

Kollektiver Fluß in Schwerionenkollisionen -
Deduktion elementarer Eigenschaften angeregter
Kernmaterie

Diplomarbeit

von

Sven Soff

aus Frankfurt am Main

Institut für Theoretische Physik
Johann Wolfgang Goethe-Universität
Frankfurt am Main

Juni 1995

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Modellbeschreibungen von Schwerionenkollisionen	3
2.1	Das Vlasov-Uehling-Uhlenbeck-Modell	3
2.2	Das Quantenmolekulardynamik-Modell	7
2.3	Die Kernmaterie-Zustandsgleichung	9
2.3.1	Impulsabhängige Wechselwirkungen	15
2.4	Harte Nukleon-Nukleon Kollisionen	17
2.4.1	Pauli-geblockte Kollisionen	23
2.5	Algorithmische Struktur des QMD-Modells	24
3	Observablen einer Schwerionenreaktion	27
3.1	Reaktionsgeometrie und Variablen	27
3.1.1	Rapidity	28
3.1.2	Multiplizitätsanalysen	31
3.1.3	Transversalimpulsanalysen	37
4	Das Verschwinden des Flusses in der Reaktionsebene – Massenabhängigkeit	45
5	Die Stoßparameterabhängigkeit der Balance-Energien	55
6	Negativer Fluß für schwere Systeme	61

7	Zwei-Komponenten-Fluß in semiperipheren Kollisionen	65
8	Azimuthale Verteilungen	75
9	Zusammenfassung	83
A	Die BBKGY-Gleichungen	85

Kapitel 1

Einleitung

Die Betrachtung der Kollisionen schwerer Ionen, im Experiment wie in theoretischen Modellen, besitzt vielfältige Motivationsgründe. Ein sehr interessantes Gebiet wird dadurch erschlossen, daß hiermit ein Werkzeug verfügbar ist, mit dem Kernmaterie unter Nichtgrundzustandsbedingungen untersucht werden kann. Die erreichbaren, angeregten Zustände unterscheiden sich, in der Sprache der Thermodynamik, in erster Linie durch die vom Grundzustand verschiedenen Dichten und Temperaturen. Dabei sind auf der nukleonischen Ebene wesentliche Fragen noch ungeklärt. Es ist ein großes Ziel, die elementaren Wechselwirkungen, die sich in komplexer Weise aus mehreren Komponenten zusammensetzen, eindeutig und unabhängig voneinander zu bestimmen [Stö 86, Gut 89b, Pei 94].

So ist beispielsweise die genaue Kenntnis der Zustandsgleichung von Kernmaterie von größtem Interesse. Dabei strebt man nicht nur ein größeres Verständnis im Mikrokosmos, auf der Ebene fundamentaler Wechselwirkung, an, sondern hofft u.a. auch in der Kosmologie und Astrophysik auf neue Antworten. Beispielsweise bestimmt gerade jene Zustandsgleichung in erheblichem Maße die Struktur und das Schicksal eines Neutronensterns. Bei diesen elementaren Fragen sind nicht einmal die exotischeren Prozesse bei noch viel größeren Dichten und Temperaturen, entsprechend größeren Kollisionsenergien, angesprochen, die Teilchenproduktion, Phasenübergänge in andere Zustandsformen wie z.B. ein Quark-Gluon-Plasma oder die Produktion neuer Teilchen betreffen.

Eine andere wichtige physikalische Größe, die es zu bestimmen gilt, ist der elementare Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von den Eigenschaften des betrachteten Mediums. Ausgehend vom bekannten, gemessenen freien Wirkungsquerschnitt interessieren also dessen Modifikationen im Medium.

Dabei ist die Wahl der beobachtbaren Größen, der Observablen, und deren Abhängigkeit von den verschiedenen, zu bestimmenden Elementarprozessen wichtig. Meistens hängen diese nämlich von mehreren unbekanntem Größen gleichzeitig ab, so daß ein Ziel die saubere Aufspaltung der Signale in den Observablen bezüglich der verschiedenen Ursachen ist. Bei den in dieser Arbeit betrachteten Signalen des kollektiven Flusses in Schwerionenkollisionen liegt in erster Linie ein

Wechselspiel der beiden angesprochenen Größen, der Zustandsgleichung und des modifizierten nukleonischen Wirkungsquerschnitts, vor.

Ein besonders wichtiger Bereich zur Untersuchung dieser zentralen Fragen sind Einschußenergien der Größenordnung $E/A \approx 100$ MeV/Nukleon. Hier liegen Observablen vor, die klare Signale liefern können.

Experimente, die die in dieser Arbeit behandelten Fragen untersuchen, werden an der Michigan State University (MSU), am Laboratoire de Physique Corpusculaire (GANIL) und an der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) durchgeführt.

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert:

In Kapitel II werden die Grundlagen der theoretischen Modellbeschreibung von Schwerionenkollisionen in diesem Energiebereich dargelegt. Ausgehend von der klassischen kinetischen Theorie, die hier in die Vlasov-Uehling-Uhlenbeck-Gleichung mündet, wird der Übergang zum Modell der Quantenmolekulardynamik motiviert. Dessen Ingredienzien werden einzeln dargelegt. Besondere Erläuterungen erfahren die zwei wesentlichen Modellparameter, die Zustandsgleichung und der Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitt.

In Kapitel III werden die verwendeten Observablen anhand von Modellrechnungen erklärt. Formen des kollektiven Flusses von Kernmaterie, aufzeigbar durch Transversalimpulsanalysen in der Reaktionsebene und durch Winkelverteilungen im Azimuth, stellen sich als probates Mittel dar, um Kernmaterie unter extremen Bedingungen auf ihre Wechselwirkungen hin zu untersuchen.

Das Phänomen des verschwindenden Flusses wird in Kapitel IV vorgestellt. Die Massenabhängigkeit der entsprechenden Balance-Energien und ihr wertvoller Informationsgehalt werden herausgestellt.

In Kapitel V wird die Stoßparameterabhängigkeit der Balance-Energien untersucht und ihre Bedeutung für die Massenabhängigkeitsanalyse analysiert.

Auf die Problematik des Einflusses der Coulomb-Wechselwirkung auf die Bestimmung der Balance-Energien für schwere Systeme wird in Kapitel VI eingegangen.

In Kapitel VII wird ein interessantes Phänomen, der Zwei-Komponenten-Fluß in semiperipheren Kollisionen, und dessen große Sensitivität auf impulsabhängige Wechselwirkungen präsentiert. Die Existenz des kollektiven Flusses, selbst für die systemabhängigen Balance-Energien, wird in Kapitel VIII aufgezeigt. Weiter wird noch die Stoßparameterabhängigkeit der vorhandenen azimuthalen Asymmetrie untersucht.

Schließlich wird die Arbeit in Kapitel IX kurz zusammengefaßt und ein Ausblick auf mögliche künftige Studien gegeben.

Kapitel 2

Modellbeschreibungen von Schwerionenkollisionen

2.1 Das Vlasov-Uehling-Uhlenbeck-Modell

Bei der Betrachtung dynamischer Vielteilchenprobleme ist es erstrebenswert, so viel Information wie möglich über das betrachtete System zu erhalten. Liegt also ein System aus N Teilchen vor, so ist die Bestimmung der vollständigen Phasenraumverteilungsfunktion $f^{(N)}(t, \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_N, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N)$ wünschenswert. Sie hängt von der Zeit t , den $3N$ Koordinaten q_i und den $3N$ Impulsen p_i ($i = 1, \dots, 3N$) ab. Durch die Normierung

$$\int f^{(N)}(t, \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_N, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N) d^3\vec{q}_1 d^3\vec{p}_1 \dots d^3\vec{q}_N d^3\vec{p}_N = 1 \quad (2.1)$$

ist $f^{(N)}$ als Wahrscheinlichkeitsdichte interpretierbar. Weniger Information ist in den reduzierten s -Teilchenverteilungsfunktionen enthalten, die man durch Integration über die $(N - s)$ Phasenraumelemente $d^3\vec{q}_{s+1} d^3\vec{p}_{s+1} \dots d^3\vec{q}_N d^3\vec{p}_N$ erhält

$$f^{(s)}(t, \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_s, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_s) = \int f^{(N)}(t, \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_N, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N) d^3\vec{q}_{s+1} d^3\vec{p}_{s+1} \dots d^3\vec{q}_N d^3\vec{p}_N. \quad (2.2)$$

Aus (2.1) folgt für sie ebenso die Normierung auf Eins

$$\int f^{(s)}(t, \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_s, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_s) d^3\vec{q}_1 d^3\vec{p}_1 \dots d^3\vec{q}_s d^3\vec{p}_s = 1. \quad (2.3)$$

Speziell erhält man für $s = 1$ die Einteilchenverteilungsfunktion

$$f^{(1)}(t, \vec{q}_1, \vec{p}_1) = \int f^{(N)}(t, \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_N, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N) d^3\vec{q}_2 d^3\vec{p}_2 \dots d^3\vec{q}_N d^3\vec{p}_N. \quad (2.4)$$

Die zeitliche Entwicklung der N -Teilchenverteilungsfunktion wird nun beschrieben durch den Satz von Liouville. Er besagt, daß die Gesamtheit aller Phasenraumpunkte wie eine inkompressible Flüssigkeit durch den Phasenraum fließt

$$\frac{df^{(N)}}{dt} = \{f^{(N)}, H\} + \frac{\partial f^{(N)}}{\partial t} = 0. \quad (2.5)$$

Hierbei gilt für die Poissonklammer

$$\{A, B\} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial A}{\partial \vec{q}_i} \frac{\partial B}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial B}{\partial \vec{q}_i} \frac{\partial A}{\partial \vec{p}_i} \right). \quad (2.6)$$

Der Satz von Liouville gilt für Systeme, die untereinander nicht wechselwirken, die durch die gleiche Hamiltonfunktion beschrieben werden und deren Teilchen den Hamiltonschen Gleichungen

$$\dot{\vec{q}}_i = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}_i}, \quad \dot{\vec{p}}_i = -\frac{\partial H}{\partial \vec{q}_i} \quad (2.7)$$

unterliegen. Unter Verwendung von (2.7) folgt der Satz von Liouville (2.5) aus der Kontinuitätsgleichung im Phasenraum

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.8)$$

die für die Verteilungsfunktion eines abgeschlossenen Systems gilt, wenn man $\rho = f^{(N)}$ setzt. Hierbei ist die Divergenz im Phasenraum zu nehmen, ebenso wie die Geschwindigkeit $\vec{v} = (\dot{\vec{q}}_1, \dots, \dot{\vec{q}}_N, \dot{\vec{p}}_1, \dots, \dot{\vec{p}}_N)$ im Phasenraum definiert ist. Ziel ist es nun, eine handhabbare Formulierung auf der Basis der Einteilchenverteilungsfunktion zu gewinnen. Der Zusammenhang zwischen der reduzierten s -Teilchenverteilungsfunktion und den höheren ($s + i$)-Teilchenverteilungsfunktionen ($i \geq 1$) wird durch die BBKGY-Gleichungen gegeben (nach N.N. Bogoliubov, M. Born, G. Kirkwood, H.S. Green und J. Yvon) [Yv 35, Bog 46, Born 46, Ki 46], wenn man für die Hamiltonfunktion folgende Annahme macht

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + \sum_{l=2}^N \sum_{k=1}^{l-1} V_{kl}(|\vec{q}_k - \vec{q}_l|). \quad (2.9)$$

D.h., es sollen keine äußeren Felder vorliegen, und die Wechselwirkung innerhalb eines Systems wird beschränkt auf die Summe der einzelnen Paarwechselwirkungen. Drei- und Mehrteilchenwechselwirkungen werden somit ausgeklammert. Zudem werden die Potentiale als impulsunabhängig angesehen.

Die BBKGY-Gleichungen lauten nun, nach einer Zwischenrechnung, die in Anhang A zu finden ist,

$$\frac{\partial f^{(s)}}{\partial t} + \sum_{i=1}^s \frac{\vec{p}_i}{m} \frac{\partial f^{(s)}}{\partial \vec{q}_i} - \sum_{j=2}^s \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\partial V_{ij}}{\partial \vec{q}_i} \left(\frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}_j} \right) f^{(s)} = (N - s) \sum_{i=1}^s \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \int \frac{\partial V_{i(s+1)}}{\partial \vec{q}_i} f^{(s+1)} d\Gamma_{s+1} \quad (2.10)$$

Dabei bezeichnet Γ_i das Koordinatenpaar (\vec{q}_i, \vec{p}_i) im Phasenraum.

Die BBKGY-Gleichungen verknüpfen also die Bewegungsgleichungen der Verteilungsfunktionen unterschiedlicher Ordnung, wobei die s -ter Ordnung aus der $(s + 1)$ -ter Ordnung erhältlich ist. Bei angenommener Kenntnis von $f^{(N)}$ lassen sich folglich mit (2.10) sukzessive alle Verteilungsfunktionen niedrigerer Ordnung bestimmen. Speziell ergibt sich für $s = 1$ die Bewegungsgleichung für die Einteilchenverteilungsfunktion

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + \frac{\vec{p}_1}{m} \cdot \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \vec{q}_1} = (N - 1) \frac{\partial}{\partial \vec{p}_1} \int \frac{\partial V_{12}}{\partial \vec{q}_1} f^{(2)} d\Gamma_2. \quad (2.11)$$

Nun stellt aber ja gerade die Bestimmung von $f^{(N)}$ das größte Problem dar, weil hier die meiste Information enthalten ist. Zudem interessieren bei vielen praktischen Anwendungen ohnehin nur die Verteilungsfunktionen niedriger Ordnung, insbesondere die Einteilchenverteilungsfunktion. Aus diesem Grund wird häufig die Näherung durchgeführt, daß höhere Teilchenkorrelationen vernachlässigt werden, was aus physikalischen Gründen durchaus oft gerechtfertigt ist. Dann wird die Verteilungsfunktion $f^{(s+1)}$ in (2.10) ausgedrückt durch Verteilungsfunktionen $f^{(k)}$ niedrigerer Ordnung k mit $k < (s + 1)$. Vernachlässigt man beispielsweise bei der Zweiteilchenverteilungsfunktion $f^{(2)}$ in (2.11) die Zweiteilchenkorrelationen und macht stattdessen den Produktansatz

$$f^{(2)}(t, \vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{p}_1, \vec{p}_2) = f^{(1)}(t, \vec{q}_1, \vec{p}_1) f^{(1)}(t, \vec{q}_2, \vec{p}_2), \quad (2.12)$$

so wird aus (2.11) eine Bewegungsgleichung für $f^{(1)}$, die nicht mehr von $f^{(2)}$ abhängt,

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}_q f^{(1)} - \vec{\nabla}_q U(\vec{q}) \cdot \vec{\nabla}_p f^{(1)} = 0, \quad (2.13)$$

mit

$$U(\vec{q}_1) = (N - 1) \int V_{12}(\vec{q}_1, \vec{q}_2) f^{(1)}(t, \vec{q}_2, \vec{p}_2) d^3 \vec{q}_2 d^3 \vec{p}_2. \quad (2.14)$$

Dies ist die Vlasov-Gleichung. Die zeitliche Entwicklung der Einteilchenverteilungsfunktion $f^{(1)}$ wird bestimmt durch das mittlere Potential U , das sich wiederum aus der Überlagerung aller mittleren Zweiteilchenwechselwirkungen mit den anderen Teilchen ergibt. Die Vlasov-Gleichung ist anwendbar auf verdünnte Systeme, bei denen die Zweiteilchenkorrelationen keine wesentliche Rolle spielen.

Harte Stöße zwischen einzelnen Teilchen sind in der Vlasov-Gleichung nicht berücksichtigt. Neben der Wechselwirkung mit dem mittleren Potential U soll dies nun auch erlaubt sein. Dazu wird die Einteilchenverteilungsfunktion $f^{(1)}$ in den mikroskopischen Modellen als Summe einzelner Teilchen angesetzt, die jedes für sich mit U wechselwirken und die untereinander stoßen dürfen. In Schwerionenkollisionen werden die harten Stöße mit zunehmender Energie ($E > 100$ MeV/Nukleon) immer wichtiger. Durch die Stöße werden Teilchen in Phasenraumzellen zusätzlich eingestreut und andere herausgestreut. Die Einteilchenverteilungsfunktion erfährt also eine Änderung durch die Stöße und ist nicht länger konstant,

$$\frac{df}{dt} = I_{\text{koll}}. \quad (2.15)$$

Für die Änderung wird ein Boltzmannsches Stoßintegral mit Zusatztermen angesetzt

$$I_{\text{koll}} = - \int \sigma |\vec{v} - \vec{v}_1| \cdot \left\{ f f_2 (1 - f'_1) (1 - f'_2) - f'_1 f'_2 (1 - f) (1 - f_2) \right\} \delta^3(\vec{p} + \vec{p}_2 - \vec{p}'_1 - \vec{p}'_2) \frac{1}{(2\pi)^6} d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}'_1 d^3\vec{p}'_2 . \quad (2.16)$$

Die Integration geht über die möglichen Stoßpartner mit Impulsen \vec{p}_2 des Teilchens, welches durch f beschrieben ist, und über die Endzustände der beiden Teilchen mit den Impulsen \vec{p}'_1 und \vec{p}'_2 . Es werden also nur Zweierstöße berücksichtigt. Nach der Integration der f_i über die Impulse erhält man Ortsraumdichten, so daß das Produkt dieser ein Maß für die Wahrscheinlichkeit des Stoßes ist. So gibt $f f_2$ ein Maß für die Wahrscheinlichkeit zum Rausstreuen aus einem Phasenraumelement an und stellt somit einen Verlustterm für die Verteilungsfunktion dar. Dies ist durch das Minuszeichen sichergestellt.

Die $(1 - f_i)$ Faktoren werden Uehling-Uhlenbeck-Terme genannt und simulieren das Pauli-Prinzip. Umso wahrscheinlicher die Endzustände bereits besetzt sind, umso unwahrscheinlicher findet eine Streuung in diese Phasenraumzustände statt. Hier wird also bereits ausgenutzt, daß man in Schwerionenkollisionen vornehmlich Nukleonen, also Fermionen, betrachtet, die dem Pauli-Prinzip unterliegen. Bei der Betrachtung von bosonischen Systemen müssen diese Terme entsprechend modifiziert werden, indem man etwa statt den $(1 - f_i)$ Faktoren $(1 + f_i)$ Faktoren einführt, die die Bose-Kondensation simulieren sollen.

Vollständig ausgeschrieben lautet die Bewegungsgleichung für die Einteilchenverteilungsfunktion mit erweitertem Stoßterm nun

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \vec{\nabla}_q f^{(1)} - \vec{\nabla}_q U(\vec{q}) \cdot \vec{\nabla}_p f^{(1)} = \\ - \int \sigma |\vec{v} - \vec{v}_1| \cdot \left\{ f f_2 (1 - f'_1) (1 - f'_2) - f'_1 f'_2 (1 - f) (1 - f_2) \right\} \\ \delta^3(\vec{p} + \vec{p}_2 - \vec{p}'_1 - \vec{p}'_2) \frac{1}{(2\pi)^6} d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}'_1 d^3\vec{p}'_2 . \end{aligned} \quad (2.17)$$

Sie wird meistens Vlasov-Uehling-Uhlenbeck-Gleichung genannt und hat zur Beschreibung von Schwerionenkollisionen vielfältige Anwendung gefunden [Be 84, Kru 85, Ai 85, Stö 86, Wol 90, BLi 91]. Diese Bezeichnung ist aber auch mit der numerischen Realisierung (siehe hierzu z.B. [Ha 93]) dieser Integro-Differentialgleichung verknüpft. Andere numerische Realisierungen werden mit den Namen Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck und Landau-Vlasov verbunden. Nordheim [No 28] und Uehling und Uhlenbeck [Ue 33] stellten diese Gleichung erstmals auf. Die wesentlichen physikalischen Eigenschaften, die in Gleichung (2.17) eingehen, sind auf der linken Seite der Gleichung das mittlere Potential U und auf der rechten Seite der Wirkungsquerschnitt σ . Außerdem wird das Pauli-Prinzip durch die $(1 - f_i)$ Faktoren simuliert, und die Gültigkeit der Gleichung ist durch die oben gemachten Annahmen (z.B. Vernachlässigen der Zweiteilchenkorrelationen, d.h. hinreichend verdünntes System) beschränkt. In der Praxis wird für den

Wirkungsquerschnitt meist eine Parametrisierung experimentell gemessener Daten verwendet. Für die Wechselwirkung mit dem mittleren Potential U wird in der Regel ein Ansatz, der dem Skyrme-Modell entstammt, verwendet (siehe hierzu auch Kapitel 2.3). Danach ist das Potential U als Funktion der lokalen Kerndichte ρ gegeben

$$U(\rho) = \alpha \rho + \beta \rho^\gamma . \quad (2.18)$$

Die Bestimmung der lokalen Kerndichten geschieht nun folgendermaßen: In einer, von der numerischen Realisierung abhängigen, definierten Umgebung eines Punktes werden die darin enthaltenen Teilchen gezählt. Mit dem bekannten Volumen der Umgebung erhält man so die Dichte in dieser Umgebung. Da die Umgebung möglichst klein gehalten werden soll, um zu große Dichte- und somit Potentialsprünge zu vermeiden, werden alle Teilchen eines ganzen Ensembles paralleler Einzelereignisse gezählt. D.h., übertragen auf den Fall von Schwerionenkollisionen, es werden mehrere äquivalente Kollisionen (zeitlich) parallel berechnet und die Nukleonen aller Kollisionen werden gezählt, um die (gleiche) lokale Dichte einer Kollision zu bestimmen. Ebenso wird dann die Einteilchenverteilungsfunktion als Ensemblemittelwert bestimmt. Innerhalb eines Einzelereignisses werden die Verteilungsfunktionen der einzelnen A Nukleonen \tilde{f}_{Nuk} (z.B. $\tilde{f}_{\text{Nuk}} = \delta(\vec{q}_i - \vec{q}') \delta(\vec{p}_i - \vec{p}')$) einfach aufsummiert. Es gilt also

$$f = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^A \tilde{f}_{\text{Nuk}} . \quad (2.19)$$

Durch die Mittelwertbildung über das ganze Ensemble werden nun Fluktuationen (der Dichte) und die explizite Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen rausgemittelt, die in den voneinander unabhängigen, einzelnen Ereignissen aber vorhanden sind. Deshalb werden reale Prozesse, die aus solchen Fluktuationen resultieren, wie beispielsweise die Fragmentbildung in Schwerionenkollisionen, nicht adäquat beschrieben. Ein alternatives Modell, das die Beschreibungsmöglichkeiten des Vlasov-Uehling-Uhlenbeck-Modells, d.h. Wechselwirkung mit einem dichteabhängigen Potential, Berücksichtigung harter binärer Kollisionen, Simulation des Pauli-Prinzips, enthält und zudem die physikalischen Fluktuationen innerhalb einer Kollision erlaubt, ist die Quantenmolekulardynamik, die im folgenden Abschnitt vorgestellt werden soll.

2.2 Das Quantenmolekulardynamik-Modell

Das Quantenmolekulardynamik-Modell [Ai 86, Ai 87, Ha 88, Ha 89, Pei 89, Ai 91, Ha 93] basiert auf den rein klassischen Bewegungsgleichungen. Quantenmechanische Eigenschaften in der Schwerionenkollision werden als Zusatz in diesen klassischen Rahmen eingebaut.

So erfolgt beispielsweise die Streuung der Teilchen stochastisch mit differentiellen Wirkungsquerschnitten bezüglich der Energie und der Winkel. Die Berücksichtigung des Pauli-Prinzips bei den Stößen oder die adäquate Initialisierung der Atomkerne sind weitere wichtige Ingredienzien.

Die Wechselwirkungen ergeben sich als Summe expliziter Zweiteilchenwechselwirkungen. Mittlere Felder werden nicht benötigt. Dabei dürfen nur Teilchen innerhalb eines Einzelereignisses, d.h. innerhalb einer Kollision, miteinander wechselwirken. Die Wechselwirkung mit beliebigen Teilchen aus verschiedenen Kollisionen wird wegen der angesprochenen Mittelung über Fluktuationen nicht erlaubt. Aus der Summe dieser Paarwechselwirkungen resultiert die Propagation der einzelnen Teilchen. Ausgangspunkt sind die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen

$$\dot{\vec{q}}_i = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}_i} \quad , \quad \dot{\vec{p}}_i = -\frac{\partial H}{\partial \vec{q}_i} . \quad (2.20)$$

Dabei sind \vec{q}_i und \vec{p}_i der Ort und Impuls des Teilchens i , wobei $1 \leq i \leq A = A_1 + A_2$. Die Hamiltonfunktion setzt sich zusammen aus der kinetischen Energie und den Wechselwirkungsanteilen

$$H = T + V = \sum_{i=1}^A \frac{\vec{p}_i^2}{2m_i} + \sum_{i=1}^A \sum_{j=i+1}^A \int \tilde{f}_i(\vec{q}, \vec{p}, t) V_{ij} \tilde{f}_j(\vec{q}', \vec{p}', t) d^3\vec{q} d^3\vec{p} d^3\vec{q}' d^3\vec{p}' . \quad (2.21)$$

Dabei sind die \tilde{f}_i die Verteilungsfunktionen für die einzelnen Nukleonen. Hier werden Gaußpakete angesetzt

$$\tilde{f}_i(\vec{q}, \vec{p}, t) = \frac{1}{\pi^3 \hbar^3} e^{-(\vec{q}-\vec{q}_{0,i}(t))^2 / (2L)} e^{-(\vec{p}-\vec{p}_{0,i}(t))^2 2L / \hbar^2} . \quad (2.22)$$

Dabei sind $\vec{q}_{0,i}$ und $\vec{p}_{0,i}$ die Zentren der Gaußpakete im Orts- und Impulsraum. Sie sind auf Eins normiert

$$\int \tilde{f}_i(\vec{q}, \vec{p}, t) d^3\vec{q} d^3\vec{p} = 1 . \quad (2.23)$$

Ihre Breite wird systemabhängig gewählt. Diese soll außerdem zeitlich konstant sein. Die verwendeten Breiten sind hier $2L = 8.66 \text{ fm}^2$ für einen schweren Goldkern (Au) und $2L = 4.33 \text{ fm}^2$ für einen mittelschweren Calciumkern (Ca).

Für die verschiedenen Wechselwirkungspotentiale gilt nun im einzelnen:

a) Für das lokale, dichteabhängige Potential wird ein Ansatz verwendet, der der Zustandsgleichung unendlicher Kernmaterie entspricht

$$V_{ij}^{\text{loc}} = t_1 \delta(\vec{q}_i - \vec{q}_j) + \sum_{k=j+1}^A \int \tilde{f}_k(\vec{q}'', \vec{p}'', t) t_2 \delta(\vec{q}_i - \vec{q}_j) \delta(\vec{q}_j - \vec{q}_k) d^3\vec{q}'' d^3\vec{p}'' . \quad (2.24)$$

Nach Einsetzen in (2.21) erkennt man sofort, daß die Integration einen Term proportional zur Ortsraumdichte ρ und einen proportional zu ρ^2 liefert.

b) Der für endliche Kernmaterie relevante Oberflächenterm wird durch ein Yukawa-Potential berücksichtigt

$$V_{ij}^{\text{Yuk}} = t_3 \frac{\exp(-|\vec{q}_i - \vec{q}_j|/a)}{|\vec{q}_i - \vec{q}_j|/a} . \quad (2.25)$$

c) Elektromagnetischen Wechselwirkungen wird durch Coulombkräften zwischen den Teilchen mit den Ladungen Z_i und Z_j Rechnung getragen. Magnetfelder werden vernachlässigt.

$$V_{ij}^{\text{Coul}} = \frac{Z_i Z_j e^2}{|\vec{q}_i - \vec{q}_j|}. \quad (2.26)$$

d) Ein Symmetriepotential, entsprechend der Bethe-Weizsäcker-Formel, gewährleistet die Gleichverteilung von Protonen und Neutronen im Kern,

$$V_{ij}^{\text{sym}} = 100 \text{ MeV} \frac{1}{\rho_0} T_{3,i} T_{3,j} \delta(\vec{q}_i - \vec{q}_j), \quad (2.27)$$

wobei $T_{3,i}$ die Isospinprojektion des Teilchens i ist, also $T_3 = \pm \frac{1}{2}$ für Proton bzw. Neutron.

e) Schließlich liegen in Schwerionenkollisionen, im Vergleich zu unendlicher Kernmaterie, außerdem noch Nichtgleichgewichtseffekte vor, die sich vor allem in Form von impulsabhängigen Wechselwirkungen zwischen den Nukleonen bemerkbar machen. Sie führen bei den hier betrachteten Energien zu zusätzlicher Repulsion und werden nach experimentellen Meßdaten [Pas 67, Ar 82, Co 87] folgendermaßen parametrisiert [Ai 87, Sma 87, Be 88]

$$V_{ij}^{\text{mdi}} = t_4 \ln^2 \left(1 + t_5 (\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2 \right) \delta(\vec{q}_i - \vec{q}_j). \quad (2.28)$$

Diese Parametrisierung ist aber als vorläufig zu betrachten, da beispielsweise die experimentellen Daten lediglich für p+Ca gemessen wurden.

Die Parameter erhalten folgende Werte:

$$t_3 = 15 \text{ MeV}, \quad a = 1.5 \text{ fm}, \quad t_4 = 1.57 \text{ MeV}, \quad t_5 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ c}^2 \text{ MeV}^{-2}. \quad (2.29)$$

Die Parameter t_1 und t_2 werden durch die Wahl der diesen Potentialen entsprechenden Zustandsgleichung bestimmt. Ebenso müssen diese, bei Hinzunahme oder beim Weglassen der impulsabhängigen Wechselwirkung, readjustiert werden. Die impulsabhängigen Potentiale, hier mit dem Index mdi, für die englische Bezeichnung momentum dependent interactions, gekennzeichnet, sind also auch als ein Bestandteil der Zustandsgleichung zu betrachten.

2.3 Die Kernmaterie-Zustandsgleichung

Durch den Begriff Zustandsgleichung wird bereits die Anwendung eines thermodynamischen Konzepts impliziert. Es werden also makroskopische Variable betrachtet, die, im Gegensatz zu Schwerionenkollisionen, unendliche Kernmaterie beschreiben. Die thermodynamische Sprache erfordert darüberhinaus ein zumindest lokales Gleichgewicht. Unter diesen Voraussetzungen gilt für die Energie innerhalb eines vorgegebenen Volumens V

$$E_V = \int_V W_{\text{tot}}(\rho(\vec{q}, t), T(\vec{q}, t)) \rho(\vec{q}, t) dV. \quad (2.30)$$

Dabei sollen $W_{\text{tot}}(\rho, T)$ die totale Energie pro Nukleon und $\rho(\vec{q}, t)$ die Nukleonendichte sein. Hierbei ist schon der Ansatz gemacht worden, daß die totale Energie lediglich von der Dichte und der Temperatur abhängt $W_{\text{tot}} = W_{\text{tot}}(\rho, T)$. Andere Abhängigkeiten, wie beispielsweise die von Spin und Isospin, wurden durch die Annahme unendlicher, homogener, spin- und isospin saturierter Kernmaterie vernachlässigt. Weiter wird diese totale Energie aufgespalten in einen Anteil, der von der Temperatur abhängt und einen, der nur von der Dichte ρ abhängt. Zusammen mit der Grundzustandsenergie bei $T = 0$ und $\rho = \rho_0$ ergibt sich

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{th}}(\rho, T) + W_{\text{c}}(\rho, T = 0) + W_0(\rho_0, T = 0). \quad (2.31)$$

W_0 ist die Grundzustandsenergie. Der dichteabhängige Teil, die Kompressionsenergie, läßt sich folgendermaßen definieren

$$W_{\text{c}}(\rho) := W_{\text{tot}}(\rho, T = 0) - W_{\text{tot}}(\rho_0, T = 0). \quad (2.32)$$

Um diese Abhängigkeit zu bestimmen, gibt es vor allem drei Möglichkeiten. Die Messung astrophysikalischer Ereignisse wie das (seltene) Vorkommen von Supernovae oder die Betrachtung von Neutronen-Sternen und ihre Stabilität stellen einen Zugang dar. Ein anderer besteht im Studium von Riesenresonanzschwingungen und den dabei auftretenden Kernradienänderungen. Schließlich ist der hier vorgestellte Weg die Untersuchung von Schwerionenkollisionen. Eine wichtige charakteristische Größe, die bestimmt werden soll, ist die Kompressibilität κ von Kernmaterie. Sie ist definiert durch die Krümmung, also die zweite Ableitung, die die Kompressionsenergie $W_{\text{c}}(T = 0)$ bei der Grundzustandsdichte ρ_0 besitzt. Die Kerngrundzustandsdichte ist ungefähr $\rho_0 \approx 0.17 \text{ fm}^{-3}$. Nun liegen die bisher bestimmten Werte für die Kompressibilität noch um einen Faktor zwei auseinander. So kennt man nur die Größenordnung

$$200 \text{ MeV} \leq \kappa \leq 400 \text{ MeV}. \quad (2.33)$$

Bei der kleinen Kompressibilität $\kappa \approx 200 \text{ MeV}$ spricht man von einer weichen und bei der großen $\kappa \approx 400 \text{ MeV}$ entsprechend von einer harten Zustandsgleichung.

