

Symmetrietheoretischer Ansatz

zur

Analyse komplexer Systeme

Frank Linhard

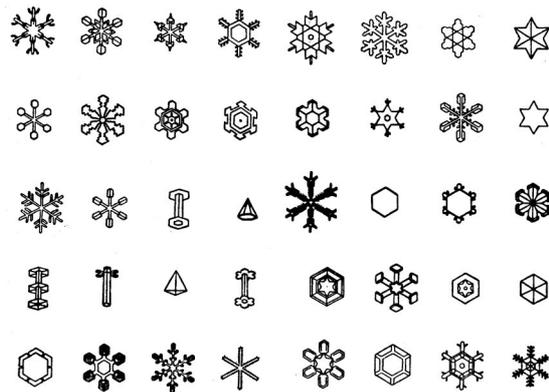
Zentrum zur Erforschung der Frühen Neuzeit

Institut für Geschichte der Naturwissenschaften – Fachbereich Physik

Johann Wolfgang Goethe-Universität

Frankfurt am Main

fl231@cam.ac.uk



I. Schneeflocken

Schneeflocken sind Objekte unserer unmittelbaren, das heißt auch lebensweltlich bedeutsamen, Erfahrung der physikalischen Welt. Jedem, der schon einmal heftigen Schneefall oder gar einen Schneesturm miterlebt hat, ist vor allem die überbordende Fülle, das schier „myriadenhafte“ Auftreten in Erinnerung. Der Mathematiker Hermann Weyl beschreibt in seinem Buch über Symmetrie von 1952 einige Aspekte eines solchen Erlebnisses:¹

Wer in der deutschen Literatur bewandert ist, wird sich daran erinnern, wie Thomas Mann im *Zauberberg* das „hexagonale Unwesen“ des Schneesturmes beschreibt, in dem sein Held, Hans Castorp, beinahe umkommt, als er vor Erschöpfung einschläft und, an eine Scheune gelehnt, seinen tiefen Traum von Tod und Liebe träumt. Eine Stunde vorher, als Hans Castorp auf Skiern loszieht auf seine verhängnisvolle Expedition, genießt er das Spiel der Flocken, „und unter den Myriaden von Zaubersternchen“, so philosophiert er, „in ihrer untersichtigen, dem Menschaugen nicht zugedachten, heimlichen Kleinpracht war nicht eines dem anderen gleich; eine endlose Erfindungslust in der Abwandlung und allerfeinsten Ausgestaltung eines und immer desselben Grundschemas, des gleichseitig-gleichwinkligen Sechsecks, herrschte da; aber in sich selbst war jedes der kalten Erzeugnisse von unbedingtem Ebenmaß und eisiger Regelmäßigkeit, ja dies war das Unheimliche, Widerorganische und Lebensfeindliche daran; sie waren zu regelmäßig, die zum Leben geordnete Substanz war es niemals in diesem Grade, dem Leben schauderte vor der genauen Richtigkeit, es empfand sie als tödlich, als das Geheimnis des Todes selbst, und Hans Castorp glaubte zu verstehen, warum Tempelbaumeister der Vorzeit absichtlich und insgeheim kleine Abweichungen von der Symmetrie in ihren Säulenordnungen angebracht hatten.“²

In der hier von Hermann Weyl zitierten Passage aus Thomas Manns *Zauberberg* findet sich gleichsam eine literarische Definition für Komplexität, wenn auch die hier angedeutete Trennung zwischen belebter und unbelebter Materie aus Sicht der Naturwissenschaften auf dieser Basis sicher problematisch ist.

¹ Hermann Weyl, *Symmetry*, Princeton 1952, S. 68-70.

² Hermann Weyl, *loc.cit.*

Physikalisch betrachtet ist eine Schneeflocke ein Kristall. Der Grund warum der Schneeflockenkristall sowohl bei Thomas Mann, als auch bei dem diesen zitierenden Hermann Weyl so eine besondere Bedeutung erhält, ist dessen symmetrischer Aufbau. Dieser Aufbau kommt durch den Entstehungsprozeß des Schneekristalls zustande. Den Beginn ihres Lebens erfährt die Schneeflocke als winziger hexagonaler Kristall, der sich in einer Wolke herausbildet. Von hier tritt sie ihre Reise zum Erdboden an, auf der sie Regionen unterschiedlichster Temperatur und Luftfeuchtigkeit durchläuft. Diese Reise hinterläßt ihre Spuren im Wachstum des Kristalles, Variationen in Dicke und Substruktur der sechs Arme sind die Folge. Durch diesen Prozeß wird die gleichmäßige Veränderung aller Arme gewährleistet und die anfängliche Symmetrie erhalten. Nachdem aber jede Schneeflocke anderen Randbedingungen während dieses Prozesses ausgesetzt ist und auch jeweils andere Anfangsbedingungen vorfindet, führt dieser Prozeß zur Ausbildung einer Individualität, wenn auch unter Einhaltung der durch die Kristallstruktur vorgegebenen hexagonalen Symmetrie.

Die Art dieser Symmetrie wird wieder von Hermann Weyl beschrieben. Er stellt fest, daß es sich um die Symmetrioperationen zweier Drehgruppen handelt:

1. die aus den Wiederholungen einer einzelnen eigentlichen Drehung um einen aliquoten Teil a von 360° , $a=360^\circ/n$ bestehende Gruppe;
2. die Gruppe dieser Drehungen verbunden mit den Spiegelungen an n Achsen, die Winkel im Betrag von $\frac{1}{2} a$ miteinander bilden.

Schneeflocken sind also unter bestimmten Rotationen und Spiegelungen invariant. Das ist alles was man unter Symmetriegesichtspunkten über die Schneeflocke sagen kann. Durch die Brille der Symmetrietheorie betrachtet geht das zarte Objekt, das bei Thomas Mann noch sein „hexagonales Unwesen“ trieb, seiner poetischen oder kunstbezogenen Implikationen verlustig.

