

E-Journal (2016)

5. Jahrgang · 1

Forum
Interdisziplinäre
Begriffsgeschichte
(FIB)

Herausgegeben von Ernst Müller
Zentrum für Literatur- und Kulturforschung Berlin

Impressum

Hrsg. von Ernst Müller, Zentrum für Literatur- und Kulturforschung Berlin (ZfL)
www.zfl-berlin.org

Gastherausgeberinnen dieser Ausgabe Eva Axer, Eva Geulen, Alexandra Heimes

Direktorin Prof. Dr. Eva Geulen

© 2016 · Das Copyright und sämtliche Nutzungsrechte liegen ausschließlich bei den Autoren, ein Nachdruck der Texte auch in Auszügen ist nur mit deren ausdrücklicher Genehmigung gestattet.

Redaktion Ernst Müller (Leitung), Herbert Kopp-Oberstebrink,
Dirk Naguschewski, Tatjana Petzer, Falko Schmieder, Georg Toepfer,
Stefan Willer

Wissenschaftlicher Beirat Faustino Oncina Coves (Valencia), Christian Geulen (Koblenz),
Eva Johach (Konstanz), Helge Jordheim (Oslo), Christian Kassung (Berlin),
Clemens Knobloch (Siegen), Sigrid Weigel (Berlin)

ISSN 2195-0598

Gestaltung Carolyn Steinbeck · Gestaltung

Layout/ Satz Jana Sherpa

gesetzt in der ITC Charter

Inhalt

5 Einleitung

Eva Axer, Eva Geulen, Alexandra Heimes

BEITRÄGE

11 »Analogien«, »Interpretationen«, »Bilder«, »Systeme« und »Modelle«: Bemerkungen zur Geschichte abstrakter Repräsentationen in den Naturwissenschaften seit dem 19. Jahrhundert

Moritz Epple

31 »Wellenformen« – Die Leistung mathematischer Modellbildung für Akustik, Physiologie und Musiktheorie

Bettina Schlüter

43 Das Modell als Vermittler von Struktur und Ereignis. Mechanische, statistische und verkleinerte Modelle bei Claude Lévi-Strauss

Michael Bies

55 Modelle in Wirklichkeit. Computation und Simulation in der Architektur

Carolin Höfler

71 Simulationsmodelle

Gabriele Gramelsberger

78 Klimatologie als Anthropologie. Modellierung von Natur im späten 18. Jahrhundert

Hanna Hamel

90 Das große Unsichtbare. Die Modellierung von Klima zwischen Wissen- schaft und Literatur

Solvejg Nitzke

102 Neoklassische Polychronie. Die Temporalitäten algebraischer Modelle bei Alfred Marshall

Andreas Langenohl

115 Formelideal und Problemlösung – Über den Gebrauch mathematischer Formeln in der reinen Mathematik und der mathematisierten Ökonomik

Sebastian Giacovelli

»Wellenformen« – Die Leistung mathematischer Modellbildung für Akustik, Physiologie und Musiktheorie

Bettina Schlüter

Im Jahr 1857 hält Hermann von Helmholtz einen Vortrag *Ueber die physiologischen Ursachen der musikalischen Harmonien*¹, in dem er erstmals Ergebnisse seiner akustischen und hörphysiologischen Forschungen einer akademischen Öffentlichkeit vorstellt. Dabei bilden die Untersuchungen und Experimente, die Helmholtz im Rahmen seiner Tätigkeit als Professor für Anatomie und Physiologie an der Universität Bonn durchgeführt hat, Grundlage und Ausgangspunkt einer umfassenden Neukonstitution von Wissenszusammenhängen, in deren Zuge ältere Wissensbestände arrondiert, im Lichte neuer Erkenntnisse bewertet, erweitert, neu gefasst und in ausgearbeiteter Form sechs Jahre später unter dem Titel *Die Lehre von den Tonempfindungen*² veröffentlicht werden.

In den einleitenden Worten seines Vortrages aus dem Jahr 1857 verweist Helmholtz in diesem Kontext auf einen Aspekt, der ihm offenkundig von großer Signifikanz zu sein scheint:

*Es hat mich immer als ein wunderbares und besonders interessantes Geheimnis angezogen, dass gerade in der Lehre von den Tönen, in den physikalischen und technischen Fundamenten der Musik, die unter allen Künsten in ihrer Wirkung auf das Gemüth als die stoffloseste, flüchtigste und zarteste Urheberin unberechenbarer und unbeschreiblicher Stimmungen erscheint, die Wissenschaft des reinsten und consequentesten Denkens, die Mathematik, sich so fruchtbar erwies.*³

Bemerkenswert an dieser Aussage ist nicht, dass Musik und Mathematik in eine enge Beziehung zueinander gesetzt werden – hier kann Helmholtz auf eine über zweitausendjährige Tradition der wechselseitigen Elaboration beider Bereiche verweisen⁴ –, sondern dass Darlegungen, die auf die systematische Durchdringung der Zusammenhänge zwischen akustischen, physiologischen, psychischen, musiktheoretischen und ästhetischen Phänomenbereichen zielen, ihren Ausgangspunkt in der Mathematik nehmen. Diesen Leistungen, die mathematisches Denken für die Untersuchung und Explikation dieser Zusammenhänge

1 Hermann von Helmholtz: *Ueber die physiologischen Ursachen der musikalischen Harmonien*. Mit einem wissenschaftshistorischen Nachwort hg. v. Fritz Krafft, München 1971.

2 Hermann von Helmholtz: *Die Lehre von den Tonempfindungen, als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*, Braunschweig 1863. Im Folgenden zitiert nach der 3. umgearb. Aufl., Braunschweig 1870.

3 Helmholtz: *Ueber die physiologischen Ursachen* (Anm. 1), S. 6.

4 Helmholtz fährt fort: »Der Generalbass ist ja eine Art angewandter Mathematik; in der Abtheilung der Tonintervalle, der Tactteile u.s.w. spielen die Verhältnisse ganzer Zahlen – zuweilen sogar Logarithmen – eine hervorragende Rolle.« Ebd. Im Abschnitt »Die Tonalität der homophonen Musik« aus *Die Lehre von den Tonempfindungen* widmet Helmholtz der antiken, pythagoreisch geprägten Musiktheorie große Aufmerksamkeit.

erbringt, möchte der folgende Beitrag nachgehen. Es wird sich zeigen, dass eine spezifische mathematische Operation für das Verständnis von akustischen und physiologischen Prozessen modellbildend wirkt und über verschiedene Applikationswege hinweg neue Impulse der Systematisierung von Wissensbeständen setzt.

