Schätzung von Fahrzeugparametern auf Basis der Sensordatenfusion

Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt am Main

> von Jacek Zaranek aus Laurahütte/Polen

Frankfurt 22. März 2010



vom Fachbereich Physik der Johann Wolfgang Goethe-Universität als Dissertation angenommen.

Dekan: Prof. Dr. Dirk-Hermann Rischke

Gutachter: Prof. Dr. Roland Tetzlaff, Prof. Dr. Hartmut Roskos, Prof. Dr. Viktor Krozer

Datum der Disputation: 15.02.2010 iii

Inhaltsverzeichnis

Vorwort und Danksagung ix					
1	Einleitung 1				
2	Pro	blembeschreibung 5			
3	Kra	aftfahrzeugtechnik			
	3.1	Koordinatensystem	9		
	3.2	Fahrwerk	10		
	3.3	Vertikaldynamikmodell	15		
		3.3.1 Dynamische Modelle	29		
		3.3.2 Stationäres Modell	31		
		3.3.3 Bestimmung von Δh	33		
	3.4	Mechatronische Systeme im Fahrwerk	40		
		3.4.1 Elektronisches Stabilitätsprogramm	40		
		3.4.2 Luftfederung	42		
	3.5	Generierung und Aufzeichnung von Daten	45		
		3.5.1 Simulation	46		
		3.5.2 Messfahrten	49		
4	\mathbf{Sch}	ätzverfahren	51		
	4.1	Beobachtbarkeit			
	4.2	Schätzalgorithmen			

5	Sch	4.2.1 4.2.2 4.2.3 werpur dell	Diskretisierung	34 35 72 31
	5.1	Validie	erung des Schätzalgorithmus mit Daten aus der	
		FADY	S-Simulation \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	32
		5.1.1	Simulation ohne Steuergeräte	36
		5.1.2	Simulation mit Steuergeräten	39
6	Sch	werpur	nkthöhenschätzung mit dem stationärem	
	Mo	dell		95
	6.1	Validie	erung des Schätzalgorithmus mit Daten aus der	
		FADY	S-Simulation ohne Steuergeräte	97
		6.1.1	Berechnung der Federkräfte	98
		6.1.2	Abschätzung des systematischen Fehlers	99
		6.1.3	Klassifikation der Fahrsituationen 10	00
		6.1.4	Ergebnisse)2
	6.2	Validie	erung des Schätzalgorithmus mit Daten aus der	
		FADY	S-Simulation mit Steuergeräten 10)4
		6.2.1	Berechnung der Federkräfte 10)4
		6.2.2	Abschätzung des systematischen Fehlers 10)5
		6.2.3	Klassifikation der Fahrsituationen 10)7
		6.2.4	Ergebnisse)9
	6.3	Validie	erung des Schätzalgorithmus mit Daten aus den	
		Messfa	hrten	12
		6.3.1	Bestimmung des Drucks in den Gummibälgen	
			der Luftfeder	15
		6.3.2	Bestimmung von Fahrzeugparametern	24
		6.3.3	Abschätzung des systematischen Fehlers bei	
			der Berechnung der Masse m_g , des Produkts	20
		C 9 4	$m_g \Delta h$ und der Achslastdifferenz ΔF	28 45
		6.3.4 C.2.5	Klassifikation der Fahrsituationen	45 47
		0.3.5	Ergeonisse	±7

vi

INHALTSVERZEICHNIS

7	\mathbf{Zus}	ammenfassung und Ausblick	155		
8	Anhang				
	8.1	Ergänzung zur Untersuchung der Beobachtbarkeit des			
		Modells zur Schätzung des Trägheitsmoments, des			
		Produkts $m_q \Delta h$ sowie der Feder- und Dämpferkon-			
		stanten	159		
	8.2	Abkürzungen und besondere Bezeichnungsweisen $\ .$.	161		
•	T • 4		105		
9	Literaturverzeichniss 165				

vii

Vorwort und Danksagung

Die vorliegende Arbeit wurde im September 2009 von der Universität Frankfurt am Main als Dissertation angenommen. Sie entstand während meiner Tätigkeit bei der DaimlerChrysler AG.

Ich möchte mich an dieser Stelle bei all denen bedanken, die zum erfolgreichen Abschluss meiner Arbeit beigetragen haben. Besonderer Dank gilt Prof. Dr. Roland Tetzlaff, Prof. Dr. Hartmut Roskos, Horst Brauner, Tristan Klemm, Dr. Helmut Müller und meinen Eltern sowie meinem Bruder.

Kapitel 1

Einleitung

Die meisten heutzutage hergestellten Fahrzeuge sind mit einer Vielzahl elektronischer Systemen ausgestattet [1], die dazu dienen, die Sicherheit des Fahrzeugs, die Fahrdynamik und den Komfort zu verbessern sowie den Kraftstoffverbrauch zu reduzieren. Nicht alle diese Systeme funktionieren optimal. So können die meisten nur dann effizient arbeiten, wenn die Informationen, die sie über die Fahrzeugparameter, die Fahrsituation und die Umgebung des Fahrzeugs erhalten, aktuell sind. Viele dieser Informationen werden aus Messwerten verschiedener Sensoren gewonnen. Je mehr Informationen erfasst werden und je genauer sie sind, desto präziser können die Systeme den jeweiligen Gegebenheiten angepasst werden, was zur Verbesserung der Fahrzeug- und Fahreigenschaften führt.

Eine direkte Messung aller wichtiger Größen ist jedoch nicht möglich, da manche nicht oder nicht mit ausreichender Genauigkeit mit einem Sensor erfassbar sind. Einige Informationen über nicht direkt messbare Größen können durch die Zusammenführung von Informationen mehrerer Sensormesswerte, also durch die Fusion von Sensordaten, gewonnen werden.

Ein wichtiger Fahrzeugparameter, der nicht direkt gemessen werden kann, ist die Schwerpunkthöhe des Fahrzeugs. Die Schwerpunkthöhe

eines Fahrzeugs ist nicht konstant, sie variiert in Abhängigkeit von der Beladung und Ausstattung des Fahrzeugs um mehrere Zentimeter. Die Information über die aktuelle Lage des Schwerpunkts könnte zur Verbesserung der Fahrzeugeigenschaften genutzt werden, da sich die Lage des Schwerpunkts stark auf das Fahrverhalten auswirkt. Fahrzeuge mit hohem Schwerpunkt neigen prinzipiell eher zum Kippen als solche, bei denen der Schwerpunkt tiefer liegt. Daher ist die Schwerpunkthöhe ein kritischer Parameter bei der Abstimmung von Systemen zur Regelung der Fahrdynamik (z.B. dem elektronischen Stabilitätssystem ESP). Wird ein zu kleiner Wert für diese Größe angenommen, dann kann in bestimmten Fahrsituationen das Fahrzeug instabil werden und umkippen. Ein zu großer Wert für die Schwerpunkthöhe führt dazu, dass das Fahrdynamikregelsystem das Fahrzeug unnötig abbremst, wodurch dieses an Agilität verliert. Wie stark das Interesse daran ist, eine Methode zu finden, mit der die aktuelle Lage des Schwerpunkts während der Fahrt ermittelt werden kann, zeigt die große Anzahl von Patenten [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8] zu diesem Thema. Kein in diesen Patenten beschriebenes Verfahren hat jedoch – aus Gründen, die im folgenden Kapitel erläutert werden – eine Verwendung im PKW gefunden.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein Verfahren zu entwickeln, das die Messwerte der in einem Fahrzeug vorhandenen Sensoren zusammenführt und daraus die Schwerpunkthöhe berechnet. Die Berechnung soll dabei so genau sein, dass das Fahrdynamikregelsystem eines PKWs an die aktuelle Schwerpunkthöhe angepasst werden kann.

Um ein derartiges Verfahren zu entwickeln, soll ein Fahrzeugmodell hergeleitet werden, das den Zusammenhang zwischen der Schwerpunkthöhe und den Messwerten der Sensoren herstellt. Da diese Messwerte üblicherweise mit Fehlern behaftet sind, soll ein Schätzalgorithmus entworfen werden, der den Einfluss dieser Fehler minimiert. Schließlich soll überprüft werden, ob das so erhaltene Verfahren korrekte Werte für die Schwerpunkthöhe liefert. Dazu müssen Messfahrten und Simulationen durchgeführt werden, bei denen Sensormesswerte aufgezeichnet werden. Aus diesen Werten

soll die Schwerpunkthöhe berechnet und der so bestimmte Wert mit dem tatsächlichen verglichen werden.

Kapitel 2

Problembeschreibung

Der Marktanteil der geländegängigen Fahrzeuge hat in den letzten Jahren stetig zugenommen. Bedingt durch die Anforderungen, die an diese Fahrzeuge gestellt werden, ist die Lage des Schwerpunkts bei solchen Fahrzeugen höher als bei Fahrzeugen, die nur auf ausgebauten Straßen zum Einsatz kommen. Nun hat die Schwerpunktslage Auswirkungen auf das fahrdynamische Verhalten des Fahrzeugs: Je höher sich der Schwerpunkt befindet, desto größer sind die Auswirkungen der Querbeschleunigung, die das Fahrzeug z.B. bei einer Kurvenfahrt erfährt. Hohe Querbeschleunigungen können dazu führen, dass die kurveninneren Räder von der Straße abheben und dadurch das Fahrzeug schwer oder aber überhaupt nicht beherrschbar wird. Die Querbeschleunigung, bei der dies eintritt, definiert die Kippgrenze [9]. Diese nimmt mit steigender Höhe des Schwerpunkts ab. Damit die Fahrzeugräder nicht abheben und das Auto nicht in Kippgefahr gerät, verfügen viele Fahrzeuge heutzutage über elektronische Systeme, die dem entgegenwirken. In dem elektronischen Stabilitätsprogramm dieser Fahrzeuge wird hierfür eine Funktion implementiert, deren Wirkungsweise vereinfacht wie folgt beschrieben werden kann: Das System misst die aktuelle Querbeschleunigung und vergleicht diese mit dem vorher ermittelten und abgespeicherten Wert, ab dem

5

das Fahrzeug umzukippen droht. Nähert sich der gemessene Wert dem abgespeicherten, bremst das elektronische Stabilitätsprogramm das Fahrzeug ab.

Bei dem abgespeicherten Wert für die kritische Querbeschleunigung handelt es sich um einen Rechenwert, der unter der Annahme des ungünstigsten Falles, d.h. der höchstmöglichen Schwerpunktslage, berechnet worden ist. Die tatsächliche Schwerpunkthöhe kann jedoch bei vorteilhafter Beladung, Tankbefüllung und Zusammensetzung der Sonderausstattung deutlich tiefer liegen. In einem solchen günstigen Fall liegt die Kippgrenze des Fahrzeugs bei einer höheren Querbeschleunigung. Wäre das Fahrdynamikregelsystem also auf die tatsächliche Schwerpunkthöhe abgestimmt, so müsste es erst bei dieser Querbeschleunigung eingreifen, womit unerwünschte Bremseingriffe vermieden würden. Das würde zur Verbesserung der Agilität, einer wichtigen Fahrzeugeigenschaft, führen.

In der Vergangenheit wurden wiederholt Versuche unternommen, die aktuelle Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs während der Fahrt zu bestimmen. So beschreiben die Patente [2] und [3] ein Verfahren zur Ermittlung der Schwerpunkthöhe, das auf der Bestimmung der Eigenfrequenz der Karosserie basiert. Dieses Verfahren weist jedoch den Nachteil auf, dass im normalen Fahrbetrieb die Ermittlung der Eigenfrequenz des Fahrzeugaufbaus kaum möglich ist, da die Karosserie selten in ihrer Eigenfrequenz schwingt. Die Bewegung des Fahrzeugaufbaus ist nämlich eine von den Straßenunebenheiten angeregte erzwungene Schwingung. Außerdem liefert die Eigenfrequenz zunächst nur eine Aussage über das Trägheitsmoment. Der Zusammenhang zwischen dem Trägheitsmoment und der Schwerpunkthöhe ist jedoch nicht eindeutig. Des Weiteren sind Algorithmen zur Berechnung der Eigenfrequenz schwierig auf einem Steuergerät umzusetzen, da hierbei hohe Anforderungen an den Speicher und die Rechenleistung gestellt werden.

Auch bei anderen Verfahren tauchen Probleme auf. So wird in den Patenten [4, 5, 6, 7, 8] vorgeschlagen, die Momentenbilanz um die Quer- bzw. Längsachse des Fahrzeugs auszuwerten. Es werden dabei aber entweder Vorrichtungen zur Bestimmung von Reifenkräften

vorausgesetzt, die in keinem Fahrzeug serienmäßig eingebaut sind [4, 5, 6], oder es wird in [7, 8] vorgeschlagen, das Fahrzeug mit zusätzlichen Drucksensoren auszustatten, schließlich werden in [4, 5] vereinfachende Annahmen getroffen, die eine präzise Bestimmung des Schwerpunkthöhe nicht zulassen.

Der Gegenstand dieser Arbeit ist die Entwicklung eines neuartigen Verfahrens zur Schätzung der Schwerpunkthöhe, das diese Nachteile nicht aufweisen soll.

Dazu wurde ein physikalisches Fahrzeugmodell hergeleitet, das die Zusammenhänge zwischen den von den Sensoren gemessenen Werten mit Größen, die Informationen über die Schwerpunkthöhe enthalten, herstellt. Diese Größen lassen sich mit einem Schätzalgorithmus bestimmen. Wie später gezeigt wird, gehört zu diesen Größen jedoch nicht die Schwerpunkthöhe selbst. Deswegen ist ein weiterer Schritt erforderlich, bei dem verschiedene Ergebnisse des Schätzalgorithmus miteinander kombiniert werden. Es stellt sich heraus, dass die Schätzgenauigkeit für die Schwerpunkthöhe noch weiter gesteigert werden kann, wenn in einem letzten Schritt das Vorwissen über die Zusammenhänge zwischen den geschätzten Größen berücksichtigt wird.

Eine Schwierigkeit bei diesem Verfahren besteht darin, dass die Wahl des Modells und des Schätzverfahrens nicht eindeutig ist. Ein Modell sollte möglichst wenige Fahrzeugparameter enthalten, damit es leicht an verschiedene Fahrzeuge angepasst werden kann. Außerdem ist eine niedrige Parameteranzahl vorteilhaft, weil damit die Wahrscheinlichkeit, dass aufgrund unpräziser Parametervorgaben das Ergebnis verfälscht wird, geringer wird.

Das benutzte Schätzverfahren sollte überdies möglichst robust gegen Modellungenauigkeiten sein. Ferner sollte das Schätzverfahren vorgezogen werden, das weniger Speicherplatz und Rechenkapazität benötigt. Ein solches Verfahren kann in Fahrzeugen einfacher realisiert werden.

Die an das Modell und an das Schätzverfahren gestellten Forderungen stehen im Konflikt miteinander: Je weniger Parameter ein Modell enthält, desto mehr Größen müssen geschätzt werden. Mit steigender Zahl zu schätzender Größen verschlechtern sich aber die Eigenschaften des Schätzverfahrens. Die Anforderungen an die Rechenkapazität steigen, und bei ungünstiger Wahl der zu schätzenden Größen können ihre Werte nicht zuverlässig ermittelt werden.

Da es nicht möglich war, von vornherein zu entscheiden, welches Modell und Schätzverfahren die besten Ergebnisse liefert, wurden mehrere Modellvarianten untersucht. Als Ausgangspunkt für die Herleitung der verschiedenen Modellvarianten diente das im Abschnitt 3.3 beschriebene Vertikaldynamikmodell. Die einzelnen Modellvarianten wurden aus dem Vertikaldynamikmodell abgeleitet, indem dessen Komponenten das eine Mal als bekannte Parameter, das andere Mal als zu schätzende Zustände betrachtet wurden.

In Abhängigkeit von der Struktur der Modellgleichungen wurden verschiedene Schätzalgorithmen verwendet. In Rahmen dieser Arbeit wurden die rekursive Methode der kleinsten Fehlerquadrate (RLS) und das erweiterte Kalman-Filter (EKF) angewandt. Beide Schätzverfahren werden im Kapitel 4 beschrieben.

Der Algorithmus zur Schätzung der Schwerpunkthöhe wurde so entworfen, dass er auf bereits vorhandenen Steuergeräten realisiert werden kann und zu seiner Auswertung nur Signale der bereits im Fahrzeug eingebauten Sensoren verwendet werden. Damit wurde sichergestellt, dass der Algorithmus in den Fahrzeugen eingesetzt werden kann, ohne dafür zusätzliche Komponenten vorsehen zu müssen.

Kapitel 3

Kraftfahrzeugtechnik

In diesem Kapitel werden Begriffe und Zusammenhänge aus der Kraftfahrzeugtechnik vorgestellt, die zur Bestimmung der Schwerpunkthöhe verwendet werden.

3.1 Koordinatensystem

Die Bewegung des Fahrzeugs wird in einem fahrzeugfesten Koordinatensystem beschrieben, das wie folgt definiert ist: Die x-Achse zeigt in die Längsrichtung des Fahrzeugs, die y-Achse weist, in Fahrtrichtung gesehen, nach links, und die z-Achse weist nach oben. Der Ursprung des Systems befindet sich in der x-Richtung auf der Höhe der Vorderachse, in der y-Richtung in der Mitte des Fahrzeugs und in der z-Richtung auf der Straßenoberfläche. Das Bild 3.1 veranschaulicht diese Lage des Koordinatensystems. Das Fahrzeug kann sich entlang dieser Achsen bewegen sowie Drehbewegungen um sie ausführen. Die Drehwinkel um die Achsen werden als

- Wankwinkel φ um die $x\text{-}\mathrm{Achse}$
- Nickwinkel θ um die y-Achse

3.0 Kraftfahrzeugtechnik



Bild 3.1: Das Koordinatensystem

• Gierwinkel ψ – um die z-Achse

bezeichnet. Die Vorzeichenkonvention dieser Winkel kann Bild3.1entnommen werden.

3.2 Fahrwerk

10

Das Fahrwerk ist das Verbindungsglied zwischen den Rädern und dem Fahrzeugaufbau. Über das Fahrwerk werden die an den Radaufstandspunkten entstehenden Kräfte zum Aufbau geleitet. Zu diesen Kräften zählen die Radlast (F_z) sowie die Umfangs- und die Querkraft (F_x und F_y). Die Radlast wirkt permanent, die Umfangskraft, wenn das Fahrzeug gebremst bzw. beschleunigt wird, die Querkraft, wenn das Fahrzeug z.B. eine Kurve durchfährt, oder Seitenwind ausgesetzt wird.

Bild 3.2 zeigt die für die weitere Betrachtung wichtigen Komponenten des Fahrwerks. Das Rad ist an der Radaufhängung befestigt. Diese besteht aus mehreren so genannten Lenkern. Die Anzahl, Länge und Platzierung der Lenker definiert die Bewegungsmöglichkeiten des Rades relativ zum Aufbau. Damit wird auch die Achse definiert, um die



Bild 3.2: Schematische Darstellung eines Fahrzeugs und die Bezeichnung wichtiger Fahrwerkskomponenten.

sich die Karosserie relativ zu den Rädern dreht, wenn auf den Aufbau eine Kraft wirkt. Aus Gründen, die im Abschnitt 3.3 erläutert werden, wurde im Rahmen dieser Arbeit vor allem die Drehbewegung um die Wankachse, eine Achse in Längsrichtung des Fahrzeugs, betrachtet. Bild 3.3 zeigt, wie die Lage der Wankachse aus der Geometrie der Radaufhängung ermittelt werden kann, wenn diese aus zwei Querlenkern besteht. Diese Darstellung lässt auch erkennen, dass die Lage der Wankachse von dem Einfederweg der Räder abhängt. In den meisten Fahrzeugen besteht die Radaufhängung aus mehr als zwei Lenkern, die windschief zueinander stehen. Als Beispiel für eine Radaufhängung, die aus mehr als zwei Lenkern besteht, wird im Bild 3.4^1 eine Raumlenkerachse gezeigt, die aus drei Einzel- und einem Doppelquerlenker besteht. Auch bei solchen Radaufhängungen kann die Lage der Wankachse aus den Konstruktionsdaten ermittelt werden. Ihre Bestimmung ist jedoch aufwendiger [10, 11], vor allem dann, wenn die Abhängigkeit vom Einfederweg mitberücksichtigt werden soll. Deshalb wurde die Lage der Wankachse bei unbeschleunigter Fahrt bestimmt und als konstant betrachtet. Um den durch diese Annahme verursachten Fehler zu begrenzen, wurden die Modelle nur in Fahrsituationen ausgewertet, in denen die tatsächliche Lage der Wankachse nicht zu stark von der angenommenen Lage abweicht.

Weitere Elemente des Fahrwerks sind die Feder, der Stabilisator und der Dämpfer. Über diese Elemente wird die Karosserie bei einer Wankbewegung abgestützt, so dass das Wankmoment um die Wankachse durch ein Drehmoment in entgegengesetzter Richtung aufgehoben wird. Die von der Feder übertragene Kraft ist proportional zu ihrer Deformationslänge $f_{F,BT}$. Die Proportionalitätskonstante ist die Federsteifigkeit $c_{F,BT}$. Die vom Stabilisator übertragene Kraft ist proportional zur Differenz der Einfederwege an dem linken und rechten Rad einer Achse. Die Steifigkeit des Stabilisators wird

 $^{^1 \}rm Dieses$ Bild ist lizenziert unter der Creative Commons-Lizenz Attribution ShareAlike 2.0 Österreich, welche besagt, dass bei Vervielfältigung des Bildes der Rechteinhaber des Bildes genannt werden muss. Der Rechteinhaber des obigen Bildes ist *Georg.*



Bild 3.3: Das Bild veranschaulicht wie die Lage der Wankachse im Fahrzeug ermittelt werden kann: Die Position der Wankpole an der Vorder- und Hinterachse können mit Hilfe der Längen und Positionen der Querlenker konstruiert werden. Die Konstruktion des Wankpols an der Vorderachse ist dargestellt. Dazu werden Linien eingezeichnet, die in Richtung der Querlenker verlaufen (grüne gestrichelte Linien). Anschließend werden Linien konstruiert (blaue Linien), die durch die Schnittpunkte der grünen Linien an jeder Seite des Fahrzeugs und durch den Radaufstandspunkt an der jeweiligen Fahrzeugseite verlaufen. Der Schnittpunkt dieser Linien ist der Wankpol. Die Verbindungslinie des Wankpols an der Vorderachse mit dem an der Hinterachse wird als Wankachse bezeichnet.



Bild 3.4: Raumlenkerachse, die aus 3 Einzel- und einem Doppelquerlenker besteht.

mit $c_{St BT}$ symbolisiert. Die vom Dämpfer übertragene Kraft hängt von der Geschwindigkeit ab, mit der er zusammengedrückt bzw. entspannt wird. Diese Geschwindigkeit wird als Dämpfergeschwindigkeit $\dot{f}_{D,BT}$ bezeichnet. Wenn ein linearer Zusammenhang zwischen Dämpferkraft und Dämpfergeschwindigkeit besteht, kann eine Dämpferkonstante $c_{D BT}$ definiert werden. Die Feder und der Dämpfer sind üblicherweise nicht über dem Radaufstandspunkt befestigt, sondern in Richtung Mitte des Fahrzeugs versetzt. Das führt dazu. dass die am Radaufstandspunkt wirkenden Kräfte, die von der Federund Dämpferkraft herrühren, kleiner sind als die Feder- und Dämpferkraft selbst. Der Übersetzungsfaktor, um den die Feder- bzw. die Dämpferkraft kleiner ist, wird mit r_F bzw. r_D bezeichnet. Bild 3.5 zeigt wie die Werte von r_F bzw. r_D aus Konstruktionsdaten des Fahrwerks ermittelt werden können. Die Inversen dieser Werte, also $1/r_F$ und $1/r_D$, geben an, um wie viel die Auslenkung am Radaufstandspunkt größer als die Deformationslänge der Feder ist bzw. um wie viel die zeitliche Änderung der Auslenkung am Radaufstandspunkt größer als die Dämpfergeschwindigkeit ist. Damit die Gleichungen im Folgenden möglichst kompakt geschrieben werden können, werden diese Faktoren in die Konstanten sowie in die Federwege und Dämpfergeschwindigkeiten eingerechnet. In den Gleichungen werden dann die auf den Radaufstandspunkt umgerechneten Wege f, Geschwindigkeiten \dot{f} sowie die Konstanten c_F und c_D verwendet. Der Bezug dieser Größen auf den Radaufstandspunkt wird in den Zeichnungen dadurch veranschaulicht, dass die Feder und der Dämpfer über dem Radaufstandspunkt eingezeichnet werden. Auch die Auslenkung und die Steifigkeit des Stabilisators c_{St} wird auf den Radaufstandspunkt bezogen.

3.3 Vertikaldynamikmodell

In diesem Abschnitt soll die Herleitung eines Modells dargestellt werden, das die Wankbewegung des Fahrzeugs anhand von zwei Glei-

15



Bild 3.5: Diese Darstellung veranschaulicht, wie das Übersetzungsverhältnis der Feder r_F bestimmt wird. Bedingt durch die Konstruktion der Radaufhängung, führt das Rad beim Einfedern eine Drehbewegung aus. Der Drehpunkt dieser Bewegung ist der Schnittpunkt der gestrichelten Linien. Die Entfernung zwischen diesem Drehpunkt und dem unteren Befestigungspunkt der Feder wird mit l_f bezeichnet, die Entfernung zwischen dem Drehpunkt und der Radmitte mit l_{RM} . Das Übersetzungsverhältnis der Feder ist somit $r_F = l_f/l_{RM}$. Das Übersetzungsverhältnis des Dämpfers wird in analoger Weise ermittelt.

chungen beschreibt. Die erste Gleichung

$$\tan(\varphi) = \frac{1}{2 \cdot s} (f_{vl} - f_{vr} + f_{hl} - f_{hr})$$
(3.1)

17

beschreibt den geometrischen Zusammenhang zwischen dem Einfederweg f und dem Wankwinkel φ . Die Indizes vl, vr, hl und hr identifizieren das jeweilige Federbein: vl vorne links, vr vorne rechts, hl hinten links und hr hinten rechts. Mit s wird die Spurbreite des Fahrzeugs bezeichnet. Dieser geometrische Zusammenhang ist im Bild 3.6 veranschaulicht. Da der Wankwinkel bei den in dieser Arbeit betrachteten Fahrsituationen immer kleiner als 10° ist, wird im Folgenden $tan(\varphi)$ durch den Winkel selbst ersetzt. Die Gleichung

$$\varphi = \frac{1}{2 \cdot s} (f_{vl} - f_{vr} + f_{hl} - f_{hr}) \tag{3.2}$$

ist die erste Gleichung des Modells. Die zweite Gleichung des Modells beschreibt die Bilanz der Drehmomente in Bezug auf eine Achse in Längsrichtung des Fahrzeugs. Die Entfernung zwischen dieser Achse und dem Schwerpunkt des Fahrzeugs wird in den Gleichungen mit h bezeichnet. Die vertikale Lage der Achse kann bei der Aufstellung der Momentenbilanz frei gewählt werden. In Abhängigkeit von der gewählten Lage der Achse müssen entsprechende Kräfte bei der Aufstellung der Momentenbilanz berücksichtigt werden. Die Momentenbilanz wird besonders anschaulich, wenn sie – wie im Bild 3.7 dargestellt – um eine Achse gebildet wird, die sich auf der Höhe der Straßenoberfläche befindet. In diesem Fall entspricht die Entfernung h der Schwerpunkthöhe h_{Spkt} . Die Gleichung

$$J_{xx}\ddot{\varphi} = \frac{s}{2}(F_{z,vr} - F_{z,vl}) + \frac{s}{2}(F_{z,hr} - F_{z,hl}) + mh_{Spkt} \cdot a_y \quad (3.3)$$



Bild 3.6: Das Bild veranschaulicht den Zusammenhang zwischen dem Wankwinkel φ und den Federwegen an der Vorderachse: $\tan(\varphi) = (f_{vl} - f_{vr})/s$. Der Wankwinkel kann in analoger Weise aus den Federwegen an der Hinterachse berechnet werden. Der im Vertikaldynamikmodell verwendete Wankwinkel ist der Mittelwert aus den an der Vorderachse und den an der Hinterachse berechneten Winkeln.



Bild 3.7: Darstellung eines Fahrzeugs beim Durchfahren einer Rechtskurve: Auf den Schwerpunkt wirkt die Zentrifugalbeschleunigung a_y . Sie verursacht ein Drehmoment, das über die Räder abgestützt wird. Dabei dreht sich das Fahrzeug um die Wankachse.

beschreibt diese Momentenbilanz, wobei

a_y	- die Querbeschleunigung
J_{xx}	- das Trägheitsmoment des Fahrzeugaufbaus
	um die Längsachse
m	- die Fahrzeugmasse
h_{Spkt}	- die Schwerpunkthöhe
s	- die Spurbreite
$F_{z,vr},\ldots$	- die Radlast vorne-rechts,

symbolisieren.

20

19

Obwohl die Schwerpunkthöhe h_{Spkt} in der obigen Gleichung vorkommt, kann sie nicht mit dieser Gleichung berechnet werden, weil die Radlasten nicht präzise ermittelt werden können. Die Radlast F_z setzt sich nämlich zusammen aus Beiträgen der Federkraft F_F , der Dämpferkraft F_D , der Stabilisatorkraft F_{St} , der Gewichtskraft der ungefederten Massen G_u und Beiträgen, die von den Umfangs - und Seitenkräften $F(F_x, F_y)$ hervorgerufen werden (vgl. Bild 3.8) – und diese letzte Komponente der Radlast kann mit den im Fahrzeug üblicherweise vorhandenen Sensoren nicht ermittelt werden. Damit diese Komponente nicht bei der Berechnung der Schwerpunkthöhe berücksichtigt werden muss, wurde so vorgegangen, dass erstens die Momentenbilanz um die Wankachse gebildet wurde und zweitens die Schwerpunkthöhe nur dann berechnet wurde, wenn die Umfangskräfte vernachlässigbar klein waren.

Die Wankachse ist diejenige Achse in Längsrichtung des Fahrzeugs, um die sich das Fahrzeug relativ zur Straße dreht, wenn auf das Fahrzeug Querkräfte wirken. Ihre Lage wird von der Geometrie der Radaufhängung, wie im Bild 3.3 und 3.8 dargestellt, bestimmt. Um die auf die Karosserie wirkenden Kräfte leichter analysieren zu können, empfiehlt es sich, die tatsächliche Radaufhängung durch die im Bild 3.9 angeführte Radaufhängung², die zur gleichen Wankbewegung führen würde, ersetzt zu denken. Anhand dieser Darstellung kann leicht gezeigt werden, dass bei der Bildung der Momentenbilanz um die Wankachse die von der Seitenkraft herrührenden Kräfte nicht berücksichtigt werden müssen. In diesem Bild wird gezeigt, dass die Seitenkraft in zwei Komponenten zerlegt werden kann: in die Kraft F_{RA} , die über die Radaufhängung an die Karosserie übertragen wird und eine Kraft $F_y \cdot 2 \cdot h_{WA}/s$, die zur Radlast beiträgt. Die Radlast

 $^{^2 \}mathrm{Die}$ im Bild 3.9 dargestellten Kräfte wirken bei einer unbeschleunigten Fahrt $(F_x=0)$



Bild 3.8: Kraftkomponenten, aus denen sich die Radlasten zusammensetzen. Wie im Text beschrieben, setzt sich die Radlast F_z aus Beiträgen der Feder- und Dämpferkraft F_F und F_D , der Stabilisatorkraft F_{St} , der Gewichtskraft G_u der ungefederten Massen und der Kraft, die von den Umfangs- und Seitenkräften $F(F_x, F_y)$ hervorgerufen werden, zusammen. In dem Bild ist eine Fahrsituation dargestellt, in der die Schwerpunkthöhe geschätzt wird: Die Umfangskräfte sind vernachlässigbar klein, die Seitenkräfte nicht.



Bild 3.9: Darstellung von Bewegung des Fahrzeugaufbaus um eine gedachte Radaufhängung, die zur gleichen Wankbewegung wie die tatsächliche Radaufhängung führen würde, und die dabei wirkenden Kräfte.

kann demnach mit den Gleichungen

$$F_{z,r} = F_F + F_D + F_{St} + \frac{1}{4}G_u - F_y \cdot 2 \cdot h_{WA}/s$$
(3.4)
$$F_{z,l} = F_F + F_D + F_{St} + \frac{1}{4}G_u + F_y \cdot 2 \cdot h_{WA}/s$$

23

berechnet werden. Mit diesem Ausdruck für ${\cal F}_z$ folgt für die Momentenbilanz

$$J_{xx}\ddot{\varphi} - mh_{Spkt} \cdot a_y = \frac{s}{2}(F_{z,vr} - F_{z,vl} + F_{z,hr} - F_{z,hl}) = = \frac{s}{2}(F_{F,vr} + F_{D,vr} + F_{St,vr} + G_{u,vr} - F_{y,vr} \cdot 2 \cdot h_{WA}/s -F_{F,vl} - F_{D,vl} - F_{St,vl} - G_{u,vl} - F_{y,vl} \cdot 2 \cdot h_{WA}/s +F_{F,hr} + F_{D,hr} + F_{St,hr} + G_{u,hr} - F_{y,hr} \cdot 2 \cdot h_{WA}/s -F_{F,hl} - F_{D,hl} - F_{St,hl} - G_{u,hl} - F_{y,hl} \cdot 2 \cdot h_{WA}/s)$$
(3.5)

Wird von der Tatsache Gebrauch gemacht, dass – solange das Fahrzeug nicht über die Straße rutscht – die Summe der Seitenkräfte gleich der von der Querbeschleunigung verursachten Kraft – $m \cdot a_y$ ist. So vereinfacht sich diese Beziehung zur

$$J_{xx}\ddot{\varphi} - mh_{Spkt} \cdot a_y =$$

$$= \frac{s}{2} (F_{F,vr} + F_{D,vr} + F_{St,vr} + G_{u,vr} - F_{F,vl} - F_{D,vl} - F_{St,vl} - G_{u,vl} \qquad (3.6)$$

$$+ F_{F,hr} + F_{D,hr} + F_{St,hr} + G_{u,hr} - F_{F,hl} - F_{D,hl} - F_{St,hl} - G_{u,hl} + m \cdot a_y \cdot 2 \cdot h_{WA}/s),$$

Daraus folgt mit einfachen Umformungen

$$J_{xx}\ddot{\varphi} - mh_{Spkt} \cdot a_y - m \cdot a_y \cdot h_{WA} =$$

$$= J_{xx}\ddot{\varphi} - m \cdot (h_{Spkt} - h_{WA}) \cdot a_y = J_{xx}\ddot{\varphi} - m \cdot \Delta h \cdot a_y =$$

$$= \frac{s}{2}(F_{F,vr} + F_{D,vr} + F_{St,vr} + G_{u,vr} - F_{F,vl} - F_{D,vl} - F_{St,vl} - G_{u,vl} \quad (3.7)$$

$$+ F_{F,hr} + F_{D,hr} + F_{St,hr} + G_{u,hr} - F_{F,hl} - F_{D,hl} - F_{St,hl} - G_{u,hl}),$$

wobei mit $\Delta h = h_{Spkt} - h_{WA}$ der Abstand zwischen Schwerpunkt und Wankachse bezeichnet wird. Diese Gleichung beschreibt demnach die Momentenbilanz um die Wankachse des Fahrzeugs. Wie erwartet, kommen in dieser Momentenbilanz die von den Seitenkräften hervorgerufenen Kräfte nicht vor.

Auch die Schwerpunkthöhe h_{Spkt} kommt in der obigen Gleichung nicht mehr vor. Stattdessen findet man dort den Abstand Δh vom Schwerpunkt zu der Wankachse. Aus dieser Größe kann die Höhe des Schwerpunkts bestimmt werden, indem zu Δh die als konstant angenommene Höhe der Wankachse addiert wird.

