

**"Bedingungen unter denen Erkenntnis möglich ist"**  
**Evolutionstheoretisch-Kognitionswissenschaftliche Implikationen**  
**für die Physik der Raum-Zeit**

**Dissertation**  
**zur Erlangung des Doktorgrades**  
**der Naturwissenschaften**

**vorgelegt beim Fachbereich Physik**  
**der Johann Wolfgang von Goethe-Universität**  
**in Frankfurt am Main**

**von**  
**Dipl.-Inform. Manfred Hartel**  
**aus Bad Neustadt an der Saale**

Frankfurt , 2009  
( D 30 )

vom Fachbereich *Physik* der

Johann Wolfgang Goethe-Universität als Dissertation angenommen

Dekan : Prof. Dr. Dirk-Hermann Rischke

Gutachter : PD Dr. Peter Eisenhardt    Geschichte der Naturwissenschaften  
Prof. Dr. Thomas Görnitz    Institut für Didaktik der Physik

Datum der Disputation : 11. September 2009

## 0. Inhaltsverzeichnis

0.	Inhaltsverzeichnis .....	2
1.	Vorwort.....	1
1.1	Die Geschichte einer Idee.....	1
1.2	Zielsetzung dieser Doktor-Arbeit .....	2
2.	Zusammenfassung .....	4
2.1	Zielsetzung und Gliederung der Arbeit .....	4
2.2	Biologische Erkenntnistheorien.....	5
2.2.1	Evolutionen-Theorie .....	5
2.2.2	Die Erkenntnistheorie im Allgemeinen .....	6
2.2.3	Evolutionäre Erkenntnistheorie .....	6
2.2.4	Genetische Erkenntnistheorie .....	7
2.2.5	Die Beziehung zwischen Genetischer & Evolutionärer Erkenntnistheorie .....	9
2.2.6	Kritik der Evolutionären Erkenntnistheorie.....	9
2.2.7	Das Werden des Denkens .....	9
2.2.8	Angeborene Erkenntnis & das Kant'sche Apriori .....	10
2.3	Kognition von Raum & Zeit .....	10
2.3.1	Visuelle Kognition.....	11
2.3.2	Kognition des Raumes.....	11
2.3.3	Kognition der Zeit .....	12
2.3.4	Basis-Prozesse der Kognition .....	14
2.3.5	Raum-Kognition als Basis des Abstrakten Denkens .....	17
2.3.6	Die Morphologie des Erkennens & Erklärens von Rupert Riedl.....	18
2.3.7	Geometrische Metaphern in Kognitionswissenschaftlichen Theorien.....	20
2.3.8	Mathematik & Kognition.....	20
2.3.9	Zusammenfassung .....	22
2.4	Implikationen für eine Physik der Raum-Zeit .....	23
2.4.1	Die Kognitive Basis der Physik.....	23
2.4.2	Die Frage nach „Bedingungen, unter denen Erkenntnis möglich ist“ .....	23
2.5	Anhang 1 : Ergänzende Erläuterungen zur geschichtlichen Entwicklung der Physik der Neuzeit.....	24
3.	Einleitung.....	26
3.1	Eine kurze Geschichte der Physik .....	26
3.1.1	Vorstellungen zur Physik & Naturphilosophie in der Antike .....	26
3.1.1.1	Vorstellungen zu Raum & Zeit.....	26
3.1.1.2	Vorstellungen zur Materie .....	27
3.1.1.3	Vorstellungen zu den Ursachen .....	27
3.1.2	Die Entwicklung der Physik in der Neuzeit.....	28
3.1.2.1	Der Weg zur Allgemeinen Relativitätstheorie .....	28
3.1.2.2	Der Weg zur Quantentheorie .....	30
3.1.2.3	Abgeschlossene Theorien .....	31
3.2	Fragen & Probleme der Quanten-Gravitation & -Kosmologie .....	32
3.3	Raum & Zeit als „apriori“ unseres Denkens oder unserer Anschauung .....	33
3.4	Die Frage nach „Bedingungen, unter denen Erkenntnis möglich ist“.....	34

4.	Die beteiligten Wissenschaften und ihre Geschichte .....	36
4.1	Beteiligte Wissenschaften .....	36
4.2	Geschichte des Evolutions-Gedankens .....	37
4.3	Geschichte der Erkenntnistheorie .....	38
4.3.1	Ansätze in der Antike .....	38
4.3.2	Empirismus.....	39
4.3.3	Rationalismus .....	39
4.3.4	Transzendente Erkenntnistheorie nach Immanuel Kant .....	40
4.3.4.1	Prinzipien des Reinen Verstandes.....	40
4.3.4.2	Anschauungsformen & Kategorien ( Apriori ) .....	41
4.3.4.3	Bedingungen, unter denen Erkenntnis möglich ist .....	41
4.3.4.4	Die Passung von Subjektiven Erkenntnis-Strukturen & Objektiven Strukturen der Realität .....	41
4.3.4.5	Schlussfolgerungen.....	42
4.3.5	Logischer Empirismus.....	42
4.3.6	Ansätze der Computer & Cognitive Science .....	42
4.3.6.1	Computer-Funktionalismus ( Hilary Putnam ) .....	42
4.3.6.2	Theorie Intentionaler Systeme ( Daniel Dennett ) .....	42
4.3.6.3	Die Sprache des Denkens ( Jerry Fodor ) .....	43
4.3.7	Biologische Erkenntnistheorien.....	43
4.4	Geschichte der Kognitionswissenschaften .....	43
4.4.1	Künstliche Intelligenz – Der Traum von der Denk-Maschine .....	44
4.4.2	Psychologie .....	45
4.4.3	Neuro-Biologie / Gehirn-Forschung.....	46
4.4.4	Artificial Neural Networks .....	46
4.4.5	Linguistik / Sprachwissenschaften .....	47
4.5	Geschichte der Geometrie.....	47
4.5.1	Die Anfänge Geometrischer Darstellungen & Berechnungen.....	47
4.5.2	Die Alten Strom-Kulturen .....	48
4.5.3	Die Geometrie in Griechisch-Hellenistischer Zeit.....	49
4.5.3.1	„Mos Geometricus“ .....	49
4.5.3.2	Die Vorsokratischen Natur-Philosophen .....	50
4.5.3.3	Die Klassische Periode .....	50
4.5.3.4	Die Alexandrinische Periode .....	52
4.5.4	Die Geometrie im Mittelalterlichen Orient.....	52
4.5.5	Die Geometrie in der Renaissance.....	53
4.5.6	Die Entwicklung der Geometrie im 17. + 18. Jahrhundert .....	53
4.5.6.1	Koordinaten-Geometrie – die Verbindung von Geometrie & Algebra .....	53
4.5.6.2	Geometrie & Analysis .....	54
4.5.6.3	Darstellende Geometrie .....	54
4.5.7	Das 19. Jahrhundert – das „Jahrhundert der Geometrie“ .....	55
4.5.7.1	Projektive Geometrie .....	55
4.5.7.2	Differential-Geometrie .....	55
4.5.7.3	Nicht-Euklidische Geometrie .....	55
4.5.7.4	Vektor-Begriff und n-dimensionale Geometrie .....	56
4.5.7.5	Transformations-Gruppen & Geometrie.....	57
4.5.7.6	Topologie.....	58
4.5.8	Die Geometrie im 20. Jahrhundert.....	59
4.5.8.1	Grundlagen der Geometrie .....	59
4.5.8.2	Totale Abstraktion .....	60
4.5.8.3	Geometrie & Computer .....	62
4.5.8.4	Die Geometrie am Ausgang des 20. Jahrhunderts .....	63
4.5.9	Nachwort : Geometrie & Anschauung .....	63

5.	Biologische Erkenntnistheorien .....	64
5.1	Evolutions-Theorie .....	66
5.1.1	Was ist Leben ? .....	66
5.1.2	Evolutions-Begriff & Evolutions-Prozess .....	67
5.1.3	Zufall & Notwendigkeit.....	69
5.1.4	Die Zeit-Richtung des Evolutions-Prozesses.....	69
5.1.5	Belege für die Gültigkeit der Evolutionstheorie .....	69
5.1.6	Résumé .....	71
5.1.7	Nachtrag : Die Evolution des Menschen .....	71
5.2	Die Erkenntnistheorie im Allgemeinen .....	73
5.2.1	Der Gegenstand der Erkenntnistheorie .....	73
5.2.2	Die Definition des Erkenntnis-Begriffs .....	73
5.2.3	Arten des Realismus .....	74
5.2.4	Postulate Wissenschaftlicher Erkenntnis .....	74
5.2.5	Wissenschaft als Regel-Kreis .....	75
5.2.6	Der Objekt-Bereich der Erkenntnistheorie .....	76
5.2.7	Der Regel-Kreis der ( Traditionellen ) Erkenntnistheorie .....	76
5.2.8	Die Beziehung zwischen Verstandes-Kategorien & Seins-Kategorien .....	76
5.3	Evolutionäre Erkenntnistheorie .....	78
5.3.1	Die Erklärung der Evolutionären Erkenntnistheorie.....	78
5.3.2	Der Regel-Kreis der Evolutionären Erkenntnistheorie .....	79
5.3.3	Evolution & Information .....	80
5.3.3.1	Die Beziehung zwischen Erkenntnis, Wissen & Information.....	80
5.3.3.2	Die Beziehung zwischen Evolution, Anpassung & Information .....	81
5.3.3.3	Die Beziehung zwischen Evolution, Anpassung & Weltbild .....	81
5.3.4	Die Evolution der Erkenntnis-Fähigkeit.....	82
5.3.4.1	Grundlagen des zweckmäßigen Verhaltens .....	82
5.3.4.2	Fixe Regelkreise zweckmäßigen Verhaltens .....	82
5.3.4.3	Teleonome Verhaltens-Modifikationen .....	83
5.3.4.4	Einsichtiges Lernen .....	84
5.3.4.5	Lernen von Willkür-Bewegungen .....	84
5.3.4.6	Neugier-Verhalten & Selbst-Exploration .....	85
5.3.4.7	Nachahmung & Tradition.....	86
5.3.4.8	Mensch-Werdung .....	86
5.3.4.9	Das Kognitive System der Kultur .....	87
5.3.5	Ebenen des Informations-Erwerbs.....	87
5.3.6	Die Passung von Kognitiven Strukturen & Realitäts-Strukturen.....	88
5.3.7	Räumliche Struktur des Lebensraums & Kognitive Passung .....	88
5.3.8	Hauptthese der Evolutionären Erkenntnistheorie .....	89
5.3.9	Der Erkenntnis-Prozess .....	89
5.4	Genetische Erkenntnistheorie .....	91
5.4.1	Einleitung .....	91
5.4.2	Perspektive der Genetischen Erkenntnistheorie .....	92
5.4.3	Ausgangsthese .....	93
5.4.4	Leben als Biokybernetisches System .....	94
5.4.5	Kognitive Prozesse & Selbst-Regulation.....	95
5.4.6	Sequentielle Stadien der Kognitiven Entwicklung des Kindes.....	96
5.4.6.1	Die Senso-Motorische Periode .....	97
5.4.6.2	Die Prä-Operatorische Periode .....	97
5.4.6.3	Die Konkret-Operatorische Periode.....	98
5.4.6.4	Die Formal-Operatorische Periode .....	98

5.4.7	Das Werden des Denkens .....	99
5.4.8	Psychologische & Mathematische Strukturen .....	99
5.4.8.1	Die Logik der Verhaltens-Schemata .....	99
5.4.8.2	Die Konstruktion der Verhaltens-Schemata .....	100
5.4.9	Angeborene Erkenntnis & das Kant'sche Apriori .....	100
5.4.10	Nachwort zur Theorie der Geistigen Entwicklung von Jean Piaget .....	101
5.5	Die Beziehung zwischen Genetischer & Evolutionärer Erkenntnistheorie .....	102
5.6	Kritik der Evolutionären Erkenntnistheorie .....	103
5.6.1	Hauptthesen der Evolutionären Erkenntnistheorie .....	104
5.6.1.1	Anpassungs-These .....	104
5.6.1.2	These von der Art als Anpassungs- oder Selektions-Einheit .....	107
5.6.1.3	Limitations-These .....	108
5.6.1.4	Fortschritts-These .....	109
5.6.1.5	Realitäts-These .....	110
5.6.2	Jean Piaget contra Konrad Lorenz .....	111
6.	Kognition von Raum & Zeit .....	113
6.1	Einleitung .....	113
6.1.1	Der Mensch in Raum & Zeit .....	113
6.1.2	Raum & Zeit in verschiedenen Wissenschaften .....	114
6.1.3	Klassifikation der Ansätze .....	116
6.1.4	Die Ansätze der „Representational Theories of Mind“ .....	116
6.1.5	Informations-Repräsentation für die Visuospatiale Kognition .....	118
6.1.6	Der Kognitive Regelkreis .....	119
6.2	Visuelle Kognition .....	120
6.2.1	Die Transformations-Theorie der Kognition .....	120
6.2.2	Wesen & Zweck des Sehens .....	120
6.2.3	Beitragende Wissenschaften .....	121
6.2.4	Der Weg zur Vision Science .....	121
6.2.5	Das Stufen-Modell der Visuellen Kognition von David Marr .....	121
6.2.5.1	Grundannahmen & Methodik .....	122
6.2.5.2	Die Architektur des Visuellen Kognitions-Prozesses .....	122
6.2.5.3	Der Sensor-nahe Wahrnehmungs-Verarbeitungs-Prozess .....	123
6.2.5.4	Der Objekt-Erkennungs-Prozess .....	124
6.2.6	Die Kognition Räumlicher Objekt-Anordnungen .....	125
6.2.7	Visuelle Kognition – Visuospatiale Kognition – Spatiale Kognition .....	126
6.3	Kognition des Raumes .....	126
6.3.1	Historische Anfänge der Erforschung der Kognition des Raumes .....	126
6.3.2	Raum-Kognitions-Forschung & Kognitiver Raum .....	126
6.3.3	Raum-Modelle .....	128
6.3.3.1	Absolute & Relative Raum-Modelle .....	128
6.3.3.2	Globale & Lokale Raum-Modelle .....	129
6.3.4	Bezugs-Systeme der Raum-Kognition .....	129
6.3.4.1	„Absolute“ versus „Relative“ Bezugs-Systeme .....	129
6.3.4.2	„Allozentrische“ versus „Egozentrische“ Bezugs-Systeme .....	130
6.3.4.3	„Beobachter-zentrierte“ versus „Objekt-zentrierte“ Bezugs-Systeme .....	131
6.3.4.4	„Deiktische“ versus „Intrinsische“ Bezugs-Systeme .....	131
6.3.4.5	„Beobachter-zentrierte“ versus „Objekt-zentrierte“ versus „Umgebungs-zentrierte“ Bezugs-Systeme .....	132
6.3.4.6	„Intrinsische“ versus „Relative“ versus „Absolute“ Bezugs-Systeme .....	133
6.3.4.7	Zusammenfassung .....	134
6.3.5	Gedächtnis-Modelle .....	134

6.3.5.1	Mehr-Speicher-Modelle.....	134
6.3.5.2	Der Verarbeitungstiefe-Ansatz .....	135
6.3.5.3	Die Multi-Modale Theorie des Gedächtnisses.....	136
6.3.6	( Visuo-) Spatiale Informations-Repräsentation .....	137
6.3.6.1	Allgemeines .....	137
6.3.6.2	Das Duale Codierungs-Modell von Allan Paivio .....	139
6.3.6.3	Das Baddeley-Logie-Modell .....	140
6.3.6.4	Das Räumliche Repräsentations-System von David Bryant.....	141
6.3.6.5	Das Miller & Johnson-Laird Modell .....	143
6.3.6.6	Die Theorie der Mentalen Modelle von Philip Johnson-Laird .....	143
6.3.6.7	Das Jackendoff Modell.....	145
6.3.6.8	Das Kosslyn-Modell .....	145
6.3.6.9	Das Newcombe-Huttenlocher-Modell.....	146
6.3.7	Neuro-Biologie & Visuospatiale Kognition .....	148
6.3.8	Die Entwicklung des Räumlichen Denkens.....	149
6.3.8.1	Traditionelle Ansätze zur Entwicklung des Räumlichen Denkens .....	149
6.3.8.2	Interaktionistische Ansätze zur Entwicklung des Räumlichen Denkens .....	152
6.3.9	Die Evolution des Räumlichen Denkens .....	154
6.3.10	Zusammenfassung .....	155
6.4	Kognition der Zeit .....	156
6.4.1	Was ist Zeit ?.....	156
6.4.2	Die Erforschung der Psychischen & Subjektiven Zeit .....	157
6.4.2.1	Historische Anfänge .....	157
6.4.2.2	Beitragende Wissenschaften.....	157
6.4.3	Die Komponenten des Zeit-Bewusstseins .....	160
6.4.3.1	Zeit-Wahrnehmung, Zeit-Erleben & Zeit-Empfinden .....	160
6.4.3.2	Zeit-Perspektive bzw. Zeit-Horizont .....	161
6.4.3.3	Zeit-Verhalten und der „Umgang mit Zeit“ .....	162
6.4.3.4	Zeit-Kognition .....	162
6.4.4	Biologische Grundlagen der Zeit-Wahrnehmung.....	162
6.4.4.1	Chrono-Biologie .....	162
6.4.4.2	Neurobiologische Informations-Verarbeitung .....	164
6.4.5	Zeit-Wahrnehmung.....	165
6.4.5.1	Der Ereignis-Begriff.....	165
6.4.5.2	Gleichzeitigkeit & Aufeinanderfolge von Ereignissen .....	165
6.4.5.3	Zeit-Dauer-Wahrnehmung & -Schätzung.....	171
6.4.6	Vergangenheit – Gegenwart – Zukunft .....	183
6.4.7	Zeit, Bewegung & Veränderung.....	184
6.4.7.1	Die Beziehung zwischen Raum, Zeit & Geschwindigkeit.....	184
6.4.7.2	Zeit & Veränderung.....	187
6.4.8	Die Begriffs-Metapher-Theorie der Zeit.....	188
6.4.8.1	Allgemeines .....	188
6.4.8.2	Die Metapher der „Bewegung der Ereignisse“ ( Moving Time Metaphor ).....	189
6.4.8.3	Die Metapher der „Bewegung durch die Zeit“ ( Moving Ego Metaphor ).....	190
6.4.8.4	Die Präzisierung von Zeit-Dauer durch Begriffe der Physikalischen Länge ..	191
6.4.8.5	Die Präzisierung von Zeit-Dauer bei Zeit-Kompression & Zeit-Protraktion..	192
6.4.8.6	Die Räumliche Ereignis-Folge-Metapher ( Temporal Sequence Metaphor ).....	192
6.4.8.7	Die Zeit-Richtung in Räumlichen Begriffs-Metaphern der Zeit.....	193
6.4.8.8	Kultur-Abhängigkeit von Räumlichen Begriffs-Metaphern der Zeit.....	194
6.4.8.9	Vorher-Nachher-Relation & Vertikale Axe.....	196
6.4.8.10	Die Dominanz des Raumes über die Zeit .....	196
6.4.8.11	Die „Zeit-Gerade“.....	197
6.4.8.12	Die Zeit-Matrix und der „Strom der Zeit“ .....	197
6.4.9	Zeit & Gedächtnis.....	198
6.4.9.1	Das Episodische Gedächtnis.....	198
6.4.9.2	Zeit-Information .....	198
6.4.9.3	Gedächtnis & Chronologie .....	199

6.4.10	Zeit-Perspektive bzw. -Horizont.....	199
6.4.10.1	Zeit-Orientierungs-Systeme.....	200
6.4.10.2	Uhrzeit & Kalender .....	201
6.4.10.3	Individuelle & Kulturelle Unterschiede.....	202
6.4.10.4	Psychopathologische Befunde.....	202
6.4.11	Neuro-Biologie & Temporale Kognition.....	202
6.4.11.1	Ergebnisse der Chrono-Biologischen Forschung.....	202
6.4.11.2	Ergebnisse der Biopsychologischen Forschung.....	203
6.4.12	Die Entwicklung des Zeit-Bewusstseins .....	203
6.4.12.1	Vorbemerkung .....	203
6.4.12.2	Die Klassischen Experimente von Jean Piaget .....	203
6.4.12.3	Das Zeit-Verhalten von Feten & Säuglingen.....	204
6.4.12.4	Die Entwicklung des Zeit-Bewusstseins im Ersten Lebens-Jahr.....	205
6.4.12.5	Die Entwicklung des Zeit-Bewusstseins vom Zweiten bis zum Sechsten Lebens-Jahr .....	205
6.4.12.6	Die Entwicklung des Zeit-Bewusstseins in Später Kindheit & Jugend .....	206
6.4.13	Vergleichende Ethologie des Zeitlichen Verhaltens.....	206
6.4.14	Zusammenfassung .....	207
6.4.15	Nachwort : „Die Struktur der Zeit“ von Vyvyan Evans .....	207
6.4.15.1	Die „Eigen-Struktur“ der Psychischen Zeit – Zeit als Prozess .....	207
6.4.15.2	Die „Fremd-Struktur“ der Psychischen Zeit – Zeit als Objekt .....	208
6.5	Spatio-Temporale Repräsentations-Systeme – Eine Zwischen-Bilanz.....	209
6.6	Basis-Prozesse der Kognition .....	210
6.6.1	Einleitung .....	210
6.6.1.1	Evolution der Kognitions-Fähigkeit – Ein Rückblick auf die Evolutionäre Erkenntnistheorie.....	210
6.6.1.2	Anmerkungen zur Terminologie.....	211
6.6.2	Neuronale Netze & Dynamische Zell-Verbände .....	212
6.6.3	Abstrakte Neuronen-ähnliche Netze.....	213
6.6.3.1	Allgemeine Charakteristika .....	213
6.6.3.2	Lernen in Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzen.....	214
6.6.4	Ein System vernünftiger Hypothesen .....	215
6.6.5	Zufall & Notwendigkeit : Die Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“ ( vom Anscheinend Wahren ) .....	215
6.6.6	Gleichheit & Ungleichheit : Die Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“ .....	216
6.6.6.1	Gleiches & Ungleiches .....	216
6.6.6.2	Kognition als Informations-Verarbeitung durch Abstraktion .....	217
6.6.6.3	Gestalt-Wahrnehmung.....	217
6.6.6.4	Die Zweckmäßigkeit der Kognition als Abstraktion & Voraus-Urteil .....	218
6.6.6.5	Die Vergleichs-Hypothese ( Definition ).....	218
6.6.6.6	Vorteile & Nachteile der Struktur-Erwartung.....	219
6.6.7	Ursache & Wirkung : Die Hypothese von der „Ur-Sache“ .....	219
6.6.7.1	Die vier Causae des Aristoteles .....	219
6.6.7.2	Der Algorithmus der Verrechnung Sukzedaner Koinzidenzen.....	220
6.6.7.3	Der Ablauf allen Handelns als „wenn-dann“-Folgen .....	220
6.6.7.4	Vorteile & Nachteile der Kausalitäts-Erwartung .....	220
6.6.8	Durchgängige Mechanismen des Kreativen Lernens im Evolutions-Prozess.....	221
6.6.8.1	Die Durchgängigkeit des Mechanismus der Abstraktion.....	221
6.6.8.2	Die Kognition von Gesetzmäßigkeit.....	221
6.6.8.3	Das Kontinuum des Erkenntnis-Vorgangs.....	223
6.6.8.4	Die Symmetrie zwischen Ratiomorph-Intuitiven & Rationalen Prozessen .....	224
6.6.9	Apriori & Aposteriori .....	225
6.7	Raum-Kognition als Basis des Abstrakten Denkens .....	226
6.7.1	Der Nutzen Räumlicher Schemata im Abstrakten Denken.....	227
6.7.1.1	Räumliche Schemata zur Strukturierung von Gedächtnis-Inhalten .....	228



6.7.1.2	Räumliche Schemata zur Strukturierung Kommunizierter Informationen .....	229
6.7.1.3	Räumliche Schemata zur Strukturierung Logischer Sachverhalte .....	229
6.7.2	Räumliche Schemata – Metaphern oder Interne Kognitive Mechanismen ? .....	230
6.7.3	Repräsentations-System-Typen für Räumliche Informationen.....	231
6.7.4	Hilfsmittel zur Externen Räumlichen Repräsentation .....	231
6.7.4.1	Räumliche Schemata in Graphischen Darstellungen .....	231
6.7.4.2	Richtungs-Präferenzen in Graphischen Darstellungen .....	233
6.7.4.3	Funktionen Graphischer Darstellungen .....	235
6.7.4.4	Graphiken als Grundlage von Metaphern & Kognitiven Korrespondenzen ...	236
6.7.5	Räumliche Schemata im Abstrakten Denken .....	236
6.7.5.1	Die Begriffs-Metapher-Theorie .....	236
6.7.5.2	Modellierung Nicht-Räumlicher Begriffe durch Räumliche Strukturen.....	239
6.7.5.3	Die Rolle Räumlicher Repräsentationen im Transitiven Schließen.....	243
6.7.5.4	Evolution & Entwicklung der Fähigkeit des Logischen Denkens .....	250
6.7.5.5	Résumé .....	252
6.8	Die Morphologie des Erkennens & Erklärens von Rupert Riedl.....	253
6.8.1	Abstraktion von Ordnung .....	253
6.8.2	Morphologie – Die Lehre von der Ähnlichkeit .....	254
6.8.2.1	Ähnlichkeit – Analogie & Homologie.....	254
6.8.2.2	Das Homologie-Theorem .....	255
6.8.2.3	Die Theorie der Merkmale & Typen .....	256
6.8.2.4	Eine „Allgemeine Gestalt-Theorie“ .....	258
6.8.2.5	Die Hierarchie & Anordnung von Strukturen & Klassen-Begriffen.....	258
6.8.2.6	Ähnlichkeits-Felder in Kognition & Wissenschaft.....	259
6.8.2.7	Die Hierarchie der Felder der Ähnlichkeiten.....	259
6.8.3	Die Hierarchische Ordnung von Natur, Denken & Kultur .....	260
6.8.3.1	Struktur- & Klassen-Hierarchien.....	260
6.8.3.2	Die „Biologie der Begriffs-Bildung“ .....	262
6.8.3.3	Ordnungs-Muster in Natur & Denken .....	263
6.8.4	Erklärung & Kausalität – Die Hierarchie der Gesetze.....	264
6.8.4.1	Die vier Causae des Aristoteles .....	264
6.8.4.2	Die vier Formen der Kausalen Erklärung Komplexer Systeme.....	265
6.8.4.3	Eine Hierarchie der Gesetze .....	265
6.8.4.4	Die Doppel-Pyramide der Struktur- & Klassen-Hierarchien des Erklärens ...	266
6.8.5	Jenseits von Raum & Zeit – Das System des Erkennens & Erklärens.....	267
6.9	Geometrische Metaphern in Kognitionswissenschaftlichen Theorien.....	268
6.9.1	Modelle Abstrakter Räume im Wissenschaftlichen Denken .....	268
6.9.2	Die Geometrie des Denkens von Peter Gärdenfors .....	269
6.9.2.1	Das Konzept des Begriffs-Raums.....	269
6.9.2.2	Die Repräsentation von Ähnlichkeiten .....	272
6.9.2.3	Die Repräsentation von Eigenschaften .....	275
6.9.2.4	Eigenschaften Natürlicher Objekte .....	276
6.9.2.5	Die Repräsentation von Konzepten .....	277
6.9.2.6	Die Repräsentation von Objekten.....	277
6.9.2.7	Kategorien- & Prototyp-Theorie.....	278
6.9.2.8	Lernen durch Begriffs- & Kategorien-Bildung.....	279
6.9.2.9	Die Repräsentation von Ordnungs-Relationen & Gestalt-Ähnlichkeiten .....	280
6.9.3	Die Geometrie des Gehirns.....	282
6.9.4	Anhang : „Geometrie, Kognition & Evolution“ von Roger Shepard.....	283
6.10	Mathematik & Kognition.....	285
6.10.1	Vorbemerkungen .....	285
6.10.2	Die Kognitionswissenschaft der Mathematik .....	286
6.10.3	Die Entwicklung des Gegenstands-Bereichs der Mathematik.....	287
6.10.4	Die Kognition der Zahlen .....	288
6.10.4.1	Der Zahlen-Sinn .....	288

6.10.4.2	Zahlen-Repräsentation & Sprache .....	291
6.10.4.3	Zahlen-Kognition & Raum-Kognition.....	294
6.10.4.4	Kognitive Zahlen-Repräsentations-Systeme.....	296
6.10.5	Die Kognitive Basis der Mathematik .....	296
6.10.5.1	Subitising-Fähigkeit & Elementar-Arithmetik.....	296
6.10.5.2	Die Fähigkeit zu Zählen.....	297
6.10.5.3	Die Fähigkeit zur Bildung & Benutzung von Symbolen .....	298
6.10.5.4	Die Fähigkeit zur Zielgerichteten Ausführung von Handlungs-Folgen.....	298
6.10.5.5	Zahlen, Rechnen & Gedächtnis .....	299
6.10.5.6	Die Fähigkeit zur Muster-Erkennung & Abstraktion .....	300
6.10.5.7	Der Sinn für Ursache & Wirkung .....	300
6.10.5.8	Räumliches Vorstellungs-Vermögen und die Fähigkeit zum Probe-Handeln im Vorgestellten Raum .....	301
6.10.6	Die Begriffs-Metapher-Theorie der Arithmetik .....	302
6.10.6.1	Vorbemerkungen .....	302
6.10.6.2	Arithmetik als „Manipulation von Objekt-Ansammlungen“ .....	303
6.10.6.3	Arithmetik als „Objekt-Konstruktion“.....	306
6.10.6.4	Arithmetik als „Messen mit einem Maß-Stab“ .....	307
6.10.6.5	Arithmetik als „Bewegungen entlang eines Weges“ .....	309
6.10.6.6	Zusammenfassung .....	310
6.10.7	Die Kognition Mathematischer Muster & Strukturen .....	312
6.10.7.1	Algebra ist Arithmetik mit Allgemeinen Zahlen .....	312
6.10.7.2	Algebra als Algorithmik mit Abstrakten Objekten .....	313
6.10.8	Mathematik & Bildhaft-Räumliche Vorstellung .....	314
6.10.9	Neuro-Biologie & Mathematische Fähigkeiten .....	316
6.10.9.1	Numerische Fähigkeiten & Hirn-Hemisphären .....	316
6.10.9.2	Zahlen-Sinn & Unterer Scheitel-Lappen .....	316
6.10.9.3	Numerische Funktionen & Gehirn-Architektur .....	317
6.10.9.4	Die Ursprünge der Arithmetischen Module des Gehirns.....	319
6.10.10	Die Entwicklung Mathematischer Fähigkeiten.....	320
6.10.10.1	Die Theorie der Entwicklung des Zahl-Begriffs von Jean Piaget.....	320
6.10.10.2	Die Entwicklung des Zahlen-Sinns.....	321
6.10.10.3	Die Entwicklung der Rechen-Fähigkeit.....	322
6.10.11	Die Evolution Mathematischer Fähigkeiten .....	323
6.10.11.1	Der Zahligkeits-Sinn bei Tieren .....	323
6.10.11.2	Der Zahlen-Sinn des Menschen.....	323
6.10.11.3	Die Evolution der Voraussetzungen des Mathematischen Denkens .....	324
6.10.12	Zusammenfassung .....	327
7.	Implikationen für eine Physik der Raum-Zeit.....	328
7.1	Vorbemerkung .....	328
7.2	Die Kognitive Basis der Klassischen Mechanik .....	328
7.3	Die Kognitive Basis der Kontinuums-Physik .....	331
7.4	Die Kognitive Basis der Speziellen Relativitätstheorie .....	331
7.4.1	Die Kognitive Basis der Physik der Speziellen Relativitätstheorie .....	331
7.4.2	Die Kognitive Basis der Geometrie der Speziellen Relativitätstheorie .....	332
7.4.3	Schlussfolgerung .....	333
7.5	Die Kognitive Basis der Allgemeinen Relativitätstheorie .....	333
7.5.1	Die Kognitive Basis der Physik der Allgemeinen Relativitätstheorie .....	333
7.5.2	Die Kognitive Basis der Geometrie der Allgemeinen Relativitätstheorie .....	335
7.5.3	Schlussfolgerung .....	336
7.6	Die Kognitive Basis der Quanten-Mechanik .....	336
7.6.1	Die Kognitive Basis des Hilbert-Raumes .....	336
7.6.2	Die Kognitive Basis der Physik der Quanten-Mechanik .....	337

7.6.3	Kognition, Quantentheorie & Raum.....	338
7.6.4	Kognition, Quantentheorie & Zeit.....	339
7.6.5	Schlussfolgerung .....	339
7.7	Die Frage nach „Bedingungen, unter denen Erkenntnis möglich ist“.....	341
8.	Anhang 1 : Ergänzende Erläuterungen zur geschichtlichen Entwicklung der Physik der Neuzeit.....	343
8.1	Einleitung .....	343
8.2	Bezugs-Systeme der Physik.....	345
8.3	Die Klassische Mechanik und das Mechanistische Weltbild.....	347
8.3.1	Grundbegriffe der Klassischen Mechanik .....	347
8.3.1.1	Raum & Zeit / Körper & Kraft .....	347
8.3.1.2	Die Euklidische Geometrie und der Euklidische Vektor-Raum .....	348
8.3.1.3	Die Newton'schen Axiome .....	350
8.3.2	Das Relativitäts-Prinzip der Klassischen Mechanik .....	351
8.3.3	Inertial-Systeme & Galilei-Transformation.....	351
8.3.4	Geschwindigkeits-Addition in Bewegten Bezugs-Systemen.....	352
8.4	Die Himmels-Mechanik und die Fernwirkungen-Theorie der Gravitation.....	352
8.5	Die Physik der Nichtponderablen Materie.....	354
8.5.1	Die Natur des Lichts und der Licht-Äther .....	354
8.5.2	Elektrizität & Magnetismus.....	355
8.5.2.1	Das Elektrostatische Feld .....	355
8.5.2.2	Das Magnetostatische Feld .....	356
8.5.2.3	Die Gesetze der Elektro-Dynamik.....	357
8.5.3	Licht als Elektromagnetische Welle .....	359
8.5.4	Lichtgeschwindigkeit & Weltäther – Der Michelson-Morley-Versuch.....	360
8.6	Die Spezielle Relativitätstheorie.....	362
8.6.1	Die Einstein'schen Axiome.....	363
8.6.1.1	Das Relativitäts-Prinzip der Speziellen Relativitätstheorie .....	363
8.6.1.2	Das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit .....	363
8.6.2	Der Begriff der Gleichzeitigkeit und der Synchron-Lauf von Uhren .....	364
8.6.3	Inertial-Systeme & Lorentz-Transformation .....	366
8.6.4	Längen-Kontraktion & Zeit-Dilatation.....	368
8.6.5	Geschwindigkeits-Addition in Bewegten Bezugs-Systemen.....	369
8.6.6	Die Äquivalenz von Energie & Masse .....	369
8.6.7	Spezielle Relativitätstheorie und die Geometrien der Ebene.....	370
8.6.7.1	Die Galilei-Newton-Geometrie der Raum-Zeit .....	370
8.6.7.2	Pseudo-Euklidische Vektorräume.....	371
8.6.7.3	Die Lorentz-Einstein-Minkowski-Geometrie der Raum-Zeit.....	372
8.7	Gauß'sche Flächentheorie & Riemann'sche Geometrie .....	374
8.7.1	Die Geometrie gekrümmter Flächen .....	374
8.7.2	Einige Begriffe der Kartographie .....	376
8.7.3	Tangential-Räume Differenzierbarer Mannigfaltigkeiten .....	377
8.7.4	Der Riemann'sche Raum.....	378
8.8	Das Elektromagnetische Feld in der Relativistischen Elektrodynamik .....	381
8.8.1	Die Elektromagnetischen Feld-Gleichungen in Kovarianter Form .....	381
8.8.2	Elektromagnetische Wellen.....	382
8.9	Die Allgemeine Relativitätstheorie.....	383
8.9.1	Die Einstein'schen Axiome .....	383
8.9.1.1	„Der glücklichste Gedanke seines Lebens“ .....	383

8.9.1.2	Das Relativitäts-Prinzip der Allgemeinen Relativitätstheorie .....	384
8.9.1.3	Die Äquivalenz von Schwerer & Träger Masse .....	385
8.9.2	Der Physikalische Inhalt der Allgemeinen Relativitätstheorie .....	386
8.9.3	Die Nahwirkungs-Theorie der Gravitation .....	387
8.9.3.1	Der Energie-Impuls-Tensor der Materie.....	387
8.9.3.2	Das Gravitations-Feld.....	389
8.9.3.3	Gravitations-Potential & Gravitations-Wellen .....	391
8.9.4	Zeit-Messung & Uhren-Synchronisation im Gravitations-Feld.....	392
8.9.5	Zeit-Dilatation & Längen-Expansion im Gravitations-Feld .....	393
8.9.6	Licht & Elektromagnetische Wellen im Gravitations-Feld .....	393
8.9.7	Die Riemann-Einstein-Geometrie der Raum-Zeit .....	395
8.10	Gravitation & Weltäther – Das Wesen des Physikalischen Raumes .....	396
8.11	Stochastik & Funktional-Analysis .....	398
8.11.1	Wahrscheinlichkeitstheorie .....	398
8.11.2	Der Hilbert-Raum.....	399
8.11.2.1	Definition & Eigenschaften .....	399
8.11.2.2	Die Geometrie des Hilbert-Raums.....	400
8.11.2.3	Operatoren auf dem Hilbert-Raum .....	401
8.11.2.4	Die Eigenwert-Gleichung .....	402
8.12	Klassische Wellenmechanik .....	403
8.13	Quantenmechanik .....	404
8.13.1	Die Grenzen der Klassischen Physik.....	404
8.13.2	Hohlraum-Strahlung, Elementar-Ladung & Atom-Modelle.....	405
8.13.3	Schrödinger'sche Wellenmechanik .....	407
8.13.4	Der Quantenmechanische Mess-Prozess .....	408
8.13.4.1	Der Heisenberg'sche Schnitt .....	408
8.13.4.2	Das Komplementaritäts-Prinzip.....	409
8.13.4.3	Die Postulate des Mess-Prozesses .....	410
8.13.5	Die Standard-Lehrbuch-Axiome der Quantenmechanik .....	411
8.13.6	Der „Dualismus vom Teilchen & Welle“ .....	411
8.13.6.1	Das Doppelspalt-Experiment.....	411
8.13.6.2	Die Lichtquanten-Hypothese von Albert Einstein.....	416
8.13.6.3	Die Hypothese der Materie-Wellen von Louis de Broglie.....	417
8.13.6.4	Zusammenfassung .....	418
8.13.7	Die Heisenberg'sche Unbestimmtheits-Relation.....	418
8.13.8	Verschränkte Zustände & Nicht-Lokalität.....	419
8.13.9	Interpretationen des Mathematisch-Quantenmechanischen Formalismus.....	420
8.13.9.1	Die Statistische Deutung von Max Born & John v. Neumann .....	420
8.13.9.2	Die Kopenhagener Deutung von Niels Bohr .....	421
8.13.9.3	Alternative Interpretationen des Mathematisch-Quantenmechanischen Formalismus.....	422
8.13.10	Raum-Begriff & Quantentheorie .....	423
8.13.10.1	Die Räume der Quantentheorie.....	423
8.13.10.2	Quantentheorie & Geometrie.....	423
8.13.11	Quantentheorie & Zeit .....	423
8.13.12	Quantentheorie & Kausalität .....	424
8.13.13	Quantentheorie & Realität .....	425
8.13.13.1	Schrödingers Katze .....	425
8.13.13.2	Das Einstein-Podolsky-Rosen-Experiment.....	426
8.13.13.3	Die Bell'schen Theoreme bzw Ungleichungen .....	427
8.13.13.4	Zusammenfassung .....	432
8.13.14	Richard Feynmans Résumé .....	433
8.14	Das Theorien-Geflecht von Gravitation, Relativität & Quanten-Welt .....	434

9.	Anhang 2 : Die Spezifikation Abstrakter Neuronen-ähnlicher Netze .....	435
9.1	Allgemeine Charakteristika .....	435
9.2	Die Verarbeitungs-Elemente bzw. Prozessoren.....	436
9.3	Die Verbindungs-Struktur des Netzes .....	436
9.4	Die Aktivierungs-Zustände.....	437
9.5	Die Mengen der Eingabe-Werte & Ausgabe-Werte .....	437
9.6	Die Ausgabe-Funktion.....	437
9.7	Die Übertragungs- bzw. Ausbreitungs-Funktion.....	438
9.8	Die Externen Eingabe- & Ausgabe-Funktionen .....	438
9.9	Die Aktivierungs-Funktion.....	438
9.10	Lernen in Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzen.....	439
10.	Technische Anhänge.....	440
10.1	Abkürzungen .....	440
10.2	Biographie des Autors .....	441
10.3	Definitionen / Glossar.....	444
10.4	L i t e r a t u r .....	460
10.5	Nomenklatur .....	523
10.6	Personenregister.....	531
10.7	Sachregister .....	536

## 1. Vorwort

### 1.1 Die Geschichte einer Idee

Als Erstes möchte ich kurz die Geschichte der zu Grunde liegenden Idee skizzieren, welche mich zu dieser Doktorarbeit führte. Diese geht zurück bis auf meine Diplomarbeit ([310]), in welcher ich mich mit *Wesen und Bedeutung des Informations-Begriffs* beschäftigte. Diese war wesentlich durch das dreibändige Büchlein *Wissenschaft und Information* ([570]) von *Erhard Oeser* beeinflusst, in dessen Band 2: *Erkenntnis als Informationsprozeß* er eine umfangreiche Analyse verschiedenster Arbeiten zum Informations-Begriff und seiner Geschichte durchführte.

Besonders beeindruckten mich dabei die beiden Arbeiten *Information – Mechanism and Meaning* ([480]) von *Donald M. MacKay* und *Materie – Energie – Information* von *Carl Friedrich von Weizsäcker* in *Die Einheit der Natur* ([797]). Während MacKay seinen Informations-Begriff auf *Kognition, Erkenntnis & Repräsentation* aufbaute, knüpfte C.F. v. Weizsäcker an *Platon's* Begriff der *Idee* an, welcher sogar mittels der *Morphe* des *Aristoteles* mit dem Informations-Begriff semantisch verwandt ist.

In *Die Einheit der Natur* befindet sich auch der Aufsatz *Ein Entwurf der Einheit der Physik*, in welchem C.F. v. Weizsäcker im Abschnitt *Die Einheit der Physik als Philosophisches Problem* zu dem Schluss gelangt, dass die *Bedingungen, unter denen Erfahrung überhaupt möglich ist*, zugleich die *allgemeinen Gesetze der Physik* darstellen müssten, bzw. anders herum, „daß gerade die Grundpostulate der letzten abgeschlossenen Theorie der Physik nichts anderes mehr formulieren werden als nur die Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung überhaupt.“

Allerdings assoziierte ich im Gegensatz von C.F. v. Weizsäcker unter der Formulierung *Bedingungen, unter denen Erfahrung überhaupt möglich ist* im Sinne von MacKay eher die *Bedingungen, welche die Fähigkeit eines Kognitiven Systems beschränken, eine Repräsentation der realen Außenwelt – der physikalischen Wirklichkeit bzw. Realität – zu konstruieren, welche bezüglich ihrer „wesentlichen Merkmale“ mit dieser Realität hinreichend übereinstimmt bzw. partiell isomorph ist.*

Damit gelangt man zu dem, was *Gerhard Vollmer* in seinem Buch *Evolutionäre Erkenntnistheorie* ([782]) „Das Erbe von Immanuel Kant“ genannt hat, nämlich das

- Auffinden der *Subjektiven Strukturen*, die unsere *Erkenntnis* erst möglich machen, als Aufgabe der *Kognitionswissenschaften* sowie das
- Auffinden der *Objektiven Strukturen* der *Natur*, als Aufgabe der *experimentellen & theoretischen Wirklichkeits-Wissenschaften*

Nach über zwanzig Jahren in Wehrtechnik und Bank-Informatik, in denen diese Idee sozusagen geschlummert hat, führte mich mein Weg wieder in die *AG Kognitionswissenschaften* des Forschungskollegs *Wissenskultur und Gesellschaftlicher Wandel* der *Johann Wolfgang von Goethe-Universität Frankfurt am Main* sowie in die Seminare bzw. Vorlesungen *Philosophische Fragen der Quanten-Kosmologie* von *Dr. Peter Eisenhardt* und *Information – Bewusstsein – Geist* von *Prof. Thomas Görnitz*, beide Fachbereich Physik. Und hier kam mir bei der Frage *Was ist elementarer als die Raum-Zeit?* der Gedanke diese alte Idee aus meiner Studienzeit wieder aufzugreifen und in einer Doktorarbeit auszuarbeiten.

## 1.2 Zielsetzung dieser Doktor-Arbeit

Ausgangs-Punkt dieser Arbeit ist eine moderne Auffassung der Begriffe Erkenntnis & Erkenntnistheorie, welche diese nicht in dem eingeschränkten Sinn verwendet, wie sie die gleichnamige Teildisziplin der Philosophie verwendet, sondern vielmehr neutral hinsichtlich des Ortes, wo dieser Begriff und diese Disziplin anzusiedeln sei. Der Begriff Erkenntnistheorie umfasst hier alle theoretischen Bemühungen, die sich auf das Phänomen des Erkennens richten, ganz gleich, ob die Philosophie oder empirische Einzelwissenschaften wie Psychologie, Evolutions- & Neurobiologie oder Kognitions-wissenschaft den theoretischen Rahmen hierfür bilden.

Weiterhin ist es Gegenstand der modernen Naturphilosophie die philosophischen Konsequenzen aus den Erkenntnissen der modernen Naturwissenschaften zu ziehen, zu denen nicht nur Physik und Chemie mit ihren Teildisziplinen wie Quantentheorie & Relativitätstheorie zählen, sondern auch die Biologie mit ihren Teildisziplinen Evolutionstheorie, Vergleichender Verhaltensforschung und Neurobiologie. Zur Biologie gehört aber auch die Evolutionäre Erkenntnistheorie, welche sozusagen ein „Kind“ von Evolutionstheorie und Vergleichender Verhaltensforschung ist. Und schließlich lassen sich Erkenntnistheorie, Verhaltensforschung & Neurobiologie auch als Teildisziplinen der Kognitionswissenschaften auffassen.

Dies vorausgeschickt ist dies eine *erkenntnistheoretisch-naturphilosophische* Arbeit, welche die philosophischen Konsequenzen aus den Erkenntnissen von Kognitionswissenschaften & Evolutionärer Erkenntnistheorie untersucht, welche sich für die *Bedingungen* ergeben, *unter denen Erkenntnis*, d.h. eine *Physikalische Theorie der Raum-Zeit* möglich ist. Folglich ist dies vor allem eine *interdisziplinäre Arbeit* im Überschneidungsbereich von *Philosophie, Biologie, Kognitionswissenschaft, Physik* und *Geschichte der Naturwissenschaften* und damit gehört sie nach *Thomas Kuhn* zur Nicht-Paradigmatischen Wissenschaft ! Und während die *Paradigmatischen Wissenschaften* nach *Thomas Kuhn* dadurch ausgezeichnet sind, dass die diese Wissenschaften regierenden Paradigmata in den einschlägigen Lehrbüchern beschrieben sind und deshalb bei den Mitgliedern der entsprechenden Wissenschaftler-Gemeinschaften – wie beispielsweise den Physikern – als allgemein bekannt vorausgesetzt werden können, gibt es in den Nicht-Paradigmatischen Wissenschaften und damit auch in interdisziplinären Arbeiten keine solchen Paradigmata, die bei allen an solchen Arbeiten Interessierten als allgemein bekannt vorausgesetzt werden können ! Beispielsweise können bei Philosophen & Biologen nähere Kenntnisse der Relativitätstheorie & Quantentheorie nicht ohne weiteres vorausgesetzt werden, während umgekehrt Physikern die Paradigmata der Evolutionstheorie oder die Kant'schen Apriori nicht ohne weiteres geläufig sind. Und deshalb müssen nach *Thomas Kuhn* alle die für diese interdisziplinäre Arbeit relevanten Paradigmata in dieser Doktorarbeit von ihren Grundprinzipien ausgehend aufgebaut oder zumindest kurz beschrieben werden, was den Umfang dieser Doktorarbeit erklärt. Es gibt zwar Standard-Lehrbücher über Relativitätstheorie & Quantentheorie, aber Lehrbücher über Evolutionäre Erkenntnistheorie sind schon seltener. Genaugenommen gibt es z.Z. nur ein einziges *Lehrbuch der evolutionären Erkenntnistheorie* ([371]), da die Klassiker *Evolutionäre Erkenntnistheorie* ([782]) von *Gerhard Vollmer* und *Erkenntnis als Anpassung?* ([185]) von *Eve-Marie Engels* genaugenommen eine Dissertation bzw Habilitationsschrift sind. Und über Raum-Kognition gibt es gerade mal ein einzige Lehrbuch,

nämlich *Making Space* ([557]) und über die Kognition von Raum & Zeit kein einziges! <sup>1</sup>

Aus der Vorstellung aller dieser Paradigmata darf aber nicht geschlossen werden dass dies eine Arbeit über traditionelle Erkenntnistheorie ist, d.h. es wird weder der historische Werdegang der Erkenntnistheorie untersucht noch werden die einzelnen Ansätze zu einer Theorie der Erkenntnis, welche im Laufe der Geschichte entwickelt wurden, analysiert und/oder miteinander verglichen. Auch geht es hier nicht um die Frage, ob philosophische Probleme der Erkenntnistheorie mittels einer Naturalisierung durch den Rückgriff auf Ergebnisse der Naturwissenschaften, speziell der Biologie ( wie es z.B. *Evolutionäre Erkenntnistheorie* ([468], [782]) oder *Genetische Erkenntnistheorie* ([599], [602]) tun ), gelöst werden können. <sup>2</sup> Es werden lediglich die Ansätze der Biologischer Erkenntnistheorien auf ihre Tragfähigkeit hin geprüft und diese anschließend als Werkzeug benutzt, um daraus Konsequenzen für eine Physikalische Theorie der Raum-Zeit abzuleiten.

Dies ist auch keine Kant-Interpretation bzw. -Adaption, d.h. es wird weder untersucht, ob sich *Kants Lehre vom Apriorischen* im Sinne einer Evolutionären Erkenntnistheorie interpretieren lässt, oder wie man die Evolutionäre Erkenntnistheorie verändern müsste, damit sie sich im Kant'schen Sinne interpretieren lässt. Es wird vielmehr untersucht, ob und inwieweit die *Subjektiven Strukturen*, die unsere *Erkenntnis* erst möglich machen, *prinzipielle Grenzen* setzen, jenseits derer eine Physikalische Theorie der Raum-Zeit nicht mehr formuliert werden kann.

Diese ist auch keine Arbeit über Geschichte der Erkenntnistheorie oder einzelner Naturwissenschaften, sondern die Entwicklung der beteiligten Wissenschaften wird lediglich kurz dargestellt, um dem Ganzen einen Rahmen zu geben. Schließlich entsteht diese Arbeit in einem *Institut für Geschichte der Naturwissenschaften*.

Schließlich ist das auch keine Arbeit über Physik, d. h. es ist nicht Gegenstand dieser Arbeit, eine Theorie der Quanten-Gravitation bzw. -Kosmologie zu entwickeln.

Zum Schluss möchte ich mich noch bei meinem Doktorvater *PD Dr. Peter Eisenhardt* und meinen Mitbetreuern *Prof. Dr. Thomas Görnitz* und last not least *Prof. Dr. Christian Freksa* vom Fachbereich Informatik der Universität Bremen für ihre intensive Betreuung und die vielen konstruktiven Anregungen und Ratschläge bedanken, welche mir sehr geholfen haben. Weiterhin gilt mein Dank auch den Gutachtern & Prüfern sowie den Instituten für Geschichte der Naturwissenschaft und für Didaktik der Physik der Goethe-Universität Frankfurt am Main für ihre technische Unterstützung.

Frankfurt, den 17. September 2009

Manfred Hartel

---

<sup>1</sup>) Thomas Kuhn : „Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen“ ([423]), S. 34

<sup>2</sup>) vergl. Eve-Marie Engels : „Erkenntnistheoretische Konsequenzen biologischer Theorien“ ([186]), S. 1



## 2. Zusammenfassung

### 2.1 Zielsetzung und Gliederung der Arbeit

In seiner *Grifford Lecture* im Semester 1955/56 beschreibt *Werner Heisenberg* sein Konzept der *Abgeschlossenen Theorien*, nach welchem sich in der *Physik* vier bzw. fünf solche Geschlossenen Begriffs-Systeme identifizieren lassen. Das erste dieser Systeme sei die Klassische bzw. Newton'schen Mechanik, das zweite die Theorie der Wärme bzw. die Thermodynamik, das dritte die Theorie der Elektrischen & Magnetischen Erscheinungen einschließlich Optik & Spezieller Relativitätstheorie, das vierte die Quantentheorie und das fünfte System die Allgemeine Relativitätstheorie. *Carl Friedrich von Weizsäcker* ordnet die Allgemeine Relativitätstheorie allerdings auch dem Dritten Abgeschlossenen System zu, welches er Klassische Feldtheorien nennt.<sup>1</sup>

Nach der Theorie der Expansion des Universums lassen sich aber die Bedingungen kurz nach dem Urknall nicht mehr alleine mit der Allgemeinen Relativitätstheorie beschreiben, sondern erfordern eine Einbeziehung der Quantentheorie. Stellt man aber die Charakteristika von Relativitätstheorie & Quantentheorie gegenüber, so ist die *Relativitätstheorie* eine *Theorie der Raum-Zeit*, in welcher die *Gravitation* als *Krümmung der Raum-Zeit* gedeutet wird und die ein „klassisches“ *Materie-Konzept* besitzt. Dagegen ist die *Quantentheorie* ein Mathematisch-Begriffliches Regelwerk, in dem Physikalische Größen nicht durch Reelle Zahlenwerte, sondern durch Wahrscheinlichkeits-Verteilungen für deren Mess-Ergebnisse beschrieben werden und die „klassische“ Konzepte von *Raum & Zeit* besitzt. Das bedeutet, dass ihre Begriffs-Systeme nicht so recht zusammen passen, so dass sie nicht ohne weiteres vereinigt werden können, sondern in ein neues Fünftes Begriffs-System integriert werden müssen.<sup>2</sup> Die Entwicklung eines solchen Fünften Begriffs-Systems führt aber unweigerlich auf die Frage „Was ist fundamentaler als die Raum-Zeit?“

Nun sind aber *Raum & Zeit* nach *Immanuel Kant* als reine Formen der sinnlichen Anschauung „a priori“ aller Erfahrung und allen Denkens und konstituieren somit die „Bedingungen, unter denen Erfahrung erst möglich ist“ ([393], I, 1. Theil). In seinem Aufsatz *Kants Lehre vom Apriorischen im Lichte gegenwärtiger Biologie* (1941, [464]) hat nun *Konrad Lorenz* diese Apriori biologisch interpretiert und damit das Konzept einer *Evolutionären Erkenntnistheorie* formuliert, welche dann in den 1970-er Jahren von ihm selbst ([468]), sowie von *Gerhard Vollmer* ([782]) & *Rupert Riedl* ([657]) als *Evolutionäre Erkenntnistheorie* weiter ausgearbeitet wurde.

Wendet man diese empirische Behandlung Erkenntnistheoretischer Fragen auf die Erfahrung von Raum & Zeit an, so gelangt man zur Kognitionswissenschaft (Cognitive Science), welche sich selbst als modernes Gegenstück & Fortsetzung der Abendländischen Erkenntnistheorie versteht.<sup>3</sup> Die Kognitionswissenschaft von Raum & Zeit beschäftigt sich seit den 1990-er Jahren mit der Erklärung & Beschreibung von

---

<sup>1</sup>) Werner Heisenberg : „Physik und Philosophie“ ([318]), pp 86 – 88  
C.F. v. Weizsäcker : „Die Einheit der Natur“ ([797]), S. 135 )

<sup>2</sup>) J. Butterfield / C.J. Isham : „On the Emergence of Time in Quantum Gravity“ ([90])

<sup>3</sup>) Howard Gardner : „Dem Denken auf der Spur“ ([242]), pp 17 – 19

Strukturen & Inhalten der Kognition Räumlicher & Zeitlicher Sachverhalte sowie mit Erwerb & Veränderung von Räumlichem & Zeitlichem Wissen.<sup>1</sup>

Von dort wird der Bogen weiter zur Physik der Raum-Zeit gespannt und anschließend untersucht, welche naturphilosophischen Konsequenzen sich aus den Erkenntnissen der Kognitionswissenschaften und der Evolutionären Erkenntnistheorie für die Physik der Raum-Zeit ergeben. Insbesondere geht es um die Frage von *Gerhard Vollmer*, welche lautet: „Nach der Evolutionären Erkenntnistheorie sind die subjektiven Strukturen des Erkenntnis-Apparates für die Erkenntnis konstitutiv. Gilt dies für alle Stufen des Erkenntnis-Prozesses?“ (Vollmer, [784] in [786], S. 53)<sup>2</sup>

Die Arbeit gliedert sich deshalb in die drei Hauptkapitel *Biologische Erkenntnistheorien* (Kap. 5.), *Kognition von Raum & Zeit* (Kap. 6.), *Implikationen für eine Physik der Raum-Zeit* (Kap. 7.) und den Anhang 1 *Ergänzende Erläuterungen zur geschichtlichen Entwicklung der Physik der Neuzeit* (Kap. 8.), denen die beiden Hauptkapitel *Einleitung* (Kap. 3.) und *Die beteiligten Wissenschaften und ihre Geschichte* (Kap. 4.) vorangestellt sind. Dabei enthält die Einleitung auch ein Kapitel *Eine kurze Geschichte der Physik*. Schließlich werden die Unterhaupt-Kapitel *Kognition des Raumes*, *Kognition der Zeit* und *Mathematik & Kognition* nach dem Schema: Allgemeine Einleitung & Geschichtliche Entwicklung, Beschreibung des Inhalts, Neurobiologische Grundlagen der Kognitiven Funktion, Entwicklung der Kognitiven Funktion & Evolution der Kognitiven Funktion weiter untergliedert.

## 2.2 **Biologische Erkenntnistheorien**

Nach einer kurzen Skizzierung der beteiligten Wissenschaften und ihrer Geschichte in Hptkap. 4. wird das Hptkap. 5. *Biologische Erkenntnistheorien* in die sechs Unterhaupt-Kapitel *Evolutions-Theorie* (Kap. 5.1), *Die Erkenntnistheorie im Allgemeinen* (Kap. 5.2), *Evolutionäre Erkenntnistheorie* (Kap. 5.3), *Genetische Erkenntnistheorie* (Kap. 5.4), *Die Beziehung zwischen Genetischer & Evolutionärer Erkenntnistheorie* (Kap. 5.5) und *Kritik der Evolutionären Erkenntnistheorie* (Kap. 5.6) weiter untergliedert. Nach einer einleitenden Beschreibung der Geschichte der Evolutionären Erkenntnistheorie folgt in Kap. 5.1, basierend auf dem Buch *What Evolution is* von *Ernst Mayr* ([498]) sowie den Büchern von *Rupert Riedl* ([659]) und *Gerhard Vollmer* ([782]), eine kurze Beschreibung des gegenwärtigen Standes der:

### 2.2.1 **Evolutions-Theorie**

Ausgehend von der Definition von Lebewesen bzw Organismen als *Offene Systeme* fern vom Thermodynamischen Gleichgewicht, die durch Entropie mindernde Prozesse Ordnung aufbauen, indem sie die Entropie durch Wärme-Abgabe in ihre Umgebung exportieren (Dissipative Systeme) und die als *Homöostatische Systeme*, d.h. Regelungs-Systeme im Fließgleichgewicht, die Fähigkeit zur Selbst-Organisation &

---

<sup>1</sup>) Christian Freksa : „Time and Space in Cognitive Systems“ ([215]), S. 5  
Christian Freksa : „Spatial & Temporal Structures in Cognitive Processes“ ([217]), S. 381  
Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), S. 12

<sup>2</sup>) Unterstreichung von mir

Selbst-Replikation besitzen (⇒ Kap. 5.1.1), werden die Begriffe Evolution & Evolutions-Prozess eingeführt.

Nach *Ernst Mayr* wird *Evolution* als „change in the properties of populations of organisms over time“ ([498], S. 9) definiert und der *Evolutions-Prozess* ist die genetische Veränderung der Individuen einer Population einer Art – d.h. des Gen-Pools dieser Population – von Generation zu Generation durch Wechselwirkung zwischen den Genotypen dieser Individuen und ihrer Umwelt unter Vermittlung ihrer Phänotypen (⇒ Kap. 5.1.2). Der *Evolutions-Prozess* ist eine Kombination aus *Zufall* & *Notwendigkeit*, in welchem frei nach *Rupert Riedl* die Ordnung des Lebendigen durch Zufall entsteht, indem dieser notwendige, schöpferische Zufall in die Falle sich zufällig bildender Notwendigkeit geht ! (⇒ Kap. 5.1.3) <sup>1</sup>

Das Kapitel *Evolutions-Theorie* wird durch eine kurze Beschreibung der Evolution des Menschen (⇒ Kap. 5.1.7) abgeschlossen, wonach der Moderne Mensch das Produkt eines zweifachen Wandels seines Lebensraums vom Regenwald über die Baum-Savanne zur Busch-Savanne ist. Dabei entwickelten sich die Vorfahren des Menschen von Schimpansen-ähnlichen Menschen-Affen, welche auf Bäumen lebten und sich an langen Greif-Armen durch die Bäume schwingend fortbewegten, über vorwiegend Bäume bewohnende *Australopithecinen*, die sich aber auch zweibeinig am Boden von Baum zu Baum fortbewegen konnten, zum Boden-lebenden Zweifüßer der *Gattung Homo* mit verkürzten Armen & Verlängerten Beinen, aus der vor 200.000 – 150.000 Jahren *Homo sapiens* hervorging.

## 2.2.2 Die Erkenntnistheorie im Allgemeinen

Bevor im Kap. 5.3 die Evolutionäre Erkenntnistheorie beschrieben wird, erfolgt im Kap. 5.2 eine kurze Beschreibung der Erkenntnistheorie im Allgemeinen. Nach dieser bezeichnet der *Erkenntnis-Begriff* sowohl den Vorgang des Erkennens zwischen erkennendem Subjekt und zu erkennendem Objekt (Erkenntnis-Prozess) wie auch das Ergebnis dieses Erkenntnis-Prozesses (Wissen). Die *Erkenntnistheorie* ist die *Wissenschaft von der Menschlichen Erkenntnis*. Während sich aber die *Empirischen Wissenschaften* mit der Frage beschäftigen „Wie sieht die Objektive Welt aus?“, beschäftigt sich die *Erkenntnistheorie* mit der Frage „Wie sieht unser Wissen von der Objektiven Welt aus?“ (⇒ Kap. 5.2.6). Darüber hinaus werden in den Kapiteln 5.2.1 – 5.2.8 die verschiedenen Arten des Realismus, die Postulate der Wissenschaftlichen Erkenntnis sowie die Wissenschaft als Regel-Kreis und die Beziehung zwischen Verstandes- & Seins-Kategorien beschrieben.

## 2.2.3 Evolutionäre Erkenntnistheorie

Nach dieser allgemeinen Beschreibung erfolgt dann im Kap. 5.3 die Erklärung der Evolutionären Erkenntnistheorie für die „Übereinstimmung der Prinzipien möglicher Erfahrung mit den Gesetzen der Möglichkeiten der Natur“ (Kant, [394], § 36). Diese lautet: „Unser Erkenntnis-Apparat ist ein Ergebnis der Evolution. Die Subjektiven Erkenntnis-Strukturen passen auf die Welt, weil sie sich im Laufe der Evolution in

---

<sup>1</sup>) Ernst Mayr : „What Evolution is“ ([498]), pp 131 – 134 + 252 – 254  
Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 141 + 167

Anpassung an eben diese reale Welt herausgebildet haben. Sie stimmen mit den realen Strukturen ( teilweise ) überein, weil nur eine solche Übereinstimmung das Überleben ermöglichte.“ ( Vollmer, [782], S. 102 ) „Der »Passungs-Charakter« bezieht sich nicht nur auf die »Physische« sondern auch auf die »Logische« Struktur der Welt ( falls eine solche existiert ).“ ( Vollmer, [782], S. 103 )

Nach der Evolutionären Erkenntnistheorie wird im *Erkenntnis-Prozess* Wissen aus den durch die *Sinnes-Organen* wahrgenommenen *Sinnes-Empfindungen* mittels eines aktiven Informationsverarbeitungs-Prozesses konstruiert ! Dieser Prozess ist ein von der Ebene der *Sinnes-Wahrnehmung* bis hin zur Ebene *Wissenschaftlicher Erkenntnis* durchgehender Prozess. ( ⇒ Kap. 5.3.9 )

Die Evolution dieser menschlichen Erkenntnis-Fähigkeit sowie die Ebenen des Informations-Erwerbs im gesamten Bereich des Lebendigen werden in Anlehnung an das Buch *Die Rückseite des Spiegels* ( [468] ) von *Konrad Lorenz* in Kap. 5.3.4 + 5.3.5 kurz beschrieben. Darüber hinaus wird in Kap. 5.3.3 die Beziehung zwischen den Begriffen Erkenntnis, Wissen, Information, Evolution, Anpassung & Weltbild beschrieben. In den Kapiteln 5.3.6 + 5.3.7 folgen dann noch Beispiele für die Passung von Kognitiven & Realitäts-Strukturen sowie für die Räumliche Struktur des Lebensraums & Kognitive Passung.

Die Ausführungen in Kap. 5.3 basieren hauptsächlich auf den Arbeiten von *Konrad Lorenz* ( [468] ), *Gerhard Vollmer* ( [782]+[786] ) und *Rupert Riedl* ( [657]+[659] ).

## 2.2.4 Genetische Erkenntnistheorie

Neben der von *Konrad Lorenz* begründeten *Evolutionären Erkenntnistheorie* ist die von *Jean Piaget* formulierte *Genetische Erkenntnistheorie*<sup>1</sup> ( [599], [601], [602] ) ein weiterer Ansatz zu einer *Biologischen Erkenntnistheorie*. Jean Piaget hat seine Genetische Erkenntnistheorie in den beiden Büchern *Einführung in die genetische Erkenntnistheorie* ( 1970, [601] ) und *Biologie und Erkenntnis* ( 1967, [602] ) zusammenfassend dargestellt. Auf diesen Büchern beruht die in Kap. 5.4 kurz vorgestellte Genetische Erkenntnistheorie.

„Die *Genetische Erkenntnistheorie* versucht, Erkennen, insbesondere Wissenschaftliches Erkennen, durch seine Geschichte, seine Soziogenese und vor allem die psychologischen Ursprünge der Begriffe & Operationen, auf denen es beruht, zu erklären. Diese Begriffe & Operationen stammen zum großen Teil aus dem Alltags-Bewusstsein, sodass ihre Ursprünge ihre Bedeutung für das und im Erkennen auf einer höheren Stufe erhellen können.“<sup>2</sup> ( Piaget, [601], S. 7 ) ( ⇒ Kap. 5.4.2 )

---

<sup>1</sup>) Genetisch im Sinne von „Genese“ ( also Phylogenese, Ontogenese & Psychogenese ) und nicht von „Genetik“

<sup>2</sup>) kursiv von mir

Ausgangspunkt der Genetischen Erkenntnistheorie ist die Analogie der Beziehungen zwischen *Organismus & Umwelt* in der *Biologie* und zwischen *Subjekt & Objekt* in der *Erkenntnistheorie*<sup>1</sup> und damit zwischen der *Organischen Embryonal-Entwicklung* ( Ontogenese ) und der „*Embryologie des Geistes*“ ( Entwicklung der Intelligenz ).<sup>2</sup>

Die Genetische Erkenntnistheorie vertritt die These : So wie es in der Biologie eine ständige Wechselwirkung zwischen Umwelt & Organismus gibt, sodass beide Faktoren voneinander nicht zu trennen sind, so gibt in der Erkenntnistheorie eine ständige Wechselwirkung zwischen Subjekt & Objekt, sodass beide in Kognition & Aktion miteinander untrennbar verbunden sind. ( ⇒ Kap. 5.4.3 )<sup>3</sup>

Ein weiterer Ausgangspunkt der Genetischen Erkenntnistheorie ist die Auffassung : „Leben ist im Wesentlichen Selbst-Regelung.“ ( Piaget, [602], S. 27 )  
( ⇒ Kap. 5.4.4 + 5.4.5 ).

Ein zentraler Begriff aus Jean Piagets Theorie der geistigen Entwicklung<sup>4</sup> ist der Begriff der *Operation* bzw des *Operators*<sup>5</sup>. Eine Operation ( ein Operator ) ist eine Handlung, die ebenso im Denken wie auch in der äußeren Wirklichkeit durchgeführt, d. h. verinnerlicht ( interiorisiert ) werden kann. Ausgehend von diesem Operations-Begriff unterscheidet Jean Piaget zwei Formen der Erkenntnis, nämlich *Objekt-Erkenntnis*, die aus Informationen aus dem Objekt selbst entstammt, und Erkenntnis, die aus *Informationen aus „Handlungen mit Objekten“* gewonnen wird. Beide Erkenntnisformen sind untrennbar miteinander verbunden, da sich jedes Verhalten auf Objekte bezieht, selbst das Allgemeinste Organische Funktionieren & die Reine Mathematik.<sup>6</sup>

Ausgehend von diesen Definitionen bzw Unterscheidungen unterscheidet Jean Piaget die folgenden Stadien der Kognitiven Entwicklung des Kindes : die *Senso-Motorische Periode*, die *Prä-Operatorische Periode*, die *Konkret-Operatorische Periode* und die *Formal-Operatorische Periode*.<sup>7</sup> Diese *Sequentiellen Stadien der Kognitiven Entwicklung des Kindes* werden in Kap. 5.4.6 kurz beschrieben. Es folgt dann noch eine kurze Beschreibung der *Beziehung zwischen Psychologischen & Mathematischen Strukturen* aus der Sicht von *Jean Piaget* ( ⇒ Kap. 5.4.8 ).

Abgeschlossen wird dieses Kapitel durch ein Zitat von *Nora Newcombe & Janellen Huttenlocher*, das in Form eines Nachwortes Jean Piagets Theorie der geistigen Entwicklung aus heutiger Sicht relativiert : “( Jean ) Piaget’s account of development dominated for some time, but research eventually led to doubts about the theory, especially about certain aspects of it. It is now generally agreed that ( Jean ) Piaget underestimated the richness of the starting points available at birth to the developing

---

<sup>1</sup> ) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ( [602] ), pp 100 – 103

<sup>2</sup> ) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ( [602] ), S. 14

<sup>3</sup> ) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ( [602] ), pp 100 + 102 – 103

<sup>4</sup> ) Jean Piaget : „Meine Theorie der geistigen Entwicklung“ ( [608] )  
Ginsburg / Oppen : „Piagets Theorie der geistigen Entwicklung“ ( [274] )

<sup>5</sup> ) Durch die Wahl der Begriffe „Operation“ bzw. „Operator“ lehnt sich Jean Piaget bewusst an die entsprechenden mathematischen Begriffe an.

<sup>6</sup> ) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ( [602] ), pp 341 – 344

<sup>7</sup> ) Die Terminologie in den Übersetzungen Piagets und in der Sekundär-Literatur ist nicht einheitlich. Statt „operatorisch“ ist auch von „operationell“ bzw. „operativ“ die Rede. ( [185], S. 436 )

child, and that he advocated an overly domain-general account of development with too heavy an emphasis on qualitatively distinct stages.” (⇒ Kap. 5.4.10)  
(Newcombe / Huttenlocher, [557], pp 207 – 208)

## 2.2.5 Die Beziehung zwischen Genetischer & Evolutionärer Erkenntnistheorie

Die *Genetische Erkenntnistheorie* von *Jean Piaget* bildet insofern ein Komplement zur *Evolutionären Erkenntnistheorie* der *Konrad Lorenz-Schule* und von *Gerhard Vollmer*, als sie aufzeigt, dass das *Kognitive System des Menschen* nicht nur ein Produkt der Wechselwirkung zwischen Organismus & Umwelt im Laufe der *Phylogenese* ist, sondern auch der Wechselwirkung zwischen Organismus & Umwelt im Laufe der *Ontogenese & Psychogenese*. Dabei gibt es einen fließenden Übergang zwischen Phylogenetischem Lernen, Ontogenetischem Lernen, Psychogenetischem Lernen, Individuellem Lernen & Kulturellem Lernen. (⇒ Kap. 5.5)

## 2.2.6 Kritik der Evolutionären Erkenntnistheorie

In Kap. 5.6 wird die *Studie zur Evolutionären Erkenntnistheorie* von *Eve-Marie Engels* (*Erkenntnis als Anpassung?*, [185]) und deren Analyse & Bewertung zusammenfassend vorgestellt. Methodisch werden dazu, nach den Hauptthesen der Evolutionären Erkenntnistheorie gegliedert, die Analyse-Ergebnisse von *Eve-Marie Engels* und deren Bewertung meinerseits gegenüber gestellt.

Behandelt werden die Anpassungs-These, die These von der Art als Anpassungs- oder Selektions-Einheit, die Limitations-These, die Fortschritts-These und die Realitäts-These, während die für diese Arbeit nicht relevanten Thesen „Die *Zerstörung des Apriori* durch seine phylogenetische Erklärung“, „Die Identitäts-Theorie als Lösung des *Körper-Geist-Problems*“ und „Es gibt einen *circulus virtuosus* zwischen Erkenntnistheorie & Empirischen Wissenschaften“ ausgeklammert bleiben.

## 2.2.7 Das Werden des Denkens

Denken geht nach *Jean Piaget* „durch fortschreitende Verinnerlichung aus der Handlung“ hervor und die „intellektuellen Operationen ( sind ) Systeme von untereinander koordinierten Handlungen, die durch diese Koordination reversibel geworden sind“. ( Piaget, [606], S. 256 / Engels, [185], S. 256 ) In Analogie dazu formuliert *Konrad Lorenz* in *Die Rückseite des Spiegels*, Kap. VII ([468]): „Ich sehe nicht, was *Denken*<sup>1</sup> grundsätzlich anderes sein soll als ein solches probeweises und nur im Gehirn sich abspielendes Handeln im vorgestellten Raum. Zumindest behaupte ich, daß Vorgänge dieser Art auch in unseren höchsten Denk-Operationen mit enthalten sind und ihre Grundlage bilden. Jedenfalls gelingt es mir nicht, mir irgendeine Art des Denkens vorzustellen, die von diesen Grundlagen unabhängig wäre.“ ( Lorenz, [468], S. 175 )  
(⇒ Kap. 5.4.7)

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir

## 2.2.8 Angeborene Erkenntnis & das Kant'sche Apriori

In Kap. 5.4.9 wird der Zusammenhang von *Angeborener Erkenntnis & Kant'schem Apriori* aus der Sicht von *Jean Piaget* dargestellt. Danach ist es Jean Piaget's „grundlegende Überzeugung ... , dass die Erkenntnis aus einer Konstruktion im eigentlichen Sinne des Wortes hervorgeht und daher eine fortlaufende Produktion neuer Formen darstellt, die weder im Objekt noch im Subjekt vorgeformt sind“. (Piaget, [603], S. 6) Das Angeborene stellt daher ein „Sprungbrett“ dar, keine „Stufe, deren Struktur die Strukturen aller folgenden Stadien festlegt“. (Piaget, [604], S. 159)

„Zwar ist die Intelligenz von Anfang an durch »*biologische Aprioris*« gebunden, doch erarbeitet sie sich Strukturen, die gegenüber ihrer organischen Grundlage von qualitativer Besonderheit sind. ... Die *Kategorien der Vernunft* sind also »in der biologischen Funktionsweise vorgebildet, wenngleich sie auch keineswegs in ihr, sei es als bewusste oder unbewusste Strukturen, enthalten sind.«“ (Engels, [185], „...“, S. 264 & Piaget, [605], „...«, S. 19)<sup>1+2</sup> Biologisch gibt es also keine Angeborenen Ideen im strukturellen Sinn. Die Passung der Kategorien & Anschauungsformen auf die Umwelt ist kein Apriori der Erkenntnis im Sinne von *Immanuel Kant*, sondern das End-Ergebnis eines psychogenetischen Prozesses, indem viele Ausprägungen dieser *Kategorien & Anschauungsformen* gemäß den einzelnen Entwicklungs-Stufen aufeinander folgen.<sup>3</sup>

Dieser Auffassung wird in Kap. 5.6.2 die Auffassung von *Konrad Lorenz* gegenüber gestellt. Dieser formuliert: „Wir sind überzeugt, dass das »Apriorische« auf zentralnervösen Apparaten beruht, die völlig ebenso real sind wie etwa unsere Hand oder unser Fuß, völlig ebenso real wie die Dinge der an sich existierenden Außenwelt, deren Erscheinungsform sie für uns bestimmen.“ (Lorenz, [464], pp 99 – 100) Es wird gezeigt wie unter der Annahme des Begriffs des Kybernetischen Programms von *Ernst Mayr* der Gegensatz zwischen den Auffassungen von *Jean Piaget* & *Konrad Lorenz* zunehmend verschwindet.

## 2.3 Kognition von Raum & Zeit

Die im Hptkap. 5. *Biologische Erkenntnistheorien* betrachtete allgemeine Evolution bzw. Entwicklung der Menschlichen Erkenntnis-Fähigkeit im Rahmen von Phylogenese, Ontogenese & Psychogenese bildet die biologische & psychologische Grundlage – sozusagen ein Kant'sches Apriori im metaphorischen Sinn – für die menschliche Kognition von Raum & Zeit und deren Genese, welche im Hptkap. 6. *Kognition von Raum & Zeit* eingehend analysiert wird.

Das Hptkap. 6. gliedert sich in die sechs Unterhaupt-Kapitel *Visuelle Kognition* (Kap. 6.2), *Kognition des Raumes* (Kap. 6.3), *Kognition der Zeit* (Kap. 6.4), *Basis-Prozesse der Kognition* (Kap. 6.6), *Raum-Kognition als Basis des Abstrakten Denkens* (Kap. 6.7), *Morphologie des Erkennens & Erklärens* (Kap. 6.8),

---

<sup>1)</sup> kursiv von mir

<sup>2)</sup> Eve-Marie Engels : „Erkenntnis als Anpassung?“ ([185]), pp 261 – 264

<sup>3)</sup> Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ([602]), S. 277

*Geometrische Metaphern in Kognitionswissenschaftlichen Theorien* ( Kap. 6.9 ) und *Mathematik & Kognition* ( Kap. 6.10 ).

Diesen Hauptkapiteln ist eine allgemeine Einleitung vorangestellt, in welcher die Themen *Der Mensch in Raum & Zeit* ( Kap. 6.1.1 ) und *Raum & Zeit in verschiedenen Wissenschaften* ( Kap. 6.1.2 ) kurz beschrieben werden. Darüber hinaus werden in Kap. 6.1.3 die Unterscheidung zwischen Empirischen Ansätzen der Kognitiven Psychologie, Neurobiologie & Linguistik und Konstruktiven/ Definitivischen Ansätzen der Künstlichen Intelligenz-Forschung, sowie in Kap. 6.1.4 die Untergliederung in eine Funktionale Ebene, Algorithmische Ebene & Neurobiologische Ebene im Drei-Schichten-Modell der „Representational Theories of Mind“ erläutert und deren Einbettung in den Schichtenbau der Komplexitäts-Grade der Gegenstände der Wissenschaften von *Rupert Riedl* erklärt.

### 2.3.1 Visuelle Kognition

In Kap. 6.2 wird nach einer kurzen Beschreibung von *Wesen & Zweck des Sehens*, dem *Weg zur Vision Science* sowie den beitragenden Wissenschaften das „*Stufen-Modell der Visuellen Kognition von David Marr*“ ( Kap. 6.2.5 ) vorgestellt. In diesem werden, ausgehend vom Informationsverarbeitungs-Ansatz der *Informatik*, in dem zwischen der *Repräsentation der zu verarbeitenden Informationen* und der *Organisation der Informationsverarbeitungs-Prozesse* unterschieden wird, für jeden identifizierten Teil-Prozess sein Funktionaler Zweck, die funktionalen Anforderungen an die Repräsentation seiner Eingabe- & Ausgabe-Informationen sowie die Grund-Bausteine dieser Repräsentationen spezifiziert. Eine weitere Grundannahme dieses Ansatzes ist die Modularität des Visuellen Kognitions-Systems im Sinne der „Modularity of Mind“ von *Jerry Fodor* ( [203] ), wobei die einzelnen Verarbeitungs-Module durchaus miteinander wechselwirken können.

Ausgehend von diesen Grundannahmen lässt sich das *Stufen-Modell der Visuellen Kognition von David Marr* wie folgt skizzieren. Der *Visuelle Kognitions-Prozess* lässt sich in die zwei Teil-Prozesse *Sensor-nahe Wahrnehmungs-Verarbeitung & Objekt-Erkennung* unterteilen. Der *Sensor-nahe Wahrnehmungs-Verarbeitungs-Prozess* lässt sich weiterhin in die beiden Teil-Prozesse *Bild-Segmentierung* und *Tiefen- & Orientierungs-Analyse* untergliedern. Der *Objekt-Erkennungs-Prozess* unterteilt sich schließlich in den „Übergang von einem Beobachter-abhängigen ( Ego-zentrierten ) zu einem Beobachter-unabhängigen ( Objekt-zentrierten ) Bezugs-System“ und die „Modellierung der 3-dimensionalen Form des Objektes“. Abschließend werden noch die Unterscheidung zwischen dem „Was-System“ und dem „Wo-System“ ( Kap. 6.2.6 ) und die Unterscheidung von *Visueller Kognition*, *Visuospatialer Kognition & Spatialer Kognition* kurz erläutert (  $\Rightarrow$  Kap. 6.2.7 ).

### 2.3.2 Kognition des Raumes

Nach einer kurzen Beschreibung der Anfänge der Erforschung der Kognition des Raumes wird der Gegenstands-Bereich der Raum-Kognitions-Forschung gemäß *Christian Freksa* wie folgt definiert : Die *Spatiale* bzw. *Raum-Kognitions-Forschung*



„is concerned with the acquisition, organization, utilization, and revision of knowledge about spatial environments“ ([218], S. 4). Danach erfolgt die Beschreibung der Unterscheidung in *Absolute & Relative Raum-Modelle* (Kap. 6.3.3.1) und *Globale & Lokale Raum-Modelle* (Kap. 6.3.3.2), sowie eine Beschreibung der *Bezugs-Systeme der Raum-Kognition* (Kap. 6.3.4), welche sich nach dem Klassifikations-Schema von *Stephen Levinson* in Bezugs-Systeme mit Beobachter-Bezug, Objekt-Bezug & Umgebungs-Bezug einteilen lassen. Anschließend werden im Kapitel *Gedächtnis-Modelle* (Kap. 6.3.5) je ein Repräsentant der/des *Mehr-Speicher-Modelle* (Kap. 6.3.5.1), *Verarbeitungstiefe-Ansatz* (Kap. 6.3.5.2) und die *Multi-Modale Theorie des Gedächtnisses* (Kap. 6.3.5.3) vorgestellt.

Kern des Unterhaupt-Kapitels *Kognition des Raumes* ist das Kapitel (*Visuo-*) *Spatiale Informations-Repräsentation* (Kap. 6.3.6). Nach der dort beschriebenen *Dualen Codierungs-Hypothese* von *Allan Paivio* existieren im Kognitiven System des Menschen mindestens zwei Informations-Repräsentations-Systeme, nämlich ein *Sprachlich-Logisches Repräsentations-System* (*Linguistic-Propositional Representation System*) zur Speicherung von *Sprachlichen Informationen* und ein *Visuo-spatiales Repräsentations-System* zur Speicherung von *Visuospatialen Informationen*. Im Anschluss an die Präsentation dieser Hypothese werden verschiedene *Modelle* von Visuospatialen Informations-Repräsentations-Systemen vorgestellt, von denen das *Baddeley-Logie-Modell* (Kap. 6.3.6.3), *Newcombe-Huttenlocher-Modell* (Kap. 6.3.6.9) und die *Theorie der Mentalen Modelle von Philip Johnson-Laird* (Kap. 6.3.6.6) besonders hervorzuheben sind.

Den Abschluss von Kap. 6.3 bilden die Kapitel *Neuro-Biologie & Visuospatiale Kognition* (Kap. 6.3.7), *Die Entwicklung des Räumlichen Denkens* (Kap. 6.3.8) und *Die Evolution des Räumlichen Denkens* (Kap. 6.3.9).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der erwachsene Mensch über ein System zur *Visuo-Spatialen* und / oder *Amodal-Spatialen Repräsentation* des *Raumes* verfügt, das Ergebnis eines mit der *Umwelt interagierenden Phylogenetischen, Ontogenetische & Psychogenetischen Entwicklungs-Prozesses* ist.

### 2.3.3 Kognition der Zeit

Nach einer allgemeinen Einleitung über die *Erforschung der Psychischen & Subjektiven Zeit* (Kap. 6.4.2) wird der *Gegenstand der Psychologie der Zeit* nach *Alfred Lang* wie folgt beschrieben: „Als Gegenstand der Psychologie ist *Zeit* stets an Ereignisse [oder Vorgänge] gebunden, welche einem handelnden Individuum erscheinen (*Zeit-Wahrnehmung* [ & *Zeit-Erleben* ]), welche es herstellt oder beeinflusst (*Zeit-Verhalten*) oder in bezug auf welche es sich orientiert (*Zeit-Perspektive* [ bzw. *Zeit-Horizont* ], *Zeit-Begriff*). *Psychische* [ bzw. *Subjektive* ] *Zeit* bezeichnet das Ingesamt der Vorher-Nachher-Relationen zwischen dem Individuum und solchen Ereignissen [oder Vorgängen]. Die[se] Ereignisse treten [dabei] als vorausgesehen oder geplant (*Zukunft*), als wahrgenommen oder getan (*Gegenwart*) bzw. als behalten oder gespeichert (*Vergangenheit*) auf. Sie können ihren Ursprung sowohl im Organismus wie in seiner Umwelt haben und bewußt oder unbemerkt ablaufen. Unter ihrem zeitlichen Aspekt treten alle Ereignisse eines Individuums in einer Ordnungs-Reihe auf, deren wesentliche Kennzeichen die Gerichtetheit & Nicht-Umkehrbarkeit sind. Demnach kann ein gegebenes Ereignis nur einmal innerhalb dieser

Ordnungs-Reihe vorkommen und sich darin mehr oder weniger weit erstrecken (Dauer) sowie zu anderen Ereignissen in einem bestimmten Ordnungs-Verhältnis (Gleichzeitigkeit oder Sukzession) stehen. Die Ereignis-Reihe insgesamt – einschließlich ihrer sozio-kulturell bedingten Artikulation – erlaubt die *Zeitliche Orientierung* des Individuums in Welt & Gesellschaft.“ (Lang, [438], S. 1)<sup>1</sup>

Nach einer Beschreibung der *Biologischen Grundlagen der Zeit-Wahrnehmung* in Kap. 6.4.4, wonach zahlreiche inneren Zeit-Takt-Geber beim Menschen für Periodik & Rhythmus im Bereich von bis zu 24 Stunden verantwortlich zu machen sind,<sup>2</sup> wird in Kap. 6.4.5 die *Zeit-Wahrnehmung* näher beschrieben. Diese lässt sich in die Wahrnehmung der *Gleichzeitigkeit & Aufeinanderfolge von Ereignissen* (Kap. 6.4.5.2) und die *Zeit-Dauer-Wahrnehmung & -Schätzung* (Kap. 6.4.5.3) weiter untergliedern.

Bei der Wahrnehmung der Gleichzeitigkeit & Aufeinanderfolge von Ereignissen ist besonders hervorzuheben, dass diese unabhängig von den Wahrnehmungs-Modalitäten ist und dass es insbesondere einen *Psychischen Moment bzw Augenblick* mit einer Zeit-Dauer von *30 – 40 Millisekunden* gibt (⇒ Kap. 6.4.5.2.3). Ein weiteres Charakteristikum der menschlichen Zeit-Wahrnehmung ist die *Psych(olog)ische Gegenwart* (⇒ Kap. 6.4.5.2.4), aus welcher *stetig* Informationen in das *Ultra-Kurz-Zeit-Gedächtnis* transportiert werden. Dieser Informations-Fluss konstituiert den „Strom des Bewusstseins“ (⇒ Kap. 6.4.5.2.5 + 6.4.5.2.6).

Bei der *Zeit-Dauer-Wahrnehmung & -Schätzung* lassen sich *Schätz-Modelle mit „Innerer Uhr“* (Kap. 6.4.5.3.3) und *Schätz-Modelle ohne Uhr* (Kap. 6.4.5.3.4) unterscheiden. Der Stand der Forschung zur Modellierung der Wahrnehmung der Zeit-Dauer lässt sich nach *Richard Block* wie folgt zusammengefasst (Stand 1990): “The experience of duration in passing may differ from that in retrospect. Experienced duration depends on variables such as the amount of attention to temporal information, whereas remembered duration involves contextual changes encoded in memory. Models of psychological time as duration vary considerably. Chronobiological models typically attempt to explain diverse cyclical behavior by seeking the physiological basis of a pacemaker or pacemakers in the brain of the organism. Some psychologists have also explored the notion of a pacemaker – a collection of brain processes that generates a series of pulses or other cyclical marker events which may underlie temporal experience. However, these internal clock models seem unable to explain the diverse ways in which cognitive kinds of factors influence temporal behavior & experience. As an alternative, many cognitive psychologists believe that the experience of duration is related to the storage size of information in memory that occurred during a time period. Another interesting class of model is that which emphasizes the deployment of attention, including the concept of attention to temporal information. However, changes in cognitive context during a time period influence remembered duration, and a contextual-change model provides a better account of recent evidence than do storage size & attention models (alone).” (Block, [58], S. 30)<sup>3</sup>

Im Anschluss daran wird in Kap. 6.4.6 die Unterscheidung zwischen *Vergangenheit, Gegenwart & Zukunft* kurz beschrieben, welche sich aus Kognitionswissenschaftlicher Sicht wie folgt zusammenfassen lässt: Fortlaufende Kognitions-Prozesse (Psychische

---

<sup>1</sup>) kursiv von Alfred Lang, Ergänzungen in [ ] von mir.

<sup>2</sup>) Hartmut Kasten: „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ([397]), S. 34

<sup>3</sup>) in Klammern von mir.

Gegenwart) verändern im Gedächtnis gespeicherte Informations-Schemata (Psychische Vergangenheit) mit deren Hilfe zukünftige Ereignisse vorhergesagt werden (Psychische Zukunft) ( $\Rightarrow$  [532]).

Es folgt dann eine Beschreibung der Kognition der Beziehung zwischen Raum, Zeit & Geschwindigkeit und deren Genese in Kap. 6.4.7.1 und der Begriffs-Metapher-Theorie der Zeit (Kap. 6.4.8), nach welcher die Begriffs-Welt der Zeit in die Begriffs-Welt des Raumes abgebildet wird. Dabei werden Ereignisse als Objekte aufgefasst, die sich an bestimmten Orten im Raum befinden und sich durch diesen Raum bewegen. Eine Grundannahme dabei ist, dass die Gegenwart mit demjenigen Ort korrespondiert, an dem sich der Beobachter gerade befindet. Diese Abbildung tritt in zwei Varianten auf. In der ersten Variante ist das *Vergehen der Zeit eine Bewegung von Ereignissen* (Time Passing is Motion of an Object), in welcher der Beobachter stationär ist und die Ereignisse Objekte sind, die sich relativ zum Beobachter bewegen. Die „Richtung der Zeit“ entspricht dabei der Bewegungs-Richtung. In der zweiten Variante ist das *Vergehen der Zeit das Bewegen durch eine Landschaft* (Time Passing is Motion over a Landscape), in welcher die Ereignisse sich an festen Orten befinden und der Beobachter sich relativ zu diesen Orten bewegt.<sup>1</sup>

Abgerundet wird dieses Unterhaupt-Kapitel durch die beiden Kapitel *Zeit & Gedächtnis* (Kap. 6.4.9) und *Zeit-Perspektive bzw. -Horizont* (Kap. 6.4.10). Den Abschluss von Kap. 6.4 bilden die Kapitel *Neuro-Biologie & Temporale Kognition* (Kap. 6.4.11), *Die Entwicklung des Zeit-Bewusstseins* (Kap. 6.4.12) und *Vergleichende Ethologie des Zeitlichen Verhaltens* (Kap. 6.4.13).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die *Kognition der Zeit* einerseits auf *Chronobiologischen Rhythmen & „Inneren Uhren“* und andererseits auf der *Kognition von Bewegungen & Veränderungen in der Externen Welt* eines Individuums basiert. Interne Systeme zur Generierung & Verarbeitung Temporaler Informationen realisieren die Kognition der Gleichzeitigkeit & Aufeinanderfolge von Ereignissen, die Unterscheidung zwischen Vergangenheit, Gegenwart & Zukunft sowie die Schätzung der Zeit-Dauer von Ereignissen & Prozessen. Systeme zur Kognition & Verarbeitung Externer Informationen extrahieren Temporale Informationen aus den wahrgenommenen Informationen über Bewegungen & Veränderungen in der Externen Welt des Individuums. Mit Hilfe des Gedächtnisses gehen diese Informationen in das *Kognitive Modell der Außenwelt* ein und geben ihm seine *Zeitliche Struktur*.

### 2.3.4 Basis-Prozesse der Kognition

Das Uhtkap. 6.6 *Basis-Prozesse der Kognition* beruht im wesentlichen auf den beiden Büchern *Biologie der Erkenntnis* ([657]) & *Strukturen der Komplexität* ([659]) von Rupert Riedl und dem Aufsatz *Der Neuere Konnektionismus* ([400]) von Christel Kemke und ist eines der *Kern-Kapitel* dieser Arbeit. Es gliedert sich in die fünf Teile *Neuronale Netze & Dynamische Zell-Verbände* (Kap. 6.6.2 + 6.4.4.2.2), *Abstrakte Neuronen-ähnliche Netze* (Kap. 6.6.3 + 4.4.4), *Ein System vernünftiger Hypothesen* (Kap. 6.6.4 – 6.6.7), *Durchgängige Mechanismen des*

---

<sup>1</sup>) George Lakoff : „The Contemporary Theory of Metaphor“ ([427]), pp 212 – 213

*Kreativen Lernens im Evolutions-Prozess* ( Kap. 6.6.8 ) und *Apriori & Aposteriori* ( Kap. 6.6.9 ).

In den Kapiteln 6.4.4.2.2 + 6.6.2 wird die *Hypothese der Dynamischen Zell-Verbände* ( Cell Assemblies ) von *Donald Hebb* kurz beschrieben, welche dann in Kap. 6.6.3 als *Abstrakte Neuronen-ähnliche Netze* ausführlicher beschrieben und im Anhang 2 ( Kap. 9. ) mathematisch formalisiert werden. *Abstrakte Neuronen-ähnliche Netze* ( Artificial Neural Networks [ ANN ], Neuron-like Networks, Konnektionistisches Systeme bzw. Parallel Distributed Processing Systems [ PDP ] ) sind Netzwerke mit vielen (  $10 \leq n \leq 100$  ) bis sehr vielen (  $10^n : n \geq 4$  ) Knoten, welche relativ einfache & gleichartige Verarbeitungs-Elemente ( Prozessoren ) sind, die entlang der Verbindungs-Struktur des Netzes durch Signale miteinander kommunizieren und deren Informationsverarbeitungs-Leistung im wesentlichen auf der Kommunikation zwischen diesen elementaren Prozessoren beruht.

Der Zustands-Raum ( Speicher ) der einzelnen Prozessoren ist eine 1-dimensionale geordnete Menge und alle Prozessoren haben den gleichen Zustands-Raum. Ein Zustand wird Aktivierungs-Zustand oder kurz Aktivierung genannt und der entsprechende Wert wird als Aktivierungs-Grad bezeichnet. Die Verbindungen zwischen den einzelnen Prozessoren sind gerichtet und ihnen sind ganzzahlige oder reelle Werte als Verbindungs-Stärken oder Gewichte zugeordnet. Die Verbindungs-Struktur dieses Kommunikations-Netzes und die den einzelnen Verbindungen zugeordneten Gewichte bestimmen die wesentlichen Informationsverarbeitungs-Eigenschaften eines Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzes und in ihnen ist die gesamte Information bzw. das gesamte „Wissen“ räumlich verteilt gespeichert ! Das Lernen erfolgt durch die Modifikation der einzelnen Verbindungs-Stärken in Abhängigkeit vom Aktivitäts-Grad der vor- & nachgeschalteten Prozessoren einer Verbindung.<sup>1</sup>

In den Kapiteln 6.6.4 – 6.6.7 werden dann diese Prinzipien & Modelle zu den vier *Ratiomorphen Hypothesen* von *Rupert Riedl* verallgemeinert, welche auf den vier Begriffs-Paaren : Zufall & Notwendigkeit, Gleichheit & Ungleichheit, Ursache & Wirkung und Sinn & Unsinn beruhen. Auf den Prinzipien von *Zufall & Notwendigkeit* beruht die *Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“* bzw. vom „*Anscheinend Wahren*“ wie Rupert Riedl sie nennt. *Gleichheit & Ungleichheit* bilden die Grundlage der *Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* und *Ursache & Wirkung* sind die Grundlage der *Hypothese von der „Ur-Sache“*. Schließlich bilden *Sinn & Unsinn* die Grundlage der *Hypothese vom „Zweckvollen“*. Diese vier Hypothesen bilden nach Rupert Riedl ein System vernünftiger Voraus-Urteile, die als im Laufe der Evolution erworbenes Biologisches Wissen das Überleben der Organismen in ihrer Umwelt, von welcher sie selektiert wurden, sichern.<sup>2</sup>

Die ersten drei dieser Hypothesen lauten wie folgt :<sup>1</sup>

#### 6.6.5 Zufall & Notwendigkeit – Die Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“ :

„Die *Hypothese vom Anscheinend Wahren* ( die *Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“* ) enthält die Erwartung, dass sich manche gemachte Erfahrung unter entsprechenden Bedingungen wahrscheinlich prognostizieren, also durch Wiedereintreten bestätigen lassen werde.“ ( Riedl, [657], S. 53 ) „Die(se)

---

<sup>1</sup> ) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ( [400] ), S. 144

<sup>2</sup> ) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), S. 37

»Hypothese von Anscheinend Wahren« ist die Voraussetzung des Erkenntnis-Prozesses schlechthin !“ Denn „Vor(aus)-Urteile sind ohne Zweifel eine Voraussetzung unserer Existenz !“ ( Riedl, [657], pp 71 + 76 )

#### 6.6.6 Gleichheit & Ungleichheit – Die Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“ :

„Die *Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* enthält die Erwartung, dass das Ungleiche in der Wahrnehmung der Dinge ausgeglichen werden dürfte, und dass sich ähnliche Sachen, obwohl sie offenbar nicht dasselbe sind, auch in machen noch nicht wahrgenommenen Eigenschaften als vergleichbar erweisen würden.“ ( Riedl, [657], S. 93 ) Oder in anderen Worten : Die Bestätigung einer Simultanen Koinzidenz erhöht deren Gewissheits-Grad während die Enttäuschung einer Simultanen Koinzidenz deren Gewißheits-Grad vermindert. Dabei ist der Gewißheits-Grad die Gewichtete Verrechnung von Bestätigung & Enttäuschung. Auf diese Weise wird das Gleiche vom Un-Gleichen getrennt und fehlendes ( vermutetes ) Gleiches hinzugefügt !

