1. Hessische Schülerakademie

Schulpraktische Veranstaltung
für Lehramtsstudierende

Dokumentation

Herausgegeben von:

Cynthia Hog-Angeloni und Wolfgang Metzler

Eine Veröffentlichung der

Hessischen Heimvolkshochschule
BURG FÜRSTENECK
Akademie für berufliche und
musisch-kulturelle Weiterbildung

Am Schlossgarten 3
36132 Eiterfeld

Diese Dokumentation ist erhältlich unter:
http://www.hessischeschuelerakademie.de

Ein Abdruck – auch auszugsweise – ist (nur) mit Quellenangabe gestattet.

Inhaltsverzeichnis:

HESSISCHES KULTUSMINISTERIUM

Grußwort
der Hessischen Kultusministerin
Karin Wolff
für die
Erste Hessische Schülerakademie

Karin Wolff
Hessische Kultusministerin

Die Hessische Schülerakademie des Amtes für Lehrerausbildung in Verbindung mit der Hessischen Heimvolkshochschule Burg Fürsteneck erweitert das bewährte und anerkannte Angebot der Schülerakademien von Bildung und Begabung e.V. für Schülerinnen und Schüler der gymnasialen Oberstufe erstmals um ein originär hessisches Pendant. Auf Initiative von Herrn Professor Metzler von der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt am Main wurde dieses neue Unternehmen ins Leben gerufen, das die blühende Landschaft hessischer Ferien- und Sommerakademien für hochbegabte und leistungsfreudige Jugendliche um eine weitere Perle bereichert.

Zwei Wochen lang werden Schülerinnen und Schülern allgemeinbildender Schulen in Hessen ab der 10. Klassenstufe in vier Kursen anspruchsvolle Lernangebote auf den Gebieten der Mathematik, Physik, Philosophie und Gesellschaftswissenschaften unterbreitet. Universitätsdozenten führen an den Lernstoff heran. Lehramtsstudentinnen und -studenten betreuen die Teilnehmerinnen und Teilnehmer. Dazu kommen reichhaltige kursübergreifende Programme der Musik und des Theaters.

Diese Schülerakademie fügt sich nahtlos ein in die Bestrebungen des Hessischen Kultusministeriums, sich den Hochbegabten in hohem Maße zu widmen. Die Förderung von besonders begabten bzw. hochbegabten und motivierten Schülerinnen und Schülern ist seit dem Amtsantritt der hessischen Landesregierung zu einem zentralen Bestandteil der hessischen Schulpolitik geworden. Es ist ein breitgefächertes Angebote an sachgemäßen Beratungs- und Fördereinrichtungen, das den betroffenen Eltern bzw. Schülerinnen und Schülern zur Verfügung steht. Dies reicht von der zentralen begabungsdiagnostischen Beratungsstelle BRAIN (Beratung und Information über besondere Begabungen) an der Philipps-Universität Marburg über die schulpsychologischen Ansprechpartnerinnen und -partner in allen Staatlichen Schulämtern und die unterschiedlichen Programmangebote der Lehreraus- und -fortbildung bis zu den Pilotprojekten in ausgewählten Schulen verschiedener Schulformen. Hierzu gehören u.a. das zweijährige Grundschulprojekt des Hauses zur Hochbegabtenförderung, an dem bislang 31 hessische Grundschulen teilnehmen und das weiterführende Programm, das insgesamt 62 Schulen im Lande umfasst, die das Gütesiegel einer hochbegabungsfördernden Schule erworben haben (darunter 35 Grundschulen und 27 weiterführende Schulen).

Ich habe gerne die Schirmherrschaft über die Hessische Schülerakademie des Amtes für Lehrerausbildung in Verbindung mit der Hessischen Heimvolkshochschule Burg Fürsteneck übernommen. Ich möchte damit meine Anerkennung für die Initiative der Veranstalter zum Ausdruck bringen, welche die Vorbereitung und die Durchführung dieser ebenso aufwendigen wie hochkarätigen Veranstaltung auf sich genommen haben. Ebenso möchte ich besonders die Leistungen der Teilnehmerinnen und Teilnehmer an dieser Ferienakademie würdigen, die als Voraussetzung dafür immerhin auf zwei Wochen ihrer Sommerferien verzichten.

Ich wünsche der Hessischen Schülerakademie einen guten Verlauf und fruchtbringende Ergebnisse. Allen Beteiligten und vor allem den teilnehmenden Schülerinnen und Schülern wünsche ich viel Freude und ein gutes Gelingen.

Karin Wolff
Hessische Kultusministerin

Wiesbaden, im Juli 2004

Vorwort

Cynthia Hog-Angeloni
Wolfgang Metzler

In den letzten Jahren, spätestens seit den Ergebnissen der PISA-Untersuchungen, hat sich die Einsicht in die Notwendigkeit schulischer Begabtenförderung verbreitet.

Mehrere Aktivitäten sind diesbezüglich entstanden bzw. entstehen zurzeit. Was bisher fast vollständig fehlte, ist jedoch Begabtenförderung als praktischer Baustein in der Lehrerausbildung. Die üblichen Schulpraktika führen bei Studierenden häufig eher zu dem trügerischen Schluss, die eigenen Schulkenntnisse seien für die berufliche Zukunft (mehr als) ausreichend und Kompetenz in Begabtenförderung mit ihren fachlichen und didaktischen Anforderungen erübrige sich. Hier setzt unser Konzept einer „Hessischen Schülerakademie" an, mit dem mittelfristigen Ziel, besondere Leistungsbereitschaft von SchülerInnen und L3-Lehramtsstudierenden stärker zu verzahnen. Dabei ist es wichtig, dass solche Kompaktveranstaltungen insbesondere durch ganzheitliche Förderung von fachbezogener Kursarbeit und kursübergreifenden musisch-kulturellen Angeboten die Teilnehmenden vor biografischen Verengungen bewahren.

Für die Durchführung der Akademie hatten wir von Anfang an die Hessische Heimvolkshochschule Burg Fürsteneck/Rhön ausgewählt, welche vom Hessischen Kultusministerium wesentlich mitgetragen wird und räumlich und atmosphärisch optimale Voraussetzungen bietet. Sie liegt in der Nähe der Bischofsstadt Fulda in der Rhön und nahe der ehemaligen deutsch-deutschen Grenze in einer faszinierenden Landschaft, die von der UNESCO zum Biosphärenreservat erklärt wurde. Ferner besitzt sie in ihrem Konzept einen traditionellen Schwerpunkt in musisch-kultureller Bildung.

Für Studierende startete die Mitarbeit in einem Vorbereitungsseminar Ende April 2004, bei dem für Begabtenförderung a) allgemeine Fragen, b) fachspezifische Inhalte und c) die konkrete Vorbereitung der Schülerakademie besprochen wurden. Dazu gehörte insbesondere die Anleitung, um schon mehrere Wochen vor Beginn der Akademie in Korrespondenz mit SchülerInnen zu treten und sie bei der Ausarbeitung von Referaten zu betreuen. Der zugehörige Werbeprospekt für Studierende begann mit den Leitfragen:

Wünschen Sie sich eine schulpraktische Veranstaltung, bei der Sie

- sich mit der speziellen Förderung begabter Schülerinnen und Schüler auseinandersetzen?
- fachlich und pädagogisch mit besonders motivierten Schülerinnen und Schülern zusammenarbeiten?
- deutliche Impulse für die noch vor Ihnen liegenden Teile Ihrer Ausbildung erhalten?
- das eigene Unterrichtsfach in einer intensiven sozialen und interdisziplinären Umgebung erleben?

Der Prospekt für Schülerinnen und Schüler enthielt die Fragen:

Wünschen Sie sich

- eine Vertiefung und Ergänzung des Bildungsangebots der Schule?
- eine möglichst intensive Wahrnehmung und Erweiterung der eigenen Fähigkeiten?
- die Zusammenarbeit mit ebenso motivierten zukünftigen Lehrerinnen und Lehrern?
- einen regen Austausch „auf gleicher Wellenlänge" mit anderen begeisterungsfähigen Jugendlichen?

Wer sich daraufhin anmeldete, arbeitete mit bei einem von vier angebotenen Kursen in: **Mathematik, Physik, Philosophie** und **Politikwissenschaft**, die von jeweils einer/m erfahrenen KursleiterIn sowie einem Team zukünftiger LehrerInnen betreut wurden. Ebenso nahmen alle teil an einem reichhaltigen **kursübergreifenden Programm**, welches durch eigene Initiativen mitgestaltet und ergänzt werden konnte.

Erste Gespräche im Kultusministerium, im Frankfurter Amt für Lehrerausbildung und mit dem geschäftsführenden Direktor der Heimvolkshochschule Fürsteneck durch den Zweitunterzeichneten fanden bereits im Frühjahr 2002 statt. Einen Projektbericht über unsere weiteren Schritte, um die Akademie zu realisieren, finden Sie gegen Ende der vorliegenden Dokumentation. In ihr sind die Ergebnisse der Akademie zusammengefaßt. Arbeitseinblicke wurden auch bei einem abschließenden Gästenachmittag präsentiert. SchülerInnen und Studierende erhielten für die erfolgreiche Teilnahme ein Zertifikat. Dasjenige für Lehramtstudierende wird im Rahmen ihrer Ausbildung anerkannt. Mit TeilnehmerInnen der diesjährigen Akademie haben wir eine interne Evaluation durchgeführt, um für zukünftige Akademien hinzuzulernen, ohne das bisherige Konzept zu gefährden.

Wir danken Frau Ministerin Karin Wolff und dem Hessischen Kultusministerium für die ideelle und finanzielle Unterstützung dieser Akademie; wir danken allen Mitwirkenden im Amt für Lehrerausbildung, insbesondere Herrn Direktor Frank Sauerland und Frau Verona Eisenbraun dafür, dass sie die Akademie zu ihrer Sache machten und uns kontinuierlich mit Rat und Tat zur Seite standen; dem Leiter der Hessischen Heimvolkshochschule Burg Fürsteneck, Herrn Günter Schmuck und dem gesamten Burg-Team danken wir dafür, dass die Akademie in jeder Hinsicht in Burg Fürsteneck ihr Heim finden konnte; allen unseren Förderern danken wir dafür, dass die Teilnahmemöglichkeit nicht eine Frage des Geldbeutels wurde. Schülerinnen und Schüler, Studierende und die Kursleiter schließlich verdienen einen großen Dank für ihre Energie und Begeisterung, mit der sie die Akademie verwirklicht haben.

Für Ende der Hessischen Sommerferien 2006 ist die Zweite Hessische Schülerakademie geplant. Wir halten es für notwendig, dass sie bereits stärker regulär finanziell und organisatorisch abgesichert wird und hoffen, dass eine solche Akademie dann in jährlichem Turnus stattfinden kann.

Vorbereitungsseminar

Cynthia Hog-Angeloni
Wolfgang Metzler

In der letzten Aprilwoche fand ein mehrtägiges Vorbereitungsseminar für die Studierenden statt mit folgendem Programm:

Beginn: Mo 26. April 2004, 9.30 im Amt für Lehrerausbildung, Frankfurt/M

Vormittag:
- Begrüßung/Vorstellungsrunde/Technikalien/Besprechung des Seminarablaufs.
- Frau Dipl. Psych. Petra Steinheider, Schulpsychologischer Dienst Kassel: "Kluge Köpfe" - eine Herausforderung für Lehrerinnen und Lehrer (Referat und Diskussion).

Nachmittag:
- Frau Dr. Almuth Wendt, Franziskanisches Bildungswerk e.V.
  1. Fördern - "kluge Köpfe" herausfordern;
  2. Aktivieren - "kluge Köpfe" begleiten.

  (Die Referate dieses Tages beinhalteten u.a. Diagnostik und Fördermaßnahmen.)
- Hinweise und Verabredungen für Dienstag und die weitere Arbeit; Fahrtverabredungen Mittwoch.

Am Di 27. April arbeiteten wir an den Fachbereichen, wo auch die jeweiligen Bibliotheken zur Verfügung standen. Ein gemeinsames Mittagessen fand in der Mensa statt. Das Arbeitsprogramm umfasste die Punkte:
- Fachwissenschaftliche und fachdidaktische Literatur für die Kursarbeit.
- Fachspezifische Literatur zur Begabtenförderung.
- Vorabklärung, welche Literatur ausgeliehen werden sollte und auf welche elektronisch von Fürsteneck aus zugegriffen werden kann.

Bis zum Abend war es gelungen, Themenangebote für Schülerreferate herauszupräparieren und zusammenzustellen, welche Literatur eingepackt werden musste, um sicher zu sein, dass alles abgedeckt war.

Am Mi, dem 28. April fuhren wir morgens nach Fürsteneck/Rhön. In der zweiten Vormittagshälfte fand dort bereits Seminararbeit statt. Das Seminar endete am Freitag, dem 30. April mit dem Mittagessen.

Die Arbeitsinhalte in Fürsteneck geben wir ohne zeitliche Gliederung an:
- Weitere Werbung unter Schüler(inne)n.
- Planung der Schülerreferate in den einzelnen Kursen.
- Planung der zugehörigen Korrespondenz, des Materialversands und des Dokumentationsanteils.
- Kursübergreifende Aktivitäten; Schülerfragebogen hierzu.
- Tages- und Wochenplan (incl. Ausflug und Abschlusspräsentation für Gäste).
  Als Ablauf eines Standardtages beschlossen wir:
  7.45-8.15 Morgenplenum, 8.15-8.45 Frühstück, 9.00-11.00 Kurs,
  11.30-12.30 kursübergreifende Aktivitäten, 12.30 Mittagessen,
  14.00-16.00 Kurs, 16.00 Kaffee, 16.30-18.30 Chor, 18.30 Abendessen,
  19.00-20.00 pädagogische Besprechung (abwechselnd pro Kurs und kursübergreifend),
  20.00 Abendprogramm nach Ansage.
- Räumliche Bedingungen und Ausstattung in Fürsteneck für Gruppenarbeit.
- Planung des ersten Abends (Kennenlern-Spiel).
- Planung des gemeinsamen Ausflugs am Sonntag.
- Erstellen einer „Kursmatrix“, in der Referatsthemen, Literatur und Betreuer einzutragen sind, sowie später der Name der jeweiligen SchülerIn zu ergänzen ist.
- Dokumentation (Text- und Bildverarbeitung).
- Rechtliche, pädagogische und organisatorische Fragen der Internatssituation.
- Aspekte der Gruppendynamik eines 14tägigen Kurses.
- Vorbereitung einer Auswertung der Schülerakademie.
- Dokumentation des Vorbereitungsseminars.

... Als sehr hilfreich und sinnvoll empfand ich das Vorbereitungsseminar vom 26.04. - 30.04.04 in Frankfurt und Fürsteneck. Zum einen war es hier schon möglich, das Team aus Hochschullehrern, Referendaren und Studierenden kennenzulernen, so dass mit Beginn der Schülerakademie die Aufmerksamkeit ganz auf die Schülerinnen und Schüler gerichtet sein konnte.
Da sich die Schülerakademie ausdrücklich an „begabte und interessierte“ Schüler gewendet hat, war es zudem für den eigenen Hintergrund hilfreich, in zwei Vorträgen zum Thema „Begabung/Hochbegabung“ Grundzüge der Definition, Identifikation, Charakterisierung und Förderung von Hochbegabung kennenzulernen.
Die anschließende Fahrt nach Fürsteneck war sicher für alle sinnvoll, denen die Burg noch unbekannt war, um bei der Planung des eigenen Kurses und der kursübergreifenden Aktivitäten die konkreten Möglichkeiten vor Ort zu berücksichtigen.

(...)

... Die Tests, über die Frau Steinheider berichtet hat, beziehen sich vornehmlich auf intellektuelle Begabungen und sind für kritische Entscheidungssituationen hilfreich. Das Franziskanische Bildungswerk, dem Frau Dr. Wendt angehört, versucht, den Betreffenden ganzheitlich zu beurteilen und beispielsweise auch kreative und künstlerische Begabungen zu berücksichtigen. Diskussionen gerade um die Begriffsbildung sind deshalb sehr wichtig.

Bemerkungen zu Einzelheiten des Vorbereitungsseminars und ihrer Umsetzung während der Akademie

Kursübergreifende Aktivitäten

Der *Chor,* mit Elementen Einsingen, Improvisation etc. findet an den ersten beiden Tagen als Plenumsveranstaltung statt und braucht dann eine kontinuierliche Besetzung über die ganze Zeit.
Für die *Kammermusik* wird in der Korrespondenz die Einrichtung einer "Börse" angeboten, in der zu Literaturvorschlägen die passende Besetzung zusammengebracht werden kann.
Für *englischsprachige Theaterstücke* liegen schon einige Vorschläge vor.
Wegen des großen Interesses am Theater wird erwogen, außerdem ein *französischsprachiges Theaterstück* einzuüben.

An Vorschlägen für weitere kursübergreifende Aktivitäten wurden schließlich realisiert:

- Literaturwerkstatt (Saskia)
- Fotolabor/Fotowerkstatt (Stephan, Wolf)
- Erkundung der Natur /Pflanzenkunde (Mandy)

Für Hilfen zum technischen Ablauf stand das Burg-Team zur Verfügung.

Akademieregeln

Es besteht Konsens, dass sich während der gesamten Akademie alle duzen. Am ersten Abend fertigen alle ein Namensschild mit Vor- und Nachnamen an, welches einige Tage lang getragen wird. Die Zimmerverteilung soll möglichst so erfolgen, dass pro Flur nur ein Geschlecht vertreten ist. Auf jeden Fall sollten wir unsere Aufsichtspflicht ernstnehmen und dabei die Regeln nach den jüngsten Teilnehmern richten. Insbesondere soll es nur Kleingruppen mit mindestens 3 Personen erlaubt sein, sich von der Burg zu entfernen.

Außer in der Torschänke besteht allgemeines Rauchverbot. Alkoholkonsum ist in begrenztem Maße und nur in der Torschänke möglich sowie beschränkt auf das dortige Angebot. Für SchülerInnen geschah die Ausgabe durch ein Mitglied des Teams.

Eine Vorschlagsliste ergab während der Akademie die folgenden

Abendprogramme (in der Regel 20 bis 21 Uhr):

Speiseeisherstellung mit flüssigem Stickstoff (Wolf Aßmus)
Spaziergang um den Burgberg (Wolfgang Metzler)

Vorleseabend (Thomas Erlenhardt)
Der Gödelsche Unvollständigkeitssatz in der Mathematik (Wolfgang Metzler)
Die Entwicklung des Amerikanischen Konservatismus (Kurt Shell)
Diskussion über Philosophie und Naturwissenschaft (Cynthia Hog-Angeloni)
Grillabend (Ekkehard Müller)
Filmabend (Stephan Jenrich)
Abend zur freien (z.B. kursspezifischen) Verfügung
Gesellschaftstanz (Jens Ph. Herwig)
Interner Vorführabend
Abschlussabend

Sonntag

Thomas B. organisiert Teilnahme an Eucharistiefeier, Wolfgang bietet eine ökumenische Andacht an. Nachmittags Besichtigung des Besucher-Salzbergwerks Merkers, anschließend Aufenthalt im Freien und Besichtigung von Point Alpha an der ehemaligen deutsch-deutschen Grenze.

Anreise

Das Team reist am 15. August bereits um 16 Uhr zum Kaffee und einer Vorbesprechung an; die SchülerInnen treffen bis 18 Uhr ein und beziehen ihre Zimmer.
Um 20 Uhr Plenum mit Vorstellungsspiel (Thomas B. und Meike), Bewegungsspiel, Kanon Singen, organisatorische Hinweise, Speiseeisherstellung.

Morgenplenum, pädagogische Besprechung

Vorgesehen sind die Elemente (Kammer-)Musik und: jeder möge 3-4 Minuten Vorlesetext mitbringen. Ferner werden Dinge angesagt, die sich aus den pädagogischen Besprechungen ergeben. Diese sollen abwechselnd pro Kurs bzw. kursübergreifend stattfinden. Ekkehard ist bereit, Zeit- und Raumpläne anzuschreiben.

(Einladung zum) Gästenachmittag

Für Gäste, die am nächsten Tag (Abreisetag) Teilnehmer mit nach Hause nehmen möchten, bietet Thomas B. an, eine Liste mit Quartiermöglichkeiten in der Nähe zu erstellen. Diese soll in eine Einladung (verfasst von Presseteam und Akademieleitung) einfließen, damit der Donnerstag Abend und der Freitag Vormittag nicht durch verfrühte Abreisen gefährdet werden.

(Vorbereitung der) Auswertung.

Es sollen zwei Auswertungs-Zettel entstehen; einer für die Schüler, einer für die Studierenden (Helmar, Saskia in Zusammenarbeit mit Cynthia, Wolfgang und Herrn Schmuck) .

An Stichpunkten für den Fragebogen wurde genannt: Rückäußerungen zu den Leitfragen und Inhalten; wie bist Du auf die Akademie aufmerksam geworden(‚Werbekanäle‘); Anregungen für zukünftige Akademien.

Kursprotokolle

1. DAS BUCH der Mathematik

Dr. Cynthia Hog-Angeloni
Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt/ Main

Einleitung

Der Mathematikunterricht an Schulen besteht nicht zuletzt aus dem Durchrechnen von Beispielaufgaben. Wer ein stärkeres Interesse an Mathematik hat, fragt dagegen nach Begründungen und Zusammenhängen.

- Gibt es unendlich viele Primzahlen oder findet man immer einen Teiler, wenn die betrachtete Zahl nur groß genug ist?
- Welche ganzen Zahlen können als Summe von zwei Quadraten $a^2 + b^2$ dargestellt werden?
- Wieviele Farben braucht man, um eine Landkarte so einzufärben, dass Länder, die eine Grenzlinie gemeinsam haben, unterschiedliche Farben tragen?
- Kann man zwei Dreiecke gleichen Flächeninhalts stets mit der Schere so zerschneiden, dass die Stücke kongruent sind („Zerlegungsgleichheit")?
- Wie sieht's eine Dimension höher aus?

Um solche und ähnliche Fragen geht es in (dem Kurs und) einem 2002 erschienenen Buch „Das BUCH der Beweise",von M. Aigner und G. Ziegler (Springer Verlag), das sich um eine Geschichte des berühmten ungarischen Mathematikers Paul Erdös (1913-1996) rankt: Erdös glaubte an DAS BUCH, in dem Gott die perfekten Beweise für mathematische Sätze aufbewahrt, einem berühmten Zitat entsprechend, dass es für „hässliche" Mathematik keinen dauerhaften Platz gibt. Die genannten Autoren hatten die Idee, all jene Mathematik in einem Buch zu sammeln, die ihrer Meinung und dem heutigen Erkenntnisstand nach in DAS BUCH gehören würde.

Die nachstehenden Aufzeichnungen sind Arbeitsprotokolle und ersetzen kein Lehrbuch. Wer Fragen zu den entsprechenden Inhalten hat, ist herzlich eingeladen, unter bildung@burg-fuersteneck.de mit uns Kontakt aufzunehmen. Insbesondere wird auf Gedankengänge aus dem in mehreren Referaten verwendeten Buch von Aigner und Ziegler nicht immer durch Zitate hingewiesen.

Literatur (Grundlagen):

Aigner, Martin / Ziegler, Günter M.: *Das BUCH der Beweise. Springer, 2004.*

Courant, Richard / Robbins, Herbert: *Was ist Mathematik? Springer, 2001.*

Meschkowski, Herbert (Hg.): *Meiers Handbuch über die Mathematik. Grundlagen und Anwendungsgebiete der modernen Mathematik in leicht verständlicher Darstellung. Meyers Lexikonverlag, 1972*

Die Unendlichkeit der Primzahlen

Birthe Anne Wiegand
Betreuer: Thomas Busold

Allgemeines

- **Definition:** Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl > 1, die nur durch 1 und durch sich selbst teilbar ist.
- **Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung:** Jede natürliche Zahl > 1 ist (bei Außerachtlassung der Reihenfolge) auf genau eine Weise als Produkt von Primzahlen (bzw. Primzahl-Potenzen) darstellbar. Daraus folgt auch, dass man die 1 nicht als Primzahl zulassen darf, sonst könnte man Zahlen auf verschiedene Arten zerlegen, z.B. $6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1^2 \cdot 2 \cdot 3 = 1^3 \cdot 2 \cdot 3$ etc.
- Die zurzeit größte bekannte Primzahl ist $(2^{6.972.593}) - 1$, sie hat 2.098.960 Stellen. Noch nicht sicher ist, ob die Zahl $(2^{24.036.583}) - 1$ auch prim ist; sie wird gerade geprüft (und die Chancen stehen nicht schlecht). Sie hat 7.235.733 Stellen, das sind bei Schriftgröße 10 ausgedruckt 1462 Seiten!

Beweise für die Unendlichkeit der Primzahlen

I. Beweis nach Euklid

$\{p_1; p_2; p_3; ...; p_r\}$ sei eine beliebige endliche Menge von Primzahlen; $n := p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot ... \cdot p_r + 1$; p ein Primteiler von n.

p muss von allen p_i verschieden sein, da sonst p die Zahl n teilen würde und das Produkt $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot ... \cdot p_r$ und die 1, was unmöglich ist. Also kann niemals eine endliche Menge $\{p_1; p_2; p_3; ...; p_r\}$ die Menge *aller* Primzahlen sein.

Übrigens: Der amerikanische Mathematiker William Dunham sieht in diesem Beweis einen Test dafür, ob jemand etwas mit der Mathematik anfangen kann oder nicht: „Diejenigen mit eine natürlichen Hang zur Mathematik rührt er zu Tränen, diejenigen ohne einen solchen Hang finden ihn zum Heulen."

II. Beweis nach Christian Goldbach (mit Hilfe der Fermat-Zahlen)

Definition: Die Zahlen der Form $F_n = 2^{2^n} + 1$ für n = 0, 1, 2, 3, ... heißen Fermat-Zahlen.

Beweisidee: Man zeigt, dass je zwei Fermat-Zahlen relativ zueinander prim sind, und da es ja unendlich viele Fermat-Zahlen gibt, muss es also auch unendlich viele Primzahlen geben.

(Dies folgt aus: $\prod_{k=0}^{n-1} F_k = F_n - 2$ $(n \geq 1)$, welches man mittels vollständiger Induktion beweist.)

III. Beweis nach Leonhard Euler

Beweisidee: Man schätzt die Fläche unter der Kurve 1/t durch eine obere Treppenfunktion ab und vergrößert die Obersumme weiter, bis man die Formel

$$\log x \leq \prod_{i=1}^{\Pi(x)} \frac{p_i}{p_i - 1} \leq \prod_{i=1}^{\Pi(x)} \frac{p_i}{p_{i-1}}$$, da $p_i \geq p_{i-1} + 1$

erhält.

Dann kann man sie so umschreiben: (setze $p_0 = 1$)

$$\frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_3}{p_2} \cdot ... \cdot \frac{p_{\Pi(x)}}{p_{\Pi(x)-1}}$$

Man kürzt nun immer den Zähler der einen Zahl mit dem Nenner der nächsten, bis nur noch $\log x \leq p_{\Pi(x)}$ steht. Das bedeutet, dass es immer eine Primzahl größer als log x gibt; da log x beliebig groß werden kann, muss es auch unendlich viele Primzahlen geben.

Diese Variante des Beweises aus dem „BUCH der Beweise" wurde im Verlauf des Referates gefunden und den Autoren brieflich mitgeteilt.

Ungelöste Probleme/ Probleme in Arbeit

- Ungelöst: Man vermutet, dass es für jede natürliche Zahl n eine Primzahl p gibt, für die gilt $n^2 < p < (n + 1)^2$.
- Ungelöst: Goldbachsche Vermutung: Jede gerade Zahl ist als Summe von zwei Primzahlen darstellbar.
- Ungelöst: Unendlichkeit der Primzahlzwillinge: Primzahlzwillinge sind Primzahlen, deren Differenz nur 2 beträgt, wie 5 und 7, 17 und 19 oder 41 und 43.

Primzahl-Spielereien

- Das hier sieht sehr schön aus, man streicht immer eine Randziffer und erhält eine neue Primzahl:
  - 724933839979337
  - 24933839979337
  - \ 4933839979337
  - \ 933839979337
  - \ 33839979337
  - (1) \ 3839979337
  - 19 \ 839979337
  - 197 \ 39979337
  - 1979 \ 9979337
  - 19793 \ 979337
  - 197933 \ 79337
  - 1979339 \ 9337
  - 19793393 \ 337
  - 197933933 \ 37
  - 1979339339 \ 7

- Primzahldreh:

```
193939
.939391
..393919
...939193
....391939
.....919393
......193939
```

Literatur:

Jones, G. / Jones, J.: *Elementary Number Theory*. *Springer.*

Wolfart, Jürgen: *Einführung in die Zahlentheorie und Algebra*. *Vieweg.*

RSA-Verschlüsselung

Daniel Günther
Betreuerin: Stefanie Zentner

Geschichte der Kryptologie

Schon seit Jahrhunderten bzw. Jahrtausenden spielt die Kryptologie, also die Verschlüsselung von Daten, eine wichtige Rolle in unserer Gesellschaft. Insbesondere Nachrichten der Regierungen an ihre Generäle wurden verschlüsselt. Wichtig war dabei, dass die Texte sehr leicht ver- und entschlüsselt werden konnten - dies aber ohne Kenntnis der Funktionsweise oder eines Schlüssels sehr schwer sein muss. Ein Beispiel für eine simple Verschlüsselungsmethode ist der so genannte Caesar Chiffre. Dabei vereinbaren die Personen ein Schlüsselwort (z.B. ZUEGEL).

Dann wird einmal das Alphabet geschrieben und darunter das Lösungswort, gefolgt vom Rest des Alphabetes:

```
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
Z U E G L A B C D F H I J K M N O P Q R S T V W X Y
```

Danach wird im zu verschlüsselnden Text jeder Buchstabe mit dem dazugehörigen des "Neuen" Alphabets ersetzt und beim Entschlüsseln genau umgekehrt.

Beispiel:
Hallo lieber Klaus, es tut mir Leid, aber ich kann heute nicht.
wird zu
Cziim idlulp Hizsq, lq rsr jdp lldg, zulp dec hzkk clsrl kdecr.

Und entschlüsselt ergibt das wieder: Hallo lieber Klaus, es tut mir Leid, aber ich kann heute nicht.

Da solche monoalphabetischen Verschlüsselungen zu leicht zu entschlüsseln sind, geht man über zu polyalphabetischen Verschlüsselungen, also Verschlüsselungen, die einem Buchstaben mehrere Zeichen oder Zahlwerte zuweisen. Ein solches ist das

RSA-Verfahren

Das RSA-Schema, benannt nach Ronald L. **R**ivest, Adi **S**hamir und Leonard **A**dleman, basiert auf dem von Diffie und Hellmann erfundenen Prinzip der Falltürfunktionen. Eine Falltürfunktion ist eine Funktion f, die gewissen natürlichen Zahlen umkehrbar eindeutig andere natürliche Zahlen zuordnet. Zu jeder solchen Funktion f lässt sich eine Umkehrfunktion f^{-1} finden. Es soll aber f^{-1} aus f nur 'schwer' zu ermitteln sein.

Die Funktion f wird zum Verschlüsseln verwendet und ist der öffentliche Schlüssel, den jeder haben darf. Die Funktion f^{-1} ist der private Schlüssel. Wer auch immer eine Nachricht verschlüsseln möchte, besorgt sich nun den öffentlichen Schlüssel und verschlüsselt seine Nachricht. Nur der Empfänger besitzt den privaten Schlüssel und kann die Nachricht entschlüsseln: Dieses Verfahren ist asymmetrisch.

Funktionsweise des RSA-Verfahren

Der Empfänger bildet zwei große Primzahlen (normalerweise mit etwa 100 Stellen) p und q. Dann berechnet man n=p•q. Zusätzlich wird eine Zahl e gebildet, die teilerfremd zu a = (p-1)•(q-1) ist.
((p-1)•(q-1) entspricht φ(pq) also φ(n), siehe unten.) Der öffentliche Schlüssel besteht nun aus den Zahlen n und e.

Um nun den privaten Schlüssel zu erhalten, bildet der Empfänger eine weitere Zahl d, die invers zu e modulo φ(n) ist. Also: d • e ≡ 1 (mod φ(n))
Da die Zahlen e und a teilerfremd sind, existiert eine solche Zahl d.

Will nun jemand eine Nachricht senden, so holt er sich den öffentlichen Schlüssel {n,e} des Empfängers. Die Nachricht, die er schicken will, ist eine Zahl, zum Beispiel m. Die Zahl m muss kleiner als und teilerfremd zu n sein, da n aber ca. 200 Stellen hat, dürfte das kein Problem sein. Ist die Zahl doch größer, muss sie in kleinere Stücke zerlegt werden. Zum Verschlüsseln bildet der Sender nun f(m) = m^e mod n und sendet nun

f(m) als Nachricht an den Empfänger. Der Empfänger hat seinen privaten Schlüssel {n,d} und nimmt zum Entschlüsseln die Nachricht hoch d modulo n und hat wieder die Nachricht m, denn

$$\left(m^e\right)^d = m^{e\bullet d} = m^{1+k\bullet\varphi(n)} = m^1 \cdot m^{k\bullet\varphi(n)} = m \cdot (m^{\varphi(n)})^k \equiv m \cdot (1)^k (\mathrm{mod}\, n) \equiv m(\mathrm{mod}\, n),$$

wobei $m^{\varphi(n)} \equiv 1$(mod n) aus dem Satz von Euler folgt (siehe unten).

Um mit Hilfe des öffentlichen Schlüssels den privaten Schlüssel zu erhalten, müsste man n in seine Primfaktoren p und q zerlegen. Weil zur Zeit kein schnelles Verfahren bekannt ist, um große Zahlen in ihre Primfaktoren zu zerlegen, ist dieses Verfahren so sicher.

Eulersche Phi-Funktion

Die Eulersche Phi-Funktion ordnet jeder natürlichen Zahl n die Anzahl aller natürlichen Zahlen kleiner n zu, die teilerfremd zu n sind. Man schreibt φ(n).

Satz von Euler

Seien $a, n \in$ N und ggT(a,n)=1, dann ist $a^{\varphi(n)} \equiv 1(\bmod n)$

Beweis: Sei $r_1, r_2, ..., r_{\varphi(n)}$ ein primes Restsystem modulo n, also diejenigen Zahlen, die kleiner als und teilerfremd zu n sind. Dann ist für jedes a mit ggT(a,n)=1 die Menge $ar_1, ar_2, ..., ar_{\varphi(n)}$ ebenfalls ein primes Restsystem, denn

- Wenn r_i nicht kongruent zu $r_j \bmod n$ ist, so ist auch ar_i nicht kongruent zu $ar_j \bmod n$.
- ggT(ar_i,n) =1, denn falls c≠1 sowohl ar_i als auch n teilt, folgt ggT(a,n) ≠1 oder ggT(r_i,n) ≠1 ; Widerspruch.

Literatur:

Aigner, Martin: *Diskrete Mathematik. Vieweg.*

Beutelspacher, Albrecht: *Lineare Algebra. Vieweg*.

Wolfart, Jürgen: *Einführung in die Zahlentheorie und Algebra. Vieweg*.

Zagier, D.: *Codierungstheorie*.

Der Zwei-Quadrate-Satz von Fermat

Zeno Endemann
Betreuer: Thomas Busold

Frage: Welche Zahlen können als Summe von zwei Quadraten dargestellt werden?

Primzahlen können folgende Formen haben: p = 2; p = 4m + 1; p = 4m + 3

Satz: *Eine natürliche Zahl n kann genau dann als Summe von zwei Quadraten dargestellt werden, wenn jeder Primfaktor der Form p = 4m + 3 in der Primfaktorzerlegung von n mit geradem Exponenten auftritt.*

Vokabular:

- **Lemma**: Hilfssatz
- **Äquivalenzklassen**: Elemente einer Menge, die bestimmte gemeinsame Eigenschaften haben, kann man in solchen Klassen zusammenfassen. Teilt man eine Menge in verschiedene Äquivalenzklassen ein, muss jedes Element zu genau einer Äquivalenzklasse gehören.

Primkörper:

$Z_p = \{0,1,2,3..., p-1\}$ für Primzahlen *p*

Eigenschaften:

- Existenz und Eindeutigkeit von additiven und multiplikativen Inversen
  - Additives Inverses: –x
  - Multiplikatives Inverses: $\bar{x}$

- Die Quadrate in Z_p: 0², 1², 2²,…,h² definieren verschiedene Elemente von Z_p für h = $\left\lfloor \frac{p}{2} \right\rfloor$, das ist die größte ganze Zahl kleiner oder gleich $\frac{p}{2}$ (Bsp: p = 7, $Z_p = \{0,1,2,3,4,5,6\}$, Quadrate: 0,1,4,2)

  Beweis:

  Wenn $x^2 \equiv y^2$, $x, y \leq \frac{p}{2}$ dann gilt: $(x+y)(x-y) \equiv 0$

  Daraus folgt: $x = y$ oder $x = -y$, was nicht sein kann, da $x, y \leq \frac{p}{2}$

Beweis des Satzes:

- **Lemma 1**: *Für jede Primzahl p der Form p = 4m + 1 hat die Gleichung $s^2 \equiv -1 (\mathrm{mod}\, p)$ zwei Lösungen $s \in \{1,2,..., p-1\}$, für p = 2 gibt es eine solche Lösung, während es für Primzahlen der Form p = 4m + 3 keine Lösung gibt.*

  Beweis:
  Für p = 2 ist s = 1.
  Für ungerades p teilen wir die Menge Z_p \{0} in Äquivalenzklassen der Form $\{x, -x, \bar{x}, -\bar{x}\}$ ein. Allerdings müssen nicht alle dieser Äquivalenzklassen vier Elemente enthalten, weil sich in manchen Fällen die Elemente nicht voneinander unterscheiden:
  - $x \equiv -x$ für ungerades p unmöglich
  - $x \equiv \bar{x}$ ist äquivalent zu $x^2 \equiv 1$. Dies hat zwei Lösungen, nämlich x = 1 und x = p – 1. Die Äquivalenzklasse ist dann die zweielementige Menge ({1, p – 1})
  - $x \equiv -\bar{x}$ ist äquivalent zu $x^2 \equiv -1$. Entweder gibt es in der Menge kein Element oder zwei Elemente, die diese Gleichung erfüllen, $x_0, p - x_0$. Kommen sie vor, werden sie in den Äquivalenzklassen zu $\{x_0, p - x_0\}$ zusammengefasst.

  Beispiel: p = 13 → $Z_p = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$.
  In diesem Fall ergibt sich die Zerlegung von Z_p \{0}: {1,12} ($x \equiv \bar{x}$), {2,11,7,6}, {3,10,9,4}, {5,8} ($x \equiv -\bar{x}$)

  Die Menge Z_p \{0} hat p – 1 Elemente. Teilt man sie in solche „Päckchen“ ein, bekommt man eine bestimmte Anzahl von Quadrupeln plus ein oder zwei Paare.
  Für p – 1 = 4m + 2 folgt daraus, dass es nur ein Paar geben kann, und zwar {1, p – 1}. Somit hat $s^2 \equiv -1 (\mathrm{mod}\, p)$ keine Lösung.
  Für p – 1 = 4m muss es aber ein zweites Paar geben, in dem die beiden Lösungen $x^2 \equiv -1$ enthalten sind.
  qed.

- **Lemma 2**: *Keine Zahl n = 4m + 3 ist eine Summe von zwei Quadraten.*

  Beweis:
  Quadrat von geraden Zahlen: $(2k)^2 = 4k^2 \equiv 0 (\mathrm{mod}\, 4)$
  Quadrat von ungeraden Zahlen: $(2k+1)^2 = 4(k^2 + k) + 1 \equiv 1 (\mathrm{mod}\, 4)$
  Die Summe ist zu 0, 1 oder 2 (mod 4) kongruent. **qed.**

- **Proposition:** *Jede Primzahl der Form p = 4m + 1 ist eine Summe von zwei Quadraten, sie kann also als p = x² + y² dargestellt werden, mit natürlichen Zahlen x und y.*

Beweis von Axel Thue:

Wir betrachten die Paare (x', y'), $x', y' \in \{0,1,2,..., \lfloor \sqrt{p} \rfloor\}$.

Es gibt $\left(\lfloor\sqrt{p}\rfloor+1\right)^2$ solcher Paare. Weil $\lfloor\sqrt{p}\rfloor+1>\sqrt{p}$ gilt, gibt es mehr als p Paare. Also können für ein festes $s \in Z$ die Werte $x'-sy'$ aller Paare nicht alle modulo p verschieden sein. Man kann also für jedes feste s mindestens zwei verschiedene Paare finden, die folgende Eigenschaften haben:

$$(x',y'),(x'',y'') \in \{0,1,\ldots,\lfloor\sqrt{p}\rfloor\}^2$$
$$x'-sy' \equiv x''-sy''(\bmod p) \Leftrightarrow x'-x'' \equiv s(y'-y'')(\bmod p)$$

- Jetzt definieren wir: x := $|x'-x''|$ y := $|y'-y''|$
- Dann: $(x,y) \in \{0,1,\ldots,\lfloor\sqrt{p}\rfloor\}^2$ mit $x \equiv \pm sy(\bmod p)$
- Außerdem: x und y können nicht beide Null sein, weil die beiden Paare (x',y'), (x'',y'') verschieden sein sollen.

Sei nun **s eine Lösung von** $s^2 \equiv -1(\bmod p)$ welches nach Lemma 1 existieren muss. Dann gilt $x^2 \equiv s^2y^2 \equiv -y^2(\bmod p)$ und somit:

$0 < x^2 + y^2 < 2p$ und $x^2+y^2 \equiv 0(\bmod p)$

Die Primzahl p ist die einzige Zahl zwischen 0 und 2p, die durch p teilbar ist. Also $x^2 + y^2 = p$. **qed**.

Ende: Beweis des Hauptsatzes

- $1 = 1^2 + 0^2$ und $2 = 1^2 + 1^2$. Jede Primzahl der Form p = 4m + 1 ist darstellbar, d.h. Summe von zwei Quadraten.
- Das Produkt von zwei darstellbaren Zahlen ist darstellbar: $n_1 = x_1^2 + y_1^2$ $n_2 = x_2^2 + y_2^2$
  $n_1n_2 = (x_1x_2 + y_1y_2)^2 + (x_1y_2 - x_2y_1)^2$
- Wenn n darstellbar ist, dann auch nz^2, weil $nz^2 = (xz)^2 + (yz)^2$
- Wenn p = 4m + 3 eine Primzahl ist, die eine darstellbare Zahl n teilt, dann teilt p sowohl x als auch y und damit ist n auch durch p^2 teilbar.
  Indirekter Beweis: Wenn x $\not\equiv$ 0 (mod p), dann gibt es ein $\bar{x}$ mit $x\bar{x} \equiv 1(\bmod p)$. Wir multiplizieren die Gleichung $x^2+y^2 \equiv 0(\bmod p)$ mit $\bar{x}^2$ und erhalten $1+y^2\bar{x}^2 = 1+(\bar{x}y)^2 \equiv 0(\bmod p)$, was für p = 4m + 3 nach Lemma 1 unmöglich ist.
- Wenn n darstellbar und durch p teilbar ist, dann ist n durch p^2 teilbar und n/p^2 ist auch darstellbar.

Literatur:

Jones, G. / Jones, J.: *Elementary Number Theory. Springer*.

Singh, S.: *Fermats letzter Satz*.

Stewart, Ian: *Spiel, Satz und Sieg für die Mathematik. Zwölf vergnügliche Ausflüge in die Welt der Zahlen. Birkhäuser Verlag, 1992.*

Das Nadelproblem von Buffon

Christoph Cuno
Betreuerin: Meike Aßmus

Problembeschreibung:

Wenn man eine Nadel auf liniertes Papier fallen lässt, wie wahrscheinlich ist es dann, dass die Nadel eine der Linien kreuzt?