Die mathematische Betrachtung von Symmetrien erlaubt eine scharfe Definition. Für Mathematiker ist Symmetrie die *Invarianz unter Transformationen*. Betrachtet man nun also Systeme unter bestimmten – klar definierten – Transformationen, so kann man Symmetrieeigenschaften auffinden, sofern Invarianten benannt werden können. Gemeinhin gelten kristalline Strukturen aufgrund der oben von Thomas Mann beschriebenen klaren Linien und ihrer „genauen Richtigkeit“ als Paradebeispiele für

symmetrische Systeme in der Natur. Systeme von Schneeflocken hingegen bringen durch die jeweilige Individualität den Aspekt der Komplexität mit ein. Durch die Verwendung von Klassifikationssystemen arbeiten viele Naturwissenschaften auf den ersten Blick den individuellen Aspekten der von ihnen untersuchten Systeme entgegen. Wenn Naturwissenschaft aber tatsächlich nur vom Allgemeinen handeln würde, so könnte weder der Erfolg in der Anwendung – i. A. auf ein Einzelding –, noch der Erfolg bei der theoretischen Beschreibung tatsächlich komplexer Systeme erklärt werden, wie z.B. bei der Geologie als Wissenschaft von der Erde oder bei der Kosmologie als Wissenschaft vom Universum.

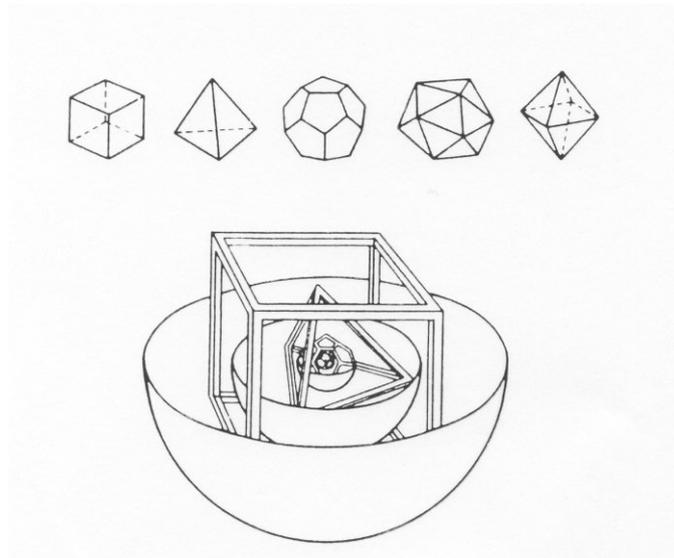
II. Fundamentale Struktur

Der Physiknobelpreis des Jahres 1914 wurde an den theoretischen Physiker Max von Laue für seine Arbeiten zur Röntgenstrukturanalyse von Kristallen verliehen. Besonders gelobt wurde vom Nobelkommittee sein Beitrag zum Verständnis des Aufbaues der Materie. Tatsächlich war Max von Laue später stark an der Geschichte der Physik interessiert und er empfand sich als Vertreter einer jahrhundertealten Tradition. In seiner *Introduction to the International Tables for X-ray Crystallography*³ weist er auf die früheste Beobachtung der Verbindung zwischen kristalliner Regelmäßigkeit und dem *Atomismus* hin und nennt hier Johannes Keplers Schrift über den Hexagonalen Schnee.⁴ Die Lektüre des Keplerschen Textes erschließt jedoch rasch, daß Kepler sich noch voll auf dem Boden der Pythagoräischen Tradition befindet. Entsprechend ist sein Atomismus im wesentlichen geometrisch geprägt. Die geschlossenste Darstellung eines geometrischen Atomismus findet sich für unsere westlich-abendländische Wissenschaftstradition in Platons *Timaios*.⁵

³ Max von Laue, *Introduction to the International Tables for X-ray Crystallography*, Birmingham 1952.

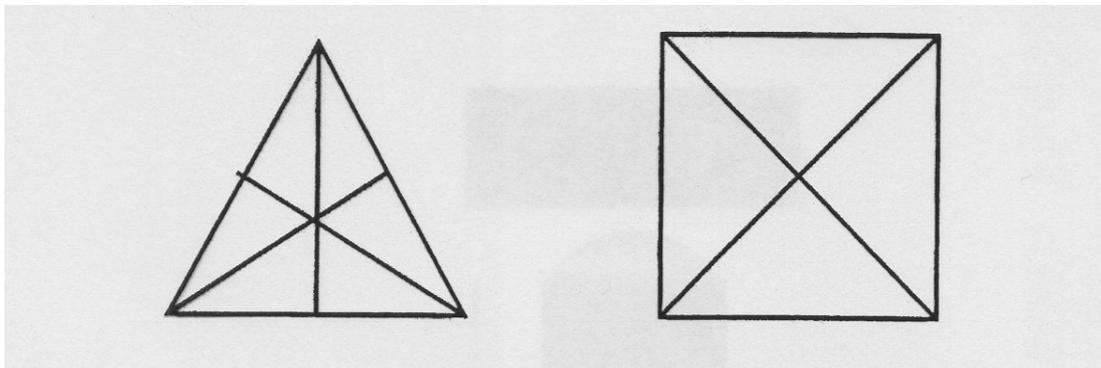
⁴ Johannes Kepler, *De Nive Sexangula*, deutsch mit Einleitung von Frank Linhard in: *Zeitsprünge*, Band 4 (2000), Heft 3, S. 245-283.

⁵ Platon, *Werke*, Gunther Eigler, (ed.), 8 Bd., Darmstadt 1990.



Platons *Timaios* entwirft eine komplette Kosmogonie und liefert einen geometrischen Aufbau der Welt. Ich gebe kurz die wesentlichen Kompartimente des Ansatzes an:

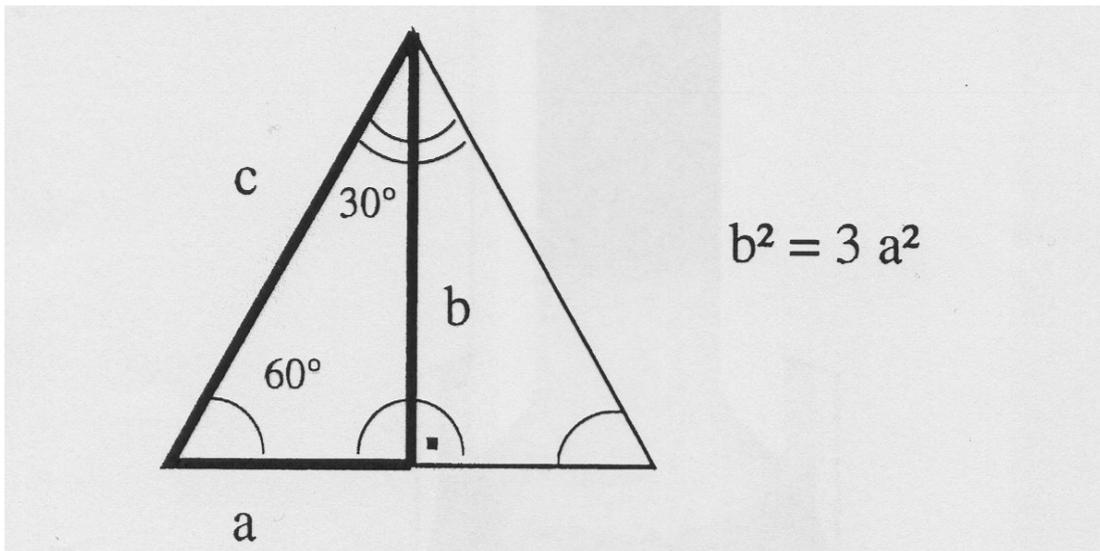
Alle Dreiecke gehen auf zwei zurück, deren jedes einen rechten und sonst spitze Winkel hat. Das eine von beiden hat auf beiden Seiten einen Teil eines rechten Winkels, der durch gleiche Seiten aufgeteilt wird, das andere aber ungleiche Teile eines rechten Winkels, der auf ungleiche Seiten aufgeteilt ist.⁶



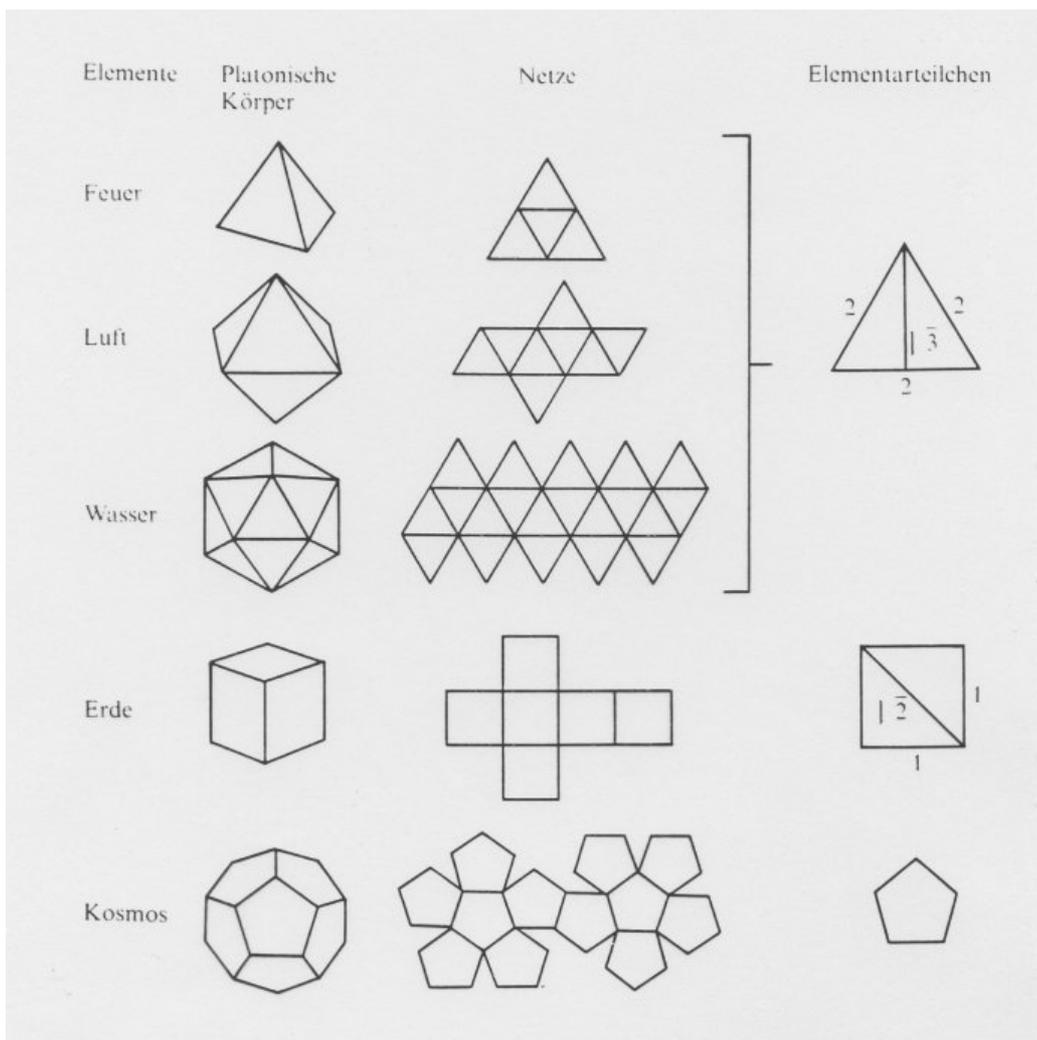
Zwei Dreiecken sei denn der Vorzug zuerkannt, aus welchen die Körper des Feuers und der übrigen Elemente zusammengesetzt sind; dem einen, welches gleichschenkelig ist, dem anderen, dessen größte Seite in der zweiten Potenz jeweils dreimal so groß ist wie die kleinere.⁷

⁶ Platon, *Timaios* 53d.

⁷ Platon, *Timaios* 54b.



[...] Denn aus den Dreiecken, die wir auswählten, entstehen vier Arten von Körpern. Drei derselben aus dem einen, welches ungleiche Seiten hat; aber die vierte allein ist aus dem gleichschenkligen Dreieck zusammengefügt.⁸



⁸ Platon, *Timaios* 54c.