#### 6.6.7 Ursache & Wirkung – Die Hypothese von der „Ur-Sache“ :

Die *Hypothese von der „Ur-Sache“* lässt sich wie folgt formulieren : Der *Ratiomorphe Algorithmus der Verrechnung Sukzedaner Koinzidenzen* enthält die Erwartung, dass ähnliche Ereignisse oder Zustände ähnliche Ereignis- oder Zustands-Folgen prognostizieren lassen und dass ( in Erwartung der Abstrahierbarkeit ) ein bestimmtes Feld von Ähnlichkeiten koinzidenter sukzedaner Ereignisse oder Zustände auch ein Merkmals-sukzedanes Ähnlichkeits-Feld von Ereignis- oder Zustands-Folgen vorhersehen lässt. Kurz : Die Hypothese von der „Ur-Sache“ enthält die Erwartung, dass ähnliche Ereignisse oder Zustände die gleiche Ursache haben und die gleiche Wirkung tun werden. <sup>2</sup>

In Kap. 6.6.8 wird dann – aufbauend auf Kap. 5.3.4 – beschrieben, wie diese *Ratiomorphen Hypothesen* als Mechanismen der Kognition mit Hilfe der *Abstraktion des Wesentlichen* von der einfachsten Wahrnehmung von Binären Eigenschaften ( z.B. Hindernis oder kein Hindernis beim Pantoffeltierchen ) über die Reiz-Filter der Angeborenen Auslöse-Mechanismen bis zu den komplexen Prozessen der Gestalt-Wahrnehmung bei den höheren Säugetieren einschließlich des Menschen reichen. <sup>3</sup> Dabei setzen die Funktions-Gesetze & -Algorithmen des Individuellen Lernens die *Extraktion des Welt-Modells* mittels Erb-Programmen nach gleichen Prinzipien fort, bauen auf den Erb-Programmen auf und reichen von diesen bis zur Schwelle des Bewusstseins. <sup>4</sup>

In Kap. 6.6.9 wird dann das Verhältnis zwischen *Apriori & Aposteriori* aus Sicht der *Evolutionären Erkenntnistheorie* wie folgt skizziert. „Die Notwendigkeit ( d. h. die vorgegebenen Randbedingungen ) der Mutmaßung des Möglichen ist zwar ein *Apriori* für die Reine Vernunft des Individuums, aber sie ist das Lern-Ergebnis des Ratiomorphen Apparats, der auf den Lehrmeistern der ( Ver-) Schaltungen ( des Nerven-

---

<sup>1</sup>) in allen Zitaten kursiv & Klammern von mir.

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 128 + 130

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 84 – 87

<sup>4</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 48 – 50

Systems ) und weiter auf jenen der Moleküle ( des Erbguts ) beruht ; sie ist ein Aposteriori ( der Evolution ) unseres Stammes.“ ( Riedl, [657], pp 54 – 55 ) „Die Apriori der Rationalen Vernunft sind durch die Evolution in ( die Ratio ) hineingekommen. Sie sind *Aposteriori*, also Erfahrungs-Produkte des Wissens-erwerbenden Mechanismus des Lebendigen. Die »Hypothese vom Anscheinend Wahren« enthält den biologischen Hintergrund der Kant’schen Apriori der Modalität, der Erwartung, »Möglichkeit : Unmöglichkeit, Dasein : Nichtsein, Notwendigkeit : Zufälligkeit«, wie ( Immanuel ) Kant ( [393] ) sie nennt, in dieser Welt voraussetzen zu können.“ ( Riedl, [657], S. 76 )<sup>1</sup> Die *Kausalitäts-Erwartung* ist also gleichzeitig ein Apriori für den Erfahrungs-Gewinn des Individuums und ein Aposteriori des Lernens für den Stamm !<sup>2</sup>

### 2.3.5 Raum-Kognition als Basis des Abstrakten Denkens

In Kap. 6.7 wird der Frage nachgegangen, inwieweit *Raum-Kognition* eine *Basis des Abstrakten Denkens* ist. In den Kapiteln 6.7.1 – 6.7.3 wird beschrieben, dass *Räumliche Schemata* in *Abstrakten Kognitions-Prozessen* prinzipiell zur Strukturierung von *Gedächtnis-Inhalten* ( Kap. 6.7.1.1 ), *Kommunizierten Informationen* ( Kap. 6.7.1.2 ) und *Logischen Sachverhalten* ( Kap. 6.7.1.3 ) benutzt werden<sup>3</sup>, und die Frage behandelt, ob *Räumliche Schemata* bloß *Metaphern* oder *Interne Kognitive Mechanismen* sind ( Kap. 6.7.2 ). Außerdem wird beschrieben, dass Repräsentations-Systeme zur *Speicherung Räumlicher Informationen im Gedächtnis*, für *Informationen des Räumlichen Denkens* und zur *Externen Räumlichen Repräsentation von Informationen* zu unterscheiden sind ( Kap. 6.7.3 ).

Ausgehend von dieser Unterscheidung werden dann in Kap. 6.7.4 *Hilfsmittel zur Externen Räumlichen Repräsentation von Informationen* beschrieben und in Kap. 6.7.5 die Rolle von *Räumlichen Schemata im Abstrakten Denken* untersucht. Dies geschieht unter den Gesichtspunkten der *Begriffs-Metapher-Theorie* ( Kap. 6.7.5.1 ), *Modellierung Nicht-Räumlicher Begriffe durch Räumliche Strukturen* ( Kap. 6.7.5.2 ) und der *Rolle Räumlicher Repräsentationen im Transitiven Schließen* ( Kap. 6.7.5.3 ). Abgeschlossen wird dieser Themenbereich wiederum durch das Kapitel *Evolution & Entwicklung der Fähigkeit des Logischen Denkens* ( Kap. 6.7.5.4 ).

Zusammenfassend lässt sich mit *Dedre Gentner & Merideth Gattis* folgender Schluss ziehen : “The systematicity of the ego-moving & time moving systems (  $\Rightarrow$  Kap. 6.4.8 ) in language suggests that *space* provides a framework that is mapped into *time* to facilitate temporal reasoning. Such a view would be consistent with evidence that spatial representations are carried into abstract arenas such as interpretations of graphs ( [243] / [244] / [245] / [250] / [365] / [771] ), and more generally with evidence that analogies from concrete domains are used in reasoning about abstract domains ( [37] / [259] / [347] ). Moreover, indirect evidence that space-time mappings serve conceptual functions can be found in the pervasive use of spatial representations of time across cultures in artifacts such as clocks, timelines, drawings & musical notation ( [227] ). Thus it is tempting to think of these metaphoric systems as a mean of

---

<sup>1</sup>) Kursiv & Klammern von mir.

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 131 + 142

<sup>3</sup>) Merideth Gattis : „Space as a Basis for Abstract Thought“ ( [247] ), S. 2

spatial or visual reasoning – »the use of ordered space to organize non-spatial information & generate new knowledge«, as *Merideth Gattis & Keith Holyoak* ([250]) put it – about event sequences.” (Gentner, [258], S. 205) “As the wide-ranging content of ( the ) chapters ( of *Spatial Schemas and Abstract Thought* ([246]) demonstrates, spatial structures may be adapted for representing an enormous variety of abstract structures & concepts. These and others suggest that space is not simply a metaphor for abstract thought, but it may actually be its basis !” (Gattis, [247], S. 7) <sup>1</sup>

### 2.3.6 Die Morphologie des Erkennens & Erklärens von Rupert Riedl

In Kap. 6.8 wird die *Morphologie des Erkennens & Erklärens* von *Rupert Riedl* als Beispiel einer *Raum-basierten Hypothese des Abstrakten Denkens* vorgestellt. Dieses Kapitel gliedert sich in die fünf Unter-Kapitel *Abstraktion von Ordnung* (Kap. 6.8.1), *Morphologie – Die Lehre von der Ähnlichkeit* (Kap. 6.8.2), *Hierarchische Ordnung von Natur, Denken & Kultur* (Kap. 6.8.3), *Erklärung & Kausalität – Die Hierarchie der Gesetze* (Kap. 6.8.4) und *Jenseits von Raum & Zeit – Das System des Erkennens & Erklärens* (Kap. 6.8.5).

Nach der Definition von *Ordnung* als „Koinzidenz von Zuständen & Ereignissen“, d.h. von Dingen, die „sich mit großer Regelmäßigkeit nur gemeinsam miteinander, nacheinander oder im Rahmen bestimmter anderer Dinge“ ereignen (Riedl, [657], S. 84) <sup>2</sup> in Kap. 6.8.1 wird in Kap. 6.8.2 *Morphologie* als *Erfahrungswissenschaftliche Lehre vom Vergleichen* definiert, welche in der Biologie die Grundlage von Vergleichender Anatomie & Systematik der „Natürlichen Ordnung“ des Lebendigen bildet und darüber hinaus auch Grundlage von Sprach- & Literatur-Wissenschaften, Ethnologie und Kunst- & Kultur-Geschichte sowie der Geomorphologie in den Anorganischen Wissenschaften ist. <sup>3</sup> Die Konzepte der Biologischen Morphologie lassen sich nach *Rupert Riedl* zu einer *Allgemeinen Gestalt-Theorie* (Kap. 6.8.2.4) ausweiten und auf den gesamten Bereich der Kognition und der Wissenschaften übertragen, welcher von der Biologie über die Sprache bis hin zu den Artefakten (z.B. Formen in Architektur-Stilen) reicht. <sup>4</sup>

Im Allgemeinen bestehen Gestalt, Form & Struktur von Gegenständen oder Vorgängen nicht nur aus wiederbeobachtbaren Mengen koinzidenten Sub-Strukturen, sondern diese Sub-Strukturen zeigen auch höchst spezielle & nicht minder vorhersehbare Lage-Beziehungen bzw. Anordnungen zueinander. Aber es gibt nicht nur ein gesetzliches Nebeneinander in ein, zwei & drei Dimensionen (z. B. Randsteine, Ziegel-Dach, Ziegel-Stapel), es gibt auch ein gesetzliches Ineinander (z. B. Schublade in Kommode, Kommode im Raum, Raum im Haus, ...). Bestimmte Sub-Strukturen kommen nur in bestimmten Super-Strukturen vor und diese sind wiederum Sub-Strukturen in anderen Super-Strukturen (z. B. Zähne im Kiefer, Kiefer im Schädel, ...). Auf diese Weise entsteht eine Hierarchie der Anordnung von Strukturen im Raum ! <sup>5</sup>

---

<sup>1</sup>) in beiden Zitaten kursiv & Klammern () von mir.

<sup>2</sup>) Kursiv von mir.

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 139 – 141

<sup>4</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 139 – 181

<sup>5</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 98 – 99

Gleichzeitig entsteht parallel zu dieser Hierarchischen Ordnung der Strukturen eine dazu korrespondierende Hierarchische Ordnung der Klassen-Begriffe. Und dieses Hierarchische System der Klassen-Begriffe reicht wiederum von der Alltags-Sprache bis hin zur Wissenschaftlichen Theorien-Bildung. Sogar die Sprache selbst ist hierarchisch aufgebaut. <sup>1</sup> ( Kap. 6.8.2.5 )

Damit gelangt man ganz allgemein zu *Struktur-Hierarchien der Gegenstände* und den dazu korrespondierenden *Klassen-Hierarchien der Begriffe* ( Kap. 6.8.3 ). Die *Struktur-Hierarchien der Gegenstände* lassen sich nach *Rupert Riedl* wiederum in aus nicht austauschbaren Einmaligkeiten bestehende und durch Serien meist irreversibler Bifurkationen entstandene *Struktur-Hierarchien der Individualitäten* sowie in aus austauschbaren Massen-Bauteilen bestehende und ebenfalls durch Serien meist reversibler Bifurkationen entstandene *Struktur-Hierarchien der Massen-Bauteile* weiter untergliedern.

Die dazu korrespondierenden *Klassen-Hierarchien der Begriffe* untergliedern sich dann folglich in aus Klassen-Begriffen unverwechselbarer Strukturen bestehende *Klassen-Hierarchien der Individualitäten* und aus Klassen-Begriffen von Massen-Bauteilen bestehende *Klassen-Hierarchien der Massen-Bauteile*. Dieser Hierarchischen Über- & Unter-Ordnung der Strukturen & Begriffs-Klassen auf der Seite der Allgemeinen Theorien von Gestalt & Klassifikation entspricht auf der Seite von Erklärung & Kausalität eine Hierarchie der Gesetze ( Kap. 6.8.4 ). Denn jenes Gemeinsame, worin man die gleiche Ursache vermutet, läßt sich nach *Rupert Riedl* als Allgemeines Gesetz beschreiben. Diese Gesetze sind die Erklärung für alle ihre Fälle. Aber da kein Gesetz sich selbst erklärt, bedarf es folglich zu seiner Erklärung eines übergeordneten allgemeineren Gesetzes. Damit erhält man in Analogie zur Hierarchie der Begriffe eine Hierarchie der Gesetze ! Dieses System der Gesetze formt eine Hierarchie sich wechselseitig kontrollierender Hypothesen. In seiner Mitte haben seine Prognosen die größten, an Gewissheit grenzenden Wahrscheinlichkeiten. <sup>2</sup>

Damit ergeben sich nach *Rupert Riedl* folgende *Zusammenhänge* zwischen *Raum, Zeit, Abstraktion, Beschreibung, Erklärung & Kausalität* :

	Beschreibung	Erklärung
„Räumliche“ Abstraktion	Wahrnehmung & Begriffs-Bildung : Speziellen $\Rightarrow$ Allgemeine	Deduktion : Allgemeinen $\Rightarrow$ Spezielle
„Zeitliche“ Abstraktion	Handlungs-Planung : Voraussetzung $\Rightarrow$ Aktion	Kausalität : Ursache $\Rightarrow$ Wirkung

( Riedl, [657], S. 129 ) ( Kap. 6.8.5 )

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), S. 108

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 139 – 140



### 2.3.7 Geometrische Metaphern in Kognitionswissenschaftlichen Theorien

In Kap. 6.9 wird hauptsächlich das *Konzept des Begriffs-Raums* von *Peter Gärdenfors* beschrieben, das an der Grenze bzw. im Übergangsbereich zwischen Metapher & Internem Kognitiven Mechanismus anzusiedeln ist. Diese Beschreibung wird durch die beiden Kapitel *Die Geometrie des Gehirns* (Kap. 6.9.3) und *Geometrie, Kognition & Evolution* (Kap. 6.9.4) abgerundet.

Der erste Grund-Baustein des Konzepts des Begriffs-Raums ist das *Konzept* der *Eigenschafts- bzw. Qualitäts-Dimension*. Diese Eigenschafts-Dimensionen (Quality Dimensions) klassifizieren die verschiedenen „Eigenschaften“ bzw. „Qualitäten“ von Objekten. Diese Dimensionen korrespondieren zu den verschiedenen Kriterien, nach denen wahrgenommene Reize als *gleich* oder *verschieden* klassifiziert werden. Diese Eigenschafts-Dimensionen können je nach Kontext als Psychische Phänomene oder als Theoretische Modelle interpretiert werden. Werden sie als Psychische Phänomene interpretiert, so beschreiben sie Kognitive Strukturen der Wahrnehmung oder des Gedächtnisses bei Mensch & Tier. Bei dieser Interpretationsweise liefert die Theorie des Begriffs-Raums prüfbare Vorhersagen des Menschlichen & Tierischen Verhaltens. Die Eigenschafts-Dimensionen und ihre Struktur können aber auch aus anderen Wissenschaftlichen Theorien übernommen werden. In diesem Fall haben sie keinerlei Psychologischen Erklärungs-Wert, liefern aber trotzdem eine Basis für Vorhersagen. Der Begriff der Dimension ist nach *Peter Gärdenfors* durchaus wörtlich zu nehmen, denn eine Begriffs-Dimension besitzt eine Geometrische bzw. Topologische bzw. eine Ordnungs-Struktur. Beispielsweise lässt sich die Zeit durch eine ein-dimensionale Struktur modellieren, die isomorph zur Reellen Zahlen-Geraden ist oder das Gewicht durch eine ein-dimensionale Struktur, welche isomorph zum Strahl der Nicht-Negativen Reellen Zahlen ist. Aber eine Eigenschafts-„Dimension“ kann auch eine Diskrete Struktur haben, wie z.B. die Stammbäume der Biologischen Arten oder von Adels-Geschlechtern.<sup>1</sup>

Damit lassen sich die Konzepte des *Entitäts-Bereichs (Domain)* als Menge Integraler Dimensionen, welche von allen anderen Eigenschafts-Dimensionen separiert sind, und des *Begriffs-Raumes (Conceptual Space)* als Menge von Entitäts-Bereichen & Separablen Dimensionen definieren.<sup>2</sup> Aufbauend auf diesen Definitionen werden dann u.a. die Repräsentation von Eigenschaften, die Repräsentation von Konzepten, die Repräsentation von Objekten, die Kategorien- & Prototyp-Theorie sowie das Lernen durch Begriffs- & Kategorien-Bildung beschrieben.

### 2.3.8 Mathematik & Kognition

Nachdem im Hptkap. 6., ausgehend von der *Visuellen Kognition* (Kap. 6.2) die *Kognition von Raum & Zeit* (Kap. 6.3 – 6.5), die *Basis-Prozesse der Kognition* (Kap. 6.6) und die *Raum-Kognition als Basis des Abstrakten Denkens* (Kap. 6.7) beschrieben wurde, wird in Uhptkap. 6.10 als letztes der Zusammenhang zwischen *Kognitiven Prozessen* und der *Mathematik als höchster Stufe der Abstraktion* beschrieben. Das Uhptkap. 6.10 gliedert sich in die Kapitel *Die Kognition der Zahlen*

---

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241]), pp 5 – 9

<sup>2</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241]), S. 26

( Kap. 6.10.4 ), *Die Kognitive Basis der Mathematik* ( Kap. 6.10.5 ), *Die Begriffs-Metapher-Theorie der Arithmetik* ( Kap. 6.10.6 ) und *Die Kognition Mathematischer Muster & Strukturen* ( Kap. 6.10.7 ), denen drei einleitende Kapitel vorangestellt sind. Den Abschluss bilden wieder die drei Kapitel *Neuro-Biologie & Mathematische Fähigkeiten* ( Kap. 6.10.9 ), *Die Entwicklung Mathematischer Fähigkeiten* ( Kap. 6.10.10 ) und *Die Evolution Mathematischer Fähigkeiten* ( Kap. 6.10.11 ). Ergänzt wird das Ganze schließlich durch ein Kapitel über *Mathematik & Bildhaft-Räumliche Vorstellung* ( Kap. 6.10.8 ).

In Kap. 6.10.4 wird die *Kognition der Zahlen* beschrieben. Danach scheinen nach Stanislas Dehaene im Kognitiven System des Menschen Systeme zur *Repräsentation von Zahlen* als abstrakte *Werte-Größen* als Grundlage des abstrakten Rechnens, als konkrete *Zahligkeiten* von Objekten, mit denen auch gerechnet werden kann, als *Uhr-Zeiten & Kalender-Perioden*, als *Jahres-Zahlen*, an denen bestimmte *Ereignisse* passiert sind, und als *Bezeichnungen* ( Marken-/ Typen-Namen, Postleitzahlen, etc ) zu existieren. Auch scheint die Größen-Anordnung von Werten unabhängig von der Anordnung von Alphabet-Ordnung, Kalender-Daten oder Noten-Werten repräsentiert zu sein.<sup>1</sup>

Es folgt dann eine Beschreibung der *Kognitiven Basis Mathematischer Fähigkeiten* ( Kap. 6.10.5 ), wonach diese auf den acht Fähigkeiten (1) *Fähigkeit zur Muster-Erkennung & Abstraktion* ( Kap. 6.10.5.6 ), (2) *Sinn für Ursache & Wirkung* ( Kap. 6.10.5.7 ), (3) *Fähigkeit zur Zielgerichteten Ausführung von Handlungs-Folgen* ( Kap. 6.10.5.4 ), (4) *Räumliches Vorstellungsvermögen und die Fähigkeit zum Probe-Handeln im Vorgestellten Raum* ( Kap. 6.10.5.8 ), (5) *Subitising-Fähigkeit & Elementar-Arithmetik* ( Kap. 6.10.5.1 ), (6) *Fähigkeit zu Zählen* ( Kap. 6.10.5.2 ), (7) *Verbales Gedächtnis* ( Kap. 6.10.5.5 ) und (8) *Fähigkeit zur Bildung & Benutzung von Symbolen* ( Kap. 6.10.5.3 ) beruhen.

In Kap. 6.10.6 wird dann die *Begriffs-Metapher-Theorie der Arithmetik* beschrieben. Danach wird die *Kognitive Basis der Arithmetik* von den vier Begriffs-Metaphern *Arithmetik als „Manipulation von Objekt-Ansammlungen“* ( Kap. 6.10.6.2 ), *Arithmetik als „Objekt-Konstruktion“* ( Kap. 6.10.6.3 ), *Arithmetik als „Messen mit einem Maß-Stab“* ( Kap. 6.10.6.4 ) und *Arithmetik als „Bewegungen entlang eines Weges“* ( Kap. 6.10.6.5 ) gebildet.

Die Bedeutung dieser vier Grundstein-Metaphern als Kognitive Basis der Arithmetik fassen *George Lakoff & Rafael Núñez* wie folgt zusammen : “The reason that ( the ) domains ( of the four grounding metaphors ) all »fit« innate arithmetic is that there are structural relationships across the domains. ... In short, there are structural correspondences between "object collection" and "object construction", "the construction of a linear object" and "the use of a measuring stick to mark off a line segment of certain length", ( and ) "using a measuring stick to mark off a line segment or »path«" and "moving from location to location along a path".

As a result of these structural correspondences, there are ( *partial* ) *isomorphisms* across the four grounding metaphors ... . There is an one-to-one mapping  $M$  between elements of one source domain and elements in the other source domain ... ( with the properties ) :  $M$  preserves sums :  $M(x + y) = M(x) + M(y)$ , i.e. the images of sums correspond to the sum of images ( and )  $M$  preserves products :  $M(x \times y) = M(x) \times M(y)$ , i.e. the images of products correspond to the product of

---

<sup>1</sup> ) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 221 – 224

images. ... Note that there are no numbers in ( the four ) source domains, but only object collections, ( composed objects, linear physical segments ) & motions. But given how they are mapped onto the natural numbers, the relevant inferential structures of all these domains are isomorphic. Aside from the way they are mapped onto natural numbers, these four source domains are not isomorphic.”  
( Lakoff / Núñez, [428], pp 78 – 80 )<sup>1</sup>

Damit sind Zahlen das Produkt der Abstraktion von drei verschiedenen Eigenschaften in der Physikalischen Welt, nämlich der Anzahligkeit von Objekt-Mengen, der Länge von Wegen im Raum und der Menge an Stoff & Volumen ausgedehnter Objekte. Während die erste Eigenschaft zu einem Diskreten Zahlen-Begriff führt, führen die beiden anderen Eigenschaften zu einem Kontinuierlichen Zahlen-Begriff.

In Kap. 6.10.7 werden diese Begriffs-Metaphern dann zu den beiden Begriffs-Metaphern *Algebra ist Arithmetik mit Allgemeinen Zahlen* und *Algebra ist Algorithmen mit Abstrakten Objekten* weiter abstrahiert.

### 2.3.9 Zusammenfassung

Das Ergebnis von Hptkap. 6. wird in den Kapiteln 6.5 + 6.10.12 zusammengefasst. Danach gibt es im *Kognitiven System des Menschen* mindestens zwei verschiedene Informations-Repräsentations-Systeme. Und zwar ein *Sprachlich-Logisches Repräsentations-System* ( *Linguistic-Propositional Representation System* ) zur Speicherung von *Sprachlichen Informationen* und ein *Nonverbales Repräsentations-System* zur Speicherung von *Multi-Modalen Spatio-Temporalen Informationen*. Darüber hinaus gibt es nach *Ray Jackendoff* mindestens noch ein *Internes Repräsentations-System* ( *Body Representation Format* ) für ( *Subjektive* ) *Informationen über interne Körper-Zustände* wie z. B. Gefühle, Schmerzen, etc. ( [373] + [374] ).

Das *Multi-Modal-Spatio-Temporale Repräsentations-System* lässt sich dann weiter in *Modalitäts-spezifische Repräsentations-Systeme* für die einzelnen *Modalen Informations-Typen* und ein *Amodales Repräsentations-System für Spatio-Temporale Information* untergliedern. Und das *Amodal-Spatio-Temporale Repräsentations-System* lässt sich dann wiederum in *Amodale Repräsentations-Systeme* für *Rein-Räumliche Informationen*, *Spatio-Temporale Informationen* & *Rein-Zeitliche Informationen* untergliedern. Mit dem *Rein-Temporalen Repräsentations-System*, welches auch die *Chronobiologischen Rhythmen* & „*Inneren Uhren*“ enthält, hat dieses *Amodale Repräsentations-System* auch Anteil am *Internen Körper-Repräsentations-System*.

Für die *Kognition der Zahlen* kommt nur noch ein *Zahlen-Repräsentations-System* für die „*Erb-Zahlen*“ **1 – 3** als *eigenständiges Repräsentations-System* hinzu. Alle anderen *Zahlen-Repräsentationen* benutzen das *Räumliche* oder das *Sprachlich-Logische Repräsentations-System* (  $\Rightarrow$  Kap. 6.10.12 ). Und alle diese *Kognitiven Repräsentations-Systeme* sind das Ergebnis von *Phylogenetischen, Ontogenetische & Psychogenetischen Entwicklungs-Prozessen*.

---

<sup>1</sup>) Anführungszeichen " " & Klammern ( ) von mir, Anführungszeichen » « & kuriv von Lakoff & Núñez ,

## 2.4 Implikationen für eine Physik der Raum-Zeit

### 2.4.1 Die Kognitive Basis der Physik

Im Hptkap. 7. wird das Ergebnis dieser Doktorarbeit zusammengefasst. Danach lassen sich die *Kognitiven Informations-Repräsentations-Systeme des Menschen* gemäß Kap. 6.5 in ein *Multi-Modales Spatio-Temporales Repräsentations-System* und ein *Sprachlich-Logisches Repräsentations-System* untergliedern, zu denen nur noch ein eigenständiges Zahlen-Repräsentations-System für die „Erb-Zahlen“ **1 – 3** hinzutritt. Im Hptkap. 7. wird gezeigt, wie die *Theorien von Raum, Zeit & Materie* auf diesen *Kognitiven Grundlagen* beruhen.

Danach bildet das *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* die Kognitive Basis der *Physikalischen Theorien mit Klassischem Materie-Konzept*, mit dessen Hilfe das Visuell-Non-Verbale Senso-Motorische System ( Kap. 6.1.4 ) diese mittels der in den Kapiteln 5.3.4, 5.3.9 + 6.6 beschriebenen Kognitions-Prozesse aus Interaktionen mit der Physikalischen Außenwelt konstruiert hat. Darüber hinaus beruhen diese Theorien auch auf dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* als Kognitiver Basis und sind das Produkt der in Kap. 6.10.5 beschriebenen *Kognitiven Mathematischen Basis-Fähigkeiten*, mit deren Hilfe sie ebenfalls aus Interaktionen mit der Physikalischen Außenwelt abgeleitet wurden. Dabei dominiert das *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* in der Kognitiven Basis gegenüber dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* eindeutig ! ( Kap. 7.2 – 7.5 )

Auch die *Quantenmechanik* hat diese beiden Informations-Repräsentations-Systeme als *Kognitive Basis*. Allerdings dominiert hier das *Sprachlich-Logische Informations-Repräsentations-System* gegenüber dem *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* ! Da das Sprachlich-Logische Informations-Repräsentations-System aber ein Symbolisches Informations-Repräsentations-System ist, bedarf es zu seiner Funktionsfähigkeit der Abbildung seiner Symbole auf Informations-Strukturen des Multi-Modalen Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-Systems, damit die mit seiner Hilfe repräsentierten Sprachlich-Logischen Informationen überhaupt Teil des Informationellen Systems der Außenwelt des Kognitiven Systems sein können. ( Kap. 7.6.1 – 7.6 )

### 2.4.2 Die Frage nach „Bedingungen, unter denen Erkenntnis möglich ist“

Im Kapitel *Die Frage nach „Bedingungen, unter denen Erkenntnis möglich ist“* ( Kap. 3.4 ) wird von *Gerhard Vollmer* folgende Frage nebst seiner Antwort formuliert : „Nach der Evolutionären Erkenntnistheorie sind die subjektiven Strukturen des Erkenntnis-Apparates für die Erkenntnis konstitutiv. Gilt dies für alle Stufen des Erkenntnis-Prozesses“ nämlich Wahrnehmungs-Erkenntnis, Erfahrungs-Erkenntnis und Theoretische oder Wissenschaftliche Erkenntnis ? ( Vollmer, [784] in [786], S. 53 )

Nach den in dieser Doktorarbeit gewonnenen Erkenntnissen muss die Antwort lauten :

**Ja**, diese Kognitiven Strukturen sind nicht nur für die Ebenen der Wahrnehmungs- & Erfahrungs-Erkenntnis konstitutiv, sondern für alle Stufen des Erkenntnis-Prozesses. Das heißt : „Auch die Wissenschaftliche Erkenntnis ist biologisch / genetisch determiniert !“

## **2.5 Anhang 1 : Ergänzende Erläuterungen zur geschichtlichen Entwicklung der Physik der Neuzeit**

Der Anhang 1 *Ergänzende Erläuterungen zur geschichtlichen Entwicklung der Physik der Neuzeit* ( Kap. 8. ) gliedert sich in die beiden großen Themen-Bereiche *Physikalische Theorien mit Klassischem Materie-Konzept* und *Quanten-Mechanik*. Diesen beiden Themen-Bereichen ist wiederum eine allgemeine Einleitung mit Überblick über die geschichtliche Entwicklung vorangestellt. Abgeschlossen wird das Hauptkapitel mit einer kurzen Beschreibung des *Zusammenhangs* zwischen den Theorien von *Gravitation, Relativität & Quanten-Welt*.

Der erste Themen-Bereich ist in die Kapitel *Die Klassische Mechanik und das Mechanistische Weltbild* ( Kap. 8.3 ), *Die Himmels-Mechanik und die Fernwirkungs-Theorie der Gravitation* ( Kap. 8.4 ), *Die Physik der Nichtponderablen Materie* ( Kap. 8.5 ), *Spezielle Relativitätstheorie* ( Kap. 8.6 ) & *Allgemeine Relativitätstheorie* ( Kap. 8.9 ) weiter untergliedert, während der zweite Themen-Bereich in Kap. 8.13 behandelt wird. Diese Kapitel werden durch die beiden Kapitel *Gauß'sche Flächentheorie & Riemann'sche Geometrie* ( Kap. 8.7 ) und *Stochastik & Funktional-Analysis* ( Kap. 8.11 ) ergänzt, welche die Mathematischen Grundlagen von Allgemeiner Relativitätstheorie & Quantenmechanik beschreiben, sowie durch die zwei Physik-Kapitel *Das Elektromagnetische Feld in der Relativistischen Elektrodynamik* ( Kap. 8.8 ) und *Klassische Wellenmechanik* ( Kap. 8.12 ) welche einen Brückenschlag zwischen der Klassischen Elektrodynamik und der Einstein'schen Gravitationstheorie bzw. zwischen der Klassischen Physik und der Quanten-Physik bilden. Abgerundet wird das Ganze durch das Kapitel *Gravitation & Weltäther – Das Wesen des Physikalischen Raumes* ( Kap. 8.10 ).

Die Kapitel *Die Klassische Mechanik und das Mechanistische Weltbild* ( Kap. 8.3 ), *Spezielle Relativitätstheorie* ( Kap. 8.6 ) & *Allgemeine Relativitätstheorie* ( Kap. 8.9 ) sind nach dem Schema *Grundbegriffe & Axiome, Charakteristika der Physikalischen Theorie & Geometrische Formulierung der Physikalischen Theorie* untergliedert.

Außerdem werden die Entwicklung des Relativitäts-Prinzips vom Galilei'schen Relativitäts-Prinzip der Klassischen Mechanik über das Relativitäts-Prinzip der Speziellen Relativitätstheorie zum Relativitäts-Prinzip der Allgemeinen Relativitätstheorie sowie die Entwicklung der Geometrischen Formulierung von der Galilei-Newton-Geometrie der Raum-Zeit über die Lorentz-Einstein-Minkowski-Geometrie der Raum-Zeit zur Riemann-Einstein-Geometrie der Raum-Zeit und deren Beziehungen zur Euklidischen Geometrie, Pseudo-Euklidischen Geometrie und zur Riemann'schen Geometrie beschrieben. Darüber hinaus werden die Beziehungen zwischen Newton'schen Gravitationsgesetz und Coulomb'schen Gesetzen der Elektrostatischen & Magnetischen Anziehung bzw Abstoßung in den Fernwirkungs-Theorien von Gravitation & Elektromagnetismus sowie die Beziehungen zwischen Elektromagnetischen Feld-

gleichungen und Einstein'schen Feldgleichungen in den Nahwirkungs-Theorien von Gravitation & Elektromagnetismus heraus gearbeitet. Schließlich wird auch die Entwicklung der Äther-Vorstellungen vom Licht-Äther über den Elektromagnetischen Äther zum Einstein'schen Äther beschrieben.

Das Kap. 8.13 *Quantenmechanik* gliedert sich in die Themen-Bereiche Mathematisch-Quantenmechanischer Formalismus, Quantenmechanischer Mess-Prozess, Interpretation des Mathematisch-Quantenmechanischen Formalismus und Charakteristika der Quantenmechanik. Diesen Themen-Bereichen ist wiederum eine allgemeine Einleitung vorangestellt. Abgeschlossen wird das Kapitel durch die drei Kapitel *Raum-Begriff & Quantentheorie* (Kap. 8.13.10), *Quantentheorie & Zeit* (Kap. 8.13.11) und *Quantentheorie & Realität* (Kap. 8.13.13) und das Résumé von *Richard Feynman*, „daß niemand die Quantenmechanik versteht!“ ([198], S. 159)

### 3. Einleitung

Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung der *erkenntnistheoretisch-naturphilosophischen Konsequenzen*, welche sich aus den Erkenntnissen der *Kognitionswissenschaften* und der *Evolutionären Erkenntnistheorie* für eine *Physikalische Theorie der Raum-Zeit* ergeben. Dazu ist es notwendig, als erstes eine präzise Formulierung der Fragestellung zu entwickeln, deren Beantwortung im Folgenden versucht werden soll.

Den physikalischen Ausgangspunkt dieser Fragestellung bilden die Relativitätstheorien und die Quantentheorie, also stark vereinfachend ausgedrückt, Vorstellungen von Raum & Zeit und der Materie. Deshalb erscheint es im Rahmen dieser Einleitung sinnvoll, die Entwicklung der (rationalen) Vorstellungen von Raum, Zeit & Materie in unserem Kulturraum von der Antike bis zur Gegenwart (sehr) kurz zu skizzieren. Deshalb soll als erstes *Eine kurze Geschichte der Physik* stehen.

#### 3.1 Eine kurze Geschichte der Physik

##### 3.1.1 Vorstellungen zur Physik & Naturphilosophie in der Antike <sup>1</sup>

Es waren die *vorsokratischen Naturphilosophen* am Rande des Griechischen Kulturkreises, welche sich als erste Gedanken über eine rationale Erklärbarkeit der Welt machten. Ihre Grundannahme war „Die Welt ist intelligibel, weil sie geordnet, weil sie gesetzmäßig ist.“ (Kanitscheider, [390], S. 37) Diese naturphilosophischen Spekulationen sollen im Folgenden kurz erwähnt werden.

##### 3.1.1.1 Vorstellungen zu Raum & Zeit

Für die Alten Griechen war der Begriff *Raum* mehr oder weniger gleichbedeutend mit dem Begriff des *Kosmos*. Der raumähnliche Begriff des *Apeiron* als etwas Unbestimmtes & Grenzenloses taucht erstmals beim *milesischen Naturphilosophen Anaximandros (Anaximander)* auf, das jedoch nicht nur raumartige sondern auch stoffliche Eigenschaften hatte.

Der *elatische Naturphilosoph Parmenides* geht sogar so weit, dass er das Seiende mit dem dauerhaften & unveränderlichen Raumerfüllenden gleichsetzt und die Existenz des Leeren Raum als etwas Nichtseiendes bestreitet. Als Konsequenz dieses Seins-Konzeptes bestreitet er auch die Existenz von *Bewegung & Werden*, welche für ihn nur Sinnestäuschungen sind. Diese Auffassung der Unbeweglichkeit & Dauerhaftigkeit interpretieren einige moderne Autoren als erstmalige Formulierung eines *reversiblen* Konzeptes der *Zeit*. <sup>2</sup>

Die sozusagen entgegengesetzte Zeit-Auffassung wurde von *Heraklit* formuliert, welche er in dem ihm in der Antike allgemein zugeschriebenen Satz „panta rhai“ – „alles fließt, nichts besteht“ ausgedrückt hat. Darin lesen manche moderne Autoren,

---

<sup>1</sup>) Hermann Diels / Walther Kranz : „Die Fragmente der Vorsokratiker“ ([148])  
G.S. Kirk / J.E. Raven / M. Schofield : „Die Vorsokratischen Philosophen“ ([401])

<sup>2</sup>) Klaus Mainzer : „Zeit – von der Urzeit zur Computerzeit“ ([482]), S. 18

dass er der Entdecker des Konzepts der *irreversiblen Prozesse* und des *Zeit-Pfeils* sei.<sup>1</sup> Trotz dieser Auffassung vom beständigen Wandel aller Dinge sah er aber in und hinter diesem unaufhörlichen Fluss ein einheitliches Gesetz, den „logos“, „die Einheit in der Vielheit und Vielheit in der Einheit“.

Die *Atomisten Leukipp & Demokrit* stellen dann dem *raumerfüllenden Vollen*, den *Atomen*, den *homogenen & isotropen Leeren Raum* als gleichberechtigt Seiendes gegenüber. Dies wird in der Philosophie-Geschichte häufig als Konsequenz aus der Lehre der Veränderung des Heraklit und der Lehre vom unveränderlichen Sein des Parmenides angesehen.<sup>2</sup>

Schließlich sei noch die Zeit-Auffassung des *Aristoteles* genannt: „Die Zeit ist aber nicht Bewegung, sondern das Abzählbare an ihr.“ und „Da Zeit das Maß der Bewegung ist, ist sie auch indirekt das Maß der Ruhe; denn jede Ruhe ist in der Zeit.“ (Lehrschriften Bd. IV 1 219 b ([15]) + Physik 4, 12, 221 b7 ([16]))

### 3.1.1.2 Vorstellungen zur Materie

Die *Milesischen Naturphilosophen* versuchten die Entstehung alles *Seienden* aus einem letzten *Ur-Stoff* zu erklären. *Thales von Milet* wollte alles Seiende auf das *Wasser* zurückführen, während *Anaximenes* die *Luft* (genauer etwas *Luftartiges*) als Urstoff identifizierte. Dagegen wählte *Anaximandros (Anaximander)* als Ur-Prinzip der Welt das *Apeiron*, etwas *Unbestimmtes & Grenzenloses*, das er wie bereits oben erwähnt einerseits als etwas *Raumähnliches*, andererseits aber auch als einen *endlosen Vorrat von Stoff* dachte, aus dem sich alle Gegensätze herausdifferenzierten. Schließlich betrachtete *Heraklit* das *Ur-Feuer* (als Symbol für die ewige Unruhe des Werdens) als die *Ur-Substanz* (wohl im Sinne von *Ur-Energie*), das „nach Maßen“ aufbrennt und verlöscht, aus dem nach ewigem Gesetz („logos“) die Welt hervortritt und darin zurückfällt. Alle diese Spekulationen vereinigte schließlich *Aristoteles* in seiner *Lehre von den vier Elementen* Erde, Wasser, Luft & Feuer.

Einen ganz anderen Ansatz wählten die *Atomisten Leukipp & Demokrit*. Nach ihnen besteht die Welt aus einem *raumerfüllenden Vollen* und dem umgebenden *Leeren Raum*. Dieses raumfüllende Volle sind viele sehr kleine und deshalb nicht mehr wahrnehmbare *unteilbare* Körperchen verschiedener Form (die *Atome*), die selbst keine Leere in sich haben, sondern den Raum vollständig ausfüllen. Diese Auffassung konnte sich aber gegen diejenige des Aristoteles nicht durchsetzen.

### 3.1.1.3 Vorstellungen zu den Ursachen

Da das Konzept der *Ratiomorphen Hypothesen* von Rupert Riedl, welches im Kapitel 6.6 behandelt wird, in engem Zusammenhang mit den „vier *Causae des Aristoteles*“ steht, soll auf diese hier kurz eingegangen werden.

---

<sup>1</sup>) Klaus Mainzer: „Zeit – von der Urzeit zur Computerzeit“ ([482]), S. 18

<sup>2</sup>) Klaus Mainzer: „Zeit – von der Urzeit zur Computerzeit“ ([482]), S. 20



Nach Aristoteles gibt es die folgenden vier Ursachen :

- *causa efficiens* ( Antriebs-Ursache )
- *causa materialis* ( Material-Ursache )
- *causa formalis* ( Plan-/Form-Ursache )
- *causa finalis* ( Zweck-Ursache )

deren Wirkungsweise er am Beispiel des Baues eines Hauses erläutert. Um ein Haus zu bauen, bedarf es der Arbeits-Kraft bzw. Geld/ Kapital ( also der *causa efficiens / Antriebs-Ursache* ), Bau-Stoffe ( also der *causa materialis / Material-Ursache* ), des Bauplans des Architekten ( also der *causa formalis / Plan-/Form-Ursache* ) und schließlich der Wünsche des Bauherrn ( also der *causa finalis / Zweck-Ursache* ).  
( Aristoteles : *Metaphysik* / [17] )<sup>1</sup>

### 3.1.2 Die Entwicklung der Physik in der Neuzeit

#### 3.1.2.1 Der Weg zur Allgemeinen Relativitätstheorie

Der Beginn der *modernen Naturwissenschaft* wird allgemein mit *Nikolaus Kopernikus* ( Heliozentrisches Weltbild, 1543 ), *Johannes Kepler* ( Planeten-Gesetze, 1609 ) und *Galileo Galilei* ( Grundlagen der modernen Mechanik ) verbunden. Deren Ansätze synthetisierte *Isaac Newton* in seiner *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis* ( 1687 ) zu der nach ihm benannten *Newton'schen (Klassischen) Mechanik*.

In dieser gibt er u. a. folgende Definitionen für die Begriffe des *Absoluten Raumes* & der *Absoluten Zeit* : „Die *absolute, wahre mathematische Zeit* verfließt an sich und vermöge ihrer Natur gleichförmig und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand. Sie wird auch mit dem Namen *Dauer* belegt. Die *relative, scheinbare & gewöhnliche Zeit* ist ein fühlbares und äußerliches, entweder genaues oder ungleiches Maß der Dauer, dessen man sich gewöhnlich statt der wahren Zeit bedient, wie Stunde, Tag, Monat, Jahr. Der *Absolute Raum* bleibt vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand stets gleich & unbeweglich. Der *Relative Raum* ist ein Maß oder ein beweglicher Teil des ersteren, welcher von unseren Sinnen durch seine Lage gegen andere Körper bezeichnet und gewöhnlich für den unbeweglichen Raum genommen wird.“ ( Isaac Newton, [561], S. 25 )<sup>2</sup>

Die Newton'sche Mechanik ist ein *Geschlossenes System* von *Begriffen* und deren *Verknüpfungen*, das in *mathematischen Formulierungen* seinen Gegenstands-Bereich exakt beschreibt. „Die Verbindung zwischen den verschiedenen Begriffen dieses Systems ist so eng, dass man im allgemeinen nicht irgendeinen ... ändern könnte, ohne gleichzeitig das ganze System zu zerstören.“ Eine solche Beschreibungsform gilt deshalb seither als Prototyp einer exakten Naturwissenschaft, ja sogar für exakte Wissenschaft schlechthin, die alle seriösen Wissenschaften anzustreben haben ! Lange Zeit glaubte man sogar, das dieses Newton'sche System für die *Physik* endgültig sei und es lediglich die Aufgabe der Physiker sei, dieses System auf immer weitere Gebiete

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl, ([657]), pp 120 – 121 & ([659]), pp 163 + 211 – 213

<sup>2</sup>) kursiv von mir

der Erfahrung anzuwenden. „Tatsächlich hat sich die Physik auch fast zweihundert Jahre lang nur in diese Richtung entwickelt.

Von der Theorie der Bewegung von Massenpunkten konnte man zur Mechanik der festen Körper übergehen, zu Rotations-Bewegungen, man konnte die kontinuierliche Bewegung von Flüssigkeiten behandeln oder die schwingenden Bewegungen elastischer Körper. Alle diese Teile der Mechanik wurden allmählich im Zusammenhang mit der Erweiterung der *Mathematik*, insbesondere der *Differenzial-Rechnung* entwickelt, und die Ergebnisse wurden durch Experimente überprüft. *Akustik & Hydrodynamik* wurden ein Teil der Mechanik. Eine andere Wissenschaft, auf die man die Newton'sche Mechanik mit Erfolg anwenden konnte, war die *Astronomie*. ... Nach der Entdeckung der neuen Erscheinungen auf dem Gebiet von *Elektrizität & Magnetismus* wurden die elektrischen & magnetischen Kräfte mit den Gravitations-Kräften verglichen, und ihre Wirkungen auf die Bewegungen der Körper konnten wieder nach den Grundsätzen der Newton'schen Mechanik behandelt werden. Schließlich konnte im 19. Jahrhundert sogar die Theorie der *Wärme* auf die Mechanik zurückgeführt werden, indem man annahm, dass die Wärme in Wirklichkeit aus einer komplizierten statistischen Bewegung der kleinsten Teilchen eines Stücks Materie besteht. Indem man die Begriffe der *Mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie* mit den Begriffen der Newton'schen Mechanik verband, gelang es (*Rudolf*) *Clausius*, (*Josiah Willard*) *Gibbs* & (*Ludwig*) *Boltzmann*, zu zeigen, dass die grundlegenden Gesetze der Wärmelehre als statistische Gesetze gedeutet werden können, die aus der Newton'schen Mechanik bei der Anwendung auf sehr komplizierte mechanische Systeme folgten.“

„Die erste Schwierigkeit entstand in den Erörterungen über das *Elektromagnetische Feld* in den Arbeiten von (*Michael*) *Faraday* & (*James Clark*) *Maxwell*. In der Newton'schen Mechanik war die *Gravitations-Kraft* als etwas Gegebenes angesehen worden, nicht als Gegenstand für weitere theoretische Untersuchungen. In den Arbeiten von Faraday & Maxwell aber wurde das *Kraftfeld* selbst zum Gegenstand der Forschung. Die Physiker wollten wissen, wie dieses Feld, das »Kraftfeld«, sich als Funktion von Raum & Zeit verändert. Daher versuchten sie Bewegungs-Gleichungen für das Feld anzugeben, nicht primär Bewegungs-Gesetze für die Körper, auf die das Feld wirkte. ... Dies erwies sich tatsächlich als möglich, und deshalb wurde die Beschreibung des Elektromagnetischen Felds, die Maxwell in seinen Gleichungen (1865) gegeben hatte, als eine befriedigende Lösung des Problems der Kräfte oder Kraftfelder angesehen.

An dieser Stelle hatte man aber tatsächlich das Programm abgeändert, das durch die Newton'sche Mechanik seinerzeit vorgeschrieben worden war. Die Newton'schen Axiome & Definitionen hatten sich auf die Körper und ihre Bewegungen bezogen. In der *Maxwell'schen Theorie* aber hatten die Kraftfelder denselben Grad an Wirklichkeit wie die Körper in Newtons Theorie.

Um eine solche Veränderung in unserer Vorstellung von der Wirklichkeit zu vermeiden, versuchte man, die Elektromagnetischen Felder mit den Feldern von elastischen Verformungen & Spannungen zu vergleichen, die Lichtwellen der Maxwell'schen Theorie also mit Schallwellen in elastischen Körpern. Daher glaubten viele Physiker, dass Maxwells Gleichungen sich tatsächlich auf die Deformationen in einem elastischen Medium bezögen, das sie *Äther* nannten. Dieser Name wurde einfach gegeben, um zu

erklären, dass das Medium so leicht & dünn war, dass es andere Materie durchdringen und weder gesehen noch gefühlt werden konnte.“ ( Heisenberg, [318], pp 81 – 83 )<sup>1</sup>

Damit ergab sich aber ein neues Problem. Die Newton'schen Gleichungen der *Mechanik* gelten unabhängig von besonderen *Inertial-Systemen*, sofern ihre *Raum- & Zeit-Koordinaten* durch die *Galilei-Transformationen* umgerechnet werden. Die Maxwell'schen Gleichungen der *Elektrodynamik* haben ein ausgezeichnetes Bezugssystem, den (Welt-) Äther. Dieses Problem löste *Albert Einstein* durch die Formulierung seiner *Speziellen Relativitätstheorie* ( 1905 ), nach der das von Galilei eingeführte *Relativitäts-Prinzip* auch für die Elektrodynamik gilt und mithin die *Lichtgeschwindigkeit* in allen Inertial-Systemen *konstant* ist. Als Konsequenz davon verlieren allerdings *Raum & Zeit* ihren absoluten & universellen, aber vor allem ihren voneinander unabhängigen Charakter und verschmelzen zu einer einheitlichen 3+1-dimensionalen *Raum-Zeit*, deren Entfernungs- & Zeit-Messungen vom Bewegungs-Zustand des Beobachters abhängig sind.

Die Ausdehnung der Speziellen Relativitätstheorie auf alle, mithin auch beschleunigte Koordinaten-Systeme führte *Albert Einstein* zu seiner *Allgemeinen Relativitätstheorie* ( 1915 ), nach der die Raum-Zeit nicht mehr „flach“ ist, d. h. der *Euklidischen Geometrie* gehorcht, sondern – geometrisch interpretiert – in eine 5. Dimension *gekrümmt* ist. Sie besitzt eine innere Struktur, die eng mit den dynamischen Gesetzen der Physik verknüpft ist. Der Raum wird zu einem physikalischen Medium, das eine eigene von der Materie festgelegte Dynamik besitzt. Grundkonzepte der Allgemeinen Relativitätstheorie sind die *Äquivalenz* von *Träger & Schwerer Masse* und die Interpretation der *Gravitation* als *Krümmung der Raum-Zeit*.

### 3.1.2.2 Der Weg zur Quantentheorie

Nachdem die *Lehre von den vier Elementen* des *Aristoteles* ( ⇒ Kap. 3.1.1.2: S. 27 ) fast zweitausend Jahre lang die Wissenschaft beherrscht hatte, wurde die antike Lehre der *Atomistik* von *Leukipp & Demokrit* erst wieder im 17. Jahrhundert von *Pierre Gassendi* neu belebt, die dann von *Robert Boyle* ( Chemischen Elemente, 1661 ) & *John Dalton* zur *modernen Atomistik der Chemie* ( 1808 ) weiterentwickelt wurde.

Ausgehend von den Experimenten von *Hans Geiger & Ernest Marsden* mit *Alpha-Strahlen* ( 1909 ) entwickelte dann *Ernest Rutherford* das *Planetensystem-Modell des Atoms* ( 1911 )<sup>2</sup>. Da dieses Atom-Modell aber im Widerspruch zur *Elektrodynamik* steht, wurde es von *Niels Bohr* durch die Anwendung der *Quanten-Hypothese* ( 1900 ) von *Max Planck* zu dem nach ersterem benannten *Bohr'sches Atom-Modell* ( 1913 ) weiter entwickelt.

Die nächsten Schritte waren dann die Entwicklung des Konzepts der *Materie-Wellen* von *Louis de Broglie* ( 1924 ) und der *Wellen-Mechanik* von *Erwin Schrödinger* ( 1926 ). Parallel dazu entwickelte *Werner Heisenberg* die Grundlagen der *Matrizen-*

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir

<sup>2</sup>) Im Gegensatz zur Atomistik von Leukipp & Demokrit sind die Atome nun teilbar und bestehen größtenteils aus leerem Raum !

*Mechanik*<sup>1</sup> (1925), welche dann *Max Born & Pascual Jordan* ausformulierten. Schließlich muss noch die *Unbestimmtheits-Relation* von *Werner Heisenberg* (1927) erwähnt werden.

### 3.1.2.3 *Abgeschlossene Theorien*

Auf Grund der Entwicklungs-Geschichte der Physik der Neuzeit stellt sich nunmehr die Frage, inwieweit die Newton'schen Mechanik heute überhaupt noch Gültigkeit besitzt. Dazu schreibt *Werner Heisenberg* in seiner *Grifford Lecture* 1955/56 :

„Wo immer die Begriffe der Newton'schen Mechanik zur Beschreibung von Naturvorgängen angewendet werden können, sind auch die Gesetze, die von Newton formuliert wurden, exakt richtig und können nicht verbessert werden. Aber die Elektromagnetischen Erscheinungen können mit den Begriffen der Newton'schen Mechanik nicht angemessen beschrieben werden. Daher haben die Experimente über Elektromagnetische Felder und über Lichtwellen zusammen mit ihrer theoretischen Analyse durch (*James Clark*) *Maxwell*, (*Hendrik Antoon*) *Lorentz* & (*Albert*) *Einstein* zu einem neuen, geschlossenen System von Definitionen, Axiomen & Begriffen geführt, die man durch Mathematische Symbole darstellen kann; zu einem System, das in derselben Weise widerspruchsfrei und geschlossen ist wie das der Newton'schen Mechanik, obwohl es vom Newton'schen System wesentlich verschieden ist.“ (Heisenberg, [318], S. 84)

Nach diesem Konzept der *Abgeschlossenen Theorien* identifiziert Heisenberg vier solche *Geschlossenen Begriffs-Systeme* :

„Das *erste* System, die *Newton'sche Mechanik*, ... eignet sich für die Beschreibung aller mechanischen Vorgänge, Bewegungen von Flüssigkeiten und der elastischen Schwingungen von Körpern. Es enthält die *Akustik*, die *Statik*, die *Aerodynamik* & *Hydrodynamik*. Auch die *Astronomie*, soweit sie von den Bewegungen der Sterne handelt, gehört zu diesem System.

Das *zweite*, in sich geschlossene Begriffs-System wurde im Laufe des 19. Jahrhunderts im Zusammenhang mit der *Theorie der Wärme* ausgebildet. Obwohl die Theorie der Wärme schließlich mit der Mechanik durch die Entwicklung der sogenannten *Statistischen Mechanik* verbunden wurde, so kann man dieses System doch nicht gut als einen Teil der Mechanik auffassen. Denn zum mindesten die phänomenologische Theorie der Wärme benützt eine Anzahl von Begriffen, die kein Gegenstück in anderen Zweigen der Physik haben, nämlich die Begriffe Wärme, Spezifische Wärme, Entropie, Freie Energie, usw. Wenn man von dieser phänomenologischen Beschreibung zu einer statistischen Beschreibung übergeht, indem man die Wärme als Energie betrachtet, die statistisch über die vielen durch die atomare Struktur der Materie bedingten Freiheitsgrade eines Systems verteilt ist, dann ist die Theorie der Wärme mit der Mechanik nicht mehr verbunden als mit der Elektrodynamik oder mit irgendwelchen anderen Teilen der Physik. ...

Das *dritte* abgeschlossene System von Begriffen & Axiomen ist aus den *elektrischen & magnetischen Erscheinungen* abgeleitet und hat seine endgültige Form im ersten

---

<sup>1</sup>) Besonders bemerkenswert ist auch, das die „Matrizen-Rechnung“ bereits vorher von Mathematikern zur Formalisierung von Koordinatensystem-Transformationen in der „Geometrie“ entwickelt wurde !

Jahrzehnt des 20. Jahrhunderts durch die Arbeiten von ( *Hendrik Antoon* ) *Lorentz*, ( *Albert* ) *Einstein* & ( *Hermann* ) *Minkowski* erhalten. Es umfasst die *Elektrodynamik*, die *Speziellen Relativitätstheorie*, *Optik*, *Magnetismus*, und man kann sogar die *de Broglie'sche Theorie der Materiewellen* einschließen, und zwar für alle verschiedenartigen Elementarteilchen. Allerdings gehört die *Wellentheorie Schrödingers* nicht dazu.

Das *vierte* abgeschlossenen System ... ist die *Quantentheorie* ... . Ihr zentraler Begriff ist die *Wahrscheinlichkeits-Funktion* oder, wie man in einer mehr mathematischen Sprache auch sagen kann, die »statistische Matrix«. Dieses System umfasst *Quanten- & Wellen-Mechanik*, die *Theorie der Atom-Spektren*, die *Chemie* und die Theorie anderer Eigenschaften der Materie, wie z. B. Leitfähigkeit, Ferromagnetismus usw. .

Die Beziehungen zwischen diesen vier abgeschlossenen Begriffs-Systemen kann man vielleicht in folgender Weise andeuten : Das erste System ist im dritten enthalten als *Grenzfall*, in dem die *Lichtgeschwindigkeit* als *unendlich groß* angesehen werden kann, und es ist im vierten enthalten als der *Grenzfall*, in dem das *Planck'sche Wirkungs-Quantum* als *unendlich klein* gelten kann. Das erste und teilweise auch das dritte System gehören zu dem vierten als eine *a priori'sche Grundlage* für die *Beschreibung der Experimente*. Das zweite System kann mit jedem der anderen drei ohne Schwierigkeiten verbunden werden und ist besonders wichtig in der Verknüpfung mit dem vierten. Die *unabhängige Existenz* des dritten und des vierten Systems legt den Gedanken an die Existenz eines *fünften* abgeschlossenen Begriffs-Systems nahe, in dem das erste, das dritte und das vierte als *Grenzfälle* enthalten sind. Dieses fünfte System sollte eines Tages im Zusammenhang mit der *Theorie der Elementarteilchen* gefunden werden.

Bei dieser Aufzählung der abgeschlossenen Begriffs-Systeme haben wir die *Allgemeine Relativitätstheorie* weggelassen, da dieses Begriffs-System vielleicht seine endgültige Form noch nicht gefunden hat ( 1955/56 ), aber es sollte hervorgehoben werden, dass es von den anderen vier Systemen *klar unterschieden* ist.<sup>1</sup>  
( Heisenberg, ( [318] ), pp 86 – 88 )<sup>2</sup>

Und dieser Gedanke von der Existenz eines fünften abgeschlossenen Begriffs-Systems entspringt keineswegs nur einen Bestreben nach systematischer Vollständigkeit, sondern für ein solches fünftes Begriffs-System besteht durchaus eine *empirische Notwendigkeit*. Dies führt zu :

### **3.2 Fragen & Probleme der Quanten-Gravitation & -Kosmologie**

Aus den relativistischen Gravitations-Gleichungen, der Deutung der von *Erwin Powell Hubble* entdeckten Rotverschiebung als Fluchtbewegung der Galaxien und dem *Kosmologischen Prinzip* der Homogenität & Isotropie des Universums im Großen lassen sich die drei *Kosmischen Standard-Modelle* von *Alexander Friedmann* ableiten, welche nach den Singularitäts-Sätzen von *Roger Penrose* & *Stephen Hawking* eine Anfangs-Singularität besitzen, die als *Urknall* gedeutet wird.

---

<sup>1</sup>) C.F. v. Weizsäcker ordnet die *Allgemeine Relativitätstheorie* ebenfalls unter dem *Dritten System* ein, welches er als *Klassische Feldtheorien* ( klassisch = nicht-quantentheoretisch ) bezeichnet. ( [797], S. 135 )

<sup>2</sup>) kursiv von mir

Die Bedingungen kurz nach dem Urknall können aber mit der Allgemeinen Relativitätstheorie alleine nicht mehr beschrieben werden, sondern erfordern die Einbeziehung der Quantentheorie, es bedarf also des von Werner Heisenberg geforderten fünften Begriffs-Systems, welches sowohl die Quantentheorie, wie auch die Spezielle & Allgemeine Relativitätstheorie umfassen muss.

Fasst man die Charakteristika und konzeptionellen Unterschiede von Relativitätstheorie & Quantentheorie kurz zusammen, so ergibt sich folgendes : <sup>1</sup>

1. Relativitätstheorie

- eine Theorie der Raum-Zeit
- Gravitation als Krümmung der Raum-Zeit
- ein „klassisches“ Materie-Konzept

2. Quantentheorie

- ein Mathematisch-Begriffliches Regelwerk
- Physikalische Größen werden nicht durch Reelle Zahlenwerte, sondern durch Wahrscheinlichkeits-Verteilungen für deren Mess-Ergebnisse beschrieben
- „klassische“ Konzepte von Raum & Zeit

Damit ergibt sich die Frage „Was ist fundamentaler als die Raum-Zeit?“ Und dieses Fundamentale soll nicht nur eine Idee sein, wie etwa der Urstoff der Vorsokratischen Naturphilosophen, es soll auch empirisch, durch Beobachtungen & Experimente prüfbar sein.

### **3.3 Raum & Zeit als „apriori“ unseres Denkens oder unserer Anschauung**

Nun müssen aber nach *Niels Bohr* alle Beobachtungen & Experimente in den Begriffen der *Klassischen Physik* beschrieben werden, denn „soll ein physisches System aber als Mess-Instrument brauchbar sein, so muss es sowohl im *Raum* und der *Zeit* unserer Anschauung beschrieben werden können wie auch als ein Gebilde, das dem *Kausal-Prinzip* genügt. Die erste Bedingung besagt, dass wir es überhaupt wahrnehmen können, die zweite, dass wir zuverlässige Schlüsse aus seinen sichtbaren Eigenschaften (z. B. der Stellung eines Zeigers auf einer Skala) auf die nicht oder kaum wahrnehmbaren Eigenschaften des Mess-Objekts ziehen können.“ (C.F.v.Weizsäcker, [797], pp 227 – 228) <sup>2</sup> Und blickt man in die Philosophie-Geschichte, so hat schon *Immanuel Kant* dieses Problem in seiner *Kritik der Reinen Vernunft* ([393]) untersucht und als deren Ergebnis seine *Transzendental-Philosophie* formuliert.

„Die aller unserer Anschauung von vorneherein anhaftenden Formen des *Raumes* und der *Zeit* und ganz ebenso die *Kausalität* und die anderen *Kategorien* unseres Denkens sind für Kant Gegebenheiten, die »a priori« festliegend die Form aller unserer *Erfahrung* bestimmen, ja Erfahrung als solche überhaupt erst möglich machen. Die

---

<sup>1</sup>) J. Butterfield / C.J. Isham : „On the Emergence of Time in Quantum Gravity“ ([90])

<sup>2</sup>) kursiv von mir

Gültigkeit der obersten Vernunft-Prinzipien ist für Kant eine absolute, sie ist von den Gesetzhaltungen der realen, hinter den Erscheinungen stehenden, an sich existierenden Natur grundsätzlich unabhängig und nicht aus ihnen entstanden zu denken. Weder durch Abstraktion noch auf irgendeinem anderen Wege können die *apriorischen Anschauungsformen & Kategorien* mit Gesetzhaltungen, die den Dingen an sich anhaften, in Beziehung gebracht werden. Das einzige, was wir nach Kant über das *Ding an sich* aussagen können, ist die Realität seiner Existenz. Die Beziehung aber, die zwischen ihm und jener Form besteht, in der es unsere Sinnlichkeit affiziert und in unserer Erfahrungswelt in Erscheinung tritt, ist für Kant, um es etwas überspitzt auszudrücken, eine *a-logische*. Das Ding an sich ist für Kant deshalb grundsätzlich unerkennbar, weil die Form seiner Erscheinung ab extra durch die rein idealen Anschauungsformen & Kategorien bestimmt wird, so dass diese Form mit seinem inneren Wesen gar nichts zu tun hat. Dies ist in gedrängter Wiedergabe die Anschauungsweise des Kantischen »*transzendentalen*« oder »*kritischen*« *Idealismus*.“ (Lorenz, [464] in [471], S. 95)<sup>1</sup>

### 3.4 Die Frage nach „Bedingungen, unter denen Erkenntnis möglich ist“

Wenn aber die *Anschauungsformen* von *Raum & Zeit* und die *Kategorien* »apriori« jedweder Erfahrung sind, stellt sich die Frage: Gibt es irgendwelche prinzipiellen *Erkenntnis-Grenzen*, jenseits derer sich die Realität nicht mehr erkennen lässt? Jenseits derer sich auch keine *Physikalische Theorie* jenes fünften Begriffsystems von Heisenberg mehr formulieren lässt?

Nach Kant müsste man diese Frage abschließend mit ja beantworten. Aber in seinem Aufsatz *Kants Lehre vom Apriorischen im Lichte gegenwärtiger Biologie* ([464]), aus dem oben die Zusammenfassung von Kants *Transzendentaler Erkenntnistheorie* zitiert ist, hat *Konrad Lorenz* eine neue Möglichkeit aufgezeigt, diese Frage im Sinne einer *naturalisierten Erkenntnistheorie* anders zu beantworten. Diese Möglichkeit skizziert Konrad Lorenz selbst durch folgende „Fragen eines Biologen an Kant“:

- „Ist die *menschliche Vernunft*, mit allen ihren Anschauungsformen & Kategorien, nicht ganz ebenso wie das *menschliche Gehirn* etwas organisch, in dauernder *Wechselwirkung* mit den *Gesetzen* der umgebenden *Natur* Entstandenes?“
- „Wären unsere *a priori denknotwendigen Verstandes-Gesetze* bei einer ganz anderen *historischen Entstehungsweise* und einem somit ganz andersartigen *Zentralnervösen Apparat* nicht vielleicht ganz andere?“
- „Ist es überhaupt auch nur einigermaßen wahrscheinlich, dass die ganz allgemeinen *Gesetzmäßigkeiten* unseres *Denk-Apparats* nicht mit solchen der *realen Außenwelt* zusammenhängen sollten?“
- „Kann ein *Organ*, das in dauernder *Auseinandersetzung* mit den *Gesetzen der Natur* zu dieser Auseinandersetzung herausdifferenziert wurde, in seinen *eigenen Gesetzhaltungen* von jenen so unbeeinflusst geblieben sein, dass die *Lehre von den empirischen Erscheinungen* unabhängig von der *Lehre vom An-sich-Seienden* getrieben werden darf, als ob beide gar nichts miteinander zu tun hätten?“

(Lorenz, [464] in [471], S. 96)<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir

Damit hat Konrad Lorenz erstmals das Konzept einer *Evolutionären Erkenntnislehre* formuliert, welche dann in den 1970-er Jahren von ihm selbst ([468]), *Gerhard Vollmer* ([782]) & *Rupert Riedl* ([657]) als *Evolutionäre Erkenntnistheorie* weiter ausgearbeitet wurde. (⇒ Kap. 5.: S. 64)

Das Erkenntnis-Organ, welches sich nach Lorenz im Laufe der Evolution herausdifferenziert hat, nennt er den *Weltbild-Apparat*, der in folgender Beziehung zu den *Kant'schen Apriori* steht :

- Der *Weltbild-Apparat* ist nicht mit den *Kant'schen Apriori* identisch, sondern nur in einem gewissen Sinne analog.
- In Richtung vom Subjekt zum Objekt wirkt der *Weltbild-Apparat* genau wie die *Kant'schen Anschauungsformen & Kategorien* als *Brille*, durch die wir die *objektive Welt* sehen können.
- In Richtung vom Objekt zum Subjekt sind jedoch nach der *Kant'schen Transzendental-Philosophie* keine *naturwissenschaftlichen Aussagen* möglich, während nach der Evolutionstheorie der *Weltbild-Apparat* im Laufe der *Evolution* so an die *objektive Realität* angepasst wurde, dass er ein *echtes* – möglicherweise utilitaristisch stark vergrößertes – *Bild der Wirklichkeit* liefert.

(Lorenz, [468], pp 15 – 19)

Bezüglich der Fähigkeiten des *menschlichen Weltbild-Apparates* unterscheidet *Gerhard Vollmer* in *Evolution der Erkenntnisfähigkeit* ([784] in [786], S. 53) folgende drei *Erkenntnis-Stufen* :

- Wahrnehmungs-Erkenntnis
- Erfahrungs-Erkenntnis
- Theoretische oder Wissenschaftliche Erkenntnis

Dies vorausgesetzt formuliert er die o.g. Eingangsfrage wie folgt :

Frage : Nach der Evolutionären Erkenntnistheorie sind die *subjektiven Strukturen* des *Erkenntnis-Apparates* für die *Erkenntnis* konstitutiv.

Gilt dies für alle *Stufen* des Erkenntnis-Prozesses ?

Antwort : Nein ! – Diese *Kognitiven Strukturen* sind nur für die Ebenen der *Wahrnehmungs- & Erfahrungs-Erkenntnis* konstitutiv !

Die *Wissenschaftliche Erkenntnis* ist nicht *biologisch / genetisch* determiniert !

Die Frage, ob diese Antwort richtig ist, ist Gegenstand dieser Arbeit. Und falls es Anhaltspunkte dafür gegen sollte, dass diese Antwort bezweifelt werden muss, welche Konsequenzen ergeben sich daraus für die Formulierung des *fünften Begriffs-Systems der Physik* von Werner Heisenberg ?

Bevor diese Frage jedoch beantwortet werden kann, müssen noch die Grundlagen dafür geschaffen werden. Dafür werden als Erstes die *beteiligten Wissenschaften und ihre*

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir



*Geschichte* ( Kap. 4. ) kurz vorgestellt, mit deren Hilfe anschließend die *biologischen Grundlagen & möglichen Grenzen der Kognition von Raum & Zeit* ( Kap. 5. + 6. ) entwickelt werden, um aus ihnen schließlich *Implikationen für eine Physik der Raum-Zeit* ( Kap. 7. ) zu ziehen.

## 4. Die beteiligten Wissenschaften und ihre Geschichte

### 4.1 Beteiligte Wissenschaften <sup>1</sup>

Ausgehend von den Ausführungen von Konrad Lorenz sind hier als erstes

- Erkenntnistheorie
- Evolutionstheorie
- Vergleichende Verhaltensforschung

zu nennen. Als weitere biologische Wissenschaften kommen dann *Neurobiologie & Gehirn-Forschung* mit ihren Teilgebieten

- Neuro-Anatomie & -Physiologie,
- Art-übergreifende Gehirn-Vergleiche
- individuellen & stammesgeschichtlichen Gehirn-Entwicklung.

An diese schließen sich die *Psychologie*, insbesondere

- Kognitive Psychologie
- Bewusstseins-Forschung als Phänomenale Psychologie des Subjektiven Erlebens

und sozusagen als technisches Gegenstück die *Computer-Wissenschaft*, insbesondere

- Künstliche Intelligenz-Forschung
- Mustererkennung & Computer Vision

an. Die Erkenntnisse der letzteren beiden versucht die *Kognitionswissenschaft* zu einer einheitlichen Wissenschaft der *Kognitiven Prozesse* zu integrieren. Als *Struktur-Wissenschaften* ( C.F. v. Weizsäcker ) bzw. „Längsschnitt“-Wissenschaften ( R. Riedl ) kommen schließlich noch

- Morphologie ( Wissenschaft von den ( biologischen ) Gestalten )
- Gestalt-Theorie ( Christian von Ehrenfels, [161] / Max Wertheimer, [803] )
- System-Theorie ( Ludwig von Bertalanffy, [46] )

hinzu. Last not least sind auch noch *Mathematik & Physik* zu nennen.

---

<sup>1</sup>) Howard Gardner : „Dem Denken auf der Spur“ ( [242] )  
 Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ( [659] )  
 Gerhard Vollmer : „Evolutionäre Erkenntnistheorie“ ( [782] )  
 Gerhard Vollmer : „Die Natur der Erkenntnis“ ( [786] )

## 4.2 Geschichte des Evolutions-Gedankens

Der *Evolutions-Gedanke* taucht erstmals im 1. Jh. v. Chr. im Lehrgedicht „De rerum natura“ des römischen Dichter & Philosophen *Lucretius Carus* (*Lukrez*) auf, in welchem er bereits Vorstellungen von Aussterben, Wandel & Selektion im Bereich des Lebendigen formuliert.

Diese Ideen bleiben aber bis in die Neuzeit unfruchtbar. Erst in der Aufklärung wird der Gedanke einer „Entwicklung des Lebendigen“ unabhängig voneinander von *Pierre Louis Morfeau de Maupertuis* („*Venus physique*“, 1745) und von *George Luise Leclerc de Buffon* („*Histoire naturelle générale et particulière*“, ab 1749) wieder aufgegriffen.

Schließlich war es *Jean-Baptiste de Monet de Lamarck*, der in seiner *Philosophie Zoologique* (1809, [431]) eine *Abstammungslehre* und ein *Ursachenkonzept* der Evolution entwarf, die *Charles Darwin* in *The Origin of Species* (1859, [130]) zu seiner *Evolutionstheorie* weiter entwickelte. Der eigentliche *Darwinismus* wurde aber erst von *Alfred Russel Wallace* formuliert (1889, [789]) und müsste deshalb eigentlich „*Wallacismus*“ heißen.<sup>1</sup>

Aus den verschiedenen in der Folgezeit vorgeschlagenen Ursachenkonzepten synthetisierten dann schließlich

- Ernst Mayr : „Systematics and the origin of species“ (1942, [495])
- G.G. Simpson : „The meaning of evolution“ (1952, [721]) und
- T. Dobshansky : „Genetics and the origin of species“ (1951, [155])

die *Synthetische Theorie der Evolution*, welche dann von *Rupert Riedl* zur *Systemtheorie der Evolution* weiterentwickelt wurde (1975, [655]).<sup>2</sup>

Nachdem sich der Evolutions-Gedanke in der *Biologie* erfolgreich durchgesetzt hat, wurde er auch auf andere, mehr oder weniger angrenzende Wissenschaftsgebiete übertragen. So hat ihn *Manfred Eigen* in seiner Theorie der *Hyperzyklen* erfolgreich auf die Evolution *präbiotischer Makromoleküle* angewandt (1970-er, [163] + [165]).

Sozusagen in entgegengesetzter Richtung haben *Noam Chomsky* (1968, [106]) und *Eric Lenneberg* (1972, [449]) den Evolutions-Gedanken auf die *Biologischen Grundlagen der Sprache* angewandt. Darüber hinaus haben *Irenäus Eibl-Eibesfeld* (1970, [162]) und *Otto Koenig* (1970, [413]) den Evolutions-Gedanken dann in das Gebiet von *Anthropologie, Ethnologie & Kultur-Ethologie* ausgeweitet. Schließlich hat *Ingo Rechenberg* sogar „Evolutions-Strategien“ auf die „*Optimierung technischer Systeme* nach Prinzipien der biologischen Evolution“ angewandt (1973, [644]).

Und wie bereits in Kap. 3.4 (S. 34) erwähnt, haben *Konrad Lorenz* ([464], [465] + [468]), *Donald Campbell* ([92]) & *Gerhard Vollmer* ([782]) den Evolutions-Gedanken auch auf die *Herkunft der Vernunft* angewandt. „Und in unmittelbarer Folge davon wurden durch *Donald Campbell* in der *Psychologie des Erkenntnis-*

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 246 – 248

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 277 – 286

Vorgangs ( 1966, [91] ), durch *Karl Popper* ( 1972, [627] ) in den *Prozessen der Theorien-Bildung* & durch *Erhard Oeser* in der *Entwicklung der Wissenschaften selbst* ( 1976, [570] ) entsprechende *evolutionäre Mechanismen* erkannt.“<sup>1+2</sup>

Zum Schluss soll auch noch etwas zur Etymologie des Wortes Evolution gesagt werden. Evolvere bedeutet ursprünglich „auswickeln“ und in diesem Sinne haben die Naturforscher der Aufklärung wie Maupertuis & Buffon das Werden des Lebendigen auch verstanden. Deshalb werden heute auch die Worte Evolution & Entwicklung als Synonyme gebraucht. Von der Evolution des Universums bis zur Evolution der Kultur. Allerdings benutzt die Evolutionstheorie das Wort Evolution in einem ganz bestimmten Sinn, sodass es ratsam erscheint den *Evolutions-Begriff* auf den Bereich des *Werdens alles Lebendigen* von Werden der Präbiotischen Chemie der Makromoleküle bis hin zum Werden des Homo Sapiens sowie auf das Werden Sozialer Strukturen, dem Werden von Kultur, Wissenschaftlichen Theorien und der Wissenschaften selbst *zu beschränken*. Für das Werden des Kosmos bzw. Universums, von Galaxien & Planeten-Systemen, aber auch für das Werden des Individuums von der Geburt bis zum Erwachsenenalter oder gar bis zum Tode sollte man das Wort *Entwicklung* verwenden. Insbesondere ist anzumerken, dass die Worte *Entwicklungs-Psychologie* & *Evolutions-Psychologie* nicht *synonym* sind. Das erste bezeichnet das Werden der Psyche des Kindes von der Geburt bis zum Erwachsenenalter, das zweite bezeichnet das Werden der Psyche von den Vormenschlichen Vorfahren bis hin zur Psyche des Homo Sapiens.

### 4.3 **Geschichte der Erkenntnistheorie**<sup>3</sup>

#### 4.3.1 **Ansätze in der Antike**

Hier wäre zum einen die *Ideen-Lehre* des *Platon* zu nennen, nach der Wirklichkeit nur den (vollkommenen) Ideen zukommt und alle Dinge nur unvollkommene Abbilder dieser Ideen sind. Erkennen ist demnach das „schauen der reinen Ideen durch die Seele“. Nach *Gerhard Vollmer* finden die *Angeborenen Ideen* in den *genetisch bedingten Informationen über die Umwelt* ihr modernes Korrelat.

Im gewissen Sinne das Gegenstück dazu bildet die *Metaphysik* des *Aristoteles*, die sich wie folgt charakterisieren lässt :

- Es gibt nur Einzeldinge in der Welt.
- Gesamtheiten, Klassen, Mengen, Typen existieren nur in unserem Denken.
- Alle Einsichten werden aus Sinnes-Eindrücken durch Denken gewonnen,
- deshalb müssen alle Einsichten durch Erfahrung geprüft werden.

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), S. 13

<sup>2</sup>) kursiv von mir.

<sup>3</sup>) Howard Gardner : „Dem Denken auf der Spur“ ( [242] )  
Gerhard Vollmer : „Evolutionäre Erkenntnistheorie“ ( [782] )  
Gerhard Vollmer : „Die Natur der Erkenntnis“ ( [786] )

- Es gibt Grundsätze, die weder logisch beweisbar noch durch Erfahrung gewinnbar, sondern nur durch unmittelbare Evidenz notwendig wahr und für die Erfahrung unabdingbar sind !
- Auf der höchsten Allgemeinheits-Stufe stehen die Ersten Prinzipien der Logik.

#### 4.3.2 Empirismus

Die Grundaussage des *Empirismus* lautet : „Alle Erkenntnis stammt aus der Erfahrung“. Deshalb können wir nach *John Locke* Kenntnis von der Existenz aller Dinge nur durch *Sinnes-Wahrnehmung* erlangen, denn nichts ist im Verstand, was nicht vorher in den Sinnen gewesen wäre. Bei der Geburt ist der Geist bzw. die Seele eine *tabula rasa*. Deshalb unterscheidet er auch bei den Eigenschaften der Dinge :

- Primäre Qualitäten : d.h. reale, objektive Eigenschaften der Dinge und
- Sekundäre Qualitäten : d.h. subjektive Erscheinung der Dinge in der Wahrnehmung

Ein wesentlicher Beitrag von *Francis Bacon* zur Erkenntnistheorie ist die Entwicklung der *Induktiven Methode* als *Wissens-erweiterndes Schließen* vom :

- Bekanntes auf Unbekanntes
- Vergangenes auf Zukünftiges
- Einzelfall auf Allgemeine Gesetze

Allerdings hat *David Hume* deren Geltungsbereich wieder relativiert, indem er zeigte, dass es keine *Wahrheits-bewahrenden & gleichzeitig Wissens-erweiternden Schlüsse* gibt. Zu erwähnen wäre noch, dass er erstens das Folgern aus Erfahrung & Schließen von der Vergangenheit auf die Zukunft als eine von der rationalen Deduktion verschiedene Gewohnheit bzw „Mechanische Kraft“ ansah, die dem Instinkt der Tiere vergleichbar sei. Und zweitens formulierte er

- Ähnlichkeit
- Raum-Zeitliche Berührung
- Ursache & Wirkung

als die drei Prinzipien der Vorstellungs-Verknüpfung.

#### 4.3.3 Rationalismus

Die Grundaussage des *Rationalismus* lautet : „Erkenntnis gewinnen wir allein durch das Denken“. Wenn auch nicht als sein Erfinder, so ist doch als einer seiner bedeutendsten Vertreter als erstes hier *René Descartes* zu nennen. Die Kernaussage seiner Erkenntnistheorie ist :

„Alles kann man bezweifeln, nur nicht, dass man zweifelt : »Cogito, ergo sum«“ !

Der *Geist* hat nach Decartes die vier Fähigkeiten :

- Verstand
- Einbildungskraft
- Sinne
- Gedächtnis

während *Intuition & Deduktion* Tätigkeiten des *Intellekts* sind. Nach Decartes gibt es die folgenden Arten von *Ideen* :

- Angeborene Ideen (Gott, oberste Logische & Mathematische Ideen)
- aus der Erfahrung gewonnene Ideen
- durch Denken gewonnene Ideen

Auch nach *Gottfried Wilhelm Leibniz* gibt es angeborene Prinzipien als Bestandteile der Erkenntnis, z. B. die Mathematischen Wahrheiten. – Nach Gerhard Vollmer finden die angeborenen Prinzipien ihr modernes Korrelat wiederum in den genetisch bedingten Informationen über die Umwelt. – Besonders erwähnt werden muss auch noch Leibniz' Vorstellung von der *Prästabilierten Harmonie von Natur & Geist*, welche er in seiner Metapher zweier *synchron laufender Uhren* formuliert.

#### 4.3.4 Transzendente Erkenntnistheorie nach Immanuel Kant <sup>1</sup>

##### 4.3.4.1 Prinzipien des Reinen Verstandes

An *Prinzipien des Reinen Verstandes* formuliert *Immanuel Kant* :

- Axiome der Anschauung, aus denen er die *Euklidische Geometrie* ableitet
- Antizipationen der Wahrnehmung, aus denen die *Stetigkeit* von *Raum & Zeit* folgt
- Analogien der Erfahrung, nämlich die
  - Beharrung der Substanz
  - Universelle Kausalität
  - Universelle Wechselwirkung aller Substanzen

Diese Prinzipien erfahren nach Kant ihre Rechtfertigung bzw. ihren „Beweis“ durch ( die )

- Empirische Psychologie
- Faktische Erfahrungen
- Rekonstruktion faktischer Wissenschaftlicher Erkenntnis wie der Newton'schen Mechanik

---

<sup>1</sup>) Immanuel Kant : „Kritik der Reinen Vernunft“ ([393])

#### 4.3.4.2 Anschauungsformen & Kategorien (Apriori)

Kant unterscheidet hier die *Anschauungsformen Raum & Zeit* und die *Kategorien des Reinen Verstandes oder Intellekts* :

- Einheit – Vielheit – Allheit
- Realität – Negation – Legitimation
- Inhärenz – Kausalität – Wechselwirkung
- Möglichkeit – Dasein – Notwendigkeit

Diese Kategorien sind nach Kant notwendig wegen ihrer :

- Unverzichtbarkeit : Erkenntnis kann ohne sie gar nicht existieren.
- Notwendige Geltung : Jede empirische Erkenntnis enthält sie unvermeidlich.

Die Anschauungsformen & Kategorien sind gerechtfertigt, weil gilt :

- Zu jeder *Kategorie* gibt es ein *Prinzip* des Reinen Verstandes, welches ein *Allgemeines Naturgesetz* liefert.
- Wenn ein spezielles Naturgesetz sich als *wahr* erweist, dann darf auch die zugehörige Kategorie als *adäquat* oder *gerechtfertigt* gelten.

Dies führt Kant dann zu den

#### 4.3.4.3 Bedingungen, unter denen Erkenntnis möglich ist

Diese sind nach Kant :

- Die *Anschauungsformen & Kategorien* sind für alle menschliche Erkenntnis *konstitutiv*. Sie liefern die *Struktur* der Erkenntnis ( apriori ).
- Der *Stoff* der Erkenntnis wird von den *Sinnen* geliefert ( aposteriori ), denn alles Wissen hat seinen Anfang in der *sinnlich wahrnehmbaren Welt*.

#### 4.3.4.4 Die Passung von Subjektiven Erkenntnis-Strukturen & Objektiven Strukturen der Realität

Für die Passung der *Subjektiven Erkenntnis-Strukturen* und der *Objektiven Strukturen der Realität* gibt es nach Kant die beiden folgenden Möglichkeiten :

1. Erfahrung macht die Begriffe möglich
2. Begriffe machen die Erfahrung möglich

Kant entscheidet sich für die zweite Möglichkeit, denn der „Verstand schöpft seine Gesetze ( apriori ) nicht aus der Natur, sondern schreibt sie dieser vor !“ ( [394], § 36 ) Dies erklärt, warum *Erkenntnis & Erfahrungs-Welt* so gut aufeinander passen.

#### 4.3.4.5 Schlussfolgerungen

Bezüglich des *Raumes* und der *Kausalität* zieht Kant dann folgende Schlüsse :

- Die *Struktur der erfahrbaren Welt* genügt der *Euklidischen Geometrie*, weil unsere *Raum-Anschauung* euklidisch ist und andere Strukturen nicht anschaulich bzw vorstellbar sind !
- Alles Erleben folgt dem *Gesetz von Ursache & Wirkung*, weil es außerhalb der *Kausalität* keine Erfahrung gibt !

#### 4.3.5 Logischer Empirismus

Ausgangspunkt des *Logischen Empirismus* ist die *Erklärung der Außenwelt* durch die *logische Konstruktion von Aussagen* aus den aus *Sinnes-Eindrücken* gewonnenen Daten. Dieser *Logische Aufbau der Welt* lässt sich nach *Rudolf Carnap* ([100] + [101]) wie folgt zusammenfassen :

- Alle Aussagen über die Welt lassen sich in die *Sprache der Sinnes-Daten* übersetzen.
- Die *Logische Struktur der Wissenschaft* ist die *Logische Syntax der Wissenschaftssprache*.

Denn nach *Ludwig Wittgenstein* ist die *Struktur der Sprache ein Abbild der Welt*. Denn : „Alles was man sagen kann, kann man klar sagen.“ und „Worüber man nicht sprechen kann, darüber muss man schweigen.“ ([814])

#### 4.3.6 Ansätze der Computer & Cognitive Science <sup>1</sup>

##### 4.3.6.1 Computer-Funktionalismus (Hilary Putnam)

Kognitive Aktivitäten realisieren bzw konstituieren sich in der *Manipulation* von *Symbolen* oder *Mentalen Repräsentationen*. Ihre *Psychologische Struktur* ist unabhängig von der *Struktur des Gehirns* so wie die Struktur eines *Computer-Programms* unabhängig von der Struktur der *Computer-Hardware* ist. ([634])

##### 4.3.6.2 Theorie Intentionaler Systeme (Daniel Dennett)

Das *Verhalten* jedes hinreichend komplexen Systems kann in drei verschiedenen *Einstellungen* (stances) erklärt und voraus gesagt werden. Und zwar in :

1. Physikalischer Einstellung (Physical Stance)
2. Funktionaler Einstellung (Design Stance) und
3. Intentionaler Einstellung (Intentional Stance)

*Intentionale Erklärungen* sind zumindest dann unverzichtbar, wenn sich im Verhalten eines Systems Muster zeigen, die nur von der *Intentionalen Einstellung* aus sichtbar werden. ([145])

---

<sup>1</sup>) Ansgar Beckermann : „Analytische Einführung in die Philosophie des Geistes“ ([38])

#### 4.3.6.3 Die Sprache des Denkens ( Jerry Fodor )

Es gibt *strukturierte Mentale Repräsentationen* als Grundlage der Mentalen Prozesse des *Wahrnehmens, Logischen Denkens, Sprach-Erwerbs*, etc. ( [202] ).

#### 4.3.7 Biologische Erkenntnistheorien

Hierzu zählen die

- Evolutionäre Erkenntnistheorie und die
- Genetische Erkenntnistheorie von *Jean Piaget*

welche eine wesentliche Grundlage dieser Arbeit bilden und deshalb in Kap. 5. ( S. 64 ) ausführlich behandelt werden.

#### 4.4 Geschichte der Kognitionswissenschaften <sup>1</sup>

Die *Kognitionswissenschaft(en)* ( *Cognitive Science(s)* ) befassen sich mit der empirischen Behandlung der Erkenntnistheoretischen Fragen von der Natur des Wissens und dessen Komponenten, Ursprüngen, Entfaltung & Anwendung. Dabei werden sowohl menschliche wie auch nicht-menschlichen und sowohl belebte wie auch unbelebte Wissensformen mit einbezogen. Ihre Charakteristika sind :

- Die *Mentale Repräsentation* als Zentral-Begriff einer eigenständigen Betrachtungsebene, welche zwischen der Neurobiologischen Ebene auf der einen Seite und der Ebene Sozialer & Kultureller Einflüsse auf der anderen Seite angesiedelt ist.
- Der *Computer* als sinnfälliges *Modell des Menschlichen Geistes*.
- Ein *Interdisziplinärer Ansatz*, welcher Philosophie, Psychologie, Künstliche Intelligenz-Forschung, Linguistik, Anthropologie & Neurowissenschaften miteinander vereinigt.
- Sie ist modernes Gegenstück & Fortsetzung der *Abendländischen Erkenntnistheorie*.<sup>2</sup>

( Gardner, [242], pp 17 – 19 )

---

<sup>1</sup>) Howard Gardner : „Dem Denken auf der Spur“ ( [242] )

<sup>2</sup>) „ ... die klassischen Fragen der Philosophie ( gehören ) meiner Ansicht nach zu den wesentlichen Bestandteilen der modernen Kognitionswissenschaft, ja, ... die Kognitionswissenschaft ( scheint mir ) ohne sie kaum vorstellbar. In vielen kognitionswissenschaftlichen Publikationen finden wir die philosophischen Fragestellungen der griechischen Antike und der Aufklärung. Ich will damit nicht sagen, dass diese überlieferten Fragen unbedingt aufs bestmögliche Art formuliert wurden, nicht einmal, dass sie beantwortet werden können, sondern nur, dass sie ein logischer Ausgangspunkt für Forschungsarbeiten der Kognitionswissenschaft sind.“ ( Gardner, [242], S. 55 )



Erste Ansätze zu einer einheitlichen Kognitions-Wissenschaft lieferten :

- Norbert Wiener : „Cybernetics - or Control & Communication in the Animal & the Machine“ ( 1948, [808] )
- Claude E. Shannon : „A Mathematical Theory of Communication“ ( 1948, [705] )
- McCulloch / Pitts : „A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity“ ( 1943, [506] )
- John von Neumann : „The Computer and the Brain“ ( Gifford Lecture ) ( 1958, [556] )

Schließlich soll hier noch *Donald Norman* genannt werden, der zur Gründung der Fachzeitschrift *Cognitive Science* ( 1977 ) sowie der *Cognitive Science Society* ( 1979 ) wesentlich beigetragen hat.

#### 4.4.1 Künstliche Intelligenz – Der Traum von der Denk-Maschine

Obwohl Howard Gardner die Kognitionswissenschaft als Fortsetzung der philosophischen Erkenntnistheorie sieht, scheint ihre „Mutterwissenschaft“ dennoch die *Computer-Wissenschaft* ( Informatik ) gewesen zu sein, als deren Begründer

- Alan M. Turing : „On Computable Numbers with an Application to the Entscheidungs-Problem“ ( die „Turing-Maschine“ ) ( 1937, [767] )
- Claude E. Shannon : „A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits“ ( 1938, [704] )
- John von Neumann : „First Draft of a Report on the EDVAC“ ( die „von Neumann-Architektur“ ) ( 1945, [555] )

gelten können. Aus ihr ist dann 1956 auf einer Konferenz am Dartmouth College in Hannover in New Hampshire / USA die *Künstliche Intelligenz* ( *Artificial Intelligence* ) hervorgegangen. Als ihre Begründer gelten :

- John McCarthy : Beziehung : Artificial Intelligence ↔ Epistemology ( [499], [500], [501] )
- Marvin Minsky : “Steps toward Artificial Intelligence” ( 1957, [536] )
- H.A. Simon / A. Newell : Physical Symbol Systems Hypothesis ( 1956/60, [718] + [719] )

Aber bereits 1950 hat *Alan M. Turing* unter dem Titel *Can a Machine Think ?* ( [768] ) einen Test konzipiert, mit dessen Hilfe festgestellt werden könne, wann einem Computer das Prädikat der *Intelligenz* zuerkannt werden müsse, den nach ihm benannten berühmten *Turing-Test*.

Für diese Arbeit besonders relevant sind die Arbeiten zur *Visuelle Mustererkennung* von *David Waltz*, der die Ausnutzung des wechselseitigen Einflusses von Randbedingungen bei der Analyse Graphischer Szenen ( Constraints Propagation, [790] ) untersucht hat und von *David Marr*, der in seinen Arbeiten zu *Representing & Computing Visual Information* untersucht hat, welche Eigenschaften *jedes Künstlich Intelligente Programm & jedes Visuelle System* haben muß, um komplexe Szenen der realen Welt erkennen zu können ( [487] + [488] ).

Die Brücke zur *Psychologie* schlägt *Christopher Longuet-Higgins*, der Ergebnisse der experimentellen *Kognitiven Psychologie* durch *Simulations-Modelle der Künstlichen Intelligenz* theoretisch zu erklären versucht (*Artificial Intelligence – A New Theoretical Psychology ?*, [463]).

#### 4.4.2 Psychologie

Hier wären als erstes der Physiker & Physiologe *Hermann von Helmholtz* zu nennen, der die *Experimentelle Psycho-Physik* begründete und *Wilhelm Wundt*, der Fragestellungen der *Physik* (Erforschung der Objekte der Außenwelt), *Physiologie* (Beschreibung *wie wir Gefühle haben*) & *Psychologie* (Beschreibung & Analyse von *Sinnes-Erfahrung*) voneinander unterschied und die *Systematische Introspektion* als Methode einführte.

Den entgegengesetzten Ansatz wählten *John B. Watson* & *Bruce F. Skinner*, die Begründer des *Behaviorismus*, nach dem die Aufgabe der Psychologie die Erforschung des *objektiv beobachtbaren Verhaltens von Mensch & Tier* ist (1920).

Und ausgehend von *Gestalt-Phänomenen* formulierten *Max Wertheimer* & *Wolfgang Köhler* ihre *Gestalt-Psychologie*, die sich mit der *ganzheitlichen Wahrnehmung* von „*Gestalten*“ beschäftigt (1925, [803] + [412]).

Mit dem Aufkommen des Computers als Informationsverarbeitender Maschine wurden Konzepte der Computer Science nunmehr auch auf die Informationsverarbeitung im Menschen übertragen. Somit entstand nach dem 2. Weltkrieg die *Informationsverarbeitungs-Psychologie*. Stellvertretend für diesen Ansatz der Psychologie soll die Arbeit *The Magical Number 7, Plus or Minus Two : Some Limits on Our Capacity for Processing Information* von *George Miller* (1956, [530]) genannt werden.

Aus der Informationsverarbeitungs-Psychologie ging schließlich die *Kognitive Psychologie* hervor, deren Name durch das einflussreiche Lehrbuch gleichen Namens von *Ulric Neisser* (1967, [552]) geprägt wurde, obwohl bereits Wolfgang Köhler erste Untersuchungen auf diesem Gebiet durchgeführt hat. Neben den von verschiedenen Wissenschaftlern entwickelten Modellen zur *Mentalen Repräsentation*, wie z.B. die *Geschichten-Grammatik* von *David Rumelhart* (1975, [675]), ist hier besonders *Jean Piaget* mit seiner *Phasen-Theorie der Kognitiven Entwicklung des Kindes* und seinen Arbeiten zur *Genetischen Erkenntnistheorie* (*Introduction à l'épistémologie génétique*, 1950, [599]) zu nennen. Erwähnt werden sollen hier auch noch das *Adaptive Control of Thought Modell* von *John Anderson* (1983, [10]) und das Konzept vom *Geist als System separater Informationsverarbeitungs-Module* von *Jerry Fodor* (1983, [203]).

Abschließend soll hier noch *Donald O. Hebb* erwähnt werden, der mit seiner neuropsychologischen Hypothese der *Organization of Behavior* (1949, [314]) die Brücke zu den Neurowissenschaften schlägt.

#### 4.4.3 Neuro-Biologie / Gehirn-Forschung

Als Geburtsstunde der *Kognitionswissenschaft* wird das von der Hixon Foundation finanzierte *Symposium über Zerebrale Verhaltensmechanismen* (*Hixon-Symposium*) angesehen, welches 1948 am California Institute of Technology stattfand ([379]). Deshalb sollen hier nur Forschungsarbeiten nach diesem Ereignis erwähnt werden.

Einer der Vortragenden auf dem Hixon-Symposium war der Neuropsychologe *Karl S. Lashley*, der bereits 1929 die Integrations-Mechanismen des Gehirns auf dynamische Beziehungen zwischen den Teilen des Nervensystems und nicht auf seine strukturelle Differenzierung zurückführte ([443]). Angeregt durch die Gestalt-Psychologie entwickelte er ein *holistisches* Konzept der Gehirn-Funktionen (*In Search of the Engram*, [444]). Besonders erwähnt werden soll hier noch die Auffassung zur *Analogie zwischen Computer & Gehirn* :

1. Ein Neuron öffnet und schließt einen Kreis wie ein Schalter oder Ventil.
2. Die Wirkung eines Schalters in einem Digital-Rechner ist konstant und im Verhältnis zum Rechenergebnis groß.
3. Dagegen ist die Wirkung eines einzelnen Neurons im Gehirn variabel und im Verhältnis zur Gesamtleistung des Gehirns vernachlässigbar.
4. Das Gehirn ist keine Digitale sondern eine Analoge „Maschine“.