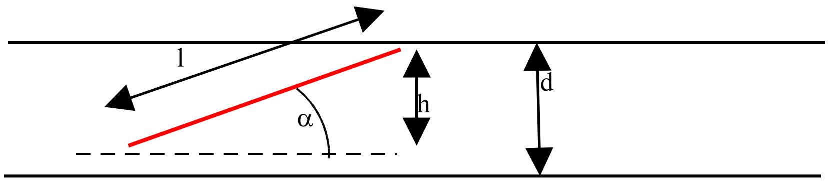
Dabei werden die Variablen wie folgt vergeben:

h : Höhe der Nadel

l : Länge der Nadel

α: Winkel der Nadel zu den Linien

d : Abstand der Linien



Hier wird nur die kurze Nadel betrachtet, für die gilt: l≤ d

Dieses Problem wurde zuerst 1777 von Georges Louis Leclerc (1707-1788), Comte de Buffon, formuliert. Er äußerte dazu auch die folgende Annahme:

$$p = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{l}{d}$$

Das heißt, die Wahrscheinlichkeit, dass eine Nadel eine der Parallelen kreuzt, ist das Zweifache der Länge geteilt durch d multipliziert mit π. Leclerc konnte diese Vermutung damals nicht belegen. Aber man stellte dass, man π anhand seiner Vermutung experimentell bestimmen kann. Dies war, trotz der natürlich vorhandenen physikalischen Einflüsse, erstaunlich genau möglich, wie folgende Werte zeigen: Rudolph Wolf, ein Schweizer, versuchte 1850 mit 5000 Würfen, π zu ermitteln, wobei er den Näherungswert π = 3,1596 erhielt. Genauer und mit nur 1120 Würfen schaffte Fox 1895 die Näherung π =3,1419. Ein weiterer Versuch stammte angeblich von Lazzerni, der angab, 1901 mit 3408 Würfen die Näherung π = 3,1415929 erhalten zu haben. Allerdings bestehen hier Zweifel, ob dies nicht fingiert ist, da diese Werte zu einer damals bekannten Näherung für π führen und außerdem zu genau für ein Experiment sind, das auf einem solchermaßen von den realen Bedingungen wegidealisierten Modell beruht.
Mittlerweile liegen zwei Beweise vor, die im Folgenden vorgestellt werden sollen.

Beweis durch Integration

Beweisidee: Die Wahrscheinlichkeit hängt von der Höhe und somit vom Winkel der Nadel zu den Linien, der Länge der Nadel und dem Abstand der Linien ab. Man erhält eine Formel, die schließlich nur noch von einer Variablen abhängt. Nun bildet man mittels Integration den Mittelwert.
Da, wie oben erwähnt, die Wahrscheinlichkeit einer Kreuzung abhängig von der Höhe ist, gilt:

h *= l • sin α (siehe obige Skizze)*
wobei für h *= 0 auch Kreuzungswahrscheinlichkeit p = 0*
und wobei für h *= d die Kreuzungswahrscheinlichkeit p = 1* beträgt.

Für die Kreuzungswahrscheinlichkeit gilt also bei angenommener Gleichverteilung:

$$p(\frac{h}{d}) \approx \frac{h}{d} \qquad \Rightarrow p(\alpha) = \frac{l \cdot \sin\alpha}{d}$$

Nun liegt hier die gesuchte Formel vor, die nur noch von einer Variablen abhängt (die restlichen sind innerhalb eines Versuchs Konstanten). Den Mittelwert der Wahrscheinlichkeit erhält man nun mit Hilfe der Integration als Fläche unter der Kurve geteilt durch Länge des Integrationsintervalls:

$$P = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi/2} \frac{l \cdot \sin\alpha}{d} \, d\alpha = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{l}{d} \int_0^{\pi/2} \sin\alpha \, d\alpha$$
$$= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{l}{d} \left[-\cos\alpha\right]_0^{\pi/2} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{l}{d} \cdot (0+1)$$

Somit folgt der gesuchte Ausdruck: $p = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{l}{d}$.

Barbiers Beweis

Zunächst gilt hier für den Erwartungswert Folgendes:

$$E = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + ... + np_n,$$

wobei *E* den Erwartungswert der Zufallsvariablen X beschreibt und p_i die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, dass die Nadel genau i Linien kreuzt. Dieser Erwartungswert gibt nun die erwartete Anzahl von Kreuzungspunkten an.
Weiterhin gilt für die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Kreuzungspunkt: $p=p_1+p_2+p_3+...+p_n$. Für die hier betrachtete kurze Nadel gilt: $p_2,p_3,...,p_n = 0$.
Somit sind die Anzahl der durchschnittlich erwarteten Kreuzungspunkte und die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kreuzungspunkt existiert, ein und dasselbe. Diese Umformulierung ist später noch, z. B. in Bezug auf die Linearität des Erwartungswertes, nützlich. Ebendiese besagt, dass sich bei einer polygonalen Nadel der Gesamterwartungswert aus der Summe der Einzelerwartungswerte (Linearität des Erwartungswertes) ergibt:

$$E(l) = E(x+y) = E(x) + E(y)$$

Daraus folgt nun:

$$E(2x) = E(x+x) = E(x) + E(x) = 2E(x)$$
$$E(3x) = E(x+2x) = E(x) + E(2x) = 3E(x)$$

Durch Induktion über n folgt weiter $E(nx) = nE(x) \quad für \quad n \in N$. Durch Erweiterung und Vertauschen ergibt sich:

$$E(nx) = E(\frac{n}{m} \cdot mx) = mE(\frac{n}{m}x) = nE(x)$$
$$\Rightarrow E(\frac{n}{m}x) = \frac{n}{m}E(x)$$

Also gilt nun $E(rx) = rE(x) \quad auch \quad für \quad r \in Q$.

Dabei können auch polygonale Nadeln verwendet werden. Weiterhin gilt aufgrund der eben bewiesenen Linearität des Erwartungswertes: $E(x) = c \cdot l$, wobei c eine noch unbekannte Konstante ist, der Proportionalitätsfaktor. Es gilt nun, diesen Faktor zu ermitteln, um die Vermutung zu beweisen.
Dabei ist es sinnvoll, zunächst von einer Figur auszugehen, deren Erwartungswert bekannt ist und dann von dort auf allgemeine Nadeln zu schließen. Die hier verwendete Figur ist ein Kreis des Durchmessers d (Abstand der parallelen Geraden). Für diesen muss *E* = 2 sein, da dieser Kreis immer 2 Schnittpunkte hat.
Um nun wieder auf allgemeine Nadeln zurückzuschließen, approximiert man den Kreis durch ein *um*beschriebenes und ein *ein*beschriebenes Polygon. Zu der jeweils erwarteten Anzahl von Schnittpunkten lässt sich nun sagen:

$$E(P_n) \leq E(C) \leq E(P^n)$$

Setzt man für den Kreis nun E=2 (s.o.) und für die beiden anderen Werte jeweils E=c•l ein, ergibt sich:

$$(1)\quad c \cdot l(P_n) \leq 2 \leq c \cdot l(P^n)$$

Lässt man nun die Anzahl der Ecken n gegen unendlich laufen, so folgt:

$$\lim_{n\to\infty} l(P_n) = d\pi = \lim_{n\to\infty} l(P^n)$$

Mit der Gleichung (1) kann man nun *l=d•π* einsetzen (für $n \to \infty$):

$$c \cdot d \cdot \pi \leq 2 \leq c \cdot d \cdot \pi$$

Da eine Zahl nicht gleichzeitig echt größer und kleiner als eine andere (hier: 2) sein kann, muss nun gelten:

$$c \cdot d \cdot \pi = 2$$

Durch Auflösen nach c und Einsetzen in E=c•l folgt nun der gesuchte Ausdruck:

$$E = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{l}{d} = p$$

Nun ist das Problem von Buffon auf zweierlei Art und Weise bewiesen. Eine interessante Simulation zu diesem Thema gibt es im Internet unter www.mathematik.ch. Allerdings fiel hier, wie auch in anderen Simulationen auf, dass es selbst nach über einer Million simulierter Würfe noch bedeutende Abweichungen von π gibt, sodass die Vermutung, ein Fehler liege im Programm vor, nahe liegt. An Literatur habe ich „DAS BUCH der Beweise“, 2. Auflage von Aigner, M. und Ziegler, G. M.; Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York; 2004 verwendet.

Mutter Wurms Bettdecke

Philipp Schaumburg
Betreuerin: Meike Aßmus

Warum „Mutter Wurms Bettdecke“?

Mutter Wurm hat ein Problem mit den Schlafgewohnheiten ihres kleinen Wurmbabys. Dieses schläft in der ersten halben Stunde sehr unruhig und windet sich aus seiner Bettdecke, bevor es in einen sehr tiefen Schlaf fällt und seine Lage nicht mehr verändert.

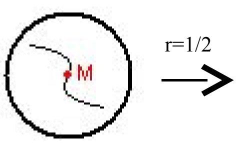
Aus diesem Grund will Mutter Wurm eine Decke stricken, die sie erst nach einer halben Stunde auf das Wurmbaby legt. Bedingung für diese Bettdecke ist jedoch, dass sie das kleine Würmchen stets vollständig bedeckt.

Die mathematische Problemsituation

Das Wurmbaby wird als eine beliebige Kurve der Länge eins definiert. Nun wird eine ebene Figur gesucht, die jede dieser Kurven überdecken kann und gleichzeitig einen minimalen Flächeninhalt besitzt. Dies stellt in der Mathematik ein Optimierungsproblem dar.

Lösungsansatz von David Reynolds

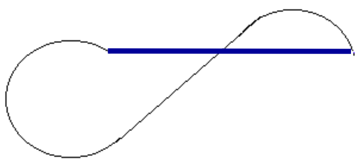
Zunächst wollen wir zeigen, dass ein Kreis mit dem Durchmesser eins und dem damit verbundenen Flächeninhalt von π/4 eine universelle Decke darstellt. Hierzu wird der Mittelpunkt des Kreises exakt auf den Mittelpunkt der Kurve gelegt. Der Wurm kann so maximal den Abstand 1/2 vom Mittelpunkt aus besitzen, was genau dem Radius dieses Kreises entspräche.



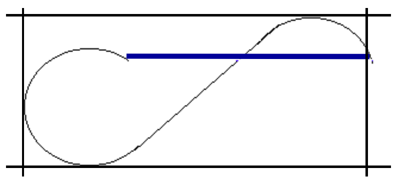
Anschließend versucht man nach der Beweisidee von Reynolds schrittweise zu beweisen, dass auch ein Halbkreis mit dem Durchmesser 1 eine universelle Decke darstellt.

Hierzu zieht man zunächst eine Verbindungslinie zwischen Anfangs- und Endpunkt der Kurve (1). Anschließend konstruiert er ein Rechteck, welches den gesamten Wurm umschließt und dabei sowohl zwei Seiten besitzt, die parallel zu der Verbindungslinie als auch zwei weitere, die zu dieser Seite orthogonal verlaufen (2). Die Breite des Rechtecks bezeichnet er als b (3) und versucht nun in Abhängigkeit von dieser Größe die Rechtecke zu konstruieren, welche die jeweils sperrigste Lage des Wurmes berücksichtigen, nämlich die eines gleichschenkligen Dreiecks (4). Die Höhe wird hierbei mittels Pythagoras durch die Formel $h=\sqrt{(1-b^2)}/2$ berechnet. Richtet man nun die daraus in Abhängigkeit von b entstandenen Rechtecke an einer gemeinsamen Mittelsenkrechten aus, so entsteht durch die Überlagerungen der einzelnen Rechtecke ein Halbkreis mit Durchmesser 1 und dem Flächeninhalt π/8, siehe (5).

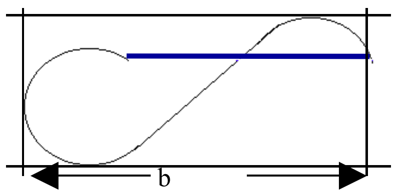
1)



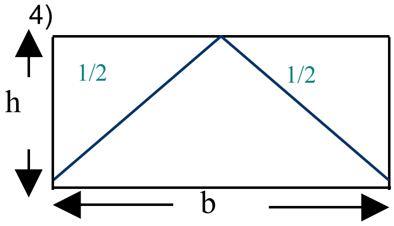
2)



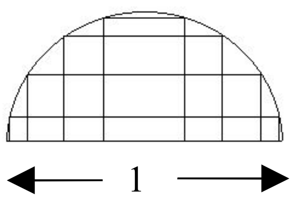
3)



4)

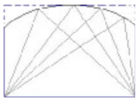


5)

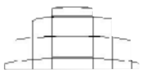


Darüber hinaus ist es möglich, den Halbkreis noch weiter zu optimieren. So ist es aufgrund der Kongruenz aller Rechtecke, bei denen $b<h$ ist, möglich, diese Rechtecke um 180° zu drehen, und so in schon vorhandene Rechtecke zu überführen. Daher kann man alle Rechtecke, bei denen $b \leq (\sqrt{5})/5$ ist, vernachlässigen.
Nun beobachtet Reynolds, dass die Knickstelle des Graphen (6), der die Form eines Dreiecks besitzt, kein Rechteck beschreibt, sondern eine Ellipse (8) darstellt, weil dieser Wurm an beiden Enden feste Punkte besitzt. Somit können von jedem Rechteck einige Flächenstücke eingespart werden (7).

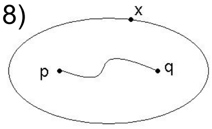
6)



7)

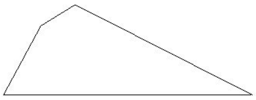


8)



Mit Hilfe weiterer Symmetrieüberlegungen (unter anderem beweist er, dass alle Rechtecke mit $b \leq 1/2$ vernachlässigbar sind), bei welchen Reynolds sich zunutze macht, dass die Fläche frei drehbar ist, entwickelte er schließlich eine „Wurmdecke“ (9) mit dem Flächeninhalt 0,239. Da jedoch Forscher eine Kurve fanden, die von dieser Fläche nicht bedeckt werden kann, erweis dieser Teil seiner Argumentation sich als fehlerhaft.

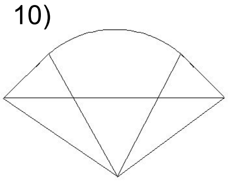
9)



Bislang kleinste bekannte universelle Wurmdecke

Die bislang kleinste universelle Fläche (10) wurde von Rick Norwood, George Poole und Michael Laidacker entwickelt und hat den Flächeninhalt von 0,27523. Sie besteht aus einem Kreissektor mit dem Radius 1/2 und einem Öffnungswinkel von 60° sowie zwei gleichschenkligen Dreiecken mit den Winkeln 30° und 60°, die jeweils mit der langen Kathete am Kreissektor anliegen. In gestreckter Haltung passt die Kurve genau waagerecht unter die Decke; die andere extrem sperrige Schlafposition, nämlich zwei Seiten eines gleichseitigen Dreiecks, entspricht den beiden Grenzlinien zwischen Kreissektor und Dreiecken.

10)



Ausblick auf weitere Problemlösungen

Möglicherweise gibt es überhaupt keine optimale Lösung, siehe unten. Selbst eine Folge von immer besseren Lösungen muss sich nicht einer besten Lösung annähern.

Als Beispiel kann hier das Optimierungsproblem „Mutter Mückes Zelt“ genannt werden. Ein Punkt schwebt hierbei einen Zentimeter über dem Boden und soll mit einem Zelt, das den Boden berührt, umhüllt werden. Die einfachste Lösung wäre ein Kegel mit der Höhe eins, in dessen Spitze sich die „Mücke“ befindet. Es ist klar, dass die Oberfläche, je kleiner man die Grundfläche werden lässt, immer geringer wird. Das Problem liegt nun darin, zu definieren, inwieweit man diesen Minimierungsprozess fortführen darf. Im Grenzwert liegt das „Zelt“ nämlich in Form eines Striches vor, aber dieser würde keinen Raum mehr für die „Mücke“ darstellen.

Die Cantor-Menge

Um eine Cantor-Menge herzustellen, beginnt man mit einer Strecke der Länge eins und entfernt das offene mittlere Drittel. Dann entfernt man das jeweils mittlere offene Drittel der übrigen Teile. Dies wiederholt man immer wieder. Übrig bleibt die Cantor-Menge, ein Teilbereich der Gesamtlänge Null des Intervalls, der aber aus unendlich vielen Punkten besteht. Eine Besonderheit dieser Cantor-Menge ist, dass man in dieser Menge zu jeder vorgegebenen Länge kleiner gleich 1 ein Punktepaar findet, das genau diesen Abstand besitzt.

Man nimmt nun eine Menge von horizontalen Strecken der Länge eins und ordnet sie so an, dass ihre Endpunkte auf der Cantor-Menge liegen und analog eine Menge von Vertikalen. Die entstandene Menge von Punkten kann man mit einem Netz vergleichen.

Stellt man sich nun den Wurm als polygonale Strecke vor, das heißt, dass er aus einzelnen kleinen Streckenzügen besteht, die dazu auch noch rechtwinklig zueinander verlaufen, so kann man mit diesem Netz vom Flächeninhalt Null jeden Wurm vollständig bedecken. Für dies eingeschränkte Problem wäre also der Flächeninhalt tatsächlich Null wie bei dem Problem von Mutter Mücke.

Literatur:

„Mutter Wurms Bettdecke“, *Spektrum der Wissenschaft Dossier 02/03*

„Die Decke von Mutter Wurm“, aus: Stewart, Ian: *Spiel, Satz und Sieg für die Mathematik. Zwölf vergnügliche Ausflüge in die Welt der Zahlen. Birkhäuser Verlag, 1992.*

Knotentheorie

Martin Michaelis
Betreuerin: Melanie Bienert

Was ist ein Knoten?

Ein mathematischer Knoten unterscheidet sich von den Knoten, wie wir sie aus dem Alltag kennen, insofern, als dass er aus geschlossenen Schlingen besteht. Besteht er aus einer Schlinge, so bezeichnet man ihn als Knoten, besteht er aus mehreren, so nennt man das eine Verkettung. Man kann also aus einem normalen Knoten einen mathematischen Knoten gewinnen, indem man die Seilenden miteinander verbindet. In der Mathematik betrachtet man alle Knoten als äquivalent, die durch stetige Deformationen ineinander überführt werden können. Stetige Deformationen sind Dehnen, Stauchen und Verbiegen des Seils, nicht jedoch Schneiden und Kleben. Lässt sich ein Knoten durch stetige Deformationen in eine einfache Schlinge überführen, so nennt man ihn trivial.
Eine exakte mathematische Definition eines Knotens lautet: Ein Knoten ist ein geschlossener Polygonzug mit endlich vielen Kanten im Raum. Zwei Knoten sind äquivalent, wenn sie sich durch elementare Deformationszüge ineinander überführen lassen. Ein elementarer Deformationszug liegt dann vor, wenn man eine Strecke AB auf dem Polygon wählt; anschließend wählt man einen Punkt C, der nicht auf dem Polygonzug liegen darf, so, dass die Fläche des Dreieckes keine gemeinsamen Punkte mit dem Polygon hat, außer denen der Strecke AB. Die Strecke AB wird dann durch die Strecken AC und CB ersetzt. Auf die gleiche Art kann man ebenso den Polygonzug um ein Dreieck verkleinern.

Kurt Reidemeister hat gezeigt, dass sich verschiedene Darstellungen desselben Knotens immer mittels der nach ihm benannten Reidemeister-Bewegungen ineinander überführen lassen. Die erste Reidemeister-Bewegung (Ω_1), die so genannte Verdrillung, besteht darin, dass man ein U-förmiges Fadenstück greift, es um 180° dreht und dann wieder „hinlegt“. Die zweite Reidemeister Bewegung (Ω_2) besteht darin, dass man ein U-förmiges Fadenstück über ein anderes Fadenstück zieht, die dritte Reidemeister-Bewegung (Ω_3) darin, dass ein Faden über eine Kreuzung hinweg gezogen wird.

Wozu Knotentheorie?

Das wesentliche Ziel der Knotentheorie ist die Unterscheidung verschiedener Knoten bzw. die Identifizierung identischer Knoten in verschiedenen Darstellungen. Dieses Ziel wird durch die Konstruktion von Knoteninvarianten verfolgt. Ein Spezialfall dieser Fragestellung ist die Frage, ob ein Knoten wirklich verknotet ist, das heißt, ob er von dem trivialen Knoten verschieden ist.

Was sind Knoteninvarianten?

Eine Knoteninvariante ermöglicht die Unterscheidung verschiedener Knoten. Eine Knoteninvariante ist für verschiedene Darstellungen eines Knotens immer gleich. Knoten mit verschiedenen Invarianten sind also immer voneinander verschieden. Jedoch sind Knoten mit identischen Invarianten nicht zwangsweise auch identisch. Dies ist nur bei *vollständigen* Knoteninvarianten der Fall.

Um zu zeigen, dass eine Knoteninvariante tatsächlich invariant ist, muss man ihre Invarianz bezüglich der drei Reidemeister-Bewegungen zeigen.

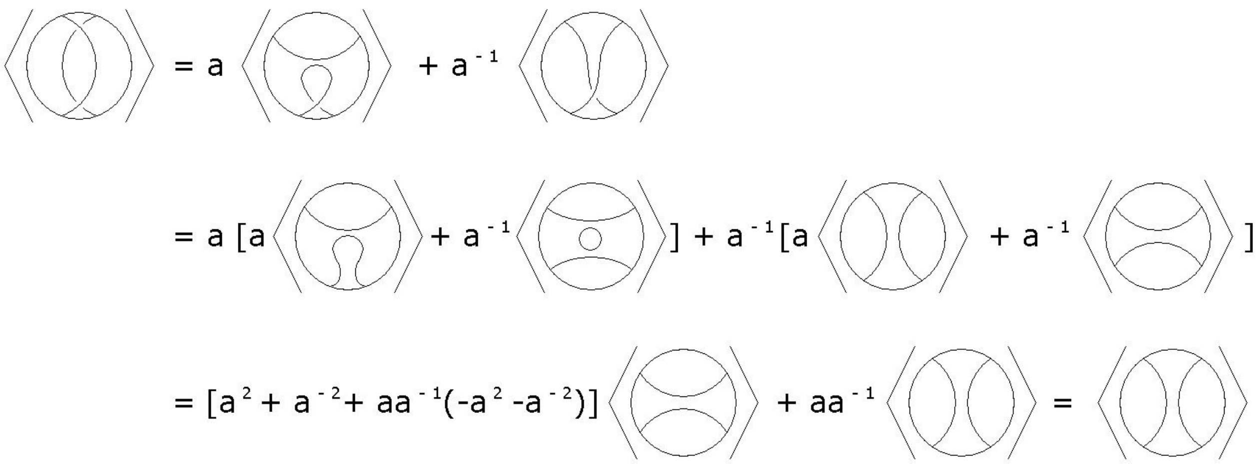
Wie sehen Knoteninvarianten aus?

Es gibt verschiedene Knoteninvarianten, viele davon sind Polynome; meist handelt es sich dabei um Polynome, in denen sowohl positive als auch negative Potenzen der Variablen vorkommen. Vorgestellt werden soll hier das Jones-Polynom, bei dessen Berechnung wir den von Louis Kauffman entwickelten, einfacheren Weg verwenden.
Zunächst betrachten wir das Klammerpolynom, welches eine Vorstufe des Jones-Polynoms ist. Man schreibt für das Klammerpolynom eines Knotens < K >. Folgende Rechenregeln gelten für das Klammerpolynom:

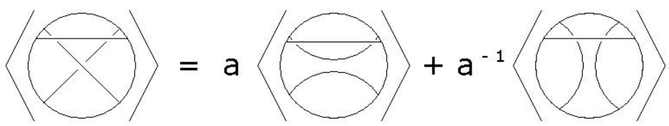
1. < o > = 1
2. < K o > = $-(a^{-2}+a^2)$ < K >
3. < X > = a < Typ 1 > + a^{-1} < Typ 2 >

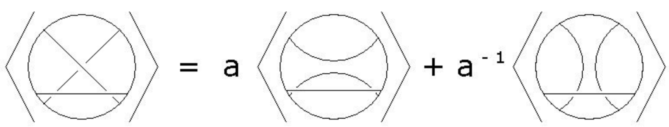
Regel 1 besagt, dass das Klammerpolynom für einen Kreis 1 beträgt, Regel 2 besagt, dass, wenn zu einer Verkettung ein Kreis hinzugefügt wird (ohne dass dieser mit der Verkettung verschlungen ist), das Klammerpolynom dieser Verkettung mit $-(a^{-2}+a^2)$ multipliziert wird.

Für Regel 3 muss man zuerst folgende Überlegungen anstellen: Man kann eine Kreuzung auf zwei verschiedene Arten aufbrechen. Die Kreuzung wird aufgebrochen, in dem man sie durch)(oder durch ≍ ersetzt. Dabei entstehen zwei verschiedene neue Verkettungen verschiedener Typen. Um zu entscheiden, welche der neuen Verkettungen zu welchem Typ gehört, stellen wir uns vor, dass die Fäden Straßen und die Kreuzungen Über- und Unterführungen darstellen. Wenn bei einer Verkettung die Straße, die vor dem Aufbrechen unter der Brücke durchführte, nun nach rechts abbiegt, so handelt es sich bei der neuen Verkettung um Typ 1, wenn sie nun nach links abbiegt, so handelt es sich um Typ 2. Das Klammerpolynom der ursprünglichen (nicht aufgebrochenen) Verkettung lässt sich dann nach Regel 3 berechnen, indem man das Klammerpolynom der Verkettung des Typs 1 mit a multipliziert und dazu das Klammerpolynom der Verkettung vom Typ 2, mit a^{-1} multipliziert, addiert.
Wir wollen nun die Invarianz dieses Polynoms bezüglich der drei Reidemeisterschen Bewegungen untersuchen. Zunächst soll dies für Ω_2 geschehen. Es gilt:



Für Ω_3 gilt:

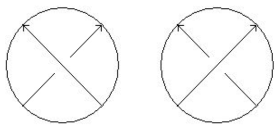




Die zweiten Summanden sind gleich, denn es besteht kein topologischer Unterschied. Mit zweimaligem Anwenden von Ω_2 stellt man fest, dass die beiden ersten Summanden ebenfalls jeweils gleich sind. Folglich ist das Klammerpolynom invariant unter Ω_3.

Bezüglich Ω_1 ist das Klammerpolynom nicht invariant. Eine Bewegung dieses Typs führt zu einer Multiplikation des Klammerpolynoms mit $-a^3$ beziehungsweise $-a^{-3}$. Um das Polynom invariant bezüglich Ω_1 zu machen, multipliziert man das Klammerpolynom mit einem Faktor, der $-a^3$ beziehungsweise $-a^{-3}$ jeweils weghebt. Dabei brauchen wir die Definition der Windungszahl w(K). Um diese zu berechnen, orientiert man den Knoten zunächst.

Es gibt dann zwei Typen von Kreuzungen; für den einen Typ wird je Kreuzung 1 zu der Windungszahl addiert, für den anderen je Kreuzung 1 abgezogen.



- 1   + 1

Wir definieren: $X(K) = (-a)^{-3w(K)} \langle K \rangle$. Das so entstandene Polynom heißt X-Polynom bzw. Jones-Polynom. Das Jones-Polynom ist nicht vollständig. Mittlerweile haben viele Mathematiker, zum Teil unabhängig voneinander, eine bessere Invariante, das HOMFLY-Polynom, gefunden, das allerdings auch nicht vollständig ist. Man weiß nicht einmal, ob es einen „echten“ Knoten mit der Invariante 1 gibt; das hieße, dass dieser Knoten nicht durch die bekannten Polynome von einem trivialen Knoten unterscheidbar wäre.

Anwendungen

Anwendungen existieren z.B. in der Biotechnologie. Dort wird die Faltung von Proteinen mittels Erkenntnissen aus der Knotentheorie untersucht. Auch in der Gentechnologie findet Knotentheorie eine Anwendung. Dort wird die Verknotung der DNA untersucht. Die Verknotung der DNA wirkt sich bei der Reproduktion aus, welche zum Beispiel wichtig für die Lebenszyklen der Viren ist.
Des weiteren bestehen Zusammenhänge zwischen Knotentheorie und theoretischer Physik, z. B. zur Quantentheorie.

Literatur:

Adams, Colin C.: *Das Knotenbuch. Einführung in die mathematische Theorie der Knoten*. *Spektrum Akademischer Verlag, 1995, S. 155-163*.

Sossinsky, Alexei: *Mathematik der Knoten. Wie eine Theorie entsteht. Rowohlt Taschenbuch Verlag, 2000, S. 31-33 und S. 103-121.*

Stewart, Ian: *Das Jones-Polynom*. In: *Spektrum der Wissenschaft. Mathematische Unterhaltungen*. *Spektrum der Wissenschaft, 2/2002, S. 10-15.*

Die Eulersche Polyederformel

Beatrice Hübner
Betreuerin: Inga Niederhausen

Die sogenannte „Eulersche Polyederformel“ setzt die Anzahlen der Ecken, Kanten und Flächen eines einfachen, konvexen Polyeders (s.u.) miteinander in Beziehung. Zuerst wurde sie bereits 1640 von dem französischen Philosophen und Mathematiker René Descartes entdeckt, 1752 dann von Leonhard Euler wiederentdeckt und benutzt. Euler (1707, †1783) war unbestritten das größte Mathematikgenie seiner Zeit, er veröffentlichte zeitlebens etwa 500 Arbeiten und leistete wesentliche Beiträge zu vielen Gebieten der Mathematik, beispielsweise auch zu Algebra und Funktionentheorie.

Bezeichnet in einem einfachen, konvexen Polyeder e die Zahl der Ecken, k die Zahl der Kanten und f die Zahl der Flächen, so gilt immer:

$e - k + f = 2.$

Unter einem *Polyeder* wird dabei ein Körper verstanden, dessen Oberfläche aus einer Anzahl polygonaler Flächen besteht. Im Falle eines regulären Körpers sind die Polygone alle kongruent, und an jeder Ecke des Körpers stoßen gleich viele Kanten zusammen. Ein Polyeder heißt *einfach*, wenn es keine „Löcher“ hat und *konvex*, wenn es „nach außen gewölbt“ ist. Insbesondere läßt sich seine Oberfläche stetig in eine Kugelfläche deformieren.

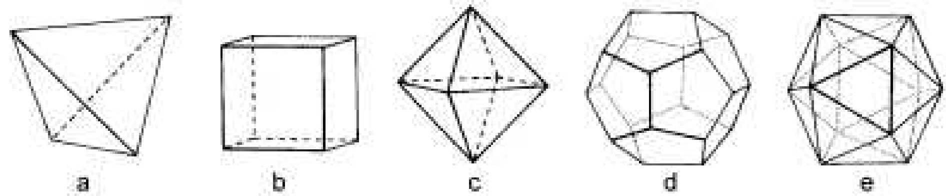


Abbildung 1: die fünf regulären, konvexen Polyeder (Platonische Körper), a: Tetraeder, b: Würfel, c: Oktaeder, d: Dodekaeder, e: Ikosaeder.

Während Euler selbst keinen Beweis für seine Formel hatte, gibt es heute mehrere mit teils völlig verschiedenen Ansätzen. Ein Beweis beinhaltet beispielsweise eine Triangulierung aller Flächen mit anschließender systematischer Entfernung der so entstandenen Dreiecke. Dazu wird zuvor eine Fläche aus dem Polyeder herausgeschnitten und die anderen Flächen so deformiert, dass sie flach in der Ebene liegen, es entsteht dadurch ein sog. „Schlegeldiagramm“, das der Beziehung $e - k + f = 1$ genügt [1]. Es gibt auch Beweise der Eulerformel, die die vollständige Induktion über die Zahl der Gebiete (bzw. der Ecken oder Flächen) eines zusammenhängenden, ebenen Graphen beinhalten.

Viele andere Beweise nutzen Begriffe und Strukturen der *Graphentheorie* zur Herleitung der Eulerschen Polyederformel, sie nennt dann in genannter Weise die Beziehung zwischen Ecken, Kanten und Gebieten eines *zusammenhängenden, ebenen Graphen*. Vorab eine Einführung einiger, wesentlicher Begriffe: Ein *Graph* ist ein Paar G = (E,K), wobei E die Menge der Ecken ist, K die Menge der Kanten, und jede Kante $k \in K$ zwei Ecken $e_1, e_2 \in E$ „verbindet“. Im Folgenden werden nur Graphen betrachtet, die keine *Schlingen*, also keine Kanten, die eine Ecke mit sich selbst verbinden, besitzen und keine *Mehrfachkanten*, die dieselbe Eckenmenge haben, aufweisen. *Zusammenhängend* ist ein Graph, wenn es jeweils eine Kantenfolge gibt, so dass jede Ecke des Graphen mit jeder anderen verbunden werden kann, und *eben* ist ein Graph, wenn er kreuzungsfrei in die Ebene gezeichnet werden kann. Ein *Baum* ist ein Graph, der keine *Kreise*, also keine geschlossenen Kantenfolgen außer „Stachelwegen“ enthält. Ein Baum umschließt damit keine *Gebiete*.

Besonders elegant nun ist ein Beweis, der die Definition des *Dualgraphen* G* nutzt [2]. Um diesen zu konstruieren, wird in jedes Gebiet von G eine neue Ecke gelegt und je zwei solcher Ecken durch Kanten verbunden, die die gemeinsamen Randkanten der entsprechenden Gebiete überqueren. Damit besitzen Graph und zugehöriger Dualgraph dieselbe Anzahl an Kanten und komplementäre Zahlen von Ecken und Gebieten. Nun wird für den Graphen G ein sog. *aufspannender Baum* B konstruiert: Dies ist ein zusammenhängender Untergraph von G, der mit minimaler Kantenzahl alle Ecken des Graphen verbindet, er besitze die Kantenmenge K_B. Wird nun für den Dualgraphen ein Untergraph definiert, der über die Kantenmenge $K_{B^*} := K \setminus K_B$ alle Ecken verbindet, lässt sich leicht zeigen, dass dieser Graph B* ein aufspannender Baum für G* ist. Für jeden Baum gilt e = k + 1. Dies kann man sich leicht durch Betrachtung einer einzelnen Kante (e=2, k=1), an die sukzessive Ecken-Kanten Paare angehängt werden, verinnerlichen. Addiert man nun die Eckenzahlen von Graph und Dualgraph, lässt sich die gewünschte Eulersche Polyederformel direkt erhalten:

$$e_B + e_{B^*} = e + f = (k_B + 1) + (k_{B^*} + 1) = (k_B + k_{B^*}) + 2 = k + 2 .$$

Aus der Eulerschen Polyederformel können viele bekannte klassische Folgerungen abgeleitet werden. So erhält man beispielsweise daraus die Klassifikation der *regulären*, konvexen Polyeder, diese heißen auch wegen ihrer Entdeckung und Bedeutung in der Antike „Platonische Körper“. Es gibt Tetraeder, Würfel (Hexaeder), Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder, die griechischen Namen geben jeweils die Zahl ihrer Flächen an. Durch Anwenden der Polyederformel lässt sich einfach nachrechnen, dass es nur diese fünf Typen geben kann.

Name	e	k	f	e - k + f
Tetraeder	4	6	4	2
Würfel	8	12	6	2
Oktaeder	6	12	8	2
Dodekaeder	20	30	12	2
Ikosaeder	12	30	20	2

Tabelle 1: Klassifikation der Platonischen Körper

Dabei sind Würfel und Oktaeder sowie Dodekaeder und Ikosaeder jeweils zueinander dual, während das Tetraeder selbstdual ist, wie sich durch einfache Konstruktion oder aber Blick auf Tabelle 1 schnell erkennen lässt.

Weiter lässt sich anhand der Eulerschen Polyederformel der berühmte *Fünffarbensatz* (vgl. Referat Andrea Freikamp) ableiten, der besagt, dass jede ebene Landkarte mit höchstens fünf Farben so eingefärbt werden kann, dass keine zwei benachbarten Gebiete dieselbe Farbe bekommen.

Auch lassen sich weitere „lokale" Folgerungen für die möglichen Anzahlen von Ecken, Kanten und Gebieten eines ebenen Graphen G aus der Polyederformel ziehen: ist die Zahl der Ecken größer als zwei, so hat G eine Ecke vom Grad höchstens fünf (also höchstens fünf Kanten laufen darin zusammen). Ferner hat G dann höchstens $3e - 6$ Kanten.
Es gibt noch eine Vielzahl weiterer wichtiger Sätze der topologischen Geometrie, die sich mittels der Eulerschen Polyederformel elegant beweisen lassen und auf die an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden soll (z.B Sylvester-Gallai-Satz, Satz von Kuratowski).

Zusammen genommen zeigen diese vielen Anwendungen der numerisch so unerwartet einfachen Eulerschen Polyederformel ihre Bedeutung für die *Topologie*, der Wissenschaft, die sich mit den Eigenschaften geometrischer Figuren beschäftigt, die dann noch bestehen bleiben wenn die Figuren so drastischen Deformationen unterworfen werden, dass alle ihre metrischen und projektiven Eigenschaften verloren gehen.

Literatur:

[1] R. Courant, H. Robbins, *Was ist Mathematik?*, *Springer-Verlag, 4.Auflage, Berlin, Heidelberg, New York, 1992.*

[2] M. Aigner, G. M. Ziegler, *Das BUCH der Beweise*, *Springer-Verlag, 1.Auflage, Berlin Heidelberg New York, 2002.*

Fünf- und Vier-Farben-Satz

Andrea Freikamp, Lea Chilian
Betreuer: Viktor Kuhn

Im Jahr 1853 veröffentlichte Francis Guthrie seine Vermutung, dass jede beliebige Landkarte mit nur vier Farben einfärbbar ist, wobei benachbarte Länder nicht die gleiche Farbe erhalten dürfen. Als benachbart gelten Länder, die eine gemeinsame Grenze besitzen; treffen sie sich jedoch nur punktförmig, so gilt dies nicht als gemeinsame Grenze.
Viele Mathematiker versuchten diese Vermutung zu beweisen. Lange Zeit konnten sie jedoch nur mehrere Beweise für die Fünffärbbarkeit von Landkarten finden. Erst 1977 gelang es Ken Appel und Wolfgang Haken, mit Hilfe eines Computers den Vier-Farbensatz zu beweisen.

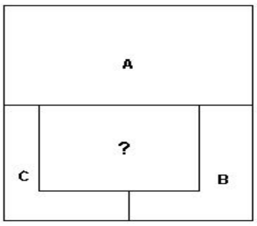


Abb.1

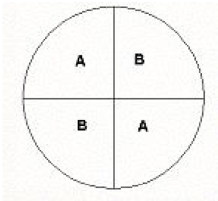


Abb. 2

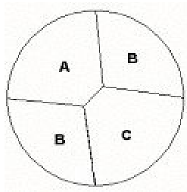


Abb. 3

Zunächst soll aber durch Abb. 1 an einem einfachen Beispiel gezeigt werden, dass eine Drei-Farben-Vermutung falsch wäre.

In den folgenden Beweisen werden die zu färbenden Landkarten durch reguläre Graphen zum Grade 3 dargestellt. Das bedeutet, dass sich an jeder Ecke genau drei Kanten treffen. Wenn sich also vier oder mehr Länder in einem Punkt berühren, so kann man den Verbindungspunkt so erweitern, dass er für jeweils zwei Länder zu einer gemeinsamen Grenze wird. Für diese Anordnung bräuchte man auf keinen Fall weniger Farben als für die ursprüngliche Anordnung (siehe Abb. 2 und Abb. 3). Treffen sich nur zwei Kanten an einer Ecke, so wird diese entfernt und die beiden Kanten werden vereinigt.

Der Fünf-Farbensatz

Andrea Freikamp

Der hier erläuterte Beweis des Fünf-Farbensatzes beruht auf der Eulerschen Polyederformel und kommt ohne Dualgraphen aus, man färbt also direkt die Flächen des Graphen.

Da davon ausgegangen wird, dass der zu färbende Graph regulär zum Grade 3 ist, kann folgende Aussage gemacht werden:
Flächen, die von fünf oder weniger Kanten begrenzt werden, dürfen reduziert werden. Denn für diese Flächen zeigen wir im folgenden, dass nach der Färbung der Nachbarflächen immer mindestens eine noch nicht verwendete Farbe für die Färbung der reduzierten Fläch übrig bleibt.
Um nun zu zeigen, dass man diese Flächen reduzieren kann, müssen zwei verschiedene Fälle betrachtet werden. Dabei gehen wir von einem regulären Graphen M mit n Flächen aus.

- 1. Fall: Der Graph enthält ein Gebiet A, welches von zwei (Abb. 4a), drei (Abb. 5a) oder vier (Abb. 6a) Kanten begrenzt wird. In diesem Fall wird eine der Grenzlinien zwischen A und einem der Nachbargebiete entfernt. (Das ist auch möglich, wenn A von vier Kanten begrenzt wird, wovon zwei nicht benachbarte zu einer einzigen Fläche gehören. (Bsp. Abb. 6a und 6b, wenn die Kante (m,n) nicht existiert) Denn wenn das der Fall ist, so müssen die beiden anderen an A angrenzenden Flächen nach dem Jordanischen Kurvensatz voneinander getrennt sein.) Ist der so entstandene Graph mit nur $n-1$ Flächen fünffärbbar, so gilt dasselbe auch für M. Denn da maximal vier Flächen an A angrenzen, kann A immer mit einer fünften Farbe eingefärbt werden.

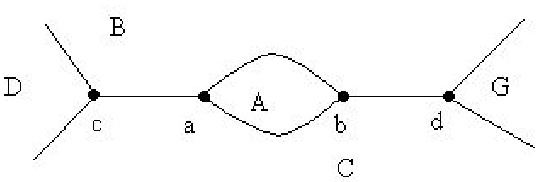


Abb. 4a

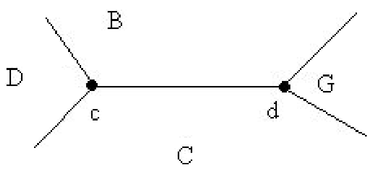


Abb. 4b

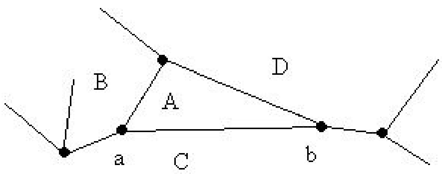


Abb. 5a

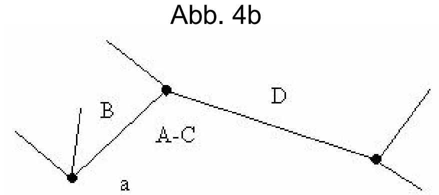


Abb. 5b

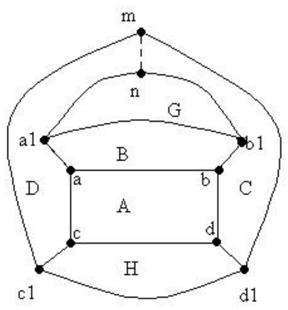


Abb. 6a

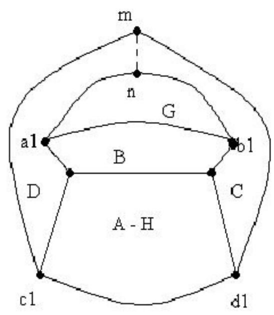


Abb. 6b

- 2. Fall: Der Graph *M* enthält eine Fläche *A*, die von fünf Flächen begrenzt wird (in den Abb. 7a und 7b mit *B*, *C*, *D*, *G*, *H* bezeichnet). Unter diesen Flächen lässt sich immer ein Paar finden, das keine gemeinsame Grenze hat. Denn berühren sich *H* und *C*, so wird verhindert, dass *B* eine gemeinsame Grenze mit *D* und/oder *G* hat, denn jede Bindungslinie zwischen *B* und *D* bzw. *G* müsste mindestens eine der Flächen *A*, *C* oder *H* passieren.