Glg. (3.7) wurde so umgeschrieben, dass sie nur die mit Sensoren messbare Größen sowie bekannte und gesuchte Fahrzeugparameter enthält. Zunächst wurde von der Tatsache Gebrauch gemacht, dass die ungefederten Massen an der linken und an der rechten Seite des Fahrzeugs gleich schwer sind und sich demnach ihr Einfluss auf die Momentenbilanz aufhebt. Mit dieser Annahme können die Beiträge von G_u in der obigen Gleichung vernachlässigt werden. Des Weiteren wurde berücksichtigt, dass bei der Messung der Feder-, der Dämpferund der Stabilisatorkräfte das von den ungefederten Massen verursachte Wankmoment $(G_{u,vr} - G_{u,vl} + G_{u,hr} - G_{u,hl})/9.81m/s^2 \cdot \Delta h \cdot a_y$ nicht gemessen wird. Mit diesen Vereinfachungen kann die Momentenbilanz aus der Federdämpfer- und der Stabilisatorkräft allein berechnet werden (vgl. Bild 3.10). Es wird also nur das von der gefederten Massen m_q verursachte Wankmoment bestimmt. Damit folgt



Bild 3.10: Größen, die bei der Bildung der Momentenbilanz um die Wankachse berücksichtigt werden.

für die Momentenbilanz

26

$$J_{xx}\ddot{\varphi} - m_g \Delta h \cdot a_y = \frac{s}{2} (F_{F,vr} + F_{D,vr} + F_{St,vr} - F_{F,vl} - F_{D,vl} - F_{St,vl} + F_{F,hr} + F_{D,hr} + F_{St,hr} - F_{F,hl} - F_{D,hl} - F_{St,hl}).$$
(3.8)

Die Querbeschleunigung und die Federwege werden mit Sensoren gemessen. Aus den gemessenen Federwegen wird der Wankwinkel, die Stabilisatorkraft, die Federkraft und die Dämpferkraft berechnet. Der Wankwinkel wird nach (3.1) ermittelt, die Stabilisatorkraft wird aus der Federwegdifferenz und der Steifigkeit des Stabilisators c_{St} mit den Gleichungen

$$F_{St,vl} = c_{St,v}(f_{vr} - f_{vl})$$

$$F_{St,vr} = c_{St,v}(f_{vl} - f_{vr})$$

$$F_{St,hl} = c_{St,h}(f_{hr} - f_{hl})$$

$$F_{St,hr} = c_{St,h}(f_{hl} - f_{hr})$$
(3.9)

berechnet. Die Federkraft ist das Produkt der Deformationslänge f der Feder und der Federkonstanten c_F , die Dämpferkraft ergibt sich aus der Dämpfergeschwindigkeit \dot{f} und der Dämpferkonstante c_D . Die Steifigkeit des Stabilisators c_{St} und die in (3.1) vorkommende Spurbreite sind bekannte Fahrzeugparameter. c_F und c_D wurden in den Modellvarianten das eine Mal als bekannte, das andere Mal als gesuchte Parameter betrachtet. Gesuchte Fahrzeugparameter sind ferner das Trägheitsmoment J_{xx} , die Masse m_g und die Größe Δh . (3.8) kann damit in die Form

$$J_{xx}\ddot{\varphi} = \frac{s}{2} \left((c_{F,v} + 2c_{St,v})(f_{vr} - f_{vl}) + c_{D,v}(\dot{f}_{vr} - \dot{f}_{vl}) + (c_{F,h} + 2c_{St,h})(f_{hr} - f_{hl}) + c_{D,h}(\dot{f}_{hr} - \dot{f}_{hl}) \right) + m_g \Delta h \cdot a_y$$
(3.10)

überführt werden. Unter der Annahme, dass das Fahrzeug ein starrer Körper und die Straße eben ist, können die Differenzen der Federwege und der Dämpfergeschwindigkeiten mit den Beziehungen

$$\begin{aligned}
f_{vr} - f_{vl} &= -\varphi \cdot s \\
\dot{f}_{vr} - \dot{f}_{vl} &= -\dot{\varphi} \cdot s \\
f_{hr} - f_{hl} &= -\varphi \cdot s \\
\dot{f}_{hr} - \dot{f}_{hl} &= -\dot{\varphi} \cdot s
\end{aligned} \tag{3.11}$$

27

aus dem Winkel φ sowie seiner zeitlichen Ableitung berechnet werden.

Werden die obigen Ausdrücke in (3.10) eingefügt und diese Gleichung durch das Trägheitsmoment geteilt, so nimmt sie die Gestalt

$$\ddot{\varphi} = \frac{-s^2}{2J_{xx}} (c_{F,v} + 2c_{St,v} + c_{F,h} + 2c_{St,h}) \varphi - \frac{s^2}{2J_{xx}} (c_{D,v} + c_{D,h}) \dot{\varphi} + \frac{m_g \Delta h}{J_{xx}} a_y$$
(3.12)

an. Die zur Auswertung der obigen Gleichung verwendete Querbeschleunigung a_y ist nicht identisch mit den von dem Beschleunigungssensor gemessenen Werten, denn dieser Sensor befindet sich gewöhnlich nicht im Schwerpunkt des Fahrzeugs. Die Querbeschleunigung a_y wurde aus der gemessenen Beschleunigung berechnet. Dazu sind zunächst die Variablen r_x und r_y eingeführt worden, die den Abstand zwischen dem Einbauort des Sensors und dem Schwerpunkt des leeren Fahrzeugs in Quer- und Längsrichtung bezeichnen. Der Abstand r_x führt dazu, dass bei einer Gierbeschleunigung $\ddot{\psi}$ der Beschleunigungssensor eine zusätzliche Beschleunigung von $\ddot{\psi} \cdot r_x$ misst³, die vom Messwert abgezogen werden muss.

28

Auch die Positionierung des Sensors seitlich vom Mittelpunkt des Fahrzeugs führt zu einer Abweichung zwischen der gemessenen Beschleunigung und a_y , was daran zu sehen ist, dass beim Durchfahren der gleichen Kurve der Betrag der gemessenen Beschleunigung von der Richtung abhängt, in der die Kurve durchfahren wird: Je nach Fahrtrichtung bewegt sich der Sensor nämlich auf einer Bahn mit größerem oder kleinerem Radius. Damit der geschätzte Wert von $m_g \Delta h$ diese Abhängigkeit nicht aufweist, muss der Wert von a_y eine weitere Korrektur erfahren, indem er auf die Querbeschleunigung in der Mitte des Fahrzeugs umgerechnet wird. Die Querbeschleunigung (=Zentripetalbeschleunigung) ist eine lineare Funktion des Kurvenradius. Beim Durchfahren einer Kurve mit dem Radius R erfährt das Fahrzeug die Beschleunigung $a_{y,R} = R \cdot \dot{\psi}^2$. Ein um r_y vom Drehpunkt weiter entfernter Querbeschleunigungssensor misst hingegen $a_{y,R+r_y} = (R + r_y) \cdot \dot{\psi}^2$. Mit dem Zusammenhang

$$a_{y,R} = \frac{R}{R+r_y} \cdot a_{y,R+r_y},\tag{3.13}$$

kann also die gemessene Querbeschleunigung auf die Beschleunigung in der Mitte des Fahrzeugs umgerechnet werden. Der Kurvenradius R lässt sich aus den Drehzahlen der Räder bestimmen. Hierbei wird von der Tatsache Gebrauch gemacht, dass die kurveninneren Räder einen kürzeren Weg zurücklegen als die kurvenäußeren Räder. Der Kurvenradius ergibt sich damit zu

$$R = \frac{(n_{vr} + n_{vl} + n_{hr} + n_{hl}) \cdot s}{[(n_{vr} - n_{vl}) + (n_{hr} - n_{vl})] \cdot 4},$$
(3.14)

wobei mit n die Raddrehzahl bezeichnet wurde.

In allen folgenden Gleichungen wird mit a_y die korrigierte und auf den Schwerpunkt des Fahrzeugs umgerechnete Querbeschleunigung

³Die Formel $\ddot{\psi} \cdot r_x$ beschreibt den Einfluss der Gierbeschleunigung auf die gemessenen Querbeschleunigung nur näherungsweise. Um diesen Einfluss exakt zu bestimmen, müsste in dieser Formel der Abstand zwischen dem Einbauort des

Sensors und dem Drehpunkt der Gierbewegung anstatt r_x verwendet werden. Da jedoch die Lage dieses Drehpunkt nicht exakt bestimmt werden kann, er aber üblicherweise nah an dem Schwerpunkt des leeren Fahrzeugs liegt, wird hier von dieser Vereinfachung Gebrauch gemacht.

Ausgehend von (3.6) und (3.12) wurden mehrere Varianten des Vertikaldynamikmodells abgeleitet. Modelle, bei denen die Wankgeschwindigkeit und die Wankbeschleunigung berücksichtigt sind, wurden als dynamische Modelle bezeichnet, die Variante, bei der diese Größen vernachlässigt sind, als stationäres Modell. Auf alle Modellvarianten werden im Folgenden Schätzalgorithmen angewendet. Um ihre Anwendung zu erleichtern, wurden die Modellgleichungen in eine für die Regelungstechnik üblichen Schreibweise überführt: Größen, die mit dem Schätzalgorithmus berechnet werden, werden als Zustände x bezeichnet; gemessene Größen sind Eingangsgrößen u und Größen, die aus den Zuständen berechnet werden, sind Ausgangsgrößen y.

3.3.1 Dynamische Modelle

Ausgehend von dem in (3.6) und (3.12) dargestellten Vertikaldynamikmodell wurden zwei Varianten ausgearbeitet, in denen die Größen Wankgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ und Wankbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ vorkommen. Deshalb wurden beide Modellvarianten als dynamische Modelle bezeichnet. Der Unterschied zwischen beiden Varianten besteht darin, dass verschiedene Fahrzeugparameter das eine Mal als bekannt vorausgesetzt werden und das andere Mal aus den gemessenen Größen bestimmt werden müssen.

Modell zur Schätzung des Trägheitsmoments, des Produkts $m_q \Delta h$ sowie der Feder- und Dämpferkonstanten

Als erstes wurde eine Variante des dynamischen Modells entworfen, bei der angenommen wird, dass bis auf die Spurbreite s kein Fahrzeugparameter bekannt ist. Die nicht bekannten Fahrzeugparameter werden als Zustandsgrößen des Modells betrachtet, die im Folgenden mit einem Schätzverfahren zu bestimmen sind. Die Vorteile dieser Modellvariante liegen darin, dass ihre Ergebnisse nicht durch Unge30

29

nauigkeiten in den Fahrzeugparametern verfälscht werden und, dass sie auch dann verwendet werden kann, wenn nur wenige Informationen über das Fahrzeug vorliegen – dadurch kann diese Modellvariante einfach an verschiedene Fahrzeuge angepasst werden. In den Gleichungen des Vertikaldynamikmodells

$$\ddot{\varphi} = \frac{-s^2}{2J_{xx}} (c_{F,v} + c_{st,v} + c_{F,h} + c_{st,h}) \varphi - \frac{s^2}{2J_{xx}} (c_{D,v} + c_{D,h}) \dot{\varphi} + \frac{m_g \Delta h}{J_{xx}} a_y$$

$$\varphi = \frac{1}{2 \cdot s} (f_{vl} - f_{vr} + f_{hl} - f_{hr}).$$
(3.15)

werden – in dieser Variante des dynamischen Modells – der Wankwinkel $\varphi = x_1$, seine zeitliche Ableitung $\dot{\varphi} = x_2$ sowie die Ausdrücke $\frac{-s^2}{2J_{xx}}(c_{F,v} + c_{st,v} + c_{F,h} + c_{st,h}) = x_3$, $\frac{-s^2}{2J_{xx}}(c_{D,v} + c_{D,h}) = x_4$ und $\frac{m_g \Delta h}{J_{xx}} = x_5$ als die zu berechnenden Zustände betrachtet. Die Querbeschleunigung $a_y = u$ wird gemessen und gilt als Eingangsgröße. Der Wankwinkel φ wird zusätzlich als Ausgangsgröße aus den gemessenen Federwegen berechnet $y = x_1 = \varphi$.

Des Weiteren wird in dieser Modellvariante angenommen, dass die Werte von x_3 bis x_5 konstant sind. Mit diesen Annahmen entspricht das im Folgenden als Zustandsgleichung bezeichnete Gleichungssystem

$$\dot{x}_{1} = x_{2}
\dot{x}_{2} = x_{3} \cdot x_{1} + x_{2} \cdot x_{4} + x_{5} \cdot u
\dot{x}_{3} = 0
\dot{x}_{4} = 0
\dot{x}_{5} = 0$$
(3.16)

der ersten Zeile von (3.15). Der Zusammenhang zwischen dem aus den Federwegen berechneten Wankwinkel y und dem Zustand x_1

$$y = x_1 \tag{3.17}$$

wird Messgleichung genannt.

3.3 Vertikaldynamikmodell

Modell zur Schätzung des Trägheitsmoments und des Produkts $m_a \Delta h$

Hier wird eine zweite Variante des dynamischen Modells beschrieben. In dieser Modellvariante wird angenommen, dass außer der Spurbreite s auch die Feder- und Dämpferkonstanten c_F und c_D sowie die Stabilisatorkonstante c_{St} bekannte Fahrzeugparameter sind. Das in den Gleichungen vorkommende Trägheitsmoment J_{xx} wird in dieser Variante als neue Zustandsgröße $x_6 = 1/J_{xx} = konst$ angeführt. Die Gleichungen (3.16) und (3.17) können dann als

$$\dot{x}_{1} = x_{2}
\dot{x}_{2} = a \cdot x_{6} \cdot x_{1} + b \cdot x_{6} \cdot x_{2} + x_{6} \cdot x_{5} \cdot u
\dot{x}_{5} = 0
\dot{x}_{6} = 0
y = x_{1}$$
(3.18)

31

geschrieben werden, wobei mit *a* und *b* Konstanten bezeichnet sind, die die bekannten Fahrzeugparameter enthalten: $a = \frac{-s^2}{2}(c_{F,v}+c_{st,v}+c_{F,h}+c_{st,h})$ und $b = \frac{-s^2}{2}(c_{D,v}+c_{D,h})$.

Im Kapitel 4 wird untersucht, welche der beiden Varianten des dynamischen Modells zur Bestimmung der Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs besser geeignet ist.

3.3.2 Stationäres Modell

In den oben besprochenen Varianten des Vertikaldynamikmodells kommt das Trägheitsmoment J_{xx} vor, außerdem werden in diesen Modellvarianten die Feder- und Dämpferkräfte berücksichtigt, die dazu dienen, einen Schätzwert für die Schwerpunkthöhe zu ermitteln. Je exakter diese Kräfte berechnet werden können, desto präziser kann die Schwerpunkthöhe bestimmt werden. In den bis jetzt behandelten Varianten wurde angenommen, dass die Feder- und Dämpferkonstanten sich während der Fahrt nicht ändern, und dass außerdem diese Konstanten an beiden Rädern einer Achse gleich groß sind. Diese

Annahmen treffen nicht immer zu. Die Federung der Fahrzeuge ist meistens so ausgelegt, dass deren Steifigkeit bei großen Ein- und Ausfederwegen zunimmt. Außerdem sind viele Fahrzeuge mit Luftfedern ausgestattet, deren Steifigkeit von der Beladung des Fahrzeugs abhängt. Auch ist die Dämpferkonstante in den meisten Fahrzeugen nicht von der Dämpfergeschwindigkeit unabhängig. Sie steigt mit zunehmender Dämpfergeschwindigkeit und hängt außerdem von deren Richtung ab (Die Dämpfer werden üblicherweise so ausgelegt, dass die Dämpferkonstante beim Ausfedern deutlich größer als beim Einfedern ist.). Darüber hinaus sind viele Fahrzeuge heutzutage mit einem variablen Dämpfungssystem ausgestattet, das die Dämpfung in Abhängigkeit von der Fahrsituation einstellt [13]. In diesem Abschnitt wird eine Modellvariante vorgestellt, deren Ergebnisse weder vom Trägheitsmoment noch von den Eigenschaften der Dämpfung beeinflusst werden und bei der die Änderung der Federsteifigkeit berücksichtigt wird.

Dass die Ergebnisse von den Dämpfereigenschaften und vom Trägheitsmoment unabhängig werden, lässt sich erreichen, indem die Schwerpunkthöhe nur in Fahrsituationen berechnet wird, in denen die Wankbeschleunigung und die Dämpferkraft (und damit die Dämpfergeschwindigkeit) vernachlässigbar klein sind. Mit diesen Einschränkungen kann in (3.8) die Dämpferkraft F_D und die Wankbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ gleich Null gesetzt werden; die Gleichung nimmt dann die Form

$$m_{g}\Delta h \cdot a_{y} = -\frac{s}{2}(F_{F,vr} + F_{St,vr} - F_{F,vl} - F_{St,vl} + F_{F,hr} + F_{St,hr} - F_{F,hl} - F_{St,hl})$$
(3.19)

an. Um diese Gleichung auswerten zu können, müssen die Federkräfte und die Stabilisatorkräfte berechnet werden. Die vom Stabilisator aufgebrachte Kraft kann relativ einfach ermittelt werden. Wie in (3.10) angegeben, wird sie aus der Federwegdifferenz und der Stabilisatorsteifigkeit berechnet.

Die Federkraft wird aus den Messwerten der Federwegsensoren und eines Drucksensors berechnet. Die Vorgehensweise hierbei hängt davon ab, ob der Druck im Gummibalg der Luftfeder stets oder nur zu

3.3 Vertikaldynamikmodell

33

bestimmten Zeitpunkten bekannt ist. Beide Vorgehensweisen werden in den Kapiteln 6.2 und 6.3 beschrieben.

Glg. (3.19) gilt allerdings nur dann, wenn das Fahrzeug symmetrisch bezüglich der Längsachse des Fahrzeugs beladen ist und für a_y die tatsächlich vorliegende Querbeschleunigung verwendet wird. Bei unsymmetrischer Beladung liegt auch dann ein Drehmoment $M_{0,us}$ vor, wenn keine Querbeschleunigung vorhanden ist. Damit die Momentenbilanz exakt gilt, muss $M_{0,us}$ berücksichtigt werden. Wenn der Wert für a_y aus Messwerten eines Beschleunigungssensors berechnet wird, der einen additiven Fehler (Offset) δa_y aufweist, muss dieses Offset ebenfalls in der Gleichung berücksichtigt werden: $m_g \Delta h \cdot \delta a_y$. Beide Größen $M_{0,us}$ und $m_g \Delta h \cdot \delta a_y$ werden im Folgenden zu M_0 zusammengefasst. Diese Effekte wurden berücksichtigt, indem (3.19) um die zusätzliche Korrekturgröße M_0 ergänzt wurde, d.h.

$$m_g \Delta h \cdot a_y = \tag{3.20}$$

$$-\frac{s}{2}(F_{F,vr}+F_{St,vr}-F_{F,vl}-F_{St,vl}+F_{F,hr}+F_{St,hr}-F_{F,hl}-F_{St,hl})+M_0.$$

3.3.3 Bestimmung von Δh

In allen Modellvarianten kommt die Größe Δh nur in dem Produkt $m_g \Delta h$ vor. Um Δh zu bestimmen, muss demnach der Wert von m_g bekannt sein. Die Masse m_g wird bei gleichförmiger, langsamer

Fahrt⁴ aus den berechneten Federkräften ermittelt:

$$m_g = (F_{vl} + F_{vr} + F_{hl} + F_{hr})/9.81 \frac{m}{s^2}.$$
 (3.21)

Eine exakte Berechnung der Masse m_a und des Produkts $m_a \Delta h$ – und damit auch von Δh – ist normalerweise nicht möglich. Die bei der Modellbildung getroffenen Vereinfachungen, die begrenzte Gültigkeit der Modelle sowie die Ungenauigkeit der Fahrzeugparameter und der Sensoren führen dazu, dass anstatt der exakten Werte nur ein Bereich ermittelt werden kann, in dem die tatsächlichen Werte von $m_a \Delta h$ und m_a liegen. Der maximale Wert von $m_a \Delta h$, der noch in diesem Bereich liegt, wird mit $(m_q \Delta h)_{max}$ bezeichnet, der minimale mit $(m_q \Delta h)_{min}$. Für m_q wird eine analoge Bezeichnung verwendet. Aus den minimalen und maximalen Werten für das Produkt $m_a \Delta h$ und für die gefederte Masse m_a kann eine erste Abschätzung für den Bereich möglicher Werte von Δh gegeben werden. Der maximale und minimale Wert von Δh beträgt demnach $\Delta h_{max} = (m_q \Delta h)_{max} / m_{q,min}$ und $\Delta h_{min} = (m_q \Delta h)_{min} / m_{q,max}$. Der Bereich möglicher Werte von Δh kann stärker eingegrenzt werden, wenn zusätzlich Informationen über die Abhängigkeit zwischen den Werten von m_a und Δh bekannt sind. Bei gegebener Masse eines Fahrzeugs kann nämlich seine Schwerpunkthöhe nur in einem eingeschränkten Bereich variieren. Der Zusammenhang zwischen den beiden Größen wird ermittelt, indem die Werte von m_a und Δh für Fahrzeuge mit unterschiedlicher Beladung berechnet werden.

⁴Diese Forderung an die Fahrsituation ergibt sich daraus, dass bei der Bestimmung der Masse nur die Gewichtskraft am Aufbau angreifen darf und, dass diese Kraft ausschließlich über die Federn des Fahrwerks übertragen wird. Das Fahrzeug muss sich in Bewegung befinden, denn im Stand kann aufgrund von Änderung im Höhenniveau des Aufbaus ein Teil der Gewichtskraft über die Radaufhängung übertragen werden. Auch bei Beschleunigungen werden Kräfte über die Radaufhängung übertragen, weshalb die Fahrt unbeschleunigt sein sollte. Das Fahrzeug sollte mit einer langsamen Geschwindigkeit fahren, weil bei schnellen Fahrten das Fahrzeug einen Auftrieb erfährt und die Unebenheiten der Straße das Fahrzeug zu einer Vertikalbewegung anregen können, was zum Aufbau von Dämpferkräften und Beschleunigungen in vertikaler Richtung führt.

36

Die Beladungsvarianten werden dabei so gewählt, dass der Bereich der möglichen Werte für beide Größen vollständig erfasst wird. Dafür werden die fünf folgenden Beladungsvarianten betrachtet:

• nur Fahrer (F),

- Fahrer mit 100kg Dachlast (F+100kg DL),
- Fahrer mit Beifahrer (F+BF),
- Fahrzeug, das bis zum zulässigen Gesamtgewicht (zGg.) beladen ist, und
- Fahrzeug, das bis zum zulässigen Gesamtgewicht beladen ist inklusive 100kg Dachlast (zGg. inkl. 100kg DL).

Ein Fahrzeug, in dem nur der Fahrer sitzt, hat die kleinste Masse und die niedrigste Schwerpunkthöhe. Da die Position des Fahrers im Fahrzeug fest vorgegeben ist, variiert bei dieser Beladung die Schwerpunkthöhe kaum. Die Lage weiterer Beladung kann frei gewählt werden. Je höher die Beladung im Fahrzeug platziert wird, desto größer wird der Wert von Δh sein. Der höchste Punkt im Auto, an dem eine Beladung angebracht werden kann, ist das Dach. Die maximale Dachlast beträgt häufig 100kq. Eine Beladung, bei der die Masse vergleichbar groß ist, der Schwerpunkt aber deutlich niedriger liegt, erhält man, indem man ein Fahrzeug mit Fahrer und Beifahrer betrachtet (F+BF). Der Vergleich beider Beladungsvarianten zeigt, wie weit der Wert Δh bei vergleichbarer Fahrzeugmasse variieren kann. Um die Abhängigkeit des Wertes von Δh von der Masse zu bestimmen, wird dieser Wert für Fahrzeuge, die bis zu ihrem zulässigen Gesamtgewicht beladen sind (zGg. und zGg. inkl. 100kg DL), ermittelt. Die Berechnung der Werte von m_a und Δh erfolgt, indem ausgehend von der bekannten Masse und Schwerpunkthöhe eines leeren Fahrzeugs, die Werte von m_a und Δh für alle Beladungen berechnet werden. Dazu werden für die Personen und den Ballast deren Massenschwerpunkte abgeschätzt und den Konstruktionsdaten des Fahrzeugs die Höhe der Sitzflächen,



Bild 3.11: Abhängigkeit zwischen m_g und Δh für einem Mercedes ML. Die Beladungsvarianten sind so gewählt, dass Δh bei gegebener Masse seinen maximalen und minimalen Wert annimmt. Diese Darstellung zeigt somit den Bereich, in dem bei gegebener Masse des Fahrzeugs seine Schwerpunkthöhe variieren kann. Die Abkürzungen F, F+100kg DL, F+BF, zGg. und zGg. inkl. 100kg DL entsprechen den auf der Seite 35 aufgeführten Beladungsvarianten.

des Kofferraumbodens und des Dachgepäckträgers entnommen. Bild 3.11 zeigt die Ergebnisse dieser Berechnung. Wie diese Ergebnisse dazu genutzt werden, um den Bereich möglicher Werte von Δh einzuschränken, wird im Bild 3.12 dargestellt.

Der für die Berechnung von Δh benötigte Wert von m_g kann aus den bei Messfahrten aufgezeichneten Daten nur sehr ungenau bestimmt werden (vgl. Abschnitt 6.3), weil der Drucksensor, mit dem der Luftdruck in allen Luftfederbälgen gemessen wird, einen großen systematischen Fehler aufweisen kann. Dieser Fehler überträgt sich auf die berechneten Federkräfte und damit auf die Berechnung der Masse m_g . Um den Fehler bei der Bestimmung von m_g zu minimieren, wird die Achslastdifferenz ΔF berechnet. Sie wird hier als die Differenz der Federkräfte an der Hinter- und der Vorderachse

$$\Delta F = F_{F,hl} + F_{F,hr} - F_{F,vl} - F_{F,vr} \tag{3.22}$$

definiert. Da die fehlerhafte Druckmessung einen vergleichbar großen Fehler in den berechneten Federkräften an der Vorder- und an der Hinterachse verursacht, heben sich diese Fehler größtenteils bei der Berechnung von ΔF auf. Die Achslastdifferenz kann daher relativ genau bestimmt werden. Um anhand der berechneten Werte von ΔF den Bereich möglicher Werte von m_g einzuschränken, wird die Abhängigkeit zwischen ΔF und m_g ermittelt. Ähnlich wie bei der Einschränkung der möglichen Werte von Δh mit Hilfe der Informationen über m_g werden dafür die Werte von ΔF und m_g für mehrere Beladungsvarianten und Konfigurationen der Sonderausstattung berechnet. Die Beladungsvarianten und Zusammenstellungen der Sonderausstattung wurden so gewählt, dass der Bereich möglicher Werte für m_g und ΔF vollständig erfasst worden ist. Ihre Werte wurden für die folgenden Konfigurationen der Beladung berechnet:

- nur Fahrer, leerer Tank (1),
- Fahrer, 60kg im Kofferraum und Anhängerkupplung, leerer Tank (2),



Bild 3.12: Abhängigkeit zwischen m_g und Δh (grünes Fünfeck) für einen Mercedes ML. Des Weiteren sind in diesem Bild die bei einer Messung ermittelten Werte von m_g (blaue durchgezogene Linie), von m_g zuzüglich und abzüglich des systematischen Fehlers δm_g (blaue gestrichelte Linien) sowie der Bereich möglicher Werte von Δh , der aus den berechneten Werten von m_g und $m_g \Delta h$ ermittelt worden ist (rote Balken), angegeben. Aus der Darstellung ist ersichtlich, dass der Wert für Δh_{min} kleiner ist, als es überhaupt bei einem Fahrzeug möglich ist, dessen Masse innerhalb des Bereiches $m_g - \delta m_g$ bis $m_g + \delta m_g$ liegt. Der minimale Wert von Δh , den ein solches Fahrzeug haben kann, ist mit einer schwarzen gestrichelten Linie dargestellt und mit $\Delta h_{min,red}$ bezeichnet. Mit diesem Wert als dem minimalen Wert für Δh ergibt sich ein kleinerer Bereich der möglichen Werte von Δh . Dieser Bereich ist als schwarzer Balken dargestellt.



Bild 3.13: Werte von ΔF und m_g für sechs Konfigurationen der Beladung und Sonderausstattung, die so gewählt sind, dass der Wert von m_g bei gegebener Achslastdifferenz seinen maximalen und minimalen Wert annimmt. Diese Darstellung zeigt somit den Bereich, in dem bei gegebener Achslastdifferenz des Fahrzeugs seine Masse m_g variieren kann. Mit den Zahlen 1 bis 6 werden die auf Seit 37 aufgeführten Konfigurationen der Beladung bezeichnet.

- \bullet Fahrer, 383kgim Kofferraum und Anhängerkupplung, leerer Tank(3),
- Fahrer, Beifahrer (80kg) und Glasschiebedach, leerer Tank (4)
- Fahrer, Beifahrer (80kg), 3 Passagiere (je 80kg) im Fond, Glasschiebedach, 90kg Dachlast, 95 kg im Kofferraum, voller Tank (5) und
- Fahrer, Beifahrer (80kg), 3 Passagiere (je 67kg) im Fond, Glasschiebedach, 90kg Dachlast, 107 kg im Kofferraum, voller Tank(6).

Bild 3.13 zeigt die so ermittelte Abhängigkeit zwischen ΔF und m_q .

Die dargestellt Abhängigkeit kann benutzt werden, um den Bereich möglicher Werte von m_g einzuschränken. Das Vorgehen hierbei wird im Bild 3.14 veranschaulicht.

3.4 Mechatronische Systeme im Fahrwerk

Die Schätzung der Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs soll mit Hilfe der in den Fahrzeugen bereits vorhandenen Komponenten erfolgen. Die Fahrzeuge, für die dieses Verfahren entwickelt wird, verfügen serienmäßig über ein elektronisches Stabilitätsprogramm und über ein Fahrwerk mit Luftfederung. Bei der Schätzung der Schwerpunkthöhe wird auf die Komponenten dieser Systeme zurückgegriffen. Beide Systeme werden nun im Folgenden beschrieben.

3.4.1 Elektronisches Stabilitätsprogramm

Das elektronische Stabilitätsprogramm (ESP) dient dazu, die Sicherheit von Kraftfahrzeugen zu erhöhen; eine Statistik dazu ist im Bild 3.15 zu sehen. Durch gezieltes Bremsen einzelner Räder versucht das System, ein Schleudern des Fahrzeugs zu verhindern und dem Fahrer so die Kontrolle über das Fahrzeug zu sichern. Das ESP erkennt kritische Fahrsituationen, indem es permanent die vom Fahrer vorgegebene Fahrtrichtung mit der tatsächlichen Fahrtrichtung des Fahrzeugs vergleicht. Ein Lenkradwinkelsensor, ein Drucksensor im Bremssystem und das Motormanagementsystem liefern Informationen über den Einschlag des Lenkrads sowie über die Position des Brems- und Gaspedals. Aus diesen Sensorwerten und aus der geschätzten Fahrgeschwindigkeit wird die vom Fahrer gewünschte Fahrtrichtung ermittelt [14]. Zur Bestimmung der Fahrsituation werden Informationen des Motormanagmentsystems, der Drehzahlsensoren an den Rädern sowie des Querbeschleunigungssensors und des Sensors, der die Geschwindigkeit misst, mit der sich der Gierwinkel des Fahrzeugs ändert (Gierratensensors), herangezogen. Weicht das tatsächliche Fahrverhalten von den Vorgaben des Fahrers ab, so erfolgen gezielte Brem-

40

39



Bild 3.14: Abhängigkeit zwischen ΔF und m_a (grünes Vieleck) für einen Mercedes ML. Des Weiteren sind in diesem Bild die bei einer Messung ermittelten Werte von ΔF (blaue durchgezogene Linie), von ΔF zuzüglich und abzüglich des systematischen Fehlers $\delta(\Delta F)$ (blaue gestrichelte Linien) sowie der berechnete Wert für die Masse m_a mit dem systematischen Fehler δm_a (roter Balken), dargestellt. Der maximale und der minimale Wert von m_a , den ein Fahrzeug mit der gemessenen Achslastdifferenz haben kann, sind als schwarze gestrichelte Linien eingezeichnet. Aus der Darstellung ist ersichtlich, dass ein Teil des roten Balkens nicht zwischen diesen Linien liegt. Da ein Fahrzeug mit der gemessenen Achslastdifferenz nicht eine Masse m_a haben kann, die außerhalb des von den schwarzen Linien begrenzten Bereiches liegt, kann mit dieser Methode der Bereich möglicher Werte von m_a eingeschränkt werden. Der minimale und maximale Wert des so eingeschränkten Bereiches wird mit $m_q - \delta m_{a,red}$ und $m_a + \delta m_{a,red}$ bezeichnet (der Index *red* weist darauf hin, dass der Fehler aufgrund des Vorwissens über die Abhängigkeit zwischen ΔF und m_q reduzierter wurde).



Bild 3.15: Nach der serienmäßigen Einführung des ESPs ging die Anzahl der Fahrunfälle mit Mercedes-Benz-Fahrzeugen als Unfall-Hauptverursacher zurück.

seingriffe.

Die Berechnungen zum Algorithmus des Stabilitätsprogramms werden von einem im ESP-Steuergerät arbeitenden Mikrocontroller vorgenommen.

3.4.2 Luftfederung

Die Abstimmung eines Fahrwerks stellt immer einen Kompromiss zwischen der Fahrsicherheit und dem Fahrkomfort dar. Bei einem Fahrwerk mit Luftfederung kann dieser Konflikt teilweise entschärft werden.

Der Fahrkomfort von Kraftfahrzeugen wird im Wesentlichen durch vertikale Beschleunigungen beeinflusst. Insbesondere Beschleunigungen mit Frequenzen zwischen 4 und 8Hz haben großen Einfluss auf das Wohlbefinden der Fahrzeuginsassen [15], denn viele Eigenfre-

quenzen beim Körper des Menschen liegen in diesem Frequenzbereich [16, 17]. Die Eigenfrequenzen von Aufbau und Rädern sollten deshalb möglichst weit außerhalb dieses Frequenzbereichs liegen. Durch geeignete Abstimmung des Fahrwerks wird deshalb versucht, die Aufbaueigenfrequenz bis zu Frequenzen unterhalb von einem Hertz zu senken und damit genügend Abstand zum komfortrelevanten Frequenzbereich zu gewährleisten. Dies kann nur durch den Einsatz weicher Aufbaufedern erreicht werden⁵. Wird iedoch der Aufbau von weichen Federn abgestützt, so führen Änderungen in der Aufbaumasse, die z.B. durch die Beladung herbeigeführt werden können, zu großen Änderungen in der Höhe des Aufbaus, was wiederum negative Auswirkungen auf das Fahrverhalten haben kann. Hier bietet sich die Verwendung von Luftfederung an: Sie ermöglichen die zur Reduzierung der Aufbaueigenfrequenz geforderte weiche Aufbaufederung, ohne dass sich bei unterschiedlicher Beladung das Aufbauniveau ändert. Die konstante Aufbauhöhe wird durch die so genannte Niveauregulierung erreicht, die bedarfsgerecht die Luftmenge in den Federbeinen regelt. Auch ein weiterer Nachteil, den die Beladungsänderung verursacht, kann mit der Luftfederung behoben werden. Die Aufbaueigenfrequenz hängt normalerweise von der Aufbaumasse und damit von der Beladung ab. Sie hängt aber auch von der Steifigkeit der Federn ab. Die Steifigkeit einer Luftfeder hängt wiederum – wie in 6.3.1 gezeigt wird - von der Beladung ab. Bei geeigneter Auslegung der Luftfeder können diese beiden Effekte – Abhängigkeit der Aufbaueigenfrequenz und der Luftfedersteifigkeit von der Beladung - so gegeneinander zur Wirkung gebracht werden, dass ein nahezu

beladungsunabhängiges Schwingungsverhalten erzielt wird. Der Aufbau eines Federbeins mit Luftfeder ist schematisch im Bild

3.16 dargestellt.

