirkel und Lineal exakt konstruieren lässt, um dann geometrisch zur Tat zu schreiten. »Es gab eine lebhafte Diskussion, deren Anregungen Frederik mühelos aufnehmen und in seinen Abschlussbericht einarbeiten konnte«, lobt Cynthia Hog-Angeloni ihren Schützling.

Frederiks souveräner Auftritt im Mathematikkurs der Schülerakademie gab den Ausschlag, ihn als Schülerstudenten an der Universität Frankfurt zuzulassen. Das Studien Service Center trug schnell und unbürokratisch dazu bei, dass die Altersgrenze in seinem Fall abgesenkt werden konnte. Montags und donnerstags nahm er im vergangenen Wintersemester jeweils zwei Stunden an der Einführungsvorlesung »Lineare Algebra« teil und zusätzlich an einer nachmittäglichen Übung. Das volle Erstsemesterprogramm wäre eigentlich doppelt so umfangreich gewesen, aber diese Belastung hielt sein Hofheimer Gymnasialdirektor dann doch für übertrieben. Immerhin bedeutete auch das halbe Programm, dass Frederik an zwei Tagen erst gegen elf Uhr wieder in seiner Schulklasse war – um dort, nachdem er sich an der Uni mit Vektorräumen beschäftigt hatte, mit Trigonometrie für Zehntklässler fortzu-

Als Frederik sich in der Schule zu langweilen begann, knüpfte seine Mutter den Kontakt zum Fachbereich Mathematik der Universität Frankfurt. Der Hochbegabte ist der bisher jüngste Schülerstudent. Dass in einer der letzten Klausuren ein Student von ihm abschrieb, hat ihn gefreut.

fahren. »Wir möchten einfach, dass er zufrieden ist«, sagt seine Mutter, »und das ist er nur, wenn er geistig ausreichend gefordert wird.« Im laufenden Sommersemester konzentriert er sich auf die Geometrie. Auf den körperlichen Ausgleich achtet sein Vater, ein diplomierter Sportlehrer, der Frederik motiviert, am Leistungszentrum des Hofheimer Gymnasiums Badminton zu spielen statt zu viel Zeit vor dem Computer zu verbringen. Frederik ist ein Einzelkind, und gerade deshalb ist es ihm wichtig, Freundschaften zu pflegen und den Kontakt zu seinen Klassenkameraden nicht zu verlieren. »Er kann sehr gut erklären«, sagt seine Mutter. »Vor manchen Mathearbeiten steht bei uns das Telefon nicht still.«

Lehrer mit Blick für Begabte

Ein Eigenbrötler will Frederik Benirschke trotz seines Faibles für Mathematik nicht werden, eher ein Mannschaftsspieler, als den ihn auch Wolfgang Metzler in Erinnerung hat: »Frederik hat sich mit viel Rhythmusgefühl in die Improvisationsgruppe eingefügt, ist aber solistisch nicht hervorgetreten.« Die Begegnung mit anderen Hochbegabten auf Burg Fürsteneck habe ihm gut getan, wie überhaupt viele Teilnehmer der Schülerakademie den Austausch mit ihresgleichen als befreiend empfänden. Denn eine nicht ausreichend geförderte Hochbegabung könne einsam machen, weswegen es auch in der Lehrerausbildung wichtig sei, die Sensibilität für die Begabtenförderung zu wecken. »Lehrkräfte, die ein Auge für besondere Begabungen haben«, heißt es in der Dokumentation der Schülerakademie 2007, »können für begabte und hochbegabte Jugendliche ein Segen sein.«

Innerhalb kurzer Zeit hat sich die Schülerakademie auf Burg Fürsteneck zu einem kostbaren Baustein des hessischen Bildungssystems entwickelt. Wie wichtig sie für die richtige Weichenstellung im Leben von (Hoch-) Begabten sein kann, beginnt sich allmählich herumzusprechen, wenngleich nicht alle Absolventen zu Schülerstudenten werden können oder wollen. Noch reicht eine Empfehlung des jeweiligen Schulleiters für die Teilnahme aus, doch das wachsende Interesse von Eltern und Schülern wird möglicherweise bald weitere Zulassungskriterien erfordern. Für die nächsten drei Jahre ist die Finanzierung im Zusammenwirken der Goethe-Universität, des Amtes für Lehrerbildung und der Hessischen Heimvolkshochschule Burg Fürsteneck innerhalb einer »Projektphase« gesichert. Bis dahin hoffen Wolfgang Metzler und Cynthia Hog-Angeloni, ihr Projekt zu einem festen Bestandteil der Lehrerausbildung und Schülerförderung in Hessen entwickelt zu haben – damit viele begabte Schülerinnen und Schüler ihre Ziele so selbstbewusst formulieren können wie Frederik Benirschke: »Ich will Beweise finden, die noch keiner gefunden hat.« ◆

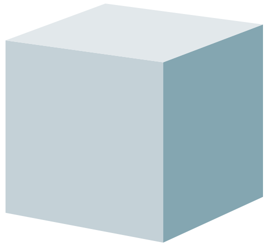
Der Autor

Joachim Pietzsch, 49, arbeitet freiberuflich als Wissenschaftsjournalist. Als langjähriges Mitglied des Auswahlausschusses der Studienstiftung des deutschen Volkes trifft er oft auf hochbegabte Erstsemester – ein Schülerstudent war bisher aber noch nicht darunter.

Hessische Schülerakademie:
Hog-angeloni.metzler@math.uni-frankfurt.de
www.hsaka.de

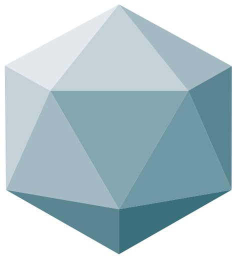
1 Bei den Wanddekorationen der Alhambra in Granada handelt es sich um sehr kunstvolle Parkettierungen ebener Flächen, die auf ein tiefes mathematisches Wissen der mittelalterlichen Baumeister schließen lassen.

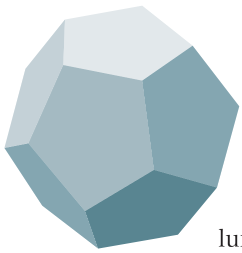
2 Die platonischen Körper Tetraeder, Würfel, Oktaeder und Ikosaeder standen in der antiken griechischen Physik für die Elemente Feuer, Erde, Luft und Wasser. Aus ihnen sollten sich alle Substanzen der Welt zusammensetzen lassen. Das Dodekaeder stand für das Ganze des Weltalls. Heute faszinieren sie Mathematiker vor allem wegen ihrer Symmetrie-Eigenschaften.



Schöne Mathematik ist wichtige Mathematik

Reguläre Parkettierungen geschlossener Flächen





von Ernesto Girondo Sirvent und Jürgen Wolfart

Die platonischen Körper **2** – das sind reguläre Tetraeder, Würfel, Oktaeder, Ikosaeder und Dodekaeder – haben seit Jahrtausenden Wissenschaft und Kunst beschäftigt. In den Spekulationen der antiken griechischen Physik standen die ersten vier für die Elemente Feuer, Erde, Luft und Wasser, aus denen sich alle Substanzen der Welt zusammensetzen sollten, das Dodekaeder stand für das Ganze des Weltalls. Worin liegt ihre Faszination? Folgten die griechischen Philosophen einem Harmoniebedürfnis, als sie besonders symmetrische Objekte und Strukturen als Bausteine des Universums auswählten?

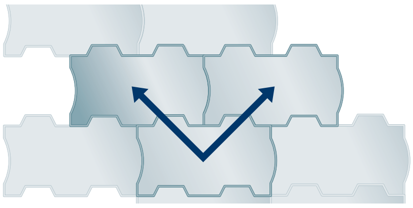
Was ist Symmetrie?

Symmetrie liegt immer dann vor, wenn es zu einem geometrischen Objekt oder einem geometrischen Muster Bewegungen der Ebene oder des Raumes gibt (etwa Spiegelungen, Drehungen oder Translationen), welche das Muster in sich überführen. Einen Würfel beispielsweise können wir auf 24 verschiedene Weisen im Raum drehen, ohne dass seine Endlage von der Anfangslage unterscheidbar wäre – es sei denn, wir hätten seine Seitenflächen mit Punkten, Zahlen oder Farben markiert; die Drehung, die alles fest lässt (beziehungsweise um 0 Grad dreht), haben wir dabei aus guten Gründen mitgezählt. Dazu kommen noch 24 Spiegelungen. Noch symmetrischer in diesem Sinne sind Dodekaeder und Ikosaeder mit 60 Drehungen, erst recht aber die Kreislinie: Sie gestattet unendlich viele verschiedene Drehungen um den Mittelpunkt.

Der mathematische Hintergrund der Symmetrie ist die Gruppentheorie, die sich im 19. Jahrhundert einerseits aus algebraischen Fragestellungen entwickelt hat, in denen eine andere Art Symmetrie eine wichtige Rolle spielt: So ändert zum Beispiel die Vertauschung der Wurzel $\sqrt{2}$ mit ihrem negativen Wert $-\sqrt{2}$ nichts daran, dass sie die Gleichung $x^2 = 2$ löst. In der Tat hat die Gruppentheorie auf dem Wege dieser Symmetrieeigenschaften Entscheidendes zum Verständnis algebraischer Gleichungen beigetragen. Andererseits entwickelte sich die Gruppentheorie der Beschreibung von Kristallstrukturen in Physik und Chemie: Die Klassifikation der insgesamt 230 verschiedenen (!) Symmetriegruppen von Kristallgittern ist eine der ersten Großtaten der Gruppentheorie, an der übrigens ein Frankfurter Mathematiker der ersten Stunde beteiligt war, Arthur Schönflies (1853–1928), Inhaber des ersten Lehrstuhls für Mathematik an der neu gegründeten Universität Frankfurt und ihr Rektor im akademischen Jahr 1920/21. Auch aus der heutigen Quantenmechanik sind gruppentheoretische Methoden nicht wegzudenken.

Ebene Ornamente und Parkette

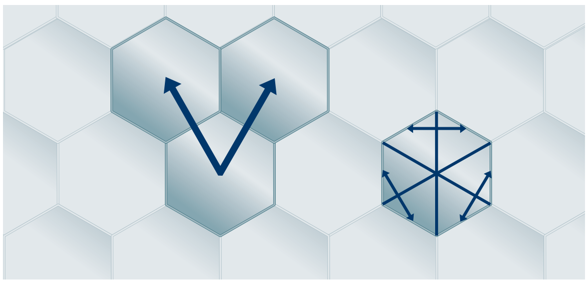
Im Zweidimensionalen entsprechen den Kristallgittern die mehr oder weniger regelmäßigen Parkettierungen der Ebene, die uns vom Gehwegpflaster vertraut sind. Stellen wir uns das Muster der Pflasterung unbeschränkt in alle Richtungen fortgesetzt vor, so fällt die Symmetrie des Musters ins Auge: Die Symmetrie-



3 Für dieses Straßenpflaster gibt es unendlich viele Symmetriebewegungen, die sich aus den zwei durch Pfeile symbolisierten Translationen (Parallelverschiebungen) zusammensetzen lassen.

gruppe besteht aus unendlich vielen Bewegungen, alle zusammengesetzt aus zwei »Elementartranslationen« in zwei Richtungen. 3

Die Wanddekorationen der von arabischen Baumeistern errichteten Alhambra und auch Bild 4 zeigen: Es gibt Parkettierungen weit größerer Symmetrie; die größten Symmetriegruppen für reguläre Parkettierungen der Ebene erhält man durch Pflasterung mit Quadraten oder regelmäßigen Sechsecken, wie sie uns von den Bienenwaben her vertraut sind. Die Klassifikation der Symmetrietypen ebener Ornamente führt immerhin noch auf 17 verschiedene Gruppen, die übrigens alle in den Ornamenten der Alhambra realisiert sind. 1 Regulär nennt die Mathematik Parkettierungen besonders großer Symmetrie, genauer: wenn es zu je zwei Kanten eine Bewegung der Symmetriegruppe gibt, die diese beiden ineinander überführt. Der Leser mag sich durch Rotation und Translation der Ebene davon überzeugen, dass die Quadrat- und die Bienenwaben-Parkettierung regulär sind.



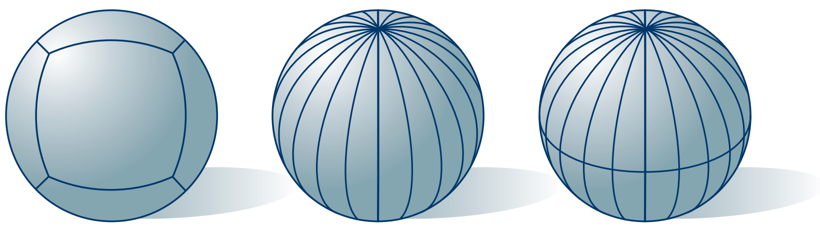
4 Diese zwei »regulären« Pflaster besitzen eine viel größere Symmetrie als das Straßenpflaster. Sie lassen außer Translationen noch Rotationen und Spiegelungen zu; einige der Spiegelachsen sind eingezeichnet.

Gruppen

Gruppen gehören zu den mathematischen Grundstrukturen und werden durch die Gültigkeit gewisser Rechenregeln charakterisiert: Wir können beispielsweise ihre Elemente (hier Symmetriebewegungen f, g) zu neuen Gruppenelementen fg, zusammensetzen, indem wir sie hintereinander ausführen: Es entsteht wieder eine Symmetriebewegung. Für diese Verknüpfung muss ein Assoziativgesetz $f\,(g\,h) = (f\,g)\,h$ gelten, ein Einselement existieren, hier also die Identität, sowie zu jedem Element ein inverses, welches seine Wirkung wieder rückgängig macht. Bei unseren Symmetriegruppen wäre das etwa eine Drehung oder Translation in umgekehrter Richtung um den gleichen Winkel beziehungsweise die gleiche Länge. Da sich die Regeln der Gruppentheorie in vielen Bereichen wiederfinden, zum Beispiel beim Rechnen mit Zahlen aller Art, hat sie auch außerhalb der Symmetriebetrachtungen einen festen Platz in der Mathematik.

Kugel und Torus

Gibt es reguläre Parkettierungen auch auf geschlossenen Flächen wie Kugel und Torus? Schon das erste Bild in 5 überzeugt uns davon, dass dieses für die Kugeloberfläche zutrifft: Alle Projektionen vom Mittelpunkt der platonischen Körper auf die sie einhüllende Kugel ergeben solche regulären Parkettierungen. Im Gegensatz zur Ebene sind dabei erstens nur endlich viele Parkettsteine nötig, und zweitens lassen sich die Symmetriebewegungen nicht länger aus ebenen Translationen und Drehungen aufbauen, sondern sie sind Kugeldrehungen: Die euklidische ist durch die sphärische Geometrie ersetzt, Piloten und Kapitänen vom Navigieren auf der Erdoberfläche her vertraut. Für die Kugel ist das Resultat: Es gibt fünf verschiedene Parkettierungen, die von den platonischen Körpern abstammen. Zu diesen sollte man noch die vom »Orange«- und die vom »Globus«-Typ (mit Meridianen und Äquator) hinzuzählen.

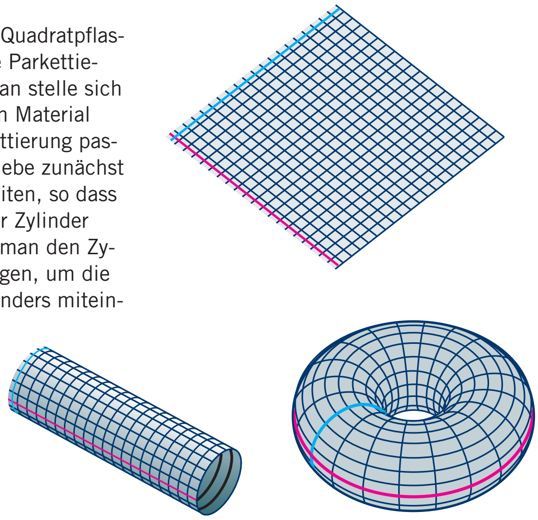


5 Man denke sich die Eckpunkte der platonischen Körper auf einer Kugel gelegen und projiziere die Kanten vom Mittelpunkt aus auf die Kugeloberfläche, dann erhält man eine reguläre Pflasterung der Kugel, hier im Beispiel des von oben betrachteten Würfels (links); man beachte, dass die Kanten nun keine rechten Winkel mehr einschließen, sondern im Winkel 120 Grad aufeinanderstoßen. Angefügt sind zwei Pflasterungen, die ebenso reguläre Pflasterungen der Kugel ergeben und uns von den Schnitzen der Orange und vom Globus her vertraut sind, wenn wir auf ihn Meridiane und Äquator einzeichnen.

Was passiert aber, wenn Ebene oder Sphäre durch kompliziertere Flächen ersetzt werden? Gibt es dann immer noch reguläre Parkettierungen? Von welchem Typ sind sie, was bedeuten sie und wie viele gibt es? Diese Fragen beschäftigen eine Arbeitsgruppe des Frankfurter Instituts für Mathematik seit über 15 Jahren. Sie pflegt hierzu einen intensiven Austausch mit

Arbeitsgruppen der Universidad Autónoma de Madrid und Frankfurts Partneruniversität Southampton.

Die nächstkomplizierte Fläche nach der Kugel ist der Torus 6, den man aus dem Alltag als Schwimmring oder Oberfläche des Doughnuts kennt (nicht orientierte Flächen wie das Möbiusband lassen wir der Einfachheit halber außer Acht). Für ihn haben zwei Kollegen aus Southampton herausgefunden: Auch auf dem Torus sind reguläre Parkette endlich, wobei es unendlich viele verschiedene Typen gibt. Sie stammen allerdings alle ab von den uns wohlvertrauten Quadrat- beziehungsweise Waben-Parkettierungen der Ebene./5/



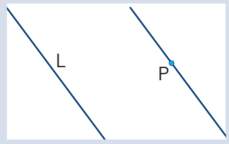
6 Wie stellt man aus dem Quadratpflaster der Ebene eine reguläre Parkettierung auf dem Torus her? Man stelle sich eine Ebene aus elastischem Material vor, schneide ein zur Parkettierung passendes Rechteck aus, verklebe zunächst zwei gegenüberliegende Seiten, so dass ein regelmäßig gepflasterter Zylinder entsteht. Dann deformiere man den Zylinder durch Zusammenbiegen, um die beiden Randkreise des Zylinders miteinander zu verkleben.

Von der euklidischen zur hyperbolischen Geometrie

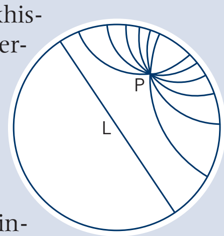
Der Torus ist nur der Anfang eines Zoos komplizierterer Flächen, welche Topologen und Funktionentheoretiker dadurch gewinnen, dass sie an die Kugeloberfläche g sogenannte »Henkel« ankleben. Diese Anzahl der dabei benötigten Henkel nennt sich dann das Geschlecht der Fläche. Hier ein Beispiel einer Fläche vom Geschlecht 3, versehen mit einer regulären Parkettierung durch 168 Dreiecke. 7

7 Diese Figur entsteht durch geschickte Deformation aus einer Kugel, an die man drei Henkel angeklebt hat. Gleichzeitig ist ihre Oberfläche parkettiert durch Dreiecke, die im Sinne der hyperbolischen Geometrie sogar als kongruent anzusehen sind.

Hyperbolische Geometrie



Die hyperbolische Geometrie in der Ebene entstand im Zuge der Klärung der Grundlagen der Geometrie. Es ging dabei vor allem um die Frage, ob das schon von Euklid verwendete Parallelenaxiom (zu jeder Geraden L und jedem Punkt P außerhalb L gibt es eine, aber auch nur eine Parallele durch P, die also L nicht schneidet) unabhängig ist von den anderen üblicherweise verwendeten Grundeigenschaften der Geometrie, etwa der Existenz eindeutiger Verbindungsgeraden für je zwei verschiedene Punkte oder die Existenz von Loten. Nach vielen Versuchen, das Parallelenaxiom als Folgerung solch anderer Grundeigenschaften der ebenen Geometrie herzuleiten, haben Gauß (1777–1856), János Bolyai (1802–1860) und Nikolai Iwanowitsch Lobatschewskij (1793–1856) – die Prioritätsfrage ist ein Tummelplatz für Mathematikhistoriker – gezeigt, dass diese Versuche zum Scheitern verurteilt sind: Es gibt eine Geometrie, in der alle Grundbegriffe und -eigenschaften der euklidischen Ebene wie Geraden, Punkte, Längen, Winkel, Lote et cetera vorhanden sind, das Parallelenaxiom aber ungültig ist. In einem später von dem französischen Mathematiker Henri Poincaré (1854–1912) angegebenen Modell ist die hyperbolische Ebene das Innere einer Kreisscheibe, in der die neuen »Geraden« nun die Abschnitte von Kreisen oder Geraden sind, welche senkrecht auf dem Rand der Kreisscheibe stehen. Das Bild zeigt, dass zu einer gegebenen Geraden L und einem nicht auf L liegenden Punkt P offenbar sehr viele verschiedene »Parallelen« durch P existieren, also Geraden, welche durch P laufen und L nicht schneiden.

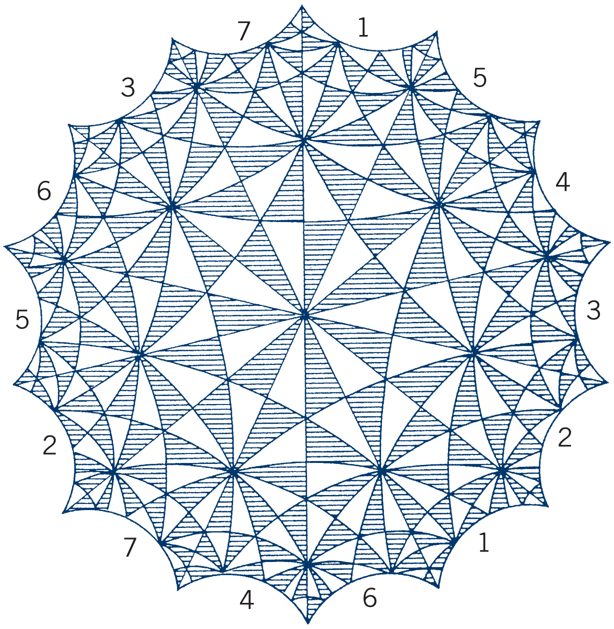


Die Zeichnungen stellen Parallelen in der euklidischen und der hyperbolischen Geometrie dar.

Wieso bezeichnen wir diese Parkettierung als »regulär«? Räumliche Bewegungen sind es offenbar nicht, welche diese Fläche samt Parkett in sich überführen. Wieder eine andere Geometrie ist im Spiel: Neben der vertrauten euklidischen Geometrie der Ebene und der oben schon erwähnten Geometrie auf der Kugeloberfläche steht in der Mathematik als dritte daneben die hyperbolische Geometrie – erst im 19. Jahrhundert entdeckt, und doch aus vielen Bereichen der Mathematik nicht wegzudenken.

Die hyperbolische Geometrie wurde zunächst erfunden, um zu zeigen, dass man das Parallelenaxiom nicht beweisen kann. 8 Dieses Axiom gewann später eine weit darüber hinausgehende Bedeutung. Zum einen war es ein erstes Indiz dafür, dass die vertraute euklidische Geometrie vielleicht nicht die einzig mögliche ist für die Beschreibung des Universums – insofern mag man hyperbolische Geometrie als Wegbereiterin der allgemeinen Relativitätstheorie sehen. Zum anderen wird sie zur Beschreibung jener komplizierteren Flächen vom Geschlecht g > 1 verwendet, die wir hier als »Brezelflächen« bezeichnen. Ebenso wie wir nämlich den Torus durch Ausschneiden eines euklidischen Parallelogramms und Verkleben gegenüberliegender Seiten basteln können, entstehen alle Brezelflächen aus dem Ausschneiden hyperbolischer Polygone und Verkleben passender Seitenpaare. Beispielsweise entsteht die Fläche vom Geschlecht 3 aus Bild 7 bei der Identifikation der Randseitenpaare des hyperbolischen Polygons in Bild 8.

Was hier »reguläre Parkettierung« bedeutet, sehen wir an einer offensichtlichen, allerdings ungewohnten Symmetrie: Genau wie zwei beliebige Kanten der Quadrat- oder der Waben-Parkettierung durch eine euklidische Bewegung auseinander hervorgehen, finden wir hier hyperbolische Bewegungen, mit denen wir je zwei Kanten ineinander überführen können. Solche hyperbolischen Pflasterungen finden sich auch auf ebenso eindrucksvollen wie amüsanten Bildern von M. C. Escher.



8 Ein Polygon der hyperbolischen Geometrie. Schneidet man es aus und verklebt je zwei Seiten wie angegeben – wir setzen ähnlich wie beim Torus 6 ein ideal deformierbares Bastelmaterial voraus – so entsteht die Brezelfläche aus 7.

Ästhetische Spielerei?

Für den Mathematiker ist es beruhigend festzustellen: Schöne Mathematik ist erfahrungsgemäß auch wichtige Mathematik, auch wenn sich das manchmal erst mit großer Verzögerung herausstellt. Nach 150 Jahre alten Erkenntnissen von Bernhard Riemann (1826–1866) stehen die geschlossenen Flächen, von denen hier die Rede ist, in enger und fruchtbarer Querverbindung zu algebraischen Kurven, gegeben durch »algebraische Gleichungen«. Um ein Beispiel zu geben: Bei den Bildern 7 und 9 handelt es sich um die berühmte Klein'sche Quartik

$$x^3y + y^3z + z^3x = 0$$

benannt nach Felix Klein (1849–1925), der übrigens als Erster Gruppentheorie und Symmetrieüberlegungen in die Grundlegung von Geometrie eingebracht hat.

In neuerer Zeit ist die Theorie dieser Riemann'schen Flächen wieder von der Physik aufgegriffen worden im Zusammenhang mit der Stringtheorie, einem Versuch, den Graben zwischen Quantenmechanik und allgemeiner Relativitätstheorie zu überbrücken: Partikel werden nicht länger als Punkte, sondern als strings, also Fäden oder Saiten, aufgefasst, unter Hinzunahme der Zeitkoordinate dann als (offene oder geschlossene) Flächen. In der Tat wurde das Interesse der Frankfurter Arbeitsgruppe um die Autoren dieses Artikels in Gang gesetzt durch die Zusammenarbeit mit dem theoretischen Physiker Claude Itzykson [/1/], der sich von der Idee leiten ließ, Riemann'sche Flächen durch handlichere »diskrete« Strukturen zu ersetzen, hier also durch ihre Parkettierungen. Dafür sind beliebige und eher unregelmäßige Parkettierungen eigentlich genauso interessant – wegen ihres Aussehens in der Ebene Kinderzeichnungen oder »Dessins d'enfants« genannt. In den letzten Jahren ist jedoch deutlich geworden, dass alle diese Dessins durch Zerschneiden und Verkleben aus regulären Dessins gewonnen werden können, ähnlich wie Brezelflächen höheren Geschlechts durch Schneiden und Kleben aus hyperbolischen Polygonen entstehen. Diese regulären Dessins sind die natürliche Verallgemeinerung der regulären platonischen Parkette auf der Kugel. Die zugehörigen Flächen werden darum quasiplatonische Flächen genannt. Hat sich so der Kreis zu den griechischen Atomisten geschlossen?

Der Frankfurter Beitrag

Es war zwar schon lange bekannt, dass es für jede feste Henkelzahl g immer nur endlich viele quasiplatonische Flächen mit regulären Parketten geben kann, aber ihre Bedeutung für die korrespondierenden Gleichungen, insbesondere deren arithmetische Symmetrieeigenschaften, hat sich erst allmählich in Zusammenarbeit von Arbeitsgruppen aus Frankfurt, Southampton und Madrid herausgeschält. [/3/ /6/] Um ein Beispiel für diese Querverbindung zwischen geometrischer Symmetrie und Arithmetik zu geben: Wir können in vielen Fällen der Symmetriegruppe und dem Parkettierungstyp entnehmen, ob – wie im Fall der Klein'schen Quartik – die Koeffizienten der zugehörigen Polynomgleichung ganze Zahlen sind. Es kann dabei durchaus vorkommen, dass auf ein und derselben Fläche mehrere verschiedene reguläre Dessins möglich sind, man vergleiche hierzu Bild 5 mit den »platonischen« Des-

Literatur

/1/ P. Cohen, Cl. Itzykson, J. Wolfart: Fuchsian Triangle Groups and Grothendieck Dessins: Variations on a Theme of Belyi, Commun. Math. Phys. 163 (1994), S. 605–627.

/2/ E. Girondo, J. Wolfart: Conjugators of Fuchsian Groups and Quasiplatonic Surfaces, Quarterly J. Math. Oxford 56(4) (2005), S. 525–540.

/3/ G. Jones. M. Streit, J. Wolfart: Galois action on families of generalised Fermat curves, J. of Algebra 307 (2007), S. 829–840.

/4/ J.-Chr. Schlage-Puchta, J. Wolfart: How many quasiplatonic surfaces? Arch. Math. 86 (2006), S. 129–132.

/5/ D. Singerman, R. Syddall: Belyi Uniformization of Elliptic Curves, Bull. London Math. Soc. 139 (1997), S. 443–451.

