

**Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der transversalen  
Shuntimpedanz und Güte an störmodenbedämpften Beschleunigerresonatoren  
für lineare Kollider und Hochstrombeschleuniger  
in mittleren und hohen Energiebereichen**

INAUGURAL - DISSERTATION

zur

Erlangung des Doktorgrades

der Naturwissenschaften

vorgelegt am Fachbereich Physik

der Johann Wolfgang Goethe-Universität

zu Frankfurt am Main

von

PETER HÜLSMANN

aus Bergkamen-Oberaden

Frankfurt am Main

1992

Gedruckt mit Genehmigung  
des Fachbereichs Physik der  
Johann Wolfgang Goethe-Universität  
Frankfurt am Main

Dekan

Erster Gutachter:

Zweiter Gutachter:

Tag der mündlichen Prüfung:

Prof. Dr. R. Stock

Prof. Dr. H. Klein

Prof. Dr. P. Junior

16./24./26. Februar 1993

# Inhaltsverzeichnis

Seite

<b>1 Einleitung</b> . . . . .	1
1.1 Kollider für sehr hohe Energien . . . . .	1
<b>2 Eine kurze Einführung in die wichtigsten Konzepte für zukünftige lineare Kollider</b> . . . . .	6
<b>3 Beam Blowup in Elektronen-Linearbeschleunigern</b> . . . . .	10
3.1 Allgemeine Einführung . . . . .	10
3.2 Regenerativer BBU (qualitative Diskussion) . . . . .	11
3.3 Cumulativer BBU (qualitative Diskussion) . . . . .	11
<b>4 Strahl-Resonatorwechselwirkung</b> . . . . .	15
4.1 Einige allgemeine Überlegungen zur Wechselwirkung relativistisch bewegter Ladungen mit der Umgebung . . . . .	15
4.2 Das Feld einer relativistisch bewegten Ladung . . . . .	16
4.3 Eigenwellenentwicklung der Wakefelder eines Resonators . . . . .	18
<b>5 Das Theorem von Panofsky-Wenzel</b> . . . . .	21
5.1 Der Zusammenhang zwischen Längs-und Querkräften im HF-Feld . . . . .	21
5.2 Moden die eine transversale Ablenkung verursachen, und die transversale Shuntimpedanz der $HEM_{11}$ -Mode . . . . .	23
<b>6 Drei Beispiele zur Strahl-Resonator-Wechselwirkung</b> . . . . .	28
6.1 Wechselwirkung eines homogenen Strahls, der Betatronschwingungen vollführt, mit der $TM_{110}$ -Mode eines Zylinderresonators . . . . .	28
6.2 Strahl-Resonator-Wechselwirkung bei gekoppelten Resonatoren . . . . .	31
6.2.1 Abschätzungen zum Startstrom bei regenerativem BBU . . . . .	33
6.3 Abstrahlung einer hochrelativistisch bewegten Punktladung $q$ in einen leeren Resonatoren . . . . .	37

6.3.1 Ein Theorem zur Bestimmung des Abstrahlungsverlustes einer Ladung $q$ bei Durchquerung eines Resonators . . . . .	37
6.3.2 Die Berechnung des longitudinalen Verlustfaktors durch elementare Größen . . . . .	42
6.3.3 Die Berechnung des transversalen Verlustfaktors . . . . .	44
6.3.4 Wakepotentiale bei verlustbehafteten Resonatoren und die Berechnung der Wakepotentiale durch transversale Shuntimpedanzen. . . . .	45
6.3.5 Abschließende Diskussion, Maßnahmen gegen Strahl-Resonator-Wechselwirkungen die zum BBU führen . . . . .	46
<b>7 Die quantitative Beschreibung des cumulativen BBU bei Linearbeschleunigern . . . . .</b>	<b>49</b>
7.1 Teilchendynamik mit Wakepotentialen . . . . .	49
7.2 Zwei Beispiele zum DAISY-CHAIN-Modell, ein Linearbeschleuniger bei 11,4 [GHz] und ein Linearbeschleuniger bei 3 [GHz] . . . . .	54
7.3 Diskussion zum cumulativen BBU . . . . .	58
7.4 Diskussion zum regenerativen Stehwellen-BBU . . . . .	59
<b>8 Meßmethoden zur direkten Bestimmung der belasteten Güte stark bedämpfter Resonatormoden . . . . .</b>	<b>60</b>
<b>8.1 Die Chipman-Methode . . . . .</b>	<b>60</b>
8.1.1 Theorie zur Bestimmung von Reflexionsfaktoren mit Hilfe einer resonanten Meßleitung . . . . .	60
8.1.2 Experimenteller Aufbau zur Chipman-Methode . . . . .	64
8.1.3 HF-Moden in der dreizelligen Irisstruktur . . . . .	69
8.1.4 Messungen mit der Chipman-Leitung . . . . .	75
8.1.5 Diskussion zur Chipman-Methode . . . . .	79
<b>8.2 Die Berechnung von <math>Q_{ext}</math> für einen Resonator mit mehreren Ausgängen in kurzgeschlossene Wellenleiter . . . . .</b>	<b>80</b>

8.2.1 Die Verstimmung eines Resonators über einen verschiebbaren Kurzschluß im angeschlossenen Wellenleiter . . . . .	80
8.2.2 Messung von $Q_{\text{ext}}$ an Modellresonatoren mit verschiedenen Auskoppelsystemen . . . . .	84
8.2.3 Diskussion zur Kurzschlußschiebermethode . . . . .	89
<b>8.3 Meßmethoden zur Bestimmung der Feldstärken und Güten in stark bedämpften Resonatoren . . . . .</b>	
<b>8.3.1 Eine Methode zur Bestimmung der Feldstärke und Güte in einem stark bedämpften Resonator mit Hilfe zweier Antennen . . . . .</b>	<b>90</b>
8.3.1.1 Die Antennenmethode . . . . .	90
8.3.1.2 Meßaufbau zur Antennenmethode. . . . .	92
<b>8.3.2 Die nichtresonante Störkörpermethode. . . . .</b>	<b>94</b>
8.3.2.1 Theoretische Betrachtungen . . . . .	94
8.3.2.2 Die Bestimmung der Resonator­dämpfung aus resonanten und nichtresonanten Störkörpermessungen . . . . .	101
8.3.2.3 Meßaufbau zur nichtresonanten Störkörpermethode . . . . .	102
<b>8.3.3 Die Anwendung der Antennen- und der nichtresonanten Störkörpermethode an verschiedenen stark bedämpften Resonatoren. . . . .</b>	<b>103</b>
8.3.3.1 Messungen an einem stark bedämpften Zylinderresonator. . . . .	103
8.3.3.2 Messungen an einer stark bedämpften zweizelligen Irisstruktur . . . . .	111
8.3.3.3 Messungen an zweizelligen Irisstrukturen mit geschlitzter Irisblende . . . . .	115
8.3.4 Diskussion zur Antennen- und nichtresonanten Störkörpermethode . . . . .	119
<b>9 Zusammenfassung . . . . .</b>	
<b>10 Anhang . . . . .</b>	
Anhang I: Wakepotentiale und Verlustfaktor . . . . .	128
Anhang II: Störkörpertheorie . . . . .	131
<b>11 Literaturverzeichnis . . . . .</b>	
	135



# 1. Einleitung

## 1.1 Kollider für sehr hohe Energien

Die nächsten großen Ziele der Elementarteilchenphysik sind die Bestimmung der Masse des Higgs-Teilchens und des Top-Quarks. Dazu benötigt man sehr hohe Teilchenenergien. Von kosmischer Strahlung einmal abgesehen, können nur neue lineare- oder zirkuläre Kollider im Energiebereich von 200 GeV - 40 TeV im Massenschwerpunkt, je nach Art der kollidierenden Teilchen, die experimentellen Bedingungen zur Erforschung dieser Grenzbereiche der Hochenergiephysik schaffen.

Grundsätzlich können schwere Teilchen, wie z.B. Protonen und Antiprotonen, oder leichte Teilchen, wie z.B. Elektronen und Positronen miteinander kollidieren. Es sind auch Kollisionen zwischen schweren und leichten Teilchen, z.B. Protonen und Elektronen möglich. Von der Entscheidung, welche Teilchen miteinander kollidieren sollen, hängt die Bauform des Kolliders sehr stark ab. Beispielsweise wird man einen Protonen-Protonen-Kollider als zirkuläre Maschine ausführen, denn Protonen strahlen beim Umlauf nur geringe Synchrotronstrahlung ab, und die Endenergie der Teilchen kann über mehrere Umläufe erreicht werden, was die Anforderungen und die Zahl der Beschleunigerresonatoren mit dem zugehörigen HF-System sehr reduziert. Dadurch, daß die Feldstärken der magnetischen Führungsfelder durch die technischen Möglichkeiten begrenzt sind, wird eine solche Maschine von einer bestimmten Energie an mehr oder weniger proportional mit der Teilchenenergie anwachsen und einen unpraktikablen Kreisumfang annehmen. Ein Beispiel für eine solche Maschine ist der Superconducting Supercollider (SSC) am Ronald Reagan Research Center in Dallas/USA, welcher sich zur Zeit im Aufbau befindet. Geplant ist eine Kollisionsenergie von 40 TeV im Schwerpunktsystem. Der SSC wird einen Kreisumfang von 87 km aufweisen, und liegt mit 13 Milliarden Mark sicherlich an der Kostengrenze.

Eine vielversprechende Alternative zum Protonen-Protonen-Kollider ist der Elektronen-Positronen-Kollider. Bei gleicher Schwerpunktsenergie wäre eine solche Maschine dem Protonenkollider überlegen, denn beim Elektronen-Positronen-Kollider steht ein höherer Anteil der Kollisionsenergie für die zu untersuchenden Wechselwirkungsprozesse zur Verfügung. Der Grund dafür ist, daß Elektronen und Positronen im Vergleich zu Protonen punktförmige Objekte sind und die gesamte verfügbare Energie bei der Kollision umgesetzt wird. Dadurch sind solche Kollisionen auch "sauberer", denn Protonen bestehen aus mehreren Elementarteilchen (Quarks und Gluonen), so daß sich ein Zusammenstoß zweier Protonen de facto in viele Kollisionen zwischen ihren Bausteinen aufzählet und dabei ein wahrer Schauer unterschiedlicher Elementarteilchen entsteht. In diesem Regen können die gesuchten Teilchen untergehen, weil sie meßtechnisch schwer zu separieren sind. Ein Beispiel für einen bereits existierenden Elektronen-Positronen-Kollider ist der Large Electron Positron Kollider (LEP) am europäischen Kernforschungszentrum CERN bei Genf/Schweiz. Diese Maschine weist einen Kreisumfang von etwa 27 km auf und es sollen 1994 in der zweiten Ausbaustufe (LEP II) ca. 200 GeV erreicht. Bei Energien im Bereich von 1 TeV im Schwerpunktsystem wird man eine solche Maschine nicht

mehr als zirkulare Maschine ausführen, denn der Energieverlust der Elektronen bzw. Positronen durch Synchrotronstrahlung pro Umlauf in einem Ring mit dem Radius  $R$  ist proportional  $(U/U_0)^4/R$ , wobei  $U$  die Gesamtenergie des Elektrons und  $U_0$  die Ruheenergie der Elektronen bedeutet. Eine Lösung zur Vermeidung der Synchrotronstrahlung ist der lineare Elektronen-Positronen-Kollider. Da die Teilchen die Beschleunigerstrecke nur einmal durchlaufen, muß bei diesem Durchlauf die gesamte benötigte Teilchenenergie erzeugt werden. Um die Längenausdehnung des Linearbeschleunigers in vernünftigen Rahmen zu halten, muß man möglichst hohe Beschleunigungsfeldstärken anstreben. Aber dennoch würde eine solche Maschine eine große Längenausdehnung aufweisen, z.B. ein 2.1 TeV Kollider mit der sehr hohen Beschleunigungsfeldstärke von 100 MV/m würde mindestens 20 km lang sein.

Ein weiteres Problem beim linearen Kollider ist die erforderliche hohe Luminosität. Die Luminosität macht eine Aussage über die benötigte Anzahl der Teilchen pro Fläche und Zeit, um eine bestimmte Reaktionsrate zu erhalten. Für einen 1 TeV Elektronen-Positronen-Kollider liegt z. B. die Luminosität in der Größenordnung von  $10^{33} \text{ 1/cm}^2\text{s}$ , wenn 10000 Ereignisse pro Jahr angetrebt werden. Diese hohen Luminositäten erfordern extreme Anforderungen an Stromstärke und Brillanz des Strahles.

Für zukünftige lineare  $e^+e^-$ -Kollider gibt es mehrere Vorschläge mit unterschiedlichen Betriebsfrequenzen. CERN hat schon seit längerem theoretische und experimentelle Arbeiten zu einer Maschine begonnen, für die eine 10-fach höhere Frequenz vorgesehen ist, als bei bisher existierenden Beschleunigern (CLIC [3,4] soll bei etwa 30 GHz arbeiten). SLAC [1], KEK [6,7] und Novosibirsk/Protvino [54] planen einen linearen Kollider im X-Band (Betriebsfrequenz etwa bei 11.45 GHz). DESY/TH Darmstadt [51] schlägt einen linearen Kollider im S-Band vor, dessen Betriebsfrequenz bei 3 GHz liegen würde. Ferner gibt es Vorschläge für einen supraleitenden Kollider (TESLA [52]), der eine Betriebsfrequenz von 1.3 GHz aufweisen soll. Einige dieser Projekte sind in Abschnitt 2 detaillierter beschrieben.

Bei allen oben genannten Vorschlägen, insbesondere bei denen mit hohen Betriebsfrequenzen, ist die im Betrieb auftretende Strahl-Resonator-Wechselwirkung ein bedeutender, die Strahlqualität beeinträchtigender Faktor. Mit einer Verschlechterung der Strahlqualität ist aber eine Reduzierung der Luminosität verbunden. Mit der schädlichen Strahl-Resonator-Wechselwirkung sind die von den Teilchenpaketen selbst angefachten elektromagnetischen Felder gemeint. Diese Felder sind als sogenannte Kiewellenfelder oder Wakefelder [8,9] bekannt. Bei der Namensgebung hat sich der englische Sprachgebrauch durchgesetzt, so daß wir in Zukunft nur noch den Begriff Wakefelder verwenden werden. Diese Wakefelder wirken auf die Teilchenpakete zurück und verursachen eine Verformung, Impulsverschmierung und radiale Ablenkung der Teilchenpakete. Für eine Impulsverschmierung sind die longitudinalen-, für eine radiale Ablenkung die transversalen Wakefelder verantwortlich. Transversale Wakefelder werden durch Teilchenpakete mit radialer Strahlablage angeregt und erzeugen sukzessive immer größer werdende Strahlablagen bei den nachfolgenden Teilchenpaketen, was zu einer möglichen Strahlinstabilität führt (im englischen Sprachgebrauch "beam breakup" (BBU) genannt). Ursache der BBU-auslösenden radialen Strahlablagen können Toleranzen bei der Justierung der

Resonatorachsen sein oder auch Fluktuationen der Elektronenverteilung innerhalb eines Teilchenpaketes [16,21]. Ein radial abgelenktes Teilchenpaket regt neben den TM-Monopol und Dipolmoden auch das gesamte Spektrum der höheren TM-Moden an, welche allerdings im Vergleich zu den Monopol- und Dipolmoden nur einen kleinen Einfluß auf die radiale Ablenkung der Teilchenpakete haben.

Man unterscheidet bei den Wakefeldern die Short Range- und die Long Range-Wakefelder. Short Range-Wakefelder wirken direkt auf das erzeugende Teilchenpaket zurück. Hier regt der Kopf des Teilchenpaketes die Wakefelder an, die dann auf den Schwanz des Teilchenpaketes einwirken (Kopf-Schwanz-Wechselwirkung). Die Wirkung eines Teilchenpaketes auf sich selbst wird durch die Geometrie der Beschleunigerstruktur bestimmt, oder anders gesagt, durch die Metallfläche, die ein Teilchenpaket sieht. Ursache für Wakefelder sind die Spiegelladungen in der Metallwand des Beschleunigers. Gegen die Wirkung der Teilchenpakete auf sich selbst läßt sich also außer der Verwendung des größtmöglichen Durchmessers bei den Irisblenden [10,11] nichts weiter tun, obgleich das sogenannte B.N.S.-Dämpfen [12,13] den Effekt reduzieren kann. Zur Kompensation der transversal ablenkenden Wirkung der Short Range-Wakefelder ist also eine äußere Fokussierung des Strahls notwendig.

Ist der Beschleuniger mit vielen Teilchenpaketen belastet, so erfährt ein einzelnes Paket die Summe der Wakefelder vorausgehender Pakete. Diese Wakefelder werden Long Range-Wakefelder genannt. Beim linearen  $e^+e^-$ -Kollidern werden sowohl eine hohe individuelle Paketladung [2,3] als auch viele Teilchenpakete [5] zur Erzielung der erforderlichen Luminosität benötigt. In diesem Falle werden radiale Strahlablenkung und longitudinale Impulsverschmierung unakzeptabel groß, falls keine Maßnahmen zur Kontrolle dieser beiden Effekte ergriffen werden. Man muß die Gütefaktoren der die Wakefelder repräsentierenden höheren Moden durch konstruktive Maßnahmen so stark verringern, daß unerwünschte Felder fast vollständig unterdrückt werden [5]. Das bedeutet eine sehr starke Dämpfung und sehr kleine Resonatorgüten in der Größenordnung von ca. 10 [20]. Es sind schon verschiedene Methoden zur Bedämpfung der höheren Moden in Beschleunigerresonatoren vorgeschlagen worden [5,29,30], aber das Problem der Messung solcher kleiner Resonatorgüten und der zugehörigen niedrigen Feldpegel war bisher nicht befriedigend gelöst.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich daher in erster Linie mit der Entwicklung von Meßmethoden zur Bestimmung sehr kleiner Resonatorgüten sowie sehr kleiner transversaler Shuntimpedanzen bzw. sehr kleiner Feldpegel in stark bedämpften Beschleunigerresonatoren. In zweiter Linie befaßt sich diese Arbeit mit der Anwendung der neuen Meßmethoden an unterschiedlichen Dämpfungssystemen, um die Gesetzmäßigkeiten solcher Dämpfungssysteme zu studieren, welche wegen des Fehlens geeigneter Meßmethoden bisher unbekannt blieben. Eine Bedämpfungsmethode ist zum Beispiel das Anbringen von Modenkopplern an der Beschleunigerstruktur, um die strahlstörenden höheren Moden aus der Beschleunigerstruktur auszukoppeln und in einem externen Dämpfungssystem zu vernichten [15,32,33,34,35,36]. Das kann zum Beispiel mit Hilfe von geschlitzten Irisblenden [5] geschehen. Geometrie, Anordnung und Anzahl solcher Koppelschlitze sind gegenwärtig Gegenstand detaillierter Untersuchungen [5,15,36]. Wie im Vorgehenden schon angedeutet, sind nach dem

Panofsky-Theorem [14] die TM-Dipolmoden gefährlich für den Strahl. Der Wirkungsgrad von Dämpfungssystemen in Bezug auf diese Moden wurde bisher durch die Messung der Resonatorgüte  $Q$  bestimmt [5,15,32,33,34,35]. Aber eine Resonatorgüte in der Größenordnung von 10 kann nicht präzise mit Hilfe der 3dB-Methode [24] gemessen werden. Direkte Feldmessungen mit der resonanten Störkörpermethode [37], wobei  $Q$  bekannt sein muß, sind ebenfalls nahezu unmöglich.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden vier verschiedene Meßmethoden angewendet, wie z.B. die nichtresonante Störkörpermethode [38]. Ab Abschnitt 7 werden alle diese Methoden im Detail beschrieben, zur Orientierung des Lesers werden hier jedoch die Hauptmerkmale der einzelnen Meßmethoden kurz beschrieben. Die Chipman-Methode beruht auf der Messung der komplexen Eingangsimpedanz des an das Dämpfungssystem angekoppelten Resonators mittels einer resonanten Meßleitung, welche anstelle des Dämpfungssystems (Hohlleiter mit Dämpfungsmaterial) an den Resonator montiert ist. Die Meßleitung liefert über die Bestimmung der komplexen Eingangsimpedanz bzw. des komplexen Reflexionsfaktors in Abhängigkeit von der Frequenz direkt den Koppelfaktor des Dämpfungssystems an die für die Teilchen gefährliche Mode und damit direkt das Maß für die Reduzierung der Güte bei montiertem Dämpfungssystem. Eine Messung der transversalen Shuntimpedanz ist mit der Chipman-Methode nicht möglich. Die Leistungsfähigkeit der Chipman-Methode wird anhand einer dreizelligen Irisstruktur mit einseitig geschlitzter Irisblende als Koppelsystem für die sogenannte  $HEM_{11}-\pi$ -Mode demonstriert.

Die im 8. Abschnitt beschriebene Slater-Methode ist der Chipman-Methode sehr ähnlich. Die Slater-Methode beruht ebenfalls darauf, daß im Dämpfungssystem das Dämpfungsmaterial gegen Kurzschlußschieber ausgetauscht wird. Die maximale Steigung der Funktion Frequenz des Resonators in Abhängigkeit von der Kurzschlußschieberposition liefert direkt die externe Güte des Dämpfungssystems und damit auch die Resonatorgüte mit Dämpfung. Diese Methode wird anhand des auch schon bei der Chipman-Methode verwendeten Dreizellers und eines sehr stark bedämpften Zylinderresonators ( $Q < 20$ ) demonstriert.

Im Gegensatz zu den ersten beiden Methoden beruhen die in Abschnitt 9 beschriebene Antennen- und die nichtresonante Störkörpermethode auf einer direkten Bestimmung der Feldpegel in einem bedämpften Resonator. Bei der Antennenmethode werden die Feldpegel mittels zweier geeignet angebrachter Antennen gemessen, während zu diesem Zweck bei der nichtresonanten Störkörpermethode ein dielektrischer, metallischer oder magnetischer Störkörper in den Resonator eingebracht und die Änderung der Eingangsimpedanz nach Betrag und Phase gemessen wird. Die Leistungsfähigkeit dieser Methoden werden anhand des schon oben erwähnten sehr stark bedämpften Zylinderresonators, anhand eines zweizelligen stark bedämpften Resonatormodells vom Iristyp, der für den Einbau in einen linearen Kollider geeignet wäre, und anhand eines zweizelligen Resonators ebenfalls vom Iristyp mit einseitig geschlitzter Irisblende gezeigt.

Die theoretischen Grundlagen zu den einzelnen Meßmethoden werden im praktischen Teil dieser Abhandlung jeweils der Anwendung der Meßmethoden auf einzelne Beispiele vorangestellt.

Dem praktischen Teil dieser Arbeit geht ein ausführlicher theoretischer Teil voran, welcher sich mit dem Thema Strahl-Resonator-Wechselwirkung als Ursache von

BBU befaßt. Dieser theoretische Teil ist folgendermaßen organisiert:

Im Abschnitt 3 werden die Mechanismen des regenerativen- und des cumulativen BBU als Hauptursache für die Strombegrenzung bei Elektronen-Linearbeschleunigern qualitativ beschrieben. Danach, in Abschnitt 4, folgt die Darstellung einer allgemeinen Methode zur Berechnung von Wakefeldern in beliebigen Resonatoren, welche unter dem Namen Condon-Methode [39] allgemein bekannt ist. Abschnitt 5 behandelt die transversale Ablenkung im HF-Feld, und wird uns zu einem bekannten Theorem, dem "Panofsky-Wenzel-Theorem" führen [10]. In diesem Abschnitt wird auch die Frage geklärt, welche Resonatormoden zylindrischer Symmetrie wegen ihrer transversal ablenkenden Wirkung für den Teilchenstrahl gefährlich sind. Mit den Abschnitten 4 und 5 sind die theoretischen Grundlagen zur Beschreibung der Strahl-Resonator-Wechselwirkung gegeben. Die Anwendung dieser theoretischen Grundlagen auf praktische Probleme wird schließlich in Abschnitt 6 gezeigt. Als erstes und einfachstes Beispiel behandeln wir die Wechselwirkung eines in Längsrichtung homogenen Elektronenstrahls, der transversal Betatronschwingungen vollführt, mit der  $TM_{110}$ -Mode eines Zylinderresonators. Diese Form der Wechselwirkung spielt bei Maschinen eine Rolle, die bei hohem Duty-Cycle betrieben werden, also z.B. bei einem Race Track Mikrotron [29]. Danach behandeln wir die Wechselwirkung eines Elektronenstrahls mit der  $HEM_{11}$ -Mode einer Iristruktur, was uns zu einer Beschreibungsmöglichkeit des regenerativen BBU's führen wird.

Etwas aus der Reihe fällt das letzte und wichtigste Beispiel, die Wechselwirkung einer hochrelativistischen Punktladung mit einem beliebigen Resonator. Hier leiten wir die Wakefelder aus simplen Energiebilanzbetrachtungen ab, da eine Berechnung nach der "Condon-Methode" relativ aufwendig und langwierig ist. Dieses Beispiel ist deshalb so wichtig, weil die hier abgeleiteten Wakefelder Greens-Funktionen, und zur quantitativen Beschreibung des cumulativen BBU's bei linearen Kollidern brauchbar sind. Abschnitt 6 wird mit einer Diskussion der Maßnahmen zur Verringerung der schädlichen Strahl-Resonator-Wechselwirkung abgeschlossen.

Abschnitt 7 bildet mit der Diskussion des cumulativen- und regenerativen BBU's bei Linear Collidern den Abschluß des theoretischen Teils. Hier werden die Bedingungen für einen stabilen Transport einer Kette von Teilchenpaketen abgeleitet. Anhand der Parameterlisten zweier in der Betriebsfrequenz verschieden geplanter linearer Kollider wird vergleichend vorgerechnet, wie extrem die Resonatoren gedämpft werden müssen, um einen stabilen Transport der Teilchenpakete zu gewährleisten.

---

## **2 Eine kurze Einführung in bereits existierende Konzepte für zukünftige lineare Kollider**

Der erste 1987 in Betrieb genommene lineare Kollider SLC (siehe Abb. 1) (Stanford Linear Kollider) [55] befindet sich am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) in Stanford/USA. Hierbei handelt es sich noch nicht um einen "richtigen" linearen Kollider, vielmehr wurde ein bereits vorhandener Linearbeschleuniger von 3 km Länge so umgebaut, daß simultan Elektronen und Positronen beschleunigt werden können. Am Ende des Linearbeschleunigers werden die beiden Strahlen aufgetrennt

und über zwei Bögen auf den Kollisionspunkt gelenkt. Der SLC beschleunigt Elektronen und Positronen auf 46 GeV. SLC ist geeignet, die Machbarkeit der nächsten Beschleunigergeneration zu testen.

Gegenwärtig gibt es 6 verschiedene Pläne für einen zukünftigen linearen Kollider. Bei allen 6 Projekten ist bereits viel Forschungs- und Entwicklungsarbeit geleistet worden.

## 1) Der DESY/THD-Kollider [51]

Hier handelt es sich um eine Kollaboration zwischen dem Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg/FRG und der Technischen Hochschule Darmstadt/FRG (THD). Das Konzept basiert auf einem konventionellen Linearbeschleuniger dessen Arbeitsfrequenz bei 3 GHz, also im S-Band, liegt. Ein solches Konzept hat den Vorteil, daß ein Design des Linearbeschleunigers auf das Design vieler verschiedener, bereits existierender Maschinen in diesem Frequenzbereich aufgebaut werden kann, d.h. die S-Band Technologie ist eine bereits wohlverstandene Technologie. Zum Beispiel ist der seit 20 Jahren existierende 3 km lange Linearbeschleuniger am Stanford Linear Accelerator Center in Stanford/USA schon sehr nahe am Design eines optimierten S-Band Linearbeschleunigers für Kolliderzwecke. Viele kritische Aspekte (Strahlinstabilitäten, Durchschlagfeldstärke, Dunkelströme, Emittanzwachstum usw.) können an einer bereits existierenden Maschine studiert werden.

Diese Maschine soll in der ersten Ausbaustufe 2-250 GeV Kollisionsenergie erreichen, bei einer aktiven Länge von rund 30 km. Das bedeutet ein Beschleunigungsgradient im unbelasteten Fall (ohne Strahlstrom) von rund 20 MV/m. In einer zweiten Ausbaustufe sollen 2-500 GeV Kollisionsenergie erreicht werden. Das Schema dieser Maschine ist in Abb. 2 dargestellt.

Da diese Maschine eine Kette von 172 Teilchenpaketen (Multibunchbetrieb) beschleunigen soll, wird der sogenannte Multibunch Beam Blow Up (MBBU, siehe Abschnitt 3.1) die bestimmende Strahlinstabilität sein. Durch die Anwendung einer kombinierten Technik soll das Auftreten dieser Strahlinstabilität verhindert werden. Die eine Technik ist das sogenannte "detunen" der strahlstörenden Dipolmode. Hier wird jede einzelne Zelle einer Beschleunigersektion bezüglich der Dipolmode in der Frequenz verstimmt, um innerhalb einer Beschleunigersektion die transversal ablenkenden Kräfte zu kompensieren; dabei muß die Beschleunigersektion so konstruiert sein, daß die beschleunigende Mode durch die Verstimmung bezüglich der Dipolmode nicht gestört wird. Die andere Technik ist das bedämpfen der strahlstörenden Dipolmode. Hier wird durch ein geeignetes Koppelsystem die Dipolmode aus der Beschleunigersektion ausgekoppelt und in einer externen Last vernichtet. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Techniken zur Bedämpfung höherer Moden untersucht und weiterentwickelt. Die Ergebnisse können direkt auf diesen Fall angewendet werden.

## 2) Der NLC (Next Linear Collider) [1]

Am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) plant man einen linearen Kollider für 2-250 GeV in der ersten Ausbaustufe und 2-500 GeV Kollisionsenergie in der zweiten Ausbaustufe. Auch dieses Konzept beruht auf einem konventionellen Linear-

beschleuniger mit einer im Vergleich zum DESY/THD-Konzept recht hohen Betriebsfrequenz im X-Band von 11.45 GHz. Das Schema dieses Kolliders wird auch hier durch Abb. 2 repräsentiert. Infolge der hohen Betriebsfrequenz ist eine hohe Beschleunigungsfeldstärke von 150-200 MV/m denkbar, so daß der lineare Kollider nur eine aktive Länge von etwa 6 km aufweist. Jedoch ist hier eine umfassende Forschungs- und Entwicklungsarbeit bezüglich des Designs der Beschleunigerstrukturen, und vor allem der Erzeugung der für die hohe Beschleunigungsfeldstärke nötigen HF-Leistung erforderlich. Die gegenwärtig erhältlichen X-Band Klystrons, welche bei SLAC und bei TOSHIBA entwickelt wurden, können 100 MW Pulsleistung abgeben. Um einen X-Band Linearbeschleuniger mit einer Beschleunigungsfeldstärke von 100 MV/m betreiben zu können, würde man alle 40 cm ein solches Klystron plus Zubehör benötigen. Bedingt durch die hohe Betriebsfrequenz ist die Beschleunigerstruktur recht klein, der Durchmesser der Struktur beträgt nur etwa 2 cm. Dadurch spielen Wakefeldeffekte beim X-Band Kollider im Vergleich zum S-Band Kollider eine sehr viel größere Rolle. Der MBBU-Effekte versucht man auch hier wieder mittels Anwendung einer kombinierten Technik, dem "Detunen" und "Bedämpfen" der strahlstörenden Dipolmode, Herr zu werden. Im Vergleich zum S-Band Konzept hat man hier, was das Bedämpfen der Beschleunigersektionen anbelangt, jedoch einen sehr viel höheren Aufwand zu treiben. Beim S-Band Kollider muß jede Beschleunigersektion nur einmal mit einem Dämpfungssystem ausgestattet werden, während beim X-Band Kollider jede Beschleunigersektion mehrfach mit einem Dämpfungssystem ausgestattet werden muß. Auch hier sind die Ergebnisse dieser Arbeit direkt anwendbar.

### 3) Der JLC (Japan Linear Collider) [6,7]

Am National Laboratory for High Energy Physics KEK/Japan ist in enger Zusammenarbeit mit SLAC ein linearer Kollider geplant, der dem Konzept des NLC sehr ähnlich ist. Auch hier sollen konventionelle Linearbeschleuniger mit einer Betriebsfrequenz von 11.424 GHz verwendet werden. Die Kollisionsenergie im Schwerpunktssystem soll 2-250 GeV betragen, die beschleunigende Feldstärke soll in der Größenordnung 40 MV/m liegen und die aktive Länge des Kolliders soll etwa 13 km betragen. Auch hier besteht wieder das Problem der Erzeugung von HF-Leistung durch geeigneten X-Band Klystrons. Im Gegensatz zum NLC will man beim JLC die Strahlinstabilitäten durch Multibunch Beam Breakup ausschließlich durch ein Bedämpfen der strahlstörenden Dipolmode bekämpfen. Das bedeutet bei diesem Konzept ein bedämpfen jeder einzelnen Zelle einer Beschleunigersektion, was sehr aufwendig und teuer ist. Auch hier können die Ergebnisse dieser Arbeit wieder unmittelbar angewendet werden.

### 5) Der CERN linear collider (CLIC) [3,4]

Technologisch gesehen ist das am Europäischen Kernforschungszentrum CERN in Genf/Schweiz entwickelte Konzept eines 2-500 GeV Kolliders sicherlich das interessanteste. Die für den Linearbeschleuniger gewählte Betriebsfrequenz von

30 GHz (K-Band) ist die höchste noch technisch mögliche Frequenz, wenn man die Fertigungstoleranzen, die durch den Strahl erzeugten Wakefelder und die Toleranzen bei der Ausrichtung der einzelnen Beschleunigersektionen gegeneinander bedenkt. Den Beweis, daß solche Beschleunigersektionen mit den erforderlichen Toleranzen gefertigt und positioniert (bei der Positionierung muß eine Abweichung  $< 1 \mu\text{m}$  gewährleistet sein) werden können, hat CERN bereits geliefert. Ein weiterer sehr interessanter Punkt bei diesem Konzept ist die Erzeugung der HF-Leistung durch einen zweiten, mit dem Hauptstrahl mitlaufenden "Treiberstrahl". Man nennt dieses Konzept auch das Zweistrahlenschema. Der Treiberstrahl durchläuft bremsende Strukturen, in welchen die 30 GHz HF-Leistung erzeugt wird. Die HF-Leistung wird aus diesen Strukturen ausgekoppelt und über Hohlleiter in die Beschleunigersektionen eingespeist (siehe Abb. 3). Der Treiberstrahl selbst besteht aus einer Kette hochgeladener kurzer Teilchenpakete. Der Energieverlust der Treiberstrahlpakete durch die bremsenden Strukturen wird durch supraleitende Beschleunigersektionen mit 350 MHz Betriebsfrequenz wieder ausgeglichen (siehe Abb. 3). Die Herstellung des Treiberstrahls und sein stabiler Transport ist gegenwärtig das Hauptproblem bei CLIC.

#### 6) Der TESLA-Kollider (TeV-Superconducting-Linear-Accelerator) [52]

Hier handelt es sich um ein supraleitendes Konzept für den Linearbeschleuniger eines linearen Kolliders nach dem Schema von Abb. 2. Die Anforderungen an die Luminosität favorisieren einen supraleitenden Linearbeschleuniger. Die Wellenlänge einer solchen Beschleunigerstruktur kann so groß gewählt werden, daß Wakefeldeffekte praktisch vernachlässigbar sind. Der Energieverbrauch in solchen Strukturen ist gering und die HF-Leistung kann im Prinzip kontinuierlich den Strukturen zugeführt werden. Dazu kann man HF-Quellen niedriger Leistung und hohem Wirkungsgrad verwenden. Unglücklicherweise ist der bis zum jetzigen Zeitpunkt erreichte höchste Beschleunigungsgradient etwa 15-20 MV/m. Das ist noch zu niedrig. Für TESLA ist ein Beschleunigungsgradient von 25 MV/m in Niobbeschichteten Kupfer-Resonatoren geplant. Die Betriebsfrequenz soll 1.3 GHz betragen und die Resonatoren sollen eine unbelastete Güte von  $5 \cdot 10^9$  aufweisen. Die aktive Länge des Beschleunigers liegt dann bei etwa 20km. Innerhalb eines HF-Pulses von 1.6 ms Länge sollen 800 Teilchenpakete, deren Abstand untereinander  $1 \mu\text{s}$  beträgt, beschleunigt werden. Die dazu benötigte Spitzenleistung von 125 kW/m ist sehr niedrig im Vergleich zu der beim DESY/THD-Kollider benötigten Spitzenleistung von etwa 12 MW/m.

---

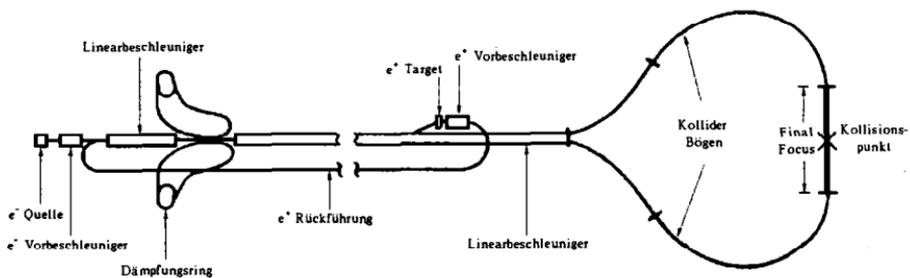


Abb. 1 Das Schema des SLC (Stanford linear collider)

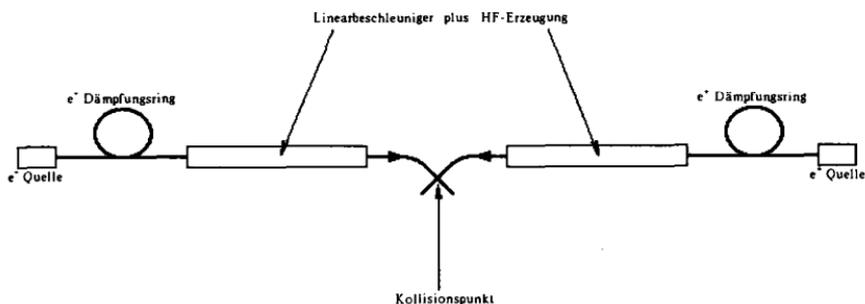


Abb. 2 Das allgemeine Schema eines zukünftigen linearen Kolliders

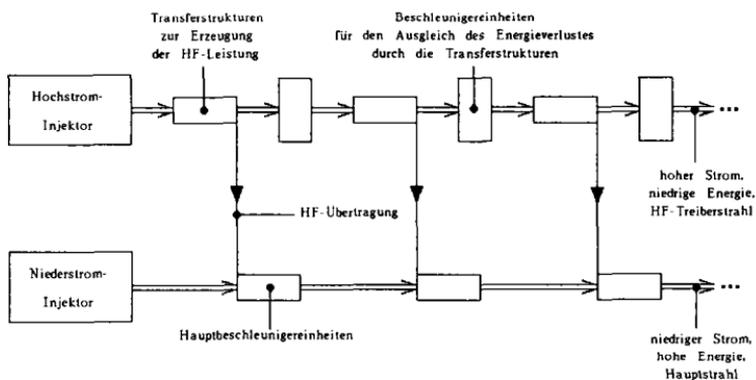


Abb. 3 Das Zweistrahlkonzept des CERN linear colliders (CLIC)

### 3 Beam Blowup in Elektronen-Linearbeschleunigern

*Unter dem Begriff Beam Blowup (BBU) versteht man eine Wechselwirkung zwischen Teilchenstrahl und Beschleunigerstruktur, die zur wechselseitigen Anfachung einer elektromagnetischen Schwingung bzw. einer Schwingung des Teilchenstrahls führt, mit der Konsequenz, daß der Teilchenstrahl für den Beschleunigerprozeß verloren geht. Je nachdem, ob der Teilchenstrahl in Längsrichtung dichtemoduliert oder seitlich abgelenkt wird, spricht man vom longitudinalen oder transversalen BBU.*

*In diesem Abschnitt werden kurz die verschiedenen Arten von BBU angesprochen. In den darauffolgenden beiden Abschnitten schließt sich eine qualitative Diskussion der Mechanismen des regenerativen- und des cumulativen BBU an. Im folgenden Kapitel "Strahl-Resonator-Wechselwirkung" werden dann die nötigen Grundlagen zur Durchführung quantitativer Abschätzungen zu beiden BBU-Arten eingeführt.*

#### 3.1 Allgemeine Einführung

BBU ist eine Wechselwirkung zwischen Teilchenstrahl und Beschleunigerstruktur und eventuell von Vakuumkammern, Strahlrohren etc., die zur wechselseitigen Anfachung von elektromagnetischen Schwingungen und Schwingungen des Teilchenstrahls führt, mit der Konsequenz, daß der Teilchenstrahl für den Beschleunigerprozeß verloren geht [1,21].

Die von den Teilchenpaketen in der Beschleunigerstruktur angefachten elektromagnetischen Schwingungen bzw. Felder sind uns aus der vorangehenden Einleitung bereits als Wakefelder bekannt.

Je nachdem, ob der Teilchenstrahl dabei seitlich abgelenkt oder longitudinal dichtemoduliert wird, spricht man vom transversalen oder longitudinalen BBU.

Weiterhin läßt sich der BBU in den Singlebunch Blowup (SBBU) [2,3,4] und den Multibunch Blowup (MBBU) [5,16,21] aufteilen, je nachdem, ob es sich um die Rückwirkung eines einzelnen Teilchenpaketes auf sich selbst (Head-Tail-Interaction), oder um die Rückwirkung führender Teilchenpakete auf die folgenden Teilchenpakete handelt.

Für die weitere Diskussion sei angenommen, daß SBBU entweder durch Anwendung starker Fokussierung kontrolliert (B.N.S-Damping [12,13]) werden kann, oder der SBBU durch Verwendung von Beschleunigerstrukturen größeren Durchmessers (z.B. S-Band Resonatoren) im Vergleich zum MBBU kein Problem darstellt. Wir wollen uns also im nun Folgenden auf MBBU beschränken.

Beim MBBU unterscheidet man zwischen regenerativem BBU und cumulativem BBU als bereits bekannte Phänomene. Sowohl der regenerative- als auch der cumulative BBU haben ihre Ursache hauptsächlich in einer Wechselwirkung der Teilchenpakete mit der  $HEM_{11}$ -Mode (Abb. 4) [21]. Die  $HEM_{11}$ -Mode (HYBRID-ELEKTRISCH-MAGNETISCH $_{11}$ -Mode) ist im Grunde eine  $TM_{11}$ -artige Mode, aber wegen ihres gemischten Erscheinungsbildes, d.h. einer Mischung zwischen TE- und TM-Mode, wird diese Mode Hybridmode genannt.

### 3.2 Regenerativer BBU (qualitative Diskussion)

Regenerativer BBU findet in einer einzigen Beschleunigersektion statt. Der Mechanismus ist in den Abb. 5a und 5b dargestellt. Angenommen, in einer Beschleunigersektion sei durch Schrotrauschen (Fluktuationen in der Dichteverteilung) [21] des Elektronenstrahls ein schwaches  $\text{HEM}_{11}$ -Feld angeregt, das mit einer etwas niedrigeren Phasengeschwindigkeit als die Elektronenpakete stromab läuft, d.h. die Phasengeschwindigkeit der Welle hat die Richtung der Teilchengeschwindigkeit. Die Differenz der Teilchengeschwindigkeit zur Phasengeschwindigkeit sei so, daß die Elektronen von Anfang bis Ende der Beschleunigersektion  $180^\circ$  der Wellenphase erleben, oder anders gesagt, die Welle um  $180^\circ$  überholt haben. Weiterhin sei angenommen, daß die Phasenlage der Welle zu den Teilchenpaketen eine maximale Ablenkung und longitudinale Beschleunigung der Teilchenpakete erlaubt. Abhängig von der Eintrittsphase und der Polarisation der Welle werden die Elektronen entweder zur einen oder zur anderen Seite in der Polarisationssebene abgelenkt. Die abgelenkten Teilchenpakete überholen die Wellenphase um  $180^\circ$ , und am Ende der Sektion befinden sie sich in einem longitudinal bremsenden Feld, an das dann Energie abgegeben werden muß (Abb. 5c). Entweder, weil die  $\text{HEM}_{11}$ -Welle eine Rückwärtswelle, d.h. die Welle hat eine zur Phasengeschwindigkeit entgegengesetzt gerichtete Gruppengeschwindigkeit, oder infolge der Reflexionen am Sektionsende, wandert die Energie stromauf, wo dann das ursprüngliche ablenkende Feld verstärkt wird. Oberhalb eines bestimmten Strahlstroms und einer bestimmten Länge der Teilchenpakete erreicht die erzeugte Leistung die Verlustleistung der Beschleunigerstruktur, und sowohl das Feld als auch die Ablenkung wachsen exponentiell.

Der longitudinale regenerative BBU tritt bei Elektronenlinacs erst bei so hohen Elektronenströmen auf ( $\approx 100\text{A}$ ), daß diese Art von BBU dort keine Rolle spielt. Das liegt daran, daß beim Linac die Elektronen sehr schnell in longitudinaler Richtung "festfrieren" (Teilchengeschwindigkeit  $\approx c$ ). Injiziert man aber einen Elektronenstrahl in einen Linac ohne Beschleunigungsfeld, so läßt sich die zum longitudinalen regenerativen BBU gehörige Schwingung leicht anregen.

### 3.3 Der cumulative BBU (qualitative Diskussion)

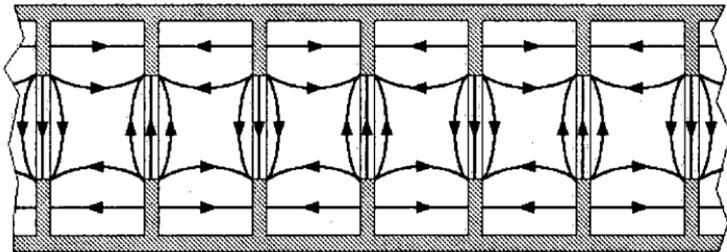
Der transversale cumulative BBU ist typisch für Beschleuniger, die aus vielen Sektionen bestehen. Dieser Effekt wurde erstmals bei der Inbetriebnahme von SLAC entdeckt, wo er eine Reduktion des maximalen Strahlstroms auf ca. 20 mA bewirkte; der Designwert lag bei 50 mA [21].

Der Mechanismus beim cumulativen BBU ist folgender:

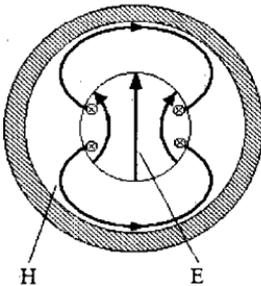
Angenommen, wir haben eine Kette separater Beschleunigersektionen (Abb. 6a). Um die Vorstellung zu vereinfachen sei es erlaubt, jede Beschleunigersektion durch einen Einzelresonator zu ersetzen (Abb. 6b). Im ersten dieser langen Kette von Einzelresonatoren sei durch Schrotrauschen der Elektronen im Strahl ein schwaches  $\text{HEM}_{11}$ -Feld angefacht, oder das schwache  $\text{HEM}_{11}$ -Feld liege als thermisches Rauschen vor. Dieses Feld teilt dem ersten Teilchenpaket einen schwachen

periodischen Querimpuls mit, der nach Durchlaufen der Strecke zum nächsten Resonator eine gewisse Schwankung der Strahlage bewirkt. Diese Strahlschwankung facht im zweiten Resonator ein stärkeres  $\text{HEM}_{11}$ -Feld an, und in allen noch folgenden Resonatoren (Abb. 6c erstes Bild). Das zweite Teilchenpaket erhält bei der Durchquerung des zweiten Resonators einen größeren Querimpuls, und die Schwankung der Strahlage wird größer (Abb. 6c zweites Bild), was wiederum zu einem größeren  $\text{HEM}_{11}$ -Feld im dritten Resonator führt usw..

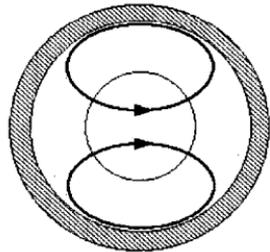
Es handelt sich also beim cumulativen BBU nicht wie beim regenerativen BBU um die Selbsterregung einer Schwingung durch einen Rückkopplungsmechanismus. Der cumulative BBU tritt auch in der Form des longitudinalen BBU auf und kann eine nicht zu vernachlässigende Energieverschmierung verursachen.