Das elastische Element der Luftfeder ist die im Gummibalg eingeschlossene Luft. Ihre Menge kann mit dem Ein- und Auslassventil reguliert werden. Weitere Bestandteile des Federbeins sind die Zug44

43



Bild 3.16: Schematische Darstellung des Aufbaus eines Luftfederbeins.

anschlagsfeder und der Puffer. Sie dienen als Zusatzfedern, die die Steifigkeit des Federbeins bei großen Ausschlagsamplituden erhöhen. Des Weiteren ist an jedem Federbein ein Sensor befestigt, der den Einfederweg misst.

Alle vier Federbeine sind über Schläuche mit dem Druckspeicher verbunden. Ein Kompressor sorgt für einen hohen Überdruck im Druckspeicher. Soll an einem Federbein das Niveau angehoben werden, so werden die Ventile zwischen den Druckspeicher und dem Federbein geöffnet. Am Druckspeicher befindet sich ein Druckmessgerät, das für die Messung des Drucks im Druckspeicher vorgesehen ist. Durch eine geänderte Ansteuerung der Ventile kann jedoch mit diesem Sensor auch der Balgdruck in den einzelnen Luftfedern gemessen werden. Im Bild 3.17 ist das Luftfedersystem mit allen hier erwähnten Komponenten schematisch dargestellt. Einige Aspekte des Luftfeder-Systems werden im Abschnitt 6.3.1 detaillierter beschrieben.

⁵Weiche Aufbaufedern liefern noch einen weiteren Beitrag zu einem besseren Schwingungskomfort, da sie die Beschleunigungen des Aufbaus in vertikaler Richtung reduzieren.



Bild 3.17: Schematische Darstellung des Aufbaus eines Luftfedersystems.

3.5 Generierung und Aufzeichnung von Daten

Für die Entwicklung und Überprüfung des Algorithmus zur Schätzung der Schwerpunkthöhe werden Daten benötigt, die die Bewegung des Fahrzeugs in Situationen beschreiben, in denen die Schwerpunkthöhe geschätzt werden soll. In diesen Daten müssen Signale aller Sensoren enthalten sein, deren Werte bei der Schätzung verwendet werden. Um diese Daten zu gewinnen, wurde zum einen die Fahrzeugbewegung mit einem Programm zur Simulation der Fahrdynamik (FADYS) nachgebildet und zum anderen wurden Messfahrten durchgeführt. In den beiden folgenden Teilabschnitten wird zunächst die Simulationsumgebung und anschließend die Durchführung der Messfahrten beschrieben.

3.5.1 Simulation

46

Für die Entwicklung und Validierung von Schätzalgorithmen eignen sich Daten, die mit einem Simulationsprogramm erzeugt wurden, aus mehreren Gründen. Die Durchführung der Simulation ist mit einem geringen Zeitaufwand verbunden, weil kein Fahrzeug mit Messtechnik ausgestattet werden muss und Änderungen an Fahrzeugparametern in der Simulation sehr einfach durchgeführt werden können. Des Weiteren bieten die mit der Simulation gewonnenen Datensätze eine hohe Transparenz, weil alle Fahrzeugparameter bekannt sind, weil das Fahrzeug keinen unbekannten Störeinflüssen unterliegt und weil in der Simulation Größen zugänglich sind, die bei Messfahrten oft nur schwer oder gar nicht messbar sind.

Für die Erzeugung der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Datensätze wurde das Programm FADYS eingesetzt. Dieses Programm besteht aus mehreren Modulen, die bestimmte Fahrzeugkomponenten nachbilden. Die wichtigsten Module sind diejenigen, mit denen der Fahrzeugaufbau, die Achsen, die Reifen, der Antriebsstrang, die Lenkung und das Bremssystem nachbildet werden. In Abhängigkeit von der geforderten Genauigkeit der Simulation kann die Modellierungstiefe der einzelnen Module angepasst werden. Für alle aktuellen Modelle der Marke Mercedes liegen für alle Module detaillierte Datensätze vor. Damit liefert das Programm FADYS Ergebnisse, die sehr gut mit den bei Messfahrten aufgezeichneten Daten übereinstimmen. Als ein typisches Beispiel wird im Bild 3.18 die gemessene und die mit dem Programm FADYS berechnete Abhängigkeit der Querbeschleunigung vom Lenkradwinkel dargestellt.

Das Programm FADYS ist so entworfen, dass es die Bewegung des Fahrzeugs in Echtzeit berechnet. Das ermöglicht es reale Bauteilen des Fahrzeugs unmittelbar in die Simulation einzubeziehen. Diese Art der Simulation wird Hardware-in-the-Loop Simulation (HiL-Simulation) genannt. Bei den einbezogenen Bauteilen des Fahrzeugs handelt es sich vorwiegend um Steuergeräte verschiedener Systeme des Fahrzeugs. Im HiL-Betrieb berechnet das Programm FADYS den



Bild 3.18: Verlauf der Querbeschleunigung in Abhängigkeit vom Lenkradwinkel bei einer Kreisfahrt. Die schraffierte Fläche entspricht der Messung, die durchgezogene Linie der Simulation mit dem Programm FADYS.

aktuellen Fahrzustand des Fahrzeugs und daraus die Werte der Größen, die im realen Fahrzeug mit Sensoren gemessen werden. Diese Werte werden dem angeschlossenen Steuergerät anstelle der tatsächlichen Sensorwerte übermittelt. Das Steuergerät reagiert auf diese Werte, indem es z.B. Signale zum Betätigen bestimmter Aktuatorik sendet. Diese Signale werden von dem Programm FADYS empfangen und es wird ein entsprechendes Betätigen der Aktuatorik und die daraus folgenden Auswirkungen auf den Fahrzustand simuliert. In diesem neuen Fahrzustand werden erneut Werte von Größen ermittelt, die sonst mit Sensoren gemessen worden wären. Eine detaillierte Beschreibung des Programms FADYS kann [18] entnommen werden. Für die Entwicklung des Algorithmus zur Schätzung der Schwerpunkthöhe wurden sowohl Simulationen mit angeschlossenen Steuergeräten als auch ohne solche durchgeführt. Angeschlossen wurde ein ESP- und ein Luftfeder-Steuergerät, wobei auf die Schätzung der Schwerpunkthöhe vor allem das Luftfeder-Steuergerät Auswirkungen hat. In Abhängigkeit vom Einfederweg des Fahrzeugs bei unbeschleunigter Fahrt reguliert dieses Steuergerät die Luftmenge in den Gummibälgen der Luftfeder und beeinflusst damit ihre Steifigkeit. Die Simulation ist mit dem Modell eines Geländewagens von Mercedes (Mercedes GL) durchgeführt worden. Es wurden Fahrten mit den gleichen Beladungsvarianten simuliert, wie sie bei der Bestimmung der Abhängigkeit zwischen Δh und m_a verwendeten wurden:

- nur Fahrer (F),
- Fahrer mit Beifahrer (F+BF),
- Fahrer mit 100kg Dachlast (F+100kg DL),
- Fahrzeug, das bis zum zulässigen Gesamtgewicht beladen ist (zGg.),
- Fahrzeug, das bis zum zulässigen Gesamtgewicht beladen ist inklusive 100kg Dachlast (zGg. inkl. 100kg DL).

Bei diesen Fahrten handelte es sich um eine Slalomfahrt und um eine sogenannte stationäre Kreisfahrt. Bei der Slalomfahrt betrug die

50

Geschwindigkeit 44km/h und der Abstand der Pylonen 18m. Bei der Kreisfahrt betrug der Durchmesser des gefahrenen Kreises 85m, die Geschwindigkeit wurde vom Stand aus erhöht, bis die Querbeschleunigung ca. $8.5m/s^2$ betrug. Bei der Kreisfahrt wurde der Kreis einmal im Uhrzeigersinn und einmal entgegen dem Uhrzeigersinn durchfahren.

3.5.2 Messfahrten

Nachdem der Schätzalgorithmus mit Daten, die bei der Simulation erhalten wurden, validiert war, wurde geprüft, ob mit dem Algorithmus auch dann die richtige Schwerpunkthöhe ermittelt werden kann, wenn reale Messdaten verwendet werden. Um die dafür notwendigen Daten zu erhalten, wurden mit einem Geländewagen von Mercedes (Mercedes ML), der für die Aufzeichnung der Daten entsprechend ausgerüstet war, Messfahrten durchgeführt. Die Fahrten wurden mit Beladungsvarianten durchgeführt wie sie auch bei der Simulation nachgebildet waren (mit Ausnahme der Variante: Fahrzeug, das bis zum zulässigen Gesamtgewicht beladen ist). Um eine breitere Auswahl an Messdaten zu gewinnen, wurde zusätzlich bei drei weiteren Beladungsvarianten gemessen:

- \bullet Fahrer mit Beifahrer vorne und einem Passagier im Fond $(\mathrm{F+}2\mathrm{BF})$
- Fahrer mit Beifahrer vorne und 100kg Dachlast (F+BF+100DL)
- Fahrer mit Beifahrer vorne, Passagier im Fond und 100kg Dachlast (F+2BF+100DL).

Nach jeder Beladungsänderung wurde das Fahrzeug gewogen. Bei den damit gefahrenen Manövern handelt es sich um stationäre Kreisfahrten, wie im vorigen Abschnitt beschrieben, jedoch mit unterschiedlichen Höchstgeschwindigkeiten und unterschiedlichen Kreisdurchmessern, und um sogenannte "8"-Fahrten (das Fahrzeug fährt bei diesen Manövern eine Bahn, die die Form einer Acht hat).

Kapitel 4

Schätzverfahren

Im vorherigen Kapitel wurde das Vertikaldvnamikmodell hergeleitet. In den Gleichungen dieses Modells kommt der Größe Δh besondere Bedeutung zu. Ihr Wert entspricht der gesuchten Höhe des Schwerpunkts abzüglich der aus den Konstruktionsdaten berechneten Höhe der Wankachse. Außer Δh kommen in den Gleichungen des Vertikaldynamikmodells noch weitere Größen vor, deren Werte nicht bekannt sind. Die Werte aller dieser Größen sollen im Folgenden aus den Messwerten der Ein- und Ausgangssignale des Vertikaldynamikmodells ermittelt werden. Da die Ein- und Ausgangssignale aus den Messwerten der Sensoren berechnet werden und diese immer von einem Messrauschen überlagert sind, werden die daraus ermittelten Werte für die unbekannten Größen nicht exakt sein. Das Messrauschen der Ein- und Ausgangssignale führt zu statistischen Fehlern in den daraus berechneten Werten. Um mehrere unbekannte Größen eines Modells mit einem möglichst kleinen statistischen Fehler zu bestimmen, eignet sich die Anwendung von Schätzverfahren. In dieser Arbeit werden die unbekannten Größen mit der rekursiven Methode der kleinsten Fehlerquadrate und mit dem erweiterten Kalman-Filter geschätzt. Diese Schätzalgorithmen werden in 4.2.2 und 4.2.3 eingehend beschrieben. Um sicher zu stellen, dass die Schätzung gegen die wahren Werte der unbekannten Größen konvergieren kann, muss zuvor nachgewiesen werden, dass ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den unbekannten Größen eines Modells und seinen Ein- und Ausgangsgrößen besteht. Systeme bei denen dieser Zusammenhang eindeutig ist, nennt man beobachtbare Systeme. Im folgenden Abschnitt wird zunächst eine Methode vorgestellt, mit der die Beobachtbarkeit eines Systems nachgewiesen werden kann. Anschließend wird diese Methode auf die einzelnen Varianten des Vertikaldynamikmodells angewendet.

4.1 Beobachtbarkeit

In diesem Abschnitt wird die Eigenschaft *Beobachtbarkeit* eines mathematischen Systems diskutiert, und es wird eine Methode vorgestellt, mit der untersucht werden kann, ob ein System beobachtbar ist.

Ein System

$$\dot{x} = f(x, u)$$

$$y = l(x, u)$$

$$(4.1)$$

mit $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ und $y \in \mathbb{R}^q$ heißt beobachtbar, wenn für jeden Verlauf des Eingangssignals u der Wert des Zustandsvektors x aus dem Verlauf des Ausgangssignals y eindeutig bestimmt werden kann [32].

Wie im Kapitel 3.3 dargestellt, bezeichnen bei dem Vertikaldynamikmodell u die Querbeschleunigung a_y und y den aus den Federwegmessungen berechneten Wankwinkel φ . Die Aufgabe besteht darin, den Wert der Zustände, so z.B. des Produkts $m_g \Delta h$, zu bestimmen. Die Werte der Zustände können genau dann eindeutig bestimmt werden, wenn zwischen ihnen und den Eingangs- und Ausgangssignalen ein eindeutiger Zusammenhang besteht, also genau dann, wenn die Gleichungen des Vertikaldynamikmodells ein beobachtbares System 4.1 Beobachtbarkeit

bilden. Im Folgenden wird deshalb die Beobachtbarkeit der einzelnen Varianten des Vertikaldynamikmodells untersucht. Hierzu wird nun eine geeignete Methode vorgestellt.

Eine hinreichende Bedingung für die Beobachtbarkeit des nichtlinearen Systems 4.1 mit $x \in D_x \subseteq R^n$, $u \in D_u \subseteq R^m$ und $y \in R^q$ kann mit Hilfe der sogenannten Beobachtbarkeitsabbildung

$$y^{[n-1]} := \begin{pmatrix} y\\ \dot{y}\\ \vdots\\ y^{(n-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l(x,u)\\ \frac{d}{dt}l(x,u)\\ \vdots\\ \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}l(x,u) \end{pmatrix}$$
(4.2)

53

formuliert werden. Ist die Beobachtbarkeitsabbildung im gesamten Definitionsbereich $\forall x \in D_x$, $\forall u \in D_u$ eindeutig nach x auflösbar, so ist das System 4.1 beobachtbar [27], und der Zustandvektor x kann aus den Ausgangswerten y und deren Ableitungen eindeutig berechnet werden. Das lässt sich wie folgt zeigen.

Die Abhängigkeit des Ausgangssignals y von den Zustands- und Eingangsgrößen kann für hinreichend oft differenzierbare Systemgleichungen (4.1) mit Hilfe der Taylor-Entwicklung der Ausgangsgleichung [24]

$$y(t) = y(0) + t\dot{y}(0) + \frac{t^2}{2!}\ddot{y}(0) + \dots + \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}y^{(n-1)}(0) + \dots \quad (4.3)$$

berechnet werden. Die zeitlichen Ableitungen der Ausgangsgleichung y = l(x, u) lassen sich in Abhängigkeit von x und u berechnen. Die erste Ableitung liefert nach Ersetzen von \dot{x} durch f(x, u) die Beziehung

$$\dot{y} = \frac{\partial l(x,u)}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial l(x,u)}{\partial u}\dot{u} = \frac{\partial l(x,u)}{\partial x}f(x,u) + \frac{\partial l(x,u)}{\partial u}\dot{u}.$$
 (4.4)

Um die höheren Ableitungen der Ausgangsgleichung in kompakter Form schreiben zu können, wird der Differentialoperator

$$Ll := \frac{\partial l}{\partial x} f + \frac{\partial l}{\partial u^{[n-1]}} \frac{d}{dt} u^{[n-1]}, \ L^j l := L(L^{j-1}l) \ \text{mit} \ L^0 l := l$$
(4.5)

54

eingeführt, wobei mit $u^{[n-1]}$ ein Vektor mit den erstenn-1Zeitableitungen der Eingangsgrößeu bezeichnet wird, nämlich

$$u^{[n-1]} := \begin{pmatrix} u \\ \dot{u} \\ \vdots \\ u^{(n-1)} \end{pmatrix}.$$
 Die $n-1$ ersten zeitlichen Ableitungen der

Ausgangsgleichung $\stackrel{'}{y}$ lassen sich mit dem Differential
operator L in die Form

$$y^{[n-1]} = \begin{pmatrix} L^0 \\ L \\ \vdots \\ L^{n-1} \end{pmatrix} l(x,u)$$

$$(4.6)$$

überführen.

Nach der Definition der Beobachtbarkeit gilt für ein beobachtbares System, dass die Werte der Ausgangsfunktion y für zwei Werte des Zustandsvektors x = M und x = N

$$y(t, M, u) - y(t, N, u) \begin{cases} = 0, & M = N \\ \neq 0, & M \neq N. \end{cases}$$

sind. Setzt man nun für y die Taylor-Entwicklung (4.3) ein und benutzt hierbei die Schreibweise mit dem Operator L und der Funktion h, so erhält man

$$y(t, N, u) - y(t, M, u) = \sum_{j=0}^{\infty} \left[t^j / j! \left(L^j l(M, u) - L^j l(N, u) \right) \right] \quad (4.7)$$
$$\begin{cases} = 0, \quad M = N \\ \neq 0, \quad M \neq N, \forall u \in D_u. \end{cases}$$

Damit die Differenz y(t, N, u) - y(t, M, u) bereits dann ungleich 0 ist, wenn einer der *n* Werte des Zustandsvektors *M* von dem Wert des Zustandvektors *N* abweicht, muss jede der Komponenten von *M* bzw. N den Wert von y beeinflussen. Dazu muss jede Komponente des Zustandvektors in den Ableitungen $L^{j}l$ vorkommen, und falls eine Komponente in mehreren Ableitungen $L^{j}l$ vorkommt, darf ihr Beitrag zuynicht bei der Bildung der Summe $\sum_{j=0}^{\infty}t^{j}/j!L^{j}l$ eliminiert werden. Diese Forderung bedeutet aber, dass die Taylor-Entwicklung der Ausgangsfunktion in n linear unabhängige Funktionen der Form

$$\phi_i(x) = \sum_{j=a}^b \alpha_j L^j l(x, u) \tag{4.8}$$

55

zerlegt werden kann [23]. Bei der Untersuchung der Beobachtbarkeit verwendet man für $\phi_i(x)$ der Einfachheit halber meistens die Ausgangsfunktion l(x, u) und deren n - 1 erste Zeitableitungen $L^{j}l(x, u), j = 1 \dots n$. So erhält man die Beobachtbarkeitsabbildung (4.2). Wenn also die Beobachtbarkeitsabbildung invertierbar ist, bedeutet das, dass ihre Komponenten linear unabhängig sind und dass das System beobachtbar ist. Wenn die Beobachtbarkeitsabbildung nicht im gesamten Definitionsbereich eindeutig nach x aufgelöst werden kann, bedeutet das jedoch nicht, dass das System nicht beobachtbar ist. Für die Bildung der Beobachtbarkeitsabbildung sind die ersten n-1 Ableitungen benutzt wurden, womit nicht ausgeschlossen werden kann, dass noch höhere Ableitungen $L^{j}l(x, u), j > n-1$ existieren, mit denen die Beobachtbarkeitsabbildung im gesamten Definitionsbereich invertierbar wäre. Die hier abgeleitete Bedingung für die Beobachtbarkeit ist demnach nur eine hinreichende, aber keine notwendige Bedingung.

In der Literatur werden noch weitere Verfahren zur Bestimmung der Beobachtbarkeit beschrieben. Mehrere solcher Verfahren für nichtlineare Systeme – und insbesondere für zustandsquadratische Systeme mit linearer Steuerung wie das hier vorliegende – sind in [27, 22] und [28, 29] beschrieben. Alle dort aufgeführten Verfahren werten jedoch auch nur hinreichende Bedingungen für die Beobachbarkeit aus.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die Beobachtbarkeit der einzelnen Modellvarianten untersucht, indem die Invertierbarkeit der Beobachtbarkeitsabbildung und die Möglichkeit ihrer eindeutigen 56

Auflösung nach x überprüft werden. Bei Modellvarianten, bei denen die Beobachtbarkeitsabbildung nicht im gesamten Definitionsbereich eindeutig nach x aufgelöst werden kann, wird mit Hilfe einer Simulation überprüft, ob die geschätzten Werte gegen den korrekten Wert konvergieren.

In den folgenden Teilabschnitten soll nun untersucht, ob die einzelnen Varianten des Vertikaldynamikmodells beobachtbar sind.

Modell zur Schätzung des Trägheitsmoments, des Produkts $m_q \Delta h$ sowie der Feder- und Dämpferkonstanten

Die Modellgleichungen (3.16) und (3.17), in Vektorform dargestellt, und die damit berechnete Beobachtbarkeitsabbildung haben die Gestalt

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ \dot{x}_{3} \\ \dot{x}_{4} \\ \dot{x}_{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2} \\ x_{1}x_{3} + x_{2}x_{4} + x_{5}u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = f(x, u)$$

$$y = x_{1} = l(x, u)$$
(4.9)

$$y^{[4]} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3x_1 + x_2x_4 + x_5u \\ x_2x_3 + x_1x_3x_4 + x_2x_4^2 + x_4x_5u + x_5\dot{u} \\ x_2x_3x_4 + (x_3 + x_4^2)(x_1x_3 + x_2x_4 + x_5u) + x_4x_5\dot{u} + x_5\ddot{u} \end{pmatrix}$$

Wenn man dieses Gleichungssystem nach x_1 bis x_5 auflösen will, erhält man eine Gleichung, in der der Zustand x_4 u.a. in der vierten Potenz vorkommt (vgl. Abschnitt 8.1). Zwar können Gleichungen 4. Grades, die eine bestimmte Form aufweisen, nach den einzelnen Variablen aufgelöst werden [41], dies gelang jedoch in diesem Fall nicht. Daher konnte nicht überprüft werden, ob die hinreichende Bedingung für die Beobachtbarkeit erfüllt ist.



Bild 4.1: Simulink-Modell zur Überprüfung der Beobachtbarkeit des Modells zur Schätzung des Trägheitsmoments, des Produkts $m_g \Delta h$ sowie der Feder- und Dämpferkonstanten.

Da die Beobachtbarkeit analytisch nicht nachgewiesen werden konnte, wurde die Beobachtbarkeit mit Hilfe einer Simulation geprüft. Dazu wurde das betrachtete System als Simulink-Modell nachgebildet (siehe Bild 4.1). In diesem Modell wurden die Werte der Zustände x_3 bis x_5 als konstant festgelegt: $x_3 = -33$, $x_4 = -20$ und $x_5 = 30$. Die Werte des Eingangssignals u und des damit generierten Ausgangssignals $y = x_1$ wurden aufgezeichnet. Die aufgezeichneten Signale dienten anschließend als Ein- und Ausgangsgrößen eines Schätzalgorithmus (Bei diesem Schätzalgorithmus handelt es sich um das erweiterte Kalman-Filter, das im Kapitel 4.2.3 beschrieben wird.). Als Startwerte für den Schätzalgorithmus wurden zunächst $x_1(0) =$ $0, x_2(0) = 0, x_3(0) = -20, x_4(0) = -20$ und $x_5(0) = 140$ gewählt. Die für die Zustände gewählten Startwerte haben die gleiche Größenordnung wie die entsprechenden Zustände im Vertikaldynamikmodell. Mit diesen Startwerten konvergierten die Werte von x_1 bis x_5 gegen die Werte des Simulink-Modells. Bild 4.2 zeigt das Konvergenzverhalten.



Bild 4.2: Konvergenzverhalten des Modells zur Schätzung des Trägheitsmoments, des Produkts $m_g \Delta h$ sowie der Feder- und Dämpferkonstanten. Als Startwerte sind hier $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = -20$, $x_4(0) = -20$ und $x_5(0) = 140$ gewählt worden. Der Startwert von x_4 entspricht also exakt dem im Signalgenerator verwendeten Wert für diese Größe.

Anschließend wurden als Startwerte des Schätzalgorithmus $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$ und für x_3 und x_5 die gleichen Werte wie in der Simulation verwendet: $x_3(0) = -33$, $x_5(0) = -30$. Für x_4 wurde hingegen ein Startwert gewählt, der von dem im Simulink-Modell verwendeten Wert abweicht: $x_4(0) = 30$. In diesem Fall konvergierte der Algorithmus nicht gegen die Werte des Simulink-Modells (siehe Bild 4.3). Das Konvergenzverhalten hängt also stark vom Startwert für x_4 ab, das heißt aber, dass das System nicht beobachtbar ist. Algorithmen, die auf solche Systeme angewendet werden, können also falsche Ergebnisse liefern. Deshalb eignet sich das Modell zur Schätzung des



Bild 4.3: Konvergenzverhalten des Modells zur Schätzung des Trägheitsmoments, des Produkts $m_g \Delta h$ sowie der Feder- und Dämpferkonstanten. Als Startwerte sind hier $x_1(0) = 0, x_2(0) = 0, x_3(0) = -33, x_4(0) = -30$ und $x_5(0) = 140$ gewählt worden. Nur der Startwert von x_4 weicht von dem im Signalgenerator verwendeten Wert für diese Größe ab.

Trägheitsmoments, des Produkts $m_g\Delta h$ sowie der Feder- und Dämpferkonstanten nicht für die Bestimmung der Schwerpunkthöhe.

Die Konvergenzeigenschaften des Schätzalgorithmus können verbessert werden, wenn die Zahl der zu schätzenden Parameter reduziert wird. In der zweiten Variante des dynamischen Modells – Modell zur Schätzung des Trägheitsmoments und des Produkts $m_g \Delta h$ – wurde die Zahl der Zustände von 5 auf 4 reduziert. Die Beobachtbarkeit dieser Variante wird im folgenden Teilabschnitt untersucht.

60

59

Modell zur Schätzung des Trägheitsmoments und des Produkts $m_q \Delta h$

Diese Modellvariante wird, wie in 3.3.1eingeführt, durch die folgenden Gleichungen

$$\dot{x}_{1} = x_{2}
\dot{x}_{2} = a \cdot x_{6} \cdot x_{1} + b \cdot x_{6} \cdot x_{2} + x_{6} \cdot x_{5} \cdot u
\dot{x}_{5} = 0
\dot{x}_{6} = 0
y = x_{1}$$
(4.10)

beschrieben. Die Beobachtbarkeitsabbildung dieses Modells lautet:

$$y^{[3]} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ ax_1x_6 + bx_6x_2 + x_6x_5u \\ ax_2x_6 + abx_1x_6^2 + b^2x_2x_6^2 + bx_5x_6^2u + x_6x_5\dot{u} \end{pmatrix}.$$
 (4.11)

Sie kann im gesamten Definitionsbereich eindeutig nach x_1 , x_2 , x_5 und x_6 aufgelöst werden:

$$\begin{aligned}
x_1 &= y \\
x_2 &= \dot{y} \\
x_5 &= \frac{a\dot{y}\ddot{y} + b\ddot{y}^2 - ayy^{(3)} - b\dot{y}y^{(3)}}{uy^{(3)} - \dot{u}\ddot{y}} \\
x_6 &= \frac{uy^{(3)} - \dot{u}\ddot{y}}{au\dot{y} + bu\ddot{y} - a\dot{u}y - b\dot{u}\dot{y}}.
\end{aligned}$$
(4.12)

Diese Variante des Vertikaldynamikmodells bildet also ein beobachtbares System.



Bild 4.4: Simulink-Modell zur Überprüfung der Beobachtbarkeit des Modells zur Schätzung des Trägheitsmoments und des Produkts $m_q \Delta h$.

Obwohl hiermit die Beobachtbarkeit des Systems (4.12) bereits analytisch gezeigt worden ist, wurde sie zusätzlich anhand einer Simulation überprüft. Die Vorgehensweise war dabei die gleiche wie die im vorigen Abschnitt beschriebene. Mit einem Simulink-Modell (s. Bild 4.4) wurden Signale generiert, die anschließend als Ein- und Ausgangssignale eines Schätzalgorithmus verwendet wurden, um die Zustände des Simulink-Modells zu bestimmen. Bild 4.5 zeigt das Konvergenzverhalten der Zustände, wenn das System mit einer Sinusschwingung der Frequenz 0.33Hz angeregt wird. Die mit dem Schätzalgorithmus ermittelten Werte konvergierten, wie zu erwarten war, gegen die Werte des Simulink-Modells.

Mit dieser Modellvariante kann demnach das Produkt $m_g \Delta h$ geschätzt werden. Bei der Herleitung des Modells sind mehrere Vereinfachungen getroffen worden, die die Schätzung verfälschen können. Die Auswirkung der Vereinfachungen wird im Kapitel 5



Bild 4.5: Konvergenzverhalten des Schätzalgorithmus mit dem Modell zur Bestimmung des Trägheitsmoments und des Produkts $m_g\Delta h$ bei einer Anregung mit einer Sinusschwingung der Frequenz0.33Hz
untersucht.

Stationäres Modell

Im Gegensatz zum dynamischen Modell wird das stationäre Modell nur anhand einer Gleichung beschrieben; dabei handelt es sich um eine algebraische Gleichung mit zwei unbekannten Größen. In dieser Gleichung kommen die Querbeschleunigung a_y und die Federkräfte vor. Wenn zu mindestens zwei Zeitpunkten die Werte dieser Größen bekannt sind, dann können die unbekannten Größen der Gleichung bestimmt werden. Dabei muss zusätzlich gewährleistet sein, dass die Querbeschleunigung und die Federkräfte solche Werte annehmen, dass die Gleichungen zu den einzelnen Zeitpunkten nicht alle voneinander linear abhängig sind.

4.2 Schätzalgorithmen

Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, dass die gesuchten Größen des stationären Modells sowie des Modells zur Schätzung des Trägheitsmoments und des Produkts $m_g \Delta h$ eindeutig aus den Verläufen der Ein- und Ausgangssignale bestimmt werden können. Diese Modelle werden deshalb in den Kapiteln 5 und 6 zur Bestimmung der Schwerpunkthöhe benutzt.

Zur Berechnung der gesuchten Größen der beiden Modelle werden im Rahmen dieser Arbeit Schätzalgorithmen herangezogen: Beim stationären Modell wird die rekursive Methode der kleinsten Fehlerquadrate (RLS) verwendet, beim zweiten Modell das erweiterte Kalman-Filter (EKF). Während der Schätzung werden die in der Simulation und bei den Messfahrten aufgezeichneten Messwerte der Sensoren als Ein- und Ausgangsgrößen der Algorithmen verwendet. Da die Messwerte der Sensoren nicht kontinuierlich, sondern nur zu bestimmten Zeitpunkten gemessen werden, erfolgt die Betrachtung der Modelle und der Schätzalgorithmen in zeitdiskreter Form. Im folgenden Ab-

63

64

schnitt werden die Gleichungen beider Modelle in ihre zeitdiskrete Form überführt, und in den darauf folgenden Abschnitten werden die beiden Schätzalgorithmen – RLS und EKF – beschrieben.

4.2.1 Diskretisierung

Stationäres Modell

Die Gleichung des stationären Modells (3.20) kann in der Form

$$\Delta F_{l-r}(t) \cdot \frac{s}{2} = m_g \Delta h \cdot a_y(t) - M_0 \tag{4.13}$$

geschrieben werden, wobei ΔF_{l-r} eine abkürzende Schreibweise für die Differenz der Feder- und Stabilisatorkräfte zwischen der rechten und linken Seite ist, *s* die Spurbreite bezeichnet und M_0 – wie bereits in 3.3.2 beschrieben – für das bei verschwindender Querbeschleunigung $a_y \approx 0$ vorliegende Wankmoment steht. Die obige Gleichung wird diskretisiert, indem die kontinuierliche Variable *t* durch $k \cdot \Delta t$ ersetzt wird, wobei $k \in \mathbb{N}$ und Δt der Länge des Zeitintervalls zwischen zwei Messungen der Sensoren entspricht. Um die Gleichungen in zeitdiskreter Form leichter von denjenigen in zeitkontinuierlicher Form unterscheiden zu können, wird das Δt in den Gleichungen weggelassen und *k* als Index geschrieben, d.h.

$$\Delta F_{l-r,k} \cdot \frac{s}{2} = m_g \Delta h \cdot a_{y,k} - M_0. \tag{4.14}$$

Dynamisches Modell in der Variante zur Schätzung des Trägheitsmoments und des Produkts $m_q \Delta h$

Die Gleichungen des in diesem Abschnitt betrachteten Modells lauten

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= a \cdot x_6 \cdot x_1 + b \cdot x_6 \cdot x_2 + x_6 \cdot x_5 \cdot u \\ \dot{x}_5 &= 0 \\ \dot{x}_6 &= 0 \\ y &= x_1. \end{aligned}$$

$$(4.15)$$

4.2 Schätzalgorithmen

Die Messgleichung $y = x_1$ ist – wie die Gleichung des stationären Modells – eine algebraische Gleichung und kann demnach in gleicher Weise diskretisiert werden. Sie nimmt dann die Form

$$y_k = x_{1,k}.$$
 (4.16)

65

an. Die Zustandsgleichung ist hingegen eine Differenzengleichung. Um sie in analoger Weise zu diskretisieren, müsste sie zuvor gelöst werden. Für nichtlineare Differentialgleichungen – wie die betrachtete Zustandsgleichung – gibt es jedoch keine allgemeine Lösungsformel. Sie wird deswegen hier nicht exakt, sondern mit Hilfe einer linearen Näherung für die Berechnung von Zeitableitungen – $\dot{x}_k \approx (x_{k+1} - x_k) / \Delta t$ – gelöst. Mit dieser Näherung erhält die Zustandsgleichung in zeitdiskreter Form die Gestalt

$x_{1,k+1}$	=	$x_{1,k} + x_{2,k} \cdot \Delta t$
$x_{2,k+1}$	=	$x_{2,k} + a \cdot x_{6,k} \cdot x_{1,k} \cdot \Delta t + b \cdot x_{6,k} \cdot x_{2,k} \cdot \Delta t + x_{6,k} \cdot x_{5,k} \cdot u_{k+1} \cdot \Delta t$
$x_{5,k+1}$	=	$x_{5,k}$ (4.17)
$x_{6,k+1}$	=	$x_{6,k}$.