/6/ J. Wolfart: ABC for polynomials, dessins d'enfants, and uniformization – a survey, S. 313–345 in Elementare und Analytische Zahlentheorie (Tagungsband), Hrsg. W. Schwarz und J. Steuding, Steiner (Stuttgart 2006).

sins auf der Kugel. Wir haben gezeigt, dass aber – anders als beim Torus und der Kugel – Flächen höheren Geschlechts höchstens 24 reguläre Dessins gleichen Typs besitzen können, die nach festen Regeln auseinander hervorgehen.[2]

Wie schon angedeutet, spielen quasiplatonische Flächen und ihre regulären Dessins oder Parkette für die arithmetisch interessanten Riemann'schen Flächen eine ähnliche Rolle wie das Periodensystem für die Atome. Wie viele gibt es überhaupt davon? Mit zwei Henkeln gibt es genau drei verschiedene Flächen, auf denen insgesamt 11 verschiedene reguläre Dessins möglich sind, bei drei Henkeln (also $g = 3$) sind es acht verschiedene Flächen mit insgesamt 25 verschiedenen Parketten, eines davon in den Bildern 3 und 4 zu sehen, und für $g = 4$ gibt es bereits 11 Flächen und 28 Parkette. Mathematiker in der Slowakei und in Neuseeland lassen mit sportlichem Ehrgeiz ihre Computer heiß laufen, um zu sehen, wie es weitergeht: Wir kennen neuerdings solche Anzahlen bis zur Größenordnung von $g = 100$, sehen aus den neuesten Tabellen allerdings vor allem, dass sie sehr unregelmäßig anwachsen und von komplizierten arithmetischen Eigenschaften der Zahl g abhängen. Wächst g in astronomische Größenordnungen, dann gibt ein ebenfalls in Frankfurt gefundenes Resultat[4] wenigstens eine grobe Größenordnung für diese Anzahl: Sie wächst mit g schneller als jedes Polynom, aber langsamer als die Exponentialfunktion. Genauer gesagt lässt sich die Anzahl nach oben und unten durch Potenzen von $g^{\log g}$ eingrenzen.

Ebenso wie andere Wissenschaften wird auch Mathematik besonders faszinierend, wenn unerwartete Querverbindungen sichtbar werden, sei es zu Nachbarwissenschaften, sei es zwischen Teildisziplinen, die sonst wenig miteinander gemein haben. Hier sind es die geometrische Symmetrie regulärer Parkettierungen einerseits und die Arithmetik von Gleichungen andererseits – und vielleicht eines Tages die Grundlagen der Physik, wenn sich deren kühne Spekulationen bewahrheiten. ◆

Die Autoren

Dr. Ernesto Girondo, 34, hat 2001 an der Universidad Autónoma de Madrid promoviert und bald darauf eine fast zweijährige Postdoc-Zeit in Frankfurt bei der Arbeitsgruppe von Prof. Wolfart verbracht, zunächst mit einem Stipendium der spanischen Regierung, dann als Humboldt-Stipendiat. Er interessiert sich vor allem für Riemann'sche Flächen und hat auf diesem Gebiet eine Reihe von Veröffentlichungen vorzuweisen. Nach seiner Rückkehr hat er für das CSIC, eine bedeutende spanische Forschungsorganisation, gearbeitet und hat jetzt eine Professur an der Universidad Autónoma de Madrid inne. Seine gegenwärtigen Forschungsprojekte schlagen eine Brücke zwischen Geometrie, Algebra und Zahlentheorie.

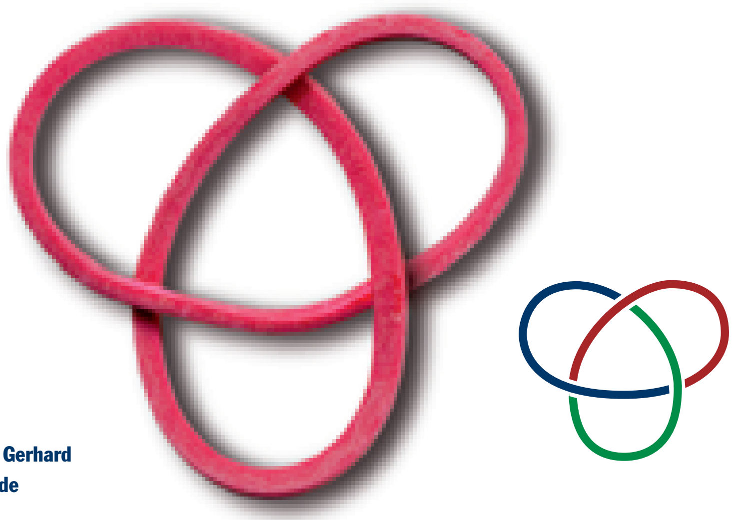
Prof. Dr. Jürgen Wolfart, 63, studierte Mathematik und Physik in Hamburg und Freiburg, nach seiner Promotion und einem Postdoc-Jahr in Paris habilitierte er sich 1976 in Freiburg. 1979 wurde er an die Universität Frankfurt berufen. Er arbeitet über Riemann'sche Flächen und Zahlentheorie; zu seinen Veröffentlichungen gehört ein 1996 erschienenes Lehrbuch über »Zahlentheorie und Algebra«. Wolfart war 1986/87 Dekan und 2001 bis 2003 Studiendekan des Fachbereichs Mathematik, 2007 erhielt er den zweiten Preis für exzellente Lehre der 1822-Stiftung. Er pflegt wissenschaftliche Kontakte und Austauschprogramme mit Madrid, Southampton und Chiba (Japan).

ernesto.girondo@uam.es
wolfart@math.uni-frankfurt.de
http://www.math.uni-frankfurt.de/~wolfart

Von echten und unechten Knoten

Ein Beweis mit drei Farben

von Gerhard Burde



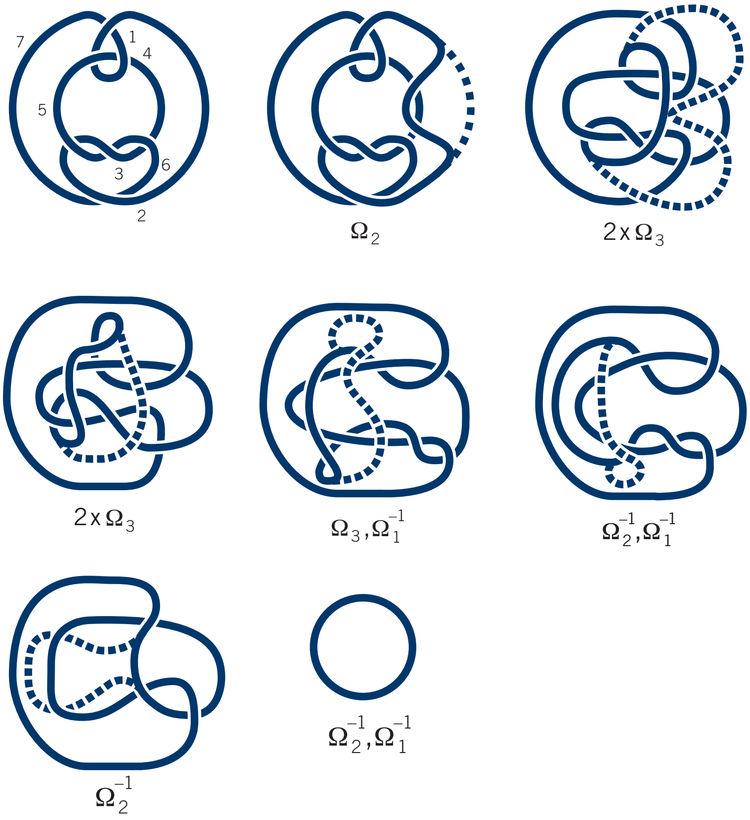
1 Die Kleeblattschlinge ist ein echter Knoten. Sie kann nicht durch irgendwelche Veränderungen ihrer Lage im Raum oder »Deformation«, wie der Mathematiker sagt, in einen ebenen Kreis überführt werden.

Die Mathematiker verstehen unter einem »Knoten« eine geschlossene Raumkurve. Es handelt sich um einen »echten« Knoten, wenn diese nicht in eine ebene Kreislinie »deformierbar« ist. Der in Figur 1 abgebildete Knoten, eine »Kleeblattschlinge«, ist echt. Dabei ist »Deformation« sinnfällig beschrieben, wenn man sich die Raumkurve als elastisches Seil vorstellt, das man beliebig deformieren darf, ohne das Seil zu zerstören. Die Knotentheorie ist für den Mathematiker deshalb interessant, weil sie Auskunft über topologische Eigenschaften des Raumes gibt. Die Existenz von echten Knoten im Raum – genauer im mathematischen Modell des physikalischen Raumes, im »Euklidischen« Raum – ist ein geometrisches Grundphänomen dieses Raumes.

Wir erfahren den physikalischen Raum mit unserer Wahrnehmung »lokal«, von unserem Standpunkt aus, und für unsere lokale Umgebung hat sich das Modell des Euklidischen Raumes gut bewährt. Ein Raum, der lokal überall so aussieht wie der Euklidische, wird eine (dreidimensionale) Mannigfaltigkeit genannt. Was ist damit gemeint? Für die Bewohner einer Kugeloberfläche sieht der Raum lokal wie eine flache Scheibe aus. Gleiches gilt aber auch für die Bewohner auf einer beliebigen anderen Fläche. Lokal betrachtet sehen alle diese Flächen gleich aus, weshalb man von Mannigfaltigkeit spricht.

Eine dreidimensionale Mannigfaltigkeit kann als plausibles Raummodell für das Weltall gelten, wenn man von einzelnen »Singularitäten« einmal absieht. Die drei-dimensionalen Mannigfaltigkeiten sind in den letzten 100 Jahren intensiv erforscht worden, und es wurde gerade in letzter Zeit ein gewisser Abschluss erreicht – davon soll aber hier nicht die Rede sein. Uns sollen Knoten interessieren, die bei dem Studium von Mannigfaltigkeiten eine große Rolle spielen. Die »Knotentheorie« einer Mannigfaltigkeit, das heißt, ihre echten Knoten und deren Deformationen in ihr sind »globale« Eigenschaften dieser Mannigfaltigkeit. Sie kommen erst zum Tragen, wenn man sie als Ganzes betrachtet. Es gibt ein- und drei-dimensionale Mannigfaltigkeiten, in denen eine Kleeblattschlinge kein echter Knoten ist. Auch die Dimension einer Mannigfaltigkeit hängt mit ihrer Knotentheorie zusammen: In der Euklidischen Ebene und in den Euklidischen Räumen einer Dimension >3 gibt es keine echten Knoten.

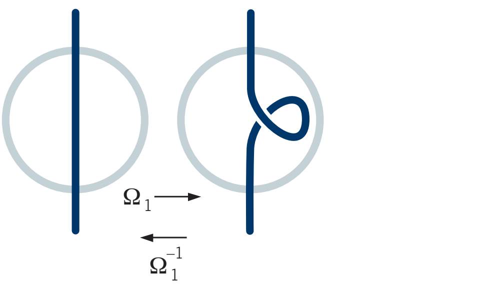
Die Hauptfrage der Knotentheorie ist: Wann sind zwei Knoten ineinander deformierbar? Tatsächlich gibt es einen Algorithmus, der diese Frage entscheidet – er überschreitet aber den Rahmen dieses Beitrags bei weitem. Auf diese Weise erhält man eine Klassifikation der Knoten. Kehren wir zur Kleeblattschlinge im drei-dimensionalen Raum zurück. Ist sie wirklich ein echter Knoten? Alle Versuche, sie in einen Kreis zu deformieren, schlagen fehl. Aber wie lässt sich zweifelsfrei beweisen, dass die Kleeblattschlinge ein echter Knoten ist?

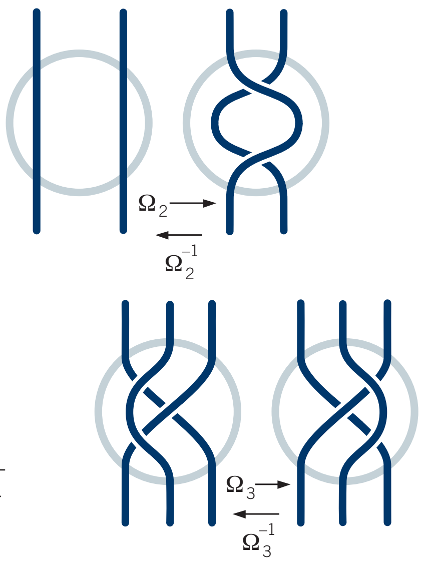


3 Echter oder unechter Knoten? Mit Hilfe der Reidemeister-Prozesse lässt sich zeigen, dass das kompliziert aussehende Gebilde in einen Kreis überführt werden kann.

Wie Mathematiker Knoten deformieren

Die Figur **1** stellt eine »Knotenprojektion« dar. Sie heißt »regulär«, weil sie nur endlich viele Kreuzungspunkte enthält. Man kann jede Projektion durch »kleine« Deformationen regulär machen. Im Allgemeinen werden Deformationen des Knotens seine Projektionen stark verändern. Wir betrachten Typen solcher Veränderungen.





2 Kurt Reidemeister, einer der Väter der Knotentheorie, erkannte, dass man durch eine endliche Abfolge der abgebildeten sechs Deformationen zwei gleiche Knoten ineinander überführen kann.

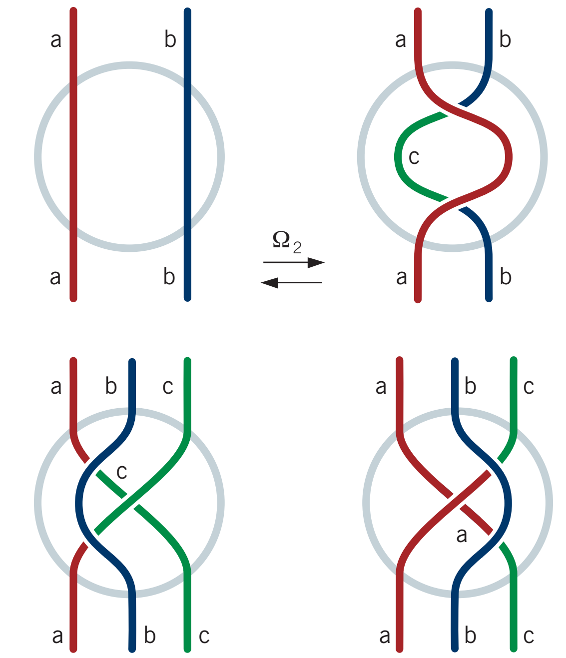
Die drei Prozesse Ω_i und ihre »Inversen« Ω_i^{-1}, $i = 1, 2, 3$, verändern die Projektionen »wesentlich«, das heißt, sie verändern die Zahl der Kreuzungspunkte ($\Omega_1^{\pm 1}$, $\Omega_2^{\pm 1}$) oder deren Lage zueinander ($\Omega_3^{\pm 1}$). Tatsächlich kommt man mit zwei von diesen sechs Prozessen aus, das heißt, zwei (reguläre) Knotenprojektionen gehören genau dann zum selben Knoten, wenn sie durch eine endliche Abfolge dieser Prozesse ineinander übergehen.[1] [2] Diese Überlegungen gehen auf Kurt Reidemeister (1893–1971) zurück, einen der Väter der Knotentheorie; die $\Omega_i^{\pm 1}$ heißen auch »Reidemeister-Prozesse«.

Wie weit tragen diese Prozesse? Kann man sie für einen Algorithmus nutzen, der entscheidet, ob zwei Projektionen zum selben Knoten gehören? Es gibt nur endlich viele reguläre Projektionen mit einer Anzahl von Überkreuzungen, die eine beliebige, aber fest gewählte Zahl nicht überschreiten. Leider kann sich die Zahl der Überkreuzungen während des Übergangs von einer (regulären) Projektion zu einer anderen desselben Knotens mit der $\Omega_i^{\pm 1}$ unkontrolliert erhöhen; eine

Der Autor

Prof. Dr. Gerhard Burde, 77, promovierte 1961 in Göttingen bei Kurt Reidemeister. Er war von 1971 bis 1996 Professor an der Goethe-Universität. Seine Forschungsschwerpunkte waren Knoten, Verkettungen, Zöpfe, 3-Mannigfaltigkeiten und ihre algebraischen Invarianten.

burde@math.uni-frankfurt.de



4 Beispiele zur nicht-trivialen Färbung von Knoten. Außerhalb des Kreises ändert sich die Färbung durch Anwendung eines Reidemeister-Prozesses nicht.

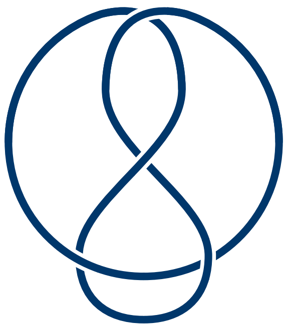
Schranke für diese Erhöhung ist nicht bekannt. Daher ist ein derartiger Algorithmus auf solch elementare Weise nicht gelungen. Die Figur 3 zeigt die Projektion eines Kreisknotens; man kann ihn leicht mit Reidemeister-Prozessen in die Kreislinie überführen – allerdings nur, wenn man zwischendurch die Anzahl der Kreuzungen vermehrt. Man erkennt dies daran, dass an der Figur 3 nur die Prozesse Ω_1 und Ω_2 überhaupt durchführbar sind, und diese vermehren die Kreuzungszahl.

Die Färbung echter Knoten

Für den folgenden Beweis benötigen wir den Begriff des »Bogens«. In einer Projektion verstehen wir darunter ein Teilstück, das unterkreuzend an einer Kreuzung beginnt und bis zu der Kreuzung verläuft, wo es zum ersten Mal wieder unterkreuzt. Figur 1 enthält drei, Figur 3 sieben Bögen. Wir färben die Bögen mit den drei Farben a, b, c. Die Färbung heißt »zulässig«, wenn an jeder der Kreuzungen entweder alle drei oder nur eine der Farben auftritt. Eine zulässige Färbung ist »trivial«, wenn überhaupt nur eine Farbe verwendet wird; eine triviale zulässige Färbung ist natürlich immer möglich, eine nicht-triviale zulässige Färbung dagegen nicht. Offenbar lässt Figur 1 eine nicht-triviale Färbung zu, bei Figur 3 scheitern alle Bemühungen – wir werden gleich sehen, warum.

Satz: Lässt eine reguläre Knotenprojektion eine nicht-triviale Färbung zu, so ist sie die Projektion eines echten Knotens.

Zum Beweis zeigen wir: Eine nicht-triviale zulässige Färbung bleibt bei den Reidemeister-Prozessen erhalten! Da die Kreislinie nur die triviale Färbung zulässt, ist damit alles gezeigt. In Figur 2 markieren Kreise den Bereich, in dem die »lokalen« Ω_i-Prozesse stattfinden – außerhalb bleibt die Projektion unverändert. Ist die Färbung innerhalb der Kreise, in der die Veränderung der Projektion stattfindet, trivial, so bleibt sie dort trivial. Ist das nicht der Fall, so gilt: Man kann stets mit der $\Omega_i^{\pm 1}$-Änderung die Färbung innerhalb des Kreises so (zulässig) ändern, dass außerhalb des Kreises alles beim Alten bleibt. Betrachten wir zwei Beispiele:
Offenbar treten nur wenige Fälle auf – bei denen die Farben anders verteilt sind – die Behauptung ist immer richtig; davon kann sich der Leser selbst überzeugen.



5 Nicht alle Knoten lassen sich durch die Färbungsmethode als echt erkennen, wie dieses Beispiel zeigt. Es existiert keine nicht-triviale Färbung und dennoch handelt es sich um einen echten Knoten.

Leider sind diesem Verfahren, einen Knoten als echt zu erkennen, Grenzen gesetzt. Nur eine relativ kleine Menge der echten Knoten lässt eine nicht-triviale Färbung überhaupt zu. Man überzeugt sich zum Beispiel durch Probieren, dass es für Knoten von Figur 5 keine nicht-triviale Färbung gibt – trotzdem ist er echt. Man kann das Verfahren verbessern, indem man mehr Farben verwendet – aber auch das führt noch nicht zu einem Algorithmus, echte Knoten zu erkennen.[/2/ /3/] ◆

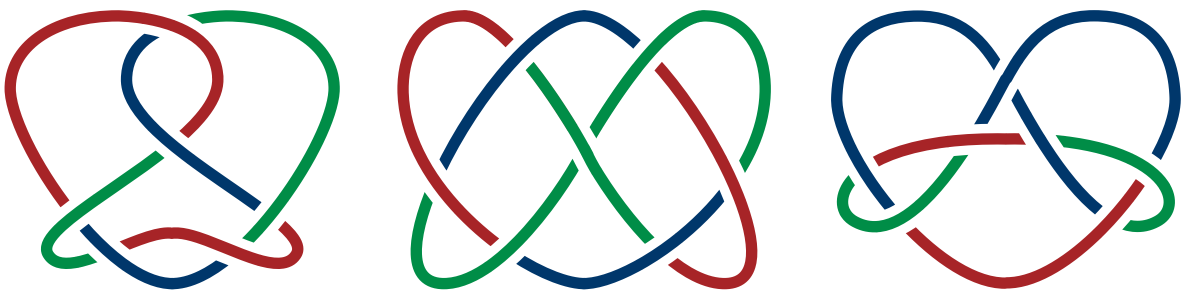
Literatur

/1/ K. Reidemeister: Elementare Begründung der Knotentheorie, Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg 5 (1927), 24–32.

/2/ G. Burde: Knoten, Jahrbuch Überblicke Mathematik 1978, 131–147.

/3/ G. Burde: Die beiden Kleeblattschlingen, Didaktik d. Math. (1993), 21 Heft 4, 250–264.

6 Drei echte Knoten mit nicht-trivialer zulässiger Färbung



»Karopapier, Drehbleistifte und Musik von ABBA«

Die Mathematiker Günter Ziegler und Ralph Neininger im Gespräch mit Anne Hardy

? Wird Neues in der Mathematik Ihrer Ansicht nach eher entdeckt oder erfunden?

Ziegler: Das ist eine philosophische Frage. Ich arbeite unter der Annahme, dass die Objekte der Mathematik real existieren, man kann sie finden, man kann interessante Objekte entdecken, aber man kann da nichts »erschaffen« oder »erfinden«. Die Annahme ist mir wichtig, weil ich ja hart daran arbeite, Objekte konkret zu verstehen, da will ich nicht gleichzeitig an ihrer Existenz oder Erkennbarkeit zweifeln.

Neininger: Ich würde auch sagen, in der Mathematik werden neue abstrakte Gegenstände entdeckt. Wir untersuchen sie dann auf ihre strukturellen Eigenschaften hin und stellen sie in den Zusammenhang zu anderen Begriffen. Aber es gibt auch Tätigkeiten, bei denen ich eher von »erfinden« sprechen würde, etwa wenn man einen ökonomischen Umgang mit mathematischen Objekten im Sinne eines Kalküls oder eines Algorithmus entwickelt. Das bekannte Verfahren, um den größten gemeinsamen Teiler zweier natürlicher Zahlen zu finden, wurde meines Erachtens von Euclid eher erfunden, wenngleich man natürlich auch sagen kann, er habe das Verfahren entdeckt.

? Gibt es Irrtümer in der Mathematik? Ich meine nicht die Irrtümer eines Einzelnen, sondern eher Lehrsätze oder Forschungsansätze, die von nachfolgenden Mathematiker-Generationen als überholt angesehen werden, so dass Lehrbücher neu geschrieben werden müssen?

Günter M. Ziegler, Präsident der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und Professor an der Technischen Universität Berlin, kam anlässlich des Jahrs der Mathematik zu einem Festvortrag nach Frankfurt. Im vollen Festsaal des Casinos im Campus Westend präsentierte er elegante mathematische Beweise aus dem fiktiven »Buch« der perfekten Beweise. Die Bilder sind nach dem Schema des russischen Mathematikers A. J. W. Duijvestijn als »perfect square« arrangiert.

» Moden kommen und gehen eben, auch in der Mathematik.«

Ziegler: Es gibt schon Entwicklungen in der Mathematik, die später wie Sackgassen aussehen, wo man dann sagt, »das bringt doch nichts«, und was dann aus den Lehrbüchern verschwindet. Aber die Geschichte verläuft nicht linear, und auch Fächer, die ganz aus der Mode gekommen sind, können später wieder wichtig werden. Moden kommen und gehen eben, auch in der Mathematik. Dabei ist es schon bemerkenswert, dass es da offenbar keine größeren Fehler gegeben hat. Ich glaube nicht, dass irgendwann die Lehrbücher revidiert werden mussten, weil eine größere Sache einfach nicht stimmte. Ein »ganz großer und berühmter Irrtum«, der erst nach Jahrzehnten aufgefallen wäre und der einen ganzen Mathematikbereich zum Einstürzen gebracht hätte, fällt mir auf Anhieb nicht ein. Natürlich gibt es kleine, einzelne Fehler, aber die Kontrollmechanismen funktionieren sehr gut, und Mathematik ist eben auch ein System, wo alles zusammenpassen muss. Wenn da irgendwo ein Fehler drinsteckt, dann führt das bald zu weiteren Widersprüchen – und der Fehler fliegt auf.

Neininger: Dass es Forschungsgebiete gibt, die quasi außer Mode gekommen sind, deren Aussagen dennoch wahr bleiben, sehe ich auch so. Man kann außerdem nicht ausschließen, dass diese Gebiete später in neuem Kontext wieder an Bedeutung gewinnen. Es gibt Beispiele von Theorien, die zunächst ad acta gelegt wurden, später aber an Vitalität gewonnen haben.

? Galileo Galilei hat gesagt, das Buch der Natur sei in der Sprache der Mathematik geschrieben. Ein berühmtes Beispiel ist der Wettlauf zwischen einem Physiker und einem Mathematiker, Albert Einstein und David Hilbert, um die richtigen Gleichungen zur Beschreibung der allgemeinen Relativitätstheorie. Wie kann es sein, dass ein logisches Konstrukt, das auf nicht weiter begründbaren Axiomen beruht, die Natur so treffend beschreibt? Schon Kant hat sich gefragt: »Allein, wie kann Anschauung des Gegenstandes vor dem Gegenstand selbst vorhergehen?.

Prof. Dr. Ralph Neininger, Stochastiker an der Universität Frankfurt, und Prof. Dr. Günther Ziegler, Präsident der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, im Gespräch.

Ziegler: Das ist eine der ganz großen philosophischen Fragen: Warum lässt sich die Natur so gut mit mathematischen Methoden beschreiben? Warum gehorcht sie den Formeln? Die Welt ist ja sicher nicht nach einem Bauplan aus mathematischen Formeln geschaffen worden. Der Physik-Nobelpreisträger Eugene Wigner sprach von der »unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences«, wobei »unreasonable« nicht nur unvernünftig, sondern auch unerklärlich, unergründbar heißt.

»Einfache mathematische Objekte, etwa der Geometrie, sind durch Grundstrukturen der Natur motiviert«

Neininger: Es ist schwierig zu spekulieren, wie das sein kann. Natürlich können abstrakte Modelle der Natur durch Ergebnisse von Experimenten adaptiert werden, um immer zutreffendere Beschreibungen zu erhalten. Ein tieferer Grund wird manchmal darin gesehen, dass einfache Strukturen und Objekte der Mathematik, etwa der Geometrie, durch Grundstrukturen der Natur motiviert sind. Die Grundlage des mathematischen Erkenntnisgewinns wären dann also Strukturen, die auch für das faktische Naturgeschehen, etwa in der Physik, grundlegende Bedeutung haben. Das Naturgeschehen stünde quasi mit am Anfang der Mathematik oder, um es mit Goethe etwas poetischer zu sagen: »Wär nicht das Auge sonnenhaft, die Sonne könnt es nie erblicken.«

? Wie kommt es, dass man strukturelle Analogien zwischen verschiedenen Gebieten der Mathematik wie Geometrie und Algebra herstellen kann? Eines der frühen Beispiele ist die Entdeckung des französischen Mathematikers Abraham de Moivre, dass man die dritte Wurzel aus einer komplexen Zahl ziehen kann, indem man geometrisch die Dreiteilung eines Winkels vollzieht. Ist das eine häufig angewandte Methode? Ist die Geometrie verständlicher als die Algebra, weil sie anschaulicher ist?

Neininger: Die Unterscheidung von algebraischen und geometrischen Objekten stammt von den alten Griechen. Der Zahlbegiff war damals eng gefasst, und auch die Vorstellung vom Raum, in welchem die Gegenstände der Geometrie liegen, war wenig entwickelt. Heute sind die Objekte der Geometrie und Algebra schwer zu unterscheiden, man denke etwa an Symmetrien im Sinne der Geometrie und die Symmetriegruppen der Algebra. Algebra und Geometrie bieten aber verschiedene Betrachtungsweisen: Während beim algebraischen Zugang Formeln und Gleichungen im Vordergrund stehen, operiert die geometrische Betrachtung von einer »abstrakten Anschaulichkeit« her. Es ist in der modernen Mathematik typisch, dass Probleme mit unterschiedlichen Methoden bearbeitet werden und sich ehemals verschiedene Gebiete überlappen und gegenseitig beeinflussen.