Ausgehend vom Skyrme-Modell [Sky 56, Sky 59] für die Wechselwirkung der Kernmaterie erhält man nach Annahme eines symmetrischen Kernes, d.h. Dichte, kinetische Energiedichte und Spindichte seien für Protonen und Neutronen identisch, den folgenden Ausdruck für die Energiedichte

$$\begin{aligned} H(\vec{q}) = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{3}{8} t_0 \rho^2 + \frac{1}{16} t_3 \rho^3 + \frac{1}{16} (3t_1 + 5t_2) \rho \tau + \\ & \frac{1}{64} (9t_1 - 5t_2) (\vec{\nabla} \rho)^2 - \frac{3}{4} W_0 \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{J}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Dabei ist ρ die Nukleonendichte, τ die kinetische Energiedichte und J die Spindichte des Systems. Die t_i sind Modellparameter. In unendlicher Kernmaterie gilt zudem

$$\vec{\nabla} \rho = 0 \quad , \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad (2.35)$$

und

$$\rho = \frac{2}{3\pi^2} k_F^3 \quad , \quad \tau = \frac{3}{5} k_F^2 \rho . \quad (2.36)$$

k_F ist der dichtabhängige Fermimpuls. Die Energie pro Teilchen läßt sich nun mit $E_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m$ schreiben als

$$\frac{E}{A} = \frac{H}{\rho} = \frac{3}{5} E_F + \frac{3}{8} t_0 \rho + \frac{1}{16} t_3 \rho^2 + \frac{3}{80} (3t_1 + 5t_2) \rho k_F^2 . \quad (2.37)$$

E_F ist die zu k_F gehörige Fermieenergie. Sie ist nach (2.36) dichteabhängig

$$E_F(\rho) = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} . \quad (2.38)$$

Für die Grundzustandsdichte $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ erhält man somit

$$E_F(\rho_0) \approx 38 \text{ MeV} \text{ und } k_F \approx 268 \text{ MeV}/c . \quad (2.39)$$

Außerdem erhält man unter den gleichen Voraussetzungen (2.35) und (2.36) aus (2.34) sofort das Potential U

$$U = \left(\frac{\partial H}{\partial \rho} \right)_{\tau=\text{konst.}} = \frac{3}{4} t_0 \rho + \frac{3}{16} t_3 \rho^2 + \frac{3}{80} (3t_1 + 5t_2) \rho k_F^2 . \quad (2.40)$$

Vernachlässigt man noch den geschwindigkeitsabhängigen letzten Term, was für den Fall ultrarelativistischer Energien nicht mehr vertretbar ist, so gilt mit umbenannten Koeffizienten

$$U = \alpha \rho + \beta \rho^2 . \quad (2.41)$$

In weiterer Verallgemeinerung lautet dieses dichteabhängige, lokale Potential in seiner standardmäßig verwendeten Form (vgl. (2.18))

$$U = \alpha \rho + \beta \rho^\gamma \quad (2.42)$$

oder noch allgemeiner

$$U = \sum_i \alpha_i \rho^i . \quad (2.43)$$

Die zu der Standardform (2.42) gehörigen Energien (Kompressionsenergien) erhält man nun rückwärts wieder gemäß

$$\begin{aligned} \frac{E}{A} &= \frac{\tilde{H}}{\rho} = \left(\int U d\rho \right) \frac{1}{\rho} \\ &= \left(\frac{\alpha}{2} \rho^2 + \frac{\beta}{\gamma+1} \rho^{\gamma+1} \right) \frac{1}{\rho} + \frac{3}{5} E_F \\ &= \frac{\alpha}{2} \rho + \frac{\beta}{\gamma+1} \rho^\gamma + \frac{3}{5} E_F . \end{aligned} \quad (2.44)$$

Die Parameter α , β und γ werden nun mit den folgenden Randbedingungen festgelegt: Bei der Grundzustandsdichte $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ soll gelten

$$\frac{E}{A}(\rho_0) = -16 \text{ MeV} \quad (2.45)$$

und die Energie soll hier ihr Minimum annehmen

$$\frac{\partial(E/A)}{\partial\rho}(\rho_0) = 0. \quad (2.46)$$

Außerdem sollen die Grenzen (2.33) für die Kompressibilität eingehalten werden. Diese ist ursprünglich definiert über die Kernradienänderungen bei Riesenresonanzen.

$$\kappa = R^2 \frac{\partial^2}{\partial R^2} \left(\frac{E}{A} \right) \quad (2.47)$$

Mit $\rho = A/V = A(\frac{4}{3}\pi R^3)^{-1}$ bzw. $R = (\frac{4}{3}\pi \frac{1}{A}\rho)^{-\frac{1}{3}}$ lautet (2.47) umgeschrieben

$$\kappa = \left(12\rho \frac{\partial}{\partial\rho} + 9\rho^2 \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} \right) \left(\frac{E}{A} \right). \quad (2.48)$$

Fordert man noch die Gleichgewichtsbedingung verschwindenden Drucks

$$P(\rho_0) = \rho^2 \frac{\partial}{\partial\rho} \left(\frac{E}{A} \right) (\rho_0) = 0, \quad (2.49)$$

so erhält man für die Kompressibilität

$$\kappa = 9\rho^2 \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} \left(\frac{E}{A} \right). \quad (2.50)$$

Angewandt auf (2.44) ergeben diese Bedingungen also (mit $\gamma = 2$)

$$\begin{aligned} \frac{E}{A}(\rho_0) = -16 \text{ MeV} &= \frac{3}{5} E_F(\rho_0) + \frac{\alpha}{2}\rho + \frac{\beta}{3}\rho^2 \\ &= 23 \text{ MeV} + \frac{\alpha}{2}\rho + \frac{\beta}{3}\rho^2 \end{aligned} \quad (2.51)$$

und

$$\frac{\partial(E/A)}{\partial\rho}(\rho_0) = 0 = 23 \text{ MeV} \cdot \frac{2}{3} \frac{\rho_0^{-\frac{1}{3}}}{\rho_0^{\frac{2}{3}}} + \frac{\alpha}{2} + \frac{2}{3}\beta\rho_0. \quad (2.52)$$

Einsetzen von (2.52) in (2.51) liefert

$$\beta = \frac{70.5}{\rho_0^2} \text{ MeV}, \quad \alpha = -\frac{124}{\rho_0} \text{ MeV}. \quad (2.53)$$

Ebenso lassen sich diese Parameter für $\gamma = \frac{7}{6}$ bestimmen zu

$$\beta = \frac{303}{\rho_0^{\frac{7}{6}}} \text{ MeV} \quad , \quad \alpha = \frac{-356}{\rho_0} \text{ MeV} . \quad (2.54)$$

Somit ergeben sich als Beispiele für eine harte und weiche Zustandsgleichung [Mol 85b, Kru 85] gemäß (2.42)

$$U = -124 \text{ MeV} \frac{\rho}{\rho_0} + 70.5 \text{ MeV} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \quad (2.55)$$

mit einer Kompressibilität $\kappa = 380 \text{ MeV}$ und

$$U = -356 \text{ MeV} \frac{\rho}{\rho_0} + 303 \text{ MeV} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{7}{6}} \quad (2.56)$$

entsprechend einer Kompressibilität $\kappa = 200 \text{ MeV}$. Mit (2.44) und (2.38) gilt

$$\begin{aligned} \frac{E}{A}(\rho) &= \frac{\alpha}{2} \rho + \frac{\beta}{\gamma+1} \rho^\gamma + \frac{3 \hbar^2}{5 2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{\alpha}{2} \rho + \frac{\beta}{\gamma+1} \rho^\gamma + 23 \text{ MeV} \cdot \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{2}{3}} . \end{aligned} \quad (2.57)$$

Und damit

$$\left(\frac{E}{A} \right)_{\text{hart}} = -\frac{124}{2} \text{ MeV} \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{70.5}{3} \text{ MeV} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 + \frac{3 \hbar^2}{5 2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} \quad (2.58)$$

und

$$\left(\frac{E}{A} \right)_{\text{weich}} = -\frac{356}{2} \text{ MeV} \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{303}{13/6} \text{ MeV} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{7}{6}} + \frac{3 \hbar^2}{5 2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} . \quad (2.59)$$

Die bei ρ_0 definierten Kompressibilitäten lassen sich mit (2.50) verifizieren

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{hart}} &= 9\rho_0^2 \left(\frac{3 \hbar^2}{5 2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) \rho_0^{-\frac{4}{3}} + \frac{70.5}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\rho_0^2} \right) \\ &\approx 377 \text{ MeV} \\ \kappa_{\text{weich}} &= 9\rho_0^2 \left(\frac{3 \hbar^2}{5 2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) \rho_0^{-\frac{4}{3}} + \frac{303}{13/6} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{\rho_0^{-\frac{5}{6}}}{\rho_0^{\frac{7}{6}}} \right) \\ &\approx 199 \text{ MeV} . \end{aligned} \quad (2.60)$$

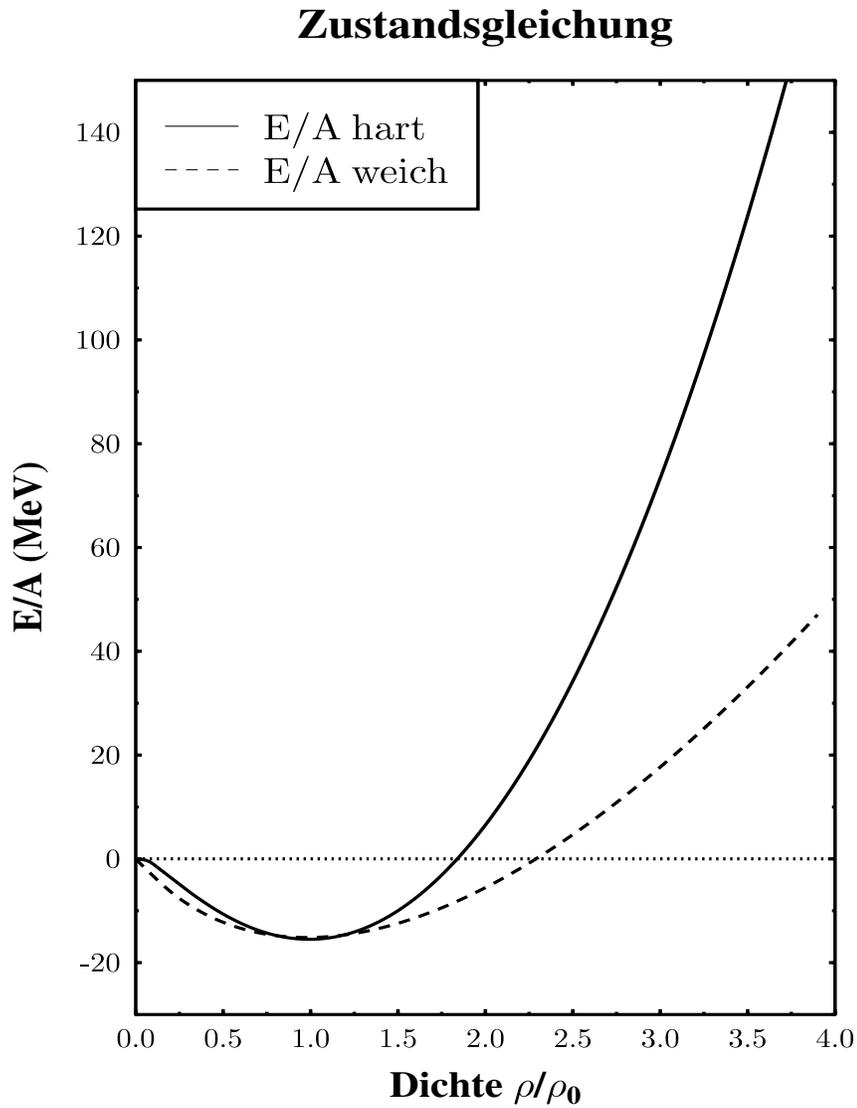


Abb. 2.1: Dichteabhängige Zustandsgleichung für zwei verschiedene Kompressibilitäten $\kappa \approx 200$ MeV und $\kappa \approx 380$ MeV. Der funktionale Zusammenhang resultiert nach Modifikation aus einem Skyrme-Ansatz für die lokale, dichteabhängige Kernwechselwirkung.

In der Abbildung 2.1 sind die beiden Parametrisierungen (2.58) und (2.59) der harten und weichen Zustandsgleichung zu sehen. Aufgetragen ist die Energie pro Nukleon, welche sich aus der Fermi-Energie und der aus dem dichteabhängigen Potential (2.42) herrührenden Energie zusammensetzt, gegen die auf den Grundzustand normierte Dichte.

Für kleinste Dichten ($\rho \rightarrow 0$) ist die Energie ebenfalls null. Außerdem erfüllen sie das Kriterium, bei Grundzustandsdichte definitionsgemäß ein Minimum einzunehmen. Bei hohen Dichten nehmen die Energien und entsprechend die aus dem dazugehörigen Potential abgeleiteten repulsiven Kräfte stark zu. Die harte Zustandsgleichung führt hier bei gleicher Dichte zu einer wesentlich größeren Kompressionsenergie als die weiche Zustandsgleichung. Allerdings sind die tatsächlich erreichten Dichten für eine harte gegenüber einer weichen Zustandsgleichung bei gleichen Systemparametern (z.B. Einschußenergie) wiederum unterschiedlich, so daß die erzielten Kompressionsenergien vergleichbar sind. Außerdem ist zu bemerken, daß der Zusammenhang zwischen der bei ρ_0 definierten Kompressibilität und dem Hochdichteverhalten hier lediglich auf dem gewählten Ansatz (modifizierter Skyrme-Ansatz) beruht. Es lassen sich ebenfalls Parametrisierungen angeben, die sich durch eine große Kompressibilität, aber andererseits durch eine eher moderate Hochdichteabhängigkeit auszeichnen. Es gibt zunächst keinen Grund, die eine oder andere Variante vorzuziehen.

2.3.1 Impulsabhängige Wechselwirkungen

Die Extraktion der Kernmateriezustandsgleichung aus Analysen von Schwerionenkollisionen wird durch die hier zusätzlich vorhandenen impulsabhängigen Wechselwirkungen erschwert. Diese kommen durch die anfängliche Trennung von Projektil und Target im Impulsraum zustande. Beispielsweise kompensieren sie bei einer weichen impulsabhängigen Zustandsgleichung gerade die gegenüber einer harten impulsunabhängigen Zustandsgleichung fehlende Repulsion, so daß sich in den Observablen keine Unterscheidungsmerkmale ergeben. Das Studium asymmetrischer Systeme könnte hier Hilfestellung leisten, um doch wieder eine Trennung zu erreichen [Pan 93]. Letztlich ist aber klar, daß die impulsabhängigen Wechselwirkungen einen unvermeidbaren Anteil für das fundamentale Verstehen der Kernmaterieeigenschaften und für die erfolgreiche Interpretation vorliegender Schwerionendaten darstellen. Gerade deshalb ist auch deren genaue Bestimmung unerlässlich, weil die Observablen sehr sensitiv auf deren Unkenntnis sein können [Zha 94]. Hier wird die Impulsabhängigkeit des Realteils des optischen Potentials durch (2.28)

$$V_{ij}^{\text{mdi}} = t_4 \ln^2 \left(1 + t_5 (\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2 \right) \delta(\vec{q}_i - \vec{q}_j) \quad (2.61)$$

parametrisiert [Ai 87, Sma 87, Be 88]. Die Parameter sind

$$t_4 = 1.57 \text{ MeV} \quad \text{und} \quad t_5 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ c}^2 \text{ MeV}^{-2} . \quad (2.62)$$

Dieser Ansatz ist durch experimentelle Messungen von p+Ca-Kollisionen [Pas 67, Ar 82, Co 87] bis zu Energien von $E \approx 1 \text{ GeV}$ vertretbar wie die Abbildung 2.2 zeigt. Für höhere Energien ist

diese Parametrisierung aber nicht mehr anwendbar, da beispielsweise die typische Sättigung des Potentials nicht beschrieben wird.

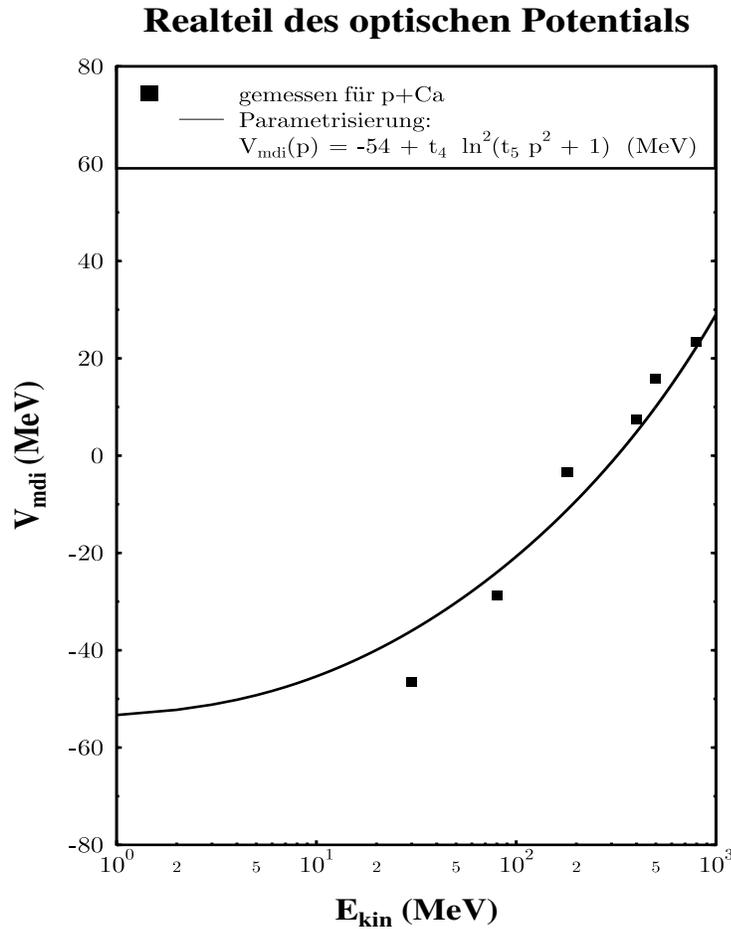


Abb. 2.2: Parametrisierung des Realteils des optischen Potentials als Funktion der Einschubenergie. Die Punkte entsprechen Meßdaten.

Um einen Zusammenhang mit der Zustandsgleichung ohne impulsabhängige Wechselwirkungen herzustellen, schreibt man nun

$$U = \alpha \rho + \beta \rho^\gamma + \delta \ln^2 \left(\epsilon \rho^{\frac{2}{3}} + 1 \right) \rho. \quad (2.63)$$

Dies gilt nun wieder für unendliche Kernmaterie bei $T = 0$. Um aber die gleichen Grundzustandsbedingungen, beispielsweise die Kompressibilität, wie bei der impulsunabhängigen For-

mulierung zu erfüllen, müssen nun die Parameter neu bestimmt werden. Man erhält nun für die weiche Zustandsgleichung ($\kappa = 200$ MeV)

$$\alpha = \frac{-390}{\rho_0} \text{ MeV}, \quad \beta = \frac{320}{\rho_0^\gamma} \text{ MeV}, \quad \gamma = 1.14, \quad \delta = \frac{1.57}{\rho_0} \text{ MeV}, \quad \epsilon = \frac{21.54}{\rho_0^{\frac{2}{3}}} \quad (2.64)$$

und für die harte Zustandsgleichung

$$\alpha = \frac{-130}{\rho_0} \text{ MeV}, \quad \beta = \frac{59}{\rho_0^\gamma} \text{ MeV}, \quad \gamma = 2.09, \quad \delta = \frac{1.57}{\rho_0} \text{ MeV}, \quad \epsilon = \frac{21.54}{\rho_0^{\frac{2}{3}}}. \quad (2.65)$$

Mit den so modifizierten Parametern ändert sich die in Abbildung (2.1) ersichtliche Kompressionsenergie in unendlicher Kernmaterie ($T = 0$) nicht. Für den Fall von Schwerionenkollisionen allerdings ergeben sich mit impulsabhängigen Kräften aufgrund der zusätzlichen Repulsion höhere Kompressionsenergien.

2.4 Harte Nukleon-Nukleon Kollisionen

Neben der Wechselwirkung mit dem dichteabhängigen Potential ist die Berücksichtigung harter Nukleon-Nukleon Stöße ein weiterer wichtiger Bestandteil des Quantenmolekular-dynamik Modells. Sie werden für höhere Energien zunehmend wichtiger, so daß einige andere Modelle den Einfluß der Potentiale in diesem Bereich sogar ganz vernachlässigen, obwohl einige Observable selbst hier sensitiv darauf reagieren. Bei der alleinigen Berücksichtigung der Stöße spricht man von Kaskadenmodellen [Yar 79, Cug 80]. Formal betrachtet werden die Stöße im Quantenmolekular-dynamik-Modell ebenso wie im Vlasov-Uehling-Uhlenbeck-Modell durch das Kollisionsintegral

$$I_{\text{koll}} = - \int \sigma |\vec{v} - \vec{v}_1| \cdot \left\{ f f_2 (1 - f_1') (1 - f_2') - f_1' f_2' (1 - f) (1 - f_2) \right\} \delta^3 (\vec{p} + \vec{p}_2 - \vec{p}_1' - \vec{p}_2') \frac{1}{(2\pi)^6} d^3 \vec{p}_2 d^3 \vec{p}_1' d^3 \vec{p}_2' \quad (2.66)$$

behandelt. Die praktische Behandlung der Zweierstöße erfolgt durch eine Monte-Carlo-Integration dieses Ausdrucks. Die entscheidende Größe ist dabei der Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitt σ , der von der Energie und der Sorte der miteinander kollidierenden Teilchen abhängt. So unterscheidet sich beispielsweise der Wirkungsquerschnitt von Proton-Proton- und Neutron-Proton-Stößen in hier relevanten Energiebereichen um die Größenordnung 10%. Im Modell implementiert sind experimentell gemessene, energieabhängige freie Wirkungsquerschnitte. Sie sind in der Abbildung 2.3 ersichtlich.

Im unteren Teil sind die totalen und elastischen Wirkungsquerschnitte von Proton-Proton- und Proton-Neutron-Kollisionen als Funktion der invarianten Energie \sqrt{s} abgebildet. Die Einheit des

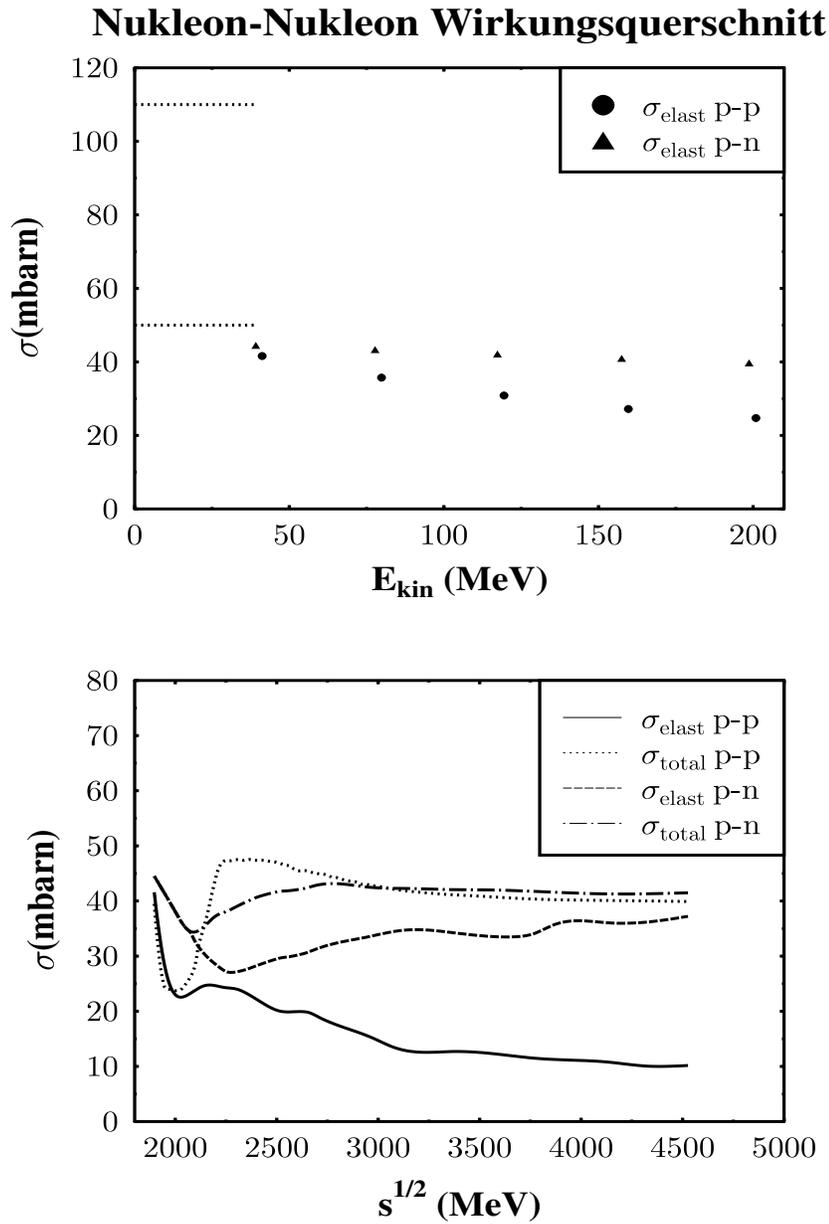


Abb. 2.3: Experimentell gemessene freie Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitte als Funktion der Energie der miteinander kollidierenden Teilchen. Bei der Kollision zweier Teilchen werden sie aus einer Tabelle abgerufen.

Wirkungsquerschnitts ist in mbarn angegeben, für die gilt

$$1 \text{ mbarn} = 10^{-31} \text{ m}^2 = \frac{1}{10} \text{ fm}^2. \quad (2.67)$$

Für kleinere Energien sind elastischer und totaler Wirkungsquerschnitt praktisch gleich groß während für größere Energien die inelastischen Kanäle einen wesentlichen Beitrag darstellen. Hierzu zählt die Erzeugung von Delta-Resonanzen, die wieder in Nukleonen unter eventueller Emission von Pionen zerfallen. Die verschiedenen Isospin-Kanäle werden dabei unter Berücksichtigung der entsprechenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten ermittelt. Da die Teilchenproduktionen in der hier vorliegenden Arbeit keine wesentliche Rolle spielen, sollen sie im folgenden auch nicht weiter dargestellt werden. Im allgemeinen gilt jedoch

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{elast}} + \sum_i \sigma_{\text{inelast},i}. \quad (2.68)$$

Im oberen Teil der Abbildung 2.3 ist der niederenergetische Abschnitt jetzt als Funktion der Einschußenergie im Laborsystem E_{kin} zu sehen. Es gilt der einfache Zusammenhang

$$\begin{aligned} s &= p^\mu p_\mu c^2 = (E_1 + E_2)^2 - c^2 (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \\ &= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 - 2c^2 \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - \vec{p}_1^2 c^2 - \vec{p}_2^2 c^2 \\ &= m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2E_1 E_2 - 2c^2 \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \\ &= m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2E_1 m_2 c^2 = m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2 \left(\sqrt{m_1^2 c^4 + \vec{p}_1^2 c^2} \right) m_2 c^2 \\ &= m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2 \left(E_{\text{kin}} + m_1 c^2 \right) m_2 c^2. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Dabei wurde ausgenutzt, daß im Laborsystem

$$\vec{p}_2 = 0 \quad (2.70)$$

ist und außerdem

$$E = \sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m_0^2 c^4} = E_{\text{kin}} + m_0 c^2 \quad (2.71)$$

gilt. Problematisch ist hierbei die Divergenz des freien Wirkungsquerschnittes für kleine Energien. Dem wird in zweifacher Weise begegnet. Einerseits wird für sehr kleine Energien ein Abschneideparameter eingeführt. So wird Kollisionen unterhalb $E_{\text{kin}} \approx 40 \text{ MeV}$ ein konstanter Wirkungsquerschnitt $\sigma = 50 \text{ mbarn}$ zugeordnet. Alternativ kann auch ein anderer niederenergetischer Abschneidewert von beispielsweise $\sigma = 110 \text{ mbarn}$ gewählt werden. Somit wird die Nicht-Lokalität der Wechselwirkung begrenzt und praktisch gesehen wird die Rechenzeit verkürzt. Diese Vorgehensweise ist gerechtfertigt durch die Tatsache, daß diese niederenergetischen Kollisionen kaum Auswirkungen auf Richtungsänderungen wie z.B. den später zu besprechenden kollektiven Fluß besitzen. Andererseits werden durch das noch zu erläuternde Pauli-Blocking diese niederenergetischen Kollisionen ohnehin zum größten Teil verboten.

Eine entscheidende Auswirkung der Stöße ist nun der Übergang der anfangs in longitudinaler Richtung vorliegenden kinetischen Energie in andere Freiheitsgrade. Bei niedrigen Energien, bei denen Teilchenproduktion keine Rolle spielt, wird diese in transversale Richtung überführt. Dadurch kommt es zum sogenannten Stoppen. Die vorher im Impulsraum getrennten Bereiche von Projektil und Target vereinigen sich so, daß auch der Bereich mittlerer Impulse, d.h. im Schwerpunktsystem der Bereich kleiner Impulse, mit Teilchen bevölkert wird. Ohne Berücksichtigung der Stöße, d.h. beispielsweise bei Berechnungen unter Verwendung der Vlasov-Gleichung (kein Stoßterm), ist der Effekt des Stoppens wesentlich geringer ausgeprägt.

Die Verwendung der freien Wirkungsquerschnitte ist keineswegs selbstverständlich, sondern vielmehr ein erster Ansatz. Die Modifikationen des Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnittes im Medium angeregter, verdichteter Kernmaterie, die u.a. als Eingabegröße eines jeden mikroskopischen Modells dienen, stellen gerade ein äußerst interessantes Forschungsgebiet dar. Gerade deshalb wird nach Observablen gesucht, die geeignet sind, eventuelle Modifikationen des nukleonischen Wirkungsquerschnittes im angeregten, verdichteten Medium zu bestimmen. So kann man ihn beispielsweise als explizit dichteabhängig ansetzen. Die einfachste Modifikation besteht in einer Skalierung mit einem konstanten Faktor k

$$\sigma_{\text{eff}} = k \cdot \sigma_{\text{frei}} . \quad (2.72)$$

Ist der Faktor k kleiner als eins, so führen weniger Kollisionen zu größerer Transparenz, der Energieübertrag durch Kollisionen in transversale Freiheitsgrade wird verkleinert. Für niedrige Energien bedeutet dies auch, daß die Wechselwirkung der Nukleonen mit dem mittleren Feld, das sich hier aus der Summe der Zweiteilchenwechselwirkungen aufbaut, im Vergleich zu den harten Stößen an Bedeutung gewinnt.

Praktisch werden die Stöße nun gemäß der geometrischen Interpretation des Wirkungsquerschnitts durchgeführt. Dazu wird der Abstand zweier Nukleonen bestimmt. Ist der Abstand zu einer Zeit kleiner als ein gewisser Mindestabstand, so kommt es zur Kollision der beiden Teilchen. Für den Mindestabstand ergibt sich

$$\sigma_{\text{tot}} = F = \pi r^2 \rightarrow d_{\text{min}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{tot}}}{\pi}} . \quad (2.73)$$

Dabei ist wie bereits erwähnt $\sigma_{\text{tot}}(\sqrt{s}, \text{Teilchen 1}, \text{Teilchen 2})$ eine Funktion der Energie und abhängig von den Teilchensorten. Man muß nun noch unterscheiden, wann die Kollision genau durchgeführt werden soll. So ist es möglich, die Kollision sofort nach Erreichen dieses Mindestabstandes durchzuführen oder aber erst, wenn der tatsächlich kleinste Abstand erreicht wird. Im ersten Fall wird die freie Weglänge zwischen den Stößen verkürzt, der nukleonische Wirkungsquerschnitt wird effektiv vergrößert. Hier werden standardmäßig die Nukleonen solange weiter propagiert bis sie ihren minimalen Abstand erreicht haben, erst dann kommt es zur Streuung. Einen weiteren Einfluß auf den Wirkungsquerschnitt kann man durch Einführung einer Formationszeit untersuchen, die besonders bei höheren Energien eine Rolle spielen kann. Diese soll die Blindheit des gerade kollidierten Teilchen für weitere Kollisionen innerhalb einer

kurzen Zeitspanne darstellen, in der das Teilchen noch keine wohldefinierten Quantenzahlen besitzt. Die Teilchen befinden sich noch nicht auf ihrer Massenschale, d.h. die relativistische Energie-Impuls Beziehung ist verletzt. Effektiv führt eine solche Formationszeit zu einem reduzierten Wirkungsquerschnitt, die Zahl der möglichen Kollisionen wird um diese blinden, nicht stattfindenden Kollisionen verringert.

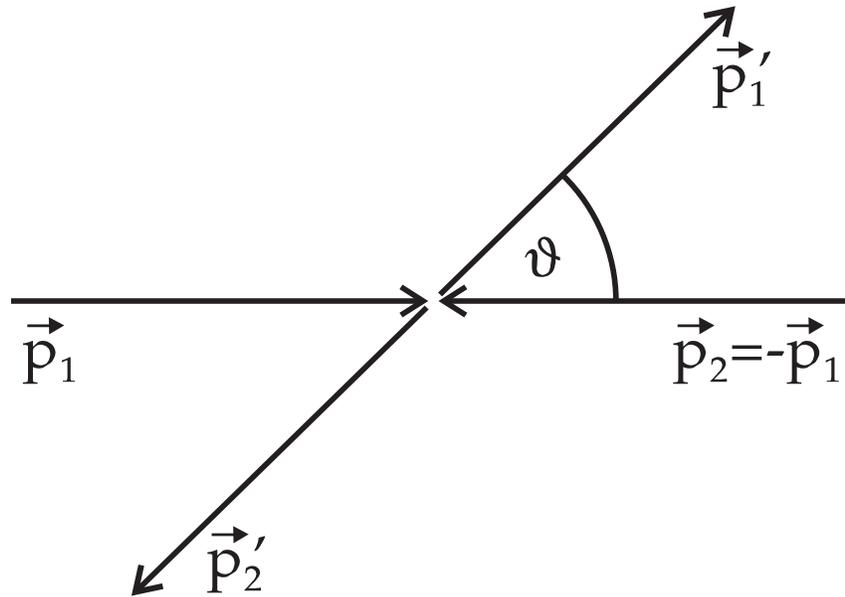


Abb. 2.4: Veranschaulichung des elastischen Nukleon-Nukleon Stoßes im Schwerpunktsystem.

Wenn es zum Stoß kommt, d.h. sind die Orte \vec{q}_i und die Zeit t der Kollision bestimmt, so müssen nun die neuen Impulse \vec{p}_i' bestimmt werden. Man geht in das Schwerpunktsystem der beiden kollidierenden Teilchen. Für die Winkelverteilung der gestreuten Teilchen wird nun folgende Parametrisierung verwendet [Cug 81]

$$\frac{d\sigma_{\text{elast}}}{d\Omega} \sim e^{A(\sqrt{s})q^2}. \quad (2.74)$$

Dabei ist \sqrt{s} die invariante Energie, q^2 der Viererimpulsübertrag und $A(\sqrt{s})$ ist gegeben durch

$$A(\sqrt{s}) = 6 \cdot \frac{[3.65(\sqrt{s} - 1.8766)]^6}{1 + [3.65(\sqrt{s} - 1.8766)]^6}. \quad (2.75)$$

\sqrt{s} ist in der Einheit GeV einzusetzen. Von diesem Wert wird das minimale \sqrt{s} entsprechend der zweifachen Nukleonenmasse 1.8766 abgezogen. Für den Impulsübertrag gilt

$$\begin{aligned} q^2 &= (p_1' - p_1)^2 = (E_1' - E_1)^2 - (\vec{p}_1' - \vec{p}_1)^2 \\ &= (E_1' - E_1)^2 - \vec{p}_1'^2 - \vec{p}_1^2 + 2|\vec{p}_1'| |\vec{p}_1| \cos \vartheta, \end{aligned} \quad (2.76)$$

wobei die Größen nach dem Stoß durch einen Strich gekennzeichnet sind. Im Schwerpunktsystem gilt nun

$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 . \quad (2.77)$$

Aus der Viererimpulserhaltung

$$p_1^\mu + p_2^\mu = p^\mu = p'^\mu = p_1'^\mu + p_2'^\mu \quad (2.78)$$

folgt somit auch

$$\vec{p}_1' = -\vec{p}_2' \quad (2.79)$$

und daraus für die Betragsquadrate

$$\vec{p}_1^2 = \vec{p}_2^2 , \quad \vec{p}_1'^2 = \vec{p}_2'^2 . \quad (2.80)$$

Aus der Energieerhaltung

$$E_v = \sqrt{m_1^2 + \vec{p}_1^2} + \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_1^2} = \sqrt{m_1^2 + \vec{p}_1'^2} + \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_1'^2} = E_n \quad (2.81)$$

ergibt sich somit sofort

$$\vec{p}_1^2 = \vec{p}_1'^2 \quad \text{und} \quad \vec{p}_2^2 = \vec{p}_2'^2 . \quad (2.82)$$

Die Impulsbeträge bleiben also für jedes Teilchen einzeln erhalten, ebenso wie die Energie

$$E_1' = E_1 \quad \text{und} \quad E_2' = E_2 . \quad (2.83)$$

Somit ergibt sich nun für den Impulsübertrag

$$q^2 = -2\vec{p}_1^2 + 2\vec{p}_1^2 \cos \vartheta = -2\vec{p}_1^2 (1 - \cos \vartheta) . \quad (2.84)$$

Explizit lautet die Winkelabhängigkeit des Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnittes nun

$$\frac{d\sigma_{\text{elast}}}{d\Omega} \sim e^{-(A(\sqrt{s})2\vec{p}_1^2(1-\cos\vartheta))} . \quad (2.85)$$

Man erkennt hier die Bevorzugung der Vorwärtsstreuung, d.h. kleiner Polarwinkel ($\vartheta \rightarrow 0$). Diese ist umso stärker ausgeprägt je größer die Schwerpunktsenergie \sqrt{s} des Nukleonenstoßes ist. Im Grenzfall $\sqrt{s} \rightarrow \infty$ gilt $A(\sqrt{s}) \rightarrow 6$. Im anderen Grenzfall kleinerer Energien $\sqrt{s} \rightarrow 1.8766$ gilt $A(\sqrt{s}) \rightarrow 0$, so daß hier nahezu isotrope Streuung vorliegt.

Der entsprechende Azimutalwinkel φ wird hier bei jedem Stoß zufällig zwischen 0 und 2π ausgewählt, was einer Vernachlässigung des Spins bei der Streuung entspricht, es wird von spingemittelten, d.h. spinlosen Nukleonen ausgegangen.

2.4.1 Pauli-geblockte Kollisionen

Bisher wurden lediglich die freien Wirkungsquerschnitte behandelt. Diese werden aber im Fall von Schwerionenkollisionen durch den um die einzelnen Kollisionen herum dicht belegten Phasenraum durch das Pauli-Prinzip effektiv reduziert. Sind die Endzustände im Phasenraum nach der Streuung bereits von gleichartigen Nukleonen (Unterscheidung von Proton/Neutron und ihrem Spinfreiheitsgrad) belegt, so gilt die Kollision als verboten und wird als Pauli-geblockt bezeichnet. Die Relevanz der Pauli-Blockierung nimmt mit zunehmender Einschußenergie des Projektils ab. Dann wird der zur Verfügung stehende Phasenraum größer und die Endzustände einer Kollision finden freie Phasenraumzellen vor.