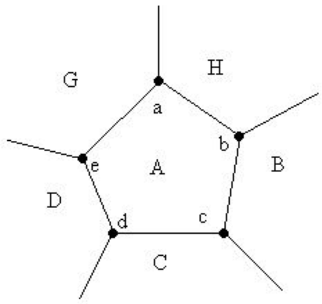


Abb. 7a

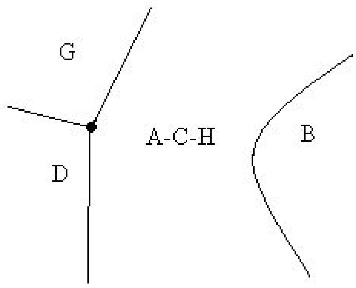


Abb. 7b

Also kann angenommen werden, dass *C* und *H* sich nicht berühren. Die Kanten (*a*,*b*) und (*c*,*d*) werden entfernt und es entsteht ein neuer Graph mit nur $n - 2$ Flächen, der ebenfalls regulär ist. Kann der neue Graph mit fünf Farben gefärbt werden, ist das auch bei dem ursprünglichen Graphen *M* möglich, indem die Kanten (*a*,*b*) und (*c*,*d*) wieder eingefügt werden. Jetzt trennt die Fläche *A* die Flächen *C* und *H* voneinander, sie dürfen also weiterhin dieselbe Farbe haben. *A* selbst ist nur mit höchstens vier verschiedenen Farben in Berührung und es kann für *A* die fünfte Farbe verwendet werden.

Es lässt sich also bereits sagen, dass wir alle Flächen, die von fünf oder weniger Kanten begrenzt werden, reduzieren können, bevor mit dem Färbevorgang begonnen wird.

Doch da wir auf Flächen mit beliebig vielen Kanten treffen könnten, ist es nicht möglich, einen vollständigen Beweis zu erbringen, indem man alle Fälle auf ihre Reduzierbarkeit hin ausprobiert.
Hilfreich wäre daher, wenn es einen Weg gäbe, zu beweisen, dass jeder zum Grade 3 reguläre Graph mindestens eine Fläche mit fünf oder weniger Kanten hat. Dieser Beweis lässt sich mit Hilfe der Eulerschen Polyederformel ($E - K + F = 2$; *E* – Ecken, *F* – Flächen, *K* - Kanten) erbringen:

Zunächst multiplizieren wir diese Formel mit 6 und erhalten

(1) $6E - 6K + 6F = 12.$

Nun wird wieder der Graph betrachtet, wobei wir mit F_n die Zahl der *n*-seitigen Flächen in einer Karte bezeichnen. Daraus folgt

(2) $F = F_2 + F_3 + F_4 + \cdots .$

Jede Kante hat zwei Enden und an jeder Ecke enden drei Bögen. Daraus wiederum folgt

(3) $2K = 3E .$

Außerdem muss jede Fläche, die von n Kanten begrenzt wird, auch n Ecken haben und jede Ecke gehört zu drei Flächen. Also ist

(4) $$2K = 3E = 2F_2 + 3F_3 + 4F_4 + \cdots .$$

An dieser Stelle zeigt sich jetzt, weshalb die Eulersche Polyederformel mit 6 multipliziert wurde. Denn da $2K = 3E$ das gleiche aussagt wie $4K = 6E$, kann nun die Polyederformel auch als

(5) $$6F - 2K = 12$$

dargestellt werden.
Jetzt können wir (2) und (4) in (5) einsetzen und bekommen

$$6(F_2 + F_3 + F_4 + \cdots) - (2F_2 + 3F_3 + 4F_4 + \cdots) = 12$$

oder

$$(6 - 2)\, F_2 + (6 - 3)\, F_3 + (6 - 4)\, F_4 + (6 - 5)\, F_5 + (6 - 6)\, F_6 + (6 - 7)\, F_7 + \cdots = 12.$$

Um auf der linken Seite ein positives Ergebnis erhalten zu können, muss mindestens einer der Summanden positiv sein. Oder mit anderen Worten: Mindestens eine der Zahlen F_2, F_3, F_4, F_5 muss von Null verschieden sein.

Wenn nun jeder Graph immer mindestens eine Fläche hat, die von maximal fünf Kanten begrenzt wird und somit reduzierbar ist, kann mit der Reduktion so lange fortgefahren werden, bis nur noch fünf Flächen übrig sind. Bei einem solchen Graphen ist offensichtlich, dass er mit nur fünf Farben eingefärbt werden kann. Und da nur solche Flächen reduziert wurden, für die wir nach dem Einfärben der benachbarten Flächen immer eine Farbe finden können, kann nun die Reduktion wieder Schritt für Schritt rückgängig gemacht werden, bis schließlich alle Flächen wieder hergestellt und eingefärbt sind.

Damit ist der Fünf-Farbensatz bewiesen.

Literatur:

Courant/Robbins, *„Was ist Mathematik“*

Ore, *„Graphen und ihre Anwendungen“*

Der Vier-Farbensatz

Lea Chilian

1853 wurde der Vier-Farben-Satz als Vermutung von Francis Guthrie veröffentlicht.
Ein Beweis dafür konnte erst 1977 durch Ken Appel und Wolfgang Haken gefunden werden.
Dieser Beweis reduzierte die Anzahl der kritischen *Konfigurationen* (s. u.) auf 1476, die durch einen Computer einzeln geprüft wurden.
1996 fanden Neil Robertson, Daniel Sanders, Paul Seymour und Robin Thomas einen modifizierten Beweis, der die Anzahl der kritischen Konfigurationen auf 633 reduzierte. Auch diese mussten per Computer überprüft werden.

Der Vier-Farben-Satz wurde als erstes großes mathematisches Problem mit Hilfe eines Computers gelöst. Deshalb wurde der Beweis von einigen Mathematikern nicht anerkannt, weil er nicht direkt von einem Menschen nachvollzogen werden kann.
Schließlich muss man sich ja auf die Korrektheit des Compilers und der Hardware verlassen.

Zudem wurde die mathematische „Eleganz“ des Beweises kritisiert („Ein guter Beweis liest sich wie ein Gedicht – dieser sieht aus wie ein Telefonbuch!“).

Der Beweis

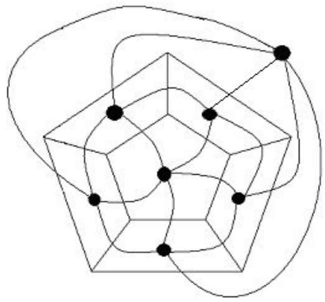


Abb.8

Zum leichteren Arbeiten wandelten Appel und Haken die Landkarte in einen dualen Graphen um. Dabei setzt man in jedes Land einen Punkt und verbindet die Punkte, deren Länder sich berühren, über ihre gemeinsamen Grenzen miteinander, wobei die Außenfläche auch als Land zählt und durch einen Punkt symbolisiert wird.
Der entstandene Graph ist eine Triangulation, das heißt, er besteht nur aus Dreiecksflächen, da vorher festgelegt wurde, dass sich jeweils drei Kanten an einer Ecke treffen.
(siehe Abb.8)

Appel und Haken gingen bei ihrem Beweis u. a. von diesen Sätzen aus:

a) $E - K + F = 2$ (Eulersche Polyederformel)

und

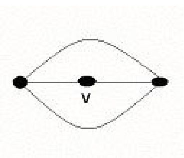
b) $2K = 3F$ (An jede Kante grenzen zwei Flächen, wobei jede Fläche dreifach gezählt wird, da sie als Dreiecksform drei Kanten hat)

E steht für die Anzahl der Ecken (bzw. Länder), K für die Anzahl der Kanten und F für die Anzahl der Flächenstücke.

i ist die Anzahl der Kanten, die von einer Ecke ausgehen, also ihr Grad.
E(i) ist die Anzahl der Ecken vom Grad i (also einer bestimmten Anzahl von Kanten) im Graphen.
Daraus folgt, weil an jede Kante zwei Ecken grenzen, $\sum i \cdot E(i) = 2K$.
Durch Umformungen (siehe Fünf-Farben-Satz) mit den oben genannten Gleichungen folgt:
(1) $\sum (6-i) \cdot E(i) = 12$
Daraus wiederum ergibt sich, das es in jedem Graphen mindestens eine Ecke geben muss, deren Grad höchstens i = 5 ist, also, dass es eine Ecke geben muss, an die höchstens 5 Kanten grenzen. Denn sonst wäre die Summe negativ oder = 0.

Nun stellen wir uns einen Graphen T vor, den man nur mit fünf Farben färben kann.
Wir nehmen weiter an, dass er, wenn man eine beliebige Ecke (v) aus dem Graphen T herausnimmt, mit vier Farben färbbar ist.
Wenn wir beweisen können, dass es ein solches minimales Gegenbeispiel nicht gibt, haben wir den Vier-Farben-Satz bewiesen. (Widerspruchsbeweis)

Die Ecke (v) im Graphen T kann keine Ecke mit bis zu drei Nachbarn (Kanten) sein, da der Graph ohne die herausgenommene Ecke (v) mit vier Farben färbbar ist und die herausgenommene Ecke sich problemlos färben lässt, da sie ja höchstens drei Nachbarn hat. Diese Konfiguration ist also *reduzierbar*. (siehe Abb.9)



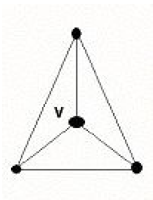


Abb.9

Hat ein Graph eine Ecke mit vier Nachbarn (siehe Abb. 10), dann kann man mit Hilfe der Kempe-Ketten zeigen, dass auch dieser mit vier Farben färbbar ist:

Wenn man die Ecke (v) herausnimmt, kann man zwei gegenüberliegende Ecken gleich färben, wenn sie nicht durch eine Kette von alternierend gleich gefärbten Ecken verbunden sind, einer Kempe-Kette. Es können jedoch nicht zwei Kempe-Ketten für beide gegenüberliegende Eckenpaare existieren, da diese sich

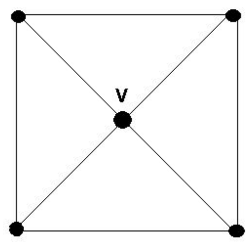


Abb. 10

schneiden würden und es einen Punkt geben müsste, der mit zwei verschiedenen Farben gefärbt würde. Also kann man mindestens zwei gegenüberliegende Ecken gleich färben und hat so noch eine Farbe für die Ecke (v) übrig. Die Konfiguration i=4 ist also auch reduzierbar.

Nun bleibt zur Widerlegung unserer Annahme nur noch ein Graph mit einer Ecke mit i = 5.

Appel und Haken stellten für diesen Zweck eine Menge U her, die aus allen möglichen unvermeidbaren *Konfigurationen* besteht, die eine Ecke mit i = 5 haben.

Der Schlüssel zum Beweis des Vier-Farben-Satzes ist die Umverteilung von „Ladungen" der Ecken des Graphen, um reduzierbare Konfigurationen in der Umgebung positiv geladener Ecken zu lokalisieren.
Jede Ecke hat die „Ladung" (6-i) aus Gleichung (1).

Nun beginnt der Entladungsvorgang:
Man schiebt 1/5 der Ladung der positiven Ecken (i=5) zu den Ecken mit negativer Ladung, den *Hauptecken*.
Die unvermeidbare Menge U besteht nur aus Konfigurationen, die positiv geladene Ecken enthält, denn solche existieren aufgrund Gleichung (1) stets
Man wird Konfigurationen finden, die aus zwei benachbarten Ecken mit dem Grad i=5 bestehen oder aber drei benachbarte Ecken die einmal Grad i=5 und zweimal i=6 besitzen.
Dies ist die Menge U, die man auf Reduzierbarkeit prüfen muss.
Sie verändert sich je nach Entladung (z.B. Entladung um 1/3).
Diese Menge wird mit Hilfe eines Computers erstellt und durchgefärbt. Für das Prüfen der Figuren auf Unvermeidbarkeit und Reduzierbarkeit benötigte man 1500 h Rechnerzeit.

Der Algorithmus zum Färben von Karten

Bei einer großen Landkarte mit vielen Ländern gestaltet sich das eigenhändige Färben nach dem Vier-Farben-Satz zu einem Problem.
Färbt man einfach die ganze Karte nach Belieben ein und überprüft am Ende, ob es stimmt, kommt man oft erst nach vielen Versuchen zur Lösung.
Man könnte diese Arbeit auch einem Computer überlassen, indem er für jedes Land die vier Farben durchprobiert, bis es passt. Diese Strategie nennt sich „erschöpfendes Durchsuchen" und dauert sehr lange.
Deshalb wurde ein Algorithmus entwickelt, mit dem der Computer die Lösung viel schneller findet.

Der Algorithmus umfasst zwei notwendige Bedingungen:

1. Das neu gefärbte Land grenzt an kein bereits früher gefärbtes Land mit der gleichen Farbe.
2. Durch die Färbung des neuen Landes wird kein angrenzendes, noch nicht gefärbtes Land unfärbbar.

Die Länder der Karte werden nummeriert und mit $L_1, \ldots L_n$ bezeichnet.
Die vier Farben werden immer in einer festgelegten Reihenfolge durchprobiert (z.B. grün, blau, rot, gelb).

Der Algorithmus:

```
i=1

Solange i <= n

                2. betrachte Land L_i
                3. Wenn noch nicht alle Farben durchprobiert
                   dann
                        färbe das Land L_i mit der nächsten
                Farbe.

                        Wenn Bedingungen 1 und 2 erfüllt sind

                         dann
                              i=i+1
                              gehe zu 1.
                         sonst
                              gehe zu 3.
                    sonst
                    entfärbe Land L_i
                    i= i-1
                    gehe zu 2.
```

Manchmal führt die Entscheidung, ein Land mit einer bestimmten Farbe zu belegen, in eine Sackgasse, obwohl die Bedingungen 1 und 2 im ersten Moment erfüllt zu sein scheinen.
Doch dank seiner Programmierung findet der Algorithmus aus der Sackgasse wieder heraus, indem er seine Spur zurückverfolgt (i=i-1).
Daher kommt der Name dieses Verfahrens: **Backtracking** = Rückverfolgung.

Bei der Nummerierung der Länder ist jedoch zu beachten, dass sie die Dauer des Suchprozesses nach der richtigen Lösung stark beeinflusst.
Nummeriert man die Länder der Karte von innen nach außen, ist das in der Regel wesentlich schneller, als wenn man die Länder von außen nach innen nummeriert.
Zu einer Lösung findet der Algorithmus aber in jedem Fall.

Besonders anschaulich ist dieses Verfahren auf der Internetseite www.matheprisma.uni-wuppertal.de/Module/4FP/index.htm dargestellt.

Literatur:

Bildung und Begabung e.V. (Hg.): *Dokumentation Deutsche Schülerakademie Annweiler 2000-6*. S. 9-10.

Harary, F.: *Graphentheorie*. R. *Oldenbourg Verlag. München, Wien, 1974, S.15, S.135-144.*

Dynkin, E.B. / Uspenski, W.A.: *Mathematische Unterhaltungen I. Mehrfarbenprobleme*, *VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. Berlin, 1966.*

Stewart, Ian: *Mathematik. Probleme-Themen-Fragen. Birkhäuser Verlag, 1990, S. 144-153.*

Die Museumswächter

Suam Kim
Betreuer: Viktor Kuhn

Dieses Problem von Victor Klee beschäftigt sich mit der Frage, welche Anzahl von Museumswächtern man aufstellen muss, um ein Museum, dessen Grundriss als ebenes, geschlossenes Polygon mit n Kanten und Ecken dargestellt werden kann, von festen Positionen aus komplett überwachen zu lassen. Den Wächtern ist es hierbei gestattet, sich zu drehen, nicht aber ihren Standort zu wechseln. Zur Verdeutlichung: Bei einem konvexen Polygon wie z.B. dem in Abb. 1 dargestellten reicht stets ein Wächter aus, dessen Positionierung innerhalb des Polygons zudem beliebig sein kann.

Bei einem anderen Museum, dessen Grundriss in Abb. 2 dargestellt ist (n=3m), kann jeder eingesetzte Wächter nur eine der Nischen vollständig überwachen. Es ist offensichtlich, dass man in diesem Fall mindestens ebenso viele Wächter wie Nischen, also m= n/3, benötigt. Indem man den Grundriss nun durch den Einbau maximal zweier weiterer Wände verändert, lässt sich schließen, dass für jedes n ein Museum existiert, in dem [n/3] die kleinstmögliche Zahl der erforderlichen Wächter ist. Es soll nun bewiesen werden, dass diese Zahl auch stets ausreichend ist. In Abb. 2 postieren sich die Wächter beispielsweise an den oberen Kanten der grauen Dreiecke.
Der im Folgenden vorgestellte Beweis stammt von Steve Fisk.

Eine festgelegte Zahl von Ecken und Kanten lässt sich zu vielen voneinander verschiedenen Polygonen formen, die meist jeweils unterschiedlich viele Wächter beanspruchen. Zur Berechnung der maximal nötigen Wächter verwenden wir die bei einer beliebigen Triangulierung des Grundrisses des Museums sich ergebenden Dreiecke, deren Anzahl nur von der Kantenzahl abhängig ist. Eine Triangulierung kommt durch die Verbindung jeweils zweier Punkte durch n-3 sich nicht schneidende Diagonalen zustande (Abb. 3).
Zunächst wird per Induktion die Dreifärbbarkeit der Ecken des so entstandenen Graphen bewiesen:
Eine Färbung lässt sich bei n=3 problemlos vornehmen; sind mehr Ecken vorhanden, so teilt man den vorliegenden Graphen entlang einer Diagonalen in zwei kleinere Graphen auf, wobei lediglich beachtet werden muss, dass die Ecken der beiden Teilgraphen gemeinsamen Kante jeweils die gleichen Farben erhalten, um die Teilgraphen später wieder zusammenfügen zu können. Unserer Annahme gemäß sind beide Teilgraphen dreifärbbar, folglich trifft dies auch für den gesamten Graphen zu.
Da jedes der Teildreiecke des Graphen drei miteinander verbundene Ecken besitzt, müssen bei jedem dieser Dreiecke alle drei Farben verwendet werden. Nun postiert man die Wächter in den Ecken derjenigen Farbe, die am wenigsten häufig auftritt, also bei n Ecken in maximal [n/3] Fällen. Da jedes Teildreieck eine Ecke jeder Farbe besitzt, ist bei dieser Anordnung der Wächter der gesamte Grundriss des Graphen überwacht.

Fisk setzt in seinem Beweis voraus, dass stets eine Möglichkeit zur Triangulierung eines Polygons in der Ebene existiert. Wieder lässt sich diese Annahme mit Hilfe der Induktion belegen. Für n=3 erübrigt sich eine Triangulierung. Polygone mit 4 oder mehr Ecken teilt man durch eine Diagonale in zwei kleinere Teile: Es ist leicht einzusehen, dass eine geeignete Diagonale häufig die Verbindung zwischen zwei Nachbarpunkten eines Punktes A mit einem konvexen Innenwinkel (<180°) ist (Abb. 4). Auf andere Art geht man vor, wenn diese Verbindung von Kanten des Polygons geschnitten wird, sich also noch mindestens eine Ecke zwischen den Armen des konvexen Winkels befindet. Ist dies der Fall, verschiebt man die Verbindung parallel Richtung A, bis sie die letzte Ecke Z an diesen Kanten erreicht. Die gesuchte Diagonale ist in diesem Fall die Verbindung zwischen Z und A.
Die Innenwinkelsumme eines Polygons beträgt (n-2)•180°, folglich gibt es in jedem Polygon Ecken mit konvexen Winkeln.

Man kann dieses Problem auch in weiteren Varianten behandeln, beispielsweise in einer, bei der in den Grundriss des Museums „Löcher“, also Polygonzüge, eingebaut werden, die nicht mit anderen Kanten des Graphen verbunden sind, sodass mehr als [n/3] Wächter nötig werden können. Eine andere Variation wäre eine, die es den Wächtern gestattet, sich an einer Wand entlang zu bewegen, wobei hierbei vermutet wird, dass für größere n maximal [n/4] Wächter benötigt werden (Abb. 5).

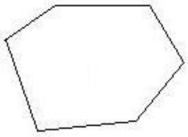


Abb. 1

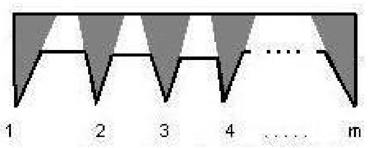


Abb. 2

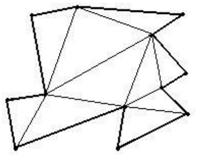


Abb. 3

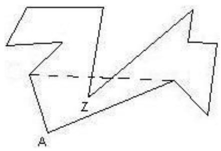


Abb. 4

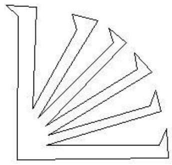


Abb. 5

... Die Kurszeit verbrachten wir größtenteils mit den von den Schülern vorbereiteten Referaten. Die Schüler übernahmen gegenseitig die Einführung in das Themengebiet des von ihnen gehaltenen Referats. Dabei übernahm der/die jeweilige Betreuende die „Haupthelferrolle“ und griff unterstützend bzw. korrigierend ein. Insgesamt wirkten wir Betreuer lediglich impulsgebend in den einzelnen Vorträgen mit.
Meist reichten kurze Nachfragen oder Stichworte aus, um eine Diskussion aufzubringen oder um über weitere mögliche Lösungsansätze nachzudenken.
Durch die Anwesenheit von studentischen Betreuern ist es meiner Meinung nach sehr gut gelungen, zwischen Schule und Universität eine Brücke zu schlagen. Die Studenten fungierten als Bindeglied zwischen Kursleitung und Schülern. Häufig wurden wir bei - nicht nur fachlichen - Problemen angesprochen und um Rat gefragt.
In Gesprächen wurde deutlich, dass die Schüler es sehr angenehm fanden, für ihr Wissen und ihre Ideen immer Anerkennung und „ein offenes Ohr“ zu finden. In der Schule sei das kaum möglich.
Sehr oft waren es eben dann auch Schüler, die neue Ansätze und Ideen aufbrachten.

(...)

... Es hat uns ein wenig überrascht, dass sowohl bei der Bildung der Lehramtskandidaten-Teams als auch bei der Werbung der SchülerInnen der Mathematikkurs als erster voll wurde. Zumindest ist dies ein Indiz, dass es etliche Schülerinnen gibt, die Lust haben, Zeit und Energie über die Schule hinaus in Mathematik zu investieren.

2. Ähnlichkeiten in der Physik

Prof. Dr. Wolf Aßmus
Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt/M

Einleitung

Die Physik ist bei weitem nicht so kompliziert, wie es demjenigen erscheint, der sich erstmals mir ihr beschäftigt. Es gibt viele ähnliche Phänomene im Bereich der Mechanik, Optik, Elektrizitätslehre und Thermodynamik.

Das Erkennen der Ähnlichkeiten und Grundprinzipien, die sie hervorrufen, hilft, die Phänomene der Physik besser einordnen zu können und damit dieses Gebiet besser zu verstehen. Beispiele sind etwa der „Verallgemeinerte Fluss – Strom, Wärmefluss, Flüssigkeitsströmung, Diffusion“ oder „Exponentielle Zusammenhänge – Stoßionisation, Leeren eines Wasserbehälters, Aufladen eines Kondensators, Erwärmen eines Metalls“.

Um solche und andere Themen geht es in dem Buch von Shive und Weber „Ähnlichkeiten in der Physik“, das 1982 in den Vereinigten Staaten und 1993 im Springer-Verlag in einer deutschen Übersetzung erschien und als Fundament der im Folgenden vorgestellten acht Einheiten dient.

Neben der theoretischen Vermittlung von physikalischen Zusammenhängen, und einer regen Diskussion über diese stand natürlich das Experiment als Grundlage des handelnden Verstehens im Vordergrund. So hatten Schüler und Studierende die Möglichkeit, in vielen verschiedenen Demonstrations- und Messversuchen ihre experimentellen Fähigkeiten zu erweitern und physikalische Grundlagen aus der Wirklichkeit heraus zu entwickeln.

Literaturliste:

Shive/Weber: Ähnlichkeiten in der Physik
Tipler: Physik
Gerthsen/Vogel: Physik
Kuhn: Physik
Metzler: Physik
Dorn/Bader: Physik
Nolting: Theoretische Physik, Band1
Formelsammlung Mathe/Physik

Der Verallgemeinerte Fluss

Dennis Ruppel
Betreuerin: Saskia Gottlieb

Der Verallgemeinerte Fluss lässt sich auf viele Phänomene in der Natur beziehen. Beispiele hierfür sind **Elektrizität, Wärmefluss, Flüssigkeitsströmung** und **Diffusion**. Bei diesen Systemen sind Ähnlichkeiten auffällig, denn bei jeder Art von Fluss wird etwas transportiert, sei es elektrische Ladung (Elektrizität), Wärme (Wärmefluss), Flüssigkeiten (Flüssigkeitsströmung) oder Moleküle (Diffusion).

Wenn man diese Systeme nun genauer betrachtet, stellt man weitere Gemeinsamkeiten fest. Alle vier Systeme können durch lineare Gleichungen beschrieben werden. Der Fluss ist der Potentialdifferenz proportional.(Nach ihrer Vereinfachung, schwarz hervorgehoben). Man möchte mit dieser Formel die **Menge (Q, V, n)** bestimmen, die in einer bestimmten **Zeit (t)** durch einen **Querschnitt** fließt.

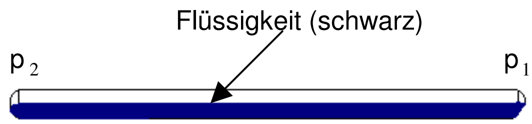
Elektrizität $$I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{(U_2 - U_1)}{R} = -G\,(U_2 - U_1)$$

Wärmefluss $$\frac{dQ}{dt} = -\frac{\kappa A}{l}(T_2 - T_1) = -K\,(T_2 - T_1)$$

Flüssigkeitsströmung $$\frac{dV}{dt} = -\frac{\pi r^4}{8\eta l}(p_2 - p_1) = -F\,(p_2 - p_1)$$

Diffusion $$\frac{dn}{dt} = -\frac{AD(n_2 - n_1)}{l} = -C\,(n_2 - n_1)$$

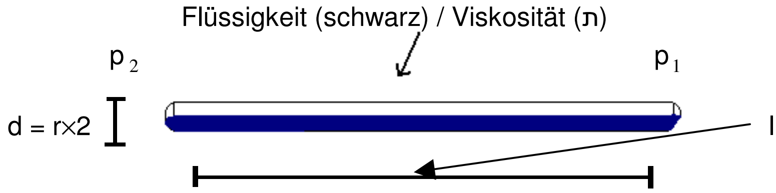
Dies soll am Beispiel der Flüssigkeitsströmung verdeutlicht werden und wir betrachten dazu zwei Rohre, die jeweils die gleiche Länge, den gleichen Rohrdurchmesser besitzen, sowie von der gleichen Flüssigkeit durchflossen werden. Bei Rohr 1 ist $p_2 = 6$ bar und $p_1 = 2$ bar, die Druckdifferenz ($p_2 - p_1$) beträgt daher 4 bar. Bei dem 2. Rohr ist $p_4 = 7$ bar und $p_3 = 2$ bar, daher beträgt die Druckdifferenz ($p_4 - p_3$) 5 bar. Durch das 2. Rohr läuft folglich eine größere Wassermenge hindurch als bei dem ersten.
Erhöht man p_2 auf 8 bar, so wird durch dieses Rohr eine größere Wassermenge hindurch fließen.



Wird die Potentialdifferenz vergrößert, erhöht sich die Stärke des Flusses proportional.

Doch die Potentialdifferenz ist nicht der einzige Faktor, von dem die Stärke des Flusses abhängig ist. Man kann nämlich deutlich erkennen, dass bei dem *Wärmefluss,* der *Flüssigkeitsströmung* und der *Diffusion* weitere Faktoren eine Rolle spielen. Beispiele hierfür sind die Querschnittsfläche (A) und die Länge (l), sowie die Materialkonstante.

Aber warum nehmen diese Faktoren Einfluss auf die Stärke des Flusses? Dies können wir wieder anhand des Rohres zeigen.



Zuerst betrachten wir die *Länge.* Die Wände üben eine gewisse Reibung auf das Wasser aus und bremsen es somit ab. Ein langes Rohr besitzt eine größere Mantelfläche. Die Reibung ist entsprechend größer als bei einem kurzen Rohr. Demzufolge wird das Wasser in diesem Fall stärker abgebremst.

Der *Querschnitt* des Rohres ist auch zu beachten, denn durch eine größere Öffnung kann mehr Flüssigkeit hindurch fließen, als durch ein kleineres Rohr, und somit hat die Flüssigkeit auch eine höhere Geschwindigkeit.

Die *Viskosität* (Zähigkeit) spielt auch eine Rolle, denn eine zähe Flüssigkeit fließt deutlich langsamer als eine weniger viskose Flüssigkeit.

Bei der *Elektrizität* ist es der Widerstand (R), der den Stromfluss beeinflusst. Denn je höher der Widerstand ist, desto weniger Elektronen fließen durch den Leiter. (Versuch) Hierbei kommt es auch wieder auf die Dicke und das Material des Drahtes an. So leitet Kupfer beispielsweise besser als Stahl. Dies lässt sich auch auf den Wärmefluss beziehen. Das Verhältnis zwischen elektrischer und Wärmeleitfähigkeit bleibt konstant (Wiedermann-Franz-Gesetz). Das bedeutet, dass Materialien, die gute elektrische Leiter sind, auch gut die Wärme übertragen.

Versuch zur Elektrizität:
Als erstes fertigten wir einen Stromkreis an. Wir benutzten folgendes Zubehör: 1 Stromquelle (Labor-netzteil), mehrere Kabel, ein Messgerät für die Spannung (Volt), ein Messgerät für die Stromstärke (Ampère) und einen Widerstand. Nach Vollendung des Aufbaus begannen wir mit den Messungen.

Dazu stellten wir die Stromquelle auf 10 Volt ein. (Mit dieser Spannung führten wir alle Messungen durch.) Wir verwendeten einen Widerstand von 800Ω, der von 12mA durchflossen wurde. Setzte man stattdessen einen 400Ω Widerstand ein, so stieg die Stromstärke auf ca. 22mA an. Die gleiche Verdopplung zeigte sich auch bei einer weiteren Halbierung des Widerstandes auf 200Ω. (Strom 47mA)

Daher kann man schlussfolgern, dass die Stromstärke in einem antiproportionalen Verhältnis zu dem Widerstand steht. Je höher der Widerstand ist, desto geringer ist die Stromstärke und umgekehrt.

Als nächsten Versuch bauten wir eine Reihenschaltung auf, wobei wir zwei Widerstände mit jeweils 800Ω und 400Ω hintereinander schalteten. Das Messgerät zeigte uns nun eine Stromstärke von 7mA an, welche genau der Stromstärke entspricht, die bei einem Widerstand von 1200Ω fließt.

Daher kann man sagen, dass sich bei einer Reihenschaltung die Widerstände addieren.

Außerdem wurden entsprechende Experimente zum Wärmefluss, der Diffusion und der Wasserströmung durchgeführt. Bei allen zeigten sich die gleichen wesentlichen Sachverhalte.

Die Herleitung des *Hagen-Poiseuilleschen-Gesetzes* zeigte, dass die Fließgeschwindigkeit von Wasser in einem Rohr, im Gegensatz zu den anderen Flussarten, proportional zur vierten Potenz des Durchmessers zunimmt. Dies wurde experimentell überprüft. Es schloss sich eine Diskussion über systematische und statistische Messfehler an.

Insgesamt konnten wir sowohl experimentell als auch theoretisch Zusammenhänge zwischen verschiedenen Gebieten der Physik aufzeigen.

In der modernen Technologie macht man sich die erwähnten Gemeinsamkeiten zunutze. Hierfür gibt es unzählige Beispiele. Ein paar davon sind: 1. Simulationen elektrischer Netzwerke werden benutzt, um Zeiten und Amplituden von Flutwellen vorherzusagen. 2. Man kann eine mechanische Analogie benutzen, um die Bahnen von Elektronen in verschiedenartigen Vakuumröhren und in den elektrostatischen Linsen von Elektronenmikroskopen vorherzusagen.

Exponentialfunktionen

Clemens Grünewald
Betreuer: Ekkehard Müller

Exponentialfunktionen beschreiben Prozesse mit einer ständig steigenden Wachstumsrate. Dadurch erreichen diese schon nach kurzer Zeit ernorme Ausmaße und werden in der Natur durch natürliche Faktoren begrenzt. Ein typisches Beispiel dafür ist das exponentielle Wachstum einer Wasserlinsen-population auf einem Teich, die sich vermehrt, sodass sie am folgenden Tag die doppelte Wasser-oberfläche bedeckt. Das bedeutet: ist der See gestern zu einem Viertel bedeckt, belegen die Linsen heute bereits die Hälfte der Fläche und morgen werden sie den ganzen See eingenommen haben. Aber dann kommen die begrenzenden Faktoren zum Tragen wie Nahrungs- oder Platzmangel, die wir aber hier mathematisch nicht behandeln wollen.

Entwicklung einer Exponentialfunktion (Zinseszins):

Anfangsguthaben: $€_0$
Zinssatz: z
Zeit: t

Wir zahlen unser Geld ($€_0$) ein und erhalten die dafür entsprechenden Zinsen gutgeschrieben:

=> d€/dt ist proportional zu €.

Der Proportionalitätsfaktor ist dabei der Zinssatz z, sodass gilt:

=> $d€/dt = z \cdot €$

=> $\int d€/€ = \int z \cdot dt$

=> $\ln € = z \cdot t + c$

bei t = 0 gilt: $\ln € = z \cdot 0 + c$ <=> $\ln € = c$

=> $\underline{\mathbf{€ = €_0\, e^{z \cdot t}}}$

Dieser Herleitungsprozess lässt sich problemlos auf andere Bereiche außerhalb des Finanzwesens anwenden.

Biologie (Wachstum):
Mit N (Individuenanzahl) und der Wachstumsrate w gilt analog

=> $\underline{\mathbf{N = N_0\, e^{w \cdot t}}}$

Physik (Prinzip Geigerzähler):
Der Geigerzähler nutzt zur Ermittlung radioaktiver Strahlung eine Gaskammer, in der Gasteilchen durch die energiereichen Strahlen ionisiert werden. Das heißt, dass Elektronen herausgeschlagen werden, die sich in der Kammer bewegen und dabei neue Elektronen aus weiteren Atomen befreien, die wiederum andere Teilchen treffen. Diese Kettenreaktion verläuft exponentiell mit der Elektronenanzahl N und dem Faktor n, der angibt, wie viele Elektronen ein einzelnes Elektron durchschnittlich befreit:

=> $\underline{\mathbf{N = N_0\, e^{n \cdot t}}}$

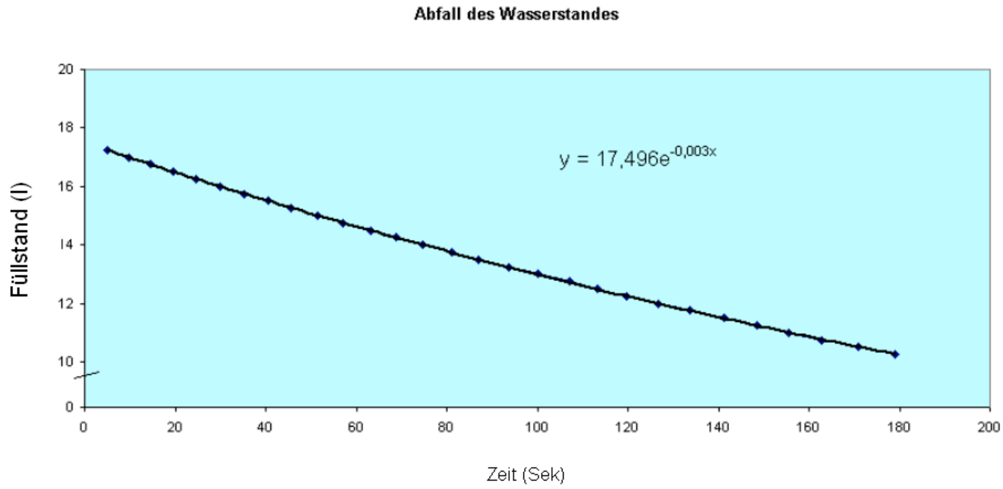
Dies zeigt deutlich, wie Prozesse aus gänzlich verschiedenen Bereichen der Wissenschaft durch ähnliche mathematische Funktionen (in diesem Fall Exponentialfunktionen) beschrieben werden können.

Experimentelle Anschauung von Exponentialfunktionen

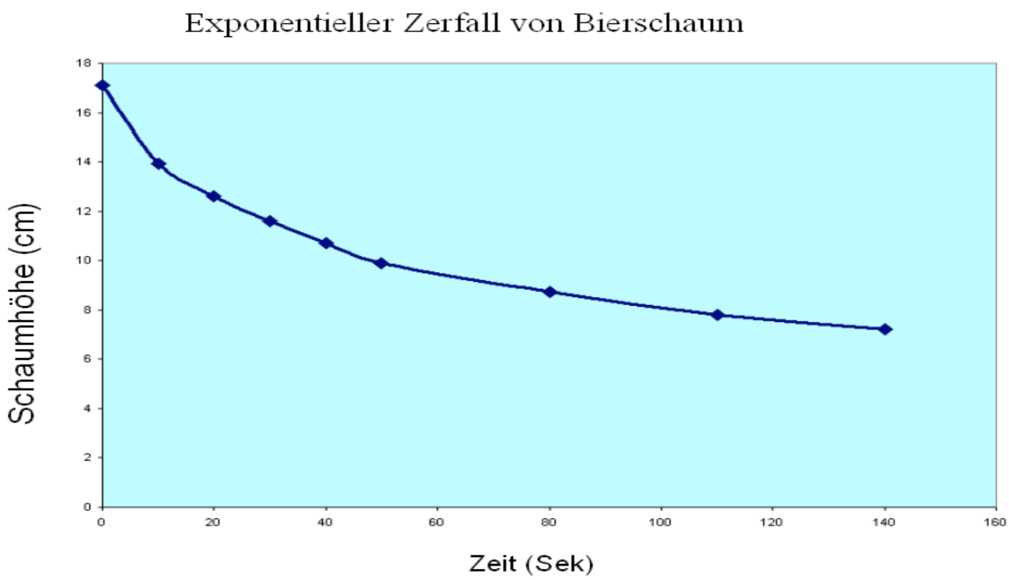
Versuch 1:

Wir wollen die Ausflussdauer von Wasser aus einem Eimer bestimmen.
Der Eimer hat seitlich knapp oberhalb des Bodens zwei runde Ausflussöffnungen von 1,00 cm bzw. 1,85 cm Durchmesser. Wir füllen Wasser bis zu einer bestimmen Markierung und bringen in regelmäßigen Abständen eine Skala an, an der eine Zeitmessung mittels Stoppuhr erfolgt, sobald der Wasserstand diese erreicht hat.
Der Ausfluss erfolgt jeweils nur über eine Öffnung.
Nach Beendigung von einigen Messreihen stellen wir fest, dass die gemessenen Werte nicht mit der Erwartung eines exponentiellen Abfalls übereinstimmen. Die Fehleranalyse ergibt, dass der Eimer nicht vollständig zylindrisch aufgebaut ist und somit die jeweiligen Einheiten auf der Skala nicht die gleichen Volumina an auslaufendem Wasser wiedergeben.

Wir ändern den Versuch dahingehend ab, dass wir mit Hilfe eines Standzylinders die jeweilige Auslaufzeit eines bestimmten Volumens messen. Dazu müssen wir aber den Wasserfluss immer wieder unterbrechen und die Messung zeigt, dass die Anlaufgeschwindigkeit des Wassers (ca. 1 – 2 Sek) für eine neue Messung durch den inzwischen angeschlossenen Schlauch einen verfälschenden Einfluss hat. Des Weiteren muss sich das Schlauchende auch auf gleicher Höhe mit der Öffnung des Eimers befinden, da sonst der Boden „nach unten versetzt“ wird. Nach Beseitigung aller verfälschenden Einflüsse und mit Hilfe verschiedener Messtechniken (z.B. den Eimer jeweils mit 1, 2, 3 Litern füllen und die Zeiten einzeln bestimmen) brachte die Messung schließlich die erwarteten Werte (Ausschnitt des Graphen der gemessenen Exponentialfunktion) :



Versuch 2:



Ein weiterer Versuch zeigt die exponentielle Abnahme von Bierschaum.
Es wird die Schaumhöhe eines zu schnell in einen Standzylinder gegossenen handelsüblichen Bieres in regelmäßigen Abständen per Lineal gemessen.

Die Auswertung ergibt den nebenstehenden Graphen einer Exponentialfunktion.

Übrigens: Die messtechnisch anspruchsvollere Ermittlung des Schaumvolumens durch dessen elektrischen Widerstand misslingt.

Schwingungen

Patrick Król
Betreuer: Stephan Jenrich

Viele Phänomene unseres Lebens lassen sich als periodische Vorgänge beschreiben. Diese bezeichnen wir als Schwingungen, welche eine der fundamentalen Grundlagen darstellt. Sie werden gekennzeichnet durch eine Amplitude (A), eine Schwingungsdauer (T) und eine Phase (ϕ) und gehorchen der allgemeinen Bewegungsgleichung:

$$y(t) = A \cdot \sin(2\pi T^{-1} t + \phi)$$

Wir unterscheiden ungedämpfte und gedämpfte, sowie angeregte Schwingungen. Diese können harmonisch oder aharmonisch sein.

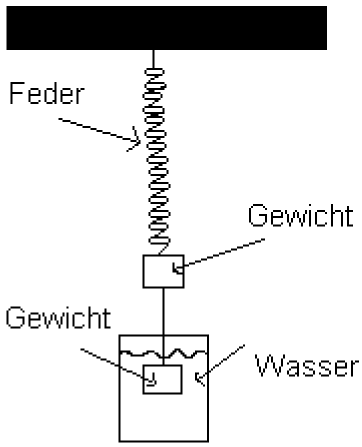
Im Modellversuch wurden ein Fadenpendel, Federpendel, Torsionspendel und eine gespannte Saite auf ihr Schwingungsverhalten untersucht.

Durch nähere Betrachtung fanden wir heraus, dass sich die Formeln zur Berechnung der Eigenfrequenz der oszillierenden Systeme stark ähneln und alle gewisse Merkmale haben. Allgemein kann man sagen, dass

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{Steifigkeit}{Trägheit}}$$

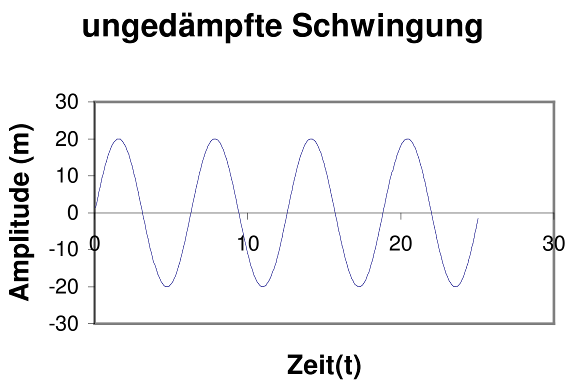
gilt. Unter Steifigkeit versteht man etwas, das das System immer wieder in Ruhelage bringt, unter Trägheit etwas, das dazu führt, dass die Schwingung jedes Mal über die Ruhelage hinausführt.