4.2.2 Methode der kleinsten Fehlerquadrate

Für die Bestimmung mehrerer Parameter einer algebraischen Gleichung eignet sich die rekursive Methode der kleinsten Fehlerquadrate (RLS). Mit einem RLS-Algorithmus werden die m + 1 unbekannten Parameter (a_0 bis a_m) einer linearen Gleichung der Form

$$y_k = a_0 + a_1 u_{1,k} + a_2 u_{2,k} + a_3 u_{3,k} + \dots + a_m u_{m,k}$$
(4.18)

aus n Messungen der Ausgangsgröße y und genauso vielen Messungen der Eingangssignale u_1 bis u_m berechnet. Damit die Herleitung des Algorithmus übersichtlich bleibt, ist es vorteilhaft, (4.18) in Vektorform gemäß

$$y_k = U_k A \tag{4.19}$$

zu verwenden. In der obigen Gleichung wird der Vektor der Eingangssignale mit $U_k = [1, u_{1,k}, u_{2,k}, \cdots, u_{m,k}]$ und der Vektor der Modell-Parameter mit $A = [a_0, a_1, a_2, \cdots, a_m]^T$ bezeichnet¹. Die mit dem Schätzalgorithmus ermittelten Werte für den Vektor A werden als \hat{A} bezeichnet. Wenn die geschätzten Werte für die Parameter von ihren wahren Werten abweichen, führt das dazu, dass der mit den geschätzten Parametern berechnete Wert der Ausgangsgröße \hat{y} und der Wert der Ausgangsgröße y selbst verschieden sind. Ihre Differenz

$$e_k = y_k - \hat{y}_k \tag{4.20}$$

wird als Schätzfehler e bezeichnet. Mit kMessungen kann das Gleichungssystem

$$e_1 = y_1 - U_1 \hat{A}$$

$$e_2 = y_2 - U_2 \hat{A}$$

$$\vdots$$

$$e_k = y_k - U_k \hat{A}$$
(4.21)

¹Mit $[\cdots]^T$ wird die Transponierte des Vektors $\begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$ bezeichnet.

aufgestellt werden. Indem die Abkürzungen

$$\begin{split} \underline{e}_{k} &= \begin{bmatrix} e_{1} \\ e_{2} \\ \vdots \\ e_{k} \end{bmatrix} \\ \underline{y}_{k} &= \begin{bmatrix} y_{1} \\ y_{2} \\ \vdots \\ y_{k} \end{bmatrix} \text{und} \\ \underline{U}_{k} &= \begin{bmatrix} U_{1} \\ U_{2} \\ \vdots \\ U_{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1,1}, u_{2,1}, \cdots, u_{m,1} \\ u_{1,2}, u_{2,2}, \cdots, u_{m,2} \\ \vdots \\ u_{1,k}, u_{2,k}, \cdots, u_{m,k} \end{bmatrix} \end{split}$$

eingeführt werden, kann das Gleichungssystem (4.21) kompakt als

$$\underline{e}_k = \underline{y}_k - \underline{U}_k \hat{A} \tag{4.22}$$

67

geschrieben werden. Gesucht ist ein Satz von Parametern, der zu der kleinsten Summe der quadrierten Fehler, also zum kleinsten $V = \sum_{i=1}^{m} e^2(i) = \underline{e}_k^T * \underline{e}_k$ führt². Solange das Gleichungssystem (4.21) nicht überbestimmt ist (solange also die Anzahl der Parameter m + 1 größer oder gleich der Anzahl der Messungen n ist), kann das Gleichungssystem gelöst und die Parameter so gewählt werden, dass der Fehlervektor \underline{e}_k zum Nullvektor wird. Bei weniger als m+1 Messungen sind die Parameter nicht eindeutig bestimmt, und es gibt mehrere Parametersätze, die dazu führen, dass der Fehlervektor \underline{e}_k zum Nullvektor wird. Eindeutig können die Parameter bestimmt werden, wenn die Anzahl der Messungen gleich der Anzahl der unbekannten Parameter ist, wenn also m + 1 Messungen durchgeführt

worden sind [30]. Wären die gemessenen Ein- und Ausgangssignale fehlerfrei, dann würden alle weiteren Messungen zu Gleichungen führen, die eine lineare Kombination der m + 1 ersten Gleichungen im Gleichungssystem (4.21) sind. In diesem Fall würde der aus den ersten m+1 Messungen ermittelte Parametervektor durch Hinzunahme weiterer Messungen seinen Wert nicht verändern. Die unvermeidbaren Fehler in den Messungen führen jedoch dazu, dass die Gleichungen normalerweise nicht linear abhängig sind. Dann kann kein Parametervektor gefunden werden, bei dem die Verlustfunktion exakt zu Null wird. Der unter diesen Umständen optimale Parametervektor ist derjenige, der zu einem minimalen Wert der Verlustfunktion führt. Er wird bestimmt, indem der Ausdruck für die Verlustfunktion V nach dem Parametervektor abgeleitet und die Ableitung gleich Null gesetzt wird:

$$0 = \frac{dV_k}{d\hat{A}} = \frac{d}{d\hat{A}} \left[\underline{y}_k - \underline{U}_k \hat{A} \right]^2$$

$$0 = 2 \cdot \underline{U}_k^T \left[\underline{U}_k \hat{A} - \underline{y}_k \right]$$

$$\hat{A} = \left[\underline{U}_k^T \underline{U}_k \right]^{-1} \underline{U}_k^T \underline{y}_k.$$

$$(4.23)$$

Es existieren verschiedene Methoden, die obige Gleichung zu lösen, zwei dieser Methoden werden im Folgenden besprochen.

Nichtrekursive Methode der kleinsten Fehlerquadrate (LS)

Der Parametervektor kann mit Hilfe des letzten Ausdrucks in (4.23) berechnet werden. Dazu muss die Matrix $\underline{U}_k^T \underline{U}_k$ invertiert werden. Dies ist allerdings nur dann möglich, wenn ihre Determinante ungleich Null ist. Es dürfen also keine linear abhängigen Zeilen in der Matrix enthalten sein. Da die Matrix U aus den Eingangssignalen gebildet wird, führen zwei identische Eingangssignale zu gleichen Zeilen in der Matrix $\underline{U}_k^T \underline{U}_k$, woraus folgt, dass die Eingangssignale in jedem Abtastschritt unterschiedliche Werte annehmen müssen, damit die

 $^{^{2}\}ast$ wird hier als Zeichen für das Skalarprodukt benutzt, V wird Verlustfunktion genannt.

Matrix $\underline{U}_k^T \underline{U}_k$ invertierbar wird. Weiterhin muss diese Matrix positiv definit sein, um sicher zu stellen, dass der ermittelte Wert ein Minimum ist. Sind des Weiteren die Störungen mittelwertfrei und unabhängig von den Messwerten, dann konvergieren mit steigendem k die geschätzten Parameterwerte gegen die wahren Werte.

69

Da das Invertieren einer Matrix im Allgemeinen rechenaufwendig ist und in jedem Abtastschritt eine Prüfung der oben genannten Bedingungen erfolgen muss, wird für den Einsatz in Fahrzeugen diese Methode so abgeändert, dass diese Nachteile vermieden werden. Daraus ergibt sich die rekursive Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

Rekursive Methode der kleinsten Fehlerquadrate (RLS)

Die rekursive Methode der kleinsten Fehlerquadrate hat den Vorteil, dass sowohl die Inversion der Matrix $\underline{U}_k^T \underline{U}_k$ in jedem Abtastschritt wegfällt als auch die Prüfung, ob sie positiv definit ist. Der Rechenbedarf der rekursiven Methode wird zusätzlich dadurch reduziert, dass eine Bearbeitung der Daten nicht erst nach Abschluss der Messzeit möglich ist, sondern die geschätzten Werte nach jedem Zeitschritt mit relativ geringem Rechenaufwand aktualisiert werden. Ein weiterer Vorteil dieser Methode ist, dass im Gegensatz zu ihrer nichtrekursiven Variante nicht alle Messwerte gespeichert werden müssen. Daher fällt der Speicherbedarf bei dieser Methode erheblich niedriger aus. Durch die Verwendung eines rekursiven Algorithmus lassen sich außerdem zeitvariante Parameter schätzen.

Eine ausführliche Herleitung des RLS-Algorithmus wird in [31] beschrieben. Er besteht aus den folgenden drei Gleichungen, die in der angegebenen Reihenfolge berechnet werden [31].

• Berechnung des Korrekturvektors

$$\underline{\gamma}_{k} = \underline{P}_{k+1} \underline{U}_{k+1} = \frac{1}{\underline{U}_{k+1}^{T} \underline{P}_{k} \underline{U}_{k+1} + 1} \underline{P}(k) \underline{U}_{k+1}$$

mit
$$P_k = \left[\underline{U}_k^T \underline{U}_k\right]^{-1}$$
 (Kovarianzmatrix)

• Berechnung von \hat{A}

$$\hat{A}_{k+1} = \hat{A}_k + \underline{\gamma}_k \left[y_{k+1} - \underline{U}_{k+1}^T \hat{A}_k \right]$$

$$(4.24)$$

• Berechnung der Kovarianzmatrix $\underline{\mathbf{P}}$

$$\underline{P}_{k+1} = \left[\underline{I} - \gamma_k \underline{U}_{k+1}^T\right] \underline{P}_k$$

Beim Start des rekursiven Schätzalgorithmus müssen Werte von \hat{A}_0 und \underline{P}_0 bekannt sein. Es gibt mehrere Möglichkeiten diese zu bestimmen:

• Start mit der nichtrekursiven Methode der kleinste Fehlerquadrate:

Es wird mit der nichtrekursive Methode begonnen. Es werden mehr als m + 1 Messungen gemacht, dann wird der Parametervektor \hat{A} und die Matrix \underline{P}_k berechnet. Die Werte dieser Größen werden anschließend bei der folgenden rekursiven Methode als Startwerte verwendet.

- Verwendung von a priori-Werten Im Voraus bekannte N\u00e4herungswerte f\u00fcr die Parameter \u00e4k und P_k k\u00fcnnen als Startwerte benutzt werden.
- Annahme geeigneter Schätzwerte

Wenn kein a priori-Wissen vorliegt, müssen geeignete Werte für \hat{A}_k und \underline{P}_k geraten werden. In [36] wird vorgeschlagen die Werte

$$\underline{P}(k) = \alpha I \qquad (\alpha = 1 \dots 10) \qquad \overline{A}(k) = \underline{0}$$

zu verwenden.

Der oben beschriebene Schätzalgorithmus eignet sich zur Schätzung von Parametern, die sich während der Messzeit nicht verändern. Eine gute Schätzung von zeitveränderlichen Parametern wird ermöglicht, wenn die Verlustfunktion V in anderer Weise definiert wird. Anstatt wie bisher alle Fehler gleich stark zu gewichten, werden Fehler umso weniger stark gewichtet, je weiter sie zeitlich zurückliegen. Der Ausdruck für V nimmt dann die Form

$$V = \sum_{i=1}^{m} \lambda^{m-i} e_i^2 \quad \text{mit} \quad 0 < \lambda < 1 \tag{4.25}$$

71

an. Der Parameter λ wird Vergessensfaktor genannt. Mit ihm wird festgelegt, wie stark die Fehler e_i gewichtet werden, die *i* Schritte vor der momentanen Messung ermittelten wurden. Bei einem Wert von $\lambda = 1$ werden alle Fehler gleich stark gewichtet, wird der Wert von λ verringert, so werden die Fehler zu früheren Zeitpunkten (i < m) weniger stark als der aktuelle Wert e_m gewichtet, und bei einem Wert $\lambda = 0$ wird schließlich nur der aktuelle Wert von e bei der Berechnung der Verlustfunktion V berücksichtigt. Bei der Wahl von λ muss ein Kompromiss gefunden werden, bei dem einerseits die zeitlich zurückliegenden Messfehler stark genug gewichtet werden, um die Auswirkung statistischer Messfehler zu minimieren, und andererseits der Schätzwert den Veränderungen der Parameter ausreichend schnell folgen kann. Als optimaler Parametervektor \hat{A} wird auch hier derjenige Vektor angesehen, der die Verlustfunktion minimiert. Diese Bedingung führt zu den Beziehungen

$$\underline{\gamma}_{k} = \frac{1}{\underline{U}_{k+1}^{T}\underline{P}_{k}\underline{U}_{k+1} + \lambda} \underline{P}_{k}\underline{U}_{k+1},$$

$$\hat{A}_{k+1} = \hat{A}_{k} + \underline{\gamma}_{k} \left[y_{k+1} - \underline{U}_{k+1}^{T} \hat{A}_{k} \right] \quad \text{und}$$

$$\underline{P}_{k+1} = \frac{1}{\lambda} \left[\underline{I} - \gamma_{k}\underline{U}_{k+1}^{T} \right] \underline{P}_{k}.$$
(4.26)

72

4.2.3 Kalman-Filter

Die Gleichungen des dynamischen Modells in ihrer zeitdiskreten Form können als

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k)$$
 (4.27)
 $y_k = l(x_k),$

geschrieben werden, wobei u und y die Ein- und Ausgangsgrößen bezeichnet und x der Zustandsvektor ist. Mit einem Schätzverfahren sollen – wie beim RLS-Verfahren – aus den Verläufen der gemessenen Größen u und y die nicht bekannten Größen der Gleichung rekonstruiert werden. Bei dem dynamischen Modell bilden diese Größen den Zustandsvektor x. Da die Gleichungen des dynamischen Modells nicht nur den Zusammenhang zwischen u, y und x, sondern auch den Zusammenhang zwischen den Werten des Zustandsvektors zu unterschiedlichen Zeitpunkten (also x_k und x_{k-1}) beschreiben, kann das RLS-Verfahren hier nicht eingesetzt werden. Stattdessen wird als Schätzverfahren ein Kalman-Filter verwendet. In diesem Teilabschnitt wird dieses Schätzverfahren beschrieben.

Lineares Kalman-Filter

Um die Beschreibung zu vereinfachen, wird zunächst davon ausgegangen, dass der Zustandsvektor x eines linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned}
x_k &= Ax_{k-1} + Bu_k \quad (4.28) \\
y_k &= Cx_k.
\end{aligned}$$

bestimmt werden soll. Dazu wird ein geeignetes Modell

$$\hat{x}_k = \tilde{A}\hat{x}_{k-1} + \tilde{B}u_k$$

$$\hat{y}_k = \tilde{C}\hat{x}_k.$$
(4.29)

entworfen, wobei mit \tilde{A} , \tilde{B} und \tilde{C} Nährungswerte der Matrizen A, B und C, mit \hat{x} der geschätzte Zustandsvektor und mit \hat{y} die geschätzte Ausgangsgröße bezeichnet werden. Im Folgenden wird untersucht,



Bild 4.6: Parallelschaltung aus einem System und seinem Modell.

welche Bedingungen eingehalten werden müssen, damit die Werte von \hat{x}_k gegen die Werte von x_k konvergieren.

Wenn die Matrizen des Modells gleich denen des Systems sind (d.h. $\tilde{A} = A, \ \tilde{B} = B$ und $\tilde{C} = C$), dann kann ein Unterschied zwischen dem geschätzten \hat{x} und dem tatsächlichen Zustandvektor x nur dadurch entstehen, dass der im Modell angenommene Anfangszustand \hat{x}_0 nicht mit den tatsächlichen Anfangszustand x_0 übereinstimmt. Die Differenz zwischen dem geschätzten und dem tatsächlichen Zustandsvektor errechnet sich dabei gemäß

$$e_k = x_k - \hat{x}_k = A \cdot (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) = \dots = A^k \cdot (x_0 - \hat{x}_0). \quad (4.30)$$

Damit e_k für beliebige Werte von \hat{x}_0 gegen 0 konvergiert, muss die Matrix A^k für $k \to \infty$ gegen die Null-Matrix konvergieren. Das ist dann der Fall, wenn ein stabiles System vorliegt, d.h. wenn alle Eigenwerte der Matrix A im Einheitskreis der komplexen Ebene liegen [32]. Für solche Systeme konvergiert also mit steigendem k der geschätzte Zustandsvektor \hat{x} gegen den Wert von x und kann deshalb als Abschätzung für den Zustandvektor x des Systems verwendet werden (vgl. Bild 4.6).



Bild 4.7: Parallelschaltung aus einem System und seinem Modell mit Rückführung der Differenz der Ausgangssignale zum Modell.

Um den Zustandvektor eines Systems zu bestimmen, das nicht stabil ist, muss die Struktur des Modells um die Rückführung der Differenz der Ausgangsgrößen $(y_k-\hat{y}_k)$ erweitert werden, was zu den Gleichungen

$$\hat{x}_{k} = \hat{A}\hat{x}_{k-1} + \hat{B}u_{k} + L(y_{k-1} - \hat{y}_{k-1})
= \hat{A}\hat{x}_{k-1} + \hat{B}u_{k} + L\hat{C}(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})
\hat{y}_{k} = \hat{C}x_{k}$$
(4.31)

führt. Die rückgeführte Differenz wird dabei mit einer Matrix L multipliziert. Bild 4.7 veranschaulicht diese Struktur. Diese Erweiterung verändert die Beziehung, mit der die Differenz zwischen dem geschätzten und dem tatsächlichen Zustandsvektor berechnet wird. Diese nimmt die Form

$$e_k = x_k - \hat{x}_k = (A - LC) \cdot (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) = \dots = (A - LC)^k \cdot (x_0 - \hat{x}_0)$$
(4.32)

an. Durch geeignete Wahl der Matrix L kann nun bewirkt werden, dass auch bei instabilen Systemen die Differenz e asymptotisch ver-

73

schwindet. Die Matrix L muss dafür so gewählt werden, dass alle Eigenwerte der Matrix (A - LC) im Einheitskreis der komplexen Ebene liegen. Das ist immer dann möglich, wenn das System 4.28 beobachtbar ist [32].

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde davon ausgegangen, dass auf das System keine Störgrößen einwirken. Diese Annahme trifft nur selten zu. Für eine präzise Beschreibung der meisten Systeme müssen Störgrößen berücksichtigt werden. Die Gleichung

$$x_{k} = Ax_{k-1} + Bu_{k} + \varepsilon_{k}$$

$$y_{k} = Cx_{k} + \nu_{k}$$

$$(4.33)$$

beschreibt ein System mit additiven Störgrößen, wobei ε als Störung auf das System wirkt und ν als Messrauschen interpretiert werden können. Die Differenz *e* zwischen dem tatsächlichen Zustandvektor und dem mit dem Modell (4.33) berechneten Zustandvektor \hat{x} beträgt

$$e_k = x_k - \hat{x}_k = (A - LC)e_{k-1} + \varepsilon_k - L\nu_k.$$
 (4.34)

Liegen alle Eigenwerte von (A-LC) im Einheitskreis der komplexen Ebene, so wird der erste Term des obigen Ausdrucks asymptotisch verschwinden. Der Beitrag der Störgrößen kann bei $\varepsilon \neq 0$ oder $\nu \neq 0$ jedoch nicht vollständig eliminiert werden. Die Rauschprozesse führen also dazu, dass der geschätzte Zustand immer von seinem tatsächlichen Wert abweichen wird. Durch geeignete Wahl der Matrix L kann jedoch der Schätzfehler im quadratischen Mittel minimiert werden. Wenn die Rauschprozesse die folgenden Voraussetzungen erfüllen, ist die Berechnung der Matrix L, die zu den kleinsten Fehlern führt, besonders einfach:

- ε und ν sind vektorielle Gaußsche Rauschprozesse mit $E\{\varepsilon_i\} = E\{\nu_i\} = 0 \quad \forall i \text{ und}$ $E\{\varepsilon_k\varepsilon_\kappa\} = Q_{k\kappa}\delta(k,\kappa) \text{ bzw. } E\{\nu_k\nu_\kappa\} = R_{k\kappa}\delta(k,\kappa), \text{ wobei für}$ die Kovarianzmatrix des Messrauschens R und die Kovarianzmatrix des Prozessrauschens Q gilt: $R_{k\kappa} \wedge Q_{k\kappa} \in \Re_+$.
- Beide Rauschprozesse und der Schätzfehler e sind dekorreliert.

4.0 Schätzverfahren

Unter diesen Voraussetzungen kann ausgehend von (4.34) eine Gleichung für den quadratischen Mittelwert des Schätzfehlers berechnet werden. Die quadratischen Mittelwerte der Fehler der einzelnen Zustände entsprechen den Diagonalelementen der Kovarianzmatrix des Vektors *e*. Sie berechnet sich zu

$$P_{k} := \mathbb{E}\{e_{k} \cdot e_{k}^{T}\} = \mathbb{E}\{(A - LC)e_{k-1} + \varepsilon_{k} - L\nu_{k}\}^{2}$$
(4.35)
= $(A - LC)P_{k-1}(A - LC)^{T} + Q + LRL^{T}.$

Die Matrix L, die zum kleinsten quadratischen Mittelwert der Schätzfehler führt, ist diejenige, die zur kleinsten Spur der Matrix P_k führt. Sie entspricht also der positiv definiten Lösung des Ausdrucks

$$\frac{d[Spur(P_k)]}{dL} = 0. \tag{4.36}$$

Wird also als Rückführmatrix des Algorithmus eine Matrix verwendet, die nach dieser Gleichung berechnet wurde, erhält man eine Schätzung des Zustandsvektors mit dem kleinsten quadratischen Fehler [32, 34]. Diese Matrix wird im Folgenden mit K bezeichnet. Einen Schätzalgorithmus, bei dem die Matrix K benutzt wird, nennt man Kalman-Filter. Bei der Anwendung des Kalman-Filters wird die Matrix K normalerweise nicht mit (4.36) berechnet. Die meist benutzte Form des Kalman-Filter-Algorithmus besteht aus fünf Gleichungen, die in einer bestimmten Reihenfolge zur Anwendung kommen. Bei der Ausführung des Kalman-Filters werden nur Messwerte, Werte des Zustandes und Zwischenergebnisse benutzt, die zu Zeitpunkten k und k-1 ermittelt wurden. Die rekursive Struktur des Algorithmus hat den Vorteil, dass zur Implementierung auf einer Recheneinheit weniger Speicher und eine geringere Rechenleistung benötigt wird als bei nicht-rekursiven Schätzverfahren. Der Algorithmus des Kalman-Filters wird in zwei Schritte aufgeteilt – in den Vorhersage- (auch Prädiktions-Teil genannt) und den Aktualisierungsteil (auch Korrekturteil genannt). Im Vorhersageteil wird anhand des Modellwissens aus dem letzten Wert des geschätzten Zu-

standes und der Messung der Eingangsgröße u_k der Wert des Zustandes zum nächsten Zeitpunkt geschätzt. Dabei werden die Berechnungen

$$x_k^* = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k
 (4.37)
 P_k^* = AP_{k-1}A^T + Q.$$

77

durchgeführt. Im Aktualisierungsteil wird die Differenz zwischen der gemessenen Ausgangsgröße y_k und ihrem vorhergesagten Wert Cx_k^* berechnet, und aus ihr – mit dem zuvor berechneten Wert von P_k^* und der Kovarianzmatrix R des Messrauschens – wird ein optimaler Schätzwert des Zustandes berechnet

$$K_{k} = P_{k}^{*}C^{T} \left[CP^{*}(k)C^{T} + R \right]^{-1}$$

$$\hat{x}_{k} = x_{k}^{*} + K_{k} \left[y_{k} - Cx_{k}^{*} \right]$$

$$P_{k} = (I - K_{k}C)P_{k}^{*}.$$
(4.38)

Eine ausführliche Beschreibung des Kalman-Filter-Algorithmus findet sich in [33] und [34].

Zu Beginn der Schätzung müssen außer den Kovarianzmatrizen Qund R auch die Werte für \hat{x}_0 und P_0 vorgegeben werden. Der Startwert von \hat{x} ist basierend auf theoretischen Voruntersuchungen (Berechnungen, Messungen, Erfahrungswerte) festzulegen. Die Anfangsfehlerkovarianzmatrix P_0 ist ein Maß dafür, wie stark die tatsächlichen Werte der Zustände von den vorgegebenen Anfangsschätzwerten abweichen können. Als Abschätzung kann das Quadrat der Differenz zwischen dem mittleren und dem maximalen Wert der Zustände für P_0 angesetzt werden.

Erweitertes Kalman-Filter

Hier wird das erweiterte Kalman-Filter (EKF) beschrieben. In Unterschied zum im vorigen Teilabschnitt beschriebenen Algorithmus können mit einem EKF auch Zustände von nichtlinearen Systemen 78

geschätzt werden. Ein nichtlineares System wird durch die Beziehungen

$$x_{k} = f(x_{k-1}, u_{k}, \varepsilon_{k})$$

$$y_{k} = l(x_{k}, \nu_{k})$$

$$(4.39)$$

beschrieben. In einem erweiterten Kalman-Filter werden die Funktionen f und l des Modells durch das erste Glied ihrer Taylorreihenentwicklung an den Wert für den aktuell geschätzten Zustand \hat{x}_k approximiert [35]

$$F_{k} = \frac{\partial f(x_{k}, u_{k}, \varepsilon_{k})}{\partial x}|_{x=\hat{x}_{k}}$$

$$W_{k} = \frac{\partial f(x_{k}, u_{k}, \varepsilon_{k})}{\partial \varepsilon}|_{x=\hat{x}_{k}}$$

$$G_{k} = \frac{\partial l(x_{k}, u_{k}, \nu_{k})}{\partial x}|_{x=\hat{x}_{k}}$$

$$V_{k} = \frac{\partial l(x_{k}, u_{k}, \nu_{k})}{\partial \nu}|_{x=\hat{x}_{k}}.$$
(4.40)

Der Algorithmus des erweiterten Kalman-Filters besteht damit aus den folgenden Gleichungen: Vorhersageteil

$$\begin{aligned}
x_k^* &= f(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \\
F_k &= \frac{\partial f(x_k, u_k, \varepsilon_k)}{\partial x} |_{x=\hat{x}_k} \\
W_k &= \frac{\partial f(x_k, u_k, \varepsilon_k)}{\partial \varepsilon} |_{x=\hat{x}_k} \\
P_k^* &= F_k P_{k-1} F_k^T + W_k Q W_k^T
\end{aligned} \tag{4.41}$$

$$G_{k} = \frac{\partial g(x_{k}, u_{k}, \nu_{k})}{\partial x}|_{x=\hat{x}_{k}}$$

$$V_{k} = \frac{\partial g(x_{k}, u_{k}, \nu_{k})}{\partial \nu}|_{x=\hat{x}_{k}}$$

$$K_{k} = P_{k}^{*}H_{k}^{T} \left[H_{k}P_{k}^{*}H_{k}^{T} + V_{k}RV_{k}^{T}\right]^{-1} \qquad (4.42)$$

$$\hat{x}_{k} = x_{k}^{*} + K_{k} \left[y_{k} - g(x_{k}^{*}, 0)\right]$$

$$P_{k} = (I - K_{k}G_{k})P_{k}^{*}.$$

Ein Nachteil des erweiterten Kalman-Filters gegenüber seiner linearen Variante ist der höhere Rechenaufwand verbunden mit höherem Speicherbedarf, der durch die Berechnung der Jacobi-Matrizen F, W, G und V entsteht. Außerdem kann aufgrund der durchgeführten Linearisierung ein EKF instabil werden, auch wenn das ihm zu Grunde liegende System beobachtbar ist. Die Eigenschaften des erweiterten Kalman-Filters sind schwierig zu analysieren. Die Konvergenz des Schätzfehlers wurde für mehrere Spezialfälle, z.B. in [37] und [38], untersucht. In [39] und [40] wird die Stabilität des erweiterten Kalman-Filters für beliebige nichtlineare Systeme untersucht. In diesen Untersuchungen kommen die Autoren zu dem Ergebnis, dass der Schätzfehler des EKF beschränkt bleibt, wenn das System beobachtbar ist und der Anfangsschätzfehler sowie die Störterme genügend klein sind. 80

Kapitel 5

Schwerpunkthöhenschätzung mit dem dynamischen Modell

In 3.3.1 wurden die mathematische Beschreibung des Modells zur Schätzung des Trägheitsmoments und des Produkts $m_g\Delta h$ hergeleitet. Im Abschnitt 4.1 wurde anschließend gezeigt, dass das durch diese Gleichungen beschriebene Modell ein beobachtbares System bildet, d.h. dass die gesuchte Größe – das Produkt $m_g\Delta h$ – mit diesem Modell bestimmt werden kann. Ein geeignetes Verfahren zur Schätzung dieser Größe aus Messsignalen ist die Anwendung des erweiterten Kalman-Filters, das in 4.2.3 vorgestellt wurde. Im Folgenden wird nun gezeigt, wie genau die Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs mit dieser Variante des dynamischen Modells bestimmt werden kann.

82 5.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem dynamischen Modell

Die Gleichungen dieses Modells lauten

$$\dot{x}_{1} = x_{2}
\dot{x}_{2} = a \cdot x_{6} \cdot x_{1} + b \cdot x_{6} \cdot x_{2} + x_{6} \cdot x_{5} \cdot u
\dot{x}_{5} = 0
\dot{x}_{6} = 0
(5.1)
y = x_{1}.$$

Die Variablen x_1 , x_2 , x_5 und x_6 stehen für den Wankwinkel, die Wankgeschwindigkeit, das Produkt $m_g \Delta h$ und für das Inverse $1/J_{xx}$ des Trägheitsmoments. Die Konstanten a und bentsprechen den folgenden Fahrzeugparameterkombinationen $a = \frac{-s^2}{2}(c_{F,v}+c_{st,v}+c_{F,h}+c_{st,h})$ und $b = \frac{-s^2}{2}(c_{D,v}+c_{D,h})$.

5.1 Validierung des Schätzalgorithmus mit Daten aus der FADYS-Simulation

In diesem Teilabschnitt wird untersucht, mit welcher Genauigkeit die Schwerpunkthöhe ermittelt werden kann, wenn hierzu Daten verwendet werden, die mit dem Simulationsprogramm FADYS generiert wurden. Dieses Programm wurde in 3.5.1 beschrieben. Es bietet die Möglichkeit, die Simulation auf zwei Arten durchzuführen. Bei der ersten Variante werden alle für das Fahrverhalten relevanten Vorgänge vollständig simuliert, bei der zweiten Variante werden reale Teile des Fahrzeugs in die Simulation einbezogen. Bei diesen Fahrzeugteilen handelt sich vorwiegend um Steuergeräte von elektronischen Systemen des Fahrzeugs wie z.B. des ESP oder der Luftfederung. Damit können die durch diese Systeme verursachten Einflüsse auf das Fahrverhalten bzw. auf das Verhalten von bestimmten Fahrzeugkomponenten in der Simulation realitätsnäher nachgebildet werden. Zur Bestimmung der Schwerpunkthöhe wurden beide Varianten verwendet. Die Simulationen wurden mit den fünf Beladungsvarianten 5.1 Validierung des Schätzalgorithmus

- nur Fahrer (F),
- Fahrer mit Beifahrer (F+BF),
- Fahrer mit 100kg Dachlast (F+100kg DL),
- Fahrzeug, das bis zum zulässigen Gesamtgewicht beladen (zGg.) ist und
- Fahrzeug, das bis zum zulässigen Gesamtgewicht beladen ist inklusive 100kg Dachlast (zGg. inkl. 100kg DL).

durchgeführt. Mit diesen Beladungsvarianten kann der Einfluss von schwerer Beladung und von der Dachlast auf das Produkt $m_g \Delta h$ untersucht werden. Eine Aussage über die Genauigkeit der Schätzung liefert der Vergleich des mit dem Schätzalgorithmus ermittelten Wertes mit dem in der Simulation vorgegebenen Wert für $m_g \Delta h$. Bei den simulierten Fahrmanövern handelt es sich um stationäre Kreisfahrten links- und rechtsherum sowie um Slalomfahrten. Aus dem Vergleich der Werte für das Produkt $m_g \Delta h$, die bei den einzelnen Manövern ermittelt wurden, können Rückschlüsse darüber gewonnen werden, welche Fahrsituationen für die Schätzung der Schwerpunkthöhe besonders geeignet sind.

Die im Modell verwendeten Fahrzeugparameter müssen möglichst genau mit denen des Simulationsprogramms übereinstimmen. Die im Simulationsprogramm verwendeten Werte für die Spurbreite (s = 1.646m) und für die Stabilisatorsteifigkeiten $(c_{st,v} = 27.1N/mm)$ und $c_{st,h} = 9.7N/mm$ können in das Modell übernommen werden. Die Kennlinien, die das Simulationsprogramm verwendet, um das Verhalten der Feder und des Dämpfers nachzubilden, können jedoch nicht in das Modell übernommen werden, da im Modell statt Kennlinien feste Werte für die Feder- und die Dämpferkonstanten $(c_F \text{ und } c_D)$ benutzt werden. Aus den Kennlinien mussten also geeignete Werte von c_F und c_D berechnet werden. Dazu wurden die Kennlinien durch lineare Funktionen ersetzt. Da die Schwerpunkthöhe nur im Querbeschleunigungsbereich von $-8m/s^2$ bis $8m/s^2$ ermittelt¹ wird, muss bei der Berechnung von c_F nur ein begrenzter Bereich der Federkennlinie betrachtet werden. Die bei den Grenzbeschleunigungen maximal erreichten Federweglängen sind im Bild 5.1 mit gestrichelten Linien markiert. Zwischen diesen Markierungen wurde die Federkennlinie durch eine linearen Funktion approximiert. Die Steigung dieser Funktion gibt die mittlere Steifigkeit der Feder in diesem Bereich wieder. Dieser Wert wurde für c_F verwendet.

Ist ein Luftfedersteuergerät an die Simulationsumgebung angeschlossen so, muss bei der Berechnung von c_F beachtet werden, dass die Federkennlinien sich ändern können². In diesem Fall wird in der Simulation berücksichtigt, dass im Fahrzeug dieses Steuergerät die Ein- und Auslassventile der Luftfeder steuert, wodurch die Luftmenge in den Gummibälgen reguliert wird, was sich auf die Steifigkeit der Luftfeder (vgl. 6.3.1) auswirkt. Da im Schätzalgorithmus die Modellparameter nicht an die jeweils vorliegende Beladung angepasst wurden, wird bei angeschlossenem Luftfedersteuergerät für c_F derjenige Wert verwendet, der zum größten Wert von $m_g \Delta h$ führt. Dieser Wert von c_F wurde aus Federkennlinien gewonnen, die dann vorliegen, wenn der höchste Balgdruck herrscht. Dieser höchste Balgdruck ist der Druck, der in den Gummibälgen der Luftfeder vorliegt, wenn das Fahrzeug bis zu seinem maximal zulässigen Gesamtgewicht beladen ist. Aus diesen Kennlinien erhält man für

¹Bei höheren Querbeschleunigungen fängt das Fahrzeug zu rutschen an, was zu einer Verfälschung der Ergebnisse führen kann. Da jedoch in über 99% aller Fahrsituationen die Querbeschleunigung zwischen $-8m/s^2$ und $8m/s^2$ beträgt [16], wird mit dieser Einschränkung nur ein kleiner Teil möglicher Fahrsituationen ausgeschlossen.

²Bei angeschlossenem Luftfedersteuergerät wird in der Simulation außerdem berücksichtigt, dass das Luftfedersteuergerät den Durchlauf der Dämpferflüssigkeit durch ein Ventil in der Dämpfereinheit in Abhängigkeit von der Fahrsituation erhöhen oder verkleinern kann, was zu einer Veränderung der Dämpferkennlinie führt. Da jedoch das Ventil in der Dämpfereinheit vorwiegend maximal weit geöffnet ist, wurde für die Berechnung von c_D diejenige Kennlinie zugrunde gelegt, die in diesem Fall vorliegt. Dieser Wert von c_D wurde nicht nur bei der Auswertung von Daten, die bei der Simulation mit angeschlossenem Steuergerät, sondern auch bei der Auswertung von Daten, die bei der Simulation ohne angeschlossenes Steuergerät gewonnen wurden, verwendet.





Bild 5.1: Die von der Luftfeder, dem Puffer und der Zuganschlagsfeder herrührende Kraft in Abhängigkeit vom Federweg an der Vorderund Hinterachse. Mit den gestrichelten Linien ist die maximale Einund Ausfedertiefe bei einer Querbeschleunigung von ca. $\pm 8m/s^2$ markiert. Die Geraden sind lineare Approximationen der Kennlinien.

die Federkonstanten $c_{F,v} = 34N/mm$ und $c_{F,h} = 66N/mm$.

Ist kein Luftfedersteuergerät an die Simulationsumgebung angeschlossen werden vom Simulationsprogramm FADYS Kennlinien verwendet, die sich nicht in Abhängigkeit von der Beladung des simulierten Fahrzeugs ändern. Die bei dieser Art der Simulation verwendeten Federkennlinien der Vorder- und Hinterachse sind im Bild 5.1 dargestellt. Aus diesen Kennlinien erhält man $c_{F,v} = 23N/mm$ und $c_{F,h} = 37N/mm$.

Die Abhängigkeit der Dämpferkraft von der Federgeschwindigkeit ist im Bild 5.2 dargestellt. Bei der Berechnung von c_D muss berücksichtigt werden, dass beim Einfedern (Druckstufe), die Dämpferkraft deutlich kleiner als beim Ausfedern (Zugstufe) ist. Die Dämpferkraft wird deshalb mit zwei linearen Funktionen approximiert. Die eine gilt beim Ausfedern (Federgeschwindigkeiten oberhalb von 0m/s), die andere gilt beim Einfedern (Federgeschwindigkeiten unterhalb von 0m/s). Für die Steigung der linearen Funktionen ergeben sich



Bild 5.2: Die Kennlinien der Dämpfer an der Vorder- und der Hinterachse. Die Geraden sind lineare Approximationen der Kennlinien, wobei jeweils eine Approximation für negative und eine für positive Federgeschwindigkeiten ermittelt wird.

die folgenden Werte: $c_{D,v,Zuq} = 870 Ns/m, c_{D,v,Druck} = 6490 Ns/m,$ $c_{D,h,Zug} = 1180 Ns/m$ und $c_{D,h,Druck} = 8310 Ns/m$. Während einer Wankbewegung führen die Räder an einer Achse gegenläufige Bewegungen aus: Das eine Rad federt ein, das andere federt aus. Unter der Annahme, dass die Federgeschwindigkeiten an beiden Rädern einer Achse gleich groß sind, kann beim Wanken die Dämpferkraft aus der mittleren Dämpferkonstante $c_D = (c_{D,Druck} + c_{D,Zug})/2$ berechnet werden. Dabei ergeben sich die folgenden Werte für die mittleren Dämpferkonstanten: $c_{D,v} = 3680 N s/m$ und $c_{D,h} = 4740 N s/m$.