»Wenn der Zufall in die diskrete Mathematik reinspielt, dann wird's spannend!«

Ziegler: Solche Brückenschläge kommen immer wieder vor, und die sind wichtig. Für die Mathematik besteht wie für andere Wissenschaften die Gefahr, mit fortschreitender Entwicklung in immer ausgefeiltere und kompliziertere Subspezialisierungen zu zerfallen, so dass der Blick für's große Ganze verloren geht. Dabei sind die Brücken zwischen den Gebieten oft entscheidend: Dass man Geometrie mit algebraischen Methoden in den Griff kriegen kann, ist eine ganz wichtige Erkenntnis, zu der Descartes entscheidend beigetragen hat. Und wenn topologische Methoden in der Geometrie anwendbar werden, oder wenn der Zufall in die diskrete Mathematik reinspielt, dann wird's spannend!

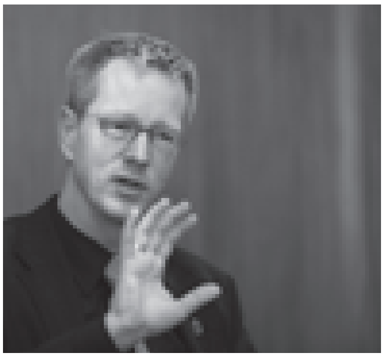
? Die Göttinger Mathematikerin Emmy Noether hat den Physikern einen großen Dienst erwiesen, indem sie nachwies, dass es zwischen Symmetrien und Erhaltungssätzen einen mathematischen Zusammenhang gibt. Gleichungen, die unter bestimmten Symmetrie-Operationen invariant bleiben, gehören zu den wichtigsten Werkzeugen der Physiker. Solche Gleichungen empfinden sie auch als besonders schön. Gibt es auch so etwas wie Schönheit in der Mathematik?

Ziegler: Ja, viele Mathematiker haben sehr klare Vorstellungen davon, was in der Mathematik »schön« ist – und sind notfalls auch dazu bereit, darüber zu streiten. Man kann sich der Schönheit nähern, man kann Beispiele sammeln, aber wie in anderen künstlerischen Bereichen entzieht sich die Schönheit der Definition.

Mein Berliner Kollege Martin Aigner und ich haben ja mal angefangen, Beispiele von »schönen« Beweisen zu sammeln. Unser Buch, »Das BUCH der Beweise«, ist ein Welterfolg geworden, es liegt derzeit in zwölf Sprachen vor, wird ins Chinesische übersetzt – offenbar haben wir mit der Sammlung und Ausstellung des »Schönen« in der mathematischen Beweisführung einen Nerv getroffen…

»Kurze oder zunächst überraschende Beweise gelten als schön.«

Neininger: Ich würde sagen, in der Mathematik gelten weithin prägnante Formulierungen komplexer Sachverhalte und kurze oder zunächst überraschende Beweise als schön. Ich denke auch, dass ein überraschendes Argument für einen Sachverhalt einen hohen ästhetischen Reiz auf viele Mathematiker ausübt. Allerdings erfordert diese Art der Empfindung häufig eine erhebliche Vorbildung. Wenn dagegen etwa meine Freundin am Klavier spielt und dazu singt, ist der ästhetische Reiz wesentlich unmittelbarer!



? Welche mathematischen Gleichungen sind Ihnen persönlich besonders wichtig?

Neininger: Für mich ist zum Beispiel die Normalverteilung, deren Dichte auf dem 10 DM-Schein abgebildet war, besonders wichtig. Auch die damit zusammenhängenden Gleichungen und Objekte, etwa die Stirling'sche Formel, die Normalapproximation oder die Brown'sche Bewegung. In meinem Arbeitsgebiet, der Stochastik, spielen sie eine zentrale Rolle.

Ziegler: Ich bin ja Geometer, mir liegen die geometrischen Objekte näher als die Formeln. Das »24-Zell« etwa, eine vier-dimensionale Struktur mit 24 Ecken, ist vielleicht das schönste Objekt der Mathematik. Wenn Sie eine Gleichung hören wollen, dann ist mein Favorit die Euler'sche Polyederformel: »$e-k+f=2$«. Sie verweist auf einen versteckten topologischen Zusammenhang, dem alle (3-dimensionalen) Polyeder genügen: Eckenzahl minus Kantenzahl plus Flächenzahl gleich zwei.

? Wie kamen Sie selbst zur Mathematik? Was fasziniert Sie daran?

Ziegler: Meine Einstiegsdroge waren die Mathematikwettbewerbe, als erster der Bundeswettbewerb Mathematik, später dann auch »Jugend forscht«.

Mich hat das Knobeln, die Herausforderung und das Spiel mit ganz klaren und unnachgiebigen Spielregeln gereizt, da wollte ich auch mir und allen anderen beweisen, was ich kann. Und das Spiel ist so vielfältig: ein ganz großer Abenteuerspielplatz, mit ganz aufregenden Spielgegenständen!

Neininger: Das Interesse an der Mathematik war bei mir von jeher da. Es ging immer schon darum, Probleme zu lösen, die sich nicht direkt knacken lassen. Die Faszination hat sich im Laufe der Jahre allerdings immer wieder gewandelt. Meine Diplomarbeit schrieb ich in der Geometrie. Danach faszinierten mich das Konzept des Zufalls und seine Konsequenzen mehr. Mittlerweile interessiere ich mich sehr dafür, wie stochastisches Wissen bei der Untersuchung realerer Probleme eingesetzt werden kann, insbesondere bei Fragen, die aus der Informatik oder der kombinatorischen Optimierung stammen. Viel Motivation gibt mir auch die Kooperation mit manchen Kollegen.

? Welche Rolle spielt für Sie die Vorstellung von abstrakten Gegenständen? Kommunizieren Sie »unscharfe« Bilder oder Vorstellungen auch im Gespräch mit Kollegen? Oder unterhalten Sie sich eher, indem Sie in Ihrem Büro eine Tafel mit Gleichungen voll schreiben?

Neininger: In einer ersten Phase der Problemlösung verknüpfe ich häufig passende Methoden und Ideen zunächst eher intuitiv miteinander, um eine vage Strategie für den Lösungsweg zu entwerfen. Das sind eher »unscharfe Bilder«, die aber auch an der Tafel diskutiert werden können. Wenn sich so ein gangbarer Weg abzeichnet, geht es an die Details der Beweisführung. Diese können dann recht technisch werden. Das macht man dann besser erst mal allein.

Ziegler: Eine Vorstellung abstrakter Gegenstände ist ja ein Widerspruch in sich, und den gilt es aufzulösen. Auch die Zahlen eins, zwei, drei sind ja eigentlich abstrakt. Mathematisches Arbeiten heißt für mich, mit den Gegenständen umzugehen, zu rechnen, zu visualisieren, zu spielen – bis ich sie »in den Griff kriege«, bis ich sie mir vorstellen kann, bis ich sie konkret vor Augen habe oder konkret im Computer, oder bis sie algebraisch behandelbar sind. Bis sie eben nicht mehr abstrakt sind.

Wie kommuniziert man über Strukturen, die man noch nicht ganz verstanden hat? Da sind alle Werkzeuge erlaubt, wir reden über unsere Vorstellung, wir arbeiten mit sehr schematischen Skizzen, besprechen die Daten von Beispielen, und so weiter, jedesmal anders. Ich selbst arbeite nicht gern an der Tafel, lieber zu zweit oder zu dritt mit einem Blatt Karopapier auf dem Tisch.

? Der Physiker Ernest Rutherford hatte zwei Strategien, wenn er mit einem Problem nicht weiterkam: Entweder er fuhr sehr schnell mit dem Auto über kurvige Landstraßen oder er las auf dem Sofa tagelang Krimi während das Problem in seinem Unterbewussten weiter arbeitete. Was machen Sie in ähnlichen Situationen? Und wie ist das Gefühl, wenn Sie eine »harte Nuss geknackt« haben?

Neininger: Ich muss das Problem auch häufig etwas mit mir rumtragen und mehrfach überschlafen. Morgens unter der Dusche kam schon der ein oder andere nützliche Einfall. Ein Problem lösen, an dem man lange gearbeitet hat, ist natürlich ein sehr befriedigendes Gefühl. Manchmal bricht aber auch ein Argument wieder zusammen, weil man etwas übersehen hat. Diese Momente, in denen dann eine mehrmonatige Arbeit quasi am seidenen Faden hängt, sind sehr unangenehm.

Ziegler: Ich brauche einen Block Karopapier, Drehbleistifte, die Stereoanlage im Hintergrund mit Musik, die ich mag, gut kenne, die mich nicht ablenkt – das kann ABBA oder Bach oder Johnny Cash sein…, Kaffee, und ansonsten wenig Ablenkung.

Aber Ideen sind nicht planbar: Wenn man hart an einem Problem arbeitet, dann geht die Arbeit im Hinterkopf weiter. Und plötzlich leuchtet dann eine Idee auf: Das kann im Bett sein, wie bei Gauß' Entdeckung des 17-Ecks, unter der Dusche, in der Kirche – dort hatte Dirichlet einen guten Einfall, beim Einsteigen in den Bus wie Poincaré, und so weiter. Ich habe da mal Berichte gesammelt, der Aufsatz hieß »Wo Mathematik entsteht. Zehn Orte«, nachzulesen unter: www.gegenworte.org/heft-16/ziegler16.html.

Das Gefühl, eine harte Nuss geknackt zu haben: Kenne ich, ist etwas ganz seltenes. Das ist dann ein Punkt, wo man entweder unendlich glücklich und erschöpft ist und erst mal schlafen will – oder aber es sofort jemandem erzählen muss. Manchmal darf dann auch der Prosecco fließen. Wir Mathematiker können feiern!

? Zum Schluss: Was wünschen Sie sich vom Jahr der Mathematik?

Neininger: Dass es uns gelingt, ein zutreffendes Bild der Mathematik zu vermitteln und dass dadurch Schüler, die Freude an der Mathematik haben könnten, Mathematik studieren!

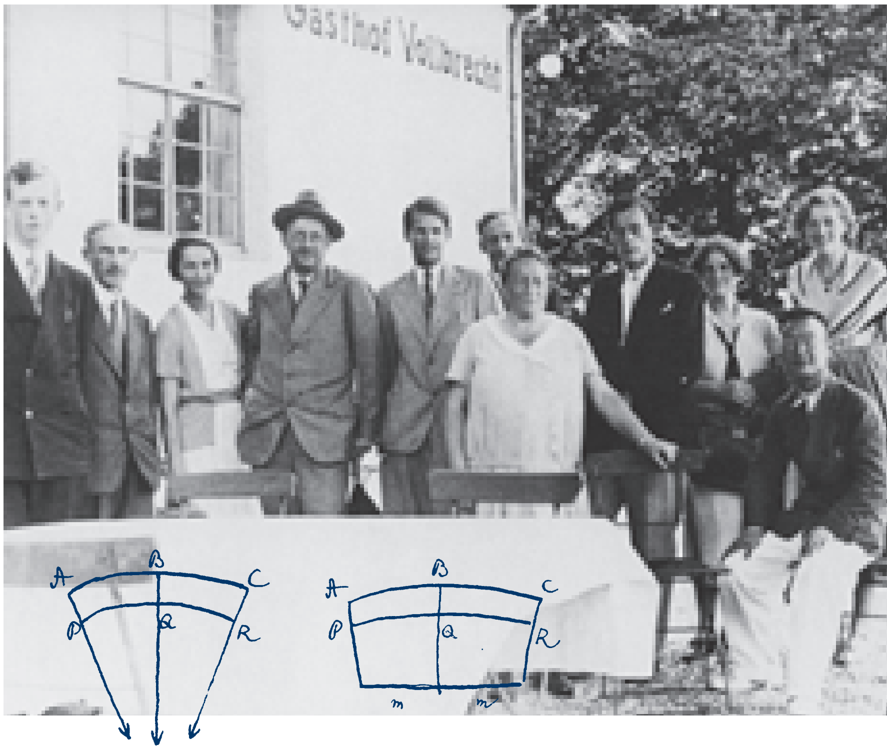
Ziegler: Ich wünsche mir, dass von der Mathematik ein neues, vielfältiges, attraktives, spannendes Bild in die Öffentlichkeit transportiert wird. Es gibt so viel zu entdecken – das soll deutlich werden. Und das Bewusstsein und das Interesse daran soll bleiben, auch über das Jahr 2008 hinaus! ◆

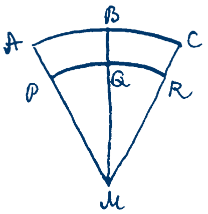
»... die sämtlichen fünf Gelehrten, die Sie für Ihr Ordinariat in Aussicht nehmen, sind jüdischen Ursprungs. Ist dies eine zweckmäßige Politik?«

Jüdische Mathematiker in der deutschsprachigen akademischen Kultur

Jüdische Mathematiker spielten im deutschen Kaiserreich und in der Weimarer Republik innerhalb ihres Fachs eine tragende, international bedeutende Rolle. Die moderne Mathematik, die in diesen Jahrzehnten entstand und heute viele unserer Lebensbereiche prägt, verdankt der Forschung dieser Wissenschaftler Entscheidendes. Schon die Zahlen deuten es an: Von den 94 ordentlichen Professuren der Mathematik, die es am Ende der Weimarer Republik an Universitäten und Hochschulen gab, hatten jüdische Mathematiker 20 inne. Im Zeitraum zwischen 1914 und 1933 waren sogar 28 dieser Professuren mindestens zeitweise durch einen jüdischen Mathematiker besetzt. Auch wenn sich die Anzahl der Extraordinariate nur schwer genau bestimmen lässt und sie zudem ständig schwankte, können wir davon ausgehen, dass ihr Anteil in einer ähnlichen Größenordnung liegt. Fügt man diesen Professoren noch jene Forscher hinzu, denen aus antisemitischen oder anderen Gründen die Habilitation nicht möglich war – dazu zählten so bedeutende Gelehrte wie Emmy Noether 1 – und vergegenwärtigt man sich, dass auch in Zürich, Wien, Prag und anderen Städten, in denen an Universitäten Deutsch gesprochen wurde, viele jüdische Mathematiker tätig waren, so wird deutlich, dass die deutschsprachige mathematische Kultur vor 1933 in erheblichem Maß eine deutsch-jüdische mathematische Kultur war. Durch die von einem überregionalen Team geleisteten Forschungsarbeiten für die Wanderausstellung »Jüdische

1 Die bedeutende Göttinger Mathematikerin Emmy Noether bei einem Ausflug mit Studenten. Noether, der als Frau und Jüdin die Habilitation verweigert wurde, prägte durch ihre Forschung und ihre zahlreichen Schüler die Mathematik des 20. Jahrhunderts wie wenige andere.





Mathematiker in der deutschsprachigen akademischen Kultur« [siehe auch Information zur Ausstellung, Seite 77], die im Jahr der Mathematik an verschiedenen Orten der Bundesrepublik zu sehen ist, wird dies auf einer neuen Basis nachdrücklich unterstrichen.

Jüdische Mathematiker und ihre akademischen Erfolge

Vor der politischen und rechtlichen Gleichstellung, die Juden in Preußen und anderen deutschen Staaten im Lauf des 19. Jahrhunderts erwarben, gab es keine ungetauften und nur sehr wenige getaufte jüdische Mathematiker an den Universitäten. Der sich auch hierin ausdrückende Antijudaismus und Antisemitismus prägten auch das deutsche Kaiserreich und die Weimarer Republik. An manchen Orten war er so stark, dass jüdische Mathematiker auch nach der Gleichstellung nicht Fuß fassen konnten. In jenen deutschen Städten jedoch, in denen sich jüdisches Leben ab der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts ungehinderter entfalten konnte, gelangen Mathematikern aus jüdischen Familien bemerkenswerte akademische Erfolge. Das gilt nicht nur für die großen Zentren der deutschsprachigen Mathematik wie Berlin und Göttingen, sondern auch für einige bürgerlich geprägte Städte wie Frankfurt, Bonn oder Heidelberg, wo die mathematischen Institute

2 Der Wissenschaftsverlag der Familie Springer verschaffte der deutschsprachigen Mathematik weltweite Beachtung. Verleger Ferdinand Springer (Zweiter von links) in den 1920er Jahren im Gespräch mit Leon Lichtenstein, Herausgeber der »Mathematischen Zeitschrift« und des »Jahrbuchs über die Fortschritte der Mathematik«.

$$f(x) = f(x\sigma)\cdot\left(1-\frac{\lambda\sigma x}{1-\sigma x}\right)$$

$$= f(x\sigma^2)\cdot\left(1-\frac{\lambda\sigma x}{1-\sigma x}\right)\left(1-\frac{\lambda\sigma^2 x}{1-\sigma^2 x}\right) = \ldots$$

$$f(x) = \prod_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{\lambda\sigma^n x}{1-\sigma^n x}\right) = \prod_{n=1}^{\infty}\left[1-(\lambda+1)\sigma^n x\right] : \prod_{n=1}^{\infty}(1-\sigma^n x)$$

während der Weimarer Republik weitgehend von jüdischen Mathematikern getragen wurden.

Aber nicht nur in Zeit und Raum, auch in der Forschungslandschaft der deutschsprachigen Mathematik waren am Beginn der 1930er Jahre jüdische Mathematikerinnen und Mathematiker nicht wegzudenken. Manche Teilbereiche der Mathematik waren durch ihre Beiträge völlig neu aufgestellt worden – so etwa die Zahlentheorie durch Hermann Minkowski und Edmund Landau, die Algebra durch Emmy Noether und Ernst Steinitz, die Mengenlehre und allgemeine Topologie durch Felix Hausdorff, Abraham Fraenkel und andere. In viele sich rasch entwickelnde Gebiete griffen jüdische Mathematiker durch bahnbrechende Forschungen ein, wie Adolf Hurwitz in der Funktionentheorie, Max Dehn in der geometrischen Topologie oder Paul Bernays in den Grundlagen der Mathematik. Dabei war nicht nur die »reine« Mathematik ihr Gebiet. So trug Carl Gustav Jacobi bekanntlich ebenso zur Theorie elliptischer Funktionen (ein Gebiet, das bereits im 19. Jahrhundert durch viele weitere jüdische Mathematiker wie Gotthold Eisenstein, Leopold Kronecker und Leo Königsberger geprägt wurde) wie zur Mechanik Entscheidendes bei. Die Himmelsmechanik war Gegenstand von Karl Schwarzschilds Dissertation und fand später Aurel Wintners mathematisches Interesse. Schwarzschild wandte sich als mathematisch versierter Astronom auch Einsteins Relativitätstheorie zu, zu deren mathematischen Grundlagen in Göttingen Emmy Noether und Jakob Grommer ebenfalls beitrugen. Die gruppentheoretische Klassifikation von Kristallstrukturen wurde unter anderem von Arthur Schönflies auf einen neuen Stand gebracht. Richard Courant und der junge John von Neumann arbeiteten an neuen Darstellungen der Methoden der mathematischen Physik und namentlich der Quantentheorie. Die sich in den 1920er Jahren in Deutschland institutionell neu konstituierende angewandte Mathematik verdankte viel dem Engagement von Richard von Mises, die mathematischen Ingenieurwissenschaften der Hydro- und Aerodynamik den Beiträgen Theodore von Kármáns und Leon Lichtensteins.

Entsprechendes gilt für die professionelle Infrastruktur der Mathematik oder für das Auftreten der Disziplin in der breiteren Kultur: Ob Crelles (später Borchardts) »Journal für die reine und angewandte Mathematik«, »Mathematische Annalen« oder »Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik« – in den Redaktionen fast aller bedeutenden Zeitschriften wirkten jüdische Mathematiker mit. Auch der Wissenschaftsverlag Julius Springer, dessen Firmengründer selbst jüdisch gewesen war, wurde nach dem Ersten Weltkrieg zum international führenden Fachverlag der Mathematik. Der Verlag profitierte entscheidend von der Zusammenarbeit des Verlegers Ferdinand Springer **2** mit dem Göttinger Mathematiker Richard Courant und einer Vielzahl jüdischer Autoren. In der Gründung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) im Jahr 1890 engagierten sie sich ebenso wie im Aufbau der Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM) im Jahr 1922. In vielen allgemein verständlichen Publikationen zur akademischen Kultur erhoben sie ihre Stimme weit über die Fachgrenzen hinaus. So wird beispielsweise das 1933 geschriebene, für Laien und Fachleute gleichermaßen verständliche Büchlein »Von Zahlen und Figuren: Proben mathematischen Denkens für Liebhaber der Mathematik« aus der Feder von Otto Toeplitz und Hans Rademacher bis heute immer wieder in verschiedenen Sprachen neu aufgelegt.

Wie kam es zu den Erfolgen jüdischer Mathematiker – und zu deren Ende?

Dieses bemerkenswerte Phänomen wirft historische Fragen auf, von denen manche – bezogen auf die Wissenschaften im Allgemeinen – schon seit Langem diskutiert werden. Wie konnte es dazu kommen, dass trotz aller bleibenden Anfeindungen eine kleine Bevölkerungsgruppe in wenigen Jahrzehnten einen derartigen akademischen Erfolg erzielte? Welche Rolle spielten jüdische Mathematiker in der raschen Modernisierung der deutschsprachigen mathematischen Kultur, die sich im Übergang vom 19. zum 20. Jahrhundert vollzog? Wie war es möglich, dass ihrer Vertreibung aus Deutschland und später aus Europa kein erheblicher Widerstand entgegengestellt wurde, auch nicht in ihrer eigenen Wissenschaft? Wie viele der Mathematikerinnen und Mathematiker, die vor dem Nationalsozialismus fliehen mussten, kehrten nach dessen Kapitulation zurück in einen der beiden deutschen Staaten?

Seit dem frühen 20. Jahrhundert wurde immer wieder darüber diskutiert, wie sich der enorme Erfolg der jüdischen Wissenschaftler erklären lässt. Nachdem die Gründe lange in einer spezifischen Reaktion auf die soziale und kulturelle Marginalisierung der Juden vermutet wurden – so die viel diskutierte These des Soziologen Thorstein Veblen –, rücken in jüngerer Zeit andere Besonderheiten deutsch-jüdischer Akademiker in den Blick, die auf besonderen Qualifizierungswegen, einer besonderen Dynamik der kulturellen Integration nach der politisch-rechtlichen Gleichstellung oder auch schlicht auf der Affinität der kulturellen Werte deutsch-jüdischer bürgerlicher Familien zu den Werten wissenschaftlicher Tätigkeit beruhen. Damit werden neue Fragen aufgeworfen, und es ist nicht zu erwarten, dass die Forschung darüber bald abgeschlossen sein wird. Wie kam es aber gerade in der Mathematik zu einem so starken Engagement? Es mag sein, dass die starke fachbezogene Komponente der akademischen Wertestruktur der Mathematik – die Mathematik zählt über weite Strecken ihrer Geschichte zu den Wissenschaften, in denen fachliche Leistungen im Verhältnis zu anderen Aspekten der Wissenschaftskultur wie etwa Herkunft oder beruflichem Status besonders hohe Anerkennung fanden – und ihre ausgeprägte Internationalität dabei ebenso eine Rolle gespielt haben wie die Tatsache, dass das Berufsfeld des Mathematikers, das im mittleren 19. Jahrhundert noch weitgehend auf den Lehrerberuf beschränkt war, sich während des betrachteten Zeitraums erheblich erweiterte und damit neue Möglichkeiten bot.

Das Fehlen eines erkennbaren Widerstands gegen die Vertreibung jüdischer Kollegen und die Schwierigkeiten ihrer Rückkehr sind dagegen nicht nur für die Mathematik wohlbekannt. Bereits Reinhard Siegmund-Schultzes wichtiges Buch »Mathematiker auf der Flucht vor Hitler« hat die Schicksale der emigrierten und verfolgten Mathematiker detailliert beschrieben. Die Frage der Rückkehr – der Remigrationsversuche, ihres Scheiterns und seltenen Gelingens – und ebenso die Frage der Wiederaufnahme der fachlichen und persönlichen Kommunikation mit den emigrierten Mathematikern nach 1945 sind dagegen noch weitgehend unerforscht.

Wie auch immer die obigen Fragen schließlich beantwortet werden mögen: Wir kommen nicht umhin festzustellen, dass die deutschsprachige mathematische Kultur des Kaiserreichs und der Weimarer Republik ohne die aktive Mitgestaltung durch jüdische Mathematiker nicht vorstellbar ist. Diese Kultur war spätestens ab etwa 1900 in hohem Grad eine deutsch-jüdische – selbst wenn es eine im soziologischen Sinn kohärente Gruppe deutsch-jüdischer Mathematiker zu keinem Zeitpunkt gegeben hat. Der Versuch, sich für die Zeit von der Reichsgründung bis zum Beginn des Nationalsozialismus eine Geschichte der »deutschen« Mathematik ohne deutsch-jüdische Beteiligung auszumalen, überschreitet indes die Grenze zum Kontrafaktischen so weit, dass er scheitern muss. Und doch: Die deutsche Geschichte hat nach dem Beginn des Nationalsozialismus das Kontrafaktische energisch ins Faktische verwandelt, hat wirklich gemacht, was vorher kaum denkbar war, die Elimination ihres jüdischen Teils. Auch im vergleichsweise Begrenzten und Kleinen der Wissenschaft, Profession und Kultur der Mathematik. Die Folgen dieser Diskontinuität sind noch heute auf vielfältige Weise spürbar.

Fundstücke: Facetten deutsch-jüdischer mathematischer Kultur

Die Forschung, die der Wanderausstellung vorausgegangen ist, hat die Konturen des deutsch-jüdischen mathematischen Lebens vor 1933 klarer erkennbar gemacht. So wurden nicht nur umfangreiche Daten über Personen und ihre Wirkungsorte zusammengeführt – beispielsweise stellen die so erhaltenen prosopografischen Daten vermutlich derzeit für die Mathematik die besten ihrer Art dar –; die Wanderausstellung hat auch etliche Stücke, die bisher die Tiefe eines staubigen Archivs nicht verlassen haben, ans Tageslicht befördert und zur Illustration der dargestellten Zusammenhänge eingesetzt.

Ein wichtiger Zugang verläuft über die Orte mathematischer Kultur in Kaiserreich und Weimarer Republik. Die beiden wichtigsten Zentren der Mathematik in dieser Zeit, Berlin und Göttingen, waren auch besondere Orte jüdischen mathematischen Lebens. Besonders bedeutsam für Berlin war im 19. Jahrhundert das Netzwerk, das um die Familie Mendelssohn bestand. Eine Enkelin des Aufklärungsphilosophen Moses Mendelssohn, Rebecca Mendelssohn-Bartholdy, heiratete 1832 den Mathematiker Peter Gustav Lejeune Dirichlet; durch ihn begann die Berliner Universität zu einem Anziehungspunkt für Mathematiker zu werden. Ihre älteren Geschwister Fanny und Felix Mendelssohn-Bartholdy wurden als Musiker und Komponisten berühmt. Sowohl der Berliner wie der spätere Göttinger Haushalt Rebecca Dirichlets wurde zu einem lebendigen Treffpunkt von Wissenschaftlern und Künstlern. Eine Cousine Rebeccas, Ottilie Mendelssohn, heiratete 1840 den Berliner Algebraiker Ernst Eduard Kummer. Ein Enkel von Fanny Mendelssohn, Kurt Hensel, wurde später ein bedeutender Zahlentheoretiker und Professor in Marburg. 3

3 Rebecca Mendelssohn, Enkelin des Aufklärungs-Philosophen Moses Mendelssohn, heiratete 1832 den Mathematiker Peter Gustav Lejeune Dirichlet. Ihre Haushalte in Berlin und später Göttingen wurden zu einer Begegnungsstätte für Wissenschaftler und Künstler. Auch Rebeccas Cousine Ottilie Mendelssohn heiratete 1840 einen Berliner Mathematiker, Ernst Eduard Kummer. Auch in den folgenden Generationen blieben die Familie Mendelssohn und die Berliner Mathematik eng verbunden.

4 Otto Blumenthal, ein Doktorand David Hilberts, war von 1905 bis zu seiner Entlassung 1933 Professor in Aachen. Er war von 1905 bis 1938 geschäftsführender Redakteur der »Mathematischen Annalen« und ab 1924 Mitherausgeber des »Jahresberichts der Deutschen Mathematiker-Vereinigung«. Im Juli 1939 floh Blumenthal in die Niederlande; im selben Jahr verschwand sein Name von der Titelseite der »Mathematischen Annalen«. Nach der deutschen Besetzung der Niederlande geriet Blumenthal in die Hände der Nazis; er starb 1944 im Konzentrationslager Theresienstadt. Das Bild zeigt ihn kurz vor seinem Tod.

Auch in Göttingen, das unter der Ägide Felix Kleins und David Hilberts nach 1900 Berlin als ein Zentrum der Mathematik rasch überflügelte und bis 1933 international führend blieb, wirkten jüdische Mathematiker vor und hinter den Kulissen entscheidend mit. Neben den jüdischen Professoren Hermann Minkowski, Edmund Landau und Richard Courant – alle Forscher von Weltrang – spielten hier vor allem brillante junge Forscherinnen und Forscher eine zentrale Rolle, die Zuarbeit hinter den Kulissen leisteten. Dies gilt vor allem für eine der produktivsten Mathematikerinnen dieser Zeit, Emmy Noether. Ihre erste mathematische Bildung hatte sie im Haus ihres Vaters, des Mathematikers Max Noether, in Erlangen erhalten. In Göttingen unterstützte sie Felix Klein und David Hilbert während der spannenden Jahre vor 1916, in denen Einsteins Relativitätstheorie entstand. Ihr Forschungsprogramm einer modernen abstrakten Algebra wurde durch ihre zahlreichen Schüler in die ganze Welt getragen, und auch der sich in den 1920er Jahren konsolidierenden algebraischen Topologie gab sie entscheidende Stichworte. Trotz dieser Leistungen wurde ihr als Frau und Jüdin die Habilitation in Göttingen verweigert. Sie starb schon 1935, kurz nach ihrer Emigration in die USA, an den Folgen einer Operation.