(4a)



(4b)

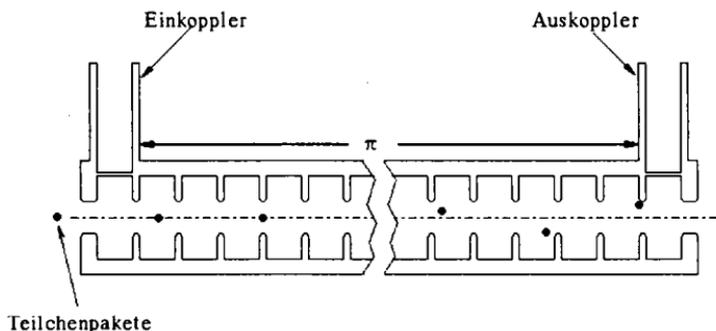


(4c)

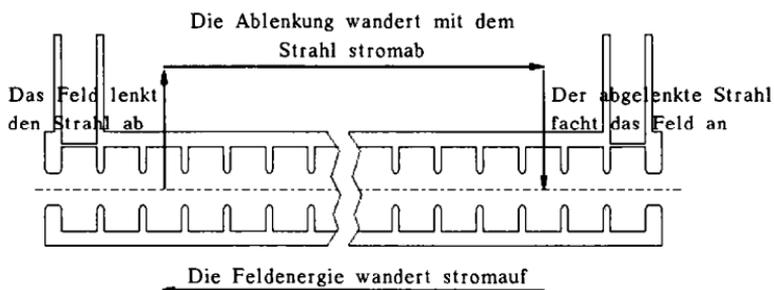
**Abb. 4a** Näherungsweise Darstellung des elektrischen Feldes der  $\text{HEM}_{11}$ -Feldgeometrie für eine Phasenverschiebung von  $\pi$  von Zelle zu Zelle

**Abb. 4b** Die Feldgeometrie in der Irisblende

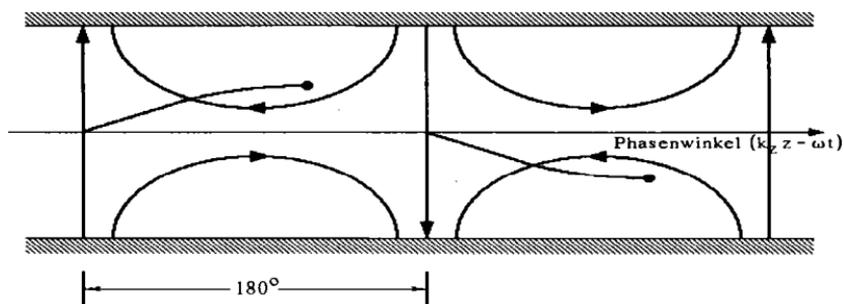
**Abb. 4c** Das magnetische Feld in der Zellenmitte



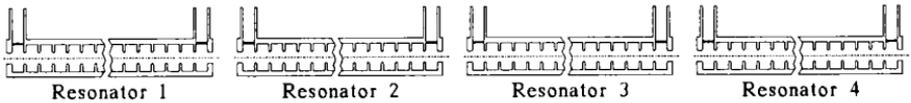
**Abb. 5a** Regenerativer BBU in einer einzelnen Beschleunigersektion



**Abb. 5b** Der Mechanismus des regenerativen BBU



**Abb. 5c** Das Lorentz-Kraftfeld der  $HEM_{11}$ -Mode vom Standpunkt der Teilchen. Hier läßt sich auch ersehen, daß der Mechanismus für eine Welle mit einer Phasengeschwindigkeit  $> c$  nicht funktionieren würde, da die Teilchen dann in ein beschleunigendes Feld abgelenkt werden und der Mode so Energie entzögen.



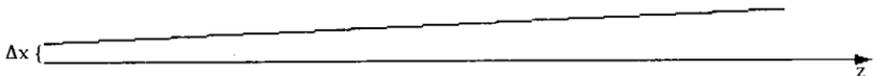
**Abb. 6a** Eine Kette separater Beschleunigersektionen



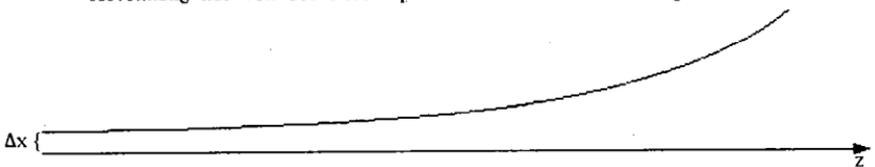
**Abb. 6b** Zur Vereinfachung der Vorstellung wird die Kette separater Beschleunigersektionen durch eine Kette von Einzelresonatoren ersetzt



Teilchenpaket 1 durchquert mit konstanter radialer Ablage die Resonatorkette. Dabei erhält jeder Resonator den gleichen Energiebetrag  $\Delta U_1$ .



Die radiale Ablage von Teilchenpaket 2 nimmt linear zu, da die radiale Ablenkung nur von der Feldamplitude im Resonator abhängt.



Die radiale Ablage von Teilchenpaket 3 nimmt stärker zu, da die Feldamplitude in den Resonatoren nun linear zunimmt.

**Abb. 6c** Zum Schema des cumulativen BBU

#### 4 Strahl-Resonator-Wechselwirkung

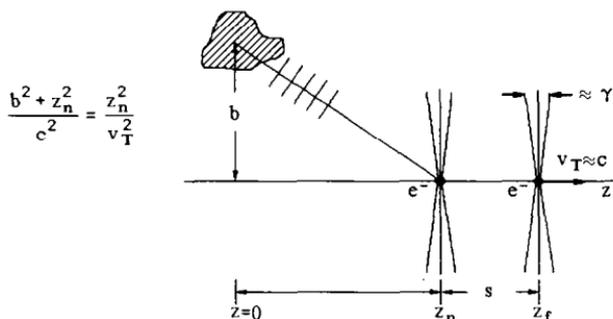
In diesem Abschnitt wird eine allgemeine Methode zur Berechnung longitudinaler und transversaler Wakefelder gezeigt. Diese Methode ist bekannt unter dem Namen Condon-Methode und erlaubt die Berechnung der Wakefelder über eine Eigenwellenentwicklung aus den Eigenmoden des leeren Resonators.

Im den nun folgenden Abschnitten werden einige allgemeine Überlegungen zur Wechselwirkung hochrelativistisch bewegter Ladungen mit ihrer Umgebung angestellt und das elektromagnetische Feld einer solchen Ladung für den Grenzfall  $v_T \approx c$  berechnet. Anschließend zeigen wir die Berechnung der Wakefelder mit Hilfe der Condon-Methode.

##### 4.1 Einige allgemeine Überlegungen zur Wechselwirkung relativistisch bewegter Ladungen mit der Umgebung

Wir betrachten eine Punktladung, die sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit durch den freien Raum bewegt. Vom Laborsystem aus betrachtet liegen die elektrischen- und magnetischen Felder solch einer relativistischen Ladung fast in einer Ebene senkrecht zu Ihrer Bewegungsrichtung (siehe nächster Abschnitt). Folgt parallel zur Bewegungsrichtung der ersten Ladung eine Zweite ebenfalls mit nahezu Lichtgeschwindigkeit, so werden durch die führende Ladung keine Kräfte auf die nachfolgende Ladung ausgeübt.

Anders wird die Situation, wenn sich zwei Ladungen mit nahezu Lichtgeschwindigkeit



**Abb. 7** Die Abbildung zeigt zwei im Abstand  $s$  mit nahezu Lichtgeschwindigkeit hintereinander herfliegende Ladungen. Das vom metallischen Körper gestreute Feld ist angedeutet. Die Folgeladung verspürt erst nach durchlaufen des Abstandes  $z_n$  vom Hindernis die durch die führende Ladung ausgelöste Streustrahlung. Dieser Abstand ergibt sich aus der oben angegebenen Beziehung.

in Gegenwart metallischer Körper oder innerhalb von Raumbereichen mit metallischer Berandung bewegen. Obwohl die führende Ladung noch immer keine Kräfte durch die mitbewegte Wellenfront erfährt, so wird jedoch die Wellenfront am metallischen Körper bzw. an den metallischen Rändern gestreut (Abb. 7), und diese gestreute Strahlung ist in der Lage, auf die nachfolgende Ladung Kräfte parallel und senkrecht zur Bewegungsrichtung auszuüben. Diese gestreuten Wellen werden Wakefelder, der integrale Effekt dieser Wakefelder über die Weglänge der nachfolgenden Ladung wird longitudinales und transversales Wakepotential genannt.

Wenn sich eine Punktladung auf der Symmetrieachse relativistisch ( $v \approx c$ ) durch ein zylindrisches Rohr aus ideal leitenden Wänden bewegt, dann sind die Felder der Ladung innerhalb des Rohres identisch mit den Feldern im freien Raum, und somit gibt es keine Wakefelder. Auch wenn sich die Ladung auf einer Bahn parallel zur Symmetrieachse des Rohres bewegt, oder der Rohrquerschnitt nicht kreisförmig ist, sind keine Wakefelder zu erwarten, obwohl die Felder innerhalb des Rohres von denen des freien Raumes verschieden sind. Man kann das einsehen, wenn man sich klarmacht, daß die Randbedingungen innerhalb des Rohres ohne  $E_z$ - oder  $H_z$ -Komponenten erfüllt werden können. Dabei muß natürlich eine Variation des Rohrquerschnitts in  $z$ -Richtung ausgeschlossen werden. Der Energiefluß findet also nur in  $z$ -Richtung statt, wobei der Poyntingvektor  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  nur in der Fläche existiert, in der sich auch die Ladung befindet. Da die Ladung mit Lichtgeschwindigkeit bewegt wird, kann also kein Feld hinter der Feldebene entstehen. Die Situation ist natürlich anders, wenn die Rohrwände nicht mehr aus ideal leitendem Material bestehen. Im Zusammenhang mit den Wandverlusten muß eine kleine  $z$ -Komponente des elektrischen Feldes  $E_z$  hinter und in der Feldebene entstehen.

## 4.2 Das Feld einer relativistisch bewegten Ladung

Wir betrachten eine Punktladung  $q$ , die sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit durch den freien Raum bewegt. Die elektrischen Feldlinien befinden sich innerhalb eines Kegels mit dem Öffnungswinkel  $\Phi = \gamma$ , wobei:

$$\gamma = \left( \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \right)^{-1} . \quad (4.1)$$

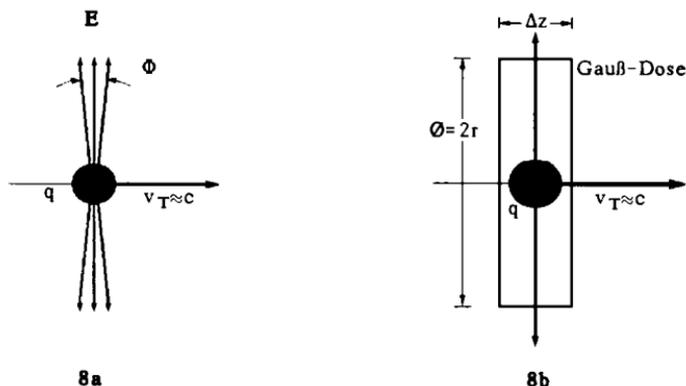
Der Wert der elektrischen Feldstärke einer ultrarelativistisch bewegten Ladung  $q$  läßt sich herausfinden, wenn eine infinitesimal dünne Gauß-Dose um die Ladung  $q$  gelegt wird (Abb. 8b). Ausgangspunkt sind dabei die beiden Maxwell'schen Gleichungen:

$$\oint_A \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, dA = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dV, \quad \oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_A \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \, dA \quad (4.2)$$

Die Ladungsdichte  $\rho$ , und die Stromdichte  $\mathbf{J}$  können durch  $\delta$ -Funktionen dargestellt werden. Wir wählen hier die  $\delta$ -Funktion in Zylinderkoordinaten, da die meisten in der

Beschleunigerphysik auftretenden Probleme Zylindersymmetrie aufweisen.

$$\rho = q \frac{\delta(r-a)}{a} \delta(\varphi - \varphi_0) \delta(z-ct), \quad \mathbf{J} = qc \frac{\delta(r-a)}{a} \delta(\varphi - \varphi_0) \delta(z-ct) \mathbf{e}_z \quad (4.3)$$



**Abb. 8a** zeigt die durch Lorentzkontraktion entstandene elektromagnetische Feldverteilung. Die Feldlinien sind auf eine dünne Scheibe kontrahiert, der Öffnungswinkel der elektrischen Feldlinien beträgt ungefähr  $\gamma$ .

**Abb. 8b** zeigt, wie im ultrarelativistischen Grenzfall  $v=c$  die dünne Scheibe in eine infinitesimal dünne Scheibe übergeht.

Hier beschreibt die  $\delta$ -Funktion, daß die Ladung  $q$  mit der Ablage  $a$  parallel zur Symmetrieachse fliegt. Wendet man die Integralformen von (4.2) bzw. das Gaußsche Gesetz und den Durchflutungssatz auf (4.3) an, so erhält man unter Beachtung von Abb. 8b:

$$E_r = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{\delta(z-ct)}{r}, \quad H_\varphi = \frac{qc}{2\pi} \frac{\delta(z-ct)}{r}, \quad \frac{E_r}{H_\varphi} = Z_0, \quad (4.4)$$

wobei  $Z_0 = 377\Omega$  die Impedanz des freien Raumes bedeutet. Man beachte, daß alle Feldkomponenten vor und hinter der Punktladung identisch Null sind, und somit keine Kräfte auf eine vor oder hinter der Ladung befindliche Testladung ausgeübt werden können. Auch wenn sich die Testladung innerhalb der Ebene befindet, in der auch die Ladung  $q$  liegt, wirken keine Kräfte auf die Testladung, denn es gilt:

$$\mathbf{F}_r = Q(E_r - Z_0 H_\varphi), \quad F_z = 0 \quad (4.5)$$

für eine Testladung  $Q$ . Für Geschwindigkeiten etwas kleiner als  $c$  sind die oben gemachten Idealisierungen nicht mehr ganz zulässig, aber für Elektronen im GeV-Bereich können wir in der Praxis davon ausgehen, daß mit einer im freien Raum bewegten Ladung keine Wakefelder verbunden sind.

### 4.3 Eigenwellenentwicklung der Wakefelder eines Resonators

Das elektrische Feld  $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$  und das magnetische Feld  $\mathbf{H}(\mathbf{r},t)$  können mit Hilfe eines Vektorpotentials  $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$  und eines skalaren Potentials  $\Psi(\mathbf{r},t)$  ausgedrückt werden:

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Psi$$

Mit der Coulomb-Eichung  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  genügt das Vektorpotential  $\mathbf{A}$  der inhomogenen Wellengleichung:

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \Psi, \quad (4.7)$$

und das skalare Potential der Poissonschen Gleichung:

$$\Delta \Psi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (4.8)$$

Diese Gleichung hat die Lösung:

$$\Psi(\mathbf{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}',t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (4.9)$$

Das skalare Potential ist das momentane Potential der Ladungsdichte  $\rho(\mathbf{r}',t)$ , daher rührt der Name "Coulomb-Eichung".

Wir entwickeln nun das Vektorpotential  $\mathbf{A}$  und das skalare Potential  $\Psi$  in Eigenmoden des leeren Resonators. Dazu drücken wir die Potentiale durch eine Summe von Produkten der Eigenmoden des Resonators mit zeitabhängigen Faktoren aus:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \sum_{\nu} f_{\nu}(t) \mathbf{a}_{\nu}(\mathbf{r}) \quad (4.10)$$

$$\Psi(\mathbf{r},t) = \sum_{\nu} g_{\nu}(t) \Phi_{\nu}(\mathbf{r})$$

Diese Summen sind im Allgemeinen Dreifachsummen über alle drei Raumrichtungen ( $\nu = n, m, p$ ). Die Eigenmoden erfüllen die quellenfreien Maxwell'schen Gleichungen, d.h. sowohl die  $\mathbf{a}_{\nu}(\mathbf{r})$  als auch die  $\Phi_{\nu}(\mathbf{r})$  genügen den homogenen Wellengleichungen:

$$\Delta \mathbf{a}_{\nu}(\mathbf{r}) + \left(\frac{\omega_{\nu}}{c}\right)^2 \mathbf{a}_{\nu}(\mathbf{r}) = 0 \quad (4.11)$$

$$\Delta \Phi_{\nu}(\mathbf{r}) + \left(\frac{\omega_{\nu}}{c}\right)^2 \Phi_{\nu}(\mathbf{r}) = 0$$

Dabei sind die  $\omega_{\nu}$  Eigenfrequenzen des Resonators. Randbedingungen für die beiden Potentiale der Eigenmoden sind die einer ideal leitenden Wand. An der Resonator-

wand gilt;

$$\mathbf{a}_\nu \times \mathbf{n} = 0 \quad (4.12)$$

$$\Phi_\nu = 0$$

Die Flächennormale  $\mathbf{n}$  weist hier nach außen. Die Vektorpotentiale der Eigenmoden sollen normalisierte Funktionen sein, d.h. es soll gelten:

$$\int_V \mathbf{a}_\nu(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{a}_\mu^*(\mathbf{r}) dV = \frac{2}{\epsilon_0} U_\nu \delta_{\nu\mu} \quad (4.13)$$

Dabei bedeutet  $U_\nu$  die Energie der  $\nu$ -ten Resonatormode. Diese Eichung hat den Vorteil, daß z.B. das Integral über die elektrische Feldstärke der Eigenmode entlang einer Teilchenbahn direkt die vom Teilchen erfahrene Spannung entlang des Teilchenweges liefert.

Für die skalaren Potentiale der Eigenmoden soll hingegen gelten:

$$\int_V \nabla \Phi_\nu(\mathbf{r}) \cdot \nabla \Phi_\mu^*(\mathbf{r}) dV = \frac{2}{\epsilon_0} T_\nu \delta_{\nu\mu} \quad (4.14)$$

$T_\nu$  ist hier einfach ein Normierungsfaktor. Sind für die Potentiale der Eigenmoden alle oben genannten Bedingungen erfüllt, dann berechnen sich die zeitabhängigen Faktoren  $f_\nu(t)$  und  $g_\nu(t)$  nach:

$$\ddot{f}_\nu(t) + \frac{\omega_\nu}{Q_\nu} \dot{f}_\nu(t) + \omega_\nu^2 f_\nu(t) = c^2 \frac{\epsilon_0}{2U_\nu} \int_V \mathbf{J}(\mathbf{r}-\mathbf{v}t) \cdot \mathbf{a}_\nu^*(\mathbf{r}) dV \quad (4.15)$$

$$g_\nu(t) = \frac{1}{2T_\nu} \int_V \rho(\mathbf{r}-\mathbf{v}t) \Phi_\nu^*(\mathbf{r}) dV$$

Hier bewegen sich Ladungs- und Stromdichte mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  durch den Raum. In (4.15) ist auch eine kleine Dämpfung durch Wandverluste, repräsentiert durch die Güte  $Q_\nu$  der  $\nu$ -ten Eigenmode, in der üblichen Weise berücksichtigt worden.

Wir beschränken nun unsere Betrachtungen auf einen parallel zur Resonatorachse mit nahezu Lichtgeschwindigkeit sich bewegenden Teilchenstrahl. Selbst wenn in diesem Fall der Strahl Betatronschwingungen um die Resonatorachse vollführt, gilt näherungsweise:

$$\mathbf{J}_t \approx 0 \quad (4.16)$$

d.h. die transversale Komponente der Stromdichte sei vernachlässigbar. Es sei hier aber deutlich gesagt, daß die transversale Stromdichtekomponente gemäß Gleichung (4.7) auch transversale Komponenten des Vektorpotentials anregen. In der Praxis

spielen aber solche Resonatormoden keine Rolle, da diese nach dem Theorem von Panofsky-Wenzel (Abschnitt 5) kaum transversal ablenkende Wirkung auf die Teilchen haben. Ist also nur die z-Komponente der Stromdichte zu berücksichtigen, dann kann man anstatt (4.15) schreiben:

$$\ddot{f}_v(t) + \frac{\omega_v}{Q_v} \dot{f}_v(t) + \omega_v^2 f_v(t) = c^2 \frac{\epsilon_0}{2U_v} \int_V J_z(r, z-ct) \mathbf{a}_z^*(r) \cdot \mathbf{e}_z \, dV \quad (4.17)$$

Die implizite Zeitabhängigkeit kann hier durch Einführen einer Fouriertransformierten bezüglich der Frequenz beseitigt werden:

$$F_v(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_v(t) e^{i\omega t} \, dt \quad (4.18)$$

$$f_v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_v(\omega) e^{-i\omega t} \, d\omega$$

Die Fouriertransformierte der Stromdichte ergibt sich mit (4.18) zu:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} J_z(r, z-ct) e^{i\omega t} \, dt = \frac{1}{c} J_z(r, \omega/c) e^{i\frac{\omega}{c}z} \quad (4.19)$$

Setzt man die Darstellungen (4.18) und (4.19) in (4.17) ein, so erhält man für die Fouriertransformierte  $F_v(\omega)$  die Gleichung:

$$(-\omega^2 + i \frac{\omega\omega_v}{Q_v} + \omega_v^2) F_v(\omega) = c \frac{\epsilon_0}{2U_v} \int_V J_z(r, \omega/c) e^{i\frac{\omega}{c}z} \mathbf{a}_z^*(r) \, dV \quad (4.20)$$

Das Integral erstreckt sich im allgemeinen über das Volumen des Strahls innerhalb des Resonators und reduziert sich auf ein Integral über  $z$  für einen dünnen Strahl (nachdem die Ladungsdichte  $\rho$  durch die Linienladungsdichte ersetzt wurde). Für die Fouriertransformierten der zeitabhängigen Faktoren der beiden Potentiale erhält man in diesem Fall:

$$(-\omega^2 + i \frac{\omega\omega_v}{Q_v} + \omega_v^2) F_v(\omega) = c \frac{\epsilon_0}{2U_v} I_0(\omega/c) \int_0^L \mathbf{a}_z^*(r) \cdot \mathbf{e}_z e^{i\frac{\omega}{c}z} \, dz \quad (4.21)$$

$$G_v(\omega) = \frac{1}{2I_0 c} \int_0^L \Phi_v^*(r) \lambda(r, \omega/c) e^{i\frac{\omega}{c}z} \, dz$$

Die Fouriertransformierte des elektrischen Feldes berechnet sich mit Hilfe der

Gleichungen (4.21) zu:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, z, \omega) = - \sum_{\nu} \left\{ i\omega\mu_0 F_{\nu}(\omega) \mathbf{a}_{\nu}(\mathbf{r}) + G_{\nu}(\omega) \nabla \Phi_{\nu}(\mathbf{r}) \right\} \quad (4.22)$$

Im Grunde ist für uns nur die z-Komponente des elektrischen Feldes wichtig, da eine transversale Impulsänderung der Teilchen nur durch einen transversalen Gradienten der z-Komponente des elektrischen Feldes verursacht wird. Dieser Sachverhalt wird im nächsten Abschnitt ausführlich diskutiert.

Um die Theorie der Strahl-Resonator-Wechselwirkung vollständig zu machen, benötigen wir als nächstes eine Aussage über die Wirkung des vom Strahl selbst angefachten Feldes auf seine eigene transversale Ablage von der Resonatorachse, d.h. der Strahl ändert während der Durchquerung des Resonators im selbst angefachten Feld seine eigene Position und damit die Werte der Integrale auf den rechten Seiten von (4.15) im Vergleich zu den Werten, die sich ergeben hätten, wenn die Strahlposition während der Durchquerung des Resonators unverändert geblieben wären. Strahl kann hierbei eine Kette von Teilchenpaketen, ein einzelnes Teilchenpaket oder auch ein schwach dichtemodulierter Ladungsstrom bedeuten. Faßt man ein einzelnes Teilchenpaket als Strahl auf, dann ist mit der Änderung der Strahlposition im selbst angefachten Feld die Änderung der Position der Schwanzteilchen in Bezug zu den Kopfteilchen gemeint.

---

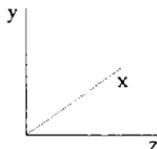
## 5 Das Theorem von Panofsky-Wenzel

*In diesem Abschnitt werden wir ein Theorem herleiten, mit dessen Hilfe es möglich ist, die transversale Impulszunahme einer Testladung zu bestimmen, die einen beliebig geformten, Felder enthaltenden Resonator durchquert. Dabei ist es nicht wichtig aus welcher Quelle die Felder stammen. Wir werden das Theorem auf Wakepotentiale spezialisieren, d.h. daß die Quellen der Felder Ladungen sind, die den Resonator vor der Testladung durchquert haben. Das Theorem stellt fest:*

*Der einer Testladung während der Durchquerung eines felderfüllten Resonators mitgeteilte Transversalimpuls ist vollständig bestimmt durch die räumliche Verteilung der elektrischen Longitudinalkomponente allein.*

### 5.1 Der Zusammenhang zwischen Längs- und Querkraften im HF-Feld

Die folgende Betrachtung geht auf Panofsky und Wenzel zurück; wir werden bei der Ableitung des Theorems ohne Beschränkung der Allgemeinheit kartesische Koordinaten verwenden.



Der Impuls, den ein Teilchen beim Durchqueren eines elektromagnetischen Feldes erhält, ist gleich dem Zeitintegral der Lorentzkraft:

$$\mathbf{P} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F} \cdot dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q}{v_T} \{ \mathbf{E} + \mu(\mathbf{v}_T \times \mathbf{H}) \} dz \quad (5.1)$$

Hierin bedeutet  $v_T$  die Teilchengeschwindigkeit, und wir nehmen ohne Beschränkung der Allgemeinheit an, daß  $v_T$  in z-Richtung liegt.

Bei der Diskussion von (5.1) benötigen wir den Zusammenhang der Felder  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  mit dem Vektorpotential  $\mathbf{A}$  d.h. wir ersetzen  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  durch die Gleichungen (4.6). Dabei muß man bedenken, daß hier die quellenfreien Felder zu nehmen sind. In diesem Fall wird  $\nabla \Psi = 0$  (wie man anhand (4.9) erkennen kann), und für  $\mathbf{A}$  gilt die homogene Wellengleichung. Wir erhalten dann für den transversalen Impuls der Ladung q:

$$\mathbf{P} = \frac{q}{v_T} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{v}_T \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right] dz \quad (5.2)$$

In x-Richtung wird speziell:

$$\begin{aligned} P_x &= \mu_0 q \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{1}{v_T} \frac{\partial A_x}{\partial t} + \mathbf{e}_z \times (\nabla \times \mathbf{A})_y \right] dz = \\ &\mu_0 q \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{\partial A_x}{\partial t} \frac{dt}{dz} - \frac{\partial A_x}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] dz \end{aligned} \quad (5.3)$$

Da wegen  $v_x = v_y = 0$  die totale Ableitung von  $A_x$  nach der Zeit

$$\frac{dA_x}{dt} = \frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{\partial A_x}{\partial z} v_T \quad (5.4)$$

lautet, ist der Integrand des ersten Integrals in diesem Falle das totale Differential von  $A_x$ , so daß die Integration elementar ausführbar ist:

$$P_x = -\mu_0 q [A_x(+\infty) - A_x(-\infty)] + \mu_0 q \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A_z}{\partial x} dz \quad (5.5)$$

Differentiation nach t führt wegen (4.6) wieder auf die elektrische Feldstärke:

$$\frac{\partial}{\partial t} P_x = q [E_x(+\infty) - E_x(-\infty)] - q \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial E_z}{\partial x} dz \quad (5.6)$$

Da es sich hier um ein Feld von endlicher Ausdehnung handelt, verschwindet die eckige Klammer von (5.6). Ziehen wir in (5.6) die Differentiation nach x vor das

Integral:

$$\frac{\partial}{\partial t} P_x = -\frac{\partial}{\partial x} q \int_{-\infty}^{+\infty} E_z dz, \quad \downarrow \quad (5.7)$$

dann ist das Integral mal die Ladung  $q$  einfach der Energiegewinn  $\Delta U$  der Ladung beim Durchqueren des Feldes. Also kann man auch schreiben:

$$\frac{\partial}{\partial t} P_x = -\frac{\partial}{\partial x} (\Delta U) \quad (5.8)$$

Entsprechend gilt auch für die andere Transversalrichtung:

$$\frac{\partial}{\partial t} P_y = -\frac{\partial}{\partial y} (\Delta U) \quad (5.9)$$

Die Gleichungen (5.8) und (5.9) lassen sich zusammenfassen zu:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{P}_\perp = -\nabla_\perp (\Delta U) \quad (5.10)$$

Gleichung (5.10) bedeutet in Worten ausgedrückt:

Falls die Energieänderung einer Ladung beim Durchqueren eines elektromagnetischen Feldes von der Lage ihrer Bahn abhängt, so erfährt der Strahl einen sich zeitlich ändernden Querimpuls und umgekehrt.

## 5.2 Moden, die eine transversale Ablenkung verursachen, und die transversale Shuntimpedanz der $HEM_{11}$ -Mode

Da einerseits nach Gleichung (5.10) ein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem longitudinalen Energiegewinn und der transversalen Impulsänderung besteht, andererseits ein longitudinaler Energiegewinn nach Gleichung (5.7) nur von einem longitudinalen elektrischen Feld  $E_z$  herrühren kann, genügt es, die folgende Diskussion auf TM-artige Moden zu beschränken. Für eine  $TM_{mnp}$ -Mode, wobei die Indizes die Anzahl der azimutalen, radialen und longitudinalen Knotenflächen angeben, gilt im zentralen Bereich einer verlustlosen Irisstruktur für das longitudinale elektrische Feld:

$$E_z(r, \Phi, z, t) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} a_\nu J_m(k_{r\nu} r) \cos(m\Phi) e^{i(\omega t - k_{z\nu} z)}, \quad (5.11)$$

wobei  $k_{z\nu} = k_{z0} + 2\pi\nu/S$ ,  $k_{z0}$  ist die Ausbreitungskonstante der fundamentalen Fourierkomponente (Raumharmonischen),  $S$  ist die Länge einer Strukturperiode der Irisstruktur und  $k_{r\nu}^2 = k^2 - k_{z\nu}^2$  die radiale Wellenzahl.

Man kann zeigen, daß ein geladenes Teilchen nach dem Passieren einer Irisstruktur der Länge  $L$  von dieser Fourierreihe unter den Voraussetzungen einer achsenparallelen Bahn und einer konstanten Teilchengeschwindigkeit  $v_T$ ,

hauptsächlich zu derjenigen Spektralkomponente beeinflusst worden ist, für die  $k_{zv} = k_T = \omega/v_T$  ist. Der Energiegewinn eines Teilchens der Ladung  $q$  über die Strukturlänge  $L$  errechnet sich nämlich aus:

$$\Delta U = q \int_{-L/2}^{+L/2} E_z(r, \Phi, z, t) dz = q \int_{-L/2}^{+L/2} \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} a_\nu J_m(k_{r\nu} r) \cos(m\Phi) e^{i(\omega t - k_{z\nu} z)} dz \quad (5.12)$$

Die Zeit  $t$ , zu der das Teilchen am Ort  $z$  ist kann wegen der obengenannten Voraussetzungen durch:

$$t = t_0 + z/v_T \quad (5.13)$$

angegeben werden. Mit (5.13) wird (5.12):

$$\Delta U = q e^{i\omega t_0} \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} \int_{-L/2}^{+L/2} a_\nu J_m(k_{r\nu} r) \cos(m\Phi) e^{i(k_T - k_{z\nu})z} dz, \quad (5.14)$$

wobei  $\omega/v_T = k_T$  gesetzt ist.  $k_T$  ist die Wellenzahl einer Welle, deren Phasengeschwindigkeit gleich der Teilchengeschwindigkeit  $v_T$  ist. Hat die  $\nu$ -te Raumharmonische aus (5.11) eine Phasengeschwindigkeit mit  $v_p = v_T$ , dann ist in (5.14) nur das Integral über die  $\nu$ -te Raumharmonische dominant:

$$\Delta U_\nu = q e^{i\omega t_0} \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} a_\nu J_m(k_{r\nu} r) \cos(m\Phi) \frac{\sin(\delta k_\nu \frac{L}{2})}{\delta k_\nu \frac{L}{2}} L, \quad \delta k_\nu = k_T - k_{z\nu} \quad (5.15)$$

Das Teilchen erlebt also im wesentlichen nur diejenige Fourierkomponente, deren Phasengeschwindigkeit mit der Teilchengeschwindigkeit übereinstimmt, da der Faktor:

$$\frac{\sin(\delta k_\nu \frac{L}{2})}{\delta k_\nu \frac{L}{2}}$$

mit größer werdendem Argument sehr schnell gegen Null strebt. Das Argument der  $m$ -ten Besselfunktion in (5.15) läßt sich noch etwas umformen:

$$k_{r\nu} = \sqrt{k^2 - k_{z\nu}^2} = i k_T \sqrt{1 - (v_T/c)^2} = i \frac{k}{\beta\gamma} \quad (5.16)$$

Dabei sind  $\beta = v_T/c$  und  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ .

Es ist  $\beta\gamma$  gerade der Teilchenimpuls in Einheiten von  $m_0 c$ . Mit (5.16) schreibt sich (5.15):

$$\Delta U_\nu = q e^{i\omega t_0} a_\nu I_m\left(\frac{k}{\beta\gamma} r\right) \cos(m\Phi) \frac{\sin(\delta k_\nu \frac{L}{2})}{\delta k_\nu \frac{L}{2}} L, \quad (5.17)$$

wenn man nur noch die wesentliche Raumharmonische betrachtet.  $I_m(x) = J_m(ix)$  ist die modifizierte Besselfunktion für imaginäres Argument. Da  $kr$  wegen der Grenzfrequenz der Irisstruktur von der Größenordnung 1 (Die Grenzfrequenz  $\omega_G$  der Irisstruktur ist näherungsweise identisch mit der Grenzfrequenz eines zylindrischen Rohres gleichen Durchmessers:  $\omega_G/c = 2.405/R$ , oder  $k_G R = 2.405$  was in der Tat in der Größenordnung 1 ist. Das Produkt  $kr$  wird natürlich noch kleiner, wenn man bedenkt, daß  $r$  in der Nähe der Achse zu nehmen ist) wird das Argument der Besselfunktion für ein relativistisches Teilchen, d.h. für  $\beta\gamma \gg 1$ , klein gegen 1 und man kann die Besselfunktion entwickeln. Allgemein gilt für die  $m$ -te modifizierte Besselfunktion:

$$I_m(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{(m+\nu)! \nu!} \left(\frac{x}{2}\right)^{m+2\nu} \quad (5.18)$$

Es ist also für  $kr/\beta\gamma \ll 1$ :

$$\Delta U_\nu = q e^{i\omega t_0} a_\nu \frac{1}{m!} \left(\frac{kr}{2\beta\gamma}\right)^m \cos(m\Phi) \frac{\sin(\delta k_\nu \frac{L}{2})}{\delta k_\nu \frac{L}{2}} L \quad (5.19)$$

Für relativistische Teilchen strebt somit  $k_{r\nu}$  nach Gleichung (5.16) gegen Null, so daß die Besselfunktion bis auf einen Faktor in  $r^m$  übergeht, d.h., daß die radiale Abhängigkeit des Energiegewinns  $\Delta U$  proportional zu  $r^m$  wird.

Für alle Moden mit  $m \geq 1$  ist nach Gleichung (5.10) der transversale Impulsgewinn von Null verschieden und proportional zu:

$$P_1 \sim r^{m-1} \quad (5.20)$$

Im allgemeinen sind jedoch alle Moden mit  $m > 2$  bedeutungslos, da  $P_1$  für kleine Achsenabstände  $r$  klein wird. Somit zeichnet alle BBU verursachenden Moden aus, daß sie  $TM_{1np}$ -artig bzw.  $TM_{2np}$ -artig, d.h. eine dipolartige bzw. quadrupolartige azimutale Symmetrie aufweisen.

Für die weitere Diskussion werden wir uns auf die  $TM_{1np}$ -artigen Moden bzw. auf die  $HEM_{11}$ -Moden beschränken, deren  $\pi$ -Mode in Abb. 4a-4c dargestellt ist. Nach den Gleichungen (5.11) und (5.18) kann die longitudinale elektrische Feldkomponente  $E_z$  der  $HEM_{11}$ -Mode in der Nähe der Achse einer verlustlosen Irisstruktur durch:

$$\begin{aligned} E_z(r, \Phi, z, t) &= \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} a_\nu \left(\frac{kr}{2\beta\gamma}\right) \cos(\Phi) e^{i(\omega t - k_z \nu z)} \\ &= \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} E_{0\nu} kr \cos(\Phi) e^{i(\omega t - k_z \nu z)} \end{aligned} \quad (5.21)$$

dargestellt werden.  $E_{0\nu}$  bedeutet hier die Amplitude der  $\nu$ -ten Raumharmonischen an der Stelle  $kr=1$ . Der longitudinale Energiegewinn  $\Delta U_\nu$  einer Ladung  $q$  im Feld der  $\nu$ -ten

Raumharmonischen der  $HEM_{11}$ -Mode in Achsennähe ist nach (5.19) und (5.21):

$$\Delta U_{\nu} = q e^{i\omega t_0} E_{0\nu} k r \cos(\Phi) \frac{\sin(\delta k_{\nu} \frac{L}{2})}{\delta k_{\nu} \frac{L}{2}} L = q e^{i\omega t_0} E_{0\nu} k r \cos(\Phi) \Lambda_{\nu} L \quad (5.22)$$

Hier haben wir den sogenannten Laufzeitfaktor  $\Lambda_{\nu}$ , im englischen Sprachgebrauch auch als Transittime-Faktor bekannt, eingeführt. Dieser Faktor berücksichtigt, wie schon weiter oben erwähnt wurde, wieviel Wellenphase die Ladung  $q$  bei der Durchquerung des Resonators von der  $\nu$ -ten Raumharmonischen erlebt hat. Stimmen Phasengeschwindigkeit und Teilchengeschwindigkeit überein, dann ist  $\Lambda_{\nu} = 1$ , erlebt das Teilchen eine volle Wellenlänge, dann ist natürlich  $\Lambda_{\nu} = 0$ . Hat man anstelle der in positive  $z$ -Richtung laufenden  $HEM_{11}$ -Mode (5.21) eine stehende Welle:

$$E_z(r, \Phi, z, t) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} E_{0\nu} k r \cos(\Phi) \frac{1}{2} \left\{ e^{i(\omega t - k_{z\nu} z)} + e^{i(\omega t + k_{z\nu} z)} \right\}, \quad (5.23)$$

dann berechnet sich der Energiegewinn in der  $\nu$ -ten Raumharmonischen zu:

$$\begin{aligned} \Delta U_{\nu} &= q e^{i\omega t_0} E_{0\nu} k r \cos(\Phi) \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin\left(\left(k_T - k_z\right)\frac{L}{2}\right)}{\left(k_T - k_z\right)\frac{L}{2}} + \frac{\sin\left(\left(k_T + k_z\right)\frac{L}{2}\right)}{\left(k_T + k_z\right)\frac{L}{2}} \right\} L \\ &= q e^{i\omega t_0} E_{0\nu} k r \cos(\Phi) \Lambda_{\nu} L \end{aligned} \quad (5.24)$$

Speziell für  $TM_{110}$ -Moden ist  $k_z = 0$  und (5.24) wird:

$$\Delta U = q e^{i\omega t_0} E_0 k r \cos(\Phi) \frac{\sin\left(\left(k_T\right)\frac{L}{2}\right)}{k_T \frac{L}{2}} L \quad (5.25)$$

Wendet man die Gleichung (5.11) auf (5.22) oder (5.24) an, dann zeigt sich, daß für die  $HEM_{11}$ -Mode Längs- und Querkräfte unabhängig von der speziellen Raumharmonischen in der Nähe der Resonatorachse stets in der Relation:

$$\frac{\Delta P_z}{\Delta P_{\perp}} = -i k r \quad (5.26)$$

stehen, wenn die Zeitabhängigkeit harmonisch ist ( $e^{i\omega t}$ ). Da nach den Gleichungen (5.22) oder (5.26) der radiale Impulsgewinn in Achsennähe unabhängig vom radialen Abstand ist, definieren wir eine Größe, die zur Beurteilung der radialen Ablenkung einer Ladung bei der Durchquerung einer Dipolmode geeignet ist, auf folgende

Weise [21]:

$$R_{\perp} = \frac{\left\{ \int_0^L \frac{1}{k} \left( \frac{\partial}{\partial r} E_z(r, \Phi, z, t) \right) dz \right\}^2}{P_V} \quad \text{in } [\Omega], \quad (5.27)$$

wobei  $P_V$  die Verlustleistung im Resonator bedeutet. Diese Größe nennt man transversale Shuntimpedanz, sie ist unabhängig vom radialen Abstand. Die Bedeutung von  $R_{\perp}$  wird klar, wenn (5.27) zu folgender allgemeinerer Definition zusammengefaßt wird:

$$R_{\perp} = \frac{(\Delta U/q)^2}{P_V}, \quad (5.28)$$

wobei allerdings nach (5.27) für  $\Delta U$  derjenige maximale Energiegewinn der Ladung einzusetzen ist, den sie durch die Dipolmode erfährt, wenn sie im Abstand  $kr=1$  achsenparallel den Resonator durchfliegt. In der Praxis wird auch oft die transversale Shuntimpedanz pro Längeneinheit verwendet:

$$r_{\perp} = \frac{\left\{ \frac{1}{k} \left( \frac{\partial}{\partial r} E_z \right) \right\}^2}{dP/dz} \quad \text{in } [\Omega/m] \quad (5.29)$$

Diese Definition wird bei Laufwellenstrukturen angewendet. Auch bei Laufwellenstrukturen sind in  $P$  neben der Energie, die pro Zeiteinheit durch den Querschnitt der Struktur fließen, die Wandverluste zu berücksichtigen. Setzt man (5.22) bzw. (5.24) in die Definitionen (5.27) bzw. (5.29) ein, so erhält man einfache Ausdrücke für die transversalen Shuntimpedanzen der  $\nu$ -ten Raumharmonischen:

$$R_{\perp \nu} = \frac{(E_{0\nu} \Lambda_{\nu} L)^2}{P_V} = \frac{V_{\nu}^2 \Lambda_{\nu}^2}{P_V} \quad \text{bzw.} \quad (5.30)$$

$$r_{\perp} = \frac{E_{0\nu}^2}{dP/dz}$$

bei maximaler Polarisation der Dipolmode ( $\cos(\Phi)=1$ ). Die transversale Impulsänderung einer Ladung  $q$  bei der Durchquerung eines Resonators der Länge  $L$  berechnet sich mit Hilfe der transversalen Shuntimpedanz zu:

$$\Delta P_{\perp} = \frac{q}{c} \sqrt{R_{\perp} P_V} \quad \text{oder} \quad (5.31)$$

$$\Delta P_{\perp} = \frac{q}{c} \sqrt{r_{\perp} dP/dz} \Lambda L$$

Bei der Anwendung der transversalen Shuntimpedanz pro Längeneinheit muß der Laufzeitfaktor extra berücksichtigt werden. Am Ende dieses Abschnitts sei erwähnt,

daß die transversale Shuntimpedanz meßtechnisch leicht zugänglich ist; es muß lediglich die radiale Abhängigkeit der longitudinalen Shuntimpedanz  $R_S$  [40] der Dipolmode in Achsennähe mit Hilfe von dielektrischen Störkörpern, bzw. noch einfacher mit Störstäben [40], bestimmt, und anschließend auf den Wert  $kr=1$  interpoliert werden. Dazu muß der Störkörperdurchmesser sehr klein gegenüber seiner Längenausdehnung sein. Die transversale Shuntimpedanz ist eine im Zusammenhang mit BBU besonders wichtige Größe, und wird auch bei der weiteren Darstellung der Theorie nützliche Dienste leisten.

## 6 Drei Beispiele zur Strahl-Resonator-Wechselwirkung

*Im ersten Abschnitt wird die Wechselwirkung eines in Längsrichtung homogenen Strahls, welcher transversal Betatronschwingungen vollführt, mit der  $TM_{110}$ -Mode eines Zylinderresonators diskutiert. Dieses Beispiel ist sehr einfach, da man sich auf den stationären Fall beschränken kann. Dieses Beispiel ist außerdem von praktischer Bedeutung bei Linearbeschleunigern, die bei hohem Duty Cycle betrieben werden, wie es zum Beispiel bei Race Track Mikrotrons vorkommt.*

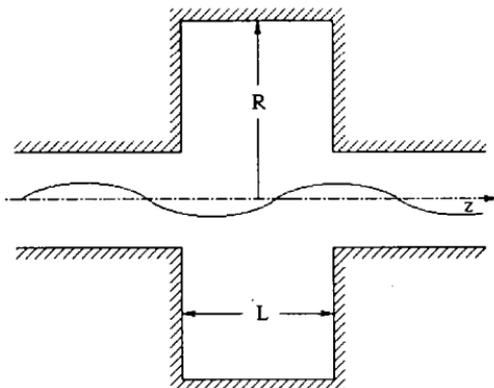
*Im zweiten Abschnitt wird gezeigt, wie die Wechselwirkung eines Teilchenstrahls mit einer linearen Kette gekoppelter Resonatoren mit Hilfe der Condon-Methode prinzipiell bewältigt werden kann. Da über diese Methode keine analytischen Abschätzungen möglich sind, schließt sich eine Betrachtung an, bei welcher die lineare Kette gekoppelter Resonatoren als Wellenleiter behandelt wird. Das Ergebnis dieser Betrachtung ist eine Abschätzungsformel für den regenerativen BBU bei Irisstrukturen, die in der  $2\pi/3$ -Beschleunigermode betrieben wird.*

*Anschließend wird die Berechnung von Energieverlust und Wakefeld einer Punktladung, die mit Lichtgeschwindigkeit einen Resonator durchquert, gezeigt. Dabei werden wir die Wakefelder durch eine einfache Energiebilanzbetrachtung berechnen, um die langwierige Behandlung nach der Condon-Methode zu umgehen. Dieses Beispiel ist besonders wichtig, da die Wakefelder der Punktladung als Greensche Funktion bei der Berechnung von Wakefeldern beliebig geformter Teilchenpakete dienen.*

### 6.1 Wechselwirkung eines homogenen Strahls, der Betatronschwingungen vollführt, mit der $TM_{110}$ -Mode eines Zylinderresonators

Der Zylinderresonator habe den Radius  $R$  und die Länge  $L$  (Abb. 9). Der Teilchenstrahl besitze die Stromstärke  $I_0$  in longitudinaler Richtung und vollführe eine Betatronschwingung der Kreisfrequenz  $\omega_B$  welche in der Nähe der Kreisfrequenz  $\omega_0$  der  $TM_{110}$ -Mode liegt. Der maximale Ausschlag des Strahls sei  $r_0$ , und die Teilchen bewegen sich mit der Geschwindigkeit  $v_T \approx c$  in positiver  $z$ -Richtung.

Unter diesen Voraussetzungen kann die Diskussion auf den eingeschwungenen Zustand beschränkt werden, was die Behandlung erheblich vereinfacht. Ausgangspunkt



**Abb. 9** Der Strahl durchquert einen Zylinderresonator, und vollführt dabei Betatronschwingungen der Wellenzahl  $k_B$ .

unserer Betrachtungen ist Gleichung (4.17) aus Abschnitt 4.3.

$$\ddot{f}_v(t) + \frac{\omega_v}{Q_v} \dot{f}_v(t) + \omega_v^2 f_v(t) = c^2 \frac{\epsilon_0}{2U_v} \int_V J_z(r, z-ct) \mathbf{a}_v(r) \cdot \mathbf{e}_z dV \quad (6.1)$$

$f_v$  sei jetzt die Amplitude der  $TM_{110}$ -Mode. In Achsennähe gilt für die  $TM_{110}$ -Eigenmode:

$$\mathbf{a}_v(r) = \frac{1}{k_v} \left( \frac{\partial \mathbf{a}_v(z)}{\partial r} \right)_{r=0} k_v r = \Psi_{1v} k_v r \mathbf{e}_z, \quad k_v = \frac{\omega_v}{c} = \frac{x_{11}}{R} \quad (6.2)$$

Hier ist  $x_{11}$  die erste Nullstelle der 1. Besselfunktion. Die  $TM_{110}$ -Eigenmode hat aufgrund der Normalisierung nach Gleichung (4.13) die Darstellung:

$$a_{vz}(r, \Phi) = 2 \sqrt{\frac{U_v}{\epsilon_0 V}} \frac{J_1(k_v r)}{J_0(x_{11})} \cos(\Phi), \quad (6.3)$$

d.h. in Achsennähe in der Ebene maximaler Polarisation hat (6.3) die Form:

$$a_{vz}(r) = \frac{1}{k_v} \left( \frac{\partial \mathbf{a}_v(z)}{\partial r} \right)_{r=0} k_v r = \Psi_{1v} k_v r = 2 \sqrt{\frac{U_v}{\epsilon_0 V}} \frac{k_v r}{J_0(x_{11})} \quad (6.4)$$

Die Integration auf der rechten Seite von (6.1) kann nun ausgeführt werden, wenn man beachtet, daß die Ladungsträger mit der Geschwindigkeit  $c$  in positive  $z$ -Richtung bewegt werden. Wir setzen also an:

$$r(z,t) = r_0 e^{i\omega_B(1 - \frac{z}{c})}, \quad (6.5)$$

mit der komplexen Amplitude  $r_o$ . Damit ergibt sich für die rechte Seite von (6.1):

$$c^2 \frac{\epsilon_o}{2U_v} I_o \Psi_{1v}^* k_v r_o \frac{\sin\left(\left(k_B \frac{L}{2}\right)\right)}{k_B \frac{L}{2}} L e^{i\omega_B t} \quad (6.6)$$

Mit (6.6) wird (6.1) zu einer erzwungenen Schwingung mit harmonischer Anregung. Wie weiter oben schon erwähnt wurde, interessiert uns nur der stationäre Fall, d.h. der Koeffizient  $f_v$  muß mit der Generatorfrequenz schwingen. Dann ergibt sich für die komplexe Amplitude  $f_o$  von  $f_v$  die Gleichung:

$$f_o = \frac{c^2 \epsilon_o I_o \Psi_{1v}^* k_v r_o \Lambda L}{2U_v (-\omega_B^2 + i \frac{\omega_B \omega_v}{Q_v} + \omega_v^2)} \approx \frac{c^2 \epsilon_o I_o \Psi_{1v}^* k_v r_o \Lambda L}{2U_v i \omega_v \Delta \omega_v (1+i\delta)}, \quad \delta = \frac{2(\omega_B - \omega_v)}{\Delta \omega_v} \quad (6.7)$$

Bei der Darstellung auf der rechten Seite sind wir von den Voraussetzungen einer hohen Resonatorgüte und einer Betatronfrequenz nahe an der Frequenz der  $TM_{110}$ -Mode ausgegangen. Dabei bedeutet  $\Delta \omega_v$  die Halbwertsbreite der Resonanzkurve der Mode. Die Resonatorgüte läßt sich also ersetzen durch:

$$Q_v = \frac{\omega_v}{\Delta \omega_v} \quad (6.8)$$

(6.7) läßt sich über:

$$E_{vz} = -i \omega_v \mu_o A_{vz} = -i \omega_v \mu_o \Psi_{1v} k_v r f_o \quad (5.9)$$

in das elektrische Feld in z-Richtung umrechnen. (6.9) leitet man aus (4.6) ab, unter Beachtung der Eigenschaft, daß Moden vom  $TM_{mno}$ -Typ keine axialen Knoten haben und das skalare Potential damit verschwindet. Führen wir in (6.9) noch die im vorangehenden Abschnitt bereits behandelte transversale Shuntimpedanz  $R_\perp$  ein, indem wir  $|\Psi_{1v}|^2$  durch den Ausdruck:

$$|\Psi_{1v}|^2 = \frac{R_\perp P_v}{\Lambda^2 L^2} \quad (6.10)$$

ersetzen, so erhalten wir schließlich für das elektrische Feld in z-Richtung im Abstand  $r$  von der Resonatorachse das folgende einfache Ergebnis:

$$E_z = -\frac{1}{2} \frac{I_o R_\perp (kr) (kr_o)}{\Lambda L (1+i\delta)} \quad (6.11)$$

Den Index  $v$  haben wir zur Vereinfachung wegfallen lassen. Multiplikation der ganzen Gleichung mit  $\Lambda L$  und Division durch  $(kr)$  bringt (6.11) auf eine Form, die in der Praxis von großer Bedeutung ist [29]:

$$V = -\frac{1}{2} \frac{I_o R_\perp (kr_o)}{(1+i\delta)} \quad (6.12)$$

$V$  bedeutet den Energiegewinn eines Elektrons mit optimaler Eintrittsphase, das den Resonator parallel zur Achse in einem Achsenabstand  $kr=1$  durchquert. Aus (5.26) läßt sich mit Hilfe von  $V$  direkt der transversale Impulsge winn einer Ladung  $q$  berechnen:

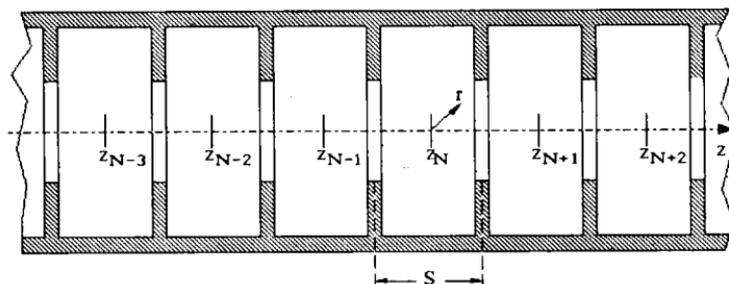
$$\Delta P_r = i \frac{q}{c} V \quad (6.13)$$

Die Gleichungen (6.12) und (6.13) dienen als Grundlage zur Berechnung des cumulativen BBU's bei Race Track Mikrotrons wie z.B. MAMI [29].