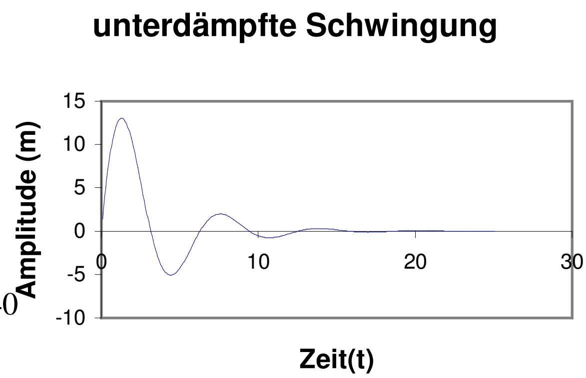
Wenn unserem oszillierenden System eine Dämpfung hinzugefügt wird, erhalten wir eine abklingende Schwingung. Je nach Stärke erhalten wir eine überdämpfte, unterdämpfte oder kritisch gedämpfte Schwingung.



Um das Federpendel zu dämpfen, haben wir ein zusätzliches Gewicht an das Federpendel gehängt, welches in ein Wasserbad getaucht ist. Durch die Reibung im Wasser wird das Pendel gedämpft, genauer unterdämpft.

Hier der Graph der ungedämpften und unterdämpften Schwingung zum Vergleich:





Oszillierende Systeme können nicht nur gedämpft, sondern auch angeregt werden. Die Antwort des Systems wird Resonanz genannt. Wird der Oszillator mit einer Frequenz ähnlich der Eigenfrequenz angeregt, nimmt seine Amplitude zu und steigt so weit, dass bei verschwindender Reibung die Amplitude der Schwingung unendlich groß wird.

Wellen

Fabian Desch
Betreuer: Ekkehard Müller

Wellenarten

Man unterscheidet zwei Wellenarten: Longitudinalwellen und Transversalwellen. Diese unterscheiden sich in ihrer Ausbreitungsrichtung, wobei Longitudinalwellen entlang ihrer Ausbreitungsrichtung schwingen und Transversalwellen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung schwingen.

Wasserwellen

Eine Wasserwelle ist ein typisches Beispiel für die mechanische Welle. Bei einer mechanischen Welle erhält das erste neben dem Erreger gelegene Teilchen einen Impuls, zum Beispiel nach oben. Das Teilchen bewegt sich also nach oben, und nicht, wie sehr oft angenommen, vom Erreger weg. Dies sieht man daran, dass ein auf dem Wasser schwimmendes Holzbrett durch eine Welle nicht in die Ausbreitungsrichtung der Welle gestoßen wird, sondern nur nach oben und unten schwingt. Nun zurück zur eigentlichen Welle. Nachdem das erste Teilchen die Bewegung nach oben, welche ihm der Erreger vorgegeben hat, ausgeführt hat, gibt es den Impuls an das nächste Teilchen weiter. Daraus kann man schließen, dass das millionste Teilchen, welches von diesem Impuls erfasst wird, die Bewegung später ebenso ausführt wie das erste Teilchen. Auf diese Weise entsteht eine mechanische Wasserwelle oder jegliche andere mechanische Welle.

Wellenarten

Es gibt longitudinale Schallwellen in einem Gas, Verdichtungswellen in einer Feder, longitudinale Wellen in einem Metallstab, elektrische Wellen auf einer Übertragungsleitung, Torsionswellen in einem Metallstab, Transversalwellen auf einer Saite sowie Erdbebenwellen.

Für alle diese Wellen gilt eine Wellengeschwindigkeitsgleichung, welche man mit $v = \sqrt{\frac{S}{T}}$ benennen kann. Dabei steht v für die Wellengeschwindigkeit, S ist eine Größe, welche die Steifigkeit des Mediums beschreibt und T eine Größe, welche die Trägheit des Mediums beschreibt.

Schwebung

Wenn wir im Abstand von einigen Minuten zwei Töne hören, deren Frequenzen dicht beieinander liegen, nehmen wir den Unterschied kaum wahr.
Wenn die Töne unser Ohr gleichzeitig erreichen, nehmen wir eine Frequenz wahr, die dem Mittelwert der beiden Frequenzen entspricht. Außerdem gibt es noch einen dritten Fall, bei dem man die Töne versetzt lauter und leiser hört. Mit diesem, Schwebung genannten, Fall haben wir uns weiter beschäftigt.
Bei der Schwebung werden zwei Wellen ausgesandt, welche etwas versetzt zueinander am Ohr ankommen. Dadurch entsteht eine Verlagerung der Kurven zu einer Funktion, welche zwar wellenförmig ist, aber wechselnd hohe Amplituden hat. Bei der Schwebung ist noch zu beobachten, dass die Kurve, welche die Maxima durchläuft, sinusförmig ist. Man nennt sie die Einhüllende.
Für diesen Fall gilt die Gleichung $\omega_{Schwebung} = \omega_1 - \omega_2$ und da $\omega = 2\pi f$ können wir die Gleichung auch als $\mathbf{f_{Schwebung} = f_1 - f_2}$ schreiben.

Versuch zum Thema Wellen

Wir bauten eine sogenannte Wellenmaschine auf. Diese Maschine besteht aus einer Schale mit Glasboden, welche mit Wasser gefüllt wird und unter der ein Spiegel angebracht ist, der die Bewegung des Wassers auf eine Leinwand spiegelt. Über der Schale ist eine Lampe angebracht. Die Schale wird mit Wasser gefüllt und an ihrem Rand wird ein Wellengenerator angebracht. Er erzeugt gerade verlaufende Wellen. Auf dem Schirm sind sie deutlich sichtbar. Nun kann man zum Beispiel eine konvexe Linse in die Schale legen. Auf dem Schirm ist sichtbar, dass die Wellen durch die niedrigere Wassertiefe verlangsamt werden. Die normal fließenden Wellen überholen die

verlangsamten Wellen und überlagern sie langsam. Im Brennpunkt der Linse sind keine verlangsamten Wellen mehr erkennbar. Wenn man die Schale mit zwei Metallstücken, welche parallel zu den generierten Wellen liegen, so teilt, dass nur noch eine winzige Öffnung in der Mitte der Metallstücke ist, sieht man, das sich die parallelen Wellen nach dem Engpass als halbkreisförmige Wellen weiterverbreiten.
Durch dieses Experiment kann man erkennen, dass sich Wasserwellen und Lichtwellen im wesentlichen gleich verhalten. Außerdem erkennt man, dass alle Längswellen aus kreisförmigen Einzelwellen bestehen.

Versuch zum Thema Erdbeschleunigung
Abschließend bestimmten wir die Erdbeschleunigung. Dazu banden wir zuerst ein Gewicht mit einem dünnen Seil an der Decke fest. Die Länge des Seiles betrug 1805 mm. Wir ließen das Pendel dreihundert mal pendeln und stoppten die Zeit für eine volle Pendelbewegung. Sie betrug t = 2,695 s.

Mit der Formel $g = 4\pi \frac{l}{T^2}$, bei der l für die Länge des Seiles und T für die Zeit für eine Schwingung stehen, errechneten wir die Erdbeschleunigung g. Wir erhielten ein Ergebnis von g = 9,77 $\frac{m}{s^2}$. Der Literaturwert beträgt 9,81 $\frac{m}{s^2}$. Die Abweichung kann im Rahmen der ungenauen Längenbestimmung toleriert werden.

Von der Interferenz bis zum Brechungsgesetz

Sebastian Kraus
Betreuer: Helmar Becker

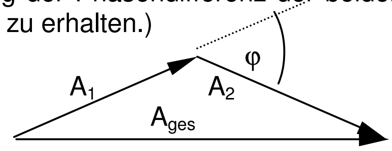
Das Auftreten der Interferenz ist der vielleicht stichhaltigste Beweis für die Welleneigenschaft, die das Licht bzw. eine elektromagnetische Welle neben anderen merkwürdigen Eigenschaften offenbar besitzt. Bei der Interferenz geht es im Allgemeinen um die Überlagerung von zwei und mehr Wellen. Im Alltag können wir an verschiedenen Stellen Interferenz beobachten. Das komplizierte Farbmuster, das über einer Ölfläche auf nassem Asphalt schimmert, oder die schillernden Farben auf den Oberseiten der Flügel des Morphofalters sind Ergebnisse von Interferenz.
Ein einfacher Versuch zur Interferenz ist die Wellenwanne. Dort werden Wasserwellen in einer flachen Wanne durch verschiedene Arten von Erregern erzeugt und das Ergebnis zur Beobachtung auf einen Schirm geworfen. Werden durch zwei gleich schwingende Stifte Wellen angeregt, so kommt es zur Interferenz und interessante Phänomene lassen sich beobachten: Es gibt Bereiche, in denen es ausschließlich zu konstruktiver Interferenz kommt (Wellenberg trifft auf Wellenberg und Wellental trifft auf Wellental; die Wellen verstärken sich) und umgekehrt Bereiche, in denen es nur zu destruktiver Interferenz kommt (Wellenberg trifft auf Wellental und umgekehrt; die Wellen löschen sich gegenseitig aus). Diese Bereiche bilden die Form einer Hyperbel, in deren Brennpunkte die beiden Wellenerreger stehen. Zwischen diesen speziellen Gebieten gibt es einen fließenden Übergang. Wir wollen im Folgenden u.A. eine Abwandlung dieses Experiments betrachten.

Der Doppelspaltversuch von Thomas Young
Mit diesem Experiment zeigte Young 1801, dass Licht Welleneigenschaften hat. Er wies experimentell nach, dass Licht interferieren kann und bestimmte die mittlere Wellenlänge des Sonnenlichtes bemerkenswert genau. Für den Versuch werden zwei parallele Spalten mit monochromatischem Licht aus einer entfernten Quelle bestrahlt. Auf der anderen Seite der Spalten befindet sich ein Schirm, auf dem das Ergebnis festgehalten wird. Der Schirm ist im Verhältnis zum Abstand der Spalten weit entfernt, so dass die Wege von beiden Spalten zu einem Punkt auf dem Schirm als hinreichend genau parallel angenommen werden können. Auf dem Schirm sind abwechselnd helle (konstruktive Interferenz) und dunkle (destruktive Interferenz) Interferenzstreifen zu erkennen.

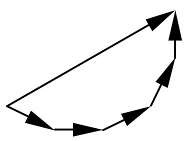
Versuchen wir nun, die Interferenzstreifen auf dem Schirm zu bestimmen, lassen sich Formeln für die Orte von konstruktiver und destruktiver Interferenz in Abhängigkeit vom Winkel α zur optischen Achse, unter dem die Interferenzstruktur auftritt, berechnen. Für konstruktive Interferenz ist die Bedingung, dass der Wegunterschied der beiden Elementarwellen in dem betreffenden Punkt ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt. Nur so können beide phasengleich interferieren. Umgekehrt lautet die Bedingung für destruktive Interferenz, dass beide Wellen in dem betreffenden Punkt eine Phasendifferenz von $\varphi = 2\pi$ haben (Wellenberg trifft auf Wellental und umgekehrt). Hier klärt sich auch, warum die Bereiche konstruktiver und destruktiver Interferenz die Form einer Hyperbel besitzen: Die Differenz der Wege von beiden Spalten zu einem Punkt mit konstruktiver bzw. destruktiver Interferenz ist konstant $n\lambda$ bzw. $(n + ½)\lambda$. Durch einen konstanten Wegunterschied zu zwei Punkten ist auch eine Hyperbel definiert. Die beiden Wellenerreger stehen in den Brennpunkten dieser Hyperbeln.

Weitere Beobachtungen am Doppelspaltexperiment ergeben, dass enger beieinander liegende Spalte weiter voneinander entfernte Maxima auf dem Schirm hervorrufen. Verdeutlicht man sich bildlich die Situation, ist auch dieser Sachverhalt leicht zu erklären: Um die oben erwähnten Bedingungen für bestimmte Interferenzen zu erfüllen, müssen wir bei geringerer Spaltbreite einen größeren Winkel α annehmen, unter dem wir vom Doppelspalt aus den jeweiligen Punkt erreichen.

Intensitäten bei der Interferenz am Doppelspalt:
Die Intensität (Leistung pro Fläche) einer Welle ist proportional zum Quadrat der Amplitude. Um die resultierende Welle im Punkt P zu erhalten, addieren wir per Vektoraddition die beiden Zeiger der eintreffenden Wellen dort. (Eine Welle lässt sich durch eine Sinus- bzw. Kosinusfunktion beschreiben. Den Graph dieser Funktion erhält man, indem man einen Vektor rotieren lässt, dessen Betrag der Amplitude entspricht, und seinen y-Wert auf eine zeitliche Achse aufträgt. Diese rotierenden Zeiger lassen sich unter Berücksichtigung der Phasendifferenz der beiden Wellen einfach addieren, um die resultierende Momentanamplitude zu erhalten.)
Beispiel:



Interferenz an mehreren Spalten / am Gitter
Die Interferenz an mehreren Spalten bzw. am Gitter birgt keine großen Überraschungen im Vergleich zur Interferenz am Doppelspalt. Neu ist, dass bei mehreren Spalten in den Minima kleine Nebenmaxima auftauchen, die wesentlich dunkler sind als die Hauptmaxima. Zusätzlich sind die Maxima bei der Interferenz am Gitter äußerst schmal. Veranschaulicht man sich die Situation wieder anhand der Zeiger, lässt sich beides aufklären:

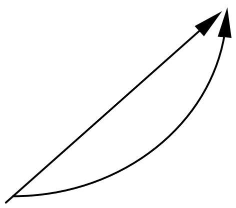


Nimmt die Phasendifferenz zu, rollt sich das Kreissegment, das sich durch die Addition der einzelnen Zeiger ergibt, recht schnell zusammen und addiert sich fast zu null. Allerdings sind kleine Streifen in den Minima zu erkennen (Nebenmaxima), da die Vektorsumme der Zeiger für gewisse Winkel zwischen Null und einer sehr kleinen Zahl variiert. Bei größeren Winkeln entfaltet sich die Kurve in derselben Art und Weise wieder, wenn die Phase zwischen je zwei Zeigern ein Vielfaches von 2π annimmt; dies entspricht gerade der Bedingung für konstruktive Interferenz.

Auch an einem Punktgitter ist Interferenz zu beobachten. Das Muster auf dem Schirm ist dann dementsprechend zweidimensional.

Einzelspaltinterferenz
Unmittelbar im Zusammenhang mit der Interferenz am Einzelspalt steht der Begriff der „Beugung“. Nach dem Huygensschen Prinzip wird eine Wellenfront an einem sehr engen Spalt gebeugt, d.h. es entsteht eine konzentrische Elementarwelle. Einen Einzelspalt kann man sich nun zusammengesetzt denken aus unendlich vielen solcher Elementarstrahlern, die miteinander interferieren. Bei der Interferenz am Einzelspalt sieht man nicht einfach nur einen Streifen an der Wand, sondern man erkennt ein differenziertes Interferenzmuster mit einem Hauptmaximum und schmaleren, weniger hellen Nebenmaxima daneben. Also haben wir es auch am Einzelspalt mit einer Art von Interferenz zu tun. Man unterscheidet zwischen Fraunhofer- bzw. Fernfeldbeugung und der Fresnel- bzw. Nahfeldbeugung

.



Betrachten wir zuerst die Fernfeldbeugung, indem wir uns ähnlich wie bei der Doppelspaltinterferenz dem Problem nähern und Bedingungen für Maxima und Minima formulieren. Dabei ergibt sich, dass die Minima der Einzelspaltinterferenz dort liegen, wo sich bei der Doppelspaltinterferenz die Maxima befinden ($\sin \alpha = \lambda / g$), da dann jeweils volle Kreise gebildet werden und sich die Wellen zu null addieren. Um die Intensitäten zu ermitteln, addieren wir wieder die Zeiger, die dieses Mal aufgrund der unendlich dicht beieinander liegenden Punktquellen und der unendlich kleinen Amplituden der Elementarwellen einen idealen Kreisbogen ergeben.

Die Einzelspaltinterferenz spielt natürlich auch beim Doppelspaltexperiment eine Rolle, denn letztlich ist ein reales Gitter aus Einzelspalten mit endlicher Breite zusammengesetzt; die Interferenzmuster von Einzel- und Doppelspalt sind dann multiplikativ überlagert, so dass einige Beugungsordnungen des Gitters unterdrückt werden können.

Komplizierter sieht es bei der Nahfeldbeugung aus. Der Punkt, den wir untersuchen, liegt nun im Verhältnis zu Spaltbreite recht nahe vor dem Einzelspalt. Dadurch lässt sich nicht mehr annehmen, dass die Wege der einzelnen Elementarwellen zu einem Punkt hinreichend genau parallel sind. Die Zeiger der Elementarwellen in einem Punkt ergeben hintereinandergelegt nun nicht mehr einen Kreisbogen, sondern eine Art doppelter Spirale, deren Enden sich in entgegengesetzter Richtung einwickeln. Diese Spirale wird nach ihrem Entdecker „Cornu"-Spirale genannt.
Dies hat mehrere Konsequenzen: Da es bei einer Spirale keine Schnittpunkte gibt, kann sich nichts zu Null addieren, d.h. es gibt keine Bereiche, in denen die Intensität wirklich genau Null ist. Der gestreckte Teil der Spirale ist es, der im Wesentlichen zur Intensität beiträgt. Die Zeiger in diesem Bereich haben alle ungefähr die gleiche Phase und auch ungefähr den gleichen Weg zurückgelegt. Die Zeiger mit großem Wegunterschied und dementsprechend auch großer Phasendifferenz interferieren sich mehr oder weniger weg. Daraus folgt, dass Licht im Wesentlichen tatsächlich den optisch kürzesten (schnellsten) Weg nimmt, wie das Prinzip von Fermat besagt, denn nur im Bereich des optisch kürzesten Weges zu einem Punkt gibt es genug Wege, die annähernd gleich lang sind und dementsprechend auch Elementarwellen, die ungefähr phasengleich in diesem Punkt ankommen und konstruktiv interferieren. Auf diese Weise lässt sich das Prinzip von Fermat erklären.

Das Brechungsgesetz
Dass der optisch kürzeste Weg nicht immer der geometrisch kürzeste sein muss, zeigt folgendes Beispiel: Kinder spielen auf Asphalt Fußball. Der Ball fliegt in eine hohe Wiese, in der sie sich nur langsam fortbewegen können. Sie wollen den Weg zu dem Ball ausrechnen, der die geringste Zeit in Anspruch nimmt. Es ist naheliegend, dass sie möglichst lange auf dem Asphalt gehen wollen, ohne dabei den insgesamt zurückgelegten Weg zu sehr zu vergrößern. Über eine Extremwertaufgabe kommt man auf das Snellius-Brechungsgesetz:
$\sin \alpha / \sin \beta = c_1 / c_2$
c ist die Licht- bzw. in unserem Beispiel die Laufgeschwindigkeit im jeweiligen Medium.

Bei der simplen Reflexion ist es allerdings so, dass der geometrisch kürzeste Weg auch der optisch kürzeste (schnellste) ist. Deshalb gilt dort das bekannte Gesetz Einfallswinkel = Ausfallswinkel.

Filter und Fourieroptik

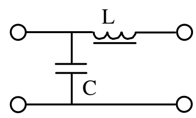
Tobias Reh
Betreuer: Helmar Becker

Was sind Filter?
Es gibt sehr viele verschiedene Arten von Filtern. In diesem Referat geht es um Filter in der Wellenphysik. Diese Filter zeichnen sich dadurch aus, dass sie das Frequenzspektrum einer Wellenquelle verändern. Solche Effekte kann man auch der Natur beobachten. Tiefe Geräusche hört man viel weiter als hohe, und sie sind auch durch Wände viel deutlicher zu vernehmen. In technischen Geräten findet man Filter noch häufiger vor: bei Equalizern, Federung eines Autos etc. Auch eine gelbe Folie, die den roten, grünen und blauen Teil des Lichtspektrums absorbiert, ist ein Filter.

Filter in verschiedenen Bereichen der Physik

Elektronik

In der Elektronik können Filter dazu benutzt werden, um eine gleichgerichtete Wechselspannung zu glätten, oder um bei einem Equalizer die verschiedenen Frequenzbänder (hoch, tief) getrennt regeln zu können und an verschiedene Lautsprecher (Hoch- und Tieftöner) weiterzuleiten. Eine Spule ist ein geeignetes Bauteil, um hohe Frequenzen abzuschirmen, da ihre Impedanz (Wechselstrom-wiederstand) bei höherer Frequenz zunimmt. Ihre Impedanz steigt aber proportional zur Frequenz, so dass man keine scharfe Frequenzgrenze erhält. Ein Kondensator lässt bevorzugt hohe Frequenzen durch, da seine Impedanz antiproportional zur Frequenz ist. Schaltet man nun einen Kondensator parallel zum Ausgang, schließt er die hochfrequenten Wechselspannungen kurz.



So erhält man einen einfachen elektronischen Filter. Da er nur die tiefen Frequenzen durchlässt, bezeichnet man ihn als Tiefpass. Um das Ergebnis noch zu verbessern, kann man einfach mehrere solcher Filter hintereinander schalten. Je mehr Stufen man hintereinander schaltet, desto deutlicher kann man eine bestimmte Grenzfrequenz erkennen, die sich aus $f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ errechnet.

Wenn man Spulen und Kondensatoren vertauscht, werden tieffrequente Wechselspannungen kurzgeschlossen und nur hohe Frequenzen durchgelassen, man erhält also einen Hochpass.
Durch Kombination beider Filter kann man Wahl geeigneter Größen für L und C einen Bandpass konstruieren, der Wechselspannungen außerhalb eines bestimmten Frequenzbandes herausfiltert.

Mechanik

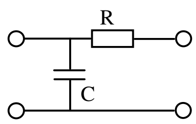
Mechanische Filter haben vorrangig den Sinn, empfindliche Geräte vor Erschütterungen verschiedener Arten zu schützen. Da Federn und Massen die mechanischen Entsprechungen von Kondensatoren und Spulen sind, liegt es nahe, dass sich aus ihnen auch analog zum letzten Abschnitt mechanische Filter konstruiert werden können. Einen einstufigen Filter erhält man, in dem man das zu schützende Gerät auf eine gefedert gelagerte Masse stellt. Dieses System ist ein Oszillator mit bestimmter Eigenfrequenz. Wählt man die Bauteile so, dass diese weit unterhalb der tiefsten störenden Vibrationsfrequenz liegt, hat man einen mechanischen Tiefpassfilter konstruiert, da Erregerfrequenzen oberhalb der Resonanzfrequenz nur zu sehr viel kleineren Vibrationen führen. In der Praxis ist ein Autofahrer beispielsweise durch ein dreistufiges Filter geschützt. Die erste Stufe besteht aus den Reifen als Federn und den Achsen mitsamt den Rädern als Masse. Die zweite Stufe sind Karosserie und Achsfederung. Die Federung des Sitzes mit dem Fahrer selbst als Masse stellen letztendlich die dritte Stufe dar.
Auch in der Hydraulik lässt sich ein Tiefpassfilter analog zur elektrischen LC-Filter konstruieren. Eine Kolbenpumpe liefert einen pulsierenden Wasserfluss. Er lässt sich mit Hilfe von teilweise mit Luft gefüllten Seitenkammern glätten, denn die träge Masse des Wassers in der Leitung hat das Bestreben weiterzufließen, genau wie eine Spule durch Selbstinduktion versucht, einen bestimmten Strom aufrechtzuerhalten. Die Seitenkammern können durch die Nachgiebigkeit der Luft Wasser aufnehmen und wieder abgeben, so wie der Kondensator Ladungen zwischenspeichert.

Akustik

Ein einfacher akustischer Filter ist der Schalldämpfer am Auspuff eines Autos. Er besteht aus Rohren, die in ein Volumen führen, in denen der Schall reflektiert wird und destruktiv mit dem ankommenden Schall interferieren. Auch der Mundraum eines Menschen ist ein akustischer Filter. Aus dem von den Stimmbändern erzeugten Spektrum werden bei verschiedenen Vokalen verschiedene Frequenzbereiche herausgefiltert. Im Kurs gelang es uns mit digitalen Mitteln, aus der Aufnahme des gesungenen Vokals „a“ durch Herausfilterung bestimmter Frequenzen den Vokal „e“ zu generieren.

Filterung durch Absorption

Es gibt Filtertypen, die unerwünschte Frequenzen absorbieren. Die bisher behandelten Filter konnten dies nicht, da sie keine dissipativen Bauteile enthielten und stattdessen die Wellen reflektieren. Ein Beispiel für einen absorbierenden Filter ist der elektrische RC-Filter mit dem Wiederstand als Energie absorbierendem Bauteil. Ein solches Filter kann zur Glättung eines Netzbrummens verwendet werden, ist allerdings eher für kleine Ströme geeignet, da seine Funktionsweise darauf beruht, dass der Kondensator immer auf die Spitzenspannung geladen wird und dann seine Ladungen möglichst langsam abgibt, um diese Spannung zu erhalten.



Filterung durch periodische Strukturen

Es gibt auch Filter, die auf einer periodischen Struktur des Wellenmediums beruhen. Es stellt sich die Frage, warum eine solche periodische Struktur Einfluss auf ein sich im Wellenmedium ausbreitendes Wellenspektrum hat. Am Beispiel einer Saite, auf der in regelmäßigen Abständen Massen befestigt sind, kann man diese Frage beantworten. An den Massen wird jede Welle teilweise reflektiert. Steht nun die Wellenlänge in keinem einfachen Verhältnis zum Abstand dieser Massenpunkte, interferieren die zurücklaufenden Wellen destruktiv, es findet insgesamt keine Reflexion statt. Ist der Abstand jedoch z.B. $\pi/2$, überlagern sich die Wellen konstruktiv, und aufgrund der großen Reflexion klingt die Welle schnell ab. Auch bei Vielfachen von $\pi/2$ ist das der Fall, es handelt sich also um einen Bandsperrfilter mit mehreren Bändern.

Da sich Elektronen in kristallinen Festkörpern in einer periodischen elektrischen Potential-Struktur bewege, sind Elektronen mit einer bestimmten Wellenlänge (also mit bestimmter Energie) verboten. Die darüber und darunter liegenden erlaubten Energiebänder werden als Valenz- und Leitungsband bezeichnet.

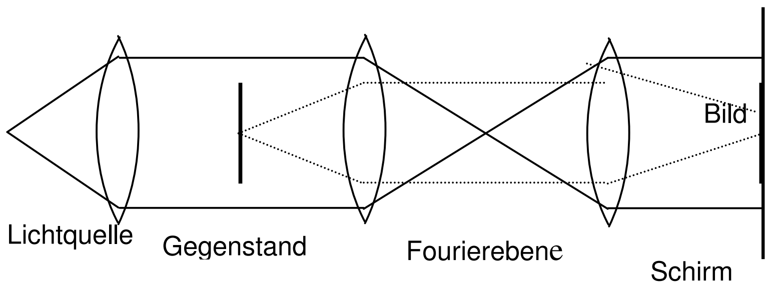
Fourieranalyse

Nach dem Physiker Jean Baptiste Fourier (1768-1830) ist jede periodische Funktion zusammensetzbar aus vielen Sinusfunktionen (ähnlich wie eine Taylor-Reihe) mit Frequenzen, die ein Vielfaches der Grundfrequenz sind. Per Computer lässt sich eine solche Fourieranalyse sehr schnell durchführen. Eine Untersuchung gesungener Laute ergab, dass jeder Mensch bestimmte Frequenzen hat, die unabhängig von der Tonhöhe besonders stark mitschwingen. Diese Frequenzen nennt man Formanten und sind charakterisisch für den jeweiligen Sprecher oder Sänger.

Trägt man die Anteile der verschiedenen Frequenzen in einen Graphen, erhält man ein sogenanntes Fourierspektrum. Wenn man die Fourierspektren verschiedener Funktionen untersucht, fallen Parallelen zur Beugung und Interferenz auf. Das Fourierspektrum einer Kammfunktion entspricht beispielsweise genau der Intensitätsverteilung eines Gitters, und wenn man die Kammnadelzahl pro Periode erhöht, wird auch das Fourierspektrum, ebenso wie das Beugungsmuster einem engeren Gitter, weiter gestreckt. Ebenso entspricht das Fourierspektrum einer Rechteckfunktion dem Beugungsmuster eines Einzelspalts

Fourieroptik

Mit dieser Erkenntnis kann man einen Aufbau zur optischen Fourieranalyse konstruieren. Die Struktur eines Gegenstands erzeugt unter Beleuchtung ein Interferenzmuster. Im Gegensatz zu der Fourieranalyse von Schallschwingungen müssen diese aber nicht kompliziert errechnet werden, sondern entstehen automatisch durch Interferenz.



An einem beleuchteten Gegenstand (Dia) entstehen durch Beugung Interferenzen (gestrichelte Linie). Je feiner die Details, desto größer der Beugungswinkel. Das bedeutet, dass die Informationen über die feinsten Details (mit hoher Ortsfrequenz) in der Fourierebene am weitesten außen liegen. Dort lässt sich somit die Bildinformation spektral verändern, bestimmte Ortsfrequenzen lassen sich ausblenden. Hält man beispielsweise eine Irisblende in diese Ebene, kann man so die feinen Details ausblenden. Je enger die Iris, desto weniger Details sind auf dem Schirm erkennbar – auf diese Weise lassen sich beispielsweise parallele Kratzer oder Druckraster aus einem Bild entfernen, wie wir in einem Experiment zeigen konnten.

Noch feinere Details, die so klein sind, dass ihre Beugungsinterferenzen nicht mehr von den Linsen erfasst werden können, können mit dieser Apparatur gar nicht abgebildet werden. Diese Einschränkung der Auflösung gilt nicht nur für diesen Aufbau, sondern für alle optischen Apparaturen wie Teleskope oder Mikroskope.

Das allgegenwärtige kT

Stephan Endres
Betreuerin: Saskia Gottlieb

kT – Was ist das?

Das Produkt kT begegnet uns in der Physik an allen Ecken und Enden, vor allem auf dem Gebiet der Wärmelehre. Dabei ist k die Boltzmann-Konstante (ihr Wert beträgt $1{,}38066 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$) und T die Temperatur in Kelvin.

Mechanisches Modell der idealen Gase

- Die Gasteilchen sind elastische Körper. Nur beim Zusammenstoß erfahren sie Kräfte. Ihr Eigenvolumen ist verschwindend klein.
- Die Teilchen werden an Gegenständen so reflektiert, wie das bei einer ideal glatten Kugel an einer ideal glatten Wand der Fall wäre.
- Die Teilchen bewegen sich völlig ungeordnet. Ihre Geschwindigkeitsvektoren sind gleichmäßig auf alle Richtungen verteilt.

Diese Grundannahmen sind Voraussetzung, um das Verhalten der Gase in möglichst einfachen mathematischen Gesetzmäßigkeiten zu beschreiben. Man spricht hierbei von „idealen Gasen“, da kein reales Gas die oben gestellten Anforderungen voll erfüllt. Dennoch erreicht man eine sehr gute Übereinstimmung mit der Realität. Je tiefer allerdings die Temperatur ist, desto mehr weicht das Verhalten der Gase von den idealen Gesetzmäßigkeiten ab.

Das allgemeine Gasgesetz

Von diesen allgemeinen Annahmen über Gase ausgehend können wir uns eine Formel erschließen, die uns Druck p, Volumen V und Temperatur T in ein Verhältnis setzt:

$p \sim T$ wenn V = konst. und $V \sim T$ wenn p = konst.

Wenn wir diese beiden Gesetzmäßigkeiten miteinander in Verbindung setzen, und zusätzlich noch bedenken, dass die Anzahl N der Gasmoleküle noch eine Rolle spielt erhalten wir:

$$p \cdot V \sim N \cdot T$$

Nun fehlt uns nur noch ein Faktor, um aus dieser Proportionalität eine Gleichung aufzustellen. Dieser gesuchte Faktor ist genau die Boltzmann-Konstante. Setzen wir diese ein, erhalten wir das allgemeine Gasgesetz:

$p \cdot \mathrm{V} = N \cdot k \cdot T$ oder $p \cdot \mathrm{V} = n \cdot R \cdot T$

N wurde in der rechten Gleichung durch die Stoffmenge n ersetzt. Dafür muss man aber auch k durch eine andere Konstante, die sogenannte universelle Gaskonstante R austauschen. Ihr Wert beträgt $8{,}314472 \frac{J}{mol \cdot K}$.

Die kinetische Energie der Gasmoleküle

Von den Gesetzen der Mechanik wissen wir, dass die kinetische Energie folgendermaßen definiert ist:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Wir wollen nun aber wissen, wie die Bewegungsenergie der Gasmoleküle mit der Temperatur in Verbindung steht. Wenn man die vorangehenden Überlegungen nun weiterführt und die allgemeine Gasgleichung zu Hilfe nimmt, erhält man letztendlich folgende Gleichung:

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$ bzw. $E_{kin} = E_{therm}$

Es wird also deutlich, dass die Teilchenbewegung der Moleküle Urheber der thermischen Energie ist.

Barometrische Höhenformel

Mit Hilfe der barometrischen Höhenformel lässt sich der Luftdruck in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel (bzw. einem anderen Referenzpunkt mit Referenzdruck p_0) ermitteln. Es gilt

$p = p_0 \cdot e^{-\frac{M_0 gh}{RT}}$ bzw. $p = p_0 \cdot e^{-\frac{mgh}{kT}}$ für den Druck in Abhängigkeit von der Höhe und

$h = \frac{\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) \cdot RT}{-M_0 g}$ bzw. $h = \frac{\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) \cdot kT}{-mg}$ für die Höhe in Abhängigkeit vom Druck.

Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung

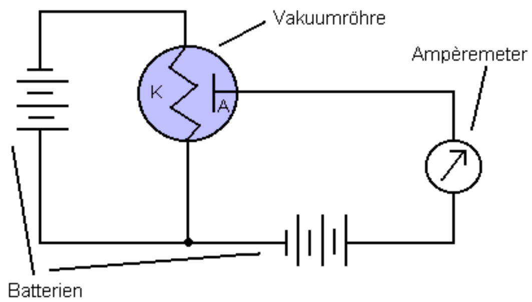
Die Maxwell-Boltzmann-Verteilung (nach James Clerk Maxwell und Ludwig Boltzmann) gibt an, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass sich ein Gasteilchen mit einer bestimmten Geschwindigkeit bewegt. Diese Wahrscheinlichkeit lässt sich nach folgender Formel berechnen:

$$f(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Auch hier zeigt sich wieder im Exponenten das kT. Wir sehen, dass auch hier zwei Energietypen im Verhältnis zueinander stehen und maßgeblich die Verteilungsfunktion bestimmen: Dies sind in diesem Fall die kinetische Energie ($-\frac{mv^2}{2}$) und die thermische Energie (kT).

Glühemission

Beim Erhitzen eines Glühdrahtes (= Kathode) im Vakuum, verdampfen an der Oberfläche Elektronen, ähnlich dem Verdampfen von Molekülen an der Oberfläche einer Flüssigkeit. Anwendung findet dieses Prinzip zum Beispiel bei Vakuumröhren:



Wenn die Anode alle von der Kathode emittierten Elektronen aufsammelt, wird der Strom in einer Röhre nur von der Elektronen-Verdampfungsrate bestimmt. Die Stromstärke lässt sich mit Hilfe der Richardson-Formel bestimmen:

$$I = AT^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{-\Phi}{kT}}$$

Wiederum finden wir im Exponenten von e das Verhältnis zweier Energieformen, nämlich die Austrittsenergie ($-\Phi$) zur thermischen Energie (kT).

Leitfähigkeit von Halbleitern

Man kann bei Valenzelektronen, die sich auf der Außenschale eines Atoms befinden, zwischen zwei Zuständen unterscheiden: Im Valenzband sind sie gehemmt und werden an der freien Bewegung gehindert, während sie sich im Leitungsband frei bewegen können. Zwischen diesen beiden Energiebändern herrscht eine Potentialdifferenz, ein Elektron braucht also eine größere Energie um in das Leitungsband zu gelangen. Bei gut leitfähigen Materialien ist diese Energielücke sehr gering, wohingegen sie bei schlechten Leitern ziemlich groß ist. Bei Halbleitern hat die Differenz eine mittlere Größe. Wenn man nun davon ausgeht, dass ΔE die Energiedifferenz zwischen Valenz- und Leitungsband ist, dann gilt für die Leitfähigkeit σ:

$$\sigma = \sigma_{\infty} \cdot e^{\frac{-\Delta E}{2kT}}$$

Und auch hier hängt die gesuchte Größe (nämlich die Leitfähigkeit) exponentiell von zwei Energieformen ab. In diesem Falle ist es die kinetische Energie der Elektronen, die im Verhältnis zur thermischen steht.

Fazit

Wir stellen also fest, dass das Produkt kT oft in Gleichungen auftaucht, bei denen das Verhalten von kleinsten Teilchen (Atome, Moleküle, Ionen oder Elektronen) eine Rolle spielt.

Transformation und Impedanzanpassung

Jens Herwig
Betreuer: Stephan Jenrich

Zunächst muss die Frage geklärt werden, was ein Transformator ist. Denn es gibt sie nicht nur in der Elektrik, wie viele vielleicht glauben; Transformatoren kommen vielmehr in allen Lebensbereichen zum Einsatz, und viel öfter sind sie mechanischer Natur.

Der Begriff Transformator ist dem Lateinischen entlehnt und bedeutet soviel wie „Umgestalter" – Er gestaltet Leistung um.

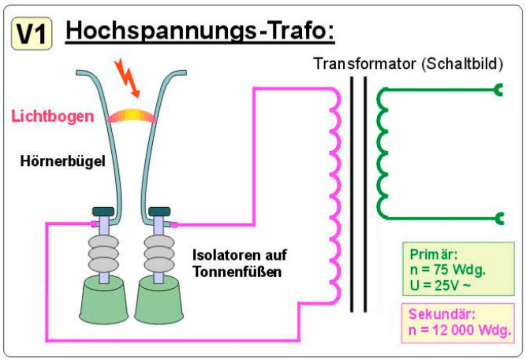
Elektrische Transformatoren:

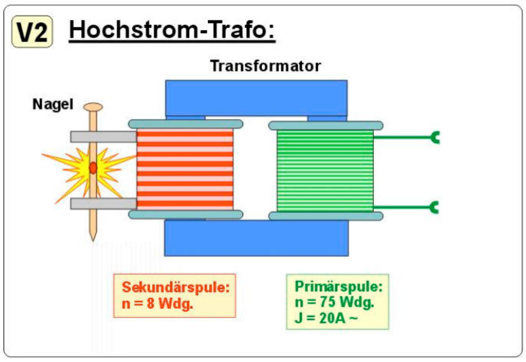
Elektrische Leistung wird in Watt [W] angegeben; sie wird mit der Formel $P = U \bullet I$ berechnet, ist also das Produkt aus Spannung und Stromstärke.

Ein Hochspannungstransformator wandelt eine vergleichsweise geringe Spannung von einigen hundert Volt in eine Spannung zwischen 200.000 und 400.000 Volt um. Dieser Schritt ist notwendig, um Leistungsübertragung über die Hochspannungsleitungen zu maximieren, also Verluste, die zum Beispiel durch Erwärmung der Leitung entstehen, möglichst gering zu halten. Bei diesen extrem hohen Spannungen fließen nämlich nur sehr geringe Ströme über den Leitungsdraht denn $P = U \bullet I$ muss gleich bleiben; durch das geringe I wird dann auch der Joule'sche Wärmeverlust $I^2 \bullet R$ klein.

Ein Beispiel für einen Hochspannungstransformator lernten wir im Experiment kennen:
Den Tesla - Transformator. Dieser transformiert die angelegte Spannug vonn 220V in mehreren Schritten auf bis zu 1.000.000V und erhöht außerdem deren Frequenz, sodass die Spannung für den menschlichen Organismus ungefährlich ist (-> *Skin Effekt*). Hält man eine Leuchtstoffröhre in die Nähe, so beginnt sie aufgrund des starken elektrischen Feldes hell zu leuchten, in einer Glühbirne bilden sich wunderschöne blaurote Blitze aus.

Außerdem gibt es noch den sogenannten Hochstromtransformator, dieser transformiert die Spannung drastisch herunter und macht so das Fließen sehr großer Ströme möglich. Hochstromtransformatoren kommen zum Beispiel beim Elektroschweißen zum Einsatz, wo die großen Ströme an der Schweißstelle das Metall schmelzen.





Die Art der Transformation hängt von der Anzahl der Windungen auf der Primär- und der Sekundärspule ab: Hierbei gilt die Formel:

$n_1 / n_2 = U_1 / U_2$, wobei *n* für die jeweilige Windungsanzahl der Spulen steht. Hat also die Sekundärspule mehr Windungen als die Primärspule, so liegt an ihr auch eine höhere Spannung an.

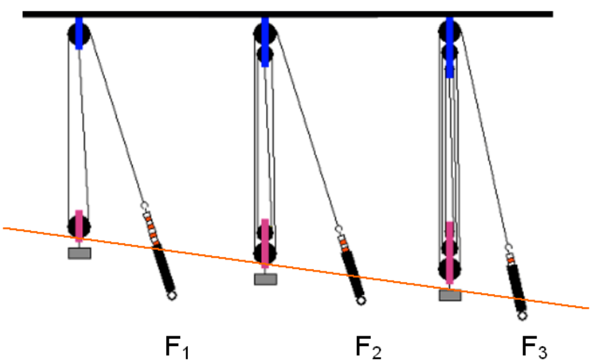
und

$I_1 / I_2 = n_2 / n_1$, wenn also die Windungsanzahl der Sekundärspule geringer als die der Primärspule, so fließt in ihr ein um den Faktor n_1/n_2 höherer Strom.

Mechanische Transformatoren

Jeder hat schon einmal einen mechanischen Transformator benutzt. Der Tonabnehmer in einem altem Grammophon, Schwimmflossen, das Getriebe eines Autos, all dies sind Transformatoren. Der einzige Unterschied ist hierbei, dass andere Größen transformiert werden, wie zum Beispiel Kraft oder Geschwindigkeit.

Beispiel:



Der Flaschenzug ist eines der prominentesten Beispiele für einen mechanischen Transformator. Im Versuch konnten wir problemlos einen unserer Betreuer mithilfe eines Flaschenzuges bis zur Decke hochziehen. Man stellt fest, dass bei Flaschenzügen dieser Bauform die aufzuwendende Kraft mit steigender Anzahl der Rollen (-> tragenden Seilstücke) abnimmt.

Es gilt: $F = F_g \bullet 1 / n_{Seile}$

Dafür muss man das Seil um den Faktor F_g / F länger nach unten ziehen, um die Masse um die selbe Strecke anzuheben. Auch hier gilt - wie beim elektrischen Transformator - die Leistungsgleichheit: Wird die eine Komponente der Leistung herunter transformiert, so steigt eine andere dazu antiproportional an.

Hebel sind auch Transformatoren: Ein Hebeltransformator kommt zum Beispiel in Grammophonen zum Einsatz, wo ein Hebel die Schwingung des Tonabnehmers auf eine Membran mit einer an die Luft angeglichenen Impedanz überträgt.
Ein anderes bekanntes Beispiel ist das Dosentelefon. Dort werden die Schwingungen der Stimme vom Dosenboden auf das Verbindungsseil übertragen und am anderen Ende durch die zweite Dose wieder hörbar gemacht. Im Versuch experimentierten wir mit unterschiedlichen Materialien und fanden heraus, dass zwei mit einem Drahtseil verbundene Blechdosen den Schall besonders gut übertrugen. Doch warum braucht man überhaupt die zweite Dose, warum kann man das Gesagte nicht direkt am Draht selbst hören? Mit dieser Frage kommen wir zum nächsten Thema, der

Impedanzanpassung

Die Impedanzanpassung ist auch ein Anwendungsgebiet für Transformatoren. Wird wie in unserem Beispiel ein Draht in Schwingung versetzt, so kann er diese nur sehr schlecht auf die umgebende Luft übertragen, weil er praktisch die Luft „durchschneidet", da Luft eine geringe Impedanz hat, also der eintretenden Schwingung einen sehr geringen Widerstand entgegensetzt. Mithilfe der zweiten Dose wird die schwingende Oberfläche drastisch vergrößert und so hörbar gemacht.