Neben Noether gehörten auch Otto Blumenthal 4 und Paul Bernays zu jenen jungen jüdischen Mathematikern, denen das Göttinger mathematische Leben viel von seiner Brillanz verdankt. Bumenthal, im Jahr 1898 erster Doktorand Hilberts und ab 1905 Professor in Aachen, übernahm bis zu seiner Entlassung 1933 die mühsame Arbeit der geschäftsführenden Leitung der »Mathematischen Annalen«, jener Zeitschrift, in denen die Göttinger Forschungsergebnisse einem internationalen Publikum bekannt wurden. Er kam 1944 im Konzentrationslager Theresienstadt um. Bernays wiederum wurde zum wichtigsten Partner David Hilberts, als dieser in den 1920er Jahren mit dem Programm einer »logischen Neubegründung der Mathematik« versuchte, die in den Jahren zuvor ausgebrochenen Streitigkeiten um die Grundlagen der Mathematik durch eine neue Beweistheorie zu überwinden. Viele mathematische Überlegungen dieses Programms wurden von Bernays ausgearbeitet. Bernays emigrierte in die USA.

Max Dehn und die Blüte der Frankfurter Mathematik

Neben den großen mathematischen Zentren stellt die Ausstellung auch die beeindruckende und zugleich bedrückende Geschichte der Mathematik an der Universität Frankfurt dar. Erster Ordinarius war Arthur Schoenflies, ein langjähriger Mitarbeiter Felix Kleins in Göttingen. Als zweiter Ordinarius wurde Ludwig Bieberbach berufen, der aber Frankfurt bereits 1921 wieder nach Berlin verließ und später bekanntlich zu einem glühenden Verfechter einer »deutschen«, »arisierten« Mathematik wurde. Sein Nachfolger war Max Dehn, ebenfalls ein brillanter früher Doktorand Hilberts. Unter Schoenflies und Dehn wurde das Seminar Anziehungspunkt für weitere jüdische Mathematiker, so für Ernst Hellinger, Paul Epstein und Otto Szász. Auch Carl Ludwig Siegel, der als Nachfolger von Schoenflies berufen wurde, fügte sich gut ein. Obwohl er nicht jüdisch war, emigrierte er 1940 in die USA.

Eine Frankfurter Besonderheit war das von Max Dehn 5 geleitete Mathematisch-Historische Seminar, in dem die Frankfurter Mathematikdozenten mit ihren Studierenden über viele Jahre hinweg zentrale historische Texte ihrer Disziplin im Original studierten. Die Protokollhefte des Seminars, das

5 Der Frankfurter Mathematiker Max Dehn mit Studentinnen. Dehn prägte das Frankfurter Mathematische Seminar durch vielfältige und ungewöhnliche Aktivitäten. Neben gemeinsamen Unternehmungen mit Studierenden gehörte dazu auch ein Mathematisch-Historisches Seminar, an dem die meisten Dozenten teilnahmen und das viele auswärtige Gäste anzog.

immer wieder Gäste aus dem In- und Ausland anzog, werden im Archiv unserer Universität aufbewahrt. Alle jüdischen Dozenten – und mithin fast das komplette Mathematische Seminar – verloren nach 1933 ihre Arbeitsmöglichkeiten. Nicht alle erreichten rechtzeitig das schützende Ausland. Otto Szász emigrierte in die USA, Ernst Hellinger konnte nach seiner Verhaftung dank seiner Schwester noch aus dem KZ Dachau freikommen und in die USA emigrieren. Paul Epstein nahm sich im Oktober 1939 in Frankfurt das Leben. Dehn selbst gelang nach den Pogromen von 1938 nach einer abenteuerlichen Flucht durch ganz Europa ein Neubeginn in den USA. In seinen letzten Lebensjahren unterrichtete er Mathematik an dem avantgardistisch orientierten Black Mountain College in North Carolina, zu dessen Dozenten und Schülern einige bedeutende Künstler der Nachkriegs-USA zählten.

Vom antisemitischen Klischee zum Rassenwahn

Ein weiteres Gebiet, auf dem im Zusammenhang mit der Ausstellung neue Forschungsergebnisse erzielt wurden, betrifft den akademischen Antisemitismus, der auch während der Zeit ihres Erfolgs den beruflichen Alltag deutsch-jüdischer Mathematiker begleitete. Offiziellen Dokumenten ist selten zu entnehmen, wann bei Nichtberufungen oder Zurückstellungen von Beförderungsanträgen antisemitische Motive eine Rolle spielten. Durch die Heranziehung der privaten Korrespondenz der beteiligten Mathematiker gelingt in einigen wichtigen Fällen aber doch der Nachweis, dass dies der Fall war.

Wanderausstellung im Jahr der Mathematik

Die Arbeitsgruppe Wissenschaftsgeschichte am Historischen Seminar der Goethe-Universität hat in Verbindung mit einem überregionalen Ausstellungsteam und dem Jüdischen Museum Frankfurt eine Ausstellung zum Jahr der Mathematik erarbeitet, die wichtige neue Erkenntnisse über die Bedeutung der jüdischen Mathematiker im Kaiserreich und in der Weimarer Republik ermöglicht und in der Ergebnisse früherer Forschungsarbeiten gebündelt werden. Die Wanderausstellung »Jüdische Mathematiker in der deutschsprachigen akademischen Kultur« ist in neun Stationen gegliedert, deren Titel die verschiedenen Dimensionen angeben, denen die Ausstellung nachgeht. In der ersten Station werden die Rahmenbedingungen jüdischen Lebens beschrieben, insbesondere die beginnende rechtliche und politische Gleichstellung im 19. Jahrhundert. Station 2 dokumentiert umfassend Daten zu der Personengruppe, um die es geht. In der dritten Station wird das jüdische mathematische Leben in den beiden großen Zentren der Mathematik, Berlin und Göttingen, vorgestellt, dazu exemplarisch die Mathematischen Institute der Städte Bonn und Frankfurt. Station 4 zeigt die mathematischen Leistungen deutsch-jüdischer Mathematiker durch ihre wichtigsten Werke. Die fünfte Station wendet sich der Tätigkeit jüdischer Mathematiker in den Organen der Profession zu, und Station 6 geht der Rolle nach, die jüdische Autoren der Mathematik in Bildung und Kultur zudachten. Die letzten drei Stationen thematisieren dann die Radikalisierung des Antisemitismus vom Klischee zum Rassenwahn – auch in der Mathematik – sowie die 1933 einsetzende Verfolgung, Vertreibung und Ermordung jüdischer Mathematiker.

Die Ausstellung wurde im Mai mit großem Zuspruch im Physikalischen Verein Frankfurt gezeigt, getragen auch vom Mathematischen Institut der Goethe-Universität. Inzwischen ist sie auf die Reise gegangen und wird bis Anfang 2009 in Göttingen, Hamburg, Erlangen, Bonn, Magdeburg und München zu sehen sein.

Eine erste Fassung der Ausstellung wurde bereits im September 2006 zur Jahrestagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung im Poppelsdorfer Schloss in Bonn und im März 2007 im Foyer der Humboldt-Universität Berlin während der gemeinsamen Tagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vorgestellt. Sowohl die Bonner als auch die Berliner Präsentation wurde von der Deutschen Telekom Stiftung finanziell unterstützt, die im Sommer 2007 zustimmte, auch die Neukonzeption als Wanderausstellung im Rahmen des Jahrs der Mathematik 2008 zu fördern. Das grafische Konzept für diese vollständig überarbeitete Wanderausstellung entwickelte die Firma »init: feil und hahn«, die auch die Dauerinstallation zur Geschichte des IG Farben-Hochhauses gestaltet hat. Zum überregionalen Konzeptionsteam gehören neben den Autoren dieses Beitrages Prof. Dr. Walter Purkert, Arbeitsstelle Hausdorff-Edition der Nordrhein-Westfälischen Akademie der Wissenschaften, Prof. Dr. David. E. Rowe, Universität Mainz, Prof. Dr. Erhard Scholz, Universität Wuppertal, und Dr. Annette Vogt, Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte, Berlin.

Neben der Ausstellung werden auch ein Katalog und eine deutsch-englische Internetfassung erhältlich sein, die künftig auch weitere Exponate und Informationen über jüdische Mathematiker in der deutschsprachigen akademischen Kultur aufnehmen kann. Sie sind ab Herbst 2008 über die Internetseite abrufbar, die schon jetzt weitere Informationen zur Ausstellung bereitstellt: www.juedische-mathematiker.de

6 Felix Hausdorff, aus einer Leipziger jüdischen Familie stammend und in der Weimarer Republik Professor in Bonn, war eine der herausragenden Persönlichkeiten der mathematischen Kultur der Jahrhundertwende und des frühen 20. Jahrhunderts. Sein 1914 erschienenes Buch »Grundzüge der Mengenlehre« wurde für Jahrzehnte das weltweit meistgelesene Lehrbuch dieser grundlegenden mathematischen Theorie. Darüber hinaus war er unter dem Pseudonym Paul Mongré als Schriftsteller tätig. Er verfasste Aphorismen, Gedichte, ein Theaterstück, literarische Essays und ein erkenntniskritisches Buch, das wichtige Motive der modernen Wissenschaftsphilosophie vorwegnahm. Im Januar 1942 nahm er sich gemeinsam mit seiner Frau und deren Schwester das Leben, um der Deportation in ein KZ zu entgehen. – Die aktuell im Rahmen eines Langzeitvorhabens der Nordrhein-Westfälischen Akademie der Wissenschaften vorbereitete Edition der »Gesammelten Werke« Felix Hausdorffs (bislang sind fünf Bände erschienen) lieferte einen der Anstöße für das hier dargestellte Ausstellungsprojekt.

Ein Beispiel ist der gescheiterte Versuch Felix Kleins, Adolf Hurwitz im Jahr 1892 nach Göttingen zu berufen. Ein anderer Aspekt antisemitischer Klischees wird in einem Brief des Leipziger Astronomen Heinrich Bruns an Felix Klein deutlich: Er führt vor Augen, wie solche Klischees das akademische Leben eines jungen jüdischen Mathematikers prägen konnten. Bruns schrieb 1897 (ebenfalls im Kontext eines Berufungsverfahrens) über Felix Hausdorff 6: »Er hat seinen regelrechten Anteil an den rein mathematischen Vorlesungen, ausserdem haben wir ihm die theoretischen Vorlesungen über Versicherungswesen zugewiesen. Für die letztgenannte Aufgabe kommen ihm unzweifelhaft die specifischen Eigenschaften seiner Rasse (ungetauft) zu statten.«

Angesichts der Erfolge jüdischer Mathematiker verschärfte sich in der Weimarer Republik der Ton der Auseinandersetzungen. Im Februar 1920 ging Felix Klein, der während des Kaiserreichs wiederholt dazu beigetragen hatte, dass jüdische Mathematiker Professuren erhielten, in einem Brief an Otto Toeplitz ausdrücklich auf die Frage des Antisemitismus in akademischen Berufungsverfahren ein. Klein schrieb unter anderem:
»Nun komme ich, um nichts zurückzuhalten, zur Frage des Antisemitismus. Sie wissen, wie ich es selbst damit gehalten habe […]: Mir war der einzelne Jude willkommen, indem ich voraussetzte, daß er mit den übrigen Mitgliedern der Universität kooperieren werde. Aber nun haben sich im Laufe der Zeit die Gegensätze prinzipiell verschärft: Wir haben auf der einen Seite nicht nur ein ungeheures, der merkwürdigen Leistungsfähigkeit entsprechendes Vordrängen des Judentums, sondern das Hervorkommen [?] der jüdischen Solidarität […]. Dazu nun als Rückwirkung den starren Antisemitismus. Das Problem ist ein allgemeines, bei dem Deutschland, soweit nicht gerade die moderne [?] östliche Einwanderung in Betracht kommt, nur eine sekundäre Rolle spielt. Niemand kann sagen, wie sich das Ding weiterentwickelt. Aber ich mache darauf aufmerksam, daß die sämtlichen fünf Gelehrten, die Sie für Ihr Ordinariat in Aussicht nehmen, jüdischen Ursprungs sind. Ist dies eine zweckmäßige Politik? Ich nehme von vornherein an, daß Sie das nicht beabsichtigt haben. Man kann auch beinahe so argumentieren: daß der an allen Universitäten vorhandene Antisemitismus die christlichen Kandidaten so bevorzugt habe, daß nur noch jüdische zur Verfügung stehen. Aber ich bitte doch, darüber nachzudenken. Wir treiben möglicherweise in Gegensätze hinein, die für unsere gesamten Zustände unheilvoll werden können.«

Wir wissen, wie die antisemitischen Haltungen schließlich zum mörderischen Rassenwahn wurden. Wie ihre jüdischen Mitbürger wurden jüdische Mathematiker schließlich nicht nur von Berufungen ausgeschlossen, sondern aus ihren anerkannten Stellungen entlassen, ihrer Wohnstätten und ihres Vermögens beraubt, und schließlich wurde ihr Leben bedroht. Das deutsch-jüdische mathematische Leben, das die Wanderausstellung beschreibt, wurde endgültig zerstört. Es bleibt unfassbar, dass die deutsche Bevölkerung – politische Führer, akademische Kollegen und Nachbarn gleichermaßen – dies nicht nur zuließ, sondern oft genug auch begrüßte und beförderte. ◆

Die Autoren

Birgit Bergmann, 29, ist Historikerin und Mitarbeiterin im Sonderforschungsbereich »Wissenskultur und gesellschaftlicher Wandel« der Goethe-Universität. Ihr Forschungsinteresse gilt der Sozialgeschichte der Mathematik im Übergang vom 19. zum 20. Jahrhundert. Ihre Magisterarbeit behandelte »Die Rolle jüdischer Mathematiker in der akademischen Öffentlichkeit in Deutschland von der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts bis zur Weimarer Republik«. Derzeit arbeitet sie an einer Dissertation über die akademische Institutionalisierung der angewandten Mathematik in der Zwischenkriegszeit.

Prof. Dr. Moritz Epple, 48, leitet die Arbeitsgruppe Wissenschaftsgeschichte am Historischen Seminar der Goethe-Universität. Sein Forschungsschwerpunkt liegt auf der Geschichte der mathematischen Wissenschaften seit dem 18. Jahrhundert und ihrer kulturellen und politischen Bedeutung. Er ist stellvertretender Sprecher des Sonderforschungsbereiches »Wissenskultur und gesellschaftlicher Wandel« und Mitglied im Exzellenzcluster »Herausbildung normativer Ordnungen«.

b.bergmann@em.uni-frankfurt.de
epple@em.uni-frankfurt.de
http://web.uni-frankfurt.de/fb08/HS/wg

Weiterführende Literatur

Birgit Bergmann/Moritz Epple (Hrsg.), Jüdische Mathematiker in der deutschsprachigen akademischen Kultur, Heidelberg 2008 (erscheint in Kürze).

Ulrich Charpa, »Judentum und wissenschaftliche Forschung – Einstellungscluster im späten 19. Jahrhundert und ihr Fortwirken«, in: Jahrbuch des Simon-Instituts 2002, S. 175–198.

Ulrich Charpa/Ute Deichmann (Hrsg.), Jews and Sciences in German Contexts. Case Studies from the 19th and 20th Centuries, Tübingen 2007.

Moritz Epple, »An Unusual Career between Cultural and Mathematical Modernism: Felix Hausdorff, 1868–1942«, in: Charpa/Deichmann (2007).

George L. Mosse, German Jews Beyond Judaism, Bloomington 1985.

David E. Rowe, »Jewish Mathematics at Göttingen in the Era of Felix Klein«, in: Isis 77 (1986), S. 427–449.

Reinhard Siegmund-Schultze, Mathematiker auf der Flucht vor Hitler. Quellen und Studien zur Emigration einer Wissenschaft, Braunschweig, Wiesbaden 1998.

Shulamit Volkov, Antisemitismus als kultureller Code, München 2000.

Einer »den irdischen Angelegenheiten möglichst fernliegenden Wissenschaft« gewidmet

Der Mathematiker Carl Ludwig Siegel in Frankfurt

1 Carl Ludwig Siegel wurde 1922 im Alter von 25 Jahren ordentlicher Professor an der Universität Frankfurt. Anfang 1938 wechselte er an die Universität Göttingen. Wegen seiner Ablehnung der nationalsozialistischen Politik emigrierte er von dort aus 1940 in die vereinigten Staaten.

2 Willy Hartner, von 1940 bis 1970 Professor für Geschichte der Naturwissenschaften an der Universität Frankfurt, nahm nach der »Reichskristallnacht« den jüdischen Kollegen Max Dehn und dessen Frau Antonie vorübergehend in seinem Haus in Bad Homburg auf. Wenige Wochen später, im Januar 1939, emigrierten die Dehns.

Carl Ludwig Siegel war einer der bedeutendsten Mathematiker der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts. Er forschte und lehrte 15 Jahre in Frankfurt, von 1922 bis 1937. In dieser Zeit entstanden seine wichtigsten zahlentheoretischen Arbeiten. Danach in Göttingen, ab 1940 in Princeton und ab 1951 wieder in Göttingen, erbrachte Siegel wichtige Beiträge zur Theorie der Funktionen mehrerer komplexer Variablen und zur Himmelsmechanik. Außerdem dehnte er seine Methoden erheblich aus, um additive Fragen in algebraischen Zahlkörpern (zum Beispiel das Waring-Problem) zu behandeln.

Die Frankfurter Jahre fanden ein Ende, als Siegel zum 1. Januar 1938 nach Göttingen wechselte. Die nationalsozialistische Politik, die seine jüdischstämmigen Kollegen und Freunde Max Dehn, Paul Epstein, Ernst Hellinger und Otto Szász aus dem Dienst gedrängt hatte, war Siegel zutiefst zuwider. 1

Anlässlich der 50-Jahr-Feier der Universität (1964) hielt Siegel einen Vortrag zur Geschichte des Mathematischen Seminars der Universität Frankfurt ([8], III 462–474). Willy Hartner beschreibt diesen Bericht: »Dem äußeren Anschein nach kühl distanziert, jedoch in Wahrheit innerlich stärkstens engagiert, schildert er [Siegel] seine Frankfurter Jahre, von der Zeit seiner Berufung als 25-Jähriger im Jahr 1922 bis zum trostlosen beschämenden Ende in den 30er Jahren.«[1] Siegel schloss seine Rede mit den bewegenden Worten:
»Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Zerstörung des Frankfurter Mathematischen Seminars durch die Herrschaft Hitlers für alle davon betroffenen Dozenten die Beendigung der besten und fruchtbarsten Zeit ihres Lebens bedeutet hat. Inzwischen sind drei Jahrzehnte vergangen, die Schäden sind zum Teil repariert, soweit sie eben repariert werden konnten, und insbesondere ist die Mathematik in Frankfurt wieder in guten Händen. Wollen wir hoffen, daß sich niemals wiederholen möge, was einst irregeleitete Fanatiker hier rechtlich denkenden Menschen angetan haben!«[8] 2

»...so besuchte ich aus purer Neugier dieses Kolleg«

Carl Ludwig Siegel wurde am 31. Dezember 1896 in Berlin geboren. Zum Wintersemester 1915/16 nahm er das Studium der Astronomie in Berlin auf.

»Als ich im Herbst 1915 an der Berliner Universität immatrikuliert wurde, war gerade ein Krieg in vollem Gange. Obwohl ich die politischen Ereignisse nicht durchschaute, so faßte ich in instinktiver Abneigung gegen das gewalttätige Treiben der Menschen den Vorsatz, mein Studium einer den irdischen Angelegenheiten möglichst fernliegenden Wissenschaft zu widmen, als welche mir damals die Astronomie erschien. Daß ich trotzdem zur Zahlentheorie kam, beruhte auf folgendem Zufall. Der Vertreter der Astronomie an der Universität hatte angekündigt, er würde sein Kolleg erst 14 Tage nach Semesterbeginn anfangen, was übrigens in der damaligen Zeit weniger als heutzutage üblich war. Zu den Wochenstunden Mittwoch und Sonnabend 9 bis 11 Uhr war aber auch eine Vorlesung von Frobenius über Zahlentheorie angezeigt. Da ich nicht die geringste Ahnung davon hatte, was Zahlentheorie sein könnte, so besuchte ich aus purer Neugier dieses Kolleg, und das entschied über meine wissenschaftliche Richtung ...«

Auf Antrag von Georg Frobenius (1849–1917, in Berlin 1892–1916) erhielt Siegel zum Ende seines ersten Semesters den Eisensteinpreis, der jährlich einem begabten Studenten der Mathematik verliehen wurde. Zur Ausstrahlung von Frobenius schrieb Siegel: »..., daß ich nicht gut erklären kann, wodurch die starke Wirkung der Vorlesungen von Frobenius hervorgerufen wurde. Nach meiner Schilderung der Art seines Auftretens hätte die Wirkung eher abschreckend sein können. Ohne daß es mir klar wurde, beeinflußte

3 Edmund Landau erkannte den Wert einer zunächst sehr kurz gefassten Arbeit Siegels aus dem dritten Semester. Unter seiner Anleitung arbeitete Siegel seine Gedanken aus und wurde in 1920 in Göttingen promoviert.

4 Ludwig Siegel bei seiner Doktorzeremonie in Göttingen: Er sitzt im Bollerwagen in der Bildmitte. Hintere Reihe: Walfisz (mit Hut), Rogosinski, H. Kneser, Bessel-Hagen (mit Hut), Windau, Krull, Emersleben. In der vorderen Reihe: Nefs, Fräulein Wolff, Siegel, Grandjot, Kapferer, Boskovic. Die Identifizierung der Dargestellten ermöglichte S. J. Patterson, der in Martin Knesers Nachlass eine entsprechende Notiz fand.

mich wahrscheinlich die gesamte schöpferische Persönlichkeit des großen Gelehrten, die eben auch durch die Art seines Vortrags in gewisser Weise zur Geltung kam. Nach bedrückenden Schuljahren unter mittelmäßigen oder sogar bösartigen Lehrern war dies für mich ein neuartiges und befreiendes Erlebnis.«

Dem innerlich abgelehnten Wehrdienst konnte sich Siegel weitgehend entziehen, dank der Unterstützung durch den Leiter einer psychiatrischen Klinik. Nach dem Wechsel zur Mathematik beschäftigte sich Siegel, angeregt durch eine Vorlesung von Issai Schur, im dritten Studiensemester mit dem Problem der »schlechten Approximierbarkeit« algebraischer Zahlen durch rationale; Siegel verschärfte einen Satz des norwegischen Mathematikers Axel Thue erheblich [siehe »Approximation algebraischer Zahlen«].

Issai Schur konnte allerdings mit Siegels extrem kurz gefasster Arbeit nichts anfangen. Edmund Landau (1877–1938), der von 1909 bis 1934 in Göttingen wirkte, zeigte sich interessiert und leitete Siegel zu einer ausführlicheren Darstellung an. Die Promotion erfolgte am 9. Juni 1920.

Diophantische Approximation algebraischer Zahlen

A. Thue zeigte 1908/1909, daß für eine algebraische Zahl α vom Grade $s > 1$ (diese ist Nullstelle eines irreduziblen Polynoms aus $\mathbb{Z}[X]$ vom Grade s) die Ungleichung $\left|\alpha - \frac{a}{q}\right| < q^{-\mu}$ für $\mu > \frac{1}{2} \cdot s$ höchstens endlich viele Lösungen in ganzen, teilerfremden Zahlen a, q besitzt.

Als Anwendung ergibt sich: Für eine irreduzible, binäre Form $F(x, y)$ mit ganzen Koeffizienten, vom Grade ≥ 3, hat für jedes ganze $m \neq 0$ die „Thue–Gleichung“ $F(x, y) = m$ nur endlich viele Lösungen in ganzen x, y.

Carl Ludwig Siegel verbesserte den zulässigen Exponenten μ auf $\min_{1 \leq t \leq s}\left(t + \frac{s}{t+1} + \varepsilon\right)$, damit kam μ in die Nähe von $2 \cdot \sqrt{s}$.

Der Physiker F. J. Dyson investierte 1947 ein ganzes Jahr in dieses Problem und fand, daß jedes $\mu > \sqrt{2s}$ zulässig ist. Klaus Friedrich Roth, 1925 in Breslau geboren, 1937 nach London emigriert, konnte 1955 das bestmögliche Ergebnis: *jedes* $\mu > 2$ *ist zulässig* beweisen. Er erhielt dafür 1958 die Fields–Medaillle.

Die Sätze von Thue – Siegel – Roth sind nicht effektiv, d.h. es kann keine Schranke für die größte der [endlich vielen] Lösungen angegeben werden. Explizite Schranken für die Lösungen von diophantischen Gleichungen $f(x, y) = g(x, y)$ wurden erst durch Alan Bakers Ergebnisse (1966 – 1969) über Linearformen in Logarithmen möglich.

»ein Mathematiker von genialer Schaffenskraft«

Während des Wintersemesters 1920/21 war Siegel Lehrbeauftragter in Hamburg, dann Assistent bei Richard Courant, Göttingen. Die Habilitation erfolgte am 10. Dezember 1921 über die additive Theorie der Zahlkörper; darin entwickelte er eine technisch aufwendige Ausdehnung der »Kreis-Methode« von Godefrey H. Hardy und John E. Littlewood auf total-reelle Zahlkörper. Am 1. August 1922 wurde C. L.

Siegel ordentlicher Professor in Frankfurt als Nachfolger von Arthur Schoenflies.

Die Naturwissenschaftliche Fakultät begründete ihren Berufungsvorschlag:

»Wenn die Fakultät in erster Linie einen jungen, soeben habilitierten Mann vorschlägt, ist sie der festen Ueberzeugung, daß seine Persönlichkeit und bisherigen Leistungen einen so ungewöhnlichen Schritt vollauf rechtfertigen. Nach einhelligem Urteil aller Sachverständigen ist Siegel einer der seltenen Mathematiker von genialer Schaffenskraft. Aus relativ kurzer Zeit liegen Arbeiten von ihm vor, die in der allerersten Reihe mathematischer Produktion stehen. Sie behandeln tiefste arithmetische Probleme – es sei nur die Approximierbarkeit algebraischer Zahlen und die additive Zahlentheorie in beliebigen Zahlkörpern hervorgehoben – und zeigen nicht nur eine vollendete Beherrschung der vorhandenen zahlentheoretischen Methoden, sondern größte Erfindungsgabe in der Schaffung neuer Hilfsmittel und Kraft bei der Ueberwindung der gewaltigen Schwierigkeiten jener Probleme.«

Es sollte angemerkt werden, dass Siegels (frei vorgetragene) Vorlesungen für ihre Klarheit berühmt waren. Im Sommer-Semester 1930 war Siegel Gastprofessor in Göttingen, um den emeritierten David Hilbert zu vertreten. In Frankfurt wurde Siegel durch Emmy Noether vertreten, die seit 1922 außerordentliche Professorin in Göttingen war.

Mutiger Kritiker des Nationalsozialismus

Siegel machte aus seiner Verachtung für die nationalsozialistische Ideologie kein Geheimnis. Er weigerte sich, seine Vorlesungen mit dem »Deutschen Gruß« zu eröffnen oder als Sammler für das »Winterhilfswerk« tätig zu sein. Seine Arbeit in den Transactions of the American Mathematical Society 1936 widmete er Paul Epstein, dessen Lehrtätigkeit 1935 beendet worden war; nach einer Vorladung durch die Gestapo wählte Epstein am 11. August 1939 den Freitod.

Vom 1. Januar 1935 bis zum Ende des Sommersemesters 1935 übernahm Siegel eine Gastprofessur an der University of Princeton (USA). Auf einem Brief vom 9. Januar 1935, der im Frankfurter Universitätsarchiv aufbewahrt wird, findet sich ein handschriftlicher Entwurf eines Gutachtens über Siegel durch den Rektor Walter Platzhoff.