## 6.2 Strahl-Resonator-Wechselwirkung bei gekoppelten Resonatoren

Dieser Ansatz kann zur Berechnung des Startstroms zum regenerativem BBU in Irisstrukturen dienen. Allerdings ist die Berechnung von Startstrom und Wachstumsrate nach dieser Methode letztlich nur mit numerischen Mitteln möglich. Wir werden diesen Ansatz nur als Grundlage zur Ableitung einer einfachen, nicht exakten Formel zur Abschätzung der Größenordnung des Startstromes bei regenerativem BBU benutzen.

Bei dieser Methode wird das Feld einer Zelle der Irisstruktur in Normalmoden der gekoppelten Resonatorzellen entwickelt. Abb. 10 zeigt die Darstellung der Irisstruktur als lineare Kette lose miteinander verkoppelter Einzelresonatoren. Das Feld in einer einzelnen Zelle sei durch eine Entwicklung in Eigenmoden der Einzelzelle repräsentiert. Wir berücksichtigen dabei nur die quellenfreien Felder, da eine ablenkende Wirkung auf den Teilchenstrahl nur über diese Felder stattfindet. Innerhalb eines bestimmten Frequenzbandes kann das Feld durch eine einzige, jedoch durch die Koppellöcher gestörte Eigenmode dargestellt werden.



**Abb. 10** Die Einzelzellen der linearen Kette von Resonatoren sind durch Koppellöcher miteinander verbunden.

Das Feld der N-ten Zelle wird in folgender Weise entwickelt:

$$\mathbf{A}_N(\mathbf{r}, t) = f_N(t) \mathbf{a}_N(\mathbf{r}) \quad (6.14)$$

Für die anderen Zellen soll ebenfalls gelten:

$$\mathbf{A}_\nu(t) = f_\nu(t) \mathbf{a}_\nu(\mathbf{r}) = f_\nu(t) \mathbf{a}_N(\mathbf{r}) \quad (6.15)$$

d.h. die Eigenmoden der Einzelzellen sollen untereinander identisch sein. Die Eigenmoden sind wieder nach Gleichung (4.13) normiert. Die Kopplung zwischen den Nachbarzellen werden wir durch den sogenannten Koppelfaktor K berücksichtigen. K kann im Prinzip näherungsweise über das effektive Dipolmoment kleiner Öffnungen [41,42] bestimmt werden. Wie aus der Theorie der gekoppelten Resonatoren [43] hervorgeht, kann mit Hilfe von Gleichung (4.17) bei schwacher Kopplung folgender Ansatz gemacht werden:

$$\ddot{f}_N(t) + \frac{\omega_N}{Q_N} \dot{f}_N(t) + \omega_N^2 f_N(t) + \omega_N^2 K \{ f_{N-1}(t) + f_{N+1}(t) \} = c^2 \frac{\epsilon_0}{2U_N} \int_V \mathbf{J}_z(\mathbf{r}, z-ct) \mathbf{a}_N^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_z \, dV \quad (6.16)$$

In Achsennähe ersetzen wir  $\mathbf{a}_N(\mathbf{r})$  durch (6.4) des vorangehenden Abschnitts:

$$\mathbf{a}_{Nz}^*(\mathbf{r}) = \frac{1}{k_N} \left( \frac{\partial \mathbf{a}_N^*(z)}{\partial r} \right)_{r=0} k_N r \cos(\Phi) = \Psi_{1N}^*(z) k_N r \cos(\Phi) \quad (6.17)$$

Die Stromdichte  $\mathbf{J}_z$  soll sich aus einer Kette von n+1 punktförmigen Teilchenpaketen mit der Gesamtladung  $Mq$  zusammensetzen, die im Abstand  $cT_0$  aufeinander folgen.

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t-z/c) = Mq c \frac{\delta(r-x)}{x} \delta(\Phi) \sum_{m=0}^n \delta(z - c(t - mT_0)) \quad (6.18)$$

Dabei ist x die radiale Ablage von der Resonatorachse, mit der die Teilchenpakete in die N-te Zelle der Irisstruktur eintreten. Bei einem solchen Ansatz ist zu bedenken, daß die radiale Ablage x für das  $\nu$ -te Teilchenpaket während der Durchquerung der N-ten Zelle konstant bleiben muß, aber natürlich von Teilchenpaket zu Teilchenpaket variieren darf. Das heißt also, daß x in Abhängigkeit vom Eintrittszeitpunkt der Teilchenpakete in die N-te Zelle variiert. Setzen wir (6.17) und (6.18) in (6.16) ein, so erhalten wir:

$$\ddot{f}_N(t) + \frac{\omega_N}{Q_N} \dot{f}_N(t) + \omega_N^2 f_N(t) + \omega_N^2 K \{ f_{N-1}(t) + f_{N+1}(t) \} = \frac{q c^2}{2U_N Z_0} k_N x_{N\nu} \begin{cases} 0 & \text{für } (\nu-1)T_0 + S/c < t < \nu T_0 \\ \Psi_{1N}^*(ct) & \text{für } \nu T_0 < t < \nu T_0 + S/c, \nu=0,1,2,\dots,n \\ 0 & \text{für } \nu T_0 + S/c < t < (\nu+1)T_0 \end{cases} \quad (6.19)$$

Hierbei bedeuten  $Z_0 \approx 377 [\Omega]$  die Impedanz des Vakuums, und  $x_{Nv}$  ist, wie schon weiter oben erwähnt wurde, die Ablage des  $v$ -ten Teilchenpaketes in der  $N$ -ten Zelle. Nach dem Theorem von Panofsky-Wenzel (in der Form der Gleichung (5.7)) ist der transversale Impulsgewinn  $\Delta P_{\perp}$  einer Ladung  $q$  in der  $N$ -ten Zelle:

$$\Delta P_{\perp N} = q\mu_0 k_N f_N \int_{-S/2}^{+S/2} \Psi_{IN}(z) e^{ik_N z} dz = q\mu_0 k_N f_N F_N \quad (6.20)$$

Der hier eingeführte Faktor  $F_N$  wird allgemein Formfaktor genann. Mit Gleichung (6.20) ist es möglich, Strahlablage und transversalen Impuls des  $v$ -ten Teilchenpaketes in der  $N$ -ten Zelle zu berechnen:

$$\begin{aligned} P_{\perp N}(vT_0) &= P_{\perp N-1}(vT_0) + q\mu_0 k_N f_N (vT_0) F_N \\ x_N(vT_0) &= x_{N-1}(vT_0) + S P_{\perp N}(vT_0) / P_z(NS) \end{aligned} \quad (6.21)$$

Anhand der Gleichungen (6.16) und (6.21) ist zu erkennen, daß dieses Problem in dieser Formulierung nur numerisch gelöst werden kann. Diese Ableitung hat jedoch gezeigt, daß auch die Wechselwirkung eines Teilchenstrahls mit einer Kette gekoppelter Resonatoren mit der Condonschen Methode bewältigt werden kann. Um zu einer mehr analytischen Abschätzungsformel für den maximal transportierbaren Strom zu kommen, werden wir das Problem im nachfolgenden Abschnitt noch einmal anders formulieren.

### 6.2.1 Abschätzungen zum Startstrom bei regenerativem BBU

Anwendung des Poyntingschen Satzes auf eine differentielle Länge des der Irisstruktur entsprechenden Wellenleiters führt auf die folgende Energieerhaltungsgleichung:

$$\frac{\partial w_{ov}}{\partial t} + \frac{\omega_v}{Q_v} w_{ov} + \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial P_S}{\partial z} \quad (6.22)$$

Dabei bedeuten

$w_{ov}$  := Die in der  $v$ -ten Mode gespeicherte Energie pro Längeneinheit.

$\frac{\omega_v}{Q_v} w_{ov}$  := Die durch Wandverluste pro Längen- und Zeiteinheit verbrauchte Energie.

$\frac{\partial P}{\partial z}$  := Die durch den Wellenleiterquerschnitt pro Längen- und Zeiteinheit abgeflossene Energie.

$\frac{\partial P_S}{\partial z}$  := Die durch den Strahl pro Längeneinheit erzeugte Leistung.

Aus der Bedingung, daß die durch den Strahl erzeugte Leistung pro Längeneinheit ( $\partial P_S / \partial z$ ) gleich den Leistungsverlusten pro Längeneinheit ( $\partial P / \partial z$ ) ist, findet man den Startstrom für den regenerativen BBU. In diesem Fall ist nämlich  $\partial w_{ov} / \partial t$  gleich Null, d.h. die pro Längeneinheit im Feld der  $\nu$ -ten Mode gespeicherte Energie bleibt konstant. Ist die durch den Strahl erzeugte Leistung größer als die Leistungsverluste durch den ohmschen Widerstand in der Wand und durch den Energietransport über den Wellenleiter, so muß die im Feld gespeicherte Energie ansteigen.

Die  $\nu$ -te Mode sei nun die  $HEM_{11}$ -Welle. Dann gibt es, wie schon in Abschnitt 3.2 angedeutet wurde, eine Rückkopplung der im Feld der  $HEM_{11}$ -Mode gespeicherten Energie auf die vom Strahl erzeugte Leistung, denn die erzeugte Leistung ist proportional der radialen Strahlablage und der Feldstärke der  $HEM_{11}$ -Mode. Die radiale Strahlablage ist aber wieder proportional zur Feldstärke der  $HEM_{11}$ -Mode. Damit ist also die Strahlleistung proportional zur gespeicherten Feldenergie und umgekehrt, wie aus Gleichung (6.22) unmittelbar ersichtlich ist.

Die von der Stromdichte  $\mathbf{J}$  am Feld  $\mathbf{E}$  geleistete Arbeit pro Zeiteinheit ist gegeben durch:

$$\operatorname{Re} \left( \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}^* dV \right)$$

Im zeitlichen Mittel findet man also für die vom Strahl erzeugte Leistung:

$$P_S = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}^* dV \right) \quad (6.23)$$

Der Faktor 1/2 kommt hier folgendermaßen zustande:

Wir nehmen an, eine der Raumharmonischen der  $HEM_{11}$ -Moden würde sich näherungsweise synchron mit der Ladung  $q$  bewegen. Abb. 5c in Abschnitt 3 zeigt eine Skizze des Lorentzkraftfeldes ( $\mathbf{E} + \mu_0 c \mathbf{e}_z \times \mathbf{H}$ ) für diese Mode in Achsennähe in der Polarisationssebene, und vom mit der Ladung  $q$  mitbewegten Koordinatensystem aus "gesehen". Das Feld

$$E_z(r, z, t) = E_0(kr) e^{i(\omega t - \frac{\omega}{v_p} z)} \quad (6.24)$$

(vergleiche Abschnitt 5.2, Gleichung 5.21) soll sich mit einer Phasengeschwindigkeit  $v_p$  ausbreiten, die etwas kleiner als die Teilchengeschwindigkeit ist. Ladungen, die bei einer maximal ablenkenden Wellenphase in die Struktur eintreten werden in ein bremsendes Feld abgelenkt und geben so Energie an die Mode ab (Abb. 5c, Abschnitt 3), während die Ladungen langsam die Welle überholen. Im allgemeinen geben die Ladungen bei jeder möglichen Eintrittsphase einen Energiebeitrag  $\geq 0$  an die Mode ab, d.h. Gleichung (6.23) hängt quadratisch von

$$e^{i\omega t_0}$$

ab, wobei  $\omega t_0$  die Eintrittsphase bedeutet. Das rührt her von der Abhängigkeit des Achsenabstandes der Teilchen vom Feld (siehe Gleichung (6.27)), welcher dann

natürlich auch von der Eintrittsphase abhängt. Mittelt man also über alle möglichen Eintrittsphasen, dann ergibt sich der Faktor 1/2.

Für die Stromdichte  $\mathbf{J}$  nehmen wir an, daß sie durch Elektronen gebildet wird, die mit nahezu Lichtgeschwindigkeit in positive z-Richtung laufen, so daß:

$$J_r \approx 0, \quad J_z(\mathbf{r}, t) = J_z(x, t - \frac{z}{c}) \quad (6.25)$$

Setzen wir in (6.23) (6.24) und (6.25) ein, so ergibt sich:

$$P_S = -\frac{1}{2} I_0 \operatorname{Re} \int_0^L E_0^* k_x e^{i\delta k_z z} dz, \quad \delta k_z = \omega \left( \frac{1}{v_p} - \frac{1}{c} \right) \quad (6.26)$$

Die Eintrittsphase taucht hier natürlich nicht mehr auf, da über alle Eintrittsphasen gemittelt wurde. Mit Hilfe der Gleichung (5.7) Abschnitt 5.2 erhält man für die Ablenkung  $x$  durch das HF-Feld:

$$x(z) = i \frac{q}{k U_0} \int_0^z \int_0^{z'} \frac{\partial E_z}{\partial x} dz'' dz' \quad (6.27)$$

wobei hier näherungsweise angenommen ist, daß sich die Teilchenenergie  $U_0 = m_0 \gamma c^2$  über die Länge der Struktur nicht ändert. Einsetzen von (6.27) in (6.26) liefert:

$$P_S = -\frac{1}{2} I_0 q \frac{q}{U_0} \operatorname{Re} \int_0^L \int_0^z \int_0^{z'} i E_0^* E_0 e^{i\delta k_z (z - z'')} dz'' dz' dz \quad (6.28)$$

Das führt zu folgendem Resultat:

$$P_S = 2 I_0 q |E_0|^2 \frac{k f(\delta k_z L)}{U_0} \left( \frac{L}{\pi} \right)^3 \quad (6.29)$$

$$f(\delta k_z L) = \frac{1}{2} \frac{(1 - \cos(\delta k_z L)) - \frac{1}{2} \delta k_z L \sin(\delta k_z L)}{\left( \frac{\delta k_z L}{\pi} \right)^3}$$

$\delta k_z L$  wird Phasenschlupfparameter genannt. Die erzeugte Strahlleistung wird maximal, wenn  $\delta k_z L \approx 2.65$  und  $f(\delta k_z L) \approx 1.04$  ist.

Nun sind noch die Leistungsverluste zu berechnen. Hier muß man zwei Fälle unterscheiden:

- Beschleunigerstrukturen, bei denen die synchron laufende HEM<sub>11</sub>-Mode eine relativ hohe Gruppengeschwindigkeit hat, und
- Beschleunigerstrukturen, bei denen die synchron laufende HEM<sub>11</sub>-Mode eine relativ niedrige Gruppengeschwindigkeit hat.

Bei den für lineare Kollider vorgeschlagenen normalleitenden Beschleunigerstrukturen

handelt es sich fast ausschließlich um Irisstrukturen, die in der  $2\pi/3$ -Mode im Laufwellenbetrieb arbeiten sollen. Das bedeutet aber eine mit den Teilchen synchron mitlaufende HEM<sub>11</sub>-Mode ganz in der Nähe der  $\pi$ -Mode, und somit kann sich das BBU-Phänomen in diesem Fall nur durch einen Stehwelleneffekt aufbauen. Anstelle der Gleichung (6.22) hätte man also:

$$\frac{\partial w_{ov}}{\partial t} + \frac{\omega_v}{Q_v} w_{ov} = \frac{\partial P_S}{\partial z} \quad (6.30)$$

Der durch die Gruppengeschwindigkeit der Mode bedingte Term  $\partial P/\partial z$  fällt hier also weg. Für die Stehwelle der HEM<sub>11</sub>-Mode machen wir den Ansatz:

$$E_z(r, z, t) = E_o(kr) e^{i\omega t} \frac{e^{ik_z(L-z)} - \Gamma_L e^{-ik_z(L-z)}}{e^{ik_z L} - \Gamma_L \Gamma_o e^{-ik_z L}} \quad (6.31)$$

Dabei sind  $\Gamma_o$  der Reflexionsfaktor an der Stelle  $z=0$ , und  $\Gamma_L$  der Reflexionsfaktor an der Stelle  $z=L$ . Allgemein benötigt man hier beide Reflexionsfaktoren, da die Randbedingungen für die HEM<sub>11</sub>-Mode hier nicht speziell definiert sein können. Die Wandverluste ergeben sich durch:

$$P_V = \frac{\omega}{Q} \int_0^L w_{ov} dz = \frac{1}{r_1 k} \int_0^L \left| \frac{\partial E_z}{\partial r} \right|^2 dz \quad (6.32)$$

Setzen wir (6.31) in (6.32) ein, dann ergibt sich schließlich:

$$P_V = \frac{|E_o|^2}{r_1} \frac{(1 + |\Gamma_L|^2)L - 2|\Gamma_L| \frac{\sin(2k_z L - \varphi_L)}{2k_z L} L}{1 + |\Gamma_L|^2 |\Gamma_o|^2 - 2|\Gamma_L||\Gamma_o| \cos(k_z L - \varphi_L - \varphi_o)} = \frac{|E_o|^2}{r_1} h(\Gamma_o, \Gamma_L, k_z L) L \quad (6.33)$$

Dabei bedeuten  $\varphi_L$  und  $\varphi_o$  die Phasen der entsprechenden komplexen Reflexionsfaktoren. Die Funktion  $h(\Gamma_o, \Gamma_L, k_z L)$  besteht nur aus dimensionslosen Größen und bestimmt das aus den Randbedingungen und der angebotenen Frequenz sich ergebende Feldamplitudenquadrat. Schließt man bzw. die Irisstruktur bei  $z=L$  mit einem Kurzschluß ab ( $\Gamma_L = -1$ ) und sorgt für eine Anpassung bei  $z=0$  ( $\Gamma_o = 0$ ), dann erhält man für die HEM<sub>11</sub>- $\pi$ -Mode den Wert  $h(0, -1, n\pi) = 2$ , wobei  $n$  die Anzahl der Zellen bedeutet.

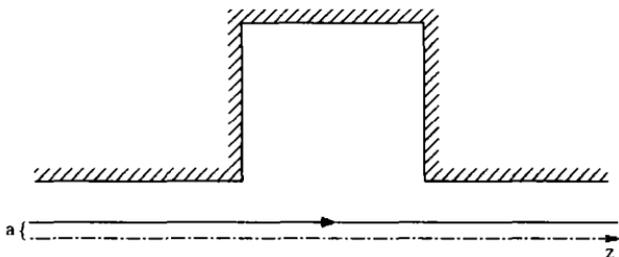
Der Vergleich der Leistungsverluste in der Wand  $P_V$  mit der durch den Strahl erzeugten Leistung liefert den Startstrom  $I_o$  für den regenerativen Stehwellen-BBU:

$$I_o = \frac{U_o \lambda}{4 r_1 q} \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \frac{h(\Gamma_o, \Gamma_L, k_z L)}{f(\delta k_z L)} \quad (6.34)$$

### 6.3 Abstrahlung einer hochrelativistisch bewegten Punktladung $q$ in einen leeren Resonator

In diesem Abschnitt wird die Berechnung des Energieverlustes und der Wakefelder einer Punktladung  $q$ , die mit Lichtgeschwindigkeit einen beliebigen Resonator achsenparallel durchquert, gezeigt. Da eine Berechnung der Wakefelder nach der Condon-Methode für diesen Fall zu langwierig wäre, werden wir das Problem über eine reine Energiebilanzbetrachtung lösen. Das ist nach einem Verfahren von P.B. Wilson [9] möglich. Dieses Verfahren erlaubt, das Problem der für diesen Fall inhomogenen zeitabhängigen Maxwellgleichungen auf ein Problem von zeitunabhängigen homogenen Maxwellgleichungen zurückzuführen. Das Verfahren führt zu einem bekannten Theorem, das im englischen Sprachgebrauch den Namen "Fundamental Theorem of Beam Loading", oder auch abgekürzt FTBL, trägt. Das Theorem stellt fest, daß eine Ladung während der Durchquerung eines zunächst feldfreien Resonators die Hälfte der Spannung erfährt, die die Ladung unmittelbar nach der Durchquerung im Resonator entlang ihres Weges hinterläßt.

#### 6.3.1 Ein Theorem zur Bestimmung des Abstrahlungsverlustes einer Ladung $q$ bei Durchquerung eines Resonators



**Abb. 11** Die Teilchenbahn einer Ladung  $q$  durch einen zylindersymmetrischen Resonator. Die in der mathematischen Behandlung auftretende Spannung  $V_v(t)$  ist eine Spannung entlang einer vollständigen Teilchenbahn durch den Resonator.

Eine Ladung  $q$ , die einen Resonator durchquert hat, hinterläßt dort ein Feld, das, wie wir aus dem Abschnitt 4.3 wissen, durch eine unendliche Summe von Eigenmoden dargestellt werden kann (ähnlich einer Fourierreiheentwicklung):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{v=1}^{\infty} c_v(t) \mathbf{E}_v(\mathbf{r}) \quad , \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \sum_{v=1}^{\infty} h_v(t) \mathbf{H}_v(\mathbf{r}) \quad (6.35)$$

Dabei können die Entwicklungskoeffizienten beliebige Funktionen der Zeit sein. Jede dieser Moden wird durch ihre Eigenfrequenz  $\omega_v$ , Güte  $Q_v$  und der momentanen

Spannung  $V_\nu(t)$  beschrieben (Abb. 11). Genauer gesagt ist mit  $V_\nu(t)$  die sich zeitlich ändernde Spannung entlang des Teilchenweges gemeint, die sich unmittelbar nach dem das Teilchen den Resonator verlassen hat ergibt. Diese Spannung variiert von diesem Zeitpunkt an zeitlich sinusförmig, da es sich dann um die freie Schwingung der  $\nu$ -ten Eigenmode handelt.

Die Ladung  $q$  hat nach verlassen des Resonators die Energie  $\Delta U_\nu$  an die  $\nu$ -te Resonatormode abgegeben.  $\Delta U_\nu$  ist proportional zum Quadrat der Ladung  $q$ :

$$\Delta U_\nu = k_{\nu\nu} q^2 \quad (6.36)$$

weil  $\Delta U \sim V_\nu^2$  und  $V_\nu \sim q$  ist. Das  $V_\nu$  proportional zur Ladung  $q$  ist, liegt einfach an der Tatsache, daß die Spannung entlang des Teilchenweges von den Spiegelladungen herrührt. Hier ist  $k_{\nu\nu}$  definiert als longitudinaler Verlustfaktor bezogen auf die  $\nu$ -te Mode. Die von der Ladung im Resonator hinterlassene Spannung  $V_\nu(t)$  schwingt zeitlich sinusförmig und wir machen deshalb den Ansatz:

$$V_\nu(t) = -V_\nu \cos(\omega_\nu t - \varphi_0) = -V_\nu \cos\left(\frac{\omega_\nu}{c}s - \varphi_0\right) \quad (6.37)$$

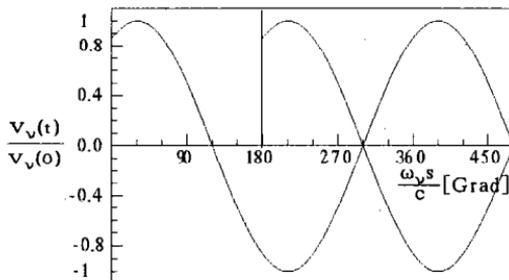
(das negative Vorzeichen ergibt ein positives Wakepotential und wirkt damit bremsend) und für den Energieverlust des Teilchens:

$$\Delta U_\nu = k_{\nu\nu} q^2 = q \xi V_\nu \cos(\varphi_0) \quad (6.38)$$

$s$  bedeutet der Abstand hinter der führenden Ladung,  $-V_\nu \cos(\varphi_0)$  ist die Spannung entlang des Teilchenweges unmittelbar nachdem die Ladung den Resonator verlassen hat.  $\varphi_0$  ist ein noch zu bestimmender Phasenwinkel. Der noch unbekannte Faktor  $\xi$  beschreibt den Anteil der induzierten Spannung, den das Teilchen selbst erfahren hat, oder anders ausgedrückt, beschreibt  $\xi$  die Differenz zwischen dem Wakepotential, das auf die erzeugende Ladung selbst wirkt, und dem Wakepotential unmittelbar hinter der Ladung.

Wir bestimmen zunächst den unbekanntenen Faktor  $\xi$  und machen dazu das folgende Gedankenexperiment:

In einem Abstand  $s = \lambda/2$  soll dem ersten Teilchen ein zweites Teilchen mit gleich großer Ladung  $q$  folgen (Abb. 12).



**Abb. 12** Die normalisierten Wakepotentiale zweier gleich großer Ladungen  $q$  die im Abstand  $\lambda/2$  hintereinander den Resonator durchquert haben.

Die erste Ladung hat nach Gleichung (6.37) die Energie

$$\Delta U_{\nu}^1 = k_{\nu\nu} q^2 = q \xi V_{\nu} \cos(\varphi_0) \quad (6.39)$$

an die  $\nu$ -te Mode des Resonators abgegeben, während die zweite Ladung im Abstand  $\lambda/2$  die Energie:

$$\Delta U_{\nu}^2 = -q V_{\nu} \cos(\varphi_0) + q \xi V_{\nu} \cos(\varphi_0) = -q V_{\nu} \cos(\varphi_0) (1 - \xi) \quad (6.40)$$

gewinnt, vorausgesetzt man hat einen idealen verlustfreien Resonator. Nach Abb. 12 ist die von der zweiten Ladung induzierten Spannung entgegengesetzt gleich der von der ersten Ladung induzierten Spannung, so daß der Resonator unmittelbar, nach dem die zweite Ladung den Resonator verlassen hat, keine Energie mehr enthält. Das bedeutet, daß der Energieverlust des ersten Teilchens gleich dem Energiegewinn des zweiten Teilchens sein muß. Es gilt also für den unbekanntenen Faktor  $\xi$ :

$$\Delta U_{\nu}^1 = q \xi V_{\nu} \cos(\varphi_0) = -\Delta U_{\nu}^2 = q V_{\nu} \cos(\varphi_0) (1 - \xi) \quad (6.41)$$

also

$$\xi = \frac{1}{2}. \quad (6.42)$$

Die das Wakepotential erzeugende Ladung erfährt also genau die Hälfte des Wakepotentials unmittelbar hinter ihr.

Wir wollen nun noch den unbekanntenen Phasenwinkel  $\varphi_0$  bestimmen. Dazu machen wir ein zweites Gedankenexperiment:

Im Abstand  $s_0$  folgt der ersten Ladung  $q$  eine zweite mit gleich großer Ladung. Die führende Ladung verliert an die  $\nu$ -te Mode die Energie:

$$\Delta U_{\nu}^1 = k_{\nu\nu} q^2 = \frac{1}{2} q V_{\nu} \cos(\varphi_0) \quad (6.43)$$

Die folgende Ladung erfährt die induzierte Spannung der führenden Ladung und verliert außerdem noch Energie an die  $\nu$ -te Mode:

$$\begin{aligned} \Delta U_{\nu}^2 &= q V_{\nu} \cos\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} s_0 - \varphi_0\right) + \frac{1}{2} q V_{\nu} \cos(\varphi_0) \quad (6.44) \\ &= q V_{\nu} \cos(\varphi_0) \left(\cos\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} s_0\right) + \sin\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} s_0\right) \tan(\varphi_0) + \frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

Den maximalen Energiegewinn macht die zweite Ladung, wenn  $s_0$  so gewählt wird, daß gilt (siehe Abb. 12):

$$s_0 = \lambda/2 + \varphi_0 \quad (6.45)$$

Setzen wir (5.45) in (5.44) ein, so ist:

$$\Delta U_{\nu}^2 = -q V_{\nu} + \frac{1}{2} q V_{\nu} \cos(\varphi_0) = q V_{\nu} \left(\frac{1}{2} \cos(\varphi_0) - 1\right) \quad (6.46)$$

mit

$$\frac{1}{2} \cos(\varphi_0) - 1 < -\frac{1}{2} \quad (6.47)$$

Die zweite Ladung würde also im Resonator mehr Energie gewinnen, als die erste Ladung dort hinterlassen hat, falls man einen Phasenwinkel  $\varphi_0$  zulässt.  $V_v(t)$  ist also eine reine Cosinusfunktion ohne eine zusätzliche Phase.

$$V_v(t) = -V_v \cos(\omega_v t) = V_v(s) = -V_v \cos\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \text{ für } t, s > 0 \quad (6.48)$$

Zusammenfassend ist die durch eine Punktladung  $q$  im Resonator induzierte Spannung gegeben durch [8,9,46,47]:

$$V_v(s) = \begin{cases} -2q k_{vv} \cos\left(\frac{\omega_v}{c} s\right), & s > 0 \\ -q k_{vv}, & s = 0 \\ 0, & s < 0 \end{cases} \quad (6.49)$$

und der Energieverlust an die  $v$ -te Resonatormode ist:

$$\Delta U_v = k_{vv} q^2 = \frac{1}{2} q V_v(0) = \frac{1}{2} q V_v \quad (6.50)$$

Nach Gleichung (6.49) ist es ohne weiteres möglich, das sogenannte Wakepotential [8,9] einer Ladung  $q$  im Abstand  $s$  von der führenden Ladung zu definieren:

$$W_z(s) = -\frac{1}{q} \int_{-\infty}^{\infty} E_z(r, z-s, t) \Big|_{t=\frac{z}{c}} dz = -\frac{V_z(s)}{q} \quad (6.51)$$

(siehe dazu Anhang I) Summiert man über alle durch die Ladung  $q$  angeregten Resonatormoden auf, dann läßt sich  $V_z(s)$  mit Hilfe von (6.48) zu

$$V_z(s) = -2q \sum_{v=1}^{\infty} k_{vv} \cos\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \quad (6.52)$$

berechnen. Damit erhalten wir für das Wakepotential:

$$W_z(s) = 2 \sum_{v=1}^{\infty} k_{vv} \cos\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \quad (6.53)$$

Als nächstes werden wir die Spannung berechnen, die eine Folgeladung erfährt, wenn führende und folgende Ladung sich gleichzeitig im Resonator befinden. Dann müssen nämlich auch die Beiträge der freien Ladungen auf das Wakefeld berücksichtigt werden, nach Abschnitt 4.3 sind das die Beiträge, die aus dem skalaren Potential resultieren. Streng genommen muß also bei der Berechnung des Energieverlustes einer Testladung im Wakepotential einer führenden Ladung der Gültigkeitsbereich von Gleichung (6.53) auf den Bereich  $s > L$  eingeschränkt bleiben.

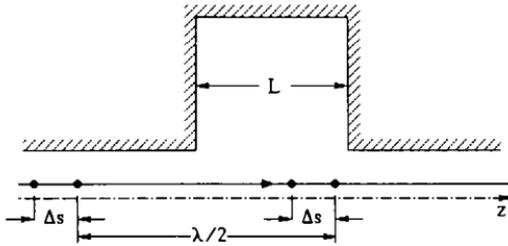
Dieser Mangel kann wieder über ein Gedankenexperiment beseitigt werden. Der Resonator habe die Länge  $L$ . 4 Teilchen gleicher Ladung  $q$  sollen hintereinander den Resonator durchqueren. Dabei haben die Ladungen folgende Abstände voneinander (Abb. 13):

Abstand zwischen der ersten und der zweiten Ladung:  $\Delta s$ ,  $0 < \Delta s < L$

Abstand zwischen der ersten und der dritten Ladung:  $\lambda/2$

Abstand zwischen der ersten und der vierten Ladung:  $\lambda/2 + \Delta s$

$\lambda$  bedeutet hier wieder die Vakuumwellenlänge der  $\nu$ -ten Resonatormode.



**Abb. 13** Vier Teilchen mit gleicher Ladung fliegen hintereinander durch einen Resonator der Länge  $L$

Wir gehen hier entsprechend dem ersten Gedankenexperiment vor und machen eine Energiebilanz. Die Teilchen verlieren bei der Resonatordurchquerung die Energie:

$$\text{Teilchen 1: } \Delta U_{\nu 1} = q^2 k_{\nu \nu}$$

$$\text{Teilchen 2: } \Delta U_{\nu 2} = q^2 k_{\nu \nu} + \Delta \eta_{\nu}$$

$$\text{Teilchen 3: } \Delta U_{\nu 3} = q^2 k_{\nu \nu} + 2 q^2 k_{\nu \nu} \cos\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} \lambda/2\right) + 2 q^2 k_{\nu \nu} \cos\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} (\lambda/2 - \Delta s)\right)$$

$$\text{Teilchen 4: } \Delta U_{\nu 4} = q^2 k_{\nu \nu} + 2 q^2 k_{\nu \nu} \cos\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} (\lambda/2 + \Delta s)\right) + 2 q^2 k_{\nu \nu} \cos\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} \lambda/2\right) + \Delta \eta_{\nu}$$

$\Delta \eta_{\nu}$  ist der noch unbekannte Energieverlust, wenn beide Ladungen gleichzeitig im Resonator sind. Addiert man alle Energieverluste auf, dann bleibt erwartungsgemäß übrig:

$$\Delta \eta_{\nu} = 2 q^2 k_{\nu \nu} \cos\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} \Delta s\right), \quad (6.54)$$

d.h. vom Standpunkt einer Energiebilanz aus gesehen haben die freien Ladungen keine Beiträge geliefert und damit auch keinen Einfluß auf die Wakefelder gehabt. Damit ist das FTBL vollständig abgeleitet worden. Im nächsten Abschnitt werden wir den Zusammenhang des Verlustfaktors mit elementaren Resonatorgrößen ableiten.

### 6.3.2 Die Berechnung des longitudinalen Verlustfaktors durch elementare Größen

Nach diesen Überlegungen wollen wir nun den Verlustfaktor  $k_{v\nu}$  auf elementare Größen bzw. meßbare Größen wie Resonanzfrequenz  $\omega_\nu$ , Güte  $Q_{O\nu}$  und Shuntimpedanz  $R_{S\nu}$  zurückführen. Das gelingt unter Verwendung der Gleichung (6.49) und durch die Feststellung, daß sich der Energieverlust der Ladung an die  $\nu$ -te Resonatormode als innere Energie  $W_{O\nu}$  der  $\nu$ -ten Mode wiederfindet. Das führt mit (6.49) auf:

$$W_{O\nu} = \Delta U_\nu = q^2 k_{v\nu}, \quad \text{oder } k_{v\nu} = \frac{W_{O\nu}}{q^2} \quad (6.55)$$

Mit Gleichung (6.50) kann die induzierte Spannung  $V_\nu$  mit dem Verlustfaktor in Zusammenhang gebracht werden.

$$k_{v\nu} q^2 = \frac{1}{2} q V_\nu(0) = \frac{1}{2} q V_\nu \quad (6.56)$$

In (6.55) kann  $1/q^2$  durch (6.56) ersetzt werden und wir erhalten schließlich:

$$k_{v\nu} = \frac{1}{4} \frac{V_\nu^2}{W_{O\nu}} \quad (6.57)$$

Die Spannung  $V_\nu$  kann man auch durch die Shuntimpedanz  $R_{S\nu}$  entlang der Teilchenbahn ausdrücken, denn es gilt [40]:

$$R_{S\nu} = \frac{V_\nu^2}{P_{v\nu}} \quad (6.58)$$

Dabei ist die Leistung  $P_{v\nu}$  gleichzusetzen mit der verbrauchten Energie pro Schwingungsperiode in der  $\nu$ -ten Mode. Führt man in (6.57) noch die Güte  $Q_{O\nu}$  ein, welche durch

$$Q_{O\nu} = \omega_\nu \frac{W_{O\nu}}{P_{v\nu}} \quad (6.59)$$

definiert ist [24], dann ist der Verlustfaktor durch meßbare bzw. eventuell berechenbare Größen bestimmt:

$$k_{v\nu} = \frac{\omega_\nu}{4} \left( \frac{R_{S\nu}}{Q_{O\nu}} \right) \quad (6.60)$$

Für zylindersymmetrische Resonatoren kann Gleichung (6.53) und (6.57) auf den Fall verallgemeinert werden, daß die führende Ladung und die Testladung mit unterschiedlichen radialen Ablagen den Resonator durchqueren [8,9,27]. In einem beliebigen zylindersymmetrischen Resonator kann das elektrische Feld in  $z$ -Richtung für eine beliebige  $TM_{mnp}$ -Mode, wobei die Indizes die Anzahl der azimutalen,

radialen und longitudinalen Knotenflächen angeben, als Fourierintegral über alle Lösungen der Maxwell'schen Gleichungen in Zylinderkoordinaten dargestellt werden:

$$E_z(r, \Phi, z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k_z) J_m(k_r r) \cos(m\Phi) \cos(k_z z) e^{i\omega t} dk_z, \quad k_r^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_z^2 \quad (6.61)$$

Durch diesen Ansatz lassen sich beliebige Randbedingungen erfüllen, insbesondere lassen sich hiermit auch Randfelder in den Strahlrohren berücksichtigen [44,45]. Der Energiegewinn  $\Delta U$  eines Teilchens der Ladung  $q$  in diesem Feld berechnet sich unter der Voraussetzung einer achsenparallelen Bahn und einer konstanten Teilchengeschwindigkeit  $v_T$  nach:

$$\Delta U = q \int_{-\infty}^{+\infty} E_z(r, \Phi, z) e^{i\omega t} dz = q e^{i\omega t_0} \int_{-\infty}^{+\infty} E_z(r, \Phi, z) e^{ik_T z} dz = q e^{i\omega t_0} F(r, \Phi, k_T) \quad (6.62)$$

wenn für  $t = t_0 + z/v_T$  und  $k_T = \omega/v_T$  gesetzt wird (Die Integration erfolgt wegen der Randfelder in den Strahlrohren von  $-\infty$  bis  $+\infty$ ).  $F(r, \Phi, k_T)$  ist die Fouriertransformierte des elektrischen Feldes. Daraus erkennt man, daß das Teilchen nur von derjenigen Spektralkomponente beeinflusst wird, für die  $k_z = k_T$  gilt. Da die longitudinale Shuntimpedanz eines Resonators durch [44,45]:

$$R_S = \frac{(\Delta U/q)^2}{P_V} = \frac{V^*(r)V(r)}{P_V} \quad (6.63)$$

definiert ist, wobei  $r$  die radiale Ablage,  $P_V$  die im Resonator dissipierte Leistung und  $V$  die unter Berücksichtigung des Eintrittszeitpunktes  $t_0$  maximal durchfallene Spannung ist, kann (6.53) für den Fall einer zum Führungsteilchen unterschiedlichen Strahlablage des Folgeteilchens einfach durch [8,9,47]:

$$W_z(r, r', s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{V_\nu^*(r') V_\nu(r)}{2W_{0\nu}} \cos\left(\frac{\omega_\nu}{c} s\right), \quad \text{für } s > 0 \quad (6.64)$$

berechnet werden, denn wegen Gleichung (6.62) lassen sich die vom Folgeteilchen bei verschiedenen Strahlablagen erfahrenen Energiegewinne  $\Delta U$  mit Hilfe von:

$$\Delta U(r_2, \Phi) = \frac{J_\nu(k_{r\nu} r_2)}{J_\nu(k_{r\nu} r_1)} \Delta U(r_1, \Phi)$$

umrechnen. Für zylindersymmetrische Resonatoren kann man also den Verlustfaktor allgemein nach der Formel [8,9]:

$$k_{\nu\nu} = \frac{V_\nu^*(r') V_\nu(r)}{4W_{0\nu}} \quad (6.65)$$

ausrechnen. Der Verlustfaktor nach (6.65) ist auch für solche Resonatoren anwendbar, deren Querschnitt in axialer Richtung konstant bleibt [8,9].

### 6.3.3 Die Berechnung des transversalen Verlustfaktors

Gleichung (5.10) gibt uns auch die Möglichkeit das Panofsky-Wenzel Theorem durch Wakepotentiale auszudrücken. Die Quelle des Resonatorfeldes ist jetzt eine den Resonator durchquerende Ladung  $q$ . Im Abstand  $s$  zur führenden Ladung folgt eine zweite Ladung  $Q$ , wobei vorausgesetzt wird, daß  $s$  größer als die Resonatorlänge ist, d.h. die führende Ladung den Resonator bereits verlassen hat, wenn die zweite Ladung in den Resonator eintritt. Nach Gleichung (6) in Anhang I ist dann die Energieänderung  $\Delta U$  der Ladung  $Q$ :

$$\Delta U = QV_z(s) = Q \int_{-\infty}^{\infty} [E_z(\mathbf{r}, z-s, t)]_{t=\frac{z}{c}} dz = -QqW_z(s) \quad (6.66)$$

Die linke Seite ergibt sich, als transversales Wakepotential ausgedrückt, aus Gleichung (9) Anhang I, und zusammen mit (5.10) erhält man schließlich [8,9]:

$$\frac{\partial W_1(s)}{\partial s} = \frac{c}{qQ} \frac{\partial P_1}{\partial s} = \nabla_1 W_z(s) \quad (6.67)$$

Das Panofsky-Wenzel Theorem in der Form der Gleichungen (5.10) und (6.67) ist insbesondere wichtig für die labormäßige Vermessung zur transversalen Strahlablenkung durch Störmoden in Resonatoren. Anstatt die unter Umständen unübersichtliche Überlagerung der Transversalkomponenten des elektrischen- und magnetischen Feldes zu vermessen, braucht man nur  $E_z$  in Abhängigkeit von den transversalen Koordinaten zu vermessen, um  $P_1$  zu bestimmen.

Gleichung (6.67) ermöglicht uns zusammen mit Gleichung (6.53) das transversale Wakepotential zu berechnen. Einsetzen von (6.53) in (6.67) und anschließende Ausführung der Integration über  $s$  liefert:

$$W_1(s) = 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c}{\omega_{\nu}} \nabla_1 k_{\nu\nu} \sin\left(\frac{\omega_{\nu}}{c}s\right), \text{ für } s > 0 \quad (6.68)$$

Daraus läßt sich sofort der transversale Verlustfaktor ablesen:

$$k_{1\nu} = \frac{c}{\omega_{\nu}} \nabla_1 k_{\nu\nu} \quad (6.69)$$

Mit den im vorangehenden Abschnitt für zylindersymmetrischen Strukturen gemachten Verallgemeinerungen kann man schließlich schreiben [8,9,27,47]:

$$W_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}', s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c}{\omega_{\nu}} \frac{V^*(\mathbf{r}') \nabla_1 V(\mathbf{r})}{2W_{0\nu}} \sin\left(\frac{\omega_{\nu}}{c}s\right), \text{ für } s > 0 \quad (6.70)$$

Wir sehen, daß die anregende Ladung kein Wakefeld erfährt. Da das transversale

Wakepotential eine Summe von sinusförmigen Termen ist, erreicht es seinen Maximalwert irgendwo hinter der anregenden Ladung.

### 6.3.4 Wakepotentiale bei verlustbehafteten Resonatoren und die Berechnung der Wakepotentiale durch transversale Shuntimpedanzen

Bis jetzt sind wir bei der Herleitung der Wakepotentiale von verlustfreien Resonatoren ausgegangen, d.h. die Wände der Resonatoren waren bisher gedacht als unendlich gut leitende Wände. Sind die Resonatorwände nicht ideal leitend, dann können die Verluste in gleicher Weise wie bei der freien gedämpften Resonatorschwingung beschrieben werden, d.h. die Abnahme der Amplitude des Wakepotentials mit dem Abstand  $s$  der Teilchenpakete ist durch:

$$e^{-\frac{\omega_\nu s}{2Q_\nu c}} \quad (6.71)$$

gegeben. Dabei ist  $Q_\nu$  die Resonatorgüte der  $\nu$ -ten Eigenmode. Anstatt (6.64) ergibt sich für das longitudinale Wakepotential  $W_z$  bei Berücksichtigung der Wandverluste also die Formel:

$$W_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}', s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{V_\nu^*(\mathbf{r}') V_\nu(\mathbf{r})}{2W_{0\nu}} e^{-\frac{\omega_\nu s}{2Q_\nu c}} \cos\left(\frac{\omega_\nu}{c} s\right), \quad \text{für } s > 0, \quad (6.72)$$

und ebenso für das transversale Wakepotential  $W_\perp$  nach (6.70):

$$W_\perp(\mathbf{r}, \mathbf{r}', s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c}{\omega_\nu} \frac{V^*(\mathbf{r}') \nabla_\perp V(\mathbf{r})}{2W_{0\nu}} e^{-\frac{\omega_\nu s}{2Q_\nu c}} \sin\left(\frac{\omega_\nu}{c} s\right), \quad \text{für } s > 0 \quad (6.73)$$

Beschränken wir uns bei (6.72) und (6.73) auf die Nähe der Resonatorachse, dann lassen sich sowohl das longitudinale- als auch das transversale Wakepotential mit Hilfe der in Abschnitt 4 eingeführten transversalen Shuntimpedanz  $R_\perp$  ausdrücken. Mit Hilfe der Gleichungen (5.30), (6.65) und (6.69) kommen wir zu den in der Praxis sehr wichtigen Ausdrücken für das longitudinale- und das transversale Wakepotential:

$$W_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}', s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\omega_\nu}{2} \left(\frac{R_{\perp\nu}}{Q_\nu}\right) (k_\nu r') (k_\nu r) e^{-\frac{\omega_\nu s}{2Q_\nu c}} \cos\left(\frac{\omega_\nu}{c} s\right), \quad \text{für } s > 0 \quad (6.74)$$

$$W_\perp(\mathbf{r}, \mathbf{r}', s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\omega_\nu}{2} \left(\frac{R_{\perp\nu}}{Q_\nu}\right) (k_\nu r') e^{-\frac{\omega_\nu s}{2Q_\nu c}} \sin\left(\frac{\omega_\nu}{c} s\right) \mathbf{e}_r, \quad \text{für } s > 0 \quad (6.75)$$

Diese Ausdrücke beschränken sich nicht nur auf Moden mit Dipolcharakter, sondern sind näherungsweise für alle höheren Moden brauchbar. Für die Praxis interessant ist hier vor allem, daß alle in den Gleichungen (6.74) und (6.75) angeführten Größen meßtechnisch zugänglich sind. Die transversalen Shuntimpedanzen können

durch Störkörpermessungen [27] und die Resonatorgüten durch 3dB-Messungen [24] bestimmt werden. Man beachte weiter, daß das transversale Wakepotential in Achsennähe nicht mehr vom radialen Achsenabstand der folgenden Ladungen abhängig ist. Daraus folgt sofort, daß eine folgende Ladung immer dieselbe Kraftwirkung verspürt, unabhängig bei welchem Achsenabstand sich die Ladung befindet. Befindet sich z.B. in einer Kette von Teilchenpaketen nur ein einziges Teilchenpaket mit einer radialen Ablage, dann werden alle folgenden Teilchenpakete, obwohl sie sich exakt auf der Achse bewegen, vom transversalen Wakepotential des parallel versetzten Teilchenpaketes abgelenkt.