Die entscheidenden wissenschaftlichen Innovationen, an denen Helmholtz einen wesentlichen Anteil hat, leiten sich von der Beobachtung eines Phänomens – der Obertöne – her, das seit den Studien des Akustikers und Mathematikers Joseph Sauveur immer wieder die Aufmerksamkeit einzelner Wissenschaftler auf sich gezogen hat, ohne jedoch Gegenstand einer umfassenden Explikation zu werden. Helmholtz weist auf den Umstand einer solch kontingenten, primär der Aufmerksamkeit einzelner Wissenschaftler überlassenen Wahrnehmung und Dokumentation dieses Mitschwingvorgangs hin:

Doch sind sie [die Obertöne, B.S.] zuweilen von aufmerksamen Beobachtern gehört worden; schon Rameau hat sie im [sic!] Anfang des vorigen Jahrhunderts gekannt, und später erwähnt Seiler in Leipzig, dass er in schlaflosen Nächten, auf den Gesang des Nachtwächters lauschend, zuweilen anfangs aus der Ferne die Duodecime des Gesanges gehört habe, und später erst den Grundton.⁵

Gleichwohl findet Helmholtz in den Arbeiten Jean-Philippe Rameaus und Jean Baptiste d'Alemberts erste, wichtige Ansatzpunkte, Obertöne als integrales Moment eines umfassenderen »Systems« zu verstehen und musiktheoretisch zu deuten:

Rameau und d'Alembert gehen von zwei Thatsachen aus, die sie als die Grundlagen ihres Systems betrachten. Die erste ist, dass man bei jedem tönenden Körper mit dem Grundtone (générateur) auch die Duodecime und nächst höhere Terz als Obertöne (harmoniques) höre. Die zweite ist, dass Jedermann die Aehnlichkeit bemerke, die zwischen einem jeden Tone und seiner Octave stattfindet. Durch die erste Thatsache sei gezeigt, dass der Duraccord von allen Accorden der natürlichste sei, und durch die zweite, dass man die Quinte und Terz auch um beziehlich eine und zwei Octaven herabrücken dürfe, ohne das Wesen des Accords zu verändern, so dass man dadurch den Durdreiklang in seinen verschiedenen Umlagerungen erhält. Der Mollaccord entsteht dann, indem man drei Töne sucht, welche alle drei denselben Oberton, nämlich die Quinte des Accords, haben (C, Es und G lassen wirklich alle ein g' mitklingen). Der Mollaccord sei deshalb zwar nicht ganz so vollkommen und natürlich, wie der Duraccord, aber doch auch durch die Natur vorgeschrieben.⁶

Dieser musiktheoretische Begründungszusammenhang, in den die Obertöne im Kontext einer »Lehre der Harmonie« gestellt werden, gibt die entscheidende Argumentationsrichtung vor, fügt sich für Helmholtz jedoch noch keineswegs zu einem homogenen und erklärungsstarken Gesamtbild, sondern lässt wesentliche Fragen – nämlich diejenigen nach dem Ursprung des Konsonanz- und Dissonanzempfindens – unbeantwortet:

Und in der That hatte auch Rameau, wie wir jetzt übersehen können, vollkommen richtig vermuthet, dass von dieser Thatsache aus die Lehre der Harmonie zu begründen sei. Aber abgemacht war es damit

⁵ Helmholtz: *Die Lehre von den Tonempfindungen* (Anm. 2), S. 164.

⁶ Ebd., S. 364.

freilich nicht. Denn in der Natur kommt Schönes und Hässliches, Heilsames und Schädliches vor. Der blosser Nachweis, dass etwas natürlich sei, genügt also noch nicht es ästhetisch zu rechtfertigen. Ausserdem hätte Rameau bei geschlagenen Stäben, Glocken, Membranen, angeblasenen Hohlräumen noch mancherlei andere ganz dissonante Accorde hören können, als bei den Saiten und übrigen Musikinstrumenten. Solche Accorde würde man doch auch für natürlich erklären müssen. Zweitens ist auch die Aehnlichkeit der Octave mit ihrem Grundton, auf welche Rameau sich stützt, ein musikalisches Phänomen, welches eben so gut der Erklärung bedarf, wie das Phänomen der Consonanz.⁷

Daher, so resümiert Helmholtz, hätten die Wissenschaftler zwar durchaus »die richtigen Angriffspunkte aufgespürt«, »aber die akustischen Kenntnisse des vorigen Jahrhunderts reichten noch nicht hin, genügende Consequenzen daraus zu ziehen.«⁸ Dies betrifft insbesondere ein eng mit den Obertönen verwandtes akustisches Phänomen (die Schwebung), das entscheidende Hinweise zu Eigenart und Ursprung des Konsonanz- und Dissonanzempfindens zu geben vermag und damit das Wissensgebiet der Physiologie zwischen den Polen der akustischen »Natur« und der »von Menschen gemachte[n] Ästhetik« einführt. Erst unter dieser Voraussetzung, d. h. mit der Erforschung der Art und Weise, wie das Ohr Klänge, Grund- und Obertöne verarbeitet und welche physiologischen Effekte dabei entstehen, lassen sich neue Begründungszusammenhänge entwickeln und die Ergebnisse unterschiedlicher Wissensgebiete zu einer »vollständigere[n] Theorie«⁹ vereinen. »Von den Schwebungen«, so Helmholtz unter Bezugnahme auf Rameaus *Traité de l'harmonie réduite à ses principes naturels*, ist jedoch »in dem Buche keine Rede, daher auch nicht von dem eigentlichen Unterschiede zwischen Consonanz und Dissonanz.« Er fährt fort:

Von den Gesetzen der Schwebungen wusste man zu jener Zeit erst ausserordentlich wenig, die Combinationstöne waren eben erst durch Romieu (1753) und Tartini (1754) den französischen Gelehrten bekannt geworden. In Deutschland waren sie einige Jahre früher durch Sorge (1745) entdeckt, diese Nachricht aber wohl wenig verbreitet. Es fehlte also das Material von Thatsachen, mit welchem allein eine vollständigere Theorie aufgebaut werden konnte.¹⁰

Jenseits des Desiderats der Ausarbeitung einer solchen »vollständigere[n] Theorie«, liegen Rameaus und d'Alemberts Verdienste jedoch in einem für Helmholtz ungleich wichtigeren Schritt, nämlich in einer grundlegenden Neuorientierung und Transformation des wissenschaftlichen Denkens selbst:

Dennoch ist dieser Versuch von Rameau und d'Alembert von grosser historischer Wichtigkeit, insofern dadurch die Theorie der Consonanz zum ersten Male von metaphysischem auf naturwissenschaftlichen Boden gerückt wurde. Es ist bewundernswerth, was beide mit dem spärlichen Material, das ihnen zu Gebot stand, geleistet haben, und was für ein klares, präcises und übersichtliches System die vorher so wüste und schwerfällige Theorie der Musik unter ihren Händen geworden ist.¹¹

7 Ebd., S. 364 f. Helmholtz differenziert zudem genau zwischen Rameau und d'Alemberts Positionen: »Niemand hat übrigens besser als d'Alembert selbst die Lücken dieses Systems eingesehen. Er verwarft sich deshalb in dem Vorwort seines Buches sehr entschieden gegen den Ausdruck »Demonstration des Prinzips der Harmonie«, welchen Rameau gebraucht hatte. Er erklärt, dass er für sein Theil nichts geben wolle, als eine wohl zusammenhängende und consequente Darstellung sämtlicher Gesetze der Harmonielehre, sie anknüpfend an die eine Grundthatsache, nämlich die Existenz der Obertöne, welche er als gegeben nimmt, ohne weiter zu fragen, wo sie herkommt. So beschränkt er sich denn auch auf den Nachweis der »Natürlichkeit« des Dur- und Molldreiklanges.« Ebd., S. 365.