Dieses System Platons basiert auf den Gleichheiten, die den regelmäßigen Körpern zugrunde liegen. Sie gehen aus der Abbildung hervor und konstituieren den Platonischen Symmetriebegriff, der auch für den Ansatz Johannes Keplers prägend war. Gleichheit ist ein fundamentales Ordnungsprinzip bei Platon und ihre Bestimmung erfolgt ohne Einführung einer Metrik durch *Kongruenz*betrachtung. Anschaulich erfolgt eine Kongruenzuntersuchung etwa in der Art, daß man zwei Winkel oder Flächen zur Deckung zu bringen sucht, indem man ihre Abbilder in Positionen bringt, die den unmittelbaren Vergleich erlauben, beispielsweise, indem man zwei Flächen aussägt oder aus Pappe ausschneidet. Eine Kongruenzuntersuchung würde dann etwa erfordern, daß man die beiden Flächen hintereinander legt. Ein solches „Hintereinanderlegen“ erfordert aber die Ausführung bestimmter Operationen, nämlich von Drehungen und Spiegelungen. Damit gelangt man direkt zum modernen Symmetriebegriff, nachdem *symmetrisch* ist, was unter solchen Operationen *invariant* ist.⁹

Platons Entwurf ist ein Gegenentwurf zum antiken Atomismus. Allerdings streben beide Konzepte eine einheitliche Erklärung der in der Welt aufgefundenen Vielfalt an. Ganz allgemein hat sich der menschliche Verstand offenbar in der Weise ausgebildet, daß er ein Programm der Vereinheitlichung angesichts einer scheinbar vorgegebenen, oder jedenfalls vorgefundenen Vielheit zu verfolgen anstrebt. Dieses Programm ist meines Erachtens ausgezeichnet durch den Drang zur Reduktion in Hinsicht auf die Vielfalt von Erklärungsursachen. In der abendländisch-westlichen Geistesgeschichte hat dieser Reduktionsdrang zunächst auch theologische Konnotationen, wie beispielsweise bei Leibniz im *Discours de Métaphysique*, wo es heißt:

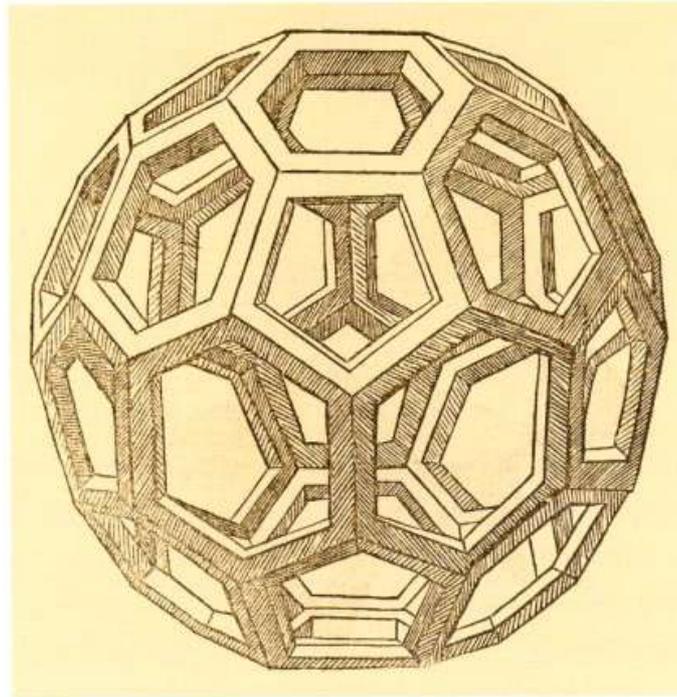
So kann man sagen, daß die Welt, auf welche Weise auch immer Gott sie geschaffen hätte, immer regelmäßig und in einer bestimmten allgemeinen Ordnung gewesen wäre. Gott hat aber diejenige gewählt, die die vollkommenste ist, das heißt diejenige, die zu gleicher Zeit die einfachste den Hypothesen nach, aber die reichste den Erscheinungen nach ist, ...¹⁰

⁹ Siehe hierzu: Frank Linhard, *Historische Elemente einer Prinzipienphysik*, Hildesheim 2000, S. 50.

¹⁰ Gottfried Wilhelm Leibniz, *Philosophische Schriften*, Hans Heinz Holz, (ed.), Frankfurt am Main 1996, *Discours de Métaphysique*, 6.

Darüberhinaus gestaltet sich jedoch die Entwicklung einer naturwissenschaftlichen Rationalität historisch derart, daß die Tendenz zu Reduktion und Vereinheitlichung der Erklärungsursachen seit der Antike in *einer* Richtung verfolgt wird. Somit wird gleichsam der Prozeß der Reduktion von Komplexität in den Erscheinungen zu dem naturwissenschaftlichen Programm schlechthin.

Atomismus – sei er nun materiell wie bei Leukipp oder Demokrit ausgeprägt, oder geometrisch wie bei Platon – ist in dieser Hinsicht eine klassische Vorgehensweise zur Reduktion von Komplexität. Die Vielfalt und Komplexität von Erscheinungen der Erfahrungswelt wird durch eine materielle Tiefenstruktur erklärt in der zumindest *einfachere* Basisentitäten interagieren. Um auf dieser Beschreibungsebene Komplexität reduzieren zu können, führt man Grundgrößen mit möglichst wenigen Eigenschaften ein. Eigenschaften, die auf der höheren, d. h. komplexeren Ebene relevant werden, erklärt man aus der Interaktion der Basisentitäten. Hieraus folgt wiederum bei zunehmender Einfachheit der Grundgrößen eine zunehmende Komplexität der Regeln ihrer Interaktionen. Hierbei gehe ich davon aus, daß es soetwas wie eine Erhaltung der Komplexität gibt. Entsprechend konzipiert man also die Entitäten der fundamentalen Ebene möglichst einfach, so daß sie möglichst wenig Eigenschaften aufweisen, die auf dieser Ebene der Beschreibung berücksichtigt werden müssen. Solche Objekte weisen dann, aufgrund ihrer Armut an Eigenschaften, entsprechend viele Symmetrien auf. So hängen die Symmetrieeigenschaften sagen wir – einer Kugel – von den Fähigkeiten des Verfertigers, und den Widrigkeiten und Eigenschaften des Materials aus dem sie gefertigt werden soll, ab. Im Allgemeinen wird es nicht gelingen die in der geometrischen Idee einer Kugel angelegten Symmetrien auch in einem Makroskopischen Modell zu realisieren.