### 6.3.5 Abschließende Diskussion, Maßnahmen gegen Strahl-Resonator-Wechselwirkungen, die zum BBU führen

Die hier geführte Diskussion wird sich ausschließlich auf Maßnahmen beschränken, die an den Resonatoren selbst vorgenommen werden können, ohne Berücksichtigung der Möglichkeiten, die sich aus der speziellen Ausführung der gesamten Beschleunigermaschine ergeben, in welcher die Resonatoren eingebaut sind.

Beim ersten Beispiel hatten wir die Wechselwirkung eines in longitudinaler Richtung homogenen Strahls, der transversal Betatronschwingungen vollführt, mit der  $TM_{110}$ -Mode eines Zylinderresonators betrachtet. Dieser Strahl induziert im Achsenabstand  $kr=1$  eine Spannung, die durch Gleichung (6.12) berechnet werden kann:

$$V = -\frac{1}{2} \frac{I_0 R_1(kr_0)}{(1+i\delta)} \quad (6.76)$$

Diese Spannung ist proportional zur transversalen Shuntimpedanz  $R_1$ , welche nach Gleichung (5.30):

$$R_1 = \frac{(E_0 \Lambda L)^2}{P_V} \quad (6.77)$$

zu berechnen ist. Wird in Gleichung (6.77)  $1/P_V$  durch die Definition der Resonatorgüte ersetzt:

$$\frac{1}{P_V} = \frac{Q}{\omega W_0} \quad (6.78)$$

dann folgt:

$$R_1 \sim Q \frac{E_0^2}{W_0} \quad (6.79)$$

Da aber die Feldenergie  $W_0$  ebenfalls proportional zum Quadrat der elektrischen

Feldstärke ist, kann man ohne weiteres ersehen, daß:

$$R_1 \sim Q \quad (6.80)$$

Wenn also die Resonatorgüte der Dipolmode verringert werden kann, ohne dabei die Resonatorgüte der Beschleunigermode zu beeinträchtigen, verringert sich in gleichem Maße die transversale Shuntimpedanz, und damit die induzierte Spannung  $V$ . Mit der verringerten Spannung vermindert sich auch nach Gleichung (6.13) der transversale Impulsgewinn  $\Delta P_1$ , der letztlich zum BBU führt.

Die Resonatorgüte kann durch verschiedene Maßnahmen reduziert werden, beispielsweise kann Leistung aus der Störmode durch ein Koppelsystem aus dem Resonator ausgekoppelt und in einer externen Last vernichtet werden (siehe die Abschnitte 7,8 und 9 des experimentellen Teils). Hat man viele separate Resonatoren vorliegen, dann kann die Form der einzelnen Resonatoren so variiert werden, daß die Frequenz der BBU-Mode von Resonator zu Resonator variiert, während die Frequenz der Beschleunigermode von Resonator zu Resonator konstant bleibt. Die Gesamtgüte des Resonatorsystems verringert sich dann allein durch die Verteilung der Resonanzfrequenzen über ein Frequenzband bestimmter Breite [29]. Dieses Verfahren nennt man "Detuning".

Die Verringerung der Resonatorgüte der  $HEM_{11}$ - $\pi$ -Mode bei Irisstrukturen, die in der  $TM_{010}$ - $2\pi/3$ -Beschleunigermode betrieben werden, ist auch ein geeignetes Mittel zur Erhöhung des Startstromes für den regenerativen Stehwellen-BBU, denn der Startstrom ist nach Gleichung (6.34) proportional zum Kehrwert der transversalen Shuntimpedanz pro Längeneinheit:

$$I_0 \sim \frac{1}{r_1} \quad (6.81)$$

Bei Verringerung der Resonatorgüte der BBU-Mode um einen bestimmten Faktor, erhöht sich der Startstrom um den gleichen Faktor.

Beim letzten Beispiel in Abschnitt 6.3, einer relativistisch bewegten Punktladung, die einen Resonator durchquert, sind die longitudinalen- und transversalen Wakepotentiale der  $\nu$ -ten Mode in der Nähe der Resonatorachse proportional zu:

$$W_{z\nu}(r,r',s), W_{\perp\nu}(r,r',s) \sim \frac{R_{\perp\nu}}{Q_\nu} \quad (6.82)$$

wie aus den Gleichungen (6.74) und (6.75) hervorgeht. In diesem Fall ist also durch eine Verringerung der Resonatorgüten der Störmoden keine Verringerung der Wakepotentiale zu erreichen. Man kann sich diesen Sachverhalt auch anschaulich vorstellen, wenn man sich klarmacht, daß die eigentliche Ursache der Wakepotentiale die Spiegelladungen in der Resonatorwand sind, das heißt also, die Höhe der Wakepotentiale richtet sich nach der Metallfläche, welche die Ladungen bei der Durchquerung des Resonators "sehen". Ein Koppelsystem zur Verringerung der Resonatorgüte würde diese Metallfläche, wenn auch nur unwesentlich, eher

erhöhen. Es ist also zu erwarten, daß die Werte für:

$$\frac{R_{1v}}{Q_v} \quad (6.83)$$

im ungedämpften- und gedämpften Fall sich nur unwesentlich voneinander unterscheiden, was sich im experimentellen Teil dieser Abhandlung bestätigen wird. Das heißt also:

Der Entstehungsprozeß der Wakepotentiale läßt sich durch Dämpfungsmaßnahmen nur unwesentlich beeinflussen, jedoch die Auswirkung der Wakepotentiale auf die folgenden Ladungen lassen sich sehr wohl durch Dämpfungsmaßnahmen stark vermindern, da die Wakepotentiale auch proportional zu:

$$W_{2v}(r,r',s), W_{1v}(r,r',s) \sim e^{-\frac{\omega_v}{2Q_v} \frac{s}{c}} \quad (6.84)$$

sind. Wir müssen also durch die Dämpfungsmaßnahmen für ein Abklingen der Wakepotentiale auf ein erträgliches Maß sorgen, bevor im Abstand  $s$  das nächste Teilchenpaket den Resonator erreicht hat. Im nächsten Abschnitt werden wir anhand zweier Beispiele untersuchen, in welche Größenordnung die Resonatorgüte zur Gewährleistung eines stabilen Transports einer Kette von Teilchenpaketen durch einen linearen Kollider gedämpft werden müssen.

---

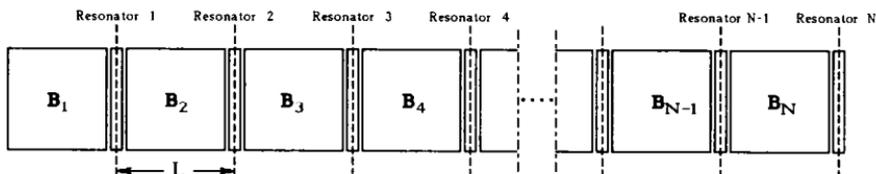
## 7 Die quantitative Beschreibung des cumulativen BBU bei Linearbeschleunigern

Die noch ausstehende quantitative Beschreibung des cumulativen BBU bei Linearbeschleunigern wird nachfolgend durchgeführt. Bei diesem Modell werden die Beschleunigersektionen durch einzelne Resonatoren verschwindender Länge ersetzt. Die Berechnung der Strahlablage und Strahlrichtung erfolgt über einen Matrizenformalismus, der auch für numerische Zwecke geeignet ist. Danach werden die Möglichkeiten zur Vermeidung des cumulativen BBU durch Dämpfungsmaßnahmen bezüglich der  $HEM_{11}$ -Mode diskutiert und der Matrizenformalismus auf ein einfaches Modell, dem sogenannten DAISY-CHAIN-Modell, vereinfacht, das die Bedingungen für einen stabilen Strahltransport liefert wird.

Anhand der Parameterlisten für zwei in der Betriebsfrequenz verschieden geplanter linearer Kollider wird vergleichend vorgerechnet, wie extrem die Resonatoren gedämpft werden müssen, um einen stabilen Transport der Teilchenpakete zu gewährleisten. Abschließend findet ein Vergleich des Startstromes für den regenerativen-Stehwellen-BBU zwischen beiden Beispielen statt.

### 7.1 Teilchendynamik mit Wakepotentialen

Angenommen, wir betrachten eine lange Kette separater Beschleunigersektionen zusammen mit der zugehörigen Strahloptik, z.B. Quadrupole in irgend einer möglichen Anordnung. Jede Beschleunigersektion wird als Einzelresonator verschwindender Länge angenommen, d.h. die Wirkung einer einzelnen Beschleunigersektion auf die Teilchendynamik, in welcher eine oder mehrere BBU-Moden angeregt sein können, wird durch eine dünne Linse beschrieben (Abb. 14).



**Abb. 14** Das vereinfachte Modell der Beschleunigerkette mit der zugehörigen Strahloptik. Die Wirkung der Resonatoren auf die Teilchendynamik wird durch dünne Linsen beschrieben. Zwischen den Resonatoren befindet sich eine Strecke  $L$  bestehend aus einer Strahloptik, deren Abbildungsverhalten durch die Transfermatrix  $B_v$  beschrieben wird.

Wie in Abschnitt 6 (Gleichungen (6.74) und (6.75)) gezeigt wurde, regt eine Punktladung  $q_1$ , die mit nahezu Lichtgeschwindigkeit einen Resonator achsenparallel

durchquert, in einer Entfernung  $s$  hinter der Ladung, das Wakepotential:

$$W_z(r, \hat{r}, s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\omega_{\nu}}{2} \left( \frac{R_{1\nu}}{Q_{\nu}} \right) (k_{\nu} \hat{r}) (k_{\nu} r) e^{-\frac{k_{\nu}}{2Q_{\nu}} s} \cos\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} s\right) \left[ \frac{V}{C} \right], \text{ für } s > 0 \quad (7.1)$$

in longitudinaler Richtung an. Verbunden damit ist nach dem Theorem von Panofsky-Wenzel (Gleichung (6.67)) das transversale Wakepotential (Gleichung (6.75)):

$$W_{\perp}(r, \hat{r}, s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\omega_{\nu}}{2} \left( \frac{R_{1\nu}}{Q_{\nu}} \right) (k_{\nu} \hat{r}) e^{-\frac{k_{\nu}}{2Q_{\nu}} s} \sin\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} s\right) \mathbf{e}_r \left[ \frac{V}{C} \right], \text{ für } s > 0 \quad (7.2)$$

Durch das transversale Wakepotential erfährt eine zweite im Abstand  $s$  folgende Punktladung  $q_2$  den transversalen Impulsgewinn:

$$\Delta P_{\perp} = \frac{q_1 q_2}{c} W_{\perp}(\hat{r}, s) \quad (7.3)$$

(Siehe Anhang I, Gleichung (9)). Betrachtet man die  $n$ -te Punktladung in einer langen Kette von Punktladungen, die einen Resonator durchquert, dann ergibt sich der transversale Impulsgewinn der Ladung  $q_n$  durch die Summe aller Wakepotentiale der vorangehenden Ladungen:

$$\Delta P_{\perp}^n = \frac{q_n}{c} \sum_{\nu=1}^{n-1} q_{\nu} W_{\perp}(r_n, s_{\nu}), \quad s_{\nu} = \sum_{\mu=\nu}^{n-1} s_{\mu} \quad (7.4)$$

Nach der Durchquerung der  $N$ -ten Beschleunigersektion (Abb. 14) hat das  $n$ -te Teilchen folgende Strahlblage  $\Gamma_{N1}$  und Strahlrichtung  $\Gamma'_{N1}$ :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{N1} \\ \Gamma'_{N1} \end{pmatrix}_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{P_{N-1}}{P_N} \end{pmatrix}_n \begin{pmatrix} \Gamma_{N2} \\ \Gamma'_{N2} \end{pmatrix}_n + \left( \frac{\Delta P_{\perp N}}{P_N} \right)_n \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

$\Gamma_{N2}$  und  $\Gamma'_{N2}$  sind Position und Richtung des Teilchens unmittelbar vor Eintritt in die  $N$ -ten Beschleunigersektion.  $P_N$  ist der gesamte longitudinale Teilchenimpuls nach Austritt aus der  $N$ -ten Beschleunigersektion.  $P_N$  ergibt sich aus  $P_{N-1}$  nach:

$$P_N = P_{N-1} + \Delta P_N \quad (7.6)$$

mit  $\Delta P_N$  als longitudinaler Impulsgewinn in der  $N$ -ten Beschleunigersektion.  $\Gamma_{N2}$  und  $\Gamma'_{N2}$  ergeben sich aus den  $\Gamma_{(N-1)1}$  und  $\Gamma'_{(N-1)1}$  über die Transfermatrix  $\mathbf{B}_N$  (Abb. 14) entlang der Strecke zwischen den beiden als dünn angenommenen Beschleunigersektionen  $N-1$  und  $N$  welche nur von der Teilchenoptik ohne Beschleunigersektionen abhängt. Insgesamt ergibt sich dann für das  $n$ -te Teilchen

die Summe:

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{N1} \\ \Gamma'_{N1} \end{pmatrix}_n = \prod_{v=0}^{N-1} \mathbf{T}_{N-v}^n \begin{pmatrix} \Gamma_{01} \\ \Gamma'_{01} \end{pmatrix}_n + \left\{ \sum_{v=0}^{N-1} \left( \frac{\Delta P_{\perp(N-v)}}{P_{N-v}} \right)_n \prod_{\mu=1}^v \mathbf{T}_{(N+1)-\mu}^n + \left( \frac{\Delta P_{\perp N}}{P_N} \right)_n \mathbf{U} \right\} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7.7)$$

Hierbei bedeuten:

$$\mathbf{T}_v^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{P_{v-1}}{P_v} \end{pmatrix}_n \mathbf{B}_v, \quad \mathbf{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7.8)$$

$\Gamma_{01}$  und  $\Gamma'_{01}$  sind Ablage und Winkel der  $n$ -ten Ladung vor Eintritt in den Beschleunigerkanal. Setzt man für die transversalen Impulsgewinne in Gleichung (7.7) die Ausdrücke nach Gleichung (7.4) ein, dann erkennt man, daß Gleichung (7.7) eine Rekursionsformel darstellt, wobei der erste Term nur von der Anfangsbedingung der  $n$ -ten Ladung selbst, der zweite Term von den Anfangsbedingungen aller vorangehenden Ladungen rekursiv abhängt. Insgesamt ergeben sich hier selbst bei einfachsten Anfangsbedingungen sehr unübersichtliche Produkte von Summen, die nur numerisch berechnet werden können, analytische Abschätzungen sind in diesem allgemeinen Fall nicht möglich. Unter folgenden Annahmen läßt sich mit Hilfe von (7.7) eine analytische Abschätzung angeben:

- 1) Das Wakefeld sei so stark gedämpft, daß eine Ladung  $q_n$  nur ein signifikantes Wakefeld der unmittelbar vorauslaufenden Ladung  $q_{n-1}$  erfährt.
- 2) Alle Ladungen  $q_v$  besitzen die gleiche Ladung  $Me$  und haben den gleichen Abstand  $s$  zueinander.  $M$  bedeutet die Anzahl der Elementarladungen  $e$  pro Ladungspaket.
- 3) Weiterhin benutzen wir das Modell der sanften Fokussierung, d.h.  $k_B(z) = 1/\beta(z)$  sei eine Fokussierungsfunktion, wobei  $\beta(z)$  nur sehr wenig mit  $z$  variiert.
- 4) Den Einfluß der Beschleunigung auf die Teilchenbewegung berücksichtigen wir in folgender bekannter Weise [20,48]:

Das erste Teilchen  $q_1$  führt im beschleunigten Fall eine gedämpfte Schwingung mit der Amplitude:

$$a_1(z) = a_1(0) \sqrt[4]{P_0/P(z)} \quad (7.9)$$

aus, d.h. man erhält die Lösung für den beschleunigten Fall für alle Teilchen, wenn man die Lösung für den unbeschleunigten Fall mit dem sogenannten adiabatischen Dämpfungsfaktor  $\sqrt[4]{P_0/P(z)}$  multipliziert und  $z$  durch den effektiven

Abstand:

$$z_{\text{eff}} = \frac{2}{G} \left\{ \sqrt{1+Gz} - 1 \right\}, \quad G = \frac{e}{c} \frac{E_{0z}}{P_0}, \quad E_{0z} := \text{Beschleunigungsfeldstärke} \quad (7.10)$$

ersetzt.

Anstatt (7.7) hat man dann einen etwas einfacheren Fall:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Gamma_{N1} \\ \Gamma'_{N1} \end{pmatrix}_n &= \begin{pmatrix} \cos(N\varphi) & \frac{\sin(N\varphi)}{k_B} \\ -k_B \sin(N\varphi) & \cos(N\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_{01} \\ \Gamma'_{01} \end{pmatrix}_n + \\ &+ \left\{ \frac{Me^2 w_{\perp}(s)}{c k_B \Delta P} \sum_{\nu=1}^{N-1} \frac{\sin(N\varphi)}{(\xi + (N-\nu))} r_{(N-1)-\nu}^{n-1} \right\} \mathbf{U} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \left\{ \frac{Me^2 w_{\perp}(s)}{c \Delta P} \sum_{\nu=1}^{N-1} \frac{\cos(N\varphi)}{(\xi + (N-\nu))} r_{(N-1)-\nu}^{n-1} + \frac{r_N^{n-1}}{(\xi + N)} \right\} \mathbf{U} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Dabei ist  $\xi$  das Verhältnis von Longitudinalimpuls  $P_0$  vor Eintritt in den Kanal zu longitudinalem Impulsgewinn  $\Delta P$  pro Beschleunigersektion, und

$$w_{\perp}(s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\omega_{\nu}}{2} \left( \frac{R_{\perp\nu}}{Q_{\nu}} \right) k_{\nu} e^{-\frac{k_{\nu}}{2Q_{\nu}} s} \sin\left(\frac{\omega_{\nu}}{c} s\right) \left[ \frac{V}{Cm} \right], \quad s > 0 \quad (7.12)$$

$\varphi$  bedeutet den Phasenvorschub pro Länge  $L$  des Beschleunigerkanals. Gleichung (7.11) vereinfachen wir noch weiter, indem wir den longitudinalen Impuls konstant und gleich dem Eingangsimpuls  $P_0$  setzen. Den Effekt der Beschleunigung berücksichtigen wir dann in der oben beschriebenen Weise. Bildet man in (7.11) die zweite Ableitung  $\Gamma''_{N1}$  (einfach durch berechnen von  $\Delta \Gamma'_{N1}/L$ ) und addiert  $k_B^2 \Gamma_{N1}$ , dann ergeben sich die einfachen Bahngleichungen für die 1-te und die  $n$ -te Ladung:

$$\Gamma''_1 + k_B^2 \Gamma_1 = 0 \quad (7.13)$$

$$\Gamma''_n + k_B^2 \Gamma_n = \frac{Mq^2 w_{\perp}(s)}{c P_0 L} \Gamma_{n-1}, \quad n > 1$$

Dieses einfache Modell nennt man im englischen Sprachgebrauch "DAISY-CHAIN" Modell und bedeutet etwa sinngemäß "ENTENSCHWANZ" Modell, was deutlich auf die Auswirkungen der Wakefelder hinweist.

Für das erste Teilchen nehmen wir an:

$$\Gamma_1(z) = a_1 e^{i k_B z} \quad (7.14)$$

und suchen nach Lösungen:

$$\Gamma_n(z) = a_n(z) e^{i k_B z} \quad (7.15)$$

Die Vernachlässigung der Terme mit  $a_n''$  führt auf die Rekursionsformel:

$$a_n' = -i \frac{Mq^2 w_{\perp}(s)}{2 k_B c P_0 L} a_{n-1} = -i C a_{n-1} \quad (7.16)$$

Die Lösung ergibt sich durch sukzessives einsetzen zu:

$$a_n(z) = \sum_{v=0}^{n-1} \frac{(-i C z)^v}{v!} a_{n-v}(0) \quad (7.17)$$

Wenn wir die Anfangsbedingung  $a_n(0) = 1$  für alle Teilchen setzen, dann vereinfacht sich (7.17) zu einer Reihe, welche der einer e-Funktion ähnlich ist:

$$a_n(z) = \sum_{v=0}^{n-1} \frac{(-i C z)^v}{v!} \quad (7.18)$$

Anhand der Gleichung (7.18) ist zu erkennen, daß die Differenz  $(a_2 - a_1)$  linear mit dem Abstand  $z$  anwächst, und allgemein, für genügend große Abstände  $z$ , wächst die Amplitude der Schwingung des  $n$ -ten Teilchens  $a_n(z)$  näherungsweise wie  $z^{n-1}$ . Jedoch für stark gedämpfte Wakefelder muß  $Cz$  nicht notwendigerweise innerhalb der interessierenden Wegstrecke  $z$  stark anwachsen. Es ist ersichtlich, daß die Bedingung für geringen oder keinen MBBU lauten muß:

$$\frac{Mq^2 w_{\perp}(s)}{2 k_B c P L} L_{\text{eff}} < 1 \quad (7.19)$$

Die sogenannte effektive Länge berücksichtigt die Beschleunigung und ergibt sich aus:

$$L_{\text{eff}} = 2NL \sqrt{P_0/P_N} \quad (7.20)$$

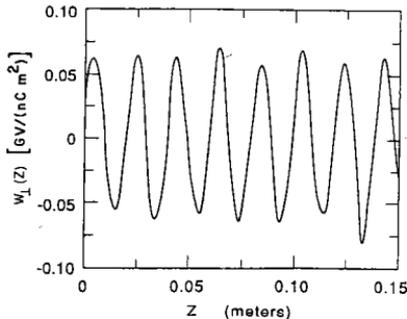
Damit verhält sich  $a_n(z)$  für ein  $n$  größer als eine relativ kleine Zahl (unter 10) näherungsweise wie eine harmonische Schwingung mit konstanter Amplitude:

$$a_n(z) \approx e^{i C z} \quad (7.21)$$

und nur einige wenige Teilchen nach dem ersten Teilchen erfahren einen MBBU.

## 7.2 Zwei Beispiele zum DAISY-CHAIN-Modell, ein Linearbeschleuniger bei 11,4 GHz und ein Linearbeschleuniger bei 3 GHz

Das Wakefeld der hier betrachteten Beschleunigerstruktur wird durch die  $\text{HEM}_{11}\text{-}\pi$ -Mode dominiert. Abb. 15 zeigt das transversale Wakepotential der



**Abb. 15** Das transversale Wakepotential für eine Irisstruktur mit einer Betriebsfrequenz von 11.4 GHz. 90 Moden sind hier berücksichtigt worden. Die Wellenzahl der  $\text{HEM}_{11}$ -Mode liegt im Bereich  $309 \text{ m}^{-1}$ , und die Nulldurchgänge haben nahezu den gleichen Abstand von der Hälfte der zur angegebenen Wellenzahl korrespondierenden Wellenlänge, d.h. von den 90 berücksichtigten Moden ist die  $\text{HEM}_{11}$ -Mode eindeutig dominant [20].

Anzahl der Teilchenpakete	20
Anzahl der Teilchen pro Paket M	$0.88 \cdot 10^{10}$
Abstand der Teilchenpakete s [cm]	10.3
Eingangsenergie $E_I$ [GeV]	18
Endenergie $E_F$ [GeV]	500
Länge des Beschleunigers L [m]	3000
Betatronwellenzahl am Eingang [ $\text{m}^{-1}$ ]	0.3125
Frequenz der Beschleunigermode ( $2\pi/3$ )	11.4 GHz, $\lambda_{\text{HF}} = 2.63 \text{ cm}$
Frequenz der $\text{HEM}_{11}$ -Mode	14.8 GHz, $\lambda_{\text{HEM}} = 2.03 \text{ cm}$
Füllzeit $T_f$ [ns]	80
$\frac{\text{Füllzeit}}{\text{Abklingzeit}} = \tau$	0.4
Verlustfaktor der Beschleunigermode $k_o$ [V/pCm]	190
Beschleunigungsgradient $E_{oZ}$ [MeV/m]	186

**Tabelle 1** Parameterliste für einen Linearbeschleuniger bei 11.4 GHz [20]

Dipolmode für eine Irisstruktur, die für eine Arbeitsfrequenz von 11.4 GHz ausgelegt ist. Die Beschleunigerstruktur hat eine Zellenlänge von 8.75 mm, einen Zellenradius von 11.2 mm und einen Irisradius von 5.2 mm.

Wir wollen nun die Beträge der Amplituden einer Kette von 20 Teilchenpaketen nach der Durchquerung eines 3000 m langen Linearbeschleunigers nach dem DAISY-CHAIN-Modell berechnen. Der Berechnung liegt Tabelle 1 als Parameterliste [20] zugrunde.

Will man die Energieänderung von Teilchenpaket zu Teilchenpaket so gering wie möglich halten, dann ergibt sich eine Relation zwischen der Anzahl von Teilchen pro Paket und dem Abstand der Teilchenpakete [49]:

$$s = \frac{\eta_0}{2} c T_f e^\tau, \quad \eta_0 = \frac{4Me k_{v0}}{E_{0z}} \quad (7.22)$$

Mit den Daten aus der Parameterliste berechnet sich der Abstand der Teilchenpakete zu:

$$s = 10.3 \text{ [cm]}$$

Das transversale Wakepotential  $W_1$  entnehmen wir aus Abb. 15, und mit diesen Daten kann man schreiben:

$$W_1(s) = 6.6 \cdot 10^{16} e^{-\frac{k}{2Q}s} \sin(ks) \text{ [V/Cm}^2] \quad (7.23)$$

Mit dem vorgegebenen Abstand  $s$  der Teilchenpakete und der Wellenzahl  $k$  der  $HEM_{11}$ -Mode weist  $\sin(ks)$  den Wert:

$$\sin(ks) \approx 0.5 \quad (7.24)$$

auf. Die effektive Länge  $L_{eff}$  des Beschleunigers ergibt sich nach Gleichung (7.20) zu:

$$L_{eff} \approx 1140 \text{ [m]} \quad (7.25)$$

Bleibt die Beschleunigerstruktur zunächst ungedämpft, dann liefert das DAISY-CHAIN-Kriterium:

$$\frac{Me^2 |W_1(s)| L_{eff}}{2 k_B E_I} \approx 4.7, \quad (7.27)$$

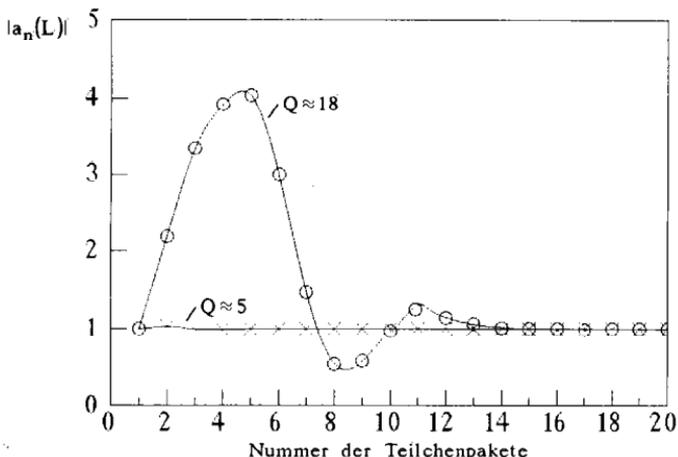
d.h. um das Kriterium zu erfüllen muß die Struktur schon beträchtlich bedämpft werden. Eine Güte in Bezug auf die  $HEM_{11}$ -Mode von:

$$Q \approx 5,$$

ergibt für das DAISY-CHAIN-Kriterium:

$$\frac{Me^2 |W_1(s)| L_{eff}}{2 k_B E_I} \approx 0.2, \quad (7.28)$$

Das Wakepotential ist nach einem Paketabstand von 10.3 cm auf den 0.04-ten Teil des Anfangswertes abgesunken. Hier kann das DAISY-CHAIN-Modell also durchaus angewendet werden. Die Berechnung der Amplitudenbeträge  $|a_n(L)|$  für die 20 Teilchenpakete nach Durchquerung des gesamten Beschleunigers ergibt dann folgendes Bild:



**Abb. 16** Der Amplitudenbetrag  $|a_n(L)|$  am Ende des Beschleunigers ist hier für jedes Teilchenpaket aufgetragen. Die Amplitudenbeträge sind für  $Q \approx 5$  nach dem DAISY-CHAIN-Modell berechnet worden, und für  $Q \approx 18$  wurde Gleichung (9) angewendet, aber es sind hierbei die Wakefelder von zwei vorangehenden Teilchenpaketen berücksichtigt worden. Die transversale Strahlblage ist  $f_n(z) = a_n(z) e^{ik_B z}$

Abb. 16 zeigt einen Vergleich zwischen Beschleunigern, bei welchen die Dipolmode einmal auf  $Q \approx 18$  und ein anderes mal auf  $Q \approx 5$  gedämpft wurde. Bei  $Q \approx 18$  sind zusätzlich zum Wakefeld des vorauslaufenden auch das des zweiten vorauslaufenden Teilchenpaketes berücksichtigt worden. Während für  $Q \approx 5$  alle Teilchenpakete ohne nennenswerte Amplitudenvergrößerung den Beschleuniger durchqueren, zeigt sich bei  $Q \approx 18$  für 14 Teilchenpakete eine Amplitudenvergrößerung. Hier zeigt sich deutlich, daß bei hohen Frequenzen aufgrund des notwendigen kleinen Paketabstandes das Wakefeld über mehrere Teilchenpakete wirkt und somit das DAISY-CHAIN-Modell nur bei extrem niedrigen  $Q$ -Werten anwendbar ist.

Weniger kritisch verhält sich ein Linearbeschleuniger bei einer Arbeitsfrequenz von 3 GHz. Tabelle 2 zeigt eine mögliche Wahl der Parameter für einen solchen Beschleuniger.

Anzahl der Teilchenpakete	172
Anzahl der Teilchen pro Paket M	$7 \cdot 10^9$
Abstand der Teilchenpakete s [m]	3.2
Eingangsenergie $E_I$ [GeV]	3.15
Endenergie $E_F$ [GeV]	250
Länge des Beschleunigers L [m]	15000
Betatronwellenzahl am Eingang [ $m^{-1}$ ]	0.1257
Frequenz der Beschleunigermode ( $2\pi/3$ )	3 GHz, $\lambda_{HF} = 10$ cm
Frequenz der HEM <sub>11</sub> -Mode	4.3 GHz, $\lambda_{HEM} = 6.97$ cm
Füllzeit $T_f$ [ $\mu s$ ]	0.825
$\frac{\text{Füllzeit}}{\text{Abklingzeit}} = \tau$	0.57
Beschleunigungsgradient $E_{oz}$ [MeV/m]	17
$R_1/Q$ [ $\Omega$ ]	3300
Güte Q der HEM <sub>11</sub> -Mode	7000
Länge einer Beschleunigersektion [m]	6

**Tabelle 2** Parameterliste für einen Linearbeschleuniger bei 3 GHz

Das transversale Wakepotential  $W_1$  berechnen wir aus den Werten der Parameterliste, und mit diesen Daten kann man schreiben:

$$W_1(s) = 1.34 \cdot 10^{15} e^{-\frac{k}{2Q}s} \sin(ks) \text{ [V/Cm}^2\text{]} \quad (7.29)$$

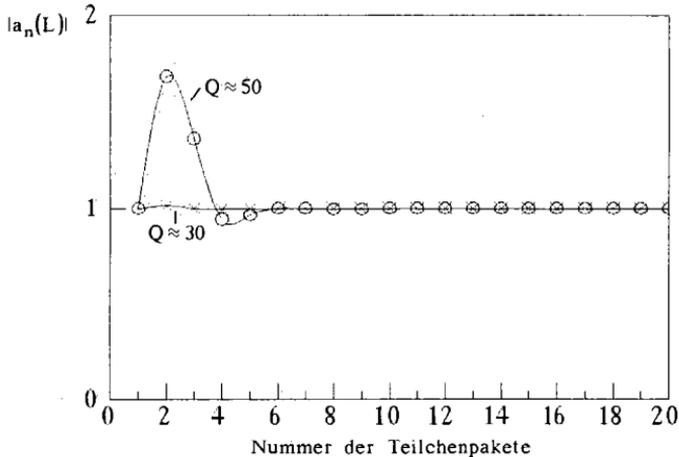
Hier liefert dann das DAISY-CHAIN-Kriterium im ungedämpften Fall die Zahl:

$$\frac{Mc^2 |W_1(s)| L_{eff}}{2 k_B E_I} \approx 24.3 \quad (7.30)$$

Ein Vorteil ist hier vor allem der große Abstand der Teilchenpakete, so daß bei diesem Beispiel nicht so extrem gedämpft werden muß. Wird die Resonatorgüte der HEM<sub>11</sub>-Mode auf  $Q \approx 50$  bedämpft, dann ist das DAISY-CHAIN-Modell bereits anwendbar, und für das DAISY-CHAIN-Kriterium ergibt sich die Zahl:

$$\frac{Mc^2 |W_1(s)| L_{eff}}{2 k_B E_I} \approx 1.36 \quad (7.31)$$

Mit diesen Zahlen erhalten wir für die ersten 20 Teilchenpakete folgendes Bild:



**Abb. 17** Der Amplitudenbetrag  $|a_n(L)|$  am Ende des Beschleunigers ist hier für die ersten 20 Teilchenpakete aufgetragen. Die Amplitudenbeträge sind für  $Q \approx 50$  und für  $Q \approx 30$  nach dem DAISY-CHAIN-Modell berechnet worden. Die Kreuze bezeichnen die Wertepaare für  $Q \approx 30$ .

### 7.3 Diskussion zum Cumulativen BBU

Die beiden Beispiele im vorangehenden Abschnitt haben gezeigt, daß die Kontrolle des MBBU bei einem linearen Kollider durch eine Verwendung von in Bezug auf die gefährliche  $HEM_{11}$ -Mode stark bedämpften Beschleunigerstrukturen möglich ist, vorausgesetzt man erreicht die dazu notwendigen Güteverhältnisse. Die für einen im X-Band (11.4 GHz) betriebenen linearen Kollider notwendigen Güteverhältnisse von etwa  $Q \approx 5$  sind sicherlich, wie die im praktischen Teil beschriebenen Experimente mit gedämpften Resonatoren zeigen werden, aus der Sicht des technischen Aufwands sehr un bequem, insbesondere wenn man bedenkt, daß ein linearer Kollider eine beträchtliche Länge aufweist. Bei einer Betriebsfrequenz von 11.4 GHz wird man also eine Kombination von Maßnahmen zur Kontrolle des MBBU bevorzugen, so daß man bequemere Güteverhältnisse im Bereich von  $Q \approx 20-50$  anstreben kann. Eine relativ leicht zu realisierende Maßnahme neben der Dämpfung wäre zum Beispiel ein verstimmen der Frequenz der  $HEM_{11}$ -Mode, so, daß die Teilchenpakete in die Nähe der Wellenknoten plaziert werden können.

Bei einem linearen Kollider im S-Band (3 GHz) befindet man sich von vornherein

bei ausschließlicher Verwendung gedämpfter Strukturen in bequemeren Gütebereichen  $Q \approx 20-50$ . Auch hier kann die Einführung einer weiteren Zusatzmaßnahme, z.B die Änderung der Frequenz der  $HEM_{11}$ -Mode von Zelle zu Zelle der Beschleunigerstruktur die Anforderungen an die Resonatordämpfung weiter reduzieren. Gütewerte im Bereich von  $Q \approx 100$  sind dann ohne weiteres erlaubt

### 7.5 Diskussion zum regenerativen Stehwellen-BBU

Setzt man in Gleichung (6.34) die erforderlichen Daten aus den oben angegebenen Parameterlisten (Tabelle 1 und 2) für lineare Kollider ein, dann findet man den Startstrom für den 11.4 GHz Beschleuniger im schlimmsten Fall bei etwa 50 mA. Nach der Parameterliste fließen aber, während eine Kette von 20 Teilchenpaketen die Struktur durchquert, ein Strahlstrom von etwa 4 A durch den Resonator. Hier ist also mit einem regenerativen BBU zu rechnen. Wie auch schon beim cumulativen BBU kann der Effekt durch die Verwendung von gedämpften Strukturen kontrolliert werden. Schon ein Dämpfungsfaktor von  $K+1 \approx 80$  würde die transversale Shuntimpedanz  $r_{\perp}$  um den Faktor  $1/80$  herabsetzen, und damit den Startstrom auf 4 A heraufsetzen. Bedenkt man noch, daß es sich hier um eine "worst case" Abschätzung handelt, noch dazu ohne Berücksichtigung äußerer Fokussierelemente, dann dürfte diese Maßnahme durchaus ausreichend sein. Sind die Beschleunigerstrukturen zur Kontrolle des cumulativen BBU ohnehin schon stark bedämpft, dann braucht man zur Kontrolle des regenerativen BBU's gar keine Maßnahmen zu ergreifen. Aufgrund der Daten für einen linearen Kollider im S-Band ergibt sich im schlimmsten Fall ein Startstrom von etwa 1.8 A, was weit über den angegebenen 100 mA liegt, so daß hier keine Gefahr für einen regenerativen BBU besteht.

---

## 8. Meßmethoden zur Bestimmung der belasteten Güte stark bedämpfter Resonatormoden

### 8.1 Die Chipman-Methode

Es wird gezeigt, wie mit Hilfe einer resonanten Meßleitung Betrag und Phase des komplexen Reflexionsfaktors am Resonatoreingang bestimmt werden können, das heißt zum Beispiel an der Stelle, wo Resonator und Dämpfungssystem ineinander übergehen. Mit anderen Worten, die Meßleitung wird anstelle der das Dämpfungssystem bildenden Leitung mit Dämpfungsmaterial an den Resonator montiert. Resonante Meßleitung heißt hier, daß die Meßleitung nicht wie bei einer üblichen Meßleitung auf der Generatorseite mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen, sondern mit einem beweglichen Kurzschluß versehen ist. Es handelt sich also hierbei um zwei miteinander gekoppelte Resonatoren, wobei man durch Vermessung der Meßleitungsresonanz in Abhängigkeit von der Leitungslänge  $L$  auf Betrag und Phase des Reflexionsfaktors zurückschließen kann. Dieses Meßverfahren wurde 1932 von R. A. Chipman ([22], [23]) entwickelt, um den Eingangswiderstand von Antennen zu bestimmen. Die Methode trägt daher den Namen Chipman-Methode. Zur Bestimmung der durch das Dämpfungssystem belasteten Güte  $Q_L$  wird nur der Verlauf des Betrages des komplexen Reflexionsfaktors in Abhängigkeit von der Frequenz benötigt. Aus dem Minimum dieses Reflexionsfaktorverlaufs wird der Koeffizient  $K$  des Resonators an das Dämpfungssystem bestimmt. Mit Hilfe von  $K$  berechnet sich die belastete Güte in einfachster Weise aus  $Q_L = Q_0 / (1 + K)$ .

#### 8.1.1 Theorie zur Bestimmung von Reflexionsfaktoren mit Hilfe einer resonanten Meßleitung

Die allgemeine Formulierung des Problems gelingt am einfachsten unter Verwendung von Signalflußgraphen [24]. Dazu müssen wir zuerst das allgemeine Schema der Meßleitung mit Lastwiderstand (Abb.18) in einen passenden Signalflußgraphen übersetzen. Auf der linken Seite bei Referenzebene 1 ist die Meßleitung mit einem

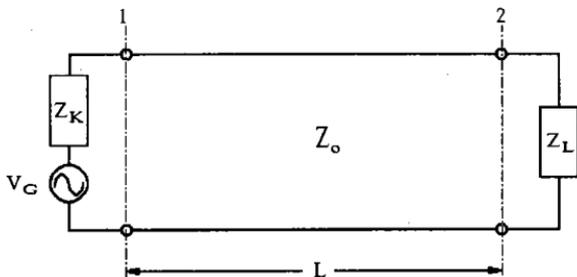


Abb. 18 Das allgemeine Schema der Meßleitung mit unbekanntem Lastwiderstand  $Z_L$

beweglichen Kurzschluß abgeschlossen. Der Kurzschluß sei verlustbehaftet, was der Serienwiderstand  $Z_L$  zum Ausdruck bringt. Der Spannungsgenerator  $V_G$  versorgt die Anordnung mit elektromagnetischer Energie. Die Meßleitung selbst hat einen Wellenwiderstand  $Z_0$  und kann von beliebigem Querschnitt sein. Zum Beispiel kann die Meßleitung eine gewöhnliche Koaxialleitung, ein Rechteckhohlleiter oder auch ein Rundhohlleiter sein.

Wie schon in der Einführung zu diesem Abschnitt erwähnt wurde, besteht die Chipman-Methode darin, daß man die Breite der Meßleitungsresonanz in Abhängigkeit von der Leitungslänge  $L$  bestimmt, mit anderen Worten sind also die Eigenschaften des Meßleitungsresonators zu bestimmen. Die Eigenschaften eines Resonators mißt man am einfachsten in Transmission mit Hilfe zweier geeignet angebrachter Antennen, einer Ein- und einer Auskoppelantenne. Dabei sind die beiden Antennen möglichst schwach anzukoppeln, damit die Resonatoreigenschaften durch sie nur vernachlässigbar beeinflusst werden. Wie das in der Praxis aussieht, darauf werden wir noch zu sprechen kommen. In Abb. 18 ist die Einkoppelantenne durch den idealen Spannungsgenerator auf der Kurzschlußseite dargestellt; die schwache Ankopplung ist also am vernachlässigbaren Innenwiderstand des Spannungsgenerators erkennbar. Die ebenfalls schwach angekoppelte Auskoppelantenne denken wir uns in Referenzebene 2 angebracht. Allgemein kann die Auskoppelantenne an beliebiger Stelle der Meßleitung angebracht sein. Eine Berechnung der Resonanzkurvenform des Meßleitungsresonators ist mit der Berechnung des Übertragungsfaktors  $t_{12}$  zwischen Ein- und Auskoppelantenne identisch. Der zur Abb. 18 äquivalente Signalflußgraf sieht folgendermaßen aus:

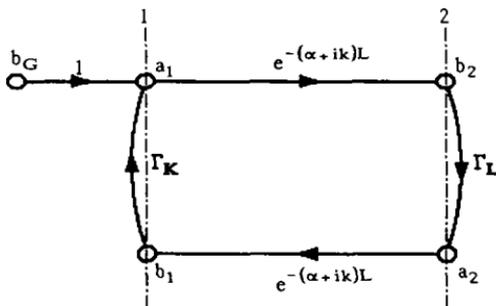


Abb. 19 Der Signalflußgraf des allgemeinen Schemas der Chipman-Meßleitung

Hierbei bedeuten:

- $b_G$  := Die von der Einkoppelantenne gelieferte komplexe Amplitude
- $a_1, a_2$  := Die komplexen Amplituden der in die Meßleitung laufenden Wellen
- $b_1, b_2$  := Die komplexen Amplituden der aus der Meßleitung ablaufenden Wellen
- $\Gamma_K$  := Der Reflexionsfaktor des Kurzschlußschiebers
- $\Gamma_L$  := Der Reflexionsfaktor des Lastwiderstandes

$e^{-(\alpha+ik)L}$  bedeutet das Übertragungsmaß der Leitung. Der Exponent  $(\alpha+ik)$  ist die Ausbreitungskonstante der Leitung,  $\alpha$  beschreibt dabei die Leitungsverluste. Für unsere Zwecke genügt die Annahme einer verlustfreien Leitung und wir setzen  $\alpha=0$ . Aus der Reduktion des Signalflußgraphen ergibt sich für das Übertragungsmaß  $t_{12}$ :

$$t_{12} = \frac{b_2}{b_G} = \frac{e^{-ikL}}{1 - \Gamma_L \Gamma_K e^{-i2kL}} \quad (8.1)$$

Setzt man in Gleichung (8.1)

$$\Gamma_L \Gamma_K = e^{-2(x+iy)}, \quad (8.2)$$

dann führt das auf:

$$t_{12} = \frac{1}{2(|\Gamma_L \Gamma_K|)^{1/2} \sinh(x+i(kL+y))} \quad (8.3)$$

Das Signal an der Auskoppelantenne ist proportional zu  $|t_{12}|$ , also bilden wir den Betrag von (8.3):

$$|t_{12}| = \frac{1}{2\{(|\Gamma_L \Gamma_K| \sinh^2(x) + |\Gamma_L \Gamma_K| \sin^2(kL+y))\}^{1/2}} \quad (8.4)$$

Variiert man nun die Meßleitungslänge bei einer konstanten Frequenz, dann bleibt  $|\Gamma_L \Gamma_K|$  konstant, und verbunden damit auch  $x$ . Die Maximalamplitude von  $|t_{12}|$  ergibt sich bei der Leitungslänge  $L_0$  unter der Bedingung:

$$kL_0 + y = n\pi, \quad (8.5)$$

wobei  $n$  irgend eine ganze Zahl ist. Daraus erhalten wir also die Phaseninformation (modulo  $\pi$ ). Nach (8.4) ist die Maximalamplitude des Signals an der Auskoppelantenne proportional zu:

$$|t_{12}|_{\max} = \frac{1}{2(|\Gamma_L \Gamma_K| \sinh^2(x))^{1/2}} \quad (8.6)$$

Um  $x$  zu finden variieren wir die Leitungslänge  $L_0$  um  $\delta L$ , entweder zur linken, oder zur rechten Seite des Maximums. An dieser Stelle sei der Maximalwert von  $|t_{12}|$  auf den  $g$ -fachen Wert abgesunken. Mit Hilfe von (8.4) ergeben sich dann die Beziehungen:

$$\sinh^2(x) + \sin^2\{k(L_0 + \delta L) + y\} = \sinh^2(x)/g \quad (8.7)$$

$$\sinh^2(x) + \sin^2\{k(L_0 - \delta L) + y\} = \sinh^2(x)/g$$

links und rechts vom Maximum. Benötigt wird bei einer näherungsweise verlustfreien

Leitung jedoch nur eine der beiden Gleichungen, welche nach der noch unbekanntem Größe  $x$  aufgelöst werden kann. Im Falle einer verlustbehafteten Leitung benötigt man beide Gleichungen (8.7), denn es gilt dann:

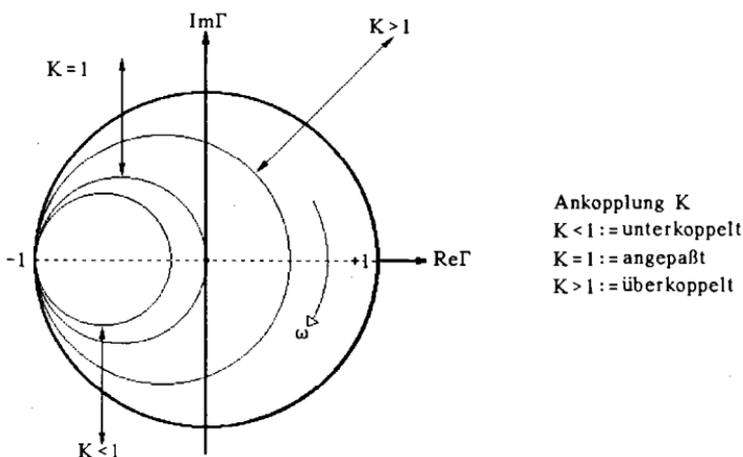
$$\sinh^2\{\alpha(L_0 + \delta L) + x\} + \sin^2\{k(L_0 + \delta L) + y\} = \sinh^2(\alpha L_0 + x)/g \quad (8.8)$$

$$\sinh^2\{\alpha(L_0 - \delta L) + x\} + \sin^2\{k(L_0 - \delta L) + y\} = \sinh^2(\alpha L_0 + x)/g$$

Natürlich dürfen die Werte für  $g$  links und rechts des Maximums unterschiedlich sein. Nach Auswertung der Gleichungen (8.5) und (8.7) sind Betrag und Phase von  $\Gamma_L \Gamma_K$  bekannt. Kommt der verschiebbare Kurzschluß einem idealen Kurzschluß sehr nahe, so kann man  $\Gamma_K = -1$  setzen, und  $\Gamma_L$  ist damit bestimmt. Bei einem nichtidealen Kurzschluß müssen zuerst dessen Eigenschaften bestimmt werden, damit eine Korrektur der gemessenen Werte für  $\Gamma_L$  möglich ist. Das geschieht am einfachsten dadurch, daß man anstelle des unbekanntem Lastwiderstandes  $Z_L$  einen Kurzschluß anbringt. Durch eine fest montierte Kupferplatte ist ein idealer Kurzschluß am ehesten verwirklicht. Die Anwendung der Gleichungen (8.7) oder (8.8) liefert die zur Korrektur von  $\Gamma_L$  benötigten Daten. Der unbekanntem Lastwiderstand  $Z_L$  sei jetzt der Resonator.

Aus dem gemessenen Kurvenverlauf  $|\Gamma_L(\omega)|$  können die Koppelfaktoren  $K$  ermittelt werden, wobei diese mit den Minimalwerten von  $|\Gamma_L(\omega)|$  über die Beziehung:

$$K = \frac{1 + |\Gamma_L|_{\min}}{1 - |\Gamma_L|_{\min}} \quad (8.9)$$



**Abb. 20** Ortskurve eines Hohlraumresonators in der Reflexionsfaktorebene mit verschiedenen Koppelfaktoren  $K$

berechnet werden können. Das obere der beiden Vorzeichen ist zu nehmen falls eine Unterkopplung, das Untere falls eine Überkopplung vorliegt. Die Entscheidung ob Über- oder Unterkopplung vorliegt ist nur möglich, wenn man sich die Ortskurve des Reflexionsfaktors betrachtet (Abb. 20). Da die Chipman-Methode auch die Phasen der Reflexionsfaktoren liefert, ist ein Auftragen der Werte in die komplexe Reflexionsfaktorebene immer möglich. Eine Kalibrierungsmessung mit einer Kurzschlußplatte anstelle des Lastwiderstandes dreht den Antiresonanzpunkt der Koppelkreise in den Kurzschlußpunkt ( $\Gamma = -1$ , Abb. 20) der komplexen Reflexionsfaktorebene. Aus den so ermittelten Koppelfaktoren errechnet sich die belastete Güte  $Q_L$  nach der Formel:

$$Q_L = \frac{Q_0}{1+K} \quad (8.10)$$

Hierbei ist  $Q_0$  die unbelastete Güte des Resonators, wenn das Ankoppelsystem für den Dämpfer mit einem Kurzschluß verschlossen ist.