8 Ebd., S. 363 f.

9 Ebd., S. 365.

10 Ebd.

11 Ebd.

Eine solche Modernisierung der Wissenschaft und die auf dieser Grundlage entstandene »grosse Menge physikalischer Vorarbeiten [...], welche das inzwischen verflossene Jahrhundert aufgehäuft hat«¹², bilden den Horizont, vor dem Helmholtz mit seinen eigenen Untersuchungen wissenschaftlich tätig wird.

Helmholtz' Darlegungen gehen von einer ebenso einfachen wie frappierenden Beobachtung aus:

Endlich möchte ich nun Ihre Aufmerksamkeit noch einem lehrreichen Schauspiel zulenken, das ich nie ohne ein gewisses physikalisches Vergnügen gesehen habe, weil es dem körperlichen Auge auf der Wasserfläche anschaulich macht, was sonst nur das geistige Auge des mathematischen Denkers in der von Schallwellen durchkreuzten Luft erkennen kann. Ich meine das Übereinanderliegen von vielen verschiedenen Wellensystemen, deren jedes einzelne seinen Weg ungestört fortsetzt. [...] Ebenso müssen Sie sich nun die Luft eines Concert- oder Tanzsaales von einem bunten Gewimmel gekreuzter Wellensysteme, nicht bloss in der Fläche, sondern nach allen ihren Dimensionen, durchschnitten denken. Von dem Munde der Männer gehen weitgedehnte 6- bis 12füssige Wellen aus, kürzere 1 ½ bis 3füssige von den Lippen der Frauen. Das Knistern der Kleider erregt kleine Kräuselungen in der Luft; jeder Ton des Orchesters entsendet seine Wellen, und alle diese Systeme verbreiten sich kugelförmig von ihrem Ursprungsorte, schiessen durcheinander, werden von den Wänden des Saales reflectirt, und laufen hin und wider, bis sie endlich, von neu entstandenen übertönt, erlöschen.¹³

Das Ohr vermag jedoch »das Durcheinander der Wellen« zu ordnen: »Es unterscheidet die Stimmen der Männer, der Frauen, ja der einzelnen Individuen, die Klänge der verschiedenen musikalischen Instrumente, das Rauschen der Kleider, die Fußtritte und so weiter.«¹⁴ »Dabei«, so Helmholtz weiter, »befindet es sich unter viel ungünstigeren Bedingungen als das Auge, welches die ganze wogende Fläche auf einmal überschaut, während das Ohr natürlich nur Bewegung der ihm zunächst benachbarten Lufttheilchen wahrnehmen kann.«¹⁵ Diese aus der Differenz zwischen Optik und Akustik, Auge und Ohr entwickelte Bestimmung der medialen Spezifik von Geräusch-, Klang- und Musikwahrnehmung führt direkt in das Zentrum der bislang unbeantworteten Fragen und Forschungszusammenhänge. Helmholtz nähert sich diesem Gebiet nun jedoch nicht direkt von Seiten der Akustik und Physiologie, sondern spitzt die Problemstellung zunächst gedanklich weiter zu. Dabei modelliert er den beobachteten Sachverhalt nach dem Vorbild einer mathematischen Operation:

Die Form der Wasseroberfläche wird in diesen wie in anderen verwickelteren Fällen dadurch bestimmt, dass die Höhe jedes Punktes gleich wird der Höhe sämmtlicher, in diesem Augenblick dort zusammen-treffender Wellenberge zusammengenommen, wovon abzuziehen ist die Summe aller dort gleichzeitig hintreffenden Wellenthäler. [...] Bei den Schallwellen ist es nun ähnlich. Auch sie summiren sich an jeder Stelle des Luftraumes, sowie am Ohr des Hörenden. Auch bei ihnen wird die Verdichtung und die Geschwindigkeit der Lufttheilchen im Gehörgange gleich der algebraischen Summe der einzelnen Werthe der Verdichtung und Geschwindigkeit, welche den Schallwellenzügen, einzeln genommen, zu-

12 Ebd., S. 366.

13 Helmholtz: *Ueber die physiologischen Ursachen* (Anm. 1), S. 24 ff.

14 Ebd., S. 26.

15 Ebd., S. 27.

*kommen. [...] Es [das Ohr, B.S.] muss also die Fähigkeit haben, alle die einzelnen zusammenwirkenden Töne aus der Bewegung eines einzigen Punktes im Luftraume herauszufinden.*¹⁶

Die verwendeten Termini (»summieren«, »algebraische Summe der einzelnen Werthe«), insbesondere aber die Akzentuierung eines »einigen Punktes« als distinkt bestimmtes Element innerhalb eines Bewegungsverlaufs verweisen auf ein mathematisches Verfahren, das Wellengleichungen geometrisch visualisiert und in Kurvenverläufen dokumentiert. So erscheint u. a. auch die mittels einer Differentialgleichung formalisierte Berechnung von Seitenlängen und Winkelgrößen in der linearen Korrelation und Komplementarität von Sinus- und Cosinusfunktion als eine periodische Bewegung, sobald sie als Graph im 360-Grad-Umlauf zeitlich erfasst wird. Dieses Bild einer auf die Skala von x- bzw. Zeitachse und y- bzw. Summationsachse eingetragenen Visualisierung von Kurvenverläufen bietet einem mathematisch inspirierten Denken nun ausreichend Spielraum und Anschaulichkeit, um weitere grundlegende Überlegungen noch diesseits eines experimentellen Zugriffs anzuregen: In der visuell gestützten, analytischen Durchdringung der Prinzipien, die eine Überlagerung periodischer Bewegungen im zeitlichen Verlauf kennzeichnen, liegt der Rückschluss nahe, dass sich zu jedem Zeitpunkt jeder beliebige Punkt des Bewegungsverlaufs als algebraische Summe auf der Skala zwischen -1 und +1 durch die Kombination einer Mehrzahl von periodischen Kurvenverläufen in Abhängigkeit von deren jeweiliger Stauchung und Dehnung eintragen lässt. Wird nun eine solche visuelle Umsetzung von Differentialgleichungen, die zunächst als allgemeines mathematisches Verfahren über ein breites Spektrum von Anwendungsmöglichkeiten verfügt, auf das Gebiet der Akustik übertragen, so werden die Stauchungen und Dehnungen der Kurven auf der x- bzw. Zeitachse als unterschiedliche Frequenzen interpretierbar. Im Umkehrschluss ergibt sich dann die einfache Folgerung, dass alle Klänge und Klangkomplexe, die aus der Summierung einer Vielzahl einzelner Klangereignisse unterschiedlicher Frequenzen bestehen, mathematisch wieder vollständig auf ihre einfachen Elemente, d. h. auf einfache periodische Schwingungen bzw. Sinusschwingungen, rückgeführt werden können. An dieser Stelle seiner Argumentation kann Helmholtz auf die Arbeit des französischen Mathematikers Joseph Fourier zurückgreifen, der im Jahr 1822 eine allgemeine Gleichung für diesen Vorgang entwickelt hat – ein »Gesetz«, das »von ausserordentlicher Wichtigkeit für die Akustik« ist, »weil es die Betrachtung zusammengesetzter Fälle ganz auf die der einfachen zurückführt«¹⁷ und damit gleichsam einem Grundimpuls mathematischen Denkens entspricht:

*Ich erwähnte vorher die Wellenform mit sanft abgerundeten Thälern und Bergen. In Bezug auf diese hat der französische Mathematiker Fourier einen berühmten und wichtigen Satz erwiesen, den man aus der mathematischen Sprache ins Deutsche ungefähr so übersetzen kann: Jede beliebige Wellenform kann aus einer Anzahl einfacher Wellen von verschiedener Länge zusammengesetzt werden.*¹⁸

Der von Helmholtz an dieser Stelle konsequenterweise verwendete Begriff der »Wellenform« akzentuiert sowohl den zusammengesetzten Charakter von Klängen als auch die unterschiedlichen Wellenverläufe, auf die der Forscher in seinen Experimenten und Aufzeichnungsverfahren zum Schall trifft.¹⁹ Letztere werden unter Bezugnahme auf Fouriers Formel interpretierbar als Summe respektive Überlagerung »einfacher Wellen«; und dies bedeutet wiederum, dass eingedenk des unterstellten punktuellen Charakters der auditiven Wahrnehmung auch jeder einzelne Punkt im Koordinatensystem einer Kurve

¹⁶ Ebd., S. 27 f.

¹⁷ Helmholtz: *Die Lehre von den Tonempfindungen* (Anm. 2), S. 239.

¹⁸ Helmholtz: *Ueber die physiologischen Ursachen* (Anm. 1), S. 33 f.

¹⁹ Vgl. die Abbildungen auf ebd., S. 34.

(respektive »Wellenform«) als algebraische Summe einer Mehrzahl anderer Punkte gedeutet werden muss, die ihrerseits jeweils den »einfachen Wellen« entstammen.

Die bislang von Helmholtz formulierten Einsichten basieren – so ließe sich ein kurzes Zwischenresümee ziehen – auf einer mathematischen Operation, die Modellcharakter für die Analyse akustischer Phänomene gewinnt. Bei genauerem Hinsehen erweist sich das mathematische Vorgehen jedoch als ein in sich bereits mehrfach gestaffelter Vorgang. Denn zum einen ist die Sinus-/Cosinus-Funktion ja ihrerseits bereits eine spezifische Anwendung grundlegenderer Variantenbildungen, die Differentialgleichungen als formale Struktur bereithalten; zum anderen wird eine Serie von Modellbildungen und Abstraktionen wirksam, die zwischen Schrift respektive mathematischen Formeln und deren Visualisierung pendeln und darauf verweisen, dass die Mathematik selbst bereits mit vielfältigen Übertragungen arbeitet. Deutlich werden die theoriebildenden Effekte dieser mathematischen Arbeitsweise, wenn man sie mit anderen Visualisierungsverfahren von Schall – insbesondere den unmittelbaren, prä-phonographischen Aufzeichnungen von Friedrich Chladni Ende des 18. Jahrhunderts – vergleicht. Die in Chladnis Experimenten erzeugten ornamentalen Figuren vermitteln zwar einen unmittelbar sinnfälligen visuellen Eindruck vom harmonischen Grundcharakter der Klänge respektive periodischen Schwingungen, sie lassen jedoch als Endprodukte sich überlagernder »einfacher Wellen« keinerlei Rückschlüsse über den wahren Charakter, d. h. die interne Strukturiertheit der aufgezeichneten Klangereignisse zu. Erst der »Umweg« über die mathematische Abstraktion der Differentialgleichung schärft den Blick dafür, dass visuelle Repräsentationen als Produkte einer komplexen Überlagerung verstanden werden können, und lenkt die Aufmerksamkeit auf die form- und strukturbildenden Momente, die sich hinter der graphischen Oberfläche verbergen. Nicht die direkte Aufzeichnung von Schall, sondern die per Differentialgleichung in Kraft gesetzten Kurvenfunktionen legen daher offenkundig den entscheidenden Gedanken nahe, mathematische Operationen als strukturelles Vorbild für die Erfassung und Systematisierung auditiver Phänomene (im Sinne einer Addition von Sinuskurven) zu verstehen.

Diese auf mathematischem Wege gewonnenen Einsichten bilden die Grundlage für Helmholtz' weitere Studien. Dabei erlangt die Implantierung der mathematischen Ableitung in das Gebiet der »physiologischen Akustik« eine gleichsam katalysatorische Kraft und gibt den entscheidenden Impuls, die punktuelle Logik der mathematischen Operationen unmittelbar mit dem punktuellen Charakter der auditiven Wahrnehmung zu verbinden: Wenn das Ohr – im Unterschied zum Auge, »das die ganze wogende Fläche auf einmal« zu überschauen vermag – »nur die Bewegung der ihm zunächst benachbarten Lufttheilchen wahrnehmen« kann, und daher in der Lage sein muss, »alle die einzelnen zusammenwirkenden Töne aus der Bewegung eines einzigen Punktes im Luftraume« zu extrahieren, so kann der Grund zu einer solch außergewöhnlichen Sinnesleistung nur in einer spezifischen Fähigkeit des Ohres liegen, eine analoge mathematische Operation zu vollziehen:

Wie die Saiten, so geben fast alle anderen musikalischen Instrumente Tonwellen, die nicht genau der reinen Wellenform entsprechen, sondern sich aus einer grösseren oder geringeren Zahl von einfachen Wellen zusammensetzen. Das Ohr analysirt sie alle nach dem Fourier'schen Satze, trotz dem besten Mathematiker, und hört bei gehöriger Aufmerksamkeit die, den einzelnen einfachen Wellen entsprechenden, Obertöne heraus.²⁰