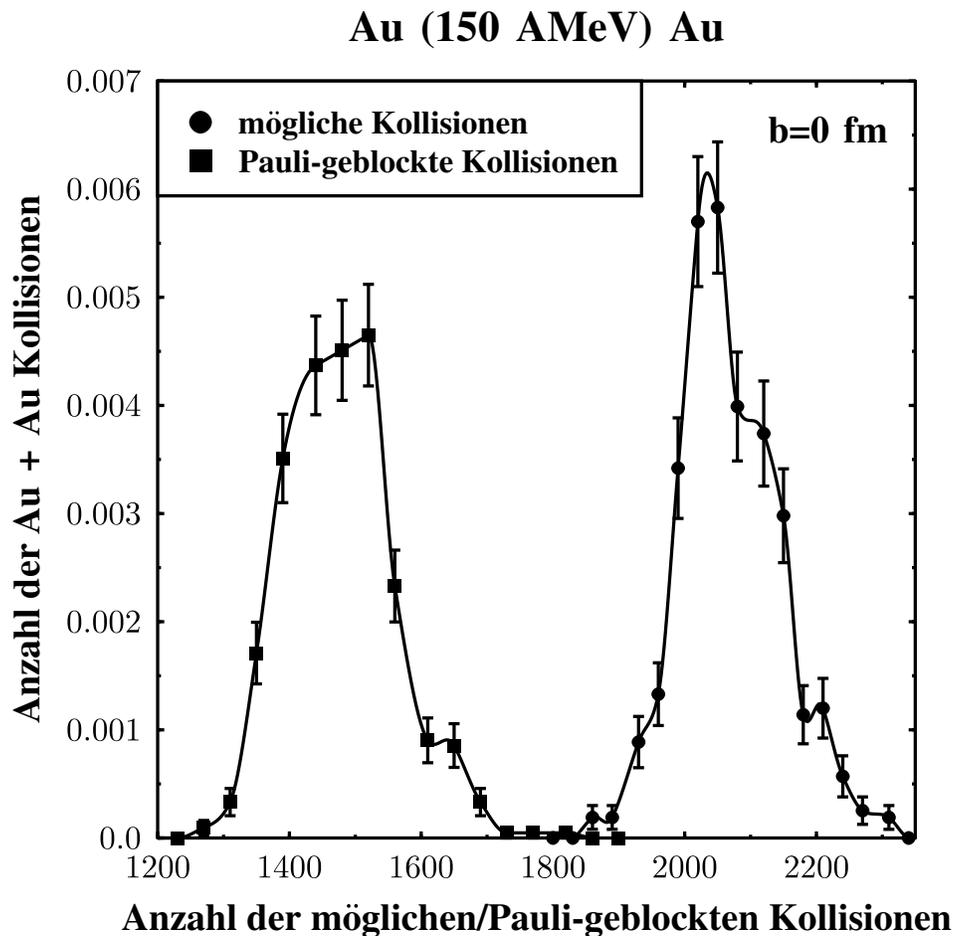


Abb. 2.5: Verteilung der möglichen und der Pauli-geblockten Kollisionen für die Reaktion zweier Goldkerne mit $E = 150$ AMeV und $b = 0$ fm. Im Mittel gibt es also in einem Ereignis ungefähr 2050 mögliche Kollisionen, von denen etwa 1500 Pauli-geblockt sind.

Neben diesem Belegtsein der Endzustände ist die Behandlung des Pauli-Prinzips für die intermediären Zustände während der Streuung im Quantenmolekulardynamik-Modell nicht berücksichtigt. Dies ist ein Grund für die Annahme einer zusätzlichen Modifikation des Wirkungsquerschnittes im Medium neben der Berücksichtigung der Pauli-Blockierung in den Endzuständen. Die Berücksichtigung der Pauli-Blockierung in intermediären Zuständen würde für eine weitere Reduzierung des Wirkungsquerschnittes im Medium angeregter Kernmaterie sprechen. Für die Pauli-Blockierung in den Endzuständen sind im Quantenmolekulardynamik-Modell im Energiebereich zwischen 50 MeV/Nukleon und 100 MeV/Nukleon im Laborsystem im zeitlichen Mittel etwa 80 % aller möglichen Kollisionen Pauli-geblockt und im Energiebereich zwischen 800 MeV/Nukleon und 1 GeV/Nukleon nur noch etwa 30 % [Ha 93]. Die Pauli-Blockierung wirkt also als energieabhängige Reduktion des Wirkungsquerschnitts.

Die Abbildung 2.5 zeigt einmal die Verteilung für die Anzahl der Einzelereignisse, in denen N_{koll} mögliche Kollisionen gezählt wurden, und die dazugehörige Verteilung der Pauli-geblockten Kollisionen für die Reaktion zweier Goldkerne bei $E = 150$ AMeV und $b = 0$ fm nach einer Rechnung mit dem QMD-Modell. Orientiert man sich an den Mittelwerten, so erkennt man, daß hier im Mittel etwa 70 % aller möglichen Kollisionen Pauli-geblockt werden.

Analog zur Vlasov-Uehling-Uhlenbeck-Gleichung, in der die Pauli-Blockierung durch die Uehling-Uhlenbeck Terme $(1 - f_i)(1 - f_j)$ als Wahrscheinlichkeit interpretiert wird, wird nun auch hier vorgegangen. Es werden die Besetzungsdichten f_i der Endzustände bestimmt, indem man Kugeln um die Nukleonen im Orts- und Impulsraum schlägt. Daraus erhält man die Dichten des freien Phasenraumes zu $(1 - f_i)$. Als Wahrscheinlichkeitsprozeß gedeutet, vergleicht man nun diese freien Dichten mit zufälligen Zahlen χ_i zwischen null und eins. Gilt

$$\chi_1 \leq (1 - f_1) \quad \text{und} \quad \chi_2 \leq (1 - f_2) , \quad (2.86)$$

so ist die Kollision erlaubt. Entsprechend ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Kollision geblockt wird

$$W_{\text{geblockt}} = 1 - (1 - \min(f_1, 1)) \cdot (1 - \min(f_2, 1)) . \quad (2.87)$$

In der Praxis vergleicht man eine Zufallszahl mit dieser Blockierungswahrscheinlichkeit (2.87). Ist das Ergebnis des Auswürfeln eine geblockte Kollision, so werden die neuen Impulse gleich den alten vor der Kollision gesetzt.

2.5 Algorithmische Struktur des QMD Modells

Für die Durchführung der Simulation einer Schwerionenreaktion wird folgendes konzeptionelles Gerüst verwendet.

a) Initialisierung

Zunächst müssen die physikalischen Eingabeparameter des zu betrachtenden Systems definiert

werden. Hierzu gehören die Einschubenergie, die Stoßgeometrie, d.h. die Wahl des Stoßparameters und die Wahl der Atomkerne.

Außerdem müssen die physikalischen Eingabeparameter der zugrunde gelegten Wechselwirkungen bestimmt werden. Beispielsweise kann alternativ zwischen dichteabhängigen Wechselwirkungen gewählt werden, die einer harten oder weichen Zustandsgleichung entsprechen. Die Berücksichtigung oder Nichtberücksichtigung impulsabhängiger Wechselwirkungen ist anzugeben. Die Details für den nukleonischen Wirkungsquerschnitt sind festzulegen. Hierzu gehört u.a. die Wahl des Abschneideparameters für niedrige Energien, die Behandlung der Winkelabhängigkeit und eine evtl. Skalierung oder andere Modifikationen, die den Wirkungsquerschnitt im Medium beschreiben sollen. Auch andere Wechselwirkungen wie z.B. die Coulombkräfte können wahlweise abgeschaltet werden, um deren Effekte zu studieren oder zu isolieren. Eine detaillierte Beschreibung der möglichen Optionen findet sich in [Ba 93].

Desweiteren sind numerische Randbedingungen zu fixieren. Die Anzahl der zu simulierenden Kollisionen muß angegeben werden. Die Festlegung des Zeitgitters, d.h. der Größe des Zeitschrittes und der Gesamtzeit, nach der die Kollision als beendet betrachtet wird, ist erforderlich. Die benötigte Information muß deklariert werden. Beispielsweise läßt sich die Phasenrauminformation der einzelnen Nukleonen auch zu anderen Zeiten als am Ende der Kollision betrachten. Aus Speicherplatzgründen ist dies aber praktisch nur zu ausgewählten Zeiten möglich. Nachdem diese Vorgaben definiert sind, die für alle Einzelereignisse, d.h. für die einzelnen äquivalenten Kollisionen, gleichermaßen gültig sind, beginnt nun die Behandlung der Einzelereignisse. Für jede Kollision werden die Kerne neu initialisiert, d.h. den einzelnen Nukleonen von Projektil und Target werden Orte und Impulse zugewiesen. Dabei werden die Orte zufällig in eine Kugel mit dem Radius $R = 1.12 \text{ fm} \cdot A^{\frac{1}{3}}$ verteilt. Ebenso werden die Impulse der Nukleonen in eine Impulsraumkugel mit dem Radius des Fermiimpulses $p_F \approx 270 \text{ MeV}/c$ gewürfelt. Die so ermittelten Impulse werden noch korrigiert, damit sich der initialisierte Kern in Ruhe befindet $\sum_A \vec{p}_F = 0$. Schließlich soll die Propagation der Teilchen unter Einfluß der Wechselwirkungen im Schwerpunktsystem zweier Nukleonen (d.h. jenes ohne Berücksichtigung der Fermiimpulse) vorgenommen werden, so daß in dieses transformiert werden muß.

b) Propagation

Die Einzelereignisse werden nun sequentiell berechnet. In jedem Zeitschritt eines Einzelereignisses wird nun folgendermaßen verfahren:

- Berechnung der Teilchendichten, der Potentiale und der daraus resultierenden Kräfte.
- Aufstellung einer Liste der möglichen Kollisionen innerhalb dieses Zeitschrittes.
- Propagation aller Teilchen unter Wirkung der oben berechneten Kräfte bis zur nächsten einzelnen Kollision.
- Entscheidung, ob elastische, inelastische Kollision oder Teilchenzerfall vorliegen.
- Berechnung der neuen Impulse der Kollisionspartner.
- Überprüfung des Pauli-Prinzips für die Endzustände der Kollision.
- Wiederholung der letzten vier Schritte für alle Kollisionen der Kollisionsliste, d.h. für alle innerhalb dieses Zeitschrittes.
- Propagation zum Ende des Zeitschrittes.

c) Ausgabe und Analyse

Nach einer wählbaren Anzahl von Zeitschritten erfolgt eine Ausgabe der Phasenraumpunkte und anderer Informationen für alle vorhandenen Teilchen. So werden beispielsweise Kollisionsdaten (z.B. Häufigkeiten oder Zeitpunkte der letzten Kollision) und erreichte Dichten der einzelnen Nukleonen notiert. Nach einer ausreichenden Ansammlung von Einzelereignissen, die klare Signale in den Observablen garantieren und nicht von statistischen Schwankungen überlagert werden, lassen sich diese großen Datenmengen analysieren. Hierzu werden meist Mittelwertbildungen über die Einzelereignisse vorgenommen. Beispielsweise kann der mittlere Transversalimpuls der Nukleonen in einem bestimmten longitudinalen Geschwindigkeitsbereich interessieren. Allgemein werden Projektionen oder Schnitte im Phasenraum vorgenommen, um die interessierende Information herauszufiltern und um sie anschaulich, oft in zweidimensionalen Graphiken, darstellen zu können.

Kapitel 3

Observablen einer Schwerionenreaktion

Um Vergleiche von Modellrechnungen mit Experimenten anstellen zu können, ist die Betrachtung von im Experiment nachweisbaren Größen, den sogenannten Observablen, besonders interessant. Hierzu zählen die Häufigkeiten, die sogenannten Multiplizitäten, der verschiedenen Teilchen, d.h. von einzelnen Nukleonen, Fragmenten mit $A \geq 2$ oder erzeugten Teilchen (Mesonen, Leptonen, Photonen, etc.). In erster Linie werden im Detektor die Impulse dieser Teilchen bestimmt. Nun lassen sich beispielsweise differentielle Multiplizitäten in Abhängigkeit von den Impulskomponenten angeben. Zudem können auch die Abhängigkeiten der einzelnen Impulskomponenten voneinander interessieren. Zunächst müssen jedoch die Koordinaten definiert werden.

3.1 Reaktionsgeometrie und Variablen

Die z -Achse des Koordinatensystems wird in Richtung des Anfangsimpulses des Projektils gelegt. Diese z -Achse definiert zusammen mit der Verbindungslinie der beiden Schwerpunkte von Projektil und Target die Reaktionsebene. Die in dieser Reaktionsebene zur z -Achse senkrechte Achse bestimmt die x -Achse, wobei die positive Richtung durch die anfängliche Seite des Projektils definiert ist. Der Nullpunkt wird so gewählt, daß der Stoßparameter, welcher gerade der asymptotische Abstand der beiden Schwerpunkte in x -Richtung ist, dort halbiert wird. Schließlich wird die Achse senkrecht zur Reaktionsebene, die y -Achse, so ausgerichtet, daß das gebildete Koordinatensystem ein rechtshändiges ist. Die Abbildung 3.1 veranschaulicht dies noch einmal in der Projektion in die Reaktionsebene. Die y -Achse kommt senkrecht aus der Bildebene heraus.

Die entsprechenden Impulse p_x , p_y und p_z sind ebenfalls in diesem Koordinatensystem definiert. Die Zeitentwicklung einer Schwerionenkollision bei der Einschußenergie einiger hundert Megelektronenvolt und für einen endlichen Stoßparameter gestaltet sich in diesen kartesischen Koordinaten nun folgendermaßen:

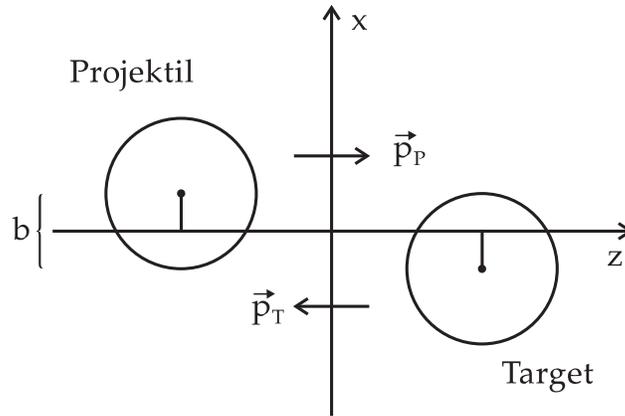


Abb. 3.1: Definition der Koordinatenachsen und Positionierung von Projektil und Target vor der Kollision. Die y-Achse steht senkrecht zu dieser Reaktionsebene, aus der Bildebene herauskommend.

In der Ortsraum-Entwicklung baut sich beim anfänglichen Überlapp der beiden Kerne ein Dichtezentrum auf. Nachdem die Kompression ihr Maximum erreicht hat, entfernen sich die beiden Kerne zu späteren Zeiten wieder voneinander. Das Dichtezentrum verdünnt sich wieder rasch. In der Impulsraum-Entwicklung sind vor der Kollision zwei getrennte Fermikugeln vorhanden. Der anfangs leere Zwischenraum füllt sich durch das Abstoppen auf, was letztlich zur Ausbildung eines Impulsellipsoids führt, der gegen die p_z -Achse gedreht ist.

Die Zeitdauer einer Schwerionenkollision liegt in der Größenordnung 10^{-22} s. Die Zeitmessung erfolgt üblicherweise in der Einheit

$$1 \frac{\text{fm}}{c} = 3.33563 \cdot 10^{-24} \text{ s} . \quad (3.1)$$

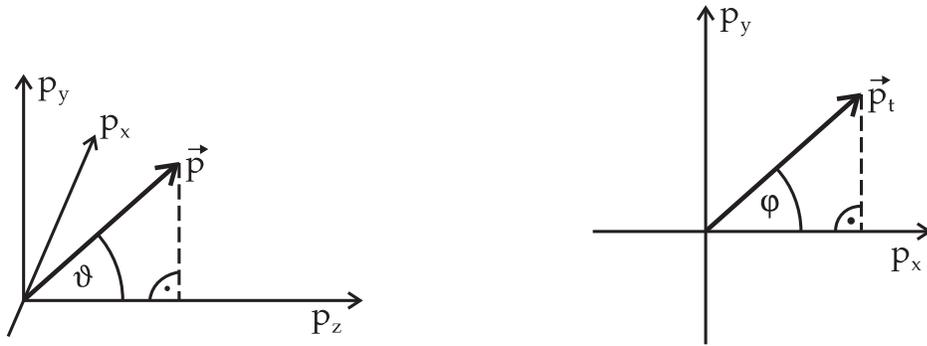
Neben der Betrachtung der kartesischen Koordinaten sind häufig auch Winkelverteilungen interessant. So wird die Impulsrauminformation abgebildet in den Polarwinkel ϑ und in den Azimuthalwinkel φ

$$\cos \vartheta = \frac{p_z}{|\vec{p}|} \quad \text{und} \quad \cos \varphi = \frac{p_x}{|\vec{p}_t|} . \quad (3.2)$$

Dabei ist $\vec{p}_t = p_x \vec{e}_x + p_y \vec{e}_y$ der Vektor des Transversalimpulses und $|\vec{p}_t| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ dessen Betrag. Gewöhnlich, wie das auch im folgenden immer der Fall sein wird, werden zur Definition des Winkels ϑ immer die Impulse im Schwerpunktsystem herangezogen.

3.1.1 Rapidität

Eine weitere geeignete Beschreibungsgröße ist die sogenannte Rapidität, die sich direkt aus der Geschwindigkeit ergibt. Hier ist mit der Rapidität y und Geschwindigkeit β immer diejenige in

Abb. 3.2: Definition der Winkel ϑ und φ mit den Impulsraumkoordinaten.

longitudinaler z -Richtung gemeint. Es gilt (siehe z.B. [Gre 87])

$$\beta = \tanh y, \quad (3.3)$$

oder invertiert

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) \quad (3.4)$$

wie man sofort durch Einsetzen in (3.3) sieht. Die Rapidität ist eine dimensionslose Größe. Vor allem im Bereich ultra-relativistischer Energien ist der Übergang vom Impuls p_z bzw. der Geschwindigkeit β_z zur Rapidität sehr nützlich wie auch die folgende Abbildung 3.3 zeigt.

Hier als auch im eher niederenergetischen Bereich kleinerer Geschwindigkeiten hat sie außerdem den großen Vorteil, additiv unter Lorentz-Transformationen zu sein. D.h., bewegt sich ein Bezugssystem B' mit der Geschwindigkeit β' entsprechend einer Rapidität y' relativ zu einem anderen Bezugssystem B , so gilt für die Rapidität y'_1 im Bezugssystem B' einfach

$$y'_1 = y_1 + y', \quad (3.5)$$

wenn y_1 die Rapidität im Bezugssystem B ist. Da $p = \gamma m_0 \beta c$ und $E = \gamma m_0 c^2$ ist, gilt

$$\frac{pc}{E} = \beta, \quad (3.6)$$

und deshalb läßt sich die Rapidität auch schreiben als

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + pc}{E - pc} \right). \quad (3.7)$$

Dabei ist $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ der Lorentz-Kontraktionsfaktor. So entspricht also einer bestimmten kinetischen Einschubenergie des Projektils im Laborsystem eine Rapidität, die Projektilrapidität. Aus

$$E_{\text{kin}} = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \quad (3.8)$$

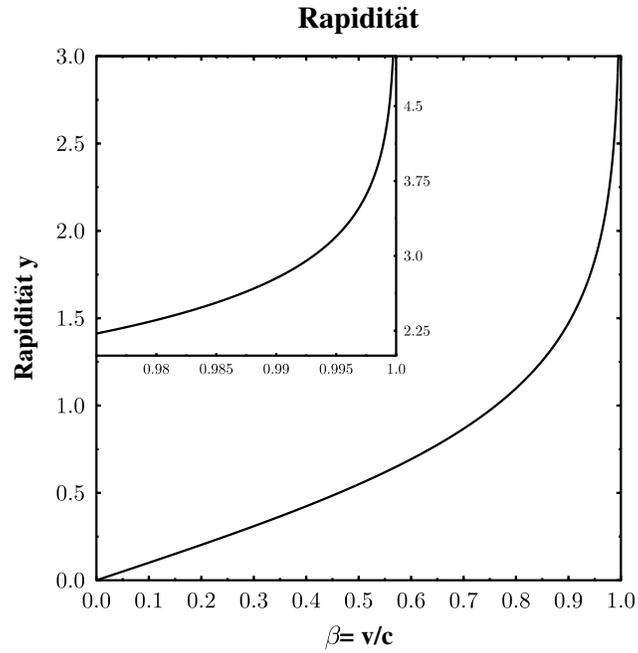


Abb. 3.3: Rapidität in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit $\beta = v/c$. Im oberen Teilbild ist der ultra-relativistische Bereich vergrößert.

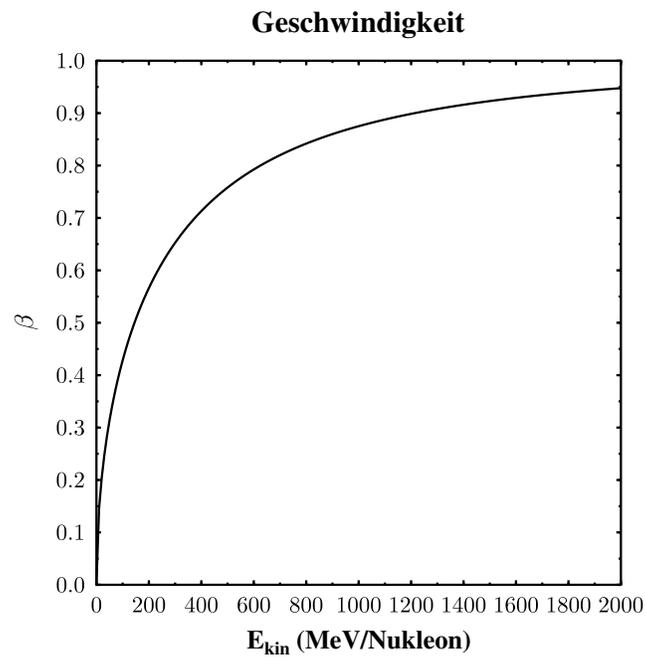


Abb. 3.4: Geschwindigkeit β in Abhängigkeit von der kinetischen Einschussenergie E_{kin} .

folgt sofort

$$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{E_{\text{kin}}}{m_0 c^2} + 1\right)^{-2}}. \quad (3.9)$$

Der Zusammenhang zwischen der kinetischen Einschußenergie (hier für den Bereich der GSI-Energien) und der Geschwindigkeit ist in Abbildung 3.4 noch einmal ersichtlich.

Für kleinere Geschwindigkeiten ist der Zusammenhang zwischen y und β nahezu linear. Hat man beispielsweise eine Reaktion mit $E_{\text{kin}} = 100 \text{ MeV/Nukleon}$ vorliegen, so entspricht dies etwa einer Geschwindigkeit $\beta \approx 0.4$, was wiederum einer Rapidität $y \approx 0.4$ entspricht. So befindet sich also das Projektil vor der Kollision bei der Rapidität $y_{\text{proj}} \approx 0.4$ und das Target bei $y_{\text{tar}} = 0$ im Laborsystem. Im Schwerpunktsystem für symmetrische Systeme oder verallgemeinert im System gleicher Geschwindigkeiten (equal-speed-system) für asymmetrische Systeme mit Kernen ungleicher Masse $A_1 \neq A_2$ gilt mit (3.5) einfach $y_{\text{proj}} \approx 0.2$ und $y_{\text{tar}} \approx -0.2$. Im folgenden wird hier immer von Rapiditäten im Schwerpunktsystem die Rede sein. Desweiteren werden vor allem noch diese im Schwerpunktsystem auf Projektilrapidity normierten Rapiditäten verwendet, die allerdings die obige Additivitätseigenschaft (3.5) nicht mehr besitzen, aber den Vorteil besitzen, daß bei Untersuchungen von Anregungsfunktionen (variable Einschußenergien) die Rapiditätsbereiche von Projektil und Target sofort ersichtlich sind und gleiche relevante Bereiche einfach miteinander verglichen werden können. Dem obigen Beispiel entsprechend gilt dann $y_{\text{proj,norm}} = +1$ und $y_{\text{tar,norm}} = -1$.

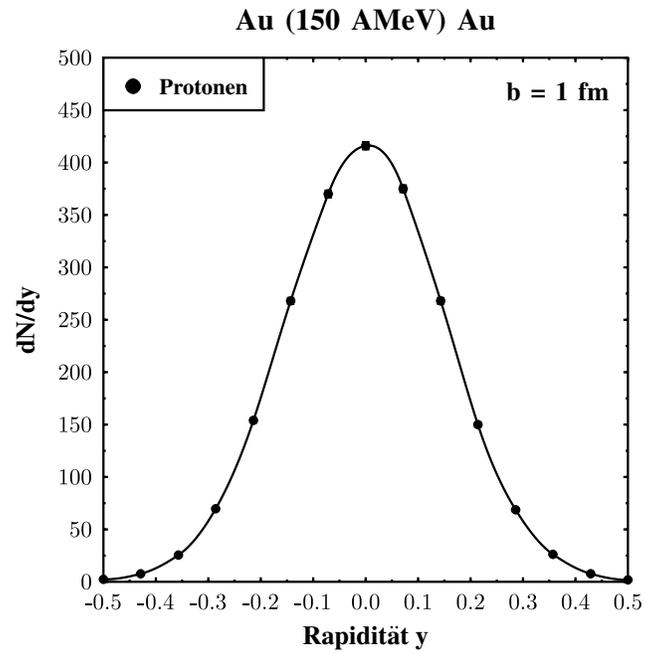
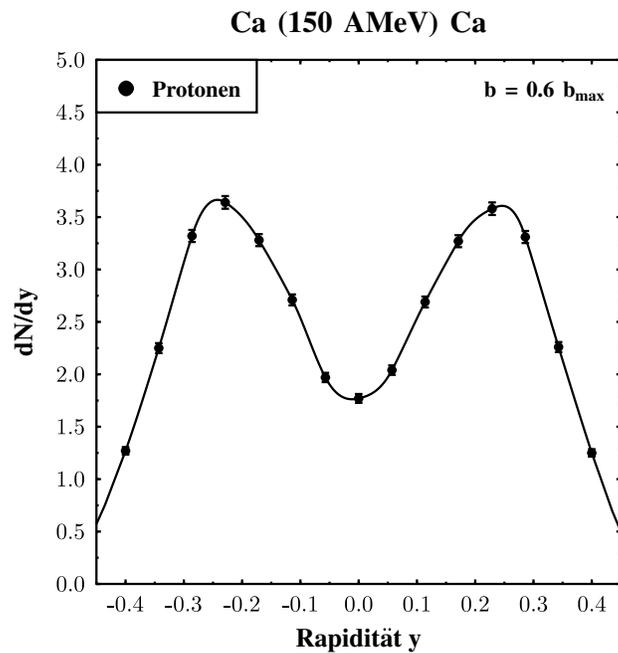
3.1.2 Multiplizitätsanalysen

Bei der Kollision zweier Atomkerne werden die einzelnen Teilchen in neue Phasenraumgebiete gestreut. Wieviel Teilchen sich wo im Phasenraum befinden wird durch die sogenannten Multiplizitätsverteilungen beschrieben. Die Verteilungen können noch differentiell bezüglich verschiedener Teilchensorten sein oder können beispielsweise auch für alle geladenen Teilchen integriert angegeben werden.

Eine wichtige Multiplizitätsverteilung ist die bezüglich der Rapidität, die sogenannte Rapiditätsverteilung. Sie gibt an wieviel Teilchen sich in einem bestimmten Rapiditätsbereich befinden.

Abbildung 3.5 zeigt die Rapiditätsverteilung für eine Kollision von zwei Goldkernen mit der Einschußenergie $E = 150 \text{ A MeV}$ bei einem zentralen Stoß mit dem Stoßparameter $b = 1 \text{ fm}$. Hierzu wurden 500 Einzelereignisse mit dem QMD-Modell unter Verwendung einer harten Zustandsgleichung berechnet und analysiert. Die Verteilung zeigt das Abstoppen der Kernmaterie, hier für Protonen, wobei kein Unterschied gemacht wird ob diese frei oder in einem Fragment gebunden sind.

Das Maximum der Verteilung liegt bei der Schwerpunktsrapidity, nach außen nimmt die Verteilung glockenförmig ab. Das Integral über die Verteilung liefert gerade die Anzahl der Protonen

Abb. 3.5: Rapiditätsverteilung einer Au+Au Kollision mit $E = 150$ AMeV und $b = 1$ fm.Abb. 3.6: Rapiditätsverteilung einer Ca+Ca Kollision mit $E = 150$ AMeV und $b = 0.6 b_{\text{max}}$.

in zwei Goldkernen. Die Werte auf der Ordinate ergeben sich aus der Anzahl der gezählten Protonen im jeweiligen Rapiditätsintervall dividiert durch die Anzahl der Einzelereignisse. Die Division durch die Breite des Rapiditätsintervalls kann auch noch durchgeführt werden wie dies in Abbildung 3.6 geschah.

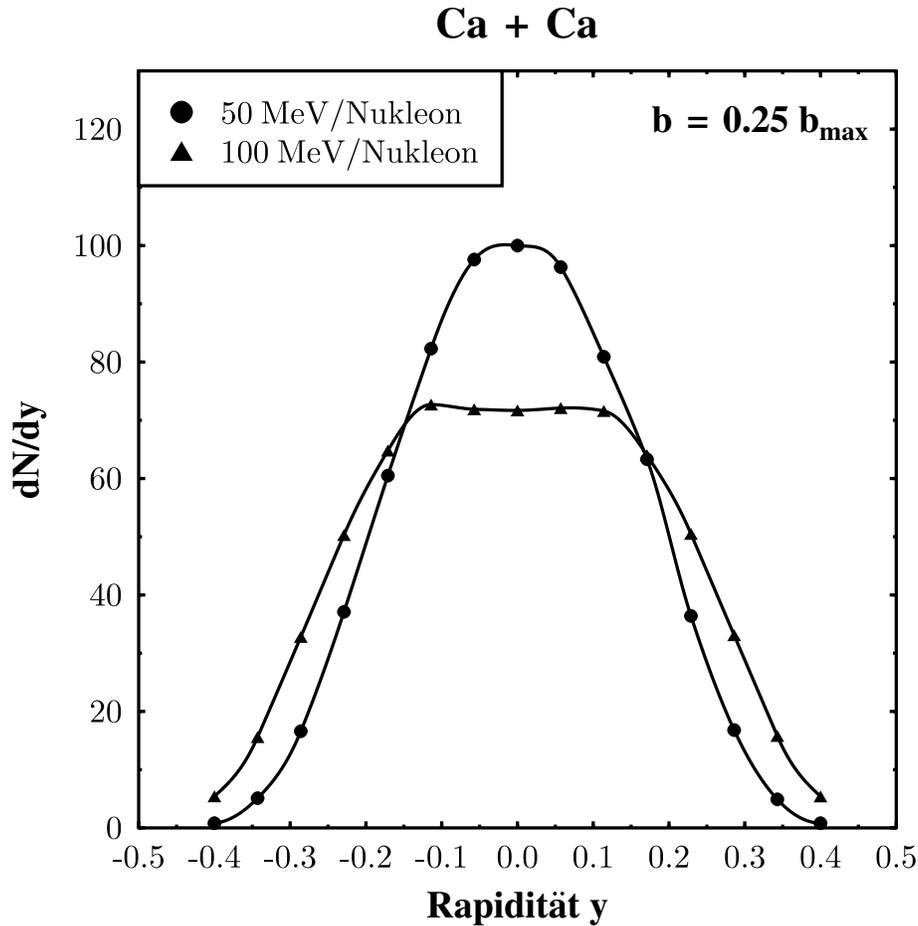


Abb. 3.7: Rapiditätsverteilungen von Ca+Ca bei zwei verschiedenen Energien und $b = 0.25 b_{\max}$.

Hier sind für die Reaktion Ca+Ca bei $E = 150$ AMeV zwei Maxima zu erkennen, die einerseits durch den relativ großen Stoßparameter $b = 0.6 b_{\max} = 4.6$ fm zu erklären sind, und andererseits auch auf eine Systemmassenabhängigkeit des Abstoppens hindeuten. Unter dem maximalen Stoßparameter wird hier immer die Summe der Kernradien verstanden

$$b_{\max} = 1.12 \text{ fm} \left(A_1^{\frac{1}{3}} + A_2^{\frac{1}{3}} \right) . \quad (3.10)$$

In Abbildung 3.7 ist zu erkennen, daß die Breite der Rapiditätsverteilung mit der Einschubenergie

zunimmt. Beide Kurven beschreiben das Abstoppen zweier Calciumkerne bei dem gleichen Stoßparameter $b = 0.25 b_{\max} \approx 1.9$ fm und den verschiedenen Energien 50 und 100 AMeV.

Bei der höheren Energie bildet sich eher ein Plateau aus wohingegen bei der kleineren Energie ein klares Maximum erkennbar ist. Das System wird durch den größeren zur Verfügung stehenden Impuls zu mehr Transparenz gezwungen. Jedoch ist das "relative Abstoppen" für verschiedene Energien etwa gleich groß, was auch für höhere Energien der Größenordnung GeV gültig bleibt [Ha 93]. Das relative Abstoppen läßt sich durch die Multiplizitätsverteilung bezüglich der auf die Projekttilrapidität normierten Rapidity aufzeigen. Hierzu sind in Abbildung 3.8 diese normierten Rapidityverteilungen für das gleiche System bei den Energien 50, 70, 80 und 100 AMeV angegeben. Sie liegen alle übereinander.

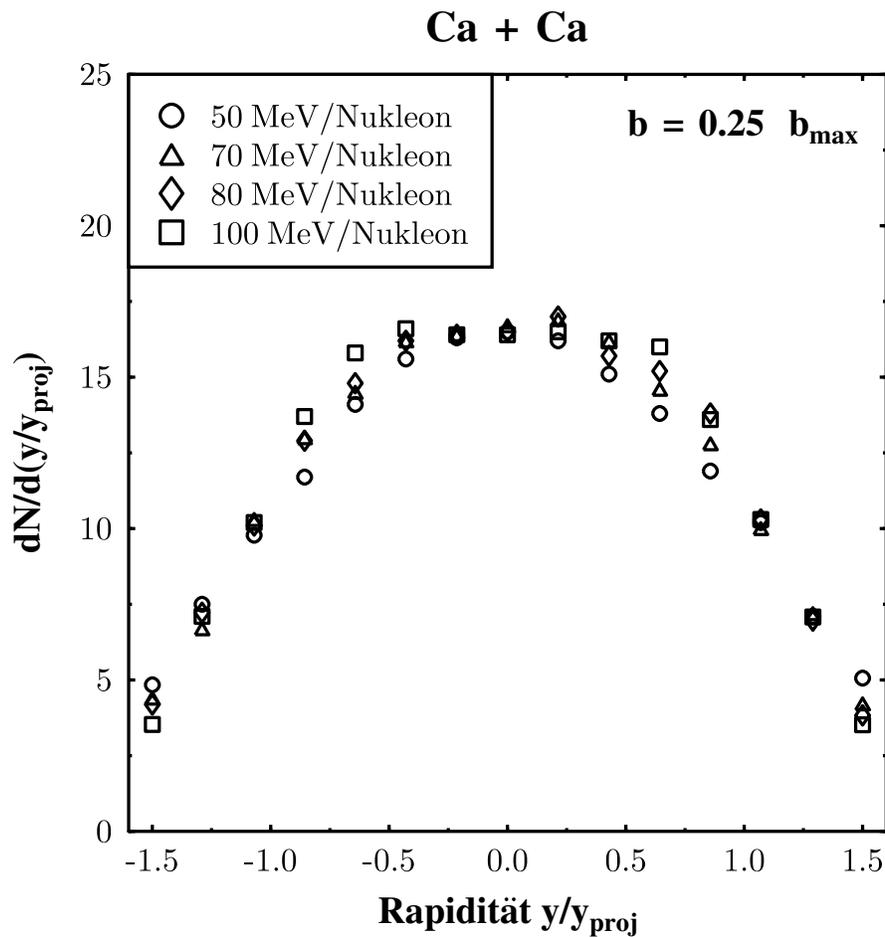


Abb. 3.8: Rapidityverteilungen von Ca+Ca bei vier verschiedenen Energien und $b = 0.25 b_{\max}$.