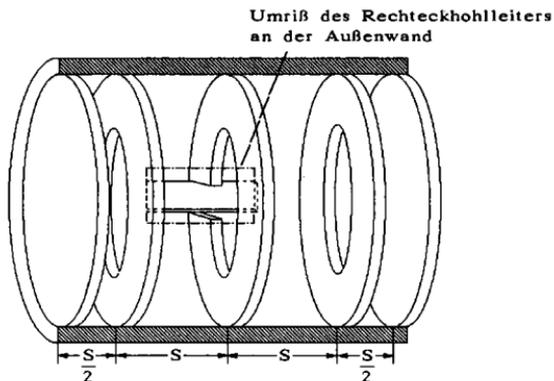
### 8.1.2 Experimenteller Aufbau zur Chipman Methode

Die Experimente wurden mit einer dreizelligen Irisstruktur (Abb. 21) durchgeführt, wobei die Frequenz der als Beschleunigermode vorgesehenen  $2\pi/3$ -TM<sub>010</sub>-Mode bei 2.36 GHz lag. Die Struktur war aus Messing (MS 58 := CuZn39Pb3,  $\sigma \approx 1.46 \cdot 10^7$  1/Ωm) gefertigt und nach dem in Abb. 22 gezeigten Schema montiert. In einer Montageschiene (Abb. 23) könnte die Struktur über den gesamten Umfang der HF-Kontakte gleichmäßig zusammengedrückt werden. Dadurch war es nach jeder Demontage des Resonators möglich, die unbelastete Resonatorgüte  $Q_0$  immer wieder auf ungefähr denselben Wert einzustellen.

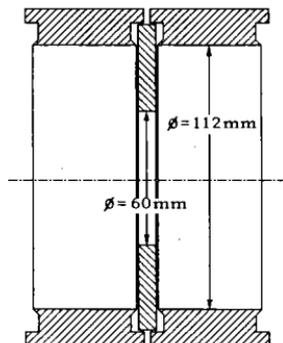
Ein Schlitz in der mittleren Irisblende (Abb. 21) der in einen Rechteckhohlleiter mündet, dient als Auskoppelsystem für die unerwünschten höheren Moden. Zur Abdämpfung der aus den höheren Moden ausgekoppelten Leistung muß der Rechteckhohlleiter durch Anwendung geeigneter Dämpfungsmaterialien mit seinem Wellenwiderstand abgeschlossen werden (Abb. 24). Bei den Messungen der Koppelfaktoren nach Chipman ersetzt man jedoch das Dämpfungsmaterial durch einen verschiebbaren Kurzschluß (Abb. 25 und Abb. 26).

Abb. 27 zeigt die Ausführung des Kurzschlußschiebers als kontaktlosen Schieber, wie er für relativ große Bauformen üblich ist. Seine Wirkungsweise beruht auf der Transformation eines metallischen Kurzschlusses über zwei  $\lambda/4$ -Leistungsabschnitte an die gewünschte Kurzschlußebene. Dabei wird die Unterbrechung der Leiterbahn an die Stelle des Transformationsweges gelegt, an der im Idealfall  $I=0$  ist, also  $\lambda/4$  vom Kurzschluß entfernt. Damit werden die Kurzschlußverluste möglichst gering gehalten. Der Rechteckhohlleiter für die Chipman-Meßleitung war etwa 50cm lang und war wegen des niedrigeren Gewichtes aus Aluminium gefertigt. Dabei setzte sich der Hohlleiter aus zwei U-förmigen Teilen zusammen und zwar so, daß quer über die Trennungslinie kein Strom fließt, wenn im Hohlleiter die TE<sub>10</sub>-Welle angeregt ist. Der Hohlleiter konnte direkt an die Auskoppelstelle des Resonators montiert werden (Abb. 28). Zur Bestimmung der Eigenschaften

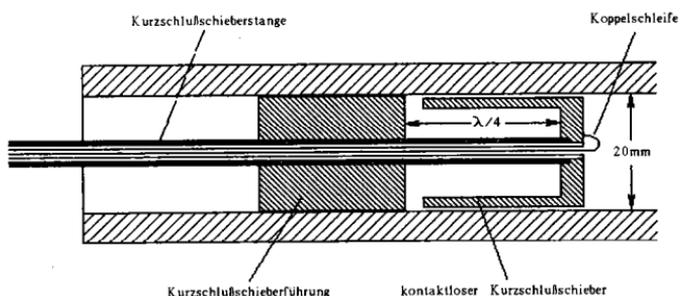
des ungestörten Resonators wurde zwischen Hohlleiter und Auskoppelstelle eine Messingplatte geschoben, die dann mittels des Hohlleiters auf die Auskoppelstelle gedrückt wurde.



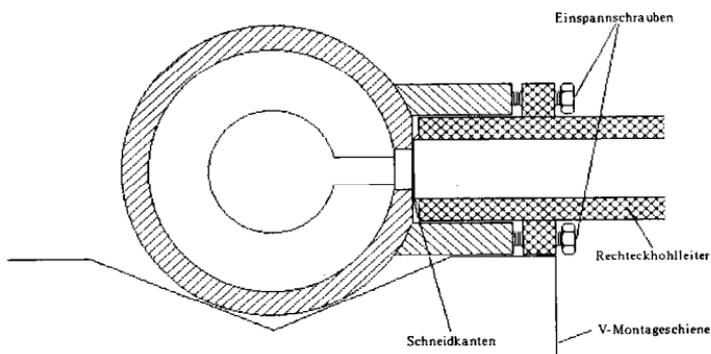
**Abb. 21** Die dreizellige Irisstruktur mit Auskoppelsystem in der mittleren Blende. Die Endzellen haben jeweils die halbe Länge einer vollen Zelle, wobei  $S=45.79$  mm war.



**Abb. 22** Diese Abbildung zeigt den Aufbau, Zentrierung und HF-Kontakte des Dreizellers.



**Abb. 27** Zur Konstruktion des Kurzschlußschiebers. Die Kurzschlußschieberführung kann über ein Feingewinde relativ zum kontaktlosen Kurzschlußschieber hin- und herbewegt werden, so daß sich  $\lambda/4$  für jede Frequenz innerhalb eines bestimmten Frequenzbereiches einstellen läßt. Die Zuleitung zur Koppelschleife besteht aus einem handelsüblichen Koaxialkabel mit Kupfermantel ( $\phi=3.5\text{mm}$ ) und Teflonfüllung. Der Innenleiter ist hier ein versilberter Eisendraht ( $\phi=1\text{mm}$ ). Die Koppelschleifenzuleitung wird einfach durch die Kurzschlußschieberstange gesteckt und von außen mit einer Schlauchklemme gegen ein Verrutschen fixiert. Der Kurzschlußschieber ist aus Aluminium gefertigt, nur die Kurzschlußschieberstange besteht wegen der geringen Wandstärke aus Edelstahl.



**Abb. 28** Die Montagevorrichtung für die Meßleitung.

Bei der ersten Ausführung der Meßleitung war an der Anschlußstelle zum Resonator eine Schneidkante angebracht, was ohne Verwendung einer Kupferdichtung zu Mikrowellenlecks führte. Bei späteren Ausführungen ist der Hohlleiter ohne Schneidkante flächig auf die Auskoppelstelle gepreßt worden, was wesentlich unproblematischer war. Abb. 25 zeigt die prinzipielle Meßanordnung zur Chipman-Methode. Die mit einem solchen Aufbau durchgeführten Messungen wären allerdings sehr zeitraubend und unbequem, da man nie genau weiß, bei welcher Frequenz Leistung aus der Meßleitung in die auszukoppelnde Mode des Resonators fließt, d.h. die Störmode in Resonanz ist. Man hat dann sehr viele Meßpunkte über einen großen Frequenzbereich zu nehmen. Bequemer ist die Verwendung des skalaren Netzwerkanalysators (Abb. 26) HP 8757 A, mit dessen Hilfe man die Resonanz leicht erkennen und den zu vermessenden Frequenzbereich stark einschränken kann.

### 8.1.3 HF-Moden in der dreizelligen Modellstruktur

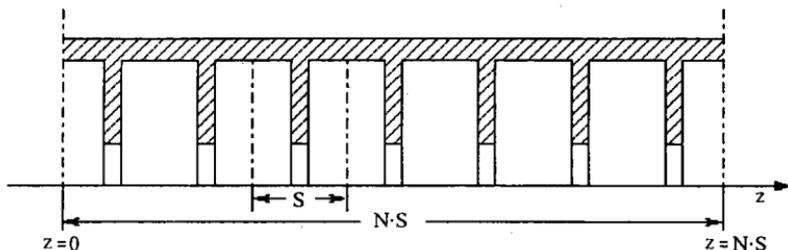
Für diese Untersuchung wurde das Modell einer Laufwellenstruktur ähnlich dem SLAC-Beschleuniger gewählt (Abb. 21). Im Unterschied zur SLAC-Struktur ist die Irisöffnung allerdings größer und damit die Gruppengeschwindigkeit höher ( $v_g=0.14c$  anstatt  $0.007c$ ). Diese Wahl wurde zur Reduzierung des SBBU-Effektes getroffen. Um Experimente mit einer sogenannten dreizelligen Irisstruktur durchführen zu können, muß zunächst bekannt sein, bei welcher Frequenz welche Mode auftritt, d.h. es muß eine Modenidentifikation gemacht werden, damit bei den Messungen mit der Chipman-Leitung nicht die falsche Mode angekoppelt wird. Bei diesen Messungen wurde die geschlitzte Irisblende (Abb. 21) gegen eine ungeschlitzte Blende ausgetauscht und das Koppelloch zum Rechteckhohlleiter mit einem Kurzschluß verschlossen. Man kann nun zum Problem der im Dreizeller auftretenden Moden einige Vorüberlegungen anstellen.

Die für die Messungen in Betracht gezogene Irisstruktur soll der kleinste mögliche Ausschnitt aus einer vielzelligen Laufwellenstruktur (Abb. 29) sein, wie sie in der Praxis später verwendet werden wird. Der kleinste mögliche Ausschnitt deshalb, damit nicht das Problem einer unübersichtlichen Modenvielfalt auftritt. Dabei muß darauf geachtet werden, daß die wichtigsten Moden in Erscheinung treten:

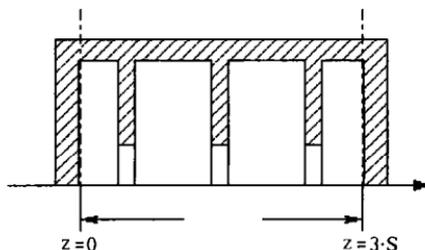
- 1) die  $TM_{010}-2\pi/3$ -Beschleunigermode und
- 2) die  $HEM_{11}-\pi$ -Mode, welche ausgekoppelt werden soll.

Es stellt sich heraus, daß für diesen Zweck eine sogenannte dreizellige Irisstruktur mit Halbzellenabschluß (Abb. 30) die kleinste mögliche Struktur ist.

Im allgemeinen bekommt man ein exaktes Abbild der zu untersuchenden Laufwellenmode als Stehwelle, wenn am Testresonator genau an den Symmetrieebenen ein Kurzschluß angebracht wird, an denen der elektrische Feldvektor nur Normalkomponenten besitzt. Die strichpunktierten Linien in Abb. 29 zeigen eine solche Ebene. Hat man  $N$  Resonatoren in solcher Weise kurzgeschlossen, dann erhält man  $N+1$  Resonanzen die zu Frequenzen gehören, für die die Resonatorlänge ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge beträgt.



**Abb. 29** Ausschnitt aus einer vielzelligen Irisstruktur mit der Strukturperiode  $S$ .



**Abb. 30** Die sogenannte dreizellige Irisstruktur

Das zur  $TM_{010}$ -Mode gehörende Modenband des Dreizellers läßt sich auf folgende Weise ermitteln:

Das Stehwellenbild des Dreizellers kann durch Überlagerung einer Vorwärts- und einer Rückwärtswelle gefunden werden. Die Randbedingungen bei  $z=0$  und bei  $z=3 \cdot S$  sind so, daß die Rückwärtswelle in eine Vorwärtswelle reflektiert wird und umgekehrt. Da nach Voraussetzung an den Spiegelebenen nur eine  $z$ -Komponente des elektrischen Feldes vorliegt, muß an den Stellen  $z=0$  und  $z=3 \cdot S$  gelten:

$$E_z^-(0) = -E_z^+(0) \quad (8.11)$$

$$E_z^-(3 \cdot S) = -E_z^+(3 \cdot S)$$

Der Index + bzw. - weist auf die vorwärtslaufende bzw. rückwärtslaufende Welle hin. Nach dem Floquet'schen Theorem muß bei einer periodischen Struktur mit der Strukturperiode  $S$  das Feld an einer Stelle  $z_0$  mit dem Feld an der Stelle  $z_0 + S$  übereinstimmen, mit Ausnahme eines komplexen Phasenfaktors vom Betrag 1, d.h.:

$$E_z^+(z_0 + S) = e^{+i\Phi} E_z^+(z_0) \quad (8.12)$$

Aus (8.12) folgt also für (8.11):

$$E_z^+(0) e^{-i3 \cdot \Phi} = E_z^-(0) e^{i3 \cdot \Phi} \quad (8.13)$$

Teilt man Gleichung (8.13) durch die erste der beiden Gleichungen (8.11), so erhält man die Bedingung:

$$\sin(3 \cdot \Phi) = 0, \quad \Phi^{(n)} = \frac{n\pi}{3}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \quad (8.14)$$

Das Feld in der Mitte der m-ten Zelle ist dann:

$$E_{zm}^{(n)} = E_0^{(n)} \cos(m \Phi^{(n)}) \quad (8.15)$$

Für den Dreizeller nach Abb. 30 gibt es also 4 verschiedene Lösungen für die Feldverteilung in Übereinstimmung mit der wirklichen Anzahl von 4 miteinander gekoppelten Resonatoren, jede wird mit dem Wort Mode bezeichnet und durch den zugehörigen Phasenvorschub  $\Phi^{(n)}$  identifiziert. Beim Dreizeller erwartet man also folgende Moden vom  $TM_{010}$ -Typ:

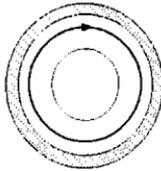
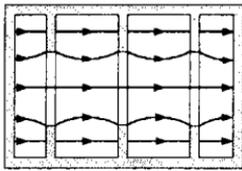
0-,  $\pi/3$ -,  $2\pi/3$ - und  $\pi$ -Mode.

Die Bilder (1), (2), (3) und (4) in Abb. 31 zeigen in dieser Reihenfolge das Schema der zu den obigen Phasenvorschüben gehörenden Feldlinienbilder des elektrischen Feldes. In Abb. 31 oben rechts ist das mit einem skalaren Netzwerkanalysator aufgenommene Frequenzspektrum im Bereich 2-3.3 GHz zu sehen, die ersten 4 Resonanzen sind die Resonanzfrequenzen der  $TM_{010}$ -0-,  $\pi/3$ -,  $2\pi/3$ - und  $\pi$ -Mode.

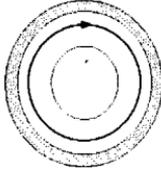
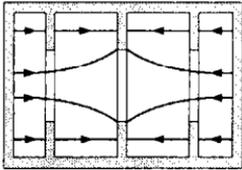
Ein Brillouin-Diagramm für die Grundmoden kann durch eine Bestimmung der zu den obengenannten Moden gehörigen Frequenzen angefertigt werden. Aus diesem Diagramm lassen sich sowohl Phasen- als auch Gruppengeschwindigkeit der Grundmoden ablesen. Abb. 31 ganz unten zeigt das Brillouindiagramm für den Dreizeller nach Abb. 21 mit kurzgeschlossenem Koppelloch für den Rechteckhohlleiter.

In Abb. 31 sind weiter die schematisch dargestellten Feldlinienbilder des elektrischen Feldes der von der Frequenz her auf die  $TM_{010}$ -Grundmoden folgenden Dipolmoden zu sehen ((5), ..., (8)), das Frequenzspektrum dazu erkennt man wieder oben rechts. Die Feldlinienbilder sind teilweise durch Interpretation von Störkörpermessungen mit dielektrischen Störkörpern [28], teilweise durch Interpretation von Rechnungen mit dem Computercode URMEL [27] entstanden. Die wichtigsten Vertreter dieser Dipolmoden sind die  $HEM_{11}$ - $\pi$ - und die  $TM_{110}$ -0-Mode ((7), (8)). In Abb. 32 wurde der Versuch unternommen, die im Dreizeller aufgetretenen Dipolmoden in einem Brillouindiagramm anzuordnen. Wie man schon anhand der teilweise komplizierten Modengeometrie entnehmen kann, ist das nicht ganz unproblematisch.

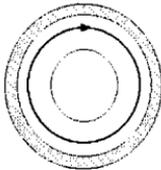
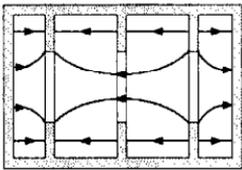
Das untere der beiden Brillouindiagramme zu den Dipolmoden bezeichnen wir hier mit TE/TM-Band, das Obere mit TM/TE-Band. Alle dabei vorkommenden Moden



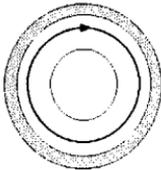
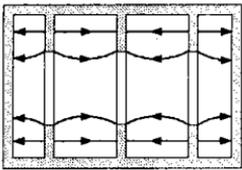
TM<sub>010</sub>-0-Mode, (1)



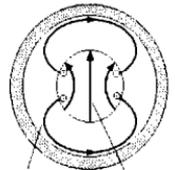
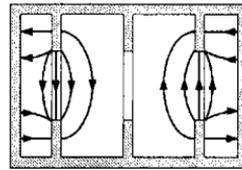
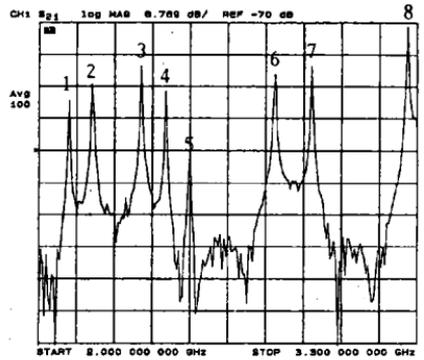
TM<sub>010</sub>-π/3-Mode, (2)



TM<sub>010</sub>-2π/3-Mode, (3)

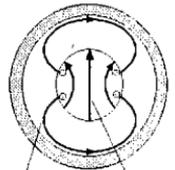
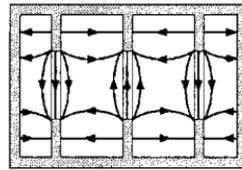


TM<sub>010</sub>-π-Mode, (4)



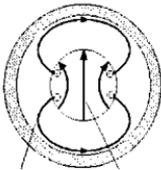
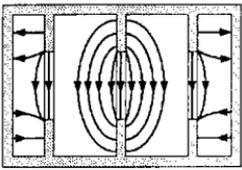
2. Blendenmode, (6)

H-Feld, E-Feld



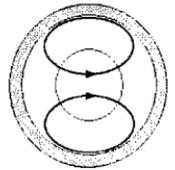
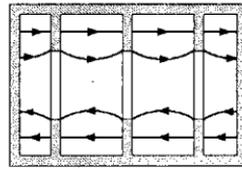
HEM<sub>110</sub>-π-Mode, (7)

H-Feld, E-Feld



1. Blendenmode, (5)

H-Feld, E-Feld



TM<sub>110</sub>-0-Mode, (8)

**Abb. 31** Zur Modenidentifikation an einer dreizelligen Irisstruktur. Der Längsschnitt durch den Resonator zeigt vereinfacht den Verlauf der elektrischen Feldlinien, der Querschnitt zeigt den Verlauf des magnetischen Feldes. Bei einigen Moden existiert in der Irisblende neben dem H-Feld noch ein extra gekennzeichnetes E-Feld.

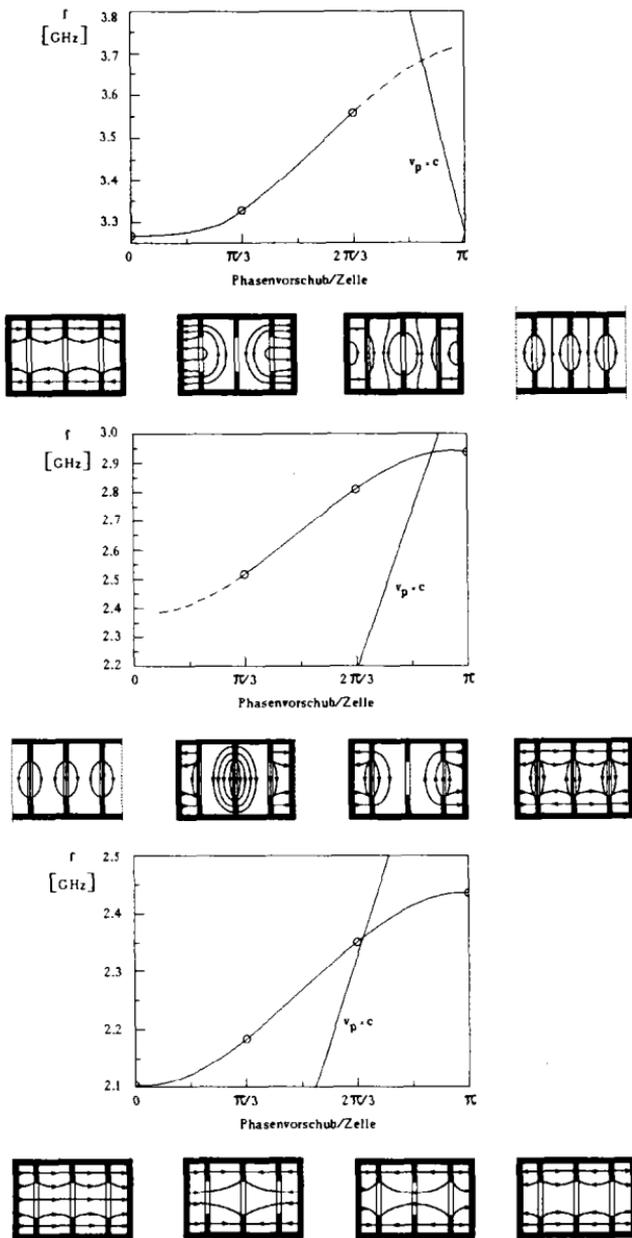


Abb. 32 Brillouindiagramme zu den Grund- und Dipolmoden

sind Moden vom Typ  $HEM_{11}$ . TE/TM wird ein Band dann bezeichnet, wenn die Mode bei  $0^\circ$  Phasenvorschub vom reinen TE-Typ ist, und bei  $180^\circ$  Phasenvorschub vom "fast" reinen TM-Typ ist. Bei beiden Dipolmodenbändern ist diese Entwicklung deutlich sichtbar, das TE/TM-Band fängt mit einer reinen  $TE_{11-0}$ -Mode an, und endet bei der  $HEM_{11-\pi}$ -Mode (daher die Bemerkung "fast"), während beim zweiten Band die Entwicklung mit der reinen  $TM_{110}$ -Mode beginnt und bei einer reinen  $TE_{11-\pi}$ -Mode endet. Dabei muß hier bemerkt werden, das sowohl die  $TE_{11-0}$ -Mode als auch die  $TE_{11-\pi}$ -Mode in einer dreizelligen Struktur mit Halbzellenabschluß nicht auftreten kann, da die Spiegelebenen links und rechts für diese Moden nicht die richtigen Randbedingungen sein können. Diese Moden sind nur zur Verdeutlichung der Bandentwicklung hier eingezeichnet, und die Fortsetzung der Brillouindigramme in diese Moden hinein ist daher nur mit einer gestrichelten Linie angedeutet. Es sei hier ebenfalls angemerkt, daß das TE/TM-Band unterhalb des TM/TE-Bandes auftritt. Das ist eine Konsequenz der relativ großen Irisöffnung. Bei geringerer Irisöffnung kehrt sich dieser Sachverhalt um.

Ein Elektronenstrahl, der eine lange Sektion einer Irisstruktur durchquert, regt im wesentlichen nur Moden an, deren Phasengeschwindigkeit gleich der Teilchengeschwindigkeit ist. Nimmt man eine Teilchengeschwindigkeit von nahezu  $c$  an, dann läßt sich eine zur Geschwindigkeit  $c$  gehörende Gerade in die Brillouindigramme von Abb. 32 einzeichnen. Dort wo die Geraden die Brillouinkurven schneiden, befinden sich die vom Teilchenstrahl angeregten Moden. Die Frequenzen, Phasenvorschübe und Charakteristiken der Moden sind in Tabelle 3 aufgelistet.

Frequenz [GHz]	Phasenvorschub [Grad]	Mode
2.1027	0	$TM_{01}$
2.1844	60	"
2.3511	120	"
2.436	180	"
2.518	60	$HEM_{11}$
2.81	120	"
2.9374	180	"
3.2663	0	$TM_{11}$
3.3795	60	$HEM_{11}$
3.559	120	"

**Tabelle 3** Liste der im Dreizeller vorkommenden Moden bis 3.6 GHz

Wir sehen, daß die  $TM_{010-2\pi/3}$ -Beschleunigermode eine Frequenz von 2.35 GHz aufweist, und die Gerade  $v_p=c$  nahezu exakt diesen Punkt schneidet (Abb. 32 unten). Die gefährlichste der Dipolmoden, die  $HEM_{11-\pi}$ -Mode liegt bei der Frequenz 2.9374 GHz, und liegt etwas rechts vom Schnittpunkt der Geraden  $v_p=c$  mit der Brillouinkurve. Der Schnittpunkt liegt etwa bei einem Phasenvorschub von  $165^\circ$ , was aber für diese Untersuchung nahe genug an  $180^\circ$  liegt, denn das Koppelverhalten der

165°-Mode wird sich nicht sehr von der 180°-Mode unterscheiden. Multipliziert man die Beschleunigermode bei 2.35 GHz mit dem Faktor 1.25, so erhält man die Frequenz der  $HEM_{11}-\pi$ -Mode. Dieser Faktor ist etwas niedriger als der SLAC-Faktor von 1.5, was eine Folge der höheren Gruppengeschwindigkeit ist.

#### 8.1.4 Messungen mit der Chipman-Leitung

Wie schon im Vorangehenden erwähnt, wurden die Messungen des Koppelverhaltens der  $HEM_{11}-\pi$ -Mode bei vier verschiedenen Schlitzhöhen (2, 5, 7 und 10mm) durchgeführt. Der Meßaufbau hierzu ist in Abb. 25 dargestellt. Nur eine Polarisationssebene der  $HEM_{11}-\pi$ -Mode koppelt an den Hohlleiter an, die andere wird durch die Anwesenheit des Schlitzes stark unterdrückt. In Abb. 34 sind die mit der Chipman-Leitung gemessenen Reflexionsfaktoren in Abhängigkeit von der Frequenz für die  $HEM_{11}-\pi$ -Mode bei verschiedenen Schlitzhöhen dargestellt, und zwar der Betrag des Reflexionsfaktors in der linken Darstellung, in der rechten die komplette Polardarstellung des Reflexionsfaktors. Die Schlitzhöhe wächst dabei von oben nach unten.

Bei der niedrigste Schlitzhöhe von 2mm erkennt man links und recht vom Hauptminimum noch zwei Nebenminima. Das linke Nebenminimum gehört zur zweiten Polarisation der  $HEM_{11}-\pi$ -Mode und ist hier noch relativ gut ausgeprägt, da die Schlitzhöhe noch gering ist. Mit wachsender Schlitzhöhe verschwindet die zweite Polarisation immer mehr. Das rechte Nebenminimum gehört zu einer Resonanz im Koppelsystem. In der Polardarstellung erkennt man oberhalb der positiven Achse des Realteils eine kleine Koppelschleife, die zum Hauptminimum gehört. Beide Nebenminima sind so schwach ausgeprägt, daß sie auf der Polarkarte kaum erkennbar sind. Die Größe der Koppelschleife weist deutlich auf eine Unterkopplung hin, und der zugehörige Koppelfaktor errechnet sich nach Gleichung (8.9) oberes Vorzeichen.

Bei der Schlitzhöhe von 5mm ist merkwürdigerweise die zweite Polarisation verschwunden, oder vielleicht der Hauptresonanz überlagert, was wegen der geringen Ankopplung hier nicht weiter stört. Ein Blick auf die Polarkarte zeigt immer noch eine Unterkopplung.

Bei der Schlitzhöhe von 7mm sind wieder beide Polarisierungen sichtbar, die eine ist stark unterkoppelt, die andere überkoppelt. Man sieht hier, daß im Vergleich zu den beiden vorangehenden Schlitzhöhen der Reflexionsfaktorbetrag wieder größer wird, obwohl die Kopplung auch größer geworden ist. Das liegt einfach daran, daß eine gute Kopplung in Richtung Hohlleiter-Resonator auch eine gute Kopplung in der umgekehrten Richtung bedeutet, d.h. die Welle wird in den Resonator eingekoppelt und breitet sich bis zu den Spiegelebenen am Ende der Halbzellen aus, wird dort reflektiert und zurück in den Hohlleiter gekoppelt. Einfach ausgedrückt bedeutet das: Je besser die Kopplung, desto mehr wird der gemessene Reflexionsfaktor durch die Spiegelebenen des Resonators dominiert.

Bei einer Schlitzhöhe von 10mm ist schließlich keine zweite Polarisation mehr zu erkennen, die Polarkarte zeigt vollständige Überkopplung.

Die Messungen wurden zunächst mit einem unkalibrierten Kurzschlußschieber

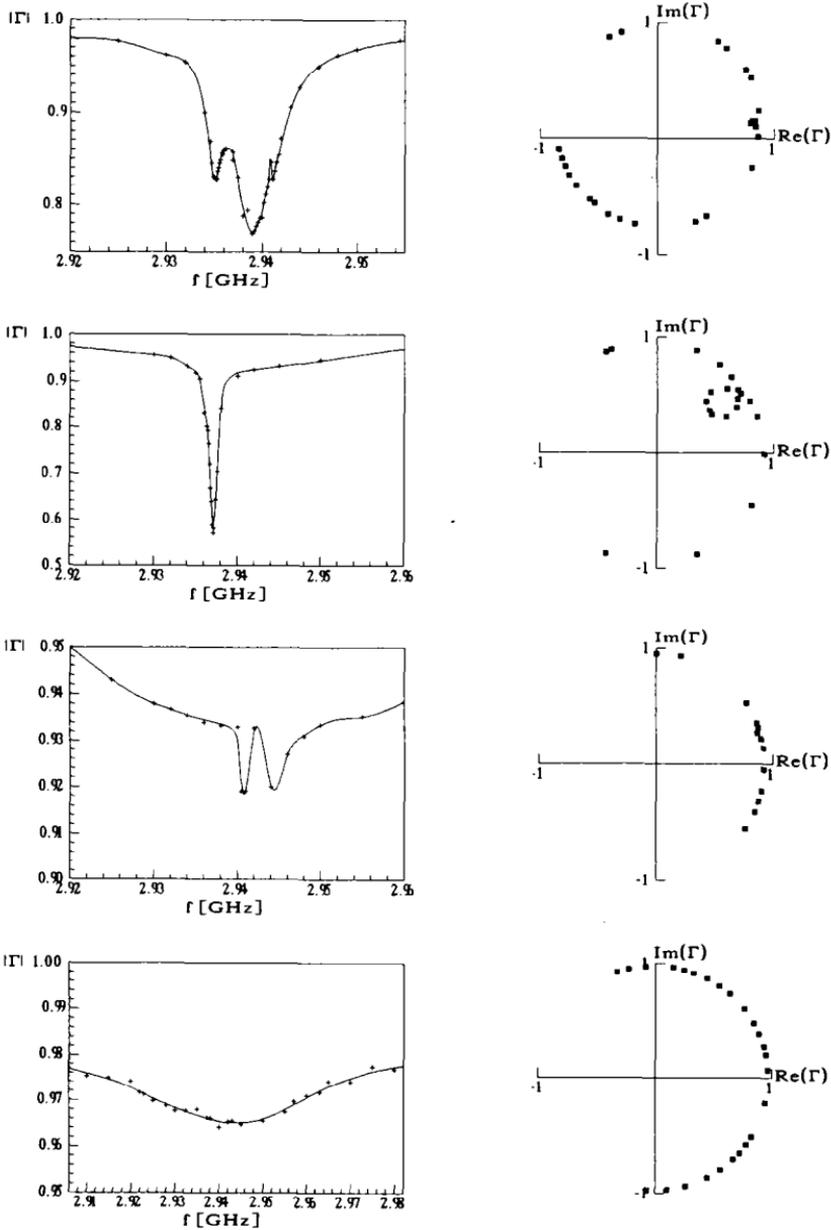
durchgeführt, erst danach wurde eine Kalibrierungsmessung über den gesamten Frequenzbereich (von 2.91- bis 2.98 GHz) gemacht. Dabei ergab sich der niedrigste Wert des Reflexionsfaktors für den Kurzschlußschieber zu  $|\Gamma|=0.992$ , im Mittel ergab sich jedoch der Wert  $|\Gamma|=0.998$ .

Die gemessenen Koppelfaktoren sind in Abb. 35 in Abhängigkeit von der Schlitzhöhe aufgetragen, in Abb. 34 sieht man schließlich die zu den Koppelfaktoren gehörenden belasteten Güten  $Q_L$  die der Resonator hätte, wenn der Kurzschlußschieber in der Meßleitung durch ein ideales Dämpfungsmaterial ausgetauscht würde (Abb. 27). Alle hier angegebenen Meßwerte für Koppelfaktoren und belastete Güten beziehen sich auf einen idealen Kurzschlußschieber, d.h. die gemessenen Koppelfaktoren sind zu niedrig, während die belasteten Güten zu hoch sind. Legt man bzw. den niedrigsten für den Kurzschlußschieber gemessenen Reflexionsfaktorbetrag für die Messungen zugrunde, so kommt man bei einer Schlitzhöhe von 10mm auf eine belastete Güte  $Q_L \approx 70$  anstatt auf  $Q_L \approx 100$ .

Zusätzlich zur  $HEM_{11}-\pi$ -Mode wurden noch die beiden in der Frequenz der  $HEM_{11}-\pi$ -Mode vorangehenden Moden (Abb. 31, (5) und (6)) und die  $TM_{110}-0$ -Mode untersucht. Dabei stellte sich heraus, daß Mode (6) infolge der Abwesenheit magnetischen Feldes an der mittleren Irisblende keinerlei Kopplung zeigte, und die  $TM_{110}-0$ -Mode infolge des nicht durch die Irisöffnung hindurchgreifenden magnetischen Feldes bei niedrigen Schlitzhöhen keine, und bei einer Schlitzhöhe von 10mm kaum meßbare Kopplung zeigte. Mode (5) zeigte hingegen ein sehr gutes Koppelverhalten, da das magnetische Feld in der Irisöffnung ähnlich dem der  $HEM_{11}-\pi$ -Mode ist. Die Ergebnisse zu dieser Mode sind in Tabelle 4 aufgeführt. Bei dieser Mode war sogar eine kleine Kopplung ohne Schlitz in der Irisblende meßbar, während bei einer Schlitzhöhe von 7mm nur noch ein Mindestwert für den Koppelfaktor angegeben werden konnte. Hier lag der gemessene Reflexionsfaktorbetrag im Bereich  $0.992 < |\Gamma| < 0.998$ , d.h. der Reflexionsfaktorbetrag war größer als der für den Kurzschlußschieber angegebene Mindestwert.

Schlitzhöhe [mm]	Koppelfaktor K	$Q_L$
0	0.06	4720
2	11	420
5	42	120
7	> 250	< 20

**Tabelle 4** Koppelfaktoren und Güte für die Mode (5) (Abb. 31). Hierbei war  $Q_0 \approx 5000$



**Abb. 33** Reflexionsfaktorbetrag in Abhängigkeit von der Frequenz und die Polardarstellung des Reflexionsfaktors

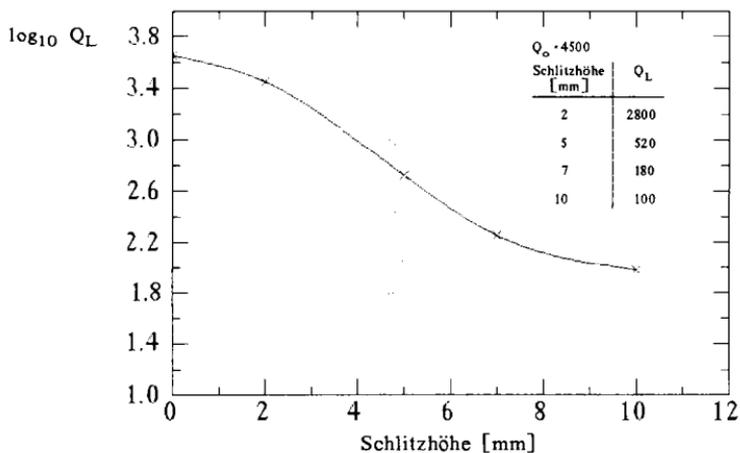


Abb. 34  $Q_L$  in Abhängigkeit von der Schlitzhöhe (  $Q_L(1+K)=Q_o$  ).

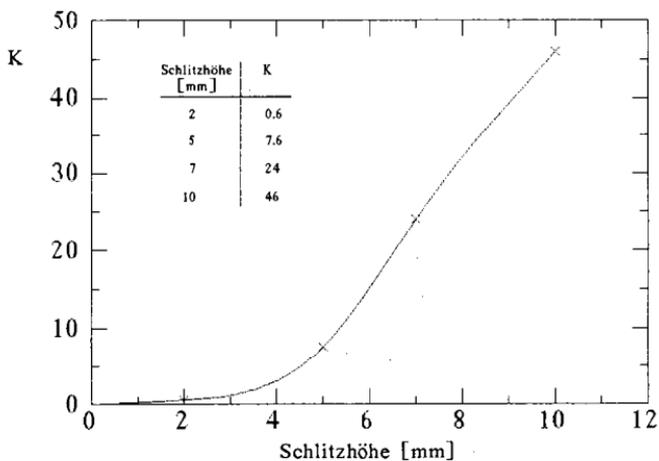


Abb. 35 Koppelfaktor K in Abhängigkeit von der Schlitzhöhe.

### 8.1.5 Diskussion zur Chipman-Methode

Die Messungen haben gezeigt, daß die Chipman-Methode zur Bestimmung kleiner Resonatorgüten geeignet ist. Die hier benutzte Meßleitung war jedoch durch Verluste im Kurzschlußschieber auf den Bereich  $Q \geq 20$  beschränkt. Diese Verluste sind durch mangelnde Präzision in der Kurzschlußschieberführung bedingt. Die Einhaltung niedrigerer Toleranzwerte bei der Fertigung würden hier Abhilfe schaffen. Im Bereich  $Q \geq 20$  konnte der Koppelfaktor präzise bestimmt werden, da der Kurzschlußschieber in diesem Bereich kalibrierbar ist. Das ist ein wesentlicher Vorteil gegenüber einem herkömmlichen Stehwellendetektor.

Nachteilig bei dieser Methode wirkt sich aus, daß durch die Anregung der Resonatormoden von der Meßleitung aus offenbar Störmoden im Koppelsystem angeregt werden. Liegen diese Störmoden nahe bei der zu messenden Resonanz, dann ist eine präzise Bestimmung des Koppelfaktors nicht mehr möglich. Glücklicherweise war das hier nicht der Fall.

Ein weiterer Mangel der Chipman-Methode wird sichtbar, wenn die Irisblende nicht nur auf einer Seite, sondern auf beiden Seiten geschlitzt wird. Dann ist auf einer Seite des Resonators die Chipman-Leitung, und auf der anderen Seite ein Hohlleiter mit Dämpfungsmaterial anzubringen. Eine schlechte Güte des Resonators in Bezug auf die zu messende Mode würde dann bedeuten, daß mit der Chipman-Leitung ein Reflexionsfaktor nahe der Anpassung ( $\Gamma \approx 1$ ) gemessen werden müßte. Da aber in diesem Fall auch die Meßleitung eine schlechte Güte aufweist, ist an eine präzise Vermessung der Meßleitungsresonanz nicht mehr zu denken. Diese Meßmethode ist also nur für Reflexionsfaktormessungen geeignet, bei denen der Reflexionsfaktor weit von der Anpassung entfernt ist.

Die am Dreizeller mit einseitig geschlitzter Irisblende gemessenen Gütewerte in Bezug auf die  $HEM_{11}$ - $\pi$ -Mode haben gezeigt, daß die für einen S-Band Linear Collider benötigten Gütewerte (siehe Abschnitt 7) fast erreicht werden konnten, ein zweiter gegenüberliegender Schlitz wäre auf jeden Fall ausreichend. Bei der Verwendung einseitig geschlitzter Irisblenden bei Linearbeschleunigern ist auf jeden Fall daran zu denken, daß das Dämpfungssystem alternierend angebracht wird, um die schädlichen Auswirkungen der Feldasymmetrie auf die Teilchenbewegung zu verhindern. Sehr positiv fiel auf, daß durch den einseitigen Schlitz in der Irisblende die Güteverluste in der Beschleunigermode verschwindend gering ( $< 5\%$ ) waren.

---

## 8.2 Die Berechnung von $Q_{ext}$ für einen Resonator mit mehreren Ausgängen in kurzgeschlossene Wellenleiter

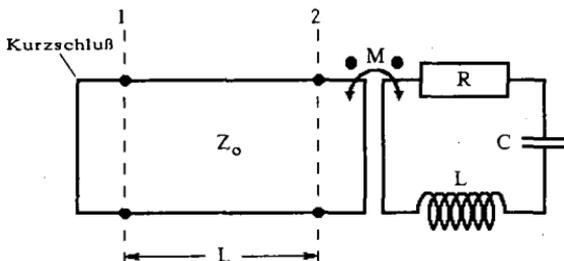
Anstatt die belastete Güte  $Q_L$  eines Resonators mit angepaßtem Wellenleiter direkt zu bestimmen, kann nach einem Verfahren, das bei Slater [25] beschrieben wird, die externe Güte  $Q_{ext}$  des Wellenleiters dadurch bestimmt werden, daß der Wellensumpf durch einen verschiebbaren Kurzschluß ersetzt wird und die Frequenz des Resonators gegen die Position des Kurzschlusses im Wellenleiter aufgetragen wird. Aus der Steigung dieses Kurvenverlaufs läßt sich  $Q_{ext}$  bestimmen. Da  $Q_{ext}$  das Verhältnis der im Resonator gespeicherten Energie zur Verlustleistung im Dämpfungssystem  $P_{ext}$  beschreibt, und somit das Verhältnis der vom Dämpfungssystem unbelasteten Resonatorgüte  $Q_0$  zur externen Güte  $Q_{ext}$  gemäß der Formel  $Q_0/Q_{ext} = P_{ext}/P_V = K$  den Koppelfaktor  $K$  des Dämpfungssystems liefert, kann die belastete Güte  $Q_L$  wieder nach Gleichung (8.10) ausgerechnet werden.  $P_V$  bezeichnet hier die Verlustleistung im Resonator.

### 8.2.1 Die Verstimmung eines Resonators über einen verschiebbaren Kurzschluß im angeschlossenen Wellenleiter

Wir werden nun folgendes Problem betrachten:

Ein beliebig geformter Resonator ist mit einem beliebig geformten Wellenleiteranschluß versehen, wobei der Wellenleiter mit einem verschiebbaren Kurzschluß abgeschlossen ist. Wir stellen uns nun die Frage: Wie ändern sich die Resonanzfrequenzen der verschiedenen Moden in Abhängigkeit von der Position des Kurzschlusses?

Es handelt sich bei diesem Problem offenbar um zwei gekoppelte Resonatoren, wobei der Wellenleiter über das Einbringen des Kurzschlusses zum Resonator wird. Bei der Ableitung des Zusammenhangs bedienen wir uns eines äquivalenten Ersatzkreises (Abb. 36).



**Abb. 36** Der äquivalente Ersatzkreis des Resonators ist über die Koppelinduktivität  $M$  an den bei Referenzebene 1 kurzgeschlossenen Wellenleiter der Impedanz  $Z_0$  angekoppelt. Die beiden Punkte bezeichnen den Wicklungssinn der induktiven Kopplung.

Wir nehmen zunächst an, daß der ganze Aufbau verlustfrei sei, und ignorieren den die Verluste repräsentierenden Widerstand  $R$  im äquivalenten Resonatorkreis. Die Transformation des Resonators in die Referenzebene 2 des Wellenleiters liefert:

$$Z_R = \frac{(\omega M)^2}{i\omega_o L \left( \frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right)} \quad (8.16)$$

Der Koppelfaktor  $K$  des Resonators an den Wellenleiter ist:

$$K = \frac{(\omega M)^2}{Z_o R} \quad (8.17)$$

Der Koppelfaktor  $K$  verknüpft auch die unbelastete Güte  $Q_o$  des Resonators und die externe Güte  $Q_{ext}$  miteinander über die Beziehung:

$$K = \frac{Q_o}{Q_{ext}} \quad (8.18)$$

Die Gleichungen (8.17) und (8.18) können in (8.16) eingesetzt werden, wenn man noch berücksichtigt daß für die unbelastete Güte  $Q_o$  eines Reihenschwingkreises

$$Q_o = \omega_o \frac{L}{R} \quad (8.19)$$

zu setzen ist. Wir erhalten dann:

$$Z_R = -i \frac{Z_o}{Q_{ext}} \left[ \frac{\left( \frac{\omega}{\omega_o} \right)}{\left( \frac{\omega}{\omega_o} \right)^2 - 1} \right] \quad (8.20)$$

Für die Impedanz der kurzgeschlossenen Leitung an der Referenzebene 2 gilt:

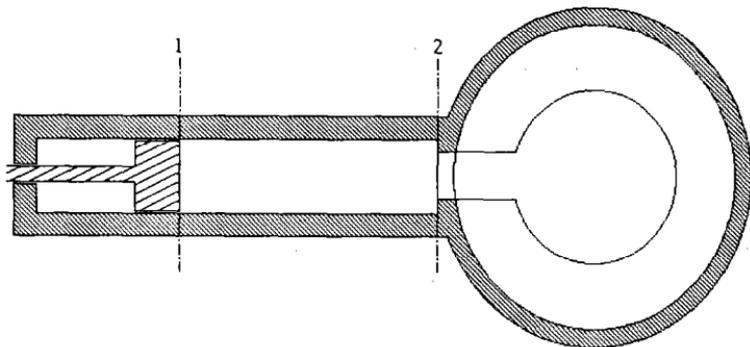
$$Z_W = i Z_o \tan(kL) = i Z_o \tan(\Phi) \quad (8.21)$$

Dabei ist  $k$  die Wellenzahl der Leitungswelle mit  $k = 2\pi/\lambda$ . Die Phase  $\Phi$  läßt sich am einfachsten mit Hilfe der Grenzfrequenz  $\omega_c$  (der Index  $c$  steht für cut-off Frequenz) ausdrücken:

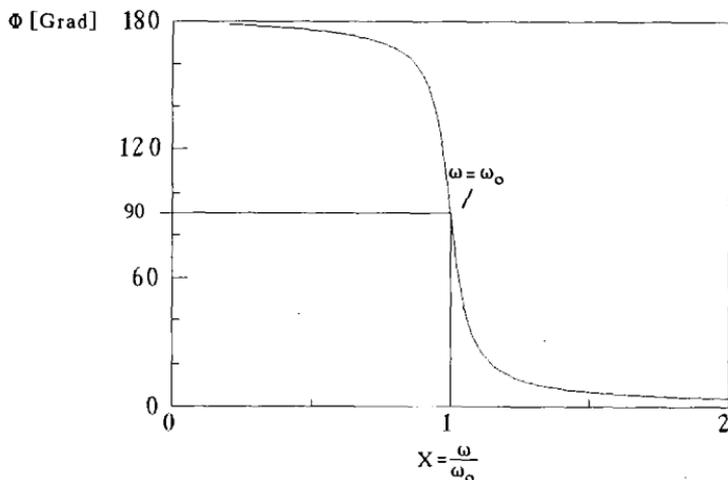
$$\Phi = \frac{L}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_c^2} \quad (8.22)$$

In Resonanz muß die Summe der beiden Impedanzen  $Z_R$  und  $Z_o$  Null ergeben, also muß gelten:

$$\frac{Z_o}{Q_{ext}} \left[ \frac{\left( \frac{\omega}{\omega_o} \right)}{\left( \frac{\omega}{\omega_o} \right)^2 - 1} \right] = i Z_o \tan(\Phi) \quad (8.23)$$



**Abb. 37** Der zu untersuchende Resonator sei die aus dem vorhergehenden Kapitel bereits bekannte dreizellige Irisstruktur. Referenzebene 1 wird durch den Kurzschlußschieber, Referenzebene 2 wird durch die Ebene bestimmt, bei der das Auskoppelsystem in den homogenen Wellenleiterquerschnitt übergeht. Die Einkopplung der HF-Leistung kann hier in gleicher Weise wie bei der Messung des Koppelfaktors nach Chipman vorgenommen werden; wichtig ist auch hier eine schwache Antennenkopplung.