Besonders wichtig für diese Arbeit ist die bereits erwähnte neuropsychologische Hypothese zur *Organization of Behavior* (1949, [314]) durch :

- Dynamische *Synchronisation* der Aktivitäten von *Einzel-Neuronen* zu dynamischen *Zell-Verbänden* (*Cell Assemblies*)
- Dynamische *Synchronisation* der Aktivitäten von dynamischen *Zell-Verbänden* zu *verteilten* dynamischen *Gruppen von Zell-Verbänden* (*Phasen-Sequenzen*)

als *Synthese von Lokalismus & Holismus* von *Donald O. Hebb*, welche die neuro-biologische Grundlage der *Ratiomorphen Hypothesen* von *Rupert Riedl* bildet.

Ebenfalls erwähnt werden müssen die Arbeiten von *David Hubel & Torsten Wiesel* zur *Organisation des Visuellen Cortex* (1959/62, [355]) und die berühmten Untersuchungen zur *Hirn-Hemisphärischen Funktions-Lokalisation* an Epilepsie-Patienten, denen der Balken zwischen den beiden Hirn-Hälften chirurgisch durchtrennt worden ist (*Brain Split Experimente*) von *Roger Sperry* ([728]). Alle drei erhielten 1981 für diese Arbeiten den *Nobelpreis für Medizin & Physiologie*.

#### 4.4.4 Artificial Neural Networks

Aufbauend auf dem Konzept der *Cell Assemblies* von *Donald O. Hebb* entwickelte sich eine mit *Artificial Neural Networks* (ANN), *Neuron-like Networks* oder kurz *Neuronale Netze* bezeichnete Forschungsrichtung, die gewissermaßen als Gegenstück zur Künstlichen Intelligenz (KI) gelten kann. Während die KI sich als Disziplin sieht, die das Phänomen der *Intelligenz* mit den *Methoden der Computer-Wissenschaft* untersucht, verfolgt ANN das Ziel, *Computer bzw Informationsver-*

*arbeitende Maschinen* nach dem Vorbild des *menschlichen Gehirns* zu bauen. Die Charakteristika dieses Ansatzes sind :

- Kooperation & Konkurrenz
- Assoziativität
- Massive Parallelität
- Verteilte Verarbeitung, Speicherung & Ablauf-Steuerung

Ein erstes Modell dieses Ansatzes war das PERCEPTRON von *Frank Rosenblatt*, ein *Linearer Separator* zur Buchstaben-Erkennung (1958, [671] + [537]). Weitere Pioniere bzw. führende Vertreter auf diesem Gebiet sind :

- Kunihiro Fukushima : „Cognitron – A self-organizing multilayered neural network“ ([232] )
- Hinton / Anderson : „Parallel Models of Associative Memory“ ([330] )
- Teuvo Kohonen : „Associative Memory“ ([416] )
- Rumelhart / McClelland : „Parallel Distributed Processing“ ([676] )

#### 4.4.5 Linguistik / Sprachwissenschaften

Abschließend sollen noch *Noam Chomsky* als Vertreter der *Linguistik* genannt werden, der nicht nur auf Grund seiner *Grammatik-Theorien* ([105] ) einer der bedeutendsten Sprachforscher des 20. Jahrhunderts ist, sondern mit seiner theoretischen Modellierung von *Sprache als Paradigma für die Erforschung von Denkprozessen* als Teil der *Psychologie* und seiner Theorie einer *Universal-Grammatik* als *genetisch festgelegtem Parameter-Raum*, aus dem im Laufe der Kindes-Entwicklung durch Parameter-Setzungen die *Kern-Grammatik* der zu erlernenden Muttersprache abgeleitet wird, auch wesentliche Beiträge zur Evolutionären Erkenntnistheorie geleistet hat (*Language and Mind*, 1968, [106] ).

#### 4.5 Geschichte der Geometrie

Als Letztes soll nun ein kurzer Überblick über die *Geschichte der Geometrie* folgen. Eine zusammenfassende Darstellung dieses Themen-Komplexes findet sich in dem Buch *5000 Jahre Geometrie* ([701] ) von *Christoph Scriba & Peter Schreiber*, auf welchem auch die nachfolgende Übersicht beruht.

##### 4.5.1 Die Anfänge Geometrischer Darstellungen & Berechnungen

Die Anfänge der Wahrnehmung geometrischer Strukturen sowie der bewussten Verwendung geometrischer Muster gehen weit in die *Vorgeschichtliche Zeit* zurück. So findet man in der Natur nicht nur gekrümmte Linien sondern in Form von Grashalmen oder Bäumen und deren Querschnitte auch *Geraden & Kreise* sowie *Zylinder & Kegel-Stümpfe*. Und beim Weben & Flechten entstehen einfache *2-dimensionale Muster*, die schließlich auch als Schmuck auf Ton-Gefäßen nach-

gebildet wurden. Solche Ornamente sind für die Zeit ab 40.000 v.Chr. nachweisbar und damit mindestens genauso alt wie die ersten *Zahlen-Darstellungen* mittels der *Kerben-Schrift* ( $\Rightarrow$  6.10.4.2.2). Weitere Bedürfnisse & Tätigkeiten des Alltags, bei denen *elementare Geometrische Beziehungen* zur Anwendung kommen, sind das Anlegen von Gräben & Dämmen, der Hausbau sowie die Feld-Vermessung. Und ohne *3-dimensionale Körper* wie Quader (Würfel), Pyramiden-Stümpfe & Säulen war keine *Bau-Tätigkeit* möglich.<sup>1</sup>

Eine weitere Quelle geometrischer Beziehungen war die Beobachtung von *Sonnen-Lauf & Sternen-Himmel*, welche die Grundlagen für die im Rahmen des *Ackerbaus* notwendigen Bestimmungen der *Aussaat- & Ernte-Zeiten* lieferten. So führten die Beobachtung des Schatten-Laufes eines Stabes zu einfachen *Sonnen-Uhren* und die systematische Aufzeichnung von Schatten-Läufen und Auf- & Untergangspunkten von Sonne & Sternen zu den *Megalith-Bauten* des 3. + 2. Jahrtausends v. Chr..<sup>2</sup>

#### 4.5.2 Die Alten Strom-Kulturen

Die ersten schriftlichen mathematischen Aufzeichnungen stammen von den *Alten Strom-Kulturen* der *Alten Ägypter & Mesopotamier* – letztere werden seit den Alten Griechen auch als *Babylonier* bezeichnet. Aus dem *Alten Ägypten* sind es *Mathematische Papyri* und zwar vorwiegend Schul-Texte aus dem *Mittleren Reich* (ca. 2000 v. Chr.), während aus *Mesopotamien* zahlreiche *Mathematische Ton-Tafeln* aus dem *Alt-Babylonischen Reich* (ca. 1900 – 1600 v.Chr.) vorliegen, in welchem die Babylonische Mathematik ihren erster Höhe-Punkt erreichte.

Danach kannten die *Alten Ägypter* Formeln zur Flächen-Berechnung von Rechtecken, Trapezen & Dreiecken sowie Näherungs-Formeln für die Berechnung der Flächen von beliebigen Vierecken & Kreis, und Formeln zur Volumen-Berechnung für Bau-technische Aufgaben, von Gefäßen & Speichern, Quader- & Zylinder-Inhalten sowie des Pyramiden-Stumpfes. Eine Formel zur Berechnung des Pyramiden-Volumens wurde bisher nicht gefunden. Perspektivische Darstellungen war den Alten Ägyptern unbekannt. Sie verwendeten stattdessen eine Darstellung durch Grund- & Seiten- bzw Auf-Riss.<sup>3</sup>

Die *Mesopotamier* kannten bereits den *Pythagoreischen Lehrsatz* zur Längen-Berechnung von Diagonalen, eine Näherungs-Formel zur Wurzel-Berechnung sowie Formeln zur Berechnung der Sehnen- & Pfeil-Längen von Kreis-Segmenten. Darüber hinaus kannten sie Näherungs-Formeln zur Flächen-Berechnung des Kreises und der Teilung von Vierecken sowie Formeln zur Volumen-Berechnung von Quader-, Prismen- & Zylinder-Inhalten und der Volumina von Kegel- & Pyramiden-Stumpf. Eine Formel zur Berechnung des Pyramiden-Volumens wurde bisher nicht gefunden.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), S. 6

<sup>2</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 8 – 10

<sup>3</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 12 – 16

<sup>4</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 16 – 22

### 4.5.3 Die Geometrie in Griechisch-Hellenistischer Zeit

#### 4.5.3.1 „Mos Geometricus“

Während die *Geometrie* in den Hochkulturen der Alten Ägypter & Mesopotamier eines unter anderen *Anwendungs-Gebieten* einer vorwiegend rechnerisch orientierten *Mathematik* war, wurde die Geometrie in der *Griechischen Antike* zum *Kern & Haupt-Gebiet* der gesamten Mathematik. In der Griechischen Antike vollzog sich der in der Geschichte einmalige Wandel von einer auf Rezepten & vagen Begriffen beruhenden Praxis zu einer aus :

- Definitionen
  - Axiomen
  - streng logisch bewiesenen Lehrsätzen
- und

bestehenden Theorie.

Dieses Erbe war so mächtig, dass die von den Griechen am Beispiel der Geometrie begründete *Axiomatisch-Deduktive Methode* der Erkenntnis-Sicherung als „mos geometricus“ (nach Art der Geometrie) bezeichnet wurde. Andere Wissenschaften einschließlich anderer Gebiete der Mathematik „more geometrico“ aufzubauen, wurde seit dieser Zeit zum *Wissenschaftstheoretischen Programm*. So haben beispielsweise :

- Isaac Newton die Mechanik
  - Évariste Galois die Algebra
  - David Hilbert weitere Gebiete der Physik
- und

nach dem Vorbild der Geometrie *axiomatisiert*.<sup>1</sup>

Die Alten Griechen werden deshalb nicht nur „als die *Begründer der Wissenschaft von der Natur*, also der rationalen, auf Prinzipien beruhenden und in System-Form vorgebrachten Erklärung der Natur-Erscheinungen angesehen“, sondern sie sind zugleich auch diejenigen, welche „die teilweise aus den Orientalischen Kulturen überlieferten Regeln & Vorschriften zum Zählen, Messen & Auflösen von Gleichungen mit Hilfe der von ihnen entwickelten *Logik* systematisierten, begründeten und zu einem *Theorie-Gebäude* zusammenfassten und damit zu den *Urhebern der Wissenschaftlichen Mathematik* wurden.“ (Scriba / Schreiber, [701], S. 27)<sup>2</sup>

„Die Entstehung d(ies)es »Eigenbereichs der Mathematik« geschah ... in enger Beziehung zur äußeren Wirklichkeit. ... Die Analyse von in der Natur vorkommenden Strukturen führte dann immer wieder zur Ausbildung neuer Mathematischer Theorien, die ihrerseits wieder zur Erklärung oder Veranschaulichung weiterer Natur-Phänomene herangezogen wurden. Die Verflechtung von empirischer Beobachtung und wissenschaftlicher Theorie-Bildung ist ein Charakteristikum nicht nur der Naturwissenschaften, sondern auch der geschichtlichen Entwicklung des Mathematischen Denkens.“ (Scriba / Schreiber, [701], S. 29)

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), S. 1

<sup>2</sup>) kursiv von mir.

#### 4.5.3.2 Die Vorsokratischen Natur-Philosophen

Als *Begründer* der *Geometrie* als *Deduktiver Wissenschaft* und damit der Deduktiven Wissenschaft überhaupt gilt *Thales von Milet*, welcher um 600 v. Chr. in der an der Kleinasiatischen Ägäis-Küste liegenden Ionischen Hafenstadt *Milet* lebte. Er gilt als erster Griechischer Philosoph und erster Griechischer Mathematiker, welcher aufbauend auf Ägyptischem & Babylonischem Wissen die Mathematik von Ägypten nach Griechenland brachte. Weitere für die Geschichte der Geometrie bedeutende Milesische Natur-Philosophen sind *Anaximandros (Anaximander)*, der als Erster ein *geometrisch-mathematisches Welt-Modell* entwarf und *Hekataios*, welcher im Anschluss an Anaximandros eine *Welt-Karte* der damals bekannten Welt (Oikumene) entwarf.<sup>1</sup>

Als weiterer bedeutender Natur-Philosoph & Mathematiker dieser Periode, welche von ca 600 – ca 450 v. Chr. dauerte, ist *Pythagoras von Samos* (gestorben um 500 v. Chr.) zu nennen, welcher in *Kroton* in Unter-Italien eine Religiös-Philosophische Schule & Lebens-Gemeinschaft – die *Pythagoräer* – gründete. Er gilt als der Begründer der *Geometrie* als „Freier Lehre“, d.h. der *Reinen Geometrie* und seine Schule begründete die *Zahlen-Theorie* der Natürlichen Zahlen sowie eine auf einfachen Zahlen-Verhältnissen beruhende *Musik-Theorie* und entdeckte – vermutlich beim Studium der Längen-Verhältnisse im *Pentagramm*, ihrem Ordens-Symbol – die *Irrationalen Zahlen*.<sup>2</sup>

#### 4.5.3.3 Die Klassische Periode

Die *Klassische Periode* der Antike dauerte von ca 450 – ca 300 v. Chr. und ihr *Zentrum* war *Athen*, weswegen sie auch als *Athenische Periode* bezeichnet wird. Als bedeutendste Vertreter dieser Periode sind :

- Platon und seine Akademie
- Aristoteles sowie
- Euklid

zu nennen. Letzterer lehrte jedoch im *Museion von Alexandria*, dessen *Bibliothek* die *Bedeutendste* der gesamten Antike war.

Für *Platon* (429 – 348 v. Chr.) ist die *Mathematik* das Ideal-Bild einer *rein deduktiv herleitbaren Wissenschaft* und die *Geometrischen Figuren* sind die besten sinnlich erfahrbaren Abbilder der *Ideen*, sodass die Mathematik eine Zwischen-Stellung zwischen dem Reich der Reinen Ideen und der Welt der Sinnlich Erfahrbaren Dinge einnimmt. Diese Auffassung wird noch bis heute von verschiedenen Mathematikern vertreten (z.B. *Alain Connes* : [104]).<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 27 – 35

<sup>2</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 35 – 37

<sup>3</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), S. 38

Auch für *Aristoteles* ( 384 – 322 v. Chr. ) hat die *Mathematik* eine *Zentrale Rolle* unter den Wissenschaften, aber im Gegensatz zu seinem Lehrer *Platon* werden die *Mathematischen Objekte* nach seiner Ansicht durch *Abstraktion aus der Anschauung* gewonnen.<sup>1</sup>

Als bedeutendster Mathematiker dieser Periode ist aber *Euklid* ( ca 360 – ca 290 v. Chr. ) zu nennen, dessen Werk, *Die Elemente* ([188] ), so folgenreich für die *gesamte Mathematik*, insbesondere die *Geometrie*, war, dass der Name Euklid häufig als *Synonym* für *Mathematik* bzw *Geometrie* benutzt wurde. Bis heute sind Begriffe wie :

- Euklidischer Raum
- Euklidische Geometrie
- Euklidische Metrik

in Gebrauch.<sup>2</sup>

Unter Verwendung der Werke zahlreicher Vorgänger von *Thales von Milet* bis *Theaitetos* sowie der *Philosophie des Platon* ( kein Bezug auf Materielle Welt oder Anwendungen ) und der *Methodologie des Aristoteles* ( Deduktiver Aufbau ) formuliert er, aufgebaut aus den Elementen :

- Axiome, d.h. Grundsätze allgemeiner Art, deren Wahrheit unbestreitbar ist
- Postulate, d.h. Theorie-spezifische Grundsätze, über deren Zulassung man geteilter Meinung sein kann
- Definitionen abgeleiteter Begriffe
- „Definitionen“, die Grund-Begriffe beschreiben und
- Propositionen

*Lehrsätze & Aufgaben* ( Propositionen ), deren *Beweise bzw Lösungen* durch konsequente Anwendung von allgemein formulierten Algorithmen, d.h. der Beschreibung von „*konstruktiven*“ *Verfahren*, welche mit gegebenen Objekten ( Axiome, Postulate, Definitionen & Propositionen ) als Eingabe immer die gesuchten Objekte ( Propositionen ) als Ausgabe ( Lösung ) liefern sowie dem anschließenden Beweis, dass dieser Algorithmus unter den gemachten Voraussetzungen immer Objekte mit den gesuchten Eigenschaften liefert.<sup>3</sup>

Damit besteht der Hauptbeitrag Euklid's zur *Mathematik* nicht nur, wie allgemein angenommen wird, aus der Darstellung der *Axiomatischen Beweis-Methode*, sondern auch aus der Erfindung der Euklidischen Konstruktion, einem Schema, bestehend aus einem *Algorithmus* und seiner *Rechtfertigung*. Die Euklidische Konstruktion erfüllt alle Bedingungen eines Algorithmus : Sie ist unzweideutig, korrekt und führt immer zum Ergebnis. Aber während sich nach Euklid die Blüte der Geometrie fortsetzte, verfiel die Analyse von Algorithmen für die Dauer von 2000 Jahren ( Shamos / Preparata, [703] nach [701], S. 52 ). Deshalb ist dieses Verfahren auch nicht nach Euklid benannt, sondern trägt den latinisierten Namen des Persischen Mathematikers

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701] ), S. 40

<sup>2</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701] ), S. 49

<sup>3</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701] ), pp 49 – 62



*Mohammed ibn Musa al-Hwarizmi (Algorithmi: de numero indorum)*  
( $\Rightarrow$  Kap. 6.10.5.4: S. 298).

#### 4.5.3.4 Die Alexandrinische Periode

Die *Hellenistische Periode* dauerte von ca. 300 – ca. 150 v. Chr. und ihr Zentrum war das *Museion von Alexandria* in Ägypten, weswegen sie auch als *Alexandrinische Periode* bezeichnet wird. Als Vertreter dieser Periode sollen hier nur *Eratosthenes von Kyrene* (276 ? – 194 ? v. Chr.), der als Erster den *Erd-Umfang* bestimmte, und *Aristarch von Samos* (ca. 310 – ca. 230 v. Chr.) genannt werden. Letzterer ist der Begründer der *Trigonometrie* und er bestimmte als Erster die *Entfernungen der Erde zu Mond & Sonne* sowie deren *Durchmesser*. Auf Grund dieser Mess-Ergebnisse formulierte er als Erster das *Heliozentrische Welt-Bild*.<sup>1</sup>

Obwohl er nicht mehr zur Hellenistischen Periode gezählt wird, soll hier auch noch *Klaudios Ptolemaios* (ca. 100 – ca. 160 n. Chr.) genannt werden, welcher ebenfalls im *Museion von Alexandria* lehrte. Sein Astronomisches Hauptwerk *Mathematike Syntaxis* ([633]), in späterer Zeit auch als *Megale Syntaxis* (Große Sammlung) gezeichnet, wurde im Mittelalterlichen Europa unter seinem arabischen Titel *Almagest* bekannt und enthält auch das nach ihm benannte *Ptolemäische Geozentrische Weltbild*, welches bis zum Beginn der Neuzeit als gültig angesehen wurde. In seinem zweiten Hauptwerk *Geographike hyphegesis* fasste er das gesamte Geographische Wissen seiner Zeit zusammen.<sup>2</sup>

#### 4.5.4 Die Geometrie im Mittelalterlichen Orient

Die *Inder* entwickelten im 5. Jh. die griechische Sehnens-Geometrie über die Halb-Sehnens-Geometrie zur *Trigonometrie* weiter. Der *Sinus* ist erstmals in einem Astronomischen Handbuch des 4. oder 5. Jhs. belegt.

Diese Arbeiten wurden von der *Arabisch-Islamischen Mathematik* aufgenommen und weiterentwickelt. Erste Arbeiten zur Trigonometrie wurden vom bereits in Kap. 4.5.3.3 (S. 50) erwähnten Persischen Mathematiker *Muhammad ibn Mūsā Al Hwārizmī* (ca. 780 – 850) verfasst, der auch wesentliche Beiträge zur Arithmetik & Algebra geleistet hat ( $\Rightarrow$  Kap. 6.10.4.2.2: S. 292 + 6.10.5.4: S. 298). Arabisch-Islamische Mathematiker erweiterten die Trigonometrischen Funktionen *Sinus & Cosinus* der Inder um die Funktionen *Tangens, Cotangens, Sekans & Cosekans*.<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 66 – 67

<sup>2</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 79 – 81 + 83 – 86

<sup>3</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 150 – 155 + 175 – 180

#### 4.5.5 Die Geometrie in der Renaissance

Neben der Wiederentdeckung der *Elemente* des *Euklid*, deren Verbreitung in Europa wesentlich durch die Erfindung des *Buchdrucks mit beweglichen Lettern* gefördert wurde, erhielt die Geometrie in der *Renaissance* neue Impulse durch den Aufschwung der Wissenschaft in Astronomie (ebene & sphärische Trigonometrie), Geodäsie (Triangulation) und Kartographie (Mercator-Projektion) sowie durch den Aufschwung der (Bau-)Kunst in Malerei (Perspektive), Bildender Kunst (Geometrische Konstruktion) und Architektur (Kuppel).

So begründete *Johannes Müller* alias *Regiomontanus* die *Trigonometrie* als *selbstständige Mathematische Disziplin*, die bis dahin ein Teil der Astronomie gewesen war. Und nach *Giorgio Vasari* legte *Filippo Brunelleschi* als Erfinder der „Durchschnittsmethode“ für perspektivische Darstellungen die ersten Grundlagen der *Perspektivischen Geometrie*. Schließlich formulierte *Johannes Kepler* mit seinen Überlegungen zur *Stereometrie der Fässer* (Fass-Rechnung) die ersten Ansätze zur *Integral-Rechnung*.<sup>1</sup>

#### 4.5.6 Die Entwicklung der Geometrie im 17. + 18. Jahrhundert

Die *europäische Renaissance* führte also zu einer außerordentlichen Verbreiterung der Praxis-Bezüge der Geometrie und damit zu einer Fülle neuer und fruchtbarer Probleme. Die Bemühungen zur Lösung dieser Probleme trugen dann wesentlich zur Entstehung der *vier Säulen* der *Modernen Mathematik* im 17. Jahrhundert bei, nämlich von :

- Funktions-Begriff
- Koordinaten-Methode
- Differential-Rechnung            und
- Integral-Rechnung

( [701], S. 1 )

##### 4.5.6.1 Koordinaten-Geometrie – die Verbindung von Geometrie & Algebra

Die *Koordinaten-Geometrie* wurde unabhängig voneinander von den beiden französischen Mathematikern :

- Pierre de Fermat :    „Ad locos planos et solidos isogoge“            ( [196], 1636 )
- René Descartes :    „Regulae ad directionem ingenii“                ( [133], 1628 )  
                              „Discours de la Méthode“                        ( [134], 1637 )  
                              „La Géométrie“                                        ( [135], 1637 )

eingeführt, welche durch die *Beschreibung Ebener Kurven* durch *Algebraische Gleichungen* eine *Brücke* zwischen *Geometrie & Algebra* schlugen. Diese

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ( [701] ), pp 253 – 256 + 275 – 280 + 304 – 308

Koordinaten-Methode wurde durch *Johan de Witt* auf den *3-dimensionalen Fall* ausgedehnt.

Schließlich ist hier auch noch *Isaac Newton* zu nennen, welcher die *Parameter-Darstellung* für Kurven einführte und auf welchen die Differenzierung der Koordinaten-Geometrie in *Analytische Geometrie*  $\equiv$  „*Koordinaten-Geometrie Linearer Kurven & Kegel-Schnitte*“ & *Algebraische Geometrie*  $\equiv$  „*Koordinaten-Geometrie der Kurven ab Qubischer Ordnung*“ zurück geht.<sup>1</sup>

#### 4.5.6.2 Geometrie & Analysis

Aufbauend auf dieser Koordinaten-Methode haben dann unabhängig voneinander *Gottfried Wilhelm Leibniz* & *Isaac Newton* die *Differential- & Integral-Rechnung* entwickelt. Dabei entwickelte *Isaac Newton* eine allgemeine „*Fluxions-Methode*“ zur Bestimmung des Flächen-Inhalts zwischen einer Kurve und der x-Achse durch die „*Quadratur*“ der einzelnen Glieder der Potenz-Reihe dieser Funktion und deren anschließende Summation ( „*Abhandlung über die Quadratur der Kurven*“, [562], 1671 ).

Und *Gottfried Wilhelm Leibniz* erkannte, dass sich alle Probleme der Infinitesimal-Rechnung auf das *Tangenten-Problem* und das *Flächen-Problem* zurückführen lassen ( „*Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus ...*“, [446], 1684 ).<sup>2</sup>

#### 4.5.6.3 Darstellende Geometrie

Als Letztes soll hier noch *Gaspard Monge* ( 1746 – 1818 ) genannt werden, der mit seinem Werk *Leçons de Géométrie Descriptive* ( [539], 1798 ) die *Darstellende Geometrie* als Gegenstück zur *Koordinaten-Geometrie* begründete, deren Aufgabe er wie folgt beschreibt :

„Erstens soll sie die Methoden liefern, um auf einem Zeichen-Blatte, welches also nur zwei Dimensionen, Länge & Breite hat, alle Raum-Gebilde, welche derer drei, nämlich Länge, Breite & Höhe haben, abzubilden, vorausgesetzt, dass diese Gebilde streng definiert werden können. Zweitens soll sie das Verfahren lehren, um aus einer genauen Zeichnung die Gestalt der Raum-Gebilde erkennen und alle Sätze, welche aus der Gestalt und der gegenseitigen Lage der Raum-Gebilde folgen, ableiten zu können.“ ( Monge : [539], pp 1 ff nach [701], S. 361 )

Und „gerade wie es in der *Analysis*, nachdem eine Aufgabe in Gleichungen umgesetzt ist, *Methoden* giebt, um diese Gleichungen weiter zu behandeln und aus ihnen die Werthe der Unbekannten abzuleiten, so besitzt auch die *Darstellende Geometrie allgemeine Methoden*, um, wenn die Projectionen von Körpern ausgeführt worden sind, aus ihnen alles zu construiren, was aus der Gestalt und der Lage der letzteren folgt.“ ( Monge : [539], S. 17 nach [701], S. 362 )<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ( [701] ), pp 324 – 338

<sup>2</sup>) Lambacher-Schweizer : „Analysis / Analytische Geometrie“ ( [700] ), pp 163 – 165

<sup>3</sup>) in beiden Zitaten *kursiv & Unterstreichung* von mir.

## 4.5.7 Das 19. Jahrhundert – das „Jahrhundert der Geometrie“

### 4.5.7.1 Projektive Geometrie

Obwohl die *Projektive Geometrie* als *Mathematische Disziplin* bereits 1639 durch *Girard Desargues* ([132]) begründet worden ist, erhielt sie ihre endgültige Form erst durch die Arbeiten von :

- Jean Victor Poncelet : „Traité des Propriétés Projectives des Figures“ ( 1822 )
- August Ferdinand Möbius : „Barycentrischer Calcul“ ( 1827 )
- Julius Plücker : „Neue Geometrie des Raumes, begründet auf die Betrachtung der Geraden als Raum-Element“ ( 1868 )
- Christian von Staudt : „Geometrie der Lage“ ( 1847 )  
„Beiträge zur Geometrie der Lage“ ( 1856 – 1860 )

Letzterer führte auch den Begriff der *Projektiven Abbildung* ein.<sup>1</sup>

### 4.5.7.2 Differential-Geometrie

Aufbauend auf zahlreichen Vorarbeiten wie etwa der Geometrischen Definition des Begriffs der *Krümmung Räumlicher Kurven* durch *Gaspard Monge* ( 1784 ) oder der ersten systematischen Differential-Geometrischen Betrachtung *gekrümmter Flächen im Raum* durch *Leonard Euler* ( 1755 ) oder der Definition des Begriffs der *Geodätischen Kurve* als „lokal kürzeste Verbindung von zwei Punkten einer Fläche innerhalb dieser Fläche“ durch *Johann Bernoulli & Leonard Euler* wurde von *Carl Friedrich Gauß* in seinen beiden Arbeiten :

- „Allgemeine Untersuchungen über Gekrümmte Flächen“ ([251], 1827 )
- „Untersuchungen über Gegenstände der Höheren Geodäsie“ ([252], 1825 )

die *Innere Differential-Geometrie* 2-dimensionaler Flächen entwickelt. Während die Äußeren Differential-Geometrie Gekrümmte Flächen als Objekte im 3-dimensionalen Raum betrachtet, definiert die Innere Differential-Geometrie *alle Begriffe & Eigenschaften* Gekrümmter Flächen *ohne Bezug* auf einen umfassenden Raum, in welchen sie eingebettet sind. Diese wurde dann von *Bernhard Riemann*, beginnend mit seinem Habilitations-Vortrag *Über die Hypothese, welche der Geometrie zu Grunde liegt* ( 1854 ), auf den *n-dimensionalen Fall* verallgemeinert.<sup>2</sup>

### 4.5.7.3 Nicht-Euklidische Geometrie

Während für *Immanuel Kant* die *Euklidische Geometrie* a priori – d. h. vor aller Erfahrung – gegeben war, sozusagen ein *Leeres Regal*, in das die Erfahrungen eingeräumt werden können, d. h. ebenso denknotwendig war wie der Begriff der *Natürlichen Zahl* (*Kritik der Praktischen Vernunft* : [395], 1787 ), entwickelte sein

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 346 – 358 + 394 – 401

<sup>2</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 410 – 418

Zeitgenosse *Johann Heinrich Lambert* als erster ein *Modell* einer *Nicht-Euklidischen Geometrie*, welches aber erst 1786 nach seinem Tod veröffentlicht wurde.<sup>1</sup> Deshalb entwickelten unabhängig voneinander :

- Janos von Bolyai : „Raumlehre, unabhängig von der ( a priori nie entschieden werdenden ) Wahr- oder Falschheit des berüchtigten XI. Euklidischen Axioms“ ( 1832 )
- Nikolai Lobatschewski : „Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien“ ( 1829 )

die ersten Alternativen zur Euklidischen Geometrie.

*Carl Friedrich Gauß* hat sich zwar seit 1792 auch immer wieder mit dem Parallelen-Problem beschäftigt, aber dazu zu seinen Lebzeiten Nichts veröffentlicht und es auch immer abgelehnt, sich öffentlich dazu zu äußern.

Erste *Modelle der Nicht-Euklidischen Geometrie* entwickelten :

- Eugenio Beltrami : „Versuche einer Interpretation der Nichteuklidischen Geometrie“ ( 1868 )
- Felix Klein : „Über die sogenannte Nicht-Euklidische Geometrie“ ( 1871 )
- Henri Poincaré : „Sur les Hypothèses fondamentales de la Géométrie“ ( 1887 )

Felix Klein führte auch die Begriffe :

- Hyperbolische d.h. Nicht-Euklidische Bolyai-Lobaschewski-Geometrie
- Elliptische d.h. lokal auf der Kugel geltende Geometrie
- Parabolische d.h. Euklidische Geometrie

ein.<sup>2</sup>

#### 4.5.7.4 Vektor-Begriff und n-dimensionale Geometrie

Obwohl Vektoren in der Mechanik zur Beschreibung der Addition von Geschwindigkeiten & Kräften schon in der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts auftauchen, erscheint das Wort *Vektor* erst in der Mitte des 19. Jahrhunderts in der *Mathematik*. Erste Ansätze zu einer *Vektor-Algebra* finden sich bei *Caspar Wessel*, welcher als Erster einen *Algebraischen Kalkül für die Verknüpfung von Translationen & Drehungen* als Geometrische Interpretation der Addition & Multiplikation von *Complexen Zahlen* entwickelte sowie bei *William Rowan Hamilton*, der in Analogie zu den Complexen Zahlen einen *Algebraischen Kalkül zur Transformation Räumlicher Vektoren – den Quaternionen-Kalkül –* konstruierte.

Der eigentliche Begründer der *Geometrie des n-dimensionalen Raumes* ist jedoch *Hermann Günther Graßmann*, welcher in seiner Arbeit über die *Lineare Ausdehnungs-Lehre* ( 1844 + 1862 ) *n-Tupel von Zahlen* als *Koordinaten eines Punktes im n-dimensionalen Raum* einführte. Er führte auch die Begriffe *Einheits-Vektoren* und *Vektorraum-Basis*, *Lineare Abhängigkeit & Unabhängigkeit* sowie das *Vektor- & Scalar-Produkt* ein.

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ( [701] ), pp 365 – 367

<sup>2</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ( [701] ), pp 418 – 429

Weitere Quellen der *n-dimensionalen Geometrie* sind die :

- *Determinanten-Lehre* von *Gabriel Cramer* ( 1750 )  
& *Carl Friedrich Gauß* ( „Disquisitiones arithmeticae“, 1801 )
- Volumen-Bestimmungen von *n-dimensionalem(r) Simplex & Kugel*  
durch *William Kingdon Clifford* ( 1866 )
- Ausdehnung zahlreicher *Geometrischer Begriffe* auf  
den *n-dimensionalen Fall* durch *Ludwig Schläfli*  
( „Theorie der vielfachen Kontinuität“, 1901 )

( [701], pp 432 – 441 )

#### 4.5.7.5 Transformations-Gruppen & Geometrie

Erste Anfänge zur Theorie der Transformations-Gruppen in der Geometrie finden sich im Begriff der *Stetigen Deformation* einer Figur in eine „verwandte“ Figur bei *Lazare Nicolas Marguerite Carnot* ( 1803 ). Als Begründer sind aber vor allem :

- *August Ferdinand Möbius*, welcher zahlreiche Arbeiten *Von der Verwandtschaft der Figuren und den daraus entspringenden Classen geometrischer Aufgaben* ( 2. Teil des „Barycentrischen Calcul“, 1827 ) bis zur *Theorie der elementaren Verwandtschaft* ( 1863 ) zu diesem Thema verfasst hat.
- *Arthur Cayley* & *James Joseph Sylvester*, welche 1845 den *Matrizen-Kalkül* schufen, der es gestattet alle Beziehungen zwischen den unterschiedlichen Abbildungs-Arten, ihren Gruppentheoretischen Eigenschaften und ihren Invarianten *rein algebraisch* zu behandeln und dies obendrein problemlos auf *n-dimensionale Räume* zu verallgemeinern.
- *Felix Klein*, welcher in seinem bei seiner Berufung an die Universität Erlangen 1872 vorgelegten „Erlanger Programm“ eine *Geometrie* ( d.h. eine *Geometrische Theorie* ) als eine :
  - Grundmenge *M* von *Geometrischen Objekten*  
( z.B. der *n-dimensionalen Mannigfaltigkeiten* nach *Bernhard Riemann* ),
  - Gruppe von *Eineindeutigen Abbildungen* von *M* auf *M*,  
die bestimmte Eigenschaften der Elemente von *M* *invariant* lässt,definierte und damit die *Vereinigung* von *Geometrie & Gruppentheorie* schuf. Die *Projektive Geometrie* ist damit die *Mutter-Disziplin* aller Geometrien.
- *Sophus Lie*, welcher in seiner *Theorie der Berührungs-Transformationen* Paare aus Punkten des *n-dimensionalen Raumes* und mit diesen Punkten inzidierenden Hyper-Ebenen definierte, welche als *Tangential-Mannigfaltigkeiten einer gekrümmten Mannigfaltigkeit M* interpretiert werden können.

zu nennen.

Durch die zuletzt genannte Betrachtungsweise kann der Prozess, aus der Analytischen Beschreibung einer Mannigfaltigkeit *M* die Differential-Gleichung der Schar der

Tangential-Mannigfaltigkeiten und die Gruppe derjenigen Transformationen zu gewinnen, die diese invariant lassen, umgekehrt werden, indem man ausgehend von der Differential-Gleichung die Gruppe der Transformationen bestimmt, die diese Differential-Gleichung invariant lassen, um daraus mit geometrischen Vorstellungen über die zugehörige Mannigfaltigkeit  $M$  eine Übersicht über die Lösungen der Differential-Gleichung zu gewinnen. Damit ist *Sophus Lie* der Begründer einer neuen Rolle der *Geometrie* als Denkstil für andere Bereiche der Mathematik.<sup>1</sup>

#### 4.5.7.6 Topologie

In der Topologie lassen sich zwei Entwicklungs-Richtungen unterscheiden. Nämlich die *Mengentheoretische Topologie*, welche sich mit die *Stetigkeit erhaltenden Abbildungen zwischen Kontinuierlichen Mengen* befasst, und die *Kombinatorische Topologie*, die sich mit den Beziehungen zwischen *Diskreten Objekten* befasst.

Als Begründer der Mengentheoretischen Topologie sind

- August Ferdinand Möbius : „Theorie der elementaren Verwandtschaft“
- Georg Cantor : „Grundlagen einer allgemeinen Mannichfaltigkeitslehre“
- Richard Dedekind : „Allgemeine Sätze über Räume“
- Camile Jordan : „Cours d’Analyse“

zu nennen.

Während sich erste Ansätze zur *Kombinatorischer Topologie* bereits im „Königsberger Brücken-Problem“ ( 1736 ) bei *Leonard Euler* finden, ist ihr eigentlicher Begründer *Johann Benedict Listing*, welcher auch den Begriff „Topologie“ einführte. Als weitere Pioniere sind hier auch wieder *August Ferdinand Möbius*, *Felix Klein* und *Bernhard Riemann*, welcher mit *Enrico Betti* die Arbeiten von Johann Benedict Listing auf den *n-dimensionalen Fall* verallgemeinerte, zu nennen.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ( [701] ), pp 441 – 447

<sup>2</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ( [701] ), pp 449 – 462

## 4.5.8 Die Geometrie im 20. Jahrhundert

### 4.5.8.1 Grundlagen der Geometrie

Um 1870 setzt ein rasanter Wandel der Mathematik von einer *Quasi-Naturwissenschaft* hin zu einer *Struktur-Wissenschaft* ein. Dies zeigte sich in einer Flut von Literatur über *Logisch-Methodologische & Philosophische Fragen* der Mathematik. Die Geometrie hatte keinen geringen Anteil an den Ursachen dieser Entwicklung. Der Nachweis der prinzipiellen Unlösbarkeit gewisser Konstruktions-Aufgaben mit Zirkel & Lineal sowie die Nicht-Nachweisbarkeit des Parallelen-Axioms waren Mathematische Resultate gänzlich neuer Art. Dies regte die Mathematiker an, über ( die / das ) :

- Mathematik als Ganzes
- Wesen des Beweisens
- Existenz-Beweise Mathematischer Objekte
- Wahrheit Mathematischer Aussagen

nachzudenken. Dies alles wurde selbst zu Gegenstand der Mathematik ! Die Arbeiten über n-dimensionale & Nicht-Euklidische Geometrie ermöglichten nicht nur Zweifel an der Euklidizität des Physikalischen Raumes, sondern lösten den *Mathematischen Raum-Begriff* allmählich von *Physikalischen Raum-Begriff*.

In ähnlicher Weise löste die schrittweise logische Grundlegung der verschiedenen Zahlen-Bereiche, wie endliche, nicht-archimedisch geordnete oder nicht-stetige Größen-Bereiche, den *Zahl- bzw Größen-Begriff* vom *physikalisch* geprägten *Maß- & Zahl-Begriff*.<sup>1</sup>

Die Pioniere dieses Grundlagen-Programms waren :

- Moritz Pasch : „Vorlesungen über neuere Geometrie“ ( 1882 )
- Hermann Wiener : „Über Grundlagen & Aufbau der Geometrie“ ( 1891 )
- Giuseppe Peano : „Axiomatische Grundlegung der Geometrie“ ( 1894 )
- David Hilbert : „Grundlagen der Geometrie“ ( 1899, [327] )
- Friedrich Schur : „Grundlagen der Geometrie“ ( 1909, [696] )

Schließlich sind hier noch die Arbeiten von *Alessandro Padoa* zu nennen, welcher 1900 eine Methode einführte, mit deren Hilfe die *Nicht-Definierbarkeit* eines *Begriffes* in einem gegebenen *Begriffs-System* nachgewiesen werden kann, womit sich eine Hierarchie zwischen den Grund-Begriffen der „Hilbert’schen Geometrie“ ableiten lässt. Auf dieser Grundlage arbeitete dann die in den 1930-er Jahren gereifte *Mathematische Logik* den grundsätzlichen Unterschied zwischen einer *Elementaren Theorie* ( z.B. *Elementar-Geometrie* ) und den *Nicht-Elementaren Axiomen* ( z. B. Archimedisches Axiom, Stetigkeits-Axiom ) heraus.

Den Höhepunkt dieser formalen Entwicklung bildete die Einführung von *Meta-Mathematischen Methoden in der Geometrie* durch *Wolfram Schwabhäuser*,

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ( [701] ), S. 497



Wanda Szmielew & Alfred Tarski, welche *Geometrische Theorien* auf *Mengen von Zeichen-Reihen* reduzierten ([697]).<sup>1</sup>

#### 4.5.8.2 Totale Abstraktion

Die Mathematik des 19. Jahrhunderts hat fast alle wesentlichen Begriffe und Fragestellungen hervorgebracht, auf denen sich die Mathematik des 20. Jahrhunderts in *abstrakte Höhen* aufschwingen sollte. Im Rahmen dieser Entwicklung wandelte sich insbesondere derjenige Teil der Mathematik, der im 19. Jahrhundert noch insoweit als *Geometrie* zu erkennen war, in dem er Begriffe & Sachverhalte des gewöhnlichen *Euklidischen Raumes* in naheliegender Weise *verallgemeinerte* bzw. unter *neuen Gesichtspunkten* betrachtete, zu einem *Mathematischen Stil*, der ursprünglich *Geometrische Begriffe* auf völlig ungeometrische Objekte & Problem-Situationen überträgt.<sup>2</sup>

##### 4.5.8.2.1 Der Begriff des Vektor-Raums

Der *Begriff des Vektor-Raums* entwickelte sich in mehreren Schritten :

- die Verallgemeinerung des  $\mathbb{R}^3$  zum  $\mathbb{R}^n$
- die Verallgemeinerung des  $\mathbb{R}^n$  zum  $K^n$  mit beliebigem Körper  $K$
- die Verallgemeinerung zum *Funktionen-Raum* durch Definition der Addition von Funktionen :  $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$   
der Multiplikation mit einem Skalar :  $(c \cdot f)(x) = c \cdot f(x)$   
für  $\{ f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \text{ mit } \text{Def}(f) = \text{Def}(g) \ \& \ \text{Im}(f) = \text{Im}(g) \ \forall f, g \}$
- Die *Differential- & Integral-Operatoren* sind dann *Lineare Abbildungen* des Funktionen-Raumes in sich selbst
- Einführung des Hilbert-Raumes als *Unendlich-dimensionaler Vektor-Raum* mit *abzählbarer Basis* und *Positiv-definitem Scalar-Produkt* (*Erhard Schmidt*, 1908)
- Verallgemeinerung zum *Hermite'schen Raum* durch Substitution von  $\mathbb{R}$  durch  $\mathbb{C}$  (*John von Neumann*, 1929)

( [701], S. 510 )

##### 4.5.8.2.2 Normierte & Banach-Räume

Eine weitere Verallgemeinerung des Raum-Begriffes ergibt sich durch die Verallgemeinerung der *Länge* eines Vektors zu seiner *Norm*. Dies geschah ebenfalls in mehreren Schritten :

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 499 – 509

<sup>2</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), S. 509

- Verallgemeinerung des *Euklidischen Länge bzw Norm*  $\sqrt{\sum x_i^2}$  im  $\mathbb{R}^n$  zu  $\sqrt{\int f^2}$  im *Hilbert-Raum*
  - Einführung alternativer Normen im  $\mathbb{R}^n$ 
    - $\|x\| := \max(x_i)$  Maximum-Norm (Tschebyschew)
    - $\|x\| := \sum x_i$  Straßen-Carré-Norm (Minkowski)
  - Begriff des Banach-Raums als *Vollständiger Normierter Raum* (nach *Stefan Banach*, 1922)
- ( [701], pp 511 – 512 )

#### 4.5.8.2.3 Metrische Räume

Die Verallgemeinerung lässt sich aber noch weiter treiben, indem der *Norm-Begriffs* zum *Abstands-Begriff* für beliebige Mengen  $M$  verallgemeinert wird, welche lediglich die Bedingung erfüllen, dass  $\forall x, y \in M$  gilt :

- $0 \leq d(x,y) \in \mathbb{R}$
- $d(x,y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
- $d(x,y) = d(y,x)$
- $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y)$

Auf diese Weise gelangt man zu den Begriffen *Metrik* & *Metrischer Raum*, welche durch *Maurice Fréchet* (1906) und *Felix Hausdorff* (1914) eingeführt wurden. Die *Metrik* wird so zum grundlegenden Begriff der *Analysis*, mit deren Hilfe sich der Begriff der  *$\varepsilon$ -Umgebung* definieren lässt, die wiederum die Basis für viele Begriffe der *Analysis* bildet. So entstand das neue Teilgebiet „Allgemeine Metrische Geometrie“. <sup>1</sup>

#### 4.5.8.2.4 Topologische Räume

Den Höhepunkt dieses Abstraktions-Prozesses bildet die Definition des Begriffs Topologischer Raum durch :

- Friedrich Riesz
- Henri Lebesgue
- Luitzen Egbertus Jan Brouwer
- Felix Hausdorff

welcher nur noch ein System *Offener Mengen* ist. Eine *Topologische Abbildungen* ist eine Abbildung, die Offene Mengen wieder auf Offene Mengen abbildet. <sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ( [701] ), pp 512 – 514

<sup>2</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ( [701] ), pp 514 – 516

### 4.5.8.3 Geometrie & Computer

Bevor die Alten Griechen die *Geometrie* zu „der“ *Exakten Wissenschaft* machten, war die Geometrie ein(e) *Anwendungs-Orientierte(s) Kunst bzw Handwerk*. Und während ihrer gesamten Geschichte blieb sie auch eng mit ihren *Anwendungen in Naturwissenschaft, Technik & Kunst* verbunden und beide haben sich gegenseitig befruchtet.

Mit der Erfindung des Computers im 20. Jahrhundert entstand jedoch ein ganz neuartiges Hilfsmittel, welches

- einerseits der Geometrie *völlig neue Möglichkeiten* eröffnete, wie z.B. :
  - Computer Aided Design ( CAD )
  - Fraktale Geometrie
- andererseits aber auch neue Beziehungen zwischen der Geometrie und anderen Wissenschafts-Gebieten herstellte, wie z.B. :
  - Algorithmische Geometrie / Computational Geometry
  - Visuelle Kognition & Vision Science (  $\Rightarrow$  Kap. 6.2: S. 120 )

Die *Geschichte der Computer-Geometrie* lässt sich wie folgt kurz skizzieren :

- 1959 Computer-gesteuerte Zeichen-Tische ( Plotter ) ( Calcomp )
- 1960 Grauwert-Abtaster zum Scannen von ( Satelliten-) Photos
- 1962 Entwicklung der *Dialog-orientierten Graphik-Software* „Sketchpad“ ( PhD Thesis von *Ivan Sutherland* )
- 1967 Gründung der ACM-Special Interest Group on *Computer Graphics*
- 1968 Gründung des *Computer-Graphik-Unternehmens* Evans & Sutherland
- 1969 Erster Int. Congress on *Computer Aided Design* ( CAD )
- 1973 Entwicklung der *Graphischen Benutzer-Oberfläche* ( GUI )<sup>1</sup> WIMP ( Windows, Icons, Menus, Pointers ) ( Xerox PARC )
- 1974 Einführung von *Vektor-Graphik-Bildschirm-Terminals* ( Tektronix )
- 1975 Berufung von *José Luis Encarnação* auf den erster deutschen Lehrstuhl für *Graphisch-Interaktive Systeme* der TU Darmstadt
- 1980 Einführung des *Mathematischen Programm-Pakets* MAPLE mit *integrierter Graphischer Ausgabe*
- 1984 Gründung des *Zentrums für Graphische Datenverarbeitung* in Darmstadt
- 1984 Einführung einer GUI für *Persönliche Computer* ( Apple )

---

<sup>1</sup>) GUI = Graphical User Interface

#### 4.5.8.4 Die Geometrie am Ausgang des 20. Jahrhunderts

Die Geometrie am Ausgang des 20. Jahrhunderts ist nach *Christoph Scriba & Peter Schreiber* einerseits die

- Geometrie des „gewöhnlichen“ 2- + 3-dimensionalen Raumes, bestehend aus einem riesigen Paket von Fakten und einem noch größeren Paket ungelöster Probleme, und andererseits die
- Geometrie als Betrachtungsweise Mathematischer Teilgebiete, also sozusagen *Geometrie als Meta-Disziplin der Mathematik*. So gibt es beispielsweise eine :
  - Geometrische Zahlen-Theorie
  - Geometrische Funktionen-Theorie
  - Algebraische Geometrie
  - Geometrische Stochastik
  - Diskrete & Kombinatorische Geometrie

( [701], pp 2 – 3 )

Der *Mathematical Subject Classification Index* verzeichnet seit 1991 die folgenden Teilgebiete der Geometrie :

- Geometry
- Convex & Discrete Geometry
- Algebraic Geometry
- General Topology
- Algebraic Topology
- Computer Graphics / Computational Geometry
- Computer Aided Design
- Image Processing

( [701], pp 488 – 489 )

#### 4.5.9 Nachwort : Geometrie & Anschauung

Obwohl der *3-dimensionale Euklidische Raum* nach der *Relativitätstheorie* nur eine sehr grobe Annäherung an die Wirklichkeit darstellt, ist er nach wie vor das *passende Mathematische Modell* für alle „alltäglichen“ Probleme. In der *Euklidischen Ebene* schafft sich der Mensch „Bilder“ von allem, was er „anschauen“ und *verstehen* will. Ihre Bedeutung hängt mit der *Dominanz* des *Sehens* unter den *Menschlichen Sinnen* zusammen. Der *n-dimensionale Euklidische Raum* ist der Ort, in den die *Mathematik Funktionen & Relationen* und z.B. mittels Koordinatisierung auch fast *alle anderen Mathematischen Untersuchungs-Gegenstände* einbettet.

Die Geometrie herrscht aber nach *Christoph Scriba & Peter Schreiber* auch überall dort, wo eine Menge von eventuell sehr *Abstrakten Objekten* als „Raum“ betrachtet wird, indem man aus der *Geometrischen Anschauung* entnommene *Begriffe* wie

- Topologie
- Metrik
- Dimension
- Linearität

dort mit der Absicht so *neu deutet*, dass das *Vorstellungs-Vermögen* angeregt und *Analogien* ausgenutzt werden.<sup>1</sup>

„Wieweit letzteres tatsächlich Geometrie ist, aber auch in welchem Umfang *Anwendungs-Gebiete* der Geometrie noch *Mathematik* oder schon *Technik* sind, darüber gibt es sehr unterschiedliche Standpunkte. (*Christoph Scriba & Peter Schreiber*) vertreten ... das Konzept, dass es neben der *professionellen, deduktiven Mathematik* eine *unprofessionelle „unbewusste“ Mathematik* gibt, die sich im *intuitiven Benutzen* von *Begriffen, Formen & Verfahren*, im *Wissen & Können* äußert, welches nicht in Worte gekleidet ist, sondern als *materielles Produkt* von *Technik, Handwerk & Kunst* existiert.“ (Scriba / Schreiber, [701], S. 3)<sup>2</sup>

## 5. Biologische Erkenntnistheorien

Die Idee einer „biologischen Bedingtheit der subjektiven Erkenntnis-Strukturen“ taucht erstmals bei den Physikern *Ludwig Boltzmann*, *Hermann v. Helmholtz*, *Ernst Mach* & *Henri Poincaré* und beim Biologen *Ernst Haeckel* nach 1900 auf. Deshalb ist auch die Idee der „*Evolution der menschlichen Erkenntnis-Fähigkeit*“ und damit die Idee einer *Evolutionären Erkenntnistheorie* erst relativ spät in der Geschichte der Erkenntnistheorie aufgetaucht. Eine solche Idee konnte eigentlich erst sinnvoll formuliert werden, nachdem *Charles Darwin* 1859 seine *Evolutionstheorie* über *Die Entstehung der Arten* ([130]) formuliert hatte.<sup>3</sup>

Als eigentlicher „Begründer“ der *Evolutionären Erkenntnistheorie* als einer Naturwissenschaftlichen Theorie dürfte aber *Konrad Lorenz* anzusehen sein, der diese Idee in seinen beiden Arbeiten *Kants Lehre vom Apriorischen im Lichte gegenwärtiger Biologie* (1941, [464]) und *Die angeborenen Formen möglicher Erfahrung* (1943, [466]) erstmals explizit ausgearbeitet hat.

Da nach *Konrad Lorenz* ([468]) die „*Abstrahierenden Leistungen der Wahrnehmung*“ und „*Sprachliche Symbole als Repräsentation von Objekten & Vorgängen*“ („*Sprache als Vehikel des Denkens*“) die „*Wurzeln des Begrifflichen Denkens*“ bilden, sind hier als Pioniere für die biologischen Grundlagen der menschlichen Erkenntnis-Fähigkeit *Egon Brunswik* (»*Ratiomorphic*« *models of perception and thinking*, 1955, [84]) und *Noam Chomsky* (*Language and Mind*, 1968, [106]) zu nennen. Weiterhin hat – ausgehend von der Entwicklungs-Psychologie – *Jean Piaget*

---

<sup>1</sup>) Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ([701]), pp 2 – 3

<sup>2</sup>) kursiv von mir.

<sup>3</sup>) Diese Ausführungen folgen im wesentlichen Gerhard Vollmer : „*Evolutionäre Erkenntnistheorie*“ ([782]), Kap. I und Nachwort, sowie dem Vorwort von Rupert Riedl : „*Biologie der Erkenntnis*“ ([657])

mit seiner *Genetischen Erkenntnistheorie*<sup>1</sup> (*Introduction à l'épistémologie génétique*, 1950, [599]) Pionierarbeit auf diesem Gebiet geleistet.

Anfang der 1970-er Jahre hat dann *Donald T. Campbell* in seinem Aufsatz *Evolutionary Epistemology* (1974, [92]) die Gemeinsamkeiten zwischen der *Evolution Kognitiver Systeme* und der *Evolution des Wissenschaftlichen Wissens* herausgearbeitet und auch den Begriff „Evolutionäre Erkenntnistheorie“ geprägt. Gleichzeitig haben sich *Konrad Lorenz* in *Die Rückseite des Spiegels* (1973, [468]) eingehend mit der „Evolution des menschlichen Erkenntnis-Apparats“ und *Karl Popper* in *Objektive Erkenntnis – Ein evolutionärer Entwurf* (1972, [627]) mit der „Evolution der Wissenschaftlichen Erkenntnis“ befasst und ihre jeweilige Themenstellung in das jeweils andere Gebiet ausgeweitet.

Schließlich hat *Gerhard Vollmer* in seiner Dissertation *Evolutionäre Erkenntnistheorie* (1975, [782]) den Rahmen dieser Theorie explizit ausformuliert und sie in den 1980-er Jahren weiter ausgebaut (*Die Natur der Erkenntnis*, [786]). Die „Ausfüllung dieses Rahmens durch empirisch prüfbare Hypothesen“ wurde dann vom Konrad-Lorenz-Schüler *Rupert Riedl* in seinem Buch *Biologie der Erkenntnis* (1979, [657]) begonnen und last not least verfasste *Eve-Marie Engels* in ihrer Habilitationsschrift *Erkenntnis als Anpassung? – Eine Studie zur Evolutionären Erkenntnistheorie* (1989, [185]) eine kritische Analyse der Evolutionären Erkenntnistheorie.

In dieser Studie weist *Eve-Marie Engels* aber auch besonders darauf hin, dass die Bezeichnung *Evolutionäre Erkenntnistheorie* nicht eindeutig ist. Obwohl diese Bezeichnung sowohl von *Konrad Lorenz* wie auch von *Karl Popper* benutzt wird, versteht *Konrad Lorenz* darunter (primär) eine *Theorie der Evolution der menschlichen Erkenntnis-Fähigkeit*, während *Karl Popper* darunter (primär) eine *Theorie der Evolution der Wissenschaftlichen Erkenntnis* versteht (Vollmer, [782], pp 213 – 214 + [786], S. XXIII). Nach *Gerhard Vollmer* wäre es besser bei *Karl Popper* von einer *Evolutionären Wissenschaftstheorie* zu sprechen. *Gerhard Vollmer* weist aber auch besonders darauf hin, dass „die *Evolution Kognitiver Systeme* und die *Evolution des Wissens*, die natürlich aufeinander aufbauen, *gemeinsame Merkmale* aufweisen. Um diese Gemeinsamkeiten geht es auch *Campbell* in seinem ... Aufsatz. *Lorenz & Popper* dagegen haben zunächst ganz unterschiedliche Standpunkte, die sie dann nach »vorne« (*Lorenz* von der *Biologie in die Wissenschaftstheorie*) bzw. nach »hinten« (*Popper* [ von der *Wissenschaftstheorie in die Biologie* ]) ausweiten.“ (Vollmer, [782], S. 214)<sup>2</sup> Sowohl *Gerhard Vollmer* ([782]) wie auch insbesondere *Rupert Riedl* ([657]) betonen aber, dass es einen durchgehenden gleichartig strukturierten *Kognitiven Prozess* gibt, der „von der Amöbe bis Einstein“ (*Popper*, [627], S. 289)<sup>3</sup> reicht !

In Anlehnung an *Eve-Marie Engels* ([185]) soll im Folgenden unter *Evolutionäre Erkenntnistheorie* deshalb die Variante von *Konrad Lorenz*, *Gerhard Vollmer* & *Rupert Riedl* verstanden werden.

---

<sup>1</sup>) Genetisch im Sinne von „Genese“ (also Phylogenese, Ontogenese & Psychogenese) und nicht von „Genetik“

<sup>2</sup>) kursive Hervorhebungen teilweise & [ ] von mir.

<sup>3</sup>) *Eve-Marie Engels* : „Erkenntnis als Anpassung?“ ([185]), S. 35

## 5.1 Evolutions-Theorie

Die Evolutionäre Erkenntnistheorie ist als empirische Theorie sozusagen ein Kind der *Evolutionstheorie*, mit deren Gültigkeit sie steht oder fällt. Deshalb soll als erstes der Stand der Evolutionstheorie kurz dargestellt werden.

Wie bereits mehrfach erwähnt, wurde eine Theorie der *Evolution des Lebendigen* erstmals von *Jean-Baptiste de Monet de Lamarck* ( 1809, [431] ) und *Charles Darwin* ( 1859, [130] ) formuliert, die sich von der Idee leiten ließen, dass sich die Organische Welt von den einfachsten Organismen zu immer komplexeren Formen bis hin zum Menschen genau so entwickle, wie sich das Individuum vom befruchteten Ei zum Erwachsenen hin entwickelt. Wie in Kap. 4.2 ( S. 37 ) dargestellt, hat sich aus dieser Idee seither eine präzise Theorie mit einem präzisen *Evolutions-Begriff* entwickelt. Evolution ist „Evolution des Lebendigen“. Deshalb soll als erstes die Frage stehen :

### 5.1.1 Was ist Leben ?<sup>1</sup>

*Lebendiges* bzw *Organisches* unterscheidet sich in charakteristischer Weise vom Anorganischen. Dies hat in der Geschichte der Naturwissenschaften dazu geführt, dass die *Physik* als *Wissenschaft des Anorganischen* lange Zeit die „führende“ Empirische Wissenschaft war ( ⇒ Kap. 3.1.2: S. 28 ) während die *Biologie* als *Wissenschaft des Lebens* erst im Laufe des 20. Jahrhunderts zur Physik aufgeschlossen hat und gegenwärtig dabei ist, die Physik aus dieser „Führungsrolle“ zu verdrängen. Die „Parade-Theorie“ der Physik war lange Zeit die *Newton'sche Mechanik*. Und eines ihrer Axiome ist die *ungestörte Überlagerung der Kräfte*, welches die Grundlage der *Mechanistischen Weltanschauung* bildet. *Lebewesen* bzw *Organismen* sind aber nach *Ludwig von Bertalanffy* *Systeme* ([46]) und *Systeme* sind *Ganzheiten* und „das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile“.<sup>2</sup>

Lebewesen sind *Offene Systeme*, und zwar bezüglich Materie, Energie & Information offene Systeme, fern vom Thermodynamischen Gleichgewicht, die durch Entropie mindernde Prozesse *Ordnung* aufbauen, indem sie die *Entropie* durch Wärme-Abgabe in ihre Umgebung exportieren (*Dissipative Systeme*). Sie sind *Homöostatische Systeme*, d. h. *Regelungs-Systeme* im *Fließgleichgewicht*, welche die Fähigkeit zur *Selbst-Organisation & Selbst-Replikation* besitzen. Lebewesen haben eine *Teleonomische Zweckmäßigkeit* (*causa finalis*)<sup>3</sup> und ihre Entwicklung erfolgt *irreversibel* in der Zeit.

Lebewesen bestehen aus einer *Hierarchie* ineinander geschachtelter *Unter- & Ober-Systeme* ( z.B. Organellen, Zellen, Organe ... ). Diese Unter-Systeme sind nicht nur Mengen sich wiederholender gleichartiger Sub-Strukturen sondern diese zeigen auch höchst spezielle *Lage-Beziehungen* bzw. *Anordnungen* zueinander. Und zwar gibt es

---

<sup>1</sup>) Erwin Schrödinger : „Was ist Leben ?“ („What is Life ?“) ([694])

<sup>2</sup>) Der System-Gedanke hat aber zwischenzeitlich auch in die Physik Eingang gefunden. So bezeichnet etwa *Thomas Görnitz* die *Quanten-Theorie* als eine „Physik der Beziehungen“ ([282]) und die von *Hermann Haken* entwickelte *Synergetik* ([303]) ist gewissermaßen eine von der Physik ausgehende Parallelentwicklung zur *Allgemeinen System-Theorie* von *Ludwig von Bertalanffy*.

<sup>3</sup>) man beachte den Unterschied zwischen „Teleologie“ & „Teleonomie“ und zwischen „Zielgerichtetheit“ & „Zweckmäßigkeit“, obwohl beides mit „Finalität“ bezeichnet wird.

nicht nur ein *gesetzliches Nebeneinander* in ein, zwei & drei Dimensionen sondern es gibt auch ein *gesetzliches Ineinander* (z.B. Organellen in Zellen, Zellen in Zellverbänden, Zellverbände in Organen, ...). Bestimmte Sub-Strukturen kommen nur in bestimmten Super-Strukturen vor und diese sind wiederum Sub-Strukturen in anderen Super-Strukturen (z.B. Zähne im Kiefer, Kiefer im Schädel, ...). Diese hierarchische „Ordnung des Lebendigen“<sup>1</sup> erlaubt der Biologie die Beschreibung des gesamten Bereichs des Lebendigen durch ein sich gegenseitig bedingendes System von Hierarchischen Strukturen & Klassen, nämlich den *Systemen der Vergleichenden Anatomie und der (Vergleichenden) Systematik*.

### 5.1.2 Evolutions-Begriff & Evolutions-Prozess

*Evolution* definiert *Ernst Mayr* – einer der Väter der *Synthetischen Theorie der Evolution* – wie folgt: „*Evolution is change in the properties of populations of organisms over time.*“ ([498], S. 9)

Damit sind die kleinsten Einheiten der Evolution *Populationen* von Individuen einer Art (Species). Die Gesamtheit der Morphologischen, Physiologischen, Biochemischen & Verhaltens-Merkmale (Phäne) eines Individuums bildet seinen *Phänotyp*. Dieser wird während der *Individual-Entwicklung (Ontogenese)* durch die Wechselwirkung von *Genotyp & Umwelt* ausgeprägt. Die Abhängigkeit des Phänotyps vom Genotyp bewirkt sowohl dessen *Evolutionäre Stabilität* als auch seine *Evolutions-Fähigkeit*.

Der Genotyp enthält die gesamte Information eines Organismus, d.h. eines Individuums einer Art, die für seine Aufbau- & Verhaltens-Organisation notwendig ist, und die von Generation zu Generation weitergereicht wird. Diese ist in der Desoxyribonukleinsäure (DNS) als dem materiellem Träger der Gene gespeichert. Die Gesamtheit der Gene einer Population bildet deren *Gen-Pool*.

Der *Evolutions-Prozess* ist die genetische Veränderung der Individuen einer Population einer Art – d. h. des Gen-Pools dieser Population – von Generation zu Generation durch Wechselwirkung zwischen den Genotypen dieser Individuen und ihrer Umwelt unter Vermittlung ihrer Phänotypen. Denn die Gene regulieren die Ausbildung der Phäne, welche der Selektion durch die Umwelt unterliegen. Und über die Phäne werden die diese ausprägenden Gene selektiert. Der *Evolutions-Prozess* wird im Wesentlichen durch folgende Faktoren bestimmt :<sup>2</sup>

- *Variation* der *Genotypen* durch Geschlechtliche Fortpflanzung & Mutation
- Schwankungen in der Gen-Verteilung im Gen-Pool einer Population
- Erschließung neuer Ökologischer Nischen als Vorstufe zur Bildung neuer Arten
- Geographische Isolation von Populationen als Vorstufe zur Bildung neuer Arten
- *Phänotypische Selektion (Natürliche Auslese)* von Individuen durch die *Umwelt* („Kampf ums Überleben“ / “struggle of existence”)

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Die Ordnung des Lebendigen“ ([655])

<sup>2</sup>) Gerhard Vollmer : „Evolutionäre Erkenntnistheorie“ ([782]), S. 64



Dieser *Anpassungs-Prozess* bewirkt die anatomische, physiologische & ethologische *Angepasstheit* bzw. *Passung* (Adaptedness) der Individuen an ihre Umwelt und zwar durch Elimination der am wenigsten geeigneten Individuen. Das bedeutet, es überleben nicht nur die am besten geeigneten, sondern alle hinreichend geeigneten Individuen.<sup>1</sup> Dies hat weitreichende Konsequenzen für die Evolutionäre Erkenntnistheorie.

Die evolutive Anpassungsfähigkeit der Arten ist aber durch ihre Genotypen und die durch diese festgelegten *Baupläne* als *präselektive Randbedingungen* beschränkt. Diese lenken den Evolutions-Prozess in gleichem Maße wie die durch die *Umwelt* gesetzten *postselektiven Randbedingungen*. Diese Selektion durch die Umwelt wirkt aber nicht erst auf den ausgewachsenen Organismus (*Äußere* bzw. *Strukturelle Selektion*), sondern bereits während der gesamten *Ontogenese*, indem die Umwelt-Einflüsse bereits auf die Genetischen Regulations-Prozesse einwirken (Umwelt-Epigentypus-Interaktion), sodass die Ausprägung vorteilhafter Merkmale begünstigt und die Ausprägung nachteiliger Merkmale gehemmt werden (*Innere* bzw. *Funktionelle Selektion*).<sup>2</sup> So erfolgt nach *Rupert Riedl* die evolutive Differenzierung der Welt durch Einschübe zwischen der Disposition von Konstituenten (d. h. der Unter-Systeme von Genen, Organellen, Organe, ... als *causa materialis* bzw. *Material-Ursachen*) und der Selektion durch das umgebende Milieu (d. h. der umfassenden Ober-Systeme von den Organellen bis zu Umwelt-Faktoren aller Art als *causa formalis* bzw. *Form-Ursachen*). (⇒ Kap. 3.1.1.3: S. 27 : die „vier Causae des Aristoteles“) <sup>3</sup> Denn „Ordnung kann nur auf Ordnung aufbauen“. Dieses „Order-on-Order“-Prinzip ist nach *Erwin Schrödinger* ein *Prinzip des Lebendigen* ([694])<sup>4</sup>, das von den Biomolekülen bis zu Sozietäten & Kulturen gilt. Diese „Strategie der Genesis“<sup>5</sup> generiert durch Variation, Selektion & Vererbung eine im Erbgut codierte Grammatik bzw. Logik der „Ordnung des Lebendigen“<sup>6</sup>, welche dem *Lauf der Evolution* immer weitere Randbedingungen auferlegt. Damit strebt die Evolution einzelner Arten immer spezielleren Ziel-Feldern zu. Die Evolution bekommt eine *Richtung*. Sie ist ein *Quasi-Zielsuchender Prozess*. Dieses *generelle Prinzip des Evolutions-Prozesses* verallgemeinert Rupert Riedl sogar auf den gesamten Bereich der *Natur* vom *Quant* bis zum *Kosmos*!<sup>7</sup>

---

<sup>1</sup>) Das *Neodarwinistische Dogma* von *Zufalls-Variation* & *ausschließlicher Selektion durch die Umwelt* ist neuerdings ins Wanken geraten. Es scheint doch eine *Rückkopplung von Informationen aus der Umwelt* über den *Anpassungs-Wert der Gen-Variationen* mittels *Genetischer Rekombination* in das *Genetische System* zu geben.  
 Joachim Klose : „Vererbung erworbener Eigenschaften“ ([406])  
 nano online : „Die Vererbung erworbener Fähigkeiten“ ([549])  
 Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ([602]), § 19, V – IX  
 Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 281 + 286  
 Conrad H. Waddington : „The Strategy of the Genes“ ([788])  
 Lancelot Law Whyte : „Internal Factors in Evolution“ ([815])

<sup>2</sup>) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ([602]), pp 293 – 299

<sup>3</sup>) ungeachtet der „*vier Causae des Aristoteles*“ behalten auch nach Rupert Riedl die „vier Elementaren Wechselwirkungen bzw. Kräfte der Physik“ in der Biologie ihre volle Gültigkeit !

<sup>4</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), S. 32

<sup>5</sup>) Rupert Riedl : „Strategie der Genesis“ ([656])

<sup>6</sup>) Rupert Riedl : „Die Ordnung des Lebendigen“ ([655])

<sup>7</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 106 – 110 + 224 - 230

Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 167 – 169

### 5.1.3 Zufall & Notwendigkeit

Der *Evolutions-Prozess* ist damit eine Kombination aus *Zufall & Notwendigkeit*. Zufällig ist der Prozess der Produktion von *Variation*, nämlich die :

- Zufälligkeit der Gen-Rekombination bei der Chromosom-Überkreuzung
- zufällige Chromosom-Paarling-Verteilung auf die Gameten
- Zufälligkeiten bei Partner-Wahl & Befruchtung<sup>1</sup> und
- Mutation als DNS-Veränderung durch zufällige äußere Einflüsse

Nicht-zufällig ist :

- dass bestimmte Phänotypen gegenüber anderen Überlebens-Vorteile haben
- Präferenzen bei der Partner-Wahl
- der erhöhte Fortpflanzungs-Erfolg bestimmter Phänotypen

Diese sind durch Genotyp & Umwelt determinierte *Notwendigkeiten*. Das Verhältnis zwischen Zufall & Notwendigkeit im Evolutions-Prozess lässt sich deshalb frei nach *Rupert Riedl* wie folgt beschreiben : Die *Ordnung des Lebendigen* entsteht durch *Zufall*, indem der *notwendige, schöpferische Zufall* in die Falle sich *zufällig bildender Notwendigkeit* geht ! Würfelt Gott also doch trotz der Feststellung von *Albert Einstein* : „Gott würfeln nicht !“ ? Die Antwort von *Manfred Eigen* ist : „Gott würfeln also ? Gewiß ! Doch er befolgt auch seine Spielregeln.“<sup>2</sup> Diese Kombination aus Zufall & Notwendigkeit hat aber Konsequenzen für

### 5.1.4 Die Zeit-Richtung des Evolutions-Prozesses

Die Gesetze der *Newton'schen Mechanik*, wie auch der *Quanten-Mechanik* und der *Relativitätstheorien* sind zeitumkehr-invariant. Erst der *2. Hauptsatz der Thermodynamik* zeichnet eine *Zeitrichtung* aus. Lebens-Prozesse sind aber als Dissipative Prozesse *irreversibel* und damit in der Zeit nicht umkehrbar. Damit zeichnet die *Evolution* eine *Richtung der Zeit* aus.<sup>3</sup>

### 5.1.5 Belege für die Gültigkeit der Evolutionstheorie

Da die kreationistischen, finalistischen & teleologischen Vorstellungen<sup>4</sup> der Griechischen Philosophie & des Christentums unseren Kulturkreis fasst 2000 Jahre lang beherrscht haben und der Disput zwischen Evolutionisten & Kreationisten bis

---

<sup>1</sup>) Die Zufälligkeit, welche Spermazelle den „Wettlauf“ gewinnt. Allerdings sind auch Fälle bekannt, in denen Eizellen Spermazellen auswählen ! Dies ist wieder eine nicht-zufällige Komponente.

<sup>2</sup>) Ernst Mayr : „What Evolution is“ ([498]), pp 131 – 134 + 252 – 254  
Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 141 + 167

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), S. 122

<sup>4</sup>) man beachte den Unterschied zwischen „Teleologie“ & „Teleonomie“ und zwischen „Zielgerichtetheit“ & „Zweckmäßigkeit“, obwohl beides mit „Finalität“ bezeichnet wird.

heute andauert, stellt sich die Frage nach Belegen für die *Gültigkeit der Evolutionstheorie*.

Nach *Ernst Mayr* gibt es aber heute umfangreiche Belege für die Gültigkeit der Evolutionstheorie ( [235] / [236] / [654] / [742] ), die sich wie folgt zusammenfassen lassen :

- Ergebnisse der Morphologie ( Vergleichende Anatomie )  
und der Biologischen Systematik ( Taxonomie )
- die erfolgreiche Züchtung von Tieren & Pflanzen
- bemerkenswert vollständige Paläontologische Fund-Reihen ( Fossilien-Funde ),  
die Ähnlichkeits-Felder konstituieren, deren Grenzen heute lebende Arten bilden
- Beobachtungen der Embryologie ( Ernst Haeckels Biogenetisches Grundgesetz ) :  
„Die Ontogenese ist eine Kurzform der Phylogenese“ ( 1866, [301] )
- Existenz nicht voll funktionsfähiger oder funktionsloser Organe ( Rezessive Organe )  
( z. B. Blinddarm beim Menschen, Becken bei Walen, Augen bei Höhlentieren )
- die Universalität des Genetischen Codes
- Belege aus der Molekular-Biologie :  
Die molekularen Träger-Strukturen der Gene unterliegen genauso der Evolution  
wie die makroskopischen ( Anatomischen ) Strukturen !
- Genetische Vergleiche :  
Obwohl sich die Gene verändern, setzt deren Funktion ihrer Veränderung enge  
Grenzen ( Funktionale Bürden ). Weil deshalb die Grundstruktur der Gene über  
Jahrmillionen erhalten bleibt, ermöglicht dies die Erforschung der Phylogenese  
einzelner Gene. Somit ließen sich einige Gene von Bakterien & Höheren  
Organismen als homolog bestimmen.
- Ergebnisse der Vergleichenden Verhaltens-Forschung ( Ethologie )
- die z.T. recht ungleichmäßige Verteilung der Arten über die Erde ( Biogeographie )

Die Schlussfolgerung aus allen diesen Belegen formuliert *Ernst Mayr* wie folgt :  
“As we have seen, whatever aspect of biology is studied, it provides irrefutable evidence  
in support of evolution. As the famous genetisist T. Dobzhansky has said rightly,  
»Nothing in biology makes sense, except in the light of evolution.« Indeed, there is no  
other natural explanation than evolution for the facts.” ( Mayr, [498], S. 42 )

## 5.1.6 Résumé

“Evolution is not an idea, a theory<sup>1</sup>, or a concept<sup>2</sup>, but is the name of a process in nature, the occurrence of which can be documented by mountains of evidence that nobody has been able to refute. ... It is now actually misleading to refer to evolution as a theory, considering the massive evidence that has been discovered over the last 140 years documenting its existence. Evolution is no longer a theory, it is simply a fact<sup>3</sup>!”<sup>4</sup>  
(Ernst Mayr, [498], S. 303)

## 5.1.7 Nachtrag : Die Evolution des Menschen

Nach dem gegenwärtigen Forschungs-Stand ist der *Moderne Mensch* das Produkt eines *zweifachen Wandels seines Lebensraums*. Nämlich des Wandels dieses Lebensraums vom *Regenwald* über die *Baum-Savanne* (Australopithecinen) zur *Busch-Savanne* (Homo).

Ursprünglich waren die Vorfahren des Menschen *Schimpansen-ähnliche Menschen-Affen*, welche auf *Bäumen* lebten und sich an langen Greif-Armen durch die Bäume schwingend fortbewegten. Sie waren Vegetarier, besaßen *kleine Gehirne* und hatten keinen Bedarf auf zwei Beinen zu gehen.

Auch nach dem Wandel ihres Lebensraumes zur *Baum-Savanne* waren die Vorfahren des Menschen – die *Australopithecinen* – vorwiegend Baum-Bewohner, die sich aber auch zweibeinig am Boden von Baum zu Baum fortbewegen konnten. Sie besaßen größere & härtere Zähne für härtere Nahrung eines trockenen Lebensraums, aber ansonsten waren ihre Körper-Merkmale gegenüber ihren Schimpansen-ähnlichen Vorfahren nur leicht verändert. Sie waren von kleinem Körperwuchs, hatten lange Arme & kurze Beine und ein *kleines Gehirn-Volumen* von 430 – 484 ccm.

Die *Australopithecinen* untergliederten sich in eine

- Robuste Australopithecinen Linie und eine
- Gracile Australopithecinen Linie

welche gleichzeitig vor 3,8 – 1,9 bzw. 3,8 – 2,4 Millionen Jahren in Afrika lebten.

Nachdem die Eiszeit zur Versteppung der Baum-Savanne führte, wurden die Australopithecinen ihrer Flucht-Möglichkeiten (der Bäume) beraubt. In der *Busch-Savanne* konnten ohne natürliche Waffen nur diejenigen überleben, die lernten *künstliche Waffen* zu ihrer Verteidigung, insbesondere das *Feuer* zum Schutz der Schlafstätten, einzusetzen. So wandelte sich der *Baum-lebende Zweifüßer* Australopithecus zum *Boden-lebenden Zweifüßer* Homo mit verkürzten Armen & Verlängerten Beinen. Mit

---

<sup>1</sup>) Annahme, hier wäre das englische Wort „speculation“ angebracht gewesen.

<sup>2</sup>) Vorstellung

<sup>3</sup>) zum Begriff „Faktum“ (Tatsache) vergl. Eve-Marie Engels : „Erkenntnis als Anpassung?“ ([185]), S. 55

<sup>4</sup>) Diese Wortwahl ist wahrscheinlich vor dem Hintergrund der „Kreationismus-Debatte“ in den USA zu verstehen, welche die Terminologie der Kath. Kirche in der Frühen Neuzeit benutzt. In dieser wird zwischen *Wahrheit* & *Theorie* unterschieden. Nach dieser Terminologie ist der Schöpfungs-Bericht der Bibel „Wahrheit“, während das *Kopernikanische Weltbild* und die *Evolutionstheorie* bloß „Theorien“ sind.

diesen Anatomischen Veränderungen ging auch ein *Wachstum des Gehirns* einher. Die *Gattung Homo* untergliedert sich in die drei Arten :

- *Homo habilis* : mit 460 – 600 ccm Gehirn-Volumen, welcher heute als *später Australopithecine* klassifiziert wird.
- *Homo rudolfensis* : mit 700 – 900 ccm Gehirn-Volumen, kürzeren Armen & längeren Beinen sowie der Fähigkeit zur *Herstellung* von *Werkzeugen*.
- *Homo erectus* : mit 800 – 1000 ccm Gehirn-Volumen, der Fähigkeit zur *Herstellung* von *Werkzeugen* und der Nutzung des *Feuers*.

Der älteste Vertreter von *Homo erectus* ist *Homo ergaster*, welcher aus einer unbekanntem Species der Gracilen Australopithecinen-Linie hervorging und erstmals vor 1,7 Millionen Jahren in Afrika auftrat. *Homo erectus* breitete sich über die gesamte Erde aus !

Nachkommen von *Homo erectus* sind :

- *Homo heidelbergensis*
- *Homo neanderthalis* und
- *Homo sapiens*

*Homo sapiens* ist vor 200.000 – 150.000 Jahren aus *Homo erectus* in Afrika südlich der Sahara hervorgegangen und breitete sich von dort ebenfalls über die gesamte Erde aus ! Sein *Gehirn-Volumen* beträgt ca. 1350 ccm.

Im Laufe der Evolution des Menschen fand also eine drastische Umgestaltung der Physionomie vom *halb-baum-bewohnenden Australopithecus* zum *boden-bewohnenden Homo* mit einer Verdreifachung des *Gehirn-Volumens* in 4 Millionen Jahren statt. Diese Evolution erfolgte in *Schüben*, wobei einer *raschen Evolution* zum *Australopithecus* bzw *Homo lange Phasen der Stagnation* folgten :

- *Australopithecus* 2 Millionen Jahre
- *Homo erectus* 1,5 Millionen Jahre
- *Homo sapiens* 0,1 Millionen Jahre

Die Evolution des menschlichen Gehirns begann vor 2,4 Millionen Jahren und beschleunigte sich innerhalb der letzten 0,5 Millionen Jahre. Aber trotz der Evolution des Menschen vom *Jäger & Sammler* über den *Ackerbauern* zum *Zivilisierten Großstadt-Menschen* hat das Gehirn-Volumen in den *letzten* 150.000 Jahre nicht mehr zugenommen ! Anscheinend hat ein *größeres Gehirn* in einer *komplexen Gesellschaft* keinen Reproduktions-Vorteil mehr ! ([732] + [818])<sup>1</sup>

Diese Darstellung beruht hauptsächlich auf dem Buch *What Evolution is* von *Ernst Mayr* ([498]) sowie den Büchern von *Rupert Riedl* ([659]) und *Gerhard Vollmer* ([782]).

---

<sup>1</sup>) Ernst Mayr : „What Evolution is“ ([498]), pp 264 – 278 + 281 – 282

## 5.2 Die Erkenntnistheorie im Allgemeinen

### 5.2.1 Der Gegenstand der Erkenntnistheorie

Nach *John Locke* ist die Aufgabe der *Erkenntnistheorie* Ursprung, Gewissheit & Umfang der *menschlichen Erkenntnis* zu untersuchen, d.h. Antworten auf die folgenden Fragen zu suchen :

- Was ist Erkenntnis ? ( Begriffs-Explication )
- Wie erkennen wir ? ( Wege & Formen )
- Was erkennen wir ? ( Gegenstand )
- Wie weit reicht die Erkenntnis ? ( Umfang & Grenzen )
- Warum erkennen wir gerade so, dies und nur dies ? ( Erklärung )
- Wie sicher ist unsere Erkenntnis ? ( Geltung )
- Worauf beruht diese Sicherheit ? ( Begründung )

Im Laufe der Geschichte von der Antike bis heute haben viele Denker versucht, Antworten auf diese Fragen zu finden, von denen einige in Kap. 4.3 ( S. 38 ) aufgeführt sind. Bevor hier der Ansatz der Evolutionären Erkenntnistheorie vorgestellt wird, soll aber noch kurz auf die Erkenntnistheorie im Allgemeinen eingegangen werden. Als Erstes wäre zu klären, was unter dem Begriff „*Erkenntnis*“ überhaupt zu verstehen sei bzw. welche Bedeutung das Wort „*Erkenntnis*“ überhaupt habe.

### 5.2.2 Die Definition des Erkenntnis-Begriffs

Das Wort bzw. der Begriff „*Erkenntnis*“ wird in zwei verschiedenen Bedeutungen bzw. Inhalten benutzt. Er bezeichnet einmal *Erkenntnis als Vorgang des Erkennens* (*Erkenntnis-Prozess*) zwischen *erkennendem Subjekt* & *zu erkennendem Objekt*. Dieser Prozess hat folgende Eigenschaften :

- Erkannte Strukturen sind sowohl Objekt- als auch Subjekt-bedingt !
- Beschränkungen können sowohl Objekt- als auch Subjekt-bedingt sein !

Ist das erkennende Subjekt mit dem zu erkennenden Objekt identisch, so spricht man von *Selbsterkenntnis*. Zum anderen bezeichnet er *Erkenntnis als Ergebnis des Erkenntnis-Prozesses* (*Wissen*) Hierbei sind :

- Einzel-Erkenntnis ( Plural „Erkenntnisse“ ) und
- Erkenntnis als abstrakter Begriff ( Gesamtheit aller Einzel-Erkenntnisse )

zu unterscheiden, wobei letztere als „wahrer gerechtfertigter Glaube eines Sachverhalts“ definiert ist. ( Man vergleiche hierzu die Ausführungen über die Beziehung zwischen Erkenntnis, Wissen & Information in Kap. 5.3.3.1: S. 80 )

Die Begriffe Erkenntnis-Prozess & zu erkennendes Objekt setzen voraus, das es überhaupt etwas zu erkennen gibt. Nicht alle Philosophischen Systeme setzen dies voraus. Ein Beispiel eines solches Philosophischen Systems ist der *Solipsismus*. Wir benötigen folglich die Annahme des *Realismus*, nach der eine *Objektive Welt unabhängig vom erkennenden Subjekt* existiert.

### 5.2.3 Arten des Realismus

Innerhalb der Grundannahme des *Realismus* lassen sich die folgenden vier Positionen unterscheiden :

- Naiver Realismus : Es gibt eine reale Welt, die so beschaffen ist, wie wir sie wahrnehmen.
- Kritischer Realismus : Es gibt eine reale Welt, die aber nicht in allen Zügen so beschaffen ist, wie sie uns erscheint.
- Streng Kritischer Realismus : Es gibt eine reale Welt, aber keine ihrer Strukturen ist so beschaffen, wie sie uns erscheint.
- Hypothetischer Realismus : Wir nehmen an, dass es eine reale Welt gibt, die gewisse Strukturen hat, welche wir teilweise erkennen können und wir können prüfen, wieweit wir mit unseren Hypothesen kommen.

Die Annahme der *Evolutionären Erkenntnistheorie* ist die des *Hypothetischen Realismus*. Diesen hat *Gerhard Vollmer* durch folgende Postulate ausformuliert.

### 5.2.4 Postulate Wissenschaftlicher Erkenntnis

1. *Realität* :  
Es gibt eine von *Wahrnehmung & Bewusstsein* unabhängige *reale Welt* !
2. *Struktur* : Die *Reale Welt* ist *strukturiert* !
3. *Kontinuität* :  
Zwischen allen Bereichen der *Wirklichkeit* besteht ein ( quasi-) kontinuierlicher Zusammenhang !
4. *Fremd-Bewusstsein* :  
Auch andere ( *menschliche & tierische* ) *Individuen* haben *Sinnes-Eindrücke & Bewusstsein* !
5. *Wechselwirkung* :
  - Die *Realen Welt* wirkt auf unsere *Sinnes-Organen* ein !
  - Mit unseren *Motorischen Organen* wirken wir auf die *Reale Welt* ein !
6. *Gehirn-Funktionen* :  
*Denken & Bewusstsein* sind *Funktionen* des *Gehirns* als eines *natürlichen Organs* !
7. *Objektivität* :  
*Wissenschaftliche Aussagen* sollen *objektiv* sein ! Sie beziehen sich nicht auf *Bewusstseins-Inhalte* des *Beobachters*, sondern ( selbst in der *Psychologie* ) auf eine ( *hypothetisch postulierte* ) *Realität* !

Kriterien Objektiver Erkenntnis :

- Intersubjektive Verständlichkeit
- Unabhängigkeit von Bezugs-Systemen
- Intersubjektive Nachprüfbarkeit
- Methoden-Unabhängigkeit
- keine Sache der Konvention

8. *Erklärbarkeit* :

Die *Tatsachen* der *Erfahrungs-Wirklichkeit* können *analysiert*, durch „Naturgesetze“ *beschrieben* und *erklärt* werden !

9. *Heuristik* :

*Arbeits-Hypothesen* sollen die Forschung *anregen* und nicht *behindern* !

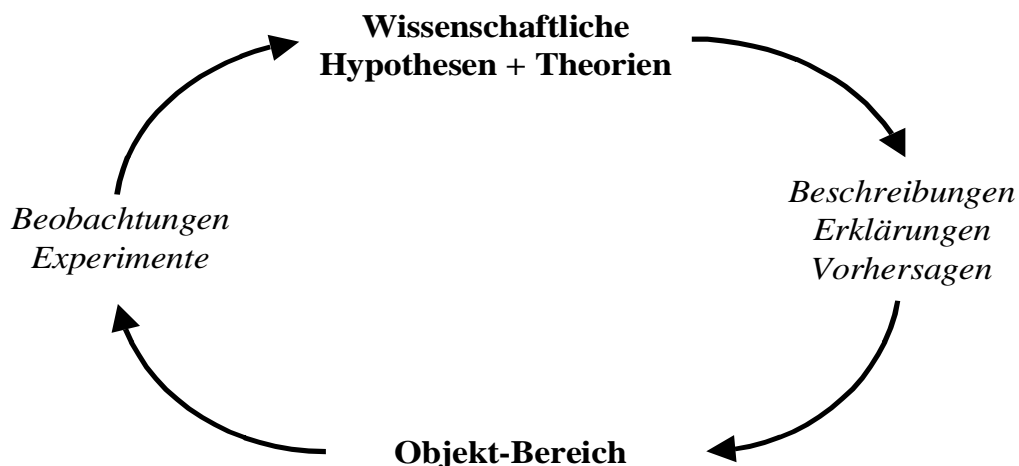
10. *Denk-Ökonomie* :

Unnötige Hypothesen sollen vermieden werden !

Dabei sind die Postulate Nr. 1 – 6 *Ontologische Postulate*, die Postulate Nr. 7 + 8 *Erkenntnistheoretische Postulate* und die Postulate Nr. 9 + 10 *Methodologische Postulate*.

### 5.2.5 Wissenschaft als Regel-Kreis

Betrachtet man den *Prozess des Wissenschaftlichen Erkenntnis-Gewinns*, so lässt sich dieser wie folgt beschreiben. Auf Grund von Beobachtungen & Experimenten werden Hypothesen & Theorien über die Objektive Welt aufgestellt, welche letztere beschreiben & erklären sowie ihren Verlauf in der Zukunft vorhersagen. Das erneute & wiederholte Durchlaufen dieses Prozesses führt zu folgendem *Regel-Kreis* :





## 5.2.6 Der Objekt-Bereich der Erkenntnistheorie

Die *Erkenntnistheorie* ist die *Wissenschaft von der Menschlichen Erkenntnis*. Damit stellt sich die Frage nach dem *Objekt-Bereich* der Erkenntnistheorie. Während sich die *Empirischen Wissenschaften* von der *Physik* bis zur *Soziologie* mit der Fragestellung beschäftigen :

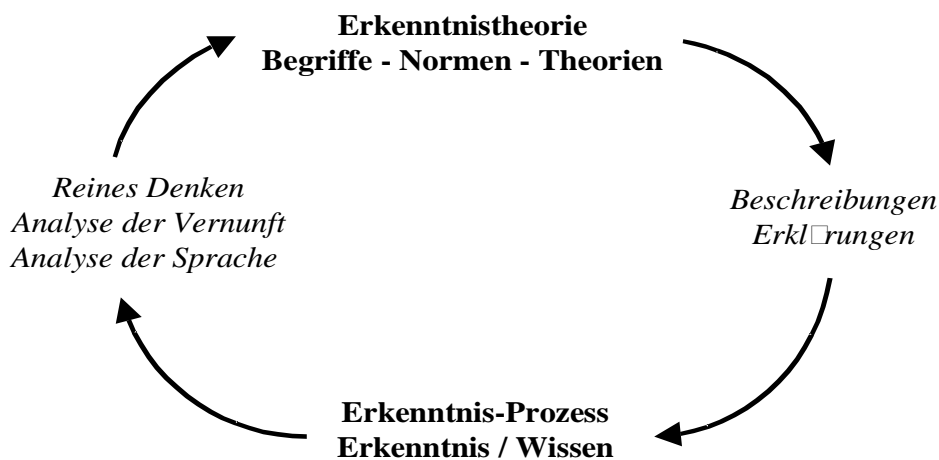
„Wie sieht die *Objektive Welt*  
von den Elementarteilchen bis zur Gesellschaft aus ?“

beschäftigt sich die *Erkenntnistheorie* mit der Fragestellung :

„Wie sieht unser *Wissen* von der Objektiven Welt aus ?“.

Damit ergibt sich

## 5.2.7 Der Regel-Kreis der ( Traditionellen ) Erkenntnistheorie



## 5.2.8 Die Beziehung zwischen Verstandes-Kategorien & Seins-Kategorien

Die Erkenntnistheorie untersucht also die *Beziehung* zwischen der *Objektiven Welt* und unserem *Wissen* bzw. unserer *Erkenntnis* über diese Objektive Welt, also die Beziehung zwischen *Verstandes-Kategorien* & *Seins-Kategorien*. Diese Beziehung wird von *Nicolai Hartmann* wie folgt formuliert :

„Im Grunde kann ja doch ein *Verstandes-Begriff* nur dann auf die Sache zutreffen, wenn die Beschaffenheit, die er von ihr aussagt, an der Sache auch wirklich besteht. Die »Objektive Gültigkeit« also ... setzt voraus, dass die *Verstandes-Kategorie* zugleich *Seins-Kategorie* ist.“

( Diese ) „Kategorien sind die Grund-Prädikate des Seienden, die allen speziellen Prädikationen vorausgehen und gleichzeitig ihren Rahmen bilden.“

„ ... indem sie selbst die allgemeinsten Aussage-Formen ... sind, sagen sie nichtsdestoweniger die Grund-Bestimmungen der Gegenstände aus, von denen sie handeln. ... eben diese ausgesagten Grund-Bestimmungen ( kommen ) allen Gegenständen zu ... , und zwar unabhängig davon, ob sie von ihnen ausgesagt werden oder nicht.“  
( nach Lorenz, [468], S. 57 )<sup>1</sup>

Dies führt auf die Frage : Wie kommt es, dass Verstandes- bzw. Erkenntnis-Kategorien ( Erkenntnis-Strukturen ) & Seins- bzw. Real-Kategorien ( reale Strukturen ) – zumindest teilweise – aufeinander passen ?

Dazu schreibt *Immanuel Kant* : „( Diese ) Übereinstimmung der Prinzipien möglicher Erfahrung mit den Gesetzen der Möglichkeit der Natur kann nur aus zweierlei Ursachen stattfinden :

- entweder diese Gesetze werden von der Natur vermittelt der Erfahrung entlehnt,
- oder umgekehrt, die Natur wird von den Gesetzen der Möglichkeiten der Erfahrung überhaupt abgeleitet.“

( Immanuel Kant, [394], § 36, Aufzählung von mir )<sup>2</sup>

Auch diese Frage haben die Denker von der Antike bis heute zu klären versucht, aber weder konnten die *Empiristen* erklären, wie die Verstandes- bzw. Erkenntnis-Kategorien aus *Sinnes-Wahrnehmung & Erfahrung* abgeleitet werden können, noch konnten die *Rationalisten* erklären, wieso die Real- bzw. Seins-Kategorien allein durch *vernünftiges Denken* gewonnen werden können.

Alle Versuche endeten in einem *Trilemma der Erkenntnis*, „Man hat nämlich nur die Wahl zwischen :

- einen *infiniten Regress*, bei dem man auf der Suche nach den Gründen immer weiter zurück geht,
- einem *logischen Zirkel*, wobei man auf Aussagen zurück greift, die ihrerseits schon als begründungsbedürftig aufgetreten waren,
- einem *Abbruch* des Verfahrens an einem bestimmten, selbstgewählten Punkt.“

( Albert, [4], S. 13 nach [782], S. 25 )<sup>3</sup>

Ein neuer Versuch ist nun die

---

<sup>1</sup>) kursiv & Unterstreichung von mir

<sup>2</sup>) Gerhard Vollmer : „Evolutionäre Erkenntnistheorie“ ( [782] ), S. 9

<sup>3</sup>) in allen Zitaten kursiv von mir

### 5.3 Evolutionäre Erkenntnistheorie

#### 5.3.1 Die Erklärung der Evolutionären Erkenntnistheorie

Wie bereits mehrfach erwähnt, hat *Konrad Lorenz* in seinen beiden Arbeiten *Kants Lehre vom Apriorischen im Lichte gegenwärtiger Biologie* (1941, [464]) und *Die angeborenen Formen möglicher Erfahrung* (1943, [466]) diesen Ansatz erstmals explizit ausgearbeitet. Ausgangspunkt sind die in diesen Arbeiten formulierten und in Kap. 3.4 (S. 34) bereits erwähnten „Fragen eines Biologen an Kant“:

- „Ist die *menschliche Vernunft*, mit allen ihren Anschauungsformen & Kategorien, nicht ganz ebenso wie das *menschliche Gehirn* etwas organisch, in dauernder *Wechselwirkung* mit den *Gesetzen* der umgebenden *Natur* Entstandenes?“
- „Wären unsere *a priori denknotwendigen Verstandes-Gesetze* bei einer ganz anderen *historischen Entstehungsweise* und einem somit ganz andersartigen *Zentralnervösen Apparat* nicht vielleicht ganz andere?“
- „Ist es überhaupt auch nur einigermaßen wahrscheinlich, dass die ganz allgemeinen *Gesetzmäßigkeiten* unseres *Denk-Apparats* nicht mit solchen der *realen Außenwelt* zusammenhängen sollten?“
- „Kann ein *Organ*, das in dauernder *Auseinandersetzung* mit den *Gesetzen der Natur* zu dieser Auseinandersetzung herausdifferenziert wurde, in seinen *eigenen Gesetzmäßigkeiten* von jenen so unbeeinflusst geblieben sein, dass die *Lehre von den empirischen Erscheinungen* unabhängig von der *Lehre vom An-sich-Seienden* getrieben werden darf, als ob beide gar nichts miteinander zu tun hätten?“

(Lorenz, [464] in [471], S. 96)

Diese beantwortet er wie folgt: „Wenn man nun die angeborenen Reaktionsweisen von untermenschlichen Organismen kennt, so liegt die Hypothese nahe, dass das »Apriorische« auf stammesgeschichtlich gewordenen, erblichen Differenzierungen des Zentralnervensystems beruht, die eben gattungsmäßig erworben sind und die erblichen Dispositionen, in gewissen Formen zu denken, bestimmen.“

Man muss sich klar darüber sein, dass diese Auffassung des »Apriorischen« als Organ die Zerstörung seines Begriffs bedeutet: Etwas in stammesgeschichtlicher Anpassung an die Gesetze der natürlichen Außenwelt Entstandenes ist in gewissem Sinne a posteriori entstanden, wenn auch auf einem durchaus anderen Wege als dem der Abstraktion oder der Deduktion aus vorangegangener Erfahrung.“

(Lorenz, [464] in [471], pp 96 – 97)

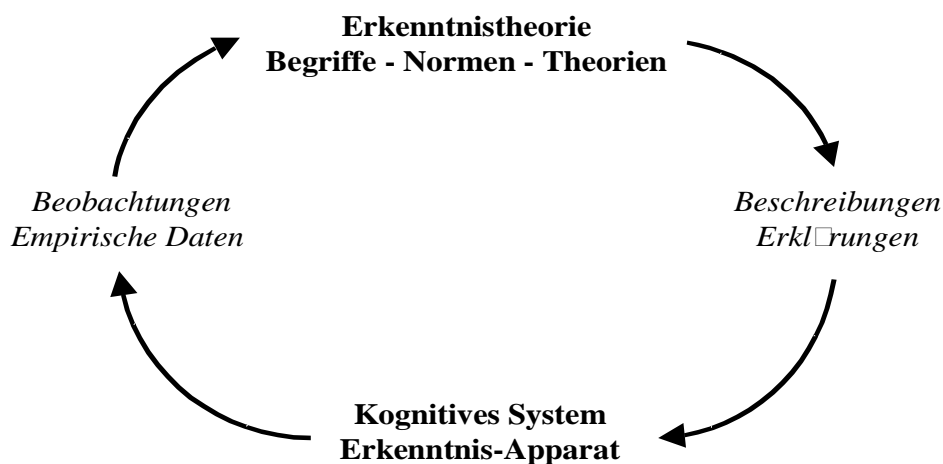
In den Worten von *Rupert Riedl* lässt sich damit der Ansatz der *Evolutionären Erkenntnistheorie* wie folgt formulieren: „Unsere Betrachtung des Stammesgeschichtlichen Werdens der Organismen erfolgt unter dem Gesichtspunkt, dass jeder erfolgreiche Schritt der Anpassung einem Zuwachs an Information über jenes Milieu entspricht, das für sie von Bedeutung ist. Wir beschreiben die *Evolution* als einen *Erkenntnisgewinnenden Prozess*. Dabei wird »Erkenntnis« nicht als philosophischer Fachausdruck verstanden, sondern in dem allgemeinen Sinne, als die lebenden Systeme durch ihre allmähliche Anpassung aus dieser Welt Gesetzlichkeit extrahieren; wie etwa unser Auge die Gesetze der Optik wiedergebildet hat. Durch diesen biologischen Standpunkt wird die Erforschung des Erkenntnis-Phänomens jene

Einschränkung genommen, die der philosophischen Untersuchung anhaftet. Es wird aus der Beschränkung auf die Rationale Vernunft gelöst und zu einem Gegenstand der Evolution selbst.