Ein anderes Beispiel: Ein Mensch kann ohne Hilfsmittel nur mit einer bestimmten maximalen Geschwindigkeit im Wasser schwimmen, auch wenn seine Muskelkraft vielleicht für noch höhere Geschwindigkeiten ausreichen würde. Doch unsere Hände und Füße sind zu klein, um diese Kraft gut aufs Wasser zu übertragen, wir benötigen wieder einen Impedanzwandler, zum Beispiel Schwimmflossen, die uns helfen, die Leistungsübertragung zu maximieren.

Auch in der Elektrik gibt es den Begriff der Impedanzanpassung: Hier bemüht man sich, den Lastwiderstand an einer Spannungsquelle so zu wählen, dass die übertragene Leistung maximal wird. Man stellt fest, dass die Leistungsübertragung genau dann besonders groß wird, wenn man den Lastwiderstand dem inneren Widerstand der Quelle angleicht. Da man beim Widerstand auch von Impedanz spricht, ist auch dieser Vorgang eine Impedanzanpassung!

Man kann Impedanz also zusammenfassend als Verhältnis von Ursache und Wirkung bezeichnen - als den Widerstand, den ein Medium einer eintretenden Energie entgegensetzt: Diesen versucht man durch Impedanzanpassung so weit wie möglich zu verringern.

Transformatoren sind also Impedanzwandler, denn sie helfen, durch Anpassung der Leistungskomponenten an die Gegebenheiten diesen Widerstand zu verkleinern.

Uns war während der vorbereitenden Treffen sehr schnell klar geworden, dass Physik Erleben nur durch Experimente möglich ist. Die Experimente sollten soweit wie möglich von den SchülerInnen selbst durchgeführt werden, ebenso die sich immer anschließende theoretische Betrachtung. So wurde der Vorschlag unseres Kursleiters, einen LKW mit Experimenten aus der Vorlesung Experimentalphysik nach Fürsteneck bringen zu lassen, mit Begeisterung aufgenommen.

(...)

Die Experimente waren dabei möglichst einfach im Aufbau, so dass sie selbstständig von den Schülern durchgeführt und erklärt werden konnten. Die Kursteilnehmer fanden Spaß daran, sich gegenseitig ihre neugewonnenen Erkenntnisse darzulegen. Des Weiteren bereitete es kaum Schwierigkeiten, weiterführende Diskussionen, die oftmals über das gerade behandelte Thema hinausgingen, anzuregen. Der Stoff, der in diesen Kurseinheiten bearbeitet wurde, umfasste weit mehr *als den üblichen Schulstoff. Diese Tatsache bereitete allerdings keine großen Schwierigkeiten, denn mangelndes Wissen wurde durch umso größeres Interesse seitens der Schüler ausgeglichen.*

3. Was ist eigentlich Philosophie und wozu braucht man sie?

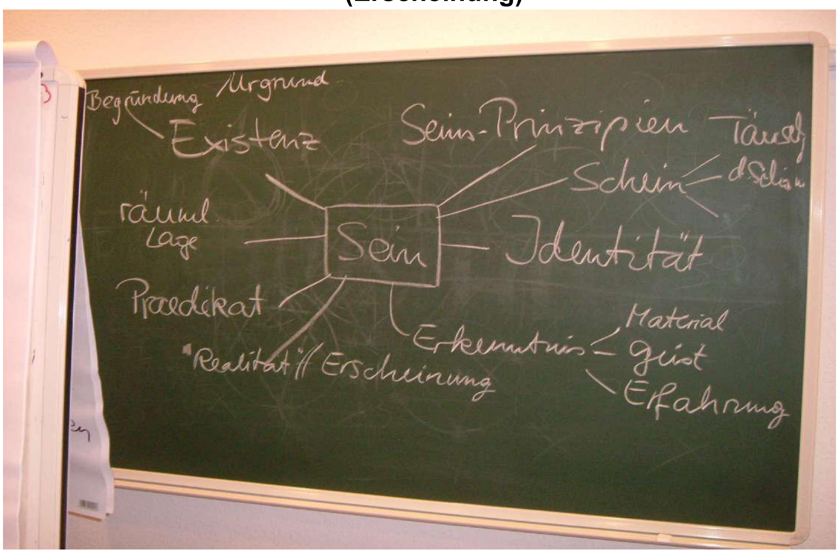
Prof. Dr. Hans-Dieter Mutschler
Universität Krakau

Thomas Erlenhardt
stud. jur., Bucerius Law School, Hamburg

Einleitung

Ziel des Kurses war es, den Schülern ein Gefühl dafür zu geben, dass verschiedenen philosophischen Positionen ein ganz verschiedenes Wirklichkeitsverständnis zugrunde liegt. Dieses Wirklichkeitsverständnis drückt sich unter anderem darin aus, wie man das Verhältnis von Sein und Schein (oder Erscheinung) und Sein und Sollen ausbuchstabiert.
Grob gerechnet gibt es drei mögliche Konzeptionen, sich in diesem Spannungsverhältnis zu verorten: 1) Idealismus, 2) Dualismus, 3) Materialismus. (Es versteht sich von selbst, dass dieses Grobraster im einzelnen verfeinert werden muss oder dass es Philosophen geben kann, deren Konzepte quer stehen zu dieser Einteilung.)
Als Beispiel idealistischer Systeme wurden ausgewählt das von Platon und als zeitgenössisches das von Weißmahr. Dualistische Positionen vertreten Descartes und Kant. Einen Materialismus vertreten Russell und Vollmer. Scheler und Sartre, die ebenfalls behandelt wurden, lassen sich nicht so leicht katalogisieren. Allerdings kann bei jedem Philosophen nachgeprüft werden, wie er die Begriffspaare Sein/ Schein und Sein/Sollen inhaltlich füllt. Diese beiden Begriffspaare werden wie folgt verstanden:
Sein und Schein (Erscheinung): In diesem Zusammenhang bezeichnet ‚Sein' das ‚eigentlich Wirkliche', dem eine Sphäre des Uneigentlichen, entweder die der Täuschung (Schein) oder des sekundären Ausdrucks (‚das Wesen erscheint') gegenübersteht. Es zeigt sich, dass es keinen Philosophen (auch keinen Wissenschaftler) gibt, der nicht zumindest implizit mit diesen Kategorien arbeitet, auch wenn er sie offiziell ablehnen sollte. Z.B. gehen viele Naturwissenschaftler davon aus, dass Atome oder Elementarteilchen das ‚eigentlich Wirkliche' sind und Wolken, Menschen oder Bäume nur Sekundärwirkungen dieses ‚Eigentlichen'.
Das Gegensatzpaar ‚Sein und Sollen' bezeichnet den Gegensatz zwischen Faktizität und Normativität, wobei unter ‚Normativität' nur sittliche relevante Regelungen verstanden werden sollen (also keine bloßen Konventionen).
Es ist darauf zu achten, dass der Begriff des ‚Seins' in beiden Gegensatzpaaren gewöhnlich nicht dasselbe bezeichnet. Es liegt also eine Mehrdeutigkeit vor, auf die zu achten ist. Auch entsteht eine Schwierigkeit daraus, dass der Seinsbegriff intensional (d.h. von seinem Inhalt her) der ärmste Begriff ist, während er extensional (von seinem Erstreckungsbereich her) der umfassendste ist. Alles, was ist, *ist*. Bezeichnet man mit ‚Sein' das ‚eigentlich Wirkliche', dann beinhaltet dieser Begriff inhaltliche Fülle, was seiner logischen Form widerspricht. Auf diese Paradoxie ist zu achten.

Sein – Faktizität	**Sein**
Sollen – Normativität	**Schein (Erscheinung)**



In Bezug auf die alltägliche Kursarbeit ist uneingeschränkt positiv festzuhalten, dass das große Engagement trotz der erheblichen und ungewohnten Belastung nicht abebbte. Gemessen an den fachlichen Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler im Alter von 16 bis 19 Jahren, die teils eine erste Auseinandersetzung mit Philosophie erfuhren, bedeutet auch das Ergebnis der Kursarbeit einen beachtlichen Fortschritt. Den Schülerinnen und Schülern ist es gelungen, nicht nur die Grundaussagen der behandelten Texte nachzuvollziehen und sich kritisch mit ihnen auseinander zusetzen, sondern auch deren systematische Einbettung zu leisten.

Literatur

Primärliteratur:

Descartes, René: *Die Prinzipien der Philosophie*
(I.Teil „Über die Prinzipien der menschlichen Erkenntnis Nr.1-12;
II.Teil „Über die Prinzipien der körperlichen Dinge“, Nr.1-4)

Kant, Immanuel: *Kritik der Reinen Vernunft; Kritik der praktischen Vernunft;*
KrV B 59/60; KrV B 306/7; KrV B 627; KpV 169/170

Plato: *Das Höhlengleichnis aus dem ‚Staat',*
Patmos Düsseldorf 2003, S.285ff

Roth, Gerhard: *Das Gehirn und seine Wirklichkeit,*
Suhrkamp-Verlag Frankfurt 1994, Kap. 13 „Realität und Wirklichkeit“ (S.278-302)

Russell, Bertrand: *Probleme der Philosophie,*
Suhrkamp-Verlag Frankfurt 1967, Kap. 1 „Erscheinung und Wirklichkeit“ (S.9-17), Kap. 3 „Die Natur der Materie“ (S.26-34)

Sartre, Jean Paul: *Der Existenzialismus ist ein Humanismus,*
Rowohlt Hamburg 2000, S.147-161

Scheler, Max: *Philosophische Weltanschauung,*
in: Philosophenlesebuch III, Berlin 1991, S.338-349

Vollmer, Gerhard: Möglichkeiten und Grenzen einer evolutionären Ethik,
in: Kurt Bayertz (Hg.): Evolution und Ethik, Reclam Stuttgart 1993, S.103-133

Weißmahr, Béla: Philosophische Gotteslehre,
Kohlhammer-Verlag Stuttgart 1983; „Weitere Hinweise auf die Erfahrung des Unbedingten“ (S.30-37)

Empfohlene Nachschlagewerke:

Kunzmann, Burkhard, Wiedmann: *Dtv-Atlas Philosophie, München 2001*

Keller, Albert: Sein.
In: Handbuch philosophischer Grundbegriffe. Bd. V, S. 1288-1304, München

Schülerduden Philosophie, *Mannheim-Leipzig-Wien-Zürich 2002*

Platon: Das Höhlengleichnis

Hans-Dieter Mutschler

Als erste Position wurde der Idealismus Platons untersucht, wie er sich im ‚Höhlengleichnis' im ‚Staat' ausdrückt (Beginn des 7. Buches).
Der Text bringt Platons Überzeugung zum Ausdruck, dass wir uns im gewöhnlichen Leben in einer Art Scheinwelt bewegen, die wir fälschlicherweise für real halten. Über verschiedene Stufen des Erkennens, die zugleich Stufen des Seins repräsentieren, können wir uns dem Wahren und eigentlich Existierenden, nämlich der ‚Idee des Guten' nähern, allerdings nur so, dass uns ein ‚Erleuchteter', der bereits die Idee geschaut hat, aus der Höhle unserer Vorurteile herausführt.
Wesentlich ist nun für Platon, dass jede Stufe des Erkennens die darunter liegenden in sich enthält. Das heißt, dass derjenige, der die Idee geschaut hat z.B. das empirische Wissen nicht mehr braucht. Das höhere Wissen impliziert das niederere.
Die Diskussion dieses idealistischen Ansatzes lässt sich leicht in die Rahmenthematik einordnen: Platon rechnet zum ‚Schein' die gewöhnliche Sinnenwelt und identifiziert zugleich das Sein als das eigentlich Existierende mit dem Sollen (Idee des Guten). Das hat zwangsläufig zur Folge, dass ihm das Faktische zum Schein herabsinkt.
Kritisch wurde in der Diskussion angemerkt, dass Platon Tendenz hat, das Konkrete idealistisch zu überspringen, also z.B. der Eigenständigkeit empirischer Wissenschaft nicht gerecht werden zu können, ferner, dass durch die Erleuchtungslehre, die im ‚Höhlengleichnis' impliziert ist, eine gewisse autoritäre Note ins Spiel kommt, denn eigentlich hat der gewöhnliche, nichterleuchtete Mensch in Sachen ‚Wahrheit' nichts mitzureden. Das hat Konsequenzen bis hinein in die Politik. Nicht umsonst beriefen sich die Marxisten, die sich ebenfalls ein ‚wahres Bewußtsein' zusprachen, gerne auf Platon. Zu denken ist auch an den ‚aufgeklärten Absolutismus' Friedrichs des Großen.

Béla Weißmahr – Die Identität von Sein und Sollen

Hans-Dieter Mutschler

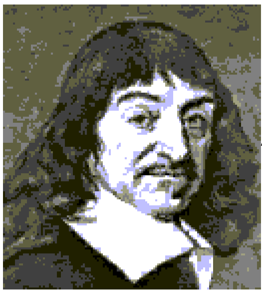
Weißmahr ist ein zeitgenössischer Idealist. Seine Position wurde dargestellt in Bezug auf Passagen aus seiner *„Philosophischen Gotteslehre"* (Stuttgart 1983, S.30-37).
Weißmahr kommt von der Tradition eines christlichen Aristotelismus her. Aristoteles unterscheidet sich von Platon hierin, dass er die Ideen nicht mehr als selbstgenügsame Wesenheiten fasst, sondern als ‚verköperte Ideen', d.h. das Konkrete, Materielle trägt wesentlich zur Substanz bei. So wie eine Statue zwar von der künstlerischen Idee bestimmt wird, aber nicht real ist, solange sie nicht im Stein verwirklicht wird. Materie und Form gehören also immer zusammen.

Eine über Aristoteles hinausgehende Modifikation findet man bei Weißmahr insofern, als dass er in der Schule des Theologen Karl Rahner steht, der die ‚Wende zum Subjekt' (zusammen mit einigen anderen) in den Katholizismus eingeführt hat. D.h. im Gefolge von Descartes und Kant, wird auch hier als ‚Ort der Wahrheit' die Subjektivität angesehen.
In den behandelten Abschnitten versucht nun Weißmahr zu zeigen, dass menschliches Bewusstsein zwar zunächst auf lauter endliche Gegenstände gerichtet ist, dass es dieses aber nur kann, weil es immer schon im Horizont des Absoluten steht. Das Absolute ist also Möglichkeitsbedingung endlicher Erfahrung und zwar nicht nur wie bei Kant als regulative Idee, sondern als Realität. Dies setzt voraus, dass es so etwas wie eine ‚transzendentale *Erfahrung*' gibt (von der Kant niemals gesprochen hätte).
Fraglich ist nun, wie Weißmahr die Präsenz des Absoluten in der gewöhnlichen Erfahrung nachzuweisen versucht. Er verweist z.B. auf nichthintergehbare Prinzipien wie das Nichtwiderspruchsprinzip und deutet es, in Anwendung auf den Widerspruch von Sein und Nicht-Sein so, dass es *„die unbedingte Geltung von Sein aussagt"*. Oder er analysiert den Begriff der „Freiheit" und spricht ihr insofern einen unbedingten Charakter zu, als dass Freiheit nicht total bedingt sein darf, um sich nicht aufzuheben. Dies sei aber nur möglich, wenn Freiheit im Horizont des Absoluten stehe.
Gegen diese Argumente wurde eingewandt, dass z.B. das Nichtwiderspruchsprinzip zwar *absolut* ausschließe, dass zugleich A und non-A, dass diese Absolutheit aber nicht auf ein außerhalb des Menschen existierendes Absolutes verweise, sondern nur auf die absolute Gültigkeit des Prinzips. Ebenso könnte man die Meinung vertreten, dass es zwar eine gewisse Unbedingtheit menschlicher Freiheit gebe, dass aber von dort aus der Schluß auf ein subsistierendes Unbedingtes nicht zwingend sei.
Insgesamt schien es so, dass der Weißmahrsche Idealismus von weltanschaulichen Vorgriffen zehrt, also z.B. von religiös-christlichen Glaubensüberzeugungen, in deren Licht dann Phänomene wie die genannten, als Platzhalter des Absoluten erscheinen, während sie es an sich überhaupt nicht sind.

René Descartes: Bin ich Körper oder Geist?

Angelika Müller
Betreuerin: Karen Miller

Über die Prinzipien der Erkenntnis



Im ersten Teil der Prinzipien der Philosophie entwickelt René Descartes den Satz *„Ich denke, also bin ich“* (cogito ergo sum) als *„die allererste und gewisseste aller Erkenntnisse, die sich jedem ordnungs-gemäß Philosophierenden darbietet.“*

Analog zu den Gesetzen der mathematischen Naturwissenschaften entwickelt er eine philosophische Methode, nach der man, um die Wahrheit zu finden, zunächst alles in Frage stellen oder sogar als falsch annehmen muss.

Man darf sich z.B. nicht immer auf seine Sinneswahrnehmungen verlassen, da die Sinne oft und nachweislich Täuschungen unterliegen. Wie er im methodischen Zweifel zunächst relativiert, können Sinnestäuschungen jedoch vom Verstand korrigiert werden. Verläßt man sich andererseits rein auf seinen Verstand, so Descartes weiter, gibt es dennoch Situationen, wie z.B. die des Traums oder der Geisteskrankheit, in denen man sich seines Verstandes nicht gewiß sein kann, und deshalb noch nicht einmal abstrakter Erkenntnisse (wie z.B. mathematischer Beweise), *„denn wir wissen nicht, wer uns erschaffen hat und ob wir nicht in Wirklichkeit so erschaffen wurden, dass wir uns immer täuschen.“*

Dank unserer Fähigkeit zu zweifeln, so Descartes, müssen wir den Täuschungen der Sinne und des Verstandes jedoch keinen Glauben schenken, und zwar sogar dann, wenn wir so erschaffen wären, dass wir uns immer täuschen: Denn selbst wenn wir alles bezweifeln, steht eines außer Frage: Die Existenz unseres eigenen Geistes, die Descartes anhand des folgenden Beispiels erläutert:

(S.4, Z.21*) „Wenn ich z.B. annehme, dass es eine Erde gibt, weil ich sie fühle oder sehe, so muss ich danach noch weit eher annehmen, dass mein Geist existiert. Denn es ist möglich, dass ich meine, die Erde zu berühren, obgleich es gar keine Erde gibt, aber es ist unmöglich, dass ich dies meine, und mein Geist, der dies meint, nicht sei. Dasselbe gilt von allem anderen.“*

Es kann also nicht sein, dass etwas, das denkt, gleichzeitig gar nicht existiert. Daraus zieht Descartes den Schluss, dass unsere Existenz durch Denken, und nicht durch Körperlichkeit gekennzeichnet ist.
Im zweiten Teil der Prinzipien der Philosophie stellt Descartes fest, dass sich aus dem „cogito ergo sum“ eine Priorität des Denkens gegenüber der Körperlichkeit ergibt, denn diese lässt sich anzweifeln, das Denken jedoch nicht. Das Denken setzt sich zusammen aus Einsehen, Wollen, Einbilden, aber auch Wahrnehmen, womit Descartes das Bewusstsein, etwas wahrzunehmen meint.

Der Mensch hat außerdem von Anfang an in sich Ideen (z.B. die Idee der Zahlen) und gewisse Gemeinbegriffe (z.B. „Gleiches zu Gleichem hinzugefügt, ergibt Gleiches „), die unbedingt richtig sind, weil sie dem Menschen von Gott, dessen Existenz Descartes aus dem Begriff „Vollkommenheit“ herleitet, eingegeben werden. Bei ihnen handelt es sich um die sogenannten *„ideae innatae“*, die der existierenden Welt als Formen des Denkens vorgeordnet sind. Aus den Gemeinbegriffen kann der Mensch Schlüsse, wie z.B. mathematische Beweise ableiten, wobei er, solange er nur die ihm eingegebenen Ideen und Gemeinbegriffe betrachtet, nicht irren kann. Versucht er aber, aus diesen neue Erkenntnisse abzuleiten, so kann es zu Irrtümern kommen.

Über die Prinzipien der körperlichen Dinge

In „Über die Prinzipien der körperlichen Dinge“ befasst sich Descartes damit, was Materie ausmacht. An den Schluss stellt er die Feststellung, dass die Natur der Materie nicht in Härte, Gewicht, Farbe oder anderen sinnlich erfassbaren Eigenschaften (d.h. in sekundären Qualitäten) liegen kann, denn hier könnten die Sinne täuschen, sondern nur in ihrer Ausdehnung in Länge, Breite und Tiefe. Hierin, so Descartes, liegt die wahre Natur der materiellen Dinge (*‚res extensa').*

Im Gegensatz zur *‚res cogitans'* handelt es sich dabei um vom Geist verschiedene Substanzen, die unsere Sinneswahrnehmungen hervorrufen. Als körperliches Wesen hat der Mensch aufgrund seiner Doppelnatur als ein sowohl geistiges, als auch körperliches Wesen jedoch eine Sonderstellung: Unser Geist ist mit unserem Körper verbunden, was wir aus Empfindungen wie z.B. einem plötzlichem Schmerz, der nicht unserem Geist entspringen kann, schließen können.

Der Sein/Schein-Zusammenhang bei Descartes

Descartes' Philosophie ist ein Dualismus. Er unterscheidet zwischen der ausgedehnten Substanz (res extensa) und der denkenden Substanz (res cogitans). Der Mensch ist bei Descartes ein zweigeteiltes Wesen, das beiden Substanzen angehört: Der Körper ist Teil der res extensa, der Geist gehört zur res cogitans. Die wahre Natur des Menschen sieht Descartes im Denken, denn erst das Denken ermöglicht dem Menschen den Beweis der eigenen Existenz. Somit ist das Denken (res cogitans) für ihn das eigentlich reale Sein, insbesondere, indem es sich bei der ‚res cogitans' nicht um bloßen Schein handeln kann, weil die denkende Substanz im Gegensatz zur materiellen nicht dem Zweifelsvorbehalt unterliegt. Durch diese Aufteilung in Sein und Schein, lässt Descartes gewissermaßen die Wissenschaft das bestimmen, was real ist. Er entmachtet den Alltag zu Gunsten dieser.

Der Sein/Sollen-Zusammenhang bei Descartes

Bei seiner Beweisführung bezieht sich Descartes ausschließlich auf das Subjekt. Dadurch ist es für ihn schwierig, Schlüsse über die Gesellschaft zu ziehen. Ein Sollen kann nur noch über das Absolute bzw. Gott bewiesen werden. So hat Descartes nicht ohne Grund nur angekündigt, eine Ethik zu verfassen, dies aber nie getan. Ein Sein/Sollen-Zusammenhang kommt in seiner Philosophie nicht ausdrücklich vor.

Descartes' Zweifel

- Methodischer Zweifel
    - Sinneswahrnehmung
    - Gedächtnisleistung

- Metaphysischer Zweifel
    - Evidente Erkenntnis (*„Wäre es nicht sogar möglich, dass ich mich irre, sooft ich zwei und drei addiere?“*)

- Sichere Erkenntnis: Das Denken, das auf sich selbst reflektiert (*„cogito, ergo sum“*)

Immanuel Kant: Der Mensch, eine Maschine und trotzdem frei ?

Moritz Nocher
Betreuerin: Christiane Scholz-Bargon

Kant betreibt „Transzendentalphilosophie“, d.h. es geht ihm um die Bedingungen der Möglichkeit von Erkenntnis („Kritik der reinen Vernunft“) und die Bedingungen der Möglichkeit von Moralität („Kritik der praktischen Vernunft“). Er vollzieht eine so genannte „Kopernikanische Wendung“: Ausgangspunkt seiner Philosophie ist die These, „dass die Vernunft nur das einsieht, was sie selbst nach ihrem Entwurfe hervorbringt.“ (KrV, BXIII, XIV), der Mensch also nicht von seinen Erkenntnisvermögen abstrahieren kann.

Kant zum „Sein“

Er spricht in diesem Zusammenhang vor allem von den „*Dingen-an-sich*“. Diese kann der Mensch nicht erkennen: Da wir die Welt um uns herum nur vermittels der Anschauung wahrnehmen, so Kant, deren Eindrücke dann von unserem Geist stark vereinfacht (unter *„Kategorien subsumiert“)* werden, um das Wahrgenommene in Begriffe fassen und damit auch erkennen zu können, kennen wir nicht die wahren „*Dinge-an-sich*“, sondern nur unsere subjektive (also eingeschränkte), sinnliche Wahrnehmung von ihnen (Er nennt diese „Phaenomene“). Er geht sogar soweit, *„(...)dass, wenn wir auch nur die subjektive Beschaffenheit der Sinne überhaupt aufheben, (...) alle Verhältnisse der Objekte in Zeit und Raum, ja selbst Raum und Zeit verschwinden würden, (...,) und als Erscheinungen nur in uns existieren können.“*
Er überlegt auch, ob wir auf rein intellektuelle Weise (*„durch das Substratum der Sinnlichkeit noch nicht befriedigt“*) die „*Bestimmung der Dinge-an-sich*“ („Noumena“) erkennen könnten. Doch auch dies gehe nicht, denn die intellektuelle Kontaktaufnahme mit Dingen sei, im Gegensatz zur sinnlichen, aktiv, soll heißen: Wir weisen den Dingen Begriffe zu (in der vorherigen reagieren wir auf ausgesandte Reize).

Die Erkenntnis des „*Dinges–an-sich*“ wird uns also, in unserem jetzigen Zustand – *als Sinnen- und Vernunftwesen* -, verwehrt bleiben. Und unsere Wahrnehmung funktioniere nur, wenn sinnliche und intellektuelle „zusammenarbeiten“: Der Intellekt katalogisiert die Fülle von eintreffenden Sinnesinformationen:

„Alle Anschauungen, als sinnlich, beruhen auf Affektionen, die Begriffe also auf Funktionen. Ich verstehe aber unter Funktion die Einheit der Handlung, verschiedene Vorstellungen unter einer gemeinschaftlichen zu ordnen. Begriffe gründen sich also auf der Spontaneität des Denkens, wie sinnliche Anschauungen auf der Rezeptivität der Eindrücke. Von diesen Begriffen kann nun der Verstand keinen anderen Gebrauch machen, als dass er dadurch urteilt. Da keine Vorstellung unmittelbar auf den Gegenstand geht, als bloß die Anschauung, so wird ein Begriff niemals auf einen Gegenstand unmittelbar, sondern auf irgend eine andere Vorstellung von demselben (sie sei Anschauung oder selbst schon Begriff) bezogen. Das Urteil ist also die mittelbare Erkenntnis eines Gegenstandes, mithin die Vorstellung einer Vorstellung derselben.“ KrV, B93

Er schreibt allerdings auch über das Wort „Sein“:
Sein sei kein wirkliches Prädikat in dem Sinne (als „Aussage über etwas“), denn wenn wir über etwas reden oder auch nur daran denken, dann „existiere“ es ja auch auf irgendeine Art und Weise.
„Das Prädikat „sein“ ist (also) in seinem Subjekt bereits enthalten, es kann nicht noch zum Begriffe desselben hinzukommen.“

Diesen Gedanken denkt er weiter und kommt zu dem Schluss, dass *„hundert wirkliche Taler nicht das mindeste mehr enthalten, als hundert mögliche* (/gedachte/ abstrakte/ virtuelle...)“.
Er begründet seine Aussage so:
„Denn wenn sie mehr enthalten würden, (so) wäre mein Begriff nicht der richtige.“

Kant zum „Sollen“

Das „Sollen“ betreffend, versucht Kant, die Möglichkeiten desselben zu finden, um eins solches definieren zu können. Er kommt zu dem Schluss, dass Sollen ein „Können“ voraussetzt. Bevor man soll, muss also Freiheit gegeben sein.
In der Betrachtung des Menschen als seiendem Wesen (der *Kritik der reinen Vernunft*) wird Freiheit nur als möglich erachtet:
Denn der Mensch denke in den Kategorien „Raum“ und „Zeit“. In der (durch die Kategorie „Zeit“) eingegrenzten Wirklichkeit gebe es das „*Naturgesetz der Kausalität*“, welches besage, dass alles, was innerhalb der Zeit geschehe, direkt auf ein Geschehen zurückgehe, welches vorher bereits stattgefunden habe (Ursache und Wirkung). Die vergangene Zeit aber ist nicht in meiner Gewalt: *„In dem Zeitpunkte, in dem ich handle, bin ich niemals frei.“*
Freiheit kann also, wenn überhaupt, dann nur in der „*Primärwirklichkeit der Dinge-an-sich*“ vorhanden sein.
Unter der Betrachtung des Menschen als handelndem Wesen (der *Kritik der praktischen Vernunft*) ist Freiheit jedoch offensichtlich vorhanden:
Kant schreibt nämlich, dass sich uns ein inneres Sollen aufdränge, unsere <u>Vernunft</u>. Dieses innere Sollen setzt aber wieder ein Können (Freiheit) voraus: „*Doch wir können Freiheit* (als Selbstbestimmungsprinzip) *ein Faktum der Vernunft nennen, weil man es nicht aus vorhergehenden Daten der Vernunft herausvernünfteln kann, sondern weil es sich für sich selbst aufdringt.“*
Freiheit ist a priori gegeben; sie ist Autonomie, in seiner Willensbestimmung ist der Mensch autonom (sein eigener „Gesetzgeber“). Denn, so Kant, sei *„beweisbare Freiheit nur wieder Naturkausalität.“*
Als Zusammenfassung könnte man sagen:

Freiheit ist nicht beweisbar.
Sie ist erfahrbar.
Und zwar von demjenigen, der sie für sich in Anspruch nimmt.

Das „Gerippe“, den gemeinsamen Nenner aller inneren Befehle (ein Gesetz für ein Gesetz), fasst Kant schließlich, nachdem der Ursprung derselben geklärt ist, im sog. Sittengesetz, dem Kategorischen Imperativ zusammen:

- *„Handle so, dass die Maxime deines Willens jederzeit zugleich als Prinzip einer allgemeinen Gesetzgebung gelten könne.*
- *Handle so, als ob die Maxime deiner Handlung durch deinen Willen zum allgemeinen Naturgesetz werden sollte.*
- *Handle so, dass du die Menschheit, sowohl in deiner Person, als in der Person eines jeden anderen, jederzeit zugleich als Zweck, niemals bloß als Mittel brauchst.“*

Alle drei Formulierungen des kategorischen Imperatives sind also Imperative der Freiheit (die Freiheit befiehlt dir, von ihr Gebrauch zu machen). Kant bringt diese mit der Erkenntnis über Freiheit aus der Kritik der reinen Vernunft dann so zusammen Freiheit muss als a priori, von vornherein – als „Ding an sich“ - gegeben sein.

Der Mensch allerdings habe sich in „selbstverschuldete Abhängigkeit“ gebracht (von seiner Vernunft und von seiner Freiheit nicht genug Gebrauch gemacht), habe jedoch die Möglichkeit, die abhanden gekommene Freiheit wieder zu erlangen, da sie quasi in seinem Urzustand enthalten ist. Dies müsse man allerdings selbst tun, da, wenn jemand einem die Freiheit schenke, man wiederum vom „Geber“ abhängig sei.
Doch die Imperative reden auch immer von der Freiheit des anderen. Man könnte also Kants Ethik so zusammenfassen:
Wage es, frei zu sein, aber achte immer auf die Freiheit des anderen!

Betrand Russell – ein knallharter Materialist und Physikalist ?

Yang Hwan Lim
Betreuerin: Christiane Scholz-Bargon

Zur Person Bertrand Russels (1872 - 1970): Sein vollständiger Name lautet Bertrand Arthur William Russell, 3rd Earl Russell of Kingston Russell, Viscount Amberley of Amberley and of Ardsalla. Er war sowohl ein Mathematiker als auch ein Philosoph und engagierte sich für den Frieden. Außerdem bekam er im Jahre 1950 den Nobelpreis für Literatur. Er lehrte in China, in den USA und in England, wo er auch seine meiste Zeit verbrachte.

In seinem Buch „Probleme der Philosophie“ (Frankfurt 1967) fragt Russell eingangs, ob wir Menschen den „wahren“ Tisch erkennen bzw. wahrnehmen können. Seine Antwort lautet „Nein“: Wir haben nur Sinnesdaten von dem Tisch und diese verändern sich „je nach Perspektive des Erkennenden“. Diese Sinnesdaten sind dem Menschen jedoch unmittelbar gewiss. Das heißt, dass ich nicht behaupten kann, dass der Tisch, den ich sehe, „wahrer “ ist als der von jemand anderem oder andersrum.
Die Frage lässt sich auch verallgemeinern: „Gibt es denn überhaupt den „wahren“ Tisch?“ oder noch allgemeiner: Existiert die Materie, die all unsere Sinnesdaten verursacht?

Hier antwortet er mit einen „Ja“. Seiner Meinung nach muss es etwas geben, was die Sinnesdaten verursacht.
Seine These wird deutlicher, wenn wir die idealistische Gegenthese Berkeley’s ansehen. Berkeley sagt, dass die Dinge nur dann existieren, wenn sie vom Bewusstsein wahrgenommen werden. Dies hieße jedoch, dass unser Tisch aufhörte zu existieren, wenn wir unsere Augen zumachten, ihn nicht mehr berührten oder den Raum verließen. Um dieses Problem zu lösen, bringt Berkeley das Bewusstsein Gottes ein. Dieses nehme alle Dinge auf der Welt ununterbrochen wahr und daher können wir von der Existenz der Dinge ausgehen, auch wenn wir ihnen nicht unsere Aufmerksamkeit schenken.
Meiner Meinung nach ist dieses Argument nur ein Verschieben des Problems. Russell dagegen akzeptiert die Existenz der Materie. Er sagt, dass Berkley’s Ansatz zwar in sich schlüssig sei, dass jedoch kein Argument für die Herleitung gegeben sei und zudem diese idealistische Position unseren „instinktiven Überzeugungen“ zuwider laufe. Das bedeutet, dass der Tisch vom Bewusstsein unabhängig existiert:
„*So drängen uns alle Prinzipien der Einfachheit dazu, den natürlichen Standpunkt einzunehmen, dass es wirklich Gegenstände außer uns gibt, deren Existenz nicht davon abhängt, dass wir sie wahrnehmen. (...) Alle Erkenntnis, so haben wir gefunden, muss auf unseren instinktiven Überzeugungen aufbauen, und wenn man diese verwirft, bleibt einfach nichts übrig*.“ (S. 24)
(Von diesen Instinktiven Überzeugungen gilt: „*Man kann eine instinktive Überzeugung nur dann verwerfen, wenn sie anderen instinktiven Überzeugungen widerspricht*.“ (S. 25)
Was ist dann die Materie? Russell sagt, das wir die Materie nicht unmittelbar wahrnehmen können, sondern nur ihre Sinnesdaten. Aber die Sinnesdaten sind eine unmittelbare Erfahrung von Erscheinung.

Stellen wir uns vor: es gibt einen Raum, in dem sich die Materie befindet, den wir als „physikalischen Raum“ bezeichnen wollen. Und es gibt Räume, wo sich die Erfahrung und Empfindung der Sinnesdaten befinden; die bezeichnen wir als die „Privaträume“. Der materielle Tisch befindet sich im physikalischen Raum und unsere Empfindungen der Sinnesdaten, wie z.B. dass der Tisch weiße Farbe hat oder eine raue Oberfläche, sind in unserem Privatraum. Russell geht davon aus, dass die räumliche Ordnung im Privatraum derjenigen im physikalischen Raum entspricht. Die Sinnesdaten spiegeln den physikalischen Raum in unserem Privatraum wieder: z.B. wenn wir wahrnehmen, dass eine Tasse auf dem Tisch steht, entspricht das auch der räumlichen Beziehung von Tisch und Tasse im physikalischen Raum. Das gleiche gilt für die zeitliche

Ordnung: „vor“, „nach“, „neben“ usw. im Privatraum gelten auch im physikalischen Raum.
Die Materie im physikalischen Raum ist Gegenstand der Physik. Dort wird von den Sinnensdaten abstrahiert.
Zusammenfassend sagt er: *„die Erfahrung (hat) uns gelehrt ..., die „wirkliche“ Gestalt aus der erscheinenden zu konstruieren, und die „wirkliche“ Gestalt ist die, die uns in der Praxis interessiert.*
Diese „wirkliche“ Gestalt ist jedoch nicht das, was wir sehen: sie ist etwas, das von uns aus dem Gesehenen erschlossen worden ist.“ (S. 12)

In Bezug auf das Thema „Sein“ / “Schein“ bedeutet dies, dass das „Sein“ nur in der Naturwissenschaft zugänglich ist, der Mensch aber von Dingen nur über die Sinnesdaten, also Erscheinungen, erfährt.

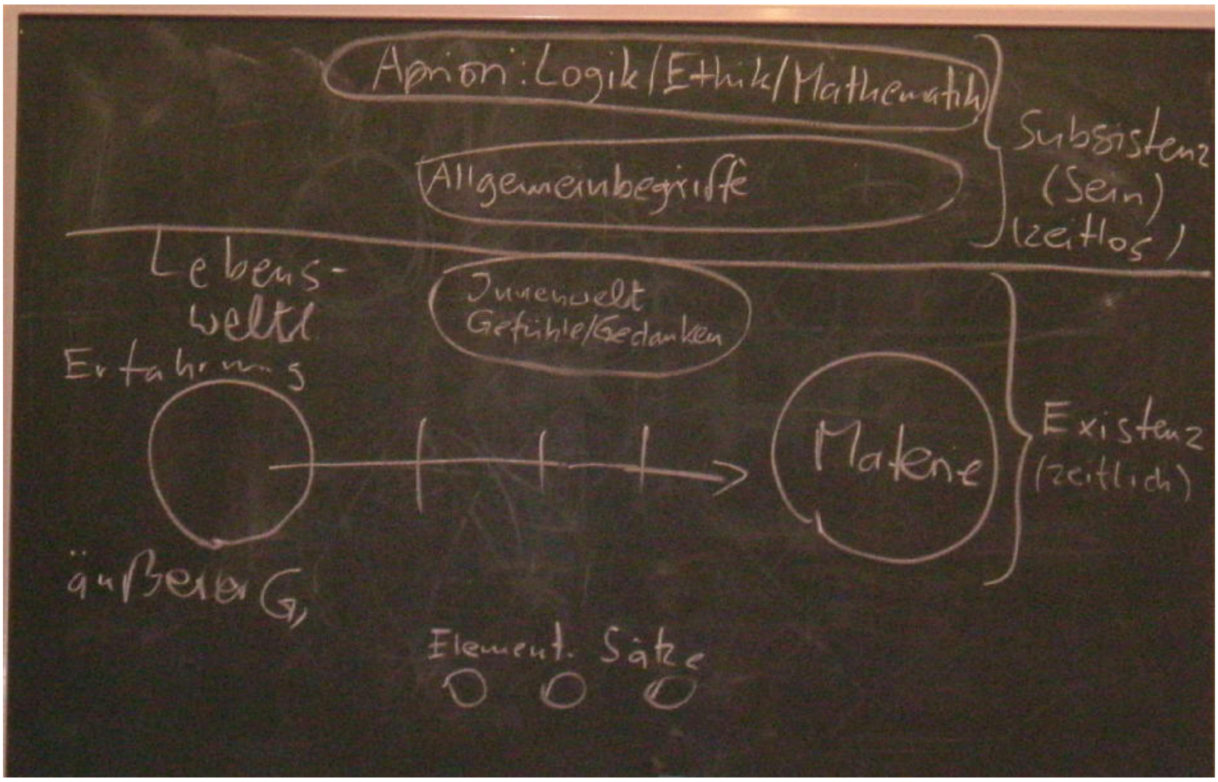
Ein „Sollen“ kann Russell allein aus diesem Ansatz nicht ableiten.

Doch außer über das Erkennen von Dingen spricht er noch über das Erkennen von Wahrheiten: *„Es gibt also nicht nur eine unmittelbare Erkenntnis von Sinnesdaten, sondern auch eine unmittelbare Erkenntnis von Universalien.*“ (S. 91) Diese Universalen ähneln dem, was Platon unter den Ideen verstand, doch findet Russell sie in der Sprache: Nomen, Adjektive, Präpositionen und Verben – sie alle drücken Allgemeines aus (Im Gegensatz dazu bezeichnen z. B. Eigennamen und Pronomen Einzelnes). Universalien werden nicht von den Sinnesdaten abgeleitet.

Vor dem Hintergrund dieser „neuen“ Ebene unterscheidet er „Sein“ und „Existenz“: bei Gegenständen, die eine zeitliche Beschränkung haben, spricht er von Existenz (materielle Gegenstände, Gedanken, Gefühle, Bewusstsein); dagegen ordnet er die Universalien dem zeitlosen Sein zu, das *„unveränderlich, starr, exakt*“ (S. 88) ist.

Neben den Universalien verfügt der Mensch über apriorische Erkenntnis in den Bereichen der Mathematik, der Logik und der Ethik. Russell führt diese Gedanken hier nicht weiter aus. Er sagt nur so viel, dass die ethischen Urteile „durch die Erfahrung hervorgerufen werden“, nicht aber auf Grund der Erfahrung bewiesen werden können.

Da der strenge Materialismus, der in den ersten Kapiteln des Buches dargestellt wird, nicht durchgehalten werden kann, da wichtige Fragen offen bleiben, ergänzt Russell seine Thesen durch die Behauptung von Universalien und auch apriorischen Erkenntnissen. So erhält Russell mit seinem philosophieren kein in sich schlüssiges System, und das strebt er auch gar nicht an: er sieht die Aufgabe des Philosophen darin, immer wieder erneut Fragen zu stellen und Thesen zu überprüfen.



Max Scheler: Der Mensch als Mitbildner, Mitstifter und Mitvollzieher im Weltprozess

Katrin Oechsner
Betreuerin: Mandy Kappler

Einleitung
Schelers Philosophische Weltanschauung basiert auf Annahme der Möglichkeit von eigenen Vernunftschlüssen.