**Abb. 38** Dieses Bild ist eine graphische Darstellung der Gleichung (8.24) für den Fall  $Q_{\text{ext}}=10$  und  $\omega_0=1.9 \cdot 10^{10}$  Hz ( $f_0=3$  GHz). Hier sind die zu  $X < 1$  gehörigen negativen Phasenwinkel durch die Addition von  $180^\circ$  in positive Phasenwinkel geändert worden, wodurch die bei  $90^\circ$  auftretende Unstetigkeit der Kurve beseitigt wurde.

Es sei nun  $\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = X$ , und  $\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right) = X_0$ . Dann kann man anstatt (8.23) die übersichtlichere Gleichung:

$$\frac{X}{X^2 - 1} = Q_{\text{ext}} \tan\left\{\frac{L\omega_0}{c} (X^2 - X_0^2)\right\} = Q_{\text{ext}} \tan(\Phi), \quad (8.24)$$

schreiben. Diese Gleichung enthält drei Unbekannte, nämlich  $\omega_0$ ,  $L$  und  $Q_{\text{ext}}$ . Wir ersetzen nun das Ersatzbild in Abb. 36 durch einen realen Resonator mit Auskoppelsystem und verschiebbarem Kurzschluß im Wellenleiter (Abb. 37). Die Referenzebene 2 sei die Stelle, an der das Auskoppelsystem in den homogenen Querschnitt des Wellenleiters übergeht. Durch diese Wahl ist  $L$  näherungsweise bestimmt. Unter der Annahme,  $\omega_0$  sei näherungsweise durch einen Resonator ohne Auskoppelsystem bekannt, kann auch die Resonanzfrequenz des Resonators mit Auskoppelsystem bestimmt werden, wenn wir  $\Phi \approx \pi/2$  wählen. In diesem Falle ist  $Q_{\text{ext}} \tan(\Phi)$  sehr groß, auch wenn  $\Phi$  nicht exakt  $\pi/2$  ist, und aus der Bedingung  $X=1$  erhalten wir die Resonanzfrequenz des Resonators mit Koppelsystem.

Nun untersuchen wir das gekoppelte System Resonator und Wellenleiterresonator mit Hilfe des Zusammenhangs:

$$\frac{d\Phi}{dX} = \omega_0 \frac{d\Phi}{d\omega} \quad (8.25)$$

Aus (8.24) erhalten wir:

$$\frac{d\Phi}{dX} = -Q_{\text{ext}} \frac{X^2 + 1}{X^2} \sin(\Phi) \quad (8.26)$$

Die maximale Steigung der Kurve ergibt sich also an der Stelle  $X=1$ ,  $\Phi=\pi/2$ , und hat dort den Betrag:

$$\left(\frac{d\Phi}{dX}\right)_{\text{max}} = 2Q_{\text{ext}}, \quad (8.27)$$

oder unter Berücksichtigung von Gleichung (8.25):

$$Q_{\text{ext}} = \frac{\omega_0}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\omega}\right)_{\text{max}} \quad (8.28)$$

Gleichung (8.28) zeigt eine Möglichkeit zur experimentellen und numerischen Bestimmung der externen Güte auf, wenn die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz  $\omega$  des Resonators von der Position des Kurzschlußschiebers im Wellenleiter bzw. von der Länge  $L$  gemessen wird. Aus dem gemessenen Kurvenverlauf lassen sich die maximale Steigung und die Resonanzfrequenz  $\omega_0$  ablesen.

### 8.2.2 Messung von $Q_{\text{ext}}$ an Modellresonatoren mit verschiedenen Auskoppelsystemen

Zunächst sind die bei der Chipman-Methode am Dreizeller (Abb. 21) durchgeführten Messungen nach der oben geschilderten Methode ausgewertet worden. Das ist durchaus möglich, wenn man nur bedenkt, daß bei der Chipman-Methode die Frequenz des Hohlleiters mit einem dreizeiligen Resonator als Last in Abhängigkeit von der Kurzschlußschieberposition im Hohlleiter gemessen wird, während bei der oben geschilderten Methode die Frequenz des Dreizellers in Abhängigkeit von der Kurzschlußschieberposition im Hohlleiter gemessen wird. Es ist allerdings noch zusätzlich die unbelastete Güte des Hohlleiters zu messen. Hier ist sofort der Schwachpunkt zu erkennen, denn die unbelastete Güte des Hohlleiters variiert mit der Kurzschlußschieberposition. Wie anhand der Meßergebnisse in Abb. 43 ersichtlich ist, können mit einer mittleren unbelasteten Güte, gemessen bei einer mittleren Kurzschlußschieberposition, durchaus gute Ergebnisse erzielt werden. Aus den Meßdaten für die Chipman-Leitung mit dem Dreizeller als Last erhält man zunächst die Kurven der Frequenzabhängigkeit der Chipman-Leitung von der Phase  $\Phi$ . Die Phase  $\Phi$  ergibt sich dabei aus der Leitungslänge  $L$ , genommen zwischen der Kurzschlußschieberposition (Referenzebene 1, Abb. 25) und dem Beginn des Koppelsystems (Referenzebene 2, Abb. 25) entsprechend der Gleichung (8.22) im vorangehenden Abschnitt. Aus diesen Kurven läßt sich dann  $Q_{\text{ext}}$  der Chipman-Leitung nach Gleichung (8.28) bestimmen. Eine Messung der unbelasteten Güte der Chipman-Leitung ist möglich, wenn bei Referenzebene 2 eine Kurzschlußplatte angebracht wird. Dann kann über die Relation:

$$\frac{Q_o^R}{Q_o^H} \cdot Q_L^H = Q_L^R \quad (8.29)$$

auf die durch einen angepaßten Hohlleiter sich ergebende belastete Güte des Dreizellers zurückgeschlossen werden. Dabei bedeuten:

$Q_o^R$  := unbelastete Güte des Dreizellers

$Q_o^H$  := unbelastete Güte der kurzgeschlossenen Chipman-Leitung

$Q_L^R$  := belastete Güte des Dreizellers

$Q_L^H$  := belastete Güte der Chipman-Leitung

Die belastete Güte  $Q_L^H$  der Chipman-Leitung erhält man aus der unbelasteten Güte  $Q_o^H$  und dem aus den Kurven nach Abb. 39-42 bestimmten  $Q_{\text{ext}}$  nach der Formel:

$$Q_L^H = \frac{Q_o^H \cdot Q_{\text{ext}}}{Q_o^H + Q_{\text{ext}}} \quad (8.30)$$

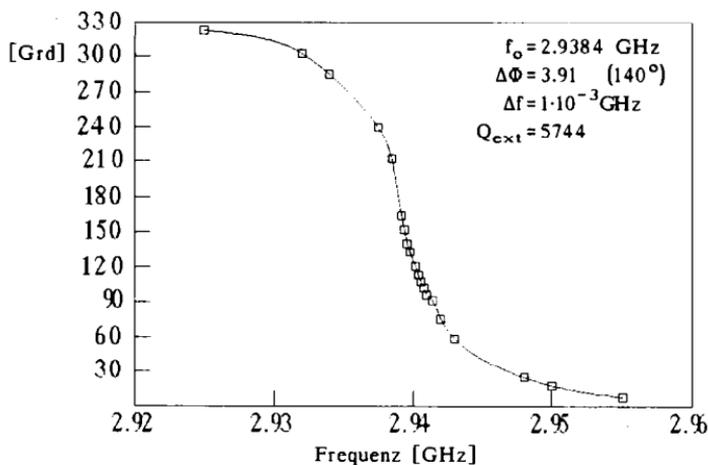


Abb. 39 Schlitzhöhe 2mm

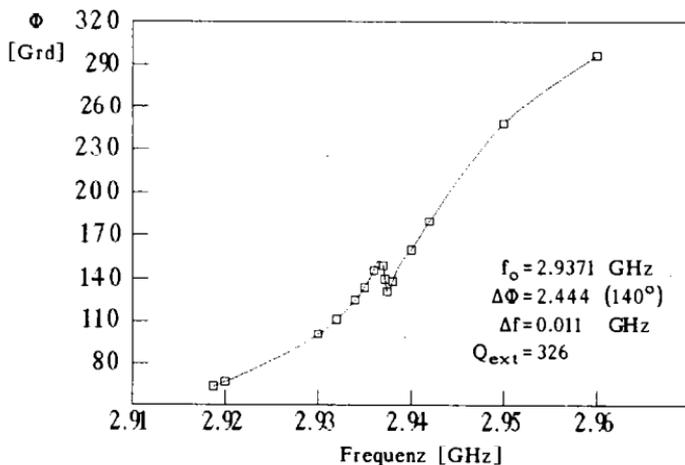


Abb. 40 Schlitzhöhe 5mm

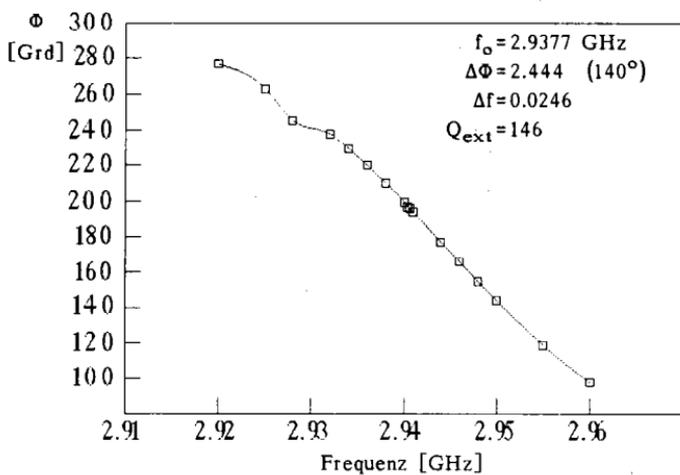


Abb. 41 Schlitzhöhe 7mm

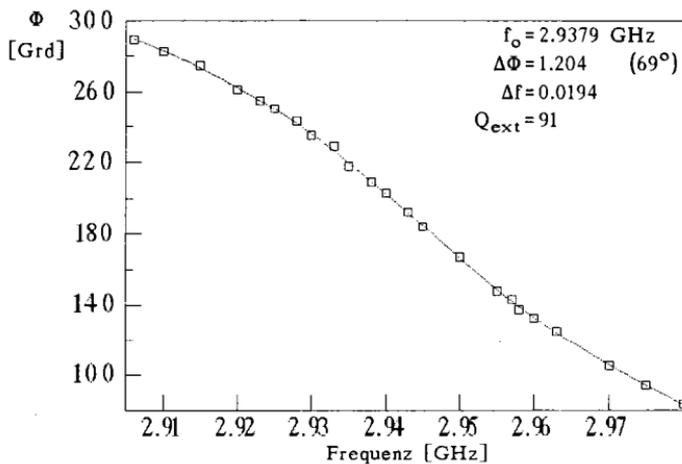
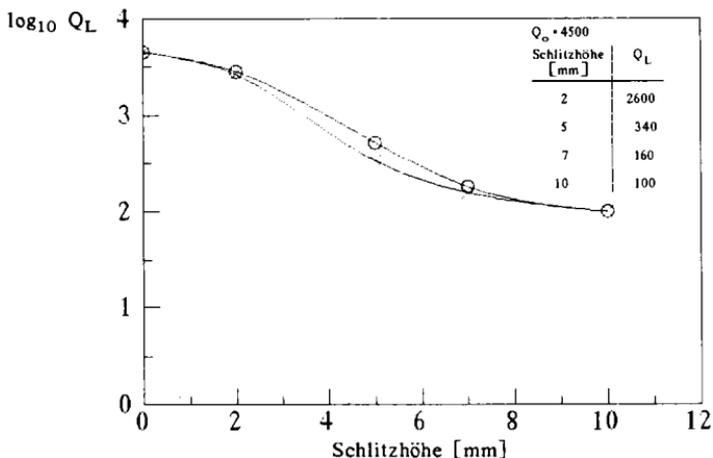


Abb. 42 Schlitzhöhe 10mm



**Abb. 43** Die gemessenen belasteten Güten nach der oben geschilderten Methode (Kreuze) im Vergleich zu den nach der Chipman-Methode gemessenen Güten (Kreise)

Als nächstes wurde diese Methode auf einen in Bezug auf die  $TM_{110}$ -Mode gedämpften Zylinderresonator angewendet (siehe Abb. 44). Das Koppelsystem waren hier zwei sich gegenüberliegende Schlitze, die in mit Übergangsstücken versehene Hohlleiter mündeten. In diesem Fall ist für die  $TM_{110}$ -Mode eine Resonatorgüte im Bereich  $<20$  zu erwarten. Wie anhand der Abb. 44 zu erkennen ist, sind hier bereits zwei Kurzschlußschieber gleichzeitig zu verschieben, was aber bei einer so einfachen Anordnung noch keine Schwierigkeit darstellt. Abb. 45 zeigt die Meßergebnisse für diese Anordnung. Die obere Kurve ist der Verlauf der Hohlleiterfrequenz, die untere Kurve die des Resonators, in Abhängigkeit von der Position der Kurzschlußschieber. Nach insgesamt drei Messungen ergab sich nach dieser Methode ein Mittelwert von:

$$Q_L = 9 \quad (8.31)$$

Das Experiment wird bezüglich der verwendeten Materialien, Kennwerte der Hohlleiter und Kennwerte des Resonators in Abschnitt 8.5 ausführlich beschrieben, da diese Messung dort als Kontrollmessung diente.

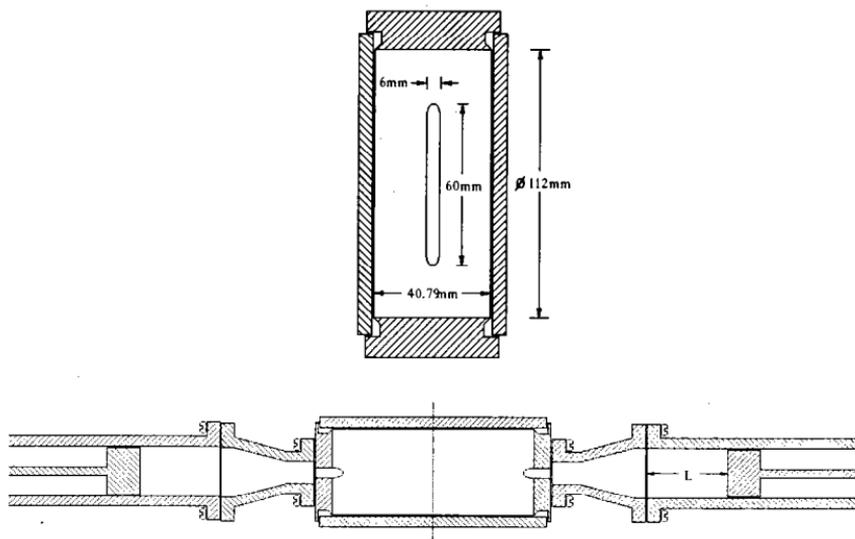


Abb. 44 Die Geometrie des Koppelsystems am Zylinderresonator

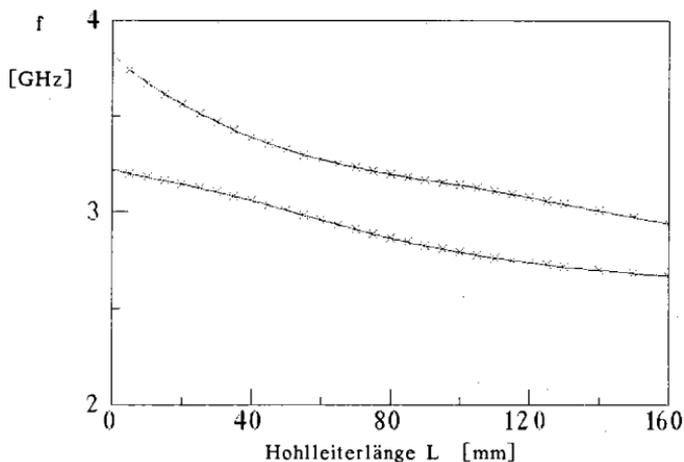


Abb. 45 Die obere Kurve stellt den Verlauf der Hohlleiterfrequenz, die untere Kurve den Verlauf der Resonatorfrequenz, in Abhängigkeit von der Kurzschlußschieberposition dar. Die Bedeutung von L ergibt sich aus Abb. 44.

### 8.2.3 Diskussion zur Kurzschlußschiebermethode

Die Kurzschlußschiebermethode eignet sich sehr gut zur Bestimmung kleiner Güten, bei wenig experimentellem Aufwand. Ein Vorteil im Vergleich zur Chipman-Methode ist vor allem die schnelle Durchführbarkeit der Messung, wenn auch die Kurzschlußschiebermethode weniger präzise ist, und man auf einige Informationen wie z.B. über den Verlauf des Reflexionsfaktors oder den Phasenverlauf verzichten muß. Beispielsweise kann der Charakter der Kopplung, d.h. ob eine Mode mehr kapazitiv oder mehr induktiv an den Hohlleiter koppelt, nach dieser Methode nicht ermittelt werden. Ein Blick auf die Abb. 39-42 zeigt, daß eine Auswertung der Meßergebnisse nach der Kurzschlußschiebermethode bei einem Auftreten von Störmoden unmöglich ist, was auch schon bei der Chipman-Methode ein Nachteil war. Weiterhin zeigten die Experimente deutlich, daß die Anzahl der Hohlleiter auf höchstens drei bis vier zu beschränken ist, denn man muß bedenken, daß man bei zwei Hohlleitern schon drei Resonanzen beobachten kann, entsprechend der Anzahl der miteinander verkoppelten Resonatoren. Man hat dann durch die entstehende Modenvielfalt beim gleichzeitigen verschieben der Kurzschlußschieber Schwierigkeiten bei der Trennung zwischen den Moden des Hohlleitersystems und der Mode des Resonators. Kompliziertere Koppelsysteme mit mehr als vier Hohlleitern an Resonatoren bestehend aus mehr als zwei Zellen sind also mit dieser Methode kaum zu vermessen. Die Kurzschlußschiebermethode hat jedoch im Vergleich zu allen anderen in dieser Abhandlung geschilderten Methoden einen wirklich entscheidenden Vorteil:

Da die Beurteilung der Effektivität eines Dämpfungssystems nur durch Verschieben von anstelle des Dämpfungsmaterials in die Hohlleiter eingebrachte Kurzschlußschieber erfolgt, eignet sich diese Methode hervorragend für numerische Simulationen mit Hilfe von Programmen wie z.B. MAFIA [56]. MAFIA ist zur Zeit das einzige Programm, welches Randbedingungen akzeptiert, die nicht zylindersymmetrisch sind. Das ist natürlich eine Grundvoraussetzung für ein Problem z.B. nach Abb. 44. Da bei der numerischen Berechnung der Eigenschwingungen eines gekoppelten Resonator-Hohlleitersystems mit kurzgeschlossenen Hohlleitern durch einen Computercode die Anzahl der auftretenden Moden und ihre Identifizierung kein Problem darstellt, kann hier, anders als bei der experimentellen Vermessung, das Dämpfungssystem zumindest im Prinzip beliebig viele Hohlleiter, und auch der Resonator beliebig viele Zellen aufweisen; Grenzen treten hierbei durch die maximale Anzahl von Maschenpunkten auf, die der Computer noch verarbeiten kann. Die numerische Untersuchung von Dämpfungssystemen nach der Kurzschlußschiebermethode ist von größter Bedeutung bei der Suche nach dem "optimalen" Dämpfungssystem für einen bestimmten Linearbeschleuniger.

---

### 8.3 Meßmethoden zur Bestimmung der Feldstärken und Güten in stark bedämpften Resonatoren

#### 8.3.1 Eine Methode zur Bestimmung der Feldstärke und Güte in einem stark bedämpften Resonator mit Hilfe zweier Antennen

Es wird eine Methode vorgestellt, mit der die Feldstärkereduzierung in einem Resonator bestimmt werden kann, wenn dieser mit einem Dämpfungssystem ausgerüstet wird. Bei dieser Methode werden zwei an bestimmten Punkten im Resonator angebrachte Antennen benötigt, wobei die Befestigungspunkte durch die Modengeometrie der zu bedämpfenden Mode bestimmt sind. Wenn man eine der beiden Antennen an einem Eichresonator kalibriert, so kann auch der Absolutwert der Feldstärke im Resonator bestimmt werden.

##### 8.3.1.1 Die Antennenmethode [36]

Eine Mikrowellenquelle MQ liefert die einfallende Leistung  $P_{inc}$  bei der festen Frequenz  $\omega$  an die Einkoppelantenne EA des Resonators. An der Einkoppelantenne wird ein bestimmter Betrag  $P_r$  der einfallenden Leistung reflektiert. Nur die Leistung  $P_i$  tritt in den Resonator ein (Abb. 46). Die Feldstärke an der schwach angekoppelten Auskoppelantenne AA ist proportional zu  $\sqrt{P_o}$ . Wenn das Dämpfungssystem am Resonator montiert ist, wird dem Resonator die Leistung  $P_{ext}$  entzogen.

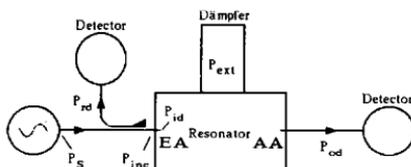


Abb. 46 Experimenteller Aufbau zur Antennenmethode

Zur Bestimmung der Eigenschaften des ungedämpften Resonators wird das Dämpfungssystem abmontiert, und die Auskoppelschlitze werden mit einem Kurzschluß verschlossen. Die in den Resonator eingekoppelte Leistung  $P_{iu}$  (der Index u weist auf den ungedämpften Fall hin) ist proportional zum Quadrat der elektrischen Feldstärke und proportional zu  $P_{ou}$ .

$$P_{iu} \sim E_u^2 \sim P_{ou} \quad (8.32)$$

Bei montiertem Dämpfungssystem gilt:

$$P_{id} - P_{ext} \sim E_d^2 \sim P_{od} \quad (8.33)$$

Die eingekoppelte Leistung ist bedingt durch die schlechtere Ankopplung im gedämpften Resonator kleiner als im ungedämpften. Durch eine Erhöhung der

eingekoppelten Leistung von  $P_{id}$  auf den Wert  $P_{iu}$  ist eine Situation erreicht, bei der das Verhältnis von (8.32) und (8.33) den Koppelfaktor des Dämpfungssystems liefert:

$$\frac{P_{iu}}{P_{iu} - P_{ext}} = \frac{P_{vd} + P_{ext}}{P_{vd}} = 1 + K \quad (8.34)$$

Dabei wird eine unveränderte Modengeometrie im gedämpften Fall vorausgesetzt. In der Praxis ist das Verhältnis  $P_{ou}/P_{od}$  besonders bei Koppelfaktoren in der Größenordnung von 500 schwer zu messen, da die Auskoppelantenne nur schwach angekoppelt sein darf und die Feldpegel nur noch sehr klein sind. Einfacher ist die folgende Methode:

Bei kurzgeschlossenen Koppellöchern werden die Leistungspegel  $P_{iu}$  und  $P_{ou}$  gemessen. Danach wird das Dämpfungssystem montiert, und die Quellenleistung so weit erhöht, bis die beiden Leistungspegel  $P_{ou}$  und  $P_{od}$  identisch sind; die Feldstärken sind dann gleich. In diesem Fall gilt:

$$\begin{aligned} P_{id} + \Delta P_i - P_{ext} &= \\ P_{iu} + \Delta P_i - P_{ext} &= P_{vd} = P_{vu} \end{aligned} \quad (8.35)$$

Nach Gleichung (8.34) bedeutet das eine Erhöhung der eingekoppelten Leistung um das  $K$ -fache:

$$\frac{\Delta P_i}{P_{iu}} = \frac{P_{ext}}{P_{vd}} = K \quad (8.36)$$

Bei der Bestimmung der Leistungserhöhung ist daran zu denken, daß zunächst  $\Delta P_i$  von der im Vergleich zu  $P_{iu}$  kleineren Leistung  $P_{id}$  gerechnet wird. Da die Theorie aber von  $P_{id} = P_{iu}$  ausgeht, ist  $\Delta P_i$  um den Betrag:

$$\frac{|\Gamma_g|^2 - |\Gamma_u|^2}{(1 - |\Gamma_g|^2)} P_{incu} \quad (8.37)$$

zu korrigieren.  $|\Gamma_{u,g}|$  sind die Beträge der Reflexionsfaktoren an der Einkoppelantenne EA.

Das so bestimmte  $K$  ergibt also das Verhältnis der Feldstärkequadrate im ungedämpften und gedämpften Fall:

$$\frac{E_u^2}{E_g^2} = 1 + K \quad (8.38)$$

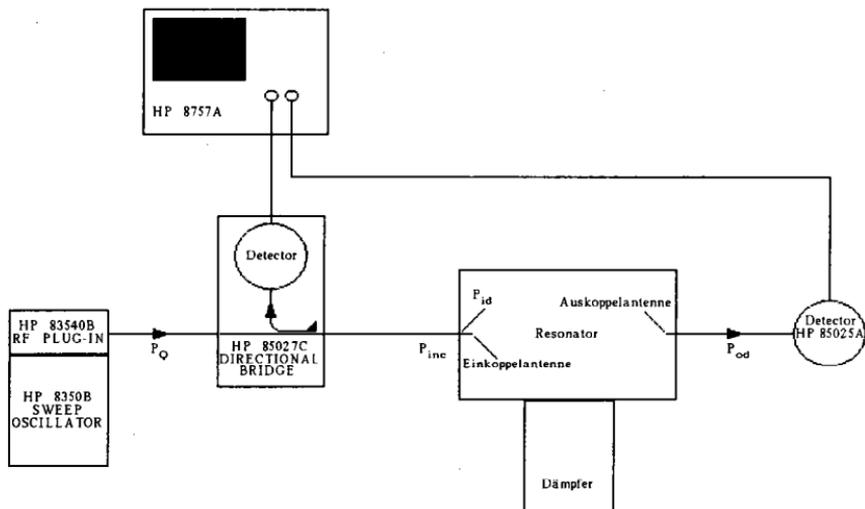
Der Koppelfaktor  $K$  verknüpft auch die Güten  $Q_o$  und  $Q_L$  des ungedämpften und des gedämpften Resonators unter der Voraussetzung, daß die Feldgeometrie bei Dämpfung

unverändert bleibt:

$$Q_L = \frac{Q_o}{1+K} \quad (8.39)$$

Wie wir jedoch bei den Messungen feststellen werden, unterscheiden sich die Modengeometrien im ungedämpften und gedämpften Resonator, so daß  $K$  in Abhängigkeit vom Meßort variiert. Dann muß aber auch der Koeffizient beider Antennen in Abhängigkeit von der Antennenposition variieren. Befinden sich die Antennen an Punkten, an denen die Koeffizienten für die Antennen sich unterschiedlich ändern, dann wird das Meßergebnis verfälscht. Es ist daher sehr wichtig die beiden Antennen am Resonator so zu positionieren, daß beide an identischen Punkten der Modengeometrie ankoppeln, d.h. an Punkten, an denen die Änderung der Koeffizienten für die Antennen im gleichen Maße erfolgt. Beim Zylinderresonator, in welchem die  $TM_{110}$ -Mode vermessen werden soll, müssen also an exakt gegenüberliegenden Stellen an den beiden Stirnflächen die Antennen angebracht werden.

### 8.3.1.2 Meßaufbau zur Antennenmethode



**Abb. 47** Meßaufbau zur Antennenmethode

Abb. 47 zeigt den Meßaufbau und die verwendeten Geräte zur Antennenmethode. Zunächst wird  $P_{ou}$  und  $P_{iu}$  des ungedämpften Resonators bestimmt. Dazu wird die

Mikrowellenquelle auf den kleinsten Leistungspegel -2dBm eingestellt, und zwischen Quelle und DIRECTIONAL BRIDGE wird zusätzlich ein Dämpfungsglied mit einem Dämpfungsvermögen von -13dB eingebaut, damit bei einem zu erwartenden Koppelfaktor von  $K > 500$  eine ausreichende Leistungssteigerung  $\Delta P_i$  zur Herstellung von  $P_{ou} = P_{od}$  möglich ist. Dann wird die am Eingang der Einkoppelantenne einfallende Leistung  $P_{incu}$  und der am Antenneneingang herrschende Reflexionsfaktorbetrag  $|\Gamma_u|$  gemessen.  $P_{iu}$  berechnet man dann aus:

$$P_{iu} = (1 - |\Gamma_u|^2) P_{incu} \quad (8.40)$$

Anschließend bestimmt man die zur eingekoppelten Leistung  $P_{iu}$  gehörige ausgekoppelte Leistung  $P_{ou}$ .

Danach wird das Dämpfungssystem montiert und die Quellenleistung so weit erhöht, bis  $P_{ou} = P_{od}$  erreicht ist. Dann wird wieder die zugehörige einfallende Leistung und der Reflexionsfaktorbetrag  $|\Gamma_d|$  am Antenneneingang gemessen. Aus der Differenz:

$$\Delta P_i = P_{id} - P_{iu} - \frac{|\Gamma_g|^2 - |\Gamma_u|^2}{(1 - |\Gamma_g|^2)} P_{incu} \quad (8.41)$$

erhält man die für Gleichung (8.34) benötigte Erhöhung der eingekoppelten Leistung. Die nach dieser Methode erzielten Meßergebnisse werden zusammen mit den Meßergebnissen zur nichtresonanten Störkörpermethode dargestellt.

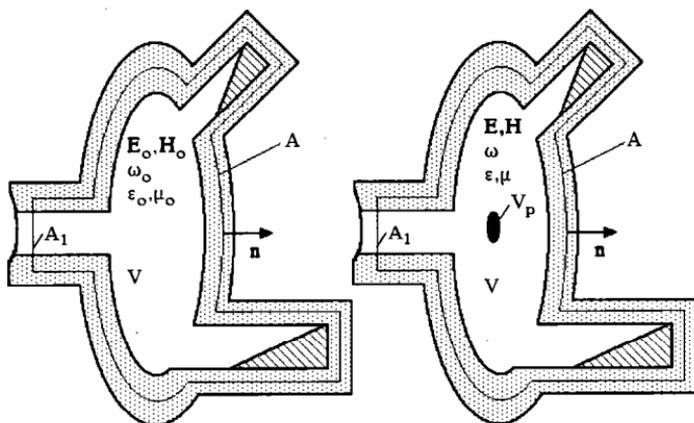
### 8.3.2 Die nichtresonante Störkörpermethode

In diesem Abschnitt wird eine allgemeine Störkörperformel zur Bestimmung elektrischer und magnetischer Felder innerhalb von Systemen, die resonant oder auch nichtresonant sind, abgeleitet.

#### 8.3.2.1 Theoretische Betrachtung

Die hier dargestellte Theorie ist speziell für stationäre Felder, also speziell für Felder mit sinusförmiger Zeitabhängigkeit ausgelegt. Die Feldstärke kann innerhalb eines beliebigen Mikrowellenaufbaus gemessen werden, der Aufbau kann also aus einem Wellenleiter oder auch aus einem Resonator bestehen, oder auch aus einem Objekt das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- 1) Die Versorgung des Mikrowellenaufbaus mit elektromagnetischer Energie erfolgt während der Störkörpermessung nur über einen einzigen Wellenleiterzugang.
- 2) Im Wellenleiter, an dem die Messung der Reflexionsfaktoren erfolgt, darf der Transport elektromagnetischer Energie nur über eine einzige TM-, TE- oder TEM-Mode erfolgen.
- 3) Die Wände des Mikrowellenaufbaus sollen den Austausch elektromagnetischer Energie mit der Umgebung verhindern.
- 4) Die Wände und das Innere des Mikrowellenaufbaus sollen aus linearer und isotroper Materie bestehen.



**Abb. 48** Querschnitt durch einen Mikrowellenaufbau innerhalb dessen die Felder bestimmt werden sollen

Wir betrachten nun den Resonator von Abb. 48 der mehrere Wellenleiteranschlüsse hat. Die Versorgung mit elektromagnetischer Energie erfolgt nach Voraussetzung 1) nur über einen einzigen Wellenleiter. Der Resonator darf von beliebiger Form und Größe sein, auch können die Resonatorwände verlustbehaftet sein. Der in Abb. 48

gezeigte Resonator weist zwei Wellenleiterausgänge auf, die mit einem Mikrowellensumpf versehen sind, so daß in den Wellenleiter laufende elektromagnetische Energie hier vernichtet wird. Die Linie zwischen Innen- und Außenwand deutet den Abstand von der Innenwand an, bei dessen Erreichen alle Komponenten der Felder  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  auf Null abgeklungen sind. Weiterhin bedeutet diese Linie den Querschnitt durch die Oberfläche  $A$ , welche das Volumen  $V$  einschließt. Diese Oberfläche  $A$  besteht aus zwei Teilen:

a)  $A_1$ , die Fläche, die senkrecht zur Wellenleiterachse durch den Versorgungswellenleiter schneidet,

b)  $A_2$ , die Fläche die zwischen den Resonatorwänden liegt.

Innerhalb des Volumens  $V$  kann ein Störkörper vom Volumen  $V_S$  eingebracht werden. Die Ausdehnung des Störkörpers soll sehr klein im Vergleich zur Wellenlänge sein.

Wir definieren den Vektor  $\mathbf{p}$ :

$$\mathbf{p} = \mathbf{E}_0 \times \mathbf{H} - \mathbf{E} \times \mathbf{H}_0 \quad (8.42)$$

Dabei bedeuten  $\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0$  bzw.  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  die Felder des ungestörten bzw. des gestörten Resonators. Über den Gaußschen Satz:

$$\oint_A \mathbf{p} \cdot \mathbf{n} dA = \int_V \nabla \cdot \mathbf{p} dV \quad (8.43)$$

kann man, wie wir im einzelnen zeigen werden, die Energieflußänderung im Versorgungswellenleiter bei Einbringen des Störkörpers mit der Energieänderung im Volumen  $V$  in Verbindung bringen. An der Oberfläche  $A_2$  gilt laut Voraussetzung:

$$\mathbf{p}|_{A_2} = 0, \quad \text{wegen} \quad \mathbf{E}, \mathbf{H}|_{A_2} = \mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0|_{A_2} = 0 \quad (8.44)$$

Damit wird aus dem Oberflächenintegral in (8.43) ein Flächenintegral über den Wellenleiterquerschnitt:

$$\oint_A \mathbf{p} \cdot \mathbf{n} dA = \oint_{A_1} \mathbf{p} \cdot \mathbf{n} dA \quad (8.45)$$

Führt man das Skalarprodukt in (8.45) aus:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{E}_0 \times \mathbf{H}) - \mathbf{n} \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}_0) = \mathbf{H} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{E}_0) - \mathbf{H}_0 \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) \quad (8.46)$$

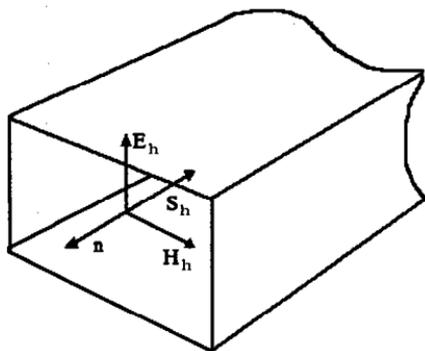
und bedenkt, daß die Felder aus hin- und rücklaufenden Feldern zusammengesetzt sind:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_h(1 + \Gamma), & \mathbf{E}_0 &= \mathbf{E}_{oh}(1 + \Gamma_o) \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_h(1 - \Gamma), & \mathbf{H}_0 &= \mathbf{H}_{oh}(1 - \Gamma_o) \end{aligned} \quad (8.47)$$

dann können in (8.46) die Felder durch die hinlaufenden Felder ersetzt werden. In (8.47) sind  $\Gamma$  und  $\Gamma_0$  die Reflexionsfaktoren in der Fläche  $A_1$ . Die Felder  $\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_{oh}$  und  $\mathbf{H}_0, \mathbf{H}_{oh}$  bedeuten nur die Transversalanteile des Gesamtfeldes. Breitet sich bzw. im Wellenleiter eine TM-Welle aus, dann müssen die elektrischen Felder in (8.47) um die Komponente entlang der Wellenleiterachse ergänzt werden. Bei der Ausführung des Kreuzproduktes in (8.46) fallen diese Anteile jedoch wieder heraus. Wird also (8.47) in (8.46) eingesetzt, so hat man:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{p} = (1 + \Gamma_0)(1 - \Gamma) \mathbf{H}_h \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{E}_{oh}) - (1 - \Gamma_0)(1 + \Gamma) \mathbf{H}_{oh} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{E}_h), \quad (8.48)$$

oder unter Beachtung der folgenden Skizze:



$$\mathbf{S}_h = \frac{1}{2} \mathbf{E}_h \times \mathbf{H}_h^*$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{p} = (1 - \Gamma_0)(1 + \Gamma) H_{oh} E_h - (1 + \Gamma_0)(1 - \Gamma) H_h E_{oh} \quad (8.49)$$

In (8.49) können die Beträge der Poyntingvektoren  $\mathbf{S}_{oh}$  bzw.  $\mathbf{S}_h$  der hinlaufenden Welle eingeführt werden, denn es gilt:

$$S_h = \frac{1}{2} Z_0 H_h^2 = \frac{1}{2} \frac{E_h^2}{Z_0} \quad (8.50)$$

Anstatt (8.49) können wir also schreiben:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{p} = 4(\Gamma - \Gamma_0) \sqrt{S_h S_{oh}} \quad (8.51)$$

In der Praxis sind die Beträge der Poyntingvektoren im ungestörten und gestörten Falle gleich. Das Flächenintegral in (8.45) kann also einfach durch die hinlaufende Leistung ausgedrückt werden.

$$\oint_A \mathbf{p} \cdot \mathbf{n} dA = \oint_{A_1} \mathbf{p} \cdot \mathbf{n} dA = 4(\Gamma - \Gamma_0) P_h \quad (8.52)$$

Wir wenden uns nun der rechten Seite von (8.43) zu. Mit Hilfe der Maxwell'schen Gleichungen:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}_0 &= i\omega_0 \epsilon_0 \mathbf{E}_0, & \nabla \times \mathbf{H} &= i\omega \epsilon \mathbf{E} + \mathbf{J} \\ -\nabla \times \mathbf{E}_0 &= i\omega_0 \mu_0 \mathbf{H}_0, & -\nabla \times \mathbf{E} &= i\omega \mu \mathbf{H} + \mathbf{M}' \end{aligned} \quad (8.53)$$

können wir  $\nabla \cdot \mathbf{p}$  berechnen:

$$\nabla \cdot \mathbf{p} = i(\omega - \omega_0) (\mu_0 \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0 - \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0) - (\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{M}' + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{J}) \quad (8.54)$$

Die  $\mathbf{J}$  und die  $\mathbf{M}'$  haben hier die folgende Bedeutung:

Die  $\mathbf{J}$  und die  $\mathbf{M}'$  beschreiben den Störkörper der als sogenannte effektive Quelle [50] in den Raum strahlt. Auf die effektiven Quellen einer Stoffverteilung kommt man über die Feldgleichungen:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= i\omega \epsilon \mathbf{E} \\ -\nabla \times \mathbf{E} &= i\omega \mu \mathbf{H} \end{aligned} \quad (8.55)$$

wobei die  $\epsilon$  und  $\mu$  irgendwie ortsabhängig sind. Es werden nun Bezugswerte  $\epsilon_0$  und  $\mu_0$  gewählt. Wir wählen also diejenigen Werte von  $\epsilon$  und  $\mu$  als Bezugswerte, die für den überwiegenden Teil des betrachteten Gebietes gelten. Die Feldgleichungen werden mit diesen Bezugswerten in der Form

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= i\omega \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{J} \\ -\nabla \times \mathbf{E} &= i\omega \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}' \end{aligned} \quad (8.56)$$

geschrieben. Dabei sind mit  $\mathbf{J}$  und  $\mathbf{M}'$  die folgenden Glieder zusammengefaßt:

$$\mathbf{J} = i\omega(\epsilon - \epsilon_0)\mathbf{E}, \quad \mathbf{M}' = i\omega(\mu - \mu_0)\mathbf{H} \quad (8.57)$$

Das sind die effektiven Quellen, die in den homogenen Raum mit den Eigenschaften  $\epsilon_0, \mu_0$  strahlen. Setzen wir (8.54) in (8.52) ein, und führen noch den Polarisationsvektor  $\mathbf{P}$  bzw. den Magnetisierungsvektor  $\mathbf{M}$  ein, so erhalten wir schließlich folgende Störkörperformel:

$$4(\Gamma - \Gamma_0)P_h = i(\omega - \omega_0) \int_V (\mu_0 \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0 - \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0) dV - i\omega \int_V (\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{M} + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{P}) dV \quad (8.58)$$

Da der Störkörper im Vergleich zur Wellenlänge klein sein soll, fällt der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung (8.58) weg. Übrig bleibt:

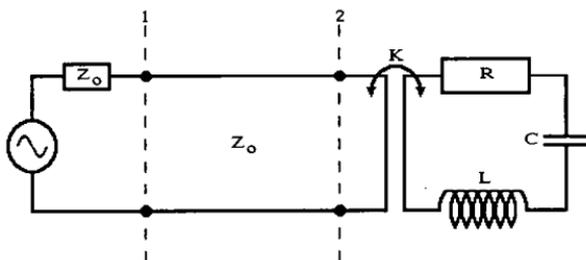
$$4(\Gamma - \Gamma_0)P_h = -i\omega \int_V (\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{M} + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{P}) dV \quad (8.59)$$

Weiterhin müssen wir noch bedenken, daß dielektrische- und magnetische Störkörper nur den Effektivwert der Felder, und nicht etwa den Spitzenwert, messen können. Daraus folgt, daß in (8.58) und (8.59) anstatt des Faktors 4 nur ein Faktor 2 auftaucht. Anstelle von (8.59) haben wir dann:

$$2(\Gamma - \Gamma_0)P_h = -i\omega \int_{V_p} (\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{M} + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{P}) dV \quad (8.60)$$

Diese Störkörperformel eignet sich zur Vermessung der Felder sowohl in nichtresonanten als auch in resonanten Mikrowellensystemen. Im Gegensatz zur Methode nach Maier und Slater wird hier die Frequenz konstant  $\omega$  gehalten, und eine Reflexionsfaktoränderung bei Einbringen des Störkörpers gemessen. Man sieht hier schon, daß die Größe der Störkörper so klein gewählt werden muß, daß die Felder vor und nach Einbringen des Störkörpers praktisch identisch sind. Besonders bei resonanten Mikrowellensystemen müssen die Reflexionsfaktoren  $\Gamma$  ganz nahe beim resonanten Wert  $\Gamma_0$  liegen. Das bedeutet, daß die Reflexionsfaktoränderung  $\Delta\Gamma$  nur eine rein imaginäre Größe sein darf, was auch schon durch Formel (8.60) vorgegeben ist, der Realteil muß vernachlässigbar klein gegenüber dem Imaginärteil sein. Die Abb. 50 möge diesen Umstand verdeutlichen.

Die nichtresonante Störkörperformel kann auch unter Benutzung der Slaterschen resonanten Störkörperformel abgeleitet werden. Diese Herleitung hat zum einen den Vorteil den zu erwartenden Zusammenhang mit der Slaterschen Theorie deutlich zu machen, und zum anderen hat man eine genaue Vorstellung über den Gültigkeitsbereich der nichtresonanten Störkörperformel gewonnen. Zur Ableitung der nichtresonanten Störkörperformel bedienen wir uns der Ersatzschaltung eines in Reflexion an die Speiseleitung angekoppelten Resonators (Abb. 49).



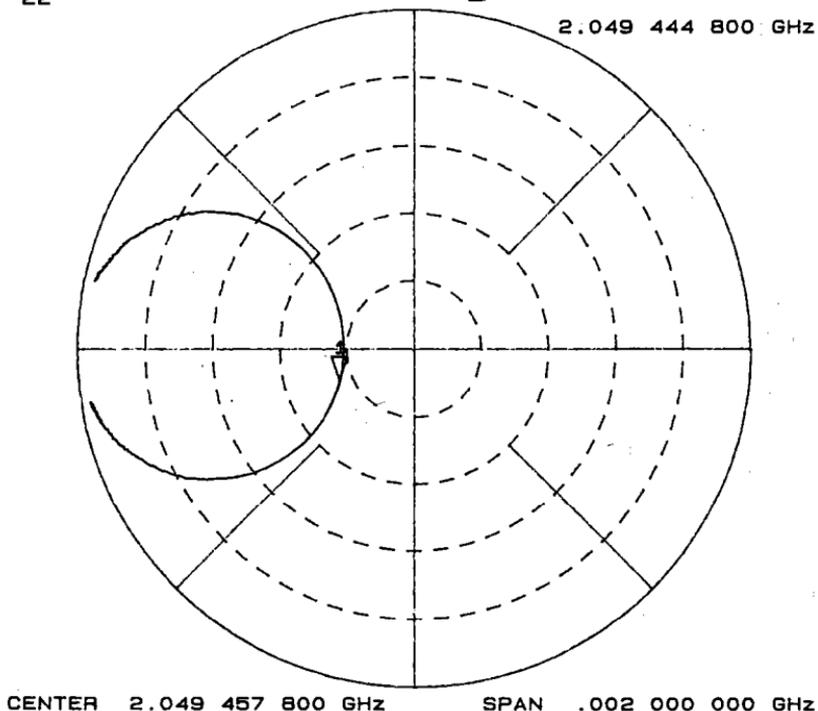
**Abb. 49** Der Resonator ist in Reflexion an die Speiseleitung (Wellenwiderstand  $Z_0$ ) angekoppelt. Die Koppelstärke wird durch den Koppelfaktor  $K$  angegeben.

CH2 S22 1 U FS

1: 237.14 mU -158.05 °

2.049 444 800 GHz

Cor  
Del  
Avg  
48



**Abb 50** Der Reflexionsfaktorverlauf in Abhängigkeit von der Frequenz an der Einkoppelantenne eines Zylinderresonators in der Polardarstellung. Die Antenne koppelt an die  $TM_{010}$ -Mode des Zylinderresonators an; die Resonanzfrequenz beträgt etwa 2.0494448 GHz. Der Resonator ist etwas unterkoppelt. Da, wo der Koppelkreis die horizontale Linie, d.h. die reelle Achse schneidet, kann der zur ungestörten Resonanz des Resonators gehörige Reflexionsfaktor abgelesen werden. Nach einbringen des dielektrischen Störkörpers wandert der zur ungestörten Resonanzfrequenz gehörige Reflexionsfaktor an die mit dem Marker bezeichnete Stelle. Wie man sieht, hat sich im wesentlichen nur der Imaginärteil des Reflexionsfaktors geändert.

An der Referenzebene 2 der Speiseleitung beträgt der Reflexionsfaktor  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{1-K+i\Omega}{1+K+i\Omega}, \quad K = \frac{Q_{\text{ext}}}{Q_0}, \quad \Omega = Q_0 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (8.61)$$

$\Gamma_0$  sei der Reflexionsfaktor bei Resonanz, also an der Stelle  $\omega = \omega_0$ . Die Differenz  $\Gamma - \Gamma_0$  der Reflexionsfaktoren ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \Gamma - \Gamma_0 &= \frac{i2K\Omega}{(1+K)((1+K)+i\Omega)} = i \frac{2K}{(1+K)^2} \Omega + \frac{2K}{(1+K)^3} \Omega^2 - i \frac{2K}{(1+K)^4} \Omega^3 - \frac{2K}{(1+K)^5} \Omega^4 + \\ & \quad i \frac{2K}{(1+K)^6} \Omega^5 + \dots = \\ & \quad i \frac{2K}{(1+K)^2} \Omega \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-i)^{\nu}}{(1+K)^{\nu}} \Omega^{\nu} \end{aligned} \quad (8.62)$$

Für kleine Frequenzverschiebungen  $\Omega \ll 1$  hat man lediglich

$$\Gamma - \Gamma_0 \approx i \frac{2K}{(1+K)^2} \Omega \quad (8.63)$$

zu berücksichtigen. Außerdem kann dann  $\Omega$  durch

$$\Omega = Q_0 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \approx Q_0 \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2} \quad (8.64)$$

ersetzt werden (siehe Anhang II). Da die Frequenzverschiebung durch einen Störkörper verursacht wird, können wir  $\Omega$  durch die Slatersche Störkörperformel ersetzen. Wir erhalten dann:

$$\Gamma - \Gamma_0 \approx -i \frac{2K}{(1+K)^2} \frac{Q_0}{2W_0} \int_{\Delta V} (\mathbf{P} \cdot \mathbf{E}_0^* + \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_0^*) dV \quad (8.65)$$

Da  $1 - \Gamma_0^2 = 4K/(1+K)^2$  und  $W_0/Q_0 = P_V/\omega_0$  ist, kann man auch schreiben:

$$P_{\text{inc}}(\Gamma - \Gamma_0) = -i \frac{\omega_0}{4} \int_{\Delta V} (\mathbf{P} \cdot \mathbf{E}_0^* + \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_0^*) dV \quad (8.66)$$

Unter Beachtung der Tatsache, daß der Störkörper nur die Effektivwerte der Felder messen kann, ergibt sich wieder (8.60).