Simulation ohne Steuergeräte 5.1.1

Hier wird gezeigt, mit welcher Genauigkeit die Schwerpunkthöhe mit dem dynamischen Modell bestimmt werden kann, wenn dazu Signale benutzt werden, die bei der Simulation ohne angeschlossene Steuergeräte der Fahrzeugsysteme aufgezeichnet worden sind. Die Signale, die die Messwerte der Federwegsensoren und des Querbeschleunigungssensors simulieren, dienen als Eingangssignale eines erweiterten Kalman-Filters. Als Startwerte des Schätzalgorithmus



Bild 5.3: Schätzung des Produkts $m_g \Delta h$ während einer stationären Kreisfahrt und während einer Slalomfahrt mit einem Fahrzeug, das nur mit einem Fahrer besetzt war.

wurden die folgenden Werte festgesetzt: $\dot{\varphi}(0) = 0$, $\varphi(0) = 0$ (damit wird die Annahme getroffen, dass das Fahrzeug zu Beginn der Messung waagerecht steht und keine Wankgeschwindigkeit vorliegt), $\frac{1000}{J_{xx}}(0) = 0.8$ und $\frac{m_g \Delta h}{1000}(0) = 1.7$ (diese Werte für das Trägheitsmoment und das Produkt $m_g \Delta h$ liegen bei einem Fahrzeug mit maximaler Schwerpunkthöhe vor). Mit den Werten

	10	0	0	0 1		(1	0	0	0 1	
л	0	100	0	0		0	1	0	0	und D = 10
$P_0 =$	0	0	100	0	, Q=	0	0	200	0	
	0	0	0	1000	/ \	0	0	0	0.01	

für die Matrizen P_0 , Q und R wurde eine schnelle Konvergenz des Algorithmus und gute Rauschunterdrückung erzielt. Bild 5.3 zeigt als Beispiel das Konvergenzverhalten von $m_g \Delta h$ während einer stationären Kreisfahrt linksherum und während einer Slalomfahrt. Bei diesen Fahrmanövern wurde das Fahrverhalten eines Fahrzeugs, in dem nur jeweils der Fahrer sitzt, simuliert.

Die Ergebnisse des Schätzalgorithmus bei allen betrachteten Beladungsvarianten und Fahrmanövern sind im Bild 5.4 dargestellt. Die



Bild 5.4: Ergebnisse der Schätzung von $m_g \Delta h$ bei Simulation ohne Steuergeräte

ermittelten Werte streuen ca. $40kq \cdot m$ um die durch die Simulation vorgegebenen Werte für $m_a \Delta h$, die ebenfalls im Bild 5.4 eingetragen sind. Die Differenz zwischen den geschätzten und berechneten Werten (vor allem bei schwer beladenen Fahrzeugen) hängt wahrscheinlich damit zusammen, dass bei der Bestimmung der Wankachse eine Idealisierung vorgenommen wurde. Die Lage der Wankachse hängt von den Einfederwegen ab. Im Programm FADYS wird diese Abhängigkeit berücksichtigt, während im Modell, das im Schätzalgorithmus verwendet wird, angenommen wird, dass die Lage der Wankachse unabhängig vom Einfederweg ist. Bei der Slalomfahrt wurde ein höherer Wert für $m_a \Delta h$ geschätzt als bei den stationären Kreisfahrten. Die Ursache hierfür besteht wahrscheinlich darin, dass für die Dämpferkonstante c_D ein zu großer Wert im Schätzalgorithmus verwendet worden ist. Weil bei der Slalomfahrt hohe Federgeschwindigkeiten auftreten und die Dämpferkraft – wie bereits im Abschnitt 3.3 beschrieben – von der Federgeschwindigkeit und c_D abhängt, wird eine zu große Dämpferkraft und damit ein zu großer Wert für das Pro89

dukt $m_g \Delta h$ berechnet. Bei den stationären Kreisfahrten hingegen ist die Federgeschwindigkeit vernachlässigbar klein. Daher wirkt sich der Wert der Dämpferkonstante bei diesen Manövern nicht auf den geschätzten Wert von $m_g \Delta h$ aus.

Die Streubreite der Werte für $m_g \Delta h$ bei gleicher Beladung ist deutlich kleiner als die Unterschiede von $m_g \Delta h$, die von der Beladungsänderung verursacht werden. Die Schätzung von $m_g \Delta h$ erlaubt also eine Differenzierung der Beladungsvarianten.

Aus den erhaltenen Werten von $m_a \Delta h$ kann der Abstand Δh mit Hilfe der bekannten Abhängigkeit zwischen Δh und m_a abgeschätzt werden. Diese Abhängigkeit ist im Bild 3.11 wiedergegeben. Die dort gezeigten Werte wurden in eine Beziehung zwischen $m_a \Delta h$ und Δh umgerechnet und im Bild 5.5 dargestellt. Mithilfe dieser Darstellung können nun den mit dem Schätzalgorithmus gewonnenen Werten für $m_a \Delta h$ Werte für Δh zugeordnet werden. Bild 5.6 zeigt die so erhaltenen Werte. Der Fehlerbalken entspricht der Größe des Bereiches möglicher Werte von Δh bei gegebenen $m_a \Delta h$. Bei der Beladungsvariante Fahrer mit 100kg Dachlast ist der Fehlerbalken am größten. Das liegt daran, dass bei dieser Beladungsvariante der geschätzte Wert von $m_a \Delta h$ auch bei Beladungen vorliegen kann, die zu einem deutlich niedrigeren Schwerpunkt führen (vgl. Bild 5.5). Bei größeren und kleineren Werten von $m_a \Delta h$ hingegen schränkt die Beziehung zwischen Δh und $m_a \Delta h$ den Bereich möglicher Werte von Δh stärker ein. Deswegen kann hier die Höhe des Schwerpunkts genauer bestimmt werden. Mit dieser Methode können also Fahrzeuge mit niedrigem Schwerpunkt von Fahrzeugen mit hohem Schwerpunkt unterschieden werden.

5.1.2 Simulation mit Steuergeräten

In diesem Teilabschnitt wird gezeigt, mit welcher Genauigkeit die Schwerpunkthöhe mit dem dynamischen Modell bestimmt werden kann, wenn dazu Signale benutzt werden, die bei der Simulation mit angeschlossenen Steuergeräten des ESP und des Luftfedersystems



Bild 5.5: Werte von $m_g \Delta h$ und Δh für fünf Beladungsvarianten, die so gewählt sind, dass der Wert von Δh bei gegebenen Wert von $m_g \Delta h$ seinen maximalen und minimalen Wert annimmt. Diese Darstellung zeigt somit den Bereich, in dem bei gegebenen Wert des Produkts $m_g \Delta h$ die Schwerpunkthöhe des Fahrzeugs variieren kann. Die Abkürzungen F, F+100kg DL, F+BF, zGg. und zGg. inkl. 100kg DL entsprechen den auf Seite 83 angeführten Beladungsvarianten.

92 5.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem dynamischen Modell



91

aufgezeichnet worden sind. Durch die Einbeziehung der Steuergeräte in die Simulationsumgebung wird die Güte der Simulation gesteigert, weil damit auch Funktionen dieser Systeme berücksichtigt werden können, die im Simulationsprogramm FADYS nicht nachgebildet sind. Von diesen Funktionen wirken sich vor allem die Eingriffe des Luftfeder-Steuergeräts auf die Schätzung der Schwerpunkthöhe aus: Sie verändern sowohl die Eigenschaften der Dämpfung wie auch die Steifigkeit der Luftfeder, wohingegen im Modell, das vom Schätzalgorithmus verwendet wird, sowohl für die Dämpfung als auch für die Federsteifigkeit ein konstanter Wert angenommen wird $(c_F \text{ bzw. } c_D)$. Wie stark sich das auf die Schätzung von $m_a \Delta h$ auswirkt, wurde untersucht und wird in diesem Teilabschnitt präsentiert. Das Produkt $m_a \Delta h$ wurde bei den bereits am Anfang des Kapitels beschriebenen Fahrmanövern und Beladungsvarianten ermittelt. Dabei waren die Werte für die Spurbreite des Fahrzeugs, die Steifigkeiten der Stabilisatoren, die Dämpferkonstanten, die Startwerte des Schätzalgorithmus und die Werte der P_0 -, Q- und R-Matrizen jeweils gleich den die im vorigen Abschnitt benutzen Werten. Die Wahl der Werte für die Federsteifigkeiten, $c_{F,v}$ und $c_{F,h}$, wurde anhand der folgenden Überlegungen getroffen:

Aus Sicherheitgründen muss vermieden werden, dass mit dem Schätzalgorithmus ein zu kleiner Wert für $m_a \Delta h$ (und damit auch für Δh) ermittelt wird, denn das könnte dazu führen, dass die Kippgefahr für ein Fahrzeug unterschätzt würde und deshalb in bestimmten Situationen das Umkippen des Fahrzeugs nicht verhindert werden könnte. Der vom Schätzalgorithmus ermittelte Wert für $m_a \Delta h$ hängt von $c_{F,v}$ und $c_{F,h}$ ab. Je größer die Werte für die Federsteifigkeit angenommen werden, desto größer ist der geschätzte Wert für $m_a \Delta h$. Im Schätzalgorithmus muss deshalb der größtmögliche in den Fahrzeugen vorkommende Wert für c_{Fv} und c_{Fh} verwendet werden. Da die Federsteifigkeit vom Druck in den Gummibälgen der Luftfeder abhängt und mit steigendem Balgdruck c_{Fv} und c_{Fh} anwächst (dieser Zusammenhang wird in 6.1.1 detailliert beschrieben), und weil der Druck in den Gummibälgen der Luftfeder wiederum mit dem Gewicht des Fahrzeugs ansteigt, liegt die größte Federsteifigkeit bei Fahrzeugen vor, die bis zu ihrem maximal zulässigen Gesamtgewicht beladen sind. Bei dem hier betrachteten Fahrzeug betrugen die maximalen Federsteifigkeiten $c_{F,v} = 34N/mm$ und $c_{F,h} = 66N/mm$. Diese Werte wurden im Schätzalgorithmus verwendet.

Die Ergebnisse illustriert Bild 5.7. Bei Beladungsvarianten, bei denen das Fahrzeug bis zu seinem maximal zulässigen Gesamtgewicht beladen ist, stimmen die ermittelten Werte von $m_g \Delta h$ mit den in der Simulation vorgegebenen Werten gut überein. Bei leichter beladenen Fahrzeugen wurde ein zu hoher Wert für $m_g \Delta h$ geschätzt. Die Ursache hierfür liegt in der Abhängigkeit des Drucks in den Gummibälgen – und damit der Steifigkeit der Luftfeder – von der Fahrzeugmasse. Dieses Verhalten wird in der Simulation nachgebildet, wenn das Steuergerät des Luftfedersystems an die Simulationsumgebung angeschlossen ist. Im Schätzalgorithmus dagegen wurde diese Abhängigkeit nicht berücksichtigt. Die dort verwendete Federsteifigkeit wurde aus einer Federkennlinie ermittelt, die bei einem maximal schwer beladenen Fahrzeug gemessen worden war. Bei schwer bela-

Bild 5.6: Ergebnisse der Schätzung von Δh bei einer Simulation ohne Steuergeräte



Bild 5.7: Ergebnisse der Schätzung von $m_g \Delta h$ bei Simulation mit Steuergeräten

94 5.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem dynamischen Modell

denen Fahrzeugen stimmen deshalb die geschätzten und die von der Simulation vorgegebenen Werte gut überein, die Differenz zwischen diesen Werten steigt mit abnehmender Beladung. Um den Fehler in der Schätzung von $m_a \Delta h$ zu verkleinern, könnte nun ein Wert für die Federsteifigkeit verwendet werden, der einer leichteren Beladung entspricht. Würde z.B. ein Wert gewählt, der der Federsteifigkeit entspricht, die bei mittlerer Beladung vorliegt, dann würde der Wert von $m_a \Delta h$ bei Fahrzeugen mit dieser Beladung mit dem in der Simulation verwendeten Wert weitgehend übereinstimmen und bei leichter und schwerer beladenen Fahrzeugen von diesem Wert abweichen. Da der Unterschied zwischen der mittleren Federsteifigkeit und der Federsteifigkeit eines leeren bzw. eines maximal schwer beladenen Fahrzeugs kleiner ist als der Unterschied zwischen der Federsteifigkeit eines leeren und eines maximal schwer beladenen Fahrzeugs, wäre bei diesem Vorgehen der maximale Fehler in dem geschätzten Wert von $m_a \Delta h$ zwar kleiner, doch aus Gründen der Sicherheit muss – wie oben beschrieben – bei der Schätzung der Schwerpunkthöhe die maximale Federsteifigkeit im Schätzalgorithmus verwendet werden. Aus den geschätzten Werten für $m_a \Delta h$ könnte zwar der Abstand Δh bestimmt werden, allerdings wäre der so ermittelte Wert recht ungenau: Der Fehler in Δh würde mindestens 10% betragen (wenn die Masse m_a nicht exakt bestimmt werden kann, wäre der Fehler sogar noch größer). Da die Änderung der Beladung eine Änderung der Schwerpunkthöhe in gleicher Größenordung verursacht, würde ein mit dieser Genauigkeit ermittelter Wert von Δh keine zuverlässige Aussage mehr über die aktuelle Beladung liefern.

Da mit dem dynamischen Modell demnach keine ausreichend genauen Aussagen über die Schwerpunkthöhe gewonnen werden können, wurde dieser Ansatz nicht weiter verfolgt.

Kapitel 6

Schwerpunkthöhenschätzung mit dem stationärem Modell

Im Teilabschnitt 3.3.2 wurde die mathematische Beschreibung der als *stationär* bezeichneten Variante des Vertikaldynamikmodells hergeleitet; daraus resultiert

$$m_g \Delta h \cdot a_y = (6.1) - \frac{s}{2} (F_{F,vr} + F_{St,vr} - F_{F,vl} - F_{St,vl} + F_{F,hr} + F_{St,hr} - F_{F,hl} - F_{St,hl}) + M_0,$$

-	1	
- WO	Det	
	NOL	

m_q	- die Fahrzeugmasse ohne die ungefederte Masse
$\Delta \ddot{h}$	- den Abstand zwischen dem Schwerpunkt und
	der Wankachse
a_y	- die Querbeschleunigung im Schwerpunkt des
	Fahrzeugs
s	- die Spurbreite des Fahrzeugs
$F_{F,vr}, \ldots$	- die Federkraft vorne-rechts,
$F_{St,vr},\ldots$	- die vom Stabilisator am Rad vorne-rechts
,	herrührende Kraft,
M_0	- eine Korrekturgröße, die der Größe des
	gemessenen Wankmoments bei unbeschleunigter
	Fahrt entspricht,

symbolisieren. Mit dieser Variante des Vertikaldynamikmodells kann ein Schätzwert für das Produkt $m_g \Delta h$ aus den bei der Simulation und während der Messfahrten aufgezeichneten Sensorsignalen ermittelt werden (vgl. Abschnitt 4.1). Ein geeignetes Verfahren hierzu – die rekursive Methode der kleinsten Fehlerquadrate (RLS) – wurde in 4.2.2 beschrieben. Aus dem geschätzten Wert für das Produkt $m_g \Delta h$ kann ein Bereich ermittelt werden, in dem die Schwerpunkthöhe des Fahrzeugs liegen muss. Die Lage des Schwerpunktes kann genauer angegeben werden, wenn außer dem Produkt $m_g \Delta h$ auch die gefederte Fahrzeugmasse m_g

$$m_g = (F_{F,vl} + F_{F,vr} + F_{F,hl} + F_{F,hr})/9.81\frac{m}{s^2}.$$
 (6.2)

und die Achslastdifferenz

$$\Delta F = F_{F,hl} + F_{F,hr} - F_{F,vl} - F_{F,vr} \tag{6.3}$$

bekannt sind (vgl. 3.3.3).

In diesem Kapitel soll nun gezeigt werden, mit welcher Genauigkeit die Schwerpunkthöhe mit dieser Variante des Vertikaldynamikmodells bestimmt werden kann. Die Untersuchung gliedert sich in drei Teile. Zuerst wird gezeigt, wie genau die Schwerpunkthöhe bestimmt werden kann, wenn Sensorsignale verwendet werden, die bei einer Simulation ohne angeschlossene Steuergeräte aufgezeichnet wurden (Abschnitt 6.1). Anschließend werden Sensorsignale verwendet, die bei einer Simulation mit angeschlossenen Steuergeräten des ESP und des Luftfedersystems aufgezeichnet wurden (Abschnitt 6.2). Im Abschnitt 6.3 wird schließlich untersucht, mit welcher Genauigkeit die Schwerpunkthöhe geschätzt werden kann, wenn hierzu Signale verwendet werden, die bei Messfahrten aufgezeichnet wurden.

97

Diese drei Teile sind alle in gleicher Weise aufgebaut. Im jeweils ersten Teil dieser Abschnitte (6.1.1, 6.2.1 und 6.3.1) wird beschrieben, wie die Federkraft aus den Sensorsignalen berechnet werden kann. In den darauf folgenden Teilen der Abschnitten wird der systematische Fehler für die zu berechnenden Größen abgeschätzt (6.1.2, 6.2.2 und 6.3.3). Schließlich werden in den Teilabschnitten 6.1.3, 6.2.3 und 6.3.4 die Bedingungen an die Fahrsituation beschrieben, die vorliegen müssen, damit der Fehler in den berechneten Größen einen bestimmten Wert nicht übersteigt. Am Ende jedes Teils werden die Ergebnisse präsentiert.

6.1 Validierung des Schätzalgorithmus mit Daten aus der FADYS-Simulation ohne Steuergeräte

In diesem Abschnitt wird dargelegt, mit welcher Genauigkeit die Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs geschätzt werden kann, wenn hierzu Daten verwendet werden, die vom Simulationsprogramm FADYS erzeugt wurden, ohne dass an die Simulationsumgebung ein Steuergerät des Luftfedersystems angeschlossen war. Zunächst wird beschrieben, wie die Federkräfte und aus den Federkräften das Produkt $m_g \Delta h$ berechnet wurde. Anschließenden wird der systematische Fehler der Schätzung von $m_g \Delta h$ diskutiert. Es zeigt sich, dass dieser Fehler minimiert werden kann, wenn man den Schätzalgorithmus nur in bestimmten Fahrsituationen anwendet. Diese Fahrsituationen werden in 6.1.3 beschrieben. Die Ergebnisse werden in 6.1.4 präsentiert.

98 6.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem stationärem Modell

6.1.1 Berechnung der Federkräfte

Wenn die Daten aus der Simulation ohne angeschlossene Steuergeräte stammen, wird bei der Schätzung der Schwerpunkthöhe die Federkraft anhand der im Bild 5.1 dargestellten Kennlinien berechnet, die auch im Simulationsprogramm FADYS benutzt werden. Mit den anhand dieser Kennlinien berechneten Federkräften kann das Produkt $m_q \Delta h$ ermittelt werden.

Prinzipiell könnte aus diesen Federkräften auch die Aufbaumasse des Fahrzeugs und die Achslastdifferenz berechnet werden. Das ist jedoch nicht möglich, wenn - wie in diesem Fall - mit dem Programm FADYS eine Fahrt eines Fahrzeugs mit Luftfeder simuliert wird, ohne dass das Steuergerät des Luftfedersystems an die Simulationsumgebung angeschlossen ist. Das Luftfedersystem reguliert nämlich die Luftmenge in den Gummibälgen der Luftfeder derart, dass unabhängig von der Beladung des Fahrzeugs immer gleich stark eingefedert wird. Dadurch verändert sich die Steifigkeit der Luftfeder. Im Simulationsprogramm FADYS wird die Federkennlinie entsprechend so angepasst, dass bei jeder Beladungsvariante das Fahrzeug gleich stark einfedert. Das geschieht dadurch, dass von dem Programm FADYS berechnet wird, wie groß die Differenz zwischen den einzelnen Radlasten eines leeren Fahrzeugs und eines Fahrzeugs mit der simulierten Beladung ist. Die Kennlinien werden anschließend so verändert, dass ihr Verlauf gegenüber dem ursprünglichen Verlauf um diese Differenz nach oben verschoben ist. Wie stark die Kennlinien für die Federn an den einzelnen Rädern verändert wurden, kann aber aus dem Simulationsprogramm nicht ausgelesen werden. Deswegen können nicht die tatsächlich vorliegenden Federkräfte berechnet werden. Da sowohl die Masse m_a als auch die Achslastdifferenz ΔF proportional zur Summe bzw. Differenz dieser Federkräfte sind, können auch deren Werte nicht berechnet werden.

Die Änderung der Kennlinie hat hingegen keinen Einfluss auf die Berechnung des Produkts $m_g\Delta h$, denn das Produkt $m_g\Delta h$ wird aus der Änderung der Federkräfte in Abhängigkeit von der Querbeschleunigung berechnet. Bei der Bildung der Differenz zwischen zwei Federkräften am gleichen Rad heben sich die zuvor eingeführten additiven Terme, mit denen die Kennlinie an die Beladung angepasst wurde, auf.

6.1.2 Abschätzung des systematischen Fehlers

Hier soll nun der systematische Fehler in der Berechnung von $m_g \Delta h$ abgeschätzt werden.

Da in der Simulation alle Fahrzeugparameter und alle Sensormesswerte exakt bekannt sind, können systematische Fehler nur dadurch entstehen, dass die Schätzung auch in Situationen durchgeführt wird, bei denen die im stationären Modell vernachlässigten Größen einen von Null abweichenden Wert annehmen. Das stationäre Modell wurde aus einer Gleichung abgeleitet, die die Momentenbilanz um die Wankachse beschreibt. Sie lautet (vgl. Abschnitt 3.3)

$$J_{xx}\ddot{\varphi} = \frac{s}{2}(F_{F,vr} + F_{D,vr} + F_{St,vr} - F_{F,vl} - F_{D,vl} - F_{St,vl}) + (6.4)$$
$$\frac{s}{2}(F_{F,hr} + F_{D,hr} + F_{St,hr} - F_{F,hl} - F_{D,hl} - F_{St,hl}) + m_g \Delta h \cdot a_y,$$

wobei

wobei	
F_F	- die von der Feder stammende Kraft
F_D	- die von dem Dämpfer stammende Kraft
F_{St}	- die von dem Stabilisator stammende
	Kraft
m_g	- die Fahrzeugmasse ohne die ungefederte
-	Masse
$\Delta h = h_{Spkt} - h_{WA}$	- der Abstand zwischen Schwerpunkt
Å	und Wankachse

symbolisieren. Bei der Herleitung des stationären Modells wurde angenommen, dass die Dämpferkraft sowie die Wankbeschleunigung keinen Beitrag zum Wankmoment liefern, d.h. $F_D = 0$ und $J_{xx}\ddot{\varphi} = 0$. Diese Annahmen treffen jedoch nur dann zu, wenn für

100 6.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem stationärem Modell

die Federgeschwindigkeit $\dot{f} = 0$ (wegen $F_D = c_D \cdot \dot{f}$) und für die Wankbeschleunigung $\ddot{\varphi} = 0$ gilt. Da Situationen, in denen diese Bedingungen exakt erfüllt sind, in der Praxis nur selten auftreten, wurde mit dem stationären Modell das Produkt $m_g \Delta h$ auch dann geschätzt, wenn die Federgeschwindigkeit und die Wankbeschleunigung einen von Null abweichenden Wert annehmen. Je größer die Abweichungen werden, die man zulässt, desto mehr Situationen wird es geben, in denen zwar die Schätzung erfolgen kann, jedoch wird der geschätzte Wert des Produkts $m_g \Delta h$ damit auch ungenauer. Ein Wert für die maximale Abweichung, d.h. für den größten Wert von \dot{f} und $\ddot{\varphi}$, bei dem die Schätzung von $m_g \Delta h$ stattfinden soll, wurde bei der Auswertung der Messdaten (vgl. Abschnitt 6.3.3) festgelegt. Der Grenzwert für die Federgeschwindigkeit wurde auf $\left|\dot{f}\right|_{max} = 0.2cm/s$ festgesetzt. Da die Wankbeschleunigung nicht direkt gemessen, sondern nach der Gleichung

$$\ddot{\varphi} \cdot s \approx 0.5 \cdot \left(\ddot{f}_{vr} - \ddot{f}_{vl} + \ddot{f}_{hr} - \ddot{f}_{hl} \right) \tag{6.5}$$

berechnet wird, lässt sich ein Grenzwert für die Wankbeschleunigung mit einem Grenzwert für die Federbeschleunigung festlegen: $\left| \ddot{f} \right|_{max} = 0.15 cm/s^2$. Mit diesen Grenzwerten erfolgt einerseits die Schätzung des Produkts $m_g \Delta h$ noch in ausreichend vielen Situationen, andererseits lässt der durch sie verursachte Fehler $\delta(m_g \Delta h) = 30 Nm/a_y$ noch eine hinreichend genaue Schätzung von Δh zu (vgl. Abschnitt 6.3.3).

Da bei der Berechnung des Produkts $m_g\Delta h$ aus den mit der FADYS-Simulation gewonnenen Daten die oben genannten Ungenauigkeiten die einzige Fehlerquelle bilden, entspricht $\delta(m_g\Delta h)=30Nm/a_y$ dem gesamten Fehler in $m_q\Delta h.$

6.1.3 Klassifikation der Fahrsituationen

In diesem Abschnitt werden alle Bedingungen zusammengefasst, die eingehalten werden müssen, damit die Schätzung des Produkts $m_g \Delta h$ mit der angestrebten Genauigkeit erfolgen kann. Damit leicht überprüft werden kann, ob diese Bedingungen in den jeweiligen Fahrsituation erfüllt sind, werden für die Sensormesswerte sowie für die aus ihnen abgeleiteten Größen Grenzwerte definiert, die es erlauben, die Fahrsituationen eindeutig zu identifizieren, in denen

- die Schätzung des Produkts $m_g \Delta h$ durchgeführt werden soll (Situation 1) und in denen
- die Schätzung nicht durchgeführt werden soll (Situation 2).

Situation 1

Die Schätzung des Produkts $m_g \Delta h$ erfolgt, wenn die Längsbeschleunigung nicht größer als $0.7m/s^2$ ist (bei Längsbeschleunigungen unterhalb dieses Wertes werden kaum Kräfte über die Längsträger der Radaufhängung übertragen) und wenn die Querbeschleunigung zwischen $1m/s^2$ und $8m/s^2$ bzw. $-1m/s^2$ und $-8m/s^2$ liegt¹. Die Längsbeschleunigung wird aus den Raddrehzahlen ermittelt, die Querbeschleunigung liegt als Sensorsignal vor. Des Weiteren muss gewährleistet sein, dass die Einflüsse der im Modell nicht berücksichtigten Effekte das Ergebnis nicht zu stark verfälschen. Deshalb darf die Federgeschwindigkeit $\pm 0.2cm/s$ und die Federbeschleunigung $\pm 0.15cm/s^2$ nicht überschreiten.

Situation 2

Entspricht die Fahrsituation nicht der oben beschriebenen, dann finden keine Berechnungen statt.





Bild 6.1: Ergebnisse der Schätzung von $m_g \Delta h$ bei Simulation ohne Steuergeräte.

6.1.4 Ergebnisse

Aus den Signalen der Federwegsensoren wurden die Federkräfte berechnet (vgl. 6.1.1). Während der Fahrsituation 1 wurde aus den berechneten Federkräften das Produkt $m_g\Delta h$ mit der rekursiven Methode der kleinsten Fehlerquadrate geschätzt (vgl. 4.2.2). Da während der Slalomfahrt die Situation 1 kaum vorkommt, liefert dieses Fahrmanöver keinen Schätzwert für $m_g\Delta h$. Die bei den stationären Kreisfahrten erzielten Schätzwerte zeigt Bild 6.1. Die Fehlerbalken markieren den maximalen systematischen Fehler von $\pm 30 kg \cdot m$.

Die mit dem Schätzalgorithmus ermittelten Werte für $m_g \Delta h$ stimmen mit den von der Simulation vorgegebenen Werten sehr gut überein. Anhand der durch den Schätzalgorithmus ermittelten Werte von $m_g \Delta h$ wurde der Bereich bestimmt, in dem Δh liegt. Dazu wurde der im Bild 5.5 dargestellte Zusammenhang zwischen dem Produkt

¹Bei Werten zwischen $-1m/s^2$ und $1m/s^2$ ist die Anregung zu klein, um das Produkt $m_g \Delta h$ mit ausreichender Genauigkeit zu ermitteln, und bei Querbeschleunigungen über $\pm 8m/s^2$ kann das Fahrzeug seitlich so stark rutschen, dass der im Modell beschriebene Zusammenhang zwischen der Querbeschleunigung und dem Wankmoment nicht mehr gegeben ist.



Bild 6.2: Ergebnisse der Schätzung von Δh bei Simulation ohne Steuergeräte. Der Fehlerbalken markiert den Bereich möglicher Werte für Δh .

 $m_g \Delta h$ und dem Abstand Δh ausgewertet. Der so ermittelte Wertebereich für Δh ist im Bild 6.2 wiedergegeben. Die innere, dicke Linie markiert den Bereich, der aus der Auswertung des Zusammenhangs zwischen $m_g \Delta h$ und Δh ermittelt wurde. Der mit der dünnen Linie gezeichnete äußere Fehlerbalken markiert den Fehler von Δh , der durch eine Abweichung von $\pm 30 kg \cdot m$ in $m_g \Delta h$ verursacht wird. Die Summe beider Fehlerbalken beträgt maximal ca. 6cm. Die Schwerpunkthöhe kann mit dieser Methode also auf ca. $\pm 3cm$ genau bestimmt werden. Da im Bereich sehr hoher und sehr kleiner Werte von Δh die Fehlerbalken kleiner sind, können leere Fahrzeuge und Fahrzeug mit hoher Schwerpunkthöhe mit dieser Methode zuverlässig voneinander unterschieden werden.

104 6.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem stationärem Modell

6.2 Validierung des Schätzalgorithmus mit Daten aus der FADYS-Simulation mit Steuergeräten

In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie genau die Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs geschätzt werden kann, wenn hierzu Daten verwendet werden, die vom Simulationsprogramm FADYS erzeugt wurden, als ein Steuergerät des Luftfedersystems an die Simulationsumgebung angeschlossen war. Dieses Steuergerät steuert die Einund Auslassventile der Luftfeder an, um den Druck im Gummibalg der Beladung anzupassen. Der Druck im Gummibalg hat Einfluss auf die Steifigkeit der Luftfeder. Wegen dieser Abhängigkeit kann die Federkraft nicht – wie in den Abschnitten zuvor – aus einer Federkennlinie entnommen werden. Eine geeignete Methode zur Berechnung der Federkraft wird nachfolgend beschrieben. Mit den berechneten Federkräften kann das Produkt $m_a \Delta h$ und die Masse des Fahrzeugs bestimmt werden. Die Größe des systematischen Fehlers in beiden Größen wird in 6.2.2 diskutiert. Der systematische Fehler hängt davon ab, in welcher Fahrsituation das Produkt $m_a \Delta h$ bzw. die Masse bestimmt wird. Fahrsituationen, in denen der Fehler unterhalb der im Folgenden besprochenen Grenzen liegt, werden in 6.2.3 beschrieben. In 6.2.4 werden die erzielten Ergebnisse präsentiert.

6.2.1 Berechnung der Federkräfte

Der Aufbau eines Luftfedersystems ist bereits in 3.4.2 beschrieben worden. Die Federung besteht aus drei Federelementen: der Zuganschlagsfeder, den Puffer und der Luftfeder. Die in der Simulation verwendeten Kennlinien der Zuganschlagsfeder und des Puffers sind bekannt. Aus ihnen wurde die vom Puffer und von der Zuganschlagsfeder herrührende Kraft ermittelt. Die von der Luftfeder stammende Kraft wurde aus dem Druck im Gummibalg und der wirksamen Querschnittsfläche A des Kolbens (vgl. Bild 3.16) berechnet. Die Größe der wirksamen Querschnittsfläche ist bekannt. Der Druck im Gum-

mibalg, reduziert um den Atmosphärendruck, wird mit p bezeichnet. Während der Simulation wurde diese Größe zu jedem Zeitpunkt aufgezeichnet. Die von der Luftfeder ausgeübte Kraft $F_{LF,Bt}$ beträgt definitionsgemäß $F_{LF,Bt} = A \cdot p$. Diese Kraft ist die am Einbauort der Luftfeder wirksame Kraft. Für weitere Berechnungen wurde diese Kraft auf den Radaufstandspunkt umgerechnet. Dafür wurde sie mit dem Übersetzungsfaktor r_F multipliziert, der das Verhältnis zwischen der Kraft am Radaufstandspunkt und der Kraft am Einbauort der Luftfeder angibt $F_{LF} = A \cdot p \cdot r_F$.

Mit der so berechneten Federkraft kann das Produkt $m_g \Delta h$ und die Masse des Aufbaus berechnet werden.

6.2.2 Abschätzung des systematischen Fehlers

Hier soll der systematische Fehler bei der Berechnung des Produkts $m_q \Delta h$ und der Masse m_q ermittelt werden.

Die Abschätzung des systematischen Fehlers bei der Berechnung des Produkts $m_g \Delta h$ erfolgt genauso wie bei der in 6.1.2 beschriebenen Abschätzung dieser Größe. Demnach beträgt der Fehler bei der Berechnung von $m_g \Delta h$ maximal $30kg \cdot m$, wenn der Wert von $m_g \Delta h$ nur in Fahrsituationen berechnet wird, in denen die Federgeschwindigkeiten kleiner als $\dot{f}_{max} = 0.2cm/s$ und die Federbeschleunigungen kleiner als $\ddot{f}_{max} = 0.15cm/s$ sind.

Wird die Masse m_g aus den mit Hilfe einer Simulation gewonnenen Daten berechnet, so kann der berechnete Wert von der tatsächlichen Masse m_g abweichen, wenn die Berechnung in Fahrsituationen durchgeführt wird, in denen Effekte auftreten, die nicht im Modell nachgebildet wurden. Von diesen Effekten wirken sich auf die Massenschätzung am stärksten die Beschleunigung des Fahrzeugs in vertikaler Richtung und die Übertragung von Kräften über die Radaufhängung aus. Die Größe des zweiten Effekts hängt von der Längsund Querbeschleunigung ab. Es soll bei der Berechnung der Masse m_g erreicht werden, dass der relative Fehler δm_g kleiner als 1% ist, d.h. es sollen Grenzwerte für die Längs-, Quer- und Vertikalbeschleunigung formuliert werden, die garantieren, dass δm_g kleiner als 1%





Bild 6.3: Abhängigkeit zwischen der Masse m_g und Abstand Δh zwischen Schwerpunkt und Wankachse.

ist. Der Wert von δm_g wurde deshalb so festgelegt, weil dann die Schwerpunkthöhe aus dem Wert der Masse auf ca. 3cm genau berechnet werden kann, was in etwa der in dieser Arbeit geforderten Genauigkeit der Schwerpunkthöhenschätzung entspricht. Diese Genauigkeit ergibt sich aus der im Bild 6.3 dargestellten Abhängigkeit zwischen Abstand Δh und Masse m_g .

Diesem Bild kann entnommen werden, dass auch aus einem exakt bekannten Wert für die Masse m_g der Abstand Δh nur ungenau bestimmt werden kann. Wie das Bild deutlich macht, kann der Abstand Δh zum Beispiel bei einem Fahrzeug, das etwa genau so viel wiegt wie ein solches, in dem ein Fahrer und ein Beifahrer sitzen, nur auf ca. $\pm 2.5cm$ genau bestimmt werden. Je weniger genau die Masse m_g bekannt ist, desto größer wird der Bereich, in dem Δh liegen kann. Der Fehler Δh beträgt maximal $\pm 3cm$, wenn die Masse m_g mit einem relativen Fehler von ca. $\pm 1\%$ genau angegeben werden kann.