»Prof. Siegel ist, wie ich allgemein höre, ein bedeutender Mathematiker, z. Zt. in Amerika zu Gastvorlesungen. Auch als Lehrer ist er sehr geschätzt. Nationalsozialistisch ist er sicher nicht, steht sehr gut mit seinen jüdischen Kollegen. Charakterlich kaum zu beurteilen, lebt ganz zurückgezogen, kommt zu keiner Veranstaltung, ist Eigenbrödler und Sonderling.«

Die Vertretung in Frankfurt erfolgte durch den Dozenten Dr. Werner Weber aus Göttingen, der 1933 Anführer des NS-Boykottes gegen seinen Lehrer E. Landau gewesen war. Nach seiner Rückkehr wehrte sich Siegel massiv, aber erfolglos gegen die weitere Beauftragung von Dr. Weber. In einem Brief vom 2. November 1935 an den Herrn Reichs- und Preußischen Minister für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung in Berlin legt Siegel dar, dass die Heranziehung einer auswärtigen Lehrkraft nicht notwendig sei, weil Fräulein Doktor Moufang und Dozent Dr. Wilhelm Magnus einspringen könnten, und er äußert Zweifel an Webers wissenschaftlicher Qualifikation:

»… Dementsprechend hat er, soweit mir bekannt geworden ist, nach einer 1930 unter dem Einfluß von Prof. Emmy Noether, damals in Göttingen, entstandenen Dissertation und zwei dasselbe Gebiet behandelnden Veröffentlichungen keine produktive wissenschaftliche Arbeit mehr geleistet. Er hat nicht das wissenschaftliche Format eines Universitätslehrers …«

In Siegels Brief wird auch Ernst Hellinger angeführt, seit 1914 Professor für Mathematik in Frankfurt; dieser wurde 1935 wegen seiner jüdischen Abstammung entlassen; nach der Pogromnacht (9./10. November 1938) war er sechs Wochen im KZ Dachau inhaftiert; im Februar 1939 gelang ihm die Emigration in die USA. Ruth Moufang konnte sich zwar 1936 in Frankfurt habilitieren, erhielt aber nicht die Lehrerlaubnis, »da dem Dozenten im Dritten Reich […] wesentlich erzieherische und Führereigenschaften voraussetzende Aufgaben zufallen […], fehlt dem weiblichen Dozenten künftig die Voraussetzung für eine ersprießliche Tätigkeit«.

Die Fakultät sah sich nicht in der Lage, das Gesuch von Prof. Siegel zu befürworten. »Die pädagogische Eignung [von Dr. Weber] wird gerade von den Studenten unserer Universität, darunter dem [NS-] Fachschaftsleiter, gerühmt. Der Vertreter der [NS-]Dozentenschaft hat erklärt, daß für ihn nur Dr. Weber als Vertreter in Frage käme.« Nebenbei: Werner Weber (1906–1975), ab 1940 außerplanmäßiger Professor an der Universität Berlin, wurde 1945 entlassen.

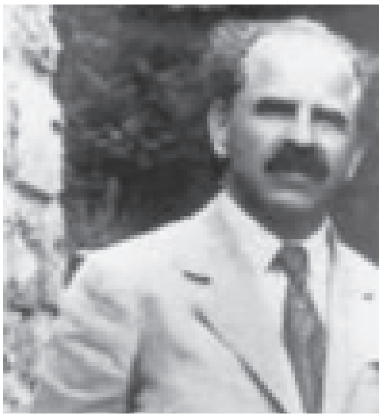
5 Arthur Schoenflies war erster Ordinarius für Mathematik an der Universität Frankfurt. Carl Ludwig Siegel wurde sein Nachfolger.

6 Ernst Hellinger, seit 1914 Professor für Mathematik in Frankfurt, wurde nach der Progromnacht für sechs Wochen im Konzentrationslager Dachau inhaftiert. Im Februar 1939 gelang es ihm durch die Vermittlung seiner in den USA lebenden Schwester, in die Vereinigten Staaten auszuwandern.

Provokationen eines hoch angesehenen Wissenschaftlers

Ob Siegels kritische Haltung Folgen hatte? »Wegen des außerordentlichen Ernst[es] der Devisenlage« durfte Siegels Schüler Theodor Schneider (1953 Ordinarius in Erlangen, ab 1959 in Freiburg i. Br.)

7 Theodor Schneider, einem brillanten Schüler Siegels, der das siebte Hilbert'sche Problem löste, wurde 1935 die Habilitation verweigert, da er nicht über die von den Nazis geforderten Führungsqualitäten verfüge.



8 Otto Szász war seit 1921 außerordentlicher Professor an der Universität Frankfurt. 1933 emigrierte er in die Vereinigten Staaten und lebte von einem schmalen Gehalt als Gastprofessor am Massachussetts Institute of Technology (MIT).

nicht zum Internationalen Kongreß der Mathematiker vom 13.–18. Juli 1936 nach Oslo fahren, obwohl dieser in seiner Frankfurter Dissertation 1934 das siebte Hilbert'sche Problem gelöst hatte. Der Beweis gelang ihm nur wenige Wochen nach Aleksander O. Gelfond (und unabhängig von diesem) mit einer in wichtigen Teilen abweichenden Methode. Schneider wurde auch 1935 in Frankfurt die Annahme der Habilitationsschrift verweigert, da er nicht über die von den Nazis geforderten Führungsqualitäten verfüge. 1938 folgte er Siegel nach Göttingen.

1937 wurde Siegel nach Paris zu Vorträgen eingeladen. Am 15. Juni 1937 berichtet Siegel an den Rektor Platzhoff.

»Euer Magnifizenz melde ich gehorsamst, dass ich vom 20. Mai bis zum 6. Juni 1937 in Paris gewesen bin, um Vorlesungen an der Sorbonne und am Collège de France zu halten.

Nach längerm Warten bekam ich von der Deutschen Kongress-Zentrale die Mitteilung, dass für meine Reise keine Devisen zur Verfügung stehen. Obwohl ich deshalb in Paris mit nur 10 RM eintraf, kam ich dort nicht in Not, da mir ein französischer Kollege solange Geld lieh, bis ich von der Sorbonne das Honorar für meine Vorlesungen erhalten hatte.

Die von Eurer Magnifizenz angeordneten Besuche bei der deutschen Auslandsvertretung und bei der Pariser Zweigstelle des Deutschen Akademischen Austauschdienstes habe ich gleich nach meiner Ankunft ausgeführt.

Dagegen konnte ich zu meinem grössten Bedauern den Pariser Leiter der Auslandsorganisation der N.S.D.A.P, mit dem ich mich nach Möglichkeit in Verbindung zu setzen hatte, nicht erreichen, da die Sprechstunden dieses Herrn gerade in die Zeit meiner Vorlesungen und wissenschaftlichen Besprechungen fielen.

Die Vorlesungen habe ich in französischer Sprache abgehalten. Sie fanden guten Besuch, reges Interesse und lebhaften Beifall. …

Am 8. Juni sollte noch mir zu Ehren eine Zusammenkunft im Rapprochement Universitaire in der Sorbonne stattfinden. Da meine Geldmittel aufgebraucht waren, musste ich leider schon vorher abreisen.«

Nach Meinung von Theodor Schneider hatte Siegel es provokativ darauf angelegt, aus dem Dienst entfernt zu werden (insbesondere später in Göttingen mit einem Brief an den Polizeipräsidenten, der nur wegen einer Intervention von Helmut Hasse zu keinem bösen Ende führte), doch offenbar konnte er sich als hochangesehener Wissenschaftler einige Provokationen leisten. Viele von Theodor Schneider erzählte Anekdoten über Siegel hat Prof. Dr. Liselotte Kappe (State University in Binghamton), eine Schneider-Schülerin, gesammelt. Eine Veröffentlichung wäre wünschenswert. Zum Frankfurter Schülerkreis von C. L. Siegel gehören auch Wilhelm Maier, Kurt Mahler, Helene Braun. Der Verfasser dieses Artikels ist Schüler von Theodor Schneider.

9 Hel Braun, eine Frankfurter Schülerin Siegels, folgte ihrem Lehrer 1938 nach Göttingen, wo sie sich 1940 habilitierte.

Zum 1. Januar 1938 wechselte Siegel an die Universität Göttingen. Im Frühjahr 1940 emigrierte Siegel in die Vereinigten Staaten von Amerika. Theodor Schneider wusste von Siegels Absicht, zu emigrieren. Siegel hatte ihm vorgeschlagen, mitzukommen, aber Schneider wagte es nicht, alles hinter sich zu lassen – in der Erwartung einer reichlich unsicheren Zukunft. Siegel, 1935 als Gast in Princeton, brauchte wegen seiner Zukunft in den USA nicht besorgt zu sein.

Bis 1945 hatte Siegel ein Forschungsstipendium am Institute for Advanced Study in Princeton, 1945 bis 1951 war er dort in fester Stellung. Als Gastprofessor verbrachte er das Wintersemester 1946/47 in Göttingen. Seit 1951 war Siegel wieder ordentlicher Professor in Göttingen. Die Emeritierung erfolgte zum 1. April 1959.

Viermal hielt Siegel Gastvorlesungen am Tata-Institut in Bombay. 1963 erhielt Siegel den Orden Pour le Mérite (weitere Ordensträger aus der Mathematik waren Felix Klein (1923), David Hilbert (1926) und Friedrich Hirzebruch (1991)), 1964 das Große Verdienst-

Hilbert'sches Problem

David Hilbert (1862–1943), einer der größten Mathematiker der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts, stellte 1900 in seinem Hauptvortrag beim zweiten Internationalen Kongreß der Mathematiker in Paris 23 Probleme vor, als Herausforderungen für die Mathematik des 20. Jahrhunderts. »Solving one of Hilbert's problems has been the romantic dream of many a mathematician.«[9]

7. Hilbert'sches Problem (gelöst durch Gelfond und Schneider)

Sind α und β algebraische Zahlen, wobei $\alpha \neq 0, \neq 1$ ist und β irrational ist, so ist die Zahl

$$\alpha^\beta = \exp(\beta \cdot \log \alpha)$$

transzendent, das heißt nicht Nullstelle eines Polynoms mit ganzzahligen Koeffizienten.

10 Ostfriesisches Bauernhaus, gezeichnet von Siegel. Er malte und zeichnete gerne in seiner Freizeit.

kreuz mit Stern. 1978 wurde er (zusammen mit Israil M. Gelfand) erster Preisträger der renommierten israelischen Wolf Foundation. Siegel erhielt sechs Ehrendoktorate. Er verstarb am 4. April 1981 in Göttingen.

Mathematische Arbeiten

Siegel machte tiefgründige Entdeckungen über Automorphe Funktionen (»Siegel'sche Modulfunktionen«), über Quadratische Formen und in der Himmelsmechanik; dort arbeitete er beispielsweise zum restringierten Dreikörperproblem, zum Problem der »Kleinen Nenner« und setzte sich mit dem Verhalten der Lösungen in der Nähe einer Gleichgewichtslösung auseinander.[3] [5]

In der Zahlentheorie befasste sich Siegel mit Approximationseigenschaften algebraischer Zahlen, mit der Begründung der additiven Zahlentheorie in Zahlkörpern, mit Transzendenzuntersuchungen bei Bessel- und allgemeinen E-Funktionen und mit ganzzahligen Lösungen diophantischer Gleichungen. In der Primzahltheorie schätzte Siegel den Abstand einer (vielleicht existierenden) reellen Ausnahme-Nullstelle Dirichletscher-L-Funktionen von 1 nach unten ab und ermöglichte damit den Beweis des »Primzahlsatzes von Page-Siegel-Walfisz«.

In der Arbeit »Über Riemanns Nachlaß zur analytischen Zahlentheorie« wird unter anderem eine semikonvergente Entwicklung der Zeta-Funktion gegeben, die zum Beispiel später wichtig war, um zu zeigen, dass die ersten 1,5 Milliarden Nullstellen der Zetafunktion exakt auf der kritischen Geraden liegen. Die genannte kurze viersei-

Einige wichtige Frankfurter Publikationen von C. L. Siegel

1. Additive Theorie der Zahlkörper, II (1923).
2. Über einige Anwendungen diophantischer Approximationen, Abh. Preuss. Akad. Wiss. 1929.
3. Über Riemanns Nachlaß zur analytischen Zahlentheorie, Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik (1932).
4. Über Gitterpunkte in convexen Körpern und ein damit zusammenhängendes Extremalproblem, Acta Mathematica 65 (1935).
5. Über die analytische Theorie der quadratischen Formen, I–III, Annals of Mathematics 36 (1935), 37 (1936), 38 (1937).
6. Über die Classenzahl quadratischer Zahlkörper, Acta Arithmetica 1 (1936).
7. Analytische Theorie der quadratischen Formen, Comptes Rendus du Congrès international des Mathématiciens (Oslo) 1937.

11 Während seiner Frankfurter Zeit beschäftigte sich Siegel auch mit den Publikationen Bernhard Riemanns (1826–1866), insbesondere mit dessen Beiträgen zur analytischen Zahlentheorie.

tige Arbeit über die Classenzahl quadratischer Zahlkörper ist wichtig für Fragen nach der Verteilung der Primzahlen.

Es ist hier nicht möglich, die vielen weiteren zahlentheoretischen Arbeiten Siegels näher zu beschreiben; zum Beispiel wären die technischen Anforderungen für eine Erläuterung der für Jahrzehnte wegweisenden Arbeiten zu quadratischen Formen zu anspruchsvoll.

Allerdings soll versucht werden, die äußerst wichtige Arbeit »Anwendungen diophantischer Approximationen« aus dem Jahre 1929 kurz zu beschreiben. Im ersten Teil, »Max Dehn gewidmet«, entwickelt Siegel eine allgemeine Methode, um zu zeigen, dass Werte der Zylinderfunktion $J_0(x)$ und ihrer Ableitungen, allgemeiner die Werte Siegel'scher E-Funktionen (zu diesen gehören die Exponentialfunktion und Bessel-Funktionen) an algebraischen Stellen $x \neq 0$ transzendent (das heißt nicht algebraisch) sind.

Im zweiten Teil, »Arthur Schoenflies zum Gedächtnis«, wird gezeigt, dass für jedes Polynom f(x,y) mit Koeffizienten aus einem festen algebraischen Zahlkörper (zum Beispiel mit ganzen Zahlen als Koeffizienten) die Gleichung f(x,y)=0 nur endlich viele ganze Lösungen x,y aus dem Koeffizientenkörper besitzt, wenn das Geschlecht g der Kurve f(x,y) = 0 größer als Null ist.

Erst mehr als 50 Jahre später konnte Gerd Faltings einen entsprechenden Satz mit rationalen Lösungen zeigen (1983, er erhielt dafür 1986 die Fields-Medaille). Faltings' Ergebnis impliziert, dass die Fermat-Gleichung $x^n + y^n = z^n$ höchstens endlich viele ganze Lösungen $\neq 0$ besitzt, wenn der Exponent n größer als zwei ist. Der endgültige Beweis der Fermat'schen Vermutung (die Fermat-Gleichung hat für n > 2 keine ganzzahligen Lösungen $\neq 0$) gelang dann, um 1995, erst Andrew Wiles.

Wir schließen mit einer ins Deutsche übertragenen Würdigung Siegels durch K. Chandrasekharan (im Vorwort zu Siegels Gesammelten Werken): »In seiner Kombination von arithmetischen, analytischen und geometrischen Methoden und seinem untrüglichen Gefühl für begriffliches und strukturelles Denken – im Gegensatz zum rein technischen - stellt Siegel einen typischen Vertreter moderner mathematischer Denkweise dar. Zugleich klassisch und modern, hat sein Werk die Mathematik unserer Zeit tiefgründig beeinflußt.« ◆

Classenzahl quadratischer Zahlkörper

Bezeichne $h(d)$ die Classenzahl des imaginär–quadratischen Zahlkörpers mit der Diskriminante d. Siegel bewies

$$\log h(d) \sim \log \sqrt{|d|}.$$

Wegen $\pi|d|^{-\frac{1}{2}} h(d) = L_d(1)$ mit der L–Funktion

$$L_d(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{d}{n}\right) \cdot \frac{1}{n^s}$$

beweist Siegel eine untere Abschätzung für $L_D(1)$, nämlich $L_D(1) > |D|^{-\varepsilon}$ für großes D. Dies impliziert, daß L–Reihen mit reellen Charaktern in

$$1 - |D|^{-\varepsilon} < \sigma < 1, \qquad D \text{ groß}$$

keine reellen Nullstellen haben können.
Dies führt zum **Primzahlsatz von Page–Siegel–Walfisz**:
Ist A gegeben, so gilt gleichmäßig für alle $q \le \log^A x$ und alle zu q teilerfremden a die asymptotische Formel

$$\pi(x; q, a) = \frac{1}{\varphi(q)} \cdot \mathrm{li}\,(x) + \mathcal{O}\left(x \cdot \exp(-c\sqrt{\log x})\right).$$

Eine gleichmäßige Abschätzung des Restgliedes des Primzahlsatzes ist [fast] unumgänglich, wenn man Fragen der additiven Zahlentheorie mit Primzahlen behandeln will, z.B. für I. M. Vinogradovs Dreiprimzahlensatz (1937): *Jede hinreichend große ungerade Zahl ist als Summe von drei Primzahlen darstellbar.*

Literatur

Die zitierten Briefe stammen aus dem Archiv der Universität Frankfurt.

/1/ Hartner, Willy, Aufbau und Geschick der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Johann Wolfgang Goethe-Universität vor, während und nach dem 2. Weltkrieg. Frankfurt 1981.

/2/ Kaemmel, Thomas, Arthur Schoenflies, Mathematiker und Kristallforscher, Projekte-Verlag 188, Halle 2006.

/3/ Klingen, Helmut, Das Werk Carl Ludwig Siegels in der Funktionentheorie, Jahresbericht DMV, 85, 158–173, 1983.

/4/ Koecher, Max, Herausgeber, Hel Braun, Eine Frau und die Mathematik, 1933–1940, Springer-Verlag 1990.

/5/ Rüssmann, Helmut, Das Werk Siegels in der Himmelsmechanik, Jahresbericht DMV, 85, 174–200, 1983.

/6/ Schneider, Theodor, Das Werk C. L. Siegels in der Zahlentheorie, Jahresbericht DMV, 85, 147157, 1983.

/7/ Schneider, Theodor, Nachruf auf Carl Ludwig Siegel, Jahrbuch der Akademie d. Wiss. in Göttingen, 1982, 75–84.

/8/ Siegel, Carl Ludwig, Gesammelte Abhandlungen, herausgegeben von K. Chandrasekharan & Hans Maass, 4 Bände, Springer-Verlag 1966, 1979.

/9/ Yandell, Benjamin H., The Honors Class, Hilbert's Problems and Their Solvers, A.K. Peters, Natick (MA), 2002, 486 pp.

Der Autor

Prof. Dr. Wolfgang Schwarz, 74, promovierte 1959 an der Universität Erlangen als Schüler von Prof. Dr. Theodor Schneider. 1964 habilitierte er sich in Freiburg i. Br., 1969 nahm er einen Ruf an die Universität Frankfurt an, wo er bis zu seiner Emeritierung im Jahr 2002 forschte und lehrte. Sein Fachgebiet ist die Elementare und vor allem Analytische Zahlentheorie. Ebenso gehört die Geschichte der Mathematik zu seinen Interessengebieten. 1986 und 1987 war Schwarz Vorsitzender der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV); 1993–1994 Sprecher der Konferenz der Mathematischen Fachbereiche. Er war Mit-Organisator einer Reihe von Tagungen über Elementare und Analytische Zahlentheorie im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach; 2004 organisierte er eine Tagung zum gleichen Fachgebiet in Mainz. Wolfgang Schwarz ist Autor mehrerer Fachbücher über Primzahlen, Zahlentheorie, Siebmethoden und Arithmetical Functions (gemeinsam mit J. Spilker).

schwarz@math.uni-frankfurt.de

1968 – eine Zeitenwende?

Die Jugendrebellion und ihre Folgen

Das Jahr 1968 ist zu einem Symbol für eine Wende in Politik und Kultur der Bundesrepublik Deutschland geworden. Eine einflussreiche Publizistik sucht allerdings auch, alle Schäden und Irrtümer der jüngsten deutschen Geschichte den »68ern« zuzuschreiben. Franziska Augstein hat in der Süddeutschen Zeitung am 8. April dieses Jahres zutreffend und gut zwischen der berechtigten Kritik der damaligen Jugendrebellen und ihren zum größten Teil unrealistischen und verstiegenen »Lösungen« für die Probleme der Zeit unterschieden. Die Entwicklung der Bundesrepublik zu einem liberalen und demokratischen Gemeinwesen ging keinesfalls gradlinig von der Regierung Konrad Adenauers zur langen Kanzlerschaft Helmut Kohls vonstatten. Während der Volksaufstand vom 17. Juni 1953 in der DDR von der Regierung mit aktiver Unterstützung der sowjetischen Besatzung unterdrückt wurde, scheiterte die radikale Kritik der 68er nicht ganz so vollständig, auch wenn sie als Folge der Spaltung unter den Rebellen und der selbstmörderischen Entgleisung einer Minderheit zum anarchistischen Terrorismus schließlich unrühmlich endete.

Vietnamkongress in Berlin im Februar 1968 – am Rednerpult einer der führenden Köpfe der Studentenbewegung KD Wolf: Die Auseinandersetzung mit der amerikanischen Politik in Vietnam gehört zu den zentralen Themen der 68er. Während seines Jura-Studiums engagiert sich Karl Dietrich ebenso wie sein jüngerer Bruder Frank. KD Wolff sitzt von 1965 bis 1967 im Studentenparlament und im AStA der Goethe-Universität, ist von 1967 bis 1968 erster Vorsitzender des Sozialistischen Deutschen Studentenbundes (SDS).

Deutschland im Herbst 1967: Bei der Feier zum Rektorenwechsels an der Universität Hamburg demonstrieren Studenten im Audimax gegen die Ernennung des Universitätsrektors mit dem Spruchband »Unter den Talaren Muff von 1000 Jahren«.

Als Angehöriger der ersten Nachkriegsgeneration war mir noch die Haltung der Studierenden in jenen Jahren lebendig in Erinnerung. Als 1947 in Tübingen der antinazistische Film »Die Mörder sind unter uns« gezeigt wurde, kam es zu heftigen Reaktionen vonseiten der ehemaligen Wehrmachtsangehörigen [siehe auch »Wie ich die ›68er‹ erlebte«, Seite 87]. Die demokratischen Parteien konnten nur wenige Studenten als Mitglieder für ihre Jugendvereinigungen rekrutieren. RCDS (Ring Christlich-Demokratischer-Studenten), SDS (Sozialistischer Deutscher Studentenbund) und Jungliberale waren froh, dass ein »Bund freier Studenten«, der sich keiner Partei verbunden fühlte, ihnen zur Seite stand. Ein durchaus deutschfreundlicher Vortrag des bekannten Schweizerischen Theologen Karl Barth, in dem er auf die Notwendigkeit der Auseinandersetzung

Der Marsch der Bürgerrechtler auf Washington: Im August 1963 hält Martin Luther King seine historischen Rede »I Have a Dream« am Lincoln Memorial. Der Theologe und charismatischer Bürgerrechtler, der 1964 den Friedensnobelpreis erhält, rüttelt nicht nur die amerikanische Gesellschaft auf – auch viele deutsche Jugendliche und Studenten solidarisieren sich.

mit und Überwindung der Naziideologie hinwies, fand kaum genügend Zustimmung. Auch wenn das demokratisches Bewusstsein gewachsen war, trat erst im Laufe der 60er Jahre eine nachhaltige Wendung ein.

»Go-ins« und andere Folgen der amerikanischen Rebellion

Studentische und gymnasiale Jugendliche entdeckten die Bedeutung der Dritten Welt und ihres Kampfes gegen Kolonialmächte sowie die Rebellion an amerikanischen Universitäten und die Revolte der nach wie vor benachteiligten Afroamerikaner. Die Ermordung von John F. Kennedy im Jahr 1963 und die seines Bruders Robert 1968 fanden ebenso wie der Mord an dem charismatischen Anwalt der Afroamerikaner, Martin Luther King, insbesondere in der deutschen Jugend große Beachtung und führten zu einem differenzierteren Verhältnis der Jugendlichen gegenüber den USA, als es noch bei der älteren Generation anzutreffen war. Das »konservative Establishment« (wie die politisch führenden Kreise jetzt von den jungen Kritikern genannt wurden) achtete die USA als führende Wirtschaftsmacht, Helfer beim Wiederaufbau und Beschützer vor der aus dem Osten drohenden Roten Armee sehr hoch. Zugleich betrachteten diese Kreise aber die Amerikaner noch immer leicht hochmütig als »kulturlos«, und viele von ihnen lehnten die populäre Musik und Kinowelt von jenseits des Ozeans ab. Für die mit der als Autorität empfundenen Gesellschaft unzufriedenen und gegen sie allmählich mehr und mehr rebellierenden jungen Deutschen waren Protestmethoden der amerikanischen Studierenden wie »Go-ins, Teach-ins, Love-ins« dagegen willkommen übernommene Kampfformen.

Ein wichtiger Wendepunkt in der Entwicklung war der 2. Juni 1967: An diesem Tag kam der Student Benno Ohnesorg durch einen Schuss des Polizeiobermeisters Karl-Heinz Kurras ums Leben. Ohnesorg, der an der Freien Universität Romanistik und Germanistik studierte, nahm an einer Demonstration gegen den als Staatsgast nach Berlin angereisten iranischen Schah teil, er war unbewaffnet und wurde von hinten angeschossen. Der Berliner Polizeipräsident wie auch der Regierende Bürgermeister Heinrich Albertz, die zunächst die Tat des Polizisten verteidigt hatten, traten wenig später nach Selbstkritik zurück. Kurras wurde mit der entlastenden Begründung »Putativnotwehr« frei-

Der Tod von Benno Ohnesorg: Am 2. Juni 1967 wird der 26-Jährige bei einer Demonstration unter ungeklärten Umständen von dem Kriminalobermeister Karl-Heinz Kurras erschossen. Dies ist das entscheidende Ereignis für die Ausweitung der Studentenrevolte in der gesamten Bundesrepublik.

Bericht des Zeitzeugen: Wie ich die »68er« erlebte

Als ich im Wintersemester 1945/46 an der Tübinger Universität mein Studium aufnahm, waren viele Studierende noch deutlich von der Naziideologie und von Misstrauen gegen die Besatzungsmacht geprägt. Bei der Vorführung des Films »Die Mörder sind unter uns« wurden laute Proteste der in ihrer »Ehre gekränkten« ehemaligen Wehrmachtsangehörigen laut. Der erste Tübinger Universitätsrektor Hermann Schneider, ein »Alt-Germanist«, behauptete in seiner Antrittsrede dem Sinne nach, zum Glück habe die Germanistik nichts mit den Naziideologien zu tun gehabt. Das führte immerhin zu seinem baldigen Rücktritt, weil der französische Hochschuloffizier diese Äußerung bedenklich fand. Eine von mir gegründete Vereinigung demokratischer Studenten wurde von der französischen Besatzung unterstützt. Hochschulgruppen der demokratischen Parteien waren so schwach, dass sie meist zusammen mit uns Gastredner (meist demokratische Politiker) einluden.

»Atmosphäre in Frankfurt wohltuend … kritischer«

Auch wenn sich die Verhältnisse im Laufe der Jahre in Tübingen verändert hatten, so empfand ich doch im Unterschied dazu 1963 die soziokulturelle Atmosphäre in Frankfurt als wohltuend offener und selbstbewusst kritischer. Da ich mich schon früh intensiv mit Marx und dem sowjetischen Marxismus beschäftigt hatte, konnte ich mit den rebellischen linken Studenten mühelos diskutieren und ihnen auch auf diesem Gebiet wissenschaftlich fundiertes Wissen vermitteln. Solange die Auseinandersetzung der Studierenden mit dem »Establishment« relativ zivil vonstatten ging, konnte ich sie verstehen und sogar unterstützen. Eine aktive Mitwirkung der Studierenden an der Planung von Seminaren ebenso wie die Anfertigung von Seminararbeiten durch kleine Arbeitsgruppen hielt ich sogar für wünschenswert; Seminare mit starkem Zulauf konnten durch solche Gruppenarbeiten intensiver gestaltet werden. Allerdings mussten die Teilnehmer deutlich machen, welchen individuellen Anteil sie an solchen Arbeiten hatten. Drei Konflikte mit Protestierern sind mir in Erinnerung geblieben. Relativ harmlos war ihre Forderung, unser Institut »Rosa Luxemburg Institut« zu taufen. Ich lobte – mit ironischem Unterton – die Idee mit dem Hinweis: Rosa Luxemburg sei eine besonders fleißige und erfolgreiche Studentin der Universität Zürich gewesen und könne schon deshalb allen Studierenden der Politikwissenschaft ein Vorbild sein.

In meiner Eigenschaft als Senatsbeauftragter für studentische Veranstaltungen, die mit Staatsgeldern unterstützt wurden, lehnte ich es auf einer Vollversammlung des SDS am 21. November 1967 ab, Geld für einen Vortrag zum Thema »Enteignet Springer« zu genehmigen; dieses Thema könnte aber sehr wohl unter dem Titel »Pressekonzentration als Gefahr für die Demokratie« behandelt werden. Dieser auch von meinen Assistenten unterstützte Vorschlag wurde abgelehnt. In der Folge wurde auf Anregung des Rechtssoziologen Prof. Wiethölter die Funktion eines professoralen »Vormunds« für mit öffentlichen Geldern unterstützte studentische Veranstaltungen abgeschafft.