Unsere Position unterscheidet sich also insofern grundsätzlich von der, welche die Philosophische Erkenntnistheorie einnimmt, als die Grundlagen der Vernunft nicht aus ihren eigenen Prinzipien erschlossen werden, sondern durch die vergleichend stammesgeschichtliche Erforschung aller Erkenntnisprozesse. Damit ist der Gegenstand der Untersuchung nicht mehr mit dem Erkennenden Subjekt »identisch«, sondern befindet sich in der Hauptsache außerhalb desselben; und die Methode bleibt die der Vergleichenden Naturwissenschaft. Auf diese Weise wird jene Beschränkung vermieden, die entstehen muss, wenn sich die Rationale Vernunft aus sich allein begründen soll.“ (Riedl, [657], Vorwort)<sup>1</sup>

Damit ergibt sich

### 5.3.2 Der Regel-Kreis der Evolutionären Erkenntnistheorie



Diese neue, *naturalisierte Erkenntnistheorie* ist eine interdisziplinäre Integration der Ergebnisse aus :

- Physiologie
  - Evolutionstheorie
  - Verhaltens-Forschung
  - Psychologie
  - Anthropologie
  - Sprach-Wissenschaften
- und

<sup>1</sup>) in allen Zitaten kursiv von mir

### 5.3.3 Evolution & Information

Bevor der Ansatz der Evolutionären Erkenntnistheorie weiter erläutert wird, muss noch kurz auf den Begriff der *Information* und seine Beziehung zum *Erkenntnis-Prozess* und zum *Evolutions-Prozess* eingegangen werden.

#### 5.3.3.1 Die Beziehung zwischen Erkenntnis, Wissen & Information

In Kap. 5.2.2 ( S. 73 ) war die Gleichsetzung von *Erkenntnis*  $\equiv$  *Wissen* eine der beiden Möglichkeiten zur Definition des Erkenntnis-Begriffs. *Wissen* wird umgangssprachlich oft mit *Information* gleichgesetzt. Die erstmalige wissenschaftliche Definition des *Informations-Begriffs* wird im Allgemeinen *Claude E. Shannon* mit seinem Aufsatz *The Mathematical Theory of Communication* ( 1948/49, [705] ) zugeschrieben.<sup>1</sup> Obwohl einige Autoren wie *Leon Brillouin* ([79] ) & *C.F. v. Weizsäcker* ([797] ) auf diesem Ansatz der *Shannon'schen Informations-Theorie* aufgebaut haben, hat sich dieser Ansatz doch nicht als so allgemein erwiesen, wie man zu Anfang glaubte. Allerdings haben *Thomas & Brigitte Görnitz* kürzlich den Ansatz von C.F. v. Weizsäcker wieder aufgegriffen und zu einer *Theorie der „Abstrakten“ Quanten-Information* (*Protyposis*, [283] ) weiterentwickelt.

Im Rahmen einer Grundlegung der *Informationswissenschaft* hat *Gernot Wersig* untersucht, auf welche Weise der Begriff „*Information*“ in verschiedenen Wissenschaften gebraucht wird. Diese Definitionsmöglichkeiten sind in ([802] ) aufgeführt. Gleiches hat *Erhard Oeser* im Rahmen seiner Arbeiten zu *Wissenschaft und Information* ([570] ) getan, in denen er ausdrücklich *Erkenntnis als Informations-prozeß* auffasst. Weiterhin hat sich auch *Donald MacKay* in verschiedenen Arbeiten mit *Information – Mechanism and Meaning* ([480] ) beschäftigt und hat in diesen einen sehr allgemeinen Informations-Begriff definiert. Schließlich habe auch ich selbst *Wesen und Bedeutung des Informations-Begriffs in verschiedenen Wissenschaften* ([310] ) untersucht. Deshalb soll für diese Arbeit der Informations-Begriff in Anlehnung an *Donald MacKay* wie folgt definiert werden.

*Information* ist eine *abstrakte Struktur*, die das *Wesentliche einer Entität beschreibt* bzw. *repräsentiert*, und zwar für ein *Kognitives System* und zu einem *bestimmten Zweck*.

Obwohl *Information* eine *abstrakte Struktur* ist, tritt sie stets in Verbindung mit einem *materiellen Träger* auf, der sie *repräsentiert*. Dies gilt sowohl für die Biologie von der DNS als Träger des Genetischen Codes bis zu den Gehirn-Aktivitäten als auch in der Technik von den in Stein gehauenen Hieroglyphen über den Buchdruck bis hin zur elektromagnetischen / elektronischen Informations-Repräsentation in der modernen Informationstechnik. In den Geisteswissenschaften tritt diese materielle Informations-Repräsentation jedoch zunehmend in den Hintergrund obwohl gerade diese die ältesten & umfangreichsten Bibliotheken haben.

---

<sup>1</sup>) Dies ist nicht korrekt, denn nach *Donald MacKay* ([480] ) muss zwischen der Entität „*Information*“ und der Messung von quantitativen Eigenschaften dieser Entität unterschieden werden. *Claude E. Shannon* definiert nur die quantitative Eigenschaft des *Selektiven Informations-Betrages* einer *Nachricht* ! Und dieser bezieht sich nicht einmal auf den *Inhalt* der Nachricht, d. h. auf die von dieser Nachricht getragene Information, sondern auf die Information über den *technischen bzw. physikalischen Zustand* der Nachricht, worauf *Shannon's Coautor Warren W. Weaver* ausdrücklich hinweist ([705] ).

Diese Informations-Definition erscheint mir für diese Arbeit am geeignetsten, wobei es letztendlich Ansichtssache ist, ob man auch wissenschaftlich die Gleichsetzung *Information*  $\equiv$  *Wissen*  $\equiv$  *Erkenntnis* beibehalten will oder wie Konrad Lorenz *Wissen*  $\equiv$  *Erkenntnis* als *echte Teilmenge* von *Information* ansehen will. Ungeachtet dessen impliziert eine Gleichsetzung aber nicht, dass es keinen qualitativen Unterschied zwischen dem *Wissen einer Amöbe* und dem *Wissen von Albert Einstein* gibt !

### 5.3.3.2 Die Beziehung zwischen Evolution, Anpassung & Information

Die Beziehung zwischen *Anpassung & Information* im *Evolutions-Prozess* formuliert *Konrad Lorenz* wie folgt : „Schon im Worte »anpassen« steckt implizit die Annahme, daß durch diesen Vorgang eine Entsprechung zwischen dem Angepaßten und dem, woran es sich anpaßt, hergestellt wird. Dasjenige, was das lebende System auf diese Weise von der äußeren Realität erfährt, was es »aufgeprägt« oder »eingepägt« bekommt, ist ***Information über*** die betreffenden Gegebenheiten der Außenwelt. »Information« heißt wörtlich »Einprägung«.“  
( Lorenz, [468], pp 36 – 37 )<sup>1</sup>

### 5.3.3.3 Die Beziehung zwischen Evolution, Anpassung & Weltbild

Die Gesamtheit der Informationen über die Gegebenheiten der Außenwelt bezeichnet die Kognitionswissenschaft als das *Kognitive bzw. Informationelle Modell der Außenwelt* (kurz *Außenwelt-Modell* bzw. *(Um)Welt-Modell*) eines Kognitiven Systems. Konrad Lorenz nennt es das *Weltbild*. Die Beziehung zwischen *Anpassung & Modell der Außenwelt* bzw. *Weltbild* im *Evolutions-Prozess* formuliert *Rupert Riedl* wie folgt :

„Das *Überleben*, der Bestand der Lebenden Systeme, muss daher durch *Versuch & Irrtum* zu einer fortschreitenden *Extraktion* oder *Nachbildung* der sie umgebenden *Naturgesetze* führen.“ ( Riedl, [657], S. 25 ) ... „So beruht alle *lebendige Struktur* auf einer *Extraktion* und *strukturellen Entsprechung* der für sie das *Überleben* fördernden *Naturgesetze*.“ ... „Die für den *Lebenserfolg* entscheidenden *Gesetzmäßigkeiten* des Milieus ( der Umwelt ) werden ... dem *Erb-Material* kodiert eingebaut und von dessen *Aufbau- & Betriebs-Anleitungen* in *Raum- & Zeit-Strukturen* wieder ausgeformt.“ ( Riedl, [657], S. 26 ) ... „So entsteht gewissermaßen eine *Selektion vernünftiger Weltbilder*, bestehend aus einem System *zweckmäßiger Vorausurteile* über den jeweils relevanten *Ausschnitt der Realen Welt*.“  
( Riedl, [657], S. 27 )<sup>2</sup>

Damit lässt sich nach *Konrad Lorenz* *Leben als Erkenntnis-gewinnender bzw. Wissens-gewinnender bzw. Informations-gewinnender Prozess* auffassen. Und da alles *Lebendige* der *Evolution* unterliegt, folgt daraus zwangsläufig :

---

<sup>1</sup>) fett kursiv von Konrad Lorenz !

<sup>2</sup>) Kursiv & Ergänzungen in Klammern von mir.

## 5.3.4 Die Evolution der Erkenntnis-Fähigkeit

### 5.3.4.1 Grundlagen des zweckmäßigen Verhaltens

Grundlagen allen zweckmäßigen Verhaltens sind die Konzepte des bzw. der

- Regelkreises
- Informationsverarbeitung und der
- Reizbarkeit

Ein *Regelkreis* entsteht durch negative Rückkopplung einer Wirkung auf ihre Ursache, so dass diese „gedämpft“ wird und damit die Regel-Größe einem Stationären Zustand, dem Sollwert, zustrebt. Diesen Vorgang nennt man *Homöostasis*. Zur Regelung des Stationären Zustands werden mittels Rezeptoren durch Wahrnehmung *Informationen* über den aktuellen Zustand der Umwelt sowie über die Abweichungen vom inneren Gleichgewicht gewonnen & bewertet. Das Ergebnis dieser *Informations-Verarbeitung* wird mittels Effektoren in *Zweckmäßiges Verhalten* umgesetzt.

Ein *Reiz* ist eine äußere Einwirkung im Sinne einer Auslöse-Kausalität (also nicht durch unmittelbare Kraft-Umwandlung), die vom Organismus mit einer *Reaktion* beantwortet wird. Bei Niederen Organismen ist dies eine Änderung des Bewegungs-Zustandes oder eine Sekret-Absonderung. Höhere Tiere mit einer Arbeitsteilung zwischen Nerven- & Muskel-Zellen können aber Reize aufnehmen & verwerten, ohne direkt mit einer Bewegung zu reagieren. Auf Reizbarkeit beruhen sowohl alle Vorgänge, die *Augenblicks- bzw. Sinnes-Informationen* über die Umwelt *erwerben & verwerten*, als auch alle jene, die sich im *Zentral-Nervensystem* abspielen und den höchsten Leistungen des *Lernens & des Gedächtnisses* zugrunde liegen.

### 5.3.4.2 Fixe Regelkreise zweckmäßigen Verhaltens

Der einfachste fixe informationsverarbeitende Regelkreis ist die *Kinesis* der Einzeller. Durch den Gewinn *binärer* Informationen wie z. B. „hier ist es besser“ oder „hier ist es schlechter“ werden *binäre* Reaktionen wie z. B. „Bewegung verlangsamen“ oder „Bewegung beschleunigen“ ausgelöst. Schon diese einfachsten Informationsverarbeitungs-Prozesse ermöglichen ihren Akteuren das Überleben und sind damit ein *zweckmäßiges Verhalten*.

Der nächste Schritt der Evolution ist das „Einschieben“ eines *Nervensystem* als Verbindung zwischen Rezeptoren & Effektoren, welches als *Reiz-Filter* wirkt. Diese Reiz-Filter haben die Funktion von Schlössern, die eine Verhaltensweise nur dann zugänglich machen, wenn ein in das Schloss passender Schlüssel – der *Schlüssel-Reiz* – empfangen wird.

Der nächste Schritt der Höherentwicklung sind die *Angeborenen Auslöse-Mechanismen*, welche als Reiz-Filter teilweise schon auf Grund eines minimalen Informations-Gewinns zweckmäßiges Verhalten auslösen. Diese *Instinkt-Bewegungen* (*Erb-Koordinationen*) sind rein durch das Zentral-Nervensystem, d. h. ohne fortlaufende externe Reize gesteuerte<sup>1</sup> Bewegungsfolgen. Durch die Aneinander-

---

<sup>1</sup>) Regelungstheoretisch korrekt müsste es hier geregelt heißen.

Reihung von Folgen aus der Suche nach Schlüsselreizen (Appetenz-Verhalten), Angeborenen Auslöse-Mechanismen & Instinkt-Bewegungen entstehen *hierarchisch organisierte Instinkte* zum Herbeiführen immer speziellerer Auslöse-Situationen.

Alle diese *Regelkreise des zweckmäßigen Verhaltens* haben gemeinsam, dass sich ihre Struktur während des gesamten Lebens eines Organismus nicht verändert. Die *Information über Aufbau & Funktion* dieser Regelkreise ist in ihrem *Genetischen Code* – d. h. in ihrer *DNS-Doppel-Helix* – gespeichert und damit *ererb*t bzw. *angeboren*.<sup>1</sup> Damit sind diese fixen Regelkreise ein *Biologisches Korrelat* des *Kant'schen Apriori*.<sup>2</sup>

Diese fixen Regelkreise sind zwar nicht *lernfähig* auf der Ebene des *Individuums*, aber sie sind das Ergebnis der *Anpassung* des Lebendigen an seine Umwelt mittels *Selektion* durch diese im Laufe der *Evolution*, denn Gewinnung & Auswertung von Informationen über die augenblickliche Umwelt-Situation sind Grundlage jeder sinnvollen Reaktion auf diese Umwelt-Situation. *Selektive Anpassung* ist damit die *erste Stufe des Lernens*.

Der Vorteil dieses *Genetischen Lernens* ist die zuverlässige Wissens-Weitergabe von Generation zu Generation. Sein Nachteil ist, dass es sehr langsam – nämlich im Generations-Tempo – voranschreitet. Deshalb sind der nächste Schritt der *Selektiven Anpassung*

#### 5.3.4.3 **Teleonome Verhaltens-Modifikationen**

Diese fixen Regelkreise bezeichnet Ernst Mayr als *Geschlossene Erb-Programme* des Verhaltens. Durch arterhaltende (teleonomische) *Adaptive Modifikationen* im Laufe der *Individual-Entwicklung* entstehen *Offene Erb-Programme* als Kognitive Mechanismen bzw. Systeme für Erwerb & Speicherung von nicht im *Genom* gespeicherten Informationen über die *Umwelt*, welche die *Grundlage allen individuellen Lernens* bilden. Dies bezeichnet die Ethologie als *Lernen* durch *Adaptive Verhaltens-Modifikation*.

Einfache Formen von Mechanismen zur Adaptiven Verhaltens-Modifikation sind die *Bahnung* durch Übung motorischer Abläufe und die *Sensitivierung* durch Absenkung von Reiz-Schwellen.

---

<sup>1</sup>) Im Allgemeinen werden „angeboren“ & „erbt“ als Synonyme gebraucht. Aber nach Gerhard Vollmer besteht zwischen ihnen ein Unterschied. Angeboren bedeutet von Geburt an, d. h. Pränatale Schädigungen sind angeboren, aber nicht erbt. Andererseits sind genetisch bedingte Krankheiten, die erst im fortgeschrittenen Alter auftreten oder bei rezessiver Vererbung u.a. gar nicht, erbt aber nicht angeboren. (Vollmer, [782]), S. 92

<sup>2</sup>) Konrad Lorenz : „Die Rückseite des Spiegels“ ([468]), S. 91



Eine Höherentwicklung ist die Verhaltens-Adaption durch *Assoziation* von ursprünglich unabhängigen Reiz-Komplexen als :

- *De-Sensitivierung ( Gewöhnung )* durch Anhebung der Reiz-Schwellen eines Schlüssel-Reizes durch Assoziation mit einem Reiz-Komplex der Umgebungs-Situation.
- *Angewöhnung* durch Assoziation von Schlüssel-Reizen mit dem Reiz-Komplex der Umgebungs-Situation, in der sie gewöhnlich auftreten.
- *Trauma* als irreversible Assoziation eines Reiz-Komplexes mit einer Flucht-Reaktion.
- *Prägung* als irreversible Assoziation sozialer Verhaltensweisen an die Wahrnehmung spezieller Objekte in einer scharf begrenzten Sensibilisierungs-Phase.

Der nächste Schritt der Evolution ist das *Lernen durch Erfolg & Misserfolg ( Konditionierung )* in Form einer Bestärkung des speziellen Appetenz-Verhaltens durch den End-Erfolg einer Folge aus „Appetenz-Verhalten / Angeborenem Auslöse-Mechanismus / Instinkt-Bewegung“ ( *Conditioning by Reinforcement* ).<sup>1</sup>

Eine weitere Stufe der Höherentwicklung ist das *Lernen von Bewegungen* als Rezeptor-gesteuerte Konstruktion komplexer Bewegungs-Folgen durch Verschmelzung von Elementar-Bewegungen mit anschließendem „Einschleifen“ dieser Bewegungs-Folgen durch selbst-motiviertes Üben. Die so erlernten Bewegungen können nie ganz vergessen werden, sie werden vielmehr bloß überlagert.

*Teleonome Verhaltens-Modifikationen* sind damit die *zweite Stufe des Lernens*.

#### **5.3.4.4 Einsichtiges Lernen**

*Einsichtig ( intelligent )* nennt man jene Verhaltensweisen, deren besondere Anpasstheit auf den Mechanismen des *Sammelns & Auswertens* von *Informationen* über die *Umgebungs- bzw Problem-Lösungs-Situation* beruht. Damit sind

- *Wahrnehmungs-Mechanismen zum Informations-Gewinn*
- *Mechanismen zur Informations-Speicherung & -Wiedererinnerung ( Lernen )*
- *Mechanismen zu Informations-Auswertung & -Vergleich*

die *Grund-Mechanismen Intelligenz Verhalten*. Dies ist die *dritte Stufe des Lernens*.

#### **5.3.4.5 Lernen von Willkür-Bewegungen**

Grund-Elemente der Motorischen Steuerung sind die Hemmung & Entthemmung von Instinkt-Bewegungen sowie Außen-Reiz-gesteuerte Wende-Bewegungen. Aus diesen erfolgt die Konstruktion von Willkür-Bewegungen durch Außen-Reiz-gesteuertes Ausschneiden von Teil-Bewegungen und deren Außen-Reiz-gesteuerte Kombination.

---

<sup>1</sup>) Der Behaviorismus betrachtet dies als die einzige Form des Lernens.

Durch reafferente Rückkopplung<sup>1</sup> des zusammengesetzten Bewegungs-Ablaufs und anschließender „Glättung“ der Ablauf-Folge werden neue Willkür-Bewegungen erlernt.

Solche wirklich neuen Aneinander-Reihungen willkürlicher Bewegungs-Elemente sehen sehr unbeholfen aus, da die reafferenten Rückkopplungs-Vorgänge sehr viel Zeit benötigen. Aber durch *Üben & Exploratorisches Spielen* werden diese willkürlichen Bewegungs-Abläufe immer mehr verbessert, bis sie durch „Einschleifen“ auf die Ebene der *Automatismen* absinken.

Aber das *Exploratorische Spielen* dient nicht nur dem Bewegungs-Lernen, sondern in Verbindung mit dem Tast-Sinn auch dem *Erwerb & Ausbau* eines *Inneren (Kognitiven bzw Informationellen) Modells* der *Räumlichen Außenwelt*. Da nur bei den *Anthropoiden* die Greifhand im eigenen Gesichtsfeld agiert, fordern die Exterozeptorischen Meldungen des Gesichtsinnes mit den Propriozeptorischen Wahrnehmungen der Gliedmaßen-Stellung & -Bewegung zur *Integration* aller dieser Informationen in eine *Zentrale Repräsentation des Raumes* durch „Pattern Matching“ heraus.<sup>2</sup>

„Die Wichtigkeit des *menschlichen Wissens-Gewinns* durch *aktive Exploration*, d.h. durch *Rückwirkungs-erzeugende Willkür-Bewegungen*, könnte nicht deutlicher unterstrichen werden als dadurch, dass das Eigenschaftswort »wirklich« der *stärkste Ausdruck* ist, den *unsere Sprache* für das an sich *Seiende* oder *Geschehende* hat.“ (Lorenz, [468], S. 194)<sup>3</sup>

#### 5.3.4.6 Neugier-Verhalten & Selbst-Exploration

Im weiteren Sinne und rein funktional kann man jedes Verhalten als *erkundend* bzw. *explorativ* definieren, in dem der Organismus etwas *tut*, um etwas zu *erfahren*. Bei diesem Vorgang des *Erkundens* bzw. *Explorierens* handelt es sich „um »Sensorische«, mit Seh- & Tast-Empfindungen vereinigte Bewegungs-Vollzüge, welche Kreis-Prozesse sind, die den Reiz zur Fortsetzung selbst erzeugen. Sie geschehen begierdelos, sie haben keinen unmittelbaren Wert der Trieb-Befriedigung.“ (Arnold Gehlen n. Lorenz, [468], S. 198)<sup>4</sup>

Nach Konrad Lorenz besteht „die »Erfindung« des *Neugier-Verhaltens* ... darin, das Appetenz-Verhalten so zu generalisieren, dass nicht die Auslöse-Situation einer ganz bestimmten Trieb-befriedigenden Endhandlung sein *Ziel* ist, sondern die *Lern-Situation* als solche.“ (Lorenz, [468], S. 200)<sup>5</sup> *Neugier-Verhalten* ist mithin der aktive Gewinn sachlichen Wissens bzw sachlicher Information mit dem einzigsten Zweck, später bei Bedarf darauf zurückgreifen zu können.

Die nächste Stufe der Höherentwicklung ist die *Selbst-Exploration*. Da nur *Menschenaffen* ihre Greif-Hände ständig im eigenen Gesichtsfeld haben, können nur

---

<sup>1</sup>) Erich von Holst / Horst Mittelstaedt : „Das Reafferenz-Prinzip“ ([344])

<sup>2</sup>) Donald Campbell : „Pattern matching as an essential in distal knowing“ ([91])

<sup>3</sup>) kursiv von mir

<sup>4</sup>) Bindestrich-Schreibweise & Unterstreichung von mir.

<sup>5</sup>) kursiv von mir

sie die *Wechselwirkung* zwischen „begriffenem“ *Gegenstand* und „begreifender“ *Hand* direkt beobachten. Die „Ding-Haftigkeit“ des eigenen Körpers wurde wahrscheinlich im Erkunden von Körperteilen artgleicher Spielgefährten entdeckt, welche die Menschenaffen im Sozialen Spiel mit Artgenossen zusammen mit ihren eigenen Körperteilen zu sehen bekamen.

Mit der schlichten Einsicht, dass der *eigene Körper* oder die *eigene Hand* genauso ein „Ding“ in der *Außenwelt* sei und genauso konstante kennzeichnende Eigenschaften habe, wie jedes andere Umwelt-Ding auch, entsteht zwangsläufig ein neues & tieferes *Verständnis* in die *Wechselwirkung* zwischen *Organismus* und Dingen der *Umgebung*. So wurde der Vorgang des „Greifens“ zum „Begreifen“ und das Wissen über die Eigenschaften des „ergriffenen“ Dinges zum „Begriff“. Zusammen mit dem *Probe-Handeln im Vorstellungs-Raum* bildet dies *Ursprung & Grundlage der Selbst-Reflexion*.

*Exploratorisches Spielen & Neugier-Verhalten* sind die *vierte Stufe des Lernens*.

#### **5.3.4.7 Nachahmung & Tradition**

Eine weitere Stufe der Höherentwicklung im Laufe der Evolution ist die *Nachahmung* als Grundlage der *Tradition*. Schon bei Vögeln & niederen Säugern wird manchmal die Kenntnis eines bestimmten Objekts traditionell weitergegeben, bei Affen sogar Motorische Fähigkeiten („Techniken“). In all diesen Fällen ist die Möglichkeit der Weitergabe von Wissen aber von der Verfügbarkeit des Objekts abhängig, auf das sich dieses Wissen bezieht. Erst das Begriffliche Denken und die Wort-Sprache des Menschen machen durch Bildung freier Symbole die Weitergabe traditionellen Wissens von der Präsenz dieser Objekte unabhängig.

*Nachahmung & Tradition* sind die *fünfte Stufe des Lernens*.

#### **5.3.4.8 Mensch-Werdung**

Das Größerwerden der Gehirn-Hemisphären setzte bei unseren Vorfahren genau zu dem Zeitpunkt ein, in dem die *Emergenz bzw Fulguration* von *Begrifflichem Denkens & Wortsprache* „erworbene Eigenschaften“ (im ursprünglich Juristischen Sinne) *vererbbar* machte. (Konrad Lorenz n. Jacques Monod, [468], S. 233)

„Die *Mensch-Werdung* ist die *Fulguration* der *kumulierbaren Tradition* und das *Menschliche Großhirn* ist ihr *Organ*.“ (Lorenz, [468], S. 233)<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) kuriv & Unterstreichung von mir

#### 5.3.4.9 Das Kognitive System der Kultur

Zum angeborenen Psychobiologischen Kognitiven System bzw. Weltbild-Apparat kommt ein geistiger kultureller Überbau hinzu, der uns – ähnlich wie die Strukturen der angeborenen Kognitiven Mechanismen – Arbeits-Hypothesen an die Hand gibt, die richtungsbestimmend für unseren weiteren individuellen Wissens-Erwerb werden.<sup>1</sup>

Dieses Wissen ist teilweise in den gleichen Biologischen Wissens-Speichern gespeichert, wie bei anderen Lebewesen auch, aber ein Großteil dieses Kulturellen Wissens ist auf künstlichen Wissens-Speichern ( Schrift, Papier, Bilder, Informations-technische Medien ) gespeichert und wird auf diesen überliefert.

„Die gewaltige Menge an Information, die im kulturbedingten Weltbild-Apparat eines modernen Menschen steckt, ist ihrem Träger nur zum kleinen Teil bewußt. Sie ist ihm zur »zweiten Natur« geworden, und er hält sie mit einer ähnlichen Naivität für wirklich & richtig, wie ein Naiver Realist die Meldungen seiner Augenblicks-Information liefernden Wahrnehmungs-Organen für die außersubjektive Realität hält.“

( Lorenz, [468], S. 233 )

Dies ist die *höchste Stufe des Lernens*, welche auch das Streben nach neuer *Wissenschaftlicher Erkenntnis* mit einschließt.

#### 5.3.5 Ebenen des Informations-Erwerbs

Damit ergeben sich im Bereich des Lebendigen die folgenden Ebenen des *Informations-, Wissens- bzw Erkenntnis-Erwerbs* :<sup>2</sup>

- Informations-Ansammlung im *Genom* im Laufe der *Evolution*
- Informations-Ansammlung im *Gehirn* durch *Individuelles Lernen*
- Informations-Ansammlung durch *Weitergabe von Wissen* mittels *Abstrakter Begriffe & Symbolischer Sprache* innerhalb *Menschlicher Gemeinschaften* ( *Kulturelles Lernen* )

---

<sup>1</sup>) Konrad Lorenz : „Die Rückseite des Spiegels“ ( [468] ), S. 232

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 28 – 29  
Konrad Lorenz : „Die Rückseite des Spiegels“ ( [468] ), pp 215 – 221

### 5.3.6 Die Passung von Kognitiven Strukturen & Realitäts-Strukturen

Das Ergebnis dieses *Anpassungs-Prozesses* der *Kognitiven Systeme* des *Lebendigen* im Laufe der *Evolution* lässt sich nach *Gerhard Vollmer* durch folgende Beispiele illustrieren : <sup>1</sup>

- Die Übereinstimmung des Bereichs der Optischen Transparenz der Erdatmosphäre und der Spektral-Empfindlichkeit des Auges.
- Die Empfindlichkeits-Schwellen zur Unterdrückung von Störungen bei Hören & Sehen sind so bemessen, dass Brown'sche Molekular-Bewegung & Quanten-Mechanische Effekte keine Störungen verursachen.
- Die Anpassung des zeitlichen Auflösungsvermögens der Wahrnehmung in Abhängigkeit von der Eigenbewegungs-Geschwindigkeit bei Tieren ( 200 Ereignisse/Sec bei Bienen ↔ 4 Ereignisse/Sec bei Schnecken )
- Im Allgemeinen passen die *Sinnes-Organ*e auf die *Signale* aus der *Umwelt* wie ein *Werkzeug* zum *Werkstück* !

Insbesondere gilt dies für die

### 5.3.7 Räumliche Struktur des Lebensraums & Kognitive Passung

Der *Ozean* als *in allen Raum-Richtungen homogenes Medium* ist ein Beispiel eines strukturarmen Lebensraumes. Ein Beispiel für die entsprechende Passung des Kognitiven Systems bzw. Wahrnehmungs-Apparats sind Lungen-Quallen ( *Rhizostoma pulmo* ) als Tiere ohne Fähigkeit zu *räumlich gesteuerten Reaktionen*.

Ein Beispiel für einen *2-dimensionalen homogenen Lebensraum* ist die *Offene Steppe*. Und tatsächlich sind Rebhühner & Oryx-Antilopen Beispiele für Tiere ohne Fähigkeit *weiträumige* Hindernisse wie Wände & Zäune zur erkennen.

Das *Geäst der Bäume* ist ein Beispiel für einen *Lebensraum mit höchster Räumlicher Struktur*. Und Greifhand-kletternde Affen sind auch Beispiele für Tiere mit höchstentwickelter *Raum-Einsicht* !

Der *Mensch* verdankt seine vergleichsweise gute *Raum-Wahrnehmung* seinen Baum-bewohnenden, Greifhand-kletternden Vorfahren, die auf eine gute *zentrale Raum-Repräsentation* ihrer *drei-dimensional strukturierten Umwelt* angewiesen waren ! <sup>2</sup>

Somit lautet nach *Gerhard Vollmer* die

---

<sup>1</sup>) Gerhard Vollmer : „Evolutionäre Erkenntnistheorie“ ( [782] ) pp 101 – 101

<sup>2</sup>) Konrad Lorenz : „Die Rückseite des Spiegels“ ( [468] ) pp 170 – 173  
Gerhard Vollmer : „Evolutionäre Erkenntnistheorie“ ( [782] ) pp 101 – 102

### 5.3.8 Hauptthese der Evolutionären Erkenntnistheorie

„Unser *Erkenntnis-Apparat* ist ein *Ergebnis der Evolution*. Die *Subjektiven Erkenntnis-Strukturen* passen auf die *Welt*, weil sie sich im *Laufe der Evolution* in *Anpassung* an eben diese reale Welt *herausgebildet* haben. Sie stimmen mit den *realen Strukturen* (teilweise) überein, weil nur eine solche *Übereinstimmung* das *Überleben* ermöglichte.“ (Vollmer, [782], S. 102)

„Der »Passungs-Charakter« bezieht sich nicht nur auf die *Physischen* sondern auch auf die *Logischen Strukturen* der Welt ( falls solche existieren ).“  
( Vollmer, [782], S. 103 )<sup>1</sup>

### 5.3.9 Der Erkenntnis-Prozess

Auf der Grundlage der Evolutionären Erkenntnistheorie sowie der diese tragenden Kognitionswissenschaften lässt sich der *Erkenntnis-Prozess* damit wie folgt beschreiben :

*Wissen* wird aus den durch die *Sinnes-Organen* wahrgenommenen *Sinnes-Empfindungen* mittels eines aktiven Informationsverarbeitungs-Prozesses konstruiert !

Dieser Prozess ist :

- perspektiv ( Beobachter-Standpunkt- & Zustands-abhängig )
- selektiv ( physisch, physiologisch, psychisch )
- konstruktiv

Dieser Prozess ist ein von der Ebene der *Sinnes-Wahrnehmung* bis hin zur Ebene *Wissenschaftlicher Erkenntnis* durchgehender Prozess, der sich durch das nachfolgende Diagramm illustrieren lässt. So stehen etwa

- *Raum-Wahrnehmung* und *Denken als „Hantieren in einem Vorstellungs-Raum“* und
- *Gestalt-Wahrnehmung* und *Abstraktion & Begriffs-Bildung*

in einem *engen* Zusammenhang.

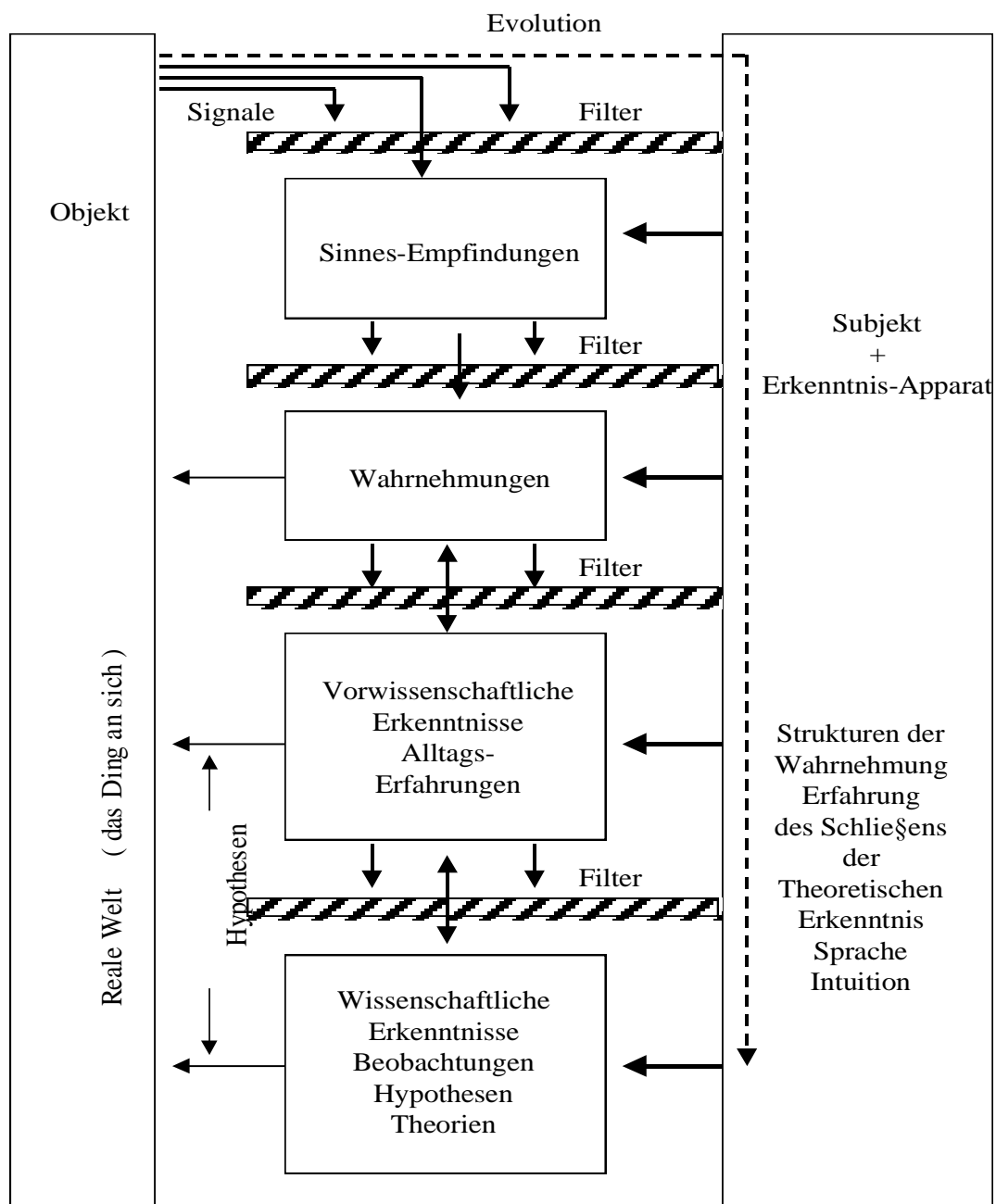
Beides bildet die ( biologische ) Grundlage für *Logisches Denken & Mathematik* !<sup>2</sup>

Diese Ausführungen über die *Evolution der menschlichen Erkenntnis-Fähigkeit* und die *Evolutionäre Erkenntnistheorie* basieren hauptsächlich auf den Arbeiten von *Konrad Lorenz* ( [468] ), *Gerhard Vollmer* ( [782] + [786] ) und *Rupert Riedl* ( [657] + [659] ).

---

<sup>1</sup>) kursiv & Unterstreichung in beiden Zitaten von mir.

<sup>2</sup>) Gerhard Vollmer : „Evolutionäre Erkenntnistheorie“ ( [782] ), pp 40 – 45 + Abb. 9, S. 120



Erkenntnistheoretisches Schema nach der Evolutionären Erkenntnistheorie

## 5.4 Genetische Erkenntnistheorie

### 5.4.1 Einleitung

Neben der von *Konrad Lorenz* begründeten *Evolutionären Erkenntnistheorie* (Kap. 5.3) und der von *Karl Popper* begründeten *Evolutionären Wissenschaftstheorie* ist die von *Jean Piaget* formulierte *Genetische Erkenntnistheorie*<sup>1</sup> ([599], [601], [602]) der dritte Ansatz zu einer *Biologischen Erkenntnistheorie*. Jean Piaget ist wie Konrad Lorenz & Rupert Riedl von Hause aus Biologie, der aber ein genauso großes Interesse an Erkenntnistheoretischen Fragen hat. Um diese beiden Interessen in einer Tätigkeit zu vereinigen, wählte er die kognitive Entwicklung des Kindes zu seinem Forschungsgebiet ([601], S. 91). Jean Piaget hat seine Genetische Erkenntnistheorie in den beiden Büchern *Einführung in die genetische Erkenntnistheorie* (1970, [601]) und *Biologie und Erkenntnis* (1967, [602]) zusammenfassend dargestellt, die in diesem Kapitel als Komplement zur Evolutionären Erkenntnistheorie kurz vorgestellt werden soll.

Dieser Vorstellung möchte ich aber zwei Bemerkungen voranstellen, mit denen Jean Piaget das letzte Kapitel seines Buches *Biologie und Erkenntnis* ([602]) beginnt. Danach mag „der Leser ... den Eindruck gewonnen haben, wir hätten die Gegensätze, z.B. die zwischen den synchronischen Gleichgewichts- oder allgemeinen Strukturierungs-Prozessen und den diachronischen Prozessen der geschichtlichen Entwicklung oder vor allem die zwischen den endogenen Faktoren, die wir stellenweise fast ausschließlich betonen, und den exogenen Faktoren, denen mehrere Abschnitte einen manchen sicher übertrieben erscheinenden Platz einräumen, im Laufe unserer Ausführungen überspitzt dargestellt.“ (Piaget, [602], S. 355)

Es „muss jedoch ganz klar gesagt werden, ... dass auf allen Stufen ... sowohl exogene Faktoren ... als auch endogene Faktoren ... wirksam sind. Es hieße daher, den Geist dieser Abhandlung gründlich missverstehen, wollte man darin den Glauben an das Primat einer dieser beiden Faktoren-Gruppen suchen; denn der Grundgedanke ist immer derjenige der gegenseitigen Beeinflussung, der Interaktion<sup>2</sup>.“ (Piaget, [602], S. 356)

Jean Piaget wendet sich „an zwei Leser-Gruppen. Die *Psychologen* betonen im Allgemeinen nachdrücklich die *Lern-Faktoren* und die *Umwelt-Einflüsse*, ohne zu berücksichtigen, was die moderne *Biologie* zum Verständnis der Kognitiven Funktionen beizutragen hat, und ohne den Widerspruch zwischen biologischen Mutationismus & epistemologischem Lamarckismus (oder uneingeschränktem Empirismus) zu sehen: im Hinblick auf sie wären daher die endogenen Faktoren hervorzuheben, besonders im Zusammenhang mit der fortschreitenden Äquilibration (Selbst-Regulation des Fließ-Gleichgewichts) und den weitgehend von ihr abhängigen Logisch-Mathematischen Strukturen.

Umgekehrt vernachlässigen die *Biologen* gewöhnlich die *Epistemologie* und das *Denken*. Das menschliche Gehirn behandeln sie gern ebenso wie die *Pferdehufe* & *Fischflossen* als ein Produkt der Selektion: ihnen wäre folglich vor Augen zu führen, dass die Übereinstimmung zwischen Mathematik & physikalischer Wirklichkeit nicht so leicht zu verstehen ist und vielleicht eine Überarbeitung unserer Modelle der

---

<sup>1</sup>) Genetisch im Sinne von „Genese“ (also Phylogenese, Ontogenese & Psychogenese) und nicht von „Genetik“

<sup>2</sup>) Unterstreichung von mir



Interaktion zwischen der Umwelt und der Lebenden Organisation erforderlich macht.“<sup>1</sup>  
( Piaget, [602], S. 357 )

Aus diesen beiden Bemerkungen leite ich die Berechtigung ab, Jean Piaget's Ausführungen so zu interpretieren, dass nicht die Gegensätze zur Evolutionären Erkenntnistheorie sondern die Gemeinsamkeiten mit ihr betont werden, zumal der hier indirekt zitierte *Konrad Lorenz* die gleiche Intention verfolgt haben dürfte, indem er in seinem Bemühen, die *Kluft zwischen Natur- & Geisteswissenschaften niederzureißen* und den *Idealismus als Forschungs-Hemmnis* zu überwinden, ebenfalls bewusst überspitzt formuliert hat. ( vergl. Lorenz, [468], pp 9 – 32 ) Der indirekt zitierte Artikel *Kants Lehre vom Apriorischen im Lichte gegenwärtiger Biologie* ( [464] ) erschien schließlich erstmals in den *Blättern für Deutsche Philosophie*.

#### 5.4.2 Perspektive der Genetischen Erkenntnistheorie<sup>2</sup>

„Die *Genetische Erkenntnistheorie* versucht, *Erkennen*, insbesondere *Wissenschaftliches Erkennen*, durch seine *Geschichte*, seine *Soziogenese* und vor allem die *psychologischen Ursprünge* der *Begriffe & Operationen*, auf denen es beruht, zu erklären. Diese Begriffe & Operationen stammen zum großen Teil aus dem Alltags-Bewusstsein, sodass ihre Ursprünge ihre Bedeutung für das und im Erkennen auf einer höheren Stufe erhellen können. Wo immer möglich, zieht die Genetische Erkenntnistheorie auch *Formalisierungen* in Betracht – insbesondere logische Formalisierungen, die sich auf *äquilibrierte Denkstrukturen* ( Selbstregulierende Denkstrukturen im Fließgleichgewicht ) und in bestimmten Fällen auf *Transformationen* von der einen zur nächsten Stufe in der *Entwicklung des Denkens* beziehen.“  
( Piaget, [601], S. 7 )

Dabei ist „*Wissenschaftliches Erkennen* ... in *ständiger Evolution* begriffen ; es ändert sich von Tag zu Tag. ... Der gegenwärtige Stand der Erkenntnis ist gewissermaßen eine Moment-Aufnahme in der Geschichte ... . ... Wissenschaftliches Denken ist nicht eine Sache eines Augenblicks, ... es ist ein *Prozess kontinuierlicher Konstruktion & Reorganisation*. ... Und diese Tatsache scheint mir darauf hinzudeuten, dass die historischen & psychologischen Faktoren in diesen Veränderungen für den Versuch, die Natur Wissenschaftlicher Erkenntnis zu verstehen, von Bedeutung sind.“  
( Piaget, [601], S. 8 + 10 )

„Das fruchtbarste und sich am ehesten anbietende Feld der Untersuchung wäre natürlich die *Rekonstruktion der menschlichen Geschichte* – der *Geschichte des menschlichen Denkens vom vorgeschichtlichen Menschen*. Doch leider wissen wir über ( deren ) Psychologie ... nicht sehr viel. Da uns diese Dimension der Biogenese nicht zugänglich ist, werden wir uns wie die Biologen der *Ontogenese* zuwenden müssen.“  
( Piaget, [601], S. 21 )

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir

<sup>2</sup>) in allen Zitaten kursiv von mir

### 5.4.3 Ausgangsthese

Ausgangspunkt der Genetischen Erkenntnistheorie ist die *Analogie der Beziehungen* zwischen *Organismus & Umwelt* in der *Biologie* und zwischen *Subjekt & Objekt* in der *Erkenntnistheorie* (Piaget, [602], pp 100 – 103) und damit zwischen der *Organischen Embryonal-Entwicklung* (Ontogenese) und der „*Embryologie des Geistes*“ (Entwicklung der Intelligenz) (Piaget, [602], S. 14). Diese Beziehungen lassen sich wie folgt in korrespondierende Problem-Kreise klassifizieren :

Biologie	Erkenntnistheorie
<i>Beziehungen zwischen Organismus &amp; Umwelt im Bereich der Formbildung der Phyletischen Strukturen</i> (Genom, Erbliche Anpassung, Evolutions-Mechanismen)	<i>Beziehungen zwischen Subjekt &amp; Objekt bei möglicherweise zum Teil angeborenen Erkenntnissen</i>
<i>Beziehungen zwischen Organismus &amp; Umwelt im Bereich der Ontogenetischen Entwicklung &amp; Phänotypischen Variation</i>	<i>Beziehungen zwischen Subjekt &amp; Objekt bei Individuellem Lernen &amp; aus Erfahrung gewonnenen Erkenntnissen</i>
<i>Beziehungen zwischen innerer Organisation &amp; Beiträgen von Außen durch Regulationen auf allen Ebenen</i>	<i>Beziehungen zwischen Subjekt &amp; Objekt bei Regulation &amp; Äquilibration von Erkenntnissen, vor allem beim Aufbau Operatorischer Logisch-Math. Strukturen</i>

( Piaget, [602], pp 53 – 54 )

Zur Lösung dieser Problem-Kreise gibt es wiederum drei zwischen Biologie & Erkenntnistheorie korrespondierende Alternativen :

Biologie	Erkenntnistheorie
Die Umwelt formt den Organismus bis in die Erbanlagen hinein. ( Lamarckismus )	Das Objekt prägt sich dem Subjekt auf bzw bildet sich in ihm ab. ( Empirismus )
Der Organismus hat von der Umwelt unabhängige Erbstrukturen, nicht auf die Umwelt passende werden von der Umwelt eliminiert, auf die Umwelt passende werden unterstützt. ( Klassischer Mutationismus )	Das Subjekt prägt dem Objekt seine vor jeder Erfahrung gegebenen Strukturen auf. ( Kant'sche Apriori & deren biologische Interpretation von Konrad Lorenz <sup>1</sup> )
Es gibt eine ständige Wechselwirkung zwischen Umwelt & Organismus, beide Faktoren sind nicht voneinander zu trennen.	Es gibt eine ständige Wechselwirkung zwischen Subjekt & Objekt, beide sind in Kognition & Aktion untrennbar miteinander verbunden.

( Piaget, [602], pp 100 + 102 – 103 )

---

<sup>1</sup>) Konrad Lorenz formulierte seine Leitgedanken zu einer Evolutionären Erkenntnislehre erstmals 1941 ( [464] ); Einen ersten Ansatz zur Synthetischen Evolutionstheorie veröffentlichte Ernst Mayr erstmals 1942 ( [495] ); Jean Piagets „Biologie et connaissance“ ist von 1967 ( [602] ) und Konrad Lorenz' „Die Rückseite des Spiegels“ ist von 1973 ( [468] )

Die Genetische Erkenntnistheorie vertritt die dritte Alternative. Deshalb ist ein weiterer Ausgangspunkt der Genetischen Erkenntnistheorie die Auffassung, dass „*Leben ... im Wesentlichen Selbst-Regelung*“ sei (Piaget, [602], S. 27).

#### 5.4.4 Leben als Biokybernetisches System <sup>1</sup>

Nach Jean Piaget ist die *Selbst-Regulation des Fließgleichgewichts* (*Äquilibration*) zur Generations-übergreifenden Gewährleistung der Funktion und Koordination der Genom- & Umwelt-Einflüsse neben der Erbliehen Programmierung zur Detail-Regelung des Struktur-Aufbaus und den Umwelt-Einflüssen, die in der Ontogenese mit den Erb-Programmen in Interaktion treten und so auf die Regulationen des Genoms reagieren, ein *eigenständiger Faktor* der Organischen Entwicklung. <sup>2</sup>

Diese *Äquilibrations-* bzw. *Selbst-Regulations-Prozesse* sind nach Jean Piaget „weder im eigentlichen Sinne erblich ... (da sie sich *motu proprio* nach den Verhältnissen richten) noch von außen erworben ... (da es sich um interne Regulation handelt). ... Dagegen vertrete ein großer Physiologe eine ganz andere Meinung, indem er die Regulationen oder die Äquilibration als unmittelbaren Ausdruck der beteiligten kausalen Interaktionen aufweise, deren Elemente alle entweder vom Genom her präterminiert oder unter dem Einfluss der Umwelt erworben seien. Für sein eigenes Gebiet habe der Physiologe sicher recht; denn gerade für die Homöostatischen Regulationen ist nicht unbedingt ein Steuer-Organ <sup>3</sup> erforderlich ... . Aber auch der Embryologe und sogar ... (Jean Piaget), der Psychologe, haben recht; der Embryologe, weil er an die epigenetische Entwicklung denke, die keine einfache Mischung aus angeborenen & erworbenen Elementen ist, sondern eine ihr Gleichgewicht suchende Organisation, und ... (Jean Piaget), weil (er) an die Kognitiven Funktionen denke, deren eigentliche Bedeutung gerade darin liegt, bei den Austausch-Prozessen auf der Ebene des Verhaltens als Selbst-Regelungs- oder Äquilibrations-Organ zu dienen.“ (Piaget, [602], S. 37) Hinzufügen könne man noch den Standpunkt des (Bio-)Kybernetikers, nachdem auch die Funktion der jedwedes Organische Funktionieren regelnden Kybernetischen Systeme in den im Genom gespeicherten Genetischen Informationen beschrieben ist, sodass auch letztendlich diese Kybernetischen Systeme erblich sind.

Nach Jean Piaget ist jeder phylogenetische, ontogenetische & psychogenetische Anpassungs-Prozess (Adaptations-Prozess) sowie jede Verhaltens-Adaptation ein Regelungs-Prozess im Sinne der *Kybernetik*, welchen er durch Verallgemeinerungen der beiden biologischen Begriffe *Assimilation* & *Akkommodation* sehr allgemein definiert. *Assimilation* ist demnach die Integration externer Objekte in die Kreislauf-Prozesse der (System-) Organisation des Organismus, wobei diese Objekte von den materiellen Stoffen der Atmung & Nahrung über (Wahrnehmungs-) Informationen über externe Objekte des Handelns & Manipulierens bis hin zu den abstrakten Objekten der Mathematik & Logik reichen können. Und *Akkommodation* ist dann die Modifikation der Assimilations-Kreisläufe als Reaktion auf Umwelt-Veränderungen zur Aufrechterhaltung der Fließgleichgewichte innerhalb des Organismus bzw. zwischen

---

<sup>1</sup>) vergl. Kap. 5.1.1 – „Was ist Leben?“ (S. 67)

<sup>2</sup>) Jean Piaget: „Biologie und Erkenntnis“ ([602]), pp 37 + 113 – 117

<sup>3</sup>) Kybernetisch korrekt müsste es „Regelungs-Organ“ heißen.

Organismus & Umwelt und zwar auf allen Ebenen der biologischen & kognitiven Regulation. Schließlich wird der *Anpassungs-Prozess* (*Adaptations-Prozess*) als *Zusammenspiel* von *Assimilation* und *Akkommodation* zur Wiederherstellung der Fließgleichgewichte als Reaktion auf Umwelt-Veränderungen definiert. Und diese Anpassungs-Prozesse wirken von der Ebene des Genoms über die Epigenese & Ontogenese bis hin zu Kognition & Verhalten. Ja sogar bis zur Konstruktion von Mathematisch-Logischen Strukturen.<sup>1</sup>

#### 5.4.5 Kognitive Prozesse & Selbst-Regulation

Aus biokybernetischer Sicht kann man zwei Arten der Selbst-Regulation unterscheiden. Nämlich die *Regulation des Aufbaus der Anatomischen & Histologischen Strukturen* im Laufe der *Ontogenese* (*Homöorhese / Strukturelle Regulation*) und die *Regulation zur Aufrechterhaltung der physiologischen & psycho-physiologischen Tätigkeit von Organen* (*Homöostase / Funktionelle Regulation*). Für die *Interne Regulation* des Organismus gibt es drei verschiedene Regulations-Systeme :

- Mehr oder weniger autonome *Homöostatische Systeme* als Systeme von Rückkopplungen kausaler Interaktionen, welche sich in Zyklen wechselseitiger Kompensation selbst erhalten ( z. B. Regulation von Blut-Bestandteilen & pH-Wert ).
- Das *Endokrine System* als einziges Organ zur sowohl Strukturellen wie auch Funktionalen Regulation von Aufbau & Betrieb des Körpers.
- Das *Nervensystem* als ein auf Funktionelle Steuerung<sup>2</sup> spezialisiertes Organ, das zusammen mit dem Endokrinen System die gesamten Körper-Funktionen reguliert.

Bezüglich der *Regulation des Austausches mit der Umwelt* (*Externe Regulation*) nimmt der Organismus in keinem Bereich die Umwelt-Einflüsse passiv & unverändert hin, sondern zeigt sich ihnen gegenüber äußerst aktiv. Dies reicht von der physiko-chemischen Ebene über die physiologische & neurologische Ebene bis hin zum Verhaltens. Dabei dehnt das *Nervensystem* mit Hilfe von weiteren entsprechend spezialisierten Organen wie Sinnes-Organen, Motorischen Effektoren, das Lernen ermöglichenden Neuronalen Systemen, usw. sein Betätigungsfeld auch auf die *Regelung* des gesamten *materiellen, energetischen & informationellen* Austauschs mit der *Umwelt* aus. Allgemein ist das *System der Kognitiven Funktionen* das Spezial-Organ zur *Selbst-Regulation* der *Austausch-Prozesse im Verhalten*. Diese Kognitive Selbst-Regulation macht sich dabei die allgemeinen Systeme der organischen Auto-Regulation zu Nutze, die auf allen genetischen, morphogenetischen, physiologischen & nervösen Stufen zu finden sind, und adaptiert sie ohne weiteres an die neuen Verhältnisse ( neu in Bezug auf die vorangegangenen Stufen, jedoch in der ganzen Tier-Reihe anzutreffen ), die durch die Austausch-Prozesse mit der Umwelt, die im Verhalten stattfinden, geschaffen werden. Dabei finden sich die wichtigsten *funktionellen Invarianten*, welche die Selbst-Regulation auf allen Ebenen kennzeichnen,

---

<sup>1</sup>) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ( [602] ), pp 174 – 188

<sup>2</sup>) Kybernetisch korrekt müsste es „Funktionelle Regelung“ heißen.

selbst noch in den am weitesten in Richtung des *Wissenschaftlichen Denkens* fortgeschrittenen Formen *menschlichen Erkennens*.<sup>1</sup>

#### 5.4.6 Sequentielle Stadien der Kognitiven Entwicklung des Kindes

Ein weiterer zentraler Begriff aus *Jean Piagets Theorie der geistigen Entwicklung*<sup>2</sup> ist der Begriff der *Operation* bzw des *Operators*<sup>3</sup>. Eine *Operation* (ein *Operator*) ist eine *Handlung*, die ebenso im *Denken* wie auch in der *äußeren Wirklichkeit* durchgeführt, d. h. *verinnerlicht* (*interiorisiert*) werden kann.

Ausgehend von diesem Operations-Begriff unterscheidet Jean Piaget zwei Formen der Erkenntnis, nämlich :

- *Objekt-Erkenntnis*, die aus *Informationen aus dem Objekt selbst* entstammt, und
- *Erkenntnis*, die aus *Informationen aus „Handlungen mit Objekten“* gewonnen wird.

Diesen Unterschied illustriert Jean Piaget anhand eines Beispiels, dass er „an vielen Kindern sehr gründlich studiert“ hat, und auf dass er „von einem befreundeten Mathematiker gebracht worden (ist), der es als Ausgangspunkt seines Interesses an Mathematik anführte. Als kleines Kind hatte er einmal Kieselsteine gezählt ; er hatte sie in eine Zeile gelegt, von links nach rechts gezählt und war auf zehn gekommen. Nur so zum Spaß zählte er sie anschließend von rechts nach links, um zu sehen, welche Zahl er jetzt erhalten würde, und war erstaunt, als er wieder auf zehn kam. Er legte die Kiesel dann in einen Kreis, zählte sie, und wieder waren es zehn. Zählte den Kreis in der anderen Richtung durch, und zählte auch auf diese Weise zehn. Und wie auch immer er die Kiesel anordnete, wenn er sie zählte, jedes Mal kam er bis zur Zahl zehn. Er entdeckte, was in der Mathematik Kommutativität (Vertauschbarkeit) genannt wird : die Summe ist unabhängig von der Ordnung der Elemente. Aber wie entdeckte er dies ? Ist die Kommutativität eine Eigenschaft der Kieselsteine ? Die Kieselsteine ließen es zu, sie in verschiedenen Weisen anzuordnen ; mit Wassertropfen hätte er dies nicht genauso tun können. In diesem Sinne war also zweifellos ein sinnlicher Aspekt in seiner Erkenntnis enthalten. Aber die Ordnung war nicht in den Kieselsteinen begründet ; sie wurde von ihm hergestellt, er, das Subjekt, legte die Kiesel in eine Zeile und dann in einen Kreis. Darüber hinaus steckte die Summe nicht in den Kieselsteinen selbst ; er, das Subjekt, vereinigte sie. Die Erkenntnis ... hatte ihren Ursprung nicht in den sinnlich wahrnehmbaren Eigenschaften der Kieselsteine, sondern in den Handlungen, die er mit ihnen ausführte.“  
( Piaget, [601], pp 24 – 25 )

Beide Erkenntnisformen sind untrennbar miteinander verbunden, da sich jedes Verhalten auf *Objekte* bezieht, selbst das *Allgemeinste Organische Funktionieren* und die *Reine Mathematik*.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup>) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ( [602] ), pp 30 – 36

<sup>2</sup>) Jean Piaget : „Meine Theorie der geistigen Entwicklung“ ( [608] )  
Ginsburg / Opper : „Piagets Theorie der geistigen Entwicklung“ ( [274] )

<sup>3</sup>) Durch die Wahl der Begriffe „Operation“ bzw. „Operator“ lehnt sich Jean Piaget bewusst an die entsprechenden mathematischen Begriffe an.

<sup>4</sup>) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ( [602] ), pp 341 – 344

Diese Definitionen bzw Unterscheidungen vorausgeschickt, unterscheidet Jean Piaget die folgenden Stadien der Kognitiven Entwicklung des Kindes :<sup>1</sup>

- die Senso-Motorische Periode ( 5.4.6.1 )
- die Prä-Operatorische Periode<sup>2</sup> ( 5.4.6.2 )
- die Konkret-Operatorische Periode ( 5.4.6.3 )
- die Formal-Operatorische Periode ( 5.4.6.4 )

#### 5.4.6.1 Die Senso-Motorische Periode

Die *Senso-Motorische Periode* erstreckt sich von der Geburt bis zum Alter von 1 ½ – 2 Jahren und reicht von der auf Wahrnehmungen & Bewegungen gestützten Bildung & Koordination Senso-Motorischer Verhaltens-Pläne bzw -Schemata bis hin zu Akten praktischer Intelligenz durch unmittelbare Einsicht. Sie bildet die *Vorsprachliche Stufe der Intelligenz* und „erstrebt Erfolge und will nicht Wahrheiten aussprechen, aber es gelingt ihr doch schon, eine Gesamtheit von Aktions-Problemen ( entfernte, verborgene usw. Gegenstände erreichen ) zu lösen, indem sie ein *komplexes System von Assimilations-Schemata* konstruiert, um die *Wirklichkeit* gemäß einem *System von raum-zeitlichen & kausalen Strukturen* zu organisieren.“ ( Piaget, [607], S. 11 / Engels, [185], S. 250 )

Diese *rein senso-motorischen Aktions-Schemata* sind nicht von Geburt an fertig vorhanden, sondern werden durch die *Tätigkeit des Organismus* erst in mehreren Stufen aufgebaut und bilden die praktischen Sub-Strukturen der späteren Begriffe, wie etwa das Schema des Permanenten Objekts, der Mathematischen Gruppe der Räumlichen Verschiebungen oder die Senso-Motorische Kausalität. „Während zu Beginn der sensomotorischen Periode das Universum für das Kind aus »fließenden Bildern ohne raumzeitliche Konsistenz & äußere oder physikalische Kausalität« besteht und ganz auf den eigenen Körper & das eigene Tun zentriert ist, ordnet sich das Kind am Ende »als ein Objekt unter anderen« ein, »in einem Universum, das aus permanenten Gegenständen besteht, in raumzeitlicher Weise strukturiert und Sitz einer in den Dingen zugleich verräumlichten & objektivierten Kausalität ist.«“ ( Piaget, [607], »..«, S. 27 + 18 / Engels, [185], „..“, S. 250 )

#### 5.4.6.2 Die Prä-Operatorische Periode

Die *Prä-Operatorische Periode* erstreckt sich vom Ende der Senso-Motorischen Periode bis zum Alter von 7 – 8 Jahren und ist durch die Herausbildung einer *Semiotischen Funktion*<sup>1</sup> gekennzeichnet. Diese Semiotische Funktion ist ein Komplex von Verhaltensweisen, der „den vorstellungsmäßigen Hinweis auf einen nicht vorhandenen Gegenstand oder ein nicht stattfindendes Ereignis beinhaltet und der

---

<sup>1</sup>) In den folgenden Zitaten ist die Kursiv-Setzung immer von mir.

<sup>2</sup>) Die Terminologie in den Übersetzungen Piagets und in der Sekundär-Literatur ist nicht einheitlich. Statt „operatorisch“ ist auch von „operationell“ bzw. „operativ“ die Rede. ( [185], S. 436 )

folglich den Aufbau oder die Verwendung von differenzierten Zeichen voraussetzt“.  
( Piaget, [607], S. 46 ) Zu diesen Verhaltensweisen gehören :

- Aufgeschobene Nachahmungen ( imitation defférée )
- Symbolische Spiele ( jeu de fiction )
- Zeichnungen ( dessin )
- Innere Bilder ( image mental )
- Verbale Erwähnungen ( évocation verbale )

In dieser Periode löst sich das Denkens vom Tun, d. h. es gibt einen Übergang von den Aktionen ( Handlungen ) zu mentalen Operationen, wobei die *Sprache* als bereits *sozial ausgearbeitetes System kognitiver Werkzeuge* zum Einsatz kommt.<sup>2</sup> So ergibt sich ein Übergang von einer Welt der Sach- & Personen-Objekte zu einem „interindividuellen oder sozialen Universum“, in dem „ ... die kognitiven Konstruktionen und die kognitive Dezentrierung, die für die Ausbildung der Operationen notwendig sind, ( nicht mehr ) von affektiven & sozialen Konstruktionen und einer affektiven & sozialen Dezentrierung getrennt werden“ können ( Piaget, [607], S. 73 ).<sup>3</sup>

#### 5.4.6.3 Die Konkret-Operatorische Periode

Die *Konkret-Operatorische Periode* erstreckt sich vom Ende der Prä-Operatorischen Periode bis zum Alter von 11 – 12 Jahren und ist durch die Herausbildung von auf *konkrete Gegenstände* bezogenen *Operationen* gekennzeichnet. Diese „Konkreten Operationen“ werden so genannt, weil sie sich direkt auf *Objekte* oder *Klassen von Objekten*, ihre *Relationen* oder ihre *Zählung* beziehen und noch nicht auf *verbal formulierte Hypothesen über* diese Objekte, Klassen & Relationen.<sup>4</sup>

#### 5.4.6.4 Die Formal-Operatorische Periode

Die *Formal-Operatorische Periode* erstreckt sich vom Ende der Konkret-Operatorischen Periode bis zum Alter von 14 – 15 Jahren und ist durch die Differenzierung zwischen *Form & Inhalt* sowie die Herausbildung einer *Mathematischen Gruppen-Struktur formaler Operationen* gekennzeichnet. Sie ist der Anfang des *Logisch-Deduktiven* oder *Formalen Denkens*.<sup>5</sup>

„Während im Stadium der konkreten Operationen die beiden Formen der Reversibilität je einen Bereich beherrschen, »nämlich die Systeme der Klassen und der Relationen, ohne dass ein Gesamt-System aufgebaut wird, das es ermöglichen würde, deduktiv von

---

<sup>1</sup>) Semiotik ≡ Zeichentheorie

<sup>2</sup>) Jean Piaget / Bärbel Inhelder : „Die Psychologie des Kindes“ ( [607] ), pp 66 ff

<sup>3</sup>) Eve-Marie Engels : „Erkenntnis als Anpassung ?“ ( [185] ), pp 252 – 253

<sup>4</sup>) Eve-Marie Engels : „Erkenntnis als Anpassung ?“ ( [185] ), S. 254

<sup>5</sup>) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ( [602] ), pp 341 – 344  
Eve-Marie Engels : „Erkenntnis als Anpassung ?“ ( [185] ), pp 254 – 255

einem Gruppierungs-Ganzen (ensemble de groupements) zum anderen überzugehen und inverse & reziproke Transformationen zwischen ihnen zu schaffen«, werden nun Inversion & Reziprozität zu einem System zusammengefasst. Dadurch ergibt jede Operation *gleichzeitig*<sup>1</sup> die inverse einer anderen und die reziproke einer dritten.“ (Engels, [185], „..“, S. 254 f & Piaget, [607], »..«, S. 101 f)

#### 5.4.7 Das Werden des Denkens

Denken geht mithin „durch fortschreitende Verinnerlichung aus der Handlung“ hervor und die „intellektuellen Operationen (sind) Systeme von untereinander koordinierten Handlungen, die durch diese Koordination reversibel geworden sind“ (Piaget, [606], S. 256 / Engels, [185], S. 256)

Zum Vergleich sei hier auf die Ausführungen von *Konrad Lorenz* in *Die Rückseite des Spiegels*, Kap. VII ([468]) explizit hingewiesen, insbesondere auf folgende Formulierung: „Ich sehe nicht, was *Denken*<sup>2</sup> grundsätzlich anderes sein soll als ein solches probeweises und nur im Gehirn sich abspielendes Handeln im vorgestellten Raum. Zumindest behaupte ich, daß Vorgänge dieser Art auch in unseren höchsten Denk-Operationen mit enthalten sind und ihre Grundlage bilden. Jedenfalls gelingt es mir nicht, mir irgendeine Art des Denkens vorzustellen, die von diesen Grundlagen unabhängig wäre.“ (Lorenz, [468], S. 175)

#### 5.4.8 Psychologische & Mathematische Strukturen

##### 5.4.8.1 Die Logik der Verhaltens-Schemata

Bereits die Aktionen bzw Handlungen auf der Stufe der *Senso-Motorischen Intelligenz* sind *wiederholbar & generalisierbar*. Dieses Wiederholbare & Generalisierbare einer Aktion ist ein (*Verhaltens-*)*Plan* bzw. *Verhaltens-Schema* (schème). Diese Pläne sind Mittel zur Erreichung von Zielen. Die allgemeine *Koordination* von *Aktionen* bildet eine *Logik der Pläne*, die ihrerseits die *Grundlage* für die *Logisch-Mathematischen Strukturen* bildet.

*Pläne* können ihrerseits wieder *Unter-Pläne* enthalten, sodaß in Analogie zur *Mengen-Hierarchie* eine *Hierarchie der Pläne* entsteht. Diese Hierarchien bilden die Grundlage für die *Entstehung der Begriffe*. Weiterhin lassen sich diese Pläne zeitlich bzw. sequentiell hintereinander anordnen. Schließlich entsteht durch die Nachahmung fremder Handlungen und die Wiederholung von eigenen Handlungen (Selbst-Nachahmung) eine Stück-für-Stück-Korrespondenz<sup>3</sup> zwischen Plänen. Aus alledem folgt, dass die *Senso-Motorischen Handlungen* die *Grundlage* für die *Logisch-Mathematischen Strukturen & Operationen* der späteren *Entwicklungs-Stufen* bilden.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir

<sup>2</sup>) kursiv von mir

<sup>3</sup>) Jean Piaget's Analogon zu den Bijektive Abbildungen bzw. Funktionen der Mathematik

<sup>4</sup>) Jean Piaget : „Einführung in die genetische Erkenntnistheorie“ ([601]), pp 50 – 52



#### 5.4.8.2 Die Konstruktion der Verhaltens-Schemata

Bezüglich der *Konstruktion der Verhaltens-Schemata* im Laufe der Psychogenese ( Kap. 5.4.6: S. 96 ) zieht Jean Piaget den expliziten Vergleich zur *Mathematik*. Nach *Kurt Gödel* ( 1931, [278] ) lassen sich in jedem genügend reichhaltigen *Mathematisch-Logischen System* Aussagen bzw Sätze formulieren, die in diesem System weder bewiesen noch widerlegt werden können ( *Logische Antinomien* ). Dazu bedarf es der Mittel eines umfassenderen „stärkeren“ Systems, das aber seinerseits wiederum logisch unvollständig ist. Diese Mathematisch-Logischen Strukturen werden vermittels Reflektierender Abstraktion & Neukombination der durch diese Abstraktion gewonnenen Elemente konstruiert. Diese „Neukombination“ ist aber nicht nur eine *kombinatorische Neuordnung*, sondern eine ( *logisch-* ) *reflexive & synthetisierende Umgestaltung* der vorhandenen Elemente, die einerseits über die Ausgangs-Strukturen *hinausgeht* und andererseits diese Ausgangs-Strukturen in das neue System *integriert*.

Auf die gleiche Weise werden während der Kognitiven Entwicklung des Kindes die einzelnen Stufen der Psychogenese konstruiert, indem durch Assimilation & Akkommodation die Operationen bzw Operatoren einer Entwicklungs-Stufe als Transformationen der Realität von dieser Hierarchie-Stufe auf die nächst höhere transponiert werden, sodass schließlich auf der Stufe des Denkens dessen Neu-Organisation erfolgt.<sup>1</sup>

#### 5.4.9 Angeborene Erkenntnis & das Kant'sche Apriori

Es ist Jean Piaget's „grundlegende Überzeugung ... , dass die Erkenntnis aus einer Konstruktion im eigentlichen Sinne des Wortes hervorgeht und daher eine fortlaufende Produktion neuer Formen darstellt, die weder im Objekt noch im Subjekt vorgeformt sind“. ( Piaget, [603], S. 6 ) Das *Angeborene* stellt daher ein „Sprungbrett“ dar, keine „Stufe, deren Struktur die Strukturen aller folgenden Stadien festlegt“. ( Piaget, [604], S. 159 )

„ ... So lässt sich auf der *Ebene der Intelligenz* von einer für den Menschen *art-spezifischen Vererbung* sprechen, die ... »bei allen Rassen ein ganz bestimmtes Intelligenz-Niveau ( impliziert ), das jenes der Affen usw übersteigt.«“ ( Piaget, [605], »..«, S. 13 & Engels, [185], „..“, S. 262 ) Hiervon werden *erbliche Faktoren* abgegrenzt, „die der *organisierenden Tätigkeit unserer Vernunft* zugrunde liegen und ... »in einem ganz anderen Sinn hereditärer Art ( sind ). Es handelt sich bei dieser zweiten Art um eine *erbliche Veranlagung der Funktion* und nicht um eine *Übermittlung* einer bestimmten soundso gearteten ( anatomischen ) *Struktur*.« ( Piaget, [605], »..«, S. 13 ) Daher differenziert ( Jean Piaget ) auf der Ebene der über die Wahrnehmung ( Farbsehen, Raum-Wahrnehmung ) hinausgehenden Erkenntnis zwischen unveränderlichen Funktionen ( *fonctions invariantes* ), auch »funktionelle Invarianten« ( *invariants fonctionnels* ) genannt, und veränderlichen Strukturen ( *structures variables* ).“ ( Engels, [185], „..“, S. 262 )

---

<sup>1</sup>) Jean Piaget : „Einführung in die genetische Erkenntnistheorie“ ( [601] ), pp 23 – 26  
Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ( [602] ), pp 325 – 328

„Die(se) *allgemeinsten biologischen Funktionen*, »die allen von irgendwelchen Lebens-Erscheinungen hervorgebrachten Strukturierungen gemeinsam sind«, sind (*System-*) *Organisation & Anpassung* als Verquickung von *Assimilation & Akkommodation*. Dieser »invariante Kern« *adaptiver Funktionsweisen* (noyau fonctionnel, invariant) stellt das Bindeglied zwischen dem Organischen und der Intelligenz dar. »Die *Intelligenz* steht seit ihren ersten Anfängen dank der vererbten Anpassungs-Tätigkeiten des Organismus in einem Beziehungs-Netz, das Umwelt & Organismus umspannt.« ( Piaget, [605], »..«, S. 29 & Engels, [185], „..“, S. 263 )

„Dieser invariante Kern der Funktionsweisen verleiht »der Entwicklung der aufeinanderfolgenden Strukturen, die die Vernunft in der Auseinandersetzung mit der Wirklichkeit erarbeitet, eine Richtung« und macht »die Existenz der Strukturen von gewissen notwendigen und nicht weiter reduzierbaren Bedingungen abhängig ... .« ( Piaget, [605], »..«, S.13 & Engels, [185], „..“, S. 263 ) „Zwar ist die *Intelligenz* von Anfang an durch »*biologische Aprioris*« gebunden, doch erarbeitet sie sich Strukturen, die gegenüber ihrer organischen Grundlage von qualitativer Besonderheit sind. So stellt die *Möglichkeit der Reversibilität*, die auf der Ebenen des *Denkens* durch die *interne Repräsentation von Handlungs-Vollzügen* gegeben ist, eine qualitative Besonderheit gegenüber der *Irreversibilität der Handlungen selbst* dar, setzt die Erarbeitung dieser Handlungen & Handlungs-Schemata jedoch als Vorbedingen ihres Entstehens voraus. Die *Kategorien der Vernunft* sind also »in der *biologischen Funktionsweise vorgebildet*, wengleich sie auch keineswegs in ihr, sei es als *bewusste oder unbewusste Strukturen*, enthalten sind.« ( Engels, [185], „..“, S. 264 & Piaget, [605], »..«, S. 19 )<sup>1+2</sup>

Biologisch gibt es also keine *Angeborenen Ideen* im *strukturellen Sinn*. Die *Passung* der *Kategorien & Anschauungsformen* auf die *Umwelt* ist kein *Apriori* der *Erkenntnis* im Sinne von *Immanuel Kant*, sondern das *End-Ergebnis* eines *psychogenetischen Prozesses*, indem viele *Ausprägungen* dieser *Kategorien & Anschauungsformen* gemäß den einzelnen *Entwicklungs-Stufen* aufeinander folgen.<sup>3</sup> Diese Ausprägungen korrespondieren zu den *Ratiomorphen Hypothesen* von *Rupert Riedl* ( [657] + [659] ).

#### 5.4.10 Nachwort zur Theorie der Geistigen Entwicklung von Jean Piaget

Die hier aufgeführten Arbeiten von *Jean Piaget* gehen zum Teil bis in die Dreißiger Jahre des letzten Jahrhunderts zurück. Deshalb sollen sie durch folgendes Zitat von *Nora Newcombe & Janellen Huttenlocher* aus heutiger Sicht in Form eines Nachwortes relativiert werden ( kursiv von mir ) :

“In ( our ) book »Making Space : The Development of Spatial Representation & Reasoning« ( [557] ) we have discussed the *current state of research & theory* concerning *development in the spatial domain*. Having done so, we are in a position to reflect on what we have learned : not only about spatial development in particular, but also about cognitive development in general. Thinking about cognitive development

---

<sup>1</sup> ) in allen Zitaten kursiv & Unterstreichung von mir, kursiv-unterstrichen von Eve-Marie Engels

<sup>2</sup> ) Eve-Marie Engels : „Erkenntnis als Anpassung ?“ ( [185] ), pp 261 – 264

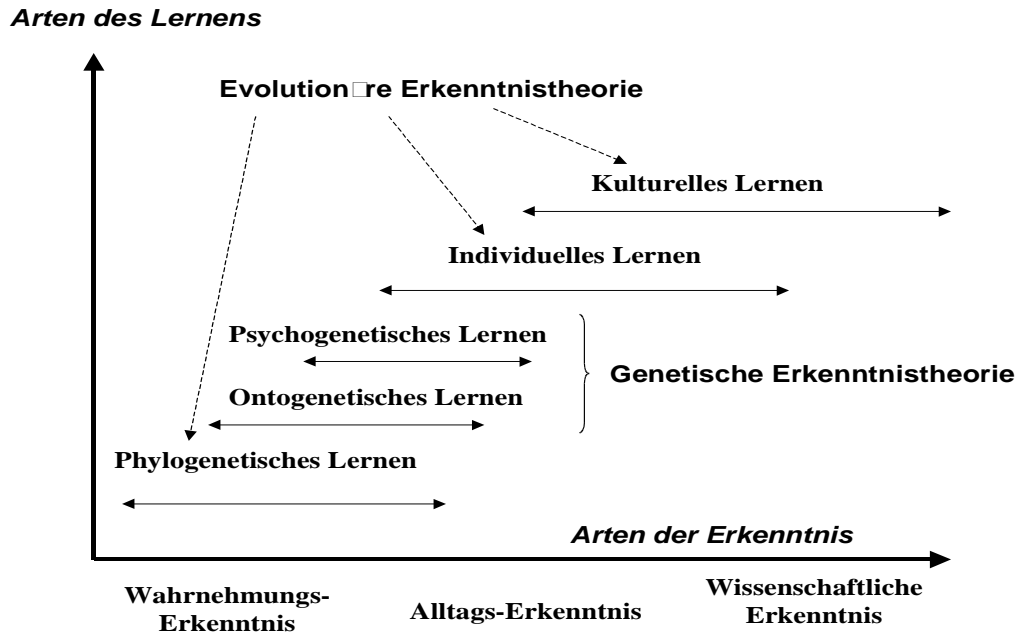
<sup>3</sup> ) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ( [602] ), S. 277

has gone through several phases. ( Jean ) Piaget's account of development dominated for some time, but research eventually led to doubts about the theory, especially about certain aspects of it. It is now generally agreed that ( Jean ) *Piaget underestimated the richness of the starting points available at birth to the developing child*, and that he advocated an *overly domain-general account of development with too heavy an emphasis on qualitatively distinct stages*. A period followed during which difficulties with these elements of ( Jean ) Piaget's thinking were taken to *undermine the general project of interactionism*. During this time, various forms of *nativism* became popular and even dominant accounts of cognitive development, although other approaches, such as *Vygotskian theories* ( [787] ), were explored as well.

More recently, however, *new interactionist accounts* of cognitive development have emerged. These accounts postulate *richer starting points* than ( Jean ) Piaget did and have tended to use a domain-specific style of analysis. However, they *maintain important elements of ( Jean ) Piaget's meta-theory*. An initial step in this re-evaluation of the possibilities of interactionism was ( Annette ) *Karmiloff-Smith's* book ( »Beyond Modularity : A Developmental Perspective on Cognitive Science«, [396] ), in which she argued that the idea of domain-specific analysis and rich starting points did not presuppose the existence of innate modules. More recently *variability-and-selection approaches* to cognitive development ( [715] ), certain kinds of *connectionist ( or adaptive systems ) models* ( [177] ), *recurrent neural network theory* ( [159] ) and »*theory theory*« *approaches* ( [281] ) have all taken a broadly similar point of view, in which *biologically specified starting points interact with environmental input* in a way that allows for *emergence of new forms from old ingredients*. ( In their paper »A new foundation for cognitive development in infancy : The birth of the representational infant«, [518] ) Meltzoff & Moore have also argued that *strong starting points are compatible with conceptual change*, offering a specific analysis of change in infancy as an example." ( Newcombe / Huttenlocher, [557], pp 207 – 208 )

## **5.5 Die Beziehung zwischen Genetischer & Evolutionärer Erkenntnistheorie**

Die *Genetische Erkenntnistheorie* von *Jean Piaget* bildet insofern ein Komplement zur *Evolutionären Erkenntnistheorie* der *Konrad Lorenz-Schule* und von *Gerhard Vollmer*, als sie aufzeigt, dass das *Kognitive System des Menschen* nicht nur ein Produkt der Wechselwirkung zwischen Organismus & Umwelt im Laufe der *Phylogenese* ist, sondern auch der Wechselwirkung zwischen Organismus & Umwelt im Laufe der *Ontogenese & Psychogenese*. Dies lässt sich durch folgendes Diagramm ( qualitativ ) illustrieren :



Vergleiche Kap. 5.3.5 ( S. 87 ) + 5.3.9 ( S. 89 )

Dabei gibt es einen fließenden Übergang zwischen den verschiedenen Arten des Lernens. Diese sind :

- Phylogenetisches Lernen
- Ontogenetisches Lernen
- Psychogenetisches Lernen
- Individuelles Lernen                      und
- Kulturelles Lernen

## 5.6 Kritik der Evolutionären Erkenntnistheorie

Zur Behandlung der *Kritik* an der *Evolutionären Erkenntnistheorie* ist es als erstes sinnvoll die Stellung der Evolutionäre Erkenntnistheorie im „Gebäude“ der Ansätze der *Philosophischen Erkenntnistheorie* zu bestimmen. Während die Evolutionäre Erkenntnistheorie beispielsweise von *Konrad Lorenz & Rupert Riedl* als *rein empirische, naturwissenschaftliche Theorie* betrachtet wird, reklamiert *Gerhard Vollmer* weitergehende Ansprüche und schreibt der Evolutionäre Erkenntnistheorie zusätzlich *explikative & normative Ansprüche* zu.<sup>1</sup> Da in dieser Arbeit lediglich die Ansätze der Biologischen Erkenntnistheorien als Werkzeug benutzt werden, um daraus *Konsequenzen* für die Möglichkeit der Formulierung einer *Physikalischen Theorie der Raum-Zeit* abzuleiten, ist es nicht Gegenstand dieser Arbeit, zu prüfen, inwieweit etwa die Evolutionäre Erkenntnistheorie die Anforderungen an eine Philosophische Erkenntnistheorie erfüllt oder inwieweit sie traditionelle Probleme der Erkenntnistheorie löst. Deshalb kann hier die Betrachtung auf die Sichtweise von *Konrad Lorenz & Rupert Riedl* beschränkt werden. Insbesondere wird das *Problem der Zirkularität*

<sup>1</sup>) Eve-Marie Engels : „Erkenntnis als Anpassung ?“ ([185]), S. 38

nicht behandelt. Dieses Kapitel ist eine Zusammenfassung der *Studie zur Evolutionären Erkenntnistheorie* von *Eve-Marie Engels* (*Erkenntnis als Anpassung*?, [185]) und deren Analyse & Bewertung. Methodisch werden dazu, nach den Hauptthesen der Evolutionären Erkenntnistheorie gegliedert, die Analyse-Ergebnisse von Eve-Marie Engels und deren Bewertung meinerseits gegenüber gestellt. Dabei werden die für diese Arbeit nicht relevanten Thesen :

- Die „Zerstörung des Apriori“ durch seine phylogenetische Erklärung
- Die Identitäts-Theorie als Lösung des „Körper-Geist-Problems“
- Es gibt einen „circulus virtuosus“ zwischen Erkenntnistheorie & Empirischen Wissenschaften

ausgeklammert.

## 5.6.1 Hauptthesen der Evolutionären Erkenntnistheorie <sup>1</sup>

### 5.6.1.1 Anpassungs-These

#### 5.6.1.1.1 Evolutionstheoretische Deutungsmöglichkeiten von Merkmalen

1. Ein Merkmal ist unter einem bestimmten Selektions-Druck entstanden, wodurch seine jetzige Funktion bestimmt wird. Es stellt also eine stammesgeschichtliche Anpassung an die Selektions-Bedingungen dar, unter denen es hervorgebracht wurde.
2. Ein Merkmal ist zwar nützlich für die Realisation bestimmter Vollzüge des Organismus, ist aber nicht deswegen selektioniert worden, sondern stellt das Nebenprodukt einer anderen Anpassung dar, die unter einem bestimmten Selektions-Druck entstanden ist.
3. Ein Merkmal hat seine Funktion gewechselt. Es ist unter einem anderen Selektions-Druck entstanden als dem, durch den es zur Zeit beibehalten wird.
4. Ein Merkmal ist neutral.
5. Ein Merkmal ist in gewisser Hinsicht schädlich, wirkt sich jedoch nicht auf den Reproduktions-Erfolg der damit ausgestatteten Individuen aus, da der Schaden durch andere Merkmale mit positiver Wirkung kompensiert werden kann.
6. Ein Merkmal ist schädlich & beeinträchtigt den Reproduktions-Erfolg der damit ausgestatteten Individuen.
7. Es gibt verborgene Merkmale ( hidden potentials ), die nicht zum Vorschein kommen können, da der dafür erforderliche Selektions-Druck fehlt.

( Engels, [185], S. 148 n. Eberhard Curio, [126], S. 1047 )

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir, Unterstreichung von Eve-Marie Engels bzw Gerhard Vollmer

### 5.6.1.1.2 Evolutionstheoretische Deutungsmöglichkeiten von Erkenntnis

1. Unsere *Kognitive Kompetenz* ist ein Produkt der *Phylogenetischen Anpassung* und als solches unter einem bestimmten Selektions-Druck entstanden. Ihre Funktion ist durch diese Selektions-Bedingungen bestimmt.
2. Unsere *Kognitive Kompetenz* erweist sich zwar als *nützlich* für die Realisation bestimmter Vollzüge des Menschen, ist aber nicht auf Grund dieser Funktion selektioniert worden, sondern stellt das *Nebenprodukt* einer anderen Anpassung dar, die unter einem bestimmten Selektions-Druck entstanden ist.
3. Unsere *Kognitive Kompetenz* hat ihre Funktion *gewechselt*. Sie ist unter einem anderen Selektions-Druck entstanden als dem, durch den sie zur Zeit beibehalten wird.
4. Unsere *Kognitive Kompetenz* ist *neutral*, d. h. weder nützlich noch schädlich.
5. Unsere *Kognitive Kompetenz* ist in gewisser Hinsicht *schädlich*, wirkt sich jedoch nicht auf den Reproduktions-Erfolg der damit ausgestatteten Individuen aus, da der Schaden durch andere Merkmale des Menschen mit positiver Wirkung kompensiert wird.
6. Unsere *Kognitive Kompetenz* ist *schädlich* & beeinträchtigt den *Reproduktions-Erfolg* der damit ausgestatteten Individuen.
7. Es gibt verborgene Potentiale der *Kognitiven Kompetenz* des Menschen, die nicht zum *Vorschein* kommen können, da der dafür erforderliche Selektions-Druck *fehlt*.

( Engels, [185], pp 178 – 179 )

### 5.6.1.1.3 These

„Die *Kognitiven Strukturen* des *Menschen* sind als *Anpassung* an einen bestimmten *Realitäts-Bereich*, die »*Kognitive Nische*« des Menschen oder den »*Meso-Kosmos*« und die hier zu erfüllenden Funktionen entstanden.“

( Engels, [185], pp 60 – 61 )

### 5.6.1.1.4 Eve-Marie Engels

„Die von der Evolutionären Erkenntnistheorie vertretene und in meiner Studie diskutierte *Anpassungs-These* ist in der von der Evolutionären Erkenntnistheorie vertretenen Selbstverständlichkeit aus den von (Eve-Marie Engels) ausführlich dargestellten Gründen unhaltbar. Eine Evolutionären Erkenntnistheorie muss eine derartige These jedoch auch nicht vertreten, da die Evolutionstheorie einen *Spielraum von Erklärungs-Möglichkeiten* offenlässt. Die Erklärung eines *Merkmals* als *Anpassung* ist nur eine davon, ... . Zudem muss über die Angemessenheit von evolutionstheoretischen Deutungen im Einzelfall auf der Grundlage eingehender Unter-

suchungen entschieden werden, was gerade bei Fähigkeiten zu abstrakten Leistungen, wie der Erkenntnis-Fähigkeit, problematisch ist.“ ( Engels, [185], pp 375 – 376 )

### 5.6.1.1.5 Stellungnahme & Bewertung

Eve-Marie Engels hat in ihrer Studie ([185]) eine ausführliche Analyse der Evolutionstheorie ( Kap. 3 ) und der Hominisation ( Kap. 4.4 ) durchgeführt. „Dabei kommt es“ ihr nach ihren eigenen Worten „nicht auf eine Widerlegung der Annahme an, dass unsere Kognitive Kompetenz eine stammesgeschichtliche Anpassung darstellt – dies wäre ebenso unangebracht wie die voreilige Entscheidung für eine selektions-theoretische Interpretation menschlichen Erkennens –, sondern um die Vermittlung eines Eindrucks der Komplexität des genannten Problems.“ ( Engels, [185], S. 182 )

In der Zusammenfassung ihrer Ergebnisse in Kap. 3 schreibt sie dann : „Die Erklärung von Merkmalen als unter einem bestimmten Selektions-Druck entstandene Anpassungen ist nur eine mögliche, wenn auch die vielleicht am häufigsten zutreffende Erklärungsweise im Rahmen der Evolutionstheorie. Daher muss jeweils im Einzelfall mit den zur Verfügung stehenden Methoden empirisch überprüft werden, ob ein Merkmal eine Anpassung darstellt.“ ( Engels, [185], S. 154 )

Zum Schluss fasst sie das Ergebnis ihrer Studie wie folgt zusammen : „Diese Arbeit begann mit einer Frage : »Erkenntnis als Anpassung ?« Die Antwort lautet : »Möglicherweise auch, aber nicht nur.«“ ( Engels, [185], S. 382 )

In ihrem Vortrag *Erkenntnistheoretische Konsequenzen biologischer Theorien* ([186]), in dem sie u. a. die Ansätze der *Evolutionären Erkenntnistheorie* mit dem von *Gerhard Roth* in seinem Buch *Kognitive Neurobiologie* ([673]) vertretenen *Erkenntnistheoretischen Konstruktivismus* vergleicht, ist Eve-Marie Engels auch auf *Anpassung & Adaptationismus* eingegangen. Insbesondere mit Bezug auf die überlebensnotwendige Plastizität und Variabilität menschlichen Erkennens hebt sie hervor, dass diese keinen „Verzicht auf den *Anpassungs-Begriff* zugunsten des Begriffs der *Konstruktion*“ erfordern, „sondern ( nur ) eine Neubestimmung dieses Begriffs. *Anpassung* ist zu definieren als die Evolution von Erkenntnis-Organen, die es ermöglichen, Wirklichkeit<sup>1</sup> auf überlebensdienliche Weise zu konstruieren, sowie als individuelle Konstruktion von Wirklichkeit. Dies schließt die kognitive Plastizität mit ein.“ ( Engels, [186], S. 15 )<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Der Begriff *Wirklichkeit* wird hier im Sinne von Gerhard Roth benutzt, der eine Aufteilung der Welt in *Wirklichkeit & Realität* vornimmt. Unter der *Wirklichkeit* versteht er die *Phänomenale Welt*, die aus der „Welt der mentalen Zustände und des Ich, ( der ) Welt des Körpers ( des Ich ) & ( der ) Außenwelt“ besteht. „Dieser Wirklichkeit wird gedanklich eine *Transphänomenale Welt* ( die *Realität* ) gegenübergestellt, die unerfahrbar ist und dementsprechend in der Phänomenalen Welt nicht vorkommt.“ ( Roth, [673], S. 316 ) Dieser Welt entspricht die *Welt der Empfindungen*, die aus den drei Bereichen „der Außenwelt, der Welt unseres Körpers und der Welt unserer geistigen & emotionalen Zustände“ besteht. ( Roth, [673], S. 314 ) Ich würde eine so definierte *Wirklichkeit* mit dem Begriff des *Kognitiven Modells der Außenwelt* gleichsetzen.

<sup>2</sup>) Seiten-Nr nach Internet-Version  
„[http://www.forum-grenzfragen.de/grenzfragen/open/Grundlagen/Eng\\_Erkentnis/text.htm](http://www.forum-grenzfragen.de/grenzfragen/open/Grundlagen/Eng_Erkentnis/text.htm)“

### 5.6.1.2 These von der Art als Anpassungs- oder Selektions-Einheit

#### 5.6.1.2.1 These

„Die *Anpassungs-* oder *Selektions-Einheit* ist jeweils die *Art* ( im Unterschied zum Individuum ). Daher dienen Anpassungen deren *Erhaltung*. Dies gilt auch für die *Kognitiven Strukturen*.“ ( Engels, [185], S. 61 )

#### 5.6.1.2.2 Eve-Marie Engels

„Nach Auffassung der Evolutionären Erkenntnistheorie ist die *Art* die *Anpassungs-Einheit*, so dass unsere *Kognitiven Fähigkeiten* im Dienste der *Art-Erhaltung* entstanden seien. Die heutige *Soziobiologie* geht demgegenüber vom *Individuum* bzw. vom *Genom* als der *Anpassungs-Einheit* aus. Übertragen auf die Fragestellungen der Evolutionären Erkenntnistheorie heißt dies, dass wir nicht vom *Art-Erhaltungswert* unserer *Kognitiven Leistungen* ausgehen können.“ ( Engels, [185], S. 376 )

#### 5.6.1.2.3 Stellungnahme & Bewertung

Obwohl Eve-Marie Engels in [185], Kap. 3.2 eine recht präzise Analyse der Evolutionstheorie vornimmt, setzt sie die Begriffe *Selektions-* & *Anpassungs-Einheit* gleich. *Individuen* werden *selektiert* aber nicht ( genetisch ) angepasst, da ihr *Genotyp* während ihres ganzen Lebens *unveränderlich* bleibt.<sup>1</sup> *Populationen* *passen sich an* und darüber *evolvierten* die *Arten* und alle *höheren Taxa*.

Aber Individuen sind nicht die einzigen Selektions-Einheiten. Außer der *Gameten-Selektion* gibt es auch die *Selektion von Sozialen Gruppen & Verwandtschaften*, welche sich nicht auf die Selektion von Individuen zurückführen lassen. Inwieweit auch Arten primäre Selektions-Einheiten sind, hängt von der Existenz *Art-Erhaltender Mechanismen* ab, was empirisch feststellbar ist. *Konrad Lorenz* ( [469], S. 290 n. [185], S. 143 ) beantwortet diese Frage mit ja, *Ernst Mayr* ( [498], S. 147 ) mit nein !

Es gibt Versuche, die das Paarungs-Verhalten von Vögeln untersuchen, welche von Brut-Paaren einer anderen Art ausgebrütet & aufgezogen wurden. Diese zeigten, dass sich – metaphorisch gesprochen – auch ein „Hässliches Entlein“ mit Schwänen & nicht mit Enten paaren wird. Mit Enten wird es sich nur dann ( zu ) paaren ( versuchen ), wenn ihm keine Schwäne als Paarungs-Partner angeboten werden. Dies scheint aber nicht für alle Tier-Arten gleichermaßen zu gelten. *Konrad Lorenz* berichtet von einem von Menschen aufgezogenen Kolkraben, der ein junges Mädchen anbalzte.

Aber auch wenn es keine eigenständigen *Art-Erhaltenden Mechanismen* geben sollte, beeinträchtigt dies die *Gültigkeit* der *Anpassungs-These* nicht !

---

<sup>1</sup>) Individuen werden aber sehr wohl ontogenetisch & psychogenetisch angepasst.