Die Masse m_q kann auf ca. $\pm 1\%$ genau angegeben werden, wenn die

107

Beschleunigung des Fahrzeugs in vertikaler Richtung und die über die Radaufhängung übertragenen Kräfte jeweils zu einem Fehler von maximal $\pm 0.5\%\cdot m_g$ führen.

Die Beschleunigung des Fahrzeugs in vertikaler Richtung entspricht dem Mittelwert der vier Federbeschleunigungen. Der Fehler bleibt kleiner als 0.5%, wenn diese Beschleunigung kleiner als $0.5\% \cdot 9.81 m/s^2 \approx 5 cm/s^2$ ist.

Die über die Radaufhängung übertragenen Kräfte entsprechen den Reifenkräften, multipliziert mit einem Faktor, der von der Geometrie der Radaufhängung abhängt. Bei den hier betrachteten Fahrzeugen beträgt dieser Faktor ca. 0.2, d.h. ca. 20% der Summe aus Seitenund Umfangskraft² wird über die Radaufhängung übertragen. Die dadurch verursachten Änderungen in den Federkräften sind teilweise gegenläufig – die Federkräfte auf der einen Seite des Fahrzeugs nehmen zu, während die Federkräfte auf der gegenüberliegenden Seite kleiner werden. Deswegen ist der Fehler bei der Summe der Federkräfte höchsten halb so groß wie die Summe der Fehler bei den einzelnen Federkräften. Die Summe der Seitenkräfte beträgt $a_y \cdot m$ und die Summe der Umfangskräfte $a_x \cdot m$. Die Gewichtskraft beträgt $9.81m/s^2 \cdot m$. Daraus folgt, dass $\sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ nicht größer als $2 \cdot 0.5\% \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}/0.2 \approx 0.5m/s^2$ sein darf, damit der Fehler in der Massenschätzung kleiner als $\pm 1\%$ wird.

6.2.3 Klassifikation der Fahrsituationen

In diesem Teilabschnitt werden alle Bedingungen zusammengefasst, die eingehalten werden müssen, damit die Schätzung des Produkts $m_g \Delta h$ und der Masse m_g mit der angestrebten Genauigkeit erfolgen kann. Es werden für die Sensormesswerte sowie für die aus ihnen abgeleiteten Größen Grenzwerte definiert, die es erlauben, die Fahrsituationen eindeutig zu identifizieren, in denen

108 6.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem stationärem Modell

- die Masse des Aufbaus (Situation 1),
- das Produkt $m_q \Delta h$ (Situation 2) oder aber
- keine Größe Situation 3

bestimmt werden soll.

Situation 1

In diesem Fall wird die Masse des Fahrzeugaufbaus geschätzt. Diese Schätzung erfolgt, wenn die Geschwindigkeit des Fahrzeugs zwischen 5km/h und 50km/h liegt und $\sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ kleiner als $0.5m/s^2$ sowie die Beschleunigung in z-Richtung kleiner als $5cm/s^2$ ist. Die Querbeschleunigung wird mit dem Querbeschleunigungssensor gemessen. Die Längsbeschleunigung wird aus den Raddrehzahlen berechnet, und die Beschleunigung in z-Richtung aus den gemessenen Federwegen.

Situation 2

Die Schätzung des Produkts $m_g \Delta h$ erfolgt in der Situation 2. Diese Fahrsituation ist dadurch definiert, dass die Längsbeschleunigung nicht größer als $0.7m/s^2$ ist und die Querbeschleunigung zwischen $1m/s^2$ und $8m/s^2$ bzw. $-1m/s^2$ und $-8m/s^2$ liegt. Außerdem muss gewährleistet sein, dass die Einflüsse der im Modell nicht berücksichtigten Effekte das Ergebnis nicht zu stark verfälschen. Deshalb darf die Federgeschwindigkeit $\pm 0.2cm/s$ und die Federbeschleunigung $0.15cm/s^2$ nicht überschreiten. Diese Grenzwerte wurden oben in 6.1.3 hergeleitet (vgl. Fussnote auf Seite 101).

Situation 3

Entspricht die Fahrsituation nicht den Fällen 1 und 2, dann wird keine Schätzung durchgeführt.

²Als Umfangskraft wird die von den Rädern in Längsrichtung des Fahrzeugs übertragene Kraft bezeichnet.





Bild 6.4: Ergebnisse der Schätzung der Masse m_a aus Daten, die bei Simulation mit angeschlossenem Steuergerät der Luftfeder gewonnen wurden für die fünf Beladungsvarianten.

6.2.4 Ergebnisse

Die Federkräfte wurden, wie in 6.2.1 beschrieben, berechnet. In der Fahrsituation 1 wurde aus den Federkräften gemäß $m_q = (F_{F,vl} +$ $F_{F,vr} + F_{F,hl} + F_{F,hr})/9.81 \frac{m}{s^2}$ die Masse des Aufbaus berechnet. Um den statistischen Fehler in der Berechnung von m_a zu minimieren, wurden die zu den verschiedenen Zeitpunkten berechneten Werte gemittelt. Dabei werden die älteren Werte für m_a weniger stark gewichtet. Für diese Mittelung hat sich ein Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz von 0.2Hz als geeignet erwiesen. Nur wenn die Fahrsituation 1 länger dauerte als 5s, wurde der Wert von m_a für die Bestimmung der Schwerpunkthöhe herangezogen. Die so erhaltenen Werte von m_a zeigt Bild 6.4.

Die berechneten Werte für die Masse m_a lassen eine Schätzung des Wertes für Δh zu. Dabei wird die im Bild 6.3 dargestellte Abhängigkeit zwischen der Masse m_a und Δh genutzt. Mit ihrer Hilfe kann der berechneten Masse m_q ein Bereich möglicher Werte von Δh zuge-



Bild 6.5: Der aus den geschätzten Werten für die Masse m_a berechnete Abstand zwischen dem Schwerpunkt und der Wankachse (Δh) sowie der im Simulationsprogramm verwendeten Wert von Δh (grüne Punkte) für die fünf Beladungsvarianten.

ordnet werden. Bild 6.5 demonstriert das Ergebnis dieser Zuordnung. Der Bereich möglicher Werte von Δh ist jeweils mit zwei Fehlerbalken markiert. Der dicke Balken markiert den Bereich der möglichen Werte für Δh , wenn die Masse m_q exakt bekannt ist. Der dünne Balken markiert den Fehler, der durch einen Fehler von 1% bei der Masseberechnung verursacht wird.

Die Schwerpunkthöhe kann erheblich genauer geschätzt werden, wenn die Fahrsituation 2 auftritt. Während dieser Situation wurde mit den berechneten Federkräften die Gleichung (3.20) ausgewertet und das Produkt $m_q \Delta h$ mit der rekursiven Methode der kleinsten Fehlequadrate geschätzt. Während der Slalomfahrt kommt diese Fahrsituation selten vor, so dass dieses Fahrmanöver keinen Schätzwert für $m_a \Delta h$ liefert. Die bei den stationären Kreisfahrten erzielten Schätzwerte sind im Bild 6.6 zusammengestellt. Der eingezeichnete Fehlerbalken entspricht einer Schätzgenauigkeit von $\pm 30 kg \cdot m$.



Bild 6.6: Ergebnisse der Schätzung von $m_g \Delta h$ aus Daten, die bei einer Simulation mit angeschlossenen Steuergerät der Luftfeder bei den fünf Beladungsvarianten gewonnen wurden.

Die mit diesem Verfahren ermittelten Werte von $m_g\Delta h$ stimmen mit den für die Simulation vorgegebenen Werten sehr gut überein. Aus den in Fahrsituation 1 erhaltenen Werten von m_g und den in Fahrsituation 2 geschätzten Werten von $m_g\Delta h$ wurde der Abstand Δh sowie der mögliche Fehler in Δh bestimmt. Bild 6.7 veranschaulicht die hierbei verwendete Methode: Gelb dargestellt sind alle möglichen Kombinationen der Werte von m_g und $m_g\Delta h$ (die Abhängigkeit zwischen m_g und $m_g\Delta h$ ist detaillierter im Bild 6.8 dargestellt). Die Mittelpunkte der blauen Rechtecke entsprechen den ermittelten Werten von m_g und $m_g\Delta h$ bei den entsprechenden Beladungsvarianten. Die Kantenlängen der jeweiligen Rechtecke entsprechen den jeweiligen Fehlern ($\pm 1\%$ bzw. $\pm 30kg \cdot m$) dieser Größen. Der Durchschnitt der gelben mit den blauen Flächen entspricht den Werten für m_g und $m_g\Delta h$, die sowohl den geschätzten Werten als auch dem im Bild 6.8 dargestellten Zusammenhang zwischen der Masse m_g

112 6.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem stationärem Modell

und dem Produkt $m_g \Delta h$ genügen. Welchen Werten von Δh die einzelnen Wertepaare von m_g und $m_g \Delta h$ entsprechen, kann ermittelt werden, indem von den einzelnen Punkten eine Geraden durch den Ursprung des Koordinatensystems gezogen wird. Die Steigung der Gerade entspricht Δh . Im Bild 6.7 sind die Geraden mit minimaler und maximaler Steigung eingezeichnet: einmal bei der Beladungsvariante 'Fahrer' und einmal bei der Beladungsvariante 'ZGg inkl. 100kg DL'. Die Differenz zwischen dem maximalen und minimalen Δh markiert den Bereich möglicher Werte für Δh . Im Bild 6.9 sind die so gewonnenen Werte für alle Beladungvarianten eingetragen. Mit der Raute sind jeweils die Werte von Δh_{WA} markiert, die man bei der Division von $m_g \Delta h_{WA}$ durch m_g bei der jeweiligen Beladung erhält.

Die Ergebnisse lassen erkennen, dass mit dem stationären Modell die Schwerpunkthöhe auf ca. $\pm 1cm$ genau bestimmt werden kann, wenn hierfür Signale aus einer Simulation verwendet werden. Im Folgenden wird nun untersucht, wie genau die Schwerpunkthöhe ermittelt werden kann, wenn die bei Messfahrten aufgezeichneten Signale für die Schätzung der Schwerpunkthöhe verwendet werden.

6.3 Validierung des Schätzalgorithmus mit Daten aus den Messfahrten

In diesem Abschnitt wird festgestellt, mit welcher Genauigkeit die Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs geschätzt werden kann, wenn hierzu Daten verwendet werden, die bei den in 3.5.2 beschriebenen Messfahrten aufgezeichnet wurden. Der Unterschied zur Auswertung simulierter Daten liegt offensichtlich darin, dass die gemessenen Größen sowie die im Modell verwendeten Fahrzeugparameter nicht exakt bekannt sind, sondern gewisse Toleranzen aufweisen, und dass während der Fahrten Effekte auftreten können, die nicht im Modell berücksichtigt wurden. Des Weiteren kann – im Unterschied zur Simulation – bei den Messfahrten der Druck in den Gummibälgen der Luftfeder nicht kontinuierlich gemessen werden. Das Verfahren,



6.3 Validierung des Schätzalgorithmus

Bild 6.7: Diese Darstellung veranschaulicht, wie der Abstand Δh aus den ermittelten Werten für $m_g \Delta h$ und m_g sowie aus der bekannten Abhängigkeit zwischen diesen Größen ermittelt wird.



Bild 6.8: Zusammenhang zwischen der Masse m_g und dem Produkt $m_g \Delta h$.



Bild 6.9: Geschätzte Werte für den Abstand Δh zwischen dem Schwerpunkt und der Wankachse sowie den im Simulationsprogramm verwendeten Werte von Δh (grüne Punkte) für die fünf Beladungsvarianten. Diese Ergebnisse beruhen auf der Auswertung von Sensorsignalen, die bei einer FADYS-Simulation mit angeschlossenem Luftfeder-Steuergerät gewonnen wurden.

mit dem die Schwerpunkthöhe des Fahrzeugs aus den Messdaten bestimmt wurde ist im Bild 6.10 skizziert. Dieses Verfahren wird im Folgenden beschrieben.

In 6.3.1 wird zunächst beschrieben, wie der Druck in den Gummibälgen berechnet wurde. Darauf folgend werden in 6.3.2 Toleranzen der Fahrzeugparameter diskutiert und Werte von Fahrzeugparametern bestimmt, die aus den Konstruktionsdaten nicht ermittelt werden konnten. Die Auswirkungen, die die in den vorigen Teilabschnitten beschriebenen Ungenauigkeiten und die bei der Modellbildung getroffenen Vereinfachungen auf die Genauigkeit der Schätzung der Masse m_g , des Produkts $m_g \Delta h$ und der Achslastdifferenz ΔF haben, werden in 6.3.3 dargestellt. Bei der Fehlerabschätzung für diese drei Größen wird davon ausgegangen, dass während der Messung bestimmte Forderungen an den Fahrsituation eingehalten werden. Diese Forderungen werden anschließend in 6.3.4 zusammengefasst.

Die Ergebnisse der Schätzungen werden schließlich in 6.3.5 präsentiert. Aus der Kombination der ermittelten Werte für die Masse m_g , für das Produkt $m_g \Delta h$ und für die Achslastdifferenz ΔF wird hier der Abstand Δh berechnet.

6.3.1 Bestimmung des Drucks in den Gummibälgen der Luftfeder

Ein Ziel der Entwicklung des Verfahrens zur Ermittlung der Schwerpunkthöhe war, dass mit diesem Verfahren die Schwerpunkthöhe ermittelt werden soll, ohne dass hierzu zusätzliche Sensoren im Fahrzeug benötigt werden. Da dieses Verfahren in geländegängigen Fahrzeugen eingesetzt werden soll und viele dieser Fahrzeuge mit einem Luftfeder-System ausgestattet sind, werden Komponenten dieses Systems zur Bestimmung der Schwerpunkthöhe herangezogen. Wie bereits in 3.4.2 kurz beschrieben sind die wichtigsten Bestandteile dieses Systems die vier Luftfedern, die Ventile, der Druckspeicher und der Kompressor. Eine schematische Darstellung des Luftfeder-Systems bietet Bild 3.17. Die Luftfedern sind über Schläuche mit dem Druckspeicher verbunden. An den Schläuchen sind Ventile angebracht, mit



Bild 6.10: Der Algorithmus zur Berechnung der Schwerpunkthöhe aus Daten, die bei Messfahrten aufgezeichnet wurden, besteht aus mehreren Komponenten. Diese Komponenten sowie deren Ein- und Ausgangssignale sind hier dargestellt. Die grün dargestellten Komponenten werden nur bei der Anpassung des Algorithmus an ein neues Fahrzeug ausgeführt, die blauen immer, wenn die Schwerpunkthöhe geschätzt wird.

denen der Luftstrom gesteuert wird. Bei geschlossenen Ventilen ändert sich die Luftmenge in den Luftfedern nicht. Bei entsprechender Ansteuerung der Ventile kann die Luftmenge in der Luftfedern reduziert oder erhöht werden. Um die Luftmenge in einer Luftfeder zu erhöhen, wird eine Verbindung zwischen der Luftfeder und dem Druckspeicher geöffnet. Damit dabei die Luft in die Luftfeder und nicht in umgekehrter Richtung strömt, muss der Druck im Druckspeicher höher sein als in der Luftfeder. Um das zu gewährleisten, misst ein Sensor den Druck im Druckspeicher und steuert bei Bedarf einen Kompressor an. Die Genauigkeit dieses Drucksensors lässt einen Fehler zwischen -0.7bar und +1.1bar zu. Dieser Sensor ist der einzige Drucksensor im Luftfedersystem. Weil keine weiteren Drucksensoren vorhanden sind, wurde auch mit seiner Hilfe der Druck in den Gummibälgen bestimmt. Um das zu ermöglichen, wurde das Steuerprogramm des Luftfeder-Systems um eine Komponente erweitert, deren Funktion im Folgenden beschrieben wird:

Aus Messwerten der Drehzahlsensoren an den Rädern und des Querbeschleunigungssensors wird ermittelt, wann sich das Fahrzeug mit einer Geschwindigkeit zwischen 5km/h und 50km/h bewegt und die auf das Fahrzeug wirkende Beschleunigung kleiner als $0.3m/s^2$ ist³. In einer solchen Fahrsituation werden die Ventile des Luftfedersystems so angesteuert, dass eine Verbindung zwischen der Luft im Gummibalg und dem Drucksensor besteht. Diese Verbindung wird nacheinander an allen vier Luftfedern für je 1.5s offen gehalten. Die

Dauer von 1.5s wurde gewählt, weil frühere Messungen ergeben haben, dass sich in dieser Zeit der Druck am Drucksensor dem Druck im Gummibalg so weit angleicht, dass der Druckunterschied weniger als 0.1*bar* beträgt. Die während dieser Zeit gemessenen Werte werden gemittelt. Um eine stärkere Gewichtung der gegen Ende der Messung (nach dem Druckausgleich) ermittelten Werte sicherzustellen, wurde für die Mittelung ein Tiefpassfilter mit der Grenzfrequenz von 1Hz verwendet. Der mit diesem Filter nach 1.5s ermittelte Wert für den Druck wird als Balgdruck verwendet und mit p_x bezeichnet. Das Luftfedersteuergerät speist diesen Wert in das Netzwerk des Fahrzeugs (CAN) ein. Außerdem wird ein weiterer Signalwert in das CAN eingespeist, der Informationen darüber enthält, ob die Messung erfolgreich war und an welcher Luftfeder sie durchgeführt wurde. Beide Werte können vom ESP-Steuergerät aus dem Netzwerk abgerufen werden. Aus den so erhaltenen Werten für die Balgdrücke p_x wurden die Balgdrücke p(t) zu allen weiteren Zeitpunkten berechnet. Dafür musste das Volumen V_x des Gummibalgs während der Druckmessung und das Volumen V(t) zu jedem weiteren Zeitpunkt bekannt sein. Das Volumen wurde anhand des gemessenen Federwegs und der Konstruktionsdaten, die die Abhängigkeit des Balgvolumens vom Einfederweg angeben, ermittelt. Um das Volumen während der Druckmessung zu bestimmen, wurden die während der Druckmessung gemessenen Federwege ebenfalls mit einem Tiefpassfilter gefiltert. Aus dem am Ende der Messung erhaltenen Federweg wurde das Balgvolumen V_x anhand der Konstruktionsdaten bestimmt. Zu allen weiteren Zeitpunkten t wurde das Volumen V(t) dann aus dem aktuell gemessenen Federweg berechnet. Wenn sich die Luftfeder wie ein isoliertes thermodynamisches System verhält und das Balgvolumen sowie der Balgdruck zum Zeitpunkt der Messung und das Balgvolumen zum Zeitpunkt t bekannt sind, kann der aktuelle Balgdruck mit der Polytropengleichung

$$p(t) \cdot V^n(t) = konst. = p_x \cdot V_x^n \tag{6.6}$$

ermittelt werden, wobei mit n der Polytropenexponent bezeichnet wird. Diese Gleichung gilt nur für isolierte Systeme. Da die Luftfe-

³Diese Bedingungen an die Fahrsituation wurden gewählt, damit einerseits keine Druckmessung im Stillstand stattfindet – hierbei könnte ein anderer Druck gemessen werden als derjenige, der bei einem fahrenden Fahrzeug vorliegt, weil im Stand (bei Änderung der Einfedertiefe) Seitenkräfte entstehen können, die dem Einfedern entgegenwirken. Beim fahrenden Fahrzeug können diese Seitenkräfte nicht aufgebaut werden. Andererseits soll damit verhindert werden, dass die Druckmessung bei hohen Geschwindigkeiten stattfindet, weil das zu einer gefährlichen Situation führen könnte, da die Luftfeder während einer Druckmessung andere Eigenschaften besitzt als im Normalbetrieb. Die Einschränkungen bzgl. der Beschleunigung sind notwendig, da das Fahrzeug bei Beschleunigungen Nick- bzw. Wankwinkel aufbaut, was zu anderen Drücken in den Luftfedern als bei unbeschleunigter Fahrt führt.

der kein isoliertes System bildet, verhält sie sich nur dann wie ein solches, wenn zwischen ihr und der Umgebung keine Temperaturdifferenz besteht. Um mit (6.6) den Druck p(t) exakt berechnen zu können, müsste deshalb der Wert von $p_x \cdot V_x$ bei Änderung der Umgebungstemperatur neu bestimmt werden. Bei der Aufzeichnung der Messdaten wurden die Werte von p_x und V_x zu Beginn jedes Fahrmanövers ermittelt. Da davon auszugehen ist, dass sich die Umgebungstemperatur im Verlauf eines Fahrmanövers nicht signifikant ändert, waren keine weiteren Messungen von p_x und V_x notwendig. Bei der Anwendung dieses Algorithmus in Serienfahrzeugen müssten allerdings geeignete Bedingungen dafür definiert werden, wann die Werte von p_x und V_x zu messen sind. Dazu müssen Temperaturmessungen vorgenommen werden, für die Sensoren zur Messung der Außen- und Motortemperatur verwendet werden könnten.

Der Polytropenexponent n beschreibt den Charakter der Zustandsänderung. Wird die Zustandsänderung isotherm vollzogen, dann beträgt n = 1, bei adiabatischen Zustandsänderungen ist $n \approx 1.4$.

Bei der Berechnung des Balgdrucks wurde angenommen, dass n = 1 ist, dass also eine isotherme Zustandsänderung vorliegt. Solche Zustandsänderungen sind vor allem bei langsamen Vorgängen zu beobachten. Die Bestimmung des Balgdrucks ist also nur bei Fahrmanövern möglich, bei denen sich die Zustände in der Luftfeder langsam verändern, d.h. bei denen die Ein- bzw. Ausfedergeschwindigkeit klein ist. Um Aussagen darüber zu gewinnen, wie stark sich die Ein- und Ausfedergeschwindigkeit auf die Genauigkeit der Druckberechnung mit der Gleichung $p(t) \cdot V(t) = konst.$ auswirken, wurden Messungen an einem FKE-Prüfstand durchgeführt (FKE ist eine Abkürzung für Federung, Kinematik und Elastokinematik).

Bild 6.11 zeigt einen FKE-Prüfstand. Der Prüfstand besteht aus vier Stempeln – auf diese werden die Räder des Fahrzeugs gestellt – und einer Vorrichtung, mit der die Karosserie des zu vermessenden Fahrzeugs fixiert wird. Vor einer Messung werden die Räder abmontiert und an ihrer Stelle Radstützen befestigt, die die Stempel mit den Radnaben verbinden. Während der Messung werden die Stempel vertikal bewegt, was zum Ein- und Ausfedern des Fahrwerks führt. Die



Bild 6.11: Foto eines FKE-Prüfstandes mit einem Mercedes der ML-Klasse

Kräfte, die die Stempel dabei ausüben, und die von ihnen zurückgelegten Wege werden gemessen.

Um die Auswirkung der Federwegänderung und der Federgeschwindigkeit auf den Druck zu bestimmen, wurde ein Fahrzeug mit geeichten Drucksensoren ausgestattet. An jedem Gummibalg der Luftfeder wurde ein solcher Sensor, der den Balgdruck direkt misst, angebracht. Für die Aufzeichnung der so gemessenen Drücke wurden die Sensoren an die Messtechnik des FKE-Prüfstands angeschlossen. Anhand der bekannten Abhängigkeit des Volumens vom Federweg wurde das Balgvolumen aus dem gemessenen Federweg bestimmt. Mit dieser Größe und dem zu Beginn der Messung ermittelten Druck wurde der



Bild 6.12: Auswertung einer FKE-Messung. Das linke Bild zeigt den Verlauf des Federwegs: Die Federgeschwindigkeit betrug 2mm/s und die Amplitude 40mm. Das rechte Bild zeigt den gemessenen und den berechneten Druck. Bei dieser Messung bleibt die maximale Differenz zwischen den Drücken kleiner als $\pm 0.15bar$.

Balgdruck gemäß (6.6) berechnet und mit dem direkt gemessenen Druck verglichen. Bild 6.12 und 6.13 zeigen den Federwegverlauf sowie den berechneten und gemessenen Balgdruck. Bei beiden Messungen betrug die Amplitude 40mm, die Federgeschwindigkeit betrug bei der ersten Messung (s. Bild 6.12) 2mm/s, bei der zweiten Messung (s. Bild 6.12) 20mm/s. Aus den Messungen kann entnommen werden, dass bei einer Federgeschwindigkeit von 2mm/s die maximale Differenz zwischen berechnetem und gemessenem Druck kleiner als $\pm 0.15 bar$ ist, bei einer Federgeschwindigkeit von 20 mm/s beträgt diese Differenz ca $\pm 0.3 bar$. Diese größere Differenz kommt dadurch zustande, dass beim Ein- bzw. Ausfedern die Luft im Gummibalg sich erwärmt bzw. abkühlt, und zwar umso mehr, je höher die Federgeschwindigkeit ist. Der berechnete Wert stimmt mit dem gemessenen Wert erst dann wieder überein, wenn sich die Temperatur der Luft im Gummibalg der Außentemperatur angeglichen hat. Mit Hilfe der FKE-Messungen kann festgestellt werden, wie lange dieser Tempe-



Bild 6.13: Auswertung einer FKE-Messung bei geänderter Federgeschwindigkeit. Das linke Bild zeigt den Verlauf des Federwegs: Die Federgeschwindigkeit betrug 20mm/s und die Amplitude 40mm. Das rechte Bild zeigt den gemessenen und den berechneten Druck. Bei dieser Messung beträgt die maximale Differenz zwischen den Drücken ca. $\pm 0.3bar$.

raturausgleich dauert. Dazu wird der gemessene und der berechnete Druck als Funktion der Zeit aufgetragen. Die Werte, die sich für diese Größen aus einer FKE-Messung bei der Federgeschwindigkeit von 20mm/s ergeben, werden im Bild 6.14 gezeigt. Man erkennt, dass nach ca. 3s ohne Federbewegung der gemessene und der berechnete Druck wieder um weniger als 0.15bar differieren. Mit einer weiteren FKE-Messung wurde untersucht, wie genau der Balgdruck bei der Federgeschwindigkeit von 20mm/s berechnet wird, wenn die Anregungsamplitude auf 20mm reduziert ist. Den Federwegverlauf sowie den gemessenen und berechneten Balgdruck bei dieser Messung demonstriert Bild 6.15. Auch bei dieser Messung beträgt die maximale Differenz zwischen den Drücken ca. $\pm 0.15bar$.

Aus den Untersuchungen am FKE-Prüfstand kann geschlossen werden, dass der berechnete Balgdruck weniger als $\pm 0.15 bar$ vom tatsächlichen Balgdruck abweicht, wenn die folgenden Bedingungen eingehalten werden:



123

Bild 6.14: Gemessener und berechneter Druckverlauf im Gummibalg bei einem Federwegverlauf gemäß der Darstellung im Bild 6.13 (links). Im rechten Bild mit höherer Auflösung erkennt man, dass nach ca. 3s ohne Federbewegung die Differenz zwischen dem gemessenen und dem berechneten Druck weniger als 0.15bar beträgt.



Bild 6.15: Auswertung einer FKE-Messung. Das linke Bild zeigt den Verlauf des Federwegs. Dieser setzt sich zusammen aus Abschnitten, in denen die Federgeschwindigkeit 20mm/s betrug, und aus solchen, in denen der Federweg nicht verändert wurde. Der maximale Ausschlag hatte dabei einen Wert von $\pm 40mm$. Das rechte Bild zeigt den gemessenen und den berechneten Druck. Die maximale Differenz zwischen diesen Drücken beträgt bei dieser Messung ca. $\pm 0.15bar$.

- die Federgeschwindigkeit ist seit mindestens 3s kleiner als 2mm/s oder
- die Änderung des Federwegs ohne Unterbrechung betrug weniger als 20mm.

Die Schwerpunkthöhe wurde nur in solchen Fahrsituationen geschätzt, in denen diese Bedingungen erfüllt waren. Der Balgdruck konnte also in diesen Fahrsituationen auf $\delta p_{Msg} = \pm 0.15 bar$ genau berechnet werden.

6.3.2 Bestimmung von Fahrzeugparametern

Bei der Auswertung der während der Messfahrten gemessenen Signale muss berücksichtigt werden, dass die Werte der in den Modellen verwendeten Parameter nur mit begrenzter Genauigkeit bekannt sind. In diesem Teilabschnitt werden die entsprechenden Toleranzen abgeschätzt. Des Weiteren wird hier beschrieben, wie Fahrzeugparameter, die nicht den Konstruktionsdaten entnommen werden konnten, mit Hilfe von Messungen am FKE-Prüfstand ermittelt wurden. Die Masse m_g , das Produkt $m_g \Delta h$ und die Achslastdifferenz ΔF werden nach den am Anfang des Kapitels aufgestellten Gleichungen (6.1), (6.2) und (6.3) berechnet. Die in diesen Gleichungen vorkommende Stabilisatorkraft F_{St} und die Federkraft F_F werden gemäß der Beziehung

$$F_{St} = c_{St} \cdot (f_l - f_r) \quad und$$

$$F_F = A \cdot p \cdot r_F + F_{Zusatz} + F_{Reibung}$$
(6.7)

bestimmt. Um m_g , $m_g\Delta h$ und ΔF zu ermitteln, müssen demnach die folgenden Parameter bekannt sein, vgl. (6.1), (6.2), (6.3) und (6.7):

- Spurbreite s
- Steifigkeit c_{St} des Stabilisators

6.3 Validierung des Schätzalgorithmus

- Übersetzungsverhältnis r_F zwischen der vertikalen Bewegung des Rades und der Bewegung der Feder
- die wirksame Fläche A des Kolbens in der Luftfeder
- Kennlinien der Zusatzfedern der Zuganschlagsfeder und des Puffers (hieraus wid F_{Zusatz} berechnet)
- die Reibungskraft $F_{Reibung}$ im Federbein.

Die Steifigkeit des Stabilisators, die Spurbreite sowie das Übersetzungsverhältnis wurdem den Konstruktionsdaten des Fahrzeugs entnommen. Der Fehler im Übersetzungsverhältnis braucht nicht direkt bestimmt zu werden, da sich dieser in der Berechnung der Kennlinie der Zusatzfedern und der wirksamen Fläche des Kolbens niederschlägt, so dass die Abschätzung der Genauigkeit dieser beiden Größen implizit den Fehler des Übersetzungsverhältnisses enthält. Bei den übrigen beiden Größen – der Spurbreite und der Steifigkeit des Stabilisators – wurde eine Toleranz von $\pm 1\%$ angenommen. Die Größe der wirksamen Fläche des Kolbens in der Luftfeder, die Gleitreibung in der Feder sowie die Kennlinie der Zusatzfeder wurden anhand der Messungen am FKE-Prüfstand berechnet:

Die Querschnittsfläche des Kolbens kann aus der Kraft der Luftfeder F_{LF} und einem Druck p (Druckdifferenz zwischen dem Druck im Gummibalg und dem Umgebungsdruck) aus der Definition für Druck

$$p = \frac{F_{LF}}{A}.$$
(6.8)

berechnet werden. Der Druck p wird bei den FKE-Messungen direkt gemessen. Die Kraft, die die Luftfeder ausübt, kann aus den gemessenen Radaufstandskräften F_{FKE} bestimmt werden. Die Radaufstandskräften der Zusatzfedern F_{Zusatz} (Puffer und Zuganschlagsfeder), der vom Stabilisator aufgebrachten Kraft F_{St} , der Dämpferkraft F_D , der Reibungskraft $F_{Reibung}$ sowie der Gewichtskraft der ungefederten Massen G_u . Um die Kraft der Luftfeder zu bestimmen, wird das

Fahrzeug am FKE-Prüfstand so angeregt, dass möglichst viele der obigen Kräfte vernachlässigbar klein sind:

In einem Bereich des Federwegs zwischen etwa -10mm und 10mm werden die Zusatzfedern nicht zusammengedrückt und bringen daher keine Kraft auf: $F_{Zusatz} = 0$. Der Stabilisator bringt keine Kraft auf, wenn beide Räder einer Achse gleich weit eingefedert sind: $F_{St} = 0$. Bei langsamer Federgeschwindigkeit ist die Dämpferkraft vernachlässigbar klein: $F_D = 0$. Werden alle diese Bedingungen eingehalten, dann entspricht die gemessene Radaufstandskraft (F_{FKE}) der auf den Radaufstandspunkt umgerechneten Federkraft zuzüglich der Reibungskraft und der aus den ungefederten Massen $\frac{1}{4}m_u$ an einem Rad herrührenden Gewichtskraft $\frac{1}{4}G_u = \frac{1}{4}m_u \cdot 9.81\frac{m}{r^2}$:

$$F_{FKE} = F_{LF} \cdot r + F_{Reibung} + \frac{1}{4}G_u. \tag{6.9}$$

Aus (6.8) und (6.9) folgt

$$F_{FKE,g} = A \cdot p \cdot r + F_{Reibung} + \frac{1}{4}G_u. \tag{6.10}$$

Anhand dieser Gleichung wurde die Querschnittsfläche A und die Reibungskraft $F_{Reibung}$ ermittelt. Dazu wurden die bei der Messung am FKE-Prüfstand gewonnenen Messwerte für die Radaufstandskraft und den Druck herangezogen. Dabei wurden nur Messdaten von Fahrsituationen in denen $F_{Zusatz} = 0$ galt, d.h. bei denen alle Federwege zwischen $\pm 10mm$ und $\pm 10mm$ lagen, verwendet. Des Weiteren wird diese Bestimmung von A und $F_{Reibung}$ bei mehreren unterschiedlichen Balgdrücken durchgeführt. Die Streubreite der gemessenen Werte wird als der anzunehmende Fehler für diese Größen betrachtet. Auf diese Weise wurde für die Reibungskraft an der Vorderachse $F_{Reibung,VA} = 150N$ und an der Hinterachse $F_{Reibung,HA} = 70N$ ermittelt, sowie $A_{VA} = 115cm^2 \pm 1.5cm^2$ und $A_{HA} = 153cm^2 \pm 1.5cm^2$ bestimmt. Da zur Anpassung der Werte von A für die Messungen bei unterschiedlichen Balgdrücken nur die Größe der wirksamen Querschnittsfläche variiert wurde, enthält



Bild 6.16: Gemessene Radaufstandskraft und den berechneter Beitrag der Luftfederkraft zur Radaufstandskraft an der Vorderachse bei den Drücken 8.75bar (links) und 9.25bar (rechts). Bei der Berechnung mit dem Balgdruck von 8.75bar betrug die wirksame Querschnittsfläche 115.5 cm^2 , bei 9.25bar betrug sie 114.5 cm^2 .

der Fehler $\delta A = \pm 1.5 cm^2$ auch den Fehler in dem Übersetzungsverhältnis r_F . Bild 6.16 zeigt als Beispiel den gemessenen Verlauf von F_{FKE} in Abhängigkeit vom Federweg an der Vorderachse (bei 8.75bar und bei 9.25bar) im Vergleich zu der mit $A_{VA} = 115cm^2$ und $F_{Reibung,VA} = 150N$ berechneten Kraft $A \cdot p \cdot r_F + F_{Reibung} + \frac{1}{4}G_{\mu}$. In einem Bereich des Federwegs zwischen -19mm und 16mm stimmen die gemessenen und berechneten Werte gut überein, außerhalb dieses Bereiches weichen diese Werte zunehmend voneinander ab, da dort die Zusatzfedern zu den gemessenen Radaufstandskräften beitragen. Im nächsten Schritt wird die Kraft der Zusatzfedern berechnet. Ihr Beitrag wird ermittelt, indem von der gemessenen Radaufstandskraft die berechnete Kraft der Luftfeder subtrahiert wird. So werden die Kennlinien der Zusatzfedern an der Vorder- und Hinterachse gemäß Bild erhalten 6.17. Im Bild 6.17 sind auch die linearisierten Kennlinien der Zusatzfedern eingezeichnet. Die zur Berechnung der Federkraft benutzten Parameter sind in Tabelle 6.1 zusammengestellt. Der Vergleich zwischen berechneter und linearisierter Kennlinie zeigt,



Bild 6.17: Kennlinie der Zusatzfeder an der Vorder- (links) und Hinterachse.

dass der maximale Fehler dabei $\delta F_{Zusatz,VA} = \pm 25N$ an der Vorderachse und $\delta F_{Zusatz,HA} = \pm 50N$ an der Hinterachse beträgt.