Desweiteren sind auch Multiplizitätsanalysen bezüglich der in (3.2) definierten Winkel nützlich. So lassen sich mit diesen vor allem die vorhandene oder nicht vorhandene Isotropie untersuchen.

Bei der Verteilung bezüglich des Polarwinkels ϑ entsprechen dem 0 Grad Bereich die Vorwärtsstreuung in Richtung des Projektils, dem 180 Grad Bereich entsprechend die Rückwärtsstreuung in Richtung des Targets und dem 90 Grad Bereich die Streuung in den zum Projektil-Strahl senkrechten Bereich, der wiederum dem Schwerpunktsrapiditätsbereich entspricht. Abbildung 3.9 zeigt die Reaktion zweier Bleikerne bei der relativ großen Energie von $E = 2.5$ AGeV und dem Stoßparameter $b = 2$ fm. Dargestellt sind Verteilungen für geladene Teilchen, für die ungebundenen Protonen, für Fragmente ($M \geq 2$) und für die erzeugten geladenen Pionen. Der Einfluß der Fragmente wurde hierbei mit einer Ortsraum-Koaleszenz [Pei 89] abgeschätzt, bei der Nukleonen, die einen Abstand kleiner als 3 fm besitzen, als einem Fragment zugehörig betrachtet werden. Erkennbar ist bei dem vorliegendem System die starke Bevorzugung der Streuung in Vorwärts- und Rückwärtswinkel.

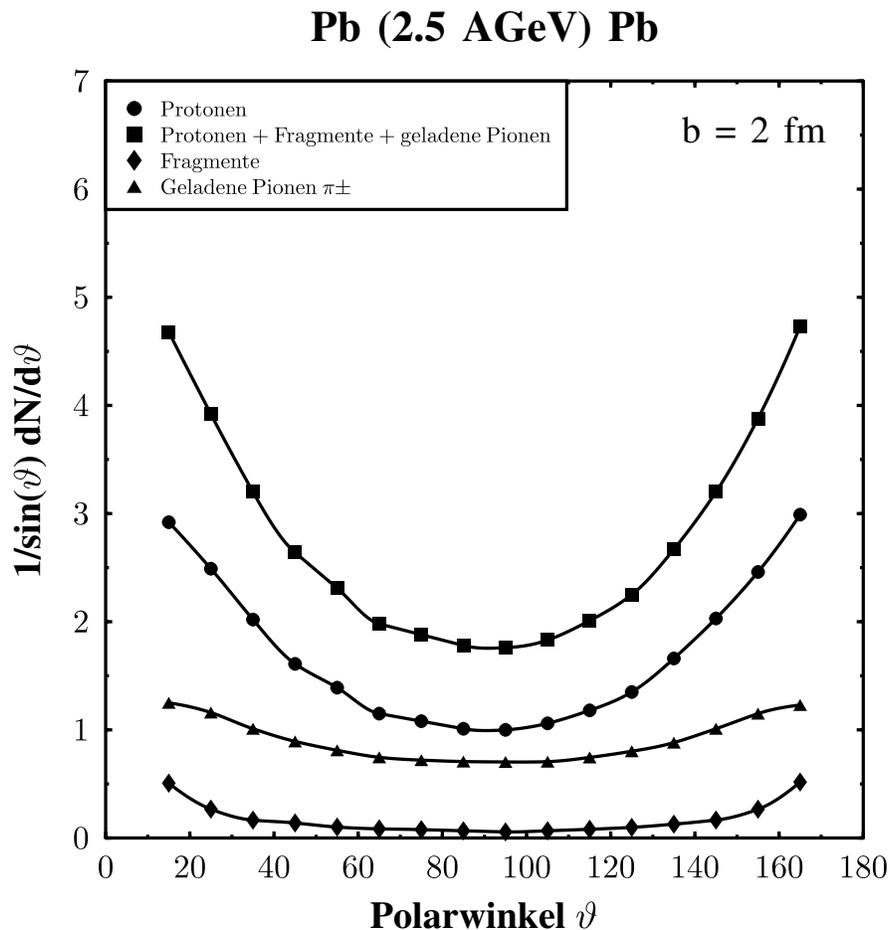


Abb. 3.9: Polarwinkelverteilung für Pb+Pb bei 2.5 AGeV und $b = 2$ fm.

Dagegen ist in Abbildung 3.10 die leichte Bevorzugung in 90 Grad Richtung für Au+Au bei

150 AMeV zu registrieren. Dies zeigt auch das starke Abstoppen dieser schweren Kerne bei zentralen Stößen in diesem Energiebereich. Gerade aber bei diesen eher niederenergetischen Kollisionen sind große Sensitivitäten dieser Verteilung gegenüber der Behandlung des Stoßtermes im Modell zu beobachten. Die Wahl des niederenergetischen Abschneideparameters oder die Realisierung der Pauli-Blockierung haben großen Einfluß auf das Verhältnis von maximalem zu minimalem Wert ("peak to valley ratio"), das hier nur etwa 1.15 beträgt, und somit diese Rechnung eine im Polarwinkel ϑ nahezu symmetrische Verteilung ergibt. Zentrale Stöße in diesem Energiebereich werden vor allem von der FOPI-Kollaboration an der GSI untersucht [Al 92, Je 94].

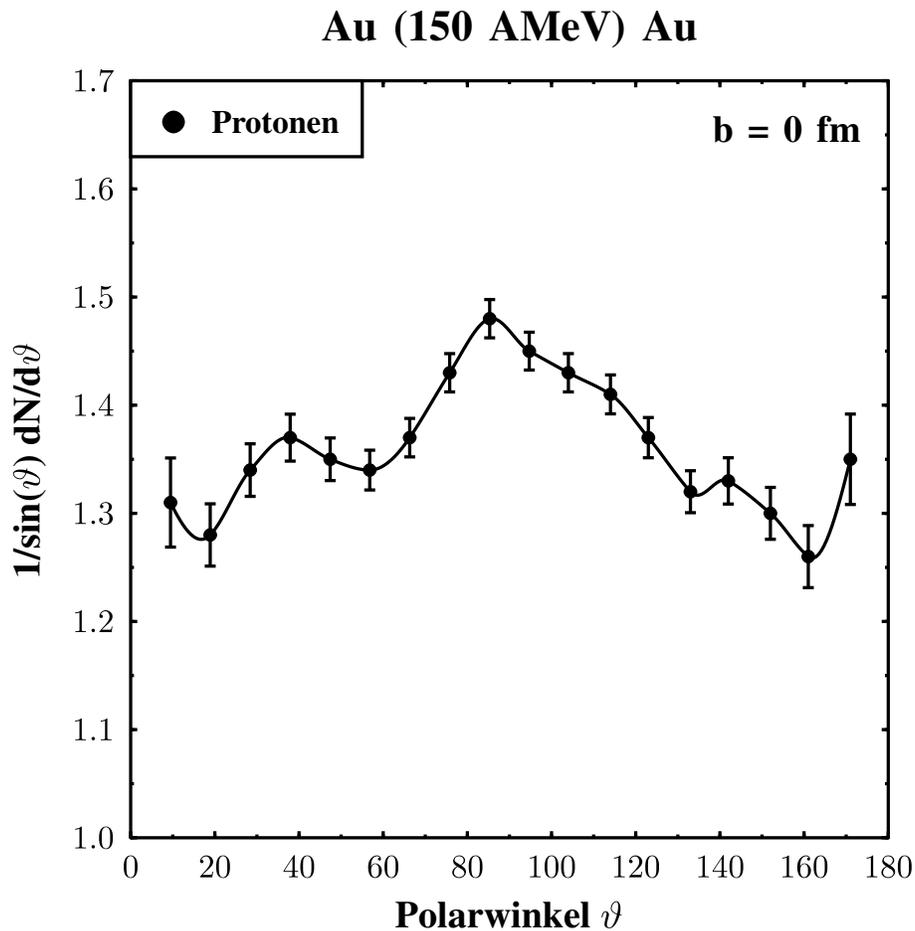


Abb. 3.10: Polarwinkelverteilung für Au+Au bei 150 AMeV und $b = 0$ fm.

Als weitere Multiplizitätsverteilung bietet sich nun natürlich auch die bezüglich des Azimutwinkels φ an. Anders als beim Polarwinkel ϑ werden hier aber nun in einem Winkelbereich $\Delta\varphi$ durchaus völlig verschiedene longitudinale Geschwindigkeitsbereiche erfaßt. Aus diesem Grund

gibt man die azimuthale Verteilung meistens für bestimmte Rapiditätsbereiche an, etwa für die des Projektils, des Targets und des Schwerpunktes. Abbildung 3.11 zeigt diese drei Bereiche für die Kollision zweier Bleikerne bei $E = 2.5$ AGeV und $b = 2$ fm. Bei der Projektilrapidity wird die obere Hemisphäre $\varphi = 0^\circ$ bevorzugt während bei Targetrapidity die meisten Nukleonen in den Bereich $\varphi = 180^\circ$ gestreut werden. Dies entspricht auch der Initialisierung der beiden Kerne, es findet keine wesentliche Richtungsänderung statt, die die Target-Nukleonen in die Projektil-Hemisphäre oder umgekehrt führten. Stattdessen werden die Teilchen mehrheitlich in deren ursprüngliche Hemisphäre abgelenkt. Projektilnukleonen erhalten also vorwiegend positive transversale Impulskomponenten p_x und Targetnukleonen entsprechend negative, was durch Betrachten der Definition von φ in 3.2 sofort klar wird. Diese azimuthale Asymmetrie ist außerdem im Experiment zur Bestimmung der Reaktionsebene äußerst nützlich, weil diese ja dort a priori nicht definiert ist. Aussagen über Richtungsänderungen lassen sich allgemein aber besser mit den mittleren (transversalen) Impulsen angeben. Um die Schwerpunktsrapidity ist die Verteilung hier nahezu symmetrisch, die hohe Zentralität sorgt hier auch für das Abstoppen, das sich durch die erhöhten Multiplizitäten bei Schwerpunktsrapidity andeutet.

3.1.3 Transversalimpulsanalysen

Die Betrachtung der mittleren transversalen Impulse hat sich in der jüngeren Vergangenheit als besonders erfolgreich erwiesen, um Abhängigkeiten von den einzelnen Modellinhalten zu untersuchen. So besitzt insbesondere der mittlere Transversalimpulsübertrag in die Reaktionsebene p_x die Eigenschaft, auf die verschiedenen Systemparameter sehr sensitiv zu sein.

Betrachtet man die Kollision zweier Kerne bei einer Energie von einigen hundert Megaelektronenvolt, so bildet sich um die Schwerpunktsrapidity eine Zone verdichteter Kernmaterie. Findet die Kollision nun bei einem endlichen, nicht verschwindendem Stoßparameter b statt, so wird die nachströmende Kernmaterie vorzugsweise seitlich in die Reaktionsebene abgelenkt. Die Ursachen für diese Repulsion sind in erster Linie harte Nukleon-Nukleon Kollisionen und der repulsive Anteil des dichteabhängigen Potentials, das durch die Kompressionszone gebildet wird. So werden die Projektilnukleonen mehrheitlich in Richtung positiver p_x -Werte abgelenkt und die Targetnukleonen in Richtung negativer p_x -Werte. Man spricht auch von einem kollektiven Seitwärtsfluß, den die Teilchen bzw. die Energie erfahren, in Anlehnung an die hydrodynamischen Modelle, die diese kollektiven Effekte erstmals für Kernmaterie vorhersagten [Sch 74]. Von der mikroskopischen Sicht her spricht man hier auch vom "bounce-off", der das Abprallen wenig komprimierter, kalter Materie an der Kompressionszone betont.

In einem stark vereinfachtem geometrischen Bild unterscheidet man die Partizipantenzone, die sich aus dem geometrischen Überlapp der beiden Kerne bildet, und die Spektatorenkappen, die an der Überlappzone vorbeifliegen und wenig von ihrer longitudinalen, kinetischen Energie verlieren. Das tatsächliche Vorhandensein solch getrennter Bereiche hängt stark von der Einschußenergie und dem Stoßparameter ab. Grundsätzlich beinhalten aber beide Bereiche wertvolle

Information.

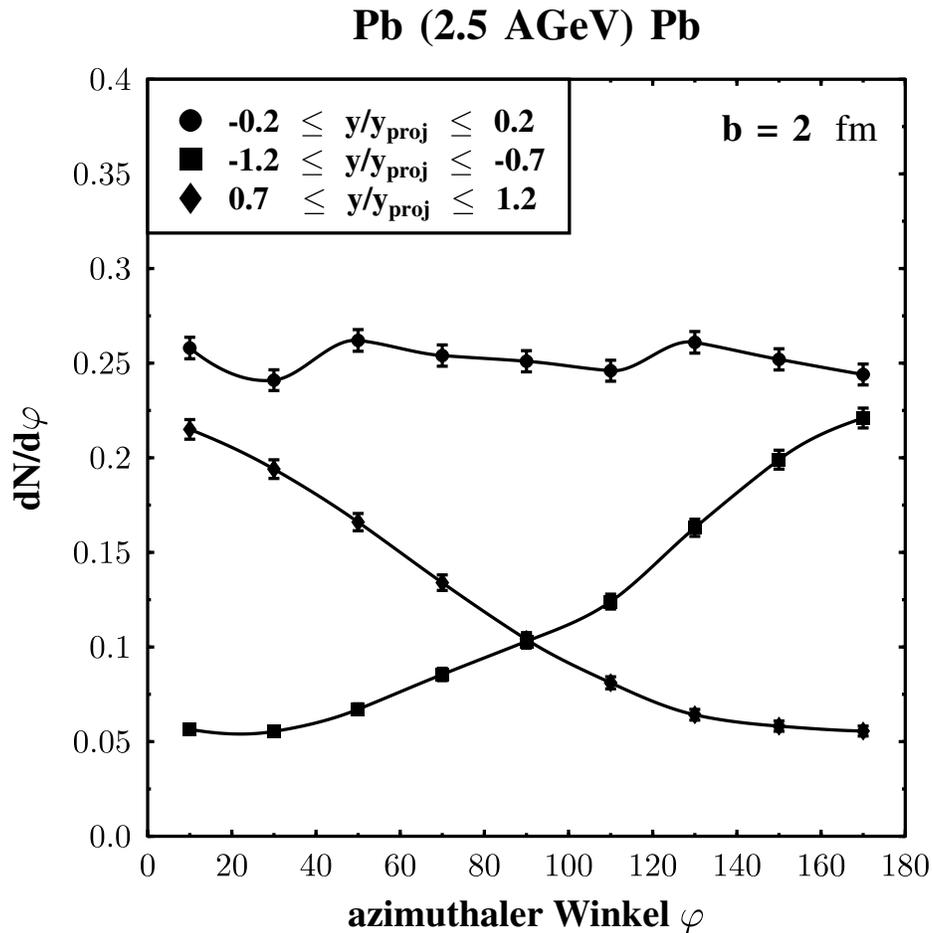


Abb. 3.11: Azimuthale Winkelverteilung für Pb+Pb bei 2.5 AGeV und $b = 2$ fm, getrennt für drei Rapiditätsintervalle.

Während in der Partizipantenzone bei höheren Energien beispielsweise Teilchenproduktion eine gewichtige Rolle spielt, lassen sich die Spektatoren zum Beispiel hinsichtlich Multifragmentation oder eines Phasenübergangs vom flüssigen zum gasförmigen Zustand untersuchen wie es kürzlich der Aladin-Kollaboration gelang [Po 95].

Die Stärke des kollektiven Seitwärtsflusses, ablesbar an den absoluten Werten von p_x , hängt von der Systemgröße A , der Einschubenergie und dem Stoßparameter ab. So zeigen schwerere Systeme im allgemeinen auch stärkeren Fluß. Neben dieser Abhängigkeit von den Systemparametern ist außerdem die Masse der einzelnen Teilchen für das Flußverhalten wichtig. Schwerere Fragmente weisen in der Regel stärkeren Fluß als einzelne Nukleonen auf [Pei 89]. Somit wird also auch die häufig durchgeführte Sphäritätsanalyse fragmentabhängig. Hier wird der

Endzustand im Impulsraum durch ein Impulsellipsoid approximiert.

$$F_{ij} = \sum_{n=1}^{\tilde{N}} g_n p_i^n p_j^n, \quad i, j = x, y, z. \quad (3.11)$$

Dabei ist g_n ein beliebiges Gewicht (z.B. $g_n = 1, 1/(2m)$) und \tilde{N} ist die Anzahl der jeweiligen Teilchen (z.B. alle Nukleonen, Deuteronen oder schwerere Fragmente). Der Winkel zwischen der Hauptachse dieses Impulsellipsoiden und der p_z -Achse definiert den sogenannten Flußwinkel, der somit auch fragmentabhängig ist.

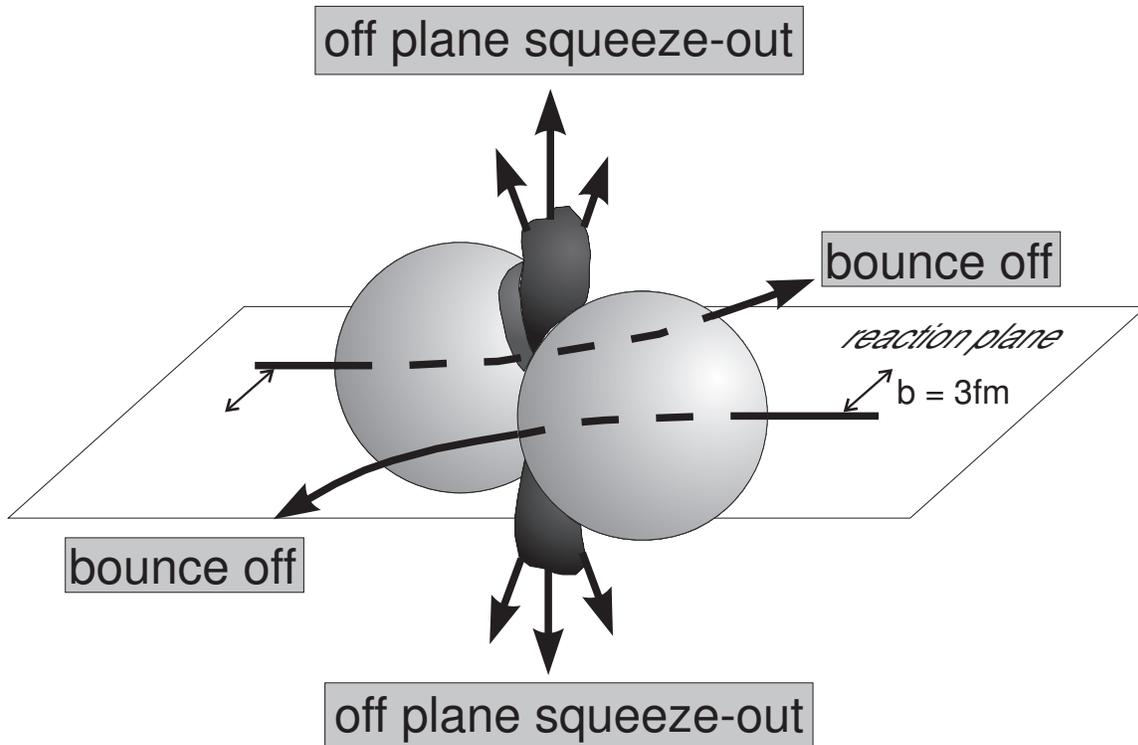


Abb. 3.12: Schematische Darstellung einer Schwerionenkollision. Veranschaulicht ist der kollektive Seitwärtsfluß in die Reaktionsebene und senkrecht zu dieser aus der Partizipantenzone heraus.

Quantitativ läßt sich der kollektive Seitwärtsfluß in die Reaktionsebene besonders gut im $p_x(y)$ -Diagramm darstellen. Dieser Schnitt im Impulsraum gibt also die mittlere transversale Impulskomponente in der Reaktionsebene als Funktion der (longitudinalen) Rapidität an.

Abbildung 3.13 veranschaulicht diese Abhängigkeit anhand einer Quantenmolekulardynamik-Rechnung für das System Au+Au bei der Energie $E = 1$ AGeV und drei Stoßparameterbereiche. Bei dieser Rechnung wurde eine harte Zustandsgleichung mit impulsabhängigen Wechselwirkungen verwendet. Man erkennt die Ablenkung der Target- und Projektilnukleonen in die jeweiligen Hemisphären, die auch den Ausgangssituationen von Projektil und Target entsprechen. Um die

Schwerpunktsrapidity herum ist der Verlauf nahezu linear. Das Maximum ist etwa in der Gegend der Projektilrapidity zu finden. Für größere Rapiditäten bleibt der mittlere Wert p_x ungefähr konstant. Der Verlauf der Kurve ist punktsymmetrisch zum Ursprung, was aus der Symmetrie des betrachteten Systems resultiert. Häufig spricht man auch von der S-Form dieser Kurve.

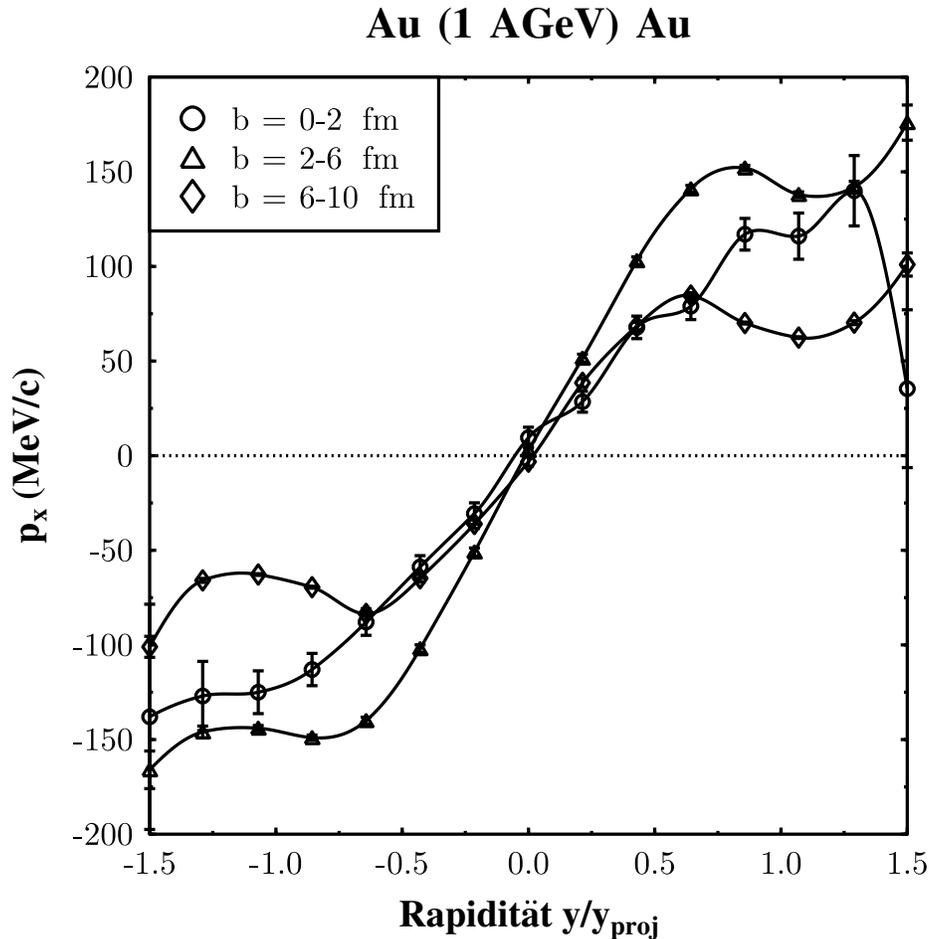


Abb. 3.13: In die Reaktionsebene projizierter mittlerer Transversalimpuls p_x als Funktion der auf Projektilrapidity normierten Rapidity y/y_{proj} für Au+Au bei 1 AGeV und drei Stoßparameterintervalle.

In der Abbildung 3.13 ist weiter zu erkennen, daß der mittlere Stoßparameterbereich von 2–6 fm den stärksten Seitwärtsfluß liefert. Für die Extremfälle sehr zentraler und sehr peripherer Stöße ist klar, daß der Seitwärtsfluß, charakterisiert durch ein mittleres p_x , verschwindend klein werden muß. Im ersten Fall erlaubt die azimuthale Symmetrie des Systems keine Bevorzugung einer bestimmten transversalen Richtung. Im zweiten Fall kommt es nur noch zu wenigen Nukleon-Nukleon-Stößen und der Überlapp der Kerne wird sehr klein, so daß auch die Verdichtung sehr beschränkt bleibt. Somit werden für sehr periphere Stöße die absoluten p_x -Werte wesentlich

kleiner, so daß beispielsweise die langreichweitige Coulomb-Wechselwirkung schon einen gewichtigen relativen Anteil am absoluten p_x -Wert liefern kann. Als Faustregel gilt, daß der Seitwärtsfluß ungefähr bei $b \approx 0.25 b_{\max}$ sein Maximum annimmt. So ist es auch zu erklären, daß die anderen Stoßparameterbereiche einen kleineren transversalen Fluß zeigen. Zudem ist bei den periphereren Kollisionen bei großen Rapiditäten p_x am kleinsten, da hier der Beitrag der Spektatoren-Nukleonen, die kaum abgelenkt werden, immer wichtiger wird. Bei den zentralen Stößen ist noch zu berücksichtigen, daß die Gewichtung der einzelnen Stoßparameter innerhalb des Intervalls mit dem Stoßparameter linear zunimmt. Die Größenordnung von p_x liegt bei dieser Einschußenergie im 100 MeV/c Bereich. Später werden vornehmlich Energien betrachtet, bei denen die Größenordnung von p_x nur noch etwa 10 MeV/c ist.

Neben dem Stoßparameter beeinflussen noch eine Reihe von Modellgrößen die Stärke des Seitwärtsflusses. Dadurch ist es möglich, aus dem Vergleich mit experimentell gemessenen Seitwärtsflüssen Rückschlüsse bezüglich dieser Modellinhalte zu ziehen. Der Einfluß auf den Seitwärtsfluß, charakterisiert durch ein mittleres p_x , wurde bereits ausführlich für den Energiebereich einiger hundert Megaelektronenvolt untersucht [Ha 89]. Zusammenfassend ergibt sich die folgende Tabelle.

Einfluß auf $\langle p_x \rangle$			
$\alpha \cdot \sigma_{\text{NN, frei}}$	$\alpha < 1$	kleineres	mittleres p_x
	$\alpha > 1$	größeres	
$U(\rho), \kappa$	hart	größeres	
	weich	kleineres	
mdi	+	größeres	
	-	kleineres	

Tabelle 3.1: Einfluß der Änderungen verschiedener Wechselwirkungen auf den mittleren Transversalimpuls in der Reaktionsebene.

Wie bereits bei der Diskussion des Nukleon-Nukleon Wechselwirkungsquerschnittes diskutiert, bewirkt eine Vergrößerung desselben eine verstärkte Repulsion, so daß die ursprünglich longitudinale Einschußenergie vermehrt in transversale Richtung übertragen wird. Daher bewirkt auch eine Modifikation des gemessenen freien NN-Wirkungsquerschnittes gemäß (2.72) die Zu- oder Abnahme des mittleren Transversalimpulses in der Reaktionsebene p_x . Die Wechselwirkung mit dem dichteabhängigen Potential beeinflusst ebenso den kollektiven Seitwärtsfluß. Wählt man in der Simulation Potentiale entsprechend einer harten oder weichen Zustandsgleichung, so führt entsprechend die größere oder kleinere Repulsion zu verstärktem oder schwächerem transversalen Fluß. Schließlich bewirken auch die impulsabhängigen Wechselwirkungen (mdi) durch ihre repulsiven Eigenschaften eine Zunahme des mittleren gerichteten Transversalimpulses.

Diese Eigenschaften wurden alle im Energiebereich von etwa 200 MeV/Nukleon bis ungefähr 1 GeV/Nukleon untersucht.

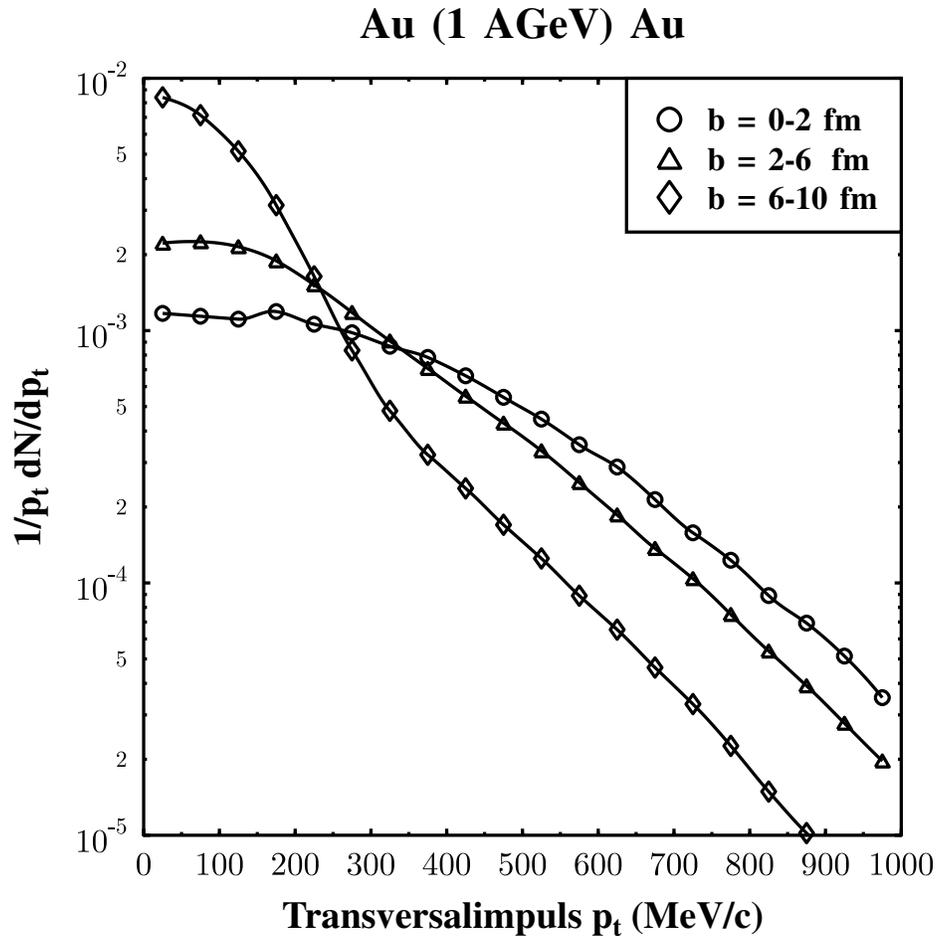


Abb. 3.14: Transversalimpulsspektren für die Reaktion Au+Au bei $E = 1$ AGeV getrennt für drei Stoßparameterintervalle.

Neben der Abhängigkeit des mittleren Transversalimpulses in der Reaktionsebene p_x von der longitudinalen Geschwindigkeit oder Rapazität sind nun aber auch die Multiplizitätsverteilungen bezüglich der Transversalimpulsbeträge interessant. Sie geben unmittelbar an, wieviel Nukleonen einen bestimmten Transversalimpuls erhalten haben. Dadurch wird ein Einblick in die Wechselwirkungszone ermöglicht. Nukleonen mit sehr hohen Transversalimpulsen werden dabei als direkt aus der Wechselwirkungszone, aus der Partizipantenzone, kommend angesehen. Sie haben die größte Repulsion oder die meisten Stöße erfahren. Bei sehr zentralen Stößen symmetrischer Systeme hat man praktisch nur eine Partizipantenzone vorliegen. Interpretiert man diese als eine thermische Quelle, so läßt sich aus der Steigung des Transversalimpulsspektrums $1/p_t \cdot dN/dp_t$

eine Temperatur extrahieren. Verfährt man auf diese Weise, so berücksichtigt man aber die kollektive transversale Expansion des Systems nicht, die selbst für zentrale Systeme bestehen bleibt. So erhält man also eigentlich nur obere Grenzen für die angenommenen Temperaturen, deren Interpretation aber schwierig bleibt [Ko 95].

Abbildung 3.14 zeigt das Transversalimpulsspektrum für die Kollision von Au+Au bei $E = 1$ AGeV für drei Stoßparameterintervalle, wobei die Gewichtung innerhalb der Stoßparameterintervalle proportional zum Stoßparameter ist. Die Ordinate ist logarithmisch aufgetragen, um einen großen Bereich von Transversalimpulsen beschreiben zu können und um einen möglichen thermischen exponentiellen Abfall als Steigung der resultierenden Gerade bestimmen zu können.

Hier ist der Verlauf für große Transversalimpulse, $p_t \geq 400$ MeV/c, ungefähr linear. Dagegen ergeben sich für kleine Transversalimpulse deutliche Abweichungen. Die zentraleren Stöße erzeugen wesentlich mehr Nukleonen mit großen Transversalimpulsen als peripherere Kollisionen, was u.a. ein Ausdruck der größeren Partizipantenzone ist. Dagegen werden bei peripheren Kollisionen die kleinen Transversalimpulse stark bevorzugt. Dies resultiert aus den dort vorhandenen großen Spektatorenkappen, deren Ablenkung relativ gering ist. Außerdem zeigen die Spektren für zentralere Kollisionen mit abnehmenden p_t zunehmend weniger Teilchen als es ein exponentielles Anwachsen erwarten ließe. Dies deutet auch auf die Existenz einer kollektiven transversalen Expansion hin, die die sehr kleinen Transversalimpulse einer rein thermischen Quelle wieder zu größeren Transversalimpulsen hin verschiebt. Um sich den Einfluß der Spektatorenmaterie zu betrachten oder um ihn zu eliminieren, kann man beispielsweise Schnitte in der Rapidität vornehmen und sich dann diese gefilterten Transversalimpulsspektren anschauen.

Kapitel 4

Das Verschwinden des Flusses in der Reaktionsebene – Massenabhängigkeit

Für die Kollisionen zweier Atomkerne oberhalb 200 A MeV Einschubenergie sind die repulsiven Wechselwirkungen dominant. Vor allem Zwei-Teilchen-Kollisionen beherrschen die Dynamik, die zu dem typischen "bounce-off"-Verhalten führen [Stö 80, Dos 86, Stö 86, Val 88]. Mit einer Abnahme der Einschubenergie werden aber nun auch die attraktiven Anteile der Kern-Kern-Wechselwirkung zunehmend wichtiger.

Diese sind vorwiegend an der Oberfläche des Kernes vorhanden. Im Quantenmolekulardynamik-Modell kommen vor allem die Yukawa-Kräfte zum Tragen, die den attraktiven Teil der Kernkraft für größere Abstände darstellen. Zudem bewirken auch die eigentlich lokalen Skyrme-Kräfte eine Attraktion am Kernrand. Durch die Darstellung der Nukleonen als Gaußpakete wird die Wechselwirkung ausgeschmiert. Durch den negativen Dichtegradienten am Kernrand kommt es somit auch zu einer kurzreichweitigen Attraktion durch die Skyrme-Kräfte.

Als Konsequenz dieser so hervorgerufenen Attraktion beim Kern-Kern-Stoß und der verminderten Repulsion kann der kollektive Seitwärtsfluß nun die Richtung wechseln. D.h. im Gegensatz zum Abprallen der Kernmaterie bei höheren Energien sind für Energien im Bereich der Größenordnung kleiner als 100 A MeV negative Streuwinkel möglich. Man kann sich vorstellen, daß sich die Kerne für eine kurze Zeit umkreisen, ähnlich wie man dies von Kollisionen an der Coulomb-Barriere kennt, bei denen sich ein Compound-Kern bilden kann.

Da der Seitwärtsfluß in diesem Energiebereich seine Richtung ändert, sind die mittleren, in die Reaktionsebene projizierten Transversalimpulse p_x auch relativ klein in der Größenordnung von 10 MeV/c. Abbildung 4.1 zeigt das Umklappen des Seitwärtsflusses für die Kollision von zwei Calciumkernen ($^{40}_{20}\text{Ca} + ^{40}_{20}\text{Ca}$). Dargestellt ist der in die Reaktionsebene projizierte Transversalimpuls der Nukleonen (Protonen) in Abhängigkeit von der auf Projektilrapidity normierten Rapidity. Die Kreise und Quadrate resultieren aus den berechneten mittleren Werten bei den

zwei Energien 80 und 130 MeV/Nukleon. (Diese entsprechen etwa den Rapiditäten 0.35 und 0.44 im Laborsystem.) Es wurden jeweils 1000 Ereignisse mit einer harten Zustandsgleichung ohne impulsabhängige Wechselwirkungen simuliert.