Diese direkt aus den mathematischen Visualisierungsverfahren abgeleitete gedankliche Zuspitzung, die auf eine gleichsam »mathematische« Disposition des Ohres rekurriert, verdeutlicht zum einen, dass ma-

²⁰ Ebd., S. 39 f.

thematisches Wissen auch kontraintuitiv anmutende Perspektiven und Beobachtungen wissenschaftlich produktiv zu machen vermag; Helmholtz' Exposition des Untersuchungszusammenhang – die Beobachtung, dass die punktuelle Wahrnehmung einer einzelnen »Wellenform« höchstdifferenzierte Klangeindrücke zu erzeugen vermag – ist hierfür ein sinnfälliges Beispiel. Zum anderen tritt der Modellcharakter, den die mathematischen Operationen für die Konturierung physiologischer Wahrnehmungsphänomene gewinnen, deutlich hervor, denn der Forscher lässt sich, wie beschrieben, in der Disposition seiner wissenschaftlichen Arbeit nicht primär von experimentellen Untersuchungen anleiten, sondern entwickelt die Konsequenzen, die sich für hörphysiologische Studien ergeben, zunächst autonom aus den mathematischen Verfahren. Daher gibt das, was Helmholtz in Bezugnahme auf Fouriers Gleichung zunächst als »eine willkürliche Fiction zur Bequemlichkeit der Theorie« eingeführt hat, »ohne eine reelle Bedeutung«²¹, konsequenterweise die empirische Suchrichtung für die physiologischen Studien vor. Eine solch theoretisch-mathematisch formierte Erwartung findet dann in dem wenige Jahre zuvor durch Alfonso Corti entdeckten Rezeptorengbiet des Innenohres den anatomischen Ort, an dem jene mathematischen Operationen umgesetzt werden. Die Eigenresonanz der dort angesiedelten einzelnen, für je verschiedene Frequenzen empfindlichen Härchen extrapoliert aus den »Wellenformen« die akustischen Grundeinheiten, die einfachen Sinusschwingungen. Das Fouriersche Gesetz findet somit »reelle Bedeutung« in der analog strukturierten analytischen Tätigkeit des Ohres:

Das leibliche Ohr thut immer genau dasselbe, was der Mathematiker thut mittelst des Fourier'schen Satzes, und was das Clavier mit einer zusammengesetzten Tonmasse thut: es löst die Wellenformen, welche nicht, wie die Stimmgabeltöne, schon ursprünglich der einfachen Wellenform entsprechen, in eine Summe von einfachen Wellen auf; es empfindet den Ton einzeln, welcher einer jeden einfachen Welle zugehört, mag nun die Welle ursprünglich als solche aus der Tonquelle hervorgegangen sein oder sich erst unterwegs zusammengesetzt haben.²²

Die Art der mathematischen Visualisierung, die Übersetzung der Differentialgleichungen in ein Koordinatensystem, bietet – so könnte man die Leistungen der Mathematik für die Forschungen der »akustischen Physiologie« beschreiben – ein Raster, das Tonempfindungen gleichsam über die x- und y-Achse als Aspekte von Form und von Zeit zu rekonstruieren vermag: Die Punkte der Kurve (die, wie erwähnt, als einzelne Bewegungszustände auf das Ohr treffen) werden vom Ohr als algebraische Summe einer Mehrzahl von anderen Punkten – also als Form – registriert. Zugleich werden sie aber in der Potentialität ihrer (in der Serienlogik der Differentialgleichung angelegten) Fortschreitung auf der Zeitachse zumindest soweit synthetisiert, dass überhaupt eine periodische Schwingung als Eigenschwingung der Rezeptoren entsteht. Diese vermag sich dann (und dies wiederum nur relational zur Abklingzeit der Nervenreize) als »Schall«, als Gegenwartszeit einer Tonempfindung, zu konstituieren. D. h. die physiologische Aktivität des Ohres findet im Koordinatensystem ein prägnantes Strukturmodell des Wechselspiels seiner analytisch-formbezogenen und synthetisch-zeitbezogenen Operationen.

Eine solche Implantation mathematischer Operationen in die »akustische Physiologie« initiiert zugleich weiterreichende wissenschaftliche Effekte, die sich der Eigenlogik mathematischer Verfahren verdanken und das Verständnis von Physiologie und Wahrnehmungsvorgängen modifizieren. Insbesondere begünstigt die rein formale Anlage der mathematischen Gleichungen, deren Variablen potentiell durch jeden beliebigen konkreten Wert ersetzt werden können, eine Flexibilisierung von Zeitvorstellungen. Und mit der Vorstellung einer Resonanzbildung im Innenohr und der Annahme, dass die Härchen des Rezep-

21 Helmholtz: *Die Lehre von den Tonempfindungen* (Anm. 2), S. 231.

22 Helmholtz: *Ueber die physiologischen Ursachen* (Anm. 1), S. 37.

torengbietes nach dem Modell eines gleichsam mathematisch geprägten Distributions- und Operationsprinzips angeregt werden, treten nun kleinste, bis zu 20.000 Eigenschwingungen pro Sekunde reichende Zeitintervalle in den Horizont der physiologischen Untersuchungen. Diese Werte liegen weit unterhalb psychologisch wahrnehmbarer Schwellen und treiben fundamentale Unterschiede zwischen physiologischen Vorgängen und Bewusstseinsprozessen bzw. Gedankenverkettungen hervor, deren Maßeinheiten und Zeitrhythmen in den psychologischen Studien und der Gedächtnisforschung der Zeit wesentlich größer dimensioniert erscheinen.²³ Eine durch mathematische Prinzipien inspirierte physiologische Forschung, die sich nicht permanent an einem Erfahrungswissen messen lassen muss, das seinerseits lediglich durch eine einzige Quelle der Wissensgenerierung, nämlich der Selbstwahrnehmung des Bewusstseins sowie den daran gekoppelten Umwelterfahrungen und Semantiken, bestimmt wird, schärft daher den Blick für systemisch bedingte Grenzen zwischen Physiologie und Psychologie. Diese Erkenntnis bestimmt, wie aus zahlreichen Passagen des Vortrages aus dem Jahr 1857 wie auch aus späteren Schriften hervorgeht, grundlegend Helmholtz' wissenschaftlichen Zugriff:

Ist es mir erlaubt, eigener neuester Arbeiten hier zu gedenken, so will ich noch erwähnen, dass es möglich ist, durch die Physik des Schalles und die Physiologie der Tonempfindungen die Elemente der Construction unseres musikalischen Systems zu begründen, eine Aufgabe, die wesentlich in das Fach der Aesthetik hineingehört. Die Physiologie der Sinnesorgane überhaupt tritt in engste Verbindung mit der Psychologie. Sie weist in den Sinneswahrnehmungen die Resultate psychischer Prozesse nach, welche nicht in das [sic!] Bereich des auf sich selbst reflectirenden Bewusstseins fallen und welche deshalb nothwendig der psychologischen Selbstbeobachtung verborgen bleiben mussten.²⁴

Eine solche Systemunterscheidung prägt auch, wie sich in dieser Textpartie bereits andeutet, die Argumentationsweise, mit der die Gebiete der Akustik und der Physiologie für musiktheoretische und musikästhetische Zusammenhänge produktiv gemacht werden.