In einem meiner Seminare setzte ich mich mit der unüberlegten Identifikation linker Studenten mit palästinensischen Israel-Feinden auseinander und wies darauf hin, dass ehemalige Nazis sich mit ihren Publikationen für palästinensische Israel-Feinde engagiert hätten, unter anderem ein ehemaliger niedersächsischer Rechtsradikaler. Die voreilige Identifikation Israels mit einer »US-amerikanischen getarnten Kolonie« beruhe auf einem historischen Erkenntnisfehler. Zu weiteren Störungen ist es während meiner Vorlesungen und Seminare in der Folge nur selten gekommen, Studierende verlangten allerdings bei Themen, deren aktuelle Bedeutung ihnen nicht einleuchtete, eine erklärende Begründung. So entwickelte ich wunschgemäß beispielsweise den Grund für die Nützlichkeit einer Beschäftigung mit der antiken Demokratie, die zum Beispiel noch für Jean-Jacques Rousseau in der Neuzeit einflussreich gewesen war, die aber aufgrund der anderen sozialökonomischen Verhältnisse in einer Sklavenhalter-Gesellschaft und in einer modernen marktwirtschaftlichen Klassengesellschaft und den dort entstehenden Problemen der modernen Demokratien nicht vereinbar ist. Hannah Arendts Forderung, demokratische Politik solle sich nicht mit Wirtschaftsfragen beschäftigen, stammt noch aus ihrer problematischen Orientierung an der klassischen Polisdemokratie. Derartige Wünsche von Vorlesungsbesuchern hielt ich nicht nur für legitim, sondern sogar für hilfreich und nützlich.

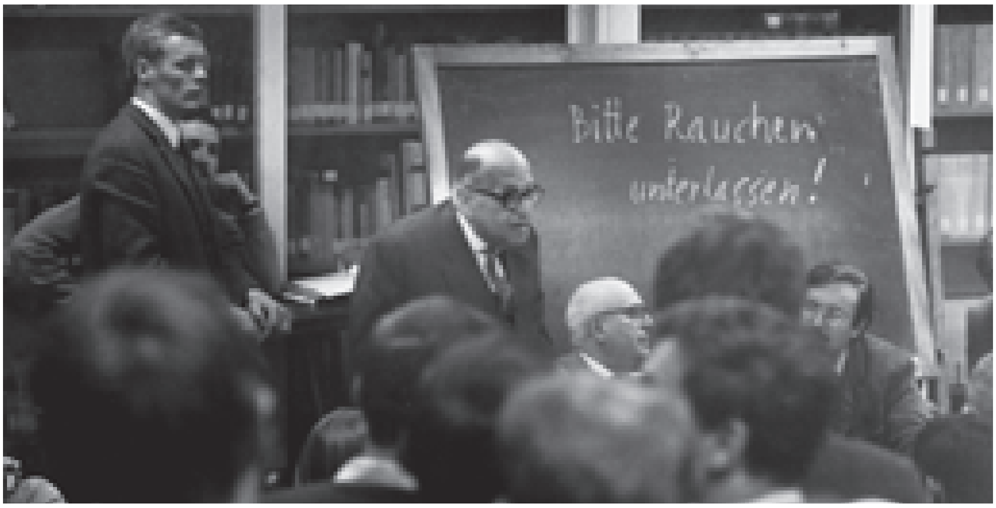
Vor dem Hörsaal V der Universität Frankfurt: Theodor W. Adorno diskutiert lebhaft mit den Studenten, ob er seine nach Störungen wochenlang ausgesetzte Vorlesung »Einführung in dialektisches Denken« wieder aufnehmen kann – allerdings auch an diesem Tag ohne Erfolg.

Der Politikwissenschaftler Iring Fetscher (rechts) und der Sozialphilosoph Jürgen Habermas im April 1975 im Hörsaal VI der Goethe-Universität: Gemeinsam mit Rudi Dutschke nehmen sie an einer Solidaritätsveranstaltung für einen in Jugoslawien unterdrückten Gesellschaftstheoretiker teil.

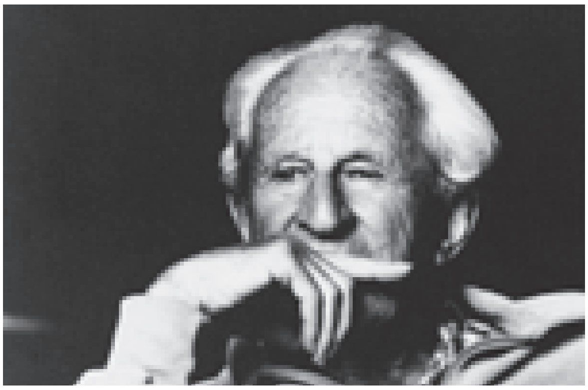
Die Bitte eines SDS-Studenten, in einem Artikel für ihre Zeitung die chinesische »Kulturrevolution« darzustellen, lehnte ich allerdings ab, da ich im Gegensatz zu ihrer irregeleiteten Begeisterung für die »befreite Jugend und ihren Kampf gegen die Bürokratie« eingesehen hatte, dass es sich um ein höchst grausames Manöver Mao Tse Tungs handelte, der auf diese Weise seine bedrohte Machtposition retten wollte.

Iring Fetscher

Auseinandersetzung mit der Staatsgewalt in Frankfurt: Demonstranten provozieren im Mai 1969 die Polizei durch den Hitler-Gruß, um die Polizisten als Faschisten darzustellen.



Einführung in die Kritische Theorie: Das philosophische Seminar von Max Horkheimer und Theodor W. Adorno, das sie über viele Jahre gemeinsam angeboten haben, ist bei den Studenten in den 1960er Jahren sehr gefragt.



Herbert Marcuse, der schon zu den Gründungsmitgliedern des Instituts für Sozialforschung gehört hatte und ebenso wie Horkheimer und Adorno in die USA emigriert war, gilt als engagierter und einflussreicher Sozialphilosoph der Jugendrevolte, die von Kalifornien ausgehend in den späten 1960er Jahren die Universitätsstädte der westlichen Welt ergreift.

gesprochen und lediglich in den Innendienst versetzt. Dieses Ereignis führte nicht nur in Berlin zu wütenden Demonstrationen und heftigen Verurteilungen der verantwortlichen Politiker vonseiten der rebellischen Studenten. Während sich die politischen Parteien in den westlichen Demokratien in der Regel als Erben des Antifaschismus verstanden, gab es unter Politikern und höheren Beamten (so auch Richtern) der Bundesrepublik noch immer viele ehemalige Nazis, die sich oft entschuldigend als verdienstvolle Antikommunisten verstanden, die schon vor 1945 gleichsam NATO-Kämpfer gewesen waren.

Marcuse, Horkheimer, Adorno – und die Protestierer

An einigen Universitäten entdeckten Studierende Publikationen von Professoren, die sich in der Nazizeit der herrschenden Ideologie angepasst hatten und keine offene Selbstkritik übten, oft auch belastende eigene Publikationen aus Universitätsbibliotheken verschwinden ließen. Im Gegensatz dazu lehrten an der Frankfurter Universität aus dem Exil heimgekehrte Antinazis wie Max Horkheimer und Theodor W. Adorno, die schon aus diesem Grund Verständnis für die rebellischen antinazistischen Jugendlichen hatten. Noch eindeutiger trat Herbert Marcuse, der in den USA lehrte und vor seiner Emigration dem Institut für Sozialforschung angehört hatte, für die Anliegen der Jugendrebellion ein. Herbert Marcuse hatte schon in den USA ein neues welthistorisches revolutionäres Subjekt in der Verbindung der Befreiungsbewegung der Dritten Welt mit der Rebellion der akademischen Jugend diagnostiziert. Das ehemals revolutionär gewesene Proletariat war – so seine Diagnose – durch gestiegenen Wohlstand und Manipulation der Massenmedien für diese Aufgabe verloren. Wolfgang Abendroth, der wegen seines Antifaschismus in einer Strafeinheit eingesetzt war und den Krieg knapp überlebt hatte, verteidigte ebenso die rebellischen Studenten.

Generell kam es in Frankfurt zu offeneren Diskussionen mit den Protestierenden, zu Auseinandersetzungen aber kam es mit Max Horkheimer, Theodor W. Adorno und ihrem Schüler Jürgen Habermas, weil die Studenten die Beziehung von Theorie und Praxis zu »kurzschlüssig« interpretierten. Adorno erkannte die Gefahr schon, bevor der studentische Anarchismus gewalttätige Formen entwickelte: »Die Kritik am Anarchismus ist nicht hinfällig geworden. Seine Wiederkehr ist die eines Gespenstes. Die Ungeduld gegenüber der Theorie, die in ihm sich manifestiert, treibt den Gedanken nicht über sich hinaus. Indem sie vergisst, fällt sie hinter sich zurück.« Ebenso klar wies er schon 1968 darauf hin, dass es ein Irrtum ist, zu meinen, »im Zusammenhang kollektiver Aktion werde besser gedacht«. Marcuses Weg wollten die meisten Frankfurter Kollegen nicht folgen, für die Studenten hatte er dagegen etwas Faszinierendes. Zugleich blickten sie auch im Mai 1968 sehnsuchtsvoll und bewundernd nach Frankreich, wo die Aktion gemeinsam von Studenten, linken Intellektuellen und Arbeitern getragen wurde, während deutsche Gewerkschafter zwar Kritik an den geplanten Notstandsgesetzen übten, aber nicht bereit waren, dafür einen Generalstreik zu riskieren.

Internationale Aspekte der Bewegung

Aktuelle Rückblicke auf 1968 vernachlässigen oft die internationalen Aspekte dieser Bewegung: In den USA kam es zu Studentenprotesten gegen den verhängnisvollen Vietnamkrieg und für eine Vollendung der längst versprochenen Gleichberechtigung der Afroamerikaner und der Latinos. Die Protestierenden lehnten die offizielle amerikanische Politik ab, die versuchte, die kubanische Revolution zu bekämpfen, und auch eine militärische Intervention in Kuba versucht hatte und später den Sturz des sozialistischen argentinischen Präsidenten Allende förderten.

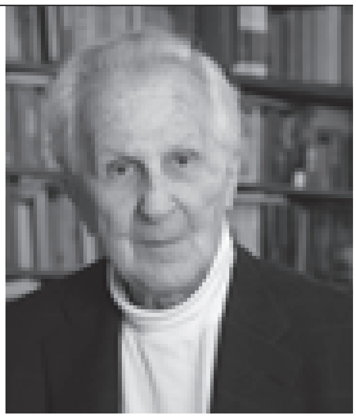
Die deutschen 68er bezogen ihren Protest vor allem auf den Vietnamkrieg, in dem die USA ab 1965 den höchst fragwürdigen Demokraten General Ky im Kampf gegen den kommunistischen Norden unterstützten. Zu den verehrten »Helden« der 68er wurden der nordvietnamesische Politiker Ho Chi Min und der Argentinier Che Guevara, der die kubanische Revolution zusammen mit Fidel Castro anführte und später in Bolivien ermordet wurde. Der Versuch des tschechischen Reformkommunisten Dubček, einen »Sozialismus mit menschlichem Antlitz« zu verwirklichen, wurde freudig begrüßt. Einer der populärsten Studentenführer, Rudi Dutschke, reiste nach Prag, um die Unterstützung deutscher studentischer Rebellen zum Ausdruck zu bringen. Am 11. April 1968 kommt es in Berlin zu einem lebensgefährlichen Revolverattentat auf Dutschke, an dessen Spätfolgen er 1979 stirbt. Von seinen Anhängern wird vor allem die Springer-Presse für den Anschlag des nazistisch beeinflussten arbeitslosen Josef Bachmann verantwortlich gemacht. Die Bildzeitung hatte durch ihre Angriffe auf demonstrierende Studenten die Atmosphäre für dieses Verbrechen bereitet.

Impulse für die Wende?

Die Phase der Jugendrebellion in der Bundesrepublik hat bei den demokratischen Nachbargesellschaften oft Anteilnahme und Sympathie ausgelöst, die zum Teil sogar gegenüber den späteren Terroristen noch anhielt. Die historische Zeitenwende des Jahres 1989 war weder durch die Rebellen von 1968 vorbereitet noch durch sie erschwert. Sie wurde in der Sowjetunion durch Michail Gorbatschow und seine Mitstreiter ausgelöst und führte unter anderem zu den Leipziger Montagsdemonstrationen, zu deren Erfolg die evangelische Kirche wesentlich beigetragen hat, auf denen aber neben der Parole »wir sind das Volk« leider Reichskriegsflaggen auftauchten, deren politische Zuordnung jedenfalls nicht demokratisch sein konnte.

Etwas großzügiger beurteilt hat die Jugendrebellion, die mit dem Stichwort »68« umschrieben wird, auf dem Umweg über die am 22. Oktober 1969 gebildete sozialliberale Regierung unter Bundeskanzler Willy Brandt doch zum Ende der Sowjetunion und ihrer »Satellitenstaaten« beigetragen. Brandts Entspannungspolitik gegenüber der DDR und letztlich auch gegenüber der Sowjetunion sowie der für die Rote Armee unerreichbare US-amerikanische Rüstungsvorsprung führten zur Resignation der sowjetischen Führung und ihrer Bereitschaft, die DDR aufzugeben. In so komplexen historischen Zusammenhängen ist freilich die Feststellung eines eindeutigen Kausalnexus nicht gut möglich. ◆

Der Autor



Prof. Dr. Iring Fetscher, 86, war von 1963 bis zu seiner Emeritierung im Jahre 1987 Professor für Politikwissenschaft an der Goethe-Universität mit dem Schwerpunkt politische Theorie und Ideengeschichte. Dem Selbstverständnis nach ein Brückenbauer zwischen Geist und Politik suchte Fetscher nicht die Nische einer auf die Universität begrenzten Denkschule, sondern engagierte sich öffentlich – unter anderem in der Grundwertekommission beim Parteivorstand der SPD und als Berater des früheren Regierenden Berliner Bürgermeisters Willy Brandt (SPD). Kenner und Wegbegleiter bescheinigten Fetscher ein radikales kritisches Denken mit einer »wohlwollend-optimistischen Grundhaltung«. Zu seinem Forschungsschwerpunkt machte Fetscher neben der Geschichte der politischen Theorien und Philosophien die Entstehungs- und Entwicklungsbedingungen der totalitären Systeme des 20. Jahrhunderts. Bekannt wurde er aber vor allem als undogmatischer Marxismusforscher, wobei es ihm »darum ging, den emanzipatorischen Gehalt der Marx'schen Theorie unter ihren parteioffiziellen Verzerrungen und Überlagerungen freizulegen« – wie es sein früherer Assistent und späterer Herausgeberkollege Prof. Dr. Herfried Münkler formulierte. Zu Fetschers bekanntesten Schriften zählen das Standardwerk »Von Marx zur Sowjetideologie« (1957; 23. Auflage 1987) und das dreibändige Handbuch »Der Marxismus« (1963–1968). 1985 begann Fetscher zusammen mit Herfried Münkler mit der Veröffentlichung einer auf fünf Bände angelegten Geschichte politischer Ideen. Immer wieder wandte sich Fetscher aber auch aktuellen politischen Entwicklungen zu. Die politische Kultur in einem normativen Verständnis beleuchtete er 1990 in dem Buch »Toleranz. Von der Unentbehrlichkeit einer kleinen Tugend für die Demokratie« und in der Essaysammlung »Utopien, Illusionen, Hoffnungen. Plädoyer für eine politische Kultur in Deutschland«.

Fetscher wurde 1922 in Marbach/Neckar als Sohn des Arztes und späteren Professors für Hygiene Rainer Fetscher geboren und wuchs in Dresden auf. Den Krieg erlebte er als aktiver Offizier vor allem an der Ostfront. Über Dänemark kam er nach Dresden zurück und fand seine Mutter verwitwet: Am letzten Kriegstag (8. Mai 1945) hatte die SS noch seinen Vater erschossen, als er versuchte Konflikte zwischen Besatzung und der Bevölkerung zu vermeiden und der Roten Armee die Zusammenarbeit mit Dresdner Antinazis anzubieten. Die Familie übersiedelte bald nach Westen, wo Fetscher in Tübingen Philosophie und Germanistik studierte. Er promovierte bei Eduard Spranger und war anschließend dessen Assistent. Die Habilitation erfolgte bei Theodor Eschenburg. 1963 wurde Fetscher als ordentlicher Professor an die Universität Frankfurt berufen.

Gastprofessuren führten ihn unter anderem an die New School for Social Research in New York (1968/1969), nach Tel Aviv (1972), an das Netherlands Institute for Advanced Study Wassenaar (1972/1973), an das Institute for Advanced Study der Australian National University Canberra (1976) und an das Institute for European Studies der Harvard University (1977). Rufe an die Universitäten Konstanz, Nijmwegen, Wien und New York lehnte Fetscher ab. 2004 wurde er von der philosophischen Fakultät der Universität Osnabrück zum Dr. phil. h.c. ernannt.

»In wen der gleiche Funke schlug …«

Wissen und Visionen: Theorie und Politik der Ökonomen im Stefan-George-Kreis

Der George-Kreis beim Heidelberger Pfingsttreffen 1919: sitzend im Vordergrund Stefan George, Friedrich Gundolf, Ernst Glöckner und Berthold Vallentin, dahinter stehend Ernst Gundolf, Woldemar von Uxkull, Erich Boehringer, Ernst Morwitz, Percy Gothein und Ludwig Thormaehlen. Zum Kreis gehörten auch andere bedeutende Intellektuelle wie der Historiker Ernst Kantorowicz, der von 1932–34 in Frankfurt eine Professur innehatte, der Germanist Max Kommerell, der hier von 1930–41 lehrte, und die Brüder von Stauffenberg.

Was hat der Dichter Stefan George mit Volkswirtschaftslehre zu tun? Gerade in der scheinbar weiten Entfernung zwischen Ökonomie und Lyrik liegt der Reiz der Forschungsfrage, auch wenn der Abstand zwischen diesen Bereichen zu Beginn des 20. Jahrhunderts nicht so groß war, wie es aus heutiger Perspektive scheint: Die Nationalökonomie verstand sich damals noch viel stärker als Geisteswissenschaft, als das heute der Fall ist. Die Ökonomen, die wie zahlreiche andere Intellektuelle die Nähe des symbolistischen Dichters Stefan George suchten, betonten immer wieder, welch eminent wichtigen Stellenwert diese Begegnung für ihr Leben, aber auch für ihre wissenschaftliche Tätigkeit hatte.

»Der Betrachter stand erstarrt, auf den Fleck gebannt. Ein Hauch einer höheren Welt hatte ihn gestreift. Er wusste nicht mehr, was geschehen war, kaum wo er sich befand. War es ein Mensch gewesen, der durch die Menge schritt? Aber er unterschied sich von allen Menschen (…) durch eine unbewusste Hoheit und durch eine spielende Kraft, so dass neben ihm alle Gänger wie blasse Larven, wie seellose Schemen wirkten. War es ein Gott, der das Gewühlt zerteilt hatte und leichtfüssig zu anderen Gestaden enteilt war?«

Edgar Salin über seine erste Begegnung mit Stefan George im Jahr 1913 (1948)

Wie aber mag Georges Einfluss auf die jungen Intellektuellen, Wissenschaftler und Künstler, die sich in der Zeit nach 1900 um ihn scharten und seinen elitären »Kreis« neuer Geistesaristokratie bildeten, ausgesehen haben?[/1/] Gab es Wechselwirkungen zwischen der Persönlichkeit des Dichters und der Arbeit der Ökonomen in seinem Umfeld? Kann man vielleicht sogar von einer »georgeanischen« Ökonomie sprechen? Und sollten sich solche Beziehungen in der Tat feststellen lassen, wie veränderte sich dann das Wissen bei der Übertragung von der Lyrik und Philosophie in die Ökonomie?

»Fast immer konnte ich unsern Meister sehen, es ist unsagbar, wie sehr grosse Menschen durch ihre blosse Gegenwart wirken.«

Arthur Salz über eine Begegnung mit Stefan George (1902)

Das für die Untersuchung zu sichtende Quellenmaterial war enorm, denn alle in Frage kommenden Ökonomen hatten fleißig geschrieben und eine große Fülle von Publikationen hinterlassen, die nach eventuellen Einflüssen des Dichters zu untersuchen waren. Hinzu kamen die unpublizierten Schriften, Tagebücher und Nachlässe, die in Archiven in Hamburg, Stuttgart, Marbach, Basel, Bern, London und New York gesichtet werden mussten. Deshalb wurde es notwendig, die Untersuchung auf vier Ökonomen zu beschränken, die ganz unterschiedliche Lebenswege und Karrieren hinter sich hatten. Gemeinsam war ihnen nur die hingebungsvolle Verehrung für den Dichter George.

Nationalökonomie in der Krise

In welcher Situation des Faches fand die Begegnung der Ökonomen mit George statt? Die Nationalökonomie in der Zeit der Weimarer Republik beschrieb sich seit dem Ersten Weltkrieg ständig als in der Krise befindlich, wofür es zahlreiche Gründe gab. Die Historische Schule, die mit ihrem »Spiritus Rector« Gustav Schmoller jahrzehntelang die Volkswirtschaftslehre in Deutschland dominiert hatte, war schon seit Beginn des 20. Jahrhunderts. nicht mehr unumstritten, wie sich im sogenannten Methodenstreit und im Werturteilsstreit gezeigt hatte. Mit dem Ersten Weltkrieg und der Revolution von 1918 waren dann auf einen Schlag all jene Institutionen des Kaiserreichs hinweggefegt worden, an deren langsame Höherentwicklung die Historische Schule geglaubt hatte, und damit war sie selbst und der mit ihr verbundene Fortschrittsoptimismus ad absurdum geführt. Aber die Ökonomie hatte nun keineswegs Zeit, in ruhiger Diskussion ein neues Paradigma zu entwickeln und auszudiskutieren. Vielmehr trugen die stürmischen Weimarer Zeiten viele Anforderungen an die Volkswirtschaftslehre heran, weil schwerwiegende ökonomische Probleme zu lösen waren: Rückkehr von der Kriegs- zur Friedenswirtschaft, Aufbringung der Reparationszahlungen, Hyperinflation und ab dem Jahr 1929 schließlich die Weltwirtschaftskrise. Die Nationalökonomie hatte auf all diese drängenden Probleme jedoch kaum überzeugende Antworten parat, sondern war vielmehr mit ihrer Selbstfindung beschäftigt, wozu auch die ausführliche Diskussion von methodologischen und erkenntnistheoretischen Problemen gehörte.[2] Dieser Zustand führte bei vielen Ökonomen zum Wunsch nach einem ganz neuen System der Ökonomie, das die Reste der historischen Betrachtungsweise mit Einflüssen der Neoklassik aus dem angloamerikanischen Raum verbinden sollte.

Unterschiedliche Vorstellungen von Wirtschaft und Staat

Wie stellten die Ökonomen aus dem George-Kreis sich in diesen unruhigen Zeiten eine funktionierende Wirtschaft vor, und welche gesellschaftlichen und politischen Rahmenbedingungen erachteten sie als notwendig? George selbst, der sich wenig für Wirtschaftsfragen interessierte, tendierte wohl zu einem konservativen und elitären Gesellschaftsmodell, in dem das Zusammenleben durch strenge Hierarchien und »Herrschaft und Dienst«, aber auch durch Herzensgüte der Menschen geprägt sein sollte.[3] Übertrug er diese Vorstellungen auf die Ökonomen? Dies war ganz offensichtlich nicht der Fall. Das Spektrum der wirtschaftspolitischen und staatlichen Vorstellungen der georgeanischen Ökonomen war nicht nur nicht einheitlich, es könnte kaum weiter divergieren. So plädierte Edgar Salin in seinen frühen Schriften für eine weitgehende staatliche Lenkung der Wirtschaft und sympathisierte mit planwirtschaftlichen Vorstellungen, die bei vielen Ökonomen der Zeit en vogue waren. Eine solche Wirtschaftspolitik hielt er in der Weimarer Demokratie, die er als instabil und fragil erlebte, nicht für umsetzbar, und dementsprechend plädierte er für eine aristokratische, ja sogar für eine ständestaatliche Regierung des Staates. Salin kann als typischer Intellektueller der »Konservativen Revolution« beschrieben werden.[4] Erst später, als er nach seiner Berufung nach Basel die schweizerische Demokratie kennenlernte, dachte er um. In der Weimarer Zeit dagegen trafen sich seine Vorstellungen vom Staat mit denen von Kurt Singer, der ebenfalls große Zweifel an der parlamentarischen Demokratie hegte, auch wenn er nicht die Planwirtschaft befürwortete, sondern liberale Vorstellungen hatte.

In eine ganz andere Richtung ging Arthur Salz: Er war überzeugter Liberaler und hielt ganz nach Adam Smith das Gemeinwohl nur dann für garantiert, wenn jeder Bürger seinen Eigennutzen verfolgen dürfe. Dementsprechend riet er von staatlichen Steuerungen und Lenkungen weitgehend ab. Er hielt die Demokratie seiner Zeit für die angemessene Staatsform, auch wenn er für die Stärkung der aristokratischen Elemente plädierte und Kritik am Parlamentarismus übte. Der vierte georgeanische Ökonom, der Schweizer Julius Landmann, kann als wirklich überzeugter Anhänger der parlamentarischen Demokratie und liberalen Wirtschaftsordnung gelten, der zwar im Privaten romantizistischen Träumen an eine organische, harmonische Gesellschaft nachhing, in seinen publizierten Schriften dagegen strikt für die Demokratie eintrat.

Die Positionen der Ökonomen divergierten also so weit, dass man in Fragen der Gesellschaftsbilder und der Wirtschaftspolitik einen einheitlichen Einfluss Georges nicht feststellen kann. Er scheint auf diesem Gebiet seine »Jünger« nicht indoktriniert, sondern eine große Bandbreite von politischen Vorstellungen akzeptiert zu haben. Dies erklärt, warum das Verhältnis der Georgeaner zum Nationalsozialismus nach 1933 so unterschiedlich war: Während einige Anhänger Georges, unter anderem auch alle vier Ökonomen, als Juden verfolgt wurden, gab es daneben Anhänger der Nationalsozialisten wie den Philosophen Kurt Hildebrandt, aber auch Widerstandskämpfer wie die Brüder von Stauffenberg. Eine einheitliche politische Haltung war

Arthur Salz (1881–1960) (auf dem Bild mit Gundolf rechts; das Foto stammt wahrscheinlich aus der gemeinsamen Zeit in Heidelberg 1910–1914). Gebürtig in Staab in Böhmen studierte Salz in Berlin und Heidelberg, wo er enge Freundschaft mit Friedrich Gundolf schloss und über ihn George kennenlernte. Er setzte sich insbesondere mit der ökonomischen Dogmengeschichte und der Imperialismus-Forschung auseinander. In der Debatte um die Werturteilsfreiheit der Wissenschaft versuchte Salz, eine vermittelnde Position zwischen der georgeanischen »neuen« Wissenschaft und Max Weber einzunehmen, mit dem er ebenfalls befreundet war (»Für die Wissenschaft. Gegen die Gebildeten unter ihren Verächtern«, München 1921). Nachdem er in den Wirren der Münchner Revolution 1919 den Anführer der kommunistischen Räterepublik Eugen Leviné bei sich versteckt hatte, war Salz' wissenschaftliche Karriere beendet: Er galt nun als Kommunist. Nachdem ihm 1933 aufgrund seiner jüdischen Herkunft die Venia Legendi entzogen worden war, wanderte er in die USA aus, wo er in Worthington/Ohio lehrte.

Edith Landmann-Kalischer (1877–1951), Tochter eines Berliner Bankiers, studierte Philosophie in Zürich und Berlin. 1904 heiratete sie nach Abschluss ihres Studiums Julius Landmann. Sie war von George ebenso begeistert wie ihr Mann und verarbeitete das »Erlebnis« des Dichters in der Schrift »Georgika. Das Wesen des Dichters Stefan George: Umriss seines Werkes, Umriss seiner Wirkung« (1920) und in ihrem erkenntnistheoretischen Buch »Die Transcendenz des Erkennens« (1923). Die Landmanns hatten zwei Söhne, den Philosophen Michael Landmann und den Altphilologen Georg Peter Landmann.

Julius Landmann (1877–1931) wurde in Galizien geboren und studierte in der Schweiz und in Deutschland Nationalökonomie. Nach Tätigkeiten für das Internationale Arbeitsamt in Bern und die Schweizerische Nationalbank lehrte er seit 1910 an der Universität Basel. Seit 1913 waren er und seine Frau Edith eng mit George befreundet, der sie oft besuchte. Neben seiner wissenschaftlichen Tätigkeit erstellte Julius Landmann Gutachten zu Fragen der Steuer- und Finanzgesetzgebung für die schweizerischen Behörden und die Regierung von Liechtenstein. Nachdem er nach 1920 wegen eines Streits um die Stempelsteuer-Gesetzgebung das Vertrauen der Banken verloren hatte, wechselte er 1927 ans Institut für Seeverkehr und Weltwirtschaft von Bernhard Harms nach Kiel. Im Jahr 1931 nahm er sich das Leben.

nicht das, was Georges Bewunderer im Kreis zu finden hofften oder worauf er Wert gelegt hätte.

Gemeinsames Wissenschaftsverständnis als Orientierung in unsicheren Zeiten

Ganz anders sieht es dagegen auf methodologischem und semantischem Gebiet aus. Hier kann man den George-Kreis als ein Interaktionssystem im systemtheoretischen Sinn verstehen, die dem Funktionssystem der Wissenschaft dazu diente, die selbst erzeugte Unsicherheit zu absorbieren./5/ Diese Verunsicherung war nicht nur unter den Ökonomen, sondern auch unter anderen Wissenschaftlern der Zeit groß, weil viele die rasante Modernisierung der Gesellschaft als Bedrohung empfanden. Der zunehmende Relativismus erschwerte eine klare Orientierung ebenso wie das Gefühl der Kontingenz, der Zufälligkeit aller Lebensumstände in den Zeiten von Krieg und Revolution. Der streng hierarchisch strukturierte George-Kreis versprach den nach klaren Richtlinien suchenden Wissenschaftlern zuverlässigen Halt: Im Laufe der Jahre entwickelte sich hier eine Kombination von Semantiken, die das Gefühl der Orientierungslosigkeit dadurch bändigten, dass sie durch klare Unterscheidungen Sinnzuschreibungen erlaubten. So stand für die Georgeaner beispielsweise fest, dass die Wissenschaft kein Wert an sich sei, sondern nur dann sinnvoll, wenn sie im »Dienst für das Leben« stand.