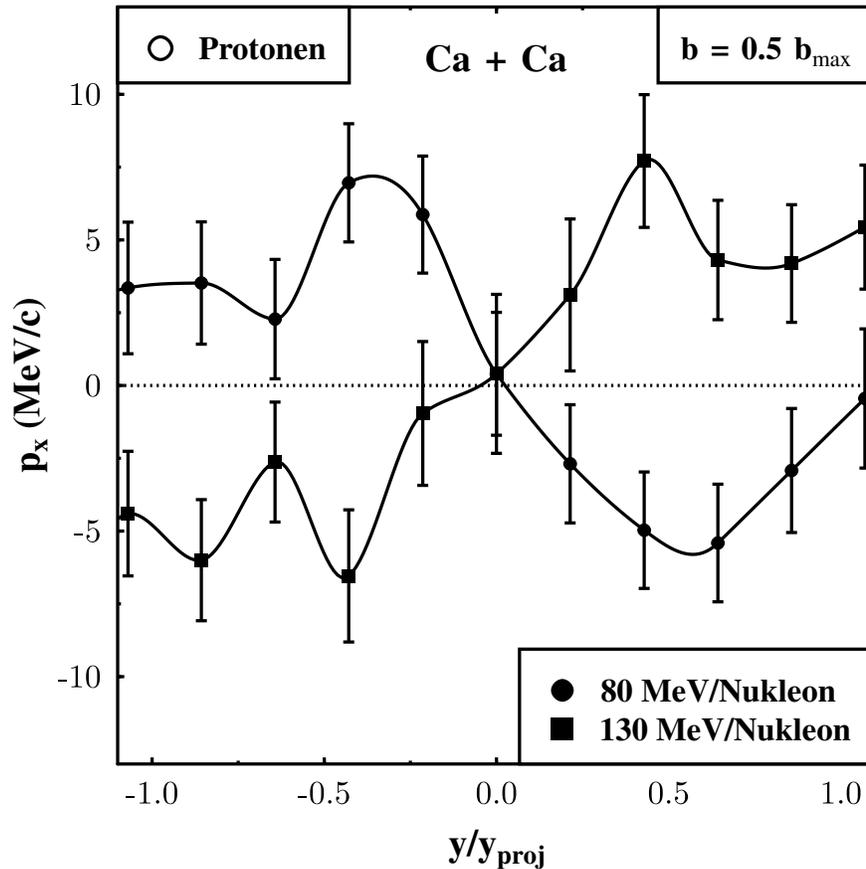


Abb. 4.1: In die Reaktionsebene projizierter Transversalimpuls p_x in Abhängigkeit von der normierten Rapidität y/y_{proj} für das System Ca+Ca bei zwei verschiedenen Energien.

Bei der größeren Energie 130 MeV/Nukleon ergibt sich das von höheren Energien gewohnte Bild, was die Vorzeichen von p_x in der vorwärtigen und rückwärtigen Hemisphäre betrifft. Projektilnukleonen werden mehrheitlich zu positiven Winkeln hin abgelenkt und erhalten somit positive projizierte Transversalimpulse. Die repulsiven Kräfte dominieren hier die Dynamik. Dagegen erhält man bei der kleineren Energie 80 MeV/Nukleon gerade das entgegengesetzte Verhalten für die Vorzeichen. Jetzt werden die Projektilnukleonen vorwiegend zu negativen Winkeln hin abgelenkt. Die attraktiven Kräfte dominieren und bewirken so dieses kleine Herumreißen der Kernmaterie. Die Möglichkeit negativer Streuwinkel in diesem Energiebereich wurde erstmals

mit dem Vlasov-Uehling-Uhlenbeck-Modell vorhergesagt [Mol 85a].

Die Richtung und Stärke des Seitwärtsflusses kann gut durch die Steigung der $p_x(y)$ -Verteilung um die Schwerpunktsrapidity charakterisiert werden. Man bezeichnet diese Steigung auch als Flußparameter oder als reduzierten Fluß. Je nach Vorzeichen des reduzierten Flusses spricht man dann auch von positivem und negativem (Seitwärts-) Fluß. Nach der Abbildung 4.1 erhält man also für dieses System für 130 MeV/Nukleon positiven Fluß und für 80 MeV/Nukleon negativen Fluß.

Als Anmerkung soll hier angefügt werden, daß die Stärke des Seitwärtsflusses auch anders definiert werden kann. Beispielsweise kann man alternativ die Größe

$$p_x^{\text{dir}} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A p_{x,i} \text{sign}(y_i - y_{\text{cm}}) \quad (4.1)$$

definieren. Sie gibt den mittleren gerichteten Transversalimpulsbetrag in die Reaktionsenebene an. A ist die Zahl der Nukleonen, y_i und y_{cm} sind die Rapidity des Nukleons i und die Schwerpunktsrapidity, die hier in der Regel null ist.

Wenn hier von Protonen die Rede ist, so ist damit gemeint, daß lediglich diese geladenen Nukleonen in die Statistik eingehen wie das auch bei den meisten Experimenten der Fall ist. Es wird aber keine Aussage darüber gemacht, ob diese Protonen im Endzustand frei vorliegen oder in einem schwereren Fragment gebunden sind.

Allgemein ist die Behandlung von Fragmenten mit der klassischen Quantenmolekulardynamik nach wie vor nicht zufriedenstellend gelöst. Um deren Beiträge zu Teilchenspektren abzuschätzen und um Vergleiche mit experimentellen Daten herstellen zu können, behilft man sich meistens mit einfachen Koaleszenzmodellen. D.h., es werden im wesentlichen Abstände zwischen den einzelnen Nukleonen bestimmt, um ein Kriterium zu schaffen, ob Nukleonen als gebunden betrachtet werden oder nicht. Diese Abstände können beispielsweise im Impulsraum, Ortsraum oder durch ein kombiniertes Kriterium in beiden gleichzeitig bestimmt werden. Die kritischen Abstände Δr und Δp werden meist so gewählt, daß sie experimentelle Daten für ein bestimmtes System ($A_1, A_2, E_{\text{kin}}, b$) reproduzieren. Sie liegen in der Größenordnung $\Delta r \approx 3 \text{ fm}$ und $\Delta p \approx p_F \approx 250 \text{ MeV}/c$, sind aber im allgemeinen systemabhängig. Das Ortsraumkriterium erweist sich gegenüber dem Impulsraumkriterium als überlegen, da diese Koaleszenzmethode in der Regel nach den letzten Wechselwirkungen aller Nukleonen angewendet wird, also zu einer sehr späten Zeit der Kollision. Dann sind die im Ortsraum nahe beieinander liegenden Nukleonen mit großer Wahrscheinlichkeit auch im Impulsraum nahe zusammen.

Um nun die Veränderlichkeit des reduzierten Flusses mit der Einschußenergie systematisch zu bestimmen, ermittelt man die sogenannte Anregungsfunktion. Die Einschußenergie wird jeweils um 5 bis 10 MeV/Nukleon erhöht und der reduzierte Fluß kann jedesmal aus der $p_x(y)$ -Verteilung neu bestimmt werden. Hier interessiert besonders der Übergang des reduzierten Flusses vom negativen zum positiven Vorzeichen. Für höhere Energien sind diese Anregungsfunktionen auch

sehr interessant, um aus Vergleichen von Experimenten mit Modellrechnungen Rückschlüsse auf die Zustandsgleichung zu erhalten. Bei diesen höheren Energien ist nämlich der durch Kompression erzeugte Seitwärtsfluß dominant.

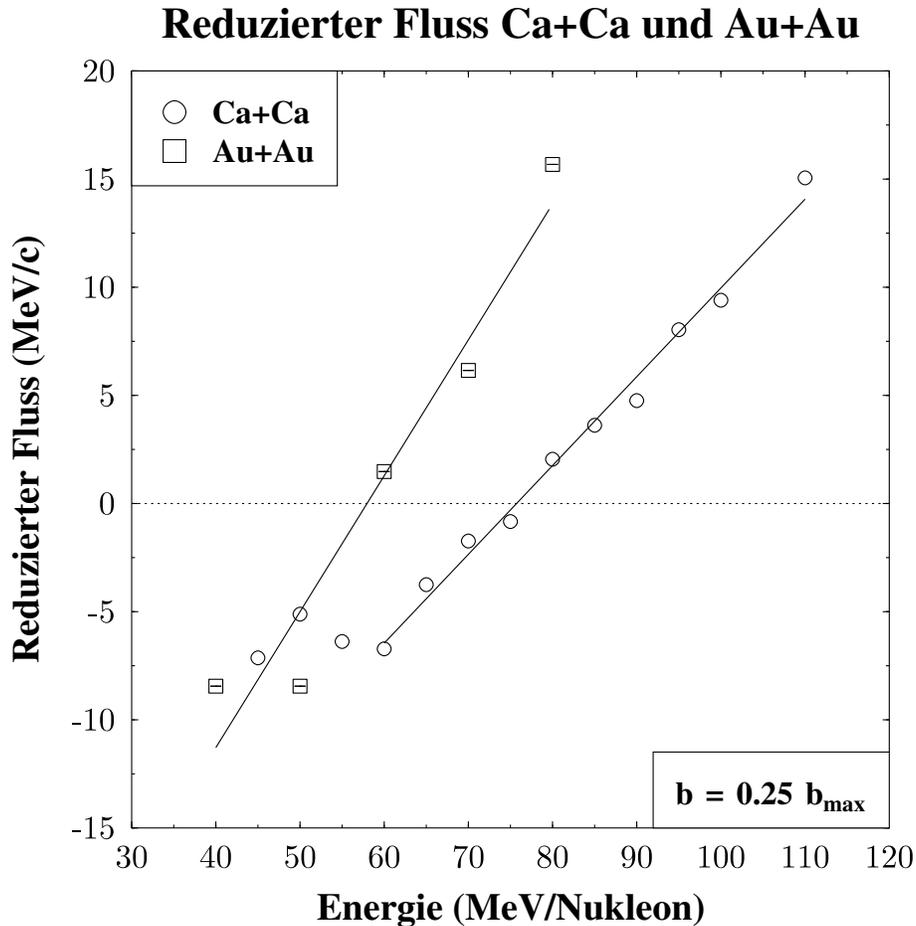


Abb. 4.2: Reduzierter Fluß als Funktion der Einschubenergie für die Systeme Ca+Ca und Au+Au bei gleichem relativen Stoßparameter.

Abbildung 4.2 zeigt die mit dem Quantenmolekulardynamik-Modell berechneten Werte des reduzierten Flusses als Funktion der Einschubenergie für die beiden Systeme ${}^{40}_{20}\text{Ca}+{}^{40}_{20}\text{Ca}$ und ${}^{197}_{79}\text{Au}+{}^{197}_{79}\text{Au}$. Dabei wird aber für die richtige Interpretation der Daten des schweren Au+Au Systems auf Kapitel VI verwiesen. Der Stoßparameter ist so gewählt, daß der gleiche relative Stoßparameter $b = 0.25 b_{\text{max}}$ vorliegt, also $b = 1.9$ fm für Ca+Ca und $b = 3.3$ fm für Au+Au. Die Werte des reduzierten Flusses wurden durch die Steigungen der Regressionsgeraden der $p_x(y)$ -Verteilungen im Bereich $-0.8 \leq y/y_{\text{proj}} \leq 0.8$ ermittelt. Jeder dargestellte Punkt resultiert somit aus der Berechnung von 1000 Einzelereignissen (mit einer harten Zustandsgleichung ohne

impulsabhängige Wechselwirkungen). Der reduzierte Fluß wächst monoton mit der Einschußenergie. Der funktionale Zusammenhang läßt sich wiederum durch eine Gerade approximieren.

Die Energie, bei der der reduzierte Fluß null wird, definiert die sogenannte Balance-Energie, als Ausdruck dafür, daß sich hier die verschiedenen Wechselwirkungen gerade ausbalancieren und keine effektive Repulsion oder Attraktion vorhanden ist. Die entsprechende $p_x(y)$ -Verteilung verläuft hier flach, der mittlere projizierte Transversalimpuls verschwindet.

Der kollektive Seitwärtsfluß, charakterisiert durch ein mittleres p_x , verschwindet also für eine bestimmte Energie, die Balance-Energie. Gelegentlich wird auch fälschlicherweise ungenau ausgesagt, daß der Fluß im allgemeinen verschwindet. Das Gegenteil wird in Kapitel 8 demonstriert.

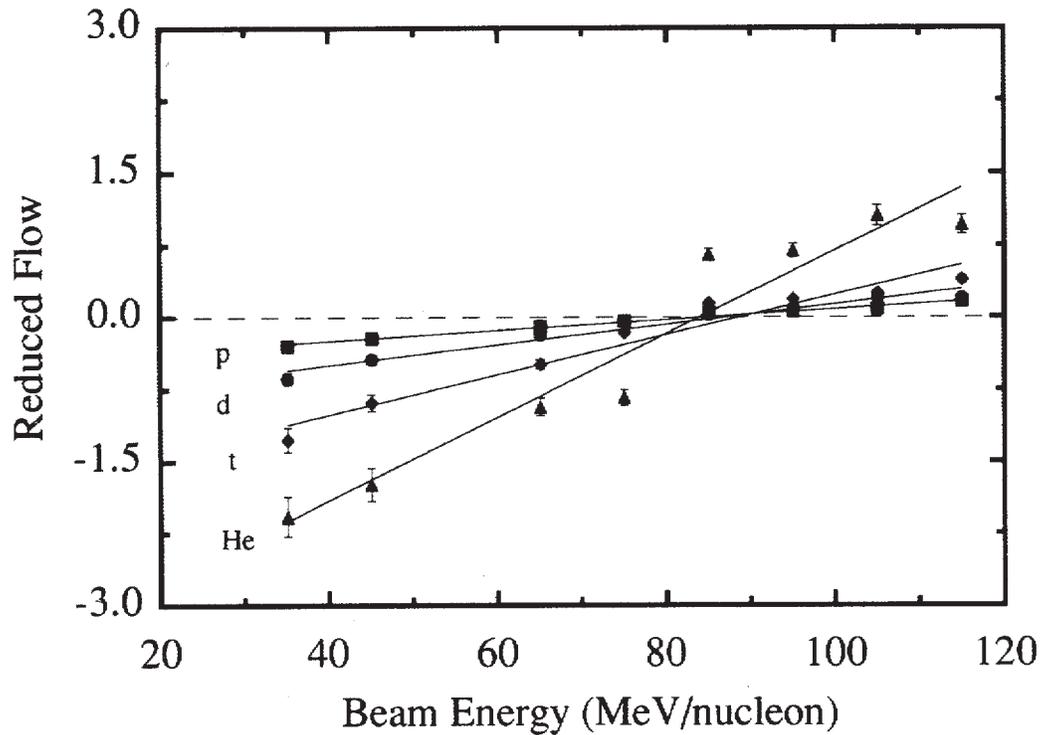


Abb. 4.3: Experimentell gemessene Daten des reduzierten Flusses, getrennt für Protonen, Deuteronen, Tritonen und Heliumkerne, als Funktion der Einschußenergie aus Kollisionen des Systems Ar+Sc

Der reduzierte Fluß ist neben der Einschußenergie auch von der Systemmasse A abhängig. In Abbildung 4.2 ist zu erkennen, daß der Nulldurchgang des reduzierten Flusses für das Gold-System bei einer kleineren Energie stattfindet als für das Calcium-System. Während die Balance-Energie bei dem jeweiligen Stoßparameter für Ca+Ca $E_{\text{bal}} \approx 75$ MeV/Nukleon beträgt ist sie für Au+Au etwa $E_{\text{bal}} \approx 55$ MeV/Nukleon. Diese Massenabhängigkeit der Balance-Energien wird gleich noch eine besondere Rolle spielen.

Zunächst muß aber noch die Eindeutigkeit der Balance-Energie im Hinblick auf die Fragmentchemie geklärt werden. Hierzu zeigt Abbildung 4.3 die gemessenen Anregungsfunktionen des reduzierten Flusses für Protonen und verschiedene leichte Fragmente, Deuteronen, Tritonen und Heliumkerne [Wes 93]. Die Daten entstammen den Kollisionen von Ar+Sc ($A = 85$) und wurden mit Hilfe des Zyklotron K1200 am 4π -Detektor der Michigan State University gemessen. Es ist zwar deutlich zu erkennen, daß schwerere Fragmente ein stärkeres Flußverhalten aufweisen als einzelne Nukleonen, wie man das auch schon von höheren Energien her kennt [Pei 89], aber der Nulldurchgang ist für die dargestellten Teilchen nahezu gleich. D.h., die Balance-Energie ist praktisch unabhängig von der betrachteten Teilchensorte. Deshalb ist die Bestimmung der Balance-Energien mit dem Quantenmolekulardynamik-Modell, das einzelne Nukleonen propagiert, auch vertrauenswürdig. Im folgenden werden somit hauptsächlich einzelne Nukleonen betrachtet, und bei gegebenem Anlaß wird der Effekt der Fragmentbildung, des "Clusters", überprüft.

Im Experiment ist es aber nicht ohne weiteres möglich, die tatsächliche Existenz des negativen Flusses nachzuweisen. Da im Gegensatz zu Modellrechnungen die Reaktionsebene und die relative Positionierung von Projektil und Target nicht von vornherein festgelegt sind, kann somit zunächst das Vorzeichen des Seitwärtsflusses nicht ermittelt werden. Die Anregungsfunktion des reduzierten Flusses wie sie dem Experiment entstammt hat folglich ein Minimum bei der Balance-Energie steigt aber für kleinere und größere Energien an. In der Abbildung 4.3 wurden die Punkte unterhalb 85 MeV/Nukleon als negativ interpretiert und an der Abszisse gespiegelt.

Von der gleichen, oben genannten Experimentkollaboration und einer Kollaboration am Grand Accelérateur d'Ions Lourds (GANIL) in Caen wurden nun auch die Balance-Energien für verschiedene Systeme gemessen [Ogi 90, Zha 90, Sul 90, Kro 91, Kro 92, Pet 92, Wes 93]. Ein Hauptziel war hierbei die systematische Bestimmung der Massenabhängigkeit der Balance-Energien.

Abbildung 4.4 zeigt die gemessenen Balance-Energien (Quadrate) für C+C ($A = 24$), Ne+Al ($A = 47$), Ar+Sc ($A = 85$), Ar+V ($A = 91$) und Kr+Nb ($A = 177$). Die Balance-Energien fallen monoton mit der Systemmasse. Die beiden Achsen sind jeweils logarithmisch skaliert. Der ungefähre lineare Zusammenhang in dieser Darstellung deutet also auf einen Abfall der Balance-Energie gemäß

$$E_{\text{bal}} \sim A^{-s} \quad (4.2)$$

hin. Der dieses Potenzverhalten beschreibende Steigungsparameter s hat ungefähr den Wert $s = \frac{1}{3}$, was auch vorhergesagt wurde [Mot 92]. Er läßt sich direkt interpretieren aus dem Wechselspiel der repulsiven mit den attraktiven Wechselwirkungen. Während die repulsiven Wechselwirkungen proportional zum Volumen angesetzt werden skalieren die attraktiven Wechselwirkungen mit der Oberfläche des Systems. Aus dieser einfachen Überlegung ergibt sich

$$E_{\text{bal}} \sim \frac{\text{Attraktion}}{\text{Repulsion}} \sim \frac{A^{\frac{2}{3}}}{A} \sim A^{-\frac{1}{3}}. \quad (4.3)$$

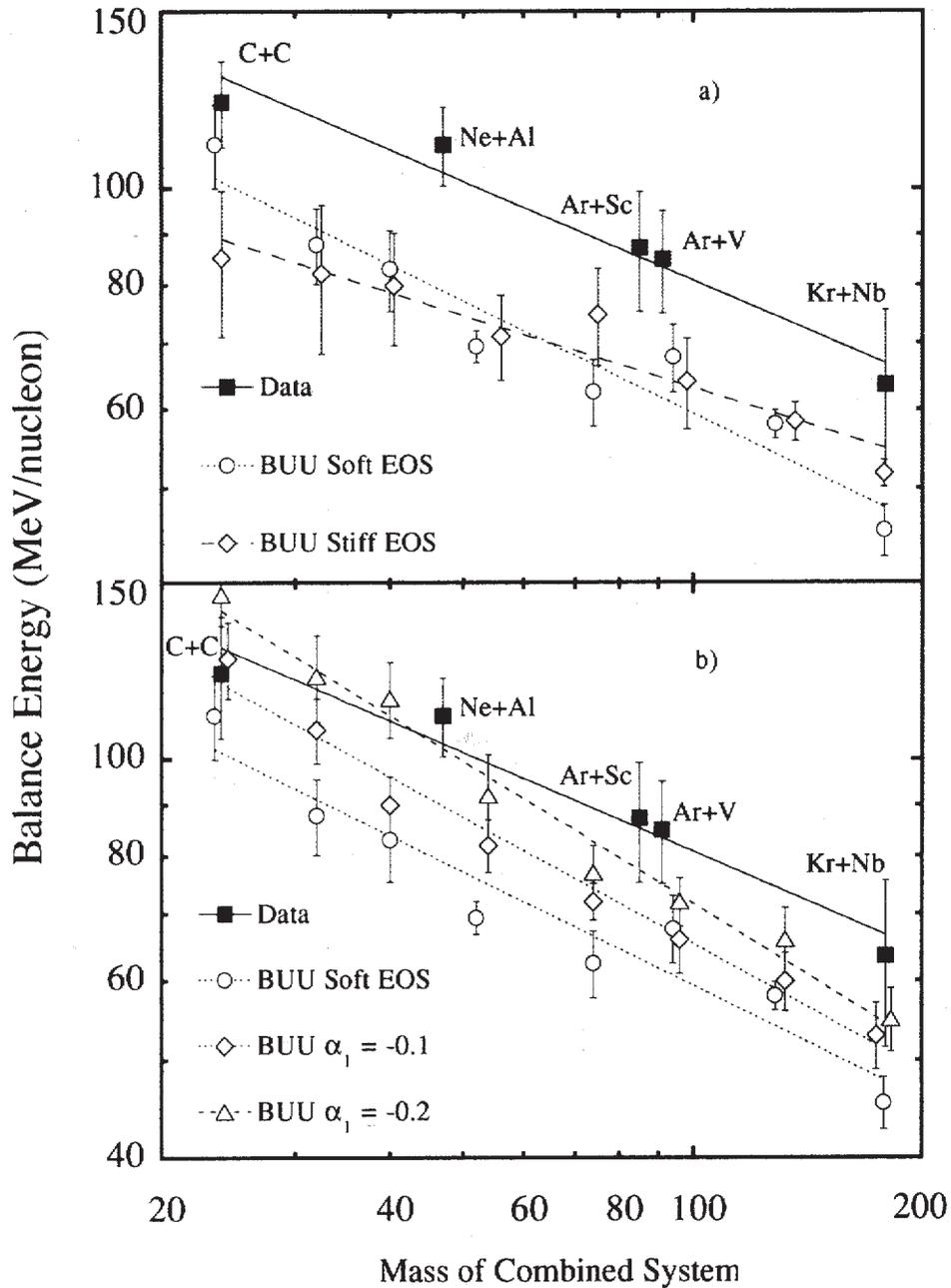


Abb. 4.4: a) Gemessene Balance-Energien für die verschiedenen Systeme C+C, Ne+Al, Ar+Sc und Kr+Nb im Vergleich mit BUU-Modellrechnungen unter Verwendung von Zustandsgleichungen mit unterschiedlicher Kompressibilität. b) Die gleichen Meßdaten im Vergleich mit BUU-Modellrechnungen unter Verwendung verschiedener Nukleon-Nukleon in-Medium Wirkungsquerschnitte.

Diese Massenabhängigkeit der Balance-Energien erhält ihre besondere Bedeutung nun dadurch, daß sie sehr sensitiv ist auf den in-Medium Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitt, im Gegensatz dazu aber nur schwach von der Zustandsgleichung abhängt [Xu 91, Ha 93].

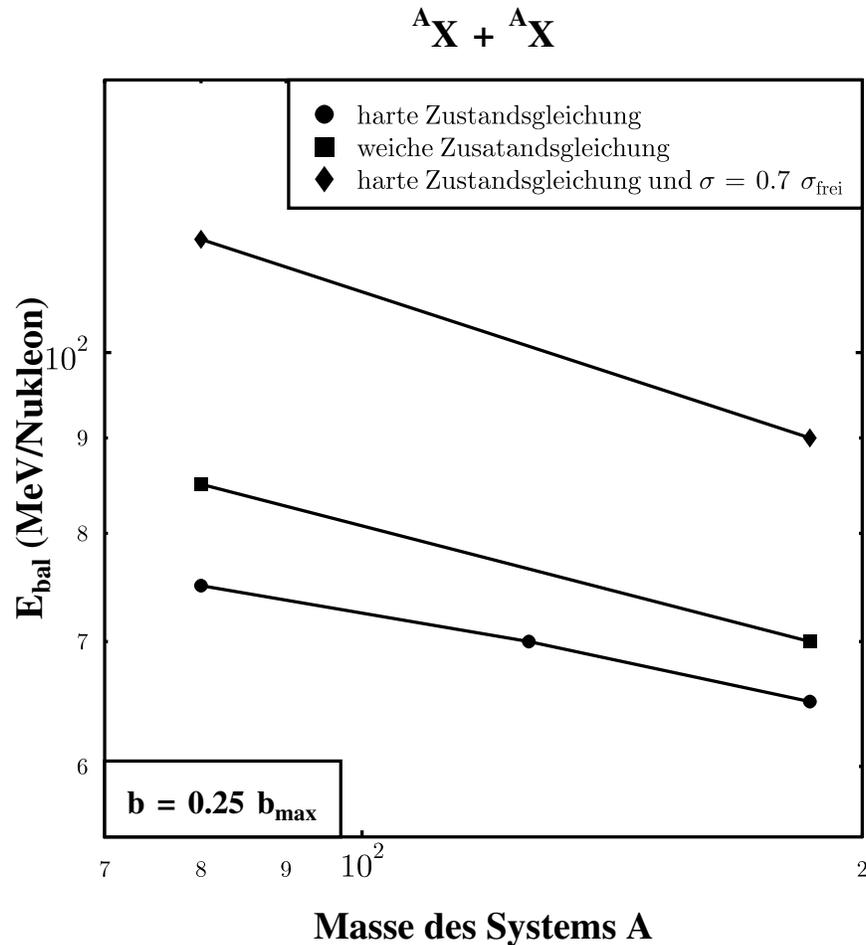


Abb. 4.5: Massenabhängigkeit der Balance-Energien für eine harte, weiche und eine harte Zustandsgleichung mit reduziertem Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitt.

Diese Eigenschaft ist in Abbildung 4.5 noch einmal veranschaulicht. Die Balance-Energien wurden mit dem Quantenmolekular-dynamik-Modell für die symmetrischen Systeme Ca+Ca und Nb+Nb unter Verwendung einer weichen und harten Zustandsgleichung beim gleichen relativen Stoßparameter $b = 0.25 b_{\text{max}}$ berechnet. Zusätzlich wurde auch der Effekt einer Skalierung des Wirkungsquerschnitts $\sigma = 0.7 \sigma_{\text{frei}}$ überprüft [Ha 93]. Die Balance-Energien mit der weichen Zustandsgleichung liegen nur wenig über denen der harten Zustandsgleichung (auch im Vergleich zu den experimentellen Fehlerbalken). D.h., die etwas stärkere Repulsion durch die größere Steifigkeit der Kernmaterie reduziert die Balance-Energien nur gering. Dagegen erhöht die

Reduzierung des Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitts die Balance-Energien deutlich. Es muß mehr Energie in das System "gepumpt" werden, damit die durch seltenere Stöße verminderte Repulsion ausgeglichen wird.

Mit dieser Sensitivität der Balance-Energien wurde versucht, den in-Medium Wirkungsquerschnitt aus dem Vergleich der experimentellen Daten mit BUU-Berechnungen zu bestimmen. Wie Abbildung 4.4 nämlich zeigt, konnten die Balance-Energien ohne eine Variation des Wirkungsquerschnitts nicht reproduziert werden. Im oberen Teilbild sind die berechneten Balance-Energien sowohl für eine harte als auch für eine weiche Zustandsgleichung zu klein im Vergleich mit dem Experiment. Im unteren Teilbild wurde der Wirkungsquerschnitt dichteabhängig modifiziert. Gemäß dem Ansatz

$$\sigma = \left(1 + \alpha_1 \frac{\rho}{\rho_0} \right) \sigma_{\text{frei}} \quad (4.4)$$

gibt α die Skalierung des Wirkungsquerschnitts bei Grundzustandsdichte an. Für $\alpha \approx -0.2$ konnte eine ungefähre Übereinstimmung erreicht werden, obwohl die Steigung unterschiedlich zu sein scheint. Dies würde also eine 20 %-ige Reduktion des in-Medium Wirkungsquerschnittes gegenüber dem freien bei Grundzustandsdichte bedeuten. Die Problematik dieser Schlußfolgerung wird vor allem im nächsten Kapitel deutlich.

Kapitel 5

Die Stoßparameterabhängigkeit der Balance-Energien

Beim Studium der Abhängigkeiten der Balance-Energien vom in-Medium Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{in-Medium}}$ und von der Gesamtmasse des Systems A und bei den daraus abgeleiteten Schlußfolgerungen wurde der vorhandenen Stoßgeometrie, dem Stoßparameter, bisher wenig Beachtung geschenkt. Dagegen läßt bereits die einfache Anschauung eine Abhängigkeit der Balance-Energien vom Stoßparameter erwarten. Beim Übergang zu größeren Stoßparametern wird die Überlappzone der beiden Kerne kleiner, die gegenüberstehenden Oberflächen der Kerne aber größer. Es kommt also zu weniger Stößen und damit zu weniger Repulsion, gleichzeitig aber auch zu einer verstärkten Attraktion. Es ist folglich eher zu erwarten, daß die Balance-Energien monoton mit dem Stoßparameter wachsen. Es sei aber auch darauf hingewiesen, daß die Unabhängigkeit der Balance-Energien vom Stoßparameter und von impulsabhängigen Wechselwirkungen vorhergesagt wurde [Zho 93].

Für die Extremfälle verschwindender Stoßparameter ($b \approx 0$ fm) und sehr peripherer Kollisionen ($b \approx b_{\text{max}}$) ist das Konzept der Balance-Energien nicht verwendbar. Im ersten Fall verschwindet der mittlere Transversalimpuls aufgrund der vorhandenen azimuthalen Symmetrie, im zweiten Fall gibt es kaum noch Nukleon-Nukleon Stöße, die eine Repulsion bewirken. Bei höheren Energien verlieren die Kerne praktisch nichts von ihrer longitudinalen kinetischen Energie. Bei Energien im Bereich der Fermi-Energie kommt es zu einem komplexen Wechselspiel von Coulombenergie und Oberflächeneffekten, die auch Nukleonenaustausch beinhalten, ähnlich wie man es von der tief-inelastischen Streuung bei noch kleineren Energien her kennt. Dies stellt momentan ein interessantes Forschungsgebiet dar [Ba 95], weil hier u.a. auch die aktuellen Transporttheorien an ihre Grenzen stoßen. Ein Test dieser ist erstrebenswert, beispielsweise durch Erstellen von Wilczyński Plots, die den Energieverlust als Funktion der Streuwinkel darstellen und somit Hinweise auf die "Reibungseffekte" bei diesen kleineren Energien der Fermi-Region geben.

Um die Stoßparameterabhängigkeit der Balance-Energien systematisch zu bestimmen, wird die folgende Vorgehensweise angewendet. Für einen Stoßparameter werden die $p_x(y)$ -Verteilungen für verschiedene Energien um die Balance-Energie bestimmt. Aus diesen wird die Anregungsfunktion des reduzierten Flusses ermittelt. Die Balance-Energien bestimmen sich wiederum aus dem Nulldurchgang des reduzierten Flusses. Dieses Verfahren wird für die verschiedenen Stoßparameter wiederholt.

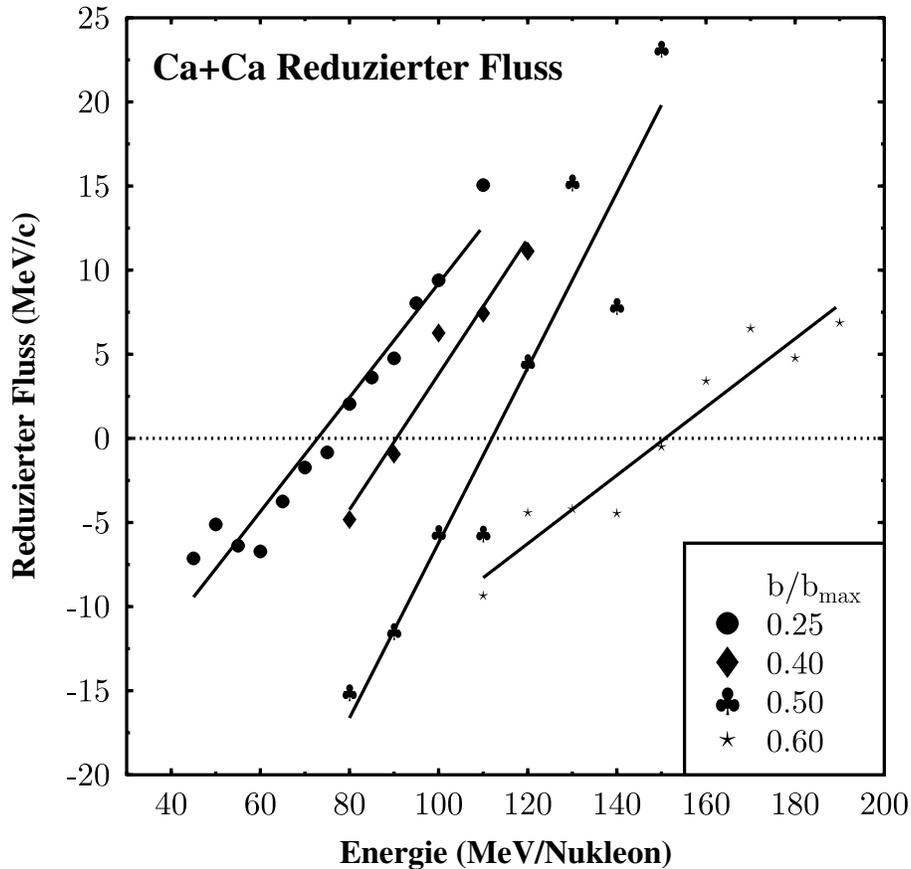


Abb. 5.1: Reduzierter Fluß als Funktion der Einschußenergie für das System Ca+Ca getrennt für die Stoßparameter $b = 0.25, 0.4, 0.5, 0.6 b_{\max}$.