### 5.6.1.3 Limitations-These

#### 5.6.1.3.1 These

„Aus der *Anpassung* der *Kognitiven Strukturen* des *Menschen* an den *Meso-Kosmos* erklären sich die *Begrenztheit* unseres *Erkenntnis-Vermögens* sowie seine *Fehlleistungen* bei der *kognitiven Überschreitung* dieses Bereichs.“  
(Engels, [185], S. 61 )

#### 5.6.1.3.2 Eve-Marie Engels

„Die *Limitations-These* der Evolutionären Erkenntnistheorie wurde unter Berufung auf das in der Biologie anerkannte Phänomen der »*Präadaptation*« & »*Prädisposition*« in Frage gestellt. Danach verfügen Organismen über weitere Flexibilitäts-Spielräume, als zur Erfüllung einer bestimmten Funktion erforderlich ist. Da sich immer erst *im nachhinein* herausstellt, ob ein Organ eine *Präadaptation* ist und seitens der Biologie hier keinerlei finale Konnotationen im Spiel sind, scheint mir der Begriff der »*potentiellen Plurifunktionalität*« zur Bezeichnung dieses Phänomens geeigneter zu sein. Auf diese »*potentiellen Plurifunktionalität*« lässt sich auch die Tatsache zurückführen, dass unser *Erkennen* nicht nur im *Dienste des Überlebens* steht, sondern ein, wenn nicht gar das *auffälligste, Redundanz-Phänomen* darstellt. Somit bietet der *evolutionstheoretische Begriffs-Rahmen* selbst eine Möglichkeit, die Einseitigkeit einer *adaptationistischen Betrachtungsweise* des *Kognitiven* zu überwinden.“  
(Engels, [185], S. 376 )

#### 5.6.1.3.3 Stellungnahme & Bewertung

Die Disposition & Prädisposition von Subsystemen eines Organismus legt die Möglichkeiten & Grenzen der zukünftigen Evolutions-Wege fest. Er gestattet deshalb keinerlei Aussagen über die Möglichkeiten & Grenzen der Funktion gegenwärtiger Subsysteme eines Organismus, da diese ein Produkt ihrer bisherigen Evolutions-Geschichte sind. Funktions-Grenzen & -Möglichkeiten von Kognitiven Systemen & Strukturen gegenwärtiger Organismen einschließlich des Menschen werden alleine durch ihre innere Flexibilität zur Informationsverarbeitung bestimmt und diese ist ein Ergebnis ihrer Evolutions-Geschichte. Je starrer diese Informationsverarbeitungs-Strukturen sind, je schwerer wird sich ein Organismus tun, wenn er mit Situationen konfrontiert wird, die außerhalb des Bereichs liegen, an den diese Informationsverarbeitungs-Strukturen durch Selektion angepasst wurden. Je flexibler diese Informationsverarbeitungs-Strukturen jedoch sind, umso besser kann sich ein Organismus neuen Situationen anpassen, ohne dass die Reihe seiner Vorfahren erst durch einen langwierigen Evolutions-Prozess an solche Situationen angepasst worden ist. Dazu steht auch die *Genetische Erkenntnistheorie* von *Jean Piaget* nicht im Widerspruch, da auch die Homöorhetischen Kreoden von Ontogenese & Psychogenese die Reaktions-Normen & Präselektiven Randbedingungen des Genoms nicht überschreiten können. Man vergleiche den „Schichtenbau der Lern-Algorithmen“ ([657], S. 178 ) bzw. den „Schichtenbau des Kenntnis-Gewinns“ ([659], S. 30 ) von *Rupert Riedl* (⇒ Kap. 6.6.8.3: S. 223 ).

#### 5.6.1.4 Fortschritts-These

##### 5.6.1.4.1 These

„Im Laufe der Evolution vom Einzeller bis zum Menschen hat ein *Erkenntnis-Fortschritt* ( bzw *Kenntnis-Fortschritt* ) stattgefunden. Evolution stellt nicht nur den quantitativen Zuwachs an Wissen bzw *Information* im Sinne der Erforschung immer weiterer Ausschnitte der Realität dar, sondern auch eine qualitative Zunahme der *Objektivität von Erkenntnis*, also nicht nur ein *Mehr-*, sondern *Besser-Erkennen*.“  
( Engels, [185], S. 61 )

##### 5.6.1.4.2 Eve-Marie Engels

„Der *adaptationistische Begriffs-Rahmen* der Evolutionären Erkenntnistheorie erlaubt keine *Explikation* des Begriffs »*Erkenntnis-Fortschritt*«, verstanden als *qualitative Verbesserung* der *Erkenntnis-Leistungen* vom *Einzeller* bis zum *Menschen*, da die *Lebewesen unterschiedlichster Ausstattung überlebt* haben. Unter adaptationistischen Aspekten betrachtet, bietet sich daher, sofern man anderen Lebewesen *Kognitive Fähigkeiten* zuzusprechen bereit ist, eher die Annahme einer *Pluralität gleichberechtigter Erkenntnis-Leistungen* im Tierreich an.“  
( Engels, [185], pp 376 – 377 )

##### 5.6.1.4.3 Stellungnahme von Gerhard Vollmer

„D(ies)er Einwand ... verkennt die Bedeutung *Ökologischer Nischen* und damit das Wesen der modernen Evolutionstheorie. Er mißversteht das *Selektions-Prinzip* ( Überleben des Tüchtigsten ) immer noch dahingehend, dass eine Art alle anderen verdrängen müsste, und sieht die *Koexistenz* und erst recht die *Symbiose* verschiedener Arten als eine Art *Widerlegung* an.

Die Evolutionsbiologie ... findet ... erstens, dass *organismische Passungen* im allgemeinen & *kognitive Passungen* im besonderen in großem Ausmaße *faktisch* vorliegen, und sie zeigt zweitens, dass *Selektion unter Konkurrenz* zu *besserer Anpassung* ( Fitness, Tüchtigkeit ) führt. Sie erklärt das eine durch das andere und dies mit *Erfolg* ! Warum sollte die EE nicht auch im *kognitiven* Bereich die *empirisch gefundene Passung* als *Ergebnis* eines *Anpassungs-Prozesses* deuten ? Wie sonst sollte die Passung erklärt werden ? ...

Dass richtige Erkenntnisse grundsätzlich vorteilhafter sind als Irrtümer, richtige Rekonstruktionen nützlicher als falsche, ist so deutlich, dass es ( Gerhard Vollmer ) nicht gelingt, Gegenbeispiele zu finden. ... Natürlich kann es sich dabei immer nur um eine *komparative Korrektheit*, um eine *Verbesserung in Richtung auf objektive Erkenntnis* handeln. Jede solche Verbesserung kann schon einen evolutiven Vorteil bieten. Ein *ideales Erkenntnis-Vermögen* ist dazu *weder nötig noch möglich*.

Entscheidend ist dagegen die Frage, ob in der Evolution ein solcher Vorteil auch immer *genutzt* werden kann. Organismen stehen immer in Konkurrenz, manchmal mit anderen Arten ( d. h. Organismen anderer Arten ), immer aber mit ihren eigenen Mutanten ( d. h. Varianten ihrer eigenen Art ). Unter *Konkurrenz* aber kommt es

nicht auf den *grundsätzlichen Vorteil* an ; hier werden vielmehr *Aufwand & Erfolg* miteinander *verrechnet*. Neben dem *Nutzen* gehen also immer auch die *Kosten* in die *evolutive Rechnung* ein. Und in der Regel ist eben der Aufwand für eine Verbesserung des Weltbildes recht hoch, wie man an jedem technischen Gerät feststellen kann.

In der Evolution lohnt sich ein solcher Aufwand deshalb im allgemeinen nur, wenn es darauf ankommt, neue *Ökologische* ( aber auch *Kognitive* ) *Nischen* zu erobern. Was Einzeller leisten können, das haben sie in jahrmilliardenlanger Evolution auch erreicht ; auf ihrem Niveau kann ihnen auch ein Vielzeller keine Konkurrenz machen, weil er ... dazu viel zu aufwendig lebt. Deshalb gibt es auch heute noch Einzeller. Wo aber eine *Arbeitsteilung* unter den Zellen eines Organismus verlangt wird, da konnten eben *nur noch Vielzeller* gedeihen. ...

Es gibt also durchaus *Bedingungen*, unter denen *denkbare Objektivierungen des Weltbildes* trotz ihres prinzipiellen Nutzens nicht erreicht werden : wenn sie *genetisch* zu weit „*entfernt*“ liegen, wenn *Umwelt-Änderungen* dafür nicht genügend *Zeit* lassen, wenn sich der *Aufwand* nicht lohnt. ...

Die Antwort ... lautet also : Natürlich ist *Objektive Erkenntnis* für Lebewesen *nützlich*, sie ist aber nicht immer *erreichbar* ; sie lohnt nicht immer den *Aufwand* ; und sie ist auch grundsätzlich nur in *beschränktem Umfange erforderlich*.“  
( Vollmer, [786], pp 280 – 282 )

### 5.6.1.5 **Realitäts-These**

#### 5.6.1.5.1 **These**

„Die *Übereinstimmung* in den *Repräsentationen der Außenwelt*, die von den »*Weltbild-Apparaturen*« der *verschiedensten Lebewesen* gemeldet werden, läßt sich am besten durch die *Existenz einer außersubjektiven, allen Lebewesen gemeinsamen Realität* erklären. Die Tatsache unseres *Überlebens*, für das *realitätsgerechte Erkenntnis* eine *notwendige Voraussetzung* war und ist, kann als *Indiz* für die *Realitäts-Adäquatheit* unserer *Erkenntnis* betrachtet werden.“ ( Engels, [185], S. 61 )

#### 5.6.1.5.2 **Abgrenzung des Problems**

Bei der Bewertung vorgenannter *Realitäts-These* ist zwischen dem *Ontologischen Realitäts-Problem* der *Philosophischen Erkenntnistheorie*, d. h. dem **Beweis** der *Annahme* der *Existenz einer Bewusstseins-unabhängigen Realität* ( [185], S. 224 ), und der **Annahme** einer *Wechselwirkung* zwischen *real existierendem erkennendem Subjekt & ebenso real existierenden äußeren Gegebenheiten* ( Hypothetische Realismus-Definition nach Konrad Lorenz ) zu unterscheiden ( [185], S. 226 ). Da für diese Arbeit nur letzteres relevant ist, kann hier auf eine Diskussion darüber verzichtet werden, ob die Evolutionäre Erkenntnistheorie das Ontologische Realitäts-Problem löst oder nicht.

### 5.6.1.5.3 Der Hypothetische Realismus als sinnvolle Position

Nach vorgenannter Definition des Hypothetischen Realismus durch *Konrad Lorenz* kann man nämlich direkt von der *Annahme der Existenz einer Welt* ausgehen, in der sich der *Mensch als real existierendes Lebewesen & erkennendes Subjekt* mit anderen *Lebewesen* vorfinde. Dieser Ansatz würde nicht nur dem *Selbstverständnis des Menschen* in seiner *alltäglichen Erfahrung*, sondern auch dem des *Naturwissenschaftlers* gerecht, der die *Existenz seines Untersuchungsgegenstandes* immer schon voraussetzt, statt erst stützende Argumente hierfür zu ersinnen.<sup>1</sup>

Hierzu schreibt *Konrad Lorenz* : „Wiewohl mir klar war, dass ein Igel, eine zahme Hausente und andere Lebewesen, einschließlich meiner selbst, in ein und derselben Außenwelt-Situation völlig Verschiedenes erlebten, habe ich nie daran gezweifelt, dass es *dieselbe* reale Außenwelt sei, die sich in allen diesen Erlebnisformen abbildete.“ (Lorenz, [470], S. 14 / Engels, [185], S. 431) „Wir sind also »immer schon *Realisten* oder wir werden es auf vernünftige Weise nie werden.«“ (Heiner Rutte, [678], »..«, pp 157 ff n. Engels, [185], „..“, S. 225 )

Es ist allerdings „vernünftig ...“, aufgrund von "invarianten Mustern" in unserer Erscheinungswelt, wozu Konstanz-Phänomene, Regularitäten, Konkordanz von Prozessen in verschiedenen Erfahrungsbereichen gehören, »die *ontologische Hypothese* zu wagen, dass diese *gleichbleibenden Muster* durch eine permanente, hinter den Erscheinungen liegende *Ding-Welt* verursacht wurden und dass die *Veränderungen*, deren *Regularitäten* wir feststellen, auf *objektive Strukturen transphänomenaler Provenienz* zurückgehen.« Damit wäre nach (Bernulf) Kanitscheider (eine) *pepitiio principii* vermieden. ... Wir (argumentieren) hier »immanent aus dem Kognitions-Prozess« heraus. Damit haben wir nach (Bernulf) Kanitscheider »das auf der *Metatheoretischen Ebene* gemacht, was auf der *Objektwissenschaftlichen Ebene* gang und gäbe ist«. Die Annahme einer autonomen, strukturierten Ding-Welt versteht (Bernulf Kanitscheider) nur als provisorischen Schritt einer Setzung, der wieder zurückzuziehen sei, »wenn einschlägige Ergebnisse der Fachwissenschaft ihn unglaubwürdig erscheinen lassen. ... Fallibilität muss auch für die *Metatheorie* gelten.«“ (Kanitscheider, [391], »..«, S. 53 n. Engels, [185], „..“, S. 227) Der *Hypothetische Realismus* ist also eine sinnvolle Position !

### 5.6.2 Jean Piaget contra Konrad Lorenz

Ausgangspunkt der „Kontroverse“ zwischen *Jean Piaget & Konrad Lorenz* ist folgende Formulierung von *Konrad Lorenz* : „Wir sind überzeugt, dass das »Apriorische« auf *zentralnervösen Apparaten* beruht, die völlig ebenso *real* sind wie etwa unsere *Hand* oder unser *Fuß*, völlig ebenso *real* wie die *Dinge* der an sich *existierenden Außenwelt*, deren Erscheinungsform sie für uns bestimmen. Diese *zentralnervöse Apparatur* schreibt keineswegs der *Natur* ihre *Gesetze* vor, sie tut das genausowenig, wie der Huf des Pferdes dem Erdboden seine Form vorschreibt. ... wie der Huf des Pferdes auf den Erdboden passt, mit dem er sich auseinandersetzt, so passt unsere *zentralnervöse Weltbild-Apparatur* auf die reichhaltige *reale Welt*, mit der sich der Mensch auseinandersetzen muss, und wie jedes Organ, so hat auch sie ihre *arterhaltend zweckmäßige Form* in *äonenlangem stammesgeschichtlichem Werden*

---

<sup>1</sup>) Eve-Marie Engels : „Erkenntnis als Anpassung?“ ([185]), pp 226 – 227

durch diese Auseinandersetzung von *Realem mit Realem* gewonnen. Diese Auffassung von der in gewissem Sinne »aposteriorischen« Entstehung des »Apriorischen« gibt uns eine sehr treffsichere Antwort auf eine bestimmte Frage Kants, die Frage nämlich, ob nicht die *Anschauungsformen* von *Raum & Zeit*, die wir ... von keiner Erfahrung entlehnen, sondern die in unserer Vorstellung a priori liegen, »nicht bloße selbstgemachte Hirngespinnste wären, denen gar kein Gegenstand, wenigstens nicht adäquat korrespondierte« (Prolegomena 1. Anm. 3). ... unsere naheliegende Antwort auf die Frage (ist) ... ganz einfach diese: Unsere vor jeder *individuellen Erfahrung* festliegenden *Anschauungsformen & Kategorien* passen aus ganz denselben Gründen auf die *Außenwelt*, aus denen der *Huf des Pferdes* schon vor seiner Geburt auf den *Steppenboden*, die *Flosse des Fisches*, schon ehe er dem Ei entschlüpfte, ins *Wasser* passt.“ (Lorenz, [464], pp 99 – 100)<sup>1</sup>

Damit konstruiert Konrad Lorenz eine kontinuierliche Reihe von Organen, die von den *Anatomischen bzw Morphologischen Strukturen* wie Pferdehufen & Fischflossen über *Neuro-Anatomische Strukturen & Neuronale Verarbeitungs-Prozesse* sowie den *Zentralnervösen Weltbild-Apparaturen* der Tiere & des Menschen bis hin zu den auf diesen Neuronalen Strukturen basierenden *Verhaltens-Strukturen* der Tiere & des Menschen führt. Und alle diese „Organe“ haben eine *genetische Basis*, die der Evolution des Lebendigen unterliegt, wie in den Kapiteln 5.1 + 5.3.4 – 5.3.5 beschreiben. Dabei nimmt die genetische Determiniertheit mit zunehmender Höher-Entwicklung fortschreitend ab.

Jean Piaget unterscheidet dagegen :

- *Genetische Information* als *Gesamtheit* dessen, was *inhaltlich übermittelt* und in der *Morphogenese* der folgenden Generation *wirksam* wird und
- *Organisatorisches Funktionieren*, das sich *fortlaufend* durch *Autoregulation* selbst erhält und die notwendige Vorbedingung für die *Übermittlung* der *Genetischen Informationen* ist.

Beides setzt sich gegenseitig voraus (⇒ Kap. 5.4.4: S. 94).<sup>2</sup> Auf Grund dieser Unterscheidung zwischen *Erblicher Programmierung* zur Detail-Regelung des Aufbaus Anatomischer Strukturen und *Kybernetischer Selbst-Regulation des Organischen Funktionierens* ordnet Jean Piaget einerseits die Genese von Pferdehufen & Fischflossen der Detail-Regelung durch Erb-Programme zu, während er andererseits eine „konstruktive Reihe“ vom *Allgemeinen Funktionieren der Lebendigen* (*System-Organisation*) über das *Physiologische & Nervöse Funktionieren* und die *Psychogenese der Kognitiven Entwicklung* bis hin zur *Konstruktion der Logisch-Mathematischen Transformations-Systeme* bildet. Dabei geht Jean Piaget von einer starren Form von Programmen als im Voraus festgelegten Plänen aus, die, einmal aktiviert, stur und ohne irgendwelche Beeinflussung von außen ablaufen.

Verwendet man dagegen jedoch den Begriff des *Kybernetischen Programms* von *Ernst Mayr*, welcher sowohl an die *Programme* von vom Menschen hergestellten *Kybernetischen Maschinen* als auch an die im Sinne der *Kybernetik* äquivalenten Genetischen Programme von *Organismen* denkt, wonach ein Programm eine »coded or prearranged information that controls a process (or behavior) leading it toward a given end« ist, (Mayr, [497], S. 102 / Engels, [185], S. 266) so gibt sich ein ganz

<sup>1</sup>) kursiv + Unterstreichung von mir

<sup>2</sup>) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ([602]), pp 328 – 336

anderes Bild. „Die Rolle der *Erb-Information* würde in diesem Fall nicht darin bestehen, einen *Gesamt-Vorgang* von *Kompensationen & Konstruktionen* zu steuern, an dessen Ende das *voll entwickelte Individuum der Formal-operativen Stufe* steht, sondern einen Prozess in Gang setzen, dessen *Anfang* zwar durch einen *erblich fixierten Rahmen von Reflex-Tätigkeiten* bestimmt wäre, der sich aber dann nach einer *inneren Logik* von *selbst entwickeln* würde, wie (Jean) Piaget zuvor die *Epigenese der kognitiven Strukturen* beschrieben hat. Die andere Möglichkeit wäre die Annahme eines *erblich fixierten Programms*, das unter der *Voraussetzung* entsprechender *Umwelt-Bedingungen* die *Konstruktion* von *Erkenntnis- ... Strukturen* regelt. In diesem Falle wäre das *Angeborene* jedoch nicht mehr nur ein »Sprungbrett.« (Engels, [185], S. 269) <sup>1</sup>

Unter diesem Blickwinkel verschwindet also der *Gegensatz* zwischen Evolutionärer & Genetischer Erkenntnistheorie zunehmend (vergl. Kap. 5.4.1: S. 91).

## 6. Kognition von Raum & Zeit

### 6.1 Einleitung

#### 6.1.1 Der Mensch in Raum & Zeit

Im vorhergehenden Kapitel *Biologische Erkenntnistheorien* wurden die allgemeine *Evolution bzw Entwicklung der Menschlichen Erkenntnis-Fähigkeit* im Rahmen von *Phylogenese, Ontogenese & Psychogenese* betrachtet. Diese bildet die biologische & psychologische Grundlage – sozusagen ein Kant'sches Apriori im metaphorischen Sinn – für die *menschliche Kognition von Raum & Zeit* und deren *Genese*.

Es ist eine triviale Erkenntnis, dass *alles Handeln* von *Menschen & Mobilien Lebewesen* stets in *Raum & Zeit* verankert ist. Jedes Ding in der Physikalischen Welt befindet sich an einem bestimmten *Platz im Raum* oder bewegt sich durch diesen! Deshalb sind Kognition & Wissen *Räumlicher Beziehungen & Zeitlicher Abfolgen* für das Erkennen von Nahrung & Geschlechts-Partnern sowie zur Vermeidung von Gefahren durch Fress-Feinde & die physikalische Umgebung für das Überleben von Individuen & Arten notwendig. Beides muss auf *Kognitiven Repräsentationen, Prozessen & Systemen* beruhen, welche die *Gesetze der Physikalischen Welt* widerspiegeln. Deshalb ist es naheliegend sie als *unverzichtbare Kognitive Grundaussstattung* insbesondere des *Menschen* zu betrachten. <sup>2</sup>

„Der *Raum* wird (deshalb nach Markus Knauff) von uns Menschen vermutlich als die *wichtigste Dimension* unserer *Existenz* sowie als *zentrales Konzept* zur *Beschreibung der physikalischen Umwelt* angesehen. In dieser privilegierten Stellung ist der Raum *fast unangefochten*. Nur die *Zeit* können wir mit Berechtigung als eine ihm *ebenbürtige fundamentale Beschreibungs-Dimension* unserer *psychischen & physischen Wirklichkeit* betrachten.“ (Knauff, [407], Vorwort)

---

<sup>1</sup>) kursiv + Unterstreichung von mir, kursiv-unterschriften von Eve-Maria Engels

<sup>2</sup>) Newcombe / Huttenlocher : „Making Space“ ( [557] ), S. 2  
Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ( [407] ), pp 8 + 115

„Schon bei oberflächlicher Betrachtung fällt aber ein »Vorteil« des Raumes gegenüber der Zeit auf : Die *Zeit* können wir nicht direkt wahrnehmen, sondern nur indirekt aus der *Abfolge von Ereignissen* (*Kausalität*) oder mit *Hilfe von Uhren*, an Hand des Standes der Sonne usw. erschließen.“ Abgesehen von unserer *Inneren Uhr* steht uns „ein *Sinnes-System zur Wahrnehmung von Zeit* nicht zur Verfügung. Anders sieht es beim *Raum* aus : Er ist unserer direkten Perzeption zugänglich und nicht einmal an einen spezifischen »Sinnes-Kanal« gebunden. ( Freksa / Habel, [219] ) Wir können den Raum & Räumliche Relationen wie Entfernung, Nachbarschaft & Orientierung visuell wahrnehmen – was wohl die Regel ist –, wir können aber eben so auf taktile & akustische Informationen zurück greifen.“ ( Knauff, [407], S. 8 )

„Die prominente Stellung des *Raumes* ( spiegelt sich ) auch in unserer *Sprache* wider. Präpositionen wie *vor, hinter, links, rechts, über, unter, innerhalb, außerhalb* gehören zum *Kern unseres Wortschatzes* und im Alltag verwenden wir zahlreiche *räumliche Metaphern* zur Beschreibung an sich *nicht-räumlicher Sachverhalte*.“ ( Knauff, [407], S. 8 ) Und nach Walter Porzig „tut das nicht nur eine oder eine Gruppe von Sprachen, sondern alle ohne Ausnahme tun es. Diese Eigentümlichkeit gehört zu den unveränderlichen Zügen ( »Invarianten« ) der menschlichen Sprache. Da werden *Zeit-Verhältnisse* räumlich ausgedrückt : *vor* oder *nach* Weihnachten, *innerhalb* eines *Zeit-Raumes* von zwei Jahren. Bei *seelischen Vorgängen* sprechen wir nicht nur von *außen* und *innen*, sondern auch von »*Über* und *unter* der Schwelle« des Bewußtseins, vom *Unter-Bewußten*, vom *Vordergrunde* oder *Hintergrunde*, von *Tiefen* und *Schichten* der Seele. Überhaupt dient der *Raum* als Modell für alle unanschaulichen Verhältnisse : *Neben* der Arbeit erteilt er Unterricht, *größer* als der Ehrgeiz war die Liebe, *hinter* dieser Maßnahme stand die Absicht. ... Ihre Bedeutung bekommt die(se) Erscheinung von ihrer ganz allgemeinen Verbreitung und von der Rolle, die sie in der Geschichte der Sprache spielt. Man kann sie nicht nur am Gebrauch der Präpositionen, die ja ursprünglich alle Räumliches bezeichnen, sondern auch von den Tätigkeits- und Eigenschafts-Wörtern aufzeigen.“ ( Porzig, [629], n. Lorenz, [468], S. 175 ) „Wie soll man dies ... erklären, ohne auf die Vorstellung zurückzugreifen, uns stünde ein *Inventar konzeptuellen Wissens über Räumliche Relationen* zur Verfügung, das in unserem *Gedächtnis* repräsentiert ist und bei den unterschiedlichsten *Kognitiven Prozessen* vom *Wahrnehmen* bis zum *Problemlösen* kausal wirksam ist.“ ( Knauff, [407], S. 8 )<sup>1</sup>

Andererseits kommt die Bedeutung der *Zeit* in der *Sprache* dadurch zum Ausdruck, dass sie in Form der *Grammatischen Tempora* in der *Syntaktischen Struktur* der Sprache fest verankert ist. Bezüglich des *Raumes* gilt dies nur für sehr wenige Sprachen.<sup>2</sup>

### 6.1.2 Raum & Zeit in verschiedenen Wissenschaften

Auf Grund der unentrinnbaren Einbettung des Menschen in Raum & Zeit ist es nicht verwunderlich, dass die Beschäftigung mit Raum & Zeit auch mit an der Wiege der Wissenschaften in den frühen Hochkulturen stand. Die Entwicklung der verschiedenen Vorstellungen über Raum & Zeit in *Naturphilosophie* & *Physik* wurde bereits in

---

<sup>1</sup>) in allen Zitaten kursiv + Unterstreichung von mir

<sup>2</sup>) Laure Vieu : „Spatial Representation & Reasoning in Artificial Intelligence“ ([780]), S. 5

Kap. 3.1 (S. 26) kurz beschrieben. Eine ausführlichere Beschreibung dieser Entwicklung findet sich in *Raum – Zeit – Materie* ([392]) von *Bernulf Kanitscheider*. Bezüglich des *Raumes* sei auf *Der Raum – Geschichte seiner Probleme in Philosophie & Wissenschaften* ([284]) von *Alexander Gosztonyi & Concepts of Space* ([377]) von *Max Jammer* sowie bezüglich der *Zeit* auf *Time : The Familiar Stranger* ([210]) von *Julius Fraser* & *Zeit – von der Urzeit zur Computerzeit* ([482]) von *Klaus Mainzer* verwiesen. Darüber hinaus spiegelt sich die prominente Stellung des Raumes nicht nur in unserer Sprache wider, sondern begründete in den frühen Hochkulturen sogar eine eigene Wissenschaft, nämlich die *Geometrie* als Wissenschaft des „*Reinen Raumes*“ als Zweig der Mathematik. Deren geschichtliche Entwicklung wurde in Kap. 4.5 (S. 47) kurz beschrieben. Ansätze zu einer Wissenschaft der „*Reinen Zeit*“ wurden dagegen erst im Rahmen der *Künstlichen Intelligenz-Forschung* mit der *Logik des Handelns & Zeitlichen Schließens* gegen Ende des 20. Jahrhunderts entwickelt. Einen Überblick über diese Ansätze findet man in *Reasoning about Time & Actions in Artificial Intelligence* ([266]) von *Alfonso Geverini*.

Auf Grund der Allgegenwart von Raum & Zeit wurden diese auch Forschungs-Gegenstand einzelner *Kognitionswissenschaften* nach ihrem Heraustreten aus der Philosophie und ihrer Abgrenzung zur Physik. So findet die *Wahrnehmung* (Perzeption) als eine Hauptquelle der Kognition in *räumlich* ausgedehnten Gebieten wie z. B. der Netzhaut (sehen) oder der Schnecke (hören) statt und diese Wahrnehmungs-Prozesse erfordern eine gewisse *Zeit*. Das *Gedächtnis* stellt man sich als *räumlich* ausgedehnten Speicher vor und die dieses Gedächtnis beherbergenden *Gehirn-Areale* haben ebenfalls eine *räumliche* Ausdehnung. Und die Prozesse des *Lernens & Erinnerns* erfordern alle eine gewisse *Zeit*. Schließlich findet alles *Handeln* im *Raum* statt und seine *Planung & Durchführung* erfordern eine gewisse *Zeit*.

So beschäftigt sich die *Kognitive Psychologie* etwa mit der Visuellen Wahrnehmung & Bildhaften Vorstellung des Raumes, mit der Beziehung zwischen der subjektiv wahrgenommenen Zeit-Dauer und der physikalisch gemessenen *Zeit* oder mit der Beziehung zwischen der visuellen & haptischen Wahrnehmung des Raumes.

Die *Neurobiologie* untersucht etwa die Einflüsse der Schädigung bestimmter Gehirn-Areale auf die Fähigkeit des Wiedererkennens von Orten & Objekten oder des korrekten Anordnens von aufeinander folgenden Ereignissen. Diese Untersuchungen erstrecken sich nicht nur auf den Menschen sondern lassen sich auch auf Tiere ausweiten.

In der *Kognitiven Linguistik* wird etwa der adäquate & inadäquate Gebrauch von Präpositionen zur Beschreibung & Unterscheidung der räumlichen & zeitlichen Anordnung von physikalischen Objekten & Ereignissen untersucht.

Dagegen wurden in der *Künstlichen Intelligenz-Forschung* Raum & Zeit lange nur indirekt im Rahmen des *Qualitativen Physikalischen Schließens*<sup>1</sup> untersucht. Erst gegen Ende des 20. Jahrhunderts begann man sich explizit mit der *Repräsentation & Verarbeitung von Wissen über Raum & Zeit*<sup>2</sup> zu beschäftigen.<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>) Patrick J. Hayes : „The Naive Physics Manifesto“ ([312])  
 Patrick J. Hayes : „The Second Naive Physics Manifesto“ ([313])

<sup>2</sup>) Oliviero Stock : „Spatial and Temporal Reasoning“ ([740])

<sup>3</sup>) Christian Freksa : „Spatial & Temporal Structures in Cognitive Processes“ ([217]), pp 379 – 381



### 6.1.3 Klassifikation der Ansätze

Die verschiedenen Ansätze der einzelnen Kognitionswissenschaften lassen sich in zwei Gruppen unterteilen. Einerseits in *Empirische Ansätze* der Kognitiven Psychologie, Neurobiologie & Linguistik und andererseits in *Konstruktive & Definitorische Ansätze* der Künstlichen Intelligenz-Forschung. Letztere werden im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet, da sie zu einer Principio Principii führen könnten.

Die Empirischen Ansätze lassen sich wiederum in Ansätze der *Psychologie & Linguistik* auf der einen Seite und Ansätze der *Neurobiologie* auf der anderen Seite unterteilen. Die Beziehung zwischen diesen beiden Gruppen führt letztendlich zur *Philosophy of Mind* und damit zum *Körper-Geist-Problem*. Dieses Problem ist aber bis heute ungelöst und auch viel zu komplex um in dieser Arbeit behandelt werden zu können. Deshalb soll hier der pragmatische Standpunkt von *Markus Knauff* übernommen werden. Dieser benutzt eine theoretische Konzeption, die von der *Psychologischen Beschreibungs- & Analyse-Ebene* – also von der Ebene der *Mentalen Repräsentationen* – ausgeht, aber zugleich ihre *Neurobiologische Verankerung* beibehält. Diese Neurobiologische Verankerung grenzt jedoch die Anzahl möglicher Psychologisch-Kognitionswissenschaftlicher Modelle ein. Darüber hinaus wird ein rein *kognitionswissenschaftlich-funktionaler* Standpunkt angenommen, der ein *Kognitives System* ausschließlich als *Funktionales System* betrachtet, dass sowohl durch *Mentale* wie auch durch *Neurobiologische Komponenten* realisiert ist und dessen *Zustände* vollständig durch „kausale“ *Relationen* zwischen *Eingaben, Ausgaben & anderen Zuständen* dieses Systems definiert sind, unabhängig davon, ob es sich bei diesen um *Mentale* oder *Neurobiologische Zustände* handelt. Dies führt auf :

### 6.1.4 Die Ansätze der „Representational Theories of Mind“

Wie bereits im Kap. 4.4 (S. 43) erwähnt, beruhen die Ansätze zu einer *Representational Theory of Mind* auf der Annahme, dass der *Computer* ein sinnfälliges *Modell des Menschlichen Geistes* ist. Kern dieser Ansätze ist ein *Drei-Schichten-Modell*, deren einzelne Schichten bzw. Analyse-Ebenen allerdings von verschiedenen Autoren verschieden bezeichnet werden :

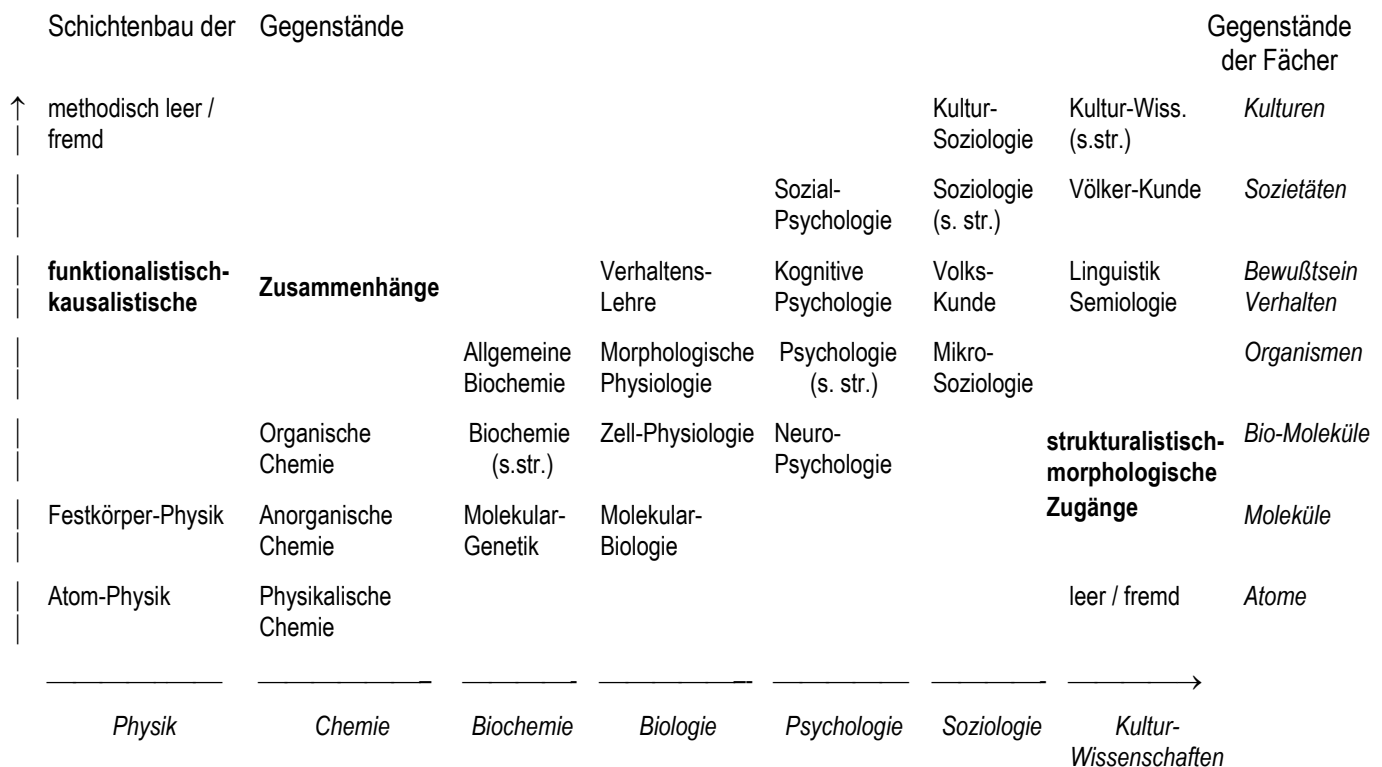
	Ebene 1	Ebene 2	Ebene 3	
John Anderson	Hardware Level	Algorithmic Level ( Functional Architecture ) Computational Level ( Actual Implementation )	Rational Level	( [11] )
Daniel Dennett	Physical Stance ( Physikalische Einstellung )	Design Stance ( Funktionale Einstellung )	Intentional Stance ( Intentionale Einstellung )	( [145] )
Jerry Fodor	( Physical ) Implementation Level	Algorithmic Level	Functional / Computational Level	( [202] )
David Marr	Physical / Neural Implementation Level	Algorithmic + Information Representation Level	Computational Level „Ziel der Berechnung“	( [488] )
Newell / Simon	Physical Level	Symbolic Level	Knowledge Level	( [559] )
Zimmer / Engelkamp	Physiologisches Substrat	Hypothetische Konstrukte der internen Strukturen + Prozesse	Modell der Eingabe- Ausgabe-Beziehungen	( [827] )

Zur Vereinheitlichung der Bezeichnungen werden im Rahmen dieser Arbeit diese drei Ebenen wie folgt bezeichnet :

- Ebene 3 : Funktionale Ebene
- Ebene 2 : Algorithmische Ebene
- Ebene 1 : Neurobiologische Ebene ( Neuro-Anatomie & -Physiologie )

Die Bezeichnung *Funktionale Ebene* wird gewählt, weil der Begriff „computational“ in der Informatik oft *synonym* zur Begriff „algorithmisch“ verwendet wird und der Begriff „intentional“ mehrdeutig ist, nämlich sowohl im Sinne von „inhaltlich“, wie auch im Sinne von „absichtlich“ verwendet wird. Des weiteren wird der Bezeichnung *Neurobiologische Ebene* der Vorzug gegeben, weil die Bezeichnung *Physikalische Ebene* einen *Physikalischen Reduktionismus* implizieren könnte, der im Rahmen dieser Arbeit nicht beabsichtigt ist.

Fügt man dieses Drei-Schichten-Modell in den *Schichtenbau der Komplexitäts-Grade der Gegenstände der Wissenschaften* von *Rupert Riedl* gemäß Abbildung :



Gradienten der Komplexitäts-Grade der Gegenstände der Wissenschaften nach Rupert Riedl ( Riedl, [659], S. 15 )

ein, so schließen sich nach „unten“ ( in der Abbildung *nach links* ) – auf die räumlichen Metaphern sei besonders hingewiesen – die Ebenen der *Biochemie, Chemie & Physik* an. Nach „oben“ ( in der Abbildung *nach rechts* ) folgt die Ebene der *Kultur-Wissenschaften*, zu deren Gegenständen u. a. die *Wissenschaften selbst* als *Kulturelle Phänomene* gehören. Auf dieser Ebene sind auch die *Wissenschaftlichen Theorien* anzusiedeln, die ihrerseits Gegenstand der *Wissenschaft(en) von der Wissenschaft* ( *Science(s) of Science* ) sind, zu denen man auch die *Erkenntnistheorie*

zählen kann.<sup>1</sup> Deshalb sind für diese Arbeit die *Funktionale & Algorithmische Ebene* besonders relevant, während die Neurobiologische Ebene nur am Rande behandelt wird. Damit gelangt man zur Frage nach der Anzahl der verschiedenen Typen der :

### 6.1.5 Informations-Repräsentation für die Visuospatiale Kognition

Bezüglich des *Computers* läßt sich sagen, dass zuerst alle in *Höheren Programmiersprachen* formulierten Informationen & Programm-Konstrukte in die *Maschinen-Sprache*, also in *Binäre Zeichen-Ketten* übersetzt werden müssen, bevor sie auf dem Computer ausgeführt werden können. Analog kann man dann auch argumentieren, dass zuerst alle auf der *Funktionalen & Algorithmischen Ebene* repräsentierten *Mentalen Informationen* letztendlich in die „*Maschinen-Sprache*“ des *Gehirns* – nämlich in *Nerven-Impulse & Synaptische Ereignisse* – übersetzt werden müssen, bevor sie vom Gehirn ausgeführt werden können. In diesem Sinne gibt es nur einen einzigen Typ der Informations-Repräsentation.<sup>2</sup>

Auf Grund der gleichen Analogie kann man aber auch argumentieren, dass aus einem einzigen Repräsentations-Typ auf Neurobiologischer Ebene nicht auch ein einziger Repräsentations-Typ of der Mentalen Ebene folgen muss. Allerdings gibt es in der Computer & Cognitive Science auch Bestrebungen für die Funktionale & Algorithmische Ebene einen universellen Repräsentations-Typ zu spezifizieren. Ein solcher Ansatz ist die *Amodal-Logische Repräsentations-Hypothese* (*Amodal Propositional Representation Hypothesis*) von *Zenon Pylyshyn*, nach der alle Informationen auf der Funktionalen & Algorithmischen Ebene durch *Sprachlich-Logische Ausdrücke aus abstrakten Symbolen* in einer unbekanntem Syntax repräsentiert sind. ([635] / [636] / [637])<sup>3</sup>

Allerdings zeigten Untersuchungen zur *Gedächtnis-Psychologie* bereits in den 1970-er Jahren, dass Versuchs-Personen sich Worte mit konkreter Bedeutung leichter merken konnten als Worte mit abstrakter Bedeutung. Diese Gedächtnis-Leistungen konnten noch verbessert werden, wenn die Versuchs-Personen aufgefordert wurden, sich die konkreten Worte bildhaft vorzustellen. Diese Ergebnisse führten zur Formulierung einer *Dualen Codierungs-Hypothese* durch *Allan Paivio*, nach der das Kognitive System des Menschen neben einem *Sprachlich-Logischen Repräsentations-System* (*Linguistic-Propositional Representation System*) zur Speicherung von *Sprachlichen Informationen* mindestens noch über ein weiteres Repräsentations-System zur Speicherung von *Bildhaften Informationen* (*Images*) verfügt. ([578] / [579] / [580])<sup>4</sup> Der Verweis auf diese Versuchs-Ergebnisse hat sich bis heute hartnäckig in der Gedächtnis-Psychologie-Literatur gehalten.<sup>5</sup>

---

<sup>1</sup>) Erhard Oeser : „Wissenschaft und Information“ Band 1 ([569]), pp 65 – 68

<sup>2</sup>) Philip Johnson-Laird : „Images, Models & Propositional Representations“ ([383]), S. 91

<sup>3</sup>) de Vega / Marschark : “Models of Visuospatial Cognition” ([777]), pp 5 + 91

<sup>4</sup>) de Vega / Marschark : “Models of Visuospatial Cognition” ([777]), pp 8 + 22

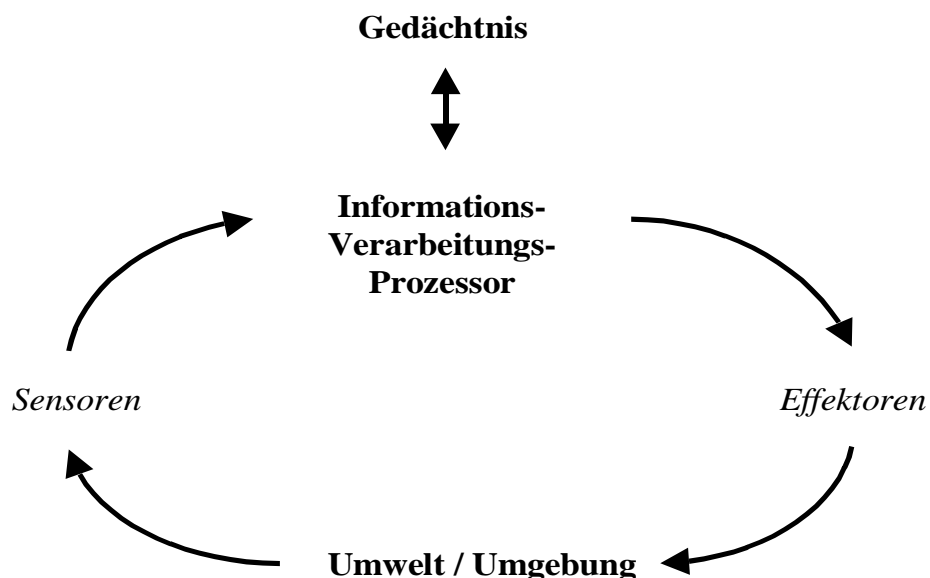
<sup>5</sup>) Margaret Intons-Peterson : “Integrating the Components of Imagery” ([370]), S. 23

Etwa zur gleichen Zeit führte *Roger Shepard* seine Versuche zur *Mentalen Manipulation von Bildhaften Vorstellungen* (Imagery) durch ([710] / [706] / [521]).<sup>1</sup> Diese begründeten den *Spatio-Perzeptionellen Ansatz* der *Bildhaften Vorstellungsforschung*, welcher von einer starken *Ähnlichkeit* zwischen *Bildhaften Vorstellungen* & *Visuospatialen Wahrnehmungen* ausgeht.<sup>2</sup> Nach den Ergebnissen dieses Forschungs-Zweigs kann die Existenz eines weiteres Repräsentations-Systems zur Speicherung von *Bildhaften bzw. Visuospatialen Informationen* als gesichert gelten. Charakteristisch für diese Art von Repräsentation ist eine *Isomorphie* oder zumindest *Homomorphie* zwischen dem *wahrgenommenen Objekt* und seiner *Mentalen Repräsentation*.<sup>3</sup> Diese *Bildhaften Vorstellungen* besitzen nach *Margaret Jean Intons-Peterson* neben ihren *Sensorisch-Perzeptionellen Eigenschaften* auch *Räumliche Eigenschaften*.<sup>4</sup>

Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit als Ansatz zur *Kognition des Raumes* der Weg über die *Visuelle Kognition* gewählt. Zuvor sei aber noch eine weitere Grundannahme für diese Arbeit genannt, nämlich :

### 6.1.6 Der Kognitive Regelkreis

In Kap. 5.2.5 ( S. 75 ) wurde bereits die *Wissenschaft als Regel-Kreis* eingeführt. Dieser Wissenschaftliche Regelkreis ist ein Spezialfall des *Kognitiven Regelkreises* :



welcher auf allen drei Ebenen des *Drei-Schichten-Modells* der *Representational Theory of Mind* gilt.

<sup>1</sup>) Margaret Intons-Peterson : “Integrating the Components of Imagery” ([370] ), S. 26

<sup>2</sup>) Margaret Intons-Peterson : “Integrating the Components of Imagery” ([370] ), pp 26 ff

<sup>3</sup>) de Vega / Marschark : “Models of Visuospatial Cognition” ([777] ), pp 4 – 6

<sup>4</sup>) Margaret Intons-Peterson : “Integrating the Components of Imagery” ([370] ), pp 44 – 45

## 6.2 Visuelle Kognition

### 6.2.1 Die Transformations-Theorie der Kognition

Ausgangspunkt der Betrachtung ist die *Transformations-Theorie der Kognition*<sup>1</sup>, welche im *Handbook of Visual Perception* von Haber & Hershenson wie folgt zusammengefasst ist :

“The major assumption of an information processing approach is that perception is not an immediate outcome of stimulation, but is the result of processing over time. Neither the perceiver’s visual experience nor his overt responses are immediate results of stimulation. They are consequences of processes, or a sequence of processes, each of which takes a finite amount of time. Therefore, in studying a complex perceptual task such as visual recognition this time interval may be divided into a number of stages or processes, corresponding to a series of transformations of the information in internal representation of the stimulus. (...) It is the identification of the processes, along with the determination of their position & impact in the sequence, which provides the major task for the information-processing theorists.” ([299], S. 158 n. [407], S. 28 )

### 6.2.2 Wesen & Zweck des Sehens

Das *Wesen des Sehens* definiert *David Marr* wie folgt : „Vision is a process that produces from images of the external world ( i.e. arrays of image intensity values as detected by the photoreceptors of the retina ) a description that is useful to the viewer and not cluttered by irrelevant information.“ ( Marr, [488], S. 31 )

“The study of vision must ... include not only the study of how to extract from images the various aspects ( color, form, beauty, motion, ... ) of the world that are useful to us, but also an inquiry into the nature of the internal representations by which we capture this information and thus make it available as a basis for decisions about our thoughts and actions. This duality – the representation and the processing of information – lies at the heart of most information processing tasks and will profoundly shape our investigation of the particular problems by vision.”<sup>2</sup> ( Marr, [488], S. 3 )

Und unter *erkenntnistheoretischem Blickwinkel* formuliert er : “The *visual system* tries to deal only with *physical things*, using rules based on *constraints* supplied by the *physical structure of the world* to build up other *descriptions* that again have *physical meanings*.” ... “*Studying vision is a mixture of studying processes & studying the world* from this rather specialized point of view – something that *natural evolution* has been doing for a long time.” ( Marr, [488], pp 75 + 266 )<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>) Die Begriffe „Perzeption“ & „Wahrnehmung“ werden in dieser Arbeit meistens im Sinne von „Sinnes-Wahrnehmung“ benutzt, während der Begriff „Kognition“ alle Prozesse von der *Sinnes-Wahrnehmung* bis hin zur *Rationalen Erkenntnis* im Sinne der *Philosophischen Erkenntnistheorie* umfasst. Deshalb wird hier die Formulierung „Transformations-Theorie der Kognition“ an Stelle von „Transformations-Theorie der Wahrnehmung“ benutzt.

<sup>2</sup>) in beiden Zitaten Klammern von mir

<sup>3</sup>) kursiv & Unterstreichung von mir

### 6.2.3 Beitragende Wissenschaften

Da die Visuelle Kognition der Haupt-Wahrnehmungssinn des Menschen ist, liefert die Alltags-Erfahrung insofern einen wesentlichen Beitrag zur *Vision Science*, weil Modelle & Theorien der Visuellen Kognition, die der Alltags-Erfahrung widersprechen, wahrscheinlich falsch sind. Weitere Beiträge liefern gemäß den in der Einleitung gemachten Annahmen *Kognitive Psychologie & Neurobiologie*. Schließlich ist noch die Ingenieur-Wissenschaft *Computer Vision Research* zu nennen, die Methoden zur *Repräsentation von Visuellen Informationen*, zur *Konstruktion von Computer-Programmen* zur Verarbeitung dieser Repräsentationen und von *Computer-Architekturen zur Computer Vision* beiträgt.<sup>1</sup>

### 6.2.4 Der Weg zur Vision Science

Für die *Empirischen Wissenschaften* sollen hier nur exemplarisch die Arbeiten von *Max Wertheimer* ([803]) & *Wolfgang Köhler* ([412]) zur *Gestalt-Psychologie*, von *Bela Julesz* zum *Biokularen Sehen* ([384]), von *F.W.C. Campbell & J. Robson* ([94]) und *Hugh Wilson & Joseph Berger* ([811]) zur *Psycho-Physik*, von *Edwin Land* zum *Farb-Sehen* ([433] + [434]), von *Roger Shepard* zur *Mentalen Rotation* ([710]) und von *Horace Barlow* zur *Untersuchung der Frosch-Retina* ([34] + [35]) erwähnt werden.

Die ersten Ansätze des *Computer Vision Research* sind dagegen sehr pragmatisch. Hier sollen wiederum nur exemplarisch die Arbeiten von *Azriel Rosenfeld* über *Operatoren zur Textur-Erkennung & Kanten-Detektion* ([672]), von *David Waltz* zur *Erkennung von „Block-Welten“* ([790]) und von *Berthold Horn* zur *Analysis of Shape from Shading* ([353]) genannt werden.

Dagegen zeichnet sich der bis heute richtungsweisende *Informationsverarbeitungs-Ansatz* von *David Marr* ([486] / [488] / [490]) dadurch aus, dass erstmals systematisch untersucht wird, welche Eigenschaften jedes Künstlich Intelligente Programm und jedes Visuelle System haben muss um *komplexe Szenen der realen Welt* erkennen zu können!<sup>2</sup> Deswegen soll dieser Ansatz als Nächstes vorgestellt werden. Eine umfassende & aktuelle Darstellung der *Visuellen Kognition* findet sich im Buch *Vision Science* ([581]) von *Stephen Palmer*.

### 6.2.5 Das Stufen-Modell der Visuellen Kognition von David Marr

David Marr studierte ursprünglich *Mathematik* und promovierte anschließend auf dem Gebiet der *Gehirn-Forschung* über Gehirn-Funktionen der Säugetiere, bevor er sich der *Vision Science* zuwandte.<sup>3</sup> Er hat sein Modell der Visuellen Kognition in seinem Buch *Vision – A Computational Investigation into the Human Representation &*

---

<sup>1</sup>) David Marr : „Vision“ ([488]), pp 4 – 5

<sup>2</sup>) David Marr : „Vision“ ([488]), pp 8 – 18

<sup>3</sup>) Shimon Edelman / Lucia M. Vaina : „David Marr – A short biography“ ([160])

*Processing of Visual Information* ([488])<sup>1</sup> ausführlich dargestellt. Die folgende Darstellung basiert deshalb hauptsächlich auf diesem Buch.

### 6.2.5.1 Grundannahmen & Methodik

Ausgehend vom Informationsverarbeitungs-Ansatz der *Informatik* wird zwischen der *Repräsentation der zu verarbeitenden Informationen* und der *Organisation der Informationsverarbeitungs-Prozesse* unterschieden. Anschließend werden für jeden identifizierten Teil-Prozess sein *Funktionaler Zweck*, die *funktionalen Anforderungen* an die *Repräsentation* seiner *Eingabe- & Ausgabe-Informationen* sowie die *Grund-Bausteine* dieser Repräsentationen spezifiziert.

Eine weitere Grundannahme ist die *Modularität des Visuellen Kognitions-Systems* im Sinne der „*Modularity of Mind*“ von *Jerry Fodor* ([203]), wobei die einzelnen Verarbeitungs-Module durchaus miteinander wechselwirken können. Diese Annahme ist u.a. durch die Arbeiten von *Bela Julesz* empirisch untermauert.<sup>2</sup>

### 6.2.5.2 Die Architektur des Visuellen Kognitions-Prozesses

Der *Visuelle Kognitions-Prozess* lässt sich in die zwei Teil-Prozesse :

1. Sensor-nahe Wahrnehmungs-Verarbeitung und
2. Objekt-Erkennung

unterteilen. Der *Sensor-nahe Wahrnehmungs-Verarbeitungs-Prozess* lässt sich weiterhin in die beiden Teil-Prozesse

- 1.1 Bild-Segmentierung und
- 1.2 Tiefen- & Orientierungs-Analyse

untergliedern. Der *Objekt-Erkennungs-Prozess* unterteilt sich seinerseits wieder in den

- 2.1 Übergang von einem *Beobachter-abhängigen (Ego-zentrierten)* zu einem *Beobachter-unabhängigen (Objekt-zentrierten) Bezugs-System* und die
- 2.2 Modellierung der *3-dimensionalen Form* des Objektes

Die meisten Wissenschaftler gehen heute davon aus, dass die Verarbeitungs-Richtung vornehmlich *bottom up* ist, d.h. mit der *Bild-Segmentierung* beginnt und bei der *Objekt-Modellierung* endet, wobei aber die „höheren“ Prozess-Ebenen auf die „Unteren“ zurück wirken können (*Top-down-Verarbeitungs-Prozesse*). Allerdings ist unter Wissenschaftlern umstritten, ab welcher Verarbeitungsstufe diese *Top-down-Verarbeitung* einsetzt. Die *Bottom-up-Verarbeitung* wird auch *Daten- bzw. Informations-getriebene Verarbeitung (data-driven processing)* genannt, während

---

<sup>1</sup>) David Marr erkrankte im Winter 1978 an Leukämie und verstarb im November 1980 im Alter von 35 Jahren. Dieses Buch ist 1982 posthum erschienen und stellt sozusagen das Wissenschaftliche Vermächtnis von David Marr dar.

<sup>2</sup>) David Marr : „Vision“ ([488]), Kap. 1 + S. 102

man die von „oben nach unten“ wirkenden Prozessen *Hypothesen- bzw. Erwartungsgetriebene Verarbeitung* (*hypothesis-driven or expectation-driven processing*) nennt.<sup>1</sup> Darüber hinaus können auf allen Ebenen im *Kognitiven Modell der Außenwelt*<sup>2</sup> gespeicherte Informationen wirksam werden.

### 6.2.5.3 Der Sensor-nahe Wahrnehmungs-Verarbeitungs-Prozess

#### 6.2.5.3.1 Der Bild-Segmentierungs-Prozess

Die *Eingabe-Informationen* dieses Prozesses sind die *Reizungen der Photo-Rezeptoren* in der *Retina* des Auges, d. h. das *Bild* auf der *Retina*. Funktionale Anforderung an die Informations-Repräsentation ist folglich die Repräsentation der Aktivitäts-Muster der Photo-Rezeptoren. Dies kann in Form von *2-dimensionalen Intensitäts-Funktionen* modelliert werden, deren Grund-Bausteine die *Intensitäts-Werte (Pixel)* an jedem Punkt der *Retina* bzw des *Bildes* sind.

Der *Zweck* dieses Prozesses ist die Ableitung einer *expliziten Repräsentation* der *wesentlichen Eigenschaften* des (*2-dimensionalen*) *Bildes*, also seiner *Intensitäts-Wechsel* und deren *geometrische Verteilung & Organisation*.

Die *Ausgabe-Information* dieses Prozesses nennt David Marr den *Primal Sketch*. Seine Grund-Bausteine sind Null-Stellen der *Intensitäts-Funktionen*, (*Farb-*) *Flecke*, *Diskontinuitäten*, *Kanten-Segmente*, *Virtuelle Linien*, *Intensitäts-Grenzen* sowie *Gruppierungen* dieser Grund-Bausteine.

#### 6.2.5.3.2 Der Tiefen- & Orientierungs-Analyse-Prozess

Der *Zweck* dieses Prozesses ist die Ableitung einer *expliziten Repräsentation* der *sichtbaren (Objekt-) Oberflächen* in einem *Beobachter-zentrierten Bezugs-System*, d. h. die Ableitung der *Orientierung* von *Oberflächen*, der *Entfernungen* von *Bild-Grund-Bausteinen* vom *Beobachter*, der *Oberflächen-Reflektanz* sowie der *groben Beschreibung* der *Beleuchtungs-Verhältnisse*.

Die *Eingabe-Information* dieses Prozesses ist der *Primal Sketch* des vorhergehenden *Bild-Segmentierungs-Prozesses*. Die *Ausgabe-Information* dieses Prozesses nennt David Marr den *2 1/2-D Sketch*. Diesen charakterisiert er wie folgt: „... the *2 1/2-D sketch* provides a viewer-centered representation of the visible surfaces in which the results of all the processes (listed in next paragraph) can be announced and combined. The construction of the *2 1/2-D sketch* is a pivotal point for the theory, marking the last step before a surface's interpretation and the end ... of pure perception.“ ([488], S. 268)<sup>3</sup> Seine Grundbausteine sind *Oberflächen & deren Orientierung* im

---

<sup>1</sup>) Stephen Palmer : „Vision Science“ ([581]), pp 84 – 85

<sup>2</sup>) Dieses umfasst nicht nur die im *Gedächtnis* gespeicherten Informationen, sondern auch alle die Informationen, welche in der *Anatomie & Physiologie* der *Sinnes-Organen* & des *Zentral-Nervensystems* gespeichert sind !

<sup>3</sup>) kursiv und in Klammern von mir



Raum, deren Entfernungen vom Beobachter, Tiefen-Diskontinuitäten sowie Diskontinuitäten in der Orientierung der Oberflächen.

Diese Grund-Bausteine des *2 1/2-D Sketch* werden durch ein System weitgehend unabhängig voneinander arbeitender *Module* für ( die )

- Stereopsis
- Bestimmung von Richtungs-Abhängigkeiten
- Ableitung von Strukturen aus Scheinbaren Bewegungen
- vom Optischen Fluss abgeleitete Tiefe
- Ableitung der Oberflächen-Orientierung aus Oberflächen-Konturen
- Ableitung der Oberflächen-Orientierung aus Oberflächen-Texturen
- Ableitung von Gestalt-Formen aus Schatten-Würfen
- Photometrisches Stereo
- Bestimmung von Leuchtdichte, Helligkeit & Farbe als Näherungen für die Reflektanz

aus dem *Primal Sketch* abgeleitet.

#### 6.2.5.4 Der Objekt-Erkennungs-Prozess

Der *Zweck* dieses Prozesses ist die Ableitung einer *Objekt-zentrierten Repräsentation* der *Drei-dimensionalen Objekt-Struktur* sowie der *Anordnung der sichtbaren Oberflächen* zusammen mit einer *Beschreibung der Oberflächen-Eigenschaften*, d. h. einer Modularen Hierarchischen Repräsentation aus Volumetrischen & Oberflächen-Grund-Bausteinen.

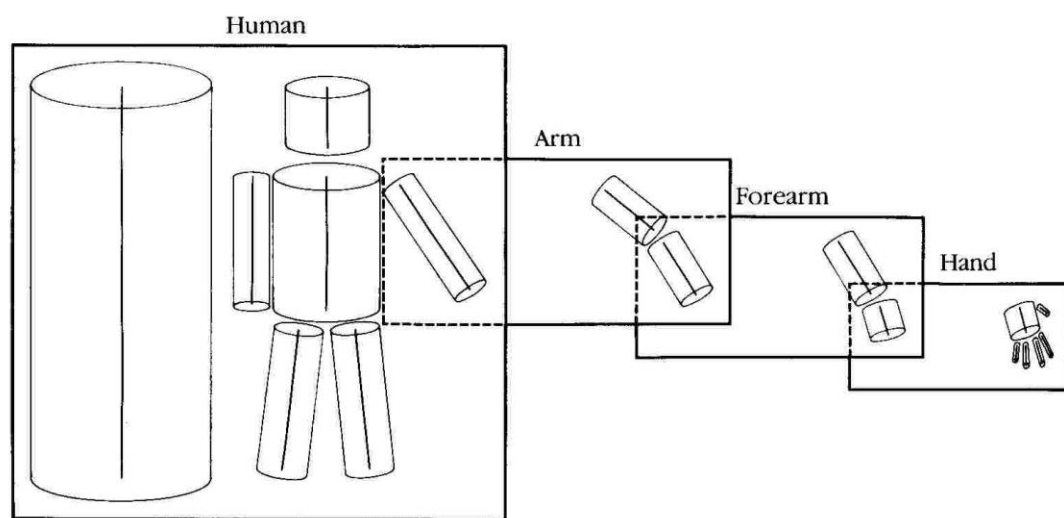
Die *Eingabe-Information* dieses Prozesses ist der *2 1/2-D Sketch* des vorhergehenden Sensor-nahen Wahrnehmungs-Verarbeitungs-Prozesses. Die *Ausgabe-Information* dieses Prozesses nennt David Marr die *3-D Modell-Repräsentation*. Grundlage dieser 3-D Modell-Repräsentation ist ein *System zur Repräsentation der Volumetrischen & Oberflächen-Form bzw. -Gestalt* (volumetric & surface-based shapes). Dieses definiert David Marr wie folgt. „I shall reserve the term *shape* (*Form* bzw. *Gestalt*) for the geometry of an object's physical surface. Thus, two statues of a horse cast from the same mold have the same shape. A *representation* (*system or framework*) for shape is a formal scheme for describing shape or some aspects of shape together with rules that specify how the scheme is applied to any particular shape. ... The result of using a representation (system / framework) to describe a given shape (is) a *description* (or *representation*) of the shape in that representation (system / framework). A description may specify a shape only roughly or in fine detail. ... (This) *shape information* has a special character, because unlike color or visual texture information, the representation of most kinds of shape information requires some sort of *coordinate system* (*frame of reference*) for describing spatial relations.“ ([488], S. 296)<sup>1</sup> Dieses *Objekt-zentrierte Koordinaten-System* ist Voraussetzung für

---

<sup>1</sup>) kursiv und in Klammern von mir. David Marr benutzt den Begriff „Repräsentation“ im Sinne von „Repräsentations-System“, während er in dieser Arbeit in Sinne des Ergebnisses des Repräsentations-Prozesses benutzt wird. Man vergleiche hierzu die Informations-Definition von Donald MacKay.

die Konstruktion der Form- bzw Gestalt-Beschreibung und muss deshalb aus dem *2 1/2-D Sketch* bestimmt werden. Natürliche Basen für solche Koordinaten-Systeme sind Elongations-Achsen, Symmetrie-Achsen, Rotations-Achsen oder Verallgemeinerte Kegel-Achsen.

Ausgehend von einer Modell-Achse, welche die Grund-Gestalt des zu erkennenden Objektes nach Größe & Orientierung definiert, und der in Bezug auf diese Modell-Achse definierten relativen räumlichen Anordnung der Achsen der Haupt-Komponenten sowie den diesen Komponenten-Achsen zugeordneten 3-D-Modellen der Komponenten wird eine Modulare Hierarchie aus 3-D-Modell-Repräsentationen konstruiert, deren Module entweder wiederum modular & hierarchisch aufgebaute 3-D-Modell-Repräsentationen sind oder aus relativen räumlichen Anordnungen von Volumetrischen & Oberflächen-Grund-Bausteinen bestehen.



( Bild aus David Marr, [488], Figure 5-3, S. 306 )

## 6.2.6 Die Kognition Räumlicher Objekt-Anordnungen

Die Visuelle Kognition der *Anordnung von Objekten im Raum* erscheint als *natürliche Fortsetzung* des *Visuellen Erkennens & Wiedererkennens von Objekten*.<sup>1</sup> Schließlich haben alle Physikalischen Objekte eine (räumliche) Größe & Form / Gestalt und alle Form-/ Gestalt-Komponenten müssen irgendwie räumlich zueinander angeordnet sein. Allerdings weisen Neurobiologische Befunde bei Untersuchungen des Primaten-Gehirns ([776]), Verletzungen des Menschlichen Gehirns ([191] + [453]) & Gehirn-Aktivitäten des gesunden Menschlichen Gehirns ([415] + [544]) darauf hin, dass im Gehirn getrennte Systeme für das *Erkennen & Wiedererkennen von Objekten* und die *Kognition (der Position) von Objekten im Raum* existieren. Diese werden als „Was-System“ & „Wo-System“ („What System & Where System“) bezeichnet und werden im *Unteren Schläfen-Lappen* (Inferior Temporal Cortex) bzw. im *Hinteren Scheitel-Lappen* (Posterior Parietal Cortex) lokalisiert. Weitere Neurobiologische Befunde weisen aber ebenfalls darauf hin, dass Informationen zum Erkennen &

<sup>1</sup>) David Marr : „Vision“ ([488]), pp 310 – 312

Wiedererkennen von Objekten sowohl im „Was-System“ als auch im „Wo-System“ verarbeitet werden ([154]).<sup>1</sup> Damit gelangt man zur Unterscheidung :

## 6.2.7 Visuelle Kognition – Visuospatale Kognition – Spatale Kognition

*Visuelle Kognition* ist die Kognition aller derjenigen Informationen, welche von den *Visuellen Sinnes-Organen* wahrgenommen werden. Dies sind aber nicht nur *raumartige* Informationen wie *Größe & Form*, sondern auch *nicht-raumartige* Informationen wie *Farbe, Helligkeit & Reflektanz*. *Visuospatale Kognition* ist die Kognition von *räumlichen Objekten* bzw. von *Objekten im Raum* mittels *Visueller Kognition*, d. h. mittels der *Visuellen Sinnes-Organen*. *Spatale Kognition* bzw. *Raum-Kognition* schließlich ist die Kognition *räumlicher Informationen* unabhängig von der *Art der Sinnes-Organen*, mit denen sie wahrgenommen werden, d. h. unabhängig davon ob diese Informationen von Visuellen, Akustischen, Taktilen, Vestibulären, Olfaktorischen oder Kinästhetischen Sinnes-Organen geliefert werden. Damit gelangt man zur :

## 6.3 Kognition des Raumes

### 6.3.1 Historische Anfänge der Erforschung der Kognition des Raumes

Die Historischen Anfänge der *Erforschung des Kognitiven Raumes* gehen bis in die 40-er Jahre des 20. Jahrhunderts zurück. Exemplarisch seien hier die Arbeiten von *Jean Piaget* über *Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde* ([598]) und von *Edward Tolman* zu *Cognitive Maps in Rats & Men* ([754]) sowie die Arbeiten von *G.A. Miller, E. Galanter & K.H. Pilgram* zu *Plans & the Structure of Behavior* ([531]) genannt.<sup>2</sup>

### 6.3.2 Raum-Kognitions-Forschung & Kognitiver Raum

Ausgangs-Punkt der Erforschung der Kognition des Raumes ist der *konkrete 3-dimensionale Physikalische Raum der Alltags-Erfahrung*. Dieser Raum hat eine positive Ausdehnung und ermöglicht Bewegungen in beliebige Richtungen.

Die *Spatale* bzw. *Raum-Kognitions-Forschung* „is concerned with the *acquisition, organization, utilization, and revision of knowledge about spatial environments*“ (Freksa, [218], S. 4), also der *Erklärung & Beschreibung* von Erwerb, Veränderung,

---

<sup>1</sup>) N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ([557]), pp 33 – 35  
Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 42 – 50

<sup>2</sup>) N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ([557]), pp 5 – 6  
Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 12 – 16

Umgang, Struktur & Inhalten *Raum-bezogenen Wissens* sowie dessen Einfluss auf die *Wahrnehmung Räumlicher Sachverhalte* und das *Lösen Räumlicher Probleme*.<sup>1</sup>

Nach Brachman & Schmolze ([76]) lassen sich im Allgemeinen die folgenden *Wissens-Typen* unterscheiden :

	Typen-Wissen	Token-Wissen
mit Ereignis-Charakter	z.B. Script-Wissen	Episodisches Wissen
ohne Ereignis-Charakter	Terminologisches Wissen	Assertionales Wissen

Folglich läßt sich *Räumliches Wissen* in :

1. Episodisches Räumliches Wissen
2. Semantisch-Konzeptuelles Räumliches Wissen

unterteilen.

*Episodisch-Räumliches Wissen* ist die Fähigkeit Erlebnisse, Geschehnisse & Ereignisse, die zu einem bestimmten Zeitpunkt an einem angebbaren Ort stattgefunden haben, zu behalten und zu erinnern. Alle gedächtnis-psychologischen Befunde zur modalitäts-spezifischen Repräsentation & Verarbeitung Räumlicher Informationen können nur auf episodische Gedächtnis-Inhalte bezogen werden.

*Semantisch-Konzeptuelles Räumliches Wissen* ist die Fähigkeit Informationen über die „Welt in der wir leben“ und nicht über *konkrete Erfahrungen*“ zu speichern und zu erinnern.<sup>2</sup>

Die *Spatiale / Raum-Kognitions-Forschung* befasst sich also mit der Beantwortung der beiden Fragen :

- „Wie behalten & erinnern wir *Modalitäts-spezifische Räumliche Information* aus *wahrgenommenen & erlebten Sachverhalten & Situationen* ?“
- „Wie ist die Bedeutung *Modalitäts-unspezifischen Räumlich-Konzeptuellen Wissens*, das nicht an konkrete Einzel-Erlebnisse gebunden ist, in unserem *Gedächtnis* repräsentiert ?“

( Knauff, [407], pp 2 – 3 )

Der Forschungs-Gegenstand der *Spatialen / Raum-Kognitions-Forschung* ist damit einerseits der **Kognitive** (≡ **Psychische**) **Raum** als eine *Funktion der Wahrnehmung*, d. h. als ein *Räumliches Kognitives Modell der Physikalischen Außenwelt* (*Psychologischer Forschungs-Zweig*). Dieser *Kognitive* bzw. *Psychische Raum* ist klar vom *Physikalischen Raum* und vom *Mathematisch-Geometrischen Raum* zu

---

<sup>1</sup>) Christian Freksa : „Time and Space in Cognitive Systems“ ([215]), S. 5  
 Christian Freksa : „Spatial & Temporal Structures in Cognitive Processes“ ([217]), S. 381  
 Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), S. 12

<sup>2</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 4 – 6 n. [764]

unterscheiden !<sup>1</sup> Und andererseits die Frage, was man aus diesen Kognitionspsychologischen Erkenntnissen für die *Konstruktion von Computer-Programmen zur Modellierung von Prozessen zur Kognition des Raumes* lernen kann (*Informatischer Forschungs-Zweig*). Einen ersten Einblick in diesen Forschungs-Zweig liefert der Artikel *Spatial Cognition : From Rat-Research to Multifunctional Spatial Assistance Systems* ([408]) von *Markus Knauff, Christoph Schlieder & Christian Freksa*.

Einen mehr allgemeinen aber ausführlicheren Überblick über die Spatale bzw. Raum-Kognitions-Forschung findet sich in dem Artikel *Warum interessiert sich die Kognitionsforschung für die Darstellung räumlichen Wissens?* ([219]) von *Christian Freksa & Christopher Habel*.

### 6.3.3 Raum-Modelle

#### 6.3.3.1 Absolute & Relative Raum-Modelle

Ausgehend von der Alltags-Erfahrung läßt sich der *Begriff* des *Raumes* als „Anordnung von Orten“ definieren, „welche in unveränderlicher relativer Position zueinander stehen, unabhängig davon, ob sich an diesen Orten Objekte befinden oder nicht“. (Freksa, [215], S. 4 & [217], S. 382)

Wird dabei explizit oder implizit angenommen, dass dieser Raum auch dann existiert, wenn er keinerlei Objekte enthält, d. h. wenn er vollkommen leer ist, dann handelt es sich um ein Modell eines *Absoluten Raumes*. Dieses wird aus *rein räumlichen Entitäten* konstituiert und enthält eine *Orts- bzw. Lokations-Funktion*, welche jedem Objekt seine eindeutige *Position* im Raum zuweist.

Wird dagegen angenommen, dass der *Raum* erst durch die in ihm enthaltenen *nicht rein räumlichen Entitäten* und deren *Räumliche Beziehungen* zueinander konstituiert wird, so handelt es sich um ein Modell eines *Relativen Raumes*. In diesem Raum-Modell sind die Objekte auf Grund ihrer Räumlichen Beziehungen zu anderen Objekten lokalisiert, welche ihrerseits auf Grund ihrer gegenseitigen Räumlichen Beziehungen zueinander lokalisiert sind. In diesem Modell ist ein *vollkommen Leerer Raum* ein *sinnloser Begriff*!

Diese Unterscheidung geht auf *Isaac Newton & Gottfried Wilhelm Leibniz* zurück. Die meisten Philosophen & Psychologen der nachfolgenden Generationen gingen & gehen jedoch davon aus, dass der *Kognitive Raum* auf einem *Relativen Raum-Modell* beruht, da die *Elemente* des *Absoluten Raumes* nicht per se sondern nur durch die sich an diesen Orten befindlichen *materiellen Entitäten* wahrnehmbar sind. Eine bemerkenswerte Ausnahme bildet jedoch *Immanuel Kant*.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 11 – 12

<sup>2</sup>) Christian Freksa : „Time and Space in Cognitive Systems“ ([215]), pp 4 – 5  
Christian Freksa : „Spatial & Temporal Structures in Cognitive Processes“ ([217]), S. 382  
Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ([454]), pp 127 – 128  
N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ([557]), pp 30 – 32  
Laure Vieu : „Spatial Representation & Reasoning in Artificial Intelligence“ ([780]), pp 8 – 9

### 6.3.3.2 Globale & Lokale Raum-Modelle

Unabhängig von ihrer Klassifikation in Absolute & Relative Raum-Modelle lassen sich Kognitive Modelle des Raumes in *Globale & Lokale Raum-Modelle* klassifizieren. In einem *Globalen Raum-Modell* ist jede *Räumliche Entität* in einem *Allgemeinen Bezugs-System* (*General Reference Frame*) lokalisiert, sodass ihre *relative Position* zu allen anderen Entitäten *vollkommen determiniert* ist. Ein Beispiel für ein solches Globales Raum-Modell ist die *Landkarte*.

Ist dagegen eine *Räumliche Entität* durch *explizite Räumliche Beziehungen* zu *einigen* aber nicht notwendigerweise *allen* anderen räumlichen Entitäten lokalisiert, sodass die übrigen Räumlichen Beziehungen nur *implizit* gegeben sind oder gar *völlig undefiniert* bleiben, so handelt es sich um ein *Lokales Raum-Modell*. Ein Beispiel für ein solches Lokales Raum-Modell ist eine sprachliche Raum-Beschreibung.<sup>1</sup>

### 6.3.4 Bezugs-Systeme der Raum-Kognition<sup>2</sup>

Im vorhergehenden Kapitel wurde der Begriff des *Allgemeinen Bezugs-Systems* (*General Reference Frame*) erwähnt. *Bezugs-Systeme* (*Frames of Reference*) sind *Raum-Repräsentations-Systeme*, mit deren Hilfe sich *räumliche & nicht rein räumliche Entitäten* im Raum *lokalisieren* lassen. *Koordinaten-Systeme* sind ein Spezialfall solcher Bezugs-Systeme. In seinem Aufsatz *Frames of Reference and Molyneux's Question* ([454], pp 109 – 169) hat *Stephen Levinson* eine kurze Analyse des Begriffs „Bezugs-System“ und seine Verwendung in verschiedenen Wissenschafts-Disziplinen durchgeführt.

Danach werden in der Literatur folgende *Arten bzw. Typen* von Räumlichen Bezugs-Systemen (*Frames of Reference*) unterschieden :

#### 6.3.4.1 „Absolute“ versus „Relative“ Bezugs-Systeme

Die Klassifizierung von Bezugs-Systemen in *Absolute & Relative Bezugs-Systeme* wird in *Philosophie, Gehirn-Forschung & Linguistik* verwendet. Diese Klassifizierung ist nicht mit der in Kap. 6.3.3.1 beschriebenen Unterscheidung in *Absolute & Relative Raum-Modelle* zu verwechseln, da die Wahl des Bezugs-System-Typs unabhängig von der Wahl des Raum-Modell-Typs ist.

Relative Bezugs-Systeme besitzen nach *George Miller & Philip Johnson-Laird* „three orthogonal coordinate(s) (axes), just as Newtonian space does, but no fixed units of angle or distance are involved, nor is there any need for coordinates to extend without limit in any direction“ ([532], S. 380 nach [454], S. 128).

---

<sup>1</sup>) Laure Vieu : „Spatial Representation & Reasoning in Artificial Intelligence“ ([780]), pp 8 – 9

<sup>2</sup>) David Bryant : „A Spatial Representation System in Humans“ ([85]), 2.3  
Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux's Question“ ([454]), pp 126 – 152  
N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ([557]), pp 14 – 19

Absolute Bezugs-Systeme besitzen dagegen *Koordinaten-Achsen* mit *fest definierten Richtungen*, die sich in beiden Richtungen unendlich weit in den Raum erstrecken und deren Richtungen bzw Winkel zueinander unabhängig von irgendwelchen Objekten definiert sind. ( [454], S. 128 )

#### 6.3.4.2 „Allozentrische“ versus „Egozentrische“ Bezugs-Systeme <sup>1</sup>

Die Klassifizierung von Bezugs-Systemen in *Allozentrische & Egozentrische Bezugs-Systeme* wird in *Gehirn-Forschung & Entwicklungs-Psychologie* verwendet. Varianten dieser Klassifikation sind :

1. „Körper-zentrierte“ versus „Umgebungs-zentrierte“ Bezugs-Systeme und
2. „Subjekt-zentrierte“ versus „Objekt-zentrierte“ Bezugs-Systeme

##### 6.3.4.2.1 Allozentrische bzw. Externe Bezugs-Systeme

*Allozentrische bzw. Externe Bezugs-Systeme* bestimmen die *Position* von rein räumlichen & nicht rein räumlichen Entitäten mit Hilfe ihrer *Räumlichen Beziehungen* zu ausgezeichneten *Markanten Punkten* bzw. *Landmarken*, welche ein langfristig stabiles Räumliches Bezugs-System für bestimmte Bereiche des Raumes aufspannen. *Markante Punkte* bzw. *Landmarken* sind nicht rein räumliche Entitäten, deren einziges funktionales Charakteristikum ist, dass sich ihre relativen Positionen zueinander höchstwahrscheinlich nicht ändern werden.

Bei den Landmarken lassen sich *Punktförmige Landmarken* wie z. B. Grenzsteine oder Leuchttürme und *Markante Bereiche* ( *Region Landmarks* ) z. B. Fußballfelder oder Stadt-Bezirke unterscheiden. Obwohl es genau genommen punktförmige nicht rein räumliche Entitäten in der Realität nicht gibt, ist diese Unterscheidung trotzdem sinnvoll, da beispielsweise Leuchttürme auf See-Karten konzeptuell als punktförmige nicht rein räumliche Entitäten modelliert werden.

Definierendes Charakteristikum dieser Allozentrischen bzw. Externen Bezugs-Systeme ist ihre *Unabhängigkeit vom Standpunkt des Beobachters* !

##### 6.3.4.2.2 Egozentrische bzw Beobachter-zentrierte Bezugs-Systeme

*Egozentrische bzw Beobachter-zentrierte Bezugs-Systeme* definieren die *Position* von rein räumlichen & nicht rein räumlichen Entitäten mit Hilfe ihrer *Räumlichen Beziehungen* zum *Standpunkt des Beobachters* und seinen *drei Körper-Achsen* „oben / unter“, „vorne / hinten“ & „links / rechts“.

---

<sup>1</sup>) David Bryant : „A Spatial Representation System in Humans“ ( [85] ), 2.3  
Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ( [454] ), pp 129 – 130  
N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ( [557] ), pp 14 – 19

Bewegt sich der Beobachter durch den Raum, so *ändern* sich die Positionen aller rein räumlichen & nicht rein räumlichen Entitäten in diesen Bezugs-Systemen !

#### 6.3.4.3 „Beobachter-zentrierte“ versus „Objekt-zentrierte“ Bezugs-Systeme

Die Klassifizierung von Bezugs-Systemen in *Beobachter-zentrierte & Objekt-zentrierte Bezugs-Systeme* ( *Viewer centered & Object-centered Frames of Reference* ) wird in der *Vision Science & Imagery Debatte der Psychologie* verwendet und wurde 1982 von *David Marr* in seinem bis heute richtungsweisenden Buch *Vision – A Computational Investigation into the Human Representation & Processing of Visual Information* ( [488] ) eingeführt. Diese Bezugs-System-Typen sind dort den beiden *Repräsentations-Modell-Typen* „2 ½ D Sketch“ & „3-D Modell“ zugeordnet. Die *Vision Theorie* von *David Marr* ist im Kapitel *Visuelle Kognition* ( Kap. 6.2: S. 120 ) ausführlich beschrieben. <sup>1</sup>

#### 6.3.4.4 „Deiktische“ versus „Intrinsische“ Bezugs-Systeme <sup>2</sup>

Die Klassifizierung von Bezugs-Systemen in *Deiktische & Intrinsische Bezugs-Systeme* wird in der *Linguistik* verwendet. Varianten dieser Klassifizierung sind :

1. „Sprecher-zentrierte“ versus „Zuhörer-zentrierte“ Bezugs-Systeme
2. „Sprecher-/ Zuhörer-bezogene“ versus „dritt-bezogene“ Bezugs-Systeme
3. „Ternäre“ versus „Binäre“ Bezugs-Systeme

Diese Unterscheidung geht auf Arbeiten von *William Stern* ( [737] ) und *Ernst Cassirer* ( [102] ) zurück, wurde jedoch erst durch die Arbeiten von *George Miller & Philip Johnson-Laird* ( [532], pp 34 ff ) allgemein bekannt und akzeptiert.

##### 6.3.4.4.1 Deiktische Bezugs-Systeme

*Deiktische Bezugs-Systeme* sind Bezugs-Systeme, bei denen der Sprecher als betrachtende Person seinen Zuhörer mittels eines auf dem „*Hier-Jetzt-Ich-Origo*“-Prinzip als *Koordinaten-Ursprung* beruhenden Bezugs-Systems in einem Verweis-Raum ( Situation, Vorstellung, Text, Diskurs ) orientiert. D. h. Deiktische Bezugs-Systeme sind *Beobachter-zentrierte bzw. Egozentrische Bezugs-Systeme*. Dabei können alternativ sowohl der *Sprecher* wie auch der *Zuhörer* den *Koordinaten-Ursprung* des *Bezugs-Systems* bilden. <sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>) Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ( [454] ), S. 130

<sup>2</sup>) Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ( [454] ), pp 131 – 132  
Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ( [407] ), pp 126 – 133

<sup>3</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ( [407] ), pp 127 – 128  
[www.de.wikipedia.org/Deixis](http://www.de.wikipedia.org/Deixis)



#### 6.3.4.4.2 Intrinsische Bezugs-Systeme

*Intrinsische Bezugs-Systeme* sind Bezugs-Systeme, deren Koordinaten-Ursprung *Externe Objekte* in der *Umgebung* des *Sprechers bzw. Beobachters* sind und deren *Koordinaten-Achsen* bezüglich Richtung & Orientierung in Analogie zu den Asymmetrien des Menschlichen Körpers durch *Asymmetrische Räumliche Eigenschaften* dieses Objekts (*Intrinsische Eigenschaften*) definiert sind. D. h. Intrinsische Bezugs-Systeme sind *Objekt-zentrierte Bezugs-Systeme*.<sup>1</sup>

Gelegentlich wird auch noch der Begriff *Extrinsisches Bezugs-System* gebraucht. Extrinsische Bezugs-Systeme sind durch eine *allgemeine Richtungs-Eigenschaft* der *Umgebung* wie etwa die *Schwer-Kraft* orientiert.<sup>2</sup>

#### 6.3.4.5 „Beobachter-zentrierte“ versus „Objekt-zentrierte“ versus „Umgebungs-zentrierte“ Bezugs-Systeme<sup>3</sup>

Die Klassifizierung von Bezugs-Systemen in *Beobachter-zentrierte, Objekt-zentrierte & Umgebungs-zentrierte Bezugs-Systeme* (*viewer-centered, object-centered & environment centered frames of reference*) wird in der *Psycho-Linguistik* verwendet. *Laura Carlson-Radvansky & David Irwin* fassen die allgemeine Sichtweise der Psycho-Linguistik wie folgt zusammen :

“Three distinct classes of reference frames exist for representing the spatial relationships among objects in the world ... *viewer-centered frames, object-centered frames, and environment centered frames of reference*. In a *viewer-centered frame*, objects are represented in a *retinocentric, head-centric or body-centric coordinate system* based on the *perceiver’s perspective of the world*. In an *object-centered frame*, objects are coded with respect to their *intrinsic axes*. In an *environment-centered frame*, objects are represented with respect to *salient features of the environment*, such as gravity or prominent visual landmarks. In order to talk about space, vertical & horizontal coordinate axes must be oriented with respect to one of these reference frames so that linguistic spatial terms such as »above« and »to the left of« can be assigned.” ([97], S. 224 nach [454], S. 132)<sup>4</sup>

Nach dieser Auffassung sind Begriffe wie *deiktisch, intrinsisch & extrinsisch* lediglich alternative linguistische Bezeichnungen für *Beobachter-zentrierte, Objekt-zentrierte & Umgebungs-zentrierte Bezugs-Systeme*.<sup>5</sup>

---

<sup>1</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 127 – 128

<sup>2</sup>) Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ([454]), S. 132  
Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 126 – 133

<sup>3</sup>) Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ([454]), pp 132 – 133  
Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 126 – 133

<sup>4</sup>) kursiv von mir.

<sup>5</sup>) Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ([454]), S. 132

#### 6.3.4.6 „Intrinsische“ versus „Relative“ versus „Absolute“ Bezugs-Systeme <sup>1</sup>

Als *Alternative* zur Klassifizierung von Bezugs-Systemen in Beobachter-zentrierte, Objekt-zentrierte & Umgebungs-zentrierte Bezugs-Systeme schlägt *Stephen Levinson* für die *Linguistik* eine Klassifizierung in *Intrinsische, Relative & Absolute Bezugs-Systeme* vor, deren Bezugs-System-Typen er wie folgt definiert :

##### 6.3.4.6.1 Intrinsische Bezugs-Systeme

Ein *Intrinsisches Bezugs-System* wird durch eine *binäre Räumliche Relation* *R* mit den beiden *Argumenten* *F* (*Figur*) & *H* (*Hintergrund*) definiert, wobei die Relation *R* typischerweise einen *Teil* des Hintergrundes *H* benennt. Dabei ist der *Koordinaten-Ursprung* *X* des *Bezugs-Systems* *K* immer das *Volumetrische Zentrum* von *H*. Die *Intrinsische Relation* *R(F,H)* legt die *Position* der *Figur* *F* in einem Suchbereich fest, welcher durch einen Winkel zu einer Linie von *H* durch einen Anker-Punkt *A* und eine bestimmte Distanz von *H* definiert ist. Dabei können *F* und *H* beliebige Objekte einschließlich des Beobachters und auch *F* ein Teil von *H* sein. Dabei lässt die *Räumliche Relation* *R* im Allgemeinen weder *Transitive* noch *Rückwärtige Schlussfolgerungen* zu.<sup>2</sup>

##### 6.3.4.6.2 Relative Bezugs-Systeme

Ein *Relatives Bezugs-System* wird durch eine *ternäre Räumliche Relation* *R* mit den drei *Argumenten* *B* (*Blick-Punkt*), *F* (*Figur*) & *H* (*Hintergrund*) definiert, wobei die Objekte *F* & *H* keinerlei Beschränkungen unterliegen mit der Ausnahme, dass *B* und *H* voneinander *verschieden* sein müssen. Das *Primäre Bezugs-System* hat seinen *Koordinaten-Ursprung* immer im Blick-Punkt *B*, während ein *Sekundäres Bezugs-System* seinen Koordinaten-Ursprung in *H* haben kann. Dabei geht das Sekundäre Bezugs-System durch *Translation* des Koordinaten-Ursprungs von *B* nach *H* und anschließende *Rotation* des Sekundären Bezugs-Systems um *H* oder anschließende *Reflektion* an einer Transversalen Ebene durch *H* hervor. Ein solches Relatives Bezugs-System wird z.B. in dem Satz „Peter steht links neben dem Haus.“ benutzt. Die *Räumliche Relation* *R* lässt unter der Bedingung *Transitive Schlussfolgerungen* zu, dass der *Blick-Punkt* *B* konstant bleibt.<sup>3</sup>

##### 6.3.4.6.3 Absolute Bezugs-Systeme

Ein *Absolutes Bezugs-System* wird durch eine *binäre Räumliche Relation* *R* mit den beiden *Argumenten* *F* (*Figur*) & *H* (*Hintergrund*) definiert, wobei die Relation *R* die *Position* der *Figur* *F* in einem Suchbereich festlegt, der sich in einer

---

<sup>1</sup>) Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ( [454] ), pp 138 – 147

<sup>2</sup>) Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ( [454] ), pp 140 – 142

<sup>3</sup>) Stephen Levinson : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ( [454] ), pp 142 – 145 + 150

durch die Umgebung bestimmten Cardinal-Richtung ( z.B. Himmels-Richtung ) von H aus erstreckt. Dabei ist der *Koordinaten-Ursprung* X des *Bezugs-Systems* K immer das *Volumetrische Zentrum* von H und F & H können beliebige Objekte einschließlich des Beobachters oder eines sonstigen Deiktischen Zentrums sein und F kann auch ein Teil von H sein. Die *Räumliche Relation* R lässt generell *Transitive Schlussfolgerungen* zu.<sup>1</sup>

### 6.3.4.7 Zusammenfassung

Der Zusammenhang zwischen allen diesen Bezugs-System-Typen ist nach *Stephen Levinson* der folgende :

Beobachter-Bezug	Objekt-Bezug	Umgebungs-Bezug
Koordinaten-Ursprung : = Beobachter	Koordinaten-Ursprung : ≠ Beobachter	Koordinaten-Ursprung : ≠ Beobachter
Egozentrischer Bezug	Allozentrischer Bezug	Allozentrischer Bezug
Relativer Bezug	Intrinsischer Bezug	Absoluter Bezug
Deiktische Perspektive	Intrinsische Perspektive	
2 ½ D Sketch	3-D Modell	
Orientierungs-abhängig	Orientierungs-frei	Orientierungs-abhängig

Bezugs-System-Klassifikations-Schema von *Stephen Levinson* ( [454], S. 151, Tab. 4.4 )

Alle diese Bezugs-Systeme sind sowohl zur Repräsentation von *Absoluten & Relativen* wie auch von *Globalen & Lokalen Raum-Modellen* geeignet.

### 6.3.5 Gedächtnis-Modelle

#### 6.3.5.1 Mehr-Speicher-Modelle

Die *Mehr-Speicher-Modelle* des *Gedächtnisses* gehen auf die Arbeiten von *R.C. Atkinson & R.M. Shiffrin* ( [24] ) zurück und orientieren sich an Aufbau & Funktion der von-Neumann-Computer-Architektur. Ein Überblick über die verschiedenen Varianten dieses Modell-Ansatzes findet sich im Sammelband *Models of Human Memory* ( [564] ).

<sup>1</sup>) *Stephen Levinson* : „Frames of Reference and Molyneux’s Question“ ( [454] ), pp 145 – 147 + 150

Danach ist das *Menschliche Gedächtnis* in :

- Sensorische Register
- Kurz-Zeit-Gedächtnis ( Short-Term Memory ) und
- Lang-Zeit-Gedächtnis ( Long-Term Memory )

gegliedert.

*Sensorische Register* sind Modalitäts-Spezifische Speicher zur Erst-Speicherung der von den Sinnes-Organen kommenden Informationen in „Reiz-naher“ Form. In ihnen erfolgt keine Weiterverarbeitung im eigentlichen Sinn. In einem solchen Fall spricht man von einer „Prä-Kategorialen Speicherung“.

Das *Kurz-Zeit-Gedächtnis* ( *Short-Term Memory* / STM ) ist ein Speicher mit sehr begrenzter Kapazität für die kurzzeitige ( Sekunden ) Informations-Speicherung & aktive ( bewusste ) Informations-Verarbeitung zur Integration von Sensorischen Informationen & Informationen des Lang-Zeit-Gedächtnisses.

Das *Lang-Zeit-Gedächtnis* ( *Long-Term Memory* / LTM ) ist ein passiver & langfristiger Informations-Speicher mit praktisch unbegrenzter Kapazität & Speicher-Zeit, dessen Informationen zur Verarbeitung erst ins Kurz-Zeit-Gedächtnis übertragen werden müssen. <sup>1</sup>

### 6.3.5.2 Der Verarbeitungstiefe-Ansatz

Der Mehr-Speicher-Modell-Ansatz wurde Anfang der 1970-er Jahre gründlich in Frage gestellt. Als Alternative wurde von *F.I.M. Craik & R.S. Lockhart* der *Verarbeitungstiefe-Ansatz* ([124]) entwickelt, welcher von einem einzelnen *Globalen Gedächtnis* ausgeht, dessen unterschiedliche Gedächtnis-Leistungen das Resultat von ( Modalitäts-spezifischen ) Enkodierungs-Prozessen sind. Das „Kurz-Zeit-Gedächtnis“ wird als Teilmenge der temporär aktiven Informationen des Gedächtnisses aufgefasst.

Auf Grund dieser modalitäts-spezifischen Struktur-Annahme wurde eine formale Trennung von Informations-Typen und den diese verarbeitenden Enkodierungs-Prozessen möglich, sodass einerseits die gleichen Informationen von verschiedenen Prozess-Typen verarbeitet werden können und andererseits bestimmte Prozesse auf verschiedenen Informations-Typen operieren können. <sup>2</sup>

---

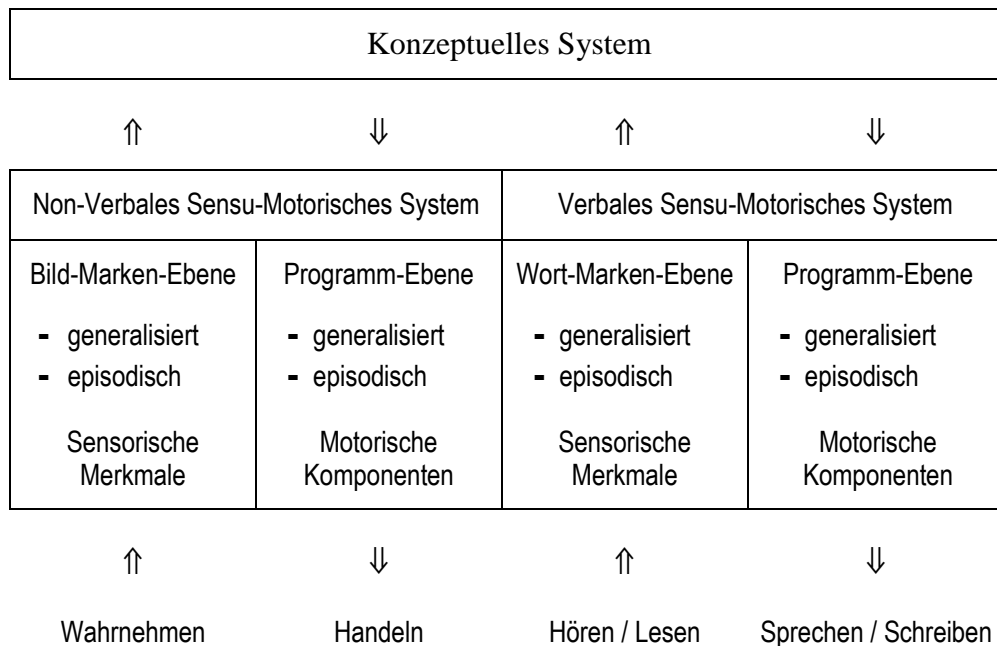
<sup>1</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 30 – 31 & 92 – 93

<sup>2</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 30 – 31 & 93 – 94  
J. Engelkamp : „Episodisches Gedächtnis – von Speichern zu Prozessen & Informationen“ ([183])

### 6.3.5.3 Die Multi-Modale Theorie des Gedächtnisses

Die *Multi-Modale Theorie des Gedächtnisses* ([182] & [184]) wurde Anfang der 1990-er Jahre von *J. Engelkamp* zu einer umfassenden Theorie des Gedächtnisses ausgearbeitet. Danach hat das *Menschliche Gedächtnis* folgende :

#### 6.3.5.3.1 Gedächtnis-Architektur



( Knauff, [407], S. 104, Abbildung 13 )

#### 6.3.5.3.2 Informations-Arten & Repräsentations-Formate

Durch diese *Multi-Modalitäts-Struktur* lassen sich die verarbeiteten Informationen einerseits in :

- Semantisch-Konzeptuelle Informationen
- Modalitäts-unspezifische Informationen                      und
- Modalitäts-spezifische Informationen

untergliedern, zwischen deren Verarbeitung eine Reihe von Wechselwirkungen bestehen. Denn auf der einen Seite beruht die Verarbeitung des Konzeptuellen Systems partiell auf Modalitäts-spezifischen Informationen und auf der anderen Seite beeinflussen Semantisch-Konzeptuelle Informationen die Verarbeitung von Modalitäts-spezifischen Informationen.

Andererseits gliedert diese Gedächtnis-Architektur die verarbeiteten Informationen in :

- Sinnes-spezifische Informationen und
- Motorische Informationen

wobei die Sinnes-spezifischen Informationen sich wiederum in Visuelle, Akustische, Olfaktorische, usw. Informationen untergliedern lassen.

Orthogonal dazu lassen sich die verarbeiteten Informationen in :

- Sprachliche Informationen und
- Nicht-Sprachliche Informationen

untergliedern.