Holzschnitt nach
Leonardo da Vincis Zeichnung
eines abgestumpften Ikosaeders;
aus Luca Pacioli,
De divina Proportione, 1509.

III. Komplexe Moleküle



Das Buckyball-Team (von links
nach rechts): Sean O'Brien,
Richard Smalley, Robert Curl,
Harold Kroto und James Heath
(H. Kroto, University of Sussex).

Selbstverständlich erlaubt es auch eine der Erscheinungsvielfalt der uns umgebenden Makrowelt enthobene Struktur, wie die atomare, respektive molekulare Materieebene soetwas wie komplexe Strukturen aufzubauen oder hervorzubringen. Der Nobelpreis für Chemie im Jahre 1996 wurde aufgeteilt zwischen Robert Curl, Harold Kroto und Richard Smalley. Harold Krotos Rede anlässlich der Verleihung wurde in den *Reviews of Modern Physics* abgedruckt.¹¹ Ausgezeichnet wurde die Entdeckung der sogenannten Buckminsterfullerene, sphärischer Moleküle, die nur aus Kohlenstoffatomen zusammengesetzt sind. Den Prolog zu seinem Vortrag nennt Kroto „Symmetry, the Key to the Theory of Everything“. Darin heißt es:

Symmetrie erscheint als fundamental für unsere Wahrnehmung der physischen Welt und sie spielt auch eine wesentliche Rolle bei unseren Versuchen, alles darin zu erklären. Soweit es strukturelle Symmetrie anbelangt, geht die Tradition zurück auf die Antike. [...] Das bekannteste Beispiel findet sich im *Timaios*, wo Plato im Kapitel über die Elemente ausführt: „Zu allererst ist jedem klar daß Feuer, Erde, Wasser und Luft Körper sind und Körper sind fest.“ Plato diskutiert Chemie mittels dieser Elemente und setzt sie in Beziehung zu den Platonischen Körpern (zunächst nur vier, bevor Hipasus den fünften entdeckte, den Dodekaeder. Obwohl das auf den ersten Blick nach einer etwas naiven Philosophie aussieht, verweist es auf ein sehr tiefes Verständnis davon, wie die Natur wirklich funktioniert.¹²

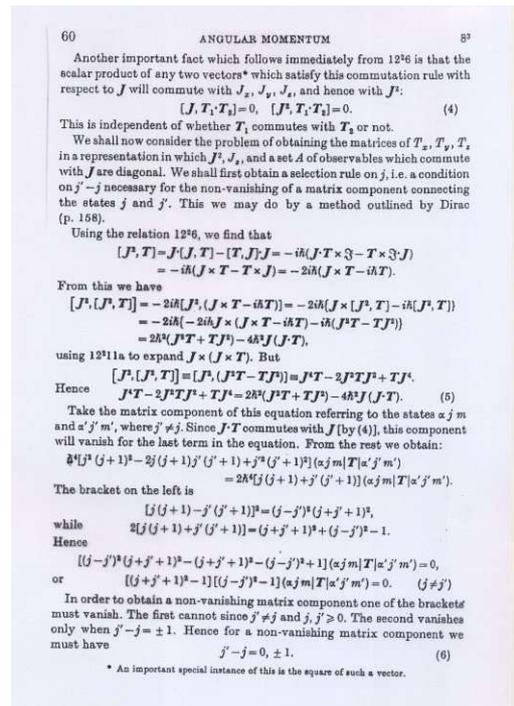
Kroto geht einen sehr eleganten Schritt von der Antike in die Moderne, indem er Platos Sequenz aus dem *Timaios* zu einem Artikel von Van Vleck aus dem Jahre 1951 in Beziehung setzt:

Eine überraschend nahe liegende zeitgenössische Analogie dieser antiken Annahme ist in einem historisch bedeutsamen Artikel von Van Vleck zu finden, auf dem praktisch die gesamte moderne Molekularspektroskopie basiert: Van Vleck sagt: „Praktisch jeder weiß, daß die Komponenten des Gesamtdrehimpulses des Moleküls, relativ zu den im Raum fixierten Achsen X,Y,Z die Kommutationsbedingung $J_x J_y - J_y J_x = i J_z$ erfüllen.“¹³

¹¹ Harold Kroto, *Symmetry, space, stars and C60*, *Reviews of Modern Physics*, Vol. 69, No. 3, July 1997, S.703-722.

¹² Harold Kroto, *op.cit.*, S. 705.

¹³ Harold Kroto, *loc.cit.*



Kroto geht anhand der Drehimpulsquantisierung exemplarisch auf einen Symmetrieaspekt innerhalb der Tiefenstruktur physikalischer Theorie ein. Er beschreibt seine Versuche, ein diesbezügliches Verständnis zu erwerben und geht auf das Lehrbuch ein, das er hierzu verwendete. Es ist die *Theory of Atomic Spectra*, (Cambridge 1967) von Condon und Shortley:

Es wird sicher keine elegantere Druckseite in den exakten Wissenschaften oder den Künsten geben, als Seite 60 dieses Buches, die Diracs Beweis der $\Delta j = \pm 1$ Auswahlregel darstellt – ein perfektes Beispiel eleganter und mächtiger Benutzung der Type *Roman*. Man braucht diese Seite nur kurz anzusehen, um zu wissen, daß sie bedeutend sein muß.¹⁴