»Warum rufen Sie Edgar Salin nicht? Ich habe ihn mit tränen gebeten zu Ihnen zu gehen – er hats nicht getan. Und warum darf er es nicht? Ich habe so gehadert mit Ihnen wenn ich sah dass nichts ihn lösen konnte von seiner schwermut und daran dachte dass ein einziges mal bei Ihnen zu sein ihm das leben wiedergeben würde – wirklich das leben. Er lebt ja wohl aber wie blumen die im schatten sind – sie haben farblose blüten und verzweifelte arme.«

Charlotte Salin an Stefan George, nachdem er den Kontakt zu ihrem Mann abgebrochen hatte (1926)

Was genau die einzelnen Ökonomen sich darunter vorstellten, divergierte stark: So gründete Edgar Salin die Friedrich-List-Gesellschaft, in deren Rahmen er Gespräche zwischen Ökonomen, Wirtschaftspraktikern und Politikern organisierte, während Kurt Singer als Wirtschaftsjournalist tätig war und Julius Landmann Gut-

Edgar Salin (1892–1974) studierte in Heidelberg, wo er als Schüler Friedrich Gundolfs George kennenlernte. Nach dem Bruch zwischen George und Gundolf brach der Dichter auch den Kontakt zu Salin ab. Wie sehr dieser unter der Trennung litt, zeigen seine Erinnerungen (»Um Stefan George. Erinnerung und Zeugnis«, Godesberg 1948). In seiner »Geschichte der Volkswirtschaftslehre« (Berlin 1923) wagte Salin als einer der Ersten, das kürzlich verstorbene Haupt der Historischen Schule, Gustav Schmoller, massiv zu kritisieren. Im Sinne der georgeanischen »neuen Wissenschaft« entwickelte Salin die sogenannte »Anschauliche Theorie«. 1927 wurde er Nachfolger Landmanns in Basel. Zudem engagierte er sich in der Friedrich-List-Gesellschaft für eine bessere Kommunikation zwischen Ökonomie, Wirtschaftsführung und Politik.

achten für die Steuer- und Gewerbegesetzgebung Liechtensteins ausarbeitete. Ihr unterschiedliches Engagement plausibilisierten sie jedoch alle durch die lebensphilosophisch inspirierte Semantik vom »Leben«, das sie in der Tiefe des Daseins verwurzelt glaubten und deshalb für viel wichtiger hielten als die wechselhaften Oberflächenerscheinungen der Zeit. Immer wieder stößt man auch auf die Semantik vom Ganzen und seinen Teilen: Das Ganze, das heißt der Staat oder die Gemeinschaft, hielten die Georgeaner für mehr als die Summe seiner Teile und gestanden ihm einen metaphysischen Mehrwert zu. Deshalb habe im Zweifelsfall der Einzelne seine Interessen zurückzustellen und dem Gemeinwohl verantwortungsvoll zu dienen.

Wirtschaft nur Mittel zum »schönen Leben«

Wiederum divergierten die Schlussfolgerungen: Während der junge Edgar Salin sich die Unterordnung der Wirtschaftssubjekte unter eine zentrale Planungsstelle vorstellte, glaubte Arthur Salz den Nutzen der Gemeinschaft dann am besten verwirklichen zu können, wenn jeder Einzelne für sich unbehindert wirtschaften könne. Dass die Wirtschaft als Teilbereich der Gemeinschaft aber nur die Mittel zum »schönen Leben« bereitstellen und keineswegs ein Selbstzweck sein solle, das stand für alle Georgeaner fest. Auch die Vorliebe für aristokratische Kreise, die Interpretation von geschichtlichen Entwicklungen als Folgen der Taten großer Männer oder die verborgenen Bedeutungsebenen in ihren Texten sind den georgeanischen Ökonomen gemeinsam. Die holistische Betrachtungsweise der Wirtschaft als in größere Zusammenhänge eingebetteter Teilbereich führte dazu, dass die Semantik vom Ganzen und seinen Teilen auch in methodologischer Hinsicht prägend für die Ökonomen wurde. Denn um das Erkenntnisobjekt, die Wirtschaft, im Zusammenhang des Ganzen untersuchen zu können, bemühten sie sich, es aus verschiedenen Perspektiven zu betrachten: Die »rationale«, insbesondere die mathematische Methode der Ökonomie hielten sie nicht für ausreichend, sondern sie stellten ihr soziologische, historische, philosophische und psychologische Untersuchungen zur Seite. Edgar Salin entwickelte aus diesem Ansatz sogar eine eigene Theorie, die sogenannte »Anschauliche Theorie«.[6]

»Du warst uns mehr als ahn und vater war/ Als kindheitserde, als geminnte frau,/ Mehr als der freunde lorbeerglühende schar/ Mehr als des heimathimmels lichtes blau/ /Du warst uns mehr als Heiland«

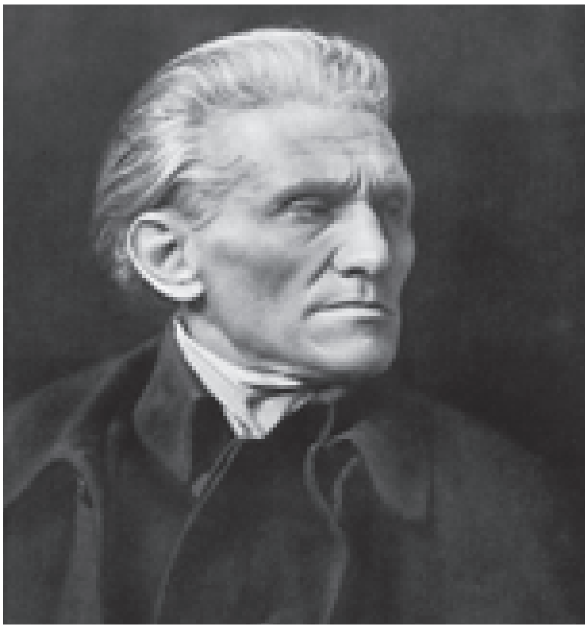
Kurt Singer im Gedicht über Stefan George

Die Faszination des George-Kreises für die Wissenschaftler

Nicht alle diese Semantiken waren typisch ausschließlich für den George-Kreis. Die vom Ganzen, das mehr sei als die Summe seiner Teile, bezeichnet Niklas Luhmann als »alteuropäische« Semantik, die seit der Antike im abendländischen Denken verwurzelt ist.[7] Holistische Wirtschaftsmodelle gab es dementsprechend in der Weimarer

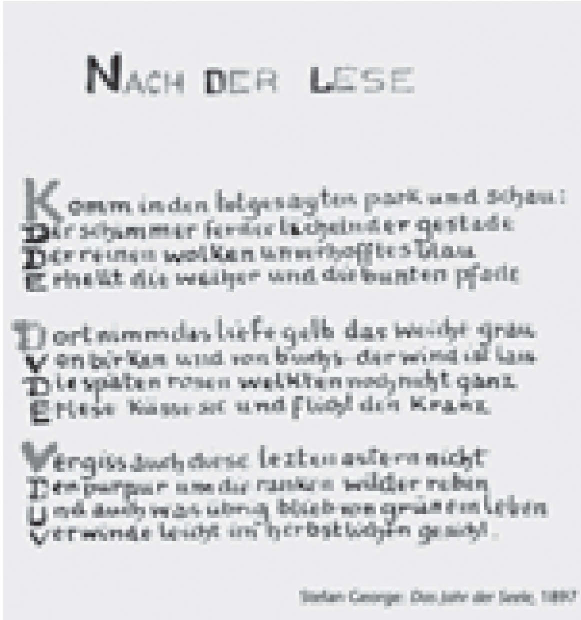
Kurt Singer (1886–1962) (Foto aus seiner Zeit in Sendai/Japan [1936–39]) arbeitete als Wirtschaftsjournalist in Hamburg und machte erst im Alter von 30 Jahren die persönliche Bekanntschaft Georges. Singers geldtheoretische Arbeiten schließen sich eng an Georg Knapps »Staatliche Theorie des Geldes« an, er schrieb aber auch ein Platon-Buch im Sinne der georgeanischen Platon-Deutung (»Platon, der Gründer«, München 1927). 1931 nahm Singer eine Einladung als Gastprofessor an der Universität Tokio/Japan an, von wo er nach 1933 aufgrund seiner jüdischen Herkunft nicht mehr nach Deutschland zurückkehren konnte. Er verfasste zahlreiche Texte über die Kultur und Gesellschaft Japans. 1939 zog er nach Australien weiter und verbrachte seinen Lebensabend schließlich in Athen. Seinem geistigen »Stern« George blieb Singer in allen Phasen seines bewegten Lebens treu, wie zahlreiche erhaltene Briefe und seine Tagebücher belegen.

Kurt Singer im Kreise seiner Schüler an der Daini Kōtō Gakkō in Sendai/Japan (1936–39). An dieser höheren Schule bereitete er als Deutschlehrer junge Japaner zwischen dem 17. und 22. Lebensjahr auf ihr Studium an der Universität vor. An der Tafel ein Vers von Goethe in der für den George-Kreis typischen Schönschrift: »Mir bleibt genug – es bleibt Idee und Liebe!«



Stefan George (1868–1933, Foto um 1917) wurde in Bingen am Rhein geboren. In seiner Jugend kam er auf ausgedehnten Reisen durch Europa mit dem Pariser Symbolismus in Berührung und übernahm viele Anregungen in seine deutsche Lyrik, die er in den »Blättern für die Kunst« publizierte. Ab der Jahrhundertwende scharte er einen elitären und streng hierarchischen Kreis von jungen Künstlern, Wissenschaftlern und Intellektuellen um sich, die unter seiner Leitung ihre geistigen Potenziale entfalteten. Dieses »Geheime Deutschland« sollte durch die Orientierung an einer idealisierten griechischen Antike einem ausgewählten Kreis neuer Geistesaristokratie ein »schönes Leben« im Dienst für Kunst und Wissenschaft ermöglichen.

Gedicht von Stefan George in der für den George-Kreis typischen Schönschrift.



NACH DER LESE

Komm in den totgesagten park und schau:
Der schimmer ferner lächelnder gestade
Der reinen wolken unverhofftes blau
Erhellt die weiher und die bunten pfade.

Dort nimm das tiefe gelb das weiche grau
Von birken und von buchs · der wind ist lau ·
Die späten rosen welkten noch nicht ganz ·
Erlese küsse sie und flicht den kranz ·

Vergiss auch diese lezten astern nicht ·
Den purpur um die ranken wilder reben
Und auch was übrig blieb von grünem leben
Verwinde leicht im herbstlichen gesicht.

Stefan George: Das Jahr der Seele, 1897

Zeit auch bei Ökonomen, die keinerlei Verbindung zum Kreis hatten, wie etwa bei Othmar Spann. Die spezifische Kombination der Semantiken jedoch und ihre Vernetzung untereinander sind typisch und einmalig für den Kreis, und die daraus sich ergebenden Richtlinien einer »neuen Wissenschaft« halfen den Wissenschaftlern, die Unsicherheiten ihrer Zeit zu überwinden und bleibende wissenschaftliche Werke zu schaffen, wie etwa im geisteswissenschaftlichen Bereich Friedrich Gundolfs »Goethe« oder Ernst Kantorowicz' »Friedrich II«. Die georgeanischen Semantiken waren eine zuverlässige Orientierung, mit denen sich die eigenen Forschungsergebnisse plausibilisieren ließen. Sie waren jedoch gleichzeitig flexibel genug, um den Wissenschaftlern genügend Freiraum zu geben, um ihre eigenen Anschauungen zu vertreten, und genau darin mag die Faszination und Anziehungskraft des George-Kreises für viele Intellektuelle gelegen haben.

*»Doch, der sich band an einen stern/
Der kehrt nicht um' Dein glühen siegt.«*

Kurt Singer im Gedicht über seine Bindung zu George ◆

Die Autorin

Korinna Schönhärl, 30, arbeitet im Frankfurter Sonderforschungsbereich »Wissenskultur und gesellschaftlicher Wandel« an dem Dissertationsprojekt »Wissen und Visionen. Theorie und Politik der Ökonomen im Stefan-George-Kreis 1918–1933«, das von Prof. Dres. h. c. Bertram Schefold (Volkswirtschaftslehre, insbesondere Wirtschaftstheorie) und Prof. Dr. Werner Plumpe (Wirtschafts- und Sozialgeschichte) betreut wird. Sie studierte Germanistik und Geschichte an der Universität Regensburg und verfasste ihre Abschlussarbeit über den Stummfilmregisseur Fritz Lang und seinen Nibelungen-Film. Danach legte sie das Zweite Staatsexamen für das Lehramt am Gymnasium ab. Für das interdisziplinäre Projekt, das im Sommer 2008 abgeschlossen werden soll, arbeitete sie sich in die Geschichte der Nationalökonomie im 19. und 20. Jahrhundert ein. Im September 2007 fand in Frankfurt die Konferenz »Das Ideal des schönen Lebens und die Wirklichkeit der Weimarer Republik. Vorstellungen von Staat und Gemeinschaft im George-Kreis« statt, die nicht zuletzt aufgrund der kurz zuvor erschienen neuen George-Biografie von Thomas Karlauf (»Stefan George: Die Entdeckung des Charisma«, München 2007) bei über 80 Teilnehmern auf reges Interesse stieß.

Schoenhaerl@em.uni-frankfurt.de
http://web.uni-frankfurt.de/SFB435/

Anmerkungen

[1] Zur Struktur des George-Kreises vgl. Groppe, Carola, Die Macht der Bildung. Das deutsche Bürgertum und der George-Kreis 1890–1933. Köln, Weimar, Wien 2001.

[2] Die Situation der Nationalökonomie in der Weimarer Republik untersucht die Dissertation von Roman Köster am Lehrstuhl für Wirtschafts- und Sozialgeschichte »Zwischen Theorie und Sozialphilosophie. Die Krise der Nationalökonomie in der Weimarer Republik«, die in Kürze erscheinen wird.

[3] Wolters, Friedrich und Lechter, Melchior, Herrschaft und Dienst, Berlin 1909; Boehringer, Robert, Cortesia del Cuore in der Divina Commedia, in: Beckerath, Erwin von; Popitz, Heinrich; Sieback, Hans Georg; Zimmermann, Harry W. (Hrsg.), Antidoron. Edgar Salin zum 70. Geburtstag. Tübingen 1962, S. 258–271.

[4] Zum Phänomen der konservativen Revolution vgl. zum Beispiel Dupeux, Louis, »Kulturpessimismus«, Konservative Revolution und Modernität, in: Gangl, Manfred; Raulet, Gérard (Hrsg.), Intellektuellendiskurse in der Weimarer Republik. Zur politischen Kultur einer Gemengelage. Frankfurt, New York 1994, S. 287–299; Breuer, Stefan, Anatomie der konservativen Revolution. Darmstadt 1995.

[5] Krause, Detlef, Luhmann-Lexikon: eine Einführung in das Gesamtwerk von Niklas Luhmann. 3. Aufl. Stuttgart 2001.

[6] Schefold, Bertram, Nationalökonomie als Geisteswissenschaft – Edgar Salins Konzept einer Anschaulichen Theorie, in: List Forum für Wirtschafts- und Finanzpolitik 18, 1992, S. 303–324.

[7] Luhmann, Niklas, Die Gesellschaft der Gesellschaft. Frankfurt a. M. 1998, S. 893 ff.

In jedem steckt ein Mathematiker

Ein Entdeckerbuch, das die Fantasie anregt

Mathematik ist überall. Und jeder ist ein Mathematiker. Dies versucht das Buch von Kristin Dahl mit Illustrationen von Sven Nordqvist Kindern und Erwachsenen zu vermitteln. Auf 64 bebilderten Seiten wird eine Fülle von spannenden mathematischen Themen angesprochen, von denen man viele in der Schule üblicherweise nicht kennenlernt. So werden etwa Fraktale, Primzahlen, der goldene Schnitt, Eulers Polyederformel, das Vierfarbenproblem und platonische Körper behandelt.

> »*… spannende mathematische Themen, von denen man viele in der Schule nicht kennenlernt*«

Die Texte der Wissenschaftsjournalistin Kristin Dahl zu den jeweiligen Themen sind eher kurz, aber treffend. Dieses Buch ist kein Mathematikbuch im üblichen Sinn. Es legt keinen Wert auf Vollständigkeit, manche Dinge werden nur angetippt, um die Fantasie anzuregen. Es fehlt das, was Schulkinder an ihren Mathematikbüchern oft stört: das stupide Anwenden der immer gleichen Formeln ohne echtes Verständnis. Es ist auch kein Mathematikbuch im wissenschaftlichen Sinn. Es ist vielmehr ein Entdeckerbuch. Fast auf jeder Seite werden die Leser mit konkreten Fragen und Projekten zum Mitdenken und Mitentdecken aufgefordert. Wer sich darauf einlässt und Mathematik selbst macht, wird wirklich zum Mathematiker.

Eine große Stärke des Buches sind die Illustrationen des schwedischen Zeichners und Kinderbuchautors Sven Nordqvist, der auch in Deutschland durch seine Buchreihe über Petterson und Findus bekannt geworden ist. Er hat das Buch mit einer Fülle von witzigen Cartoons und Zeichnungen versehen, die den Text hintergründig illustrieren. Außerdem werden die mathematischen Probleme sehr schön grafisch verdeutlicht. Dieses Buch ist für neugierige Kinder ab acht Jahren interessant, wobei sehr junge Leserinnen und Leser bei manchen Aufgaben die Hilfestellung eines Erwachsenen gebrauchen können. Nach oben gibt es hier keine Altersgrenze – auch neugierige Erwachsene werden ihre Freude an dem Buch haben. ◆

Kristin Dahl/
Sven Nordqvist

Zahlen, Spiralen und magische Quadrate
Oetinger Verlag,
Hamburg 1996,
ISBN 3-78917602-8
68 Seiten
12,90 Euro

Die Rezensentin:

Prof. Dr. Annette Werner, 41, ist Professorin am Institut für Mathematik. Mit einer Arbeitsgemeinschaft für Schülerinnen und Schüler im Rhein-Main-Gebiet möchte sie ihre Begeisterung für Mathematik auch in die Schulen tragen.

Mathematische Unterhaltung nicht nur an Sonntagen

George Szpiros Bücher sind ein lehrreiches Vergnügen

Mathematik steht bei vielen Zeitgenossen nicht in dem Ruf, eine unterhaltsame Wissenschaft zu sein. Ihre Erkenntnisse präsentieren sich in Zeichen und Formen, die nur zu Eingeweihten sprechen. Dennoch gelingt es immer wieder Autoren, die Mathematik für eine breite Öffentlichkeit zugänglich machen. Ein prominentes Beispiel hierfür ist das Buch »Fermats letzter Satz« des Engländers Simon Singh, das sicherlich eine ganze Generation von Mathematikstudenten zu ihrem späteren Studienfach geführt hat. Diese Werke konzentrieren sich meistens auf einen bestimmten Teil der Mathematik, wie ein bestimmtes Theorem oder eine bestimmte Fragestellung.

George G. Szpiro

Mathematik für Sonntagmorgen
50 Geschichten aus Mathematik und Wissenschaft
NZZ Verlag, Zürich 2006
ISBN 978-3-03823-353-4
240 Seiten,
26 Euro/38 CHF

George G. Szpiro

Mathematik für Sonntagnachmittag
Weitere 50 Geschichten aus Mathematik und Wissenschaft
NZZ Verlag, Zürich 2006,
ISBN 978-3-03823-225-4
236 Seiten,
26 Euro/38 CHF

Die ganze Breite der Mathematik dem Leser in kleinen Häppchen zu servieren, den vollen Geschmack hoher Mathematik in einem leicht verdaulichen Format anzurichten, ist Zielsetzung des Journalisten und Mathematikers George Szpiro. Mit seiner Kolumne »George Szpiros kleines Einmaleins«, die monatlich in der Neuen Zürcher Zeitung am Sonntag erscheint und in den zwei Büchern »Mathematik für Sonntagnachmittag« und »Mathematik für Sonntagmorgen« gesammelt erhältlich ist, versucht er erfolgreich, Mathematik spannend und verständlich zu präsentieren.

Szpiros Streifzug durch die Welt der Mathematik ist durchaus anspruchsvoll. Er ermöglicht seinen Lesern einen Blick auf die Schönheiten des Faches, indem er sie zu den Höhen prominenter mathematischer Probleme und deren Lösungen führt. Die Reise führt von der Poincaré-Vermutung und ihrem durchaus sonderbaren Bezwinger Grigori Perelmann über das Kepler-Problem, das praktisch jeder Obsthändler intuitiv richtig löst, bis zur Catalan'schen Vermutung. Aber nicht nur von großen Erfolgen ist die Rede. Auch gescheiterte Versuche, bisher ungelöste Probleme, wie die Frage nach Primzahlzwillingen zu beantworten, finden in den Artikeln Beachtung.

» *Szpiro versteht es bestens … der Mathematik Leben einzuhauchen.* «

Mit seinen Berichten versteht es der Autor, eine breite Leserschaft für aktuelle Probleme und Fragen der Mathematik zu interessieren. Dabei verfolgt er nicht den Anspruch, den Sachverhalt in seiner ganzen Tiefe, mit allen Details und jeder mathematischen Präzision darzustellen. Vielmehr möchte er Grundgedanken und wesentliche Ideen erfahrbar machen und so die Neugier auf mehr wecken. Szpiro versteht es bestens, Fakten durch Anekdoten aufzulockern und so der Mathematik Leben einzuhauchen. Das gibt dem Leser das Gefühl, großen Meistern bei ihrem Schaffen über die Schultern schauen zu dürfen. Durch bildliche Beispiele holt er Mathematik in die alltägliche Lebenswelt der Leserschaft. So erklärt er den Begriff der fraktalen Dimension mithilfe der Bilder des abstrakten Expressionisten Jackson Pollok und der Topografie der Schweiz. Oder er zeigt dem Leser, dass sich hinter einer gerechten Teilung eines Kuchens mehr Mathematik versteckt, als man auf den ersten Blick vermutet.

Aber nicht nur die Mathematik, sondern auch die Menschen und Geschichten, die hinter den Theoremen stecken, erweckt George Szpiro erzählerisch zum Leben. So erfährt der Leser zum Beispiel von den esoterischen Neigungen Isaac Newtons, der neben seinen Berechnungen der Himmelsbahnen auch minutiös den Zeitpunkt des Weltuntergangs vorherberechnet hatte. Aber auch von skurrilen Zeitgenossen weiß Szpiro zu berichten: Ein Mathematiker mit dem mysteriösen Namen Shalosh B. Ekhad (was aus dem Hebräischen übersetzt »3 in 1« bedeutet) treibt munter mathematische Forschung, ohne jemals öffentlich in Erscheinung zu treten.

Eine so ungewöhnliche Darstellung der Mathematik bedarf auch eines nicht alltäglichen Autors: George Szpiro studierte Mathematik an der Eidgenössisch Technischen Hochschule in Zürich, Betriebswirtschaft in Stanford und wurde an der Jerusalemer Universität in mathematischer Ökonomie promoviert. Nach einer durchaus fruchtbaren Zeit in der akademischen Forschung erkannte er jedoch, dass »der akademische Elfenbeinturm nicht sein Ding« ist. Stattdessen wurde er Korrespondent der NZZ in Israel und berichtet seit 1986 aus dem Heiligen Land. Trotz seines Wirkens fernab der mathematischen Forschung behielt er die Entwicklungen seines Fachgebiets im Auge und fand für sich im Schreiben über Mathematik einen Ausgleich zu den tragischen Nachrichten des politischen Alltagsgeschäfts. Seine Kolumnen wurden mehrfach ausgezeichnet, 2003 mit dem Prix Media der Schweizer Akademie der Naturwissenschaften, 2005 mit dem Descartes-Preis der Europäischen Union und 2006 auch von der Deutschen Mathematiker Vereinigung, die George Szpiro mit dem Medienpreis bedachte.

George Szpiros gesammelte Kolumnen sind sicherlich kein Ersatz für Mathematikvorlesungen, und wer tiefe Einsichten in mathematische Sachverhalte erlangen will, kommt kaum an Lehrbüchern und Originalartikeln vorbei. Mit seinen Artikeln bereitet der Autor aber informativen Lesespaß nicht nur für Mathematiker und weckt Neugierde auf mehr Mathematik. ◆

Der Rezensent

Cordian Riener, 27, studierte Wirtschaftsmathematik und Philosophie in Ulm und Bordeaux und ist seit 2007 wissenschaftlicher Mitarbeiter von Prof. Thorsten Theobald im Bereich Diskrete Mathematik.

Heraus aus dem »Kielwasser der Aufklärung«

Gerhard Wagner zeigt, wie viel Vergangenheit die Soziologie hat

Es steht nicht zum Besten um die Soziologie. Ihre Relevanz und Zukunftstauglichkeit als akademisches Fach wurde in den letzten Jahren immer wieder in Frage gestellt. Zwar ist die Soziologie, wie der Frankfurter Soziologe Gerhard Wagner schreibt, zu einer »hochprofessionalisierten Disziplin« geworden, »die mit raffinierten Methoden empirische Forschung betreibt«. Substantielle Antworten auf die brennenden gesellschaftlichen Fragen vermag sie aber kaum zu geben. Im Gegenteil: Konfrontiert mit erheblichen soziopolitischen Veränderungsprozessen – wie etwa die europäische Integration, die Entwicklung zu multikulturellen und -religiösen Gesellschaften, die veränderten Arbeitswelten – scheint sie überfordert.

Möglicherweise entstand die Soziologie zu sehr »im Kielwasser der Aufklärung« (Wagner), als dass sie in der Gegenwart des 21. Jahrhunderts, in der die Prämissen und Hoffnungen der Aufklärung bestenfalls noch partiell Gültigkeit besitzen, noch greifen würde. Wie dem auch sei, wenn das Fach Zukunft haben soll, dann muss es zweifellos aus diesem Kiel-

» Da kommen zunächst Aristoteles, Paulus, Cicero … zu Wort «

wasser herausgezogen werden. Genau das leistet Gerhard Wagners »Geschichte der Soziologie« und bringt damit neuen Schwung in die Reflexion über Gesellschaft: »Wenn man die Geschichte dieser Disziplin schreiben will, bedarf es folglich einer Rekonstruktion der Aufklärung im Rahmen des neuzeitlichen Rationalismus, der seinerseits nur in seiner Polemik gegenüber dem antiken und mittelalterlichen Rationalismus verständlich wird.« (evt. kürzen) Indem er das historische Terrain derart weit absteckt, unterscheidet sich Wagners Unternehmen fundamental von den üblichen »Geschichten der Soziologie«, die in der Regel im 19. Jahrhundert beginnen, zumeist bei Auguste Comte (1798–1857), dem Namensgeber des Faches, und dann bestenfalls noch ein bisschen Kontextualisierung im 17. und 18. Jahrhundert mitliefern. Anders bei Wagner: Da kommen zunächst Aristoteles, Paulus, Cicero, Augustinus, Vico, Pascal, Hobbes, Montesquieu ausführlich zu Wort. Damit werden auch die verschiedenen antiken und mittelalterlichen »Weichen in Richtung Neuzeit« sichtbar, etwa bei Joachim von Fiore (1130–1202), dessen heilsgeschichtliche Transformation der Trinitätslehre in die Lehre von den drei Zeitaltern (des Vaters, des Sohnes, und des Heiligen Geistes) noch in Comtes Drei-Stadien-Gesetz (religiöses, metaphysisches, positiv-wissenschaftliches Stadium) und in anderen progressivistischen Geschichtsphilosophien der Moderne durchscheint.

Den konzeptuellen Rahmen von Wagners Rekonstruktion bildet die Dynamik zweier »Grundhaltungen«, deren Spannung über die gesamte Geschichte des okzidentalen Denkens formativ wirkt: eine »teleologische« Grundhaltung einerseits und eine »kausale« Grundhaltung andererseits.