Es wird versucht, eine metaphysische Weltanschauung zu begründen und die positiven Wissenschaften in sie zu integrieren. Mittels der Metaphysik beabsichtigt er eine Erkenntnis von dem Zugrundeliegenden in der Welt zu vermitteln.
Die großen Denkrichtungen Schelers Zeit (Positivismus, Historismus und Neukantianismus), welche die Metaphysik ausschließen, betrachtet er als in diesem Punkt widerlegt.
Ein Bewusstsein von jenem Zugrundeliegenden, dass versucht wird, durch die Metaphysik zu betrachten, ist, so Scheler, im Menschen angelegt. Dabei wirkt jeder persönlich auf die Ausprägung einer solchen Wahrnehmung ein. Er kann durch sie die Erkenntnis des Absoluten erreichen.
Unter einer Verdrängung der Wahrnehmung metaphysischer Annahmen leidet das geistige Leben. Daraus resultiert die Gefahr, etwas Konkretes, daher nicht absolutes auf jene Ebene zu erheben.
Jeder sollte sich darüber bewusst zu werden, ob das bei ihm der Fall ist und ggf. das Missverhältnis aufarbeiten, um frei zur Auseinandersetzung mit dem Absoluten zu werden. Im Erkennen des Absoluten liegt das Ziel menschlichen Lebens. Damit es gelingen kann und der Einzelne dadurch im Absoluten aufgeht, sind Einsicht und eine liebevolle Einstellung gegenüber der Welt notwendig.
Der Mensch ist zum Erkennen des Absoluten grundsätzlich in der Lage. Er kann im Kern Anteil an ihm nehmen, wozu ihn ein dreifaches Wissen befähigt:

```
/---------------------- > Lebensdrang ------/
/                           ~ 2.1            /----- > Absolutes ~ 2.3
Urseiendes                                               ^
/                                                        /
/--------------------- > Geist -------------------------------
                      ~  2.2
```

Die drei Wissensformen

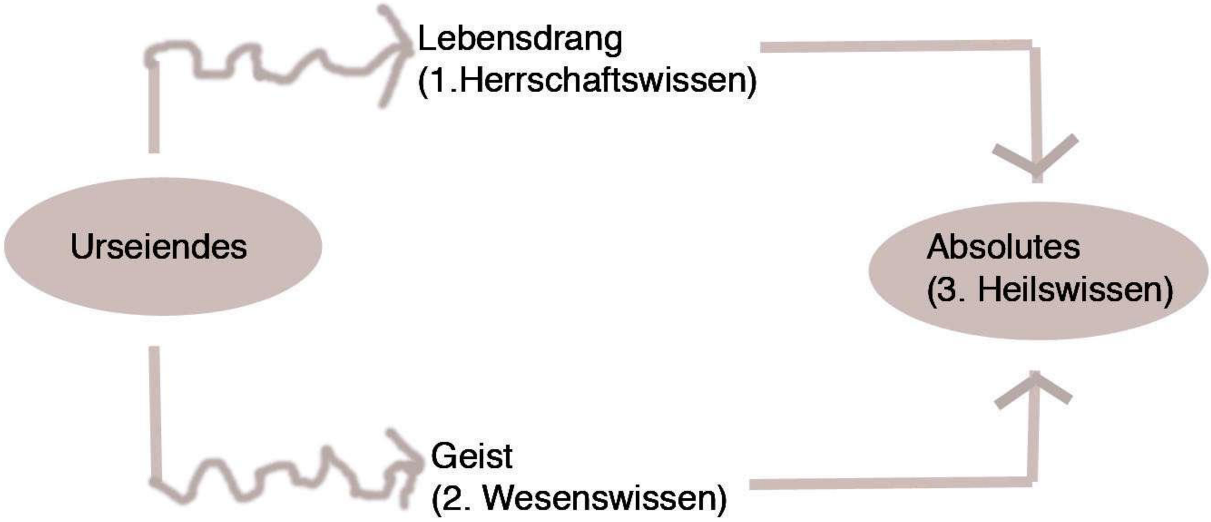
Leistungs- und Herrschaftswissen bzw. Wissen vom Dasein und der Materie
Dieses Wissen umfasst Gesetzmäßigkeiten, die mittels der positiven Wissenschaften, besonders der Naturwissenschaften, sowie der sinnlichen Wahrnehmung durch den Verstand erkannt werden können. Dazu ist es notwendig, dass die Realität betrachtet wird.
Wird eine Vorhersagbarkeit erkannt, ist die Basis für eine Machtausübung des Menschen geschaffen. Die evolutionäre Entwicklung führt, so Scheler, zur verstärkten Wahrnehmung von Gesetzmäßigkeiten.
Sie resultiert aus dem Lebensdrang, der, nach Scheler, zusammen mit dem Geist aus dem Urseienden hervorging.

Wesenswissen oder Wissen vom Sosein bzw. dem Wesen
Durch Vernunftschlüsse werden die Individualebene übergreifende Zusammenhänge erkennbar. Es können Überbegriffe, die mehrere Individuen umfassen, gebildet werden (Hunde, Menschen ect.). Dabei erfolgt eine Abstraktion zu Wesensbegriffen und Vorstellungen, die allem durch den Überbegriff zusammengefassten, in der Realität erfahbaren, zugrunde liegen.

Die Abstraktion zu Wesensformen ermöglicht ebenfalls den Rahmen der einzelnen Wissenschaften zu definieren. Wesenswissen führt zu phänomenologischen Ergebnissen, zum Erlangen dieses Wissens sind ausschließlich Menschen fähig. Es ist auf den Geist rückführbar.

Heilswissen oder das Absolute Sein
Das Absolute entsteht durch die Verbindung der erstgenannten Seinsformen. Es zu erlangen ist wenigen Menschen vorbehalten. Das Erreichen dieser Wissensstufe stimmt mit dem Ziel des Menschen. Der Mensch wird zum Mitbildner, Mitstifter und Mitvollzieher einer durch seine Erkenntnis entstehenden ideellen Werdefolge.
Nach Kant ist alles Seiende auf den Menschen zu beziehen (da dieser nur den ihm erkennbaren Ausschnitt der Realität wahrnimmt). Der Mensch findet durch mitvollziehende Teilnahme zum Urseienden (=Gott).

Bezug zu den Aspekten Sein, Sollen und Schein
Das Sein stellt Scheler in den drei oben genannten Wissensformen dar, die deshalb auch als Seinsformen bezeichnet werden.
Das Sollen aus der Perspektive des Menschen entspricht dem Weg zum Aufgehen im Absolute. Dazu gehört auch die Relativierung von Konkreten, falls es im Denken des Menschen den Platz des Absoluten eingenommen hat.
Dem Schein in Schelers metaphysischer Konstruktion entspricht jenes Konkrete.



Jean Paul Sartre: Freiheit – Wohin damit?

Franziska Hopf
Betreuer: Thomas Erlenhardt

Welcher Seinsbegriff findet sich in dem benannten Text ?

Sartre teilt das Sein in zwei Bereiche, nämlich in „Für-sich-Sein“ und „An-sich-Sein“. Unter Für-sich-Sein versteht man das Bewusstsein des Menschen. Das An-sich-Sein hingegen ist das gegenständliche Sein in Raum und Zeit.

Als Atheist bestreitet Sartre die Existenz eines transzendenten Wesens. Für ihn nimmt der Mensch den Platz ein, den in anderen Theorien Gott einnimmt.

Sartre spricht davon, dass die Existenz der Essenz vorausgeht. Der Mensch existiert also zuerst und fasst dann einen Plan. Dieser Plan ist ein Für-sich-Sein, das Teil des menschlichen Bewußtseins ist. Wenn der Mensch nun den Plan ausführt, so spricht man von dessen Ergebnis als einem An-sich-sein. Die reine Ausführung des Planes ist hingegen ein Für-sich-Sein, denn auf sie kann der Mensch noch Einfluss nehmen. Der Mensch kann nicht nur Pläne ausführen, sondern er kann sich auch auf vergangene Pläne und Ausführungen zurückbesinnen. Eine in der Vergangenheit zurückliegende Handlung wird logischerweise zum An-sich-Sein gezählt. Die Rückbesinnung als solche ist jedoch Teil des Für-sich-Seins.

Sich selbst nimmt der Mensch als ein Für-sich-Sein wahr. Im Mitmenschen hingegen sieht er nur ein An-sich-Sein: Mit anderen Worten ausgedrückt bedeutet dies, dass der Mitmensch (der Andere) zunächst ein bloßes Objekt ist, das in Raum und Zeit existiert. Sartres Kritiker werfen ihm oftmals vor egoistisch zu sein, da er stets nur von sich selbst ausgeht.

Gibt Sartre dem Leser einen Leitfaden für die Praxis an die Hand?
Falls ja, wie hängt dieser mit seinem Verständnis vom Sein zusammen?

Für Sartre gibt es kein Rezept zum „Glücklichsein“, das für alle Menschen gültig ist.

Jeder Mensch muss seine eigene Moral definieren. Jeder stellt also seine eigenen Spielregeln auf. Das bedeutet aber nicht, dass wir alle zu Egoisten werden sollen, im Gegenteil: Für den Kommunisten Sartre steht das „WIR“ im Vordergrund. So rät er, sich immer wieder die Frage zu stellen, *„Was wäre, wenn alle so handelten?“.*
Auch wenn jeder Mensch unterschiedliche Vorstellungen bezüglich seiner Moral hat, darf man die einzelnen Moralvorstellungen nicht miteinander vergleichen, oder gar bewerten. Denn alle Moralvorstellungen sind gleich, wenn der Mensch voll hinter „seiner“ Moral steht.

Für Sartre liegt es an jedem einzelnen Menschen seinem Leben einen Sinn zu geben. Dabei ist es wichtig, sich gegen das Aussichtslose zu stellen. Denn wenn alle resignieren kann nichts verändert werden. Dennoch muss sich der Mensch damit abfinden, dass sein Einfluss auf seine Mitmenschen begrenzt ist. Da jeder Mensch frei ist, hat jeder das Recht sich seine eigene Moral zu „basteln“. Dem Einzelnen steht es also nicht zu über seine „unmoralischen“ Mitmenschen zu urteilen.

Der Mensch kann sich nur auf sein eigenes Engagement verlassen. Wenn er etwas erreichen will, so muss er sich selbst engagieren. Er kann sich nicht darauf verlassen, dass sich andere darum kümmern. Sartre verurteilt damit den Quietismus.

Es wäre fatal, sich auf das Engagement seiner Mitmenschen zu verlassen, denn auch sie stehen in einem lebenslangen Entscheidungsprozess. D. h auch sie können ihre Meinungen jeder Zeit ändern.

Es fällt schwer Sartres Definition der Begriffe „Sein“, „Schein“ und „Sollen“ zu finden.
Klar ist, dass Sartre beim Sein zwischen den An-sich-Sein als Faktizität und dem Für-sich-Sein als dem eigentlichen Bewusstsein des Menschen unterscheidet.

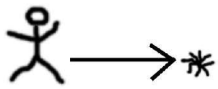
Den Begriff des „Sollens“ deutet er als die Verantwortung des Einzelnen gegenüber den Anderen. Sartre stellt die Übernahme der Konsequenzen aus dem eigenen Handeln als eine Unweigerlichkeit dar, die sich schon aus der Notwendigkeit ergibt, sich für eine Handlung entscheiden zu müssen: Wofür er sich entscheidet, ist dem Einzelnen dabei überlassen. Er trägt die alleinige Verantwortung für sein Tun und kann sie keinem anderen aufbürden.

Für den Begriff „Schein“ findet Sartre zwei Bedeutungen:
Zum einem sagt er, dass es so etwas wie Zeichen gar nicht gibt. Er räumt ein, dass es (selbst wenn es sie gäbe) immer der Mensch ist, der sie deutet und ihnen dadurch eine Tendenz gibt. Sartre spricht dabei von einer „subjektiven Deutung“.
Zum anderen spricht er vom „moralischen Schein“. Darunter versteht Sartre die Unaufrichtigkeit eines Menschen, der gegen seine eigene Moral handelt und sich somit selbst belügt.

Sartres Seinsbegriff

„Für-sich-sein“
(=das Bewußtsein
des Menschen)

„An-sich-sein“
(=das gegenständliche Sein
in Raum und Zeit)



Der Mensch existiert.
Der Mensch fasst einen Plan
Der Plan ist ein „für-sich-sein“,
somit kann der Mensch ihn
immer wieder verwerfen oder
neu gestalten

Der Mensch führt seinen Plan aus.
Der ausgeführte Plan ist ein
„An-sich-sein“,denn er kann nicht
mehr verändert werden.
Die Ausführung ist ein „Für-sich-sein“,
denn auf sie kann der Mensch noch
Einfluss nehmen

„Für-sich ist das, was es nicht ist und ist nicht das, was es ist“
„Das An-sich ist das was es ist“

Gerhard Vollmer : Die Moral der Gene – Soziobiologie und Ethik

Maxim Kazyukanov
Betreuerin: Mandy Kappler

Gerhard Vollmer vertritt als Biologe und Philosoph die Meinung , dass die Naturwissenschaften die heutige Philosophie/Ethik fundieren kann. In seiner Konzeption macht er deutlich, dass der Mensch nicht frei in seinen Entscheidungen ist, sondern dass das ganze Leben von Genen und von anderen äußeren Einflüssen gesteuert wird. Hierbei geht er davon aus, dass wir in einer dynamischen Welt leben, die nur durch Veränderung aufrechterhalten werden kann, denn alles Statische ist dem Untergang geweiht.
Um dies zu beweisen stützt er sich auf eine recht junge Wissenschaft, die Soziobiologie. Durch das Einbringen der Soziobiologie/Evolutionstheorie in die Ethik erhofft er sich, neue Erkenntnisse für diese zu gewinnen und die Entwicklung der Ethik zu erleichtern/zu fundieren, indem er die Vereinbarkeit der (ethischer) Normen mit der Biologie des Menschen berechnet und Prognosen anstellt, ob sich eine Norm auch durchsetzen wird.

„Die Soziobiologie ist die Wissenschaft von der biologischen Angepasstheit des tierlichen und menschlichen Sozialverhaltens. Weil Sozialverhalten eine ganz wesentliche Rolle in der Selbsterhaltungs- und Fortpflanzungsbemühungen der Organismen spielt, unterliegt es der formenden und optimierenden Kraft der evolutionsbiologischer Vorgänge. Das Erkenntnisinteresse von Soziobiologen richtet sich auf die Aufdeckung derjenigen Faktoren und ihren dynamischen Wechselbeziehungen, die für die Ausprägung jeweils spezifischer sozialer Verhaltenstendenzen verantwortlich sind. Es geht damit um die Frage, warum sich das Vermehrungsbestreben der Individuen (das als gegebene Systemeigenschaft des Lebens aufgefasst wird) gerade in den jeweils vorgefundenen und keinen anderen sozialen Verhaltensäußerungen niederschlägt.“
(Voland Eckart (2000): Grundriss der Soziobiologie. S. 1 ,Berlin)

Die Soziobiologie/Evolutionstheorie verdeutlicht, dass Menschen gewisse biologisch erklärbare Interessen haben, die man bei der Entwicklung der Ethik unbedingt in Betracht ziehen muss. Ansonsten wird eine nicht durchsetzbare Norm erschaffen, die eigentlich nutzlos/schädlich für die menschliche Entwicklung/Arterhaltung ist. Sie zeigt auch, dass der Mensch biologisch am Wohlergehen der Gemeinschaft interessiert ist, was durchaus durch die Ethik und die Soziobiologie auch vertreten wird. Sie kann auch viele Unklarheiten in der Ethik aufdecken und ihr den Weg zeigen in welche Richtung sie sich entwickeln soll, dabei stellt sie nicht die Schienen, sondern die Mauern für die Entwicklung dar.

Im Laufe der Evolutionsgeschichte hat sich keine spezifische Strategie wirklich bewährt. Der Mensch verdankt seinen evolutionären Aufstieg der Flexibilität und der Kooperation mit den anderen. Folglich ist die beste Taktik flexibel und kooperativ in seinen Strategien zu sein. Als Beispiel bringt Vollmer die Tauben/Falken – Strategie ein. Während ein Falke alles tut, um jede Auseinandersetzung zu gewinnen, kämpft er bis der Gegner besiegt oder er selber kampfunfähig ist. Dagegen greifen die Tauben nie von sich selbst an und fliehen bei jedem Angriff. Auf Dauer sind beide Taktiken nicht evolutionär stabil, denn wenn es nur Falken gäbe, würden sie sich nach kurzer Zeit ausrotten und wenn es nur Tauben gäbe, würden die Ressourcen nicht ausreichen, damit sich alle ernähren könnten. Deswegen muss es beide Spezies in einem gewissen Zahlenverhältnis zueinander geben, damit beide auf Dauer bestehen können. Um zu bestehen muss man den Weg der „goldenen Mitte" gehen, daher sollte man nicht in die Extreme abrutschen, denn die Evolution duldet so etwas nicht.

Selbst solche Verhaltensweisen wie die Enthaltsamkeit (keine Fortpflanzung) und Selbstaufopferung werden von der Soziobiologie als spezielle Formen des Altruismus erklärt. Ein solcher Fall liegt zum Beispiel vor, wenn sich ein Individuum opfert, und dies nicht nur aus puren Heldenmut, sondern weil ihm seine Biologie sagt, dass es für die Gemeinschaft positiv wäre. Zum Beispiel gab es im Zweiten Weltkrieg Soldaten, die sich auf Granaten geworfen haben, um ihre Kameraden zu beschützen. Solche Taten wurden in der Gesellschaft hoch angesehen. Biologisch betrachtet wurde dies dadurch verursacht, dass es diesem Individuum klar wurde, dass es „besser" ist, wenn ein Mensch stirbt als mehrere. Ähnlich ist es bei Menschen, die sich nicht fortpflanzen (es ist nur die Rede von zeugungsfähigen Menschen). Sie tun dies zum einen wenn sie merken, dass die eigene Familie eine gewisse Größe erreicht hat (es ist die Rede von Brüdern, Schwestern, Cousins usw.) und enthalten sich um nicht die optimalen Bedingungen für die Kinder zu zerstören. Andere wiederum enthalten sich, weil sie verhindern wollen, dass sich mögliche Erbschäden auf die nächste Generation übertragen.

G. Vollmer meint auch, dass es kein richtig oder falsch, so wie wir es empfinden, gäbe. Es gäbe nur durchsetzbar oder nicht durchsetzbar und alles in der Evolution Durchsetzbare wäre richtig. Um seine Theorien zu beweisen, stützt er sich immer wieder auf die Soziobiologie und die Evolutionstheorie. Er stellt sogar die Frage, ob wir die Evolution lenken sollten und in welche Richtung wir uns entwickeln sollen. Er wirft der Menschheit vor die Evolution „durch medizinische und ernährungstechnische Errungenschaften" beeinflusst zu haben. Die Evolution ist die bestmögliche Angepasstheit an die derzeitige Umgebung. Langfristig gesehen geht die Evolution langsam, aber sicher nirgendwohin.
Das wahre „Sein" für Vollmer ist alles Greifbare (Materielle), da man die Gene naturwissenschaftlich nachweisen kann, ist unser „Sein" nur die Vorgabe unserer Gene, die durch die Evolution beeinflusst werden. Durch Vollmer gewinnen die empirischen Wissenschaften an Bedeutung und erscheinen wichtiger als die Philosophie. Der menschliche Geist ist nur das Produkt des soziobiologischen Verhaltens und der Evolution. Wenn sich zum Beispiel ein Affenmännchen ein neues Weibchen nimmt, welches schon Junge hat, dann tötet er diesen fremden Babys. Dies scheint zunächst gegen die Vermehrungsregeln der Evolution zu verstoßen, aber wenn man weiß, dass das Männchen die Kinder seines Rivalen umbringt, um seinen eigenen Bestand aufzubauen, um seine Gene weiterzugeben, dann ist der Sinn der Evolutionstheorie wiederhergestellt. Nach Vollmer ist das beobachtbare Verhalten des Affenmännchens eine Art des „Scheins", denn in Wirklichkeit verhält er sich gemäß dem wahren „genetischen Sein". Auf den ersten Blick erscheint es also so, als würde das Tier gegen die Gene handeln, aber auf den zweiten Blick erkennt man, dass es nur eine ausgeklügelte Überlebensstrategie ist.
Das „Sollen" besteht also darin, die eigenen Gene weiterzugeben und das Überleben des Nach-wuchses zu sichern. Es ist viel Zeit von der Entwicklung des Urmenschen zum modernen Menschen vergangen, aber die Grundprinzipien haben sich nicht verändert, es hat sich nur ihre äußere Form verändert. Der Mensch ist für Vollmer also nichts weiter als nur ein etwas höher entwickeltes Tier.

Fazit

Thomas Erlenhardt

Zu Beginn der Akademie sollte zunächst eine Arbeitsgrundlage geschaffen werden, damit die Teilnehmerinnen und Teilnehmer über ein erstes Verständnis von Philosophie sowie über ein gewisses Sprach- und Argumentationsbewusstsein verfügen:

Was ist Philosophie? – Was leistet sie?

- Identitäts- bzw. Sinnstiftung
- Prüfungsinstanz im Leben: In welcher Welt leben wir?
- Argumentative Disziplin
- Befähigt zu Vernunftentscheidungen auf diskursiver Basis
- Meta-Disziplin
- Kritische Disziplin gegenüber Wissenschaften
- Begriffsklärung
- Aufgabenfelder: Ethik, Erkenntnistheorie, Ontologie

Der Diskurs – das Werkzeug der Philosophen

Regeln:

- Diskursbereitschaft – Gutwilligkeit
- Bereitschaft, sich nötiges Wissen über das Diskursthema anzueignen
- Unklare Begriffe bzgl. Bedeutung klären
- Nicht dogmatisch sein
- Argumente ausführen
- Nicht Personen im Diskurs angreifen

Ziel des Kurses war es, die Schülerinnen und Schüler zu eigenständiger, methodisch geordneter Reflektion anzuleiten. Ob die nachvollzogene Methode weiterhin ausgebaut wird und es den Teilnehmerinnen und Teilnehmern dauerhaft ermöglicht, teils vorherrschende, vereinfachende Welterklärungen kritisch auf ihre Prämissen zu hinterfragen, wird der weitere Reifungsprozess zeigen. Die Grundlage für eine vorsichtige und prüfende Haltung ist in der Kursarbeit gelegt worden.

„Das Thema Sein und Sollen war viel interessanter, als ich gedacht habe. Es hat in mir das Interesse für Philosophie geweckt.“ (Yang Hwan Lim)

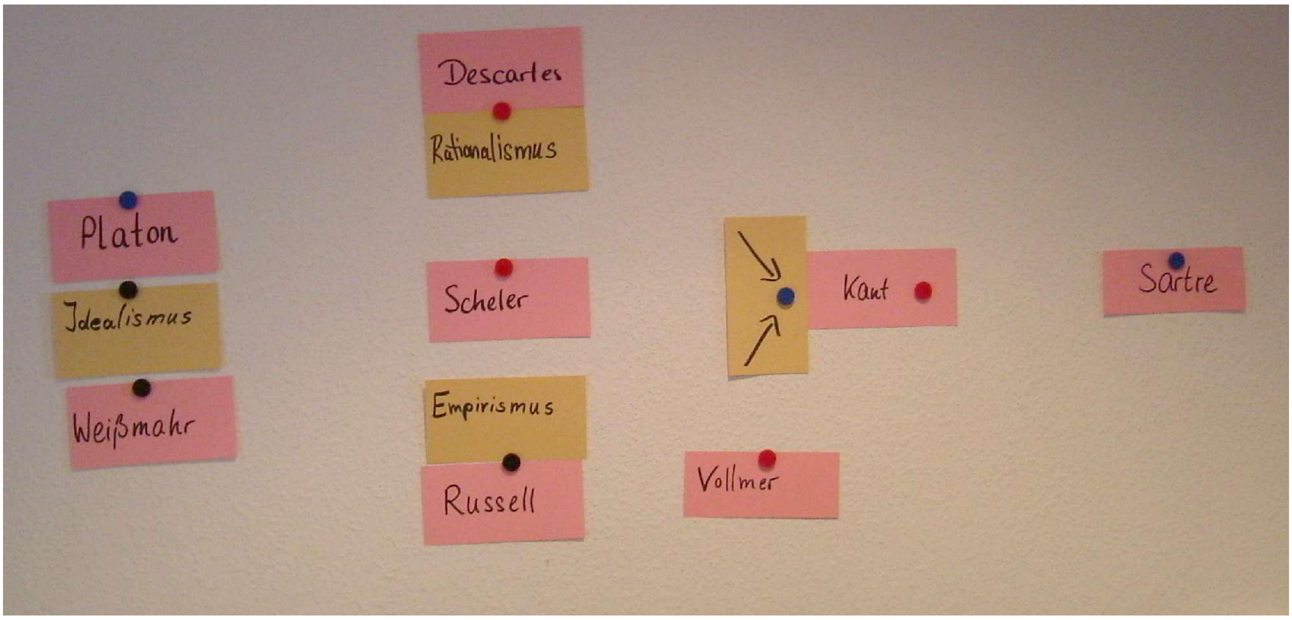
„In diesen zwei Wochen bin ich in den Genuss des philosophischen Wissens gekommen. Ich bin froh, auf dieser Akademie gewesen zu sein.“ (Maxim Kazyukanov)

„Es war ein schönes Erlebnis, mit anderen Schülern inhaltlich tiefgründige Diskussionen unter der sanften Anleitung von Fachkräften führen zu können. Zusätzlich habe ich persönlich viele neue Anregungen bekommen, mich mit Philosophie auseinander zu setzen.“ (Moritz Nocher)

„Mir hat der Philosophiekurs gut gefallen, weil ich nun gelernt habe, wie man an einen philosophischen Text herangehen muss, um seinen Inhalt zu erfassen.“ (Angelika Müller)

„Mir hat die Idee, Platons Höhlengleichnis in Form eines Theaterstückes darzustellen, besonders gut gefallen. Der über 2.000 Jahre alte Text war für mich verständlicher als Texte zeitgenössischer Philosophen.“ (Franziska Hopf)

„Ich fand es gut, dass meine Betreuerin und ich den Text über Scheler sehr ausführlich überarbeitet haben.“ (Katrin Oechsner)


Descartes
Rationalismus
Platon
Idealismus
Weißmahr
Scheler
Empirismus
Russell
Kant
Vollmer
Sartre

4. Voraussetzungen für eine funktionierende Demokratie

Prof. Dr. Josef Esser, Sven J. Weiss
Johann Wolfgang Goethe-Universität/Frankfurt

Einleitung: Zur Vorgehensweise

Wir haben bei der Vorbereitung des Kurses entschieden, die Fragestellung zu erweitern. Anstatt sich nur mit den Voraussetzungen für eine funktionierende Demokratie zu beschäftigen, hielten wir es für sinnvoller, zunächst den Begriff „Demokratie“ und seine unterschiedlichen Verwendungsweisen in der Geschichte der politischen Ideenlehre herauszuarbeiten und weiter zu fragen, was unter „Demokratie“ bei der Analyse und dem Vergleich aktuell existierender Ausprägungen der politischen Herrschaftsform „Demokratie“ sowohl normativ als auch empirisch-analytisch jeweils verstanden wird. Aus dieser Erweiterung der Fragestellung ergibt sich, dass wir bei der Untersuchung dieser unterschiedlichen Formen der Demokratie jeweils der Frage nach deren Legitimationsquellen und Funktionsbedingungen nachgegangen sind.
Der Kurs hatte den folgenden inhaltlichen Aufbau: Begonnen haben wir mit der ideengeschichtlichen Begriffsanalyse und der Erarbeitung einer Minimaldefinition von „Demokratie“. In einem zweiten Schritt wurden dann anhand der einflussreichen Analyse von Seymour Martin Lipset die Voraussetzungen für eine stabile Demokratie herausgearbeitet. Ebenso wichtig war es uns dann, den engen historischen und systematischen Zusammenhang zwischen privatkapitalistischer Marktwirtschaft und politischer Demokratie zu erklären – ein Tatbestand, der in der politikwissenschaftlichen Literatur dazu geführt hat, die derzeit existierenden demokratischen Systeme als „liberal-demokratisch“ zu bezeichnen.
Es folgte dann eine vergleichende Betrachtung unterschiedlicher liberal-demokratischer Systeme: des sogenannten präsidialen Systems der USA, des parlamentarischen Systems Großbritanniens, des System der Konkordanzdemokratie in der Schweiz, schließlich des demokratischen Systems Deutschlands, das in der Fachliteratur als eine Mischung aus (Parteien-)Konkurrenzdemokratie und Verhandlungsdemokratie bezeichnet wird. Der Vergleich aller vier Systeme konzentrierte sich darauf, wie jeweils das Spannungsverhältnis zwischen Legitimation und Funktionsfähigkeit institutionalisiert wird.
Im letzten Teil des Kurses haben wir uns mit aktuellen Kontroversen um die Zukunft territorialstaatlich verfasster liberal-demokratischer Systeme beschäftigt. Einmal haben wir diskutiert, ob und in welcher Weise die fortschreitende europäische Integration im Rahmen der Europäischen Union (EU) die demokratischen Systeme der Mitgliedsländer verändert bzw. sie sogar auflöst. Zum zweiten sind wir den allerorten zu hörenden Behauptungen nachgegangen, die zunehmende Globalisierung von Wirtschaft, Umweltgefahren und Kultur sowie die Transnationalisierungstendenzen von Politik lasse der nationalstaatlich verfassten politischen Demokratie keine Überlebenschancen.

Zum Begriff „Demokratie“

Nach der Durchsicht der politikwissenschaftlichen Literatur zum Begriff „Demokratie“, der deshalb umstritten ist, weil er „sowohl normativ als Legitimation für eine Form politischer Herrschaft als auch in seiner empirischen Anwendung zur Beschreibung existierender politischer Systeme gebraucht wird“ (Shell, 1987, S. 42), haben wir uns für die weitere Arbeit auf die folgende Minimaldefinition verständigt, die fünf Elemente enthält:

1. Demokratie basiert auf dem Prinzip der Volkssouveränität. Es darf keine politische Instanz geben, außer eine vom Volk legitimierte, welche die letztgültige Entscheidung über die Gesetze trifft, unter denen das Volk lebt. Mit anderen Worten: Die Entscheidung über das Gemeinwohl liegt beim Volk selbst, oder bei den vom Volk damit ausdrücklich in einem politischen Willensakt legitimierten Repräsentanten.
2. Der Begriff „Volk“ umfasst alle dauernd in einem Territorium ansässigen, rechtlich mündigen Bürger. Eine Diskriminierung aufgrund von Rasse, Religion, Geschlecht oder wirtschaftlich-sozialem Status ist ausgeschlossen.
3. Innerhalb des Volkes herrscht das Prinzip der rechtlichen Gleichheit in Bezug auf die Teilnahme am politischen Willensbildungsprozess.
4. Es muss ein Mindeststandard an sozialer Gleichheit in dem Sinne gewährleistet sein, dass kein Teil der Bevölkerung durch fehlende Bildung oder Zeit von der Möglichkeit ausgeschlossen ist, seine eigenen Interessen zu formulieren. Auch darf es keine Machtzusammenballungen geben, welche die Vertretung von individuellen oder Gruppeninteressen verbieten oder behindern.
5. Volksherrschaft lässt sich nur praktizieren, wenn Institutionen vorhanden sind, die es dem souveränen Volk ermöglichen, seinem Willen Ausdruck zu verleihen und am politischen Willensbildungsprozess teilzunehmen.

Funktionsfähigkeit und Legitimation als Voraussetzungen für stabile Demokratien

In seiner Studie *Soziologie der Macht* (1962) postuliert Seymour Martin Lipset, Legitimität und Funktionsfähigkeit des politischen Systems seien – neben der wirtschaftlichen Entwicklung – Grundvoraussetzungen für die Stabilität von Demokratien. Funktionsfähig (in einem empirisch nachprüfbaren Sinne) sei ein politisches System in dem Maße, in welchem es seine Regierungsfunktionen erfülle. Seine (normative) Legitimität beziehe es aus der Überzeugung der Bevölkerung, dass seine Institutionen „für die betreffende Gesellschaft die bestmöglichen sind“ (Lipset 70). Die Identifikation der Bevölkerung mit dem politischen System äußere sich in einem „Profan-Kultus“ (z.B. nationale Feiertage und Symbole).

Zur Veranschaulichung des Zusammenhangs entwirft Lipset folgende Matrix:

		Funktionsfähigkeit	
		+	-
Legitimität	+	A	B
	-	C	D

Am stabilsten seien politische Systeme, in denen ein hohes Maß sowohl an Legitimität als auch an Funktionsfähigkeit realisiert werde [A].

Legitimitätskrisen entstehen nach Lipset in Phasen des gesellschaftlichen Wandels, und zwar insbesondere
- wenn der Status von tragenden Gruppen der alten Ordnung unter den neuen Bedingungen gefährdet ist,
- wenn bedeutende gesellschaftliche Gruppen und ihre politischen Forderungen während des Übergangs nicht in den politischen Prozess miteinbezogen werden.

Lipset identifiziert eine Zahl von sozialen Konfliktfeldern, auf denen sich die Gesellschaft entlang sogenannter *cleavages* spaltet: die Trennung von Kirche und Staat, der Kampf um politische Gleichheit und wirtschaftliche Chancengleichheit, die Auseinandersetzung um die Verteilung des Nationalprodukts (Konflikt Kapital / Arbeit) sowie unterschiedliche regionale Differenzierungen.

Gesellschaftliche Konflikte müssen, so Lipset, nacheinander bearbeitet werden, um eine Überlagerung und Stabilisierung von Konfliktlinien zu vermeiden. Zudem müssten alle bedeutenden gesellschaftlichen Gruppen in den Problemlösungsprozess miteingebunden werden, um die Aussicht auf politische Toleranz zu erhöhen.

Literatur:

Martin Seymour Lipset, *Die Soziologie der Macht (Neuwied, 1962) S. 70-87.*

Zum Verhältnis von Demokratie und Marktwirtschaft
Die wechselseitige funktionale Abhängigkeit von Demokratie, (Polyarchie) und Marktwirtschaft hat Charles E. Lindblom in seiner Studie *Jenseits von Markt und Staat* (1983) untersucht. Die Wirtschaft habe in diesem System gegenseitiger Rücksichtnahme eine „privilegierte Position“ inne, weil sie (ebenso wie der Staat) wesentliche öffentliche Funktionen wahrnehme (Güterproduktion und Einkommensverteilung). Sie sei zwar auf die Rahmenbedingungen angewiesen, die der Staat bereitstelle, sie könne aber eben auch ihren Anspruch auf diese Form der Unterstützung wirksam durchsetzen, da der Staat von der Wirtschaft keine Leistungen erzwingen könne. Zu diesen „Privilegien“ zählt Lindblom solche „Anreize“ wie die Garantie des Privateigentums und die Gewährleistung eines rechtlichen Rahmens für wirtschaftliches Handeln ebenso wie steuerliche Vergünstigungen.

Wichtige Akteure der Wirtschaft können in Arbeitsbündnissen mit der jeweiligen Regierung in die Gestaltung der Politik miteinbezogen werden, wobei sich die Frage der demokratischen Legitimation solcher Verfahrensweisen aufdrängt. Ebenso ist auf die beschränkten Möglichkeiten von Arbeitnehmern hinzuweisen, ihre politischen Interessen geltend zu machen, da diese mit Streikaktionen nur sehr begrenzt Wirkung entfalten könnten.

In den liberalen Demokratien des Westens gebe es daher eigentlich zwei Souveränitäten, nämlich die des politischen Systems und die des ökonomischen Systems. Prekär erscheinen unter diesen Bedingungen besonders zwei Elemente der Demokratie im allgemeinen Sinne (vgl. die oben gegebene Minimaldefinition): die Souveränität des Volkes sowie das zu gewährleistende Mindestmaß an sozialer Gleichheit.

Literatur:

Charles E. Lindblom, „Die privilegierte Position der Wirtschaft“, *Jenseits von Markt und Staat* (*Frankfurt, 1983)S. 270-298. [Englische Originalausgabe: Politics and Markets (1977)].*

Die Präsidiale Demokratie der USA

Samantha Gött
Betreuerin: Julia H. Kuhn

Was bedeutet präsidiale Demokratie?

In der präsidialen Demokratie verfügt der Regierungschef über sehr weitreichende Machtbefugnisse. Er wird vom Volk gewählt und ist gleichzeitig Staatsoberhaupt. Eine präsidiale Demokratie erkennt man an der scharfen Trennung zwischen Exekutive und Legislative. Deshalb ist der Präsident auf die Unterstützung des Parlaments angewiesen bzw. muss sich dessen Entscheidungen beugen.

Das System der Gewaltenteilung in den USA: „Checks and Balances“
In den USA gibt es drei Legitimationsquellen: die Direktwahl des Präsidenten, der Senatoren und Abgeordneten des Repräsentantenhauses. Diese Aufteilung der Staatsgewalt steht einer möglichen Machtkonzentration und deren Missbrauch entgegen und dient dem Schutz von Minderheiten vor der „Tyrannei der Mehrheit.“ Sie ist historisch begründet in dem negativen Menschenbild der *Founding Fathers*. [Literatur: *Federalist Papers* # 51 (1787).]

Das System der horizontalen Gewaltenteilung auf Bundesebene

1. Legislative → Kongress → Senat, Repräsentantenhaus
2.Exekutive → Präsident
3. Judikative → Supreme Court

Die Legislative / Der Kongress

Der Kongress (d.h. jedes seiner Mitglieder) besitzt das alleinige Recht zur Gesetzesinitiative. Er bearbeitet, verändert und blockiert Gesetze. Die Legislative als stärkste Gewalt wird durch die Teilung in zwei (verfassungsrechtlich gleichberechtigte) Kammern geschwächt, den Senat und das Repräsentantenhaus.

Es gibt keinen Fraktionszwang, d.h. bei anstehenden Entscheidungen sind sowohl Repräsentanten als auch Senatoren unabhängig und nur ihrem eigenen Gewissen und den Wählern ihres Wahlkreises verantwortlich („All politics is local.").
Die Arbeit des Kongresses verlagert sich weitgehend auf die Ausschüsse („Arbeitsparlament").
Der Kongress ist ein Kontrollorgan der Exekutive. Er kann das präsidentielle Veto (s. unten) mit einer 2/3-Mehrheit überstimmen.
Die Kompetenz der Geldbewilligung liegt beim Kongress. Die Bewilligung von Geldmitteln für die Außen- und Sicherheitspolitik obliegt dem Repräsentantenhaus. Mit dem Ende des Kalten Krieges hat die Bereitschaft im Kongress zugenommen, auf diese Weise auch in der Außenpolitik die vorrangige Gestaltungsmacht des Präsidenten einzuschränken. Zudem bedürfen völkerrechtliche Verträge der Ratifizierung des Senats (*Treaty Power*).
Der Senat bestätigt die (vom Präsidenten ernannten) Richter am Obersten Gerichtshof.

Die Exekutive / Der Präsident

Der Präsident ist Staatsoberhaupt, Chef der Exekutive und Oberbefehlshaber über die Streitkräfte.
Da der Präsident vom Volk direkt gewählt wird und also nicht über eine eigene Regierungsmehrheit im Kongress verfügt, ist er darauf angewiesen, sich die Unterstützung einer Kongressmehrheit jedes Mal neu zu sichern.
Er hat kein formales Recht zur Gesetzesinitiative; in der Praxis lässt er Gesetzesinitiativen durch ihm nahestehende Mitglieder des Kongresses einbringen.
Der Präsident wird gegenüber dem Kongress durch sein Vetorecht gestärkt (qualifiziertes Vetorecht), auch wenn er überstimmt werden kann (s. oben). Zudem besteht die Möglichkeit eines *pocket veto*.
Der Präsident besetzt die Spitzenpositionen der Bundesverwaltung selbst. Daraus resultiert einerseits ein Mehr an Flexibilität und Effektivität, andererseits mindert dieses Verfahren die Kontinuität des Verwaltungshandelns.
Das Recht zur Kriegsführung unterliegt der Verfassung nach alleine dem Kongress. Allerdings ist der Präsident als Oberbefehlshaber der Streitkräfte dazu verpflichtet, die Verfassung zu wahren und zu verteidigen und gegen plötzliche Angriffe zu schützen. Dieser Umstand hat in der Vergangenheit immer wieder dazu geführt, dass US-Truppen ohne die Autorisierung des Kongresses außerhalb der amerikanischen Grenzen eingesetzt wurden. Der *War Powers Act* von 1973 (als Konsequenz aus dem Vietnam-Debakel) ermöglichte es dem Kongress fortan, durch eine *Concurrent Resolution* nach hundert Tagen den Rückzug der Truppen zu erzwingen, falls die Truppen nur auf präsidentiellen Beschluss hin entsandt worden sind.
Der Präsident ernennt die Richter am Obersten Gerichtshof. In der Vergangenheit haben verschiedene Präsidenten solche Richter vorgeschlagen, von denen sie sich eine ihrer Politik opportune Rechtsprechung erhofften.
Der Präsident ist das in der Öffentlichkeit sichtbarste und dominanteste Element des amerikanischen Regierungssystems. Durch seine starke Medienpräsenz kann er seine Anliegen in den Mittelpunkt der öffentlichen Gespräche bringen.

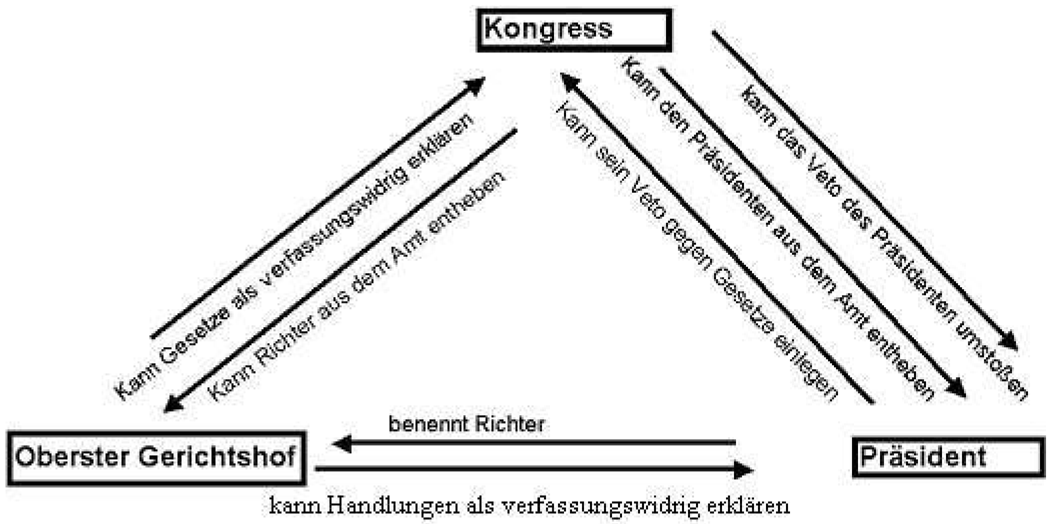
Die Judikative / Der Supreme Court

Die rechtsprechende Gewalt auf Bundesebene umfasst den Obersten Gerichtshof, 12 Berufungsgerichte, 91 Distriktgerichte und Gerichte mit besonderer Zuständigkeit, z.B. das Steuergericht oder das Klagegericht. Der Präsident ernennt die Bundesrichter, die dann vom Senat bestätigt werden müssen. Sie sind also indirekt demokratisch legitimiert, wenngleich sei „dem Volke" für ihre Entscheidungen nicht verantwortlich sind. Zugleich führt die Ernennung der Richter auf Lebenszeit zu einem hohen Maß an richterlicher Unabhängigkeit.

Der Oberste Gerichtshofe hat nicht das Initiativrecht zur abstrakten Normenkontrolle. Im konkreten Falle hat er folgende Aufgaben:

- Er legt die erlassenen Gesetze und administrativen Verordnungen aus (*statutory construction*).
- Er wacht darüber, ob ein verabschiedetes Gesetz oder eine Regierungsmaßnahme gegen die US-Verfassung verstößt (*judicial review*). Bundesgerichte können Gesetze der einzelnen Bundesstaaten, welche gegen die Verfassung verstoßen, aussetzen.

Checks and balances



Literatur:

Kurt L. Shell, „Das politische System“ in: *Willi Paul Adams/Peter Lösche (Hg.), Länderbericht USA (Frankfurt, 1999) S. 207-262.*

Die parlamentarische Demokratie Großbritanniens

Sarah Steinau
Betreuerin: Christine Merbach

Die konstitutionelle Monarchie

Der Begriff „konstitutionelle Monarchie“ besagt, dass der Monarch als Staatsoberhaupt den Staat repräsentiert und an die Verfassung gebunden ist.

Er hat das alleinige Recht Krieg zu erklären bzw. Frieden zu schließen. Ohne seine Zustimmung bzw. Unterschrift kann keine Gesetzesvorlage in Kraft treten. Er verleiht Auszeichnungen und Ehrentitel und unterschreibt Verträge. Seine Funktion als Staatsoberhaupt erstreckt sich auf die Repräsentation der Legislative und Judikative, der Church of England und den Oberbefehl über die königlichen Truppen.

Die Verfassung

Das britische Verfassungsrecht beruht auf historischen Dokumenten, wie z.B. der Magna Charta Libertatum (1215), der Petition of Rights (1628), der Habeas-Corpus-Akte (1679) und der Bill of Rights (1689). Obwohl das Vereinigte Königreich keine „geschriebene“ Verfassung hat, kommt es aufgrund der ausgeprägten demokratischen Traditionen nicht zu Revolten und undemokratischen Konflikten.