Vorde	rachse	Hinterachse		
Federweg [mm]	c_{Zusatz} [N/mm]	Federweg [mm]	c_{Zusatz} [N/mm]	
-40 bis -19	27	-40 bis -22	9	
-19 bis 16	0	-22 bis 11	0	
16 bis 40	20	11 bis 40	18	

Tabelle 6.1: Parameter der linearisierten Kennlinien der Zusatzfedern

6.3.3 Abschätzung des systematischen Fehlers bei der Berechnung der Masse m_g , des Produkts $m_g \Delta h$ und der Achslastdifferenz ΔF

Die Berechnung der Masse m_g , des Produktes $m_g \Delta h$ und der Achslastdifferenz ΔF erfolgt mit Hilfe der Gleichungen (6.1), (6.2) und (6.3). Die Toleranzen der in diesen Gleichungen vorkommenden Größen wurden in 6.3.1 und 6.3.2 abgeschätzt. Anhand dieser Werte wird nun untersucht, wie genau die Masse m_g , das Produkt $m_g \Delta h$ und die Achslastdifferenz ΔF aus den bei Messfahrten gewonnenen Daten ermittelt werden können. Außerdem werden die Auswirkungen der bei der Modellbildung vernachlässigten Effekte auf die mögliche Genauigkeit abgeschätzt.

Zunächst wird der systematische Fehler in der Berechnung der Achslastdifferenz berechnet, da – wie nachfolgend erläutert – bei dieser Größe der relative Fehler am kleinsten ist. Anschließend wird der systematische Fehler bei der Berechnung der Masse ermittelt. Dabei wird gezeigt, wie mit Hilfe von Vorwissen über den Zusammenhang zwischen der Achslastdifferenz und der Masse die Genauigkeit der Masseberechnung erhöht werden kann. Anschließend wird die Genauigkeit der Berechnung des Produkts $m_g \Delta h$ abgeschätzt. Aus den so ermittelten Schätzgenauigkeiten für m_g und $m_g \Delta h$ wird berechnet, wie genau der Abstand Δh bestimmt werden kann. Hier wird sich zeigen, dass eine ausreichende Genauigkeit nur dann zu erzielen ist, wenn bei der Berechnung von m_g zusätzlich Vorwissen über die Abhängigkeit zwischen m_g und $m_g \Delta h$ berücksichtigt wird.

Die Achslastdifferenz ΔF

Der Fehler in der Achslast differenz $\Delta F=F_{z,hl}+F_{z,hr}-F_{z,vl}-F_{z,vr}$ lässt sich aus den Fehlern bei der Berechnung der Radaufstandskräfte gemäß $\delta(\Delta F)=\delta F_{z,hl}+\delta F_{z,hr}-\delta F_{z,vl}-\delta F_{z,vr}$ ermitteln⁴. Die Kraft F_z kann aus

 $F_z = p \cdot A \cdot r_F + F_{Reibung} + F_{Zusatz} + F_D + F_{RA} + m_u \cdot 9.81 m/s^2 \quad (6.11)$

berechnet werden, wobei hier $F_{R\!A}$ die über die Radaufhängung übertragene Kraft und m_u die ungefederte Masse bezeichnet. Der Fehler in F_z kann daher durch

 $\delta F_z = \delta p \cdot A \cdot r_F + p \cdot \delta A \cdot r_F + p \cdot A \cdot \delta r_F + \delta F_{Reibung} + \delta F_{Zusatz} + \delta F_D + \delta F_{RA} + \delta G_u,$ (6.12)

beschrieben werden. Die in (6.12) vorkommenden Größen können nun den Berechnungen in den zwei vorherigen Abschnitten entnommen sowie anhand der nachfolgenden Überlegungen bestimmt werden. Der Fehler in der Druckmessung δp setzt sich zusammen aus dem Fehler, der aufgrund der indirekten Bestimmung des Drucks zustande kommt – $\delta p_{Msa} = \pm 0.15 bar$ (vgl. 6.3.1) –, und der Toleranz des Drucksensors, die laut Herstellerangaben $1.1bar > \delta p_{DS} > -0.7bar$ beträgt. Die Fläche A wurde in 6.3.2 mit Hilfe der Messungen am FKE-Prüfstand abgeschätzt. Mit einem Fehler von $\delta A = 1.5 cm^2$ beträgt sie $A_{VA} = 115 cm^2$ an der Vorderachse und $A_{HA} = 153 cm$ an der Hinterachse. Das Übersetzungsverhältnis r_F kann den Konstruktionsdaten entnommen werden. Es beträgt $r_{FVA} = 0.61$ bzw. $r_{F,HA} = 0.55$. Damit kann der Fehler in der Berechnung der Federkraft bzw. der Achslastdifferenz ermittelt werden, der aufgrund des Fehlers in der Druckmessung zustande kommt. Der Fehler in F_z , der aufgrund der indirekten Bestimmung des Drucks zustande kommt, beträgt

$$\delta F_{z,p_{Msg},VA} = \delta p \cdot A_{VA} \cdot r_{F,VA} = \pm 0.15 bar \cdot 115 cm^2 \cdot 0.61 \approx \pm 105 N \quad (6.13)$$

an der Vorderachse und

 $\delta F_{z,p_{Msa},HA} = \delta p \cdot A_{HA} \cdot r_{F,HA} = \pm 0.15 bar \cdot 153 cm^2 \cdot 0.55 \approx \pm 125 N$ (6.14)

an der Hinterachse. Nun wird der Balgdruck in allen Gummibälgen mit demselben Drucksensor gemessen. Unter der zulässigen Annahme, dass der Wert von δp_{DS} sich zwischen den unmittelbar aufeinander folgenden Messungen des Drucks an den einzelnen Rädern nicht ändert, heben sich bei der Berechnung von $\delta(\Delta F)$ die Beiträge dieses

 $^{{}^4}$ Mit δ werden die Fehler in den jeweiligen Größen bezeichnet.

Fehlers teilweise auf^5 :

$$\delta(\Delta F)_{p_{DS}} = 2 \cdot \delta p_{DS} \cdot A_{HA} r_{F,HA} - 2 \cdot \delta p_{DS} \cdot A_{VA} r_{F,VA}$$
(6.15)
$$= 2 \cdot \frac{+1.1}{-0.7} bar \cdot 153 cm^2 \cdot 0.55 - 2 \cdot \frac{+1.1}{-0.7} bar \cdot 115 cm^2 \cdot 0.61$$

$$= \frac{+337}{-224} N.$$

In (6.12) wird zur Abschätzung des zweiten Terms $p \cdot \delta A \cdot r_F$ für p der maximale Druck angenommen, der bei unbeschleunigter Fahrt in den Gummibälgen vorliegt (nur in solchen Fahrsituationen wird die Achslastdifferenz berechnet). Die Messungen liefern hier für die Werte $p_{max,VA} = 9.25bar$ an der Vorderachse und $p_{max,HA} = 9bar$ an der Hinterachse. Die Größe des Fehlers in der wirksamen Querschnittsfläche wurde in 6.3.2 abgeschätzt. Sie beträgt $\delta A = 1.5cm^2$. Daraus folgt

$$p \cdot \delta A_{VA} \cdot r_{F,VA} = 9.25 bar \cdot (\pm 1.5 cm^2) \cdot 0.61 \approx \pm 85N \tag{6.16}$$

und

$$p \cdot \delta A_{HA} \cdot r_{F,HA} = 9 bar \cdot (\pm 1.5 cm^2) \cdot 0.55 \approx \pm 75 N.$$
 (6.17)

Die drei folgenden Terme in (6.12)

$$\delta F_{Zusatz} = 0$$

$$p \cdot A \cdot \delta r = 0$$

$$\delta F_{Reibung} = 0,$$
(6.18)

können vernachlässigt werden, da erstens die Achslastdifferenz ΔF nur in Fahrsituationen bestimmt wird, in denen die Zusatzfedern keine Kraft aufbringen (also $F_{Zusatz} = 0$ und damit $\delta F_{Zusatz} = 0$), und zweitens wurden der Fehler δr_F im Übersetzungsverhältnis und der Fehler $\delta F_{Reibung}$ in der Reibungskraft bereits in die Toleranz δA der

132 6.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem stationärem Modell

wirksamen Kolben-Querschnittsfläche einberechnet (vgl. 6.3.2).

Der Term δF_D in der Fehlerabschätzung, steht im Zusammenhang mit der Annahme, dass die Dämpferkraft $F_D = 0$ beträgt. Diese Annahme trifft aber nur zu, wenn die Federgeschwindigkeit $\dot{f} = 0$ ist. Da jedoch die Berechnung der Achslastdifferenz auch in Fahrsituationen erfolgt, bei denen die Federgeschwindigkeit von Null abweicht, führt diese Annahme zu einem Fehler δF_D in der berechneten Radaufstandskraft. Dieser Fehler hängt davon ab, wie groß die Federgeschwindigkeit ist, bei der die Berechnung der Achslastdifferenz erfolgt. Der Zusammenhang zwischen der Dämpferkraft und der Federgeschwindigkeit kann durch

$$F_D = c_D \cdot \dot{f} \tag{6.19}$$

beschrieben werden (vgl. Abschnitt 3.3), wobei hier für die Dämpferkonstante ein Wert von $c_D = 4210 Ns/m$ ermittelt wurde. Zur Festlegung der maximalen Federgeschwindigkeit, bei der die Bestimmung der Achslastdifferenz noch erfolgen kann, musste ein Kompromiss gefunden werden. Je kleiner der Wert für die maximale Federgeschwindigkeit gewählt wird, desto kleiner wird der Fehler δF_D sein, aber desto seltener kommen auch Situationen vor, in denen die Achslastdifferenz berechnet werden kann. Aus der Analyse der Messdaten ergab sich als guter Kompromiss eine maximale Federgeschwindigkeit von $\left|\dot{f}\right| = 0.2 cm/s$. Bei dieser Werten von \dot{f} treten Dämpferkräfte von maximal $\pm 7.5N$ auf. Diese Einschränkung der Federgeschwindigkeit führt also zu $\left|\delta F_D\right| \leq 7.5N$.

Die beiden letzten Terme δF_{RA} und δG_u zur Bestimmung des Fehlers in der Radaufstandskraft beschreiben die Fehler, die aufgrund der Annahme entstehen können, dass über die Radaufhängung keine Kräfte übertragen werden, also $F_{RA}=0$, und dass das Fahrzeug nicht in die vertikale Richtung beschleunigt wird. Die Größe dieser Fehler hängt von der Beschleunigung ab, die auf das Fahrzeug wirkt. Diese Abhängigkeit wurde in 6.2.2 mit dem Ergebnis diskutiert, dass der relative Fehler kleiner als 1% wird, wenn für die Längs- und Querbeschleunigung $\sqrt{a_x^2 + a_y^2} < 0.5m/s^2$ und für die Vertikalbe-

⁵Die Schreibweise $X = \frac{+m}{-n}$ wird in dieser Arbeit benutzt, um den Bereich anzugeben, in dem die Größe X liegt. Es bedeutet n < X < m.

schleunigung $a_z < 5cm/s^2$ gilt. Die Achslastdifferenz wurde daher nur dann berechnet, wenn diese Beschleunigungswerte nicht überschritten wurden. Demnach beträgt der von δF_{RA} und δG_u verursachte Fehler in der Berechnung der Radaufstandskräfte weniger als 1%. Mit diesen Angaben über den relativen Fehler wurde der maximale absolute Fehler in F_z aus der maximalen Radaufstandskräft berechnet. Die Radaufstandkraft ist maximal, wenn das Fahrzeug bis zum zulässigen Gesamtgewicht beladen ist. Die Radaufstandkräfte betragen dann ca. 6000N an der Vorder- und ca. 7000N an der Hinterachse. Die Annahme, dass über die Radaufhängung keine Kräfte übertragen werden und, dass das Fahrzeug nicht in vertikaler Richtung beschleunigt wird, führt also zu einem Fehler von 60N an der Vorderachse und von 70N an der Hinterachse.

Aus den so abgeschätzten Werten für die einzelnen Unsicherheiten wird der maximale systematische Fehler bei der Bestimmung der Achslastdifferenz zu

$$\delta(\Delta F) \approx \frac{+1410}{-1290} N.$$
 (6.20)

ermittelt.

Die Masse m_g

Im Folgenden wird der systematische Fehler bei der Berechnung der gefederten Masse m_g des Fahrzeugs abgeschätzt. Wenn das Fahrzeug nicht in vertikaler Richtung beschleunigt wird, entspricht die Masse m_g der Summe der Radaufstandskräfte F_z , abzüglich der Gewichtskraft der ungefederten Massen G_u , geteilt durch $9.81m/s^2$:

$$m_g = \frac{F_{z,vl} + F_{z,vr} + F_{z,hl} + F_{z,hr} - G_u}{9.81m/s^2}.$$
 (6.21)

Die Kraft F_z und der Fehler δF_z , der bei der Berechnung dieser Kraft auftreten kann, können gemäß (6.11) und (6.12) ermittelt werden. Da die Masse in gleichen Fahrsituationen geschätzt wird wie die Achslastdifferenz, können bei der Abschätzung des Fehlers für

die Radaufstandskräfte weitgehend die gleichen Werte für die einzelnen Summanden der Gleichung 6.12 verwendet werden. Der einzige Unterschied entsteht bei der Berechnung des von der ungenauen Druckmessung herrührenden Fehlers. Im Gegensatz zu der Berechnung des Fehlers in der Achslastdifferenz heben sich die von der Toleranz δp_{DS} des Drucksensor verursachten Fehler bei der Berechnung von m_g nicht auf. Der Fehler in F_z , der aufgrund der Druckmessung zustande kommt, beträgt demnach

$$\delta p \cdot A_{VA} \cdot r_{F,VA} = \begin{pmatrix} 0.15 + 1.1 \\ -0.15 - 0.7 \end{pmatrix} bar \cdot 115 cm^2 \cdot 0.61 \approx \frac{+875}{-595} N \quad (6.22)$$

an der Vorderachse

$$\delta p \cdot A_{HA} \cdot r_{F,HA} = \begin{pmatrix} 1.5 + 1.1 \\ -1.5 - 0.7 \end{pmatrix} bar \cdot 153 cm^2 \cdot 0.55 \approx \frac{+1050}{-715} N \quad (6.23)$$

an der Hinterachse. Aus den so abgeschätzten Werten für die einzelnen Unsicherheiten bei der Berechnung der Radaufstandskräfte kann der Gesamtfehler in der Radaufstandskraft und damit der maximale systematische Fehler bei der Bestimmung der Masse ermittelt werden. Er beträgt

$$\delta(m_g) \approx \frac{+500}{-370} kg. \tag{6.24}$$

Um eine genauere Aussage über die Masse des Fahrzeugs zu erhalten, können Informationen über die Abhängigkeit zwischen Masse und Achslastdifferenz genutzt werden (vgl. 3.3.3). Bei einem gegebenen Wert für die Achslastdifferenz kann die Masse nur Werte in einem begrenzten Bereich annehmen. Diesen Zusammenhang illustriert Bild 6.18 für einem Mercedes ML. Bei der Bestimmung dieser Abhängigkeit wurden auch Beladungen berücksichtigt, die die maximal zugelassene Beladung des Fahrzeugs und die maximale Achslast um bis zu 250kg übersteigen. Damit soll gewährleistet werden, dass der Algorithmus auch bei einem überladenen Fahrzeug keine falschen Werte für die Schwerpunkthöhe liefert.

Um zu veranschaulichen, wie mit Hilfe der Achslastdifferenz der Bereich möglicher Werte von m_q eingeschränkt werden kann, ist im Bild


Bild 6.18: Zusammenhang zwischen der Masse m_g des Aufbaus und der Achslastdifferenz ΔF bei einem Mercedes ML. Diese Abhängigkeit bietet eine Möglichkeit, bei gegebenem Wert von ΔF einen eingeschränkten Bereich anzugeben, in dem sich der Wert von m_g befindet. Dieser Bereich wird ermittelt, indem der Wert von ΔF abzüglich und zuzüglich des systematischen Fehlers im Bild eingezeichnet wird (blaue gestrichelte Linien). Dann markiert der kleinste und der größte Wert im Durchschnitt dieser Linien mit dem grünen Fünfeck den Bereich möglicher Werte von m_g . Dieser Bereich ist mit schwarzen gestrichelten Linien markiert.

136 6.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem stationärem Modell

6.18 ein schwarzer Punkt beim Wert der Achslastdifferenz und beim Wert der geschätzten Masse m_g (mit Fehlerbalken, der die Größe des systematischen Fehlers zeigt) eingezeichnet. Die blauen gestrichelten Linien markieren die Werte der geschätzten Achslastdifferenz zuzüglich bzw. abzüglich des systematischen Fehlers in dieser Größe. Nur solche Werte für die Masse des Fahrzeugs sind möglich, die zwischen diesen Geraden und innerhalb des grünes Fünfecks liegen. In diesem Durchschnitt sind der minimale und der maximale Wert der Masse mit gestrichelten schwarzen Linien markiert. Wie am Bild zu erkennen ist, ist der durch diese Bedingung definierte Bereich möglicher Werte von m_g (roter Fehlerbalken) deutlich kleiner als der systematische Fehler von m_g (schwarzer Fehlerbalken). Damit verringert sich also den Bereich möglicher Werte von m_g und ermöglicht eine genauere Bestimmung dieser Größe. Mit dieser Methode kann die Masse m_g auf ca. $\pm 250kg$ genau geschätzt werden.

Das Produkt $m_g \Delta h$

Hier wird der maximale systematische Fehler bei der Berechnung des Produkts $m_a \Delta h$ bestimmt. Dieses Produkt kann aus der Gleichung

$$m_{g}\Delta h \cdot a_{y} = \frac{s}{2}(F_{F,vl} + F_{St,vl} - F_{F,vr} - F_{St,vr}) + \frac{s}{2}(F_{F,hl} + F_{St,hl} - F_{F,hr} - F_{St,hr})$$
(6.25)

berechnet werden; vgl. (3.19). Die obige Gleichung gilt nur dann exakt, wenn die Dämpferkraft F_D und die Wankbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ verschwinden. Da das Produkt $m_g\Delta h$ auch in Fahrsituationen geschätzt wird, in denen diese Bedingungen nicht gegeben sind, führen die Annahmen $F_D = 0$ und $\ddot{\varphi} = 0$ zu einem Fehler bei der Berechnung des Wankmoments und damit zu einem Fehler in $m_g\Delta h$. Dieser Fehler wird mit δM_{Mdl} bezeichnet. Die Größe des Fehlers für $m_g\Delta h$ hängt des Weiteren von den Toleranzen der Bauteile ab, deren Parameter zur Berechnung der Feder- und Stabilisatorkräfte (F_F und F_{St}) verwendet werden sowie von der Querbeschleunigung a_y , bei

der die Schätzung von $m_g \Delta h$ stattfindet. Der von den Toleranzen

6.3 Validierung des Schätzalgorithmus

der Bauteile verursachte Fehler im Wankmoment wird mit δM_{Tlrz} bezeichnet. Damit erhält man

$$\delta(m_g \Delta h) \cdot a_y = \delta M_{Tlrz} + \delta M_{Mdl}. \tag{6.26}$$

Zunächst wird der von den Toleranzen verursachte Fehler δM_{Tlrz} im Wankmoment bestimmt. Dieser Fehler kann aus

$$\delta M_{Tlrz} = \frac{s}{2} (\delta F_{F,vl} + \delta F_{St,vl} - \delta F_{F,vr} - \delta F_{St,vr}) + \frac{s}{2} (\delta F_{F,hl} + \delta F_{St,hl} - \delta F_{F,hr} - \delta F_{St,hr}) + (6.27)$$
$$\frac{1}{2} \delta s (F_{F,vl} + F_{St,vl} - F_{F,vr} - F_{St,vr}) + \frac{1}{2} \delta s (F_{F,hl} + F_{St,hl} - F_{F,hr} - F_{St,hr})$$

berechnet werden. Wie zuvor bezeichnet δ die Toleranzen der einzelnen Größen. Die Beiträge der einzelnen Terme in (6.27) werden nun abgeschätzt.

Als erstes wird der Fehler abgeschätzt, der von den Toleranzen δF_{St} in den Stabilisatorkräften verursacht wird. Wie bereits in 6.3.2 besprochen, betragen diese Toleranzen ca. 1% der Stabilisatorkraft $\delta F_{St} = 1\% \cdot F_{St}$, womit sich ein Fehler im Drehmoment von maximal

$$\delta M_{St} = \frac{s}{2} \left(\delta F_{St,vl} - \delta F_{St,vr} + \delta F_{St,hl} - \delta F_{St,hr} \right) < 1\% \cdot \frac{s}{2} \left| F_{St,vl} + F_{St,vr} + F_{St,hl} + F_{St,hr} \right|$$
(6.28)
$$= 1\% \cdot \frac{s}{2} \left(\left| 2 \cdot c_{St,v} \cdot (f_{vl} - f_{vr}) \right| + \left| 2 \cdot c_{St,h} \cdot ((f_{hl} - f_{hr})) \right| \right)$$

ergibt. Die Differenzen zwischen den Einfederwegen an den linken und den rechten Rädern $(f_{vl} - f_{vr})$ bzw. $f_{hl} - f_{hr}$ hängen von der Querbeschleunigung ab. Dieser Zusammenhang ist im Bild



Bild 6.19: Differenz zwischen dem Federweg am linken und am rechten Rad in Abhängigkeit von der Querbeschleunigung. Die dargestellten Werte wurden bei einer Messfahrt aufgenommen, während der am Fahrzeug eine 100kg schwere Dachbox befestigt war, und das Fahrzeug bis zum zulässigen Gesamtgewicht beladen war.

6.19 illustriert. Diesem Bild kann durch Einzeichnen einer Regressionsgerade entnommen werden, dass der Zusammenhang zwischen der Querbeschleunigung und der mittleren Differenz der Federwege $0.5 \cdot (f_{vl} - f_{vr} + f_{hl} - f_{hr})$ näherungsweise mit dem Ausdruck

$$0.5 \cdot (f_{vl} - f_{vr} + f_{hl} - f_{hr}) \approx 12 \frac{mm}{\frac{m}{s^2}} \cdot a_y \tag{6.29}$$

139

berechnet werden kann. Wird dieser Zusammenhang in (6.28) eingesetzt, so folgt

$$\delta M_{St} < 1\% \cdot s \cdot (c_{St,v} + c_{St,h}) \cdot 12 \frac{mm}{\frac{m}{s^2}} \cdot |a_y|.$$
 (6.30)

Der Fehler im Drehmoment, der aufgrund von Toleranzen der Federkräften entsteht, wird in analoger Weise aus

$$\delta M_F = \frac{s}{2} \left(\delta F_{F,vl} - \delta F_{F,vr} + \delta F_{F,hl} - \delta F_{F,hr} \right)$$
(6.31)

berechnet. Die in dieser Gleichung vorkommenden Fehler δF_F können ebenso wie die bereits diskutierten Fehler δF_z in der Radaufstandskraft berechnet werden. Die Federkraft entspricht nämlich der Radaufstandskraft abzüglich der Dämpferkraft F_D , der Gewichtskraft der ungefederten Massen G_u und der über die Radaufhängung übertragenen Kräfte F_{RA} . Der Fehler in F_F entspricht demnach dem Fehler in F_z abzüglich der Fehler δF_D , δG_u und δF_{RA} , d.h. es gilt

$$\delta F_F = \delta p \cdot A \cdot r_F + p \cdot \delta A \cdot r_F + p \cdot A \cdot \delta r_F + \delta F_{Reibung} + \delta F_{Zusatz}.$$
(6.32)

Mit Hilfe dieses Zusammenhangs wird der Fehler δF_F abgeschätzt. Die Werte von

$$p \cdot \delta A_{VA} \cdot r_{F,VA} = 85N \text{ an der Vorderachse,}$$

$$p \cdot \delta A_{HA} \cdot r_{F,HA} = 75N \text{ an der Hinterachse,} \qquad (6.33)$$

$$p \cdot A \cdot \delta r_F = 0 \text{ sowie}$$

$$\delta F_{Reibung} = 0$$

wurden bereits früher (Seite 131) bestimmt und können zur Berechnung des Fehlers δF_F übernommen werden.

Bei der Bestimmung von $\delta p \cdot A \cdot r_F$ muss – wie bei der Berechnung des Fehlers in der Achslastdifferenz – zwischen der Toleranz des Drucksensors $\delta p_{DS} = {}^{+1.1}_{-0.7} bar$ und dem Fehler, der aufgrund der indirekten Druckbestimmung zustande kommt ($\delta p_{Msg} = \pm 0.15 bar$), unterschieden werden. Der Balgdruck wird nämlich in allen Gummibälgen mit demselben Drucksensor gemessen. Unter der Annahme, dass der Wert von δp_{DS} sich zwischen den unmittelbar aufeinander folgenden Messungen des Drucks an den einzelnen Rädern nicht ändert, liefert die Toleranz des Drucksensors nahezu⁶ keinem Fehlerbeitrag zur Berechnung des Drehmoments M. Diese Toleranz führt nämlich zu einem Fehler in F_F von $\delta p_{DS} \cdot A \cdot r_F$ sowohl bei der Berechnung der Federkräfte an der linken ($F_{F,vl}$ und $F_{F,hl}$) als auch an der rechten Seite ($F_{F,vr}$ und $F_{F,hr}$) des Fahrzeugs. Bei der Berechnung des Drehmoments $M_F = \frac{s}{2} (F_{F,vl} - F_{F,vr} + F_{F,hl} - F_{F,hr})$ heben sich diese Fehler aber gegenseitig auf.

Der von $\delta p_{Msg} = \pm 0.15 bar$ verursachte Fehler wird wie vorher berechnet und beträgt

$$\delta p_{Msg} \cdot A_{VA} \cdot r_{F,VA} = \pm 0.15 bar \cdot 115 cm^2 \cdot 0.61 \approx \pm 105 N$$
 (6.34)

an der Vorderachse und

 $\delta p_{Msg} \cdot A_{HA} \cdot r_{F,HA} = \pm 0.15 bar \cdot 153 cm^2 \cdot 0.55 \approx \pm 125 N$ (6.35)

an der Hinterachse.

Die Werte für δF_{Zusatz} hängten von den Einfederwegen der Federbeine ab. Werden die Zusatzfedern nicht zusammengedrückt, beträgt

⁶Die Toleranz des Drucksensors δp_{DS} kann nur dann zu einem Fehler in dem berechneten Drehmoment führen, wenn das Übersetzungsverhältnis r_F oder die Größe der wirksamen Querschnittsfläche A des Kolbens in der Luftfeder sich an der linken Seite des Fahrzeugs von denen an der rechten Seite des Fahrzeugs unterscheiden. Hier kann davon ausgegangen, dass sowohl das Übersetzungsverhältnis als auch die Größe der wirksamen Querschnittsfläche A an beiden Seiten des Fahrzeugs gleich groß sind.

 $\delta F_{Zusatz} = 0N$. Die Werte, ab denen die Zusatzfedern zusammengedrückt werden, sind in Tabelle 6.1 angegeben. Diese Werte werden bei der Schätzung von $m_g \Delta h$ überschritten, da $m_g \Delta h$ nur in Fahrsituationen berechnet wird, in denen eine Querbeschleunigung vorhanden ist, die zum Ein- und Ausfedern des Fahrzeugs führt. In diesen Fällen beträgt $\delta F_{Zusatz,VA} = \pm 25N$ und $\delta F_{Zusatz,HA} = \pm 50N$ (vgl. 6.3.2). Als letztes wird der Fehler δM in dem Wankmoment berechnet, der aufgrund der Toleranz δs in der Spurbreite zustande kommt.

6.3 Validierung des Schätzalgorithmus

$$\delta M_{s} = \frac{1}{2} \delta s (F_{F,vl} + F_{St,vl} - F_{F,vr} - F_{St,vr}) + \frac{1}{2} \delta s (F_{F,hl} + F_{St,hl} - F_{F,hr} - F_{St,hr})$$

Der Wert von δs wurde bereits in 6.3.2 zu $\delta s = 1\% \cdot s$ abgeschätzt. Um δM_s berechnen zu können, muss ferner die Differenz der Feder- und Stabilisatorkräfte zwischen der linken und rechten Seite des Fahrzeugs ermittelt werden. Dazu wird der in (6.25) angegeben Zusammenhang zwischen $m_g \Delta h$ und der Feder- und Stabilisatorkraft verwendet. Der maximale Wert von $m_g \Delta h$ beträgt ca. 1700kg $\cdot m$ (vgl. Bild 6.8). Mit diesem Wert für $m_g \Delta h$ und der Fehler gemäß

$$\delta M_s = \frac{1}{2} \delta s \cdot 1700 kg \cdot m \cdot a_y = 1\% \cdot \frac{s}{2} \cdot 1700 kg \cdot m \cdot a_y \qquad (6.36)$$

berechnet werden.

Aus allen abgeschätzten Werten kann nun der Wert δM_{Tlrz} ermittelt werden:

$$\delta M_{Tlrz} < \delta M_{St} + \delta M_F + \delta M_s \qquad (6.37)$$

$$= (1\% \cdot 1.646m \cdot 40.8N/mm \cdot 12\frac{mm}{\frac{m}{s^2}} + \frac{1.646m}{2} \cdot 17kg \cdot m) \cdot |a_y|$$

$$+ 730Nm$$

$$\approx 20kg \cdot m \cdot |a_y| + 730Nm.$$

Als nächstes wird der Wert von δM_{Mdl} bestimmt. Die Ursachen für diesen Fehler wurden bereits in 6.1.2 diskutiert. Sein Wert hängt von

der maximalen Federgeschwindigkeit \dot{f}_{max} und der maximalen Federbeschleunigung \ddot{f}_{max} , bei der die Schätzung des Produkts $m_g \Delta h$ noch erfolgt, ab; vgl. (6.5). Je kleiner die Werte von \dot{f}_{max} und \ddot{f}_{max} gewählt werden, desto geringer wird einerseits δM_{Mdl} sein, andererseits wird es um so länger dauern, bis genügend Fahrsituationen vorkommen, in denen $m_g \Delta h$ geschätzt werden kann. Um einen praktisch brauchbaren Wert für \dot{f}_{max} und \ddot{f}_{max} festlegen zu können, wird nun die Abhängigkeit zwischen dem Wankmoment und der Federgeschwindigkeit sowie zwischen dem Wankmoment und der Federbeschleunigung betrachtet.

Wenn die Federgeschwindigkeit einen von Null verschiedenen Wert hat, liegen Dämpferkräfte F_D vor, denn – wie im Kapitel 3 beschrieben – können die Dämpferkräfte mit der Gleichung $F_D \approx c_D \cdot \dot{f}$ approximiert werden. Die Dämpferkräfte führen zu einem Wankmoment, das aus der Beziehung

$$M_{F_D} = \frac{s}{2} \cdot c_D \cdot \left(\dot{f}_{vr} - \dot{f}_{vl} + \dot{f}_{hr} - \dot{f}_{hl} \right)$$
(6.38)

berechnet werden kann. Federbeschleunigungen \ddot{f} liegen unter anderem dann vor, wenn das Fahrzeug um seine Wankachse beschleunigt bewegt wird: $\ddot{\varphi} \cdot s \approx 0.5 \cdot \left(\ddot{f}_{vr} - \ddot{f}_{vl} + \ddot{f}_{hr} - \ddot{f}_{hl} \right)$. Eine Wankbeschleunigung verursacht ein Wankmoment, das der Gleichung

$$M_{\ddot{\varphi}} \approx J_{xx} \cdot \ddot{\varphi}. \tag{6.39}$$

gehorcht. Wird die Wankbeschleunigung aus der Differenz der Federbeschleunigungen berechnet, so erhält man

$$M_{\ddot{\varphi}} \approx \frac{2}{s} \cdot J_{xx} \cdot \left(\ddot{f}_{vr} - \ddot{f}_{vl} + \ddot{f}_{hr} - \ddot{f}_{hl} \right). \tag{6.40}$$

Mit (6.38) und (6.40) kann nun der von der Federgeschwindigkeit und der Federbeschleunigung verursachte Fehler im Wankmoment abgeschätzt werden. Die in den Gleichungen vorkommende Spurbreite s beträgt 1.646m, als Dämpferkonstante c_D wird der im Abschnitt 5.1

141

ermittelte Wert von $c_D = 4210 Ns/m$ verwendet. Für das Trägheitsmoment J_{xx} wird der Wert von J_{xx} verwendet, den ein Fahrzeug mit maximaler Beladung hat. Dieser beträgt ca. $J_{xx} = 1150 kg \cdot m^2$. Mit diesen Werten für die Fahrzeugparameter folgt

$$M_{F_D} = \frac{1.646m}{2} \cdot 4210Ns/m \left(\dot{f}_{vr} - \dot{f}_{vl} + \dot{f}_{hr} - \dot{f}_{hl} \right)$$
$$M_{\ddot{\varphi}} \approx \frac{2 \cdot 1150kg \cdot m^2}{1.646m} \cdot \left(\ddot{f}_{vr} - \ddot{f}_{vl} + \ddot{f}_{hr} - \ddot{f}_{hl} \right). \quad (6.41)$$

143

Mit diesen Gleichungen wurde der Wert von M_{F_D} und $M_{\ddot{\varphi}}$ für verschiedene Werte von \dot{f}_{max} und \ddot{f}_{max} berechnet. Die Werte für \dot{f}_{max} und \ddot{f}_{max} wurden so gewählt, dass M_{F_D} und $M_{\ddot{\varphi}}$ deutlich kleiner als M_{Tlrz} waren und, dass bei normalen Fahrsituationen die Federgeschwindigkeiten und Federbeschleunigungen die gewählten Werte von \dot{f}_{max} und \ddot{f}_{max} in der Regel nicht überschreiten. Dabei stellte sich heraus, dass eine Festlegung von $\left|\dot{f}_{max}\right| = 0.15 cm/s$ und $\left|\ddot{f}_{max}\right| = 0.2 cm/s^2$ einen guten Kompromiss darstellt. Die mit diesen Werten vorliegenden Momente betragen

$$M_{F_D} \leq \frac{1.646m}{2} \cdot 4210Ns/m \left(4 \cdot 0.15cm/s\right) \approx 20Nm \ (6.42)$$
$$M_{\ddot{\varphi}} \leq \frac{2 \cdot 1150kg \cdot m^2}{1.646m} \cdot \left(4 \cdot 0.2cm/s^2\right) \approx 10Nm.$$

Aus den Grenzwerten für die Federgeschwindigkeit und die Federbeschleunigung folgt δM_{Mdl} maximal 30Nm.

Damit kann nun der Fehler in $m_g \Delta h$ abgeschätzt werden:

$$\delta(m_g \Delta h) = (M_{Tlrz} + M_{Mdl}) / |a_y| \qquad (6.43)$$

= $(20kg \cdot m |a_y| + 730Nm + 30Nm) / |a_y|$
= $20kg \cdot m + 760Nm / |a_y|.$

Der Fehler für das Produkt $m_g \Delta h$ ist umgekehrt proportional zur Querbeschleunigung $|a_y|$. Je größer der Beschleunigungsbereich ist, in dem dieses Produkt geschätzt wird, desto kleiner wird der Fehler $\delta(m_q \Delta h)$.