» Der große Dualismus von Geist und Sinnlichkeit «

Erstere fokussiert den einem Phänomen innewohnenden Sinn, das inhärente Ziel, den Endzweck, eben das *telos*. Hier geht es primär um deutendes Verstehen. Zweitere konzentriert sich auf die Ursachen und räumlich-zeitliche Bedingtheit eines Phänomens, hier geht es um kausale Determination. Es ist unschwer zu erkennen, dass sich hinter diesen Grundhaltungen der große Dualismus von Geist und Sinnlichkeit verbirgt. Die beiden Grundhaltungen sind für Wagner letztlich nicht begründbar und, vor allem in ihrer Exklusivität, irrational; sie sind jedoch rationalisierbar, das heißt, sie können mit entsprechenden argumentativen Mitteln untermauert werden. Und genau diese Rationalisierungen, deren eine – späte – die Soziologie ist, führt uns Wagner vor. Sind die antike und die mittelalterliche Grundhaltung noch geprägt von einer Dominanz des teleologischen Prinzips und den entsprechenden Rationalisierungen, so ist das Spezifikum der Neuzeit die »Abwertung des Geistes bei gleichzeitiger Aufwertung der Sinnlichkeit«. Die Entwicklung der Naturwissenschaften führt zu einer gewaltigen Rationalisierung der kausalen Grundhaltung. Diese Rationalisierung schlägt auf die Humanwissenschaften durch, so intendiert auch Comtes soziale Physik zunächst, quasi-naturwissenschaftliche Gesetze für die Gesellschaft aufzustellen – auch wenn die daran gekoppelte heilsgeschichtliche Konstruktion wieder einen dramatischen Rückfall in die Teleologie bedeutet.

Die Größe Max Webers (1864–1920) besteht darin, das teleologische und das kausale Prinzip integriert zu haben; er definiert die Soziologie als »eine Wissenschaft, welche soziales Handeln deutend verstehen und dadurch in seinem Ablauf und seinen Wirkungen ursächlich erklären will«. Sinndeutung und Kausalanalyse gehen hier zusammen. Allerdings meint Weber nicht mehr einen objektiv »richtigen« Sinn. Das deutende Verstehen des Soziologen kann nur auf den »subjektiv gemeinten Sinn« zielen, den der Handelnde mit seinem Handeln verbindet. Damit ist Weber der erste Soziologe, der nicht in die Teleologie zurückfällt. Wagners Buch zeigt einmal mehr: Weber bleibt die zentrale Figur einer Geschichte der Soziologie. Der Autor geht sogar so weit, zu sagen, dass diese Geschichte mit Weber schließt: »Was nach ihm kommt, kann nur teleologische (oder funktionalistische) Ausartung oder, selbst in den edleren Erscheinungen, Epigonenwerk unter seiner Botmäßigkeit sein.« Das ist starker Tobak. Vermutlich stimmt es aber. Und es ist Wagner hoch anzurechnen, dass er den Mut hat, dies in aller Klarheit zu formulieren. ◆

Gerhard Wagner

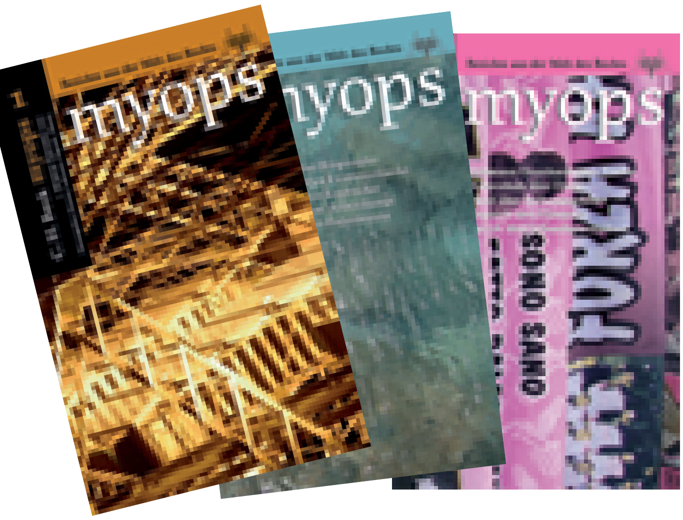
Eine Geschichte der Soziologie, Verlag UVK (UTB), Konstanz 2007, ISBN 978-3-8252-2961-0, 237 Seiten, 14,90 Euro.

Der Rezensent

Dr. Gilbert Weiss, Soziologe, ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachbereich Politikwissenschaft und Soziologie der Universität Salzburg.

Plagegeister für Paragrafenreiter

»myops« – eine Zeitschrift für juristisches Feuilleton



»myops – Berichte aus der Welt des Rechts«
herausgegeben von Dieter Simon, Regina Ogorek, Rainer Maria Kiesow, Benjamin Lahusen,
2. Jahrgang 2008, erscheint dreimal jährlich, 80 Seiten,
C.H.Beck-Verlag, ISSN 1865-2301,
Einzelheft: 15 Euro,
Jahresabonnement: 34,90 Euro.

Wie macht man ein kleines Vermögen? Ganz einfach: Man nimmt ein großes und gründet einen Verlag. Was der legendäre Kurt Wolff schon Anfang des 20. Jahrhunderts wusste, hat bis heute nichts von seiner ökonomischen Gültigkeit verloren. Sich so als betriebswirtschaftlicher Hasardeur zu gebärden, will oder kann in Zeiten globaler Profitmaximierung freilich kaum noch ein Verleger wagen. Gottlob gibt es Ausnahmen: Seit September 2007 erscheint im inhabergeführten C.H.Beck-Verlag eine Zeitschrift namens »myops – Berichte aus der Welt des Rechts«. Dieses Heft wird sich – so viel lässt sich schon nach mittlerweile drei erschienenen Ausgaben sagen – niemals zum Goldesel für das Münchener Verlagshaus entwickeln. Dafür ist die Auflage zu niedrig (1400 Exemplare – bei mittlerweile immerhin 400 Abonnenten), der Umfang zu gering (lediglich 80 Seiten), der Preis zu hoch (das Einzelheft für 15 Euro, im Jahresabo 10 Euro), die Erscheinungsweise zu sporadisch (dreimal im Jahr) und das Anzeigenaufkommen (trotz moderatem Seitenpreis) lektürefreundlich, weil quasi nicht existent. Doch die Münchener üben sich im gut kölschen »Jünne-Künne«: Seine »nutzwertigen« Pflichttitel wie Neue Juristische Wochenschrift (NJW) oder Palandt spülen genug Geld in die Kassen, so kann sich der Verlag das Nischenprodukt »myops« als juristisches Feuilleton-Magazin leisten.

»myops« ist ein mysteriös-sperriger Titel. Was zunächst nach fehlgeschriebenem Jandl klingt, kommt aus dem Altgriechischen und heißt übersetzt »Pferdebremse«. Als eine solche Stechmücke titulierte sich einst Sokrates während seiner Apologie. In diese Tradition unbeugsamer und bis zur Selbstaufgabe kritischer Freigeister stellen sich auch die vier Herausgeber der modernen »myops« – allen voran der »Spiritus Rector« der Zeitschrift, Rainer Maria Kiesow vom Frankfurter Max-Planck-Institut für Europäische Rechtsgeschichte, der schon beim unvergessenen »Rechtshistorischen Journal« die Feder führte. Mit Beiträgen von neugieriger Originalität und aufklärerischem Impetus will »myops« gegen die Paragrafenreiter des bundesrepublikanischen Juristen-Establishments sticheln. Ziel von »myops« sei es, so verkündet das »Prospekt« genannte Vorwort der ersten Ausgabe, die lethargisch gewordene »Rechtslandschaft (...) mit kleinen, schmerzhaften Stichen um die Gemütlichkeit« zu bringen. Schade nur, dass Justitia blind ist: Die bibliophile Aufmachung der Hefte – mitsamt einer »inflaganti« genannten Schrifttype! – würde ihr gefallen.

»Im Wellenschlag wider den Zeitgeist«

Das Gros der von der Zeitschrift aufgegriffenen Themen dümpelt nicht im Mainstream alltäglicher Juristerei, sondern übt sich im Wellenschlagen wider den Zeitgeist. Wer beschäftigt sich denn heute noch mit dem dreißig Jahre alten Kontaktsperregesetz, das für manche noch immer als ultimativer Heilsbringer im Kampf gegen den Terrorismus gilt? »myops« tut's. Wer hinterfragt – angesichts einer (scheinbar?) kontingenten Rechtsprechungspraxis – die (Un-)Sinnhaftigkeit strafrechtlicher Verfolgung von Nazi-Symbolen? »myops« tut's. Wer brandmarkt das unlängst verabschiedete Stalking-Gesetz als politisch motiviertes Manöver einer strafrechtsdogmatisch überforderten und daher in Regelungsfragen hyperaktiven Legislative? »myops« tut's. Doch gerade in der heterogenen Originalität der Themen liegt eine Schwäche von »myops«. Wo ist der rote Faden, mit dessen Hilfe sich die Stechmücke von Opfer zu Opfer hangelt? Ein Titelmotiv, das dem Heft eine inhaltlich-thematische Klammer vorgeben könnte, fehlt. So bleibt auch Kiesows ebenso wuchtige wie wortgewaltige Invektive gegen den Staatsrechtslehrer Otto Depenheuer und seine krude Theorie vom Bürgeropfer ein Solitär – dessen Facetten freilich diamantös funkeln, wenn der Frankfurter Privatdozent den Kölner Seminardirektor durch sämtliche Volten professoraler Abstrusität in Sachen Staatsräson und Bürgerspflicht verfolgt, bevor er ihm schließlich die argumentative Gnadenstichelei versetzt.

»Stechmücken und ihre angepieksten Opfer«

Was steht im Fazit? Der bei den »Regenmachern« des Juristen-Gewerbes so gerne in »billing hours« gemessene Nutzwert ist bei »myops« denkbar gering. Das ist gut so. Stechmücken denken nicht in monetären Kategorien, sondern delektieren sich am Blutfluss der von ihnen gepiesackten Opfer. Manches im Konzept von »myops« erscheint noch unausgegoren. Mit einer (selbst)kritischeren Auswahl an Themen und Texten ließe sich das Profil gewiss weiter schärfen. Doch die Grundcharakterzüge des noch juvenilen Insekts sind bereits vortrefflich: so ambitioniert wie aggressiv, so respekt- wie gnadenlos. Angst vor der finalen Fliegenklatsche sollte »myops« jedenfalls keine haben. ◆

Der Rezensent

Christian Preiser hat an den Universitäten Würzburg, Frankfurt und Hamburg Geschichte, Archäologie und Staatsrecht studiert. Nach einem Tageszeitungsvolontariat und verschiedenen Stationen als Redakteur bei Zeitschriften und Zeitungen arbeitet der gebürtige Frankfurter jetzt als Pressesprecher der Unternehmens- und Personalberatung S.U.P.

Um Lebendes zu erforschen, muss man sich am Leben beteiligen

Eine von kritischer Sympathie getragene Biografie Viktor von Weizsäckers

Der Arzt und Philosoph Viktor von Weizsäcker (1886–1957) darf mit Recht als einer der bedeutendsten Autoren zu anthropologischen und sozialen Grundfragen der modernen Medizin und als einer der Wegbereiter dessen, was wir heute unter »psychosomatischer Medizin« verstehen, gelten.

In einer sehr detailreichen Studie hat Udo Benzenhöfer, Ordinarius für Geschichte und Ethik der Medizin an der Universität Frankfurt, die Ergebnisse seiner langjährigen Beschäftigung mit Leben und Werk Weizsäckers zusammengefasst und dabei eine Fülle bisher kaum bekannter Quellen erstmals gesichtet, andere einer kritischen Neubewertung unterzogen.

Aus einer traditionsreichen schwäbischen Familie stammend, wählte Viktor von Weizsäcker den ärztlichen Beruf als Ziel. Die intellektuelle Hinwendung zur Medizin stand dabei von vorneherein unter einer dezidiert philosophisch-erkenntnistheoretischen und grundlagenwissenschaftlichen Prämisse: So beschäftigte sich bereits der junge Student bei dem Physiologen Johannes von Kries mit Fragen der Sinnesphysiologie und wurde später, nach dem Wechsel nach Heidelberg zu dem Internisten Ludolf von Krehl promoviert. Daneben standen das intensive philosophische Denken in der Tradition des deutschen Idealismus sowie die Beschäftigung mit naturphilosophischen Fragen und insbesondere mit Schelling.

Die aber zunächst weiterhin im Vordergrund stehende physiologische Forschungstätigkeit galt Fragen der Thermodynamik des Herzmuskels, 1917 erfolgte die Habilitation.

Unter dem Eindruck der Materialschlachten des Ersten Weltkrieges, den er als Truppenarzt an mehreren Fronten erlebte, ereignete sich ein radikaler Bruch mit einer von ihren Erkenntnisgrundlagen her rein technisch-naturwissenschaftlich bestimmten Medizin und eine »Wendung zur Therapie« und zur »ärztlichen Frage«.

Zu dieser Zeit hatte Weizsäcker längst damit begonnen, sich systematisch mit neurophysiologischen Untersuchungen zur Raumwahrnehmung und zur Reflexmotorik zu befassen. Im Jahr 1917 übernahm er die Leitung der Nervenabteilung in Krehls Medizinischer Klinik und wurde zum Neurologen. Ausgehend von seinen Studien zu Anpassungsphänomenen und zum Muskeltonus gelangte er über die Erkenntnis komplexer Regulationsphänomene des Organismus bei isolierten Läsionen im Zentralnervensystem zu dem Begriff des »Funktionswandels«. Dieser führte – entgegen einer rein anatomischen Defekttheorie neuropathologischer Phänomene – zum Begriff der Gestalt- oder Ganzheitsfunktion, der schließlich in die Gestaltkreistheorie der Einheit von Wahrnehmung und Bewegung einmündete. In diesen Zusammenhang gehörten auch die Öffnung gegenüber der Psychotherapie und die kritische Aneignung von Sigmund Freuds psychoanalytischer Theorie.

»Sehr differenziert geht Benzenhöfer auf Weizsäckers Verhältnis zum Nationalsozialismus ein.«

Zu erwähnen ist ferner Weizsäckers Hinwendung zur Medizinischen Anthropologie: »Das wirkliche Wesen des Krankseins ist eine Not und äußert sich als eine Bitte um Hilfe. Ich nenne den krank, der mich als Arzt anruft und in dem ich als Arzt die Not anerkenne.« Folgerichtig erkannte Weizsäcker in der biografischen Methode den Zugangsweg zur menschlichen Krankheit. Durch Erweiterung der Begriffe und ihre Einbindung in ein visionäres System einer psychische, somatische und soziale Aspekte umfassenden, zukünftigen Heilkunde geriet er jedoch schon in eine bisweilen problematische Nähe zur Sprache des sich etablierenden neuen politischen Systems.

Sehr differenziert geht Benzenhöfer auf Weizsäckers Verhältnis zum Nationalsozialismus ein. Dieser sympathisierte wohl kaum mit dessen Politik, war aber durchaus einverstanden mit damals verbreiteten Vorstellungen zur eugenischen Sterilisierung oder zur Nichterhaltung als »unwert« angesehenen menschlichen Lebens, argumentierte bisweilen ambivalent, etwa im Rahmen der sogenannten »Vernichtungslehre«. Unklar bleibt auch zuletzt, welche Kenntnis Weizsäcker von der sogenannten »Kinder- und Jugendlicheneuthanasie« in der »Kinderfachabteilung« in Loben hatte. Gehirne aus Loben wurden von einem Mitarbeiter Weizsäckers am Neurologischen Forschungsinstitut in Breslau untersucht, dessen Direktor Weizsäcker 1941 geworden war, als er den Lehrstuhl des berühmten Otfrid Foerster übernahm.

Udo Benzenhöfer

Der Arztphilosoph Viktor von Weizsäcker Leben und Werk im Überblick
Vandenhoeck & Ruprecht, Goettingen 2007,
ISBN 978-3-52549127-0
26,90 Euro

1945 nach Heidelberg zurückgekehrt, erhielt Weizsäcker einen Lehrstuhl für »Allgemeine klinische Medizin« an der dortigen Universität. In diese Zeit fällt der Versuch, zusammen mit seinem Schüler Alexander Mitscherlich eine Abteilung für »biografische« beziehungsweise psychosomatische Medizin aufzubauen.

Die vorliegende bioggrafische Studie zeichnet schlüssig die vielgestaltigen und äußerst komplexen gedanklichen Entwicklungen dieses bedeutenden Arztes und Forschers nach. Getragen von durchaus kritischer Sympathie für die Person Weizsäckers, lässt sich der Leser gerne durch dieses Leben führen. ◆

Der Rezensent:

Dr. Johannes Atta ist Oberarzt an der Medizinischen Klinik IV, Hämatologie/Onkologie an der Justus-Liebig-Universität in Gießen.

Die nächste Ausgabe von »Forschung Frankfurt« erscheint am 18. Dezember 2008.

Wie geht es dem Planeten Erde?

Im Dezember 2005 haben die Vereinten Nationen das Jahr 2008 zum Jahr des Planeten Erde ausgerufen. Ziel ist es, das angesammelte Wissen der Geowissenschaftler weltweit umfassend und effizient zum Nutzen der Menschheit einzusetzen. Wir nehmen dies zum Anlass, die Forschung zum Planeten Erde an der Goethe-Universität in einem Themenheft vorzustellen. Schwerpunkt sind die Geowissenschaften, aber auch Beiträge aus der Biologie, der Medizin sowie den Geistes- und Humanwissenschaften beschäftigen sich mit den verschiedenen Aspekten des blauen Planeten.

Die Klimaexperten Prof. Christian D. Schönwiese und Prof. Volker Mosbrugger erklären in einem Interview, mit welchen Folgen der Erderwärmung wir jetzt schon rechnen müssen. Prof. Petra Döll, Mitglied des Weltklimarats der Vereinten Nationen (IPCC), modelliert die Wassernutzung und entwickelt Zukunftsszenarien für zwei Bundesstaaten im Nordosten Brasiliens. Prof. Alan Woodland fragt am Beispiel der schlummernden Vulkane in der Eifel wie lange ein Vulkanleben dauert. Auf dem Jungfernjoch, mehr als 3000 Meter über dem Meeresspiegel, untersucht der Atmosphären-Forscher Prof. Joachim Curtius eiskalte Wolken und fragt, welche Rolle Aerosolpartikel bei der Bildung von Eiskeimen spielen. Um Diamanten und deren Entstehung bei der Kontinentalbildung geht es in dem Beitrag von Prof. Gerhard Brey.

Lesen Sie mehr zu den Themen Sternenstaub, Meeresbiologie, Erde und Leben, Megacities und vieles mehr in der Dezember-Ausgabe von Forschung Frankfurt.

Wissenschaftsmagazin der Goethe-Universität

Impressum

Herausgeber
Der Präsident der Goethe-Universität Frankfurt am Main

Redaktion
Ulrike Jaspers, Diplom-Journalistin,
Referentin für Wissenschaftskommunikation (Geistes- und Sozialwissenschaften),
Senckenberganlage 31, Raum 1053, 60054 Frankfurt am Main,
Telefon (069)798-23266, Telefax (069) 798-28530
E-Mail: *jaspers@ltg.uni-frankfurt.de*

Dr. phil. Anne Hardy, Diplom-Physikerin,
Referentin für Wissenschaftskommunikation (Naturwissenschaften und Medizin),
Senckenberganlage 31, Raum 1059, 60054 Frankfurt am Main,
Telefon (069)798-28626, Telefax (069) 798-28530
E-Mail: *hardy@pvw.uni-frankfurt.de*

Vertrieb
Ingrid Steier,
Senckenberganlage 31, 60054 Frankfurt am Main,
Raum 1052, Telefon (069)798-22472,
E-Mail: *I.Steier@vdv.uni-frankfurt.de*

Forschung Frankfurt im Internet
www.muk.uni-frankfurt.de/Publikationen/FFFM/index.html

Anzeigen und Verlag
Universität Frankfurt, CAMPUSERVICE GmbH,
Rossertstraße 2, 60325 Frankfurt,
Birgit Wollenweber,
Telefon (069) 71 58 57-15, Telefax (069) 71 58 57-10,
E-Mail: *bw@uni-frankfurt.campuservice.de*

Druck
Frotscher Druck GmbH,
Riedstraße 8, 64295 Darmstadt,
Telefon (06151) 3906-0, Internet: *www.frotscher-druck.de*

Illustrationen, Layout und Herstellung
schreiberVIS, Joachim Schreiber,
Villastraße 9A, 64342 Seeheim,
Tel. (06257) 962131, Fax (06257) 962132, ISDN-Leo (06257) 962133,
E-Mail: *joachim@schreibervis.de*,
Internet: *www.schreibervis.de*

Grafisches Konzept
Elmar Lixenfeld, Büro für Redaktion und Gestaltung,
Werrastraße 2, 60486 Frankfurt am Main
Telefon (069) 7075828, Telefax (069) 7075829,
E-Mail: *e.lixenfeld@t-online.de*

Bezugsbedingungen
»Forschung Frankfurt« kann gegen eine jährliche Gebühr von 15 Euro abonniert werden. Das Einzelheft kostet 5 Euro. Einzelverkauf u.a. im Buch- und Zeitschriftenhandel in Uni-Nähe und beim Vertrieb.

Für Mitglieder der Vereinigung von Freunden und Förderern der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main e.V. sind die Abonnementgebühren für »Forschung Frankfurt« im Mitgliedsbeitrag enthalten.

Hinweis für Bezieher von »Forschung Frankfurt«
(gem. Hess. Datenschutzgesetz): Für Vertrieb und Abonnementverwaltung von »Forschung Frankfurt« werden die erforderlichen Daten der Bezieher in einer automatisierten Datei gespeichert, die folgende Angaben enthält: Name, Vorname, Anschrift, Bezugszeitraum und – bei Teilnahme am Abbuchungsverfahren – die Bankverbindung. Die Daten werden nach Beendigung des Bezugs gelöscht.

Die Beiträge geben die Meinung der Autoren wieder. Der Nachdruck von Beiträgen ist nach Absprache möglich.

Bildnachweis

Titelbild: Foto United Artists/The Kobal Collection.

Editorial: Foto von Jérôme Müller-Dupage, Frankfurt.

Inhalt: Hinweise bei den jeweiligen Beiträgen.

Nachrichten: Seite 4 und 5: Fotos von Uwe Dettmar, Frankfurt: Seite 6: Foto von Rudolf Flentje, Braunschweig, Seite 7: Fotos von Dettmar, Seite 8: Foto von Heinz Bingemer, Seite 9: Grafik Arbeitskreis Dörner, Seite 9,10 und 11 Foto von Peter Breunig.

Forschung intensiv – Empirische Sozialforschung: Seite 12 bis 18: alle Illustrationen von Tobias Borries, Offenbach; Seite 15 und 16: Grafiken von Christian Stegbauer; Seite 18: Autorenfoto von Dettmar

Forschung intensiv – Stochastik: Seite 20 bis 24: Illustrationen von Margarete Landau, Berlin.

Forschung intensiv – Statiskik: Seite 26: Orchester »Camerata Musika«, Luzern, Foto von Tomasz Trzebiatowski, Seite 27, 29 und 30: Fotos von Dettmar.

Forschung intensiv – Finanzmathematik: Seite 32 und 37: Fotos von Dettmar; Seite 35 und 36: Marcus Pantazis, Corbis.

Forschung intensiv – Comic-Forschung: Seite 38 und 39: Alfred von Meysenbug, Super-Mädchen. Frankfurt am Main, Heinrich Heine Verlag, 1968; Seite 40: Arno Ploog, Notstand unser … Offenbach, Edition Kampagne für Abrüstung, 1967; Seite 41: Hans Traxler, Sauber werden. In: Teuflische Jahre. Das Witzigste aus pardon, Band. 4. Frankfurt 1969; Seite 42: Ernst Steingässer, Herr Knäckermann. Ein Träumer?/Der Nazi-Man,. Berlin, Bär, 1972; Seite 43: Heiner H. Hoier; Detlef Michelers, Das wirklich neue Testament. Bremen, Verlag Schöngeist, 1971; Seite 44: Alfred Demarc [d.i. Alfred von Meysenbug], Lucy's Lustbuch. Frankfurt, März 1971; Seite 45: Alfred von Meysenbug: Glamour-Girl, Frankfurt am Main, Heinrich Heine Verlag, 1968, Seite 45: Autorenfoto von Dettmar.

Forschung aktuell: Seite 46, 47 und 49: Karikaturen von Greser & Lenz, Aschaffenburg; Seite 50: Foto United Artists/The Kobal Collection, Seite 51 bis 54: Grafiken von Theobald; Seite 55: Fotos von Dettmar, Seite 56: Bilder aus den Computerprogrammen von Oldenburg/Goebel; Seite 58: Martin Kreuzer, Universität Passau; Seite 59 bis 61: Fotos von Dettmar; Seite 62: *www.flickr.co./photos/gruban/11341048*, Seite 63 und 64: Grafiken von Schreiber nach Angaben der Autoren, Seite 64 unten: Greg Egan, *www.valdostamuseum.org/hamsmith/JBGEKQ.html*; Seite 66 bis 68: Illustrationen von Schreiber nach Vorgaben von Burde.

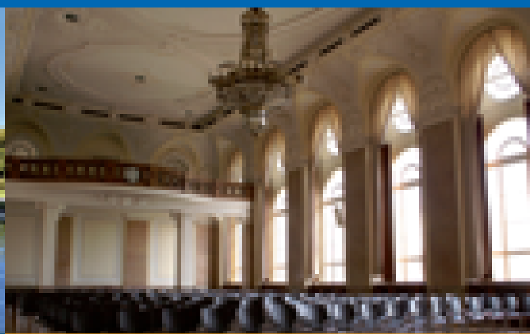
Perspektiven: Seite 69 bis 72: alle Fotos von Dettmar.

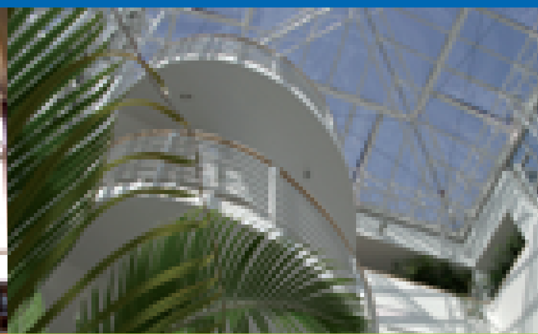
Wissenschaftsgeschichte: Seite 73 bis Seite 78: alle Fotos von Arbeitsgruppe Wissenschaftsgeschichte am Historischen Seminar, Goethe-Universität; Seite 79 rechts Universitätsarchiv Frankfurt; Seite 80 Doktorfeier: Privatbesitz W. Schwarz; Seite 81 Mitte: Universitätsarchiv Frankfurt, unten: Mathematisches Forschungsinstitut; Seite 82 oben und Mitte rechts: Universitätsarchiv Frankfurt; Seite 83: Privatbesitz W. Schwarz; Seite 85 Foto oben: dpa Picture Alliance, Frankfurt; Seite 85 Foto unten und Seite 86 oben: Ullstein Bild, Berlin; Seite 86 unten: bpk Bildagentur für Kunst, Kultur und Geschichte, Berlin; Seite 87: Foto oben Harald Meisert, Frankfurt; Seite 87 unten: Archiv des Hamburger Instituts für Sozialforschung, Seite 88 Foto oben: von Hans Rempker, Institut für Stadtgeschichte, Frankfurt, Bildarchiv; Seite 88 Foto Mitte: Barbara Klemm, Frankfurt; Seite 88 Foto unten: Horkheimer-Pollock-Archiv, Frankfurt; Seite 89 Autorenfoto von Dettmar; Seite 90 Foto aus: Karlauf, Thomas, Stefan George. Die Entdeckung des Charisma, München 2007, S. 560f; Seite 91 Foto: mit freundlicher Genehmigung des Deutschen Literaturarchivs Marbach; Seite 92 Foto oben und Mitte aus: Boehringer, Robert, Mein Bild von Stefan George, Düsseldorf u. München 1968, Tafelband, S. 108; Seite 92 unten aus: Boehringer, Robert, Mein Bild von Stefan George, Düsseldorf u. München 1968, Tafelband, S. 101; Seite 93 Fotos: Universitätsarchiv der Universität Sendai/Japan; Seite 94 Foto aus: Boehringer, Robert, Mein Bild von Stefan George, Düsseldorf u. München 1968, Tafelband, S. 124; Seite 94 Text aus: Prospekt der Stefan-George-Gesellschaft e.V. Bingen.

Vorschau: Foto NASA

GOETHE
UNIVERSITÄT
FRANKFURT AM MAIN

Raum...





Campus Westend
beeindruckend

Campus Bockenheim
traditionell

Campus Riedberg
modern

... für Ihre Veranstaltung

Sie suchen Veranstaltungräume, die Ihnen etwas anderes als Hotels, Kongress-Center und Tagungszentren bieten?

Dann sind Sie bei uns richtig! Die Johann Wolfgang Goethe-Universität bietet Ihnen für jede Art von Veranstaltung die passenden Räumlichkeiten.

An den drei Frankfurter Standorten Westend, Bockenheim und Riedberg stehen Ihnen Konferenz- und Seminarräume, Festsäle, die Eisenhower-Rotunde, Hörsäle und die historische Aula mit moderner technischer Einrichtung zu Verfügung. Überzeugen Sie sich selbst von den vielen Möglichkeiten!

Fordern Sie gleich unser Informationsmaterial an oder besuchen Sie uns auf unserer Website unter www.campuslocation-frankfurt.de. Wir freuen uns auf Ihre Anfrage und stehen für weitere Auskünfte gerne zur Verfügung!

Räume – so individuell wie Ihre Veranstaltung.

CAMPUSERVICE GmbH
Die Servicegesellschaft der
Johann Wolfgang Goethe-Universität

Rossertstraße 2
60323 Frankfurt/Main

Tel: 069 / 71 58 57-0
Fax: 069 / 71 58 57-10

www.campuslocation-frankfurt.de
info@campuslocation-frankfurt.de