Das Parlament

Seit 1999 ist das Vereinigte Königreich kein unitarischer (zentralistischer) Staat mehr. Schottland, Wales und Nordirland haben aufgrund der Devolution (Dezentralisierung) ihr eigenes Parlament. D.h. Teile der Regierungsgewalt Londons sind nun auf diese Parlamente übertragen.
Parlamentssouveränität besagt, dass allein das Parlament das Recht hat, jedes beliebige Gesetz zu beschließen oder abzuschaffen und dass es außerhalb des Parlaments kein Gremium und keine Person gibt, die das gesetzmäßige Recht hat, Parlamentsentscheidungen zu verändern. Die „Rule of Law“ schützt BürgerInnen vor staatlicher Willkür, indem sie das Parlament zwingt, allen Machtausübungen Gesetzesform zu geben. Aufgrund der Parlamentssouveränität kann es keine kommunale Selbstverwaltung geben.
Das Parlament ist der Ort der Auseinandersetzung politischer Parteien, in dem die Volksvertreter miteinander beraten. Das Parlament umfasst 2 getrennte Kammern, das Unterhaus sowie das Oberhaus. Die Mitglieder des Unterhauses werden mit allgemeinem Mehrheitswahlrecht über festgelegte Wahlkreise alle 5 Jahre gewählt. Das Mindestalter für die Wahlberechtigung beträgt 18 Jahre.
Die Hauptaufgaben des Parlaments sind die Gesetzgebung und die Kontrolle der Regierung. Ein Gesetz, welches das Unterhaus verabschiedet hat, wird an das Oberhaus weitergeleitet. Die Mitglieder des Oberhauses werden nicht gewählt, sondern vom Premierminister vorgeschlagen und vom Monarchen ernannt. Parteipolitisch haben die Konservativen die Mehrheit im Oberhaus. Das Oberhaus kann jederzeit Detailvorschläge zu Gesetzesvorlagen machen, die das Unterhaus jedoch nicht akzeptieren muss. Zudem besitzt das Oberhaus nur ein aufschiebendes Vetorecht von 6 Monaten. Nach Ablauf der Frist zerfällt das Veto. Das Oberhaus stellt somit keine große politische Macht dar. Die Labour-Regierung hat kürzlich das Erbrecht im Oberhaus abgeschafft.
Im Unterhaus sind zwar mehrere Parteien vertreten, das politische System wird jedoch von einem Zweiparteiensystem geprägt. Die stärkste Partei im Unterhaus bildet die Regierung, die zweitstärkste die Opposition. Die Conservative Party sowie die Labour Party dominieren die Politik seit dem Ende des 1. Weltkrieges.

Der Premierminister und das Kabinett

Der Premierminister wird von der Mehrheitspartei gewählt und vom Staatsoberhaupt ernannt. Seine Machtposition ist sehr stark, da er das Parlament jederzeit auflösen und einzelne Minister ernennen und entlassen kann. Dem Premierminister untersteht kein Ministerium. Er ernennt seine Minister aus dem Unterhaus des Parlaments.
Das Kabinett ist die oberste Regierungsgewalt, die die eigentlichen politischen Entscheidungen trifft und für die Kooperation der einzelnen Ministerien zuständig ist. Sie umfasst 15 bis 20 Minister.
Die Kabinettsarbeit beruht auf der kollektiven sowie der ministeriellen Verantwortlichkeit. Die kollektive Verantwortlichkeit besagt, dass das Kabinett einstimmig handelt, die ministerielle, dass die einzelnen Minister für ihre Vorgänge verantwortlich sind bzw. die Folgen für jegliche Fehlleistungen im Bereich der Verwaltung oder der politischen Arbeit ihres Ministerium tragen.

Civil Service

Der Civil Service (der öffentliche Dienst) ist die britische Staatsverwaltung und zu politischer Neutralität verpflichtet. Er ist das wichtige Gegengewicht zur Parlamentssouveränität. Der Civil Service beschäftigt in der Zentralregierung ca. 550000 Menschen. Er wird vor allem von Absolventen der Cambridge und der Oxford University dominiert sowie von anderen Elite-Universitäten.

Die Kommunalverwaltungen

Die Verfassung des Vereinigten Königreichs sieht keine Trennung zwischen zentralen und kommunalen Behörden vor. In England und Wales wurde das System der Grafschaften beibehalten, die Verwaltungseinheiten wurden jedoch weitgehend neu strukturiert. London verfügt über einen zentralen

Verwaltungsrat, dem die Verwaltungsbehörden der 32 Londoner Stadtbezirke und der Londoner Innenstadt unterstehen. In Schottland wurde die Verwaltungsgliederung nach Grafschaften durch eine regionale ersetzt. Seit 1999 entscheidet das neue schottische Parlament über die Vereilung der von London zugewiesenen Finanzmittel.
Die Mitglieder der Verwaltungsräte auf Grafschafts- und Distriktebene werden auf 4 Jahre gewählt. Im Allgemeinen fallen folgende Bereiche unter die Zuständigkeit der Kommunalverwaltungen: Bibliotheken, Schul- und Wohnungswesen, Umweltschutz, Polizei, Feuerwehr und Verkehr. Dennoch ist die Autonomie der genannten Bereiche seit den Änderungen der Finanzordnung beschränkt.

Literatur:

Roland Sturm, *Großbritannien: Wirtschaft, Gesellschaft, Politik, 2. Aufl., Opladen, 1997, S. 225-286.*

Die Konkordanzdemokratie der Schweiz

Nadine Henze
Betreuer: Stefan Rumpel

Inhalt des Referats

Der Begriff „Konkordanz“ entstammt dem lateinischen „ concordantia“und bedeutet so viel wie Übereinstimmung. Die Konkordanzdemokratie ist sinngemäß eine Verhandlungsdemokratie. Sie verzichtet auf Konfliktregelungen nach dem Mehrheitsprinzip oder durch Befehl. Sie versucht, wie der Name schon verrät, auf dem Wege der Verhandlung einen Konsens über strittige Fragen herbeizuführen. Hierzu wendet sie hauptsächlich Entscheidungsmaximen des gütlichen Einvernehmens an.
Kennzeichen der Konkordanzdemokratie sind die Beteiligung von Minderheiten an Enzscheidungsprozessen mit gesichertem Vetorecht und die Absicherung der Kompromissverfahren durch formelle Proporz- und Paritätsregeln z.B. bei Besetzung öffentlicher Ämter.
Die Konkordanzdemokratie hat sich vor allem in kleineren, gesellschaftlich lange zerklüfteten kontinentaleuropäischen Ländern entwickelt, vor allem in der Schweiz und in den Niederlanden.

Direkte Demokratie

Das schweizerische Regierungssystem ist durch seine direktdemokratische Komponente gekennzeichnet , die dem Bürger ein hohes Maß an politischem Mitspracherecht gewährt . Zu den direktdemokratischen Instrumenten gehören die Volksinitiative auf Totalrevision sowie die Volksinitiative auf Teilrevision der Bundesverfassung, darüber hinaus das obligatorische Gesetzesreferendum und das fakultative Referendum.

Durch die Volksinitiative kann das Stimmvolk das Parlament und die Regierung zur Vorlage eines Gesetzes oder eines Gegenantrages zwingen. Das ist das Instrument der vorgreifenden Kontrolle des Gesetzgebers durch das Stimmvolk. Das Instrument der nachgreifenden Kontrolle des Volkes ist das fakultative Referendum. Auf Verlangen von 50000 Stimmberechtigten oder acht Kantonen werde dem fakultativen Referendum zufolge dem Volk Bundesgesetze zur Abstimmung unterbreitet. Vor allem dieses Referendum zwingt den Gesetzgeber referendumsfeste Gesetze zu formulieren.

Auf kantonaler Ebene genießt der Stimmbürger noch größeres Mitspracherecht . Hier kommen auch die Gesetzesinitiative und das Finanzreferendum zum Zuge. Hinzu kommen Abstimmungen in den Gemeinden und der Volksentscheid über Steuervorlagen.

Vor- und Nachteile der Konkordanzdemokratie:

Die Konkordanzdemokratie gekoppelt an die direktdemokratische Komponente nach Schweizer Art vergrößert die Chance, dass Regierende auf Regierte in besonderem Maße achten und sie stärkt die politische Beteiligung in quantitativer Weise.
Der Zeitaufwand, der benötigt wird, um Entscheidungen nach dem Konkordanzprinzip zu treffen, dauern

meist sehr lange und dementsprechend sind die Entscheidungskosten sehr hoch. Allerdings macht die Direktdemokratie den politischen Prozess für den Bürger interessant. Sowohl die Direktdemokratie als auch die Konkordanzdemokratie haben eine große integrative Funktion, da diese Systeme den unterschiedlichen Segmenten der Gesellschaft eine gesicherte Teilnahme an der politischen Willensbildung und an Entscheidungsprozessen, z.B. durch ein Vetorecht, garantieren. Viele Vetospieler können sich auch negativ auswirken, indem sie das politische System blockieren, man spricht von einer sogenannten Tyrannei der Minderheiten. Die starre Outputseite der Konkordanzdemokratie könnte zu Spannungen mit der relativ mobilen Inputseite führen. Damit wächst die Kluft zwischen Erwartungshaltung der Bürger und der Leistungsfähigkeit der Politik.
Durch das hohe Ansehen, das die Direktdemokratie in der Schweiz genießt,
(sie wird als ein unverzichtbares Regelwerk angesehen), können aufkommende Spannungen gelindert werden.

Fazit

Die Konkordanzdemokratie ist ein System mit ambivalenten Leistungen. Sie sogt sowohl für eine sehr gute Partizipation, als auch für eine sehr gute Integration des Volkes. Allerdings durch den großen Zeitaufwand, der zur Entscheidungsfindung benötigt wird, sind Innovation und ein rasanter Kurswechsel nur sehr eingeschränkt möglich. Dies kann zu Modernisierungsproblemen und zu Entwicklungsrisiken führen .

Begriffserklärungen

Ein Politisches System erfährt Input und produziert durch sein agieren Output. Diese Begriffe sind im Zuge der politischen Kybernetik entstanden, die abstrahiert, um den Vergleich zwischen politischen Systemen zu ermöglichen. Als Input vom Volk hin zum politischen System bezeichnet man z.B. all das, was an die Regierung herangetragen wird. Als Output ist die Leistungserbringung des politischen Systems und dessen Funktionsfähigkeit zu nennen. Hierbei ist ebenfalls der Begriff „System" wie er in der Diskussion genutzt wurde zu erklären. Ein System ist abgegrenzt und seine Elemente stehen miteinander in einem Funktionszusammenhang.
Unter Versäulung versteht man, die Verfestigung politischer Lager an Hand der Konfliktlinien (Desintegration), und die gleichzeitige Integration der fragmentierten Gesellschaft mit Hilfe der Anerkennungskultur.

Diskussionsthemen

Die erste Frage: Ist die Direktdemokratie ist ein „Fest für Demagogen"? Diese Frage ist durch die Tatsache, dass sich sechzig Prozent der Bevölkerung eigenständig politische Kompetenzen aneignen verneint. Geschichtlich lässt sich dies dadurch beweisen, dass eine Totalrevision der Bundesverfassung bisher nur einmal (1935) erfolglos versucht wurde.
Zweite Frage: Wird durch Integration die Effektivität gehemmt, aber die Legitimation erhöht?
Die Funktionsfähigkeit wird eingeschränkt, da die Förderung von Integration einen hohen Verwaltungsaufwand nach sich zieht. Aber da Integration ein entscheidender Aspekt für die Legitimation einer Regierung ist, ist sie stets um Integration bemüht. Deshalb kommt es zu einem Spannungsverhältnis zwischen Integration und Effektivität.
Dritte Frage: Lässt sich die Direktdemokratie in andere Länder verpflanzen? Die Verpflanzung der Direktdemokratie in andere Systeme hängt vor allem vom vorherrschenden Souveränitätsmodus ab. Wenn man z.B. in England die Direktdemokratie einpflanzen würde, hätte dies zur Folge, dass die Parlamentsouveränität beträchtlich eingeschränkt werden würde. In der BRD würde die Einpflanzung einer starken Direktdemokratie die Verfassungssouveränität einschränken. Dies würde zu schweren Konflikten zwischen dem Stimmvolk und dem Parlament, zwischen Stimmvolk und dem Bundesverfassungsgericht, zwischen Stimmvolk und dem Bundesrat führen.
Außerdem würden die Rechte des Parlaments, der Länder und des Bundesverfassungsgerichtes schwer beschnitten werden.
Die Errichtung einer Direktdemokratie nach Schweizer Art ist in Deutschland auf Grund der oben genannten Konflikte nicht möglich.

Literatur:

Manfred, G. Schmidt, *Lehren der Schweizer Referendumsdemokratie*, in: Claus Offe (Hg.), *Demokratisierung der Demokratie, Frankfurt / New York 2003, S. 111-123.*

Deutschland zwischen Konkurrenz- und Verhandlungsdemokratie

Marie Bielke
Betreuer: Stefan Rumpel

In der BRD vermischen sich konkurrenz- und verhandlungsdemokratische Mechanismen.
Der konkurrenzdemokratische Aspekt besteht darin, dass ein Dualimus zwischen Opposition und Regierung herrscht. Die Mehrheitsfraktion im Bundestag stellt die Regierung und die Opposition kontrolliert die Regierung und artikuliert Probleme im Bundestag.

Die Opposition muss sich entscheiden, ob sie öffentlich Kontroversen austrägt oder ob sie mit der Regierung zusammenarbeitet. Meist wird eine gemischte Strategie gewählt.

Die Geschäftsordnung des Bundestags unterstützt den Dualismus durch:

- Prinzip: Rede- Gegenrede
- Möglichkeit den Untersuchungsausschuss einzusetzen, was zur öffentlichen Bloßstellung bei Skandalen führt
- Verrechnen der Redezeit auf die Fraktionen

Der Bundesrat muss Gesetzen, die das Bund-Länder-Verhältnis betreffen, zustimmen. Dadurch ist die Regierungsfraktion gezwungen, den Bundesrat in Gesetzgebungsprozesse einzubinden und es kommt zu Verhandlungen.
Meist hat die Opposition die Mehrheit im Bundesrat, da die Wahltermine über den Verlauf der Legislaturperiode der Regierung gestreut sind. So drückt sich in den Landtagswahlergebnissen oft der Unmut gegen die Regierungsparteien aus.
Auch wenn die Regierung ebenfalls die Mehrheit im Bundesrat besitzt, kommt es zu Verhandlungen, da versucht wird, Länderinteressen durchzusetzen.
Auf Grund dieses konkordanzdemokratischen Elements bezeichnet man die BRD auch als „Staat der großen Koalition".

Ein weiteres Kontrollinstrument stellt das Bundesverfassungsgericht dar. Es prüft Gesetze auf Antrag auf ihre Verfassungskonformität. Diese Kontrollmöglichkeit wird meist von der Opposition genutzt. Folgende Das Bundesverfassungsgericht prüft auf Antrag Gesetze auf ihre Verfassungskonformität. Diese Kontrollmöglichkeit wird von der Opposition genutzt. (konkordanzdemokratisch)
Folgende Feststellungen lassen sich machen:

- Gesetzgebungsprozesse verlangsamen sich durch eine Prüfung
- Das Bundesverfassungsgericht schränkt durch seine Urteile die Parlamentssouveränität ein („Verfassungsgerichts- Souveränität")
- Die Regierung passt ihre Vorschläge im Vorhinein an das Bundesverfassungsgericht an und die Urteile sind der politischen Mitte angepasst. (konkordanzdemokratisch)
- Das Bundesverfassungsgericht genießt hohe Vertrauenswerte in der Bevölkerung und Unterstützt somit die Legitimität des politischen Systems.

Die BRD ist ein Land mit einer hohen Vetospielerquote.
Vetospieler ist ein Begriff von George Tsebelis und bezeichnet Institutionen, die Blockaden auslösen können.
Von einer Politikverflechtungsfalle spricht F.W. Scharpf, wenn durch die Verflechtung von politischen Institutionen und eine hohe Anzahl an Vetospielern Blockaden entstehen.

Diskussion

Warum hat die geschriebene Verfassung in Deutschland einen so hohen Stellenwert?
Die Demokratie in Großbritannien etablierte sich sukzessive und durch historische Ereignisse bedingt. Dadurch entwickelte sich eine besondere Legitimität im Volk für demokratische Grundsätze. In Deutschland herrschte auch in der Weimarer Republik kein Demokratieverständnis. Weimar war eine wertneutrale Demokratie. Nach dem Zweiten Weltkrieg wurde eine wehrhafte Demokratie in Deutschland etabliert. Das bedeutet, dass sie auf einer freiheitlich demokratischen Grundordnung beruht. Artikel 1 und 20 des GG sind jeglicher Änderung entzogen. Grundrechte können eingeschränkt werden, wenn Bundesrat und Bundestag mit einer Zweidrittelmehrheit zustimmen. Allerdings dürfen sie in ihrem Wesensgehalt nicht verändert werden.

Begrifserklärungen zur Analyse politischer Systeme
Die Gesamtheit des politischen Systems lässt sich in die drei Bereiche *politics* (Prozesse, Akteure), *policy* (Politikfelder, konkrete politische Inhalte) und *polity* (Funktionszusammenhänge, Institutionen) gliedern. Diese drei Bereiche müssen bei einer Analyse eines politischen Systems berücksichtigt werden. Das input-output-System beschäftigt sich mit der Zuweisung von Werten. Der Vorwurf an den Versuch der Politikwissenschaft diese Wissenschaft naturwissenschaftlich zu systematisieren, besteht darin, dass nicht der Mensch im Vordergrund stehe.

Macht bedeutet jede Chance innerhalb einer sozialen Beziehung den eigenen Willen auch gegen Widerwillen durchzusetzen, egal wie hoch diese Chance ist.
Politik ist demnach Kampf um Macht. Herrschaft wird als institutionalisierte Macht definiert.
Idealtypen sind theoretische Modelle, die in der Realität nicht existieren, da in ihnen wichtige Eigenschaften überhöht werden.

Max Webers Idealtypen:

Bei der traditionellen Herrschaft wird die Herrschaft durch Vererbung weitergegeben. Dies ist bei Dynastien der Fall.
Die charismatische Herrschaft beinhaltet die affektuelle Hingabe an einen Führer. Das Charisma des Führers legitimiert seine Herrschaft.
Bei der rational-legalen Herrschaft legitimiert sich das System über allgemeine Gesetze und rational geschaffene Regeln.

Literatur:

Wolfgang Rudzio, *Das politische System der Bundesrepublik Deutschland*, *6. Aufl.,Opladen 2003, S. 235-267; 319-346.*

Zum Vergleich liberaldemokratischer Systeme

Es wurden mögliche Kriterien für den Vergleich der vier Regierungssysteme diskutiert. Als einigendes und entscheidendes Merkmal wurde -- in Anbindung an die Arbeitsdefinition der „Demokratie" -- der Begriff der Volkssouveränität herausgestellt.

Dabei ergab sich folgende Kategorisierung:

1. Schweiz: Volkssouveränität / Direktdemokratisches System. Das Volk stellt die letztentscheidende Instanz bei der Gesetzgebung dar (verschiedene Arten von Referenden).

2. Großbritannien: Parlamentssouveränität. Das Parlament unterliegt letztlich keiner Kontrolle durch ein Verfassungsgericht oder Referenden.

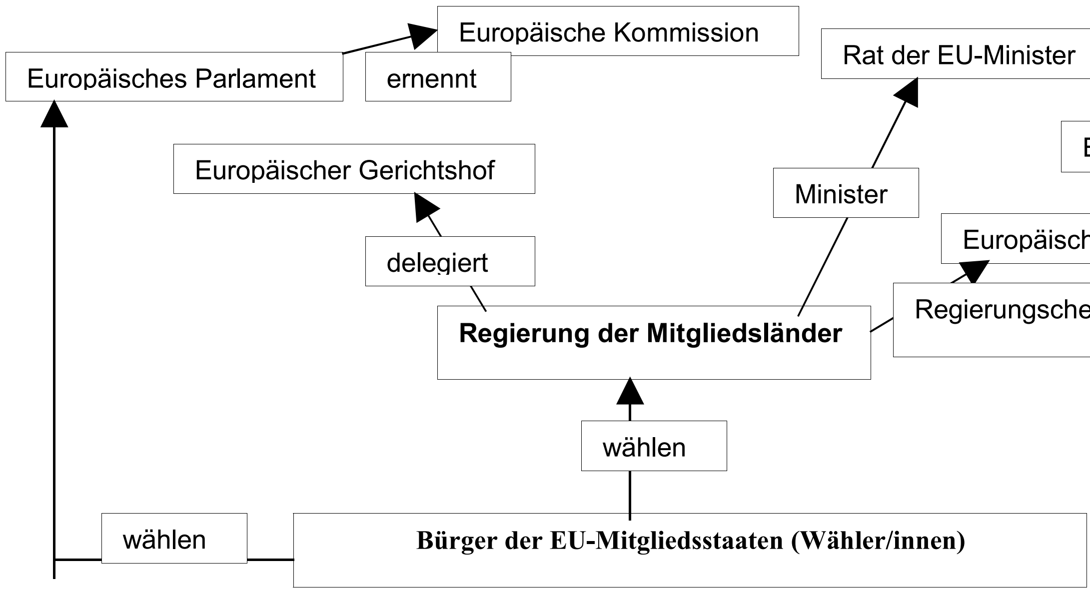
3. Deutschland: Die parlamentarische Souveränität (Bundestag) wird modifiziert durch die Souveränität der Länderegierungen (Bundesrat). Das Bundesverfassungsgericht entscheidet zwar über die Verfassungskonformität von Gesetzen, leitet aber nicht selbst Normenkontrollverfahren ein.

4. USA: Prinzip der „checks and balances". Die Souveränität des Kongresses wird eingeschränkt durch die Machtbefugnisse des Präsidenten. Der Einfluss des Supreme Court ist dadurch begrenzt, dass er kein Initiativrecht zur Normenkontrolle hat, sondern nur im konkreten Fall über die Verfassungskonformität von Gesetzen befindet (judicial review).

Das Demokratiedefizit der Europäischen Union

Saskia Engel
Betreuer: Sven J. Weiss

Aufbau der EU



Input- und Output-Legitimierung

Input = "Citizen participation"
Output = "System Effectiveness"

Defizite in der EU

- Das EU-Parlament ist zwar vorhanden, hat aber nicht die Funktion eines richtigen Parlaments nach dem Muster des Westminsterprinzips.
- Die Kommission wird nicht gewählt, sondern ernannt.
- Der Europäische Rat besteht aus der Versammlung der Regierungschefs.
- Der politische Wettbewerb entsteht nur durch die Relation von den Wünschen und Vorstellungen der Bürger und den politischen Problemen.
- Die Wähler können die „bösen" Verantwortlichen nicht abwählen.

Lösungsvorschläge

- *Parlamentarisierung*
    - Reine Parlamentarisierung
    - Verfahrenstechnische Rettung
    - Mehr-Kammer-System
    - *Präsidialisierung*
- *Post-Parlamentarismus/Deliberative Gremien*
- „Opting-out"-Klausel
- Kosmopolitische Demokratie

Konkordanzdemokratie

Modell der Komparatisten für eine plurale, (territorial, funktional, sektoral, soziokulturell) segmentierte Gesellschaft.

Formale Merkmale (analytisch)	In der Praxis (empirisch)
Machtteilung zwischen Eliten Autonomie der Segmente Proportionalität in Repräsentations und Ressourcen Minderheiten-Vetos	Eliten Kartelle Konsensuale statt majoritärer Politik

Direktdemokratische Elemente der EU?

- Welche Fragen sollen zugelassen werden (nur „major political issues“)?
- Wer entscheidet darüber?
- Bedingungen für die Durchführung von Referenden?
- Beförderung von gemeinschaftsstiftender Qualität (integrative Leistung)?
- Gefahr zunehmender Politikverflechtung!
- Aushebelung des Mehrheitsprinzips (generalisiertes Misstrauen)?

Reflexion der Ergebnisse

- Vergleichbarkeit des europäischen, dynamischen politischen Systems („sui generis“-Charakter)
- Funktionalistischer Automatismus von „mehr“ Demokratie

Diskussion

- Kann eine Output-Legitimation die Input-Legitimation ersetzen? Oder können sich beide nur ergänzen? Sind Abstriche bei der Input-Legitimation hinnehmbar?
- Auf welchen Begriff kann man das politische System der EU bringen (Wirtschaftsgemeinschaft, bloßer Zweckverband, Staatenbund, Vereinigte Staaten von Europa, Staatenverbund etc.)?
- Ein einheitliches Europavolk wäre eine Voraussetzung für die Funktion der Demokratie in der EU. Die europapolitische Infrastruktur (institutionalisierte Parteistrukturen etwa) fehlt ebenso wie der politische Wettbewerb.
- Ist die EU möglicherweise demokratisch defizitär?
  Nach einem Zitat eines EU-Politikers: „Wenn die EU die Maßstäbe der Demokratiefähigkeit, die sie an die neuen Mitgliedsländer stellt, an sich selbst anlegte, dann dürfte die EU sich selbst nicht beitreten“.
- Die Exekutive <u>und</u> die Legislative liegen bei der Kommission, die aber nicht vom Volk gewählt, sondern von dem EP ernannt werden.
- Wie entstehen die Gesetze in der EU?
  Die EU verabschiedet keine Gesetze vergleichbar denen im nationalstatlichen Rahmen. Es gibt nur:
  Verordnungen, die sofort und unmittelbar vom Nationalstaat umgesetzt werden müssen.
  Richtlinien, die als Rahmenvorgaben, die auch vom Nationalstaat umgesetzt werden müssen, gelten, sowie **Empfehlungen**, die unverbindlichen Charakter haben.
- Die EU hat weder eine vollziehende Gewalt noch eine eigene Verwaltung. Das EP hat selbst keine „Gesetzesinitiative“, es kann nur die Kommission auffordern, legislativ tätig zu werden, welche dann die „Gesetzvorschläge“ vorbereitet. Sie erlässt keine Gesetze, somit muss alles von den Mitgliedsstaaten selbst durchgeführt werden. Daher liegt die letzte Entscheidungsinstanz bzw. Exekutive bei der eigenen Regierung (kommunale, Landes- und Bundesebene), Beispiel Föderalismus: Entmachtung der Mitgliedsstaaten (Souveränitätsverlust). Anschließend ergab sich die Frage nach einer sinnvollen Bezeichnung der EU („Bundesstaat“ oder „Staatenbund“ oder „Staatenverbund“).
- Im Europäischen Rat sitzen die Regierungschefs der Mitgliedsländer. Sie treffen sich zweimal jährlich und besprechen wichtige Fragen oder Visionen zukünftiger Vergemeinschaftung.
- Wichtige Verträge:
  1957 Römische Verträge, Europäische Wirtschaftsgemeinschaft
  1994 Maastrichtvertrag.
  1997 Amsterdamer Verträge.

Zu dem Maastrichtvertrag 1994 wurden in einigen Ländern (z.B. Dänemark und Frankreich) Referenden durchgeführt. Diese Art von (demokratischer) Abstimmung beinhaltet direktdemokratische Elemente.
Das nächste Ziel ist aus den vielen Verträgen (irgendwann) einen zu machen, bzw. einen einheitlichen Verfassungsvertrag zu erstellen.
Um der EU beitreten zu könne, muss jeder (neue) Mitgliedsstaat den Verträgen zustimmen. Es geht also nicht, dass man einzelne Verträge nicht annimmt.

- Rechtsgrundlagen: Primäres Gemeinschaftsrecht (Verträge), Sekundäres Gemeinschaftswohl (Rechtsakte/Verordnung). Permanent treten neue Verordnungen in Kraft, das bedeutet ständige Änderungen und macht den dynamischen Charakter der EU aus.
- Die Judikative liegt bei dem Europäischen Gerichtshof („Hüterin der Verträge“). Es gibt drei verschiedene Verfahrensarten:
  Das Vertragsverletzungsverfahren (Bsp: Rundfunk sollte transnational werden, das stieß auf Ablehnung)
  Das Vorabentscheidungsverfahren (Streitfragen), auf diese berufen sich auf die nationalstaatliche Gerichte.
  Das EUGH hat keine Sanktionsinstanz, daher ist es relativ schwach, was die Implementation seiner Rechtssprechung angeht. Außerdem kann es bei Missachtung der Verträge, Verordnungen die Mitgliedsstaaten nicht einfach sanktionieren wie es im nationalstaatlichen Rahmen möglich ist, sondern kann lediglich Bußgeldstrafen (in Milliardenhöhe) verhängen.
- Das Bundesrecht unterliegt dem EU-Recht. Das GG wurde aufgrund der EU geändert, bzw. musste es geändert werden. Zu dieser Änderung musste das Parlament zustimmen, sie geben damit ihre eigenen Rechte aus der Hand.
- Wo liegt das eigentliche demokratische Defizit?
  Nach unserer Minimaldefinition liegt das Defizit der Europäischen Union bei der Volkssouveränität. Da das Volk in der EU kein einheitliches Volk ist (wie z.B. in den USA), und die kulturellen Unterschiede zwischen ihnen stehen, ist diese Volkssouveränität nicht oder nur begrenzt möglich.
  Das Demokratiedefizit manifestiert sich in besonderer Weise im EP, da es eine nur schwach ausgeprägte Legislativkompetenz hat, die aber immerhin seit 1986 (Einheitliche Europäische Akte) einige Aufwertungen erfahren hat.
  Die EU weist außerdem keine direktgewählten Institutionen mit Gesetzesinitiative auf.
  Hier stellt sich die Frage, ob die Minimaldefinition im Bezug auf die EU überhaupt sinnvoll ist oder ob man auf einer solchen (hohen) Ebene nicht vielleicht eine andere Begrifflichkeiten benötigt, da diese anscheinend ungenügend ist. Dazu kommt außerdem, dass Europa aus einer extrem segmentierten, fragmentierten und heterogenen Staatenvielfalt besteht.
- Jede Regierung der Mitgliedsländer wird auf demokratische Weise gewählt. Somit ist die Verantwortung auf nationaler Ebene gewährleistet. Daraus resultiert eine demokratische Basis, welche die Politik auf EU-Basis legitimieren würde.
  Aber: Durch diese Art von Wahlen entsteht ein Filtereffekt, d.h. die Legitimationsketten werden immer länger und immer unüberschaubarer, so dass die richtige Legitimierung irgendwann nicht mehr gewährleistet sein kann.
- Der Fischervorschlag: Zweikammernsystem.

Die erste Kammer ist ein aufgewertetes EP, die zweite Kammer wäre nach dieser Idee ein Senats- oder Bundesratsmodell auf supranationaler Ebene.
Man hätte also zwei Kammern, die beide (direkt-) demokratisch gewählt würden und die repräsentative Verantwortung übernähmen. Durch die (Auf-)Teilung hätte man zusätzlich eine klare exekutive und legislative Verantwortungsteilung.
Auch die fehlende europäische politische Infrastruktur und die unklare Repräsentationsbasis der entsandten Repräsentanten machen diesen Vorschlag demokratietheoretisch problematisch.

Literatur:

Heidrun Abromeit, *Wozu braucht man Demokratie?*, *Opladen 2002, S. 15-60.*

Globalisierung und Demokratie (Teil I)

Lukas Becht
Betreuerin: Nora Scholz

In der aktuellen Demokratisierungsdebatte wird Globalisierung in drei verschiedene Problemfelder gegliedert.

Zum einen wird Globalisierung der Demokratie als weltweite Ausbreitung der Demokratie als Herrschaftsform verstanden(3. Welle der Demokratie nach Huntigton), der zweite Ansatz behandelt die Rückgewinnung von politischer Kontrollmacht über die internationale Ökonomie, während schließlich das dritte Problemfeld die Bildung einer transnationalen demokratischen Gesellschaftsordnung bezeichnet.

Als allgemeine Problemfaktoren wird erstens die Wirtschaft als internationaler Souverän, zweitens die damit im Spannungsverhältnis stehende territorial begrenzte Macht von Nationalstaaten und zuletzt der nationalstaatlich geprägte Begriff von Demokratie gesehen, wodurch deutlich wird, dass Demokratie und Globalisierung in einem grundlegenden Spannungsverhältnis stehen.

Denkt man den ersten Ansatz der Ausweitung von Demokratie als Staatsform weiter, so stellt sich die Frage nach den Voraussetzungen und Übergängen zur Demokratie. Diese wiederum umfasst die Lipset'schen Stabilitätskriterien und dazu die Fragen, ob verlorene Kriege, äußerer Zwang oder externe Anreize zu Demokratisierung führen. Ebenso werden Menschenrechtspolitik und mediale sowie ökonomische Globalisierung als mögliche Ursachen für Demokratisierung angeführt.

Auch Lernprozesse, der Bewährung von Demokratie, Alternativenwegfall und sogar lose Zusammenschlüsse ohne demokratische Intentionen können zur Etablierung von Demokratie führen. Als Beispiel gilt hier die EU, die aus einem rein ökonomischen Bündnis, der EWG als sogenannte nicht-intendierte Folge zu einem politischen System gereift ist.

Gefahren werden allgemein entlang nationaler, ethnischer und religiöser Bruchlinien gesehen.

Eben jene Selbstbehauptung wird im zweiten Ansatz, der von der wirtschaftlichen Globalisierung ausgeht, als Gegenreaktion auch beobachtet. Wesentlich problematischer wird jedoch der Konflikt zwischen der nationalstaatlichen Souveränität und der entgrenzten Wirtschaft gesehen, die transnational agiert. So stehen Funktionsfähigkeit und Legitimität der Nationalstaaten in Frage, da ihre Kompetenzen nicht ausreichen, um den neuen wirtschaftlichen und sozialen Herausforderungen gerecht zu werden. Beispielhaft kann hier der Sozialstaatsabbau, die Umweltverschmutzung und die Standortpolitik angeführt werden.

Außerdem zwingen internationale Wirtschaftsorganisationen wie der Internationale Währungsfonds den Nationalstaaten bestimmte Richtlinien und Werte auf, an denen vor allem die Dritte-Welt- Länder zum Scheitern verdammt sind.

Weiterhin bleiben im dritten Problemfeld, der transnationalen demokratischen Ordnung, neben den allgemeinen Problemfaktoren die Frage, ob nicht schon internationale Institutionen existieren.

Literatur: Klaus Müller, *Globalisierung, Frankfurt 2002, S. 21-42.*

Globalisierung und Demokratie (Teil II)

„Demokratie in der transnationalen Politik“

Dion Wagner
Betreuerin: Nora Scholz

Globalisierung als Krise der Demokratie

Nach dem Zerfall des osteuropäischen Kommunismus hat die westliche Demokratie keineswegs triumphiert, sondern ist selbst in eine tiefe Krise gestürzt. Als Ursache dieses Problems sehen Experten die transnationale Integration der Wirtschaft. Somit hat die nationale Politik die Fähigkeit zur „demokratischen Domestizierung des Kapitalismus“ verloren. Hinzu kommt ein internationaler Wettbewerb zwischen den „Wirtschaftsstandorten“, was die Politik dazu treibt, Unternehmen z.B. von Steuern zu entlasten. Da die steuerliche Belastung (z.B. von Arbeitseinkommen) auf der anderen Seite nicht beliebig erhöht werden kann, zwingt die Standortkonkurrenz zur Einschränkung bzw. zum Abbau des sozialstaatlichen Systems.

Die absehbaren Folgen sind hohe Arbeitslosigkeit und sich ausbreitende Armut. Weitaus gravierender ist aber, dass diese Entwicklung, durch ihre anscheinende Unüberwindbarkeit (wie z.B. durch einen „normalen“ Regierungswechsel), das Vertrauen in die demokratische Politik zerstört.
Da dieses Problem also nicht auf nationaler Ebene zu behandeln ist, könnte es von außerhalb oder oberhalb der Nationalstaaten „therapiert“ werden. Weil aber transnationale Politik nicht nach dem Muster der nationalstaatlichen Demokratie legitimiert werden kann, sondern aus multilateralen Verhandlungen hervorgehen muss, ist die Reichweite der Lösungen gerade bei der Sozialpolitik eingeschränkt.

Lässt sich die transnationale Politik demokratisieren?

Das Demokratiedefizit der transnationalen Politik ist ein Problem, für das es keine ausführbare und gleichzeitig maßgebende Lösung gibt. Denn in den Debatten dieser Politik kann kein einzelner Verhandlungspartner bestimmen, also kann auch kein einzelner Verhandlungspartner zur Verantwortung gezogen werden. Hinzu kommt, dass sich diese Verantwortung auf voneinander getrennte Wählerschaften bezieht, die nicht politisch miteinander kommunizieren und so nicht als demokratische „Basis“ verstanden werden können.

Aber ist dies auch für die Europäische Union zutreffend, wo doch das Europäische Parlament direkt gewählt wird und das Europarecht sogar Vorrang vor nationalem Recht beansprucht?
Doch auch hier taucht wieder das Problem auf, dass das Mehrheitssystem nicht unbedingt Legitimationskraft besitzt, sondern selbst der Legitimation bedarf. Hierzu ist eine europäische „Wir-Identität“ notwendig, sodass Minderheiten das Mehrheitsvotum akzeptieren und nicht als Fremdherrschaft verstehen. Um diese Wir-Identität herauszubilden fehlt es aber an einer europäischen politischen Infrastruktur: Es gibt keine europäischen Medien, keine europaweite öffentliche Diskussion über Alternativen der europ. Politik, keine europäischen Parteien und keine europaweite Konkurrenz um die Besetzung von Führungspositionen.

Nicht-majoritäre Grundlagen der Legitimation

Ist also das Demokratiedefizit der transnationalen Politik ein doch unüberwindbares Problem? Fritz W. Scharpf macht an dieser Stelle auf eine „Einseitigkeit der derzeitigen politischen und wissenschaftlichen Diskussion“ aufmerksam, die so geführt wird „als ob jede Art von Kompetenzausübung auf unmittelbare demokratische Legitimation angewiesen sei. Derart radikalisiert, wird dann das Demokratiedefizit leicht zum fundamentalistischen Killerargument gegen jeden Fortschritt in der europäischen politischen Integration“.

The Regulatory State

Es gibt tatsächlich nicht-majoritäre Legitimationsgrundlagen in demokratischen Verfassungsstaaten. In Deutschland sind z.B. die Verfassungsgerichtsbarkeit und die Notenbankpolitik der demokratischen Kontrolle entzogen. Auch anderswo (Universitäten, etc.) vertraut man auf professionelle bzw. wissenschaftliche Kompetenz. Doch auch diese Handhabung hat Grenzen, denn sie setzt Übereinstimmung über die grundlegenden Werte und Ziele voraus – das ist in transnationaler Politik selten gegeben.

Die Legitimation von Verhandlungssystemen

Die Legitimation der majoritären Demokratie setzt die Übereinstimmung zwischen den *Beteiligten* und den von deren Entscheidungen *Betroffenen* voraus. Bei transnationaler Politik ist das aber praktisch unmöglich – also können Probleme nur durch Verhandlungen geregelt werden.
Haben sich bei diesen Verhandlungen alle Interessen beteiligt und wenn die erreichten Vereinbarungen verbindliche Kraft haben, dann sind sie von sich aus legitim und bedürfen keiner weiteren (demokratischen o.ä.) Legitimation.
Danach betrachtet, stellt die Europäische Union ein eigentlich ideales Verhandlungssystem dar: So steht Europarecht über nationalem, in den Ministerräten sind alle Interessen vertreten und das „Interessenberücksichtigungspotential" ist sogar höher als das von nationalen politischen Verhandlungssystemen.
Der Nachteil besteht allerdings darin, dass aufgrund der Größe Verhandlungen äußerst träge ablaufen. Das kann bis zur Handlungsunfähigkeit führen.

Grenzen der Handlungsfähigkeit

In der Europäischen Union gibt es Interessen, die eindeutig dominieren (z.B. die Marktöffnung). Es gibt Bereiche, in denen unterschiedliche Lösungsvorstellungen vorliegen, aber das Interesse an *einheitlichen* Regelungen überwiegt (z.B. Produktnormen). Zu Interessenkonflikten kommt es aber bei Regelungen (besonders in Umwelt- und Sozialpolitik) bei denen nicht die spürbare Qualität von Produkten, sondern deren Produktionskosten erhöht werden. Ebenso unwahrscheinlich ist die Zustimmung produktionsschwacher Länder für z.B. einheitliche Regelungen auf dem hohen Niveau leistungsfähigerer Staaten, da die Wirtschaft dieser Länder diesen Ansprüchen nicht gewachsen wäre.

„Das Problem der transnationalen Politik ist nicht ihre mangelnde demokratische Legitimation [siehe 3.2.]. [...] Aber die Handlungsfähigkeit von Verhandlungssystemen beschränkt sich auf Aufgaben und Probleme, bei denen die Interessen der Verhandlungspartner entweder [übereinstimmen oder sich ergänzen]" (Scharpf).

Droht die Krise der Demokratie?

Demokratie als kollektive Selbstbestimmung

Mehrheitsentschlüsse müssen „output-orientiert" sein, d.h. die Majorität muss ihr Machtpotential für das Gemeinwohl einsetzen (als *Gemeinwohl* gilt heute vor allem die Vermehrung des angehäuften Reichtums und die Verteilungsgerechtigkeit).

Politische Folgeprobleme der Standortkonkurrenz

Die europäischen Sozialstaaten geraten durch die zunehmende Globalisierung immer mehr unter Druck: Es kommt zum Abbau des Sozialsystems, Wohlfahrtsverlusten (Abbau der „Monopolrenten" westlicher Industrieländer), sowie die Auswirkungen der ökonomischen Integration auf die Verteilungsrelation von Kapital und Arbeit im Inland (u.a. zunehmende Lohndifferenzierungen und sich ausbreitende Armut).

Wo jedoch Politik und Gewerkschaften an der egalitären Verteilungspolitik festhalten, sinken die Investitionen, stagniert die Beschäftigung und steigt die Arbeitslosigkeit – mit der zusätzlichen Folge, dass die hohen Kosten der Massenarbeitslosigkeit auch die Finanzierungsmöglichkeit der sozialen Sicherungssysteme überfordert („Paradox der Stärke").

Politische Wahlmöglichkeiten bleiben

Demokratische Selbstbestimmung bedeutet auch das Akzeptieren von unangenehmen Alternativen, die Hinnahme von Verlusten, die Auferlegung von Opfern und anderen externen Zwängen. Denn das Paradox der Stärke ist durchaus durch aktive und legitimierte (also in gemeinwohlverträglicher Weise) Anpassung an die neuen ökonomischen Umstände zu neutralisieren.

Von der Lösung dieses Problems hängt die Zukunft der Demokratie in den westeuropäischen Sozialstaaten ab.

Lösungsvorschläge (von Scharpf) wären:

- Wenn sich also die Verteilungsrelation zwischen Kapital und Arbeit zugunsten der Kapitaleinkommen verschoben haben (siehe 5.2.), sollte man z.B. Vorschläge zu einer Umstellung des Rentensystems auf selbst angesparte Versicherungsleistungen eher begrüßen, als sie von vornherein als Angriff auf den Sozialstaat zu denunzieren.
- Die gegenüber dem ökonomischen Druck der Standortkonkurrenz besonders anfälligen (kontinentalen) Sozialstaaten sollten ihre Abhängigkeit von den Arbeitgeber- und Arbeitnehmerbeiträgen reduzieren (dänisches Modell der Finanzierung aus dem allgemeinen Steueraufkommen).
- Erhöhung der Beschäftigung, vor allem bei „binnenabsatzorientierten Dienstleistungen“ in Kombination mit einem Umbau des Sozialleistungssystems, sodass keine Unterklasse der „working poor“ entstehen kann.

Schlussendlich muss sich die politische Diskussion „vom Streit über den Abbau oder die Verteidigung historisch gewachsener *Strukturen* lösen und sich statt dessen auf die Frage konzentrieren, ob und wie die darin bisher realisierten *Ziele und Werte* durch den *Umbau* der überkommenen Strukturen auch unter den Bedingungen globalisierter Kapitalmärkte und der Standortkonkurrenz im europäischen Binnenmarkt gesichert werden können“ (Scharpf).