Der Gedanke einer nach mathematischen Prinzipien, d. h. dem Modell der Differentialgleichung und ihrer geometrischen Repräsentationen, strukturierten Funktionsweise des Ohres erlaubt es, elementare akustische Bausteine in ihren physiologischen Verarbeitungsmechanismen plausibel zu konturieren. Ein einzelner Ton erweist sich auf diese Weise als ein aus mehreren Sinusschwingungen zusammengesetzter Klang (»Wellenform«), dessen Charakteristik von der Verteilung und Stärke der Obertöne abhängt. Die jeweils für die unterschiedlichen Frequenzen empfindlichen Härchen des Rezeptorengbietes resonieren gemäß den hier jeweils auftretenden unterschiedlichen Klangspektren. Im Bewusstsein wird das Ergebnis dieses physiologischen Prozesses jedoch nicht als Kopräsenz mehrerer Einzelschwingungen abgebildet, sondern als Klangfarbe bzw. als klangliche Charakteristik eines einzelnen Tones rekonstruiert.²⁵ Es »ge-

23 Vgl. beispielshalber die Messverfahren und Ergebnisse in Hermann Ebbinghaus' umfangreichen Studien zur Struktur und Funktionsweise des Gedächtnisses. Hermann Ebbinghaus: *Über das Gedächtnis. Untersuchungen zur experimentellen Psychologie*, Leipzig 1885.

24 Hermann von Helmholtz: »Ueber das Verhältniss der Naturwissenschaften zur Gesamtheit der Wissenschaft«, in: ders.: *Vorträge und Reden*, Bd. 1, 4. Aufl., Braunschweig 1896, S. 184.

25 Eine solche Repräsentation der Klangereignisse im Bewusstsein löst die Anschlussfrage aus, nach welchen Prinzipien die Wahrnehmung eine Mehrzahl von »einfachen Schwingungen« zu einer Einheit zusammenfasst (wie bei einem einzelnen Ton) oder sie voneinander unterscheidet (wie bei einem Intervall). Helmholtz beantwortet diese Frage in einer eher vorläufigen Weise mit der evolutionär-existential bedingten Notwendigkeit des Menschen, verschiedene Klangquellen voneinander zu unterscheiden, während eine einzige Klangquelle in einem einzigen akustischen Ereignis repräsentiert werden kann. Die beobachteten Übergangsphänomene einer Klangverschmelzung zweier Töne (z. B. in der Oktave) oder umgekehrt der auditiven Extraktion einzelner Obertöne (per Resonatoren oder per Hörtraining) belegen implizit – so Helmholtz –, dass hier Konditionierungen und nicht systemische Unterscheidungen am Werk sind.

hen uns«, so Helmholtz in der Markierung dieser klaren systemischen Unterscheidung, »die Obertöne« – als Teil der Physiologie – »in die nicht näher zu bezeichnenden Eigenthümlichkeiten des Tones auf, die wir Klangfarbe« – als Teil der Psychologie – »nennen.«²⁶ Aus der Kombination mehrerer Töne (die in sich jeweils bereits aus Grund- und Obertönen zusammengesetzte Klänge bilden) entstehen dann weitere, immer nach demselben mathematischen Prinzip der Wellengleichung zu berechnende »Wellenformen«, die sich im Zusammenspiel zu jenen komplexen akustischen Landschaften verdichten, die Helmholtz in der oben zitierten Exposition seiner Fragestellung beschreibt. Hierbei treten zugleich jedoch neue akustische Effekte und Qualitäten hervor, in deren Kontext insbesondere das »Phänomen der Schwebungen« – und damit zusammenhängend die Unterscheidung zwischen Konsonanz und Dissonanz – erhebliches Gewicht für den weiteren Argumentations- und Untersuchungszusammenhang gewinnt:

Endlich hängt die ganze Grundlage der musikalischen Wirkung der Consonanz und Dissonanz von dem eigenthümlichen Phänomen der Schwebungen ab. Diese beruhen auf einem schnellen Wechsel in der Intensität des Tones, welcher dadurch entsteht, dass zwei nahe gleich hohe Töne abwechselnd mit gleichen und entgegengesetzten Phasen zusammenwirken, und dem gemäss bald starke, bald schwache Schwingungen der mitschwingenden Körper erregen. [...] Gleichzeitig ist jede Faser des Hörnerven nur für Töne aus einem engen Intervall der Scala empfindlich, so dass nur ganz nahe gelegene Töne in ihr überhaupt zusammen wirken können, weit voneinander entfernte nicht oder nicht unmittelbar. Wenn sie es thun, so rührt dies von begleitenden Obertönen oder Combinationstönen her. Daher tritt beim Ohr dieser Unterschied von schwirrendem und nicht schwirrendem Intervalle, d. h. von Consonanz und Dissonanz ein.²⁷

Die Unterscheidung zwischen konsonierenden Intervallen, bei denen die Schwingungen sich ohne »intermittierende Erregung gewisser Hörnervenfasern«²⁸ im Obertonspektrum frei entfalten können, und Dissonanzen, in denen Grund- und Obertöne eng benachbarte Härchen anregen, die sich dann wechselseitig in ihrer Eigenresonanz stören und im Bewusstsein als »Schwirren« oder »Rauhigkeit«²⁹ des Klanges bemerkbar machen, basiert – wie Helmholtz in Erinnerung ruft – auf der zuvor explizierten spezifischen Arbeitsweise des Ohres: »Für die Feststellung der consonirenden Intervalle [war] die Fähigkeit des Ohres, Obertöne empfinden und zusammengesetzte Wellensysteme nach dem Fourier'schen Satze in einfache auflösen zu können, nothwendig.«³⁰ Das aus der historischen Rückschau von Helmholtz abgeleitete Desiderat, dem Wesen des Konsonanz- und Dissonanzempfindens auf den Grund zu gehen, findet hier, d. h. in der physiologischen, mathematischen Prinzipien nachgebildeten Operationsweise des Ohres, seinen Fluchtpunkt. Auf dieser Grundlage werden nun auch Rameaus und D'Alemberts Bemühungen um ein konsistentes musiktheoretisches »System« wieder aufgegriffen.³¹ Die Lehre von Intervallen und Akkordverbindungen spannt das Zusammenspiel der (in sich bereits geformten) einzelnen Töne zwischen den Polen von Konsonanz und Dissonanz auf und markiert mit dem Prinzip der Tonverwandtschaft – d. h. einer (partiellen) Konvergenz von Grundtönen und Obertönen, die keine Schwebungen erzeugt – einen Grundbaustein der Musiktheorie und Harmonielehre. Die physiologische Fundierung von Konsonanz und Dissonanz bildet dann wiederum ein Regulativ, vor dessen Hintergrund sich ästhetische Effekte

26 Helmholtz: *Ueber die physiologischen Ursachen* (Anm. 1), S. 43.

27 Hermann von Helmholtz: »Die Tatsachen in der Wahrnehmung«, in: ders.: *Vorträge und Reden*, Bd. 2, 4. Aufl., Braunschweig 1896, S. 221 f.