Abbildung 5.1 zeigt den reduzierten Fluß als Funktion der Energie für das System Ca+Ca bei den Stoßparametern $b = 0.25, 0.4, 0.5$ und $0.6 b_{\max}$. Da $b_{\max} \approx 7.6$ fm ist, entspricht dies $b = 1.9, 3.0, 3.8$ und 4.6 fm. Jeder Punkt wurde aus einer $p_x(y)$ -Verteilung bestimmt, für die wiederum 1000 Ereignisse unter Verwendung einer harten Zustandsgleichung ohne impulsabhängige Wechselwirkungen berechnet wurden. Die geraden Linien resultieren aus linearen

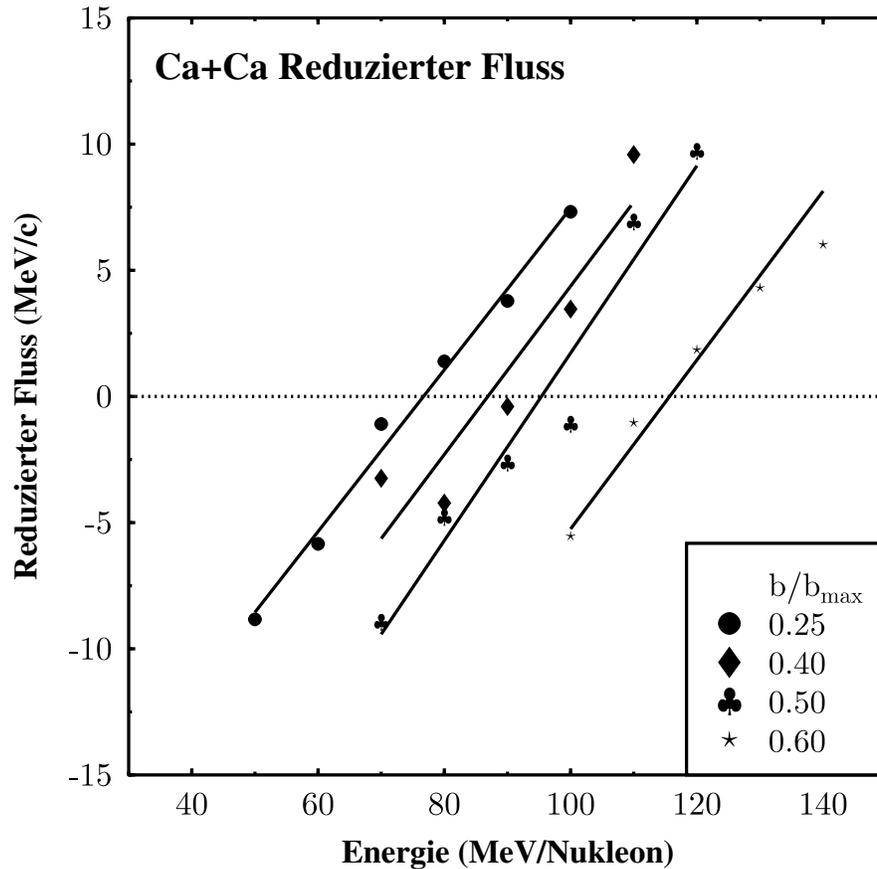


Abb. 5.2: Gleiche Darstellung wie in Abbildung für die Berechnung mit impulsabhängigen Wechselwirkungen bei den Kern-Kern Kollisionen.

Regressionen. Für alle Stoßparameter wächst der reduzierte Fluß monoton mit der Energie. Besonders zu beachten ist, daß die Nullstellen des reduzierten Flusses für die verschiedenen Stoßparameter deutlich voneinander abweichen.

Die gleichen Analysen wurden nun auch für eine harte Zustandsgleichung mit impulsabhängigen Wechselwirkungen durchgeführt, um deren Einfluß zu studieren. Abbildung 5.2 zeigt die entsprechenden Daten des reduzierten Flusses, die qualitativ denen ohne impulsabhängige Wechselwirkungen ähnlich sind.

Die explizite Abhängigkeit der Balance-Energie vom Stoßparameter ist in Abbildung 5.3 zu sehen. Dabei sind beide Ergebnisse, aus den Rechnungen mit und ohne impulsabhängiger Wechselwirkung, eingetragen. Man erkennt das starke Anwachsen der Balance-Energien mit zunehmendem

Stoßparameter. Die Balance-Energien überspannen Werte von $E_{\text{bal}} = 65 \text{ MeV/Nukleon}$ bis $E_{\text{bal}} = 150 \text{ MeV/Nukleon}$ für die Stoßparameter $b = 0.15 b_{\text{max}}$ bis $b = 0.6 b_{\text{max}}$. Das ist mehr als ein Faktor zwei Unterschied! Für die Rechnungen mit impulsabhängiger Wechselwirkung ist der Anstieg etwas moderater. Hier liegen die Werte zwischen $E_{\text{bal}} = 75 \text{ MeV/Nukleon}$ und $E_{\text{bal}} = 115 \text{ MeV/Nukleon}$. Für kleinere Stoßparameter $b \leq 0.4 b_{\text{max}}$ sind die Balance-Energien für die Rechnungen mit und ohne impulsabhängiger Wechselwirkung praktisch gleich.

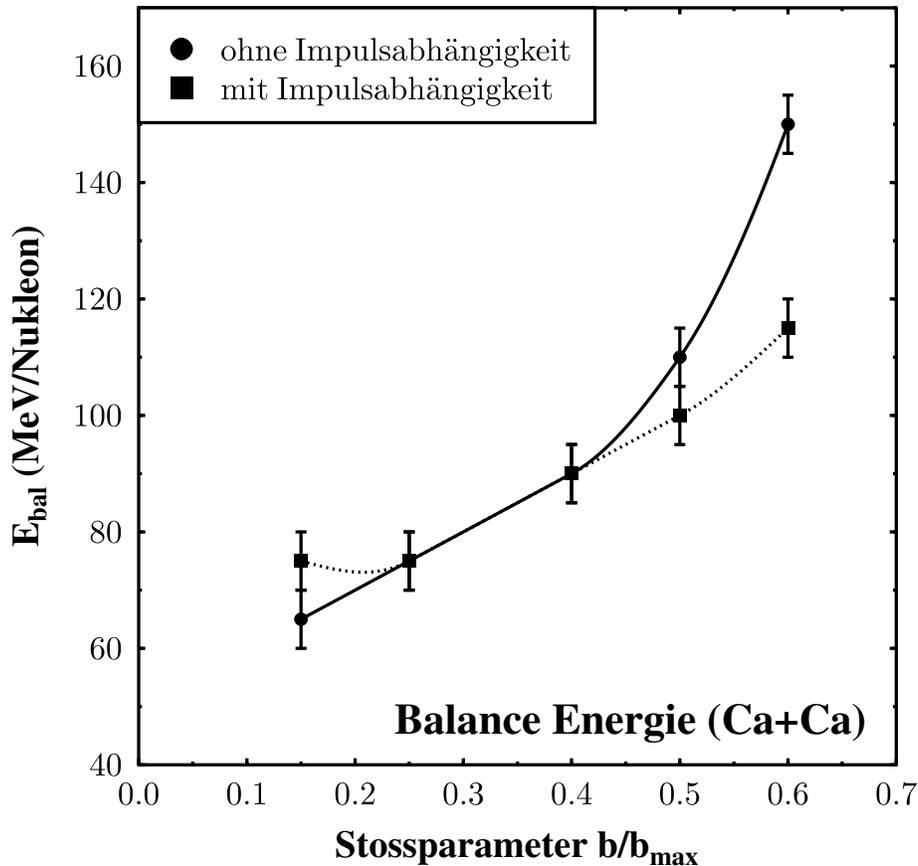


Abb. 5.3: Explizite Abhängigkeit der Balance-Energie vom Stoßparameter. Die beiden Kurven entsprechen den Berechnungen mit und ohne impulsabhängigen Wechselwirkungen.

Deutliche Unterschiede ergeben sich für größere Stoßparameter $b \geq 0.5 b_{\text{max}}$. Hier wird die Balance-Energie durch die zusätzliche Repulsion der impulsabhängigen Kräfte reduziert. Für peripherere Kollisionen werden nämlich höhere Energien zum Umklappen des Flusses benötigt. Die dadurch größeren Relativimpulse verstärken die Bedeutung der impulsabhängigen Wechselwirkungen. Diese Sensitivität der Balance-Energie gegenüber den impulsabhängigen Wechsel-

wirkungen in Kollisionen mit großen Stoßparametern eröffnet eine Möglichkeit, Rückschlüsse über deren tatsächliche Bedeutung in diesem Energiebereich zu bekommen. Der Anstieg der Balance-Energie mit dem Stoßparameter ist nahezu linear.

Diese relativ starke Abhängigkeit der Balance-Energie vom Stoßparameter hat nun wichtige Auswirkungen auf die Interpretation der experimentell gemessenen Daten.

Die Stoßparameterbestimmung ist im Experiment nicht direkt möglich. Verschiedene indirekte Möglichkeiten sind gegeben durch sogenannte Zentralitätsvariablen. Diese sind beispielsweise die Zahl aller (detektierten) geladenen Teilchen oder der geladenen Teilchen allein bei Schwerpunktsrapidity, die totale transversale kinetische Energie, die Zahl der detektierten Wasserstoff-Isotope, die totale detektierte Ladung oder die totale Ladung der Wasserstoff- und Helium-Isotope. Alle Methoden haben aber die Eigenschaft, daß die Stoßparameterbestimmung nur eine Genauigkeit von $\Delta b \approx 1 - 2$ fm erreicht. Besonders bei großen Stoßparametern ergeben sich wegen der kleinen Multiplizitäten Probleme.

Mit der nun bekannten obigen Stoßparameterabhängigkeit in Abbildung 5.3 wird klar, daß die Interpretation der Balance-Energien in bezug auf in-Medium Modifikationen des Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitts mit Vorsicht zu genießen sind. Was meßbar ist, ist ein relativ breites Band der Balance-Energien verschiedener Stoßparameter. Damit sind auch die relativ großen Fehlerbalken der experimentellen Daten zu erklären.

Beispielsweise wurde die Balance-Energie von Ar+Sc ($A=85$), $E_{\text{bal}} = 87 \pm 12$ MeV/Nukleon, gemessen, wobei der Stoßparameter im Bereich $b \approx 0.4 b_{\text{max}} \approx 3$ fm lag. Im Vergleich dazu ergaben sich für das etwa massengleiche System Ca+Ca ($A=80$) in dieser Stoßparameterregion die Balance-Energien $E_{\text{bal}} = 75$ MeV/Nukleon für $b = 0.25 b_{\text{max}} = 1.9$ fm, $E_{\text{bal}} = 90$ MeV/Nukleon für $b = 0.4 b_{\text{max}} = 3.0$ fm und $E_{\text{bal}} = 100$ MeV/Nukleon bzw. $E_{\text{bal}} = 110$ MeV/Nukleon (ohne impulsabhängige Wechselwirkungen) für $b = 0.5 b_{\text{max}} = 3.8$ fm. Es wird also nochmals deutlich, daß der Stoßparameter eine äußerst wichtige Variable der Balance-Energie ist.

Zudem ist es für diese Quantenmolekular-dynamik-Rechnung nicht notwendig, eine in-Medium Modifikation des Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitts einzuführen, um den Datenpunkt zu erklären. Die Stoßparameterabhängigkeit soll 1995/1996 an der MSU auch experimentell untersucht werden. In diesem Experiment wird es durch Messung polarisierter Strahlung auch möglich sein, das Vorzeichen des negativen Flusses explizit nachzuweisen.

Kapitel 6

Negativer Fluß für schwere Systeme

Bei der Betrachtung schwerer Systeme wie ${}^{197}_{79}\text{Au} + {}^{197}_{79}\text{Au}$ wird der Einfluß der Coulomb-Wechselwirkung auf die Dynamik der gesamten Kollision für Einschußenergien $E_{\text{kin}} \leq 100$ MeV/Nukleon wichtig. Dabei ist nicht nur die dadurch hervorgerufene Repulsion während der Kollision bedeutend, sondern auch die Beeinflussung der Trajektorien der beiden Kerne bevor es überhaupt zum Kontakt kommt. Diese Problematik wird besonders deutlich, wenn man den Versuch unternimmt, die Balance-Energien für diese schweren Systeme zu bestimmen.

Da die Balance-Energien massenabhängig sind und nach (4.3) ungefähr mit $A^{-1/3}$ skalieren, erwartet man für das System Au+Au ($A = 394$) eine kleinere Balance-Energie als für Ca+Ca ($A = 80$). Experimentell ist bis heute lediglich eine obere Grenze für die Balance-Energie $E_{\text{bal}} \leq 60$ MeV/Nukleon bestimmt [Zha 90]. Deshalb ist deren Existenz aufgrund der starken Coulomb-Repulsion eine noch offene Frage.

Um der Coulomb-Wechselwirkung vor dem Kontakt der Kerne Rechnung zu tragen, werden Rutherford-Trajektorien angesetzt. Die Zeitabhängigkeit kann aus der Parameterdarstellung der Rutherford-Trajektorie deduziert werden (siehe z.B. [La 90])

$$\begin{aligned} t &= \sqrt{\frac{\mu a^3}{\alpha}} (e \sinh \xi + \xi) , \\ x &= a (\cosh \xi + e) , \\ y &= a \sqrt{e^2 - 1} \sinh \xi , \\ r &= a (e \cosh \xi + 1) . \end{aligned} \tag{6.1}$$

Dabei sind x und y kartesische Koordinaten und r ist der Abstand der Teilchen. Die Parameter a (Halbachse der Hyperbel) und e (Exzentrizität) sind gegeben durch

$$a = \frac{\alpha}{2 E_{\text{kin,cm}}} , \quad e = \sqrt{1 + \frac{2 E_{\text{kin,cm}} l^2}{\mu \alpha^2}} , \tag{6.2}$$

mit

$$\alpha = Z_T Z_P e^2 \quad \text{und} \quad \mu = \frac{M_T M_P}{M_T + M_P}. \quad (6.3)$$

Z_T , Z_P , M_T und M_P sind die Ladungen und Massen von Projektil und Target. Den Drehimpuls im Schwerpunktsystem erhält man durch

$$l = P_{\text{cm}} \cdot b, \quad (6.4)$$

wobei P_{cm} der asymptotische Schwerpunktsimpuls eines Kernes ist und b den (asymptotischen) Stoßparameter definiert. Der Schwerpunktsimpuls eines Kernes ist gegeben durch (siehe z.B. [Gre 89])

$$P_{\text{cm}} = \frac{M_T P_{\text{lab,P}}}{\sqrt{s} c^2}, \quad (6.5)$$

wenn $s = c^2 p^\mu p_\mu$ das Quadrat der relativistisch invarianten Energie \sqrt{s} und $P_{\text{lab,P}}$ der Impuls des Projektils im Laborsystem ist, in dem der Impuls des Targets $P_{\text{lab,T}} = 0$ verschwindet. Der Impuls im Laborsystem bestimmt sich aus der kinetischen Laborenergie zu

$$P_{\text{lab,P}} = \sqrt{(E_{\text{kin,lab}} + M_P c^2)^2 / c^2 - M_P^2 c^2}, \quad (6.6)$$

wie sofort aus der relativistischen Energie-Impuls Beziehung folgt. \sqrt{s} ergibt sich sofort aus (2.69). Hieraus erhält man auch gleich die kinetische Energie im Schwerpunktsystem $E_{\text{kin,cm}}$ in (6.2)

$$E_{\text{kin,cm}} = \sqrt{s} - M_P c^2 - M_T c^2. \quad (6.7)$$

Damit sind die Trajektorien der Kerne vollständig bestimmt. Die Propagation der einzelnen Nukleonen in der Quantenmolekulardynamik startet bei einem gewissen Initialisierungsabstand der Kerne, der dadurch bestimmt ist, daß die Kernränder bei $z = 0$ liegen. Der Abstand der Schwerpunkte der Kerne in z -Richtung, und damit der Abstand der auf Rutherford-Trajektorien bewegten Ladungen in dieser Richtung, ist dann durch die Summe der Kernradien gegeben

$$\Delta z_{\text{init}} = r_1 + r_2 = 1.12 \text{ fm} \left(A_1^{\frac{1}{3}} + A_2^{\frac{1}{3}} \right). \quad (6.8)$$

Bis zu diesem Abstand werden die Kerne auf Rutherford-Trajektorien propagiert. Die dann vorliegenden longitudinalen und transversalen Impulse der Kerne dienen als Eingabegrößen des Quantenmolekulardynamik-Modells.

Abbildung 6.1 zeigt die $p_x(y)$ -Verteilung für das System Au+Au bei der Einschußenergie 50 MeV/Nukleon und dem Stoßparameter $b = 0.5 b_{\text{max}} \approx 6.5$ fm. Die Rechnungen wurden mit einer harten Zustandsgleichung ohne impulsabhängige Wechselwirkungen durchgeführt. Für jede Kurve wurden 500 Ereignisse berechnet. Die Quadrate wurden mit der gerade geschilderten Initialisierung auf Rutherford-Trajektorien berechnet. Hier ist kein Seitwärtsfluß erkennbar, die $p_x(y)$ -Verteilung verläuft flach. Das gleiche Verhalten tritt ebenso für den kleineren Stoßparameter $b = 0.25 b_{\text{max}}$ oder für noch kleinere Energien, beispielsweise 30 MeV/Nukleon auf. Im Laborsystem wäre damit negativer Fluß für das schwere Goldsystem nicht beobachtbar.

Vernachlässigt man aber stattdessen diese langreichweitige Coulomb-Wechselwirkung, indem man die Initialisierung auf Rutherford-Trajektorien nicht durchführt, so ergeben sich die Kreise in Abbildung 6.1. Für diesen Fall befindet man sich aber nicht mehr im Laborsystem, in dem der asymptotische Impuls die z -Richtung definiert, sondern im gedrehten "Kontaktbezugssystem", in dem die z -Achse durch die Impulsrichtung unmittelbar vor der Kollision, ausgedrückt durch (6.8), bestimmt ist. Die Rotation des Systems vor dem Kontakt der beiden Kerne wird sozusagen von der betrachteten Dynamik subtrahiert. In diesem Kontaktbezugssystem ist der (dynamische) negative Fluß deutlich sichtbar.

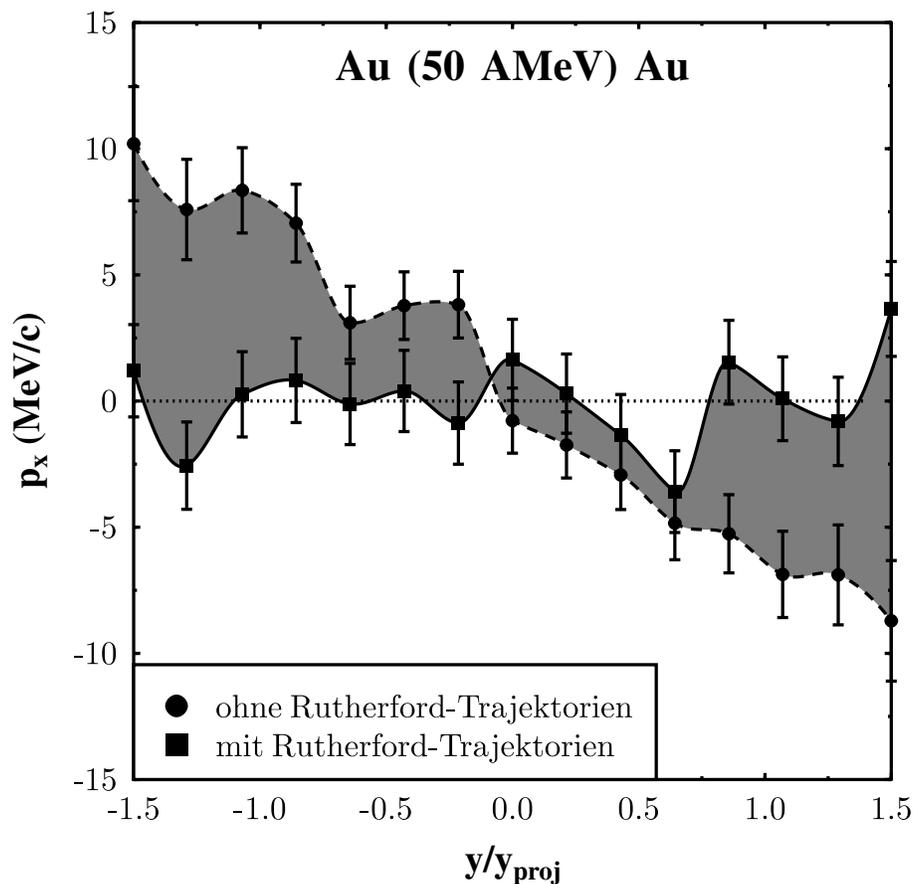


Abb. 6.1: $p_x(y/y_p)$ -Verteilungen für Au+Au bei 50 A MeV und $b = 0.5 b_{\max}$.

Damit ist auch ein Übergang von negativem zu positivem Fluß definiert, die Balance-Energie kann bestimmt werden. Die Energieabhängigkeit des kollektiven Seitwärtsflusses wird in Abbildung 6.2 für das Goldsystem beim Stoßparameter $b = 0.5 b_{\max}$ im rotierten Kontaktbezugssystem deutlich. Während der reduzierte Fluß für die kleinere Einschußenergie 50 MeV/Nukleon, wie

bereits in Abbildung 6.1 zu sehen, negativ ist, ist er für 100 MeV/Nukleon deutlich positiv. Bei der mittleren Energie von ungefähr 70 MeV/Nukleon verschwindet der kollektive Seitwärtsfluß.

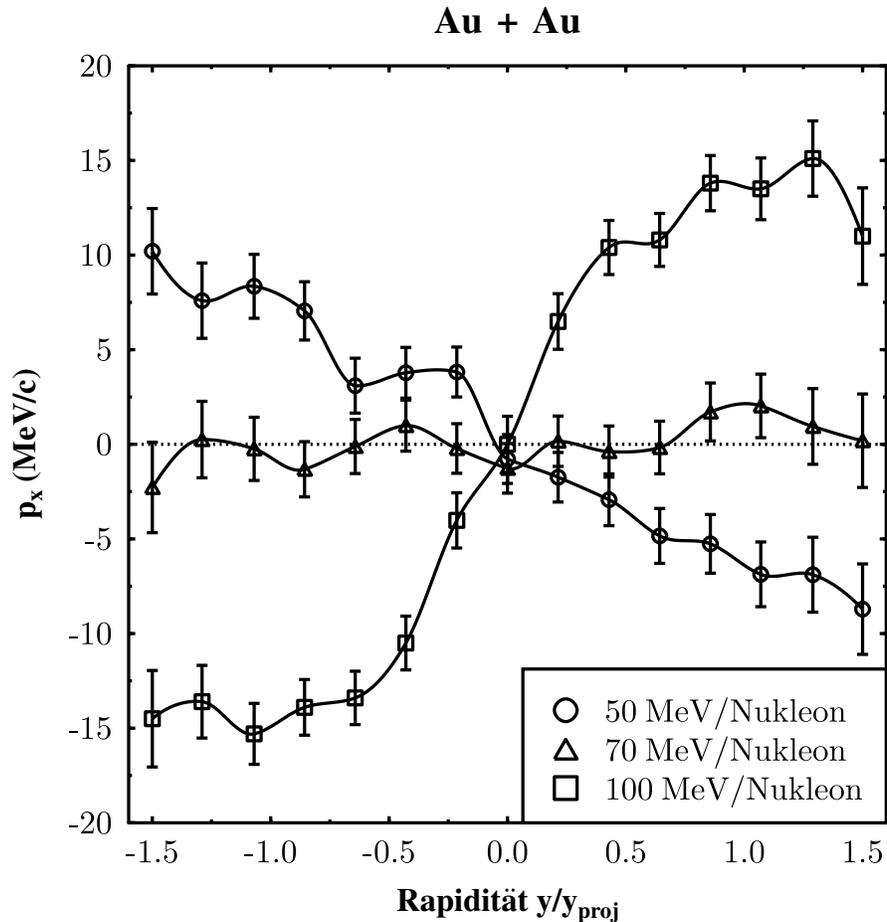


Abb. 6.2: $p_x(y/y_p)$ -Verteilungen für Au+Au bei verschiedenen Energien und $b = 0.5 b_{\text{max}}$ im rotierten "Kontaktbezugssystem".

Die systematische Analyse der Anregungsfunktion des reduzierten Flusses ergibt für Au+Au die folgenden, im Kontaktbezugssystem definierten, Balance-Energien: Für den Stoßparameter $b = 0.25 b_{\text{max}} \approx 3.3$ fm ist $E_{\text{bal}} = (55 \pm 5)$ MeV/Nukleon und für $b = 0.5 b_{\text{max}} \approx 6.5$ fm ergibt sich $E_{\text{bal}} = (65 \pm 5)$ MeV/Nukleon, jeweils für eine harte Zustandsgleichung ohne impulsabhängige Wechselwirkungen. Dies bestätigt auch die Zunahme der Balance-Energie mit dem Stoßparameter, die in Kapitel 5 für das System Ca+Ca systematisch untersucht wurde.

Kapitel 7

Zwei-Komponenten-Fluß in semiperipheren Kollisionen

Bei der Betrachtung von semiperipheren Kollisionen wird die Überlappzone der beiden Kerne aufgrund des großen Stoßparameters relativ klein. Bei intermediären Stoßparametern $b \approx 0.5b_{\max}$ führt diese Verkleinerung der komprimierten Wechselwirkungszone dazu, daß eine größere Energie erforderlich wird, um die Effekte der attraktiven Wechselwirkungen zu kompensieren. Daraus resultiert letztlich die Zunahme der Balance-Energie mit dem Stoßparameter.

Im folgenden wird nun klar werden, daß bei großen Stoßparametern die Möglichkeit besteht, daß die miteinander konkurrierenden Wechselwirkungen entkoppeln und getrennte Signale liefern. In Abbildung 7.1 ist die $p_x(y/y_{\text{proj}})$ -Verteilung für die semiperiphere Kollision ($b = 0.85 b_{\max} \approx 6.5$ fm) von Ca+Ca bei 350 MeV/Nukleon zu sehen. Da wegen des großen Stoßparameters nur wenige Teilchen auf Schwerpunktsrapidität abgestoppt werden, müssen, um dort eine ausreichende Statistik zu garantieren, 10 000 Ereignisse berechnet werden. In der vorwärtigen ($y_{\text{cm}} > 0$) und rückwärtigen ($y_{\text{cm}} < 0$) Hemisphäre existieren jeweils mittlere, projizierte Transversalimpulse beider Vorzeichen. Während um die Schwerpunktsrapidität positiver Seitwärtsfluß zu verzeichnen ist, zeigen die Flußkomponenten um die Projektil- und Targetrapidität die entgegengesetzten Vorzeichen. Dies deutet darauf hin, daß die Spektatorenmaterie, die kaum abgestoppt wird, negativen Fluß zeigt, die Projektilkappe also zu negativen Streuwinkeln hin abgelenkt wird. Dagegen fließt die Materie der kleinen Partizipantenzone im Mittel mehrheitlich in die jeweils entgegengesetzte Richtung, für die projektilseitige Hemisphäre also hin zu positiven Streuwinkeln. Man kann sich die Zeitentwicklung der Reaktion als ein Abrollen der Spektatorenmaterie auf der Partizipantenzone vorstellen. In Abbildung 7.1 gingen alle Nukleonen, d.h. genauer gesagt nur die geladenen Protonen, in die Transversalimpulsanalyse ein, ohne Berücksichtigung, ob diese in einem größeren Fragment gebunden sind oder nicht.

Um diesen doppelt antisymmetrischen Zwei-Komponenten-Fluß weiter zu analysieren, ist es

angebracht, diesen einer Fragmentanalyse zu unterziehen.

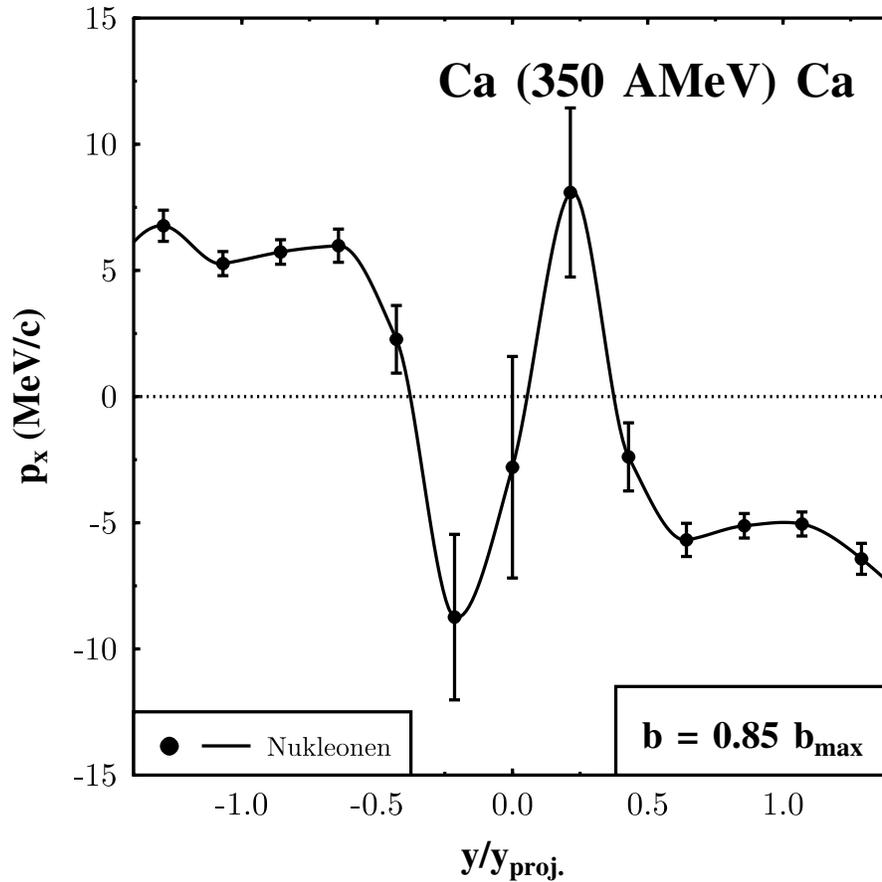


Abb. 7.1: $p_x(y/y_{proj})$ -Verteilung für die semiperiphere Kollision ($b = 0.85 b_{max}$) von Ca+Ca bei 350 MeV/Nukleon. Die Punkte resultieren aus der Berechnung von 10 000 Einzelereignissen mit einer harten Zustandsgleichung ohne impulsabhängige Wechselwirkungen.

Hierzu sind im oberen Teil der Abbildung 7.2 neben der gerade gezeigten Kurve noch die $p_x/A(y/y_{proj})$ -Verteilungen von freien Protonen und Fragmenten mit $M \geq 2$ angegeben. Der Anteil der einzelnen Teilchenspezies wird hier und im folgenden mit einem Ortsraumkriterium ($\Delta r_{krit} = 3$ fm) abgeschätzt [Pei 89] (siehe hierzu auch die Bemerkung in Kapitel 4). Die einzelnen, d.h. ungebundenen Protonen liefern lediglich um die Schwerpunktsrapidity einen Beitrag zum mittleren Transversalimpuls in der Reaktionsebene. Bei Projektil- und Targetrapidity ($y/y_{proj} = \pm 1$) ist dieser null. Schwerere Fragmente zeigen qualitativ das gleiche Verhalten wie es im über alle Nukleonen integrierten Spektrum zu sehen ist. Vor allem liefern sie den negativen Fluß bei Projektil- und Targetrapidity.

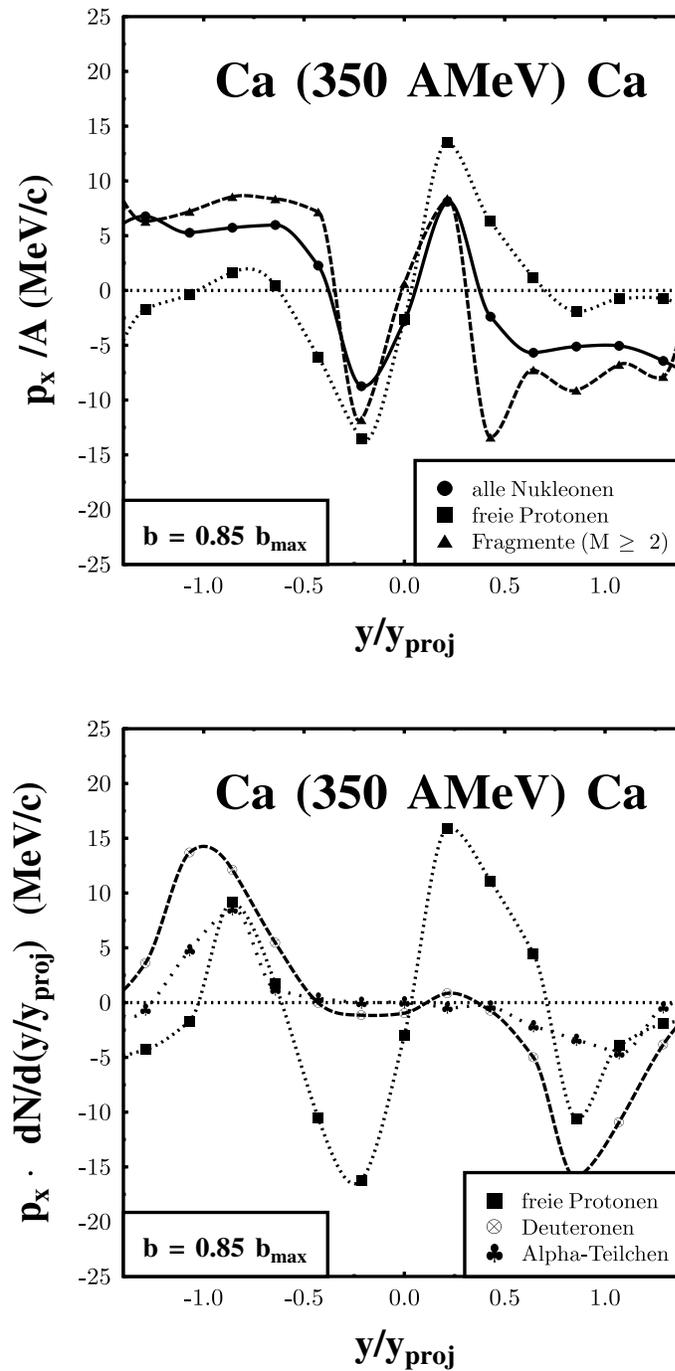


Abb. 7.2: a) p_x/A in Abhängigkeit von y/y_{proj} , getrennt für alle Nukleonen, freie Protonen und Fragmente mit $M \geq 2$.

b) $p_x(y/y_{proj})$ -Verteilung multipliziert mit der Rapiditätsverteilung $dN/d(y/y_{proj})$ für freie Protonen, Deuteronen und Alpha-Teilchen.

Die Systemparameter sind die gleichen wie in der vorhergehenden Abbildung.

Um nun den Beitrag der einzelnen Teilchenkomponenten zum Summenspektrum in Abbildung 7.1 zu klären, ist im unteren Teil der Abbildung 7.2 das Produkt aus mittlerem projiziertem Transversalimpuls p_x und der Multiplizität gegen die normierte Rapidity aufgetragen. Diese Verteilung gibt quasi unmittelbar an, wieviel Transversalimpuls p_x von einer bestimmten Teilchensorte in einem Rapidityintervall getragen wird. Man erkennt hier deutlich, daß die innere Komponente, die positiven Fluß zeigt, eigentlich nur durch freie Nukleonen zustande kommt. Dies unterstützt die Aussage, daß diese Komponente direkt aus der Wechselwirkungszone gebildet wird. Fragmente dagegen, hier sind Deuteronen und Alpha-Teilchen abgebildet, liefern in der Summe praktisch keinen Beitrag um die Schwerpunktsrapidity, obwohl deren Mittelwerte dort auch positiven Fluß anzeigen (Abbildung 7.2a). Die äußere Komponente wird hier dominiert von den Fragmenten, in erster Linie von Deuteronen.

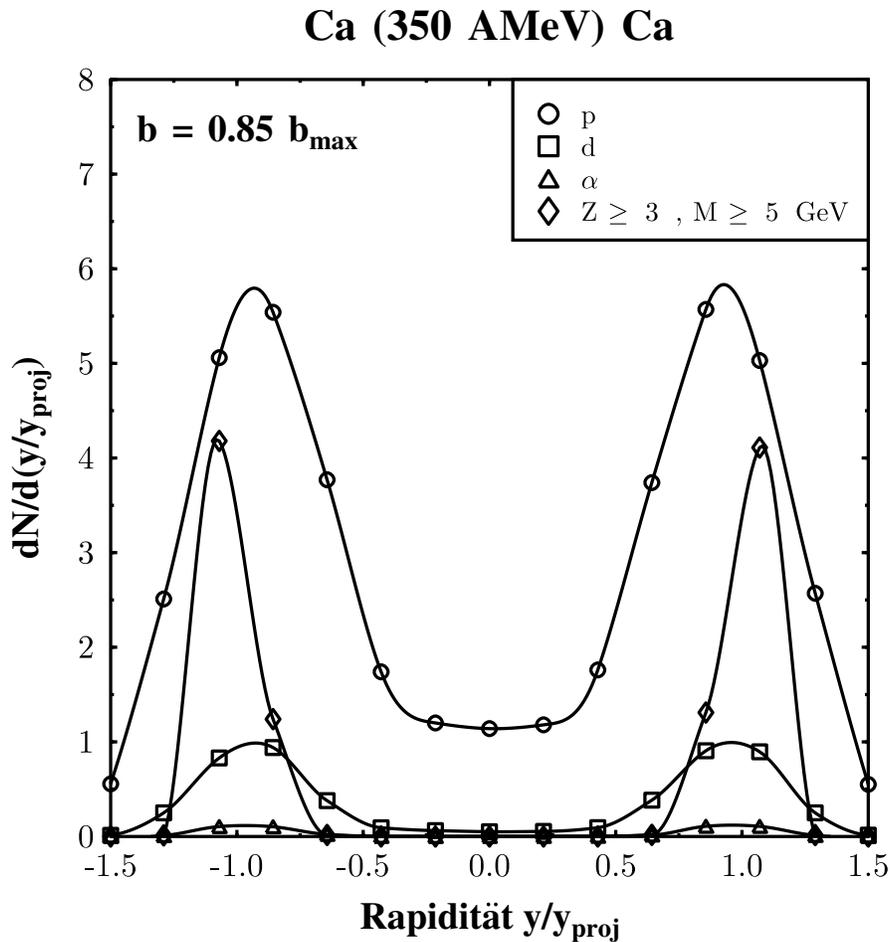


Abb. 7.3: Rapidityverteilung der Kollision Ca+Ca bei 350 MeV/Nukleon und $b = 0.85 b_{\max}$ für Protonen, Deuteronen, Alpha-Teilchen und schwerere Fragmente.