144 6.0 Schwerpunkthöhenschätzung mit dem stationärem Modell

Der Abstand Δh

Der Abstand Δh wird aus

$$\Delta h = \frac{m_g \Delta h}{m_q} \tag{6.44}$$

berechnet. Der Fehler in Δh beträgt also

$$\delta(\Delta h) = \delta(m_g \Delta h) \cdot \frac{1}{m_g} + \delta m_g \cdot \frac{m_g \Delta h}{m_g^2}.$$
 (6.45)

Setzt man in 6.45 für $\delta(m_g\Delta h)$ und für δm_g die berechneten Werte und für m_g und $m_g\Delta h$ diejenigen Werte ein, denen ein maximales $\delta(\Delta h)$ entspricht⁷, so folgt

$$\delta(\Delta h) \approx \pm (20kg \cdot m + 760Nm/|a_y|) \cdot \frac{1}{2600kg} \pm 250kg \cdot \frac{1200kg \cdot m}{(2600kg)^2}.$$
(6.46)

Der Wert von $\delta(\Delta h)$ hängt von der Querbeschleunigung $|a_y|$ ab. Bei der Festlegung des Querbeschleunigung $|a_y|_{min}$, oberhalb der Δh geschätzt werden soll, muss ein Kompromiss gefunden werden. Einerseits führt ein großer Wert von $|a_y|_{min}$ zu einem kleinen Fehler $\delta(\Delta h)$, doch je größer der Wert von $|a_y|_{min}$ gewählt wird, desto länger dauert es, bis beim Fahren genügend Fahrsituationen auftreten, in denen der Wert von Δh geschätzt werden kann. Die Auswertung der Messdaten hat ergeben, dass $|a_y|_{min} = 6m/s^2$ zu ausreichend genauen Ergebnissen führt und außerdem wird Δh bei ausreichend vielen Fahrsituationen geschätzt.

Bei einer Querbeschleunigung von $a_y = 6m/s^2$ beträgt $\delta(\Delta h) \approx \pm 10 cm$. Dieser Fehler ist ungefähr so groß, wie der Bereich in dem Δh überhaupt variieren kann. Der geschätzte Wert von Δh würde somit kaum eine Aussage über die tatsächliche Lage des Schwerpunkts zulassen. Um den Fehler zu verkleinern, könnte das Produkt $m_g \Delta h$ bei einer noch größeren Querbeschleunigung geschätzt werden. Da

⁷Diese Werte entsprechen den Werten von m_g und $m_g\Delta h$, die bei der Beladungsvariante Fahrer+100kg DL vorliegen: $m_g = 2600kg$, $m_g\Delta h = 1200kg \cdot m$.

jedoch so hohe Querbeschleunigungen sehr selten vorkommen, wurde davon abgesehen. Stattdessen wurde der Fehler $\delta(\Delta h)$ dadurch verkleinert, dass die Abhängigkeit zwischen der Masse und dem Produkt $m_g \Delta h$ benutzt wurde. Dieses Verfahren illustriert Bild 6.20. Es zeigt sich, dass mit Hilfe dieser Methode der Wert von $\delta(\Delta h)$ auf maximal $\pm 3.5cm$ reduziert werden kann. Da $\delta(\Delta h)$ von den Werten für m_g und $m_g \Delta h$ abhängt, wird bei der Darstellung der Ergebnisse in 6.3.5 $\delta(\Delta h)$ für jede Beladungsvariante separat berechnet.

6.3.4 Klassifikation der Fahrsituationen

Hier werden Bedingungen zusammengefasst, die eingehalten werden müssen, damit die Fehler bei der Schätzung des Produkts $m_g \Delta h$, der Masse m_g und der Achslastdifferenz ΔF die oben angegebenen Werte nicht übersteigen. Dafür werden vier Fahrsituationen definiert, in denen jeweils die folgende Größen bestimmt werden:

- der Druck im Gummibalg (Situation 1),
- die Masse des Aufbaus und die Achslastdifferenz (Situation 2),
- das Produkt $m_q \Delta h$ (Situation 3).
- Im (Situation 4) wird keine Größe bestimmt.

Situation 1

In dieser Fahrsituation wird der Druck in den Gummibälgen mit dem Drucksensor des Luftfedersystems gemessen. Dazu ist erforderlich, dass die Geschwindigkeit des Fahrzeugs zwischen 5km/h und 50km/h liegt, und dass auf das Fahrzeug höchstens eine Beschleunigung von $0.3m/s^2$ wirkt (vgl. 6.3.1).



Bild 6.20: Abhängigkeit zwischen $m_a \Delta h$ und der Masse m_a (grünes Fünfeck) für einen Mercedes ML. Des Weiteren sind die bei einer Messung ermittelten Werte von m_a zuzüglich und abzüglich des systematischen Fehlers δm_a (blaue gestrichelte Linien) sowie die bei der gleichen Messung ermittelten Werte von $m_a \Delta h$ zuzüglich und abzüglich des systematischen Fehlers $\delta(m_a \Delta h)$ (schwarz gestrichelte Linien) dargestellt. Ferner erklärt dieses Bild, wie die dargestellte Abhängigkeit genutzt werden kann, um eine genauere Angabe über Δh zu erhalten als die allein aus den ermittelten Bereichen für m_a und $m_a \Delta h$ berechnete. Im rechten Teilbild entspricht die Steigung einer Geraden, die durch den Koordinatenursprung verläuft, einem Wert von Δh . Der größte und der kleinste Wert von Δh , der gemäß den ermittelten Werten von m_q und $m_q \Delta h$ vorliegen kann (Δh_{max} und Δh_{min}), entspricht jeweils der Steigung einer der Geraden, die durch eines der roten Kreuze verlaufen. Mit Hilfe der Abhängigkeit zwischen $m_a \Delta h$ und m_a kann der Bereich möglicher Werte auf den Durchschnitt des grünen Fünfecks mit dem von den blauen und schwarzen gestrichelten Linien begrenzten Rechteck eingeschränkt werden. Die Punkte dieses Durchschnitts, die zu den größten und kleinsten Werten von Δh ($\Delta h_{max,red}$ und $\Delta h_{min,red}$) führen, sind mit blauen Kreuzen markiert. Das Bild lässt erkennen, dass der Unterschied zwischen diesen Werten kleiner ist, als der Unterschied zwischen Δh_{max} und Δh_{min} .

Situation 2

In dieser Fahrsituation wird die Masse des Fahrzeugaufbaus und die Achslastdifferenz ermittelt. Diese Schätzung erfolgt, wenn die Geschwindigkeit des Fahrzeugs zwischen 5km/h und 50km/h liegt und $\sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ kleiner als $0.5m/s^2$, die Federgeschwindigkeit kleiner als 0.15cm/s sowie die Federbeschleunigung kleiner als $0.2cm/s^2$ ist. Die Querbeschleunigung wird mit dem Querbeschleunigungssensor gemessen. Die Längsbeschleunigung wird aus den Raddrehzahlen errechnet und Federgeschwindigkeit und Federbeschleunigung werden aus den gemessenen Federwegen bestimmt. Außerdem muss zuvor die Fahrsituation 1 mindestens einmal vorgelegen haben (vgl. 6.3.3).

Situation 3

In diesem Fall erfolgt die Schätzung des Produkts $m_g \Delta h$. Die Bedingungen hierfür bestehen darin, dass die Längsbeschleunigung nicht größer als $0.7m/s^2$ ist und die Querbeschleunigung zwischen $6m/s^2$ und $8m/s^2$ bzw. $-6m/s^2$ und $-8m/s^2$ liegt. Außerdem muss gewährleistet sein, dass die Einflüsse der im Modell nicht berücksichtigten Effekte sich nur vernachlässigbar stark auf das Ergebnis auswirken. Deshalb darf die Federgeschwindigkeit 0.15cm/s und die Federbeschleunigung $0.2cm/s^2$ nicht überschreiten (vgl. 6.3.3). Außerdem muss zuvor die Fahrsituation 1 mindestens einmal vorgekommen sein.

Situation 4

Entspricht die Fahrsituation keinen der obigen Fälle, dann wird keine Schätzung durchgeführt.

6.3.5 Ergebnisse

Im Folgenden werden die im Verlauf der Messfahrten geschätzten Werte für die Achslastdifferenz ΔF , die Masse m_g , das Produkt $m_q \Delta h$ und den Abstand Δh vorgestellt. Die geschätzten Werte für

die Achslast differenz ΔF und die Masse m_a werden mit den beim Wiegen des Fahrzeugs erhaltenen Werten dieser Größen verglichen. Für die geschätzten Werte von $m_a \Delta h$ und Δh wurden die entsprechenden Vergleichswerte mit dem Simulationsprogramm FADYS (vgl. 3.5.1) ermittelt. Hierzu wurden mit diesem Programm Fahrzeuge mit gleichen Beladungsvarianten wie bei den Messfahrten modelliert und aus dem Modell der Wert von $m_a \Delta h$ und Δh bei den jeweiligen Beladungsvarianten bestimmt. Die geschätzten Werte und die Vergleichswerte sind in den folgenden Bildern 6.23 und 6.24 eingetragen und mit Fehlerbalken versehen. Die Fehlerbalken bei den geschätzten Werten markieren den Bereich, in dem sich der tatsächliche Wert der geschätzten Größen befinden kann. Bei der Bestimmung dieses Bereiches wurden sowohl der Schätzfehler selbst als auch die Verfahren, mit denen dieser Bereich zusätzlich eingeschränkt werden kann, berücksichtigt. Die Fehlerbalken bei den Vergleichswerten markieren die Bereiche, in dem sich diese Fahrzeuggrößen im Verlauf der Messfahrten verändern können. So ändert sich zum Beispiel bei Messfahrten die Masse des Fahrzeugs, wenn die Insassen wechseln, der Tank entleert wird oder Schnee und Eis am Fahrzeug haften bleiben.

Die Messfahrten wurden auf dem DaimlerChrysler-Prüfgelände in Schweden/Arjeplog und auf dem Testgelände in Malmsheim bei Stuttgart mit einem Mercedes ML durchgeführt. Bei den gefahrenen Manövern handelt es sich entweder um stationäre Kreisfahrten oder um "doppelte Kreisfahrten" ("8-ter Fahrten"; vgl. 3.5.2). Zu Beginn eines jeden Manövers wurde das Fahrzeug auf eine Geschwindigkeit von ca. 10km/h beschleunigt, die dann ca. 10s lang beibehalten wurde. In diesen 10 Sekunden wurde der Druck in den Gummibälgen bestimmt. Ebenso wurden später bei der Auswertung der Messfahrten in diesem Zeitabschnitt die Masse des Fahrzeugs und die Achslastdifferenz ermittelt. Nach der Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit wurde das Fahrzeug auf eine Kreisfahrt gebracht, während der bei konstantem Radius die Geschwindigkeit erhöht wurde. Bei den "8-ter Fahrten" wurde nach Durchfahren eines Kreises kurz geradeaus gefahren und anschließend eine Kreisfahrt in umgekehrter Richtung durchgeführt. Bei der Auswertung der Messdaten dienen die Kreisfahrten der Bestimmung des Produkts $m_g \Delta h$. Die Messfahrten wurden mit Fahrzeugen entsprechend den früher aufgeführten Beladungsvarianten (vgl. 3.5.2) durchgeführt:

- nur Fahrer (F)
- Fahrer und Beifahrer vorne (F+BF)
- Fahrer und Beifahrer vorne und einem Passagier im Fond (F+2BF)
- Fahrer und 100kg Dachlast (F+100DL)
- Fahrer und Beifahrer vorne und 100kg Dachlast (F+BF+100DL)
- Fahrer und Beifahrer vorne, Passagier im Fond und 100kg Dachlast (F+2BF+100DL)
- einer Fahrzeugbeladung bis zum zulässigen Gesamtgewicht des Fahrzeugs inkl. 100kg Dachlast (zGg. inkl. 100DL).

Mit den in den Klammern angeführten Kurzbezeichnungen sind diese Beladungsvarianten in den Bildern gekennzeichnet. Das Fahrzeug wurde jeweils in allen Beladungsvarianten gewogen. Die dabei erhaltenen Werte wurden mit den geschätzten Werten verglichen. Bild 6.21 zeigt die gemessenen und geschätzten Werte der Achslastdifferenz. Die eingezeichneten Fehlerbalken entsprichen dem in 6.3.3 ermittelten Wert von $\delta(\Delta F) \approx \frac{+1410}{-1290}N$. Die geschätzten Werte von ΔF können genutzt werden, um den Fehler bei der Berechnung von m_g zu minimieren. Die bei der Auswertung der Messdaten erhaltenen Werte von m_g mit den anhand des Zusammenhangs zwischen m_g und ΔF minimierten Fehlern sind im Bild 6.22 dargestellt.

Außer der Masse und der Achslastdifferenz wird während der Messfahrten auch das Produkt $m_g\Delta h$ berechnet. Der Fehler in den berechneten Werten für das Produkt $m_g\Delta h$ kann – analog zum Vorgehen bei der Berechnung von m_g – anhand des bekannten Zusammenhangs zwischen $m_g\Delta h$ und der Achslastdifferenz ΔF verringert



Bild 6.21: Ergebnisse der Schätzung der Achslast
differenz ΔF für alle Beladungsvarianten.



Bild 6.22: Die beim Wiegen erhaltene Werte für die gefederte Masse m_g im Vergleich mit den geschätzten Werten für diese Größe bei allen Beladungsvarianten.





Bild 6.23: Geschätzte Werte von $m_g \Delta h$ und die jeweils mit Hilfe der bekannten Abhängigkeit zwischen $m_g \Delta h$ und der Achslastdifferenz eingeschränkte Bereiche möglicher Werte von $m_g \Delta h$ sowie die Vergleichswerte für diese Größe bei allen Beladungsvarianten.

werden. Bild 6.23 zeigt die ermittelten Werte für das Produkt $m_g \Delta h$ zusammen mit dem in 6.3.3 berechneten systematischen Fehler und mit dem anhand der Abhängigkeit zwischen $m_g \Delta h$ und der Achslastdifferenz reduzierten Wert dieses Fehlers sowie einen Vergleichswerte für diese Größe. Der Vergleichswert wurde aus dem beim Wiegen erhaltenen Wert für m_g und dem mit Simulationsprogramm FADYS ermittelten Wert für Δh berechnet.

Im nächsten Schritt wird der Bereich bestimmt, in dem der Abstand Δh bei der gegebenen Beladung liegen kann. Hierzu werden die – wie zuvor beschrieben ermittelten – Bereiche, in denen die Werte für die Masse m_g und für das Produkt $m_g \Delta h$ liegen, benutzt. Außerdem wird dabei das Vorwissen über die Abhängigkeit zwischen den Werten von $m_g \Delta h$ und m_g benutzt (vgl. 6.3.3). Die danach ermittelten Wertebereiche von Δh sind im Bild 6.24 wiedergegeben. Zusätzlich ist in diesem Bild für jede Beladungsvariante der Wert von Δh dar-



Bild 6.24: Werte für Δh bei verschiedenen Beladungsvarianten. Die mit grünen Punkten dargestellten Werte wurden mit Hilfe des Simulationsprogramms FADYS aus den Konstruktionsdaten des Fahrzeugs berechnet, und die übrigen Angaben wurden aus den geschätzten Werten für m_g und $m_g \Delta h$ ermittelt. Da bei der Schätzung nicht der genaue Wert von Δh , sondern nur ein Bereich, in dem Δh liegt, ermittelt werden kann, sind die möglichen Ergebnissbereiche als schwarze Linien dargestellt.

gestellt, der mit dem Simulationsprogramm FADYS aus Konstruktionsdaten berechnet wurde. Der Fehler in diesem Wert resultiert aus der nicht exakt bekannten Fahrzeugmasse bei der jeweiligen Beladung.

Die Ergebnisse zeigen, dass mit der in den Fahrzeugen serienmäßig erhaltener Sensorik die Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs berechnet werden kann. Die Messfehler in den gemessenen Sensorwerten, die Toleranzen der Fahrzeugparameter sowie die Annahmen, die die Modellbildung vereinfachen, führen aber dazu, dass die Lage der Schwerpunkthöhe nicht exakt angegeben werden kann, sondern nur ein Bereich von maximal ca. 7cm bestimmt werden kann, in dem sich die Schwerpunkthöhe des betrachteten Fahrzeugs befinden muss. Die Größe dieses Bereiches entspricht ungefähr der Hälfte des Bereiches, in dem die Schwerpunkthöhe aufgrund von Beladungsänderung varieren kann.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein Verfahren zur Ermittlung der Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs aus den Messwerten von Sensoren, die serienmäßig in vielen geländegängigen Fahrzeugen vorhanden sind, entwickelt. Dieses Verfahren benötigt nur die Signale von Sensoren des elektronischen Stabilitätssystems (ESP) und eines Fahrwerks mit Luftfeder. Um die Höhe des Schwerpunkts zu bestimmen, wurde ein Modell entworfen, das die Drehbewegung des Fahrzeugs um seine Längsachse beschreibt. Eine der unbekannten Größen in diesem Modell ist das Produkt $m_a \Delta h$, wobei mit m_a die gefederte Masse des Fahrzeugs und mit Δh der Abstand zwischen dem Schwerpunkt und der Wankachse des Fahrzeugs bezeichnet wird. Die Höhe des Schwerpunkts wird berechnet, indem zu diesem Abstand der als bekannt vorausgesetzte Abstand der Wankachse zur Straße addiert wird. Es wurden drei Varianten des Modells betrachtet. Die eine Modellvariante (stationäres Modell) beschreibt das Fahrzeugverhalten nur in solchen Fahrsituationen exakt, in denen die Wankgeschwindigkeit und die Wankbeschleunigung vernachlässigbar klein sind. In dieser

Modellvariante wurden die Federkräfte mit einem detaillierten Modell der Luftfeder berechnet. Eine Eingangsgröße dieses Modells ist der Druck in den Gummibälgen der Luftfeder. Um diesen Druck zu ermitteln, wurde ein speziell entwickelter Algorithmus auf dem Steuergerät des Luftfedersystems implementiert. Um die Genauigkeit des Luftfedermodells zu testen und um einzelnen Bauteilabmessungen der Luftfeder zu ermitteln, wurden Messungen am Federungsprüfstand durchgeführt und eine Methode entwickelt, um aus diesen Messungen die gesuchten Größen zu berechnen. Bei den beiden weiteren Modellvarianten (Modell zur Schätzung des Trägheitsmoments, des Produkts $m_a \Delta h$ sowie der Feder- und Dämpferkonstanten und Modell zur Schätzung des Trägheitsmoments und des Produkts $m_a \Delta h$) gelten die Einschränkung für die Fahrsituationen nicht. Die einzelnen Varianten des dynamischen Modells unterscheiden sich dadurch, dass in einem Fall die Feder- und Dämpferkonstanten als bekannt vorausgesetzt und im anderen Fall aus den Sensorsignalen geschätzt werden. Passend zu jeder Modellvariante wurde ein Verfahren gewählt, mit dem Schätzwerte für das Produkt $m_a \Delta h$ berechnet wurden. Des Weiteren wurde auch eine Methode entwickelt, mit der die Masse m_a geschätzt werden kann, ohne zuvor ein Wert für das Produkt $m_a \Delta h$ zu ermitteln. Die Schätzwerte wurden unter Verwendung von Daten bestimmt, die bei einer Fahrdynamik-Simulation und bei Messfahrten gewonnen wurden.

Als Ergebnis des Vergleiches der betrachteten Modellvarianten stellt sich heraus, dass die eine Variante des dynamischen Modells zum Teil falsche Werte für $m_g \Delta h$ liefert, weil die Modellgleichungen ein nicht beobachtbares System bilden. Die andere Variante dieses Modells liefert nicht für alle Beladungsvarianten exakte Werte, was vor allem daran liegt, dass in den Modellgleichungen dieses Modells ein konstanter Wert für die Federsteifigkeit angenommen wurde. Bei Fahrzeugen mit Luftfeder ändert sich jedoch dieser Wert in Abhängigkeit von der Fahrzeugmasse. Die Werte von $m_g \Delta h$ und m_g können am genauesten mit dem stationären Modell ermittelt werden.

Ferner wurden Methoden entwickelt, die die Genauigkeit der durch den Schätzalgorithmus ermittelten Werte verbessern. So wurde zu-

sätzlich zu dem Produkt $m_g \Delta h$ und der Masse m_g auch die Verteilung des Gewichtes auf Vorder- und Hinterachse betrachtet. Es wurde festgestellt, welche Zusammenhänge zwischen dieser Verteilung und dem Produkt $m_g \Delta h$ sowie zwischen dieser Verteilung und der Masse des Fahrzeugs bestehen. So konnte der Fehler in den Schätzwerten dieser Größen reduziert werden. Außerdem wurde auch der Zusammenhang zwischen dem Produkt $m_g \Delta h$ und der Masse des Fahrzeugs ermittelt. Damit konnten die Schätzwerte dieser Größen genauer bestimmt werden. Aus so gewonnenen Werten kann schließlich die Schwerpunkthöhe eines Mercedes ML auf etwa $\pm 3.5cm$ genau berechnet werden. Da die Schwerpunkthöhe eines Mercedes ML in einem Bereich von ca. 12cm variieren kann, reicht diese Genauigkeit bereits aus, um das elektronische Stabilitätsprogramm auf die aktuelle Beladung des Fahrzeugs abzustimmen und damit einen Gewinn an Agilität für dieses Fahrzeug zu realisieren.

Das hier entwickelte Verfahren zur Schätzung der Schwerpunkthöhe wird weiter herausgebaut und es ist vorgesehen, dieses Verfahren in künftig produzierten Fahrzeugen zu nutzen. Bei der Weiterentwicklung dieses Verfahren wird vor allem untersucht, wie die Alterungserscheinungen bei hoher Laufleistung des Fahrzeugs die Genauigkeit des Algorithmus beeinflussen. Außerdem wird versucht, die Genauigkeit der Schätzung zu verbessern, indem die Änderung der Höhenlage der Wankachse modelliert wird. Eine weitere Verbesserung der Schätzgenauigkeit kann erzielt werden, wenn ein Drucksensor mit einem kleinerem Fehler verwendet wird und Temperatursensoren im Fahrzeug eingebracht werden, die die Temperatur in den Gummibälgen messen.

Kapitel 8

Anhang

8.1 Ergänzung zur Untersuchung der Beobachtbarkeit des Modells zur Schätzung des Trägheitsmoments, des Produkts $m_g \Delta h$ sowie der Feder- und Dämpferkonstanten

[Ergänzung zur Untersuchung der Beobachtbarkeit] Die Beobachtbarkeitsabbildung des Modells zur Schätzung des Trägheitsmoments, des Produkts $m_g\Delta h$ sowie der Feder- und Dämpferkonstanten lautet

$$y^{[4]} = \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ y^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3x_1 + x_2x_4 + x_5u \\ x_2x_3 + x_1x_3x_4 + x_2x_4^2 + x_4x_5u + x_5\dot{u} \\ x_2x_3x_4 + (x_3 + x_4^2)(x_1x_3 + x_2x_4 + x_5u) + x_4x_5\dot{u} + x_5\ddot{u} \end{pmatrix}$$

$$(8.1)$$

 $\begin{array}{rcl}
x_1 &=& y \\
x_2 &=& \dot{y}.
\end{array}$ (8.2)

Die dritte Gleichung

$$\ddot{y} = x_3 x_1 + x_2 x_4 + x_5 u \tag{8.3}$$

kann nach x_5 aufgelöst werden. Mit den für x_1 und x_2 gewonnenen Werten liefert sie dann

$$x_5 = \frac{\ddot{y}}{u} - x_3 \cdot \frac{y}{u} + x_4 \cdot \frac{\dot{y}}{u}.$$
(8.4)

Mit den Werten für x_1, x_2 und x_5 kann aus der 4. Gleichung

$$y^{(3)} = x_2 x_3 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_4^2 + x_4 x_5 u + x_5 \dot{u}$$
(8.5)

der Ausdruck

$$x_{3} = \frac{y^{(3)} - \dot{y} \cdot x_{4}^{2} - \frac{\dot{u}}{u} \cdot \ddot{y} - \frac{\dot{u}}{u} \cdot \dot{y} \cdot x_{4}}{\dot{y} + y \cdot x_{4} - \frac{\dot{u}}{u} \cdot y}$$
(8.6)

erhalten werden. Damit lässt sich in (8.4) der Zustand x_3 eliminieren, so dass

$$x_{5} = \frac{\ddot{y}}{u} - \frac{y^{(3)} - \dot{y} \cdot x_{4}^{2} - \frac{\dot{u}}{u} \cdot \ddot{y} - \frac{\dot{u}}{u} \cdot \dot{y} \cdot x_{4}}{\dot{y} + y \cdot x_{4} - \frac{\dot{u}}{u} \cdot y} \cdot \frac{\dot{y}}{u} + x_{4} \cdot \frac{\dot{y}}{u}$$
(8.7)

resultiert. Nun müssten die für x_1, x_2, x_3 und x_5 gewonnenen Ausdrücke in die letzte Gleichung der Beobachtbarkeitsabbildung

$$y^{(4)} = x_2 x_3 x_4 + (x_3 + x_4^2)(x_1 x_3 + x_2 x_4 + x_5 u) + x_4 x_5 \dot{u} + x_5 \ddot{u} \quad (8.8)$$

eingesetzt und untersucht werden, ob der daraus gewonnene Ausdruck im gesamten Definitionsbereich eindeutig nach x_4 aufgelöst

161

werden kann. Der letzte Schritt ist jedoch kaum durchführbar. Betrachtet man das Glied $x_4^2 \cdot x_1 x_3 = x_4^2 \cdot y \cdot \frac{y^{(3)} - \dot{y} \cdot x_4^2 - \frac{\dot{u}}{u} \cdot \ddot{y} \cdot \dot{y} \cdot x_4}{\dot{y} + y \cdot x_4 - \frac{\dot{u}}{u} \cdot \dot{y}}$, so erkennt man, dass in dieser Gleichung x_4 u.a. in der vierten Potenz vorkommt. Jedoch existieren nicht für alle Gleichungen 4. Grades Verfahren, mit denen sie nach den gesuchten Variablen aufgelöst werden können. Dies ist nur bei Gleichungen 4. Grades möglich, die in eine bestimmte Form übergeführt werden können [41].

8.2 Abkürzungen und besondere Bezeichnungsweisen

Abkürzungen

- ESP Elektronisches Stabilitätsprogramm
- FKE Federung, Kinematik, Elastokinematik
- HiL Hardware in the Loop
- $FADYS \quad Fahrdynamik simulations programm$

Formelzeichen

A	wirksame Fläche des Kolbens in der Luftfeder
a_x	Längsbeschleunigung
a_y	Querbeschleunigung
c_D	Dämpferkonstante
$c_{D,Druck}$	Dämpferkonstante beim Einfedern
$c_{D,Zug}$	Dämpferkonstante beim Ausfedern
c_F	Federsteifigkeit
c_{Stabi}	Steifigkeit des Stabilisators
F_D	Kraft, die vom Dämpfer aufgebracht wird
F_F	Kraft, die von der Feder aufgebracht wird
F_{FD}	Kraft, die von der Feder und dem Dämpfer aufgebracht
	wird
F_{FKE}	am FKE-Prüfstand gemessene Radaufstandskraft,
	abzüglich der Gewichtskraft der ungefederten Massen
F_{LF}	von der Luftfeder aufgebrachte Kraft am
	Radaufstandspunkt
$F_{LF,Bt}$	von der Luftfeder aufgebrachte Kraft an ihrem
	Einbauort
$F_{Reibung}$	Reibungskraft
F_{Stabi}	Kraft, die der Stabilisator ausübt
F_x	Kraft am Reifen in die Drehrichtung des Reifens
F_y	Seitenkraft am Reifen
F_z	Radlast
F_{Zusatz}	Kraft, die von dem Puffer und der Zuganschlagsfeder
	aufgebracht wird
f	Federweg am Radaufstandspunkt
\dot{f}_D	Dämpfergeschwindigkeit
f_F	Deformationslänge der Feder
h	Entfernung in vertikaler Richtung
h_{Spkt}	Schwerpunkthöhe
h_{WA}	Höhe der Wankachse

Trägheitsmomente des Fahrzeugaufbaus um die

163

Längsachse M Drehmoment

 J_{rr}

- m Fahrzeugmasse
- m_a Fahrzeugmasse ohne die ungefederten Massen
- *n* Raddrehzahl
- p Druck im Gummibalg der Luftfeder, abzüglich des Atmosphärendrucks
- p_x Druck im Gummibalg der Luftfeder, abzüglich des Atmosphärendrucks während der Druckmessung
- *R* Kurvenradius
- r_D Übersetzungsfaktor Dämpfer-Radaufstandspunkt
- r_F Übersetzungsfaktor Feder-Radaufstandspunkt
- r_x Abstand zwischen dem Sensor und dem Schwerpunkt des leeren Fahrzeugs in x-Richtung
- r_y Abstand zwischen dem Sensor und dem Schwerpunkt des leeren Fahrzeugs in *y*-Richtung
- *s* Spurbreite
- V Volumen des Gummibalgs
- V_x Volumen des Gummibalgs während der Druckmessung
- δ Toleranz / Fehler
- ΔF Achslast differenz
- Δh Entfernung zwischen dem Schwerpunkt und der Wankachse
- θ Nickwinkel
- φ Wankwinkel
- ψ Gierwinkel

Spezielle Indizes

- BT Bauteil
- D Dämpfer
- F Feder
- *FD* Feder-Dämpfer
- g gefedert
- h hinten
- HA Hinterachse
- hl hinten links
- hr hinten rechts
- Msg Messung
- *u* ungefedert
- v vorne
- VA Vorderachse
- *vl* vorne links
- *vr* vorne rechts
- *Tlrz* Toleranz
- *x* Koordinaten in Längsrichtung des Fahrzeugs
- *y* Koordinaten in Querrichtung des Fahrzeugs
- *z* Koordinaten in vertikaler Richtung des Fahrzeugs

Literaturverzeichnis

- [1] "25 Jahre Elektronik-Systeme im Kraftfahrzeug, Rückblick Ausblick – Visionen", B. Bäker, Expert-Verlag, 2005
- [2] "Method for dertermining weight and center of mass of a vehicule in motion by an on board system", R. Tal, S. Elad, Patent WO 99/45346
- [3] "Vorrichtung zur Abschätzungsberechnung der Schwerpunkthöhe von Fahrzeugen", Hino Jidosha Kogyo K.K., Hino, Totio/Tokyo, JP, Patent DE 199 18 525 A1
- [4] "Verfahren und Vorrichtung zur Bestimmung der Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs", DaimlerChrysler AG, Patent DE 10 2004 058 791 A1
- [5] "Verfahren und Vorrichtung zum Bestimmen massenbezogener Größen eines Fahrzeugs", DaimlerChrysler AG, Patent DE 10 2004 060 809
- [6] "Verfahren und Vorrichtung zum Bestimmen von Fahrzeugzustandsgrößen", Continental Teves AG & CO. OHD, Patent WO 01/12483 A1
- [7] "Messung des Beladungszustandes eines Kraftfahrzeugs", Continental AG, Patent DE 100 29 332 B4

- [8] "Verfahren und Vorrichtung zur Ermittlung der Schwerpunkthöhe eines Fahrzeugs", Bosch GmbH, Patent ED 102 47 993 A1
- [9] "Fahrwerktechnik: Fahrzeugmechanik", J. Reimpell, K. Hoseus, Vogel Verlag und Druck, 1992
- [10] "Kinematik und Dynamik räumlicher Getriebe an Beispielen der Einzelradaufhängungen", M. Eghteesad, Diss. TU Braunschweig, 1978
- [11] "Radführung der Straßenfahrzeuge, Kinematik, Elastokinematik und Konstruktion", W. Matschinsky, Springer Verlag, 1998
- [12] "Technische Mechanik 1. Statik", D. Gross, W. Hauger, J. Schröder, Springer Verlag, 2006
- [13] "Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik", H. Braess, U. Seiffert, Vieweg Verlag 2005
- [14] "Fahrstabilisierungssysteme", K. H. Dietsche, M. Klingebiel, R. Müller, Christiani Verlag, Konstanz, 2004
- [15] "Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen
 Ganzkörperschwingungen an Arbeitsplätzen in Gebäuden", VDI-Richtlinie 2057
- [16] "Dynamik der Kraftfahrzeuge", M. Mitschke, H. Wallentowitz, Springer Verlag, 2004
- [17] "Einführung in die Kraftfahrzeugtechnik", K. H. Bill, Mitschrift zur Vorlesung, FHTW-Berlin
- [18] "FADYS, ein komplexes Fahrzeugdynamikmodell für echtzeitfähige Hardware-in-the-Loop Anwendungen", L. Dragon, VDI Berichte Nr. 1283, 1996
- [19] "Ein robuster Kalman-Filter zur indirekten Bestimmung des Schwimmwinkels und anderer Fahrdynamikgrößen eines Fahrzeugs", A. Suissa, F. Böttiger, Technischer Bericht, Forschungsinstitut Mercedes Benz

- [20] "Bestimmung des Schwimmwinkels mit regelungstechnischen Methoden", Z. Zomotor, Diplomarbeit
- [21] "The Magic-Formula Tyre Model", H. P. Pacejka, E. Bakker, Vehicle System Dynamics 21 221-251, 1991
- [22] "Nichtlinearer Beobachter für chemische Reaktoren", M. Zeitz, Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 8, Nr. 27. VDI-Verlag, Düsseldorf
- [23] "Regelung nichtlinearer Systeme", *M. Zeitz*, Vorlesungsmitschrift Universität Stuttgart
- [24] "Observability of nonlinear systems.", S.R. Kou, D.L. Elliot, T. H. Tarn, Information and Control 22
- [25] "Conditions for asymptotic stability of the discrete minimumvariance linear estimator", J. Deyst, C. Price, IEEE transactions on automatic control, 18:702-705, 1968
- [26] "Correction to 'Conditions for asymptotic stability of the discrete minimum-variance linear estimator", J. Deyst, IEEE transactions on automatic control, 18:562-563, 1973
- [27] "Rechengestützte Analyse und Lösung nichtlinearer Beobachtungsaufgaben", J. Birk, Fortschrittberichte VDI, Reihe 8, Nr. 294
- [28] "Zur Beobachbarkeits-Analyse zustandsquadratischer Systeme mit linearer Steuerung (QLS)", *M. Jelali*, Forschungsbericht Nr. 11/93
- [29] "Zur Steuer- und Beobachtbarkeits-Analyse der QLS", M. Jelali, Forschungsbericht Nr. 1/94
- [30] "Mathematische Methoden in der Physik", C. B. Lang, N. Pucker, Spektrum Akademischer Verlag, 1998

- [31] "Adaptive Filter", G. Moschytz, M. Hofbauer, Springer Verlag, 2000
- [32] "Regelungstechnik 2" J. Lunze, Springer-Verlag 2002

168

- [33] "Kalman-Bucy-Filter. Deterministische Beobachtung und stochastische Filterung", K. Brammer, G. Siffling, R. Oldenbourg Verlag München Wien 1975
- [34] "Introduction to random signals and applied Kalman filtering", R. G. Brown, P. Y. C. Hwang, John Wiley & Sons, Inc. 1997
- [35] "An Introduction to the Kalman Filter", G. Welch, G. Bishop, University of North Carolina at Chapel Hill, Technical Report TR95-041, 1995
- [36] "Identifikation dynamischer Systeme 1", R. Isermann, Springer-Verlag 1992
- [37] "Asymptotic behaviour of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems", L. Ljung, IEEE Transactions on Automatic Control, 24:36-50, 1979
- [38] "The extended Kalman filter as a local asymptotic observer for nonlinear discrete-time systems", Y. Song, Y. W. Girzzle, Proc. American Control Conference, 3365:3369, 1992
- [39] "Stochastic stability of the discrete-time extended Kalman filter", K. Reif, S. Gunther, E. Yaz, R. Unbehauen, IEEE Transactions on Automatic Control, 44:714-728, 1999
- [40] "Stabilität des zeitkontinuierlichen erweiterten Kalman-Filters", K. Reif, S. Gunther, E. Yaz, R. Unbehauen, IEEE Transactions on Automatic Control, 147:45-52, 2000
- [41] "Taschenbuch der Mathematik", I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, Verlag Harry Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 1980.

167

Lebenslauf

27.02.1976geboren in Laurahütte/Polen Schulausbildung in Polen 1982 - 1989Besuch der Gesamtschule Kirchhain 1989 - 19941994 - 1997Besuch des Adolf-Reichwein-Gymnasiums in Marburg 1997 - 1998Grundwehrdienst 1998 - 2003Studium der Physik an der J.W. Goethe-Universität in Frankfurt 2003 – 2007 Promotion bei DaimlerChrysler AG, betreut vom Institut für Angewandte Physik der J.W. Goethe-Universität in Frankfurt seit 2007Angestellter bei der Audi AG