28 Helmholtz: *Die Lehre von den Tonempfindungen* (Anm. 2), S. 266.

29 Ebd., S. 269.

30 Helmholtz: *Ueber die physiologischen Ursachen* (Anm. 1), S. 53.

31 In dem Vortrag von 1857 werden mögliche Konsequenzen nur knapp angedeutet, später jedoch im dritten Kapitel von *Die Lehre von den Tonempfindungen* detailliert entfaltet.

nicht beliebig erzeugen lassen. Jenseits einer mathematisch-naturwissenschaftlich aufgeschlüsselten Deutung des Konsonanz- und Dissonanzempfindens folgen ästhetische Strategien daher immer schon einer »unbewussten Vernunftmässigkeit«:

Die Aesthetik sucht das Wesen des künstlerisch Schönen in seiner unbewussten Vernunftmässigkeit. Ich habe Ihnen heute das verborgene Gesetz, das den Wohlklang der harmonischen Tonverbindungen bedingt, aufzudecken gesucht. Es ist recht eigentlich ein unbewusstes, so weit es in den Obertönen beruht, die zwar vom Nerven empfunden werden, gewöhnlich jedoch nicht in das Gebiet des bewussten Vorstellens eintreten, deren Verträglichkeit oder Unverträglichkeit aber jedoch gefühlt wird, ohne dass der Hörer wüsste, wo der Grund seines Gefühls liegt. Die Erscheinungen des rein sinnlichen Wohlklanges sind freilich erst der niedrigste Grad des musikalisch Schönen. Für die höhere, geistige Schönheit der Musik sind Harmonie und Disharmonie nur Mittel, aber wesentliche und mächtige Mittel.³²

Das hier wirksam werdende implizite Wissen um das »Wesen des künstlerisch Schönen« manifestiert sich als Selektionshorizont, vor dem ästhetische Entscheidungen getroffen werden, es fixiert damit aber keineswegs die Konturen musikalischer Stillagen oder gar Formen. Aus diesen Freiheitsgraden, d. h. ausgehend von den Möglichkeiten, vor einem mathematisch-akustisch-physiologisch bestimmten Horizont ästhetisch vielfältig zu agieren, entwickeln sich, so Helmholtz' Ausführungen, musikhistorische und musikkulturelle Variabilitäten.³³ Damit wird zugleich auch an dieser Stelle das Bewusstsein für eine Grenze zwischen verschiedenen Bezugssystemen, zwischen der Physiologie auf der einen und der Ästhetik, Musiktheorie und Kompositionsgeschichte auf der anderen Seite, gestärkt. Diese Grenze lässt sich nicht überspringen und schließt reduktionistische Verfahren aus dem Argumentationshaushalt aus:

Daraus folgt der Satz, der unseren musikalischen Theoretikern und Historikern noch immer nicht genügend gegenwärtig ist, dass das System der Tonleitern, der Tonarten und deren Harmoniegewebe nicht bloss auf unveränderlichen Naturgesetzen beruht, sondern dass es zum Theil auch die Konsequenz ästhetischer Principien ist, die mit fortschreitender Entwicklung der Menschheit einem Wechsel unterworfen gewesen sind und ferner noch sein werden.³⁴

Helmholtz' akustische und physiologische Untersuchungen, seine musiktheoretischen Explikationen und insbesondere auch die Markierung der systemischen Grenze zwischen ästhetischer und naturwissenschaftlicher Argumentation bilden innerhalb kurzer Zeit einen Referenzrahmen für viele weitere Studien in diesem Feld. Und sie finden Resonanz in einer jungen Fachdisziplin, die sich zu dieser Zeit institutionell zu konstituieren beginnt: der Musikwissenschaft. Deren erster Lehrstuhlinhaber, Eduard Hanslick, vermerkt in seiner Schrift *Vom Musikalisch-Schönen*³⁵, dass »auf dem Gebiete, in dem sich bereits die Naturwissenschaft eng mit der Aesthetik berührt«, »uns die Forschungen von Helmholtz über

32 Helmholtz: *Ueber die physiologischen Ursachen* (Anm. 1), S. 53.

33 Helmholtz selbst kennzeichnet diese Variabilität in *Die Lehre von den Tonempfindungen* als eine sich entelechisch über die Jahrhunderte entfaltende Differenzierung impliziten Wissens, Max Weber leitet sechs Jahrzehnte später daraus kulturvergleichende Perspektiven ab. Max Weber: *Die rationalen und soziologischen Grundlagen der Musik*, München 1921.

34 Helmholtz: *Die Lehre von den Tonempfindungen* (Anm. 2), S. 370.

35 Eduard Hanslick: *Vom Musikalisch-Schönen. Ein Beitrag zur Revision der Aesthetik der Tonkunst*, 1. Aufl., Leipzig 1854. Die Erstausgabe von Hanslicks Schrift erscheint neun Jahre vor Helmholtz' Veröffentlichung *Die Lehre von den Tonempfindungen*. In späteren Ausgaben nimmt Hanslick jedoch auf Helmholtz Bezug.

die Consonanz und die Verwandtschaft der Töne viel Licht gegeben« haben, »wo noch bis vor kurzem viel Dunkel herrschte«. ³⁶ Für ihn steht außer Frage:

Auch die Aesthetik, will sie kein bloßes Scheinleben führen, muß die knorrige Wurzel kennen, wie die zarte Faser, an welcher jede einzelne Kunst mit dem Naturgrunde zusammenhängt. Und gerade für die musikalische Aesthetik erschließt das Verhältniß der Tonkunst zur Natur die wichtigsten Folgerungen. Die Stellung ihrer schwierigsten Materien, die Lösung ihrer controversesten Fragen hängt von der richtigen Würdigung dieses Zusammenhanges ab. ³⁷