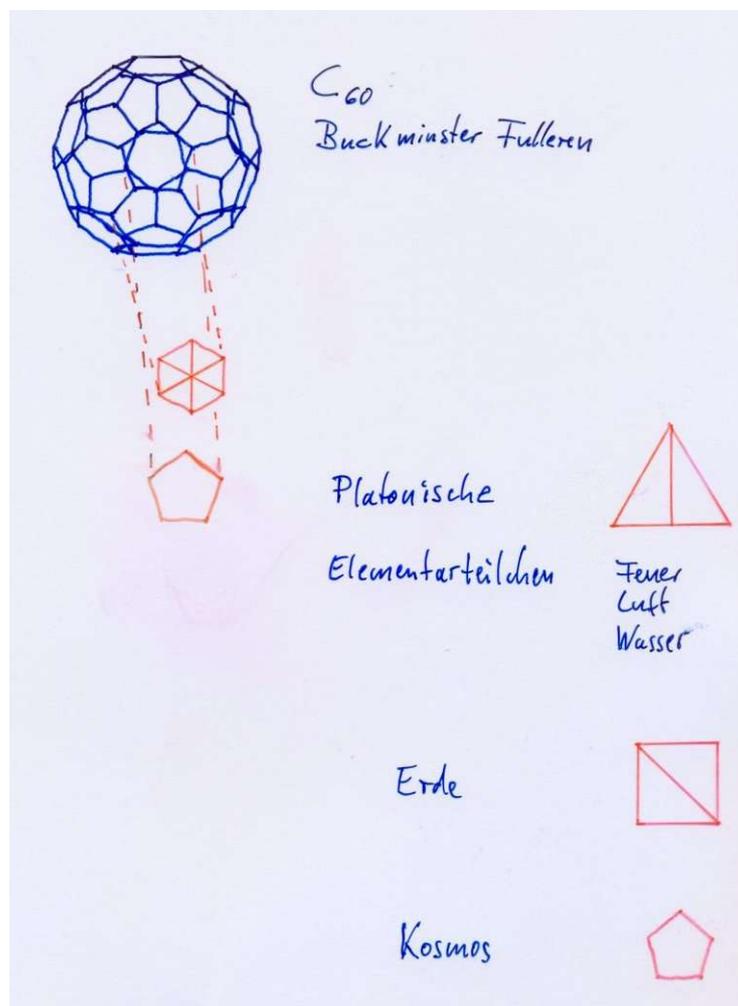
Und weiter als Erläuterung zur Abbildung der Seite in Krotos Artikel:

Seite 60 von Condon und Shortleys Buch (1967) in dem Diracs elegante Ableitung der fundamentalen Auswahlregel für j , die Drehimpulsquantenzahl, dargestellt ist. Diese Beziehungen bieten nicht nur ein wundervolles Beispiel dafür, wie sich die Natur verhält, sondern zeigen auch die Fähigkeit des menschlichen Geistes, dieses Verhalten mathematisch zu beschreiben. Darüber hinaus liefern sie ein elegantes

¹⁴ Harold Kroto, *loc.cit.*

Beispiel für Satztechnik, die allein schon visuell ein Gefühl für die Kraft des unterliegenden abstrakten Konzeptes erzeugt.

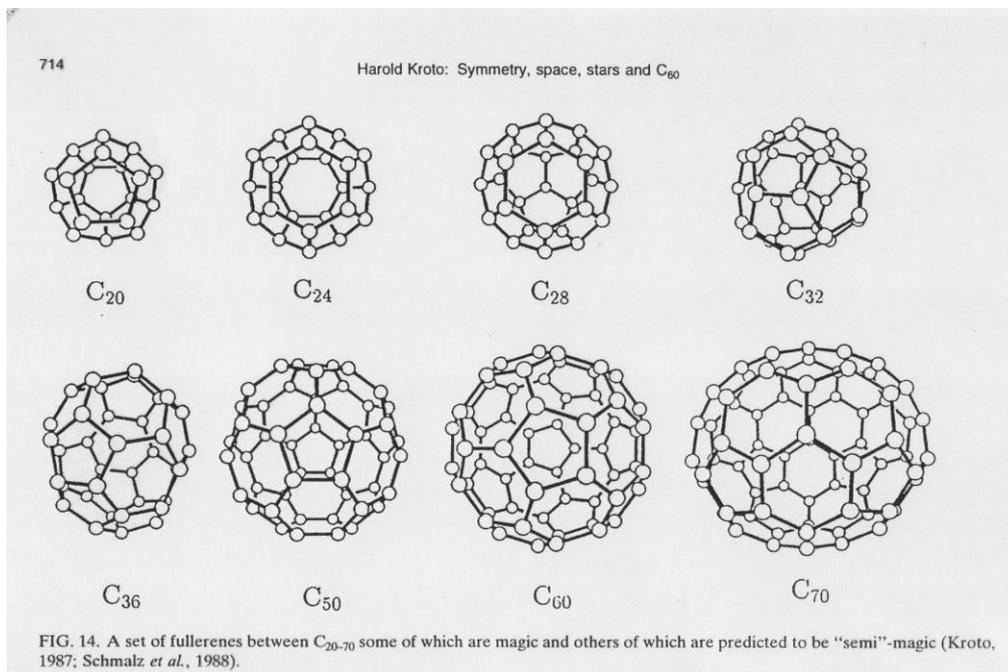
Tief in dieser Ableitung liegen fundamentale Symmetriegesetze vergraben, die die Art und Weise bestimmen in der Licht mit Materie interagiert. Diese Beziehungen bestimmen die Herkunft des Sonnenlichtes, das auf diese Seite fällt, die Modulation des Lichtes durch die Seite und den Druck und die Art und Weise in der die Rezeptoren in ihren Augen das reflektierte Licht aufnehmen und es in die in ihrem Gehirn wahrgenommenen Bilder umwandeln.¹⁵



Der ästhetische Aspekt der formalen Struktur der theoretischen Beschreibung erschließt sich sicher nicht jedem in der Weise, wie Harold Kroto ihn hier fast schon elegisch beschreibt. Tatsächlich befindet er sich aber in der Tradition einer – eben auf Paul Dirac

¹⁵ Harold Kroto, *loc.cit.*, S. 704.

– zurück gehenden Auffassung von Schönheit, die eng mit dem algebraischen Zugang der englischen theoretischen Physik verknüpft ist.¹⁶