Alle diese Informations-Arten bzw. -Typen haben *unterschiedliche Repräsentations-Formate*. Dabei sind sich jedoch die Repräsentations-Formate eines Typs untereinander ähnlicher als Repräsentations-Formate verschiedener Typen.

### 6.3.5.3.3 **Enkodierungs- & Erinnerungs-Prozesse**

Beim Enkodierungs-Prozess wirken alle diese Informations-Typen zusammen, wobei nicht nur Konzeptuelle Informationen im Gedächtnis gespeichert werden, sondern auch Sensorische, Modalitäts-spezifische u.a. Informationen. Beide Informations-Arten können beim Erinnern weitgehend unabhängig voneinander benutzt werden. Allerdings können nur solche Prozesse beim Erinnern benutzt werden, welche beim Enkodieren auch beteiligt waren.<sup>1</sup>

Einen aktuellen Überblick den Stand der Gedächtnis-Modell-Forschung mit informatischer Systematik findet man in *Mental representation and processing of geographic knowledge - A computational approach* ([33]) von Thomas Barkowsky.

## 6.3.6 (Visuo-) Spatale Informations-Repräsentation

### 6.3.6.1 **Allgemeines**

#### 6.3.6.1.1 **Empirische Befunde**

Wie bereits in Kap. 6.1.5 (S. 118) erwähnt, existiert nach der *Dualen Codierungs-Hypothese* von Allan Paivio im Kognitiven System des Menschen neben einem *Sprachlich-Logischen Repräsentations-System* (*Linguistic-Propositional Representation System*) zur Speicherung von *Sprachlichen Informationen* mindestens noch ein weiteres Repräsentations-System zur Speicherung von *Visuospatialen Informationen*. Die Existenz eines solchen zweiten Repräsentations-Systems wird zwischenzeitlich durch umfangreiche empirische Befunde gestützt. Eine Übersicht über diese

---

<sup>1</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 101 – 109

Arbeiten findet sich bei *David Bryant* ([85], Kap. 1) und *Markus Knauff* ([407], Kap. 3.1).

### 6.3.6.1.2 Raum-Kognition & Sprache

Diese Befunde zeigen aber auch, dass beide Repräsentations-Systeme in enger Wechselwirkung miteinander stehen. So sind Menschen ohne Schwierigkeiten in der Lage Räumliche Modelle von Umgebungen aus Erzählungen zu bilden, in denen die erzählten Geschichten handeln oder umgekehrt durch Exkursionen erkundete Raum-Regionen wie Stadtteile oder Landschaften verbal zu beschreiben. ([143] + [557], Kap. 7) Da das Thema dieser Arbeit u.a. die *Kognition von Raum & Zeit* ist, wird die Betrachtung im Folgenden auf das *Visuospatialen Informations-Repräsentations-System* konzentriert und die *Sprachlich-Logische Repräsentation von Raum & Zeit* nur am Rande behandelt. Eine weitere Einschränkung ergibt sich durch :

### 6.3.6.1.3 Das Verhältnis Visueller & Räumlicher Information

Weitere empirische Befunde zeigen, dass „*Objekt-Eigenschaften*, insbesondere Form & Farbe, und *Räumliche Information* im *Gedächtnis* als grundsätzlich verschiedene *Informationen* behandelt werden. Sie werden im Verlauf der Seh-Bahn früh voneinander getrennt und in verschiedenen *Gehirn- bzw Gedächtnis-Bereichen* verarbeitet & repräsentiert. Sowohl neurowissenschaftliche wie auch experimental-psychologische Ergebnisse zeigen, dass *räumliche & visuelle Aufgabenstellungen* nicht miteinander *interferieren*. ...

Räumliche Informationen sind eine stabile und über verschiedene (Sinnes-) Modalitäten hinweg bedeutsame kognitive Größe und gehen deshalb in ganz unterschiedliche Repräsentationen gelernter & wahrgenommener Sachverhalte ein.“ Sie sind nicht an *Visuelle Wahrnehmung* gebunden, sondern auch für *andere* „*Sinnes-Kanäle*“ bedeutsam. Es sieht nicht so aus, als ob für jede Sinnes-Modalität getrennte Räumliche Verarbeitungs-Systeme & Repräsentations-Formate zur Verfügung stehen. In diesem Falle dürften nur *Räumliche Aufgaben derselben Sinnes-Modalität* einander stören. (Knauff, [407], pp 87 – 88 )<sup>1</sup>

Für die Art der Verarbeitung & Repräsentation ist also nicht nur die beteiligte *Sinnes-Modalität*, sondern vor allem der *Inhalt* der Information, d. h. ihr *Informatischer Gehalt* verantwortlich. *Modalitäts-Spezifität & Inhalts-Spezifität* sind zueinander *orthogonal*.<sup>2</sup>

Zusammenfassend lässt sich nach *Markus Knauff* sagen, dass „zahlreiche gedächtnis- wie auch neurowissenschaftliche Befunde der letzten Jahre ... zu einer immer größer werdenden Ausdifferenzierung *verschiedener Gedächtnis-Subsysteme* geführt haben. ... Unbestreitbar ist unser Gedächtnis / Gehirn jedoch in der Lage, Raum-

---

<sup>1</sup>) kursiv + Unterstreichungen von mir

<sup>2</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 89 – 90  
H.D. Zimmer : „Von Repräsentationen, Modalitäten & Modulen“ ([826])

Informationen wie Nachbarschaft, Nähe, Entfernung usw. auf irgendeine Weise zu speichern und beim Erinnern von Situationen zu nutzen.“ ( Knauff, [407], S. 91 ) Die verschiedenen Ansätze für ein *System zur Repräsentation von Räumlichen Informationen* innerhalb des Kognitiven Systems des Menschen sollen deshalb im Folgenden vorgestellt werden.

### 6.3.6.2 Das Duale Codierungs-Modell von Allan Paivio

Wie bereits in Kap. 6.1.5 ( S. 118 ) erwähnt, stellte *Allan Paivio* u. a. im Rahmen von Experimenten auf dem Gebiet der *Sprachlichen Gedächtnis-Forschung* fest, dass sich Worte mit *konkreter*, d. h. *bildhafter Bedeutung* leichter merken & wiedererinnern lassen als Worte mit *abstrakter Bedeutung*. Dieser Effekt wurde noch verstärkt, wenn die Versuchs-Personen angewiesen wurden, sich die Bedeutung konkreter Worte explizit *bildhaft vorzustellen*. Diese experimentellen Befunde führten *Allan Paivio* zur Formulierung seiner *Dualen Codierungs-Hypothese*, nach welcher im Kognitiven System des Menschen neben einem *Sprachlich-Logischen Repräsentations-System* (*Linguistic-Propositional Representation System*) zur Speicherung von *Sprachlichen Informationen* noch ein weiteres *Nonverbales Bildhaftes Repräsentations-System* zur Speicherung von *Visuospatialen Informationen* existiert. ( [578] / [579] / [580] )

In beiden Systemen erfolgt die Informations-Verarbeitung auf den Ebenen :

- Sensorische Verarbeitung
- Repräsentationale Verarbeitung
- Assoziative Verarbeitung
- Referenzielle Verarbeitung

wobei die Interaktion zwischen beiden Teilsystemen nur auf der obersten, Referenziellen Ebene erfolgt. Dagegen ist die Interaktion zwischen beiden Teilsystemen auf den unteren drei Verarbeitungsebenen nur gering. *Allan Paivio* hat sein Modell zwischenzeitlich wesentlich weiter ausgearbeitet und modifiziert. Eine ausführliche Darstellung dieses *Dualen Codierungs-Modells* findet sich in seinem Buch *Mental Representation : A Dual-Coding Approach* ( [580] ).

Diese *Duale Codierungs-Hypothese* löste eine mindesten bis in die 1990-er Jahre andauernde Debatte über die Informations-Repräsentation im Menschlichen Gedächtnis aus, die als „*Imagery Debate*“<sup>1</sup> in die Wissenschaftsgeschichte einging und wurde damit zum Ausgangspunkt für viele andere Theorien zur Repräsentation Räumlicher Informationen im Menschlichen Gedächtnis.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) N. Block : „Imagery“ ( [53] )  
R.A. Finke : „Principles of Mental Imagery“ ( [200] )  
M. Tye : „The Imagery Debate“ ( [772] )

<sup>2</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ( [407] ), pp 101 – 102



### 6.3.6.3 Das Baddeley-Logie-Modell

Eine solche Fortentwicklung sind das *Visuo-Spatial Scratch/Sketch Pad Model* (VSSP) der Forschungs-Gruppe um *Alan Baddeley* und dessen Weiterentwicklung zum *Visuo-Spatial Working Memory Model* (VSWM) durch *Robert H. Logie*.<sup>1</sup>

#### 6.3.6.3.1 Das „Visuo-Spatial Scratch/Sketch Pad“ Modell

Ausgangspunkt des *Visuo-Spatial Scratch/Sketch Pad Models* (VSSP) ist die Annahme eines *Arbeits-Gedächtnisses* (*Working Memory*) an Stelle eines Kurz-Zeit-Gedächtnisses, welches *Alan Baddeley* wie folgt definiert: „A system for temporarily holding & manipulating information as part of a wide range of essential cognitive tasks such as learning, reasoning & comprehending.“ ([28], S. 67)

Kern des Modells ist die Trennung dieses Arbeits-Gedächtnisses in je ein Teilsystem zur Verarbeitung von *Sprachlichen Informationen* und ein solches zur Verarbeitung von *Visuospatialen Informationen*. Letzteres wird als *Visuo-Spatial Scratch/Sketch Pad* (VSSP) bezeichnet. ([29] + [30])<sup>2</sup> Das Teilsystem zur Verarbeitung von *Sprachlichen Informationen* wird als *Artikulatorische / Phonologische Schleife* bezeichnet und dient als passiver *Phonologischer Speicher* und als aktiver *Wiederholungs-Mechanismus* (*Rehearsal Mechanism*). Das Teilsystem zur Verarbeitung von *Visuospatialen Informationen* dient der Erzeugung & Manipulation von *Visuellen Bildhaften Informationen* (*Visual Images*) mittels eines passiven *Visuellen Speichers* sowie eines aktiven *Inneren Schreib-Mechanismus*.

Die Zusammenarbeit dieser beiden Teilsysteme wird durch ein weiteres *Aufmerksamkeits-Steuerungs-System* (*Attention Controlling System as Central Executive*) genanntes Teilsystem koordiniert, welches für die

- Zusammenführung & Verwaltung Modalitäts-spezifischer Informationen
- Aktivierung & Verarbeitung von Informationen aus dem Lang-Zeit-Gedächtnis sowie die
- Integration Phonologischer & Visuospatialer Informationen

verantwortlich ist. ([28] / S. 71 & [31] + [461])<sup>3</sup>

#### 6.3.6.3.2 Das „Visuo-Spatial Working Memory“ Modell

Der *Visuo-Spatial Scratch/Sketch Pad* wurde anschließend von *Robert Logie* in einen *Temporären Visuellen Speicher* und einen *Temporären Räumlichen Speicher* weiter untergliedert und nunmehr als *Visuo-Spatial Working Memory* (VSWM) bezeichnet. Der *Temporäre Visuelle Speicher* dient zur Speicherung von *Objekt-Eigenschaften* in analoger d.h. *partiell isomorpher* bzw. *homomorpher Repräsentations-Form* einschließlich ihrer *Positionalen & Metrischen Informationen*. Der *Temporäre*

---

<sup>1</sup>) Markus Knauff: „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 244 – 246

<sup>2</sup>) Markus Knauff: „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 34 – 35 + 80 – 81

<sup>3</sup>) Markus Knauff: „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 94 – 100

*Räumliche Speicher* dient zur Speicherung von *Repräsentationen* der *Objekt-Anordnungen* mittels *Topologischer & Relationaler Informationen*.

Nach dieser Theorie ist das *Visuelle Gedächtnis* eine Überlappung zwischen dem *Visuellen Wahrnehmungs-System* (*Visuell-Perzeptives System*) und dem *Arbeits-Gedächtnis*, während das *Räumliche Gedächtnis* durch eine Art von *Geometrischer Informations-Repräsentation* ausgezeichnet ist und die Modellierung von *Bewegung* erlaubt.

Die Unterscheidung zwischen *Räumlicher & Visueller Information* formuliert *Robert Logie* wie folgt: „One way in which to think of the term »spatial« is as a reference to the *location of items in space* & the *geometric relationships* between those items. *Visual information* might then refer to properties of those items such as their *shape, colour & brightness*. Another way in which to use the term »spatial« might be to refer to *movement through space*, for example scanning or moving from one item to another. A *visual representation* in working memory might involve retention of *static visual arrays* which incorporate *geometric properties of the layout of objects* or the *relationship of the parts of a single object to one another*. In this sense, to retain a *purely visual representation of a scene* there need to be no distinction between an array of several objects & a visual display of a single object which has a number of components, in a form close to (David) Marr's *2 1/2-D sketch* (Kap. 6.2.5.3.2 (S. 123) + [488], Kap. 4). The *distinction* is only required when we wish to *identify in the scene* in addition to retaining their *visual form & their location in space relative to the other objects in the scene*.“<sup>1</sup> ([461], S. 78)<sup>2</sup>

#### 6.3.6.4 Das Räumliche Repräsentations-System von David Bryant

##### 6.3.6.4.1 Die These

“Space can be understood through perception and language, but are the mental representations of space the same in both cases? ... I will argue that they are.” ([85], 1.1) “There is a *distinct spatial representational system* (SRS) that is linked to both perceptual and linguistic systems, but which represents space in a format that is unlike that of either of these systems.” ([85], 2.1)<sup>3</sup>

Mit diesen Worten beginnt *David Bryant* seinen Artikel *A Spatial Representation System in Humans* ([85]). Nach seinem Modell werden „Visual and linguistic inputs (as well as other forms of perceptual information) ... initially analyzed by separate systems that are dedicated to representing a particular form of input and that extract spatial information available in one modality.” ([85], 2.2) “The results of perceptual and linguistic analyses provide the necessary information for the spatial representation system but they do not themselves constitute spatial models because information is represented in forms specific to the type of input.” ([85], 2.3) “The goal of the SRS is not to represent strictly what is seen or heard in discourse, but to *represent an*

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir

<sup>2</sup>) Markus Knauff: „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 94 – 100

<sup>3</sup>) in allen Zitaten sind *kursiv + Unterstreichung* von mir

*environment that has structure beyond what can be immediately perceived or described.” ([85], 2.3)*

#### **6.3.6.4.2 Bezugs-Systeme zur Orts-Repräsentation**

Kern dieses *Räumlichen Repräsentations-Systems* sind *Bezugs-Systeme* (*Frames of Reference*), welche *David Bryant* als *Koordinaten-Systeme* definiert, „in which locations can be specified along three dimensions.“ ([85], 2.3) Neben :

1. Allozentrischen Bezugs-Systemen
2. Egozentrischen Bezugs-Systemen und
3. Objekt-zentrierten Bezugs-Systemen

werden noch *Externe Bezugs-Systeme* eingeführt, welche wie folgt definiert sind : „The *external reference frame* is composed of *axes based on the body* but *projected forward in the field of view.*“ ([85], 2.3)

Die Repräsentation der Orte von Objekten im Raum erfolgt durch die Auswahl eines geeigneten Bezugs-Systems in Abhängigkeit von der durchzuführenden Aufgaben und der anschließenden Bestimmung der Position der Objekte in Bezug auf die drei Koordinaten-Achsen dieses Bezugs-Systems. Dies kann z. B. durch eine Abschätzung der *wahrgenommenen Abstände & Richtungen* dieser Objekte relativ zum durch die *Position des Beobachters* und seinem durch die *drei Körper-Achsen* aufgespannten *Egozentrischen Koordinaten-System* erfolgen. Ist die Position des Beobachters in einem *Allozentrischen Koordinaten-System* bekannt, so kann er die Objekt-Positionen in diesem durch einfache Koordinaten-Transformationen bestimmen. ([85], 2.4 + 3.2)

Da die Orte von Objekten durch ihre Positionen relativ zu den drei Koordinaten-Achsen im Raum repräsentiert sind, werden die *räumlichen Beziehungen der Objekte zueinander* nach *David Bryant* nicht explizit repräsentiert sondern bei Bedarf aus diesen Positionen abgeleitet. ([85], 3.5) Darüber hinaus enthält diese Repräsentation des Raumes auch *Metrische & Geometrische Informationen*. ([85], 7.4.5)

#### **6.3.6.4.3 Absolute versus Relative Repräsentation des Raumes**

Das von *David Bryant* vorgeschlagene *Räumliche Repräsentations-System-Modell* verwendet ein Modell des *Absoluten Raumes*. Dies begründet er wie folgt : „*Charles Gallistel* offers ( in *Representations in Animal Cognition : An Introduction*, [238] ) a concise definition of a representation as a "functioning isomorphism" or formal correspondence between two systems, such that operations in one system produce conclusions about the other. To have a representation of space is to have an internal system with operations that allow inferences about the external world. According to this definition, *absolute coordinate systems and relativ(istic) ones are equally legitimate representations of space*. However *relativ(istic) representations* capture only *some of the aspects of physical space* available in a coordinate representation. A representation that encodes *only relationships between objects lacks information about position independent of objects*. One major goal of the study of *spatial cognition* should be to determine the level of *isomorphism* between *spatial*

*representations & physical space.* ... A coordinate system is a richer and more powerful representation than a relativ(istic) representation because it allows an individual to perform geometric operations on locations ( including empty locations ) rather than only on objects in relation to other objects.“ ( [85], 7.4.1 – 7.4.2 )<sup>1</sup>

Diese Argumentation ist allerdings nicht ganz überzeugend, denn ein Relatives Raum-Konzept impliziert nicht, dass sich damit keine Positionen im Raum handhaben lassen, an denen sich keine Objekte befinden. Es impliziert lediglich, dass sich in ihm der Begriff des „Leeren Raumes“ als Raum, in dem sich *überhaupt keine Objekte bzw. Entitäten* befinden, nicht sinnvoll definieren lässt.

### 6.3.6.5 Das Miller & Johnson-Laird Modell

In ihrem Buch *Language and Perception* ( [532] ) unternehmen *George Miller & Philip Johnson-Laird* einen erster Versuch *Räumliche Konzepte & Präpositionen* durch *Formale Definitionen* systematisch zu beschreiben. Ihre Grundannahme ist, dass *Räumliche Konzepte & Sprachliche Lokalisierungen* sowohl *miteinander* wie auch mit ihrem *situativen Kontext interagieren*.<sup>2</sup>

Sie unterscheiden zwischen einer *Relativen Repräsentation* des *Raumes*, in welcher der Raum durch die *Beziehungen zwischen* den sich in ihm befindlichen *Objekten* definiert wird und einer *Absoluten Repräsentation* des *Raumes*, in welcher der Raum *unabhängig* von irgendwelchen sich in ihm befindlichen *Objekten* durch ein *Koordinaten-System* definiert wird. Dies begründen sie damit, dass Menschen vorwiegend Relative Repräsentations-Modelle des Raumes benutzen, da ihre Sprache im Wesentlichen auf solchen Relativen Räumlichen Begriffen beruht.

Bezüglich der *Bezugs-Systeme (Frames of Reference)* unterscheiden sie zwischen dem *Deiktischen Bezugs-System*, welches räumliche Sprach-Ausdrücke relativ zum *Standpunkt des Beobachters* mittels eines Egozentrischen Koordinaten-Systems interpretiert und dem *Intrinsischen Bezugs-System*, welches räumliche Sprach-Ausdrücke relativ zu *externen Bezugs-Punkten* mittels eines Allozentrischen Koordinaten-Systems interpretiert. ( ⇒ Kap. 6.3.4.4: S. 131 )<sup>3</sup>

### 6.3.6.6 Die Theorie der Mentalen Modelle von Philip Johnson-Laird

In seinen Buch *Mental Models* ( [382] ) hat *Philip Johnson-Laird* dann ein ganz anderes Modell zur Mentalen Repräsentation des Raumes entworfen. Danach gibt es im Kognitiven System des Menschen nicht nur zwei verschiedene Systeme zur Informations-Repräsentation, sondern derer gleich drei ! Neben einem *Sprachlich-Logischen Repräsentations-System (Linguistic-Propositional Representation System)* für *Sprachliche Informationen* und einem Repräsentations-System für *Bildhafte Informationen (Images)* gibt es noch ein drittes vom Bildhaften Informations-

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir

<sup>2</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ( [407] ), pp 148 – 149

<sup>3</sup>) David Bryant : „A Spatial Representation System in Humans“ ( [85] ), 3.1 – 3.5

Repräsentations-System verschiedenes Repräsentations-System, welches er *Mentales Modell* nennt.<sup>1</sup>

#### 6.3.6.6.1 Die Charakteristika Mentaler Modelle

In ihrer einfachsten Form sind Mentale Modelle zu dem, was sie repräsentieren *schwach isomorph* bzw. *homomorph*. D. h. sie sind *Analoge Repräsentationen*, die einzelne Objekte durch *Objekt-Repräsentationen* und die (nicht nur räumlichen) Beziehungen zwischen diesen Objekten durch *Relations-Repräsentationen* modellieren.<sup>2</sup> Der Unterschied zwischen *Mentalen Modellen* und *Bildern* besteht darin, dass „a *mental model* represents a *finite set of alternative classes of situations*, where *each class* has a *potentially infinite number of members*. Such representations cannot be *visualized*; they cannot be *images*.” ([383], S. 120) “( *Mental* ) *Models* can be three-dimensional, kinematic & dynamic. But *everyday thinking* depends on many *concepts* that cannot be *visualized*. Models can embody these *abstract predicates* and they can capture *classes of situations* in a parsimonious way. Hence they can represent *any situation*, and *operations* on them can be *purely conceptual*.” ([383], S. 124)<sup>3</sup>

#### 6.3.6.6.2 Mentale Modelle und Sprachliche Raum-Beschreibungen

*Philip Johnson-Laird* hat seine Theorie der Mentalen Modelle auf der Basis seiner Forschungs-Arbeiten zum Lösen Räumlicher Probleme entwickelt. Die Kern-Idee dieser *Modell-Theorie des ( Räumlichen ) Logischen Denkens* ( *Model Theory of Reasoning* ) ist, dass das Räumliche Logische Denken nicht mittels auf *Sprachlich-Logischen Raum-Repräsentationen* operierenden *Formalen Ableitungs-Regeln* beruht, sondern durch die *Konstruktion* von möglichen *Bildhaften* bzw. *Räumlichen Modellen* geschieht, aus denen anschließend *Schlussfolgerungen* gezogen werden. Ein so konstruiertes Modell ist richtig, wenn die aus ihm gezogenen Schlussfolgerungen mit den *Prämissen* konsistent sind.<sup>4</sup>

Dazu muss zuerst aus den in *Sprachlicher Form* präsentierten Problemen mittels Syntaktischer & Semantischer Analyse die Bedeutung der Fragestellung gewonnen und diese in *Logischer Form* repräsentiert werden. Anschließend wird aus dieser Logischen Repräsentation ein ( *Räumliches* ) *Mentales Modell* konstruiert. Und es ist dieses Mentale Modell, welches längerfristig gespeichert wird, und nicht die Logische Repräsentation, aus der es gewonnen wurde ! Die Logischen Repräsentationen der Prämissen werden nur in dem Umfang gespeichert, in welchem sie nicht aus dem Mentalen Modell wieder abgeleitet werden können.<sup>5</sup>

---

<sup>1</sup>) Philip Johnson-Laird : „Images, Models & Propositional Representations“ ([383] ), S. 92

<sup>2</sup>) Philip Johnson-Laird : „Images, Models & Propositional Representations“ ([383] ), S. 102

<sup>3</sup>) kursiv + Unterstreichung von mir

<sup>4</sup>) Philip Johnson-Laird : „Images, Models & Propositional Representations“ ([383] ), S. 98

<sup>5</sup>) Philip Johnson-Laird : „Images, Models & Propositional Representations“ ([383] ), pp 109 – 110

Die Logischen Repräsentationen werden nur dann längerfristig gespeichert, wenn sie räumlich mehrdeutig sind, sodass aus ihnen kein ( Räumliches ) Mentales Modell konstruiert werden kann.<sup>1</sup>

### 6.3.6.7 Das Jackendoff Modell

In seinem Buch *Consciousness and the Computational Mind* ([372]) präsentiert Ray Jackendoff das Modell eines *Modalitäts-unspezifischen Räumlichen Repräsentations-Systems*, welches er in Anlehnung an die in Kap. 6.2.6 (S. 125) erwähnten experimentellen Befunde als „Wo“-System bezeichnet. Dieses dient einerseits der *Integration* der von den Systemen der *Visuellen, Akustischen & Taktilen Wahrnehmung* gelieferten *Informationen* und andererseits der *Koordination* von *Bewegungen & Raumbezogenen Sprachlichen Ausdrücken*.

Es besteht aus zwei interagierenden Teilsystemen. Nämlich einem *Geometrischen Teilsystem* zur Repräsentation von *Metrischen Informationen*, welche den *3-D Modell-Repräsentationen* der *Visuellen Kognition* im Sinne von David Marr (⇒ Kap. 6.2.5.4: S. 124) entsprechen und einem *Algebraischen Teilsystem* zur Repräsentation von *Beziehungen* zwischen *Räumlichen Kategorien*, welche den *Beziehungen* zwischen *Räumlich-Sprachlichen Begriffen* entsprechen. Auf diese Weise wird eine *visuell wahrgenommene* oder *verbal beschriebene* Anordnung von Objekten im Raum durch die Verbindung eines *Visuellen 3-D Modells* mit einer *Räumlich-Begrifflichen Beschreibungs-Struktur* repräsentiert.<sup>2</sup>

### 6.3.6.8 Das Kosslyn-Modell

Einer der bedeutendsten Vertreter des Gebiet der *Bildhaften Vorstellungs-Forschung* (*Imagery Research*) ist Stephen Kosslyn. Dieser hat seine Forschungs-Arbeiten in seinen beiden Büchern *Image and Mind* ([418]) & *Image and Brain* ([419]) umfassend dargestellt. Das von ihm vorgeschlagene Modell eines Räumlichen Informations-Repräsentations-Systems besteht aus einem :

- weitgehend *retinotrop* organisierter *Visual Buffer* d. h. einem „two dimensional spatial array of cells, each mapping onto a local region of the visual field“ ([612], S. 18)
- Sub-System zur *Kategorialen Repräsentation Räumlicher Relationen* (*Categorical Spatial Relation Encoding System*)
- Sub-System zur *Metrischen Repräsentation Räumlicher Relationen* (*Coordinate Spatial Relation Encoding System*)
- *Spatiotopic Mapping Sub-System* zur Koordination und Informations-Übertragung in den *Visual Buffer*

---

<sup>1</sup>) de Vega / Marschark : „Models of Visuospatial Cognition“ ([777]), pp 205 – 206

<sup>2</sup>) David Bryant : „A Spatial Representation System in Humans“ ([85]), 3.1  
Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 90 – 91

Das *Spatiotopische System* ist ein nicht an die *Visuelle Sinnes-Modalität* gebundenes *Repräsentations-System für Räumliche Information*, welches sowohl *Allozentrische* wie auch *Egozentrische Koordinaten-Systeme* enthält und auf das die unterschiedlichsten Systeme Zugriff haben. Diese *Relationale Repräsentation* steht in enger Wechselwirkung mit einem als *Assoziatives Gedächtnis* bezeichnetem *Langzeit-Gedächtnis*. Eine ausführliche Beschreibung dieses Modells findet sich in ([419], Kap. 3 + 7).<sup>1</sup>

### 6.3.6.9 Das Newcombe-Huttenlocher-Modell

In ihrem Buch *Making Space – The Development of Spatial Representation & Reasoning* ([557]) haben *Nora Newcombe & Janellen Huttenlocher* den aktuellen Stand der *Kognitiven Entwicklungs-Psychologie des Raumes* zusammengefasst. Danach untergliedert sich das Menschliche Kognitive System zur Repräsentation des Raumes in die beiden Teilsysteme zur :

- Raum-Repräsentation mittels eines *Externen Bezugs-Rahmens* (*Externally Referenced Spatial Coding System*) und zur
- Raum-Repräsentation mittels eines *Beobachter-zentrierten Bezugs-Rahmens* (*Viewer-Referenced Spatial Coding System*)

#### 6.3.6.9.1 Raum-Repräsentation mittels eines Externen Bezugs-Rahmens

Das *Externe Raum-Repräsentations-System* wird wie folgt charakterisiert : „Coding object locations with respect to an *external (allocentric) frame of reference*, that is noting its *spatial relations to other objects*, usually so-called *landmarks (Markante Punkte)* that constitute long-term stable reference systems for specific areas. The only functionally vital attribute for a landmark is that it should be unlikely to move. The more people are familiar with an area the more complete is their *long-term spatial knowledge* of this area. That is, people’s knowledge of stable landmarks provides the basis for *short-term spatial coding*.“ ([557], S. 14)<sup>2</sup>

Bezüglich der *Markanten Punkte* bzw. *Landmarken* lassen sich *Punktförmige Landmarken* wie z. B. Grenzsteine oder Leuchttürme und *Markante Bereiche* (Region Landmarks) z. B. Fußballfelder oder Stadt-Bezirke unterscheiden. Obwohl es genau genommen punktförmige nicht rein räumliche Entitäten in der Realität nicht gibt, ist diese Unterscheidung trotzdem sinnvoll, da beispielsweise Leuchttürme auf See-Karten konzeptuell als punktförmige nicht rein räumliche Entitäten modelliert werden.

---

<sup>1</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 90 + 244 – 245

<sup>2</sup>) *kursiv* + Unterstreichung von mir ;

Die Repräsentation der Lokalisierung von Objekten im Raum (*Orts-Repräsentation*) mittels externer Landmarken lässt sich weiter in eine Lokalisierung durch :

- Hinweis-Assoziation (*Cue Learning*) und
- Positions-Repräsentation (*Place Learning*)

untergliedern.

Bei der *Lokalisierung mittels Hinweis-Assoziation (Cue Learning)* wird der Ort des zu lokalisierenden Objekts mit dem Ort eines *Markanten Punktes* bzw. *Markanten Bereichs* assoziiert, an welchem es sich gewöhnlich befindet. Im Falle vom Markanten Bereichen wird die Suche auf diese Weise durch eine *Kategoriale Raum-Information* eingeschränkt.

Bei der *Lokalisierung mittels Positions-Repräsentation (Place Learning)* wird der Ort eines Objektes im Raum durch seine *Distanz* und / oder *Richtung* relativ zu entfernten *Markanten Punkten* repräsentiert. Damit erfordert die Bestimmung der Räumlichen Beziehungen zwischen einzelnen Objekten im Raum die Kenntnis ihrer Räumlichen Beziehungen zu den benutzten Markanten Punkten sowie der Räumlichen Beziehungen dieser Markanten Punkte untereinander. Dies wiederum erfordert die Repräsentation eines *Kohärenten Systems von Räumlichen Beziehungen* zwischen den *Markanten Punkten im Raum*. Empirische Befunde zeigen, dass dafür sowohl *Cartesische* wie auch *Polar-Koordinaten-Systeme* als *Externe (Allozentrische) Bezugs-Systeme* verwendet werden.

#### **6.3.6.9.2 Raum-Repräsentation mittels eines Beobachter-zentrierten Bezugs-Rahmens**

Obwohl die Kenntnis der Räumlichen Umgebung sowie die eigene Position in dieser für alle beweglichen Lebewesen überlebenswichtig ist, so liefern die *Sinnes-Organen* jedoch primär ein *Standpunkt-abhängiges „Abbild“* dieser Räumlichen Umgebung. Deshalb verfügt das Kognitive System des Menschen auch über ein *System zur Raum-Repräsentation* mittels eines *Beobachter-zentrierten (Egozentrischen) Bezugs-Rahmens*. Diese Form der Orts-Repräsentation ist ebenfalls im *Tier-Reich* sehr verbreitet ([237] / [464] / [468]).

Die Repräsentation der Lokalisierung von Objekten im Raum (*Orts-Repräsentation*) in Abhängigkeit von der Position des Beobachters lässt sich ebenfalls auf zwei verschiedene Arten realisieren. Nämlich durch eine Lokalisierung mittels :

- Senso-Motorische Orts-Repräsentation (*Response Learning*) und
- Inertial-Navigation (*Dead Reckoning*)

Bei der *Senso-Motorischen Orts-Repräsentation* wird der Ort eines Objektes im Raum bzw. der Weg zu diesem Ort durch ein *Muster von Muskel-Bewegungen*, welche erforderlich sind, um diesen Ort von der gegenwärtigen Position aus zu erreichen, repräsentiert. Diese Raum-Repräsentation ist also ein System von *Senso-Motorischen Informations-Kombinationen*, welche mit dem Ort des jeweiligen Objektes im Raum *assoziiert* sind. Diese Orts-Repräsentation ist auch im *Tier-Reich* sehr verbreitet.



Bei der *Lokalisierung mittels Inertial-Navigation (Dead Reckoning)* wird der Ort eines Objektes im Raum durch eine Folge von *Distanzen* und/ oder *Richtungen* ausgehend von der *aktuellen Position* des Beobachters im Raum – in Analogie zur in der Seefahrt verwendeten (und auch namensgebenden) Inertial-Navigation – repräsentiert. Die konkrete Repräsentation der Distanzen & Richtungen erfolgt durch *Vestibuläre, Kinästhetische & Visuelle Informationen* über die *durchgeführten Bewegungen* zur Erreichung des zu repräsentierenden Ortes. Beim Menschen scheint diese Art der Raum-Repräsentation relativ mühelos & automatisch realisiert zu werden. Dabei erweisen sich *tatsächlich durchgeführte Bewegungen* im Raum als *effizienter* als nur *vorgestellte Bewegungen* durch den Raum ([660]).

Der *Vorteil* dieses Raum-Repräsentations-Systems ist, dass es auch noch in solchen Räumlichen Umgebungen wie *Wüsten* oder auf *Hoher See* funktioniert, in denen die Raum-Repräsentation durch Positions-Repräsentation mangels geeigneter Markanter Punkte *sehr schwierig* oder gänzlich *unmöglich* ist. Ihr *Nachteil* ist, dass sich auftretende *Fehler* bei der Positions-Bestimmung *akkumulieren* („Drift“).

### 6.3.6.9.3 Hierarchische Raum-Repräsentation durch Informations-Kombination

Räumliche Umgebungen haben eine *Hierarchische Struktur*, in der kleinere *Raum-Bereiche (Regionen)*, welche zueinander in *Räumlichen Beziehungen* stehen, fortschreitend in *umfassendere* Raum-Bereiche eingebettet sind. Die Kombination aller oben beschriebenen Typen *Räumlicher Informationen* über allen Ebenen der *Hierarchischen Raum-Struktur* konstituiert ein *kohärentes System hierarchisch strukturierter Räumlicher Informationen* mit verschiedenen räumlichen *Auflösungs-Graden* und variierender *Positions-Sicherheit* als *Integrierte Räumliche Repräsentation* der Welt.

Bei der Bestimmung von Orten im Raum wirken die verschiedenen *Räumlichen Informationen aller Typen & Ebenen* zusammen, wobei jede Information gemäß ihrem Gewissheits-Grad gewichtet wird. Das Ergebnis ist eine Orts-Bestimmung mit *minimalem Unsicherheits-Grad* aber oft mit *systematischer Fehler-Tendenz*.<sup>1</sup>

### 6.3.7 Neuro-Biologie & Visuospatiale Kognition

In Kap. 6.1.4 (S. 116) wurde das *Drei-Schichten-Modell* der *Representational Theories of Mind* vorgestellt, welches die Betrachtung *Kognitiver Phänomene* in drei Ebenen gliedert, nämlich in die *Funktionale, Algorithmische & Neurobiologische Ebene*. Ebenfalls wurde dort erwähnt und begründet, dass die Neurobiologische Ebene, also die Ebene der Neuro-Anatomie & -Physiologie in dieser Arbeit nur am Rande betrachtet wird. Deshalb wird im Folgenden auf die *Neurobiologischen Grundlagen der Kognition des Raumes* nur sehr knapp eingegangen.

Wie allgemein bekannt ist, gliedert man das *Menschliche Groß-Hirn* in eine *Linke* und eine *Rechte Hirn-Hemisphäre*, wobei in sehr grober Näherung die Rechte Hirn-Hemisphäre primär für die *Visuospatiale Informations-Verarbeitung* zuständig ist.

---

<sup>1</sup>) N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ([557]), pp 14 – 27

Dabei fließt die *Visuospatiale Information* von der *Retina* über den *Seh-Nerv* und verschiedene Strukturen außerhalb des Groß-Hirns zum *Primären Visuellen Cortex*, welcher am hinteren (kaudalen) Ende des *Hinterhaupt-Lappens* (Okzipital-Lappens) lokalisiert ist. Dabei bleibt die *Retinotopie Struktur* der Information erhalten. Von dort aus fließt die Information in den *Sekundären Visuellen Cortex* (*Extrastriärer Visueller Cortex*), welcher den Primären Visuellen Cortex wie einen Gürtel umgibt und in dem sich funktional vier Bereiche – *Visuell 1* bis *Visuell 4* – unterscheiden lassen. Darüber hinaus lässt sich noch ein *Temporärer Assoziations-Cortex* (*Visuell 5*) identifizieren, der ebenfalls wichtige Funktionen in der Visuospatialen Informations-Verarbeitung hat.

Von hier spaltet sich die *Seh-Bahn* in drei verschiedene Bahnen auf, nämlich in eine :

- Erste Bahn für die Verarbeitung von *Farbe*
- Zweite Bahn für die Verarbeitung von *Formen*
- Dritte Bahn für die Verarbeitung von *Orten* (*Räumliche Information*)

Die *Erste Bahn* beginnt in den oberflächlichen Schichten von *Visuell 1*, läuft über *Visuell 2* & *Visuell 4* und endet im *Hinteren Scheitel-Lappen* (Posterior Parietal Cortex). Die *Zweite Bahn* beginnt in den tiefer liegenden Schichten von *Visuell 1* und endet ebenfalls im *Hinteren Scheitel-Lappen*, wo das „Was-System“ („What System“) lokalisiert wird. Die *Dritte Bahn* beginnt auch in *Visuell 1*, läuft über Teile von *Visuell 2* und endet in *Visuell 5* bzw. in den mittleren Bereichen des *Schläfen-Lappens* (Temporal Cortex), die als *Medio-Temporales Areal* bezeichnet werden. Hier wird das „Wo-System“ („Where System“) lokalisiert. Weitergehende Informationen über die *Neurobiologischen Grundlagen der Raum-Kognition* findet man in dem Tagungsband *Brain and Space* ([577]).<sup>1</sup>

### 6.3.8 Die Entwicklung des Räumlichen Denkens

#### 6.3.8.1 Traditionelle Ansätze zur Entwicklung des Räumlichen Denkens

Die Theoretischen Ansätze der *Entwicklungs-Psychologie* zur Erforschung des *Räumlichen Denkens* lassen sich in drei Gruppen bzw. Schulen einordnen, welche wesentliche Bedeutung erlangt haben. Als Erstes ist hier die von *Jean Piaget* begründete Theorie der *Kognitiven Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde* zu nennen. Die zweite Gruppe lässt sich unter dem Schlagwort *Nativismus* zusammen fassen. Die dritte Gruppe geht auf die von *Lev Semyonovich Vygotsky* begründete Theorie der *Kulturellen Weitergabe Kognitiver Räumlicher Fähigkeiten* zurück.

##### 6.3.8.1.1 Die Theorie der Kognitiven Entwicklung des Räumlichen Denkens von Jean Piaget

Die allgemeine *Theorie der Sequentiellen Stadien der Kognitiven Entwicklung des Kindes* von *Jean Piaget* wurde bereits in Kap. 5.4.6 (S. 96) vorgestellt. In seiner Theorie der *Kognitiven Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde* ([598]) geht er ebenfalls von einem *Stufen-Konzept* aus. Danach werden Kinder ohne jedwede Vorstellung über den Raum oder von Begriffen der Permanenz von Objekten, welche

---

<sup>1</sup>) Markus Knauff : „Räumliches Wissen und Gedächtnis“ ([407]), pp 42 - 50

im Raum angeordnet sind und diesen damit strukturieren, geboren und entwickeln ihre *Raum-Vorstellung* aus der „*Koordination (ihrer) Positions-Veränderungen*, d. h. der *Koordination von Bewegungen* unter Vernachlässigung ihrer *Geschwindigkeiten*“ (Piaget, [601], S. 69 )<sup>1</sup>.

Die Entwicklung der *Raum-Repräsentation* des Kindes erfolgt dabei in den Stufen :

1. Topologische Raum-Repräsentation  
( Berührung, Umfang, Trennung von Objekten )
2. Projektiv-Geometrische Raum-Repräsentation  
( Anordnung von Objekten entlang von Sicht-Linien ) und
3. Euklidisch-Geometrische Raum-Repräsentation  
( Verwendung von Orthogonalen & Metrischen Koordinaten-Systemen )

Die Arbeiten von Jean Piaget lösten eine regelrechte Flut von Empirischen Untersuchungen zum Übergang von der Egozentrischen zur Allozentrischen Sichtweise, zur Objekt-Permanenz, dem Aufbau Räumlicher Modelle und der Bildhaften Vorstellung des Blickwinkels anderer Personen bei Kindern der verschiedensten Altersklassen aus. Rückblickend lässt sich sagen, dass Jean Piaget in der Annahme irrte, Erwachsene würden Räumliches Wissen erfordernde Aufgaben immer korrekt lösen, da schwerwiegende Fehleinschätzungen beim Lösen Räumlicher Aufgabenstellungen selbst im ausgereiften Räumlichen Repräsentations-System von Erwachsenen auftreten. Folglich kam er zu der falschen Schlussfolgerung, viele räumliche Fähigkeiten würden erst relative spät in der Kindheit entwickelt werden. Außerdem unterschätzte er die Reichhaltigkeit der schon bei der Geburt vorhandenen Neurobiologischen Ausstattung des Neugeborenen, welche den Ausgangspunkt für die weitere Kognitive Entwicklung des Kindes bilden.<sup>2</sup>

#### 6.3.8.1.2 Nativistische Theorien zur Entwicklung des Räumlichen Denkens

Die Grund-Annahme des *Nativismus* ist, dass *Räumliche Fähigkeiten* bereits von Geburt im Gehirn angelegt sind und auf Grund eines *Inneren Gehirn-Reifungs-Prozesses* erst nach und nach in Erscheinung treten. Einflüsse der Umgebung sind dagegen bloße „Trigger“. Die Vertreter dieser Schule führen drei Arten von Argumenten an :

1. Die Fähigkeit zur Lösung Räumlicher Aufgaben tritt bereits früh in der Kindes-Entwicklung auf und ist *unabhängig* von der *Visuellen Wahrnehmung*, wie Untersuchungen mit *blinden Kindern* zeigen ( [436] + [437] ).
2. Raum-Einsicht ist eine Modulare Fähigkeit im Sinne von *Jerry Fodor* ( [203] ). Insbesondere gibt es einen „*Geometrischen Modul*“, welcher die *Räumliche Orientierung* realisiert. Dieser ist aber für bekannte & nützliche Informationen über Markante Punkte in der Umgebung unzugänglich. Die Verarbeitung

---

<sup>1</sup>) kursiv & Unterstreichung von mir

<sup>2</sup>) N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ( [557] ), pp 5 – 6 + 207

Geometrischer Informationen ist „eingekapselt“, modular & angeboren ([324] + [325]).

3. Die *Biologische Reifung* spezifischer Gehirn-Areale ist für alle Aspekte der Entwicklung Räumlicher Fähigkeiten verantwortlich, welche nicht von Geburt an vorhanden sind ([147]).

Allerdings zeigen andere Untersuchungen mit blinden Kindern, dass deren Entwicklung Räumlicher Fähigkeiten langsamer voran schreitet als die Entwicklung sehender Kinder, obwohl der *Aufbau eines Raum-Modells* auf Grund *nicht-visueller Erfahrungen* schließlich doch möglich ist.

Weiterhin zeigen Untersuchungen von *Nora Newcombe & Janellen Huttenlocher*, dass permanent ortsfeste Objekte – diese Eigenschaft ist Voraussetzung für ihre Benutzung als Markante Punkte – auch tatsächlich von Kindern als Versuchs-Personen benutzt werden, die man in der Versuchs-Anordnung desorientiert hatte. Schließlich müssen Kinder als Versuchs-Personen Objekte, die der Versuchs-Leiter für permanent ortsfest hält, noch lange nicht für permanent ortsfest halten.

Schließlich setzt ein *Innerer Gehirn-Reifungs-Prozess* die Annahme einer *einseitig wirkenden Kausal-Kette* voraus, welche auf Grund des gegenwärtigen Wissens über die *Rolle von Umwelt-Einflüssen* in der *Neurologischen Entwicklung* nicht gerechtfertigt erscheinen, denn es ist viel eher wahrscheinlich, dass die *Neurologischen Veränderungen* das Ergebnis von *Wechselwirkungen mit der Umwelt* sind als dass sie selbst die Entwicklung antreiben & begrenzen.

Zusammenfassend lässt sich mit den Worten von *Nora Newcombe & Janellen Huttenlocher* sagen: “ ... the facts uncovered by proponents of nativism are more consistent with an *interactionism*, in which environmental feedback helps to form a plastic nervous system than with the position that relegates environment to the position of a mere »trigger«.”<sup>1</sup> ([557], S. 8)<sup>2</sup>

### 6.3.8.1.3 Die Theorie der Kulturellen Weitergabe Kognitiver Räumlicher Fähigkeiten

Die Theorie der *Kulturellen Weitergabe Kognitiver Räumlicher Fähigkeiten* wurde von *Lev Semyonovich Vygotsky* begründet und ist durch folgende Ideen gekennzeichnet :

1. Die als „*Guided Participation*“ bezeichnete Erfahrung, dass Kinder ein besseres Verständnis der Welt erlangen, wenn sie von Erwachsenen oder älteren Kindern angeleitet werden ([664]).
2. Die als *Situations-Spezifität* bezeichnete Idee, dass der Kognitive Aufwand den Anforderungen einzelner Situationen genau angepasst ist und sehr situations-spezifisch sein kann ([665]).

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir

<sup>2</sup>) N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ([557]), pp 6 – 8

3. Die einmalige menschliche Fähigkeit mit *Symbolischen Systemen* wie *Landkarten* oder *Diagrammen* umzugehen. Diese Symbolischen Systeme erlauben den Gewinn neuen Wissens ohne die entsprechenden Erfahrungen selbst gemacht zu haben. D. h. Symbolische Systeme dienen als *Kulturelle Verstärker* der *Individuellen Intelligenz* ( [253] + [254] ).

Diese Forschungs-Arbeiten stellen ein notwendiges Gegengewicht zu denjenigen Ansätzen dar, welche die Entwicklung von Kindern als isolierte Individuen untersuchen oder sich wie *Jean Piaget* mit Untersuchungen der Entwicklung sehr allgemeinen strategischen Wissens beschäftigen. Allerdings bergen sie auch die Gefahr das Individuum und seine eigenen Bemühungen zur Konstruktion eines wirklichkeitstreuen & kohärenten Modells der Welt zu ignorieren.<sup>1</sup>

### 6.3.8.2 *Interaktionistische Ansätze zur Entwicklung des Räumlichen Denkens*

Wie bereits im Nachwort zur Theorie der Geistigen Entwicklung von Jean Piaget ( Kap. 5.4.10: S. 101 ) beschrieben, haben sich zwischenzeitlich die *Interaktionistischen Ansätze* zur *Kognitiven Entwicklung* durchgesetzt, welche vom Zusammenspiel einer schon bei der Geburt vorhandenen *Neurobiologischen Ausstattung* mit den auf das Individuum einwirkenden *Einflüssen* seiner *Physikalischen & Sozialen Umgebung* ausgehen.

Diese Umwelt-Einflüsse lassen sich in *variable Umwelt-Einflüsse*, die von Individuum zu Individuum, von Familie zu Familie und von Kultur zu Kultur variieren und *allgegenwärtige Umwelt-Einflüsse* ohne echte Variations-Möglichkeit, wie die *Bewegungs-Gesetze der Physik* oder *Invarianz von Objekten* bezüglich ihrer *Form & Farbe* untergliedern. Zu diesen allgegenwärtigen Gegebenheiten gehört auch, dass Objekte eine *Räumliche Ausdehnung* haben müssen und immer an einem bestimmten *Ort im Raum* sind. Diese allgegenwärtigen Umwelt-Einflüsse verursachen jedoch die Schwierigkeit, dass nicht mehr ohne weiteres entschieden werden kann, ob sie nur als „Trigger“ in einem *Reifungs-Prozess* wirken oder *Eingabe-Informationen* eines echten *Selbstregulierenden Entwicklungs-Prozesses* sind.<sup>2</sup>

#### 6.3.8.2.1 *Die Entwicklung des Menschlichen Raum-Repräsentations-Systems*

Bereits Babies verfügen über ein *Nerven-System* zur Verarbeitung von *Visuellen, Auditorischen, Kinästhetischen, Vestibulären & Propriozeptiven Informationen* zur *Raum-Kognition* und dessen Repräsentation zuerst in einem *Retinalen Bezugs-System* und bald darauf auch in einem *Beobachter-zentrierten Bezugs-System*. Sie sind in der Lage in einem dieser beiden Bezugs-Systeme repräsentierte Informationen in Repräsentationen des jeweils anderen Bezugs-Systems zu transformieren. Sie sind ebenfalls in der Lage diese Informationen zur Erkundung ihrer Umgebung auszunutzen.

---

<sup>1</sup>) N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ( [557] ), pp 8 – 10

<sup>2</sup>) N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ( [557] ), pp 208 – 209 + 213

Diese Fähigkeiten ermöglichen ihnen bereits in einem frühen Entwicklungs-Stadium die Raum-Repräsentations-Systeme zur :

- Orts-Lokalisierung mittels Hinweis-Assoziation ( Cue Learning )
- Senso-Motorischen Orts-Repräsentation ( Response Learning ) und
- Orts-Lokalisierung mittels Inertial-Navigation ( Dead Reckoning )

aufzubauen. Darüber hinaus ermöglichen ihnen diese Fähigkeiten die *Orts-Repräsentation* von *Objekten* im *Kontinuierlichen Raum*, welche Voraussetzung für die Entwicklung des *Positions-Repräsentations-Systems* ( *Place Learning* ) ist. Wahrscheinlich werden Babies mit diesen Fähigkeiten mit Ausnahme der Lokalisierung mittels Inertial-Navigation sogar schon geboren. Diese Raum-Repräsentations-Systeme entwickelt sich in dem Maße, in dem die Kleinkinder in der Lage sind sich aktiv im Raum zu bewegen.

Weiterhin entwickeln Kleinkinder die Fähigkeit Informationen über *Häufigkeit & zeitliches Zurückliegen* von *Handlungen* sowie deren *Erfolg* zur gewünschten Erreichung von Zielen zu speichern. Diese Informationen bilden die Grundlage für die Anpassung der Einschätzung, welches der drei Raum-Repräsentations-Systeme die *besten Informationen* für *erfolgreiches Handeln* liefert. Solange die Kleinkinder noch Ortsgebunden sind benutzen sie hauptsächlich das Senso-Motorische Orts-Repräsentations-System, da die Lokalisierung mittels Hinweis-Assoziation keine Vorteile bietet. Aber sobald sie sich aktiv bewegen können, lernen sie, dass die Systeme zur Lokalisierung mittels Hinweis-Assoziation & Inertial-Navigation die zuverlässigeren Informationen liefert.

Während sich die Systeme zur Senso-Motorischen Orts-Repräsentation & Lokalisierung mittels Hinweis-Assoziation durch ständiges Benutzen im Laufe der Entwicklung nur sehr wenig falls überhaupt verändern, brauchen die Systeme zur Lokalisierung mittels Inertial-Navigation & Positions-Repräsentation für ihre Entwicklung viele Jahre. Das Positions-Repräsentations-System entwickelt sich nicht vor Beginn des *21. Lebensmonats* und seine Fortentwicklung dauert bis ins *siebte Lebensjahr*.

Bereits *sechs Monate* alte Kleinkinder besitzen aber die Fähigkeit zur *feinkörnigen* und *Kategorialen Raum-Repräsentation* und mit *sechzehn Monaten* können sie beides zu einer *Hierarchischen Raum-Repräsentation* kombinieren. Die Fortentwicklung dieser Fähigkeit dauert etwa bis zum *10. Lebensjahr*. Dies geschieht durch eine fortschreitende Unterteilung der Räumlichen Kategorien sowie durch die Entwicklung der Fähigkeit Räumliche Informationen *gleichzeitig entlang mehrerer Hierarchie-Dimensionen* zu kombinieren. Kinder sind ebenfalls nicht vor dem *9. bis 10. Lebensjahr* in der Lage Konflikte zwischen Informationen aus verschiedenen Bezugssystemen erfolgreich aufzulösen.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ( [557] ), pp 52 – 53 + 106 + 210 – 212 + 214

### 6.3.8.2.2 Die Entwicklung der Objekt-Erkennung

Für die Themen-Stellung dieser Arbeit ist es besonders bemerkenswert, dass Kleinkinder anfangs Objekte auf Grund von *Spatiotemporalen Informationen* identifizieren. D. h. ein Objekt wird unabhängig von seiner Form & Farbe nur auf Grund seiner *Position im Raum* oder auf einer *Bewegungs-Trajektorie* bestimmt.

Erst im Alter von *12 Monaten* sind Kleinkinder in der Lage Objekte auf Grund ihrer *Form & Farbe* zu identifizieren. Allerdings ist bis heute nicht klar, ob sich diese Fähigkeit *graduell* herausbildet oder durch einen *plötzlichen qualitativen Entwicklungssprung* erfolgt. Ebenfalls ist bis heute unbekannt, ob dieser Übergang auf Grund eines *Hume'schen Induktiven Schlusses*, einer *Sprachlichen Benennung* oder gar durch einen *Reifungs-Prozess* erfolgt.<sup>1</sup>

### 6.3.9 Die Evolution des Räumlichen Denkens

In Kap. 5.3.7 ( S. 88 ) wurde bereits der Zusammenhang zwischen *Räumlicher Struktur des Lebensraums* und *Kognitiver Passung* dargestellt. Zur Kognition dieser Räumlichen Struktur ist die Wahrnehmung der *Tiefen-Struktur* des Raumes notwendig. Dies kann mit Hilfe der *Sinnes-Organen* der *Visuellen, Auditorischen, Kinästhetischen, Vestibulären & Propriozeptiven Perzeption* geschehen, wobei die *Visuelle Perzeption* wahrscheinlich die effektivste & effizienteste Informations-Quelle darstellt. Bei der Visuellen Perzeption wiederum kann die Tiefen-Struktur des Raumes einerseits mittels Auswertung von durch *Eigenbewegungen* verursachten *Parallaktischen Verschiebungen* auf der *Retina* und andererseits durch *Stereo-Sehen* mittels *Beidäugiger Fixierung* geschehen.

Dabei bietet die Beidäugige Fixierung den Vorteil, dass sich der Organismus nicht selbst bewegen muss, um die Tiefen-Struktur seiner Räumlichen Umgebung zu erkennen. Und für die Beidäugige Fixierung ist es wiederum von Vorteil, wenn die Augen an der Vorderseite des Kopfes angeordnet sind. So lässt sich dann auch bei Fischen eng verwandter Arten beobachten, dass den Meeresboden bewohnende Arten der *Schleimfische* (Blenniidae) & *Gundeln* (Gobiidae) eine konvergente Anordnung der Augen nach vorne zeigen, während ihre frei im Meer schwimmenden Verwandten ihre Augen an beiden Seiten des Kopfes angeordnet haben. Beim in Mangroven-Sümpfen lebenden *Schlammpringer* (Periopthalmus), welcher das Wasser sogar verlassen kann, ist diese konvergente Augen-Anordnung nach vorne am weitesten fortgeschritten. Schließlich erfordert die Fortbewegung am Meeresboden oder gar in den Mangroven-Wäldern ein weit ausdifferenzierteres *Modell der Räumlichen Umgebung* als die Fortbewegung durch den weitgehend räumlich homogenen Ozean.

Gleiches lässt sich auch beim Vergleich zwischen *Baumkletternden Tieren* feststellen. So haben die mittels *Haftschalen* kletternden Amphibien wie z. B. Baumfrösche und die mittels *Krallen* kletternden Säugetiere wie z. B. Eichhörnchen ihre Augen meist *seitlich* am Kopfe angeordnet, während die *Greifhand-kletternden Affen* ihre Augen *eulenartig vorne* am Kopf angeordnet haben. Schließlich stellt die *Greifhand-*

---

<sup>1</sup>) N. Newcombe / J. Huttenlocher : „Making Space“ ([557]), pp 81 – 82 + 107 + 212 – 213

*kletternde* Fortbewegung durch das *Geäst der Bäume* die höchsten Anforderungen an ein ausdifferenziertes *Modell der Räumlichen Umgebung*, da die „Greifhand ... nur dann Halt (verleiht), wenn sie sich am *richtigen Ort*, in der *richtigen Raumlage* und im *richtigen Augenblick* schließt“ (Lorenz, [468], pp 172 – 173).<sup>1</sup> Das Hangeln & Klettern mittels der *Hakenhand* der *Menschen-Affen* (*Hominidae*) stellt keine geringeren Anforderungen an das Modell der Räumlichen Umgebung, als das Greifhand-Klettern anderer Primaten.

Allerdings lässt sich aus dem Verhalten verschiedener Affen-Arten schließen, dass es selbst zwischen diesen noch Unterschiede in der Ausdifferenzierung ihres Modells der Räumlichen Umgebung gibt. So zeigen bei den oft zitierten Versuchen mit verschiedenen Affen-Arten, die eine Banane holen sollen, die an einem Platz aufgehängt ist, der zu hoch ist, um ihn springend zu erreichen, denen aber an einer anderen Stelle Kisten zur Verfügung gestellt werden, mit deren Hilfe sie die Banane erreichen können, ein unterschiedliches Verhalten. Während z. B. *Rhesus-Affen* unruhig suchend auf und nieder laufen und „planlos“ verschiedene motorische Möglichkeiten durchprobieren, setzen sich Menschen-Affen wie z. B. *Orang-Utans* hin und lassen ihre Blicke zielgerichtet zwischen den Kisten, der Banane sowie dem Platz unter der Banane hin und her gehen. Schließlich holen sie zielstrebig die Kisten und stapeln sie unter der Banane auf, so dass sie diese auf die Kisten kletternd erreichen können. Aus diesem Verhalten lässt sich schließen, dass *Menschen-Affen* über ein soweit ausdifferenziertes *Modell der Räumlichen Umgebung* verfügen, das ihnen ein *Probe-Handeln* in einem *Vorgestellten Raum* ermöglicht. Diese Fähigkeit der Menschen-Affen bildet eine *Wurzel des Begrifflichen Denkens* des *Menschen* (*Homo sapiens recens*). Oder um es mit den Worten von *Konrad Lorenz* zu sagen :

„Ich sehe nicht, was Denken grundsätzlich anderes sein soll als ein solches probeweises und nur im Gehirn sich abspielendes Handeln im vorgestellten Raum. Zumindest behaupte ich, dass Vorgänge dieser Art auch in unseren höchsten Denk-Operationen mit enthalten sind und ihre Grundlage bilden.“ (Lorenz, [468], S. 175)<sup>2</sup>

### 6.3.10 Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der *erwachsene Mensch* über ein *System* zur *Visuo-Spatialen* und / oder *Amodal-Spatialen Repräsentation* des *Raumes* verfügt, das Ergebnis eines mit der Umwelt interagierenden *Phylogenetischen, Ontogenetischen & Psychogenetischen Entwicklungs-Prozesses* ist.

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir

<sup>2</sup>) Konrad Lorenz : „Die Rückseite des Spiegels“ ([468]), Kap. VII.3



## 6.4 Kognition der Zeit

### 6.4.1 Was ist Zeit ?

Schon in der allgemeinen Einleitung des Kap. 6. ( S. 113 ) wurde festgestellt, dass *alles Handeln* von *Menschen & Mobilien Lebewesen* stets in *Raum & Zeit* verankert ist. Deshalb ist „in unserem Alltag ... *Zeit* ( auch ) allgegenwärtig. Wir begegnen ihr ständig, wenn wir auf die Uhr schauen, sei es auf die eigene Armbanduhr oder die Uhr an der nächsten Straßenecke ... . Und wir haben sie *immer in uns*, auch wenn wir hin & wieder ganz im »Hier & Jetzt« aufgehen und gar nicht bemerken, wie die *Zeit* vergeht und völlig vergessen, was vorhin war oder nachher sein könnte.“  
( Kasten, [397], S. 2 )<sup>1</sup>

Weiterhin wurde dort auch schon darauf hingewiesen, dass wir *Zeit* in unserer *Umwelt* nicht *direkt* wahrnehmen können, weil wir über kein entsprechendes *Sinnes-System* zu ihrer *Wahrnehmung* verfügen. Wir können sie nur indirekt aus der *Abfolge von Ereignissen* ( *Kausalität* ) oder mit *Hilfe von Uhren* erschließen.<sup>2</sup>

Denn “of all the scientific intangibles that shape our lives, *times* is (after *John Langone* ) arguably the most elusive – and the most powerful. As formless as space & being, those other unseen realms of abstraction on which we are helplessly dependent, it nonetheless affects all material things. ... Without it we could barely measure change, for most things that change on this Earth and in the universe happen in time and are governed by it. Stealthy, imperceptible, time makes its presence known by transforming our sense of it into sensation. For though we cannot see, touch, or hear time, we observe the regularity of what appears to be its passage in our seasons, in the orchestrated shift from dawn to dusk to dark, and in the aging of our bodies. We feel it pulsing beat in our hearts and hear its silence released in the precise ticking of a clock.” ( *Langone*, [442], S. 7 )<sup>3+4</sup>

Aber was genau ist *Zeit* ? Auf diese Frage antwortete schon der *Heilige Augustinus* : „Wenn niemand mich danach fragt, weiß ich es ; wenn ich es jemandem auf seine Frage hin erklären will, weiß ich es nicht.“ ( *Augustinus*, [25], XIV.17 )

In Kap. 3.1.2 ( S. 28 ) wurde auch schon *Isaac Newton* erwähnt, welcher in seiner *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis* ( 1687 ) eine Trennung zwischen *Absoluter Zeit* & *gewöhnlicher Zeit* vornahm : „Die *absolute, wahre mathematische Zeit* verfließt an sich und vermöge ihrer Natur gleichförmig und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand. Sie wird auch mit dem Namen *Dauer* belegt. Die *relative, scheinbare & gewöhnliche Zeit* ist ein fühlbares und äußerliches, entweder genaues oder ungleiches Maß der *Dauer*, dessen man sich gewöhnlich statt der wahren *Zeit* bedient.“ ( *Isaac Newton*, [561], S. 25 )<sup>5</sup>

---

<sup>1</sup>) kursiv + Unterstreichung von mir.

<sup>2</sup>) James Gibson : “Events are perceivable but Time is not” ([271])  
James Gibson : “The Ecological Approach to Visual Perception” ([272])

<sup>3</sup>) kursiv von mir.

<sup>4</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), S. 3

<sup>5</sup>) kursiv von mir

In diesem Kapitel geht es nun um die *gewöhnliche & fühlbare* d. h. die *Subjektive* bzw. *Psychische Zeit* und deren *Kognition* während die *Physikalische (Absolute) Zeit* in Kap. 8. behandelt wird. Ausführliche Übersichten zur *Psychologie der Zeit* findet man in den Artikeln *The Expanding Scope of the Psychology of Time* von *Marc Richelle* ([652]) und *Models of Psychological Time & Models of Psychological Time revisited* von *Richard A. Block* ([58] + [62]) sowie in den Tagungs-Bänden *Cognitive Models of Psychological Time* ([57]), *Time & Mind I + II* ([320] + [321]) & *Time and Memory* ([351]).

## 6.4.2 Die Erforschung der Psychischen & Subjektiven Zeit

### 6.4.2.1 Historische Anfänge

Obwohl sich schon *Aristoteles* in seiner *Vorlesung über Natur* ([16]) und der *Heilige Augustinus* in seinen *Confessiones* ([25]) mit dem Zusammenhang zwischen *Zeit & Bewusstsein* beschäftigten, begann die *Empirische Erforschung* der *Psychischen & Subjektiven Zeit* erst in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts. Als Pioniere sind hier *Adolph Höring* ([350], 1864) & *Ernst Mach* ([478], 1865) zu nennen, die als Erste *Psychophysische Untersuchungen* zum Unterscheidungsvermögen des Hör-Sinnes für Zeitgrößen durchführten, sowie *Karl von Vierordt* und seine Doktorarbeit *Der Zeit-Sinn nach Versuchen* ([779], 1868).

Von Seiten der *Psychologie* wurde das Thema *Zeit* erstmals vom Psychiater & Psycho-Pathologen *Pierre Janet* ([378], 1928) sowie dem Entwicklungs-Psychologen *Jean Piaget* ([597], 1946) untersucht und im Schnitt-Bereich von Philosophie & Psychologie von *Jean Marie Guyau* ([298], 1890) & *Henry Bergson* ([42], 1896 & [43], 1922). Während sich alle diese Wissenschaftler mit dem einen oder anderen Aspekt der Psychischen & Subjektiven Zeit beschäftigten, ist der eigentliche Begründer der „*Psychologie der Zeit*“ *Paul Fraisse* ([204], 1957).<sup>1</sup>

### 6.4.2.2 Beitragende Wissenschaften

#### 6.4.2.2.1 Biologie

Bereits in Kap. 5.1.4 (S. 69) wurde festgestellt, dass im Gegensatz zu vielen Gebieten der Physik die *Zeit-Richtung* im *Evolutions-Prozess* nicht umkehrbar ist. Dies gilt aber nicht nur für den *Evolutions-Prozess*, sondern für die gesamte belebte Natur! Alle *Biologischen Prozesse* vollziehen sich in der *Zeit* und sind ohne die *Unterscheidung* zwischen *Vergangenheit & Zukunft* nicht denkbar. So *beginnt* das *Leben* mit der *Geburt* und *endet* mit dem *Tode*. Alle Menschen sind eingebunden in ihre *Gegenwart*, haben eine *abgeschlossene Vergangenheit*, in welche sie nicht zurückkehren können und eine noch vor ihnen liegende *Zukunft*. Biologen sprechen deshalb auch von einer „*Internen Zeit*“ oder „*Eigen-Zeit*“ der Organismen, welche ihnen gewissermaßen *einprogrammiert* ist wie eine „*Innere Uhr*“. Diese

---

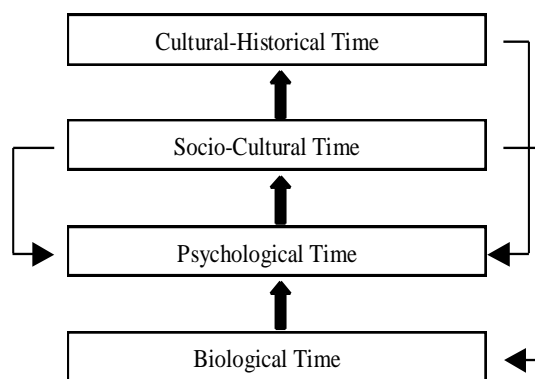
<sup>1</sup>) *Marc Richelle* : „The Expanding Scope of the Psychology of Time“ ([652]), S. 5  
*M.S. Metzner* : „Zeit-Erleben & Empfindungs-Qualität“ ([522]), S. 2

Vorstellungen von einer *Inneren Lebens-Uhr* stützen sich u.a. auf neuere Forschungsergebnisse der *Human-Genetik*, nach denen die *Langlebigkeit* mancher Menschen wahrscheinlich *genetisch* zumindest mitbestimmt ist.<sup>1</sup>

Auf Grund dieses *Irreversiblen Fortschritts* aller *Lebenden Systeme* beschäftigt sich auch die *Biologie* mit ihren Teil-Disziplinen *Evolutionstheorie & Genetik* auf der Ebene der *Arten (Species)* sowie der *Entwicklungs-Biologie & Alters-Forschung* auf der Ebene der *Individuen* mit dem Thema *Zeit*. Das Thema *Interne / Innere Zeit* hat sogar eine eigene Teil-Disziplin begründet, nämlich die *Chrono-Biologie*. Diese bildet auch das *Verknüpfungsglied* zwischen *Biologie & Psychologie der Zeit*.<sup>2</sup>

#### 6.4.2.2.2 Psychologie

Das Thema *Zeit* begegnet dem Menschen auf verschiedenen Ebenen, welche sich nach *Marc Richelle* wie folgt hierarchisch anordnen lassen :



( Richelle, [652], S. 7, Fig. 1 )

“Arrows indicating plausible influences, including interactive loops between levels. Central vertical arrows reflect the assumption that each level is, in some way, an *emergent product* of the lower levels. "Feedback" arrows indicate the action of higher levels on lower levels. The clear-cut distinction between boxes, especially *psychological time & socio-cultural time*, is for didactic purposes.”

( Richelle, [652], S. 7, Legende zu Fig. 1 )

Damit tragen angefangen mit der Physiologische Psychologie & Psycho-Physiologie über die Kognitive Psychologie ( Zeit-Wahrnehmung, Gedächtnis-Psychologie, Denk-Psychologie ), Entwicklungs-Psychologie & Differenzielle Psychologie ( Geschlechts-Unterschiede, Persönlichkeits-Merkmale ) bis hin zur Pädagogischen Psychologie und Sozial-Psychologie sowie der Klinischen Psychologie ( Zeitliche Orientierungs-Störungen ) zur Erforschung der *Psychischen & Subjektiven Zeit* bei.<sup>3</sup> Als Schnitt-

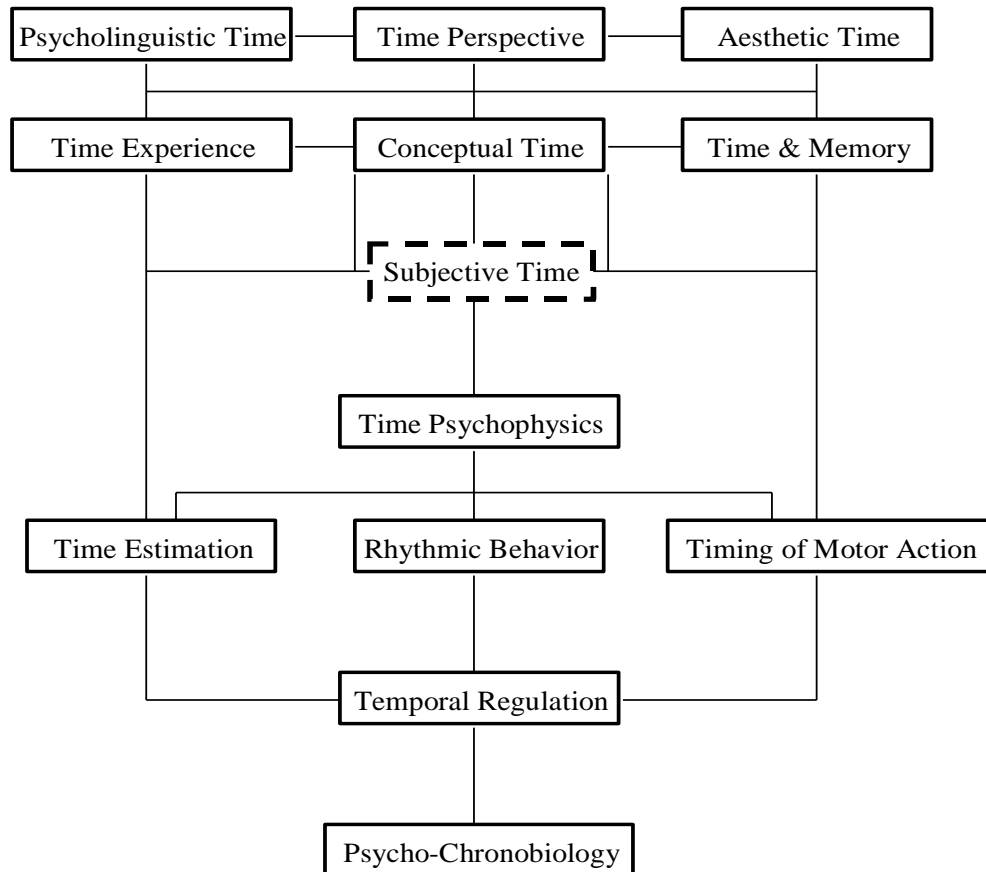
<sup>1</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), S. 7

<sup>2</sup>) Marc Richelle : „The Expanding Scope of the Psychology of Time“ ( [652] ), pp 3 – 4

<sup>3</sup>) M.S. Metzner : „Zeit-Erleben & Empfindungs-Qualität“ ( [522] ), S. 26  
 J.Funke/J.Wassmann : „Raum & Zeit aus Sicht von Ethnologie & Psychologie“ ( [234] ), pp 4 – 5

menge aller dieser Teil-Disziplinen läßt sich nach *Marc Richelle* der Forschungs-Gegenstand der *Psychologie der Zeit* wie folgt beschreiben :

Im Gegensatz zu den anderen Teil-Disziplinen der *Wissenschaftlichen Psychologie*, welche die verschiedensten *Psychischen Vorgänge* als *Funktion der Zeit* beschreiben, erforscht die *Psychologie der Zeit* die „Zeit“ als abhängige Variable ; d. h. die *Zeit-Psychologie* befasst sich mit dem *Erleben & Verhalten* des *Menschen* in bezug auf die „Zeit“. ( [652], S. 4 & [522], S. 4 ) Damit gliedert sich die *Zeit-Psychologie* grob in folgende Haupt-Forschungs-Bereiche :



( Richelle, [652], S. 8, Fig. 2 mit Korrekturen von mir )

“A rich network of connections is assumed between boxes. Subjective time is taken as the *hypothetical limit* between what is *common to humans & animals* and what is *specific to humans alone*.” ( Richelle, [652], S. 8, Legende zu Fig. 2 )<sup>1</sup>

<sup>1</sup>) kursiv von mir

### 6.4.3 Die Komponenten des Zeit-Bewusstseins

„Als Gegenstand der Psychologie ist *Zeit* [ nach *Alfred Lang* ] stets an Ereignisse [ oder Vorgänge ] gebunden, welche einem handelnden Individuum erscheinen (*Zeit-Wahrnehmung* [ & *Zeit-Erleben* ]), welche es herstellt oder beeinflusst (*Zeit-Verhalten*) oder in bezug auf welche es sich orientiert (*Zeit-Perspektive* [ bzw. *Zeit-Horizont* ], *Zeit-Begriff*). *Psychische* [ bzw. *Subjektive* ] *Zeit* bezeichnet das Insgesamt der Vorher-Nachher-Relationen zwischen dem Individuum und solchen Ereignissen [ oder Vorgängen ].

Die[se] Ereignisse treten [ dabei ] als vorausgesehen oder geplant (*Zukunft*), als wahrgenommen oder getan (*Gegenwart*) bzw. als behalten oder gespeichert (*Vergangenheit*) auf. Sie können ihren Ursprung sowohl im Organismus wie in seiner Umwelt haben und bewußt oder unbemerkt ablaufen. Unter ihrem zeitlichen Aspekt treten alle Ereignisse eines Individuums in einer Ordnungs-Reihe auf, deren wesentliche Kennzeichen die Gerichtetheit & Nicht-Umkehrbarkeit sind. Demnach kann ein gegebenes Ereignis nur einmal innerhalb dieser Ordnungs-Reihe vorkommen und sich darin mehr oder weniger weit erstrecken (*Dauer*) sowie zu anderen Ereignissen in einem bestimmten Ordnungs-Verhältnis (*Gleichzeitigkeit* oder *Sukzession*) stehen. Die Ereignis-Reihe insgesamt – einschließlich ihrer sozio-kulturell bedingten Artikulation – erlaubt die *Zeitliche Orientierung* des Individuums in Welt & Gesellschaft.“  
(Lang, [438], S. 1 )<sup>1</sup>

#### 6.4.3.1 Zeit-Wahrnehmung, Zeit-Erleben & Zeit-Empfinden

Die „*Temporale*“ *Ereignis-Verarbeitung* läßt sich somit in Prozesse der *Wahrnehmung* der *Gleichzeitigkeit* bzw. der *Aufeinanderfolge* von *Ereignissen* auf der einen Seite sowie der *Wahrnehmung* bzw. *Schätzung* der *Zeit-Dauer* von *Ereignissen* bzw. *Vorgängen* auf der anderen Seite weiter untergliedern. Hier sei auch noch einmal besonders darauf hingewiesen, „daß ... *Zeit* kein *Reiz* ist, für den es ein *Sinnesorgan* gäbe. Das Auge reagiert auf elektromagnetische Wellen bestimmter Länge, das Ohr auf Schalldruckwellen. Unser »*Zeit-Sinn*« ... ist das Resultat eines *komplexen zentralnervösen Verarbeitungsprozesses*, der *Informationen aus allen Reiz-Modalitäten* bezieht.“ (Metzner, [522], S. 4 )<sup>2</sup>

Liegt bei dieser „*Temporalen*“ *Ereignis-Verarbeitung* die Betonung auf den *Kognitiven Aspekten*, so wird dieser Prozess als *Zeit-Wahrnehmung* bezeichnet. Steht dagegen der *Phänomenale Charakter* des Prozesses im Vordergrund, so spricht man von *Zeit-Erleben* und wird die *Emotionale Färbung* des Prozesses betont, so wird der Terminus *Zeit-Empfinden* gebraucht.

Das *Zeit-Empfinden* umfasst nach *Hartmut Kasten* „alle auf *zeitrelevante Abläufe & Ereignisse* Bezug nehmenden *gefühlsmäßigen inner-seelischen Aktivitäten*, wie z. B. das Wahrnehmen von *Zeit-Dauern* als »langsam« oder »schnell« und – damit verbunden – das Empfinden von *Langeweile* oder *Interesse*. ... Auch die gegenwärtige *Lebens-Situation* – ob wir z. B. eine Phase der Veränderung und des Neubeginns durchlaufen oder uns in gefestigten, überschaubaren *Verhältnisse* befinden – beeinflusst unser

---

<sup>1</sup>) kursiv & Runde Klammern ( ) von Alfred Lang, Eckige Klammern [ ] & Unterstreichung von mir.

<sup>2</sup>) kursiv + Unterstreichung von mir !

emotionales Zeit-Empfinden. Es muss auch davon ausgegangen werden, dass sich das gefühlsmäßige Zeit-Empfinden über die Lebens-Abschnitte hinweg verändert, vom eher durch Unruhe, Abwechslung & schnelle Veränderung charakterisierten Zeit-Empfinden früher Entwicklungs-Abschnitte hin zu eher durch Geruhsamkeit, Gelassenheit & Beschaulichkeit gekennzeichneten späteren Lebens-Phasen.“ ( Kasten, [397], S. 48 )<sup>1</sup>

#### 6.4.3.2 Zeit-Perspektive bzw. Zeit-Horizont

Mit *Raum-Perspektive* bezeichnet man die Ansicht bzw. das Erscheinungs-Bild des *Raumes*, wie er sich dem *Beobachter* von dessen *gegenwärtigem Standort* aus darstellt. Dabei erscheinen dem Beobachter die *verschiedenen Dimensionen* des *Raumes* mehr oder weniger (*perspektivisch*) verzerrt.

In Analogie hierzu bezeichnet man mit *Zeit-Perspektive* die Ansicht bzw. das Erscheinungs-Bild der *Zeit*, wie sie sich einem *Beobachter* von dessen *Psychologischer Gegenwart*, d. h. seinem *gegenwärtigen „Zeit-Blickwinkel“* aus repräsentiert. Auch hierbei erscheint die *Zeit-Dimension* dem Beobachter mehr oder weniger (*perspektivisch*) verzerrt. Er blickt zurück in die *Vergangenheit*, versteht die daraus entstandene *Gegenwart* und hat Erwartungen in Bezug auf die *Zukunft*.<sup>2</sup> „Die ... *Zeit-Perspektive* bezieht sich (also nach *Hartmut Kasten*) auf alle gedanklichen, »geistigen« Aktivitäten, die *zeitliche Relevanz* besitzen, d. h. in erster Linie auf Kognitive Prozesse, die sich auf (den *Zeit-Bezug von Ereignissen*) erstrecken, also in unserem *Gegenwarts-Horizont* ablaufen bzw. sich in der *Vergangenheit* abgespielt haben bzw. (voraussichtlich) in der *Zukunft* stattfinden werden.“ ( Kasten, [397], S. 48 )<sup>3</sup> Die *Zeit-Perspektive*, welche das *Handeln* bestimmt, ist dabei immer abhängig vom bis dahin verfügbaren *Zeit-Horizont*.

*Zeit-Perspektive* & *Zeit-Horizont* sind dabei eng mit dem *Zeit-Begriff* verbunden, über den ein Individuum verfügt. *Paul Fraisse* unterscheidet dabei einerseits „zwischen dem *vom Menschen konstituierten Zeit-Horizont* und der bloßen *Ahnung*, die vielleicht das *Tier* davon hat und andererseits dem *Zeit-Begriff*, den ein *Erwachsener* in vollem Besitz seiner *Intelligenz* erworben hat.“ Die „*vollständige Repräsentation der Sukzession* ist (nämlich) nur mit einem erworbenen *Zeit-Begriff* möglich, denn nur so können unterschiedliche natürliche Ereignis-Reihen und deren Intervalle berücksichtigt werden.“ ( *Fraisse*, [204], S. 152 + 153 )<sup>4+5</sup>

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir.

<sup>2</sup>) M.S. Metzner : „Zeit-Erleben & Empfindungs-Qualität“ ([522]), S. 8

<sup>3</sup>) kursiv von mir.

<sup>4</sup>) kursiv von mir.

<sup>5</sup>) M.S. Metzner : „Zeit-Erleben & Empfindungs-Qualität“ ([522]), S. 8

### 6.4.3.3 Zeit-Verhalten und der „Umgang mit Zeit“

Der „Umgang mit Zeit“ umfasst [ nach Hartmut Kasten ] alle ( vorbereitenden ) *psychischen Aktivitäten & konkreten Handlungen*, bei welchen die *Verwendung von Zeit* im Mittelpunkt steht. Wenn ich mir meine Zeit einteile, um die noch anstehenden Arbeits-Schritte zu Ende zu bringen, wenn ich mich ( als Studien-Anfänger ) an einem selbsterstellten Stunden-Plan orientiere oder in den Semester-Ferien ein vorher geplantes Praktikum absolviere, wenn ich ( als Erst-Klässler ) mit den zeitlichen Regularien der Grundschule vertraut gemacht werde und mich allmählich nach ihnen zu richten lerne oder wenn ich die Uhr-Zeit und Namen der Wochen-Tage & Monate und die damit verbundenen sozialen Abläufe kennen und nach ihnen zu handeln lerne : Immer geht es um den *persönlichen Umgang mit Zeit*, der von vorangehenden *zeitbezogenen Kognitionen & Emotionen* fundiert und in ganz besonderem Maße von *gesellschaftlichen Bedingungen* mitbestimmt & geprägt wird.“ ( [397], S. 49 )<sup>1</sup>

### 6.4.3.4 Zeit-Kognition

Traditionell werden in der *Psychologie* drei grundlegende Arten *Seelischer Vorgänge* unterschieden, die jedoch eng miteinander verbunden sind. Diese sind :

- Emotionale ( Gefühlsmäßige ) Prozesse
- Kognitive ( Verstandesmäßige ) Prozesse
- Aktionale ( auf Handlungen bezogene ) Prozesse

Ordnet man nun die o.g. Komponenten des Zeit-Bewusstseins diesen drei Bereichen zu, so läßt sich *Zeit-Empfinden* eindeutig als *Emotionaler Prozess* und *Zeit-Verhalten* als *Aktionaler Prozess* klassifizieren. Entsprechend werden *Zeit-Wahrnehmung & Zeit-Perspektive* als *Kognitive Prozesse* klassifiziert.<sup>2</sup>

Da sich dieses Kapitel mit der *Kognition der Zeit* beschäftigt, wird die Betrachtung im Folgenden auf *Zeit-Wahrnehmung & Zeit-Perspektive* konzentriert.

## 6.4.4 Biologische Grundlagen der Zeit-Wahrnehmung

### 6.4.4.1 Chrono-Biologie

Wie allgemein bekannt ist, spiegelt sich der *astronomische Tag-Nacht-Rhythmus* in vielfältiger Weise in den *Aktivitäts-Rhythmen* aller derjenigen Lebewesen wider, welche diesem Tag-Nacht-Rhythmus ausgesetzt sind. Am bekanntesten von diesen ist der *Wach-Schlaf-Rhythmus*, Aber auch andere Tages-Rhythmische Schwankungen in der Aktivität verschiedener Organe & Organ-Systeme, wie z.B. Herz-Schlag, Körper-Temperatur, Hirn-Stromwellen oder der Hormon-Spiegel im Blut, sind schon seit langem bekannt. Die Erforschung der biologischen Grundlagen dieser Aktivitäts-

---

<sup>1</sup>) kursiv, Unterstreichung + eckige Klammern [ ] von mir, runde Klammern ( ) von Hartmut Kasten.

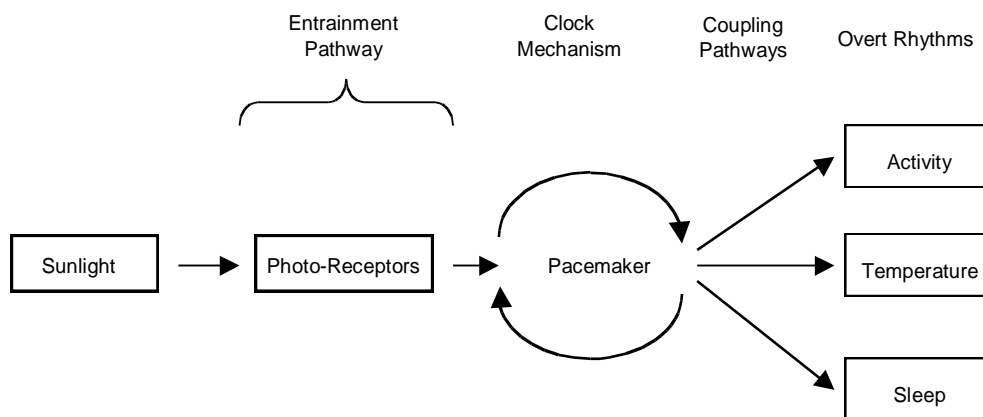
<sup>2</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), S. 47

Rhythmen ist Gegenstand der *Chrono-Biologie*. Diese untersucht u. a. die *Beziehungen* zwischen den *Tages-Zyklischen Verhaltensweisen* von Lebewesen und den diesen zugrunde liegenden *Endogenen Biologischen Rhythmen*. Die untersuchten Lebewesen reichen dabei von Insekten, wie etwa Honigbienen über Säugetiere, wie z. B. Goldhamster bis hin zum Menschen.

#### 6.4.4.1.1 Unsere „Innere Uhr“

Im Allgemeinen wird ( werden ) ein *Zentraler Zeit-Takt-Geber ( Innere Uhr )* bzw. verschiedene solcher *Zeit-Takt-Geber* angenommen, welche das Tages-Zyklische Verhalten der Organismen regulieren. Bei einigen Arten konnte sogar das *Neuronale Substrat* dieser Zeit-Takt-Geber identifiziert werden, wie etwa der *Nucleus Suprachiasmaticus* – ein Kerngebiet des *Hypothalamus*, der als wesentliche neuronale Grundlage für die Regulation der *Circadianen (Tag-Nacht-) Rhythmik* gilt – bei Nagetieren und sogar beim Menschen ( [52], S. 507 + [296] ). Wesentlich ist, dass alle diese im Gehirn bzw Organismus verankerten *Endogenen Zeit-Takt-Geber*, gleichgültig welchen Zeit-Takt sie auch vorgeben, unter konstanten Umwelt-Bedingungen ihren Rhythmus beibehalten.

Diese endogenen Zeit-Takt-Geber werden an *externe zyklische Rhythmen*, wie z. B. den Tag-Nacht-Rhythmus *adaptiert*, sodass sie zu diesen *synchron* laufen. Ein *Chronobiologisches Modell* des *Circadiadischen (Tag-Nacht-) Verhaltens* läßt sich nach *C.H. Johnson & J.W. Hastings* ( [381] ) wie folgt skizzieren :



Chronobiological Model of Circadian Behavior of C.H. Johnson & J.W. Hastings  
( Block, [53], S. 13, Fig. 1 )

Isolations-Experimente zeigen, dass die *Innere Uhr* des Menschen mit individuellen Abweichungen nach oben & unten im Allgemeinen eine *Periodik* von ca. *25 Stunden* besitzt. Innerhalb gewisser Grenzen (  $\pm 2$  Stunden ) passt sich diese einer *von Außen*



*vorgegebenen Periodik* an. Überschreiten diese externen Vorgaben jedoch diese Grenze, so setzt sich der *Innere Rhythmus* durch ! ( [19] + [20] )<sup>1</sup>

#### 6.4.4.1.2 Weitere Niederfrequente Zeit-Takt-Geber im Gehirn

Nach *Hartmut Kasten* gehen „die meisten Neurophysiologen ... heute davon aus, dass die höherfrequenten Zeit-( Takt )-Geber im Gehirn in den rhythmischen Prozessen Neuroner Netze zu lokalisieren sind, die z. B. als Spannungs-Schwankungen im Elektro-Encephalogramm dokumentiert sind. Die berechnete Frage nach den – auf die jeweiligen Frequenzen der *Zeit-Geber* zugeschnittenen – *Zeit-Zählern* wird von manchen Autoren ( vgl. z. B. Grüsser, [297], S. 228 ff ) durch Verweis auf unterschiedliche Stellen oder Zentren im Gehirn beantwortet, deren Bedeutung für die Synchronisation schnellerer oder langsamerer zeitlicher Rhythmen schon lange bekannt ist. Für die periodische Abfolge vieler *Vegetativer Funktionen* und auch für die Abstimmung der langsamen *Ultradianen (Stunden-) & Circadianen (Tages-) Rhythmen* untereinander sind vermutlich in erster Linie Neuronen-Netze im *Zwischen-Hirn (Hypothalamus)* zuständig. Neuronen-Netze in der *Sprach-Region der Dominanten Hirn-Hälfte* sind dagegen wahrscheinlich für *kürzere Takte* verantwortlich, z. B. die Zeit-Wahrnehmung im *Sekunden- & Minuten-Bereich*. ... Festzuhalten ist, dass das genaue Zusammenspiel zwischen verschiedenen Zeit-Gebern & Zeit-Zählern vor allem im Bereich von Minuten & Stunden (Ultradiane Rhythmen) noch weitgehend ungeklärt ist.“ ( Kasten, [397], pp 29 – 30 )

#### 6.4.4.1.3 Zusammenfassung

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass *zahlreiche inneren Zeit-Takt-Geber* beim Menschen für *Periodik & Rhythmus* im Bereich von bis zu *24 Stunden* ( über 180 wurden bereits identifiziert ! ) verantwortlich zu machen sind.<sup>2</sup>

#### 6.4.4.2 Neurobiologische Informations-Verarbeitung

##### 6.4.4.2.1 Verarbeitungs-Zeiten der Sinnes-Organen

Auf Grund ihrer Anatomischen & Physiologischen Struktur werden wahrgenommene Reize von den *Sinnes-Organen* mit *unterschiedlichen Geschwindigkeiten* verarbeitet, d. h. in Elektrische Aktions-Potentiale umgesetzt, welche von den Neuronen weitergeleitet werden. Beispielsweise benötigt die Transformation eines *Optischen Reizes* in Elektrische Aktions-Potentiale ca. *30 Millisekunden*, während die entsprechende Transformation eines *Akustischen Reizes* nur ca. *1 Millisekunde* benötigt. Ausführlichere Informationen hierzu findet man z. B. in ( [397], S. 14 + 15 ) & ( [297], S. 225 + 225 ).

---

<sup>1</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ( [58] ), pp 12 – 14  
Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), pp 31 – 32  
M.S. Metzner : „Zeit-Erleben & Empfindungs-Qualität“ ( [522] ), pp 27 – 28

<sup>2</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), S. 34

#### 6.4.4.2.2 Dynamische Zell-Verbände & Temporale Informations-Repräsentation

Die Kommunikation innerhalb der einzelnen Neuronen, d. h. entlang der *Dendriten* & *Axone* erfolgt mittels *Elektrischer Aktions-Potentiale*. Dagegen erfolgt die Kommunikation zwischen verschiedenen *Neuronen* über die *Synapsen* mit Hilfe von *Neuro-Transmittern*, d.h. *chemischen Boten-Stoffen*. Diese Kommunikation zwischen verschiedenen Neuronen kann nur während der Erregungs-Phase der einzelnen Neuronen erfolgen. Zur Funktion der Neuronalen Informationsverarbeitung stellt das *Gehirn* sich deshalb einen *eigenen Synchronisations-Takt* in Form eines *30 – 40 Millisekunden-Rhythmus* her, in dem es seine Neuronen in Phasen von aufeinander folgenden *Erregungen & Hemmungen* periodisch oszillieren läßt. Durch dieses synchronisierte Feuern der Neuronen werden die wahrgenommenen Sinnes-Informationen zu *einheitlichen Wahrnehmungen* integriert, welche durch *Dynamische Zell-Verbände* aus *räumlich verteilten Neuronen* (die „*Cell Assemblies*“ von *Donald Hebb*, ⇒ Kap. 4.4.2: S. 45 – 4.4.4: S. 46) repräsentiert werden und den wahrgenommenen Objekten entsprechen ([180] + [181]).<sup>1</sup>

#### 6.4.5 Zeit-Wahrnehmung

##### 6.4.5.1 Der Ereignis-Begriff

*Ereignisse* sind *Nicht Rein-Raum-Zeitliche Physikalische Entitäten*. Als *Räumliche Entitäten* besitzen sie einen *Ort* bzw. eine *Position* im *Raum* und haben eventuell eine *Räumliche Ausdehnung*. Als *Zeitliche Entitäten* geschehen sie zu einem bestimmten *Zeit-Punkt* und haben eventuell eine *Zeitliche Dauer*. Nicht-Atomare Ereignisse, d. h. Ereignisse, welche eine *Zeit-Dauer* haben, haben auch einen *zeitlichen Anfang* und ein *zeitliches Ende*. Darüber hinaus besitzen sie als *Physikalische Entitäten* weitere Eigenschaften, die weder *räumliche* Eigenschaften noch *zeitliche* Eigenschaften sind, wie z. B. *Farbe* oder *Gewicht*. Sprachlich werden *Ereignisse* oft mit Hilfe von Attributen der *Deiktischen Bewegung* wie beispielsweise „Die Zeit der Abreise rückte näher.“ präzisiert.

##### 6.4.5.2 Gleichzeitigkeit & Aufeinanderfolge von Ereignissen

In Kap. 6.4.4.2 (S. 164) wurde ausgeführt, dass die verschiedenen *Sinnes-Organen* die empfangenen *Sinnes-Reize* mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten weiterverarbeiten. Es stellt sich deshalb die Frage, ob die Klassifikation von *Gleichzeitigkeit* oder *Aufeinanderfolge* (*Sukzession*) von Ereignissen davon abhängig ist, mit welchen *Sinnes-Modalitäten* diese Ereignisse wahrgenommen werden. Weiterhin stellt sich die Frage, ob diese Klassifikation auch davon abhängig ist, ob dieselben *Rezeptor-Bereiche* eines Sinnes-Organes, also z. B. dieselbe Stelle auf der *Cochlea* des *Ohres* oder auf der *Retina* des *Auges* gereizt werden oder verschiedene Rezeptor-Bereiche.