Dabei gewinnt die Unterscheidung zwischen »Natur« (als Gegenstand der Naturwissenschaft) und Musik respektive »Tonkunst« (als Gegenstand der Ästhetik) noch einmal ein gesondertes Gewicht – stellen doch beide Gebiete im Kontext von Akustik und Klangerzeugung zunächst grundsätzlich verschiedene Phänomenbereiche dar; und dies allein schon deshalb, weil periodische Schwingungen, mit denen die Musik arbeitet, in der Natur nicht vorkommen. Auch für Hanslick bildet daher die Mathematik die entscheidende und unverzichtbare Gelenkstelle, deren relationierende Kraft allererst Bezüge zwischen der »Musik der Natur« und der »Tonkunst« stiftet und deren Gesetzmäßigkeiten jeder ästhetischen Formbildung als »messbare« und »geordnete« Grundierung voraus liegen:

Die »Musik« der Natur und die Tonkunst des Menschen sind zwei verschiedene Gebiete. Der Uebergang von der ersten zur zweiten geht durch die Mathematik. Ein wichtiger, folgenreicher Satz. Freilich darf man ihn nicht so denken, als hätte der Mensch seine Töne durch absichtlich angestellte Berechnungen geordnet; es geschah dies vielmehr durch unbewußte Anwendung ursprünglicher Größen- und Verhältnißvorstellungen durch ein verborgenes Messen und Zählen, dessen Gesetzmäßigkeit erst später die Wissenschaft constatirte. [...] Die Natur gibt uns nicht das künstlerische Material eines fertigen, vorgebildeten Tonsystems, sondern nur den rohen Stoff der Körper, die wir der Musik dienstbar machen. Nicht die Stimmen der Thiere, sondern ihre Gedärme sind uns wichtig, und das Thier, dem die Musik am meisten verdankt, ist nicht die Nachtigall, sondern das Schaf. [...] Der meßbare Ton und das geordnete Tonsystem sind erst, womit der Componist schafft, nicht, was er schafft. ³⁸

Die modellbildenden Leistungen, die die Mathematik für die Elaboration des hier beschriebenen Gesamtzusammenhangs erbringt, liegen im Kern in der Konturierung von wissenschaftlichen Zugriffsverfahren, in den Impulsen für empirische Suchrichtungen, in der Durchsetzung kontraintuitiven Denkens durch formale Abstraktion, in den Systemisierungseffekten für ein zuvor lediglich fragmentarisch erfasstes Beobachtungswissen und in der Schärfung der Grenzen, die zwischen den Phänomenbereichen der Akustik, Physiologie, Psychologie und Ästhetik verlaufen. Das Verhältnis zwischen den Wissensgebieten wird damit auf eine fundamentale Weise neu gefasst und als eine Relation gedeutet, die nicht länger der Logik von »Transsubstantiationen«, sondern derjenigen von »Transformationen« unterliegt. ³⁹ Oder in Helmholtz' eigenen Worten formuliert:

³⁶ Hanslick: *Vom Musikalisch-Schönen*, 7. Aufl., Leipzig 1885, S. 125 f.

³⁷ Ebd., S. 159 f.

³⁸ Hanslick: *Vom Musikalisch-Schönen* (Anm. 35), 1. Aufl., Leipzig 1854, S. 89.

³⁹ Rudolph Hermann Lotze: *Medizinische Psychologie*, Göttingen 1852. Vgl. zu diesem Aspekt auch: Bettina Schlüter: »Eigenzeiten der musikalischen Form. Musik-Wissen im Gefüge der Disziplinen des 19. Jahrhunderts«, in: Michael Gamper u. a. (Hg.): *Zeiten der Form, Formen der Zeit*. Hannover 2016. (im Druck).

Insofern die Qualität unserer Empfindung uns von der Eigenthümlichkeit der äusseren Einwirkung, durch welche sie erregt ist, eine Nachricht giebt, kann sie als Zeichen derselben gelten, aber nicht als ein Abbild. Denn vom Bilde verlangt man irgend eine Art der Gleichheit mit dem abgebildeten Gegenstande, von einer Statue Gleichheit der Form, von einer Zeichnung Gleichheit der perspectivischen Projection im Gesichtsfelde, von einem Gemälde auch noch Gleichheit der Farben. Ein Zeichen aber braucht gar keine Art der Aehnlichkeit mit dem zu haben, dessen Zeichen es ist. Die Beziehung zwischen beiden beschränkt sich darauf, dass das gleiche Object, unter gleichen Umständen zur Einwirkung kommend, das gleiche Zeichen hervorruft, und dass also ungleiche Zeichen immer ungleicher Einwirkung entsprechen.⁴⁰

Wenn nur noch »Zeichen« als rein formale Modi eines entsubstantialisierten Zusammenwirkens die Übergänge zwischen »Empfindung« und der »Eigenthümlichkeit der äusseren Einwirkung« organisieren, so verweist letztlich auch ein solches Prinzip einer reinen Korrelation auf die formale Struktur der Differentialgleichung zurück. In eine solche Form gebracht, kann die Korrelation als Ergebnis einer eigenen wissenschaftlichen Bestimmungsleistung freigestellt und damit selbst noch einmal modellierbar werden. Diesen Gedanken äußert beispielshalber auch Gustav Theodor Fechner 1860 in seiner Schrift *Elemente der Psychophysik* bezogen auf den Zusammenhang zwischen Reiz und Empfindung:

Denn wenn wir in einer Gleichung y als Funktion von x ausgedrückt haben, so können wir y nach dem Werte von x und umgekehrt finden, wenn die Weise, wie sie sich mit einander ändern, auch eine ganz andere, als die des einander proportionalen Fortschritts ist.⁴¹

Die modellbildende Wirkung der Mathematik liegt somit, fasst man die vorausgehenden Beobachtungen zusammen, zuallererst in einem gedanklichen Prägnanzgewinn: in der katalysatorischen Bedeutung, die sie als organisierende und ordnende Struktur für andere Wissensgebiete und deren wechselseitiges Zusammenspiel gewinnt.

40 Hermann von Helmholtz: »Die Tatsachen in der Wahrnehmung« (Anm. 27), S. 222.

41 Gustav Theodor Fechner: *Elemente der Psychophysik*. 3. Aufl., Leipzig 1907, S. 57. In ähnlicher Weise formuliert Ebbinghaus: »Man sucht den Complex von Bedingungen, die sich für das Zustandekommen eines gewissen Effekts als maßgebend erwiesen haben, konstant zu erhalten, variiert eine dieser Bedingungen isoliert von den übrigen und in numerisch fixierbarer Weise, und konstatiert dann auf der Seite des Effekts wiederum in einer Messung oder Zählung die begleitende Veränderung.« Hermann Ebbinghaus: *Über das Gedächtnis* (Anm. 23), Leipzig 1885, S. 9 f.