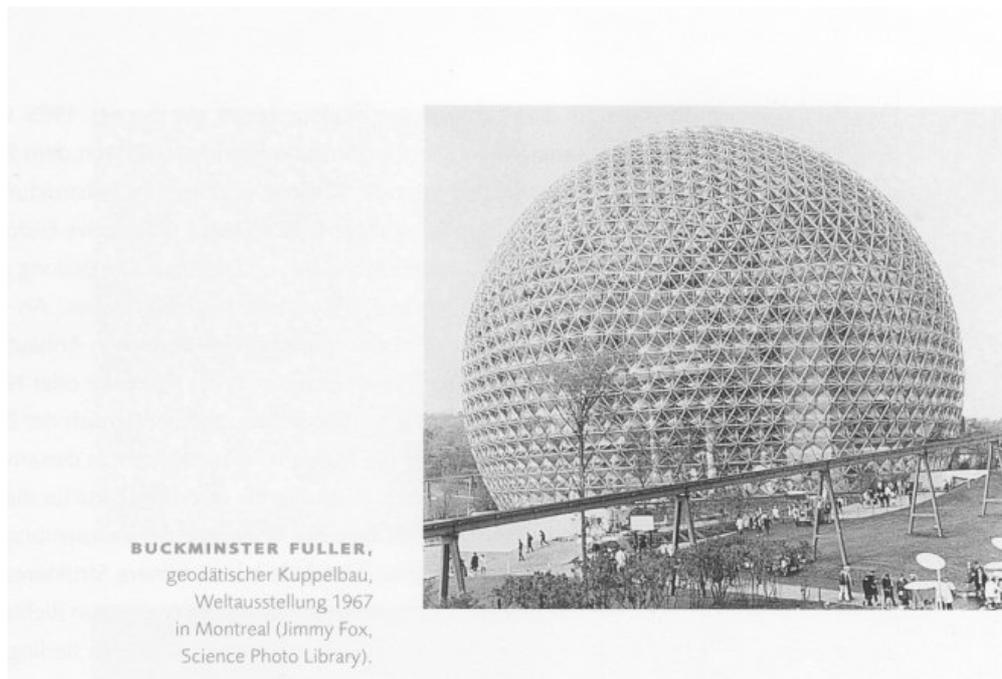


Die Entdeckung der Fullerenes ist in Krotos Artikel ausführlich beschrieben. Deshalb will ich an dieser Stelle nur kurz auf die Namensgebung eingehen. Die hexagonale Struktur von Kohlenwasserstoffen, also die Benzolringe sind vermutlich auch chemischen Laien bestens bekannt. Desweiteren ordnen sich die Kohlenstoffatome auch in den Schichten des Graphit in der charakteristischen Bienenwabenstruktur an. Eine solche Schicht aus 60 Atomen hätte aber reaktive Enden, nämlich eben die nicht vollständig gebundenen Kohlenstoffatome. Diese würden mindestens 20 Wasserstoffatome anziehen und binden, würde ihr räumliche Struktur nicht verändert. Bereits im Jahre 1966 hatte David Jones eine rein theoretische Studie vorgelegt, in der rein theoretisch gezeigt wurde, daß die Implementation von Pentagonalen in die hexagonalen Ebenen von Graphit zur Auffaltung ballförmiger Strukturen führen müßte.¹⁷ In dieser Richtung dachte nun auch Krotos Gruppe. In dieser sphärischen Struktur mußten sich die Kohlenstoffatome untereinander verbunden und so die reaktiven Kanten geschlossen haben. Diese Idee erinnerte Harold Kroto spontan an einen Besuch bei der Weltausstellung 1967 in Montreal auf der „Buckminster Fullers

¹⁶ Diesen Aspekt habe ich ausführlich im 8. Kapitel der *Historischen Elemente einer Prinzipienphysik (op.cit.)* diskutiert.

¹⁷ D. E. H. Jones, 1966, *New Sci.*, Nov., S. 245.

Dome den horizont beherrscht hatte“.¹⁸ Auch Kroto überzeugte sich davon, daß die sphärische Struktur Pentagone und Hexagone erforderte. Nach einigen Versuchen des Puzzelns, erzeugte die Arbeitsgruppe ein Modell, das 12 Pentagone in die Hexagonstruktur einbaut. Kroto berichtet: „It is of course a truncated icosahedron, and the fact, that it turned out to be a football too was most appropriate.“¹⁹ In ihrem Artikel für *Nature* schlug die Arbeitsgruppe dann den Namen *Buckminsterfullerene* für diesen Molekültyp vor.²⁰



Auf Buckminster Fuller geht der Entwurf einer neuen Wissenschaftsdisziplin zurück, der sogenannten *Design Science*. Die Zielsetzungen dieser Disziplin will ich hier kurz skizzieren, da sie in unmittelbarem Zusammenhang zur oben dargestellten Platonschen Weltsicht steht.

Design Science is a problem solving approach which entails a rigorous, systematic study of the deliberate ordering of the components in our Universe. Fuller believed that this study needs to be comprehensive in order to gain a global perspective when pursuing solutions to problems humanity is facing.

The function of what I call design science is to solve problems by introducing into the environment new artifacts, the availability of which will induce their spontaneous employment by humans and thus, coincidentally, cause humans to abandon their previous

¹⁸ Harold Kroto, *op.cit.*, S. 711.

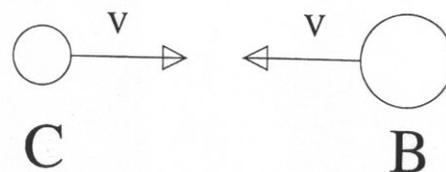
¹⁹ Harold Kroto, *loc.cit.*

²⁰ Kroto, H. W., J. R. Heath, S. C. O'Brien, R. F. Curl, and R. E. Smalley, 1985, *Nature* (London), **318**, S. 162-3.

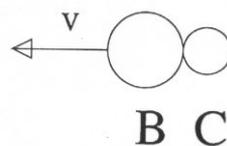
problem-producing behaviors and devices. For example, when humans have a vital need to cross the roaring rapids of a river, as a design scientist I would design them a bridge, causing them, I am sure, to abandon spontaneously and forever the risking of their lives by trying to swim to the other shore. —R. Buckminster Fuller from *Cosmography*²¹

IV. Beispiel: Ein Symmetrieargument in naturphilosophischer Anwendung

Zum Schluß will ich noch ein klassisches Beispiel für die Lösung eines physikalischen Problems durch Symmetrieargumentation darstellen. In seiner Schrift *Principium quoddam generale non in Mathematices tantum sed et Physicis utile...* analysiert Gottfried Wilhelm Leibniz eines der von René Descartes in dessen *Principia Philosophiae* aufgestellten Stoßgesetze.²² Das Gesetz ist das zweite Stoßgesetz:



Wenn zwei Körper B und C mit gleicher Geschwindigkeit direkt aufeinander stossen und B größer ist als C, wird C mit seiner früheren Geschwindigkeit zurückgehen, B jedoch seine Bewegung fortsetzen, und so gehen beide gemeinsam in die vorher von B eingeschlagene Richtung.²³