---

<sup>1</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ([397]), pp 14 – 15 + 17 – 19  
Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), Kap. 2.5 (pp 21 – 23)  
Ernst Pöppel : „Zeit und Zeit-Erleben“ ([624])

#### 6.4.5.2.1 Das Auditorische System

Werden zwei sehr kurze *Akustische Reize* im zeitlichen Abstand von weniger als 2 – 3 *Millisekunden* dargeboten, so können die Versuchspersonen diese beiden Reize – sowohl bei monauraler wie auch bei binauraler Präsentation – nicht von einem einzigen Reiz unterscheiden. Werden die beiden Reize jedoch *gleichzeitig*, aber *dichotikal* – d. h. jeweils ein Reiz pro Ohr – präsentiert, so haben die Versuchspersonen den Eindruck eines *einzelnen Reizes*, den sie in der *Mitte ihres Kopfes* lokalisieren. Erfolgt die Präsentation der beiden Reize *nicht gleichzeitig* aber in einem zeitlichen Abstand von weniger als *0,5 Millisekunden*, so werden die beiden Reize immer noch als ein einziger Reiz wahrgenommen, aber der vermeintliche Ausgangsort des Reizes ist um so mehr in Richtung desjenigen Ohres verschoben, je früher der an diesem Ohr wahrgenommene Reiz erfolgt. Beträgt der zeitliche Abstand mehr als *3 Millisekunden* aber weniger als ca. *30 Millisekunden*, so nehmen die Versuchspersonen beide Reize zwar als *getrennt* wahr, können ihre Reihenfolge aber nicht bestimmen. Erst ab einem zeitlichen Abstand von mehr als *30 Millisekunden* können die Versuchspersonen die Reihenfolge der beiden Akustischen Reize eindeutig angeben. ( [335] + [424] )<sup>1</sup>

#### 6.4.5.2.2 Das Visuelle System

Werden zwei *Visuelle Reize binocular* mit einem zeitlichen Abstand von weniger als ca. *44 Millisekunden* präsentiert, so erscheinen sie einer Versuchsperson als ein einziger visueller Reiz. Werden diese Reize demselben *Retina-Bereich* wiederholt aber mit leicht erhöhtem zeitlichen Abstand dargeboten, so nehmen die Versuchspersonen ein *zeitliches Flackern* der Reize wahr. Werden jedoch die beiden Visuellen Reize *räumlich benachbarten Retina-Bereichen* mit einem zeitlichen Versatz von *3 – 10 Millisekunden* präsentiert, so nehmen die Versuchspersonen einen einzigen sich zwischen diesen beiden Positionen *bewegenden Reiz* wahr. Ab einem zeitlichen Versatz von mehr als *20 Millisekunden* erreicht diese *Scheinbare Bewegung* ihr Optimum. Erst bei noch größerem zeitlichen Versatz verschwindet die Scheinbare Bewegung und die Versuchspersonen nehmen eindeutig eine Aufeinanderfolge von zwei Visuellen Reizen wahr. ( [387] + [804] )<sup>2</sup>

#### 6.4.5.2.3 Der Psych(olog)ische Moment

Diese Befunde werden von *Ernst Pöppel & Hartmut Kasten* mit dem in Kap. 6.4.4.2 ( S. 164 ) erwähnten *Synchronisations-Takt* von *30 – 40 Millisekunden* des *Gehirns* in Verbindung gebracht, mit dessen Hilfe das Gehirn die einzelnen Sinnes-Reize in eine *einheitliche Wahrnehmung* integriert. Alle Reize, die innerhalb eines solchen *Reiz-Fensters* eintreffen, werden als gleichzeitig behandelt. Oder anders herum, zwei Reize können erst dann als *aufeinander folgend* klassifiziert werden, wenn sie in *verschiedenen aufeinander folgenden Reiz-Fenstern* verarbeitet werden. Dieses Reiz-Fenster mit einer Dauer von *30 – 40 Millisekunden* wird als

---

<sup>1</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ( [58] ), S. 2  
Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), pp 19 – 20

<sup>2</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ( [58] ), pp 2 – 3

*Psychischer Moment / Augenblick* bezeichnet und bildet dessen *neurobiologische Grundlage*. Dabei kann das Lexem „Augenblick“ durchaus wörtlich genommen werden. Untersuchungen der *Augen-Folge-Bewegungen* zeigen, dass diese nicht kontinuierlich erfolgen sondern in eben diesen 30 ms-Takt-Schritten. Und zwar nicht nur beim Menschen sondern auch bei *Primaten*.<sup>1</sup>

Die Idee eines „least timewise element of psychological experience“ wurde erstmals von *J.M. Stroud* Mitte der 1950er Jahre in Form einer Folge sich *nicht überlappender diskreter Zeit-Fenster* formuliert ([743], S. 180 + [744]). Als Alternative zu diesem in diskreten Schritten vorrückenden Zeit-Fenster schlug *D.A. Allport* ein *kontinuierlich vorrückendes Zeit-Fenster* mit *fester Länge* vor ([8]). Diese frühen Modelle setzten einen von den Parametern des wahrgenommenen Reizes unabhängig arbeitenden *Zentralen Zeit-Takt-Geber* bzw eine *Innere Uhr* voraus, für welche(n) ein Zeit-Takt von 50 – 200 ms ermittelt wurde ([57], S. 4) oder vermuteten als Takt-Geber den *Alpha-Rhythmus* des Gehirns. Allerdings ließ sich ein Zusammenhang zwischen solchen Innere Uhr-Modellen und dem Alpha-Rhythmus empirisch nicht belegen ([758], ⇒ Kap. 6.4.5.3.3.2: S. 173). Alternativ zu einem Zentralen Zeit-Takt-Geber wurde von *B.G. Breitmeyer* vorgeschlagen, den Psychischen Moment auf die *Persistenz* der Peripheren Ebenen des *Visuellen Systems* zurückzuführen ([78]). Schließlich kommt *Robert Patterson* auf Grund seiner Analyse der Beziehungen zwischen Psychischen Moment-Modellen & aktuellen Forschungs-Ergebnissen, welche verschiedene Arten Neuraler Persistenz, die mit der Analyse Visueller Informationen einhergeht, nahe legen, zu dem Schluss, dass es bis dato keine hinreichenden experimentellen Befunde für einen *Zentralen Zeit-Takt-Geber* gibt, der einem solchen *Zeit-Fenster mit fester Dauer* zugrunde liegt ([57], Kap. 4). Andererseits deuten andere Forschungs-Ergebnisse auf Modelle mit kürzerer Periodik hin, welche ein sogenanntes (*Psychisches*) *Zeit-Quantum* als *Kleinste Einheit* der *Psychischen Zeit-Wahrnehmung* postulieren. So kommt etwa *H.-G. Geissler* auf Grund der Analyse verschiedener Untersuchungen zur Messung von Reaktions-Zeiten auf einen Wert von 4,5 Millisekunden für ein solches Psychisches Zeit-Quantum ([255]). Dagegen kommt *A.B. Kristofferson* auf Grund von Untersuchungen zur Zeit-Schätzung zu dem Schluss, dass dieses Psychische Zeit-Quantum *keine feste Länge* besitzt, sondern die Form einer Stufen-Funktion mit Werten von ca. 13, 25, 50 & 100 ms besitzt ([421]).<sup>2</sup>

Auf Grund dieser Befunde kommt *Richard Block* zu dem Schluss: “At present (1990), no research unambiguously reveals the *existence of a central, neural pacemaker* that may underlie the concept of a *psychological moment* or *time quantum* ! There probably is none !” ([57], pp 4 – 5)

Zwischenzeitlich scheint es aber genügend experimentelle Befunde zu geben, auf Grund derer *Vyvyan Evans* ([189], pp 21 – 23) & *Hartmut Kasten* ([397], pp 14 – 20) – letzterer vor allem gestützt auf die Arbeiten von *Ernst Pöppel* ([619], [620], [621], [622], [623], [624]) – zu dem Schluss kommen, dass die Existenz eines *Psychischen Moments / Augenblicks* als kleinste wahrnehmbare Zeit-Einheit empirisch gesichert scheint. Denn nach *Hartmut Kasten* „gibt es [ wie bereits zu Beginn dieses Kapitels erwähnt ] Anhaltspunkte dafür, dass die *Ordnungs-Schwelle* [ das o.g. *Reiz-Fenster* ] durch die bereits erwähnte *Neuronale Oszillation* erzeugt wird. Alle Reize, gleichgültig von welchen Sinnes-Organen sie kommen, die während der *Öffnungs-Zeit*

---

<sup>1</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ([397]), pp 14 – 20

<sup>2</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ([58]), pp 3 – 5

eines ( vom Gehirn selbst erzeugten ) *Zeit-Fensters* eintreffen, werden subjektiv als *gleichzeitig erlebt & weiterverarbeitet* ( auch wenn sie *objektiv*, d.h. physikalisch gemessen, zu *unterschiedlichen Zeitpunkten* angekommen sind ). Die konkrete Angabe einer Reihenfolge ( „früher“ – „später“ oder „erster“ – „zweiter“ – „dritter“ ) kann erst geleistet werden, wenn das nächste oder übernächste der nachfolgenden *Zeit-Fenster* geöffnet wird. Alles was *innerhalb* eines *Zeit-Fensters* eintrifft, kann nicht weiter differenziert werden, verschmilzt also sozusagen zu einem *kleinsten Zeitlichen Ereignis* [ dem *Psychischen Chronon* ] (  $\Rightarrow$  [620] ). Damit ist das *kleinste Zeit-Partikel*, aus dem sich unser *Zeit-Erleben* zusammensetzt, der ... *Zeit-Punkt*, physiologisch & psychologisch eindeutig bestimmt ! In der Neuro-Physiologischen & -Psychologischen Forschung wurden noch weitere Befunde zu Tage gefördert, welche die Existenz & Auswirkungen der zeitlichen Ordnungs-Schwelle in unterschiedlichen Bereichen veranschaulichen (  $\Rightarrow$  [623] ).“ ( Kasten, [397], S. 20 )<sup>1</sup>

#### 6.4.5.2.4 Die Psych(olog)ische Gegenwart

Neben diesem *Psychischen Moment / Augenblick* gibt es aber noch eine zweite psychische Zeit-Einheit, welche *Psychische bzw. Bewusste Gegenwart* genannt wird. Versucht man den Umfang dieser subjektiv erlebten Gegenwart dadurch zu bestimmen, indem man versucht das Gemisch der Inhalte des aktuellen Erlebens im Detail zu beschreiben, so kommt man auf ca. ein *halbes Dutzend* unterschiedlicher, eng miteinander verbundener Inhalte, welche gerade noch eine *Erinnerungs-Spur* im *Bewusstsein* hinterlassen haben.<sup>2</sup> Dies hatte schon *George Miller*, der Begründer der *Informationsverarbeitungs-Psychologie*, 1956 in seinem berühmten Aufsatz *The Magical Number 7, Plus or Minus Two : Some Limits on Our Capacity for Processing Information* ( [530] ) festgestellt. Ihre *zeitliche Dauer* wird von verschiedenen Autoren mit 2 – 8 *Sekunden* angegeben ( E. Pöppel, [618] : 4 – 7 sec ; J.A. Michon, [525] : 7 – 8 sec ; P. Fraisse, [205] : 2 – 3 sec  $\wedge$  < 5 sec ; R.A. Block, [54] : < 5 sec ).<sup>3</sup> Zwischenzeitlich kristallisiert sich auf Grund umfangreicher empirischer Befunde eine zeitliche Dauer von ca. 3 *Sekunden* heraus. Diese empirischen Befunde stammen aus folgenden Experimenten bzw. Beobachtungen :

- Vergleich der Intensität vorgegebener Reize
- Schätzung der Dauer vorgegebener Zeit-Intervalle
- Wahrnehmung Zweideutiger Reiz-Konfigurationen ( Kipp-Figuren )
- Binokulare Rivalität
- Verlangsamung Neuronaler Verarbeitungs-Prozesse bei Hirn-Läsionen
- Subjektive Akzentuierung der Schläge eines Metronoms
- Zeitliche Gliederung der Natürlichen Sprache
- Dauer intendierter Rituale in verschiedenen Kultur-Kreisen
- Länge von Vers-Zeilen & Musikalischen Motiven

---

<sup>1</sup>) kursiv, Unterstreichung & Eckige Klammern „[ ]“ von mir, Runde Klammern „( )“ von Hartmut Kasten

<sup>2</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), S. 21

<sup>3</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ( [58] ), S. 5

- Synchronisation von Reizen mit Reaktionen
- Formale Denk-Störungen bei Schizophrenen Patienten

sowie aus *Gedächtnis-Experimenten* in Verbindungen mit dem *Ultra-Kurz-Zeit-* bzw. *Arbeits-Gedächtnis*. Diese Experimente zeigen, dass „die während der Öffnungs-Zeit eines *Drei-Sekunden-Fensters* eintreffenden Informationen ... nur gespeichert werden ( können ), wenn sie inhaltlich mit nachfolgenden oder vorhergehenden verklammert oder vernetzt werden. ... Um die während eines *Drei-Sekunden-Fensters* ankommenden Informationen ... korrekt speichern und damit reproduzieren zu können, muss man unmittelbar nach dem Schließen des Fensters dazu Gelegenheit haben, d. h. während des unmittelbar darauf folgenden Fensters dürfen keine andersartigen, inhaltlich unpassenden Informationen, wie Störungen oder Ablenkungen dazwischen kommen.“ ( Kasten, [397], S. 26 )<sup>1</sup>

#### 6.4.5.2.5 Der „Strom des Bewusstseins“

Damit wird nach *Hartmut Kasten* „deutlich, dass eine angemessene Weiterverarbeitung von längeren Inputs nur gewährleistet werden kann, wenn zwischen [ den ] aufeinander folgenden *Drei-Sekunden-Fenstern* Brückenschläge erfolgen. Die Tatsache, dass – im Zustand der aktiven Reiz-Aufnahme & -Weiterleitung – regelmäßig *Drei-Sekunden-Segmente* produziert werden, genügt nicht, um *Kontinuität* ( auch in der Selbst-Beobachtung ) in unserem *Zeit-Erleben* herzustellen. Das Gefühl, dass die Zeit kontinuierlich abläuft, stellt sich erst dadurch ein, dass die *Drei-Sekunden-Abschnitte* inhaltlich verbunden werden durch »*Semantischen Klebstoff*«, also dadurch, dass sie fortlaufend & übergreifend immer wieder miteinander inhaltlich verknüpft werden. Diese sozusagen »online« laufende Verknüpfungs-Arbeit und übergreifende *Semantische Verklammerung* wird neurophysiologisch – so eine persönlich mitgeteilte Arbeits-Hypothese von [ *Ernst* ] *Pöppel* – wahrscheinlich geleistet durch steuernde *Modulare Systeme im Minuten-Bereich*, die »einen temporalen Klebstoff über *Drei-Sekunden-Arbeits-Plattformen*« hinweg zur Verfügung stellen und die sozusagen portionsweise & zeitlich gestaffelt gelieferten Informations-Pakete bündeln und inhaltlich weiterverarbeiten, z. B. durch In-Beziehung-Setzen zu weiterem vorhandenen Wissen & passenden Emotionalen Bewertungen, deren Anatomisches Substrat in anderen Hirn-Regionen verortet ist.“ ( Kasten, [397], S. 27 )<sup>2</sup>

Die Notwendigkeit eines solchen ( *Ultra-Kurz-Zeit-* ) *Gedächtnisses* wurde bereits von Philosophen & Psychologen um die Wende zum 20. Jahrhundert postuliert. So kam der Phänomenologe *Edmund Husserl* auf Grund sorgfältiger Selbst-Beobachtung zu der Auffassung, dass eine *einfache Retention*, d. h. ein kurzes Festhalten einer Wahrnehmung, nicht ausreicht, um eine *wirkliche Zeit-Wahrnehmung* zu schaffen. Hinzukommen müsse noch eine weitere *sekundäre Retention*, die es ermögliche, *mehrere unmittelbar vergangene Ereignisse* zusammenzufassen, zu *stapeln* & *verfügbar* zu halten ( [363] / [364] ).<sup>3</sup> Er modellierte die Funktionsweise dieses

---

<sup>1</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ( [58] ), pp 5 – 6  
Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), pp 21 – 26  
Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ( [189] ), Kap. 2.7 – 2.8 ( pp 26 – 29 )

<sup>2</sup>) kursiv, Unterstreichung & Eckige Klammern „[ ]“ von mir, Runde Klammern „( )“ von Hartmut Kasten

<sup>3</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), S. 30

*Ultra-Kurz-Zeit-Gedächtnisses* wie folgt: Wird die Folge der *Psychischen Gegenwart* (*Jetzt*) mit  $t_i$  bezeichnet, die in diesen 3 Sekunden-Intervallen wahrgenommenen *Informationen* mit  $I_{i,n}$  und die einzelnen *Speicher-Plätze* des Ultra-Kurz-Zeit-Gedächtnisses mit  $S_n$ , so lässt sich die Arbeitsweise dieses Ultra-Kurz-Zeit-Gedächtnisses (also die *Sekundäre Retention*) wie folgt beschreiben:

Nach jeweils 3 Sekunden werden alle gespeicherten Informationen  $I_{i,n}$  vom Speicher-Platz  $S_n$  um einen Platz weiter zum Speicher-Platz  $S_{n-1}$  verschoben und die neu wahrgenommene Information im *Psychischen Gegenwarts-Speicher* (die *Primäre Retention*) gespeichert. Dies lässt sich wie folgt graphisch darstellen:

	$S_0$	$S_{-1}$	$S_{-2}$	$S_{-3}$	$S_{-4}$
$t_1$	$I_{1,0}$				
$t_2$	$I_{2,0}$	$I_{1,-1}$			
$t_3$	$I_{3,0}$	$I_{2,-1}$	$I_{1,-2}$		
$t_4$	$I_{4,0}$	$I_{3,-1}$	$I_{2,-2}$	$I_{1,-3}$	
$t_5$	$I_{5,0}$	$I_{4,-1}$	$I_{3,-2}$	$I_{2,-3}$	$I_{1,-4}$

( [363] / [364] )<sup>1</sup> Dieses *Ultra-Kurz-Zeit-Gedächtnis* hat einen zeitlichen Umfang von ca. 3 Minuten.

Der Neurologe *G. Schaltenbrand* geht davon aus, dass diese *Sekundäre Retention* bei *Kleinkindern* noch nicht ausgebildet ist und durch *Krankheits-Prozesse* beeinträchtigt werden kann. Bei einer Reihe von *Neurologischen Störungen* wird beobachtet, dass die betroffenen Patienten die Fähigkeit, *neue Erinnerungen zu stapeln & abzulegen, vollständig verlieren*, jedoch weiterhin über die *Primäre Retention*, also eine Art *Drei-Minuten-Gedächtnis* verfügen. ( [684], S. 47 )<sup>2</sup>

#### 6.4.5.2.6 Ereignis-Folgen

Dieses *Ultra-Kurz-Zeit-Gedächtnis* bildet auch die Grundlage für das Erkennen der *Aufeinanderfolge* (*Sukzession*) von *Ereignissen* bzw von *Ereignis-Folgen*. Oder wie es *Henry Bergson* ausdrückte: “without an elementary memory that connects the two moments, there will be only one or the other, consequently a single instance, no before or after, no succession, no time.” ( [43] / [44], S. 33 )<sup>3</sup>

Diese im kontinuierlichen „*Strom des Bewusstseins*“ eingebetteten Prozesse des *Erkennens & Behaltens von Ereignissen* bilden anscheinend nicht nur die Basis für das *Wieder-Erinnern von Ereignissen*, sondern liefern auch auf relativ automatische Weise die Grundlage für das *Erkennen & Erinnern der Aufeinanderfolge der Ereignisse* und damit für deren *Vorhersage*. ( [334] & [773] ) Auf diese Weise wird nämlich eine *Vorher-Nachher-Relation* zwischen *benachbarten Ereignissen* und damit auf Grund

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans: “The Structure of Time” ( [189] ), S. 25

<sup>2</sup>) Hartmut Kasten: „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), S. 30

<sup>3</sup>) Vyvyan Evans: “The Structure of Time” ( [189] ), S. 24

der *Transitivität* eine *Vorher-Nachher-Relation* zwischen *beliebigen Ereignissen* konstituiert. Es gibt auch Empirische Befunde, nach denen diese *Zeit-bezogenen Informationen* über die *zeitliche Beziehung* der *Ereignisse* untereinander zusammen mit diesen Ereignissen im (*Episodischen*) *Gedächtnis* gespeichert werden. Diese Befunde legen auch nahe, dass diese *Zeit-bezogenen Informationen* – sogenannte *Zeit-Marken* (*Time Tags*) – von *Kontextueller Natur* sind. ([331] / [332] / [333] / [774]) Diese *Kontext-Informationen* schließen implizite Assoziationen zu anderen Ereignissen derselben Episode, zu zusammen mit dem Ereignis aufgetretenen Gemüts-Zuständen & internen Physiologischen Zuständen sowie anderen gleichzeitig stattgefundenen und bewusst wahrgenommenen Ereignissen mit ein. Allerdings ist bis heute unklar, welche dieser *Zeit-bezogenen Informationen* relativ automatisch gespeichert werden und welche eines willentlichen Speicher-Aktes bedürfen. Darüber hinaus ist auch noch unklar, welche Rolle diese *Kontext-Informationen* bei den verschiedenen Arten *Zeitlicher Urteile* spielen.<sup>1</sup>

#### 6.4.5.2.7 Zusammenfassung

Damit lässt sich dieses Kapitel mit den Worten von *Richard Block* folgendermaßen zusammenfassen: “Experiences of *successiveness*, or the primary psychological encoding of *order relationships between events*, involves dynamic information-processing characteristics: In the process of perceiving & encoding an event, a person remembers related events which precede it, anticipates future events, or both. The notion of a *fixed-duration psychological moment* arose largely from experiments that are now thought to involve *visual persistence*; the available evidence does not support the notion of a *central pacemaker* or *internal clock*. Similarly, the experiencing of a *psychological present* is probably related to the temporal dynamics of (*ultra-*) *short-term*, or *activated memory*. Some time-related information about events & relationships between events is apparently encoded automatically, whereas other information is only encoded deliberately.” (Block, [58], pp 30 – 31)<sup>2</sup>

#### 6.4.5.3 Zeit-Dauer-Wahrnehmung & -Schätzung

##### 6.4.5.3.1 Allgemeines

Wie bereits in Kap. 6.4.5.1 (S. 165) erwähnt, haben alle *Nicht-Atomaren Ereignisse & Vorgänge bzw. Prozesse* einen *zeitlichen Anfang* und ein *zeitliches Ende*. Das *Intervall* zwischen diesen beiden *Zeit-Punkten* ist ihre (*Zeit-*) *Dauer*. Phänomenal tritt diese *Zeit-Dauer* auf zwei verschiedene Weisen in Erscheinung. Einmal als *Wahrgenommene Zeit-Dauer* (*Experienced Duration*), d. h. als *Wahrnehmung* der *Dauer* gerade ablaufender *Vorgänge bzw. Prozesse*. Und andererseits als *Erinnerte Zeit-Dauer* (*Remembered Duration*), d. h. als irgendwie im *Gedächtnis* gespeicherte *Informationen* über die *Zeit-Dauer* von im *Gedächtnis* gespeicherten *Ereignissen & Vorgängen bzw. Prozessen*.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>) Richard Block: „Models of Psychological Time“ ([58]), pp 6 – 8

<sup>2</sup>) kursiv und Klammern von mir.

<sup>3</sup>) Richard Block: „Models of Psychological Time“ ([58]), pp 9 – 10



Aus diesem Grunde hat *Paul Fraisse* auch vorgeschlagen zwischen *Zeit-(Dauer)-Wahrnehmung* und *Zeit-(Dauer)-Schätzung* zu unterscheiden ([204]). Da Wahrnehmung aber nach *Michael Stefan Metzner* „die unmittelbare, aktive und selektive Reaktion auf eine gegenwärtige Situation ist, müßte Zeit-(Dauer-) Wahrnehmung die Abbildung der Zeit-Informationen zum jeweils gegenwärtigen Zeit-Punkt  $t_0$  sein. Da der *Zeit-Punkt*  $t_0$  jedoch per definitionem keine zeitliche Ausdehnung hat, wäre die Wahrnehmung von Dauer schlechterdings nicht möglich.“ Die *Psychische Gegenwart* ist aber kein *Zeit-Punkt*  $t_0$ , sondern ein *Zeit-Intervall*  $t_0 + \Delta t$  endlicher Ausdehnung, in dem Reize als *gegenwärtig* wahrgenommen werden. Überschreiten Reize die Dauer der Psychischen Gegenwart (ca. 3 Sekunden) nicht, so kann man deshalb durchaus von *Zeit-(Dauer)-Wahrnehmung* sprechen. „Überschreitet eine Abfolge von Stimuli (aber) diesen Bereich, so können wir sie nicht mehr zu *einer* Wahrnehmungs-Gestalt verbinden. Es entsteht dann das Gefühl, etwas Neues sei nun gegenwärtig und Vorangegangenes kann nur *aus dem Gedächtnis* wiedergegeben werden. Für Beurteilungen solcher Zeit-Größen verwendet man deshalb den Begriff *Zeit-(Dauer)-Schätzung*.“ (Metzner, [522], pp 6 – 7).<sup>1</sup>

Die Unterscheidung zwischen *Prospektiver & Retrospektiver Zeit-Dauer-Beurteilung* ist dagegen *methodischer Natur*. Wird die Versuchsperson vor einem Experiment darüber informiert, dass sie in den Experimenten die *Zeit-Dauer post hoc* beurteilen soll, so spricht man von *Prospektiver Zeit-Dauer-Beurteilung*. Wird die Versuchsperson dagegen *nicht* vorher darüber informiert, dass die Experimente den Zweck haben die *Zeit-Dauer post hoc* zu beurteilen, so spricht man von *Retrospektiver Zeit-Dauer-Beurteilung*.<sup>2</sup>

#### 6.4.5.3.2 Forschungs-Ansätze

In der *Zeit-Psychologie* findet man zwei prinzipiell verschiedene Forschungs-Ansätze zur Modellierung der Wahrnehmung bzw Schätzung dieser *Zeit-Dauer*. Einerseits sind dies „*Zeit-Sensor-Modelle*“ (“*Timing with a Timer*”) und andererseits *Kognitive bzw. Informationsverarbeitungs-Modelle* (“*Timing without a Timer*”).

„*Zeit-Sensor*“-Modelle „postulate some sort of "time-base", a repetitive, cumulative, pulse-dispensing mechanism which delivers *internal time signals*, an "*organ*" of time“ ([574], S. 25), d. h. die *Zeit-Dauer* wird mit Hilfe eines *Zeit-Takt-Gebers* gemessen. Bei diesen „*Zeit-Sensor*“-Modellen lassen sich *Chronobiologische Modelle & „Innere Uhr*“-Modelle unterscheiden.

Kognitive bzw. Informationsverarbeitungs-Modelle lassen sich dadurch charakterisieren, dass sie ohne einen solchen *Zeit-Takt-Geber* auskommen. Bei ihnen wird die *Dauer* der vergangenen *Zeit* mit Hilfe von gespeicherten Informationen „errechnet“. Als Informations-Arten wurden *Veränderungen* (Paul Fraisse, [204]), *Mentale Inhalte* (M. Frankenhäuser, [207]), *Speicher-Platz* (Richard Ornstein, [574]) oder *Kontext-Veränderungen* (Richard Block, [61]) vorgeschlagen.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>) Klammern von mir, kursiv von M.S. Metzner.

<sup>2</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ([58]), pp 9 –11  
M.S. Metzner : „Zeit-Erleben & Empfindungs-Qualität“ ([522]), Kap. 2.2.1

<sup>3</sup>) R.A. Block / D. Zakay : “Models of Psychological Time revisited” ([62]), pp 170 – 172

### 6.4.5.3.3 Schätz-Modelle mit „Innerer Uhr“

Bereits um 1930 gab es Experimentelle Befunde, welche darauf hindeuteten, dass Zeit-Dauer-Schätzungen durch die Körper-Temperatur beeinflusst werde ([610]) und dass somit Subjektive Zeit-Messungen mit Hilfe einer „Inneren Uhr“ erfolgen könnten ([206] + [338]). Auf Grund dieser Befunde schlug *H. Hoagland* eine „Chemische Zentral-Uhr“ (*Master Chemical Clock*) als *Zentralen Zeit-Takt-Geber* im Gehirn vor, welche alles Zeit-bezogene Verhalten & Zeit-Dauer-Schätzen regulieren sollte ([338] + [339]). Eine solche temperatur-abhängige Chemische Zentral-Uhr hatte allerdings das Problem, dass die Körper-Temperatur auch diejenigen Neuronalen Prozesse beeinflusst, welche der Aufmerksamkeit, dem Gedächtnis sowie anderen Kognitiven Prozessen zugrunde liegen. Außerdem konnte bis heute kein Bereich im Gehirn identifiziert werden, in welchem diese Chemische Zentral-Uhr lokalisiert werden könnte.<sup>1</sup>

#### 6.4.5.3.3.1 Beziehungen zwischen Wahrgenommener Dauer & Tages-Rhythmik

Isolations-Experimente von *J. Aschoff*, *S.S. Campbell* & *P. Lavie* / *W.B. Webb* zeigen, dass Zeit-Dauer-Schätzungen ab einer Stunde aufwärts mit dem individuellen *Tages-Rhythmus* der Versuchspersonen *positiv korreliert* sind und da dieser ca. 25 h beträgt, von der *Physikalischen Zeit-Dauer* von 24 h leicht nach oben abweichen. Dagegen spielte es keine Rolle, ob den Versuchspersonen während dieser Zeit jedwede Aktivität untersagt war oder ob sie ihren individuellen Aktivitäten wie z. B. Lesen nachgehen konnten. Die Schätzung von Zeit-Dauern zwischen 10 – 120 Sek. wurde dagegen nicht vom individuellen Tages-Rhythmus beeinflusst. ([20] / [21] / [57] : Kap 5 / [93] / [445])<sup>2</sup>

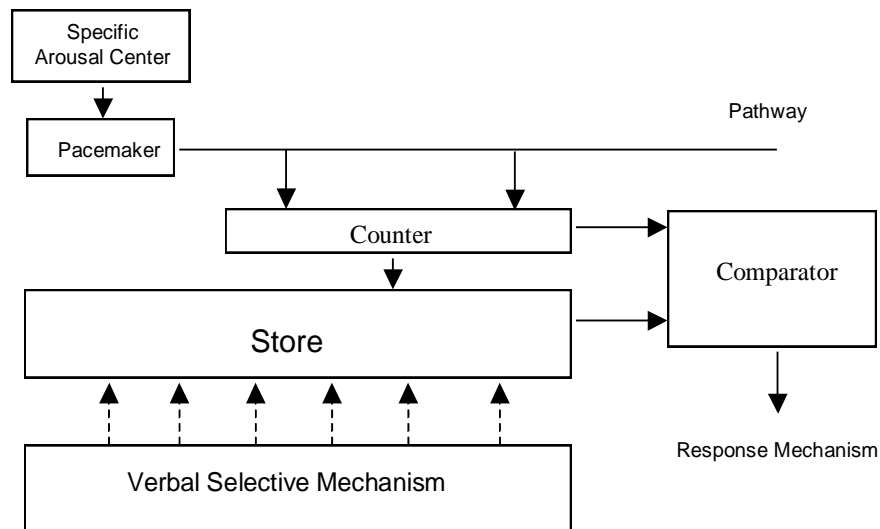
#### 6.4.5.3.3.2 Das Innere Uhr-Modell von *M. Treisman*

Die Idee eines *Zentralen Zeit-Takt-Gebers* von *H. Hoagland* wurde 1963 von *M. Treisman* funktional weiter entwickelt, ohne sich jedoch auf irgendwelche Neuronalen Mechanismen festzulegen, welche diese *Innere Uhr* realisierten. Dieses Funktions-Modell lässt sich wie folgt skizzieren :

---

<sup>1</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ([58]), pp 14 – 15  
R.A. Block / D. Zakay : “Models of Psychological Time revisited” ([62]), S. 172

<sup>2</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ([58]), pp 12 – 14



Model of the Internal Clock of M. Treisman ( aus [58] + [62] : Fig. 2 )

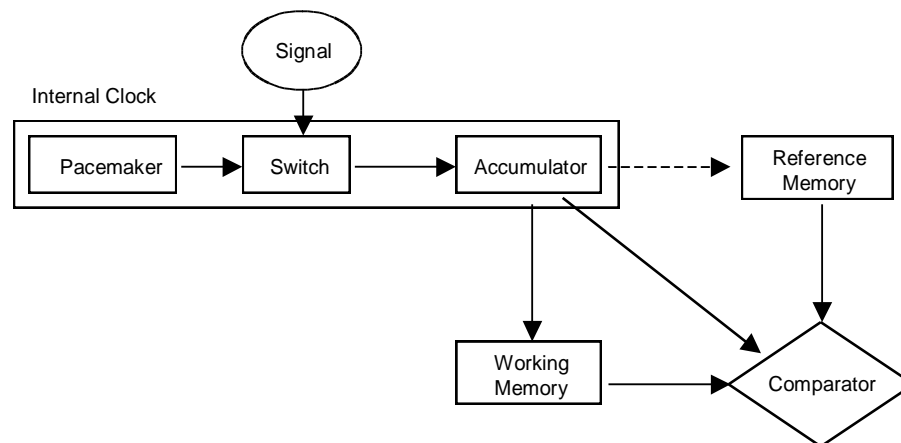
Ein *Zeit-Takt-Geber* produziert eine Folge von Pulsen mit gleichem Abstand, wobei die Puls-Rate vom *Situativen Wachheits-Zustand* (*specific arousal state*) – im Unterschied zur Allgemeinen Wachheits-Zustand, der z.B. von der Tages-Zeit abhängig ist – beeinflusst wird. Ein *Zähler* registriert die Puls-Anzahl und überträgt sie in einen *Speicher* sowie in eine *Vergleichs-Einheit* (Comparator). Mit Hilfe eines *Lang-Zeit-Speichers*, welcher *Wissen* über die Korrespondenz zwischen der *Anzahl von Pulsen* und ihren *Bezeichnungen* (z. B. 20 Sek. oder 1 Min.) enthält, können geeignete Speicher-Werte ausgewählt werden, die dann mit Hilfe der Vergleichs-Einheit mit den aktuellen Zähler-Werten verglichen werden. ([758] / [757] / [759] / [760])

In Kap. 6.4.5.2.3 (S. 166) wurde bereits erwähnt, dass der *Alpha-Rhythmus* häufig als möglicher *Zeit-Takt-Geber* der *Inneren Uhr* angesehen wird. M. Treisman konnte jedoch *keine Belege* dafür finden, dass Wachheit, deren Grundlage ja der Alpha-Rhythmus ist, in irgendeiner Weise mit der Frequenz dieses hypothetischen Zeit-Takt-Gebers korreliert ist ([758]). Bis Mitte der 1990-er Jahre gab es nach *Richard Block* weder empirische Belege, die ein solch relativ einfaches Inneres Uhr-Modell stützten noch war eine Neurophysiologische Grundlage für deren Komponenten bekannt.<sup>1</sup>

#### 6.4.5.3.3 Das Skalare Synchronisations-Modell (The Scalar Timing or Exspectancy Model)

Im Rahmen von *Ethologischen Studien des Zeitlichen Verhaltens* von Tieren wurde von *J. Gibbon & R.M. Church* das *Skalare Synchronisations-Modell* (*Scalar Timing or Exspectancy Model*) entwickelt. Dieses lässt sich wie folgt skizzieren :

<sup>1</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ([58]), pp 15 – 16  
 R.A. Block / D. Zakay : “Models of Psychological Time revisited” ([62]), pp 175 – 177



Scalar Timing Model of J. Gibbon & R.M. Church ( aus [58] : Fig. 3 / [62] : Fig. 4 )

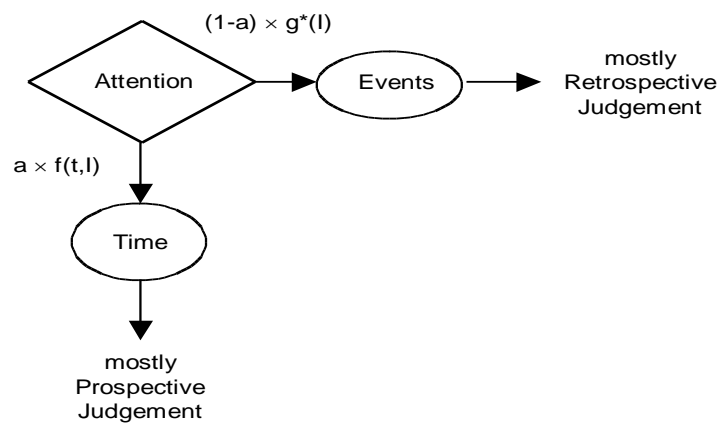
Dieses Modell enthält eine *Innere Uhr*, verschiedene *Gedächtnis-Speicher* und eine *Vergleichs-Einheit* (Comparator). Die Innere Uhr ihrerseits besteht aus einem *Zeit-Takt-Geber*, einem *Akkumulator* und einem *Schalter* zum ein- & ausschalten des Akkumulators. Auf Grund eines *externen Zeit-Signals* wird der Akkumulator *eingeschaltet*. Dieser *zählt* nun die *Pulse* des Zeit-Takt-Gebers bis er wieder *ausgeschaltet* wird. Das Ergebnis wird anschließend im *Arbeits-Speicher* gespeichert, wo es für *Vergleiche* mit Werten aus einem *Referenz-Speicher* zur Verfügung steht. Der Referenz-Speicher ist ein *Lang-Zeit-Speicher*, welcher Ergebnisse aus früheren Zählungen enthält. ( [6] / [107] / [108] / [268] / [269] )

Dieses Innere Uhr-Modell wurde von vielen Verhaltens-Forschern übernommen und wird durch *umfangreiche empirische Befunde* gestützt. Nachteile dieses Modell sind einerseits seine Unvollständigkeit und andererseits seine Fokussierung auf die *Wahrgenommene Zeit-Dauer* ( Experienced Duration ).<sup>1</sup>

#### 6.4.5.3.3.4 Das Aufmerksamkeits-Modell von E.A.C. Thomas

Verschiedene Wissenschaftler haben Modelle der Psychischen Zeit vorgeschlagen, in denen der Begriff der *Aufmerksamkeit* bezüglich *zeitlicher Aspekte* bzw. *Zeitlicher Informationsverarbeitung* eine Rolle spielt. Ein solches Modell wurde u.a. von *E.A.C. Thomas* und Mitarbeitern formuliert & mathematisch ausgearbeitet. Dieses Modell lässt sich wie folgt skizzieren :

<sup>1</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ([58]), pp 16 – 19  
 R.A. Block / D. Zakay : “Models of Psychological Time revisited” ([62]), pp 178 – 179



The Attentional Model of E.A.C. Thomas ( aus [62] : Fig. 5 )

Nach diesem Modell ist die *wahrgenommene Zeit-Dauer*  $\tau$  eines Intervalls, welches die *Information I* enthält, das *gewichtete Mittel* der Informations-Beträge eines *Temporalen Informationsverarbeitungs-Prozesses*  $f(t, I)$  und eines *Nicht-Temporalen Informationsverarbeitungs-Prozesses*  $g^*(I)$ ; d. h.

$$\tau(I) = \alpha \times f(t, I) + (1 - \alpha) \times g^*(I).$$

Der Organismus verteilt seine Aufmerksamkeit also auf zwei Prozessen, welche parallel ablaufen. Je mehr Aufmerksamkeit er einem der beiden Prozesse widmet, um so weniger Aufmerksamkeit kann er dem anderen widmen. ( [749] / [750] / [751] )

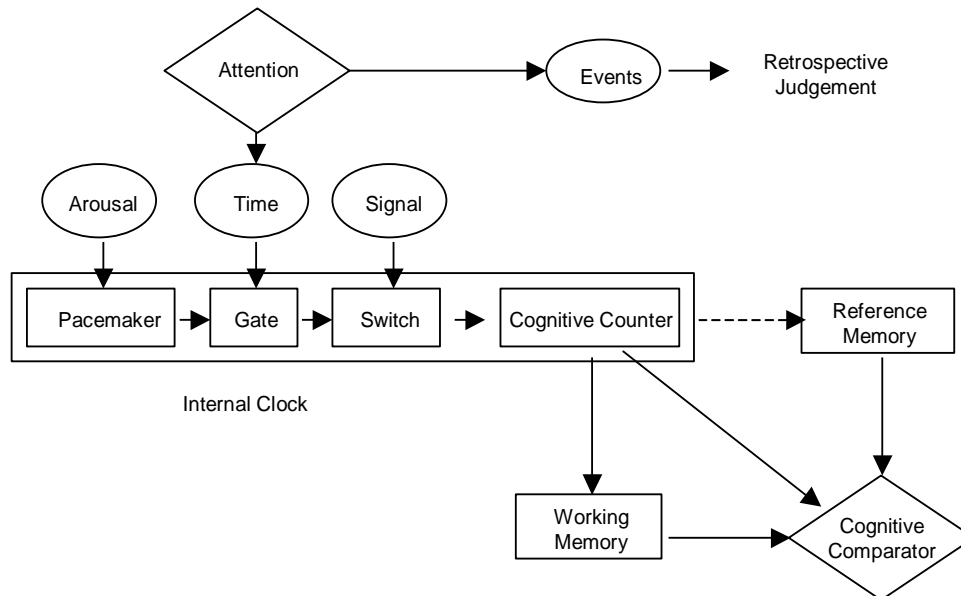
Ein theoretisches Problem dieses Modells liegt allerdings darin, dass – wie bereits in Kap. 6.1.1 + 6.4.3.1 erwähnt – *Zeit selbst* nicht direkt wahrnehmbar ist. Wahrnehmbar sind nur Ereignisse und Bewegungen ( $\Rightarrow$  [271], S. 295 + [522], S. 4). Deshalb wurde von *J.A. Michon & J.L. Jackson* vorgeschlagen, *Temporale Informationen* als *Informationen über die Gleichzeitigkeit & Aufeinanderfolge von Ereignissen* zu definieren ([524] + [526]). Zusätzlich zu diesen Informationen über *Eigenschaften Externer Ereignisse* umfassen Temporale Informationen auch *Informationen über die Veränderung Interner Zustände*, wie Propriozeptive Informationen, Stimmungen, Gefühle, etc.. Die Konzentration der *Aufmerksamkeit* auf die *Zeit selbst* ist also die *Bewusste Kognition von Veränderungen* – oder das Ausbleiben solcher Veränderungen – in *Ereignissen & Prozessen*, die während eines *Zeit-Intervalls* stattfinden.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ([58]), pp 19 – 22  
 R.A. Block / D. Zakay : “Models of Psychological Time revisited” ([62]), pp 180 – 181

#### 6.4.5.3.3.5 Das Aufmerksamkeits-gesteuerte Innere Uhr-Modell von Richard Block ( The Attentional-Gate Model )

Als Kombination des Modells der „Inneren Uhr“ von M. Treisman, des Skalaren Synchronisations-Modells von J. Gibbon & R.M. Church und des Aufmerksamkeits-Modells von E.A.C. Thomas hat Richard Block das Aufmerksamkeits-gesteuerte Innere Uhr-Modell vorgeschlagen. Dieses Modell lässt sich wie folgt skizzieren :



The Attentional-Gate Model of Prospective Duration Timing of Richard Block ( aus [62] : Fig. 6 )

Ein *Zeit-Takt-Geber* produziert eine Folge von Pulsen mit gleichem Abstand, dessen Puls-Rate sowohl vom *Allgemeinen Wachheits-Zustand* ( z. B. auf Grund der Tages-Zeit ) des Organismus, als auch von dessen *Situativen Wachheits-Zustand* ( hervorgerufen durch äußere Reize ) abhängig ist. Jedes Mal, wenn der Organismus seine *Aufmerksamkeit* der *Zeit* zuwendet, wird ein *Eingang* geöffnet, durch den die Puls-Folge zu den dahinter liegenden Funktions-Einheiten gelangen kann. Sobald der *Schalter* auf Grund eines *Start-Signal* den *Kognitiven Zähler* ( *Cognitive Counter* ) aktiviert, beginnt dieser die Pulse zu zählen. Letztere Komponente wird „*Kognitiver Zähler*“ statt einfach *Akkumulator* genannt, weil seine Eingangs-Informationen durch *Kognitive Prozesse*, wie z. B. die *Aufmerksamkeit* reguliert werden. Die restlichen Komponenten entsprechen dem *Skalaren Synchronisations-Modell*.<sup>1</sup>

#### 6.4.5.3.4 Schätz-Modelle ohne Uhr

Im Gegensatz zu den *Zeit-Dauer-Schätz-Modellen mit Zeit-Takt-Geber* wird bei den *Zeit-Dauer-Schätz-Modellen ohne Zeit-Takt-Geber* die Dauer der vergangenen Zeit mit Hilfe von gespeicherten Informationen „errechnet“. Diese Berechnung basiert z. B. auf der *Segmentierung der Wahrgenommenen Informationen*, der *Komplexität der Informations-Repräsentation* oder dem *Aufmerksamkeits-Grad*. Das *Aufmerksam-*

<sup>1</sup>) R.A. Block / D. Zakay : “Models of Psychological Time revisited” ( [62] ), pp 182 – 185

keits-Modell von E.A.C. Thomas wurde bereits in Kap. 6.4.5.3.3.4 (S. 175) vorgestellt.<sup>1</sup>

#### 6.4.5.3.4.1 Informations-Mengen- & Speicher-Platz-Modelle

M. Frankenhäuser hat vorgeschlagen, dass die *Zeit-Dauer* aus dem *Mentalen Inhalt*, d. h. aus dem *Umfang* der in einem *Zeitraum* wahrgenommenen *Stimuli* errechnet wird. Diesem Vorschlag liegt die Annahme zugrunde, dass „je mehr geschehen ist, je länger muss es auch gedauert haben“, also die Umkehrung des Schlusses: „In einem längeren Zeit-Intervall geschieht mehr.“ ([207])<sup>2</sup>

Richard Ornstein schlägt dagegen – dem Computer-Paradigma folgend – vor, dass die *Zeit-Dauer* aus dem *Umfang* der im *Gedächtnis* gespeicherten *Informationen* und der *Art ihrer Internen Repräsentation* berechnet wird. Beides hängt von der *Komplexität der wahrgenommenen Reize* ab. D. h. je mehr Reize während eines Zeit-Intervalls gespeichert werden müssen oder je komplexer die Repräsentationen dieser Reize im Gedächtnis sind, je länger ist die wahrgenommenen *Zeit-Dauer*. Können jedoch die wahrgenommenen *Reize* situationsbedingt zu großen *Reiz-Gruppen* (*Chunks*) zusammengefasst werden, so fällt die (*retrospektive*) *Zeit-Dauer-Schätzung* kürzer aus, als wenn *viele kleine* solcher *Reiz-Einheiten* gespeichert werden. ([574])<sup>3</sup>

#### 6.4.5.3.4.2 Die Kontext-Veränderungs-Modelle von Richard Block

Nach Richard Block beruht die *Erinnerte Zeit-Dauer* nicht auf der Rekonstruktion der erinnerten Reiz-Information als solcher, sondern auf der Rekonstruktion der *erinnerten Kontext-Informationen*, welche integraler Bestandteil der im Gedächtnis gespeicherten Information über ein Ereignis ist. D. h. je *größer* die gespeicherten & wiedererinnerten *Kontext-Veränderungen* sind, desto *länger* ist die *Erinnerte Zeit-Dauer* der erinnerten Zeit-Periode. Diese *Kontext-Informationen* umfassen sowohl Informationen über die *Externe Umgebung*, wie auch über die von den verschiedenen Kognitiven Prozessen während der Informations-Speicherung vorgenommenen *Gedächtnis-Veränderungen*.

Mit diesem Modell-Ansatz stellt Richard Block eine explizite Verbindung zwischen seinem Modell und den *Aufmerksamkeits- & Informations-Speicherungs-Modellen* her. Schließlich sind die Informations-Verarbeitungs- & -Repräsentations-Aktivitäten von der Art der Informationsverarbeitungs-Aufgaben abhängig, welche eine Person gerade durchführt. Und diese Abhängigkeiten & Wechselwirkungen beeinflussen die *Erinnerte Zeit-Dauer*, die zur Durchführung dieser Aufgaben notwendig war. Denn die Informationsverarbeitungs-Kapazität, welche für jede einzelne aktive verarbeitete wahrge-

---

<sup>1</sup>) R.A. Block / D. Zakay : “Models of Psychological Time revisited” ([62]), pp 172

<sup>2</sup>) M.S. Metzner : „Zeit-Erleben & Empfindungs-Qualität“ ([522]), pp 28

<sup>3</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ([58]), pp 22 – 24  
Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 17 – 18  
M.S. Metzner : „Zeit-Erleben & Empfindungs-Qualität“ ([522]), pp 28

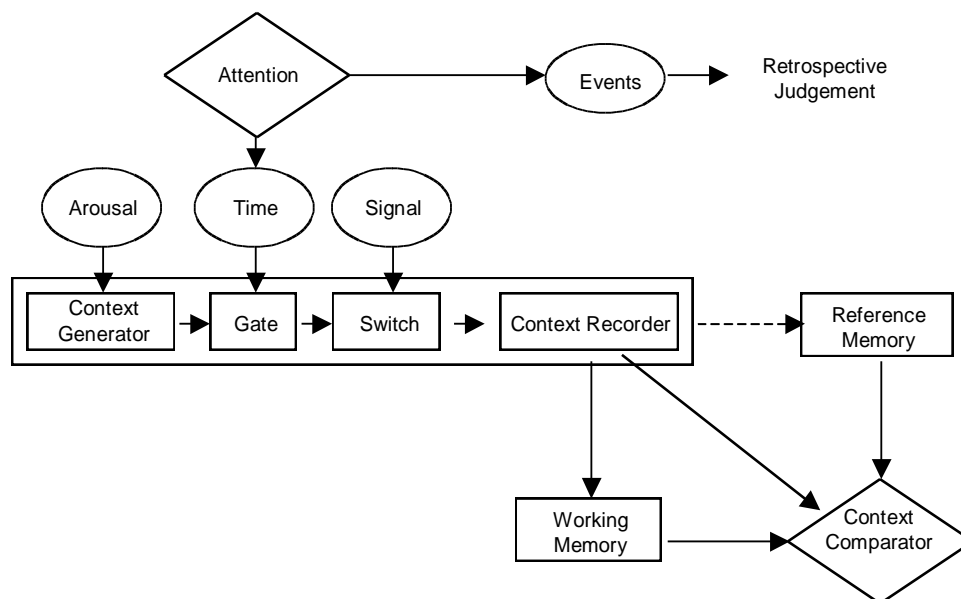
nommene Information aufgewandt werden muss, steht nicht mehr zur Verarbeitung von Informationen über Kontext-Veränderungen zur Verfügung.<sup>1</sup>

Durch die Synthese dieses Kontext-Veränderungs-Ansatzes mit seinem *Aufmerksamkeits-gesteuerten Innere Uhr-Modell* kommt Richard Block zu seinen *Kontext-Veränderung-Modellen für Prospektive & Retrospektive Zeit-Dauer-Schätzung*. ([55] / [56] / [59] )

Das Kontext-Veränderungs-Modell zur Prospektiven Schätzung der Zeit-Dauer :

In diesem Modell sind als *Zeit-Marken* dienende *Kontext-Assoziationen* die wichtigsten Informationen, auf denen die *Zeit-Dauer-Schätzung* beruht. Jedes Mal, wenn eine Person ihre Aufmerksamkeit auf die Zeit richtet, werden diejenigen Kontext-Informationen, welche beim letzten Richten der Aufmerksamkeit auf die Zeit gespeichert wurden, *automatisch erinnert* und eine *neue Zeit-Marke* in Form einer *Menge von Kontext-Assoziationen* gespeichert. Die *Prospektive Schätzung der Zeit-Dauer* beruht auf diesen *Kontext-Veränderungen im Laufe der Zeit*.

Dieses Modell geht durch die Ersetzung des *Zeit-Takt-Gebers* durch den *Kontext-Generator*, des *Kognitiven Zählers* durch den *Kontext-Aufzeichner* und der *Kognitiven Vergleichs-Einheit* durch die *Kontext-Vergleichs-Einheit* aus dem *Aufmerksamkeits-gesteuerten Innere Uhr-Modell* hervor. Graphisch lässt sich dies wie folgt skizzieren :



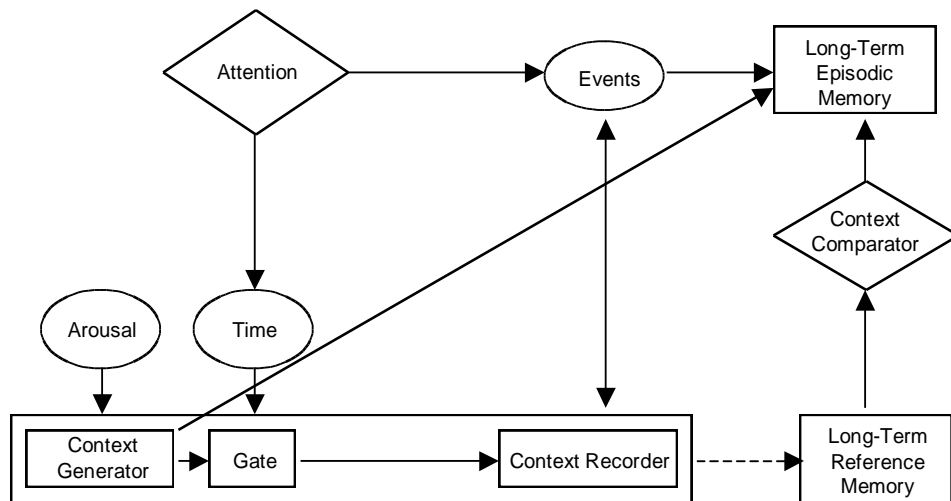
The Contextual-Change Model of Prospective Duration Judgment of Richard Block ( aus [62] : Fig. 7 ) ([62], pp 182 – 185 )

<sup>1</sup> ) Richard Block : „Models of Psychological Time“

( [58] ), pp 24 – 27



## Das Kontext-Veränderungs-Modell zur Retrospektiven Schätzung der Zeit-Dauer :



The Contextual-Change Model of Retrospective Duration Judgment of Richard. Block ( aus [62] : Fig. 8 )

Wie im Kontext-Veränderungs-Modell zur Prospektiven Schätzung der Zeit-Dauer liefert ein *Kontext-Generator* mit den *Ereignis-Informationen* assoziierte *Kontext-Informationen*, welche im *Episodischen Lang-Zeit-Gedächtnis* gespeichert sind. In den seltenen Fällen, in denen eine Person ihre Aufmerksamkeit *retrospektiv* auf die Zeit richtet, werden die *Kontext-Veränderungen* in Form von *Assoziationen* mit *gleichzeitig stattfindenden Ereignissen* von einem *Kontext-Aufzeichner* festgehalten und als *Referenz-Informationen* im *Lang-Zeit-Gedächtnis* gespeichert. Dieser enthält Informationen darüber, wie aus *Kontext-Veränderungen* die *Dauer* der während dieser Veränderungen *vergangenen Zeit* abgeleitet werden kann.<sup>1</sup>

Im Vorgriff auf das nächste Kapitel sei hier aber auch auf die Argumentation von Vyvyan Evans hingewiesen, dass zwar aus dem Stattfinden von Veränderungen auf das Vergehen von Zeit geschlossen werden kann, aber die *Umkehrung* nicht gilt. D. h. aus der Tatsache, dass keine *Veränderungen* stattgefunden haben, kann nicht geschlossen werden, dass auch keine *Zeit* vergangen ist ! Und beim Phänomen der *Zeit-Protraktion* tritt eben diese Tatsache *kognitiv* in Erscheinung.<sup>2</sup>

( ⇒ Kap. 6.4.7.2.2: S. 187 )

### 6.4.5.3.5 Zeit-Protraktion & Zeit-Kompression

In seinem Roman *Momo* ( [179] ) lässt *Michael Ende* den Meister Hora folgendes zu Momo sagen : „Es gibt Kalender und Uhren, um die Zeit zu messen, aber das will wenig besagen ; denn jeder weiß, dass einem eine einzige Stunde wie eine Ewigkeit

<sup>1</sup> ) „R.A. Block / D. Zakay : “Models of Psychological Time revisited” ( [62] ), pp 186 – 188

<sup>2</sup> ) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ( [189] ), pp 62 – 65

vorkommen kann, mitunter kann sie aber wie ein Augenblick vergehen – je nachdem, was man in dieser Stunde erlebt.“<sup>1</sup>

So werden im Zustand der *Langeweile*, wenn die Zeit endlos langsam dahin zu schleichen scheint, nur *wenige* monotone, uninteressante oder längst bekannte *Informationen im Drei-Sekunden-Zeit-Fenster der Psychischen Gegenwart* wahrgenommen. Dieses Phänomen nennt man *Zeit-Protraktion* (Protracted Duration)<sup>2</sup>. “(P)rotracted duration emerges [ after Michael Flaherty ] within the context of so-called *empty* [ time ] intervals ( e. g. solitary confinement ) as well as [ time ] intervals which are *full* of significant events ( e. g. interpersonal violence ) ... ( this is because these ) ... intervals are in fact filled with cognitive & emotional responses to one’s predicament. A sharp transition from normal interaction to »empty« ... ( or »full« ) ... time ignites a preoccupation with aspects of self & situation that would have been overlooked in ordinary encounters. In particular, we often find that the person becomes more caught up in the rhythms of his or her own physiological existence.” ( Flaherty, [201], S. 96 )<sup>3</sup>

Die Folge der Drei-Sekunden-Zeit-Fenster der Psychischen Jetztzeit bildet also die Grundlage mit dessen Hilfe der Maß-Stab der als *normal erlebten Zeit-Dauer* definiert wird. Diesen Maß-Stab nennt man *Synchronizität* (Synchronicity)<sup>4</sup>. Diese *Neuro-physiologische Basis* wird allerdings durch *Sozio-Kulturelle Einflüsse* überlagert, da sich das Zeit-Bewusstsein erst im Laufe der Kindheit mittels zwischenmenschlicher Interaktionen entwickelt. Synchronizität ist mithin “»a skill acquired in the course of primary socialization. Gradually, one learns not to cut encounters off too quickly or drag them out beyond their proper length. The regimentation of temporal experience is based upon one’s awareness of social expectations.« From this it follows that synchronicity, what counts as normative temporal awareness, is culture-specific.” ( Evans “..”, [189], S. 19 + Flaherty »..«, [201], S. 99 )

Dagegen bemerkt man im Zustand *erhöhter Aktivierung*, wenn also viele neuartige, die volle Aufmerksamkeit beanspruchende Informationen während der *Drei-Sekunden-Zeit-Fenster der Psychischen Gegenwart* eintreffen, gar nicht, wie die Zeit vergeht. Dieses Phänomen nennt man *Zeit-Kompression* (Temporal Compression). Während also “(p)rotracted duration is experienced when the density of conscious information processing is high ... temporal compression is experienced when the density of conscious information processing is low.” ( Flaherty, [201], pp 112 – 113 ) Gleichermaßen verursachen *Routine-Tätigkeiten* “an abnormally low level of stimulus complexity brought on by the near absence of attention to self & situation”. ( Flaherty, [201], S. 108 )<sup>5</sup>

---

<sup>1</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), S. 1

<sup>2</sup>) Diese „Zeit-Protraktion“ ist als *Dehnung der Psychische Zeit* von der in der Speziellen Relativitätstheorie auftretenden „Zeit-Dilatation“ zu unterscheiden. Bei Letzterer handelt es sich um eine *Dehnung der Physikalischen Zeit*.

<sup>3</sup>) kursiv und [ ] von mir, ( ) von Michael Flaherty.

<sup>4</sup>) Die „Synchronizität“ ist das *Psychische Gegenstück* zur *Absoluten Zeit* von Isaac Newton.

<sup>5</sup>) kursiv von mir.

Rückblickend ist es jedoch genau umgekehrt ! Tage, in denen man von morgens bis abends ständig in Aktion war und in denen man sich mit abwechslungsreichen, interessanten Dingen beschäftigt hat, sind in der Erinnerung ausgedehnt und manchmal so lang, dass man sich wundert, dass dies alles an einem einzigen Tag stattgefunden habe. Dagegen erinnert man sich kaum an diejenigen Tage, welche ergebnislos & fade vergangen sind.<sup>1</sup>

### 6.4.5.3.6 Zusammenfassung

#### 6.4.5.3.6.1 Modellierung der Zeit-Dauer-Wahrnehmung

1990 hat *Richard Block* den Stand der Forschung zur *Modellierung der Wahrnehmung der Zeit-Dauer* wie folgt zusammengefasst : “The experience of *duration* in *passing* may differ from that in *retrospect*. *Experienced duration* depends on variables such as the *amount of attention* to *temporal information*, whereas *remembered duration* involves *contextual changes* encoded in *memory*. Models of psychological time as duration vary considerably. *Chronobiological models* typically attempt to explain diverse cyclical behavior by seeking the *physiological basis* of a *pacemaker* or pacemakers in the *brain* of the *organism*. Some *psychologists* have also explored the notion of a *pacemaker* – a *collection of brain processes* that generates a *series of pulses* or other *cyclical marker events* which may underlie temporal experience. However, these *internal clock models* seem unable to explain the diverse ways in which *cognitive kinds of factors* influence temporal behavior & experience. As an alternative, many *cognitive psychologists* believe that the experience of duration is related to the *storage size* of information in *memory* that occurred during a time period. Another interesting class of model is that which emphasizes the *deployment of attention*, including the concept of *attention to temporal information*. However, *changes in cognitive context* during a time period influence remembered duration, and a *contextual-change model* provides a better account of *recent evidence* than do storage size & attention models ( alone ).”  
( Block, [58], S. 30 )<sup>2</sup>

#### 6.4.5.3.6.2 Empirische Forschungs-Befunde

Den gegenwärtigen Stand der Empirischen Forschung zur Schätzung der Zeitlichen Dauer von Ereignissen hat *Hartmut Kasten* in seinem Buch *Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf* ( [397] ), pp 34 – 46 zusammengefasst. Aus dieser Zusammenfassung sollen hier nur die folgenden Ergebnisse erwähnt werden :

- Die *Dauer relativ kurzer Zeit-Intervalle* wird in der Regel *überschätzt*, die *Dauer längerer Zeit-Intervalle* eher *unterschätzt*. Dabei scheint die neurophysiologisch fundierte *Drei-Sekunden-Kapazität* unseres *Gegenwarts-Bewusstseins*

---

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 18 – 21  
Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ([397]), pp 27 – 28

<sup>2</sup>) kursiv & Klammern von mir.

eine *kritische Schwelle* zu sein. Oberhalb dieser Schwelle werden die Zeit-Schätzungen immer ungenauer.

- Zeit-Intervalle werden genauer geschätzt, wenn von ihnen ein *Räumliches Mentales Modell* erzeugt werden kann, in dem *längere Zeit-Dauern* durch *längere räumliche Distanzen* & *kürzere Zeit-Dauern* durch *kürzere räumliche Distanzen* symbolisiert werden können !
- *Abwechslungsreiche Stunden* „*vergehen wie im Fluge*“, werden aber in der *Rückschau* in ihrer Dauer meist *überschätzt*. *Weniger abwechslungsreiche Stunden* vergehen *subjektiv sehr langsam*, werden aber in der *Erinnerung* meist *unterschätzt*.
- Die Dauer von Aufgaben, zu deren Bewältigung vor allem die in der *Linken Hirn-Hemisphäre* lokalisierten *Verbal-Analytischen Funktionen* benötigt werden, wird genauer geschätzt, als die Dauer von Aufgaben, die schwerpunktmäßig mit den *Non-Verbalen, Ganzheitlichen & Intuitiven Funktionen* der *Rechten Hirn-Hemisphäre* gelöst werden.

#### 6.4.6 Vergangenheit – Gegenwart – Zukunft

Bereits in den Kapiteln 6.4.5.2.5 + 6.4.5.2.6 wurde beschrieben, dass der *Strom des Bewusstseins* sowie das diesem zugrunde liegende *Ultra-Kurz-Zeit-Gedächtnis* die Basis für die *Kognition* der *Aufeinanderfolge* von *Ereignissen* bilden. Und da Ereignis-Folgen *Anordnungen* von Ereignissen in der *Zeit* sind, bilden *Gedächtnis-Strukturen* auch die Basis für die ( psychische ) Unterscheidung zwischen *Vergangenheit, Gegenwart & Zukunft*. Dies erkannte schon der *Heilige Augustinus*, der in seinen *Confessiones* schrieb : „Das aber ist jetzt evident & klar : Zukünftiges & Vergangenes sind nicht; die Behauptung, es gebe drei Zeiten, Vergangenheit, Gegenwart & Zukunft, trifft nicht im strengen Sinne zu. Im strengen Sinne müßte man wohl sagen : Es gibt drei Zeiten, die *Gegenwart von Vergangenen*, die *Gegenwart von Gegenwärtigem* und die *Gegenwart von Zukünftigem*. Denn diese sind in der Seele in einem gewissen Sinne, und anderswo finde ich sie nicht : die

- Gegenwart des Vergangenen als *Erinnern* ( memoria ),
- Gegenwart des Gegenwärtigen als *Anschauen* ( contuitus ),
- Gegenwart des Zukünftigen als *Erwarten* ( expectatio ).“

( Augustinus, [25], XX.26, S. 259 )<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) kursiv & Aufzählung von mir.

Diese Unterscheidung findet ihr unmittelbares Gegenstück in der *Kognitionswissenschaftlichen Modell-Bildung* :

- *fortlaufende Kognitions-Prozesse*  
( Psychische Gegenwart )
- verändern im *Gedächtnis* gespeicherte *Informations-Schemata*  
( Psychische Vergangenheit )
- mit deren Hilfe zukünftige Ereignisse *vorhergesagt* werden  
( Psychische Zukunft )

( ⇒ z. B. Miller / Johnson-Laird : *Language and Perception*, [532] )

Diese kognitive Unterscheidung zwischen *Vergangenheit, Gegenwart & Zukunft* wurde in Kap. 6.4.3.2 ( S. 161 ) bereits unter den Stichworten bzw. Begriffen „*Zeit-Perspektive bzw. Zeit-Horizont*“ angesprochen. Nach *Willy Lens & Marie-Anne Moreas* ist der „Blick in die Zukunft“ die *gegenwärtige Erwartung der in der Zukunft liegenden Ziele*, d. h. er beruht auf den Erwartungen in der Gegenwart, welche wiederum ein Ergebnis der Vergangenheit sind. Folglich beruht die *Psychische Zukunft* auf den *Motivationen* in der Gegenwart und ist somit eine Funktion der *gegenwärtige Erwartung*. ( [450], S. 25 )<sup>1</sup>

#### 6.4.7 Zeit, Bewegung & Veränderung

Schon seit der Griechischen Antike wird *Zeit* mit *Bewegung & Veränderung* in Verbindung gebracht. Und dies gilt bis in unsere heutige Zeit. So schrieben etwa nicht nur in der letzten Hälfte des 19. Jahrhunderts der Physiker *Ernst Mach* : “Time is an abstraction, at which we arrive by means of changes of things.” ( [479], S. 273 ) oder der Philosoph & Psychologe *William James* : “Awareness of change is ... the condition on which our perception of time’s flow depends.” ( [376], S. 620 ), sondern auch in der letzten Hälfte des 20. Jahrhunderts die Psychologen *Paul Fraisse* : “Psychological Duration is composed of psychological changes.” ( [205], S. 216 ) und *James Gibson* : “External stimuli ... provide a flow of change, and it is this we perceive rather than a flow of time as such.” ( [271], S. 299 )<sup>2</sup> Im Folgenden soll deshalb der *Zusammenhang* zwischen *Zeit, Bewegung & Veränderung* aus der aktuellen Sicht der *Kognitiven Psychologie* dargestellt werden.

##### 6.4.7.1 Die Beziehung zwischen Raum, Zeit & Geschwindigkeit

Aus *Kognitiver Sicht* wurde die Beziehung zwischen *Raum (Entfernung), Zeit (Dauer) & Geschwindigkeit* erstmals von *Jean Piaget* in den 1940-er Jahren untersucht ( [597] ). Nach seiner Auffassung werden der *Raum* als die *Koordination* von *Positions-Veränderungen*, d. h. die *Koordination* von *Bewegungen* unter

---

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ( [189] ), pp 185 – 188

<sup>2</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ( [58] ), S. 24

Vernachlässigung ihrer *Geschwindigkeiten*, und die *Zeit* als die *Koordination* von *Bewegungen* und deren *Geschwindigkeiten* im Laufe der *Psychogenese* konstituiert. ([601], S. 69)

Nach heutigem Stand geht die Entwicklungs-Psychologie davon aus, dass Kinder erst ab dem späten Kindergarten-Alter (also erst im Alter von 5 – 6 Jahren) den *Zusammenhang* zwischen *Zeit-Dauer* & *Entfernung* und zwischen *Geschwindigkeit* & *Entfernung* erkennen, aber noch keine Vorstellung von den unabdingbaren Abhängigkeiten zwischen den beiden Dimensionen *Geschwindigkeit* & *Entfernung* haben. Für sie ist unabhängig von der Zeit-Dauer „größere Geschwindigkeit  $\equiv$  größere Entfernung“ und unabhängig von der Geschwindigkeit „größere Entfernung  $\equiv$  längere Zeit-Dauer“. Erst in den ersten Grundschul-Jahren (also im Alter von 7 – 8 Jahren) beginnen sie allmählich die *Abhängigkeit* zwischen jeweils zwei Dimensionen, z. B. *Zeit-Dauer* & *Entfernung* oder *Geschwindigkeit* & *Zeit-Dauer* zu verstehen. Dabei vernachlässigen sie aber noch die dritte Dimension, insbesondere wenn diese variiert. Sie akzeptieren jede nur denkbare wechselseitige Abhängigkeit zwischen den drei Dimensionen, auch unmögliche! Erst in der späten Kindheit (also ab einem Alter von ca. 9 Jahren) erwerben sie allmählich das Verständnis für die wechselseitigen Abhängigkeiten aller drei Dimensionen *Zeit-Dauer*, *Geschwindigkeit* & *Entfernung* untereinander. ([1] / [2] / [414] / [491] / [716] / [729] / [809] / [810])<sup>1</sup>

#### 6.4.7.1.1 Zeit-Repräsentations-Systeme und deren Psychogenese

Im Zusammenhang mit der Entwicklung der Fähigkeit der Zeit-Intervall-Schätzung gehen die meisten Wissenschaftler heute davon aus, dass sich beim Kind zwei Kognitive Konzepte bzw. *Repräsentations-Systeme* von *Zeit* nebeneinander & parallel, aber auch miteinander verbunden entwickeln. Und zwar ein *Repräsentations-System*, in dem die *Zeit (-Dauer)* als Beziehung zwischen der (von einem Objekt von einem Punkt im Raum aus) zurückgelegten *Distanz* und der *Geschwindigkeit*, mit der diese Distanz überbrückt wurde, bestimmt wird (*Entfernung-Geschwindigkeits-Konzept*), und ein weiteres *Repräsentations-System*, in dem die vergangene *Zeit* bestimmt wird als die *Dauer*, welche vergeht, während sich ein *Ereignis* bzw. ein *Vorgang* vollzieht, z. B. sich ein Objekt von einem *Anfangs-Punkt* zu einem *End-Punkt* bewegt (*Anfangs- & End-Zeit-Punkt-Konzept*). Dabei schreitet die *Entwicklung* immer in Richtung der *Ausdifferenzierung* & *Quantifizierung* dieser beiden Zeit-Konzepte voran! Schließlich werden diese beiden *Zeit-Konzepte* im Laufe der späteren Kindheit mehr und mehr miteinander verbunden. Vorläufer-Formen dieser beiden Zeit-Konzepte lassen sich schon bei *Vier-Jährigen* nachweisen.

Wie bereits *Jean Piaget* in seinen berühmten Experimenten feststellte, vermengen & verwechseln Kinder im Alter bis zu *sechs Jahren* noch häufig die *räumliche* mit der *zeitlichen* Perspektive bzw. Dimension ([597]). Ihre Fähigkeit, gleichzeitig zwei Perspektiven / Dimensionen im Auge bzw. in der Vorstellung zu behalten (*Distanz & Geschwindigkeit* bzw. *Anfangs-Punkt + End-Punkt*), entwickelt sich erst im Verlaufe der Grundschul-Jahre. Diese Entwicklung geschieht wahrscheinlich in vier Schritten: Zunächst beachtet das Kind nur eine Dimension (*Weg* oder *Geschwindigkeit* bzw. *Anfangs-Zeit-Punkt* oder *End-Zeit-Punkt*). Dann wird ihm allmählich klar, dass die

---

<sup>1</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ([397]), pp 60 – 61

*Zeit (-Dauer)* sowohl vom *zurückgelegten Weg* wie auch von der *Geschwindigkeit* bzw. von *Anfangs-Zeit-Punkt* und *End-Zeit-Punkt* abhängig ist. Im *dritten Schritt* werden *beide Dimensionen* dann *qualitativ* aber noch nicht *quantitativ* berücksichtigt. Erst im Alter von *12 Jahren* ist das Kind in der Lage, bei der Abschätzung der verstrichenen *Zeit-Dauer* sowohl *beide Dimensionen* (*zurückgelegter Weg* + *Geschwindigkeit* bzw. *Start- + Ziel-Zeit-Punkt*) richtig mit einzubeziehen und auch *quantitative* Beurteilungen vorzunehmen. Dabei fällt es den Kindern regelmäßig schwerer die *inverse Beziehung* zwischen *zurückgelegtem Weg* & *Geschwindigkeit* zu begreifen als die einfache Beziehung zwischen *Anfangs- & End-Zeit-Punkt*.<sup>1</sup>

#### 6.4.7.1.2 Das Fünf-Stufen-Entwicklungs-Modell von I. Levin

*I. Levin* unterscheidet auf Grund seiner Forschungs-Befunde bei der Ausbildung dieser beiden sich parallel entwickelnden *Zeit-Konzepte* sogar fünf *aufeinander aufbauende Stufen*. Zunächst kann ein kleines Kind *Entfernungen / zurückgelegte Distanzen* & *Geschwindigkeiten* jeweils für sich miteinander vergleichen, hat aber noch keine klaren Vorstellungen von der damit verbundenen *Zeit-Dauer*. Dann lernt es allmählich die einfache Beziehung zwischen *Entfernung* & *Zeit-Dauer* (größere Entfernung  $\equiv$  längere *Zeit-Dauer*) einerseits und zwischen *Geschwindigkeit* & *Entfernung* (größere *Geschwindigkeit*  $\equiv$  größere *Entfernung*) andererseits zu verstehen. Später begreift es dann auch die *inverse Beziehung* zwischen *Zeit-Dauer* & *Geschwindigkeit* (größere *Geschwindigkeit*  $\equiv$  kürzere *Zeit-Dauer*), kann aber noch nicht gleichzeitig unterschiedliche zurückgelegte Entfernungen berücksichtigen. Noch später versteht es dann die *triadische Beziehung* zwischen *Zeit-Dauer*, *Entfernung* & *Geschwindigkeit*, kann aber noch keine *quantifizierenden* Vergleiche & *Dauer-Einschätzungen* vornehmen. Dies gelingt Kindern frühestens im Alter von ca. *12 Jahren*.

Erwähnenswert ist auch, dass der *Zeit-Punkt* des Erreichens der *beiden höchsten Stufen der Zeit-Konzept-Entwicklung* in besonderem Maße sowohl von *sozio-kulturellen Einflüssen*, wie auch vom *allgemeinen Intelligenz-Niveau* abhängig ist. Denn es gibt in der Forschung sowohl Anhalts-Punkte dafür, dass ein *zumindest knapp durchschnittliches Intelligenz-Niveau* die *kognitive Voraussetzung* dafür bildet, dass sich dieses *Zeit-Konzept* bis zur *fünften Stufe* ausdifferenziert, als auch dafür, dass in sogenannten *Primitiven Kulturen* (Stammes-Gesellschaften) nicht die *vollständige Stufen-Folge* durchlaufen wird, d. h. dass die *vierte & fünfte Stufe* u. U. gar nicht erreicht werden.

Auch bei der Entwicklung für das Verständnis der *Zeit-Dauer* auf Grund der (einfacheren) Beziehung zwischen *Anfangs-Zeit-Punkt* & *End-Zeit-Punkt* lassen sich *fünf aufeinander aufbauende Schritte* unterscheiden. Als Erstes richten Kinder ihre Aufmerksamkeit vor allem auf den *End-Zeit-Punkt* und entwickelt auf dieser Grundlage eine Vorstellung von „gleichzeitig“ & „nacheinander“. Eine Vorstellung von *Dauer* existiert auf dieser Stufe aber noch nicht. In einer *zweiten Stufe* verbinden sie die *Dauer* mit den *End-Zeit-Punkten*, d. h. alle Ereignisse, die später enden, dauern auch länger als Ereignisse, die früher enden. In einem *weiteren Schritt* beziehen sie dann noch den *Anfangs-Zeit-Punkt* mit ein, beachten aber noch nicht, ob die Ereignisse gleichzeitig oder nicht gleichzeitig begonnen haben und gleichzeitig oder

---

<sup>1</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ( [397] ), pp 64 – 66

nicht gleichzeitig enden. Schließlich gelingt ihnen die *qualitative Integration*, d. h. sie können *zwei Ereignisse* im Hinblick auf ihre *Dauer* miteinander *vergleichen*, aber nur, wenn diese sich *zeitlich nicht überlappen*. Erst in einem *letzten Schritt* meistern sie auch die *quantitative Integration*, d. h. sie können sowohl sich *überlappende* wie auch sich *nicht überlappende Zeit-Intervalle* richtig einschätzen. ([451])<sup>1</sup>

Schließlich scheint aus der Beobachtung, dass 4 – 6 Jahre alte Kinder aus den beiden Tatsachen „mehr Zeit (-Dauer)“ & „größere Geschwindigkeit“ unabhängig von der *Beziehung zwischen Zeit(-Dauer) & Geschwindigkeit* auf eine „größere zurückgelegte Distanz“ schließen, bei ihnen also die *Distanz* die beiden anderen Dimensionen dominiert, zu folgen, dass der *Raum* ein grundlegender Begriff ist als *Zeit & Geschwindigkeit*. ([2] / [491] / [716] / [809] / [810])<sup>2</sup>

## 6.4.7.2 Zeit & Veränderung

### 6.4.7.2.1 Die „Hypothese des Vergleichs Externer Ereignisse“ von G. Lakoff & M. Johnson

Für den kognitiven Zusammenhang zwischen *Zeit* und *Veränderung* formulieren *George Lakoff & Mark Johnson* folgende *Hypothese des Vergleichs Externer Ereignisse* (*Event-Comparison Hypothesis*): “We cannot observe time itself – if time even exists as a thing-in-itself. We can only observe events & compare them. In the world there are iterative events against which other events are compared.” (Lakoff / Johnson, [429], S. 138) “»Literal time is a matter of event comparison«, the events in question being »certain canonical events ... (such as) ... the movement of the hands of an analog clock or the sequential flashing of numbers on a digital clock. These in turn are defined relative to other events – the movement of the sun, a pendulum, or wheel, or the release of subatomic particles.« Hence, the concept of time is constituted by virtue of the motion events which serve to define event-comparison.” (Evans: “..”, [189], S. 15 & Lakoff/Johnson: »..«, [429], S. 139) D. h. die *Kognition der Zeit* ist keine *Subjektive Erfahrung Erster Ordnung* sondern ein *Abstraktes Konstrukt Zweiter Ordnung*.<sup>3</sup>

### 6.4.7.2.2 Die „Hypothese des Vergleichs Mentaler Zustände“ von Joseph Grady

Im letzten Absatz von Kap. 6.4.5.3.4.2 (S. 178) war bereits darauf hingewiesen worden, dass man zwar aus dem Stattfinden von Veränderungen in der Externen Welt auf das Vergehen von Zeit schließen kann, dass aber die *Umkehrung* nicht gilt. D. h. aus der Tatsache, dass in der Externen Welt keine *Veränderungen* stattgefunden haben, kann nicht geschlossen werden, dass auch keine *Zeit* vergangen ist! Diesen Einwand hat auch *Vyvyan Evans* gegen die *Hypothese des Vergleichs Externer Ereignisse* von *George Lakoff & Mark Johnson* vorgebracht. Da aber *Zeit* nach *Joseph Grady* eine *einfache Erfahrung* ist, d. h. in direkter Beziehung zur *Sensorischen Erfahrung & Wahrnehmung (Perzeption)* steht, folgert dieser, dass es

---

<sup>1</sup>) Hartmut Kasten: „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ([397]), pp 66 – 67

<sup>2</sup>) N. Newcombe / J. Huttenlocher: „Making Space“ ([557]), S. 132

<sup>3</sup>) Vyvyan Evans: “The Structure of Time” ([189]), pp 14 – 15 + 62 – 65



das *Subjektive Bewusstwerden* der *Veränderung* unserer *Mentalen Zustände* (*Mental-State Comparison Hypothesis*) sein müsse, das unsere *Vorstellung von Zeit* bedingt bzw. verursacht. “Even if nothing in our environment has changed, the difference between our exact mental state now versus the one we experienced a moment ago ... might be enough of a cue to feel we have experienced the passage of a moment of time.” (Grady, [286], S. 121)<sup>1</sup>

Sowohl die *Hypothese des Vergleichs Externer Ereignisse* von *George Lakoff & Mark Johnson* wie auch die *Hypothese des Vergleichs Mentaler Zustände* von *Joseph Grady* haben eine inhaltliche Beziehung zu den *Kontext-Veränderungs-Modellen* von *Richard Block* (Kap. 6.4.5.3.4.2: S.178). Weiterhin steht die *Hypothese des Vergleichs Mentaler Zustände* von *Joseph Grady* auch in direkter Beziehung zu den Hypothesen über die *Zeitliche Dynamik des Menschlichen Bewusstseins* von *Ernst Pöppel* nach dem es so zu sein scheint „als ob das Gehirn alle paar Sekunden fragt, »Was gibt es Neues in der Welt?«“ (Pöppel, [624], S. 58) Man vergleiche hierzu auch die Ausführungen in Kap. 6.4.5.2.4 (S. 168) + 6.4.5.2.5 (S. 169).

## 6.4.8 Die Begriffs-Metapher-Theorie der Zeit

### 6.4.8.1 Allgemeines

Die gegenwärtige *Begriffs-Metapher-Theorie* (*Contemporary Theory of Metaphor*) wurde durch die Arbeit *The Conduit Metaphor* ([645]) von *Michael Reddy* begründet. Ihre Kern-Aussage ist, dass eine „metaphor is primarily conceptual, conventional, and part of the ordinary system of thought and language.“ Dies präzisiert *George Lakoff* wie folgt: “The generalizations governing poetic *metaphorical expressions* are not in language, but in thought: They are general mappings across conceptual domains. Moreover, these general principles which take the form of conceptual mappings, apply not just to novel poetic expressions, but to much of ordinary everyday language. In short, the locus of metaphor is not in language at all, but in the way we *conceptualize one mental domain in terms of another*. The general theory of metaphor is given by characterizing such cross-domain mappings. And in the process, everyday abstract concepts like *time, states, change, causation, and purpose* also turn out to be *metaphorical*.” (Lakoff, [427], pp 203 + 202)<sup>2</sup>

Als Beispiel einer solchen *Metaphorischen Bereichs-übergreifenden Abbildung* nennt *George Lakoff* die „Eine Liebes-Beziehung ist eine Reise“-Metapher. Diese Abbildung bildet die Begriffs-Welt einer *Liebes-Beziehung* als *Urbild-Bereich* (Source Domain) auf die Begriffs-Welt einer *Reise* als *Bild-Bereich* (Target Domain) ab. Dabei entsprechen die beiden Liebenden zwei Reisenden, die Liebes-Beziehung korrespondiert mit dem Reise-Gefährt, die gemeinsamen Ziel-Vorstellungen des Liebes-Paares entsprechen den gemeinsamen Reise-Zielen und die Schwierigkeiten in einer Beziehung korrespondieren zu Hindernissen auf dem Reise-Weg. Weniger poetische Metaphern sind die „Kategorien als Behälter“- und die „Lineare Werte-

---

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 57 – 60 + 62 – 65  
Joseph Grady : “Foundations of Meaning” ([287]), Ch. 5

<sup>2</sup>) kursiv & Unterstreichung von mir.

Skalen als Wege“-Metapher, welche *Abstrakte Entitäten & Strukturen* auf *Räumliche Entitäten & Strukturen* abbilden.

Für die Themenstellung dieser Arbeit sind u.a. diejenigen Metaphern von Bedeutung, welche die *Zeit* in die Begriffs-Welt des *Raumes* abbilden. Dabei werden *Ereignisse* als *Objekte* aufgefasst, die sich an bestimmten *Orten* im *Raum* befinden und durch diesen Raum *bewegen*. Eine Grundannahme dabei ist, dass die *Gegenwart* mit demjenigen *Ort* korrespondiert, an dem sich der *Beobachter* gerade befindet. Die Metaphorische Abbildung ist die Folgende :

Ereignisse	→	Objekte
Vergehen der Zeit	→	Bewegung
Zukunft	→	liegt vor dem Beobachter
Vergangenheit	→	befindet sich hinter dem Beobachter

Dabei befindet sich ein Objekt in Bewegung, das andere in Ruhe, wobei das Ruhende Objekt das *Deiktische Zentrum* ist. Aus dieser Abbildung folgt als Corollar : Da Bewegungen *kontinuierlich & ein-dimensional* sind, ist die *Zeit* auch *kontinuierlich & ein-dimensional*.

Diese Abbildung tritt in zwei Varianten auf :

1. Variante : Das Vergehen der Zeit ist eine Bewegung von Ereignissen  
( Time Passing is Motion of an Object ) :

Der Beobachter ist stationär und die Ereignisse sind Objekte, welche sich relativ zum Beobachter bewegen.

Die „*Richtung der Zeit*“ entspricht der *Bewegungs-Richtung*.

2. Variante : Das Vergehen der Zeit ist das Bewegen durch eine Landschaft  
( Time Passing is Motion over a Landscape ) :

Die Ereignisse befinden sich an festen Orten und der Beobachter bewegt sich relativ zu diesen Orten.

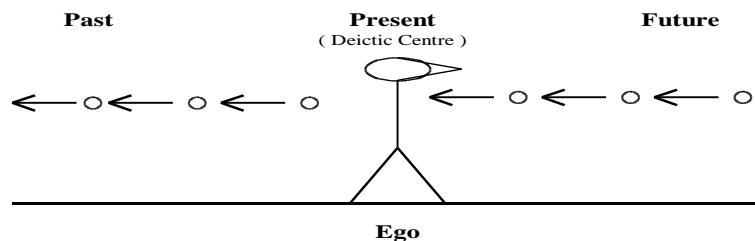
( [427], pp 212 – 213 )

#### **6.4.8.2 Die Metapher der „Bewegung der Ereignisse“ ( Moving Time Metaphor )**

Sich bewegende Objekte haben die Eigenschaft im Gesichtsfeld des Beobachters zu erscheinen oder aus diesem wieder zu verschwinden. Dieses Erscheinen & Verschwinden von Objekten sind Ereignisse, welche für den Beobachter geschehen. Folglich gibt es eine ( erlernte ) *Kognitive Assoziation* zwischen dem *Erscheinen & Verschwinden von Objekten* und den zugehörigen *Ereignissen*. Da Assoziationen transitiv sind, werden dadurch Eigenschaften von sich bewegenden Objekten auch immer mit den zugehörigen Ereignissen assoziiert. Auf diese Weise erwerben Ereignisse Eigenschaften sich bewegender Objekte. Andererseits können Ereignisse

durch Abstraktions-Prozesse auch Eigenschaften verlieren, so auch ihre Eigenschaft (Nicht Rein-) Zeitliche Entitäten zu sein. Und aus beidem resultiert, dass *Ereignisse* nunmehr als sich *bewegende Entitäten* anstelle von sich bewegendem Objekten in *Begriffs-Metaphern* eingehen können. Auf diese Weise wird die *Metapher der „Bewegung der Ereignisse“* (Moving Time / Event Metaphor) konstruiert.<sup>1</sup>

In dieser Begriffs-Metapher ist der *Beobachter* (Ego) *stationär* und die *Ereignisse* führen *Deiktische Bewegungen* mit dem Beobachter als Zentrum aus. Dabei bewegen sich die Ereignisse (durch die Zeit-Matrix<sup>2</sup>) von vorne, d. h. aus der noch nicht geschehenen Zukunft, auf den Beobachter zu, passieren diesen, d.h. geschehen (Gegenwart) und entfernen sich nach hinten, d.h. in die geschehene Vergangenheit. Zukunft & Vergangenheit sind also die *Raum-Bereiche* vor & hinter dem Beobachter und die *Blick-Richtung* des Beobachters legt die *Bewegungs-Richtung* fest. Diese Begriffs-Metapher lässt sich graphisch wie folgt skizzieren :



( Evans, [189], S. 215, Fig. 17.1 )

Diese Begriffs-Metapher beruht auf fundamentalen subjektiven (Alltags-) Erfahrungen, welche die o.g. Abstraktions- & Assoziations-Prozesse konstituieren, denn „whatever it is that *time is* and *does*, it presumably does not literally undergo *locomotion*“ ! ( Evans, [189], S. 216 )<sup>3+4</sup>

*Kevin Ezra Moore* hat zwei Grund-Szenarien vorgeschlagen, nach denen sich u. a. die Metapher der „Bewegung der Ereignisse“ plausibel motivieren lässt. Nach diesem Vorschlag werden zukünftige Ereignisse deshalb als sich von vorne auf den Beobachter zubewegend modelliert, weil es eine enge Beziehung zwischen einem sich auf den Beobachter zubewegenden Objekt und dem erwarteten Zeit-Punkt, an dem dieses Objekt beim Beobachter eintrifft, gibt. ( [541] )<sup>5</sup>

### 6.4.8.3 Die Metapher der „Bewegung durch die Zeit“ ( Moving Ego Metaphor )

Während sich in der vorhergehenden Begriffs-Metapher die Ereignisse bewegten, ist es in der *Metapher der „Bewegung durch die Zeit“* ( Moving Ego Metaphor ) der *Beobachter*, der sich relativ zu den Ereignissen *bewegt*. Dabei entspricht der „Ort“,

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 205 – 207

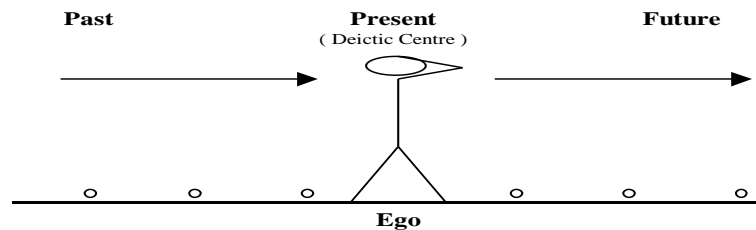
<sup>2</sup>) siehe Kap. 6.4.8.12: S. 200

<sup>3</sup>) kursiv + Unterstreichung von mir.

<sup>4</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 214 – 216

<sup>5</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 224 – 226

an dem sich der Beobachter gerade befindet, der Gegenwart. Die Vergangenheit befindet sich „hinter“ dem Beobachter und die Zukunft „vor“ ihm. Der Beobachter „bewegt sich“ durch eine „Zeit-Landschaft“, in welcher die *Ereignisse* „Orte“ in dieser Landschaft repräsentieren. Indem der Beobachter die Ereignisse *passiert*, werden diese zur Vergangenheit ( englisch : *Past* ). Diese Begriffs-Metapher lässt sich graphisch wie folgt skizzieren :



( Evans, [189], S. 219, Fig. 17.2 )

Bemerkenswert ist, dass zum einen im Gegensatz zur oben beschriebenen *Metapher der „Bewegung der Ereignisse“* in diesem Modell die Ereignisse durch *statische Eigenschaften* beschrieben werden. Und zum anderen die *Zeit-Dauer* durch Begriffe der *Länge* bzw. *Entfernung* beschrieben wird (  $\Rightarrow$  Kap. 6.4.8.4: S. 191 ). Darüber hinaus lassen sich in dieser Begriffs-Metapher die Phänomene von *Zeit-Protraktion* & *Zeit-Kompression* nicht repräsentieren.<sup>1</sup>

Als plausible Motivation für diese Begriffs-Metapher schlägt *Kevin Ezra Moore* als Grund-Szenario die Beziehung zwischen dem von Beobachter erwarteten *Zeit-Punkt* der Ankunft an einem bestimmten Ort und der Tatsache, dass dieser *Ankunfts-Zeit-Punkt* in der Zukunft liegt, vor. ( [541] )<sup>2</sup>

#### 6.4.8.4 Die Präzisierung von *Zeit-Dauer* durch Begriffe der *Physikalischen Länge*

Sprachwissenschaftler haben festgestellt, dass der Begriff der *Zeit-Dauer* sehr oft durch die Eigenschaften *lang* & *kurz*, d. h. durch Begriffe der *Physikalischen bzw. Räumlichen Länge* bzw. *Entfernung* ( in der Ebene ), präzisiert ( elaborated ) wird. Nach *Vyvyan Evans* ist dies auf eine enge Korrelation zwischen dem *Erleben von Zeit-Dauer*, welche der *Schätzung der Zeit-Dauer* zugrunde liegt, und der *Erfahrung mit Entfernungen in der Ebene* zurückzuführen. Die naheliegendsten Beispiele für eine solche Korrelation von Erfahrungen sind *Reisen*. Die bei einer Reise zurückgelegte *Entfernung* wird durch ihre *Räumlichen Länge* beschrieben. Dadurch ergibt sich eine Beziehung zwischen dieser *Räumlichen Länge* und der *Zeit-Dauer*, welche erforderlich war, diese Entfernung *zurückzulegen*. Deshalb lässt sich die *Zeit-Dauer* mit Hilfe von Begriffen der ( *horizontalen* ) *Räumlichen Länge* quantifizieren.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ( [189] ), pp 219 – 222

<sup>2</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ( [189] ), pp 224 – 226

<sup>3</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ( [189] ), pp 113 – 114

Daraus kann man folgern, dass sich die Menschliche Sprache anscheinend erst dann entwickelt hat, nachdem unsere Vorfahren Bewohner der Busch-Savanne geworden waren, die sich am Boden fortbewegten. Wären unsere Vorfahren auf den Bäumen geblieben, so hätte sich diese Präzisierung (Elaboration) von Dauer in Begriffen horizontaler räumlicher Länge wahrscheinlich nicht entwickelt.

#### 6.4.8.5 Die Präzisierung von Zeit-Dauer bei Zeit-Kompression & Zeit-Protraktion

Sprachwissenschaftler haben darüber hinaus festgestellt, dass sich das „normale“ Erleben von Zeit-Dauer (Synchronizität) sowohl durch Begriffe der Länge wie auch durch solche der Bewegung präzisieren lässt. Dagegen können die Phänomene der Zeit-Kompression & Zeit-Protraktion nur durch Begriffe der Geschwindigkeit präzisiert (elaborated) werden.<sup>1</sup>

Nach Vyvyan Evans scheint die Begründung dieses Phänomens auf der Erfahrung zu beruhen, dass es eine Beziehung zwischen der Geschwindigkeit einer Bewegung und unserer Fähigkeit gibt, Details des sich bewegenden Objekts wahrzunehmen. Beispielsweise resultiert das Erleben einer Zeit-Protraktion auf einer größeren Konzentration der Aufmerksamkeit auf die wahrgenommenen Sinnes-Reize. Dies ist genau bei denjenigen Bewegungen der Fall, bei denen eine größere Aufmerksamkeit auf die Details eines Objekts gerichtet werden kann, also langsamen Bewegungen. Folglich wird diese Variante der Zeit-Dauer-Wahrnehmung durch Eigenschaften von langsamen Bewegungen oder des Stillstands beschrieben. Entsprechend resultiert das Erleben einer Zeit-Kompression darauf, dass den einzelnen wahrgenommenen Sinnes-Reizen weniger Aufmerksamkeit geschenkt werden kann. Dies ist genau bei denjenigen Bewegungen der Fall, bei denen es schwer fällt die Aufmerksamkeit auf die Details der Objekte zu richten, also sehr schnellen Bewegungen. Folglich wird diese Variante der Zeit-Dauer-Wahrnehmung durch Eigenschaften von sehr schnellen Bewegungen beschrieben, oder durch Eigenschaften von Bewegungen, die kaum wahrnehmbar sind.<sup>2</sup>

#### 6.4.8.6 Die Räumliche Ereignis-Folge-Metapher (Temporal Sequence Metaphor)

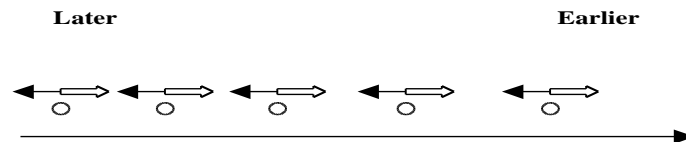
In den Kapiteln 6.4.5.2 + 6.4.7 wurden die Gleichzeitigkeit & Aufeinanderfolge von Ereignissen und der Zusammenhang zwischen Zeit, Bewegung & Veränderung diskutiert. In diesem Kontext hat Kevin Ezra Moore ([541]) darauf hingewiesen, dass auf Grund der allgemeinen Erfahrung folgende Beziehung zwischen der (zeitlichen) Vorher-Nachher-Relation von Ereignissen und der (räumlichen) Vorne-Hinten-Relation von sich bewegenden Objekten besteht. Bei einem Wettrennen befindet sich der Sieger – d. h. der am frühesten das Ziel erreichende – auf der Renn-Strecke räumlich vor dem Zweiten, während sich der Zweite – d. h. der später als der Erste das Ziel erreichende – auf der Rennstrecke räumlich hinter dem Sieger befindet, sodass zwischen der zeitlichen Reihenfolge der Ankunft im Ziel und der räumlichen Reihenfolge auf der Rennstrecke ein Ordnungs-Isomorphismus besteht.

---

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 115 – 117

<sup>2</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 117 – 120

Auf Grund dieser Erfahrung lassen sich *Ereignis-Folgen* in einer gewissen Analogie zur *Metapher der „Bewegung der Ereignisse“* als auf einem *Weg hintereinander angeordnete sich bewegende Objekte* modellieren. Aber im Gegensatz zur *Metapher der „Bewegung der Ereignisse“* sind hier die einzelnen *Ereignisse selbst* und nicht der Beobachter die *Deiktischen Referenz-Punkte*. Dies lässt sich graphisch wie folgt skizzieren :



( Evans, [189], S. 229, Fig. 18.2 )

*Clifford Alden Hill* bezeichnet eine solche Anordnung der Ereignisse als *Tandem-Anordnung* ([329]). Bemerkenswert ist, dass in dieser *Räumlichen Ereignis-Folge-Metapher* die *zukünftigen Ereignisse* den *vergangenen Ereignissen folgen*, d.h. die *Zukunft* „liegt“ hinter den *Deiktischen Zentren* und die *Vergangenheit* „liegt“ vor ihnen. Dagegen „liegt“ in der *Metapher der „Bewegung der Ereignisse“* die *Zukunft* vor dem *Deiktischen Zentrum* und die *Vergangenheit* „liegt“ hinter ihm.<sup>1</sup>

#### 6.4.8.7 Die Zeit-Richtung in Räumlichen Begriffs-Metaphern der Zeit

In den Kapiteln 6.4.8.2 + 6.4.8.3 wurden Begriffs-Metaphern beschrieben, in denen sich die Ereignisse am Beobachter vorbei bewegen (*Metapher der „Bewegung der Ereignisse“*) bzw. sich der Beobachter durch eine „Zeit-Landschaft“ bewegt (*Metapher der „Bewegung durch die Zeit“*). Beiden Metaphern ist gemeinsam, dass die *Gegenwart* durch den *Standort des Beobachters* und die *zeitliche Nähe* der Ereignisse durch die *räumliche Nähe* zum Standort des Beobachters modelliert wird. Nach *Joseph Grady* ist diese Metapher-Bildung durch die Erfahrung begründet, dass wir uns „Jetzt“ immer an einem *bestimmten Ort* im Raum aufhalten und folglich eine *enge allgegenwärtige Beziehung* zwischen dem „Hier“ & „Jetzt“, d.h. zwischen der *Gegenwart* und dem *Standort des Beobachters* besteht. ([286], S. 122)

Weiterhin ist es eine evolutions-bedingte Tatsache, dass die Sinnes-Organen bei vielen Tier-Arten so am Körper angeordnet sind, dass sie in die natürliche Fortbewegungs-Bewegungs-Richtung des Organismus orientiert sind. Schließlich ist es für das Überleben vorteilhaft, wahrzunehmen, wo man sich hinbewegt, um rechtzeitig Hindernisse, Beute & Feinde zu erkennen. Dies gilt schon für die im Wasser lebenden Wirbeltiere. Und dieser evolutionäre Druck verstärkt sich noch bei den auf dem Lande auf den Boden lebenden Wirbeltieren und insbesondere bei den auf Bäumen lebenden Affen, von denen auch der Mensch abstammt.