### 8.3.2.2 Die Bestimmung der Resonatordämpfung aus resonanten und nichtresonanten Störkörpermessungen

Wie im vorangehenden Abschnitt gezeigt wurde, erlaubt die nichtresonante Störkörpermethode die Messung von elektrischen und magnetischen Feldern in einem beliebigen Resonator durch Messung der Änderung des komplexen Reflexionskoeffizienten  $\Gamma$  am Resonatoreingang bzw. an der Einkoppelantenne des Resonators, wenn ein Störkörper in die Struktur eingebracht (oder durchgezogen wird). Eine Resonanz ist dabei nicht erforderlich. Unter der Annahme, der Störkörper sei hinreichend klein gewählt und bestehe aus einem isotropen Material, dann kann man anstatt (8.60) schreiben:

$$2P_h (\Gamma - \Gamma_0) = -i\omega(\epsilon_0 \alpha_e \bar{E}_0^2 - \mu_0 \alpha_m \bar{H}_0^2) \quad (8.67)$$

Die Störkörperkonstanten  $\alpha$  hängen vom Material und von der Form des Störkörpers ab [37]. Ist man nur am elektrischen Feld interessiert, kann man auch schreiben:

$$\bar{E}_0^2 = \frac{2P_h \Delta\Gamma}{i\omega\epsilon_0\alpha_e}, \quad \Delta\Gamma = (\Gamma - \Gamma_0) \quad (8.68)$$

Zur Beurteilung von Resonatoren für die Beschleunigerphysik benutzt man die longitudinale Shuntimpedanz  $R_S$  [40], welche sich nach:

$$R_S = \frac{2 \left\{ \int_0^L 4 \sqrt{|\Delta\Gamma|^2} dz \right\}^2}{\omega\epsilon_0\alpha_e (1 - |\Gamma_0|^2)} \quad (8.69)$$

berechnet.

Da wir nur am Verhältnis der elektrischen Feldstärken interessiert sind, ist es nicht notwendig, die Störkörperkonstante  $\alpha_e$  zu kennen. Anwendung der Gleichung (8.68) liefert:

$$\frac{E_u^2}{E_d^2} = \frac{\omega_d |\Delta\Gamma_u|}{\omega_u |\Delta\Gamma_d|} = 1 + K \quad (8.70)$$

Weiterhin ist es nicht notwendig,  $K+1$  für jeden Punkt entlang eines parallel zur Resonatorachse verlaufenden Weges zu kennen; es genügt der Mittelwert der elektrischen Feldstärke. In diesem Fall kann ein dielektrischer Stab, der das Feld über die Länge des Resonators integriert, benutzt werden. Man bekommt dann sofort die Shuntimpedanz  $R_S$  des Resonators. Um die Resonanzfrequenz  $\omega_d$  des gedämpften Resonators zu finden, sucht man im interessanten Frequenzbereich nach dem höchsten Wert  $|\Gamma_d|$ .

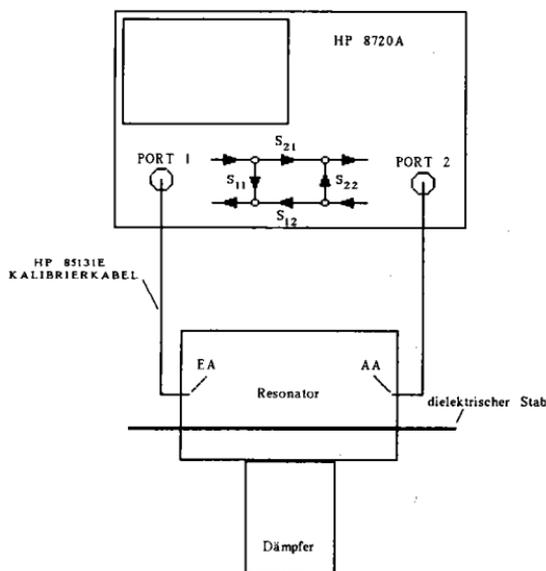
Bei der Benutzung von Störstäben ist es im Falle des ungedämpften Resonators je nach Größenordnung der Resonatorgüte manchmal besser, die Feldstärke bzw. die Shuntimpedanz nach der herkömmlichen resonanten Störkörpermethode zu messen, da Störstäbe eine für die Anwendung der nichtresonanten Störkörpertheorie

zu starke Frequenzdrift verursachen. Wir haben dann anstatt (8.70) die Formel:

$$\frac{E_u^2}{E_d^2} = \frac{\omega_d Q_o (1 - |\Gamma_u|^2) \left\{ \frac{f_o^2 - f^2}{f^2} \right\}}{2 \omega_u |\Gamma_d|^2} \quad (8.71)$$

zu benutzen, wobei  $f_o$  und  $f$  die Resonanzfrequenzen des ungedämpften Resonators vor und nach Einbringen des Störstabes bedeuten.

### 8.3.2.3 Meßaufbau zur nichtresonanten Störkörpermethode



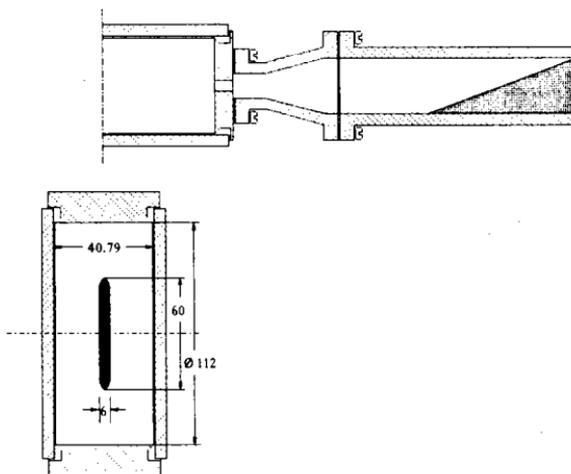
**Abb. 51** Meßaufbau zur nichtresonanten Störkörpermethode

Der Meßaufbau zur nichtresonanten Störkörpermethode ist bei Verwendung eines Vektornetzwerkanalysators denkbar einfach. Gemessen wird lediglich die Differenz der Reflexionsfaktorbeträge mit und ohne Störstab  $|\Delta\Gamma| = |\Gamma_p - \Gamma_n|$  am Eingang zur Einkoppelantenne EA, und  $|\Gamma_n|$  für die Auswertung nach Gleichung (8.71). Bei der Bestimmung von  $|\Gamma_n|$  ist darauf zu achten, daß ein kalibrierfähiger Aufbau verwendet wird, d.h man sollte möglichst Impedanzsprünge durch Kabelübergänge vermeiden, da bei starker Dämpfung die Mode nur sehr schwach an die Antenne ankoppelt ( $|\Gamma_n|$  ist in der Größenordnung 0.95).

### 8.3.3 Die Anwendung der Antennen- und der nichtresonanten Störkörpermethode an verschiedenen stark bedämpften Resonatoren

#### 8.3.3.1 Messungen an einem stark bedämpften Zylinderresonator

Um die Anwendbarkeit der beiden oben geschilderten Meßmethoden im Bereich  $Q < 20$  zu zeigen, wurde ein einfacher, durch Schlitze in der Seitenwand (Abb. 52) in Bezug auf die  $TM_{110}$ -Mode gedämpfter Zylinderresonator gewählt [57]. Bei dieser einfachen Anordnung war es auch noch möglich, die Messungen mit Hilfe der Slaterschen  $Q_{Ext}$ -Messung (siehe Abschnitt 8.2) zu kontrollieren. Der Zylinderresonator selbst besteht aus Messing ( $MS\ 58$ ,  $\sigma = 1.46 \cdot 10^{-7} \text{ 1}/\Omega\text{m}$ , die beiden Hohlleiter (Länge = 50 cm) und die Anpassungsstücke bestehen aus Aluminium (aus Gewichtsgründen). Aus der Hohlleiterbreite von 60 mm ergibt sich die Grenzfrequenz der  $TM_{010}$ -Mode mit 2,498 GHz, so daß die  $TM_{010}$ -Mode nur unwesentlich gedämpft wird. Die Mikrowellensümpfe sind aus mit Kohlestaub und Eisenpulver vermengtem handelsüblichen Polyester entstanden.



**Abb. 52** Der Zylinderresonator mit Dämpfungssystem. Aus Platzgründen ist oben nur eine Hälfte des Resonators dargestellt, da die andere Hälfte identisch ist. Zwischen Koppelschlitz und Hohlleiter befindet sich ein Anpassungsstück.

Dazu wurde das noch nicht ausgehärtete Polyestergemisch in Kartonformen von 30 cm Länge gegossen.

Als erstes wurden die Koppelslitze mit einem Kurzschluß verschlossen, um die Eigenschaften des ungedämpften Resonators zu messen, insbesondere die transversale Shuntimpedanz  $R_{\perp}$  der  $TM_{110}$ -Mode. Zur Bestimmung der Shuntimpedanz  $R_S$  der  $TM_{110}$ -Mode in Abhängigkeit vom Achsenabstand ist ein dünner Stab  $\varnothing = 0.5 \text{ mm}$  aus  $Al_2O_3$  ( $\epsilon_0 \approx 9.2$ ) verwendet worden. Die Eichung des Störstabes erfolgte an einem

Eichresonator, einem Zylinderresonator von mit dem Meßobjekt identischen Abmessungen. Dabei ergab sich die Störkörperkonstante zu  $\epsilon_0 \alpha_c = 5.93 \cdot 10^{-19} \text{ Asm}^2/\text{V}$ .

Für einen Störstab mit den oben genannten Abmessungen wird die Messung der Shuntimpedanz am genauesten nach der resonanten Methode [37] durchgeführt, was natürlich im ungedämpften Fall kein Problem darstellt. Die Tabellen 5 und 6 zeigen die Ergebnisse für den ungedämpften Zylinderresonator im Vergleich zu den theoretische Werten.

TM <sub>010</sub> -Mode	Resonanzfrequenz [GHz]	Güte Q <sub>0</sub>
theoret. Wert	2.049	8110
gem. Wert	2.0377	6640

**Tabelle 5** Meßwerte zur TM<sub>010</sub>-Mode

TM <sub>110</sub> -Mode	Resonanzfrequenz [GHz]	Güte Q <sub>0</sub>
theoret. Wert	3.265	10245
gem. Wert	3.2253	6410

TM <sub>110</sub> -Mode	R <sub>⊥</sub> [kΩ]	R <sub>⊥</sub> /Q <sub>0</sub> [kΩ]	r <sub>⊥</sub> /Q <sub>0</sub> [kΩ]
theoret. Wert	691	67.5	1.65
gem. Wert	424	66.2	1.62

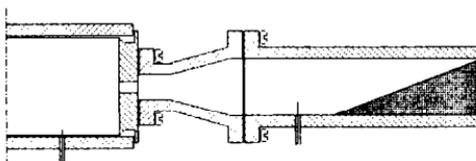
**Tabelle 6** Meßwerte zur TM<sub>110</sub>-Mode

Hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Werten. Für die transversale Shuntimpedanz bezogen auf die Resonatorlänge r<sub>⊥</sub> erhalten wir also:

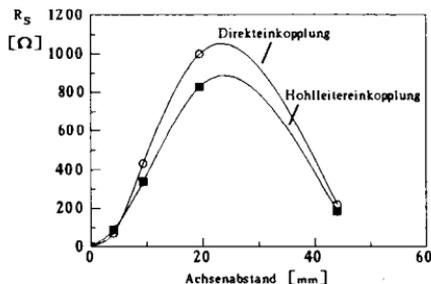
$$r_{\perp} = 10.4 \text{ M}\Omega/\text{m} \quad (8.72)$$

Nach den Messungen am ungedämpften Resonator wurden die beiden Hohlleiter mit den Mikrowellensümpfen montiert. Nach Montage des Dämpfungssystems lag die Frequenz der TM<sub>010</sub>-Mode bei 2.0071 GHz und die unbelastete Güte dieser Mode war um 26% auf den Wert 4920 gesunken. Bei der nun anzuwendenden nichtresonanten Störkörpermethode zur Bestimmung der Shuntimpedanzen R<sub>S</sub> in Abhängigkeit vom Achsenabstand reicht ein Störstab von  $\epsilon = 0.5 \text{ mm}$  nicht mehr aus, um eine ausreichende Auflösung zu gewährleisten. Daher haben wir im gedämpften Fall einen Störstab ebenfalls aus Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> vom  $\epsilon = 2 \text{ mm}$  angewendet. Ist das

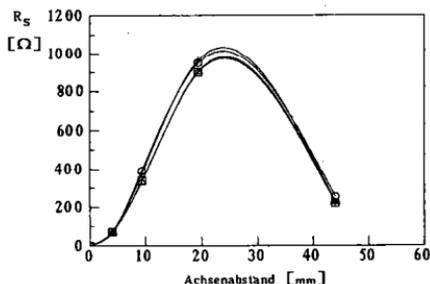
Material hinreichend homogen, so kann die Störkörperkonstante für den dünnen Stab auf den dickeren Stab umgerechnet werden, indem man die alte Störkörperkonstante einfach mit dem Flächenverhältnis 16 multipliziert. Gute Ergebnisse können auch noch mit einem Störstab vom  $\varnothing = 1.5\text{mm}$  erzielt werden. Der Nachteil bei Störstäben von solchem Durchmesser ist natürlich eine schlechtere radiale Ortsauflösung. Ein wichtiger Punkt zur Erzielung einer guten Auflösung ist außerdem die Wahl der HF-Einkopplung. Da die Mode im stark gedämpften Fall sich nur noch schlecht anregen läßt, muß für eine ausreichend lange Einkoppelantenne gesorgt werden, die jedoch die Feldgeometrie nicht wesentlich stören darf. Als beste Lösung hat sich eine kapazitive Einkopplung in einem der beiden Hohlleiter herausgestellt. Die Antenne kann dabei recht lang sein, da man sie weit genug vom Resonator entfernt einbauen kann. Zum Vergleich wurde auch noch mit einer direkten Einkopplung in den Resonator mit verschiedenen langen kapazitiven Antennen gearbeitet. Abb. 53 zeigt die beiden Möglichkeiten der Einkopplung. Abb. 54 zeigt einen Vergleich der gemessenen Shuntimpedanzen bei Hohlleitereinkopplung und bei Direkteinkopplung in den Resonator bei gleicher Antennenlänge. Abb. 55 zeigt einen Vergleich mit verschiedenen Antennenlängen bei Direkteinkopplung.



**Abb. 53** Entweder koppelt man mit einer kleinen kapazitiven Probe direkt in den Resonator ein, oder man koppelt in den Hohlleiter ein.



**Abb. 54** Ein Vergleich der Meßwerte bei Direkteinkopplung und bei Hohlleitereinkopplung bei gleicher Antennenlänge. Für die Direkteinkopplung war das die längste überhaupt verwendete Antenne.



**Abb. 55** Ein Vergleich der Meßwerte bei Direkteinkopplung in den Resonator mit verschiedenen Antennenlängen

Aus den Tabellen 7 und 8 können die zu den Abb. 54 und 55 gehörenden Meßwerte entnommen werden. Die Antennen sind so lange verlängert worden, bis eine gute Auflösung erreicht wurde.

Achsenabstand [mm]	R <sub>S</sub> [Ω]	
	4.1	91
9.2	339	430
19.3	830	1000
44.0	184	220

**Tabelle 7** In der ersten Spalte stehen die Ergebnisse zur Hohlleitereinkopplung, die zweite Spalte bezieht sich auf die Direkteinkopplung.

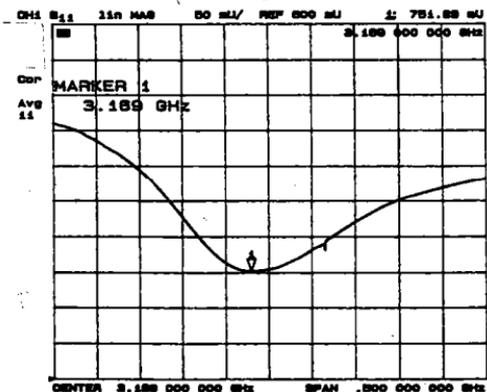
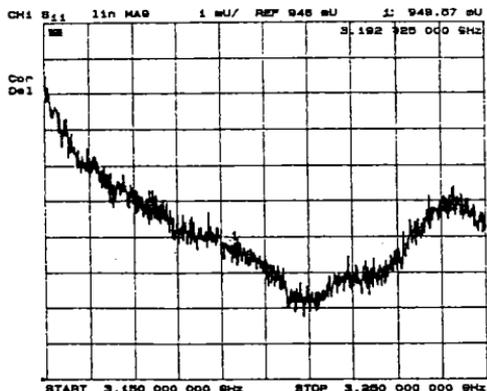
Achsenabstand [mm]	wachsende Ankopplung ° R <sub>S</sub> [Ω]			
	4.1	73	72	73
9.2	390	337	335	376
19.3	950	900	905	963
44.0	253	220	225	224

**Tabelle 8** Shuntimpedanz gegen wachsende Antennenlänge bei Direkteinkopplung in den Resonator.

Man sieht jedoch, daß auch bei schlechter Auflösung recht gut übereinstimmende Ergebnisse erzielt worden sind. Abb. 56 zeigt einen Vergleich zwischen dem Reflexionsfaktorverlauf an der Einkoppelantenne für Direkteinkopplung in den Resonator bei schlechter und bei guter Auflösung. Hier kann man deutlich so etwas wie Resonanz erkennen. Abb. 57 zeigt den Reflexionsfaktorverlauf bei Hohlleitereinkopplung. Hier ist im Gegensatz zu Abb. 56 kein Absortionsverhalten

zu erkennen. Die Abb. 58 zeigen die Differenzen der Reflexionsfaktorbeträge  $|\Delta\Gamma| = |\Gamma - \Gamma_0|$  mit und ohne Störstab für verschiedene Achsenabstände. Aus den Ergebnissen in Tab. 8 erste Spalte errechnet sich die transversale Shuntimpedanz pro Längeneinheit  $r_{\perp}$  zu:

$$r_{\perp} = 19.1 \text{ k}\Omega/\text{m} \quad (8.73)$$



**Abb. 56** Das obere Bild zeigt den Verlauf des Reflexionsfaktorbetrages bei Direkteinkopplung in den Resonator für eine kurze Antenne (schlechte Auflösung). Das untere Bild ist das Resultat einer sukzessiven Antennenverlängerung bis eine gute Auflösung erreicht war.

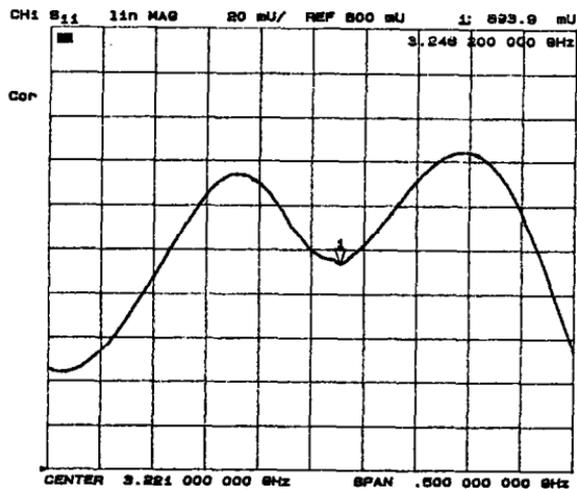
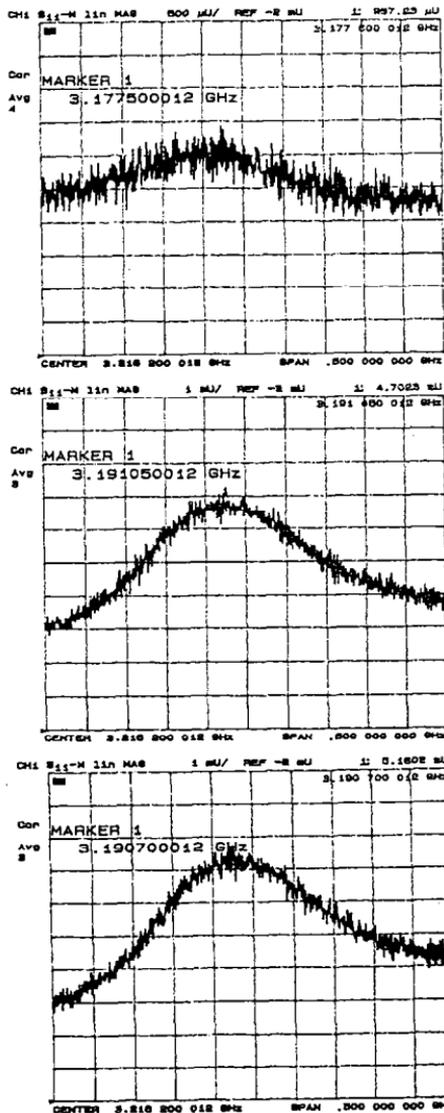


Abb. 57 Der Verlauf des Reflexionsfaktorbetrages bei Einkopplung in den Hohlleiter.

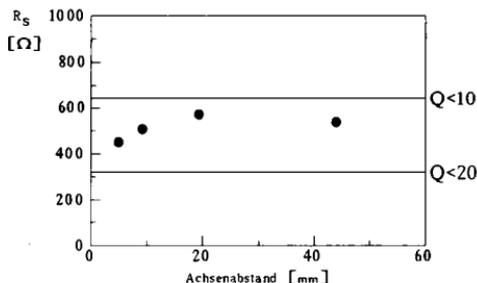


**Abb. 58** Die Betragsdifferenz der Reflexionsfaktoren mit und ohne Störstab für verschiedene Achsenabstände. Der Achsenabstand wächst von oben nach unten, das unterste Bild ist in der Nähe des Feldmaximums entstanden.

Daraus folgt eine Abnahme der transversalen Shuntimpedanz um den Faktor:

$$\frac{r_{\perp u}}{r_{\perp d}} = \frac{10.4 \cdot 10^6}{19.1 \cdot 10^3} \approx 550 \quad (8.74)$$

Die Abb. 59 zeigt die Abhängigkeit des Dämpfungsfaktors  $K+1$  vom Achsenabstand.



**Abb. 59** Der Dämpfungsfaktor  $K+1$  in Abhängigkeit vom Achsenabstand

Achsenabstand [mm]	$K+1$
4.1	450
9.2	500
19.3	570
44.0	540

**Tabelle 9** Die zu Abb. 59 gehörenden Meßwerte

Der höchst Wert von  $K+1$  korrespondiert mit einer Güte  $Q_L \approx 11$ , der niedrigste Wert korrespondiert mit  $Q_L \approx 14$ . Das bedeutet eine Änderung der Modengeometrie im gedämpften Fall. Hier zeigt sich, daß die Güteabnahme mit der Abnahme des elektrischen Feldes nicht identisch ist. Allenfalls läßt sich ein Gütebereich definieren, innerhalb dessen sich Feldabnahme bewegt. Vergleicht man diese Werte mit einer  $Q_{EXT}$ -Messung nach der Slaterschen Methode (siehe Abb. 44 und 45 in Abschnitt 8.2), so ist die Übereinstimmung der sich ergebenden Gütewerte recht gut, wenn man bedenkt, daß sich die nach Slater gemessenen Gütewerte auf den Resonator zuzüglich der Anpassungsstücke beziehen, und so im Vergleich zur nichtresonanten Störkörpermethode bzw. zur Antennenmethode kleinere Gütewerte gemessen werden. Außerdem geht die Slatersche Theorie von einem verlustfreien Resonator-Hohlleitersystem aus, so daß die nach dieser Theorie ermittelten Gütewerte prinzipiell zu klein sind. Nach insgesamt drei Messungen

ergab sich nach der Slaterschen Methode ein Mittelwert von:

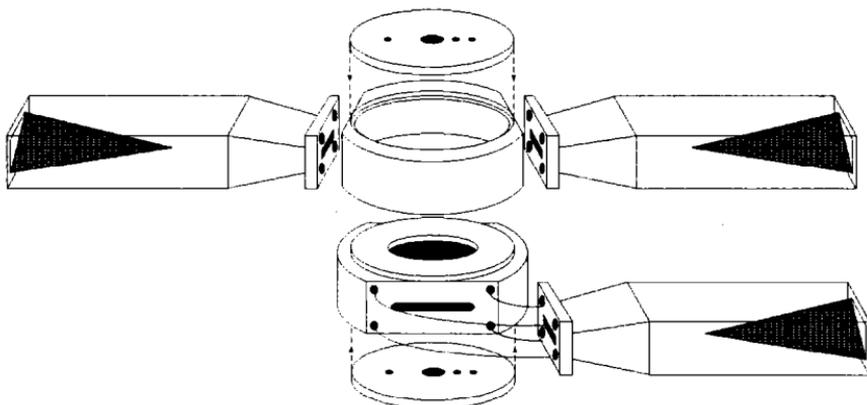
$$Q_L = 9 \quad (8.75)$$

Die Abweichungen der drei nacheinander gemessenen Werte lagen im Bereich  $< 6\%$ .

Die Antennenmethode lieferte im Vergleich zur nichtresonanten Störkörpermethode für Achsenabstände in der Nähe des Feldmaximums praktisch identische Ergebnisse. Für Punkte in der Nähe der Achse war mit unserem Meßaufbau eine Messung nach der Antennenmethode kaum noch durchführbar, da die Felder dort zu schwach werden, und an der Auskoppelantenne kaum noch ein Signal im Untergrund erkennbar war. Das ist aber kein prinzipieller Mangel der Methode, denn ein stärkerer Sender ( $P_{Q_{max}}=1W$ ) würde hier leicht Abhilfe schaffen. Ist die Antennenlänge bei der nichtresonanten- und der Antennenmethode gleich, dann liegen die Unterschiede der gemessenen Dämpfungsfaktoren im Bereich  $< 5\%$ .

### 8.3.3.2 Messungen an einer stark gedämpften zweizelligen Irisstruktur

Nach den Messungen am gedämpften Zylinderresonator wurde der Zylinderresonator um eine Zelle mit Irisblende erweitert. Dieser Zweizeller weist nun vier Hohlleiterdämpfer auf, wobei jeweils zwei sich gegenüberliegende Hohlleiter an einer der beiden möglichen Polarisierungen der  $HEM_{11}-\pi$ -Mode (siehe Abb. 4a-4c in Abschnitt 3) ankoppeln soll, so daß das Dämpfungssystem einer Zelle im  $90^\circ$ -Winkel zum Dämpfungssystem der Nachbarzelle steht (Abb. 60).



**Abb. 60** Der Aufbau des gedämpften Zweizellers. Die zweite Zelle mit der Irisblende ist aus einem Stück Messing MS58 gedreht. An den beiden Enddeckeln erkennt man die Löcher zum Einbringen der Störstäbe. Die Irisblende hat einen Durchmesser von 30 [mm]. Alle anderen Abmessungen stimmen mit denen des Zylinderresonators überein.

Aufgrund der positiven Erfahrungen mit der nichtresonanten Störkörpermethode am gedämpften Zylinderresonator haben wir an der zweizelligen Struktur nur noch Störkörpermessungen durchgeführt, und zwar nur noch bis zu einem Achsenabstand von 19.3mm. Auch hier wurde in einem der Hohlleiter eingekoppelt. Für den ungedämpften Zweizeller ergab sich folgende transversale Shuntimpedanz pro Längeneinheit  $r_{\perp}$ :

$$r_{\perp} = 4.3 \text{ M}\Omega/\text{m}, \quad (8.76)$$

und für den gedämpften Zweizeller ergab sich:

$$r_{\perp} = 13 \text{ k}\Omega/\text{m} \quad (8.77)$$

Daraus folgt eine Abnahme der transversalen Shuntimpedanz um den Faktor:

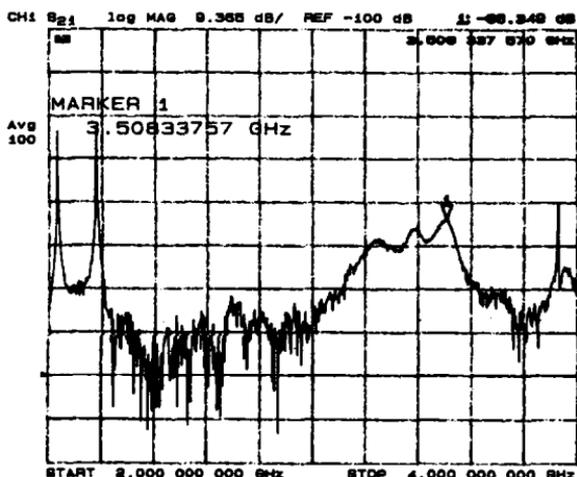
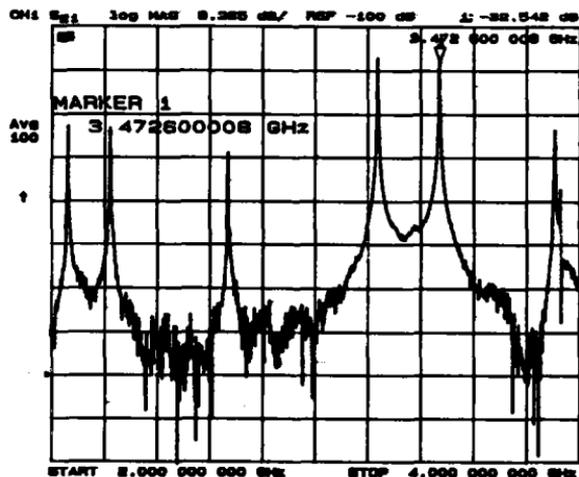
$$\frac{r_{\perp u}}{r_{\perp d}} = \frac{4.1 \cdot 10^6}{13 \cdot 10^3} \approx 330 \quad (8.78)$$

Die Dämpfung bei dem nach Abb. 60 aufgebauten Zweizeller ist naturgemäß geringer, als beim einfachen Zylinderresonator, da das Dämpfungssystem für eine Polarisation nur noch auf eine Zelle wirkt. Der Wert  $K+1=330$  korrespondiert mit einer Güte von  $Q=24$ . Dreht man allerdings beide Zellen um  $90^\circ$  zueinander, so daß jetzt eine Polarisation der  $\text{HEM}_{11}-\pi$ -Mode in beiden Zellen gedämpft wird, erreicht man wieder den beim Zylinderresonator gemessenen Wert von  $K+1 > 500$ , was wiederum eine Güte von  $Q < 20$  bedeutet.

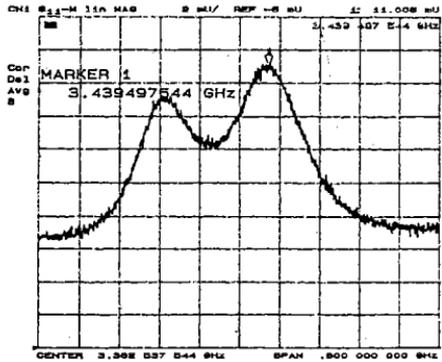
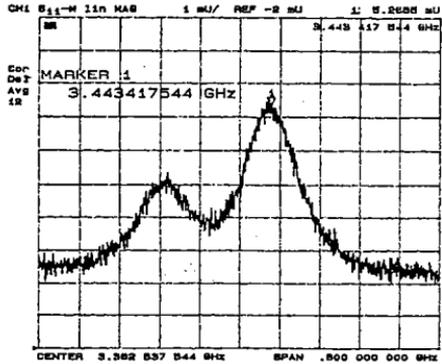
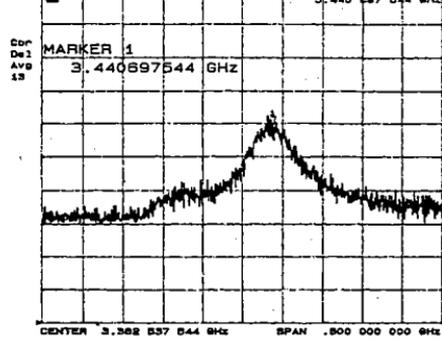
Abb. 61 zeigt einen Vergleich der Durchgangsdämpfung  $|S_{21}|$  [24] für den ungedämpften und gedämpften Fall. Die zugehörige Tabelle 10 zeigt einige Daten zu den interessanten Moden im gedämpften Fall. Abb. 62 zeigt die Differenz der Beträge der Reflexionsfaktoren mit und ohne Störstab an der Einkoppelantenne für drei verschiedene Achsenabstände bei Direkteinkopplung in den Resonator. Hier ist deutlich zu sehen, daß die  $\text{TM}_{110}$ -Mode stärker gedämpft wird, als die  $\text{HEM}_{11}-\pi$ -Mode.

$\text{HEM}_{110}-\pi$ -Mode	ungedämpft	gedämpft
Resonanzfrequenz [GHz]	3.4737	3.439
Güte	7840	$20 < Q < 25$

**Tabelle 10** Meßdaten zur  $\text{HEM}_{11}-\pi$ -Mode am Zweizeller



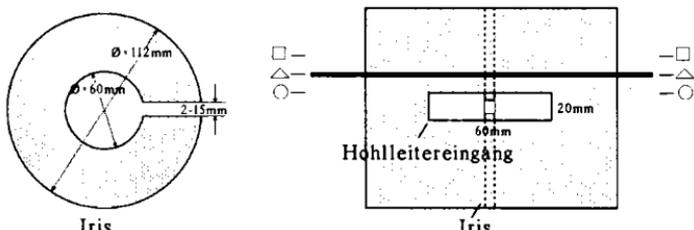
**Abb. 61** Durchgangsdämpfung  $|S_{21}|$ . Das obere Bild zeigt die Durchgangsdämpfung im ungedämpften Fall; man sieht deutlich die  $TM_{110}$ -Mode bei 3.2 [GHz] und die  $HEM_{11}-\Pi$ -Mode bei 3.5 [GHz]. Im unteren Bild sind beide Moden praktisch verschwunden, während die beiden Grundmoden weiterhin vorhanden sind, allerdings mit einer um etwa 30% geringeren Güte.



**Abb. 62** Der Verlauf der Betragsdifferenz der Reflexionsfaktoren für verschiedene Abstände von der Resonatorachse. Der Abstand wächst von oben nach unten, beim unteren Bild befindet man sich in der Nähe des Feldmaximums.

### 8.3.3.3 Messungen an zweizelligen Irisstrukturen mit geschlitzter Irisblende

Zu sehr interessanten Ergebnissen kommt man, wenn man die mittlere elektrische Feldstärke in Abhängigkeit vom radialen Abstand von der Resonatorachse bei zweizelligen Irisstrukturen mit geschlitzter Irisblende im ungedämpften- und gedämpften Fall mißt [36]. Im vorangehenden Abschnitt hatten wir am Zylinderresonator experimentell bereits festgestellt, daß sich die Modengeometrien der  $TM_{110}$ -Mode im ungedämpften und gedämpften Fall beträchtlich voneinander unterscheiden (Abb. 59). Wir wollen nun dieses Phänomen an geschlitzten Irisblenden als Koppelsystem für die  $HEM_{11}$ - $\pi$ -Mode genauer untersuchen. Als erstes wurde die Feldverteilung in einer zweizelligen Irisstruktur (Abb. 63) mit einseitig geschlitzter Irisblende gemessen. Hier ist zu erwarten, daß die Mode mehr und mehr asymmetrisch mit wachsender Schlitzhöhe wird.



**Abb. 63** Vereinfachte Darstellung der Geometrie des Koppelsystems für die zweizellige Irisstruktur. Der Aufbau des Resonators, Einspannmechanismus für den Resonator, Einspannmechanismus für den Hohlleiterdämpfer und verwendete Materialien entsprechen dem des Chipman-Experimentes.

Abb. 22 in Abschnitt 8.1.2 zeigt den Aufbau und die Zentrierung der HF-Kontakte des Zweizellers. Abb. 23 desselben Abschnitts zeigt den Einspannmechanismus für den Zweizeller, Abb. 28 zeigt die Montagevorrichtung für den Hohlleiter. In den Hohlleiter ist ein bereits im vorangehenden Abschnitt beschriebener Dämpfungskeil eingelegt. Die Irisblenden waren wie beim Chipman-Experiment austauschbar, so daß mit verschiedenen Schlitzhöhen gemessen werden konnte.

Die Frequenz der  $TM_{010}$ - $2\pi/3$ -Beschleunigermode hätte bei dieser Resonatorgeometrie eine Frequenz von etwa 2.35 [GHz]. Die anzukoppelnde  $HEM_{11}$ - $\pi$ -Mode liegt bei allen Schlitzhöhen immer in der Nähe von 3.5 [GHz]. Zur Bestimmung der elektrischen Feldstärke der  $HEM_{11}$ - $\pi$ -Mode wurde sowohl die Antennenmethode, als auch die nichtresonante Störkörpermethode angewendet. Die sich gegenüberliegenden Antennenpositionen sind in Abb. 63 gekennzeichnet ( $\circ, \triangle, \square$ ). Ein dielektrischer Stab von 1.5 [mm] Durchmesser konnte an denselben Positionen in den Resonator eingebracht werden. Die mit beiden Methoden erzielten Ergebnisse stimmten innerhalb eines Bereichs von <5% überein. Deshalb sind in den folgenden Abbildungen nur die Ergebnisse jeweils einer Methode aufgetragen.

Da bei der einseitig geschlitzten Irisblende die gedämpften Güteverhältnisse nicht allzu niedrig waren, war ein Vergleich der Meßergebnisse nach der Antennen- bzw. nichtresonanten Störkörpermethode mit der 3 dB Methode möglich. Abb. 64 zeigt die Abhängigkeit des Dämpfungsfaktors  $K+1$  von der Schlitzhöhe für drei verschiedene Abstände von der Resonatorachse. Folgendes ist festzustellen:

(I) Die Feldverteilung wird durch das unsymmetrische Dämpfungssystem stark beeinflusst.

(II) Je näher man der Resonatorachse kommt, umso stärker ist die Abnahme der Feldstärke mit wachsender Schlitzhöhe (Abb. 64).

(III) Je größer die Schlitzhöhe, desto stärker ist die Änderung der Feldverteilung (Abb. 65).

(IV) An den Stellen, an denen sich die Feldverteilung nicht geändert hat, sind die Meßergebnisse, welche mit der Antennen- bzw. mit der nichtresonanten Störkörpermethode erzielt wurden, identisch mit denen, welche mit der 3 dB-Methode erzielt wurden.

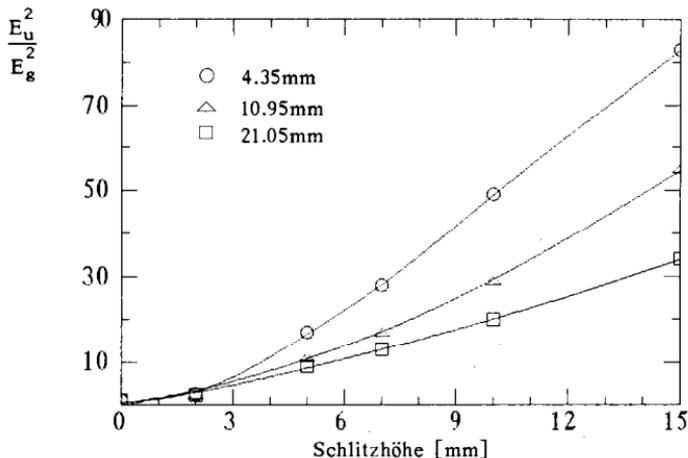
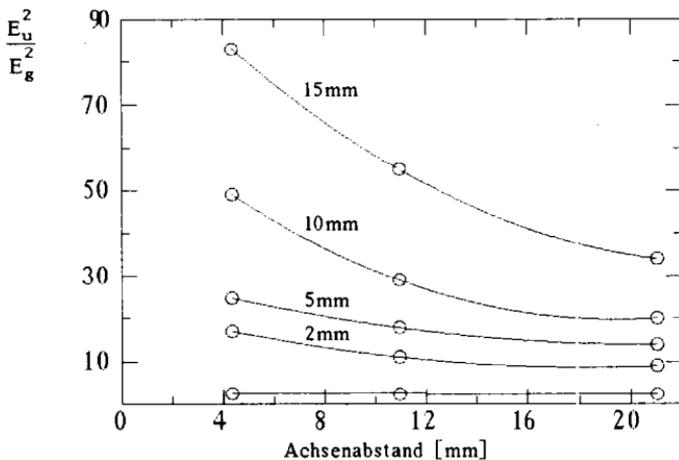
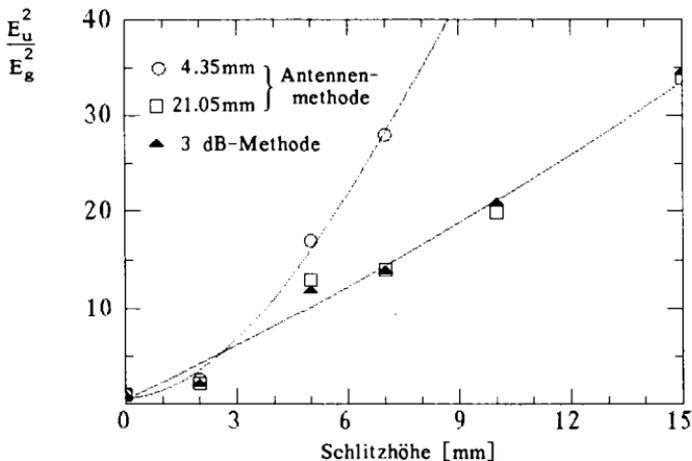


Abb. 64 Dämpfungsfaktor  $K+1$  in Abhängigkeit von der Schlitzhöhe

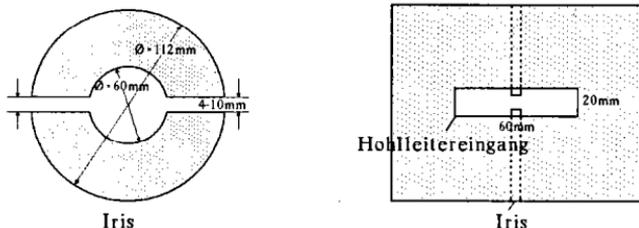


**Abb 65** Dämpfungsfaktor in Abhängigkeit vom Achsenabstand, die Schlitzhöhe ist Parameter

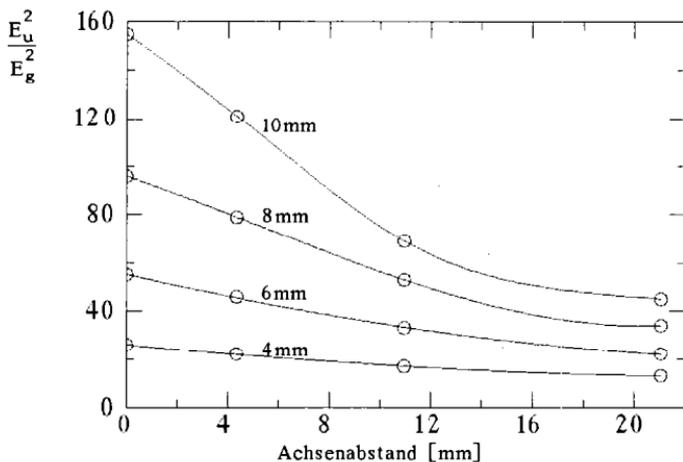


**Abb. 66** Vergleich der Antennenmethode mit der 3 dB-Methode für den einfachen Schlitz

Im Kontrast zur einseitig geschlitzten Irisblende, wurde eine zweiseitig geschlitzte Irisblende (Abb. 67), welche ein symmetrisches Dämpfungssystem darstellt, untersucht (Abb. 68). Die Dämpfung hat sich hier etwa verdoppelt. Hier zeigte sich, daß die Feldverteilung in der Nähe der Resonatorachse unverändert bleibt. In Achsennähe findet man deshalb eine gute Übereinstimmung zwischen der Güte  $Q$  und der Feldmessung. Da in diesem Fall die gedämpfte Güte im Bereich  $Q \approx 36$  liegt, ist für die Gütemessung die Kurzschlußschiebermethode anzuwenden. Die 3 dB-Methode ist nicht mehr präzise genug.



**Abb. 67** Zweizeller mit zweiseitig geschlitzter Irisblende



**Abb 68** Dämpfungsfaktor in Abhängigkeit vom Achsenabstand

Für die einseitig geschlitzte Irisstruktur ergibt die Anwendung der 3 dB-Methode bei einer Schlitzhöhe von 15 [mm] einen Dämpfungsfaktor von 36, denn die unbelastete- und die belastete Güte haben folgende Werte:

$$Q_0 \approx 8200$$

$$\circ \quad 1 + K = Q_0 / Q_L \approx 36$$

$$Q_L \approx 230$$

Die Antennen- und die nichtresonante Störkörpermethode hingegen ergeben Werte für  $K+1$ , die stark vom Achsenabstand abhängen. Zum Beispiel erhält man für einen Achsenabstand von 4.35 [mm] einen Dämpfungsfaktor  $K+1 \approx 83$ .

Für das symmetrische zweiseitige Koppelsystem korrespondiert die mit der Antennen- und der nichtresonanten Störkörpermethode gemessene Dämpfung in Achsennähe mit der direkten Gütemessung nach der Kurzschlußschiebertchnik. Zum Beispiel wurde für eine Schlitzhöhe von 10 [mm] mit der Kurzschlußschiebermethode eine belastete Güte  $Q_L \approx 37$  gemessen. Mit der unbelasteten Güte von  $Q_0 \approx 5700$  ergibt das einen Dämpfungsfaktor von  $K+1 \approx 154$ , was in guter Übereinstimmung mit dem Resultat nach Abb. 68 ist. (obere Kurve auf der Resonatorachse)

#### 8.3.4 Diskussion zur Antennen- und nichtresonanten Störkörpermethode

Bei den Messungen an allen bedämpften Modellresonatoren hat sich deutlich gezeigt, daß mit den beiden Meßmethoden ein wirksames Instrument zur Entwicklung störmodesbedämpfter Beschleunigerresonatoren für zukünftige lineare Kollider und andere Elektronenbeschleuniger zur Verfügung steht und mehr oder weniger starke Dämpfungssysteme sowohl bezüglich der transversalen Shuntimpedanz als auch bezüglich der Resonatorgüte präzise untersucht werden können.

Bei den Messungen hat sich die Überlegenheit der nichtresonanten Störkörpermethode gegenüber der Antennenmethode gezeigt. Während bei der Störkörpermethode der dielektrische Stab das elektrische Feld über die Länge des Resonators integriert und damit eine Bestimmung der transversalen Shuntimpedanz ohne besondere Berücksichtigung der untersuchten Modengeometrie möglich ist, steht bei der Anwendung der Antennenmethode zunächst die zu untersuchende Modengeometrie zur Debatte, da das elektrische Feld am Ort der Antennen nicht unbedingt etwas mit der transversalen Shuntimpedanz zu tun hat, d.h. die an den Enddeckeln einer Irisstruktur mit den Antennen gemessenen Feldstärken dürfen im Innenraum des Resonators entlang der Antennenachse nicht sehr stark variieren. Daraus folgt, daß die Antennenmethode für viele Modentypen nicht in Betracht gezogen werden kann. Die nichtresonante Störkörpermethode hat überdies den Vorteil, daß die Antenne, an deren Eingang die Änderung des Reflexionsfaktors bei Einbringen des Störkörpers gemessen wird, nicht in der Nähe des Ortes der Feldbestimmung angebracht sein muß und sich damit eine Verfälschung der Feldmessungen durch die Anwesenheit der Antenne weitgehend vermeiden läßt. Bei der Antennenmethode befindet sich die Antenne natürlich immer am Meßort, was insbesondere dann störend ist, wenn die

HF-Quelle bei entsprechend starker Resonator­dämpfung nicht genügend Leistung liefert und dieses Manko durch eine entsprechend verlängerte Einkoppel- und Auskoppelantenne wettgemacht werden muß. Ist jedoch die Leistung der HF-Quelle entsprechend hoch, so lassen sich die Antennenlängen sehr stark reduzieren und die mit der Antennenmethode erzielten Meßergebnisse sind bei entsprechender Modengeometrie nicht von den mit der Störkörpermethode erzielten Meßergebnissen zu unterscheiden.

Ein sehr wichtiges Ergebnis, welches sich aus den Anwendungen der beiden Methoden auf die verschiedenen bedämpften Resonatoren ergeben hat, ist die daraus resultierende Erkenntnis, in welcher Weise die durch ein Dämpfungssystem belastete Güte eines Resonators mit Hilfe der Kurzschlußschiebermethode, und damit auch auf numerischem Wege mit Hilfe eines Computercodes, wie z.B. MAFIA, exakt berechnet werden kann. Da wir nun wissen, daß sich die Feldverteilung bei Anwesenheit der Dämpfer beträchtlich von der Feldverteilung des unbedämpften Resonators unterscheidet, darf die Relation  $Q_L = Q_0 / (1 + K)$  zur Umrechnung der unbelasteten Güte auf die mit Hilfe der Kurzschlußschiebermethode ermittelte belastete Güte nicht direkt angewendet werden. Vielmehr darf die Umrechnung mit dieser Formel nur zwischen zwei identischen Feldverteilungen durchgeführt werden. Das ist aber durchaus möglich, wenn man bedenkt, daß die zu einer bestimmten Kurzschlußschieberposition gehörige Feldverteilung vollkommen identisch ist mit der Feldverteilung bei Dämpfungsmaterial im Dämpfungssystem. Der einzige Unterschied ist dabei die doppelt so hohe Feldamplitude bei Anwesenheit der Kurzschlußschieber. Die zur identischen Feldverteilung gehörige Position der Kurzschlußschieber findet man genau an der Stelle, an der sich bei einer Änderung der Kurzschlußschieberposition die Resonanzfrequenz des Resonators maximal ändert. Die dabei ermittelte externe Güte  $Q_{ext}$  bezieht sich also auf ein Dämpfungssystem, das durch ein Ersetzen der Kurzschlußschieber durch ideales Dämpfungsmaterial entstanden ist und dementsprechend bezieht sich die unbelastete Güte  $Q_0$  auf den Resonator mit angeschlossenem Dämpfungssystem, welches zur Erreichung der identischen Feldgeometrie an entsprechender Stelle kurzgeschlossen ist. Zur Bestimmung des gesamten Koppelfaktors zwischen dem Resonator ohne Dämpfungssystem und dem Resonator mit Dämpfungssystem muß also zusätzlich noch die durch das kurzgeschlossene Dämpfungssystem belastete Güte bestimmt werden. Der ermittelte gesamte Koppelfaktor setzt sich dann aus einer Summe von zwei Koppelfaktoren zusammen, zum einen der Koppelfaktor des ungestörten Resonators an das kurzgeschlossene Dämpfungssystem und zum anderen der Koppelfaktor des Resonators mit kurzgeschlossenem Dämpfungssystem an das mit idealem Dämpfungsmaterial versehene Dämpfungssystem.