In Abbildung 7.3 sind die Rapidityverteilungen für die verschiedenen Teilchensorten angegeben. Sie zeigen noch einmal explizit, daß um die Schwerpunktrapidity kaum schwerere Fragmente vorliegen und somit auch der Verlauf der Kurven in Abbildung 7.2b erklärt wird. Die unerwartet große Multiplizität der freien Nukleonen bei Projektil- und Targetrapidity ist möglicherweise eine Unzulänglichkeit dieser Koaleszenzmethode. Die starke Konzentration der schweren Fragmente in diesem Rapiditybereich zeigt an, daß diese den angeregten Spektatorenkappen entstammen, die eventuell multifragmentieren.

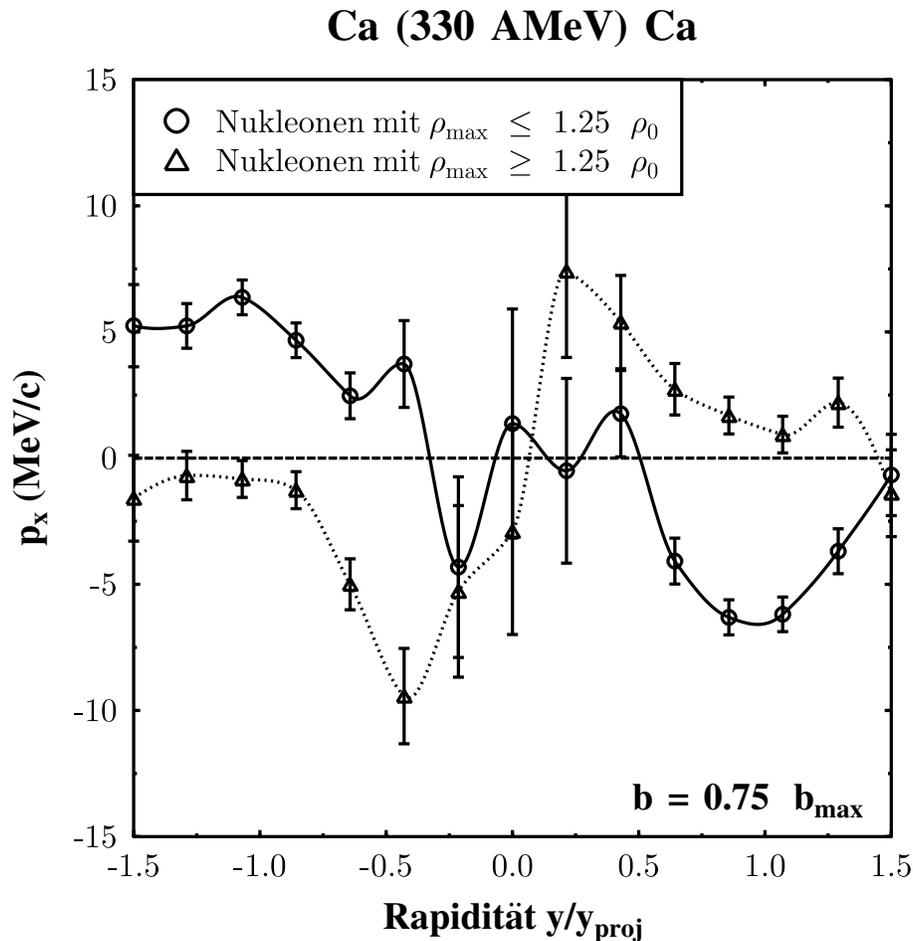


Abb. 7.4: $p_x(y/y_{\text{proj}})$ -Verteilung der Kollision Ca+Ca bei 330 MeV/Nukleon und $b = 0.75 b_{\text{max}}$ einmal für Nukleonen, die eine maximale Dichte größer und einmal für Nukleonen die eine maximale Dichte kleiner als $1.25 \rho_0$ erfahren haben.

Eine weitere, nur der Rechnung zugängliche Möglichkeit, den Ursprung der beiden Komponenten zu untersuchen, ist die getrennte Betrachtung der $p_x(y)$ -Verteilungen für Nukleonen, die während der Zeitdauer der gesamten Kollision eine bestimmte kritische Dichte erfahren oder eben nicht

erfahren haben. Ist die erfahrene maximale Dichte des Nukleons größer $\rho_{\max} > \rho_{\text{krit}}$ oder kleiner $\rho_{\max} < \rho_{\text{krit}}$ dieser kritischen Dichte so geht das Nukleon in die Statistik ein oder nicht. Die Dichte wird aus dem Überlapp der Gaußpakete bestimmt und kann in der Zeitentwicklung verfolgt werden. Diesem Gedanken folgend sind in Abbildung 7.4 die $p_x(y)$ -Verteilungen für das System Ca+Ca bei 330 MeV/Nukleon und dem Stoßparameter $b = 0.75 b_{\max} \approx 5.7$ fm eingetragen. Für dieses System wurde ebenfalls der Zwei-Komponenten-Fluß beobachtet. Die kritische Dichte wurde dabei als $\rho_{\text{krit}} = 1.25 \rho_0$ gewählt. Nukleonen, die eine größere Dichte erfahren haben, zeigen positiven Fluß um die Schwerpunktsrapidity und annähernd verschwindenden mittleren Transversalimpuls p_x für größere Rapiditäten. Dagegen zeigt die nur sehr wenig komprimierte Kernmaterie vor allem den negativen Fluß um Projektil- und Targetrapidity.

Dieses Verhalten ist in Einklang mit dem in den vorangegangenen Abbildungen gewonnenen Bild. Zusammenfassend entstammt hiernach der positive Fluß um die Schwerpunktsrapidity vorwiegend aus der komprimierteren Wechselwirkungszone und zwar mehrheitlich in Form von freien Nukleonen. Dagegen wird die äußere, negative Fluß aufweisende Komponente stark von Fragmenten getragen, die kaum Kompression erfahren haben und der Spektatorenmaterie entstammen.

Dieser neuartige Zwei-Komponenten-Fluß erweist sich nun als sehr sensitiv gegenüber den Systemparametern und den zugrunde gelegten Wechselwirkungen. Dies unterstreicht den wertvollen Informationsgehalt dieses Effektes. Einerseits können durch die große Sensitivität möglicherweise bedeutende Rückschlüsse auf die Wechselwirkungen gemacht werden, andererseits erschwert dies aber den experimentellen Nachweis.

Beispielsweise hat eine Reduktion des Stoßparameters von $b = 0.85 b_{\max}$ auf $b = 0.7 b_{\max}$, also eine Verkleinerung um gut ein Fermi, bereits die Auswirkung, daß die äußeren Komponenten das gleiche Vorzeichen erhalten wie die inneren. Abbildung 7.5 zeigt dies für das System Ca+Ca bei 350 MeV/Nukleon, erneut gerechnet mit einer harten Zustandsgleichung ohne impulsabhängige Wechselwirkungen. Die innere Komponente mit den größeren Transversalimpulsbeträgen p_x bleibt deutlich zu erkennen. Ebenso ist sofort klar, daß eine Vergrößerung des Stoßparameters ebenfalls zum Verschwinden des Effekts führt, weil dann um die Schwerpunktsrapidity immer weniger Teilchen vorliegen. Ohnehin ist die Untersuchung solcher stark peripherer Kollisionen experimentell wegen der kleinen Multiplizitäten nicht einfach. Die Einschußenergie ist auch nicht beliebig variierbar. Für zu große Energien verlieren die attraktiven Wechselwirkungen ihre Bedeutung, so daß die Spektatoren zwar angeregt werden aber nicht mehr kollektiv zu negativen Winkeln hin abgelekt werden. Bei kleineren Energien verliert die innere Komponente an Gewicht. Aus diesen Gründen ist das Auftreten des Zwei-Komponenten-Flusses lediglich in kleinen Gebieten der Energie-Stoßparameter-Ebene zu vermuten.

Noch dramatischer ist der Einfluß der impulsabhängigen Wechselwirkungen in diesen semiperipheren Kollisionen. Für die gleichen Systemparameter wie in Abbildung 7.1, also für Ca+Ca bei 350 MeV/Nukleon und $b = 0.85 b_{\max}$, ergibt sich nun die Kurve in Abbildung 7.6.

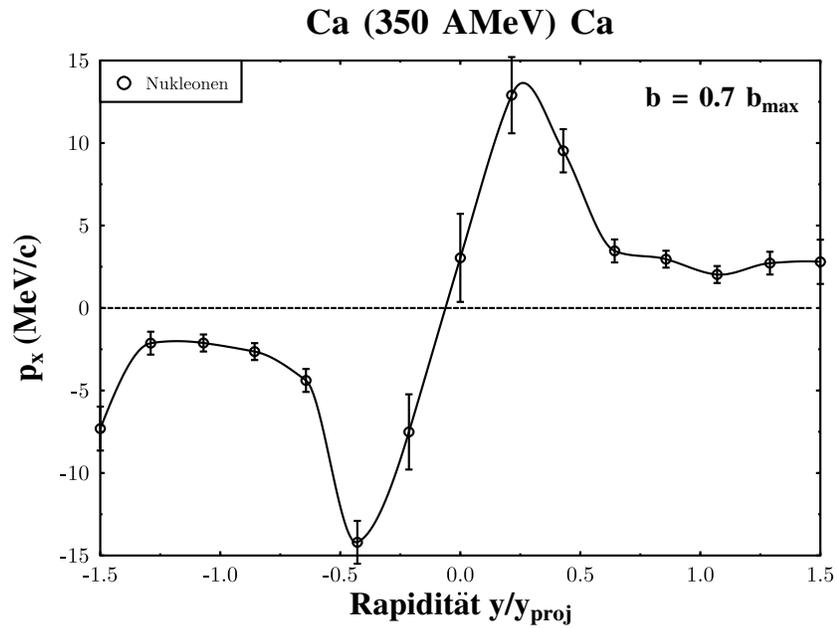


Abb. 7.5: $p_x(y/y_{\text{proj}})$ -Verteilung der Kollision Ca+Ca bei 350 MeV/Nukleon und $b = 0.7 b_{\text{max}}$.

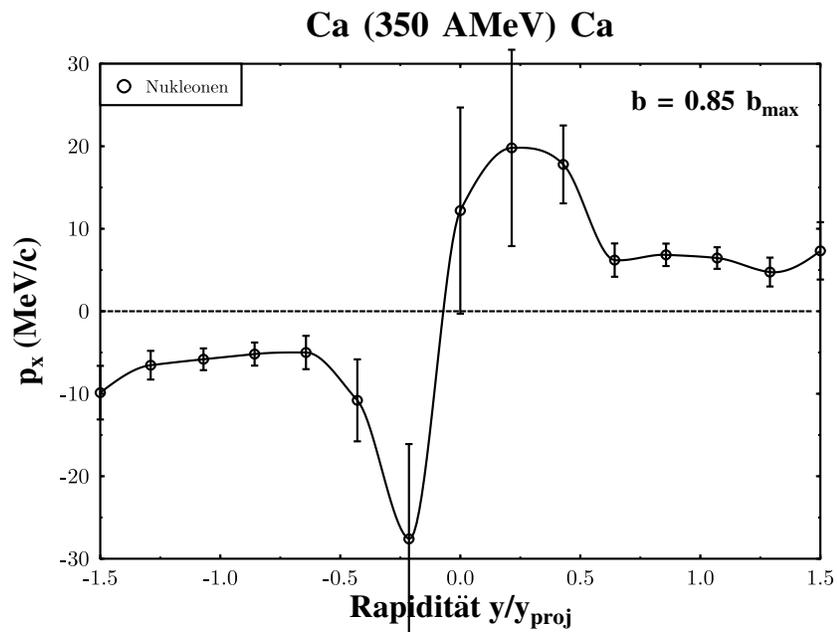


Abb. 7.6: $p_x(y/y_{\text{proj}})$ -Verteilung der Kollision Ca+Ca bei 350 MeV/Nukleon und $b = 0.85 b_{\text{max}}$. Im Vergleich zu den vorhergehenden Bildern wurde der Rechnung nun eine harte Zustandsgleichung mit impulsabhängigen Wechselwirkungen zugrunde gelegt.

Durch die stark repulsive Wirkung der impulsabhängigen Wechselwirkungen wird einerseits die Komponente um die Schwerpunktsrapidity verstärkt, andererseits kehren sie aber auch das Vorzeichen der p_x -Werte für die bei großen Rapidity sitzende Spektatormaterie um. Auch eine Variation des Stoßparameters oder der Einschußenergie in diesem Bereich der Energie-Stoßparameter-Ebene bringen den Vorzeichenwechsel des projizierten Transversalimpulses p_x bei mittleren Rapidity nicht zurück. Deshalb bleibt es fraglich, ob der Zwei-Komponenten-Fluß mit Vorzeichenwechsel im Experiment nachweisbar ist.

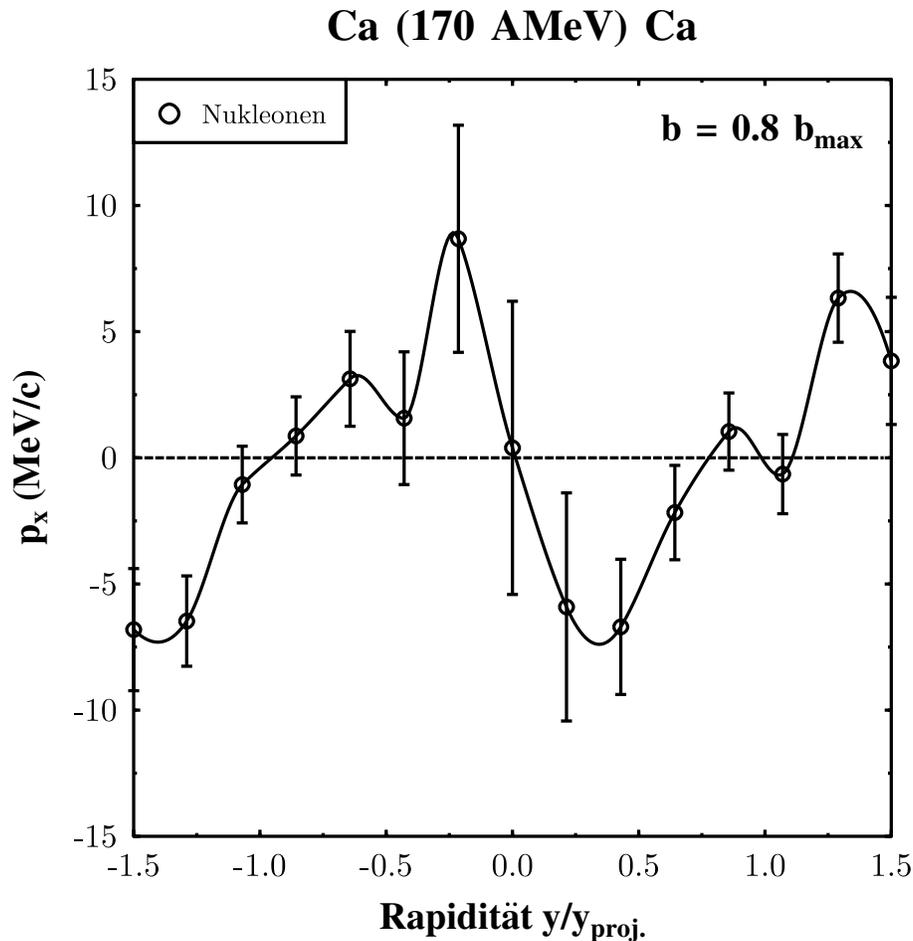


Abb. 7.7: $p_x(y/y_{\text{proj.}})$ -Verteilung der Kollision Ca+Ca bei 170 MeV/Nukleon und $b = 0.8 b_{\max}$ für eine harte Zustandsgleichung mit impulsabhängigen Wechselwirkungen.

Der Frage nachgehend, ob es nicht in anderen Gebieten der Energie-Stoßparameter-Ebene auch mit den impulsabhängigen Wechselwirkungen einen Zwei-Komponenten-Fluß geben könnte, scheint es bei der halben Energie 170 MeV/Nukleon und dem Stoßparameter $b = 0.8 b_{\max}$ eine Möglichkeit für diesen zu geben. Allerdings ist die Vorzeichencharakteristik genau konträr der-

jenigen bei der doppelten Energie und ohne impulsabhängige Wechselwirkungen. Zudem ist die äußere Komponente nun bei noch größeren Rapiditäten angesiedelt. Dies deutet beides daraufhin, daß es sich hierbei um einen anderen Mechanismus handelt als beim Fall des Zwei-Komponenten-Flusses ohne impulsabhängiger Wechselwirkung. Die schnellen, weit außen liegenden Komponenten erinnern an ein Jet-Verhalten. Anschaulich gesprochen scheint sich Spektatoren-Materie an der Partizipantenzone abzurücken, die ihrerseits durch Abriß von den Spektatoren so gedreht wird, daß sie negativen Fluß aufzeigt.

Trotz der Unsicherheiten über die tatsächliche Existenz und über die Nachweisbarkeit des Zwei-Komponenten-Flusses in semiperipheren Stößen, ist es sehr erstrebenswert, dies im Experiment zu untersuchen. Aufgrund der großen Sensitivität gegenüber den impulsabhängigen Wechselwirkungen und eventuell auch gegenüber anderen Modellinhalten könnte hierdurch eine wertvolle Informationsquelle gegeben sein.

Kapitel 8

Azimuthale Verteilungen

Der transversale Seitwärtsfluß in die Reaktionsebene stellt nur einen Aspekt des gerichteten kollektiven Flusses dar. Ein anderer ist durch die azimuthalen Verteilungen der Teilchen relativ zur Reaktionsebene gegeben. Da diese sensitiv auf die verschiedenen kollektiven Bewegungen sind, kann mit ihnen die Reaktionsdynamik studiert werden. Beispielsweise konnten anhand der Asymmetrien in den azimuthalen Verteilungen das Abprallen der Spektatorenmaterie von der Wechselwirkungszone, der sogenannte "bounce-off", und das Herausspritzen von komprimierter Materie aus der Wechselwirkungszone senkrecht zur Reaktionsebene, der sogenannte "squeeze-out" [Stö 82, Gut 89a, Dem 89, Gut 90, Dem 90], für das System Au+Au bei 400 MeV/Nukleon beobachtet werden [Gut 89a]. Letzteres läßt sich dadurch erklären, daß die komprimierte Kernmaterie vorzugsweise in Richtungen fließt, in denen sie nicht von Spektatorenmaterie blockiert wird. Mit abnehmender Einschußenergie nimmt auch der um die Schwerpunktsrapidity beobachtbare squeeze-out aufgrund der geringeren Kompressionsenergie ab.

Im Bereich der Fermi-Energie und auch im Bereich der betrachteten Balance-Energien $E_{\text{bal}}(b)$ kann sich nun die Asymmetrie in den azimuthalen Verteilungen gerade umkehren. Statt einer Bevorzugung der 90° -Richtung sind jetzt für die Emission in die Reaktionsebene, also in die 0° - und 180° -Richtung, Maxima in den azimuthalen Verteilungen feststellbar. Generell wird für die azimuthalen Verteilungen Symmetrie zur Reaktionsebene angenommen, so daß nur der Bereich von 0° bis 180° abgebildet wird. Abbildung 8.1 zeigt die azimuthalen Verteilungen für das System Ca+Ca im Bereich der Schwerpunktsrapidity $-0.15 \leq y/y_{\text{proj}} \leq 0.15$. Die Einschußenergien für die Stoßparameter $0.15 b_{\text{max}}$, $0.4 b_{\text{max}}$, $0.5 b_{\text{max}}$ und $0.6 b_{\text{max}}$ entsprechen den Balance-Energien, die für dieses System mit impulsabhängigen Wechselwirkungen bestimmt wurden. Die eingezeichneten Kurven repräsentieren den berechneten Werten angepaßte Funktionen, die dem funktionalen Zusammenhang

$$\frac{dN}{d\varphi} = a_0 [1 + a_1 \cos(\varphi) + a_2 \cos(2\varphi)] \quad (8.1)$$

folgen. Der Parameter a_1 beschreibt den gerichteten Fluß in der Reaktionsebene, weil der

entsprechende Term für die 90° -Richtung keinen Beitrag liefert, in der Reaktionsebene aber je nach Richtung mit unterschiedlichem Vorzeichen beiträgt. In einem symmetrischen Intervall um die Schwerpunktsrapidity sollte a_1 für symmetrische Systeme verschwinden. Andernfalls würde dies unterschiedliche Beiträge für die 0° - und 180° -Richtung bedeuten. Der Parameter a_2 , auch Anisotropiefaktor (im Azimuth) genannt, ist negativ für eine bevorzugte Teilchenemission aus der Reaktionsebene heraus, null für eine azimuthal isotrope Verteilung und positiv für vermehrte Emission in die Reaktionsebene.

In Abbildung 8.1 wird deutlich, daß bei den Balance-Energien, die das Verschwinden des transversalen Flusses in der Reaktionsebene definieren, durchaus kollektiver Fluß in seiner allgemeinsten Form vorhanden ist. Während bei den intermediären Stoßparametern $b = 0.6 b_{\max}$, $b = 0.5 b_{\max}$ und $b = 0.4 b_{\max}$ die vermehrte Teilchenemission in die Reaktionsebene erkennbar ist, deutet sich für die zentralere Kollision, $b = 0.15 b_{\max}$, die bevorzugte Emission senkrecht zur Reaktionsebene an, der squeeze-out setzt hier ein. Entsprechend ist der Parameter a_2 für die drei größeren Stoßparameter positiv und für die zentrale Kollision negativ. Die Differenz bei der preferentiellen Emission in die Reaktionsebene zwischen Maximum und Minimum in den azimuthalen Verteilungen liegt in der Größenordnung von 10 % bis 30 % vom Absolutwert.

Zwei Mechanismen bieten sich nun als Erklärungsvorschläge zu diesen, auch im Experiment bei Energien unter 100 MeV/Nukleon beobachteten, Erhöhungen der Teilchenzahlen in der Reaktionsebene an. Einerseits wurde die Existenz einer rotierenden Wechselwirkungszone vorgeschlagen, deren Rotationsachse senkrecht zur Reaktionsebene steht. Beim Zerfall wird so die beobachtete Asymmetrie hervorgerufen [Chi 86]. Andererseits muß aber auch bedacht werden, daß im allgemeinen der transversale Seitwärtsfluß zu den Asymmetrien beiträgt. Durch die Neigung des Impulsellipsoids gegen die Strahl-Achse, die z -Achse, wird nämlich durch den vorgenommenen Schnitt im (longitudinalen) Rapiditybereich auch die stärkere Emission in die Reaktionsebene vorgetauscht. Das Impulsellipsoid wird dann nicht parallel zu einer Halbachse aufgeschnitten, sondern schräg dazu. Diese scheinbare Erhöhung der Beiträge in die Reaktionsebene tritt auch bei höheren Energien, beim Studium des squeeze-out, auf. Hier wird das Verhältnis vom maximalen Wert bei 90° zu minimalem Wert bei 0° bzw. 180° reduziert. Dieser künstlichen Erhöhung der Komponenten in der Reaktionsebene kann man ausweichen, indem man für jedes einzelne Ereignis das Impulsellipsoid bestimmt, und dann die azimuthalen Verteilungen in bezug auf die Achsenrichtungen des Ellipsoids vornimmt. Das betrachtete Intervall der Rapidity bezieht sich dann auch nicht mehr auf die ursprüngliche z -Achse, sondern auf die Hauptachse des um den Flußwinkel Θ gedrehten Impulsellipsoids. Bei Anwendung dieses Verfahrens wird das Signal des squeeze-out, z.B. für das System Au+Au bei 400 MeV/Nukleon, stärker [Ha 93]. In Abbildung 8.1 ist eine Drehung des Koordinatensystems in das Achsensystem des Impulsellipsoids aber überhaupt nicht nötig, da die betrachteten Systemparameter gerade den Balance-Punkten entsprechen. Definitionsgemäß ist der Flußwinkel dann null. Zu den beobachteten Maxima in der Reaktionsebene kann also in den Balance-Punkten kein transversaler Fluß beitragen.

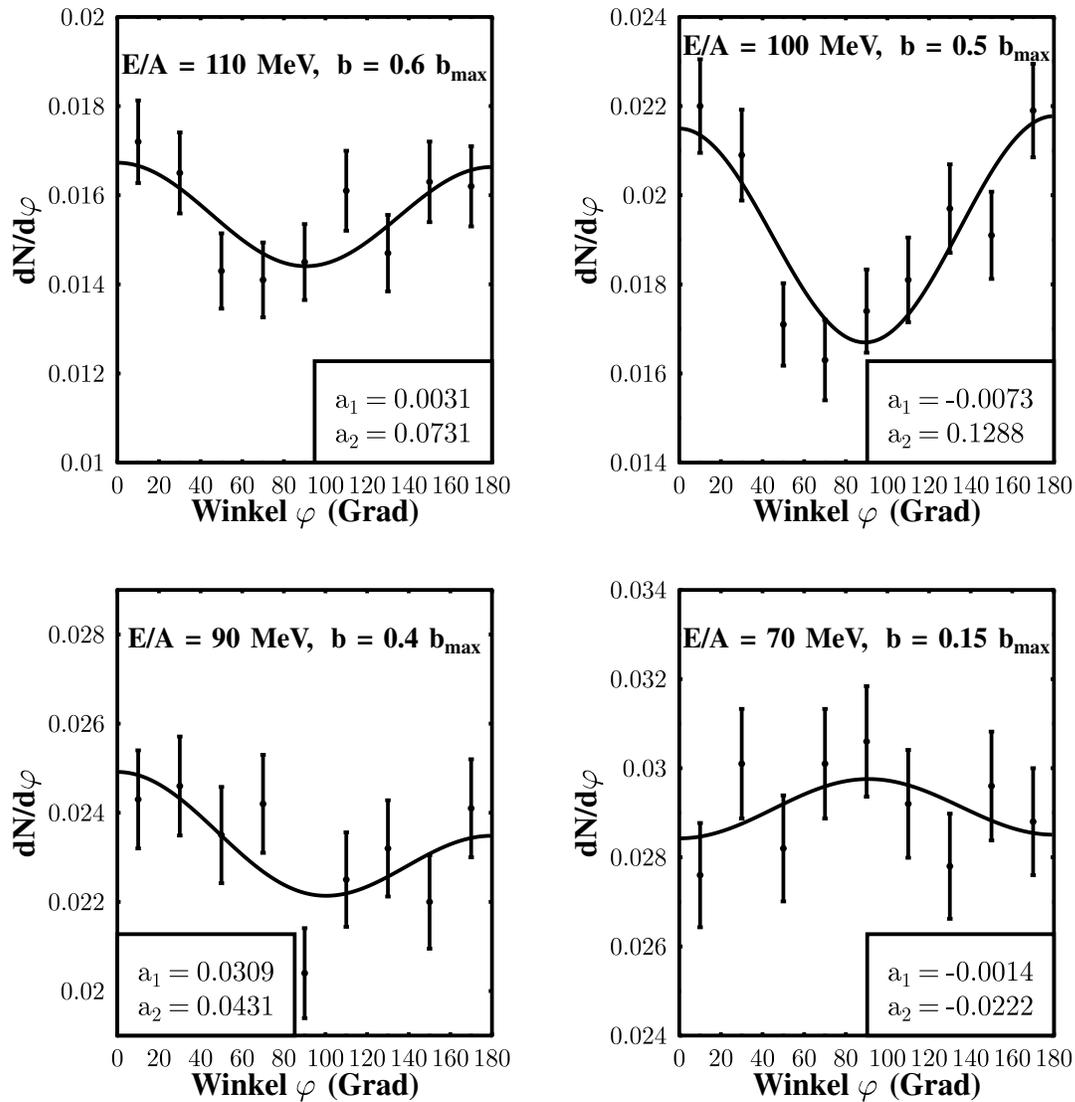


Abb. 8.1: Azimuthale Verteilungen für das System Ca+Ca bei den zu den Stoßparametern $0.15 b_{\text{max}}$, $0.4 b_{\text{max}}$, $0.5 b_{\text{max}}$ und $0.6 b_{\text{max}}$ gehörenden Balance-Energien. Der Rapiditätsbereich ist beschränkt auf $-0.15 \leq y/y_{\text{proj}} \leq 0.15$. Die durchgezogene Linie resultiert aus einem Fit der berechneten Datenpunkte mit der Funktion $dN/d\varphi = a_0[1 + a_1 \cos(\varphi) + a_2 \cos(2\varphi)]$. Der Rechnung wurde eine harte Zustandsgleichung mit impulsabhängigen Wechselwirkungen zugrunde gelegt.

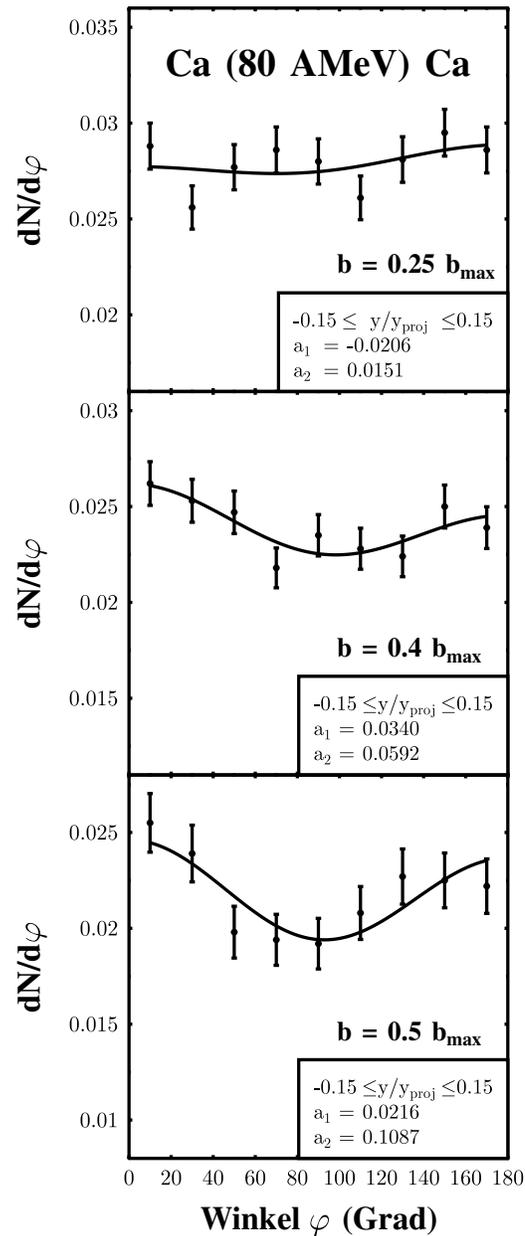


Abb. 8.2: Azimuthale Verteilungen für das System Ca+Ca bei der Energie 80 MeV/Nukleon und den Stoßparametern $b = 0.25 b_{\max}$, $b = 0.4 b_{\max}$ und $b = 0.5 b_{\max}$.

Mit einer Zunahme der Einschußenergie müssen sich die azimuthalen Verteilungen dem bekannten hochenergetischen squeeze-out annähern. Daher nimmt die Asymmetrie in Form der Bevorzugung der Winkel in Richtung der Reaktionsebene mit vergrößerter Energie ab, was auch experimentell für das System $^{40}\text{Ar} + ^{51}\text{V}$ bei den Energien 35 MeV/Nukleon bis 85 MeV/Nukleon beobachtet wurde [Wil 90]. Bei konstanter Energie nimmt sie mit dem Stoßparameter bis hin zu semiperipheren Kollisionen zu, was in dem Bild der rotierenden Quelle aufgrund der größeren Rotationsenergie anschaulich klar ist. Diese Stoßparameterabhängigkeit ist in Abbildung 8.2 für das System Ca+Ca bei 80 MeV/Nukleon zu erkennen. Während die azimuthale Verteilung bei der Schwerpunktsrapidität für $b = 0.25 b_{\text{max}}$ praktisch flach verläuft, wird die Asymmetrie für die größeren Stoßparameter $b = 0.4 b_{\text{max}}$ und $b = 0.5 b_{\text{max}}$ immer ausgeprägter. Entsprechend steigt der Parameter a_2 monoton an. Experimentell wurde die Stoßparameterabhängigkeit für das System $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ beobachtet [She 93].

Die Stärke der azimuthalen Asymmetrie hängt zudem auch von der betrachteten Teilchensorte ab. Dabei zeigen schwerere Fragmente eine größere Asymmetrie, d.h. eine stärkere Bevorzugung der Emission in die Reaktionsebene als einzelne Nukleonen. Dieser Trend wird in Abbildung 8.3 für das System Ca+Ca bei 90 MeV/Nukleon und $b = 0.4 b_{\text{max}}$ ersichtlich. Um die unterschiedlichen Multiplizitäten der Protonen, Deuteronen und Alpha-Teilchen in dem betrachteten Rapiditätsintervall $-0.15 \leq y/y_{\text{proj}} \leq 0.15$ zu berücksichtigen, wurden die Verteilungen normiert. Die Ordinatenwerte wurden einfach durch die jeweilige Anzahl der in den 1000 berechneten Ereignissen registrierten Teilchen dividiert. Die eingezeichneten Kurven sind erneut angepasste Funktionen gemäß (8.1). Die Asymmetrie ist für die Alpha-Teilchen am größten, wohingegen die Protonen schon beinahe wieder azimuthal isotrop emittiert werden. Schwerere Fragmente zeigen also auch hier deutlicher eine Form des kollektiven Flußes an, ähnlich wie man dies vom Fluß in der Reaktionsebene, charakterisiert durch den reduzierten Fluß, her kennt. Die Abhängigkeit von der Fragmentmasse ist auch am Parameter a_2 abzulesen, der wiederum monoton mit der Masse des Fragments wächst. Diese Fragmentmassenabhängigkeit wurde auch im Experiment beobachtet [Wil 90, Pop 94].