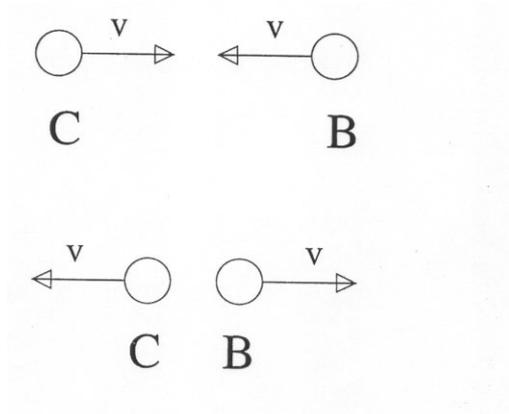
Die Geschwindigkeiten sind gleich und B ist größer, womit gemeint sein soll, daß B den größeren Impuls habe. Nach dem Stoß wird C gewendet und beide Körper laufen mit der Geschwindigkeit v zurück.

²¹ www.bfi.org (18.1.2006)

²² Gottfried Wilhelm Leibniz, *op.cit.* (10), Bd. IV.

²³ René Descartes, *Oeuvres; Principia Philosophiae*, VIII-1, Charles Adam, Paul Tannery, (eds.), Paris 1973, II 46. und 47.

Damit ist die Geschwindigkeit von B erhalten und die Richtung der Geschwindigkeit von C wird umgekehrt. Die erste Regel des Descartes beschreibt nun den symmetrischen Fall gleicher Geschwindigkeit und gleicher Größe von B und C. In diesem Fall stoßen B und C völlig symmetrisch.



Leibniz sagt nun dazu:

Ich halte einen derartigen Unterschied zwischen zwei solchen Fällen der Gleichheit und der Ungleichheit für mit der Vernunft nicht vereinbar, da man ja die Ungleichheit der Körper immer mehr abnehmen und schließlich beliebig klein werden lassen kann, so daß der Unterschied zwischen den beiden Voraussetzungen der Ungleichheit und der Gleichheit geringer als jede gegebene Größe wird.

Empirisch ist das Stoßgesetz des Descartes leicht zu widerlegen. Man kann sich an einem Billardtisch davon überzeugen. Sicher wäre das auch für Leibniz möglich gewesen. Entscheidend scheint mir jedoch, daß Leibniz hier ein Symmetrieargument rein rational verwendet. Anhand der Symmetriebetrachtung *kann man sich überlegen*, daß das Stoßgesetz des Descartes keine adäquate Beschreibung der Natur sein kann. Argumentiert wird hier mit einer intrinsischen symmetrischen Struktur der Natur. Natürlich stecken bei Leibniz wie so oft die Grundannahmen von Prinzipien dahinter, wie dem des zureichenden Grundes und der Ausschluß diskontinuierlicher Übergänge.

V. Symmetrische Verfasstheit der Welt

Die Grundannahme symmetrischer Strukturen auf der Ebene der grundlagenbezogenen Beschreibung der Natur ist offenbar eine historische Invariante. Bereits der antike Atomismus und noch stärker der geometrische Atomismus Platons verwenden symmetrische Strukturen auf der fundamentalen Ebene, um die Komplexität der

Erscheinungswelt zu reduzieren. Das späte 20. Jahrhundert hat gezeigt, daß komplexe Systeme der Chemie offenbar mit Kompartimenten dieses platonischen geometrischen Atomismus adäquat beschrieben werden können. Der Glaube an den prinzipiell symmetrischen Aufbau der Welt zieht sich durch alle Epochen der westlich-abendländischen Wissenschaftstradition. Während des 20. Jahrhunderts erweist sich das symmetrietheoretische Vorgehen vor allem auch auf der formalen Beschreibungsebene der theoretischen Physik als besonders fruchtbar. Die Mathematikerin Emmy Noether konnte 1918 den Zusammenhang von Symmetrien eines Systemes mit den Erhaltungssätzen desselben formal zeigen.²⁴

Noethers Theorem ist so allgemein, daß es sich auch auf nicht-raum-zeitliche Symmetrien ausdehnt. Der mathematische Symmetriebegriff als „invariant unter Transformation“ erschließt aufgrund seiner Allgemeinheit damit auch per se unanschauliche Systeme auf formaler Ebene.²⁵ Insbesondere im Bereich der ab etwa 1920 entstehenden Quantentheorie haben sich anfangs symmetrietheoretische Zugänge auf Basis der mathematischen Gruppentheorie durchgesetzt. Zuvor war die Gruppentheorie lediglich im Bereich der Klassifikation innerhalb der Kristallographie physikalisch relevant gewesen. Drei sehr einflußreiche Standardwerke der Quantentheorie, die alle von Mathematikern stammen, basieren auf der gruppentheoretischen Beschreibung. Es sind die Lehrbücher von Eugene Wigner²⁶, Hermann Weyl²⁷ und Barthele van der Waerden²⁸. Entsprechend war Anfang der dreissiger Jahre in Physikerkreisen auch häufig von der *Gruppenpest* die Rede. Die somit ausgedrückte Abneigung richtete sich gegen die für Physiker ungewohnte Mathematik.

²⁴ Emmy Noether: *Invarianten beliebiger Differentialausdrücke und Invariante Variationsprobleme*, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen (1918), S. 37-44 und S. 237-257.

²⁵ Frank Linhard, *Klassische Mechanik*, Frankfurt am Main 2002, Noethers Theorem, S.93.

²⁶ Eugene Wigner, *Gruppentheorie und ihre Anwendungen auf die Quantenmechanik der Atomspektren*, Braunschweig 1931.

²⁷ Hermann Weyl, *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, Leipzig 1928.

²⁸ Barthele L. van der Waerden, *Die Gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik*, Berlin 1932.

Es hat sich jedoch gezeigt, daß die Verwendung von Systemsymmetrien zur Reduktion von komplexen Strukturen ein so allgemeines Mittel ist, daß die durchgängige mathematische Durchdringung der betreffenden Systeme gar nicht immer erforderlich ist. Insbesondere erlaubt der Ansatz das Schlagen von Brücken in zahlreiche andere Disziplinen: Mathematik, Physik, Chemie, Philosophie und Design Science wurden hier kurz angesprochen.