Literatur:

Fritz W. Scharpf, *Demokratie in der transnationalen Politik, in*: Ulrich Beck (Hg.), *Politik in der Globalisierung*, *Frankfurt 1998, S. 228-253.*

Kursübergreifende Angebote

1. Chor

Ingrid Baumann-Metzler
Konrad-Lorenz-Schule, Usingen/Ts
Wolfgang Metzler
Johann Wolfgang Goethe – Universität, Frankfurt/M

Bericht: Helmar Becker

Ein wesentlicher Bestandteil der Sommerakademie war der Chor unter Leitung von Wolfgang und Ingrid Metzler, der mit täglich zwei Stunden genügend Zeit hatte, mehrere ganz verschiedene Chorstücke einzuüben. Das Spektrum reichte dabei von Bach ("Wie schön leuchtet der Morgenstern") über Brahms ("In stiller Nacht"), Orff ("Odi et amo") bis hin zu zeitgenössisch swingender Musik ("Good Night, Sweetheart" von Carter/Hudson/Bracken/Sund). Auch ein Stück der neuen Musik war vertreten, bei dem unter Mitwirkung der Improvisationsgruppe frei mit Rhythmus, Klängen und Sprachelementen improvisiert wurde. Der Chor bestand aus etwa zwanzig Sängerinnen und Sängern und begeisterte das Publikum bei zwei akademie-internen und dem öffentlichen Abschlussauftritt mit seiner großen Dynamik. Für einige Stücke wurde der Chor in einen reinen Frauen- und einen Männerchor aufgeteilt, und auch mit oft nur zwei Sängerinnen und Sängern pro Stimmlage hatten diese Chöre ein beachtliches Volumen. Die Männer demonstrierten zünftige Sangeskunst mit dem Jägerchor aus dem Freischütz, die Frauen setzten mit einem Quodlibet und einer Volksliedbearbeitung von Brahms einen bezaubernden Kontrast dazu.

Bericht: Inga Niederhausen

Der Chor wurde – wie vorgesehen – an den ersten zwei Akademietagen ohne Konkurrenzveranstaltungen angeboten, so dass auch nicht erfahrene Sänger ihre Sangesfreude und -fähigkeit erproben konnten. Dies gelang bestens durch das Einstudieren verschiedener Kanons. So konnte ein Morgenkanon ("Vom Aufgang der Sonne"), ein Abendkanon ("Gute Nacht") sowie ein Gospelkanon ("Rock my soul") zu verschiedenen Gelegenheiten von der gesamten Akademie angestimmt werden. Vielleicht ist es auch dieser Anfangsveranstaltung zu verdanken, dass etliche Teilnehmer ohne jegliche Chor- und Stimmerfahrung ihren Weg in den Akademiechor fanden und mit viel Einsatz und Freude zum Gelingen der Veranstaltung beitrugen. Natürlich hat sich in der zweitägigen Anfangsphase auch geklärt, wer auf Dauer nur an anderen kursübergreifenden Aktivitäten teilnehmen würde.

2. Kammermusik und eigenständiges Arrangieren

Teilnehmer:
Andrea Freikamp - Violine
Suam Kim - Violine
Julia Kuhn - Violine
Lea Chilian - Viola
Sebastian Kraus - Violoncello
Dion Wagner - Querflöte
Patrick Król - Trompete
Tobias Reh - Posaune

Da die Kombination der Instrumentalisten, die sich für Kammermusik interessierten, zufällig war, ergab sich eine Besetzung, die nicht zu den von uns mitgebrachten Stücken passte. Deswegen wollten wir uns daran wagen, selbständig ein Stück so zu arrangieren, dass alle Spieler der doch recht ungewöhnlichen Kammermusikbesetzung die Möglichkeit bekamen, sich zu beteiligen. Wir nahmen uns zum Ziel, das „Grand Duet" aus dem Musical „The Phantom of the Opera" zu spielen, von dem wir einen Klavierauszug mit Gesangsstimmen hatten. Die beiden Soloparts – im Original Tenor und Sopran – sollten von Instrumenten der gleichen Stimmgruppe gespielt werden. Wir entschieden uns für die Streichinstrumente, da sie der menschlichen Stimme näher kommen als beispielsweise Blechblasinstrumente. Das Phantom „sang" so durch das Cello und der Teil von Christine wurde von einer Geige übernommen. Den Grundstock des Orchesters bildeten zwei weitere Geigen und eine Bratsche als Melodie- und Harmoniestimmen mit der Posaune als Basslinie. Die Flöte und Trompete wurden beide für Klangfarbenveränderungen und Akzente verwendet. Trotz knapper Probezeiten wurde das Arrangement ein großer Erfolg; zudem stellten die Proben eine aufgelockerte und unterhaltsame Abwechslung im Tagesablauf dar.

Außer dieser größeren Kammermusikgruppe gab es noch Duos für zwei Posaunen, für Klavier und Querflöte sowie für Klavier und Gesang.

3. Musikalische Improvisation

Wolfgang Metzler
Bericht: Zeno Endemann, Inga Niederhausen

Ein wichtiger musikalischer Bestandteil der Sommerakademie war neben Chor und Kammermusik die musikalische Improvisation. Es fanden sich fünf Schüler und Studenten (Inga, Roland, Helmar, Moritz und Zeno), die sich mit großer Begeisterung täglich eine Stunde lang in instrumentaler und vokaler Improvisation übten. Dabei kam neben Klavier, Akkordeon, Gitarre, E-Gitarre und Posaune das große Angebot burgeigener Perkussionsinstrumente wie Trommeln, Glocken, Klanghölzer und -stäbe, Rasseln, Xylophonelemente etc. verschiedenster Größe und Form zum Einsatz. Ein großer Reiz lag dabei im Ausprobieren immer neuer Instrumentenkombinationen und ihrer Wirkung auf das Ganze. Leider ging die Zeit von 11.30 Uhr bis 12.30 Uhr immer sehr schnell herum.
Wir probten verschiedenste Stilrichtungen: Manchmal improvisierten wir völlig frei und ohne Grundtonart, häufig gingen folkloristische Melodien und von Bordunklängen geprägte Musik mit ein, und gelegentlich konnte man auch im- und expressionistische Einflüsse heraushören. In anderen Fällen wurde lediglich ein Grundton vorgegeben, über dem sich verschiedenste Harmonien und Melodieführungen entwickelten. Oftmals ergab sich dabei bereits zwanglos ein Antwortspiel zweier Musiker, z.B. von E-Gitarre und Klavier oder von zwei Sängern. Gelegentlich wurde auch ein betont eingespielter Tonartwechsel von den anderen intuitiv aufgenommen und umgesetzt. Das Nachspielen improvisierter Rhythmen und Melodien sowie das Reagieren auf Tonartwechsel wurde in verschiedenen Übungen trainiert.

Einen Höhepunkt der Improvisation stellte das gemeinsame Projekt mit dem Chor dar, bei dem ein Text von Hanns Dieter Hüsch musikalisch umgesetzt wurde. Dabei wurde von einer instrumentellen Anfangs- und Endpassage ein vokaler Mittelteil eingerahmt, in dem über einem "Cluster", einer Schwebung verschieden lang gehaltener Töne, Satzfragmente des Hüschtextes aufleuchteten und sich verwoben. Dieses Stück wurde auch in der Abschluss-Präsentation dargeboten, während andere Improvisationsstücke akademieintern vorgeführt wurden. Auch wenn sich vielleicht nicht jedem Zuhörer diese Art der Musik erschloss, so hat es den Teilnehmern enorm viel Spaß gemacht, kreativer Teil eines Ganzen zu sein, und nach unserer Ansicht hat es sehr gut geklappt.

4. English Theatre

Ingrid Metzler, Thomas Erlenhardt
Bericht: Stephan Endres

The morning after our arrival at Fürsteneck the English theatre group had its first meeting. At the beginning we were confronted with the problem of choosing a play that was neither too long nor too short for the presentation at our last evening and offered enough roles for us ten players. Proposed were, among others, "Macbeth" and "King Richard III" by William Shakespeare, a crime story and some short stories. But finally we decided to perform a dramatized and abridged version of Oscar Wilde's *"The Canterville Ghost"*. The next ten days we worked hard meeting from 11.30 till 12.30 every morning. Two of the main problems during our preparation were the lack of requisites on the one hand, and the small stage on the other. But nevertheless, we used our creative abilities and made the best out of it. Another challenge for us was to present the play in such a way that the audience could follow the action and understand what the actors said, although everything was presented in a foreign language. Therefore, all of us had to improve their appearance on the stage. We were especially forced to learn speaking loudly, clearly and slowly. But at the end, after our thorough preparation, we had a really successful presentation. Everything went very well, even better than in our rehearsals (apart from some slight mistakes, which yet amused the audience). All in all it was great fun for the whole group and gave us a lot of experience.

Characters:

Narrator	**Lukas Becht**	*Virginia*	**Nadine Henze**
Mrs. Otis	**Samantha Gött**	*Mrs. Umney*	**Angelika Müller**
Mr. Otis	**Stephan Endres**	*Cecil*	**Angelika Müller**
Robby	**Cynthia Hog-Angeloni**	*Hoskins*	**Fabian Angeloni**
Ricky	**Thomas Erlenhardt**	*Ghost*	**Maxim Kazyukanov**

Lighting Technician: **Fabian Angeloni** ***Director:*** **Ingrid Metzler**

5. Französisches Theater

Melanie Bienert, Viktor Kuhn
Bericht: Saskia Engel

Die Schauspielergruppe bestand aus zwei Schülerinnen und einem Schüler (Sarah Steinau, Saskia Engel, Martin Michaelis), und dadurch bot sich ein Stück von Jean-Paul Sartre, und zwar „Huis clos", sehr an.
Zu Anfang musste sich erst einmal geeinigt werden, welchen Teil, welche Szene oder welche Passage man sich heraussucht, um diese dann zu präsentieren. Das ganze Theaterstück wäre eindeutig zu viel geworden. Nach langem Besprechen und Diskutieren einigte man sich darauf, die Schlussszene zu spielen und dem Publikum die Vorgeschichte zu erzählen. Als dieser Grundstein gelegt war, ging es dann richtig los mit Proben, Textüben, Gestik und Mimik Einstudieren und Übersetzen. Denn es war natürlich wichtig zu wissen, was man denn da überhaupt sagt, damit man sich auch dementsprechend verhalten konnte.
Jeder war hochmotiviert. Selbst wenn man beim ernsten Anblick seines Gegenübers öfters mal ins Lachen kam, war man doch stets darauf bedacht, alles so authentisch wie möglich rüberzubringen. Aber das ist gar

nicht so einfach. Wie stellt man denn drei Menschen, Estelle, Inès und Garcin, die nach ihrem Tod für immer in einem Hotelzimmer eingeschlossen sind und trotz ihres miesen Charakters jeweils den anderen davon zu überzeugen versuchen, dass sie im Grunde doch ein guter Mensch sind, dar!?
Die täglichen Proben waren trotz des Stresses der parallel laufenden Kurse immer entspannt und doch effektiv. Schließlich hatten wir nicht nur die Super-Unterstützung der beiden Leiter und ihre Regieanweisungen, sondern auch von Daniel Günther, der sich bereiterklärte, mit uns den Text zu lernen. Außer ihm mussten noch viele andere unter den sich ständig wiederholenden französischen Sätzen und unter dem Erlernen der unterschiedlichen Persönlichkeiten der Rollen leiden.
Nach gut 10 Tagen harter Arbeit konnte die „Geschlossene Gesellschaft“, wie das Stück zu Deutsch heißt, bewundert werden. Am Aufführungstag wurde noch einmal generalgeprobt, und dann ging es los. Jeder hatte ein wenig Lampenfieber, doch das merkte keiner. Die Schüler/innen spielten ihr Stück souverän durch, ließen sich durch nichts aus der Ruhe bringen und wurden nach einem „Eh bien, continuons!“ mit tosendem Applaus belohnt. Alle waren begeistert. Zwar war nicht jeder der französischen Sprache mächtig, trotzdem waren die Verständnisprobleme nicht allzu groß, da unsere Statisten ihre Rolle mit solcher Überzeugung spielten, dass es unverkennbar war, um was es geht. Denn jeder weiß ja „l’enfer, c’est les Autres!“

6. Literaturwerkstatt

Saskia Gottlieb

Oberflächlich betrachtet mag man Märchen nur für Kindergeschichten halten. Aber in den letzten Jahren hat es eine Wiederentdeckung der Märchen gegeben, als Texte mit Tiefgang. Zunächst haben wir uns in der Literaturwerkstatt allgemein über Märchen informiert, danach gemeinsam einen Handlungsverlauf für ein solches Märchen entwickelt, um dann kreativ verschiedene Versionen zu erfassen. Obwohl jeder von euch ein Märchen als solches erkennen wird, sobald er es hört, möchten wir zuerst einige Merkmale dieser Gattung nennen: Unter anderem gehört zu jedem Märchen eine Moral, die, da die Sprache meist sehr einfach gehalten ist, eine Lebensweisheit vermitteln möchte. Um die Botschaft authentisch wirken zu lassen, wird der Eindruck erweckt, die Handlung sei vor langer Zeit einmal geschehen. Genaue Daten und Ortsangaben fehlen üblicherweise, um das Märchen leichter übertragen zu können. Dabei werden als Figuren oft klischeehaftbesetzte Charaktertypen verwendet, wie z.B. schlecht behandelte Stieftöchter, eitle Prinzessinen und böse Hexen.

Sowohl Teilnehmende, die gern und oft literarisch kreativ sind, als auch solche, die eher selten eigeneTexte verfassen, haben in der Literaturwerkstatt Freude und Spaß am eigenen Schreiben gefunden. Dabei war das gemeinsame Ausarbeiten eines „Handlungs-Gerüstes“ für alle sehr hilfreich. Unter der souveränen und motivierenden Anleitung von Saskia Gottlieb konnten wir uns in einer guten Arbeitsatmosphäre wohlfühlen. Im Verlauf der gemeinsamen Erstellung des Handlungsstranges ergaben sich fruchtbare Diskussionen, in denen wir wir uns gegenseitig bereichern und zwischen unterschiedlichen Vorstellungen vermitteln konnten. Das Ergebnis unseres Schaffens trugen wir uns gegenseitig vor, nicht ohne ein wenig stolz auf das zu sein, was uns gelungen ist.

Der alte Esel

Märchen von Daniel Günther

Es war einmal ein König, der lebte auf einer Burg. Neben seiner Tochter lebten noch viele andere Leute im Schutze des Bannes, der vor vielen Jahren mit der Königsfamilie geschlossen worden war und die Burg vor feindlichen Übergriffen schützte, solange Eintracht in der Königsfamilie herrschte. Dieser Schutz brachte es mit sich, dass es allerlei Marktleute und Händler in die Burg trieb, um dort Märkte und Messen zu veranstalten. Mit den Händlern trieb es aber auch allerlei Gesindel zwischen die Mauern, sodass die alten Marktweiber schlechte Zeiten voraussagten. Zu all dem kam noch hinzu, dass des Königs einzige Tochter, die wunderhübsche, liebreizende und zu allen gütige Prinzessin Gwendolyne, nun im heiratsfähigen Alter war und nun möglichst schnell ein Gatte für sie gefunden werden musste, der würdig war, des Königs Nachfolger zu werden. Der König hatte bereits einen geeigneten Edelmann gefunden, der ihm gefiel. Es war der tollkühne, wunderschöne und von allen Frauen im Lande umworbene Ritter Rudolf. Was der König jedoch nicht wusste war, dass sich Gwendolyne bereits in den Stallknecht Hermann verliebte, als sie vor kurzem sah, wie liebevoll und fürsorglich er sich um die Tiere kümmerte. Einmal erwähnte der König beim

Mittagsmahl eher beiläufig: „Ach übrigens, liebste Tochter, ich fürchte, du solltest so schnell wie möglich heiraten. Ich habe den ehrbaren Ritter Rudolf eingeladen, damit ihr euch besser kennen lernen könnt – das wäre gut für dich.“ Darauf antwortete sie empört: „Vater, ich werde diesen Möchtegern-Helden nicht heiraten. Es heißt, er behandelt Frauen wie Tiere und trotzdem lieben ihn die meisten. Aber nicht ich – ich bin bereits verliebt!“ Sie rannte weinend auf den Marktplatz heraus, wo sie von einem alten Kräuterweib angehalten wurde. „Mein Kind, was ist denn los? Warum weinst du?“, fragte sie mit zitternder Stimme. „Mein Vater, der alte Esel will, dass ich so einen furchtbaren Ritter heirate, dabei liebe ich jemand völlig anderen. Er versteht mich einfach nicht!“ „Mein Kind, so vieles in diesem Land ist ungerecht! DU musst deinem Vater verständlich machen, dass du den anderen liebst und ihn heiraten willst. Nun geh’ nach Hause und beruhige dich wieder!“ Und ohne zu wissen, mit wem sie gerade gesprochen hatte, ging Gwendolyne davon. Sie erkannte auch nicht, dass die alte Frau wusste, wer sie und auch wer ihr Vater war. Als sie wieder zu Hause auf ihrem Zimmer war, fand sie einen wunderschönen Ring auf dem Bett liegen. Sie dachte, er wäre ein Geschenk ihres Vaters und zog ihn an. Sie stimmte auch zu, als er sie beim Abendessen zu einem Waldspaziergang am darauffolgenden Tag einlud. So gingen sie dann gemeinsam in den Wald und unterhielten sich, als wäre nie ein Wort über eine Hochzeit gesprochen worden. Doch dann geschah es. Der Vater hielt an und meinte: „Kind, auch wenn du es jetzt nicht willst, ich habe zur Ankunft Rudolfs einen Ball organisiert, auf dem eure Hochzeit bekannt gegeben werden soll. Der Ball findet in drei Tagen statt und keine Widerrede. Eine Hochzeit mit Rudolf ist gut für dich!“ Die Tochter war empört und traurig zugleich. Deshalb rannte sie weg und rief noch: „Ich wünschte du wärst ein Esel!“ Als sie wieder in der Burg war, stellte sie fest, dass ihr Vater schon da war. Er sprach sie erneut an und sagte selbstgefällig: „Der Ball wird stattfinden und du wirst Rudolf heiraten, denn das ist gut für mich!“ Und sie erschauderte vor seinem Gelächter. Doch etwas anderes machte ihr noch mehr Angst. Es waren nicht die Augen ihres Vaters, die sie anstarrten. Nein, diese Augen waren fast vollkommen schwarz. Aus Angst und Trauer entschloss sie sich, Trost bei Hermann zu suchen. Als sie vor dem Stall stand, hörte sie, wie Hermann sich mit einer ihr vertrauten Stimme unterhielt. „... ich wollte, dass meine Tochter einen Ritter heiratet, ich dachte, das wäre gut für sie, aber sie liebt jemand anderen.“ Da war sich Gwendolyne sicher, dass es ihr Vater war, der da sprach. Als sie eintrat, sah sie, dass da nur ein alter Esel stand und Hermann anstarrte. „Wo kommt denn der Esel her?“, fragte Gwendolyne Hermann, woraufhin dieser antwortete: „Er ist mir eben gerade zugelaufen. Er scheint irgendwie traurig zu sein.“ Da Gwendolyne Hermann schon lange kannte, merkte sie, dass er log und mehr wusste, als er sagen wollte. Am Abend des Balles hatte sich Gwendolyne überreden lassen, ihr bestes Gewand anzulegen und Ritter Rudolf in Empfang zu nehmen. Widerwillig ging sie mit ihm zum Bankett und sie nahmen ihre Mahlzeiten zu sich. Schon nach wenigen Minuten der Unterhaltung merkte sie, wie widerwärtig er war. Als sie aufstand und sich nach wenigen Minuten schickte, zu gehen, rief der König: „Kind, bleib hier! Du bist genauso stur wie dein Vater. Du wirst Rudolf heiraten, denn das ist gut für mich!“ Da wusste Gwendolyne, was zu tun war, rannte in den Stall, stellte sich vor den Esel, blickte ihm tief in die Augen und sprach: „Ach Vater, hättest du mir doch nur zugehört! Ich wünschte, es wäre wieder alles wie früher!“ In lautem Donner, mit hellen Blitzen und in undurchdringlichem Nebel verschwand der Esel und noch ehe sich der Nebel verzogen hatte, sah die Prinzessin ihren Vater vor sich stehen. „Liebste Tochter, ich habe dir Unrecht getan. Hermann hat mir seine Liebe zu dir gestanden. Du wirst in fünf Tagen heiraten - aber da wird Rudolf schon längst wieder zu Hause sein. Hermann wird mein Nachfolger.“ Da umarmten sie sich, gingen zum Schloss und vertrieben die alte Frau, die nun, da der Bann wieder über dem Schloss lag, keine Macht mehr hatte. Gwendolyne und Hermann feierten eine prunkvolle Hochzeit und lebten glücklich bis ans Ende ihrer Tage.

7. Fotowerkstatt

Stephan Jenrich, Wolf Aßmus

In unserer heutigen, digitalen Welt befindet sich die klassiche „Nassfotographie“ leider auf dem Rückzug. Das Anliegen diese Kurses bestand darin, die Photographie als Produkt künstlerischen Schaffens einerseits und die handwerkliche Fähigkeit beim Entwickeln der eigenen Bilder andererseits zu vermitteln.
Die zehn Teilnehmer verteilten sich auf fünf Gruppen die sich innerhalb von zwei Tagen auf „Bildexkursion“ begaben. Im Anschluss wurden die Schwarzweißfilme dann von jeder Gruppe unter Anleitung negativentwickelt und einen Tag später Abzüge ausgewählter Negative vor allem im Format 13x18 gemacht.
Als besonderes Highlight wurden die obligatorischen Gruppenbilder selbst hergestellt und der kleinen Ausstellung, in der die Arbeiten der Öffentlichkeit präsentiert wurden, beigefügt.
Dieses Projekt wäre natürlich nicht möglich gewesen ohne die Hilfe der Mitarbeiter der Burg Fürsteneck, die uns nach besten Kräften unterstützten und mit Material versorgten.

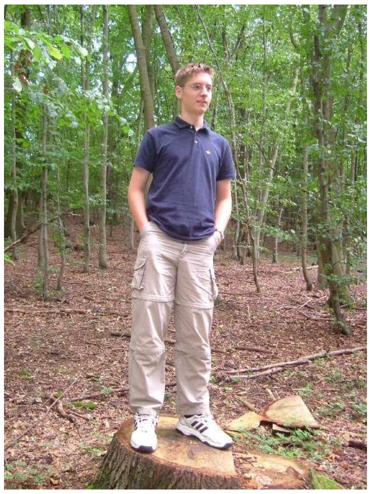
Internetquelle für Bilder von der Schülerakademie: http://www.jenrichs.de/hsaka

8. Naturkunde

Mandy Kappler
Fotografin und Technikerin: Christiane Scholz-Bargon






Feedback

Marie Bielke

Durch die kursübergreifende Aktivität Naturkunde haben wir die schöne Umgebung von der Burg Fürsteneck kennen gelernt. Die langen Spaziergänge mit lehrreichen Vorträgen boten eine wunderbare Gelegenheit, auch andere Kursteilnehmer kennen zu lernen. Die Atmosphäre lud zu anregenden Diskussionen ein. Durch den Kurs lernten wir die paradiesische Landschaft auf eine interessante Weise kennen.

Christine Merbach

Die Forderungen ganzheitlicher Erziehung, des „mens sana in corpore sano", hätten nicht vollständiger erfüllt werden können als in dieser kursübergreifenden Aktivität. Bewegung, Gespräch und Naturbeobachtung ergänzten sich bei unseren täglichen Ausflügen, ermöglichten es, die Umgebung ebenso wie die zu betreuenden Schüler und die Kollegen näher kennen zu lernen. Pflanzen und Tiere wurden in schülerorientierter Gruppenarbeit erkundet. Obwohl die Zeit auf 60 Minuten täglich beschränkt war, verstand es die Kursleiterin, der Gruppe täglich neue Eindrücke auf einen jeweils anderem Lehrpfad zu eröffnen, so dass sich letztere nach wenigen Tagen auf buchstäblich vertrautem Fuße – oder Füßen – mit Wiesenblumen und – Gräsern, unterschiedlichen Schnecken-, Ameisen- und Bienenarten und Mäusebussarden, jeweils klassifiziert nach mitgeführten Naturkundebüchern, befanden. Das für die Betreuer wie die Betreuten aus der Großstadt besonders eindrückliche Naturerlebnis wurde durch einige heftige Witterungsumschläge während der Wanderungen nur gestärkt. Mancher, der sich der kursübergreifenden Aktivität Naturkunde erst nur anschloss, da sie offensichtlich einen willkommenen Ausgleich für intellektuelle Anstrengungen in geschlossenen Räumen bot, entdeckte schnell die eigene Bedeutung dieser Arbeitsgruppe. Die gleichmäßig freundliche, humorvolle und integrierende Art der Leiterin, ihr Engagement und ihre Sachkunde trugen zum Lernerfolg der Gruppe entscheidend bei. Dies kann zweifellos als Vorbild für Ausflüge mit Schulklassen dienen.

Sven J. Weiß

Auf ausgedehnten Spaziergängen in der näheren Umgebung der Burg Fürsteneck haben wir uns mit alltäglichen und auch außergewöhnlichen Phänomenen von Flora und Fauna beschäftigt. Durch das aktive Erleben und gleichzeitige der Möglichkeit, in stiller Einkehr die Natur zu betrachten und in sich aufzunehmen, sind mir nachhaltige Sinneseindrücke zuteil geworden. Auch die Gespräche abseits der täglichen Kursarbeit und der Austausch mit Schülern und Betreuern sind der Gesamtatmosphäre während der Schülerakademie wie kaum eine andere kursübergreifende Aktivität zuträglich gewesen.
Mandy Kappler hatte durch ihre ruhige, besonnene und auch außerordentlich kompetente Kursleitung den wesentlichen Anteil an diesem positiven Akademiebeitrag!

Stefan Rumpel

Es war sehr schön, dass die Aktivität im Freien stattfand. Nach der ganzen Kursarbeit in geschlossenen Räumen konnten in diesem Kurs wunderbare Erfahrungen gemacht werden, und wunderschöne Natur um die Burg erkundet werden.
Mandys sehr anregende Leitung ermunterte uns dazu, kursübergreifend zu diskutieren. Diese Chance des interdisziplinären Gedankenaustauschs inspirierte mich sehr. Ich empfand den Naturkundekurs als eine bereichernde Veranstaltung, da in ihr ein Forum geboten wurde, in dem ein ganzheitlicher pädagogischer Ansatz von Bewegung, Gespräch und Naturerfahrung verwirklicht wurde.

Yang Hwan Lim

Ich fand es cool, dass es auch eine kursübergreifende Aktivität gab, wo man sich bewegen konnte, frische Luft atmen, ohne Druck und Stress sich einfach vom engem Programm abklinken konnte. Es war schön, die Gegend kennen zu lernen. Ich habe viele kleine Dinge entdeckt, die mir im Alltag gar nicht aufgefallen wären.

Beatrice Hübner

Die kursübergreifende Aktivität Naturkunde war sehr entspannend, da man viel frische Luft bekommen konnte und einiges gelernt hat. Nach einem ausgiebigen Spaziergang mit interessanten Erkundungen konnte man sich auch wieder besser konzentrieren.

Birthe Anne Wiegand

Ich habe die kursübergreifende Aktivität Naturkunde sehr genossen: Spaziergänge an der frischen Luft, sich schöne Pflanzen und seltene Tiere zeigen (ich mache hiermit eine Anspielung auf die furchterregende, angsteinflössende und absolut megagigantische Monsterspinne, die auf einmal auf meinem Bein saß), Erkunden der Landschaft um die Burg und interessante Gespräche. Tolle Idee und noch bessere Umsetzung!

Gästenachmittag

14.30 **Pressetermin**

15.00 **Kaffee**

15.30 **Programm:**

Chor: Wie schön leuchtet der Morgenstern (J.S. Bach)
Begrüßung; Grußworte der Ministerin Karin Wolff
Chor und Improvisationsgruppe (zu einem Text von H.D. Hüsch)
Kanon (Publikum und Akademieteilnehmer): Rock my soul
Politikkurs
Mathematikkurs
Physikkurs
Philosophiekurs

Pause

Kammermusik
Französisches Theater
Literaturwerkstatt
Chor
Englisches Theater

19.00 **Abendessen**

Stellungnahmen:

aus einem Interview der Hersfelder Zeitung vom 28. August 2004:

Maxim Kazyukanov

„*... was ich hier gelernt habe, stärkt mein Selbstbewußtsein. Ich habe viele Freunde gefunden. Hier wird niemand ausgegrenzt.*“

aus einem Interview der Hünfelder Zeitung vom 30. August 2004:

Clemens Grünewald

„*... es war anstrengend, aber man hat auch viel gelernt und Spaß beim Arbeiten und an den gemütlichen Abenden gehabt. [...] Ich würde auf jeden Fall noch einmal mitmachen.*“

aus dem Bericht eines teilnehmenden Schülers:

„... Es ist absolut ‚geil' hier! Man kann mit sechzehn- bis neunzehnjährigen Schülern tiefgründig-philosophische Diskussionen führen, die sonst nur mit Studenten bzw. aufwärts möglich sind." So oder ähnlich waren meine ersten Worte am Telefon zu meiner Mutter, auf die Frage hin, ob es mir hier gefiele. Mit anderen Worten: Die „Erste Hessische Schülerakademie" war ein voller Erfolg! [...]

Es würde den Rahmen sprengen, alles Schöne aufzuzählen, das sich innerhalb der zwölf Tage hier ereignete. Unvergesslich war auch der Besuch im Besucherbergwerk Merkers. Das wunderbarste aber, das auf jeden Fall erwähnt werden sollte, sind die unzählbaren neuen Freundschaften, die gewonnen wurden und denen ich von ganzem Herzen wünsche, entgegen aller Widrigkeiten wie zum Beispiel den großen Entfernungen, Bestand zu haben.

Leider findet nächstes Jahr keine Akademie statt, aber ratet mal, wer in zwei Jahren auf jeden Fall wieder dabei sein will?!"

aus den Eiterfelder Nachrichten, Pressebericht vom 3. September 2004:

„... *Dieses vom Amt für Lehrerausbildung in Verbindung mit der Hessischen Heimvolkshochschule Burg Fürsteneck veranstaltete Angebot richtete sich an Lehramtstudierende sowie an motivierte und begabte Schüler(innen) ab der zehnten Klasse. Diese Mischung und hochkarätige Kursleiter aus dem universitären Bereich erwies sich dabei als das richtige didaktische Konzept. So profitierten die Teilnehmer von frischen und teilweise auch unkonventionellen Ideen junger Lehramtsstudenten und Referendare. Den einzelnen Betreuern bot sich die einmalige Gelegenheit, ihre fachlichen Fähigkeiten gerade in der Begabtenförderung zu erweitern und Unterrichtskonzepte auszuprobieren, für die in der Schule oft der Platz oder die Zeit fehlt. Das enge Zusammenleben zwischen Lehrenden und Lernenden ermöglichte ein höchst produktives Arbeiten, einen regen Gedankenaustausch und nicht zu letzt den Erwerb sozialer Kompetenzen für einen vertrauensvollen Umgang von Schülern und Lehrern miteinander und untereinander.*"

aus Abschlussberichten von Studierenden (auf Wunsch ohne Namensnennung):

„... Insgesamt hat sich in der Schülerakademie beispielhaft gezeigt, dass Unterricht in seiner Idealform nicht ein Gegenüber von einem „Wissenden" und einer Gruppe von „Unwissenden" ist, sondern ein gemeinsamer Prozess, der dann besonders gelingt, wenn alle sich sowohl als Lernende als auch als Lehrende erfahren. Die Abwesenheit jeglicher disziplinarischer Schwierigkeiten während der Schülerakademie hat diese Erfahrung (sicher in einer idealen Form) ermöglicht (was im übrigen nicht nur für Lehrende, sondern auch für interessierte Schüler „willkommen anders" war).
Zudem war die Situation, zwölf Tage mit den Schülerinnen und Schülern unter einem Dach zu verbringen, gemeinsam nicht nur im Kursarbeitsraum, sondern auch bei Tisch, im Chor oder beim geselligen Tagesausklang zu sitzen, eine besondere Erfahrung, die es ermöglicht hat, die eigene Rolle als „Gegenüber" zu den Schülern in der Spannung zwischen Nähe und Distanz zu erfahren.
Die Hessische Schülerakademie war für mich eine sehr große Bereicherung – und ich bin überzeugt, dass ich von den guten Erfahrungen, die ich dort machen konnte, noch lange zehren kann: Ich fühle mich ermutigt auf dem Weg mit Berufsziel Lehrer, auch durch die Hoffnung, die gemachten Erfahrungen in größere Kompetenz umsetzen zu können."

„... *Nachdem ich zuerst gedacht hatte, dass die Schülerakademie mir niemals die Vielzahl von neuen Erfahrungen bieten würde, die ein reguläres Praktikum geboten hätte, wurde ich eines Besseren belehrt. Der intensive soziale Umgang mit den Schülern auf der Burg bot mehr Möglichkeiten, die Schüler kennen zu lernen und einzuschätzen als eine Schule. Es konnte schneller und mit meist besseren Resultaten pädagogisch eingegriffen werden. Ich fand es unglaublich spannend, die Entwicklung von Schülern während zwei Wochen Akademie durchgehend zu beobachten. Ich habe mich oft mit Schülern unterhalten und auch persönlichere Gespräche geführt, durch die ich mit Sicherheit viel gelernt habe.*
Genauso wie in einer Schule war es auch auf der hessischen Schülerakademie immer wieder erforderlich, sich in die Situation der Schüler hinein zu versetzen. Es galt, sich ständig aufs Neue auf verschiedene Schüler und damit auch auf verschiedene Persönlichkeiten mit natürlich auch unterschiedlichen Leistungsniveaus einzustellen..
Diese mussten ausgeglichen und, falls dies möglich war, sogar dem Niveau der Mehrheit angeglichen werden. Das stellte an das ganze Team eine Herausforderung in der Art dar, als dass sich diejenigen

Schüler, denen die Dinge bereits bekannt waren, nicht langweilen und diejenigen Schüler, denen der Aspekt völlig neu war, mit der Kurzeinführung nicht überfordert sein durften. Als Betreuerteam war es uns aber möglich, individuell auf die Schüler einzugehen und zu erklären.
Abschließend läßt sich sagen, dass mich die intensive Zusammenarbeit mit motivierten Schülern und kompetenten Kursleitern fachlich weiter brachte. Der anfangs etwas erschreckende Zeitplan von im Schnitt dreizehn Stunden Arbeit pro Tag erwies sich aufgrund des Spaßes, den wir Betreuer und die Schüler bei der Durchführung der Akademie hatten, als nicht mehr ganz so einengend. Nicht zuletzt habe ich durch den Austausch mit anderen Kursleitern und Betreuern viel gelernt."

„... *Die Struktur der Hessischen Schülerakademie stellt für mich den optimalen methodischen Weg dar, um fachspezifische und damit verbunden fachübergreifende Themen aufzuarbeiten und vermitteln zu können. [...] Die SchülerInnen haben einen faszinierenden neuen Einblick in die Welt des projektorientierten Lernens erhalten; dadurch verstärkt worden ist die Bereitschaft, nach dem Abitur ein Studium aufzunehmen. Den Betreuern ist ebenfalls ein methodischer Höhepunkt in ihrer Ausbildung geboten worden. [...] Deshalb schlage ich vor, direkten Kontakt mit den jeweiligen Beauftragten für Hochbegabte an den einzelnen Schulen aufzunehmen; diese treffen sich meines Wissens in regelmäßigen Abständen zu Konferenzen in den staatlichen Schulämtern, wo der Punkt „Hessische Schülerakademie" dann auf der Tagesordnung stehen muss.*"

„...*Das gemeinsame Morgenplenum sowie die abendlichen pädagogischen Besprechungen, an denen nur die Betreuer teilgenommen haben, fand ich eine sehr schöne und auch sinnvolle Sache. Innerhalb großer Gruppen erscheint es mir absolut notwendig, eine gemeinsame morgendliche Zeit einzuplanen, in der alle Ansagen für den kommenden Tag getroffen werden. [...] Die Schülerakademie ermöglichte sowohl Schülern als auch Professoren und angehenden Lehrern, eine Lern- bzw. Lehrerfahrung zu erleben, die sonst, wenn überhaupt, nur in kleineren Arbeitskreisen auftritt. Die Schüler hatten einmal die Möglichkeit, gemäß ihren Wünschen und Fähigkeiten gefördert zu werden, während die Betreuer interessierten jungen Menschen Lehrinhalte vermitteln konnten, die schon weit an Hochschulniveau heranreichten.*"

„...Insgesamt nahmen an der Schülerakademie überdurchschnittlich motivierte Schüler teil, die das Interesse am Fach bereits mitbrachten, das im Unterricht (zumindest im Grundkurs) oft erst mühsam geweckt werden muß. Dafür besteht jedoch ein deutlich höherer fachlicher Anspruch an die Betreuer des jeweiligen Themas. Es kann im Schulalltag durchaus vorkommen, daß interessierte Schüler Fragen stellen, die der Lehrer nicht gleich beantworten kann. Man kann in solchen Situationen oft beobachten, daß ein Lehrer hier ausweichend antwortet und so das Interesse am Fach gerade bei den guten Schülern erstickt. In der Schülerakademie kann man, gerade auch im Zusammenspiel mit den anderen Betreuern, den richtigen Umgang mit solchen Situationen üben."

„... Auch war es schön zu sehen, wie sich schon kurz nach der Ankunft erste Freundschaften anbahnten, die während der Akademie vertieft wurden. Mit der Vorstellung von im Alltag / in der Schule eher eigenbrötlerischen Hochbegabten, die hinter einigen Vorurteilen steckt, hatte dies überhaupt nichts zu tun. Man merkte, dass die SchülerInnen froh waren, unter „ihresgleichen" zu sein und endlich die Anerkennung zu bekommen, die sie vorher in der Schule vielleicht vermissten."

Projektbericht

Cynthia Hog-Angeloni
Wolfgang Metzler

Nach den in unserem Vorwort genannten Initialgesprächen haben wir das Konzept der Akademie als Teil eines Ferienseminars mit Studierenden und in pädagogischen Berufen Tätigen im Sommer 2002 in seinen Grundzügen entwickelt. In das Konzept haben wir unsere Erfahrungen aus Kompaktseminaren in Mathematik, musisch-kulturellen Bereichen und bei der Deutschen Schülerakademie eingebracht, ausserdem solche aus mathematischen Schülerseminaren als fachdidaktische Veranstaltungen mit Lehramtskandidaten und aus dem Bundeswettbewerb Mathematik.

Von Ende 2002 bis zum Sommer 2003 dauerte die Phase der Einwerbung von Zuschüssen und der Gewinnung von Kursleitern. Aus gesundheitlichen Gründen musste Herr Prof. Dr. Kurt Shell später absagen. Wir sind Herrn Prof. Dr. Josef Esser zu großem Dank verpflichtet, dass er den Kurs in Politikwissenschaft im Frühjahr 2004 übernommen hat und freuen uns, dass Herr Shell dann doch mit bewundernswerter Vitalität einen Gastvortrag beisteuern konnte.

Zusammen mit einer Gruppe von Studierenden erfolgte im Herbst 2003 die Herstellung der Prospekttexte. Die Werbung an Universitäten, Schulen und in Ausbildungsseminaren begann am Jahresende 2003. Ende des Wintersemesters 03/04 stand die Liste der Lehramtsstudierenden fest, so dass das Vorbereitungsseminar zu Beginn des Sommersemesters geplant und durchgeführt werden konnte. Die Anmeldungen der SchülerInnen (über Fürsteneck) streuten von Ende der Weihnachtsferien 03/04 bis zum Beginn der Sommerferien 2004. Damit noch genügend Zeit zum Vorbereiten der Referate bleibt, sollte eine Schülerakademie - wie diesmal - am Ende der hessischen Sommerferien liegen. Während der Akademie hat der Zweitunterzeichnete die Koordination mit der Burg durchgeführt sowie die Besprechungen und Plena moderiert. Nach Abschluss dieser Dokumentation sind schließlich Gespräche über die Aufnahme von Impulsen aus der internen Evaluation für kommende Akademien sowie die Rechenschaftslegung bei unseren Förderern vorzunehmen.

Aus unseren Erfahrungen ergibt sich: Um die Ausbildungskomponenten für Studierende zu verzahnen, ist außer in Fürsteneck und im Amt für Lehrerausbildung ein Planungs- und Geschäftsführungszentrum der Akademie in der Universität unverzichtbar. Jede Nachricht lief bei uns (ebenfalls) ein und führte zu etwa 800 E-Mails und drei Aktenordnern von Einzel- bzw. Rundbriefen und Dokumenten. Durchschnittlich ein Arbeitstag pro Woche war für uns beide in den letzten zwei Jahren in das Projekt zu investieren. Dieser Aufwand kann auch bei zukünftigen Akademien nicht wesentlich verringert werden.

Teilnehmende

Leitung

Prof. Dr.	Wolf	Aßmus	Physik
	Ingrid	Baumann-Metzler	Musik / Theater
	Thomas	Erlenhardt	Philosophie / Theater
Prof. Dr.	Josef	Esser	Politikwissenschaft
Dr.	Cynthia	Hog-Angeloni	Gesamtleitung / Mathematik
Prof. Dr.	Wolfgang	Metzler	Gesamtleitung / Musik
Prof. Dr.	Hans-Dieter	Mutschler	Philosophie
	Sven J.	Weiß	Politikwissenschaft

Lehramtsstudierende

Meike	Aßmus	Mathematik
Dr. Helmar	Becker	Physik
Melanie	Bienert	Mathematik
Thomas	Busold	Mathematik
Saskia S.	Gottlieb	Physik
Stephan	Jenrich	Physik
Mandy	Kappler	Philosophie
Julia H.	Kuhn	Politikwissenschaft
Viktor	Kuhn	Mathematik
Christine	Merbach	Politikwissenschaft
Karen	Miller	Philosophie
Ekkehard W.	Müller	Physik
Inga	Niederhausen	Mathematik
Stefan	Rumpel	Politikwissenschaft
Nora	Scholz	Politikwissenschaft
Christiane	Scholz-Bargon	Philosophie
Stefanie	Zentner	Mathematik

Schülerinnen und Schüler

Lukas	Becht	Politikwissenschaft
Marie	Bielke	Politikwissenschaft
Lea	Chilian	Mathematik
Christoph	Cuno	Mathematik
Fabian	Desch	Physik
Zeno	Endemann	Mathematik
Stephan	Endres	Physik
Saskia	Engel	Politikwissenschaft
Andrea	Freikamp	Mathematik
Samatha	Gött	Politikwissenschaft
Clemens	Grünewald	Physik
Daniel	Günther	Mathematik
Nadine	Henze	Politikwissenschaft
Jens Philipp	Herwig	Physik
Franziska	Hopf	Philosophie
Beatrice	Hübner	Mathematik
Yang	Hwan Lim	Philosophie
Maxim	Kazyukanov	Philosophie
Suam	Kim	Mathematik
Sebastian	Kraus	Physik
Patrick	Król	Physik
Roland	Lutz	Politikwissenschaft
Martin	Michaelis	Mathematik
Angelika	Müller	Philosophie
Moritz	Nocher	Philosophie
Katrin	Oechsner	Philosophie
Tobias	Reh	Physik
Dennis	Ruppel	Physik
Philipp	Schaumburg	Mathematik
Sarah	Steinau	Politikwissenschaft
Dion	Wagner	Politikwissenschaft
Birthe Anne	Wiegand	Mathematik