Analog zum transversalen Fluß in der Reaktionsebene und der entsprechenden Balance-Energie, bei der die Flußumkehr stattfindet, erhebt sich nun die Frage, wie der Übergang von preferentieller Emission in die Reaktionsebene hin zum squeeze-out aussieht. Durch die Zunahme der Kompressionsenergie kommt es zunächst zu einer Abnahme der Asymmetrie. Der Parameter a_2 wird entsprechend kleiner bis er null wird, was eine azimuthal runde Wechselwirkungszone beschreibt. Bei weiterer Zunahme der Energie kehrt sich die Asymmetrie um bis der squeeze-out deutlich zum Vorschein kommt. Es deutet sich allerdings an, daß dieser nur sehr langsam einsetzt und über einen größeren Energiebereich praktisch azimuthale Isotropie vorliegt. Trotzdem wurden die experimentellen Analysen von $^{64}\text{Zn} + ^{58}\text{Ni}$ - Kollisionen als direkter Übergang vom rotationsartigen Emissionsverhalten in die Reaktionsebene hin zum squeeze-out gedeutet, obwohl dieser nur schwach hervortrat [Pop 94]. Durch einen solchen Übergang läßt sich ebenso wie beim transversalen Seitwärtsfluß die entsprechende Übergangsenergie E_{uni} definieren, für die die Emission azimuthal uniform ist. Der Parameter a_2 ist hier null. Die Abbildung 8.1 zeigt,

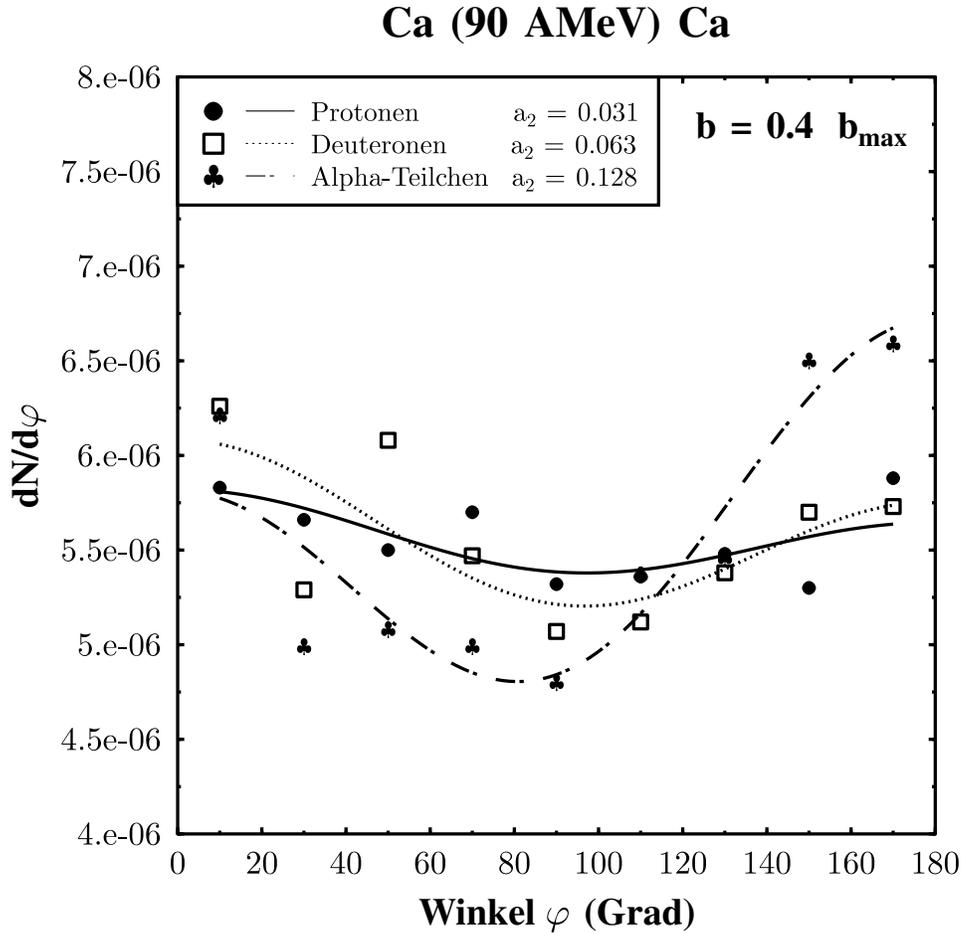


Abb. 8.3: Azimuthale Verteilungen für das System Ca+Ca bei der Energie 90 MeV/Nukleon und dem Stoßparameter $b = 0.4 b_{\max}$, getrennt für einzelne Protonen, Deuteronen und Alpha-Teilchen, im Rapiditätsbereich $-0.15 \leq y/y_{\text{proj}} \leq 0.15$.

daß diese Übergangsenergien von den Balance-Energien im allgemeinen verschieden sind. Für das System $^{64}\text{Zn} + ^{58}\text{Ni}$ ($A = 122$) wurde gesehen, daß E_{uni} kleiner als E_{bal} ist.

Dagegen sind die Übergangsenergien E_{uni} für das hier studierte System Ca+Ca ($A = 80$) größer als die entsprechende Balance-Energie für intermediäre Stoßparameter und kleiner für zentralere Kollisionen wie man in Abbildung 8.1 erkennen kann. Die Massenabhängigkeit scheint also für die Übergangsenergien E_{uni} , die ebenfalls vom Stoßparameter abhängen, stärker zu sein als für die Balance-Energien. Die Übergangsenergien E_{uni} werden dann aber, ebenso wie das für die Balance-Energien der Fall ist, mit einer Zunahme der Systemmasse kleiner. Daß für leichtere Systeme die Übergangsenergien E_{uni} größer sind als die entsprechenden Balance-Energien wird auch bei Betrachtung der Messungen der azimuthalen Verteilungen von $^{40}\text{Ar} + ^{51}\text{V}$ -Kollisionen

angedeutet. Die Übergangsenergien E_{uni} liegen hier, allerdings für von der Schwerpunktsrapidity versetzte Rapidityfenster, bei Energien oberhalb 80 MeV/Nukleon und sind damit, abhängig vom Stoßparameter, auch größer als die Balance-Energien.

Die Bestrebungen könnten nun dahin gehen, ähnlich systematische Untersuchungen für diese azimuthale Isotropie beschreibenden Übergangsenergien durchzuführen wie dies für die Balance-Energien geschah. Hierzu zählt die angesprochene Massenabhängigkeit unter Berücksichtigung der Stoßparameterabhängigkeit. Die Auswirkungen verschiedener Modellinhalte und Parameter ist ebenso eine offene Frage. Eventuell kann hiermit wertvolle, ergänzende Information erhalten werden, um den Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitt im Medium oder die Zustandsgleichung der Kernmaterie zu bestimmen.

Kapitel 9

Zusammenfassung

Abschließend sollen hier die wichtigsten, neuen Ergebnisse herausgestellt und ein Ausblick auf mögliche zukünftige Studien gegeben werden.

In dieser Arbeit wurden vorwiegend Schwerionenkollisionen bei Einschußenergien zwischen ungefähr 40 MeV/Nukleon und 400 MeV/Nukleon mit dem Quantenmolekular-dynamik-Modell untersucht. Ein Schwerpunkt war hierbei die Beschreibung der Umkehr des kollektiven, transversalen Seitwärtsflusses in der Reaktionsebene. Der negative Seitwärtsfluß, der bei niedrigen Energien der Größenordnung kleiner als 100 MeV/Nukleon durch die attraktiven Wechselwirkungen verursacht wird, verschwindet bei Steigerung der Einschußenergie bei der Balance-Energie E_{bal} . Oberhalb dieser dominieren die repulsiven Wechselwirkungen, so daß positiver transversaler Fluß einsetzt. Sowohl die negativen Flußwinkel als auch der Übergang hin zu positiven Flußwinkeln konnte für eine große Anzahl verschiedener Energien und Stoßparameter mit unterschiedlichen Zustandsgleichungen für die Systeme ${}^{40}_{20}\text{Ca} + {}^{40}_{20}\text{Ca}$ und ${}^{197}_{79}\text{Au} + {}^{197}_{79}\text{Au}$ mit dem Quantenmolekular-dynamik-Modell beschrieben werden. Ziel muß es bleiben, die verschiedenen, grundlegenden physikalischen Wechselwirkungen eindeutig und unabhängig voneinander zu bestimmen. Ein erfolgversprechender Weg sind die hier vorgestellten Methoden und die Hinweise zur adäquaten Interpretation experimenteller Ergebnisse.

Die Abhängigkeit der Balance-Energien von der Masse des betrachteten Systems ist sehr sensitiv auf den Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitt im Medium. Hier wurde systematisch gezeigt, daß die Balance-Energien stark vom Stoßparameter abhängen. Die Zunahme der Balance-Energie mit dem Stoßparameter ist ungefähr linear. Für das System Ca+Ca kann sich die Balance-Energie beim Übergang von zentraleren zu mittleren Stoßparametern mehr als verdoppeln. Daher ist für die Interpretation der gemessenen Balance-Energien in bezug auf eine Modifikation des nukleonischen Wirkungsquerschnitts im Medium oder der Zustandsgleichung eine genaue Kenntnis des Stoßparameters von größter Wichtigkeit. Vorläufige experimentelle Analysen scheinen die vorhergesagte Stoßparameterabhängigkeit sehr gut zu bestätigen [Wes 95].

Weiterhin hat sich herauskristallisiert, daß bei der Berücksichtigung impulsabhängiger Wechselwirkungen die Balance-Energien bei größeren Stoßparametern signifikant kleiner sind als für den Fall der Nichtberücksichtigung. Daher könnten experimentelle Bestimmungen der Balance-Energien bei größeren Stoßparametern signifikante Hinweise auf die tatsächliche Bedeutung der impulsabhängigen Wechselwirkungen in diesem Energiebereich geben.

Es wurde gezeigt, daß für schwere Systeme wie Au+Au die langreichweitige internukleare Coulomb-Wechselwirkung vor dem Kontakt der Kerne im Energiebereich der Balance-Energien nicht vernachlässigt werden darf. Die hervorgerufene Repulsion bewirkt eine Drehung des Systems. Während in diesem gedrehten System dynamischer negativer Fluß beobachtbar ist, ist er es nicht im Laborsystem. Die im gedrehten "Kontaktbezugssystem" bestimmten Balance-Energien für Au+Au sind erwartungsgemäß kleiner als für Ca+Ca und nehmen mit wachsendem Stoßparameter zu.

Ein neuartiger Zwei-Komponenten-Fluß konnte in semiperipheren Kollisionen von Ca+Ca beschrieben und analysiert werden. Dabei wird in einem Ereignis in verschiedenen Rapiditätsbereichen gleichzeitig positiver und negativer transversaler Fluß möglich. Die wenig komprimierte Spektatorenmaterie, die vermehrt aus schwereren Fragmenten besteht, zeigt negativen Fluß bei großen Rapiditäten, wohingegen die Kompressionszone in Form von einzelnen Nukleonen positiven transversalen Fluß zeigt. Aufgrund der großen Sensitivität gegenüber den Systemparametern und der Zustandsgleichung lohnt es sich, diesen Effekt experimentell zu untersuchen.

Beim Studium azimuthaler Verteilungen wurde deutlich, daß auch in den Balance-Punkten noch kollektiver Fluß in Form von azimuthaler Asymmetrie vorliegt. Im Gegensatz zur bekannten hochenergetischen Bevorzugung der Emissionswinkel senkrecht zur Reaktionsebene für Teilchen aus der Wechselwirkungszone wurde hier die bei kleineren Energien preferentielle Emission in die Reaktionsebene aufgezeigt. Diese nimmt mit der Teilchenmasse und dem Stoßparameter zu. Das systematische Studium der Anregungsfunktion dieser azimuthalen Asymmetrie könnte durch die Übergangsenergien, die durch den Wechsel von der preferentiellen Emission in die Reaktionsebene zu der Bevorzugung der Winkel senkrecht zur Reaktionsebene definiert sind, wertvolle, ergänzende Information zu den Balance-Energien liefern.

Anhang A

Die BBKGY-Gleichungen

Im folgenden sollen hier die Bogoliubov-Born-Kirkwood-Green-Yvon-Gleichungen (BBKGY-Gleichungen) hergeleitet werden. Ausgangspunkt wird der Satz von Liouville sein. Zunächst wird der Liouville-Operator definiert,

$$\hat{L}_s = \{H, \cdot\} = \sum_{i=1}^s \left(\frac{\partial H}{\partial \vec{q}_i} \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial H}{\partial \vec{p}_i} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} \right), \quad s = 1, \dots, N. \quad (\text{A.1})$$

Unter der Annahme, daß

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + \sum_{l=2}^N \sum_{k=1}^{l-1} V_{kl} (|\vec{q}_k - \vec{q}_l|), \quad (\text{A.2})$$

folgt weiter

$$\hat{L}_s = \sum_{i=1}^s \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} \left(\sum_{l=2}^s \sum_{k=1}^{l-1} V_{kl} \right) \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} - \sum_{i=1}^s \frac{\vec{p}_i}{m} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i}. \quad (\text{A.3})$$

Der erste Term ergibt

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^s \sum_{l=2}^s \sum_{k=1}^{l-1} \left(\frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} V_{kl} \delta_{ik} + \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} V_{kl} \delta_{il} \right) \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} = \sum_{l=2}^s \sum_{i=1}^{l-1} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} V_{il} \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} + \sum_{i=2}^s \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} V_{ki} \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \\ & = \sum_{j=2}^s \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} V_{ij} \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} + \sum_{j=2}^s \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_j} V_{ij} \frac{\partial}{\partial \vec{p}_j} = \sum_{j=2}^s \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} V_{ij} \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} - \sum_{j=2}^s \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} V_{ij} \frac{\partial}{\partial \vec{p}_j} \\ & = \sum_{j=2}^s \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} V_{ij} \left(\frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}_j} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Dabei wurde im zweiten Schritt die Umbenennung ($l \rightarrow j$) für den ersten Term und ($i \rightarrow j$), ($k \rightarrow i$) für den zweiten Term vorgenommen. Damit resultiert der Liouville-Operator zu

$$\hat{L}_s = - \sum_{i=1}^s \frac{\vec{p}_i}{m} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} + \sum_{j=2}^s \sum_{i=1}^{j-1} \hat{\Theta}_{ij}, \quad (\text{A.5})$$

wobei

$$\hat{\Theta}_{ij} = \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} V_{ij} \left(\frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}_j} \right). \quad (\text{A.6})$$

Der Satz von Liouville läßt sich nun mit dem Liouville-Operator schreiben,

$$\frac{\partial f^{(N)}}{\partial t} - \hat{L}_N f^{(N)} = 0. \quad (\text{A.7})$$

Der Liouville-Operator ist separierbar in einen Anteil bis zur s -ten Ordnung und in einen Anteil, der die höheren Ordnungen berücksichtigt,

$$\hat{L}_N = \hat{L}_s + \hat{L}_{N,s+1}, \quad (\text{A.8})$$

mit

$$\hat{L}_{N,s+1} = - \sum_{i=s+1}^N \frac{\vec{p}_i}{m} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} + \sum_{i=1}^s \sum_{j=s+1}^N \hat{\Theta}_{ij} + \sum_{j=s+1}^N \sum_{i=s+1}^{j-1} \hat{\Theta}_{ij}. \quad (\text{A.9})$$

Integriert man nun die Liouville-Gleichung (A.7) über die Phasenraumelemente $d\Gamma_{s+1} \dots d\Gamma_N$ und benutzt die Zerlegung (A.8), so erhält man

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \hat{L}_s \right) f^{(s)} &= \int \hat{L}_{N,s+1} f^{(N)} d\Gamma_{s+1} \dots d\Gamma_N \\ &= \int \left(- \sum_{i=s+1}^N \frac{\vec{p}_i}{m} \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} f^{(N)} + \sum_{i=1}^s \sum_{j=s+1}^N \frac{\partial V_{ij}}{\partial \vec{q}_i} \left(\frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}_j} \right) f^{(N)} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=s+1}^N \sum_{i=s+1}^{j-1} \frac{\partial V_{ij}}{\partial \vec{q}_i} \left(\frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}_j} \right) f^{(N)} \right) d\Gamma_{s+1} \dots d\Gamma_N \\ &= \sum_{i=1}^s \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \int \sum_{j=s+1}^N \frac{\partial V_{ij}}{\partial \vec{q}_i} f^{(N)} d\Gamma_{s+1} \dots d\Gamma_N. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Dabei wurde im letzten Schritt ausgenutzt, daß $f^{(N)}$ eine normierbare Funktion sein soll, und somit die zu $\int \frac{\partial}{\partial \vec{q}_i} f^{(N)} d\Gamma_i$ und zu $\int \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} f^{(N)} d\Gamma_i$ äquivalenten Oberflächenintegrale verschwinden. Wird die weitere Annahme gemacht, daß identische Teilchen vorliegen, so sind die Integrale über jeden Summanden j ebenfalls identisch, und man erhält unter Berücksichtigung der Definition der reduzierten s -Teilchenverteilungsfunktion (2.2)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \hat{L}_s \right) f^{(s)} = (N - s) \sum_{i=1}^s \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \int \frac{\partial V_{i(s+1)}}{\partial \vec{q}_i} f^{(s+1)} d\Gamma_{s+1}. \quad (\text{A.11})$$

Vollständig ausgeschrieben lauten die BBKGY-Gleichungen also

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^{(s)}}{\partial t} + \sum_{i=1}^s \frac{\vec{p}_i}{m} \frac{\partial f^{(s)}}{\partial \vec{q}_i} - \sum_{j=2}^s \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\partial V_{ij}}{\partial \vec{q}_i} \left(\frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}_j} \right) f^{(s)} \\ = (N - s) \sum_{i=1}^s \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \int \frac{\partial V_{i(s+1)}}{\partial \vec{q}_i} f^{(s+1)} d\Gamma_{s+1}. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Literaturverzeichnis

- [Ai 85] J. Aichelin and G. Bertsch. *Phys. Rev. C* 31, 1730 (1985).
- [Ai 86] J. Aichelin and H. Stöcker. *Phys. Lett. B* 176, 14 (1986).
- [Ai 87] J. Aichelin, A. Rosenhauer, G. Peilert, H. Stöcker, and W. Greiner. *Phys. Rev. Lett.* 58, 1926 (1987).
- [Ai 91] J. Aichelin. *Phys. Rep.* 202, 233 (1991).
- [Al 92] J. P. Alard, and the FOPI Collaboration. *Phys. Rev. Lett.* 69, 889 (1992).
- [Ar 82] L. G. Arnold, B. C. Clark, E. D. Cooper, H. S. Sherif, D. A. Hutcheon, P. Kitching, J. M. Cameron, R. P. Liljestrang, R. N. MacDonald, W. J. MacDonald, C. A. Miller, G. C. Neilson, W. C. Olsen, D. M. Sheppard, G. M. Stinson, D. K. McDaniels, J. R. Tinsley, R. L. Mercer, L. W. Swensen, P. Schwandt, and C. E. Stronach. *Phys. Rev. C* 25, 936 (1982).
- [Ba 95] S. P. Baldwin, B. Lott, B. M. Szabo, B. M. Quednau, W. U. Schröder, J. Töke, L. G. Sobotka, J. Barreto, R. J. Charity, L. Gallamore, D. G. Sarantites, D. W. Stracener, and R. T. de Souza. *Phys. Rev. Lett.* 74, 1299 (1995).
- [Ba 93] S. A. Bass, *Kollektive Effekte von Pionen bei SIS-Energien*, Diplomarbeit, GSI-Report 93-13, (1993).
- [Ba 95] S. A. Bass, C. Hartnack, H. Stöcker, and W. Greiner. *Phys. Rev. C* 51, (1995).
- [Be 84] G. F. Bertsch, H. Kruse, and S. Das Gupta. *Phys. Rev. C* 29, 673 (1984).
- [Be 88] G. F. Bertsch and S. Das Gupta. *Phys. Rep.* 160, 189 (1988).
- [Bog 46] N. N. Bogoliubov, *Problemi Dynamitcheskij Theorie u Statisticheskey Phisikie*, (OGIS, Moskau, 1946). Englische Übersetzung von E. K. Gora, *Problems of Dynamical Theory in Statistical Physics*, ASTIA document No. AD-213317.

- [Born 46] M. Born and H. S. Green, *Proc. Roy. Soc. A*188, 10 (1946), *Proc. Roy. Soc. A*189, 103 (1947), *Proc. Roy. Soc. A*190, 455 (1947), and *Proc. Roy. Soc. A*191, 168 (1947).
- [Chi 86] C. B. Chitwood, D. J. Fields, C. K. Gelbke, D. R. Klesch, W. G. Lynch, M. B. Tsang, T. C. Awes, R. L. Ferguson, F. E. Obenshain, F. Plasil, R. L. Robinson, and G. R. Young. *Phys. Rev. C* 34, 858 (1986).
- [Co 87] E. D. Cooper, B. C. Clark, R. Kozack, S. Shim, S. Hama, J. I. Johansson, H. S. Sherif, R. L. Mercer, and B. D. Serot. *Phys. Rev. C* 36, 2170 (1987)
- [Cug 80] J. Cugnon. *Phys. Rev. C* 22, 1885 (1980).
- [Cug 81] J. Cugnon, T. Mizutani, and J. Vandermeulen. *Nucl. Phys. A* 352, 505 (1981).
- [Dan 85] P. Danielewicz and G. Odyniec. *Phys. Lett. B* 157, 146 (1985).
- [Dem 89] M. Demoulin, D. L'Hôte, J. P. Alard, J. Augerat, R. Bibinet, N. Bastid, F. Brochard, C. Cavata, N. De Marco, P. Dupieux, H. Fanet, Z. Fodor, L. Fraysse, P. Gorodetzky, J. Gosset, T. Hayashino, M. C. Lemaire, A. Le Merdy, J. Marroncle, G. Montarou, M. J. Parizet, J. Poitou, C. Racca, W. Schimmerling, Y. Terrien, and O. Valette. *Phys. Rev. Lett.* 62, 1251 (1989).
- [Dem 90] M. Demoulin, D. L'Hôte, J. P. Alard, J. Augerat, R. Bibinet, N. Bastid, F. Brochard, C. Cavata, N. De Marco, P. Dupieux, H. Fanet, Z. Fodor, L. Fraysse, P. Gorodetzky, J. Gosset, T. Hayashino, M. C. Lemaire, A. Le Merdy, J. Marroncle, G. Montarou, M. J. Parizet, J. Poitou, C. Racca, W. Schimmerling, Y. Terrien, and O. Valette. *Phys. Lett. B* 241, 476 (1990).
- [Dos 86] K. G. R. Doss, H.-A. Gustafsson, H. Gutbrod, K. H. Kampert, B. Kolb, H. Löhner, B. Ludewigt, A. M. Poskanzer, H. G. Ritter, H. R. Schmidt, and H. Wieman. *Phys. Rev. Lett.* 57, 302 (1986).
- [Gre 87] W. Greiner. *Theoretische Physik Band 6, Relativistische Quantenmechanik*, Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, (1987).
- [Gre 89] W. Greiner and J. Rafelski. *Theoretische Physik Band 3 A, Spezielle Relativitätstheorie*, Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, (1989).
- [Gut 89a] H. H. Gutbrod, K. H. Kampert, B. Kolb, A. M. Poskanzer, H. G. Ritter, and H. R. Schmidt. *Phys. Lett. B* 216, 267 (1989).
- [Gut 89b] H. H. Gutbrod, A. M. Poskanzer, and H. G. Ritter. *Rep. Prog. Phys.* 52, 1267 (1989).
- [Gut 90] H. H. Gutbrod, K. H. Kampert, B. Kolb, A. M. Poskanzer, H. G. Ritter, R. Schicker, and H. R. Schmidt. *Phys. Rev. C* 42, 640 (1990).

- [Ha 88] Ch. Hartnack, H. Stöcker, and W. Greiner. *Proc. of the International Workshop on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitation*, XVI, edited by H. Feldmeier, Hirscheegg, Kleinwalsertal, Austria, 138 (1988).
- [Ha 89] Ch. Hartnack, L. Zhuxia, L. Neise, G. Peilert, A. Rosenhauer, H. Sorge, J. Aichelin, H. Stöcker, and W. Greiner. *Nucl. Phys. A* 495, 303 (1989).
- [Ha 93] Ch. Hartnack, *Beschreibung von Flußeffecten und Teilchenproduktion in relativistischen Schwerionenstößen*, Dissertation, GSI-Report 93-05, (1993).
- [Je 94] S. C. Jeong, and the FOPI Collaboration. *Phys. Rev. Lett.* 72, 3468 (1994).
- [Ki 46] J. G. Kirkwood, *J. Chem. Phys.* 14, 180 (1946), and *J. Chem. Phys.* 15, 72 (1947).
- [Ko 95] J. Konopka, H. Stöcker, and W. Greiner. *Nucl. Phys. A* 583, 357 (1995).
- [Kro 91] D. Krofcheck, D.A. Cebra, M. Cronqvist, R. Lacey, T. Li, C.A. Ogilvie, A.M. Vander Molen, K. Tyson, G.D. Westfall, W.K. Wilson, J.S. Winfield, A. Nadasen, and E. Norbeck. *Phys. Rev. C* 43, 350 (1991).
- [Kro 92] D. Krofcheck, W. Bauer, G.M. Crawley, S. Howden, C.A. Ogilvie, A.M. Vander Molen, G.D. Westfall, W.K. Wilson, R.S. Tickle, C. Djalali, and C. Gale. *Phys. Rev. C* 46, 1416 (1992).
- [Kru 85] H. Kruse, B. V. Jacak, and H. Stöcker. *Phys. Rev. Lett.* 54, 289 (1985).
- [La 90] L. D. Landau and E. M. Lifschitz. *Lehrbuch der theoretischen Physik I, Mechanik*, Akademie-Verlag, Berlin, (1990).
- [BLi 91] B. A. Li, W. Bauer, and G. F. Bertsch. *Phys. Rev. C* 44, 450 (1991).
- [BLi 93] B. A. Li. *Phys. Rev. C* 48, 2415 (1993).
- [Mol 85a] J.J. Molitoris and H. Stöcker. *Phys. Lett. B* 162, 47 (1985).
- [Mol 85b] J. J. Molitoris and H. Stöcker. *Phys. Rev. C* 32, R346 (1985).
- [Mot 92] V. de la Mota, F. Seville, M. Farine, B. Remaud, and P. Schuck. *Phys. Rev. C* 46, 677 (1992).
- [No 28] L. W. Nordheim. *Proc. Roy. Soc. A* 49, 689 (1928).
- [Ogi 90] C.A. Ogilvie, W. Bauer, D.A. Cebra, J. Clayton, S. Howden, J. Karn, A. Nadasen, A. Vander Molen, G.D. Westfall, W.K. Wilson, and J.S. Winfield. *Phys. Rev. C* 42, R10 (1990).

- [Pan 93] Q. Pan and P. Danielewicz. *Phys. Rev. Lett.* 70, 2062 (1993); *Erratum-ibid.* 70, 3523 (1993).
- [Pas 67] G. Passatore, *Nucl. Phys. A* 95, 694 (1967).
- [Pei 89] G. Peilert, H. Stöcker, A. Rosenhauer, A. Bohnet, J. Aichelin, and W. Greiner. *Phys. Rev. C* 39, 1402 (1989).
- [Pei 94] G. Peilert, H. Stöcker, and W. Greiner. *Rep. Prog. Phys.* 57, 533 (1994).
- [Pet 92] J. Péter. *Nucl. Phys. A* 545, 173 (1992).
- [Po 95] J. Pochodzalla, and the Aladin Collaboration. GSI-preprint 95-13 (1995).
- [Pop 94] R. Popescu, J. C. Angélique, G. Auger, G. Bizard, R. Brou, A. Buta, C. Cabot, E. Crema, D. Cussol, Y. El Masri, P. Eudes, M. Gonin, K. Hagel, Z. Y. He, A. Kerambrun, C. Lebrun, J. P. Patry, A. Péghaire, J. Péter, R. Régimbart, E. Rosato, F. Saint-Laurent, J. C. Steckmeyer, B. Tamain, E. Vient, and R. Wada. *Phys. Lett. B* 331, 285 (1994).
- [Sch 74] W. Scheid, H. Müller, and W. Greiner. *Phys. Rev. Lett.* 32, 741 (1974).
- [Sma 87] B. Schürmann, W. Zwermann, and R. Malfliet. *Phys. Rep.* 147, 3 (1987).
- [She 93] W. Q. Shen, J. Péter, G. Bizard, R. Brou, D. Cussol, M. Louvel, J. P. Patry, R. Régimbart, J.C. Steckmeyer, J. P. Sullivan, B. Tamain, E. Crema, H. Doubre, K. Hagel, G.M. Jin, A. Péghaire, F. Saint-Laurent, Y. Cassagnou, R. Legrain, C. Lebrun, E. Rosato, R. MacGrath, S.C. Jeong, S.M. Lee, Y. Yagashima, T. Nakagawa, M. Ogihara, J. Kasagi, and T. Motobayashi. *Nucl. Phys. A* 551, 333 (1993).
- [Sky 56] T. H. R. Skyrme. *Phil. Mag.* 1, 1043 (1956).
- [Sky 59] T. H. R. Skyrme. *Nucl. Phys.* 9, 615 (1959).
- [So 94] S. Soff, S. A. Bass, C. Hartnack, H. Stöcker, and W. Greiner. GSI-Report 94-1, 84 (1994).
- [So 95a] S. Soff, S. A. Bass, C. Hartnack, H. Stöcker, and W. Greiner. GSI-Report 95-1, 64 (1995).
- [So 95b] S. Soff, S. A. Bass, C. Hartnack, H. Stöcker, and W. Greiner. *Phys. Rev. C* 51, 3320 (1995).
- [Stö 80] H. Stöcker, J. A. Maruhn, and W. Greiner. *Phys. Rev. Lett.* 44, 725 (1980).
- [Stö 82] H. Stöcker, L. P. Csernai, G. Graebner, G. Buchwald, H. Kruse, R. Y. Cusson, J. A. Maruhn, and W. Greiner. *Phys. Rev. C* 25, 1873 (1982).

- [Stö 86] H. Stöcker and W. Greiner. *Phys. Rep.* 137, 277 (1986).
- [Sul 90] J.P. Sullivan, J. Péter, D. Cussol, G. Bizard, R. Brou, M. Louvel, J.P. Parry, R. Régimbart, J. C. Steckmeyer, B. Tamain, E. Crema, H. Dubre, K. Hagel, G.M. Jin, A. Péghaire, F. Saint-Laurent, Y. Cassagnou, R. Legrain, C. Lebrun, E. Rosato, R. McGrath, S.C. Jeong, S.M. Lee, Y. Nagashima, T. Nakagawa, M. Ogihara, J. Kasagi, and T. Motobayashi. *Phys. Lett. B* 249, 8 (1990).
- [Ue 33] E. A. Uehling and G. E. Uhlenbeck. *Phys. Rev.* 43, 552 (1933).
- [Val 88] O. Valette, R. Bibinet, N. De Marco, H. Fanet, Z. Fodor, J. Gosset, M. C. Lemaire, D. L'Hôte, J. Poitou, W. Schimmerling, Y. Terrien, J. P. Alard, J. Augerat, N. Bastid, P. Dupieux, L. Frasse, G. Montarou, M. J. Parizet, J. Valéro, F. Brochard, P. Gorodetzky, and C. Racca. *Proc. of the International Workshop on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitation*, XVI, edited by H. Feldmeier, Hirscheegg, Kleinwalsertal, Austria, 133 (1988).
- [Wes 93] G. D. Westfall, W. Bauer, D. Craig, M. Cronqvist, E. Gualtieri, S. Hannuschke, D. Klakow, T. Li, T. Reposeur, A. M. Vander Molen, W. K. Wilson, J. S. Winfield, J. Yee, S. J. Yenello, R. Lacey, A. Elmaani, J. Laurent, A. Nadasen, and E. Norbeck. *Phys. Rev. Lett.* 71, 1986 (1993).
- [Wes 95] G. D. Westfall. Private Mitteilung und Manuskript in Vorbereitung (1995).
- [Wil 90] W. K. Wilson, W. Benenson, D. A. Cebra, J. Clayton, S. Howden, J. Karn, T. Li, C. A. Ogilvie, A. Vander Molen, G. D. Westfall, J. S. Winfield, and B. Young. *Phys. Rev. C* 41, R1881 (1990).
- [Wol 90] G. Wolf, G. Batko, W. Cassing, U. Mosel, K. Niita, and M. Schäfer. *Nucl. Phys. A* 517, 615 (1990).
- [Xu 91] H. M. Xu. *Phys. Rev. Lett.* 67, 2769 (1991).
- [Yar 79] Y. Yariv and Z. Frankel. *Phys. Rev. C* 20, 2227 (1979).
- [Yv 35] J. Yvon, *La Théorie Statistique des Fluides et l'Equation d'Etat*, Hermann, Paris, (1935).
- [Zha 94] J. Zhang, S. Das Gupta, and C. Gale. *Phys. Rev. C* 50, 1617 (1994).
- [Zha 90] W. M. Zhang, R. Madey, M. Elaasar, J. Schambach, D. Keane, B. D. Anderson, A. R. Baldwin, J. Cogar, J. W. Watson, G. D. Westfall, G. Krebs, and H. Wieman. *Phys. Rev. C* 42, R491 (1990)
- [Zho 93] H. Zhou, Z. Li, and Y. Zhuo. *Phys. Lett. B* 318, 19 (1993).

Danksagung

Zu dem bisher Erreichten haben viele Menschen beigetragen, bei denen ich mich an dieser Stelle bedanken möchte.

Bei Herrn Professor Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner möchte ich mich ganz herzlich für das mir entgegengebrachte Vertrauen bedanken. Seine Begeisterungsfähigkeit und Intuition für die Physik ist ein Phänomen, das mitreißend ist. Zudem verdankt das Institut ihm seine hervorragenden Arbeitsbedingungen, die es einem schon als jungen Studenten ermöglichen, an der internationalen Forschungsfront mitzuwirken und so einen Blick über den Tellerrand hinaus zu werfen.

Herrn Professor Dr. Horst Stöcker danke ich ganz herzlich für die außerordentliche Unterstützung, die ich durch seine Betreuung erfahren habe. Sein Tatendrang und seine Motivationskünste sind für mich wie für das ganze Institut äußerst wertvoll. Jede der zahlreichen Diskussionen mit ihm brachten mich einen Schritt weiter. Außerdem verhalf er mir auch zu einer gewissen Abhärtung, die im großen Dschungel der Physik-Welt vonnöten ist.

Herrn Dipl. Phys. Steffen A. Bass bin ich zu größtem Dank verpflichtet. Durch seine allgegenwärtige Fürsorge war er für mich wirklich immer ansprechbar. Im alltäglichen Kampf mit den vielen kleinen Problemen waren seine Hilfen praktisch unersetzlich.

Herrn Dr. Christoph Hartnack danke ich für viele wertvolle Anregungen und für die immense Vorarbeit, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Weiterhin möchte ich allen Institutsmitgliedern für die außerordentlich kooperative Stimmung danken. Besonders den Computer-Spezialisten mit Detlev Hilberg, Christoph Best und Markus Hofmann verdankt das Institut die hervorragende Konfiguration der elektronischen Arbeitsplätze. Danken möchte ich auch Frau Astrid Steidl für die sorgfältige Anfertigung einiger Zeichnungen. Frau M. Ollig, Frau D. Radulescu und Frau V. Palade sorgen dankenswerterweise für den reibungslosen Ablauf im Hintergrund des Institutsgeschehens. Die Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) stellte freundlicherweise einen Teil der benötigten Rechenzeit zur Verfügung.

Desweiteren möchte ich auch den Lehrern meiner schulischen Ausbildung meinen Dank aussprechen, die einen Grundstein legten. Stellvertretend möchte ich meine erste Klassenlehrerin Frau S. Elben und meinen letzten Tutor Herrn OstR R. Stubenvoll nennen.

Ebenso danke ich den Hochschulprofessoren für viele spannende Vorlesungen und Praktika.

Besonders die Kursvorlesungen bei Herrn Prof. Dr. W. Greiner, Herrn Prof. Dr. R. Dreizler, Herrn Prof. Dr. W. Martienssen und Herrn Prof. Dr. R. Jelitto waren für mich prägend.

Für das stetige Interesse an meinem Werdegang und die immer mit großem Wohlwollen begleitenden Wünsche bedanke ich mich ganz herzlich bei meiner Schwester, meinen Großeltern, Verwandten, Freunden und Bekannten.

Meinen Eltern danke ich für die großartige Unterstützung, die ich durch sie erfahren habe und so den gegangenen Weg überhaupt erst ermöglichten. Stets konnte ich mir bei meinen Entscheidungen ihres Vertrauens vollkommen sicher sein.

Schließlich möchte ich mich aus ganzem Herzen bei Sonja Steppan für die vielen aufmunternden Worte bedanken und auch dafür, daß ich mit ihr die Begeisterung für die gleichen aufregenden Dinge teilen konnte.

Sven Soff
Schwalbenstraße 6
63263 Neu-Isenburg

LEBENS LAUF

Geboren am 28. 12. 1969 in Frankfurt am Main, als Sohn von Gerhard Soff und Hannelore Soff, geb. Förster. Bis 1976 wohnhaft in Frankfurt am Main, seit 1976 wohnhaft in Neu-Isenburg.

1976	Einschulung in Frankfurt am Main Heinrich-Seliger-Schule
1976	Ludwig-Uhland-Schule in Neu-Isenburg
1980	Förderstufe in Neu-Isenburg Buchenbuschschule
1982	Gymnasium in Neu-Isenburg Goethe-Schule
1989	Abitur
1989	Beginn des Physik-Studiums an der Universität Frankfurt
1990	Zivildienst in Neu-Isenburg
1991	Fortführung des Studiums
1992	Vordiplom
1993	Aufnahme in das Institut für Theoretische Physik