Fassen wir diese Überlegungen zusammen, so ist also zur Bestimmung der durch das Dämpfungssystem belasteten Güte  $Q_L$  über die Kurzschlußschiebermethode folgende Vorgehensweise einzuhalten:

Zunächst wird anhand des ungestörten Resonators dessen unbelastete Güte  $Q_{01}$  bestimmt. Danach wird das Dämpfungssystem mit Kurzschlußschiebern montiert und die Kurzschlußschieberposition gesucht, bei deren Änderung die Frequenz des Resonators maximal geändert wird. Das ist jetzt die Position, bei der die Feldverteilungen mit Kurzschlußschiebern und mit idealem Dämpfungsmaterial

identisch sind. Nun wird die unbelastete Güte  $Q_{o2}$  dieses Resonators mit kurzgeschlossenem Dämpfungssystem bestimmt. Die Gleichung  $Q_{o2} = Q_{o1} / (1 + K_1)$  liefert dann den ersten Teil des gesamten Koppelfaktors. Aus der maximalen Steigung der Funktion Resonanzfrequenz des Resonators in Abhängigkeit von der Kurzschlußschieberposition entnimmt man nun die externe Güte  $Q_{ext}$ , die zum Dämpfungssystem mit idealem Dämpfungsmaterial gehört, und vergleicht diese mit der unbelasteten Güte  $Q_{o2}$  bei gleicher Feldverteilung. Aus der Gleichung  $Q_{o2} / Q_{ext} = K_2$  ergibt sich dann der zweite Teil des Koppelfaktors. Die belastete Güte  $Q_L$  ergibt sich dann schließlich aus der Gleichung  $Q_L = Q_{o1} / (1 + K_1 + K_2)$ . Wie man sieht, kann das ganze auch numerisch durchgeführt werden, da sämtliche Informationen aus dem Verhalten resonanter Systeme ermittelt werden können.

---

## 9 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich im theoretischen Teil mit den Grundlagen zu Strahl-Resonator-Wechselwirkungen bei Beschleunigerresonatoren und mit den sich daraus ergebenden Konsequenzen bei der Resonatorentwicklung für zukünftige lineare Kollider mit Multibunch-Betrieb. Zur Bekämpfung der vor allem im Multibunchbetrieb störenden Long-Range-Wakefelder müssen die schädlichen Moden möglichst so stark bedämpft werden, daß ihre Felder bis zum Eintreffen des nächsten Bunches auf ein erträgliches Maß abgeklungen sind. Im experimentellen Teil befaßt sich diese Arbeit daher mit der Entwicklung von Meßmethoden zur Bestimmung sehr kleiner Resonatorgüten sowie sehr kleiner transversaler Shuntimpedanzen bzw. sehr kleiner Feldpegel in stark störmodenbedämpften Beschleunigerresonatoren. Diese Meßmethoden sind an mehreren S-Band-Modellresonatoren (Betriebsfrequenz lag bei etwa 2.4 GHz) mit verschiedenen Dämpfungssystemen, die für den Einbau in einen normalleitenden Linearbeschleuniger für einen Kollider geeignet wären, erfolgreich getestet worden. Die Feldmessungen an den Modellresonatoren haben bisher unbekannte Gesetzmäßigkeiten bezüglich des Verhaltens dieser Dämpfungssysteme ergeben.

In einer kurzen Beschreibung und Diskussion der sechs wichtigsten Vorschläge für zukünftige lineare Kollider wurde ein Überblick über die Unterschiede bei diesen verschiedenen Konzepten gegeben. Zunächst konnten über eine qualitative Diskussion der beim Linearbeschleuniger vom Iristyp vorkommenden Beam Blowup Phänomene, wie der regenerative BBU und der cumulative BBU, die Erscheinungsformen und die physikalischen Ursachen dieser BBU Phänomene verstanden werden. Hier zeigt sich, daß bei Irisstrukturen die  $HEM_{11}$ -Moden die Hauptursache sowohl für den regenerativen- als auch für den cumulativen BBU sind.

Der dritte Abschnitt führte in eine allgemeine Methode zur quantitativen Beschreibung der sogenannten Strahl-Resonator-Wechselwirkung ein. Diese Methode heißt Condon-Methode und erlaubt die Berechnung von BBU verursachenden Wakefeldern über eine Eigenwellenentwicklung aus den Eigenmoden des leeren Resonators.

Im vierten Abschnitt wurde durch die Herleitung des Theorems von Panofsky-Wenzel die Theorie der Strahl-Resonator-Wechselwirkung vervollständigt, wonach der einer Testladung während der Durchquerung eines felderfüllten Resonators mitgeteilte Transversalimpuls vollständig durch die räumliche Verteilung der elektrischen Longitudinalkomponente allein bestimmt ist.

Damit erhält man also eine Aussage über die Wirkung der in Beschleunigerresonatoren feldanfahenden vorauslaufenden Ladungen auf die nachfolgenden. Dabei konnte auch die Frage geklärt werden, welche Moden zylindrischer Symmetrie wegen ihrer transversal ablenkenden Wirkung für den Teilchenstrahl gefährlich sind. Hier zeigt sich, daß alle BBU verursachenden Moden  $TM_{1np}$ - bzw.  $TM_{2np}$ - Moden sind, d.h., die Moden mit dipol- bzw. quadrupolartiger Symmetrie.

Die Anwendung der in den Abschnitten drei und vier entwickelten Theorie zur Strahl-Resonator-Wechselwirkung konnte im Abschnitt fünf anhand dreier, für die Beschleunigerphysik sehr interessanter Beispiele gezeigt werden. Im ersten Beispiel gelang die Beschreibung der Wechselwirkung eines in Längsrichtung homogenen Strahls, welcher transversal Betatronschwingungen vollführt, mit der  $TM_{110}$ -Mode

eines Zylinderresonators. Dieses Beispiel ist von praktischer Bedeutung bei Linearbeschleunigern, die bei hohem Duty Cycle betrieben werden, also z.B. beim RACE TRACK Mikrotron oder bei supraleitenden Linacs.

Beim zweiten Beispiel hat die Anwendung der Theorie auf eine Irisstruktur zu Formeln geführt, die sich für eine numerische Berechnung des Startstroms zum regenerativen BBU eignen, was jedoch relativ aufwendig ist. Es konnte aber auch eine einfache Abschätzungsformel für den Startstrom durch die Anwendung des Poyntingschen Satzes auf eine differentielle Länge des der Irisstruktur entsprechenden Wellenleiters abgeleitet werden. Aus der Bedingung, daß die durch den Strahl erzeugte Leistung pro Längeneinheit gleich den Leistungsverlusten pro Längeneinheit ist, findet man den Startstrom für den regenerativen BBU.

Das letzte Beispiel, die Wechselwirkung einer hochrelativistischen Punktladung mit einem beliebigen Resonator, ist auch das wichtigste. Hier wurden die Wakefelder aus einer simplen Energiebilanzbetrachtung abgeleitet, da eine Berechnung nach der Condon-Methode relativ aufwendig und langwierig wäre. Diese Vorgehensweise hat hier zu einem tieferen physikalischen Verständnis der Vorgänge im Resonator geführt. Die mit Hilfe einer Punktladung abgeleiteten Wakefelder sind Greensfunktionen, die zur quantitativen Beschreibung des cumulativen BBU's bei linearen Kollidern benutzt werden können.

Die Diskussion der anhand der Beispiele gewonnenen Ergebnisse am Ende des fünften Abschnitts führte zu verschiedenen Maßnahmen zur Verringerung der schädlichen Strahl-Resonator-Wechselwirkung. Hier hat sich gezeigt, daß sowohl der regenerative BBU als auch der cumulative BBU u. a. durch eine Verringerung der Resonatorgüte der strahlstörenden Dipolmode verhindert werden können.

Im sechsten Abschnitt erfolgte die noch ausstehende quantitative Beschreibung des cumulativen BBU mit Hilfe der im vorangehenden Abschnitt am dritten Beispiel gewonnenen Formeln für die Wakefelder. Die Berechnung der Strahlablage und Strahlrichtung geschieht hier über einen Matrizenformalismus, der aus der Idee heraus entstand, die Beschleunigersektionen des linearen Kolliders durch Resonatoren verschwindender Länge zu ersetzen. Über den Matrizenformalismus konnte die durch den Einfluß von Beschleunigung, Fokussierung und Wakefeldern doch recht komplizierte Teilchenbewegung sehr elegant formuliert werden, jedoch eignet sich dieser Formalismus nur für numerische Zwecke. Abschätzungen sind in diesem allgemeinen Fall unmöglich. Durch die Einführung eines sehr restriktiven Modells, des sogenannten DAISY-CHAIN Modells, welches nur bei sehr stark bedämpften Beschleunigersektionen gültig ist, hat sich der Matrizenformalismus auf sehr einfache, der analytischen Berechnung zugängliche Gleichungen reduzieren lassen. Die Bedämpfung der Beschleunigersektionen muß dabei so stark sein, daß eine Ladung innerhalb einer ganzen Kette äquidistanter Ladungen nur ein signifikantes Wakefeld der unmittelbar vorauslaufenden Ladung erfährt. Wie stark im Einzelfall bedämpft werden muß, um einen stabilen Transport einer Kette von Teilchenpaketen zu ermöglichen, konnte anhand zweier, in der Betriebsfrequenz unterschiedlicher Konzepte für normalleitende Linearbeschleuniger zukünftiger Kollider gezeigt werden. Dabei wurde deutlich, daß man bei ausschließlicher Anwendung von in Bezug auf die  $HEM_{11}-\pi$ -Mode stark bedämpften Beschleunigerstrukturen zur Kontrolle des cumulativen BBU bei einer hohen Betriebsfrequenz, z.B. im X-Band

(11.45 GHz), sehr unbequem niedrige Güterwerte von ca.  $Q=5$  erreichen muß. Das ist, wie sich im praktischen Teil der vorliegenden Arbeit gezeigt hat, vom technischen Aufwand her gesehen sehr schwierig. Für einen X-Band-Kollider wird man also eine Kombination von Maßnahmen zur Kontrolle des cumulativen BBU's bevorzugen, z.B. neben dem Bedämpfen auch das sogenannte "Detunen" der Beschleunigersektionen. Bei einem Linearbeschleuniger im S-Band (Betriebsfrequenz bei 3 GHz) befindet man sich von vornherein bei ausschließlicher Verwendung gedämpfter Strukturen in bequemeren Gütebereichen  $Q \approx 20-50$ , was ohne weiteres praktikabel ist. Aber auch hier kann man durch Zusatzmaßnahmen die Anforderungen an die Resonatorumdämpfung weiter reduzieren.

Als erste Methode zur Bestimmung der Güte eines störmodenbedämpften Beschleunigerresonators wurde die Chipman-Methode angewendet. Meßobjekt war hier das dreizellige Modell einer Irisstruktur mit Halbzellenabschluß. Zur Auskoppelung der dominanten Störmode, der sogenannten  $HEM_{11}$ -Mode, war die mittlere Irisblende einseitig geschlitzt. Bei diesem Modell lag die Frequenz der als Beschleunigermode vorgesehenen  $TM_{010}-2\pi/3$ -Mode etwa bei 2.35 GHz und die Frequenz der dominanten Störmode, der  $HEM_{11}-\pi$ -Mode, lag bei etwa 2.81 GHz. Die mittlere geschlitzte Irisblende war austauschbar, so daß eine Messung der durch das Dämpfungssystem belasteten Güte  $Q_L$  bzw. des Koppelfaktors  $K$  in Abhängigkeit von der Schlitzhöhe möglich war. Die Messungen ließen sich bei diesem Koppelsystem ohne Schwierigkeiten durchführen, bei der größten möglichen Schlitzhöhe von 10 mm wurde auch der größte Koppelfaktor mit 46 gemessen. Bei einer vom Dämpfungssystem unbelasteten Güte von  $Q_0=4500$  korrespondiert ein Koppelfaktor von  $K=46$  mit einer durch das Dämpfungssystem belasteten Güte von  $Q_L=100$ .

Ein Mangel wurde bei der Anwendung der Chipman-Methode sofort sichtbar:

Durch die Anregung der  $HEM_{11}-\pi$ -Mode von der Meßleitung aus sind im Koppelsystem offenbar Störmoden angeregt worden. Liegen diese Störmoden nahe bei der zu messenden Resonanz, dann ist eine präzise Bestimmung des Koppelfaktors unmöglich. Glücklicherweise war das hier nicht der Fall.

Die Messungen mit der einseitig geschlitzten Irisblende haben gezeigt, daß dieses Dämpfungssystem Anwendung finden könnte bei Beschleunigerstrukturen im S-Band, wie sie z.B. beim DESY/THD-Kollider vorgeschlagen wurden. Natürlich kann bei den hier erreichten Koppelfaktoren nicht die Dämpfung der schädlichen  $HEM_{11}-\pi$ -Mode die alleinige Maßnahme sein, die einseitig geschlitzte Irisblende könnte nur zusammen mit dem Detunen angewendet werden. Da die einseitig geschlitzte Irisblende auch eine Feldasymmetrie bei der Beschleunigermode erzeugt, müssen die Dämpfer entlang einer Beschleunigersektion alternierend angebracht werden, d.h. jeder Dämpfer ist im Bezug zum nächsten Nachbardämpfer um  $90^\circ$  gedreht. Die  $90^\circ$  ergeben sich aus der Notwendigkeit, auch die Dämpfung der zweiten Polarisationsenebene der  $HEM_{11}-\pi$ -Mode zu gewährleisten.

Als zweite, der Chipman-Methode sehr ähnliche Methode, wurde die Kurzschlußschiebermethode angewendet. Erstes Untersuchungsobjekt war die bei der Chipman-Methode bereits erwähnte dreizellige Irisstruktur.

Ein Vorteil im Vergleich zur Chipman-Methode ist vor allem die schnelle Durchführbarkeit der Messung bei wenig experimentellem Aufwand, wenn auch die

Kurzschlußschiebermethode weniger präzise ist, und man auf einige Informationen, wie z.B. der Verlauf des Reflexionsfaktors und dessen Phase, verzichten muß. Im Vergleich mit der Chipman-Methode waren die mit der Kurzschlußschiebermethode gemessenen Koppelfaktoren immer um etwa 10-15% höher. Das liegt vor allem daran, daß die Theorie zur Kurzschlußschiebermethode von einem verlustfreien Resonator-Hohlleitersystem ausgeht, so daß die nach dieser Theorie ermittelten Koppelfaktoren prinzipiell zu groß sind. Auch bei dieser Methode hat sich gezeigt, daß eine Auswertung der Meßergebnisse scheitern muß, falls ein Modenüberlapp auftritt. Bei Experimenten mit komplizierteren Dämpfungssystemen, bestehend aus mehr als vier Hohlleitern an Resonatoren mit mehr als zwei Zellen ist deutlich geworden, daß eine Bestimmung des Koppelfaktors über die Kurzschlußschiebermethode durch die entstehende Modenvielfalt praktisch unmöglich ist.

Es stellte sich heraus, daß bei der Auswertung der Meßergebnisse dadurch ein Fehler entsteht, wenigstens bei sehr starker Dämpfung, daß man die Feldverteilung als konstant annimmt, denn bei dem Vergleich der unbelasteten Güte  $Q_0$  mit der vom Dämpfungssystem belasteten Güte  $Q_L$  geht man davon aus, daß die Feldverteilungen im ungedämpften- und gedämpften Fall identisch sind. Das kann bei Koppelfaktoren im Bereich von einigen zehn bis zu einigen hundert nicht mehr zutreffen, da das Feld der Mode immer stärker in das Dämpfungssystem eindringt, je stärker die Kopplung ist. Das ändert die Modengeometrie natürlich in dramatischer Weise und die belastete Güte  $Q_L$  kann dann nicht mehr einfach über die Gleichung  $Q_L = Q_0 / (1 + K)$  aus den gemessenen Größen  $Q_0$  und  $K$  ausgerechnet werden, da der Koppelfaktor  $K$  nun nicht mehr konstant sein kann, sondern im Gegenteil sich sehr stark ändert, je nachdem an welcher Stelle die Felder gemessen werden. Ein weiterer Mangel bei beiden Methoden ist, daß über diese Methoden weder die longitudinale noch die transversale Shuntimpedanz bestimmt werden kann.

Ein Ausweg aus diesem Dilemma war die Anwendung zweier neuer Meßmethoden, die Antennenmethode und die nichtresonante Störkörpermethode. Diese beiden Methoden beruhen im Gegensatz zu den ersten beiden Methoden auf einer direkten Bestimmung der Feldpegel bzw. der transversalen Shuntimpedanz im bedämpften Resonator was den Vorteil hat, daß im Resonator genau das Feld bzw. die Shuntimpedanz vermessen wird, welches die Teilchen bei der Durchquerung des Resonators auch tatsächlich sehen. Die Antennenmethode war eine komplette Neuentwicklung, während es sich bei der nichtresonante Störkörpermethode um die Anwendung einer seit 1966 bekannten, jedoch in Vergessenheit geratenen Theorie handelte.

Beide Meßmethoden konnten am Beispiel eines im Bezug auf die  $TM_{110}$ -Mode (Frequenz bei ca. 3.2 GHz) sehr stark bedämpften Zylinderresonators (Die Frequenz der  $TM_{010}$ -Mode lag bei ca. 2.049 GHz) erfolgreich getestet werden. Die durch das Dämpfungssystem belastete Güte  $Q_L$  war hier ca. 10.

Bei der Bestimmung der longitudinalen elektrischen Feldstärken bzw. der longitudinalen Shuntimpedanz der  $TM_{110}$ -Mode in Abhängigkeit vom axialen Abstand vor und nach der Bedämpfung konnten zunächst folgende Feststellungen gemacht werden:

1) Die Modengeometrie im ungedämpften- und gedämpften Fall unterscheiden sich sehr stark voneinander. Dadurch mißt man verschiedene Koppelfaktoren, je nachdem

an welcher Stelle man die Felder mißt.

2) der maximal gemessene Koppelfaktor liefert über die Gleichung  $Q_L = Q_0 / (1 + K)$  die richtige belastete Güte  $Q_L$ .

3) Der höchste Koppelfaktor wurde bei der Feldmessung in einem Achsenabstand vom halben Radius des Zylinderresonators gemessen.

Da die beiden Meßmethoden das Verhältnis der elektrischen Feldstärkequadrate in Abhängigkeit vom Meßort vor und nach der Bedämpfung liefern, konnte die zweite Feststellung nur durch eine Kontrollmessung mit Hilfe der Kurzschlußschiebermethode, die hier dank des einfachen Aufbaus leicht durchführbar war, gemacht werden. Die Kurzschlußschiebermessung lieferte eine Güte  $Q_L \approx 9$ , während der höchste bzw. der niedrigste mit den beiden neuen Meßmethoden ermittelte Koppelfaktor mit einer Güte von  $Q_L \approx 11$  bzw. mit einer Güte von  $Q_L \approx 14$  korrespondierte, d.h. also, daß der höchste gemessene Koppelfaktor für dieses Dämpfungssystem die richtige Resonatorgüte liefert. Anhand eines zweizelligen Resonators (Die Frequenz der  $TM_{010} - 2\pi/3$ -Beschleunigermode lag bei ca. 2.35 GHz) mit beidseitig geschlitzter Irisblende als Dämpfungssystem für die  $HEM_{11} - \pi$ -Mode (ca. 3.5 GHz) konnte gezeigt werden, daß die zweite Feststellung eine Gesetzmäßigkeit bei spiegelsymmetrischen Dämpfungssystemen ist. Im Unterschied zum Zylinderresonator wurde der höchste mit der richtigen bedämpften Güte  $Q_L \approx 37$  korrespondierend Koppelfaktor  $K \approx 153$  jedoch direkt auf der Resonatorachse gemessen. Die bedämpfte Güte wurde auch hier wieder mit Hilfe der Kurzschlußschiebermethode kontrolliert.

Ein sehr interessantes Verhalten zeigte der gleiche zweizellige Resonator mit einseitig geschlitzter Irisblende als Dämpfungssystem. Hier korrespondierte der in der Nähe der Resonatorwand gemessene niedrigste Koppelfaktor mit der bedämpften Güte  $Q_L \approx 230$  des Resonators. In Achsennähe hingegen war der Koppelfaktor etwa dreimal höher,  $K \approx 82$ , als aus der Güteerniedrigung  $K \approx 35$  nach der Dämpfung hervorgegangen wäre, die transversale Shuntimpedanz ist also auch etwa um den Faktor 3 erniedrigt. Durch dieses Verhalten ist der einseitig bedämpfte Resonator für die Verwendung bei einem linearen Kollider im S-Band (hier muß nicht so stark bedämpft werden) interessant geworden, denn wenn nur wenige Zellen einer Beschleunigersektion mit einem Dämpfungssystem ausgerüstet werden müssen, ist es wichtig in diesen Zellen ein effektives Dämpfungssystem bei Gewährleistung eines einwandfreien Transports der Feldenergie der  $HEM_{11} - \pi$ -Mode in diese gedämpften zu haben. Das funktioniert einerseits nur, wenn sich die Resonanzfrequenz der gedämpften Zellen in Bezug auf die  $HEM_{11} - \pi$ -Mode auf die Resonanzfrequenz der benachbarten ungedämpften Zellen einstellen läßt und andererseits die mit einer Dämpfung einhergehende schlechtere Anregungsfähigkeit dieser Störmode in den gedämpften Zellen nicht zu schlecht ist. Bei einer zu starken Dämpfung wäre beides nicht möglich.

Zusammenfassend kann man sagen, daß durch die Antennen- und die nichtresonante Störkörpermethode ein für die Entwicklung von störmodenbedämpften Beschleunigerresonatoren für zukünftige lineare Kollider und natürlich auch anderer Elektronenbeschleuniger sehr wirksames Instrument zur Verfügung steht. Ein detailliertes Design eines für einen bestimmten Beschleuniger passenden Dämpfungssystems ist mit Hilfe dieser Meßmethoden möglich geworden, da kleine Unterschiede zwischen

verschiedenen Ausführungen von Dämpfungssystemen meßbar sind. Durch die bei der Anwendung der Meßmethoden auf unterschiedliche bedämpfte Resonatoren gefundenen Gesetzmäßigkeiten ist unter anderem auch die Frage geklärt worden, auf welche Weise ein Dämpfungssystem auch auf numerischem Wege mit Hilfe von Computerprogrammen wie z.B. MAFIA berechnet werden kann.

---

## Wakepotentiale und Verlustfaktor

Gewöhnlich ist der integrale Effekt von Wakefeldern einer Ladung  $q$  auf eine folgende Testladung  $Q$ , wenn beide eine Struktur durchqueren, von größerem Interesse, als die Details von Wakefeldern. Der integrale Effekt, gesehen vom Standpunkt der Testladung aus, auf einem zum Führungsteilchen parallelem Weg und im Abstand  $s$  vom Führungsteilchen, sind die longitudinalen und transversalen Wakepotentiale. Diese sind definiert durch:

$$W_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}', s) = -\frac{1}{q} \int_{-\infty}^{\infty} [E_z(\mathbf{r}, z-s, t)]_{t=\frac{z}{c}} dz \quad (1)$$

$$W_{\perp}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', s) = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{\infty} [\mathbf{E}_{\perp}(\mathbf{r}, z-s, t) + c(\mathbf{e}_z \times \mathbf{B})]_{t=\frac{z}{c}} dz \quad (2)$$

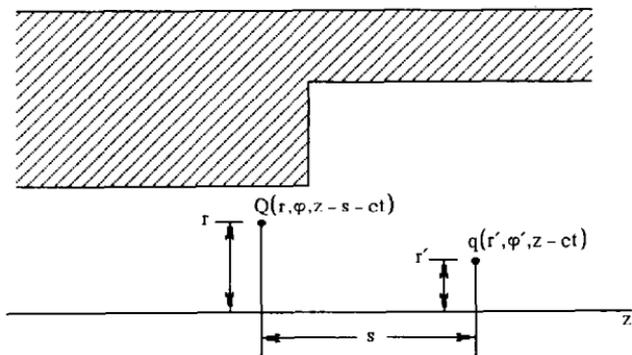


Abb. A1 Die Testladung  $Q$  folgt der führenden Ladung  $q$  im Abstand  $s$  durch eine zylindersymmetrische Struktur

Hierbei ist  $\mathbf{e}_z$  der Einheitsvektor in Bewegungsrichtung der beiden Ladungen, also parallel zur  $z$ -Achse. Die transversale Ablage der Ladung  $q$  und der Testladung  $Q$  von der  $z$ -Achse wird beschrieben durch die Vektoren  $\mathbf{r}'$  und  $\mathbf{r}$ . Im allgemeinen wird das Wakepotential eine Funktion von beiden Vektoren  $\mathbf{r}'$  und  $\mathbf{r}$  sein. Mit Hilfe des Wakepotentials (1) ist der longitudinale Impulsgewinn gegeben durch:

$$\Delta P_z = -\left(\frac{Qq}{c}\right) W_z(s) \quad (3)$$

Man beachte die Vorzeichenkonvention: Ein positives Wakepotential wirkt bremsend,

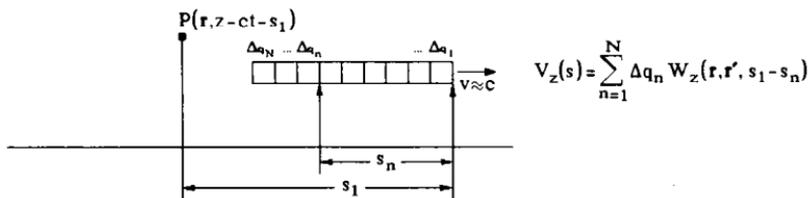
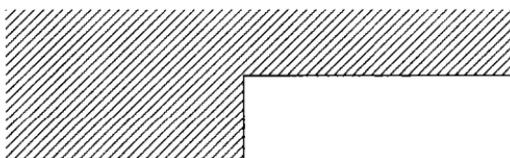
falls Q und q gleiches Vorzeichen haben. Der transversale Impulsgewinn der Testladung ergibt sich aus:

$$\Delta P_{\perp} = \frac{Qq}{c} W_{\perp}(s) \quad (4)$$

Für Teilchengeschwindigkeiten  $v \ll c$  ist das Wakepotential im allgemeinen eine Funktion der Teilchengeschwindigkeiten, und das Konzept der Wakepotentiale verliert an Brauchbarkeit. Die Anwendung der Gleichungen (3) und (4) verlangt also ausreichend relativistische Teilchen. Die Teilchenbahn durch eine Struktur darf unter der Einwirkung induzierter Wakefelder nicht sehr verschieden von der Teilchenbahn ohne Wakefelder sein.

Hat man einmal die Antwort des Systems auf eine Punktladung berechnet, können die Wakepotentiale als Greensfunktion zur Bestimmung der Potentiale innerhalb und hinter einer beliebigen Ladungsverteilung benutzt werden.

Es sei  $\lambda(s)$  die Ladung pro Längeneinheit. Die Wirkung einer ganzen Ladungsverteilung



**Abb. A2** Zur Berechnung des Wakepotentials eines Teilchenpaketes wird eine Aufteilung des Paketes in Teilladungen  $\Delta q$  vorgenommen über deren Einzelbeitrag dann summiert wird.

$\lambda(s)$  kann durch die Aufsummierung der Einzelbeiträge von Teilladungen  $\Delta q$  berechnet werden (Abb. A2):

$$V_z(s) = \sum_{n=1}^N \Delta q_n W_z(r, r', s_1 - s_n) = \sum_{n=1}^N \lambda(s_n) W_z(r, r', s_1 - s_n) (s_{n+1} - s_n) \quad (5)$$

Im Grenzübergang der infinitesimalen Unterteilung der Ladungsverteilung kann man

die Summe durch ein Integral ersetzen:

$$V_z(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s') W_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}', s-s') ds' \quad (6)$$

$V_z$  ist die Gesamtspannung, die ein Teilchenpaket im Abstand  $s$  hinter dem Kopf des Paketes beim durchqueren einer Struktur erzeugt hat. Dieses Potential wird zuweilen auch Bunchpotential genannt. Für das transversale Bunchpotential berechnet man nach dieser Methode:

$$\mathbf{V}_\perp(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s') \mathbf{W}_\perp(\mathbf{r}, \mathbf{r}', s-s') ds' \quad (7)$$

Der gesamte Energieverlust eines Teilchenpaketes durch Wakepotentiale beim durchqueren einer Struktur ist:

$$\Delta U = \sum_{n=1}^N \Delta q_n V_z(s_n) = \sum_{n=1}^N \lambda(s_n) V_z(s_n) (s_{n+1} - s_n) \quad (8)$$

oder im Grenzübergang:

$$\Delta U = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s) V_z(s) ds \quad (9)$$

Mit Hilfe des Energieverlustes  $\Delta U$  wird eine, wie wir später noch sehen werden, sehr nützliche Größe definiert, der sogenannte Verlustfaktor  $k_v$ :

$$k_v = \frac{\Delta U}{q^2} \quad (10)$$

Analog zum longitudinalen Verlustfaktor ist der radiale Verlustfaktor definiert durch:

$$\mathbf{k}_\perp = \frac{1}{q^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s) \mathbf{V}_\perp(s) ds \quad (11)$$

Der gesamte transversale Impulsgewinn, den eine Ladungsverteilung beim durchqueren einer Struktur erfährt, läßt sich dann durch:

$$\Delta \mathbf{p}_\perp = \frac{q^2}{c} \mathbf{k}_\perp \quad (12)$$

berechnen.

## Störkörpertheorie

## 1 Störkörperformel für den Fall einer Wandstörung

Es ist eine bekannte Tatsache, daß eine Änderung der Randbedingungen eines Hohlraumresonators die Feldverteilung ändert und somit auch die Resonanzfrequenz. Mit einer Änderung der Randbedingungen ist zum Beispiel das Eindellen der Wand gemeint. Hat die Wandstörung bekannte Eigenschaften, so ist es möglich die Felder des ungestörten Resonators aus der Frequenzänderung abzuleiten. Wir wollen nun eine Formel ableiten, welche die Frequenzänderung des ungestörten Hohlraumresonators in Relation mit den ungestörten Feldern am Ort der Störung setzt. Die Störung der Randbedingungen sei durch eindrücken der ideal leitenden Wand des Hohlraumresonators entstanden (Abb. A3).

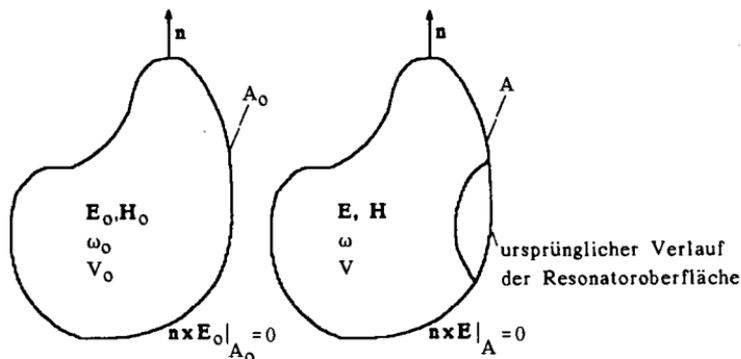


Abb. A3 Ursprüngliche und deformierte Resonatoroberfläche

Dabei bedeuten:

- $E_0, H_0$  bzw.  $E, H$  := Felder des ungestörten bzw. gestörten Resonators  
 $\omega_0$  bzw.  $\omega$  := ungestörte bzw. gestörte Resonanzfrequenz  
 $A_0$  bzw.  $A$  := Oberfläche des ungestörten bzw. des gestörten Resonators  
 $V_0$  bzw.  $V$  := Volumen des ungestörten bzw. des gestörten Resonators  
 $n$  := Oberflächennormale

Wir schreiben die Maxwell'schen Gleichungen für den gestörten Resonator auf:

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \mathbf{H} &= i\omega \epsilon \mathbf{E} & | & \mathbf{E}_0^* \\
 \nabla \times \mathbf{E} &= -i\omega \mu \mathbf{H} & | & \mathbf{H}_0^*
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

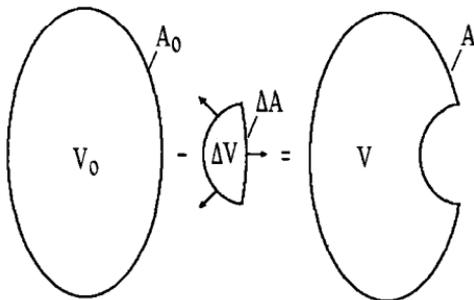
Nach Multiplikation der Gleichungen mit dem jeweils daneben stehenden Faktor, Umformung und Integration über das Resonatorvolumen  $V$  erhält man:

$$\oint_A (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) \cdot \mathbf{n} dA + i\omega_0 \int_V \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV = i\omega \int_V \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV \quad (14)$$

$$\oint_A (\mathbf{E} \times \mathbf{H}_0^*) \cdot \mathbf{n} dA - i\omega_0 \int_V \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV = -i\omega \int_V \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV$$

Das Oberflächenintegral der zweiten Gleichung verschwindet wegen  $(\mathbf{n} \times \mathbf{E})|_A = 0$ , das Oberflächenintegral der ersten Gleichung kann aufgrund von

$$\oint_A (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) \cdot \mathbf{n} dA = \oint_{A_0} (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) \cdot \mathbf{n} dA - \oint_{\Delta A} (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) \cdot \mathbf{n} dA \quad (15)$$



umgeschrieben werden. Das Oberflächenintegral über  $A_0$  verschwindet auch hier. Es bleiben die beiden Gleichungen:

$$-\oint_{\Delta A} (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) \cdot \mathbf{n} dA + i\omega_0 \int_V \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV = i\omega \int_V \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV \quad (16)$$

$$i\omega_0 \int_V \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV = i\omega \int_V \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV$$

oder:

$$i\omega_0 \oint_{\Delta A} (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) \cdot \mathbf{n} dA + \omega_0^2 \int_V \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV = \omega^2 \int_V \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV \quad (17)$$

Für das Oberflächenintegral der ersten Gleichung gibt es eine einfache Erklärung: An der Stelle der Eindellung müssen die Felder  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  verschwinden. Um das zu erreichen muß ein Oberflächenstrom  $-(\mathbf{n} \times \mathbf{H})$  entgegen dem Oberflächenstrom an der ungestörten Resonatorwand fließen. Unter Benutzung von:

$$\nabla \cdot (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) = \mathbf{E}_0^* \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) - \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}_0^*) = i\omega \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* - i\omega_0 \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* \quad (18)$$

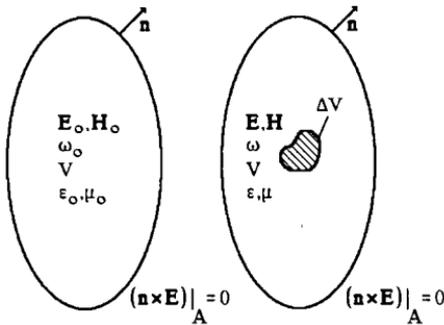
kann man schließlich schreiben:

$$i\omega_0 \int_{\Delta V} \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV - i\omega \int_{\Delta V} \epsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV + i\omega_0 \int_V \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV = i\omega \int_V \epsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV \quad (19)$$

Ersetzt man das Volumenintegral auf der rechten Seite mit Hilfe der zweiten Gleichung, so erhält man endgültig:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = \frac{\omega_0^2 \int_{\Delta V} \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV - \omega \omega_0 \int_{\Delta V} \epsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV}{\int_V \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV} \quad (20)$$

## 2 Störkörperformel bei Einbringen eines dielektrischen Störkörpers



Wie beim vorhergehenden Beispiel schreiben wir wieder die Maxwell'schen Gleichungen für den gestörten Resonator auf. Nach Umformung und anschließender Integration über das Resonatorvolumen  $V$  erhält man:

$$\oint_A (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) \cdot \mathbf{n} dA + i\omega_0 \int_V \mu_0 \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV = i\omega \int_V \epsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV \quad (21)$$

$$\oint_A (\mathbf{E} \times \mathbf{H}_0^*) \cdot \mathbf{n} dA - i\omega_0 \int_V \epsilon_0 \mathbf{E}_0^* dV = -i\omega \int_V \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV$$

Im Gegensatz zum vorhergehenden Fall verschwinden nun beide Oberflächenintegrale

wegen  $(\mathbf{n} \times \mathbf{E})|_A = 0$ . Die beiden Gleichungen können dann in der Form:

$$i\omega_0 \int_V \mu_0 \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV = i\omega \int_V \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV + i\omega \int_V \mathbf{P} \cdot \mathbf{E}_0^* dV \quad \text{mit } \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (22)$$

$$i\omega_0 \int_V \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV = i\omega \int_V \mu_0 \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_0^* dV + i\omega \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_0^* dV \quad \text{mit } \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}$$

aufgeschrieben werden. Setzen wir die beiden Gleichungen ineinander ein, so erhält man:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = - \frac{\omega^2 \int_V \mathbf{P} \cdot \mathbf{E}_0^* dV + \omega \omega_0 \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_0^* dV}{\int_V \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* dV} \quad (23)$$

## 11 Literaturverzeichnis

- [1] PALMER, R. B.: 'Prospects for high energy  $e^+e^-$  linear colliders'. SLAC-PUB-5195, 1990
- [2] LAWSON, J. D.: 'Linear collider constraints: some implications for future accelerators'. CERN 85-12, August 1985 und CLIC Note 1
- [3] SCHNELL, W.: 'Research and Development for a CERN LINEAR COLLIDER'. CERN-LEP-RF/87-58, 1987  
oder siehe auch
- [4] SCHNELL, W. CERN-LEP-RF/86-06 und CERN-LEP-RF/86-27, 1986
- [5] PALMER, R. B.: 'Damped acceleration cavities'. SLAC-PUB-4542, Juli 1988
- [6] TAKEDA, S. et al., Particle Accelerators, 30(1990)1101
- [7] TAKATA, K., Proc. First Workshop on JAPAN LINEAR COLLIDER (JLC), KEK, October 24-25, 1989
- [8] BANE K. L. F., WILSON P. B. and WEILAND T.: 'Wake Fields and Wake Field Acceleration'. in Physics of High Energy Particle Accelerators, M. Month, Per F. Dahl, and M. Dienes, eds. (AIP Conf. Proc. No. 127, New York, 1985), pp. 875-928, ebenfalls erhältlich als SLAC-PUB-3528, 1984
- [9] WILSON, P. B.: 'Introduction to Wakefields and Wake Potentials'. SLAC-PUB-4547, SLAC/AP-66, Januar 1989
- [10] PALMER, R. B.: 'The Interdependence of Parameters for TeV Linear Colliders'. SLAC-PUB-4295, April 1987
- [11] FARKAS, Z. D. and WILSON, P. B.: 'Comparison of High Group Velocity Accelerating Structures'. SLAC-PUB-4088, Februar 1987
- [12] BALAKIN V., NOVOKHATSKII A., SMIRNOV V., Proceedings of the 12th Int. Conf. on High Energy Accelerators, Fermilab (1983)
- [13] BALAKIN V. E., NOVOKHATSKII A. V.: 'Beam Dynamics in VLEPP Linear Accelerator'. Presented at the Int. Conf. on High Energy Accelerators, Novosibirsk, USSR, August 7-11, 1986, ist erhältlich als SLAC-TRANS-0223, Oktober 1986
- [14] PANOFSKY, W. K. H., and WENZEL, W. A.: 'Some considerations concerning the transverse deflection of charged particles in radio-frequency fields'. Rev. Sci. Instrum., 1956, 27, p.976
- [15] DERUYTER, H., et al.: 'Damped Acceleration Cavities'. SLAC-PUB-4542, 1988
- [16] HERMINGHAUS, H.: 'Beam Blowup- allgemeine Einführung und spezielle Diskussion für RTM's '. INTERNE NOTIZ, MAMI 4/77, INSTITUT FÜR KERNPHYSIK DER UNIVERSITÄT MAINZ, 9. 11. 1977
- [17] BANE, K. L. F.: 'Wakefield effects in a linear collider'. AIP Conf. Proc. No. 153, New York, 1987), pp. 80-121, ebenfalls erhältlich als SLAC-PUB-4169, 1986
- [18] HENKE, H.: 'Wakefields in a 30 GHz radio-frequency linac'. CERN-LEP-RF/87-36, 1987
- [19] CHAO, A. W., RICHTER, B., YAO, C. Y.: 'Beam emittance growth cause by transverse deflecting fields in a linear accelerator'. Nuclear Instruments and Methods, No. 178, pp. 1-8, 1980

- [20] THOMPSON, K. A., RUTH, R. D.: 'Controlling transverse multibunch instabilities in linacs of high-energy linear colliders'. *Physical Review*, Volume 41, Number 3, 1. Februar 1990, pp. 964-977, ebenfalls erhältlich als SLAC-PUB-4537, SLAC/AP-64, April 1988
- [21] HELM, R. H., and LOEW, G. A.: 'Beam Breakup'. *Linear accelerators*, eds. P. M. Lapostolle and A. L. Septier, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1970
- [22] CHIPMAN, R. A.: 'A resonance curve method for the absolute measurement of impedance at frequencies of the order of 300 Mc'. *Journal of Applied Physics*, Volume 10, pp. 27-38, Januar 1939
- [23] MEIER, A. S., SUMMERS, W. P.: 'Measured impedance of vertical antennas over finite ground planes'. *Proceedings of the I.R.E.*, Juni 1949, pp. 609-616
- [24] KUMMER, M.: 'Grundlagen der Mikrowellentechnik'. VEB Verlag Technik Berlin, 1. Auflage, 1986
- [25] SLATER, J. C.: 'Microwave electronics'. D. Van Nostrand Company, Inc., New York, März 1950
- [26] WILSON, P. B., Private Mitteilungen, SLAC, Dezember 1990
- [27] WEILAND, T.: 'On the computation of resonant modes in cylindrically symmetric cavities'. *Nuclear Instruments and Methods*, 216, pp. 329-348, Januar 1986
- [28] Maier, L. C., Slater, J. C.: 'Field strength measurements in resonant cavities'. *Journal of Applied Physics*, Volume 23, Nr. 1, Januar 1952
- [29] HERMINGHAUS, H. and EUTENEUER, H.: 'Beam blowup in Race Track Mikrotrons'. *Nuclear Instruments and Methods*, 163, pp. 299-308, 1979
- [30] SUNDELIN, R. M. et al., *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **NS-24**, 1686, 1977
- [31] TAKATA, KOJI: 'The Japan Linear Collider'. *Proceedings of the 1990 Linear Accelerator Conference*, September 10-14, 1990, Albuquerque, New Mexico, pp. 13-17
- [32] HIGO, T. et al.: 'X-Band accelerating structure for the Japan Linear Collider'. *Proceedings of the 1990 Linear Accelerator Conference*, September 10-14, 1990, Albuquerque, New Mexico, pp. 147-149
- [33] HÜLSMANN, P., KURZ, M., KLEIN, H., SCHEMPP, A.: 'Damping of higher-order modes in electron linacs'. *Proceedings of the 1990 Linear Accelerator Conference*, September 10-14, 1990, Albuquerque, New Mexico, pp. 147-149
- [34] KROLL, NORMAN M., YU, DAVID U. L.: 'Computer determination of the external Q and resonant frequency of waveguide loaded cavities'. *Particle Accelerators*, Vol. 34, pp. 231-250
- [35] VÖLKER, F., LAMBERTSON, G., and RIMMER, R.: 'Higher order mode damping in a pill box cavity'. *IEEE Particle Accelerator Conference*, San Francisco, Californien, May 6-9, 1991, Abs. HRA22
- [36] HÜLSMANN, P., KURZ, M., KLEIN, H.: 'Experimental determination of field strength and quality factor of heavily damped accelerator cavities'. *Electronics Letters*, Vol. 27, No. 19, pp. 1727-1729, September 12, 1991
- [37] MAIER, L. C., and SLATER, J. C.: 'Field strength measurements in resonant cavities'. *Journal of Applied Physics*, Vol. 23, No 1, pp. 68-76, Januar 1952
- [38] STEELE, C. W.: 'A nonresonant perturbation theory'. *IEEE Trans., Theory and Technology*, 1966, **MTT-14**, (2), pp. 70-74

- [39] CONDON, E. U.: 'Forced oscillations in cavity resonators'. Journal of Applied Physics, Vol. 12, pp. 129-132, Februar 1941
- [40] LOEW, G. A., NEAL, R. B.: 'Accelerating structures'. Linear accelerators, eds. P. M. Lapostolle and A. L. Septier, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1970
- [41] JACKSON, JOHN DAVID: 'Klassische Elektrodynamik'. Berlin; New York: de Gruyter 1981
- [42] UNGER, H. G.: 'Elektromagnetische Theorie für die Hochfrequenztechnik'. Dr. Alfred Hüthig Verlag GmbH Heidelberg, 1981, (ELTEX), Teil II
- [43] KNAPP, E. H.: 'High energy structures'. Linear accelerators, eds. P. M. Lapostolle and A. L. Septier, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1970
- [44] HERMINGHAUS, H.: 'Physikalische Prinzipien der Hochfrequenzbeschleuniger'. Vorlesungsskriptum für das Wintersemester 1986/87, Institut für Kernphysik der Johannes Gutenberg Universität Mainz
- [45] KLEIN, RAINER: 'Messung der Shuntimpedanz und der Feldasymmetrie von Beschleunigerresonatoren, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik der Johannes Gutenberg Universität Mainz, 1981
- [46] WEILAND, T. and ZOTTER B.: 'Wake potentials of a relativistic current in a cavity'. Particle Accelerators, Vol. 11, No. 3, 1981, Gordon and Breach, Science Publishers, New York/London/Paris
- [47] WEILAND, T., WANZENBERG, R.: 'Wake fields and impedances'. DESY Report, DESY M-91-06, May 1991, 2000 Hamburg, Notkestraße 85
- [48] HENKE, H.: 'Wake fields in a 30 [GHz] radio-frequency linac'. CERN-LEP-RF/87-36
- [49] RUTH, R. D.: 'Workshop on the physics of linear colliders'. Capri, Italien, 1988; Report No. SLAC-PUB-4541
- [50] UNGER, H. G.: 'Elektromagnetische Theorie für die Hochfrequenztechnik'. Dr. Alfred Hüthig Verlag GmbH Heidelberg, 1981, (ELTEX), Teil I
- [51] R&D Program for the Development of a 500 GeV to 1000 GeV S-Band Linear Collider, DESY, Juni 1992, 2000 Hamburg, Notkestraße 85
- [52] A Proposal to Construct and Test Prototype Superconducting R.F. Structures for Linear Colliders, DESY, Februar 1992, 2000 Hamburg, Notkestraße 85
- [53] AMALDI, U., Physics Letters, 61B, 1976, p. 313
- [54] BALAKIN, V. E., BUDKER, G. I., SKRINSKI, A. N., Novosibirsk preprint, 1978, pp. 78-101. Pres. at Int. Sem. on Prob. on high Energy and Controlled Nucl. Fusion, Novosibirsk, 1978
- [55] LOEW, G. A.: 'Some issues involved in designing a 1 TeV (c.m.)  $e^+e^-$  linear collider using conventional technology', SLAC-PUB-3892, Februar 1986, Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, Stanford, California/USA, 94305
- [56] WEILAND, T.: 'On the unique numerical solution of maxwellian eigenvalue problems in three dimensions', DESY Report, DESY 84-111, November 1984, 2000 Hamburg, Notkestraße 85
- [57] HÜLSMANN, P., KURZ, M., GLOCK, H.-W., KLEIN, H.: 'Determination of field strength and quality factor of heavily HOM damped accelerator cavities', Proceedings of the 1992 third European Particle Accelerator Conference, 24-28 März, 1992, Berlin, Volume 2, pp. 1307-1309



Meinem Doktorvater, Herrn Professor Dr. Horst Klein, möchte ich herzlich danken, daß er die vorliegende Arbeit möglich gemacht, und durch seine Ideen und Ratschläge ganz wesentlich zum Gelingen beigetragen hat.

Mein besonderer Dank gilt meinem Kollegen Dipl. Physiker Martin Kurz, ohne dessen stete Bereitschaft zu Diskussionen und aktivem Mitwirken die vorliegende Arbeit in dieser Form nicht denkbar wäre. Speziell möchte ich ihm für die mir über viele Jahre der engen Zusammenarbeit entgegengebrachten Kameradschaft danken.

Bei meinem alten Lehrer, Herrn Professor Dr. Peter Junior, möchte ich mich für die wichtigen praktischen und theoretischen Ratschläge bedanken aber vor allem auch für die vielen für mich sehr wichtigen Ermunterungsversuche in schwierigen Zeiten.

Dem Leiter der LEP-Division und des Kolliderprojekts am CERN Herrn Wolfgang Schnell sowie Herrn Professor Dr. Heino Henke, TU-Berlin, danke ich für die Ermöglichung eines sechsmonatigen Aufenthaltes am Europäischen Kernforschungszentrum CERN in Genf. Durch die Zusammenarbeit mit Professor Dr. Heino Henke am CLIC-Projekt bin ich in die Theorie und Praxis der HF-Technik und vor allem in moderne Problemstellungen bei der Resonatorentwicklung für einen linearen Kollider eingeführt worden, wofür ich ihm danke.

Herrn Dr. Horst Deitinghoff danke ich für seine vielen praktischen Hilfestellungen.

Der Institutswerkstatt unter Leitung von Herrn Mechanikermeister Günther Hausen danke ich für die Unterstützung bei der Konstruktion und für die sorgfältige Ausführung der in Auftrag gegebenen Arbeiten

Weiterhin danke ich allen Mitarbeitern des Instituts für Angewandte Physik für das mir entgegengebrachte freundschaftliche Verhältnis.