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 227 – 231

Darüber hinaus wurde in Kap. 6.4.6 ( S. 183 ) festgestellt, dass die *Psychische Vergangenheit* durch die im *Gedächtnis* gespeicherten *Informationen* bzw. *Informations-Schemata* und die *Psychische Zukunft* durch die *gegenwärtigen Erwartungen der in der Zukunft liegenden Ziele* repräsentiert wird. Und Ziele liegen nicht nur in der Zukunft sondern meistens auch an *anderen Orten im Raum*. Folglich muss sich der Beobachter, um seine Ziele zu erreichen, meistens auch durch den Raum bewegen. Und damit liegen Ziele notwendigerweise auch *räumlich vor* dem Beobachter. Folglich gibt es eine enge *Erfahrungs-Beziehung* zwischen der *Blick- & Bewegungs-Richtung* des *Beobachters* und seinen in der *Zukunft liegenden Zielen*. Und damit ist es naheliegend in einer *Räumlichen Begriffs-Metapher der Zeit* die *Psychische Zukunft* als in *Blick-Richtung des Beobachters liegend* zu modellieren. In diesem Zusammenhang ist auch bemerkenswert, dass für eine Beziehung zwischen einem in der Zukunft liegenden Ziel und der Blick-Richtung des Beobachters keine Bewegung des Beobachters durch den Raum erforderlich ist. Beispielsweise liegt bei der Reparatur eines zerbrochenen Objekts dieses vor dem Beobachter.

Gleichermaßen folgt aus der Korrelation zwischen der Anordnung der Sinnes-Organen am Körper und der natürlichen Fortbewegungs-Richtung, dass sich die bereits zurückgelegte Weg-Strecke *hinter* dem *Beobachter* befindet. Die Informationen des Beobachters über diese bereits zurückgelegte Weg-Strecke sind deshalb keine direkt wahrgenommenen Informationen sondern im Gedächtnis gespeicherte Informationen aus früheren Wahrnehmungen ( *Psychische Vergangenheit* ). Folglich ist es naheliegend in einer *Räumlichen Begriffs-Metapher der Zeit* die *Psychische Vergangenheit* als *hinter dem Beobachter liegend* zu modellieren. Und auch für diese Beziehung ist keine Bewegung des Beobachters durch den Raum erforderlich. Beispielsweise wendet sich der Beobachter von einem reparierten Objekt wieder ab bzw. legt es weg, sobald er die Reparatur beendet hat, sodass das reparierte Objekte nunmehr hinter dem Beobachter liegt.

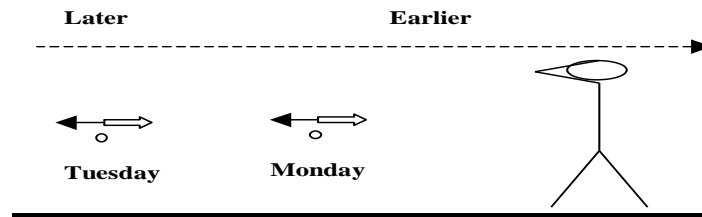
Schließlich ist auch bemerkenswert, dass diese Metapher-Bildungen weitgehend *kulturübergreifend* sind. So findet man sie nicht nur in Europa, sondern auch in der Nigero-Kongo-Kultur in Schwarz-Afrika ( [541] ), in Japan ( [713] ) und in China ( [823] ).<sup>1</sup>

#### **6.4.8.8 Kultur-Abhängigkeit von Räumlichen Begriffs-Metaphern der Zeit**

Allerdings gibt es bei den *Begriffs-Metaphern der Zeit* auch *Kultur-Abhängigkeiten*. Eine solche Kultur-Abhängigkeit tritt etwa dann auf wenn die *Metapher der „Bewegung der Ereignisse“* und die *Räumliche Ereignis-Folge-Metapher* in eine beide umfassende Begriffs-Metapher integriert werden. Ein *Engländer* z. B. würde diese Verbindung kognitiv & sprachlich wie folgt modellieren :

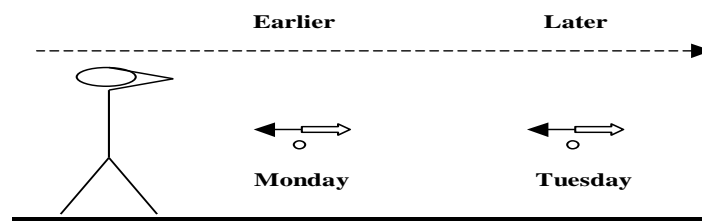
---

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ( [189] ), pp 188 – 194



Spiegel-Bild-Ereignis-Folge-Modell eines Engländers  
( Evans, [189], S. 234, Fig. 18.5 )

D. h. in der Begriffs-Metapher eines Engländers ist das *Objekt-zentrierte Bezugs-System* der Ereignisse – sozusagen ihre „Blick-Richtung“ – genau entgegengesetzt zu seinem eigenen *Egozentrischen Bezugs-System* – sozusagen zu seiner ( zeitlichen ) Blick-Richtung – orientiert. Darüber hinaus beschreibt er die „Lage“ der Ereignisse in seinem *Egozentrischen Bezugs-System*. Und in diesem Bezugs-System liegen die *späteren* Ereignisse ( räumlich ) *hinter* den *früheren* Ereignissen. Die Begriffs-Metapher eines *Hausa* dagegen sähe wie folgt aus :



Tandem-Ereignis-Folge-Modell eines Hausa  
( Evans, [189], S. 233, Fig. 18.4 )

In seiner Begriffs-Metapher sind das *Egozentrische Bezugs-System des Beobachters* und das *Objekt-zentrierte Bezugs-System der Ereignisse* gleich orientiert. Darüber hinaus beschreibt er die „Lage“ der Ereignisse in deren *Objekt-zentrierten Bezugs-Systemen*. Und in diesen Bezugs-Systemen liegen die *späteren* Ereignisse ( räumlich ) vor den *früheren* Ereignissen.<sup>1</sup>

Auch die *Zeit-Richtung* in *Räumlichen Begriffs-Metaphern der Zeit* ist kultur-abhängig. So modelliert etwa die in der Anden-Region von Peru, Chile & Bolivien beheimatete Aymara-Kultur in ihrer Räumlichen Begriffs-Metapher der Zeit die *Psychische Zukunft* als *hinter dem Beobachter liegend* und die *Psychische Vergangenheit* als *in Blickrichtung des Beobachter liegend*. ([429] & [538]) *Andrew Miracle* & *Juan de Dios Yapita Moya* begründen dies damit, dass in der Aymara-Kultur *mit den eigenen Augen Gesehenes* hohen Zuverlässigkeits-Grad hat. Und da das *in der Zukunft Liegende* bisher noch nicht gesehen wurde, im Gegensatz zum *in der Vergangenheit Liegenden*, modellieren sie die *Psychische Vergangenheit* als *in Blick-Richtung liegend* und die *Psychische Zukunft* als *hinter ihrem Rücken liegend* ([538]).<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 231 – 234

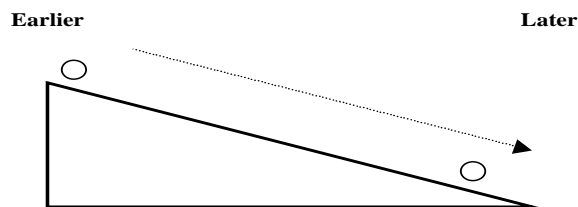
<sup>2</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 194 – 197



#### 6.4.8.9 Vorher-Nachher-Relation & Vertikale Axe

Im Rahmen der *Begriffs-Metapher-Theorie der Zeit* wurde in Kap. 6.4.8.4 (S. 191) die Präzisierung von Zeit-Dauer durch Begriffe der Physikalischen Länge beschrieben. Im Ost-Asiatischen Kultur-Kreis geht man sogar noch weiter und beschreibt die Zeit-Dauer nicht nur mit Hilfe von Längen- bzw. Entfernungs-Begriffen, sondern auch durch Begriffe der *Höhe*. Damit gehen die Begriffe *Gefälle* und damit auch *Gravitation* in die Modellierung mit ein.

Dies drückt sich z. B. in *Japan* in sprachlichen Formulierungen wie „Die Edo-Ära liegt 300 Jahre *aufwärts* von heute“ oder „400 Jahre *abwärts* der Kamakura-Ära liegt die Edo-Ära.“ aus ([714]). Und in *China* bezeichnet man den *Morgen* als die *obere Tages-Hälfte* während der *Abend* die *untere Tages-Hälfte* genannt wird ([823]). Diese Zeit-Vorstellung lässt sich graphisch wie folgt skizzieren :



( Evans, [189], S. 236, Fig. 18.6 ) <sup>1</sup>

#### 6.4.8.10 Die Dominanz des Raumes über die Zeit

Empirische Forschungs-Befunde zur Schätzung der Zeit-Dauer belegen, dass Zeit-Intervalle genauer geschätzt werden, wenn von ihnen ein *Räumliches Mentales Modell* erzeugt werden kann, in dem *längere Zeit-Dauern* durch *längere räumliche Distanzen* & *kürzere Zeit-Dauern* durch *kürzere räumliche Distanzen* symbolisiert werden können ([397], S. 39) !

Auch beim Erlernen von Uhrzeit & Kalender im Laufe der Psychogenese zeigt sich, dass die Verbesserung dieser Fähigkeit bei 12 – 13-Jährigen neben dem Rückgriff auf im *Gedächtnis* in Form von *Sprachlichen Listen* der *Namen der Wochentage & Monate* gespeichertem *Zeit-Wissen* auch auf den Aufbau *anschaulicher Vorstellungen räumlicher Art* zurückzuführen ist, in denen aufeinanderfolgende Tage & Monate benachbart und nicht aufeinander folgende Tage & Monate als räumlich mehr oder weniger weit voneinander entfernt abgebildet werden ([397], S. 63) !

---

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ([189]), pp 235 – 236

#### 6.4.8.11 Die „Zeit-Gerade“

In Kap. 6.4.7 ( S. 184 ) wurde die enge Beziehung zwischen Bewegungen und dem Vergehen von Zeit beschrieben, welche auch den Begriffs-Metaphern der *Bewegung der Ereignisse* ( Kap. 6.4.8.2: S. 189 ) und der *Bewegung durch die Zeit* ( Kap. 6.4.8.3: S. 190 ) zugrunde liegt. Dies führt z. B. zu Formulierungen wie “*Time is ( motion along ) a path*” durch *Joseph Grady* ( [286] ) oder “*Time is a line*” durch *Kazuko Shinohara* ( [713] ). Letztere begründet dies damit, dass sowohl die *Zeit* wie auch *lineare Bewegungen* beide ihrem Wesen nach *ein-dimensional* sind, denn : “Time itself is nothing but the »order« of recognised events. If this is the case, it is quite natural that time is conceived as one-dimensional, since it seems impossible to think of an »ordinal structure« which is more than one-dimensional.” ( Shinohara, [713], pp 155 – 156 ) ( ⇒ Kap. 6.4.5: S. 165 )<sup>1</sup>

#### 6.4.8.12 Die Zeit-Matrix und der „Strom der Zeit“

“There are certain metaphors which we commonly feel constrained to us when talking about time. We say that we ... watching time go by, just as we stand on a bridge & watch leaves & sticks float down the stream underneath us. Events, we sometimes think, are like such leaves & sticks ; they approach from the future, are momentarily in the present, and then recede further & further into the past. Thus, ... we often speak of the flow of time. Sometimes we carry this line of thought further. Thus there are occasions on which we feel inclined to say that time flows at an even rate ( cf. Isaac Newton : [561] ), while there are other occasions on which we want to say that sometimes time flows faster than it does at other times. »To-day«, we may say, »has just flown past. How different from yesterday when the time just seemed to crawl.«” ( J.J.C. Smart : *The River of Time*, [724], S. 483 )<sup>2</sup>

So wie einzelne Objekte wie Baumstämme & Boote in das dahinfließende Wasser eines Flusses oder Stromes eingebettet sind, von dessen Strömung sie fortgetragen werden, so stellt man sich vor, dass *Ereignisse* in den „*Strom der Zeit*“ eingebettet sind und von dieser unerbittlich von der *Zukunft* über die *Gegenwart* in die *Vergangenheit* getragen werden. Und so wie aus der Sicht eines lokalen Beobachters am Fluss-Ufer oder auf einer Brücke ein Fluss oder Strom sich bis zum Horizont und darüber hinaus erstreckt, von wo immer neues Wasser heran strömt bzw. entschwindet, so erstreckt sich die *Zeit* in „alle *Zukunft* & *Vergangenheit*“. Die *Zeit* wird also als *unbegrenzte immerwährend dahinströmende Entität* modelliert, welche als *Hintergrund-Medium* die *Ereignisse* mit sich fort trägt. Diese *Zeitliche Mannigfaltigkeit* bezeichnet *Vyvyan Evans* als „*Zeit-Matrix*“ ( [189], Kap. 11 ). Ein solches Kognitives Modell der *Zeit* findet sich nicht nur im *Europäischen Kultur-Kreis*, sondern auch in *Japan & China* ( [713] + [823] ).<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ( [189] ), pp 202 + 204

<sup>2</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ( [189] ), S. 211

<sup>3</sup>) Vyvyan Evans : “The Structure of Time” ( [189] ), pp 142 – 150

## 6.4.9 Zeit & Gedächtnis

Gedächtnis-Modelle im Allgemeinen wurden bereits in Kap. 6.3.5 (S. 134) beschrieben und im Zusammenhang mit der *Zeit* wurde bereits in den Kapiteln 6.4.5 (S. 165) + 6.4.6 (S. 183) auf das *Gedächtnis* eingegangen. So wurde im Kap. 6.4.6 beschrieben, dass für die *Unterscheidung zwischen Vergangenheit, Gegenwart & Zukunft* das Gedächtnis im Allgemeinen unbedingt erforderlich ist. Und in den Kapiteln 6.4.5.2.5 (S. 169) + 6.4.5.2.6 (S. 170) wurde beschrieben, dass das *Ultra-Kurz-Zeit-Gedächtnis* dem *Erkennen von Ereignis-Folgen* sowie dem *Strom des Bewusstseins* zugrunde liegt. Schließlich sind die *Zeit-Takt-Zähler* in den verschiedenen *Modellen der Zeit-Schätzung mit Uhr* (Kap. 6.4.5.3.3: S. 173) spezialisierte Gedächtnis-Komponenten und diese Modelle enthalten darüber hinaus noch weitere Gedächtnis-Komponenten wie z. B. *Arbeits-Gedächtnis & Lang-Zeit-Gedächtnis*. Darüber hinaus benötigen die verschiedenen *Modelle der Zeit-Schätzung ohne Uhr* (Kap. 6.4.5.3.4: S. 177) ebenfalls ein Gedächtnis um die Informationen, aus denen die Zeit-Dauer errechnet wird (*Speicher-Platz & Kontext-Veränderungen*) überhaupt speichern zu können. In diesem Kapitel soll der *Zusammenhang* zwischen *Gedächtnis* und dem *Verständnis der Zeit* behandelt werden. Nach *Christoph Hoerl & Teresa McCormack* sind dabei die Kern-Fragen: „Welche Rolle spielt die *Erinnerung an Vergangene Ereignisse* beim *Verständnis der Zeit*?“ und „Wie wird *Zeit* im *Gedächtnis* repräsentiert?“ ([352], S. 1)

### 6.4.9.1 Das Episodische Gedächtnis

In Kap. 6.3.2 (S. 126) wurde zwischen *Wissen ohne Ereignis-Charakter & Wissen mit Ereignis-Charakter* unterschieden. Nach *Endel Tulving* wird letzteres in einem eigenständigen Gedächtnis-Sub-System – dem *Episodischen* bzw. *Stapel-Gedächtnis* – gespeichert, welches *Erinnerungen an Ereignisse* als *in der Vergangenheit zu einem bestimmten Zeit-Punkt Geschehenes* enthält. Informationen im Episodischen Gedächtnis unterscheiden sich dadurch von bloßen Fakten-Informationen, dass Erstere in der *eigenen Vergangenheit persönlich erlebt* wurden. Ereignisse haben einen *besonderen, einmaligen zeitlichen Ort in unserer eigenen Vergangenheit*. ([764] + [765]) D. h. das Episodische Gedächtnis enthält Informationen über Ereignisse zusammen mit ihrem *zeitlichen & räumlichen Kontext*, in dem sie geschehen sind, also insbesondere dem *Zeit-Punkt*, an dem sie sich *ereignet* haben ([228]).<sup>1</sup>

### 6.4.9.2 Zeit-Information

Nach *Jill Boucher* und *Gordon Brown & Nick Chater* gibt es zumindest im Prinzip einen *Speicherungs-Prozess*, der für jedes *Ereignis* eine *Zeit-Information*, d. h. eine *eindeutige Repräsentation* des *Zeit-Punkts*, an dem es geschehen ist, erzeugt ([73] + [82]). Nach *William J. Friedman* kann dies auf zwei verschiedene Arten erfolgen. Einerseits durch *Zeit-Punkt-Informationen* (*Zeit-Marken / Wann-Informationen*), die zum *Zeit-Punkt* der Informations-Speicherung mitgespeichert

---

<sup>1</sup>) Hoerl / McCormack : “Perspectives in Time & Memory” ([352]), pp 7 – 8 + 10 – 11

wurden, und die den Zeit-Punkt eines Ereignisses in einem *Konventionellen, Natürlichen* oder *Persönlichen Zeit-Bezugs-System* spezifizieren. Und andererseits durch *Zeit-Distanz-Informationen*, welche angeben, wie lange ein Ereignis von heute an bereits zurück liegt, oder die relative Anordnung zweier Ereignisse zueinander in Bezug zur Gegenwart spezifizieren ([228]).

*Zeit-Punkt-Informationen* können dabei mit Hilfe von *Zeit-Takt-Gebern* bzw. „*Inneren Uhren*“ gewonnen werden, mit deren Hilfe *jedem Zeit-Punkt innerhalb der Lebens-Spanne eines Individuums* eine *eindeutige Zeit-Marke* zugewiesen wird. Und dafür sind nicht einmal *Zeit-Takt-Geber* mit sehr langen Schwingungs-Perioden notwendig ([573]). Darüber hinaus können diese *Zeit-Punkt-Informationen* auch durch „*Zeit-Markierungs-Prozesse*“ (“time-tagging” processes) erzeugt werden, welche auf *Informationen des Zeitlichen Kontextes* beruhen, in welchem ein Ereignis stattgefunden hat. *Zeit-Distanz-Informationen* können entweder in *direkt zugreifbarer Form* im *Gedächtnis* vorliegen oder auf Grund von *Ähnlichkeiten* zwischen dem *Zeitlichen Kontext, in dem ein erinnertes Ereignis stattfand* und dem *gegenwärtigen Zeitlichen Kontext* errechnet werden.

Darüber hinaus können *Zeitliche Informationen* auch aus *Nicht-Zeitlichen Informationen* abgeleitet werden. Dabei müssen die *Zeit-Punkt-Informationen* aus den *Beziehungen* zwischen den *Strukturen der erinnerten Ereignisse* und dem *Wissen über allgemeine Zeit-Strukturen* rekonstruiert werden. *Zeit-Distanz-Informationen* werden dagegen aus den *Beziehungen* zwischen den *Eigenschaften von Gedächtnis-Informationen* und dem *Vergehen von Zeit*, wie z. B. der *Lebhaftigkeit* einer Erinnerung, abgeleitet. ([63] / [82] / [228] / [587])<sup>1</sup>

### 6.4.9.3 Gedächtnis & Chronologie

Nach *Martin Conway* besitzen Personen eine *Abstrakte Repräsentation ihres Lebens-Laufs* (*abstracted personal histories*), welche aus einer *Hierarchie ineinander geschachtelter Lebens-Abschnitte* aufgebaut ist. Mit Hilfe dieser *Lebens-Lauf-Repräsentation* können sie die *Chronologie* der von ihnen erlebten Ereignisse bestimmen ([120] + [121]). Dies hängt davon ab wie eindeutig die Ereignisse zeitlich voneinander abgrenzbar sind und wie lange sie von heute ab zurück liegen. D. h. ein Ereignis lässt sich um so *besser* in der Erinnerung *chronologisch einordnen*, je *kürzer* dieses Ereignis in der Zeit zurück liegt und je *weniger andere Ereignisse* sich in seiner *zeitlichen Nachbarschaft* befinden. Nach *Gordon Brown* liegt dieser Erinnerungs-Fähigkeit ein *spezielles Zeitliches Repräsentations-System* zugrunde ([82] + [83]).<sup>2</sup>

### 6.4.10 Zeit-Perspektive bzw. -Horizont

In Kap. 6.4.3.2 (S. 161) wurde mit *Zeit-Perspektive* die Ansicht bzw. das Erscheinungs-Bild der *Zeit* bezeichnet, wie diese sich einem *Beobachter* von dessen *gegenwärtigen „Zeit-Blickwinkel“*, d. h. seiner *Psychologischen Gegenwart* aus reprä-

---

<sup>1</sup>) Hoerl / McCormack : “Perspectives in Time & Memory” ([352]), pp 4 – 5 + 12 – 14

<sup>2</sup>) Hoerl / McCormack : “Perspectives in Time & Memory” ([352]), pp 5 – 7

sentiert. Aus diesem „Blickwinkel“ erscheint dem Beobachter die *Zeit-Dimension* mehr oder weniger (*perspektivisch*) verzerrt. Er blickt zurück in die *Vergangenheit*, versteht die daraus entstandene *Gegenwart* und hat Erwartungen in Bezug auf die *Zukunft*.<sup>1</sup> „Die ... *Zeit-Perspektive* bezieht sich (nach *Hartmut Kasten*) auf alle *gedanklichen, »geistigen«* Aktivitäten, die *zeitliche Relevanz* besitzen, d. h. in erster Linie auf *Kognitive Prozesse*, die sich auf (den *Zeit-Bezug von Ereignissen*) erstrecken, also in unserem *Gegenwarts-Horizont* ablaufen bzw. sich in der *Vergangenheit* abgespielt haben bzw. (voraussichtlich) in der *Zukunft* stattfinden werden.“ (Kasten, [397], S. 48)<sup>2</sup>

#### 6.4.10.1 Zeit-Orientierungs-Systeme

Die *Zeit-Perspektive* ist immer vom bis dahin verfügbaren *Zeit-Horizont* abhängig, also vom Entwicklungs-Stand der *Kognitiven Komponenten des menschlichen Zeit-Bewusstseins*, seinem Wissen über *zeitbezogene Phänomene & Kulturelle Zeit-Strukturen*.<sup>3</sup> Sie entwickelt sich also im Laufe des Menschlichen Lebens stetig fort. In den ersten sechs Lebensjahren erwirbt ein Mensch nach dem bekannten Polnischen Sprach-Entwicklungs-Forscher *R.M. Weist* drei aufeinander aufbauende *Zeit-Orientierungs-Systeme*, welche sich in vier Entwicklungs-Stufen herausbilden und die Grundlage für *Zeit-Perspektive & Zeit-Horizont* bilden.

Zu Beginn des 2. Lebens-Jahres ist ein Kind noch ganz eingebunden in das *hier & jetzt*. Das diesem Verhalten zugrunde liegende *Zeit-Orientierungs-System* bezeichnet R.M. Weist als *Sprech-Zeit-System*.

Zwischen dem 2. – 2 ½. Lebens-Jahr beginnt das Kind zwischen *noch andauernden Ereignissen* (*Sprech-Zeit*) & *bereits abgeschlossenen Ereignissen* (*Ereignis-Zeit*) zu unterscheiden. Dies ist der Beginn der *Dezentrierung* nach *Jean Piaget*. Des weiteren beginnt das Kind zwischen *erst kürzlich stattgefundenen* und *bereits länger zurückliegenden Ereignissen* zu unterscheiden. Das diesem Verhalten zugrunde liegende *Zeit-Orientierungs-System* bezeichnet R.M. Weist als *Ereignis-Zeit-System*.

Zwischen dem 2 ½. – 3. Lebens-Jahr beginnt das Kind allmählich einen *zeitlichen Zusammenhang* zwischen einem *Ereignis* und der *Sprech-Zeit* (*Referenz-Zeit*) herzustellen, also durch Verwendung der Wörter „gestern“ & „morgen“ zwischen *Vergangenheit & Zukunft* zu unterscheiden. Dabei können sich jedoch *gestern* bzw. *morgen* auf alle *vergangenen* bzw. *zukünftigen Ereignisse* beziehen. Das diesem Verhalten zugrunde liegende *Zeit-Orientierungs-System* bezeichnet R.M. Weist als *Referenz-Zeit-System*.

Zwischen dem 4. – 4 ½. Lebens-Jahr werden die Unterscheidung zwischen *Sprech-Zeit & Ereignis-Zeit*, das *Referenz-Zeit-System* sowie *Vergangenheit & Zukunft* immer weiter ausdifferenziert. Das Kind lernt korrekte *Zeitliche Reihenfolgen* für *vergangene & zukünftige Ereignisse* durch Verwendung der *Temporalen Präpositionen* „vorher“ & „nachher“ herzustellen sowie die Unterscheidung zwischen Ereignissen mit

---

<sup>1</sup>) M.S. Metzner : „Zeit-Erleben & Empfindungs-Qualität“ ([522]), S. 8

<sup>2</sup>) kursiv von mir.

<sup>3</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ([397]), S. 68

*unterschiedlicher Distanz von der aktuellen Sprech-Zeit durch Verwendung der Zeit-Formen der Vollendeten Gegenwart & Vollendeten Vergangenheit. Das Episodische bzw. Stapel-Gedächtnis bildet sich heraus. ([796])<sup>1</sup>*

#### 6.4.10.2 Uhrzeit & Kalender

Kulturelle Zeit-Orientierungs-Systeme sind *Uhrzeit & Kalender*. Diese können erst erlernt werden, nachdem sich die im vorhergehenden Kapitel genannten Zeit-Orientierungs-Systeme ausdifferenziert haben. So haben Vorschul-Kinder (5 Jahre) eine ungefähre Kenntnis der *Wochentage*, kennen ihre *Aufstehens- & zu-Bett-geh-Zeiten*, ihr *Alter* und ihren *Geburts-Monats* sowie die auf die Stunde bzw. Halbe Stunde genaue *Uhr-Zeit*.

In den *ersten Grundschul-Jahren* erwerben sie *Zähl-Strategien* zum Ablesen der *Minuten-genauen Uhr-Zeit* und können „einfache“ *Uhr-Zeiten* aus dem Gedächtnis bestimmen. Im Laufe der Zeit werden die umständlichen *Zähl-Strategien* Schritt für Schritt durch spontane Reproduktionen der *Uhr-Zeit* aus dem Gedächtnis ersetzt. Mit ca. *6 Jahren* kennen Kinder die *Uhr-Zeit auf 5 Minuten* und mit *7 – 8 Jahren auf die Minute* genau. Mit *8 Jahren* kennen Kinder das *aktuelle Datum*, alle *Monats-Namen* nebst zugehöriger *Jahres-Zeiten* und der richtigen *Jahreszahl*.

Mit *9 Jahren* erwerben Kinder ein zunehmendes *Verständnis längerer Zeit-Räume* sowie der *chronologischen Anordnung* vergangener & zukünftiger Ereignisse. Nach *Jean Piaget* liegt dies an der zunehmenden *Ausdifferenzierung der Kognitiven Strukturen* im Laufe der *Konkret-Operatorischen Phase*, welche mehr Kompetenz im Umgang mit *Zahlen* ermöglicht. Viert-Klässler (ca. 10 Jahre) benutzen immer noch *Zähl-Strategien* zur Bestimmung der Abstände zwischen *Stunden*, *Wochentagen* oder *Monaten*.

Erst 12 – 13-Jährige (*Formal-Operatorischen Phase*) können diese Abstände ohne umständliche *Zähl-Strategien* durch *Rückgriff auf im Gedächtnis gespeichertes Zeit-Wissen* richtig reproduzieren. Dies geschieht in Form von *Sprachlichen Listen* der *Namen der Wochentage & Monate* und durch den Aufbau *anschaulicher Vorstellungen räumlicher Art*, in der aufeinander folgende Tage & Monate benachbart und nicht aufeinander folgende Tage & Monate als *räumlich* mehr oder weniger weit voneinander entfernt abgebildet werden !

„Jugendliche & Erwachsene können dann, in Abhängigkeit von der *Differenziertheit & Integrität* ihrer *Kognitiven Struktur* sehr schnell und mit geringer Fehler-Quote die richtigen Abstände zwischen nicht aufeinander folgenden Tagen & Monaten angeben, indem sie in ihrer Vorstellung auf eine Kombination von *sprachlich abgespeicherter Reihenfolge & anschaulich-räumlicher Verortung* zurückgreifen.“

( Kasten, [397], pp 61 – 64 )<sup>2</sup> ( ⇒ Kap. 6.4.8.10: S. 196 )

---

<sup>1</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ([397]), pp 58 – 60

<sup>2</sup>) kursiv von mir.

### 6.4.10.3 Individuelle & Kulturelle Unterschiede

Die relative Gewichtung von *Vergangenheit, Gegenwart & Zukunft* variiert mit dem *Lebensalter* eines Individuums, zwischen *verschiedenen Individuen* aber noch mehr zwischen Angehörigen *verschiedener Kultur-Kreise*.<sup>1</sup>

### 6.4.10.4 Psychopathologische Befunde

*Psychische Erkrankungen* können die *Zeit-Perspektive* mehr oder weniger stören. In bestimmten Fällen kann die Konstruktion & Erhaltung der Zeit-Perspektive sogar völlig zum Erliegen kommen, sodass diese Patienten in völliger „*Zeit-Losigkeit*“, d. h. in einer *immerwährenden Psychischen Gegenwart* leben. Diese Patienten erleben die *Untergliederung der Zeit* in *Vergangenheit, Gegenwart & Zukunft* als *reine Illusion*. Eine Interpretation dieser Phänomene ist, dass diejenigen *Kognitiven Prozesse*, welche die *Informationen über die wahrgenommenen Ereignisse* aus der *Psychischen Gegenwart* ins *Ultra-Kurz-Zeit-Gedächtnis* und von dort ins *Arbeits- bzw. Kurz-Zeit-Gedächtnis* und weiter ins *Episodische Lang-Zeit-Gedächtnis* befördern, nicht mehr so funktionieren, wie sie es bei normalen Menschen tun.<sup>2</sup>

## 6.4.11 Neuro-Biologie & Temporale Kognition

### 6.4.11.1 Ergebnisse der Chrono-Biologischen Forschung

Die *Zeit-gebenden & Zeit-nehmenden Strukturen* reifen erst allmählich im Laufe der *Frühen Kindheit* aus. *Neugeborene & Säuglinge* verfügen über einen *Vier- oder Zwölf-Stunden-Rhythmus*, der sich nur langsam mit dem mütterlichen Rhythmus synchronisiert. Dagegen werden bei *Älteren Menschen* die von der *Inneren Uhr* vorgegebenen Rhythmen wieder *kürzer* und auch *störanfälliger*. Nachgewiesen ist, dass sich die *Takt-Vorgaben* des *Nucleus Suprachiasmaticus* im Alter *deutlich abschwächen*.

Viele Hinweise untermauern, dass das *individuelle Schlaf-Bedürfnis* zwischen *vier & neun Stunden* variiert und zumindest teilweise *genetisch verankert* ist. Ebenfalls scheint eine um *ca. 3 – 4 Stunden nach vorne oder hinten verschobene Einstellung der Inneren Uhr*, welche *relativ häufig* vorkommt, *genetisch determiniert* zu sein. Diese physiologisch fundierte *Zeit-Orientierung & Tages-Periodik* ist nicht nur auf den Menschen & die Höheren Säugetiere beschränkt, sondern konnte auch im Bereich der *Insekten* (z. B. bei Honig-Bienen) beobachtet & nachgewiesen werden.

„Zusammenfassend muss festgestellt werden, dass die Frage »Was ist Uhr und was ist Zeiger?« bezogen auf die zahlreichen inneren Zeit-Geber + Zeit-Nehmer, die beim Menschen für Periodik & Rhythmus im Bereich von bis zu 24 Stunden (über 180 wurden bereits identifiziert!) verantwortlich zu machen sind, beim derzeitigen Forschungs-Stand noch nicht erschöpfend & schlüssig beantwortet werden kann.“ (Kasten, [397], pp 33 – 34)

---

<sup>1</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ([58]), S. 27

<sup>2</sup>) Richard Block : „Models of Psychological Time“ ([58]), S. 28

### 6.4.11.2 Ergebnisse der Biopsychologischen Forschung

Die Funktion der *Inneren Uhr* bzw. des *Kognitiven Zeit-Takt-Gebers* scheint hauptsächlich im *Frontal-Lappen* des *Großhirns*, speziell im *Dorso-Lateralen Präfrontalen Cortex* lokalisiert zu sein. Dies belegen übereinstimmende Befunde aus Psycho-Pharmakologischen Experimenten, Elektro-Physiologischen Aufzeichnungen & Neuro-Psychologischen Beobachtungen. Allerdings belegen diese Befunde nicht notwendigerweise die Existenz eines Kognitiven Zeit-Takt-Gebers als erste Komponenten eines Zeit-Dauer-Schätz-Modells mit Innerer Uhr! Nach *B. Milner* ([533]) sprechen diese Befunde eher dafür, dass die *automatische Generierung* von *Kontext-Informationen*, welche als *Zeit-Marken* dienen, im *Dorso-Lateral Präfrontalen Cortex* lokalisiert ist.

Das *Referenz-Gedächtnis für Zeit-Dauer-Informationen* scheint im *Hippocampus* und den mit diesem assoziierten Strukturen im *Medialen Temporal-Lappen* lokalisiert zu sein. Dies folgt sowohl aus *Pharmakologischen Studien* wie auch aus Beobachtungen vom Patienten mit *Schäden im Medialen Temporal-Lappen* ([60]).

Welche Hirn-Regionen für die *Fokussierung der Aufmerksamkeit auf die Zeit* verantwortlich sind, ist bis jetzt unklar. Allerdings zeigen Positron-Emission-Tomographie-Studien, dass verschiedene anatomisch getrennte Hirn-Regionen, wie etwa der *Thalamus*, der *Parietal-Lappen* und der *Anterior Cingulate Gyrus* daran beteiligt sind ([630]). ([60] + [108])<sup>1</sup>

## 6.4.12 Die Entwicklung des Zeit-Bewusstseins<sup>2</sup>

### 6.4.12.1 Vorbemerkung

Das Erlernen der *Zusammenhänge zwischen Zeit(-Dauer), Geschwindigkeit & Entfernung*, die Entwicklung der Fähigkeit zur *Zeit-Intervall-Schätzung* und der *Zeit-Orientierungs-Systeme* sowie das Erlernen von *Uhrzeit & Kalender* wurde bereits in den Kapiteln 6.4.7.1 (S. 184) + 6.4.10 (S. 199) beschrieben.

### 6.4.12.2 Die Klassischen Experimente von Jean Piaget

Wie bereits in Kap. 6.4.7.1 (S. 184) erwähnt, hat sich erstmals *Jean Piaget* in den 1940-er Jahren mit der *Entwicklung des Zeit-Bewusstseins* beschäftigt ([597]). Er führte u.a. die folgenden inzwischen klassisch gewordenen Experimente durch:

- Zwei Figuren bewegen sich *gleich lang*, aber *verschieden schnell*. Vorschul-Kinder behaupten fast immer, die schnellere Figur sei auch länger gelaufen.
- Kinder zeichnen 15 Sekunden lang Striche auf Papier. Direkt anschließend zeichnen sie 15 Sekunden lang möglichst viele Striche auf Papier. In der Regel

---

<sup>1</sup>) R.A. Block / D. Zakay : "Models of Psychological Time revisited" ([62]), pp 188 –189

<sup>2</sup>) Hartmut Kasten : „Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf“ ([397])



behaupten Kinder bis zum Alter von 6 Jahren, dass sie beim zweiten Mal länger gearbeitet hätten.

- Kindern wird gezeigt, wie Wasser von einem Gefäß in ein anderes fließt. Dies wird photographisch festgehalten. Anschließend werden die Bilder zerschnitten & die Bild-Teile gemischt. Die Kinder müssen sie nun wieder richtig zusammensetzen. Erst 8 – 9 jährige Kinder konnten sie wieder korrekt zusammenfügen.

Auf Grund seiner Experimente kam Jean Piaget zu dem Schluss, dass sich die *Vorläufer-Formen Kindlicher Zeit-Erfahrung* aus *konkreten Senso-Motorischen Aktivitäten* entwickeln, durch deren Vollzug das Kind lernt, wie sich die Lage von Objekten im Raum durch Bewegung verändert. *Raum, Bewegung & Geschwindigkeit* sind demnach die *grundlegenden Kategorien*, aus denen sich das *Zeit-Bewusstsein* als etwas *Sekundäres* entwickelt. Die *Orientierung im Raum* geht sozusagen der *Orientierung in der Zeit* voraus! (vgl. Piaget, [601], S. 69 ff) Das Verständnis für Veränderungen, die sich aus verschieden schnell im Raum bewegenden Objekten ergeben, bildet die Voraussetzung dafür, dass das Kind über *Zeit* nachzudenken beginnt und Vorstellungen über *Zeit-Phänomene* entwickelt. ([397], pp 49 – 53)

#### 6.4.12.3 Das Zeit-Verhalten von Feten & Säuglingen

Bereits *5 Monate alte Feten im Mutterleib* zeigen eine rhythmische Untergliederung des Schlaf-Zyklus, d. h. eine rhythmische Untergliederung in ruhigen & unruhigen Schlaf. Und *4 Wochen alte Säuglinge* zeigen bereits 47 verschiedene Bewegungstypen mit charakteristischer Zeit-Struktur, die durch neuronale Schwingungs-Muster bestimmter Hirn-Regionen spontan produziert werden.

Untersuchungen der *Zeitlichen Organisation der Mutter-Kind-Interaktionen* haben gezeigt, dass Mütter ihre Vokalisationen & Kommunikativen Verhaltensweisen (Mimik, Gestik, Körper-Haltung) gegenüber ihren Säuglingen & Klein-Kindern meist mit konstantem Tempo durchführen. Dies ermöglicht es den Kindern entsprechende zeitliche Erwartungen auszubilden. Im Durchschnitt dauern die Aktionen der Mutter 1 Sekunde, gefolgt von einer Pause von 0,8 Sekunden Dauer. Das Kind antwortet im gleichen Zeit-Muster. Dies ermöglicht die Synchronisation der wechselseitigen Kommunikation.

Das *Erlernen Zeitlicher Informationen* konnte ebenfalls mit Hilfe von klassischen Konditionierungs-Verfahren nachgewiesen werden. Bereits *4 Wochen alte Säuglinge* reagieren mit Pupillen-Erweiterungen auf akustische Reize, wenn diese sich 20 – 30 Sekunden nach einer Abdunkelung ereignen. Bereits wenige Monate alte Säuglinge können einen Zusammenhang zwischen einem zufälligen Verhalten und einem durch dieses ausgelösten Effekt herstellen (und diesen reproduzieren). Dies konnten sie allerdings nur, wenn die *zeitliche Distanz* zwischen Verhalten & Effekt *weniger* als 3 Sekunden beträgt. (⇒ 3 Sekunden-Intervall [Kap. 6.4.5.2.4: S. 168]) Auf diese Weise scheinen Klein-Kinder ein Verständnis für die *Kausale & Temporale Struktur der Welt* zu gewinnen! (⇒ Piaget, [Kap. 5.4: S. 91], [601] + [602]) ([397], pp 53 – 57)

#### **6.4.12.4 Die Entwicklung des Zeit-Bewusstseins im Ersten Lebens-Jahr**

Schon vor dem *4. Lebens-Monat* können Kleinkinder in sehr einfacher Form auf Unterschiede in der *Zeit-Dauer von Ereignissen* reagieren, wenn diese direkt mit ihren *eigenen Handlungen* verknüpft sind. Gegen Ende des *1. Lebens-Jahres* sind Kleinkinder erstmals in der Lage *kurze Ereignis-Sequenzen*, auch wenn diese *unabhängig* von ihren *eigenen Handlungen* ablaufen, richtig zu reproduzieren. Allerdings ist noch zu klären, in wie weit dies durch *endogene neuronale Zeit-Takt-Geber* gesteuert wird und welche *Wechselwirkungen* zwischen *Internen (kognitiven & affektiven) Reifungs-Prozessen* und *Äußeren Einflüssen* (auf Grund von in der *Mutter-Kind-Interaktion erworbenen Erfahrungen*) bestehen. ([397], pp 57 – 58)

#### **6.4.12.5 Die Entwicklung des Zeit-Bewusstseins vom Zweiten bis zum Sechsten Lebens-Jahr**

##### **6.4.12.5.1 Die Entwicklung der Zeit-Perspektive**

Die Entwicklung der Zeit-Perspektive befasst sich mit der Betrachtung der Entwicklung der *Kognitiven Komponenten des kindlichen Zeit-Bewusstseins*, also damit, was Kinder über Zeit *wissen & denken* und wie sie sich *verstandesmäßig* mit *zeitbezogenen Phänomenen* wie *Geschwindigkeit & Dauer* auseinander setzen. Dies wurde bereits in den Kapiteln 6.4.7.1 + 6.4.10 über den *Zusammenhang zwischen Zeit(-Dauer), Geschwindigkeit & Entfernung* und über *Zeit-Perspektive bzw. -Horizont* beschrieben. ([397], S. 68)

##### **6.4.12.5.2 Die Entwicklung des Episodischen bzw Stapel-Gedächtnisses**

Schon *Neugeborene* verfügen über *Wieder-Erkennungs-Fähigkeiten* von *Optischen & Akustischen Reizen*. Bereits in *frühester Kindheit* behalten Kinder *vergangene Ereignisse*, wenn sich diese als *bedeutungsvoll oder attraktiv* erwiesen haben. So erinnern sich etwa *drei Monate alte Säuglinge* auch noch *nach mehreren Tagen* daran wie sie ein über dem Bett angebrachtes Mobile in Bewegung setzen können. Einige Monate später sind sie auch in der Lage sich an Ereignisse & Vorgänge zu erinnern, an denen sie nur mittelbar beteiligt waren.

Im Laufe des *ersten Lebens-Jahres* entwickelt sich ein bemerkenswertes *Orts-Gedächtnis*. Diese *Psychologischen Befunde* stehen im Einklang mit *Neuro-Physiologischen Forschungs-Ergebnissen*, welche die Ausbildung eines *Episodischen bzw. Stapel-Gedächtnisses* im Verlaufe des *dritten Lebens-Jahres* wahrscheinlich machen, welches es dem Klein-Kind ermöglicht, *Gedächtnis-Inhalte* auch in zutreffenden *zeitlichen Zusammenhängen* zu „verorten“ & wieder abzurufen. Für den Zeit-Raum zwischen dem *2. – 5. Lebens-Jahr* gibt es wenig zuverlässige Forschungsbefunde über die Gedächtnis-Entwicklung. Sicher ist bloß, dass die *impliziten Gedächtnis-Leistungen* die *expliziten Gedächtnis-Leistungen* erheblich übersteigen.

Schließlich ist zwischen dem *6. – 10. Lebens-Jahr* ein rapider Zuwachs in allen Bereichen des (insbesondere *willkürlichen*) *Gedächtnisses* zu beobachten. Ab dem *10. Lebens-Jahr* erwerben Kinder dann immer mehr *reflexives Wissen* über ihr

*Gedächtnis*, d. h. *Meta-Wissen*, mit dessen Hilfe sich ihre Kompetenzen beim Abspeichern & Wieder-Erinnern von Informationen weiter verbessern.  
( [397], pp 70 – 73 )

#### 6.4.12.6 Die Entwicklung des Zeit-Bewusstseins in Später Kindheit & Jugend

In der Forschung finden sich auch Belege dafür, dass sich die *Zukunfts-Perspektive*, d. h. die *Zeitliche Reichweite* zukunfts-bezogener Kognitionen, Emotionen & Aktivitäten, während der *gesamten* weiteren *Kindheit & Jugend* – also noch mindestens bis zum *18. Lebens-Jahr* – durch *Endogene* ( z. B. *Neuro-Physiologische* ) *Reifungs-Prozesse* beträchtlich ausweitet & ausdifferenziert. ( [397], pp 81 – 87 )

#### 6.4.13 Vergleichende Ethologie des Zeitlichen Verhaltens

Im Gegensatz zur Entwicklung von Zeit-Wahrnehmung & Zeit-Verhalten haben sich bis heute nur wenige Wissenschaftler mit der Evolution des Menschlichen Zeit-Bewusstseins beschäftigt. Zur Beantwortung der Frage, wie sich *Zeit-Wahrnehmung & Zeit-Verhalten* im Laufe der *Evolution* entwickelt haben, sind *Vergleichende Ethologische Studien des Zeitlichen Verhaltens* über viele verschiedene *Arten* ( *Species* ) erforderlich. Am Besten untersucht wurde bisher die *Regulation des Zeitlichen Verhaltens* bei Ratten & Haus-Tauben. Darüber hinaus gibt es aber auch Untersuchungen mit Affen, Haus-Katzen, Labor- & Feld-Mäusen, Wachteln & Süßwasser-Schildkröten. Die meisten dieser Studien wurden mit dem Ziel durchgeführt, die für den Menschen vorgeschlagenen Zeit-Wahrnehmungs-Modelle zu verallgemeinern, und nicht die *Phylogenese des Zeit-Verhaltens* zu verstehen, deren vorläufiger End-Punkt das *Zeit-Verhalten des Menschen* ist. ( [792] + [793] )

Allerdings reichen die Befunde dieser Untersuchungen nicht aus, um auf Gemeinsamkeiten zu schließen, die den Zeit-Wahrnehmungs-Strukturen aller Arten zugrunde liegen. Eine erste Vergleichs-Analyse dieser Befunde zeigt aber schon, dass einige Arten, wie z. B. Säugetiere & Vögel, bessere Fähigkeiten der Zeit-Schätzung besitzen als andere Arten, wie etwa Fische oder Schildkröten. Eine genauere Vergleichs-Analyse zeigt jedoch, dass sich das *Skalare Synchronisations-Modell* ( *Scalar Timing* or *Expectancy Model* ) [  $\Rightarrow$  Kap. 6.4.5.3.3.3: S. 174 ] durchaus verallgemeinern lässt. Obwohl die verschiedenen untersuchten Arten in der Sensitivität ihres Zeitlichen Verhaltens variieren, zeigt dieses doch Gemeinsamkeiten, welche mit dem Skalaren Synchronisations-Modell kompatibel sind. Die Differenzen sind wahrscheinlich darauf zurückzuführen, dass die verschiedenen Arten verschiedenen Selektions-Drücken in ihrer speziellen Lebens-Umwelt ausgesetzt sind. „In anderen Worten, die Mechanismen der Inneren Uhr könnten diegleichen sein, und die beobachteten Unterschiede zwischen den Arten sind auf Unterschiede in der Zeitlichen Auflösung der ( Inneren ) Uhr zurückzuführen.“ ( [448], S. 154 ) Diese Befunde scheinen auf den ersten Blick mit einer *Evolution-Hypothese* kompatibel zu sein, nach der die *Fähigkeiten zur Regulation des Zeitlichen Verhaltens* mit der *Komplexität des Zentral-Nervensystems* innerhalb des *Stammbaumes* ( *Phyletic Tree* ) korrelieren. Allerdings zeigen sich selbst bei eng verwandten Arten wie Haus- & Turtel-Tauben oder Labor- & Feld-Mäusen erhebliche Unterschiede.

Der gegenwärtige Forschungs-Stand lässt sich nach *Helga Lejeune & Marc Richelle* wie folgt zusammenfassen : “Attempts to develop general models of psychological time are the product of increasingly rich information collected during the last twenty years in various subfields of research devoted to various facets of time processing. They are based on the legitimate assumption that time processing can be described by a single model, however complex, and admittedly requiring qualifications to account for some of the peculiarities that might be observed at some level of functioning. ... The comparative & developmental studies discussed in "Are we coming Near a General Model of Psychological Time ?" ([448] ) offer a large quantity of such empirical data. Some of them seem to fit the ( scalar ) model fairly well, confirming its validity, and corroborating its heuristic value. Others, however, are less easy to incorporate : either they simply do not fit the requirements of the model, or they just lay outside of its scope. In both cases, they raise a problem as to the generality of the model.” ( Lejeune / Richelle, [448], pp 163 – 164 )<sup>1</sup>

#### 6.4.14 Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die *Kognition der Zeit* einerseits auf *Chronobiologischen Rhythmen & „Inneren Uhren“* und andererseits auf der *Kognition von Bewegungen & Veränderungen in der Externen Welt* eines Individuums basiert. *Interne Systeme zur Generierung & Verarbeitung Temporaler Informationen* realisieren die *Kognition der Gleichzeitigkeit & Aufeinanderfolge von Ereignissen*, die *Unterscheidung zwischen „Vergangenheit“, „Gegenwart“ & „Zukunft“* sowie die *Schätzung der Zeit-Dauer* von Ereignissen & Prozessen. Systeme zur *Kognition & Verarbeitung Externer Informationen* extrahieren *Temporale Informationen* aus den wahrgenommenen Informationen über *Bewegungen & Veränderungen* in der *Externen Welt* des Individuums. Mit Hilfe des *Gedächtnisses* gehen diese Informationen in das *Kognitive Modell der Außenwelt* ein und geben ihm seine *Zeitliche Struktur*.

#### 6.4.15 Nachwort : „Die Struktur der Zeit“ von Vyvyan Evans

##### 6.4.15.1 Die „Eigen-Struktur“ der Psychischen Zeit – Zeit als Prozess<sup>2</sup>

“The *phenomenological experience of time* relates to a number of *cognitive processes* which appear to enter into the judgements & evaluations we take on an ongoing basis. Such processes include our ability to assess *duration*, to *distinguish the present from the past*, to *anticipate the future* based on present & past experience, to judge *simultaneity*, to *relate events held in memory in a chronological sequence*, etc.. Indeed, these processes provide *structure* to our *conscious experience* such that experience is segmented in a multitude of ways.

In so far as the processes ... relate to experience of the self, they are phenomenological. Yet, such phenomenological experience crucially relates to antecedent perceptual

---

<sup>1</sup>) Lejeune / Richelle : “Are we coming Near a General Model of Psychological Time ?” ([448] ), pp 153 – 159 + 163 – 164

<sup>2</sup>) “The Inherent Structure of Time – Time as Process”

processing, which is itself, in part, a response to the ( sensory experienced external world ). Hence, our *subjective experiences* are *constructed perceptions of the external world*.

*Perceptual processing* is a consequence of both *innate mechanisms*, such as the *perceptual moment*, but also the *external world*, ( to ) which perceptual mechanisms have, in part, *evolved in response to*, and *continue to model* ( the *external world* ) during the course of an *individual's lifetime*. Hence, like all other organisms, humans need to take account of an *external environment* which is *subject to change*. Such an ability requires *perceptual apparatus* which can *monitor & assess change*.

However, an ability to perceive change does not guarantee complex adaptive processes during the course of an individual organism's lifetime such as *learning*. For this to occur perceptual experience must be subject to further processes such as *chronological sequencing*, which allows us to *distinguish* between *present & past experience* and so *anticipate the future*." ( Evans, [189], S. 253 )<sup>1</sup>

#### 6.4.15.2 Die „Fremd-Struktur“ der Psychischen Zeit – Zeit als Objekt <sup>2</sup>

“Our conceptual system allows us to model the *phenomenological experiences* that constitute *temporal awareness*. Via *language* these models are *indexed & elaborated* in service of our *functional, communicative & cultural needs*. *Primary temporal concepts*, which relate to *fundamental aspects of phenomenological experience*, can give rise to *new conceptions* which through *conventionalisation* can become entrenched as *distinct lexical concepts* subject to *enrichment via elaboration*. Hence, our *ability to assess duration*, and to *distinguish discontinuous moments of time*, ultimately facilitates an ability to *coordinate social interaction*.

*Time-reckoning devices* which rely on *external periodicities* make use of ready-made ‘time-keepers’ in the physical world in order to *enrich a subjective experience* which, if successfully co-ordinated, provides great *functional utility*. The *ability to co-ordinate social activities of almost every kind* ( meetings, arrival at work, bus / train schedules, the start of a soccer match, ... ), requires an ability to co-ordinate an otherwise subjective experience of time. Yet, it is at the *level of conceptual structure* that such experiences are modelled, enriched & constituted, in part by patterns of *concept elaboration*, which supply conceptual content from diverse ( primarily *non-temporal* ) *domains of experience*. Hence, at the conceptual level, *time* emerges as a thing which can be *measured*, which can thereby *affect us*, which can *bring about change*, which *co-occurs* with *conscious experience*, a thing which *resides in the world* and ultimately serves as a *template* by which we *measure our lives, extending infinitely* before & behind us.

At the *cognitive level*, time is highly *complex*. But this does not deny that the concepts & cognitive models we construct relate to an *antecedent phenomenological experience*. Nor does this deny that such experience constitutes a *response*, both at the level of the *species* ( in terms of *hard-wiring* ), and at the level of the *individual*

---

<sup>1</sup>) kursiv & Klammern von mir.

<sup>2</sup>) “The Ascribed Structure of Time – Time as Object”

*organism* ( in terms of *learning & memory* ), to an *environment* which is *structured the way it is*. Hence, in a fundamental sense, *time constitutes a response to the world we inhabit, a world that rarely stands still*.

However, it is at the *conceptual level* that *time* achieves its *apotheosis*. ... Only at this level of detail could time, a *rich and elaborate intellectual feat*, be enshrined in *modern physics* as *physical fact*. The conceptual alchemy *partially obscures* from view the *phenomenological basis of time, directly perceived, an adaptive response to a mutable & ephemeral world of experience*.” ( Evans, [189], pp 253 – 254 )<sup>1</sup>

## 6.5 Spatio-Temporale Repräsentations-Systeme – Eine Zwischen-Bilanz

In Kap. 6.3 ( S. 126 ) wurde festgestellt, dass das Kognitive System des Menschen mindestens zwei verschiedene *Informations-Repräsentations-Systeme* besitzt, nämlich ein *Sprachlich-Logisches Repräsentations-System* ( *Linguistic-Propositional Representation System* ) zur Speicherung von *Sprachlichen Informationen* und ein *Nonverbales Repräsentations-System* zur Speicherung von *Visuospatialen Informationen*. Darüber hinaus gibt es nach *Ray Jackendoff* mindestens noch ein *Internes Repräsentations-System* ( *Body Representation Format* ) für ( *Subjektive* ) *Informationen über interne Körper-Zustände* wie z. B. Gefühle, Schmerzen, etc. ( [373] + [374] ).

Das *Visuospatiale Repräsentations-System* ließ sich einerseits in ein *Repräsentations-System für Visuelle Information* und ein *Amodales Repräsentations-System für Räumliche Information* untergliedern und andererseits durch die Integration von *Auditorischen, Kinästhetischen, Vestibulären, Propriozeptiven, usw. Informationen* zu einem *Multi-Modal-Spatialen Repräsentations-System* erweitern.

Durch die Integration von Informationen über *Bewegungen & Veränderungen* lässt sich dieses *Multi-Modal-Spatiale Repräsentations-System* nun wiederum zu einem *Nonverbalen Repräsentations-System* zur Speicherung von *Multi-Modal-Spatio-Temporalen Informationen* erweitern. Darüber hinaus liefert diese Erweiterung auch ein *Amodales Repräsentations-System für Spatio-Temporale Information*. In dieses *Amodal-Spatio-Temporale Repräsentations-System* lassen sich weiterhin auch Informationen über die *Chronologie & Dauer von Ereignissen* integrieren. Und umgekehrt lässt es sich wieder in ein *Amodales Repräsentations-System* für

- Rein-Räumliche Information
- Spatio-Temporale Informationen        und
- Rein-Zeitliche Informationen

untergliedern. Mit dem *Rein-Temporalen Repräsentations-System*, welches auch die *Chronobiologischen Rhythmen & „Inneren Uhren“* enthält, hat dieses *Amodale Repräsentations-System* auch Anteil am *Internen Körper-Repräsentations-System*.

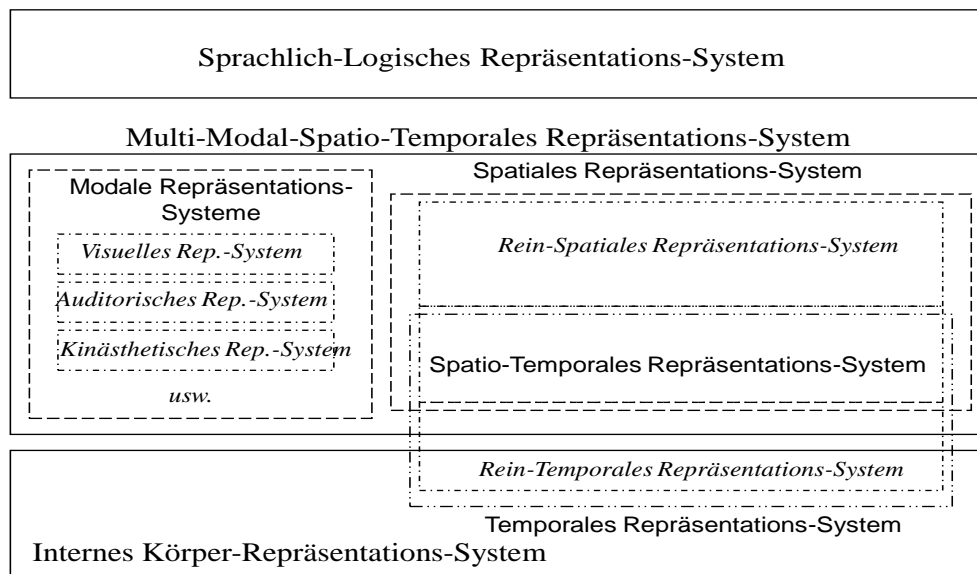
Bemerkenswert ist außerdem, dass sich die Untergliederung in ein *Multi-Modal-Spatio-Temporales Repräsentations-System* für *Externe Informationen über die Außenwelt* und ein *Internes Körper-Repräsentations-System* für *Interne Informationen über*

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir, Klammern von Vyvyan Evans.

*Körper-Zustände* auf der Neurobiologischen Ebene in Form des *Senso-Motorischen Nerven-Systems* zur *Regulation* der *Interaktionen* des *Organismus* mit seiner *Umwelt* und des *Vegetativen Nerven-Systems* zur *Regulation* der *Internen Prozesse* des *Organismus* wiederfindet.

Graphisch lassen sich diese Repräsentations-Systeme und ihr Zusammenhang wie folgt skizzieren :



Informations-Repräsentations-Systeme des Menschen

## 6.6 Basis-Prozesse der Kognition

### 6.6.1 Einleitung

#### 6.6.1.1 Evolution der Kognitions-Fähigkeit – Ein Rückblick auf die Evolutionäre Erkenntnistheorie

In Kap. 5.3 ( S. 78 ) wurde die *Evolutionäre Erkenntnistheorie* beschrieben, die eine der Grundlagen für diese Arbeit bildet. Dieser Faden soll nun wieder aufgenommen und mit der *Kognition von Raum & Zeit* verbunden werden. Eine der Voraussetzungen der Evolutionären Erkenntnistheorie waren die Annahmen des *Hypothetischen Realismus* ( Kap. 5.2.3: S. 74 + 5.2.4: S. 74 ), nach denen es u. a. eine von *Wahrnehmung & Bewusstsein* unabhängige *Reale Welt* gibt, welche eine *Struktur* bzw. *Ordnung* besitzt ( Postulate Nr. 1 + 2 ).

Nach *Rupert Riedl* ist *Ordnung* die *Regelmäßigkeit* des *Zusammentreffens* ( der *Koinzidenz* ) von *Zuständen & Ereignissen*. Das heißt, die meisten Dinge ereignen sich mit großer *Regelmäßigkeit* nur gemeinsam *miteinander, nacheinander* oder im *Rahmen* bestimmter *anderer* Dinge. Man könne sich zwar *Ordnungs-Formen* vorstellen, die nur aus *Redundanzen* bestehen und solche, die keine *Redundanz* enthalten, d. h. in denen sich ein *einzig*er *Gegenstand* immer *wiederholt*

oder in denen sich nichts wiederholt. In beiden Fällen würde der *Erkenntnis-Apparat* des *Lebens* aber keinerlei Wissen erwerben können. Folglich sind *Stetigkeit & Redundanz* der *Realen Welt* unabdingbare Voraussetzungen jedweden *Lernens* !<sup>1</sup>

Dieses *Lernen* beruht auf der fortschreitenden *Extraktion* oder *Nachbildung* der *Naturgesetze*, die in dem Milieu, welches die *Lebenden Systeme* umgibt, vorherrschen. Diese *Gesetzmäßigkeiten* des Milieus werden entweder im *Erb-Material* oder im *Zentral-Nervensystem* repräsentiert, sodass sie als *vernünftige Welt-Modelle* bzw. *Welt-Bilder*, welche aus einem System *zweckmäßiger Voraus-Urteile* bestehen, den jeweils relevanten *Ausschnitt der Ordnung der Realen Welt* hinreichend genau *strukturell abbilden*. Diese *Annäherung* an die mögliche *Wirklichkeit* ist ein *Asymptotischer Prozess* der *Optimierung*, der wahrscheinlich nie ein Ende finden wird, sodass es eine *zwingende Gewissheit der Erkenntnis* wohl nie geben wird ! Das *Welt-Modell* gilt immer unter der *Erwartung*, dass die *lebensfördernden Bedingungen* die *Gleichen* bleiben und sich *fortgesetzt wiederholen* werden. Es entsteht immer im *Nachhinein*, enthält aber ein *Urteil* über die *Zukunft*, ein *Urteil im Voraus* ! ( ⇒ Kap. 5.3.3.3: S. 81 + 6.4.6: S. 183 )<sup>2</sup>

Die Evolution dieser Fähigkeit zur Kognition und des Lernens wurde in Kap. 5.3.4 ( S. 82 ) beschrieben. Die Kognitiven Ebenen unterhalb des *Rationalen Denkens* nennen *Konrad Lorenz* die „*Angeborenen Lehrmeister*“ ([468]) und *Egon Brunswik* den „*Ratiomorphen Apparat*“ ([84]). Zur abstrakten Beschreibung dieses Ratiomorphen Apparats hat *Rupert Riedl* vier *Ratiomorphe Hypothesen* formuliert ([657] + [659]), von denen drei in diesem Kapitel beschrieben werden sollen.

In den Kapiteln 4.4.2 – 4.4.4 wurde bereits erwähnt, dass die neurobiologische Grundlage dieser Ratiomorphen Hypothesen die in Kap. 6.4.4.2.2 ( S. 165 ) beschriebene *Theorie der Dynamischen Zell-Verbände* bzw. „*Cell Assemblies*“ von *Donald Hebb* bildet. Aber bevor diese Theorie weiter beschrieben und verallgemeinert wird, sollen noch einige Anmerkungen zur Terminologie gemacht werden.

### 6.6.1.2 Anmerkungen zur Terminologie

Das Forschungs-Gebiet, welches von *Donald Hebb* initiiert wurde, wird seither mit *Neuronale Netze* bezeichnet. Dieses Forschungs-Gebiet liegt im Schnitt-Bereich von Neurobiologie, Psychologie & Kognitionswissenschaft und befasst sich mit der Erforschung der *grundlegenden Eigenschaften & Verarbeitungs-Prinzipien* von verschiedenen Klassen *Neuronaler Netzwerke*. Wie in Kap. 4.4.4 ( S. 46 ) beschrieben, wurden diese Neuronalen Netze zu *Formalen Verarbeitungs-Systemen* erweitert, welche als *Artificial Neural Networks* (ANN), *Neuron-like Networks*, *Konnektionistische Systeme* oder auch als *Parallel Distributed Processing Systems* (PDP) bezeichnet werden. Während in den USA der Terminus *Neuronale Netze* eher allgemein verwendet wird und der Terminus *Konnektionistische Systeme* fast ausschließlich in der „Anwendung“ solcher Neuronaler Netz(-Modelle) zur *Modellierung Kognitiver Prozesse* z. B. beim Bild-Verstehen oder in der Sprach-

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 41 + 84

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 25 – 27 + 41 – 45



Verarbeitung gebraucht wird, wird in Deutschland in Kreisen der Künstlichen Intelligenz-Forschung generell der Terminus *Konnektionistische Systeme* benutzt.<sup>1</sup>

Abweichend von diesem Sprachgebrauch soll allerdings im Folgenden der Terminus *Abstrakte Neuronen-ähnliche Netze* gebraucht werden, um einerseits den Bezug zur Neurobiologischen Basis zu erhalten und andererseits die abstrakten Prinzipien zu betonen, die den Ratiomorphen Hypothesen zugrunde liegen. Und da diese im Bereich des *Lebendigen* beheimatet sind, wäre das Attribut „*artificial*“ nicht angebracht.

## 6.6.2 Neuronale Netze & Dynamische Zell-Verbände

Wie bereits in Kap. 6.4.4.2.2 (S. 165) beschrieben, erfolgt die *Informationsverarbeitung im Nervensystem* im wesentlichen auf der Übertragung von *Erregungen* zwischen den einzelnen Neuronen. Diese Erregungen sind *Membran-Depolarisationen*, d. h. Abweichungen des Potentials zwischen Zell-Innerem & Zell-Umgebung (*Membran-Potential*) vom *Ruhe-Potential* in positiver Richtung. Dabei erfolgt die Erregungs-Übertragung nach dem „*Alles oder Nichts*“-Prinzip, d. h. erst wenn die Membran-Depolarisation einen gewissen *Schwellen-Wert* überschreitet, wird ein *elektrischer Impuls* in Form einer *sprunghaften Änderung* des Membran-Potentials (*Aktions-Potential*) über die Ausläufer der Zell-Membran (*Axon*) fortgeleitet und über spezifische Kontaktstellen (*Synapsen*) auf die *Dendriten* der nachgeschalteten Neurone übertragen.

Diese *Erregungs-Übertragungen* können sowohl *reizend* bzw. *Aktivitäts-steigernd* (*excitatorisch*) wie auch *hemmend* bzw. *Aktivitäts-mindernd* (*inhibitorisch*) wirken. Eine wesentliche Eigenschaft bestimmter Synapsen ist, dass sie bei häufiger Benutzung *wachsen*, d. h. *mehr Erregung* übertragen, und bei seltenem Gebrauch *degenerieren*, d. h. *weniger Erregung* übertragen. Damit werden die *Verbindungs-Stärken* zwischen einzelnen Neuronen gestärkt bzw. geschwächt. Diese *Synaptische Plastizität* wurde schon von *Donald Hebb* ([314]) als *Neurophysiologisches Korrelat* des *Lernens* angenommen. Auf diese Weise werden die Informationen im Zentral-Nervensystem *räumlich verteilt* gespeichert & verarbeitet.

Diese Funktions- & Architektur-Prinzipien des Nervensystems werden nun im Rahmen der *Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netz-Modelle* verallgemeinert, wobei diese Modelle nicht den Anspruch erheben, *neurobiologisch adäquat* zu sein.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ([400]), pp 145 – 146

<sup>2</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ([400]), S. 145

## 6.6.3 Abstrakte Neuronen-ähnliche Netze

### 6.6.3.1 Allgemeine Charakteristika

Unter einem *Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netz* ( Artificial Neural Network [ ANN ], Neuron-like Network, Konnektionistisches System bzw. Parallel Distributed Processing System [ PDP ] ) versteht man ein *Netzwerk* mit vielen ( $10 \leq n \leq 100$ ) bis sehr vielen ( $10^n$ :  $n \geq 4$ ) *Knoten*, welche relativ einfache & gleichartige *Verarbeitungs-Elemente* (*Prozessoren*) sind, die entlang der *Verbindungs-Struktur* des Netzes durch *Signale* miteinander *kommunizieren* und deren *Informationsverarbeitungs-Leistung* im Wesentlichen auf der *Kommunikation* zwischen diesen elementaren *Prozessoren* beruht. „Einfach“ heißt in diesem Kontext, dass die Prozessoren nur über einen eingeschränkten Satz von *Operationen* und eine relativ *kleine Speicher-Kapazität* verfügen und deshalb keine *komplexen Verarbeitungs-Prozesse* durchführen können.

Der *Zustands-Raum* ( Speicher ) der einzelnen Prozessoren ist eine *1-dimensionale geordnete Menge* ( z. B. die Menge der Reellen Zahlen  $\mathbb{R}$ , die Menge der Ganzen Zahlen  $\mathbb{Z}$ , ein Intervall aus diesen oder die Boolesche Menge  $\{0, 1\}$  ) und alle Prozessoren haben den gleichen *Zustands-Raum*. Ein Zustand wird *Aktivierungs-Zustand* oder kurz *Aktivierung* genannt und der entsprechende Wert wird als *Aktivierungs-Grad* bezeichnet.

Die *Verbindungen* zwischen den einzelnen Prozessoren sind *gerichtet* und ihnen sind ganzzahlige oder reelle Werte als *Verbindungs-Stärken* oder *Gewichte* zugeordnet. Die einzelnen Prozessoren können sich nur über diese Verbindungen beeinflussen und der *Grad der Beeinflussung* hängt sowohl vom *Aktivierungs-Grad der vorgeschalteten Prozessoren* wie auch von den *Gewichten ihrer Eingangs-Verbindungen* ab. *Positiv gewichtete* Verbindungen wirken *Aktivitäts-erhöhend* ( reizend, excitatorisch ) auf die nachgeschalteten Prozessoren und *negativ-gewichtete* Verbindungen wirken *Aktivitäts-mindernd* ( hemmend, inhibitorisch ).

Die *Verbindungs-Struktur* dieses Kommunikations-Netzes und die den einzelnen *Verbindungen* zugeordneten *Gewichte* bestimmen die wesentlichen Informationsverarbeitungs-Eigenschaften eines *Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzes* und in ihnen ist die gesamte *Information* bzw. das gesamte „Wissen“ räumlich verteilt gespeichert ! Das *Lernen* erfolgt durch die *Modifikation der einzelnen Verbindungs-Stärken* in Abhängigkeit vom *Aktivitäts-Grad* der vor- & nachgeschalteten Prozessoren einer Verbindung.<sup>1</sup>

Eine ausführliche Beschreibung der *Abstrakten Neuronen-ähnliche Netze* findet sich im Anhang 2 ( Kap. 9.: S. 435 ).

---

<sup>1</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ( [400] ), S. 144

### 6.6.3.2 Lernen in Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzen

Das *Lernen* in *Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzen* erfolgt durch die *Modifikation der Verbindungs-Struktur* des Netzes, d. h. durch die *Veränderung der Gewichte* der einzelnen Verbindungen. Geht man von einer vollständigen Verbindungs-Struktur aus, d. h. jeder Prozessor ist mit jedem Prozessor verbunden, so lassen sich „nicht-existierende“ Verbindungen durch die Verbindungs-Stärke *Null* repräsentieren. Auf diese Weise können durch die Veränderung von Gewichten existierende Verbindungen „zerstört“ und neue Verbindungen „kreiert“ werden.

Die Modifikation der einzelnen Verbindungen basiert auf der *Hebb'schen Hypothese*, nach der die *Stärke einer Verbindung* zwischen zwei Prozessoren  $u_i$  &  $u_j$  *erhöht* wird, wenn beide Prozessoren *gleichzeitig aktiv* sind, und *vermindert*, wenn sie *nicht gleichzeitig aktiv* sind.

Beim *Lernen* mit Hilfe von *Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzen* lassen sich zwei Arten bzw. Klassen unterscheiden, nämlich :

- Assoziatives Lernen            und
- Entdeckendes Lernen

( [400], pp 150 – 151 )

#### 6.6.3.2.1 Assoziatives Lernen

Beim *Assoziativen Lernen* ist es Ziel des Lern-Prozesses bestimmte *Eingabe-Muster* bestimmten *Ausgabe-Mustern* zuzuordnen. Ist das Eingabe-Muster Teil des zugeordneten Ausgabe-Musters, so spricht man von *Muster-Vervollständigung* und von *Auto-Assoziation*. Anderenfalls handelt es sich um eine *Muster-Assoziation*. Assoziatives Lernen ist ein *Beaufsichtigtes Lernen* bei dem die Lern-Eingabe vom zu erzeugenden Ausgabe-Muster abhängig ist.<sup>1</sup>

#### 6.6.3.2.2 Entdeckendes Lernen

Ziel des *Entdeckenden Lernens* ist das *selbständige Entdecken* von *Regelmäßigkeiten* in den *Eingabe-Mustern*. Es ist ein *Unbeaufsichtigtes Lernen* und bildet die Grundlage von *Klassen-Bildung*, *Begriffs-Bildung* & *Abstraktion*. Es beruht im Wesentlichen auf dem *Wettbewerbs-Lernen*.

Dieses funktioniert nach dem Prinzip des „Der Gewinner bekommt alles“. D. h. die Prozessoren eines Netz-Bereiches *konkurrieren & kooperieren* miteinander. Da nach der *Hebb'schen Lern-Regel* die Verbindungen zwischen Prozessoren, welche gleichzeitig aktiv sind, gestärkt und die Verbindungen zwischen Prozessoren, die nicht gleichzeitig aktiv sind, geschwächt wird, werden auf diese Weise die *Ähnlichkeiten* in

---

<sup>1</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ( [400] ), S. 151

einer Reihe nacheinander eingegebenen *ähnlicher Muster* herausextrahiert und ihre *Unähnlichkeiten* unterdrückt.<sup>1</sup>

Dies bildet die *Grundlage* aller *Muster-Erkennung* und der *Ratiomorphen Hypothesen* von Rupert Riedl, welche im Folgenden beschrieben werden.

#### 6.6.4 Ein System vernünftiger Hypothesen

Die in den vorherigen Kapiteln beschriebenen Prinzipien & Modelle lassen sich nun noch weiter verallgemeinern. Dies hat *Rupert Riedl* – wie bereits oben erwähnt – in Form von vier *Ratiomorphen Hypothesen* getan. Diese beruhen auf den vier Begriffs-Paaren :

Zufall	&	Notwendigkeit
Gleichheit	&	Ungleichheit
Ursache	&	Wirkung
Sinn	&	Unsinn

Auf den Prinzipien von *Zufall & Notwendigkeit* beruht die *Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“* bzw. vom *„Anscheinend Wahren“* wie Rupert Riedl sie nennt. *Gleichheit & Ungleichheit* bilden die Grundlage der *Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* und *Ursache & Wirkung* sind die Grundlage der *Hypothese von der „Ur-Sache“*. Schließlich bilden *Sinn & Unsinn* die Grundlage der *Hypothese vom „Zweckvollen“*.

Diese vier Hypothesen bilden nach Rupert Riedl ein *System vernünftiger Voraus-Urteile*, die als im Laufe der *Evolution* erworbenes *Biologisches Wissen* das Überleben der Organismen in ihrer Umwelt, von welcher sie selektiert wurden, sichern. Von diesen vier Ratiomorphen Hypothesen sollen im Folgenden die ersten drei beschrieben werden.<sup>2</sup>

#### 6.6.5 Zufall & Notwendigkeit : Die Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“ ( vom Anscheinend Wahren )<sup>3</sup>

Die *Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“* ( vom *„Anscheinend Wahren“* ) bildet die Grundlage für die beiden folgenden Hypothesen. Wenn die Reale Welt geordnet ist und Ordnung als die *Regelmäßigkeit des Zusammentreffens* ( bzw. der *Koinzidenz* ) von *Zuständen & Ereignissen* definiert wird, so ist das Zusammentreffen beliebiger Zustände & Ereignisse nicht gleich wahrscheinlich. Folglich ist die Annahme der Wiederkehr von Ordnungs-Formen in der Welt berechtigt und damit die Annahme einer *anscheinend Realen Welt*.

Die *Funktionsweise des Ratiomorphen Apparats* beruht nun darauf, dass, wie durch die *Hebb'sche Lern-Regel* in Kap. 9.10 ( S. 439 ) beschrieben, die *Assoziation*

---

<sup>1</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ( [400] ), pp 151 – 152

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), S. 37

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), Kap. 2  
Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ( [659] ), Kap. 3.B

zwischen zwei *Ereignissen bzw. Zuständen* bei ihrer *Koinzidenz* verstärkt und bei ihrer *Nicht-Koinzidenz* geschwächt wird. Je öfter *Koinzidenz* eintritt, je *wahrscheinlicher* ist ihre *Notwendigkeit*, je öfter sie *nicht* eintritt, je *wahrscheinlicher* ist ihr Eintreten *Zufälligkeit*. Damit wird *Zufälliges* von *Notwendigem*, *Gleiches* von *Verschiedenem* getrennt. Die angenommenen *Notwendigkeiten* bilden *Voraus-Urteile* bzw. *Hypothesen*, deren *Vorhersage-Wert* (Wahrscheinlichkeit, Wahrheits- bzw. Gewissheits-Grad) umso größer ist, je öfter sie *bestätigt* werden. Der *Ratiomorphe Algorithmus* dieses *Erkenntnis-Gewinns* ist eine *Wahrscheinlichkeits-Logik* <sup>1</sup>.

Damit lässt sich die *Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“* (vom „*Anscheinend Wahren*“) wie folgt definieren: „Die *Hypothese vom Anscheinend Wahren* enthält die Erwartung, dass sich manche gemachte Erfahrung unter entsprechenden Bedingungen wahrscheinlich prognostizieren, also durch Wiedereintreten bestätigen lassen werde.“ (Riedl, [657], S. 53) Ihre „Implementierung“ in den *Kognitiven Systemen des Lebendigen* wurde in den Kapiteln 5.3.4 + 6.6.2 beschrieben. „Die(se) »Hypothese von Anscheinend Wahren« ist die *Voraussetzung* des *Erkenntnis-Prozesses* schlechthin!“ Denn „*Vor(aus)-Urteile* sind ohne Zweifel eine *Voraussetzung* unserer Existenz!“ (Riedl, [657], pp 71 + 76) <sup>2</sup>

Der *Vorteil* dieser Hypothese ist, dass bei *hinreichender Richtigkeit der Wahrscheinlichkeits-Erwartung* diese *Voraus-Urteile* zu einer schnelleren *Problem-Lösung* führen als *Versuch & Irrtum* oder *Rationales Denken!* Denn in einer *stetigen & redundanten Welt*, in der es Zusammenhänge in der Abfolge der Ereignisse gibt, ist *Zufälligkeit* als Erklärung *immer unwahrscheinlicher, je öfter & lückenloser* sich *Koinzidenzen* wiederholen.

Ihr *Nachteil* ist sein *teilweises* bis *völliges Versagen* außerhalb des Bereichs – nämlich der Welt des *Meso-Kosmos*, in dem/der dieses *Voraus-Urteil* *erworben* wurde, zum Beispiel in *komplexen vielfach rückgekoppelten Systemen!*

## 6.6.6 Gleichheit & Ungleichheit : Die Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“ <sup>3</sup>

### 6.6.6.1 Gleiches & Ungleiches

Das ein Objekt mit sich selbst identisch ist, ist eine Tautologie. Das Vergleichen von Objekten macht also nur dann Sinn, wenn diese Objekte *verschieden*, also „*un-gleich*“ sind. Die „*Gleichheit*“ von zwei verschiedenen Objekten muss deshalb durch das *Maß* <sup>4</sup> ihrer *Ähnlichkeit* definiert werden. *Ver-gleichen* ist also das „*gleich machen*“ von *Un-gleichem!* <sup>5</sup>

<sup>1</sup>) Allerdings hat sich die Wissenschaftliche Logik seit den Arbeiten von *Gottlob Frege : Begriffsschrift* ([214]) & *Bertrand Russell / Alfred N. Whitehead : Principia Mathematica* ([677]) nicht mehr als „*Lehre vom Denken*“, sondern als „*Theorie der Wahren Aussage-Formen*“ verstanden.

<sup>2</sup>) Kursiv und Unterstreichung von mir.

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „*Biologie der Erkenntnis*“ ([657]), Kap. 3  
Rupert Riedl : „*Strukturen der Komplexität*“ ([659]), Kap. 3.C

<sup>4</sup>) *Maß* im Sinne von *Mess-Betrag*, d. h. dem Ergebnis einer *Messung*.

<sup>5</sup>) Rupert Riedl : „*Biologie der Erkenntnis*“ ([657]), pp 80 – 83

Und dieses *Gleich-machen* erfordert eine *Trennung* des *Gleichen* vom *Ungleichen* durch die *Scheidung*

- des *Konstanten* vom *Variierenden*
- des mutmaßlich *Notwendigen* vom *Zufälligen*
- des *Stetigen* vom *Unstetigen*

( Riedl, [657], pp 84 + 90 – 91 ).

Damit ist das *Gleich-machen* im *Ver-gleichen* ein *Absehen* vom *Untypischen & Unvorhersehbaren* ( Riedl, [657], S. 91 ). Und dieses Absehen nennt man *Abstraktion*.

### 6.6.6.2 *Kognition als Informations-Verarbeitung durch Abstraktion*

Die *Abstraktion* des *Wesentlichen* ist also die *Kognition* (*Wahrnehmung*) von *Koinzidenzen* in der *Natur* und damit erhält man die *Regelmäßigkeit* von *Koinzidenzen* als *Maß* der *Ähnlichkeit* und *Kognition* (*Wahrnehmung*) als *Informations-Verarbeitung* durch *Abstraktion*. ( Riedl, [657], S. 84 ) Bei dieser *Abstraktion* wird durch *Individuelles Lernen* mit Hilfe der *Assoziation* dasjenige assoziiert, was *fest verbunden* erscheint. Und *fest verbunden* erscheint, was *stetig koinzidiert*. Das *Bilden & Lösen* von *Assoziationen* geschieht durch *Gegenverrechnung bestätigter & enttäuschter Erwartungen*. *Abstraktion* ist also die *Verrechnung* von *Ähnlichkeiten* durch *Assoziation* von *Merkmals-Koinzidenzen*. Dies ist das generelle Schema des Lern-Prozesses ( [405] ).<sup>1</sup>

### 6.6.6.3 *Gestalt-Wahrnehmung*

Diese *Kognition* mittels einer *Informations-Verarbeitung* durch *Abstraktion* zeigt sich in den verschiedenen *Konstanz-Leistungen der ( Objekt-) Wahrnehmung* von der

- Ding-Konstanz ( Größen- & Form-Konstanz ) und der
- Richtungs-Konstanz ( bei Eigen-Bewegungen ) über die
- Farb-Konstanz bis zur
- Gestalt-Wahrnehmung : Herausfiltern *räumlicher, zeitlicher & raum-zeitlicher „Gestalten“* aus dem *Strom wahrgenommener Ereignisse* <sup>2</sup>

Diese *Konstanz-Leistungen* sind den Leistungen der *bewussten, verstandesmäßigen Objektivierung* streng *analog* ! ( [467] )<sup>3</sup>

Bei der *Gestalt-Wahrnehmung* werden die *Merkmale des Wahrgenommenen* nach der in ihnen gesuchten *Stetigkeit* im Rahmen *möglicher Ähnlichkeits-Felder* <sup>1</sup> *gewogen*,

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp pp 86 – 93

<sup>2</sup>) Wolfgang Köhler : „Die Aufgaben der Gestalt-Psychologie“ ( [412] )

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 91 – 93

gewichtet & ergänzt. Dabei drängen die *Angeborenen Lehrmeister* darauf, stets mit der *konsistenten & redundanten Natur geschlossener vergleichbarer Gestalten* zu rechnen. Dieser Prozess realisiert die *Gestalt-Qualitäten als Regeln der Gestalt-Wahrnehmung* in der *Gestalt-Psychologie* ([161] / [798] / [803]).  
( $\Rightarrow$  Kap. 6.2: S. 120)<sup>2</sup>

Dieses Wirken der *Angeborenen Lehrmeister* äußert sich in der *Gestalt-Wahrnehmung* in Form von *Voraus-Urteilen* wie z. B. :

- Kompletterung von Teil-Gestalten zur Gesamt-Gestalt
- das Kleinere bewegt sich – das Größere ruht
- Größeres ist näher – Kleineres weiter weg
- Gestalten *3-dimensionaler Objekte* erscheinen *3-dimensional*

Diese Voraus-Urteile geschehen unbewusst, fehlerhafte Voraus-Urteile erscheinen als *Optische Täuschungen*.<sup>3</sup>

#### 6.6.6.4 Die Zweckmäßigkeit der Kognition als Abstraktion & Voraus-Urteil

Die *Abstraktion des Wesentlichen & Voraus-Urteile* im *Kognitions-Prozess* verringern den *Verarbeitungs-Aufwand* und steigern den *Erfolg* des *Informations-Gewinns*. Beides ist ein Überlebens-Vorteil!<sup>4</sup>

#### 6.6.6.5 Die Vergleichs-Hypothese ( Definition )

„Die *Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* enthält die *Erwartung*, dass das *Ungleiche* in der *Wahrnehmung der Dinge ausgeglichen* werden dürfte, und dass sich *ähnliche Sachen*, obwohl sie offenbar nicht dasselbe sind, auch in *machen noch nicht wahrgenommenen Eigenschaften* als *vergleichbar* erweisen würden.“  
(Riedl, [657], S. 93)<sup>5</sup>

Oder in anderen Worten : Die *Bestätigung* einer *Simultanen Koinzidenz* erhöht deren *Gewissheits-Grad* während die *Enttäuschung* einer *Simultanen Koinzidenz* deren *Gewissheits-Grad* vermindert. Dabei ist der *Gewissheits-Grad* die *Gewichtete Verrechnung* von *Bestätigung & Enttäuschung*. Auf diese Weise wird das *Gleiche* vom *Un-Gleichen* getrennt und *fehlendes* ( *vermutetes* ) *Gleiches* hinzugefügt !

---

<sup>1</sup>)  $\Rightarrow$  Kap. 6.8.2: S. 258

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), S. 103

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 86 – 88

<sup>4</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 87 – 88

<sup>5</sup>) Kursiv und Unterstreichung von mir.

#### 6.6.6.6 Vorteile & Nachteile der Struktur-Erwartung

Das *Voraus-Urteil* der *Vergleichs-Hypothese* bzw. die *Voraus-Strukturierung* des *Kognitions-Prozesses*, d. h. die diesen enthaltende *Voraus-Interpretation* oder *-Gestaltung* entspricht einer *Vorwegnahme* der zu erwartenden *Natürlichen Ordnung*. Die *Unentbehrlichkeit* der *Struktur-Erwartung* entspricht damit dem *Selektions-Erfolg*, also der *lebenserhaltenden Bedeutung*, das *Zutreffende* zu erwarten. Das *richtige* Voraus-Urteil ist in *lebensentscheidenden Situationen* der *Ratlosigkeit* oder den *falschen* Voraus-Urteil *überlegen*. Der *Erfolg* des *Denkens in Normen*, wie auch der *Erfolg* der *Hierarchischen Abstraktion* beruhen selbst wieder auf dem *Zuwachs* an *Treffer-Chancen* und der *Anpassungs- & Auffassungs-Geschwindigkeit* der *gespeicherten & abrufbaren Voraus-Urteile*.<sup>1</sup>

Dieser *Ratiomorphe Algorithmus* eignet sich hervorragend zum Erkennen von *Regelmäßigkeiten*. Dagegen eignet er sich nicht zur Erkennung von *Zufällen & Emergenzen*. Das (*Wieder-)*Erkennen von Gegenständen erfordert das Erkennen ihrer *Begrenzungen* (Kanten) sowie ihre *Klassifikation* ( $\Rightarrow$  Kap. 6.2: S. 120). Dies führt zur *Annahme* von *Grenzen, Strukturen & Gestalten*, wo es gar keine gibt. Beispiele sind Sternbilder & Phantasie-Gestalten im dunklen Wald. Da *Kommunikation & Sprache* diese Grenzen & Klassen *widerspiegeln* müssen, um *nützlich* zu sein, gehen diese auch in das *Denken* und die *Logik* ein. Damit werden diese Mängel noch verstärkt.<sup>2</sup>

#### 6.6.7 Ursache & Wirkung : Die Hypothese von der „Ur-Sache“<sup>3</sup>

##### 6.6.7.1 Die vier Causae des Aristoteles

In Kap. 3.1.1.3 (S. 27) wurde bereits erwähnt, dass die „vier Causae des Aristoteles“ Rupert Riedl bei der Formulierung seiner Ratiomorphen Hypothesen wesentlich beeinflusst haben. Nach Aristoteles gibt es *vier verschiedene Ursachen*, nämlich die :

- *causa efficiens* (Antriebs-Ursache)
- *causa materialis* (Material-Ursache)
- *causa formalis* (Plan-/Form-Ursache)
- *causa finalis* (Zweck-Ursache)

welche in Kap. 3.1.1.3 (S. 27) näher beschrieben sind. Jede dieser Ursachen-Typen hat ihre *spezielle Wirkung* ( $\Rightarrow$  Kap. 5.1.2: S. 67). Diese *Zusammenhänge* zwischen *Ursache & Wirkung* lassen sich formal zu einem „wenn-dann“-Zusammenhang verallgemeinern.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 111 – 112

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 114 – 115  
Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 72 – 80

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), Kap. 4  
Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), Kap. 5.A

<sup>4</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 118 – 122



### 6.6.7.2 Der Algorithmus der Verrechnung Sukzedaner Koinzidenzen

Damit lässt sich die *Hypothese von der „Ur-Sache“* wie folgt formulieren: Der *Ratiomorphe Algorithmus der Verrechnung Sukzedaner Koinzidenzen* enthält die *Erwartung*, dass *ähnliche* Ereignisse oder Zustände *ähnliche* Ereignis- oder Zustands-Folgen prognostizieren lassen und dass ( in Erwartung der Abstrahierbarkeit ) ein bestimmtes *Feld von Ähnlichkeiten koinzidenter sukzedaner Ereignisse oder Zustände* auch ein *Merkmals-sukzedanes Ähnlichkeits-Feld von Ereignis- oder Zustands-Folgen* vorhersehen lässt. Kurz: Die *Hypothese von der „Ur-Sache“* enthält die *Erwartung*, dass *ähnliche Ereignisse* oder *Zustände* die *gleiche Ursache* haben und die *gleiche Wirkung* tun werden.<sup>1</sup>

### 6.6.7.3 Der Ablauf allen Handelns als „wenn-dann“-Folgen

Da man den *Ablauf allen Handelns* als „wenn-dann“-Folgen auffassen kann, findet man Ausprägungen dieser *Hypothese von der Ur-Sache* auf allen Ebenen der Evolutionären Entwicklung von den

- Vermeidungs-Reaktionen ( z.B. beim Pantoffel-Tierchen ) über
- Instinkt-Bewegungs-Folgen ( Erb-Koordinationen ) und der
- Ratiomorphe(n) Handlungs-Planung im Vorstellungs-Raum bis zum
- Rationale(n) Problem-Lösung durch Logisches Denken

In Analogie zur *Physikalischen Kausalität* ( *causa efficiens* ) in den *Naturwissenschaften* kann man „wenn-dann“-Handlungen als *Informationelle Kausalität* in den *Kybernetischen Wissenschaften*<sup>2</sup> auffassen.<sup>3</sup>

### 6.6.7.4 Vorteile & Nachteile der Kausalitäts-Erwartung

Im Alltag wird diese Erwartung in den meisten Fällen bestätigt. Aber die *Kausalitäts-Erwartung* impliziert eine *einseitige Lineare Folge fortschreitender Wirkungen*, d. h. die Erwartung linearer, unverbundener, direkter & nicht-rekursiver Zusammenhänge. Sie findet ihre Grenzen überall da, wo *Komplexe Systeme* mit *vielfachen Nicht-linearen Rückkopplungen* auftreten, denn unsere Welt ist ein „*Vernetztes System*“<sup>4</sup>. Und obwohl Organismen *komplexe Selbst-Regulierende Systeme* sind, hat die Evolution keine *Kognitiven Systeme zur Erkennung mehrfach Nicht-linearer Rückkopplungen* in der Natur hervorgebracht! Selbst *Rationales Denken & Logik* basieren auf dem *probeweisen Handeln* im „vorgestellten“ Raum!<sup>5</sup>

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 128 + 130

<sup>2</sup>) Felix von Cube nennt die *Kybernetik* die „Technik des Lebendigen“ ([125])

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 122 – 127

<sup>4</sup>) Frederic Vester : „Unsere Welt – ein vernetztes System“ ([778])

<sup>5</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 140 – 147

## 6.6.8 Durchgängige Mechanismen des Kreativen Lernens im Evolutions-Prozess

Wie in Kap. 5.3.4 (S. 82) gezeigt wurde, reichen die in den vorhergehenden Kapiteln beschriebenen *Ratiomorphen Hypothesen* als Mechanismen der *Kognition* mit Hilfe der *Abstraktion des Wesentlichen* von der *einfachsten Wahrnehmung* von *Binären Eigenschaften* (z. B. Hindernis oder kein Hindernis beim Pantoffeltierchen) über die *Reiz-Filter* der *Angeborenen Auslöse-Mechanismen* bis zu den komplexen Prozessen der *Gestalt-Wahrnehmung* bei den höheren Säugetieren einschließlich des Menschen.<sup>1</sup>

Dabei setzen die *Funktions-Gesetze & -Algorithmen* des *Individuellen Lernen* die *Extraktion des Welt-Modells* mittels *Erb-Programmen* nach gleichen *Prinzipien* fort, bauen auf den *Erb-Programmen* auf und reichen von diesen bis zur *Schwelle des Bewusstseins*.<sup>2</sup>

### 6.6.8.1 Die Durchgängigkeit des Mechanismus der Abstraktion

Diese *Ratiomorphe Abstraktion* bildet auch die Grundlage des Denkens. So bilden *Konstanz-Leistung & Generalisierung* der *Wahrnehmung* die *Grundlage* der *Begriffs-Bildung*, welche auf den höheren & höchsten Ebenen der Evolution zum *Unbenannten Denken* und zur *Unbenannten Begriffs-Bildung* führt ([650]). Eine *Parallele* zu dieser *Phylogenese* findet sich in der *Ontogenese* des Kindes ([602] & Kap. 5.4: S. 91).<sup>3</sup> Schließlich gibt es einen gleitenden Übergang zwischen den *ratiomorphen & rationalen* Abstraktions-Formen ([468] & [650]). Selbst das „eigentliche“ Denken ist nicht mit einem besonders hohen Grad an Bewusstsein ausgestattet ([342], S. 89). „Es wäre (also) völlig falsch anzunehmen, dass die *Sprachlichen Vorgänge* die *Voraussetzung* jedes vom *Handeln abgelösten Denkens* seien. Weit berechtigter ist die umgekehrte Behauptung, dass das *rein anschauliche Hantieren im Vorstellungs-Raum* eine *unentbehrliche Grundlage* jeglicher *Wortsprache* bildet.“ ([466], S. 343)<sup>4</sup> Die *Rationale Abstraktion* ist also die *methodische Fortsetzung* des biologischen *Abstraktions-Prozesses* der Wahrnehmung. Dabei ist der *Prozess der Begriffs-Bildung* durch *Klassifikation* mittels *Abstraktion* sowohl von der *Schärfe*, wie auch von *Umfang & Abstraktions-Grad* des gefassten *Begriffs* unabhängig und wird bei den „höheren“ Begriffen nur *weitreichender* durchgeführt.<sup>5</sup>

### 6.6.8.2 Die Kognition von Gesetzmäßigkeit

Die *Bestätigung* der *Erwartungen* von *Simultan- & Sukzedan-Koinzidenzen* (*Merkmals- & Wiederholungs-Reichtum*) bestimmen also gemeinsam den *Gewißheits-Grad* über das Herrschen von *Gesetzmäßigkeiten*. Dies ist die *Grundlage* allen *Vergleichens & Schließens*. Die *Wissenschaft* verfügt allerdings noch nicht über eine

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 84 – 87

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 48 – 50

<sup>3</sup>) Jean Piaget : „Biologie und Erkenntnis“ ([602])

<sup>4</sup>) Konrad Lorenz : „Die angeborenen Formen möglicher Erfahrung“ ([466])

<sup>5</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 101 – 103

solche *Allgemeine Theorie des Vergleichens*. Erst die *Biologische Struktur-Forschung*, die *Morphologie* hat mit dem *Homologie-Theorem* einen ersten Entwurf geliefert ([649]). Denn im *Prozess des Biologischen Kenntnis-Gewinns* verhalten sich *Lage- & Struktur-Erfahrung* zu *Übergangs- & Koinzidenz-Erfahrung* wie das *Erkennen Simultaner Koinzidenzen* zum *Erkennen Sukzedaner Koinzidenzen* im *Wahrnehmungs-Prozess*. Der *Spiegelbildlichkeit* dieser *Simultan- & Sukzedan-Koinzidenzen* liegt die *Unterscheidung in Gestalt-Gesetze* (also *Räumliche Strukturen*) und *Kausal-Gesetze* (also *Zeitliche Strukturen*) zu Grunde.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 58 – 59  
Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ( [659] ), S. 151

### 6.6.8.3 Das Kontinuum des Erkenntnis-Vorgangs

Das *Kontinuum des Erkenntnis-Vorgangs* zeigt sich deshalb in der *Durchgängigkeit des Kreativen Lernens* von den *ersten Lebens-Strukturen der Bio-Moleküle* bis hin zur *Bewussten Reflexion* in Form eines Schichten-Modells eines Schrauben-Prozesses des Erkenntnis-Gewinns, welcher die *gesamte Evolution* durchzieht :



( Rupert Riedl, [659], S. 30, Abb. 7 & [657], S. 178, Abb. 58 )

„»Die *Strategie der Genesis*« ([656]) hat also zur Folge, dass »Die *Ordnung des Lebendigen*« ([655]) die *Ordnung der Natur* schrittweise kopiert. ... Dieses *Abilden* ist der *Lern-Prozess* selbst und er führt, wie (Konrad) Lorenz ([466] + [468]), (Erich von) Holst ([343]) & (Nikolaas) Tinbergen ([752]) zeigten, zu *Sinnen, Daten-Prozessoren*<sup>1</sup> & *Weltbild-Apparaten*<sup>2</sup>, die wieder feinstens auf das abgestimmt sind, was diese Welt an *konstanter Gesetzmäßigkeit* mitzuteilen hat. Die Geschichte aller *Kreatur* ist auf die *Weiterverwertbarkeit gemachter Erfahrung* hin *selektiert*, selbst jede *Kultur*, jede *Hypothese* (und damit die *Wissenschaft*), wie (Erhard) Oeser ([571]) zeigt, hat eine ebensolche Geschichte.“<sup>3+4</sup>

#### 6.6.8.4 Die Symmetrie zwischen Ratiomorph-Intuitiven & Rationalen Prozessen<sup>5</sup>

Damit ergibt sich eine *Symmetrie* zwischen der *Erwartung* und der *Erfahrung* im *Kreis-Prozess* des *Vorwissenschaftlichen Erfahrungsgewinns*, die der *Symmetrie* zwischen :

- Induktion und
- Deduktion
- Heuristik (Vorhersage-Theorie) und
- Logik (Beweis-Theorie)
- Hypothese des Übergeordneten Prinzips und
- Prognose der Untergeordneten Fälle

im *Kreis-Prozess* des *Erfahrungswissenschaftlichen Wissensgewinns* entspricht. Diese *Symmetrie* geht sogar soweit, dass sich nunmehr auch die *Namen & Begriffe* der *Wissenschaftlichen Heuristik* in die *Ratiomorphe Heuristik* übernehmen lassen.<sup>6</sup>

---

<sup>1</sup>) Informationsverarbeitungs-Systeme

<sup>2</sup>) Kognitive Systeme

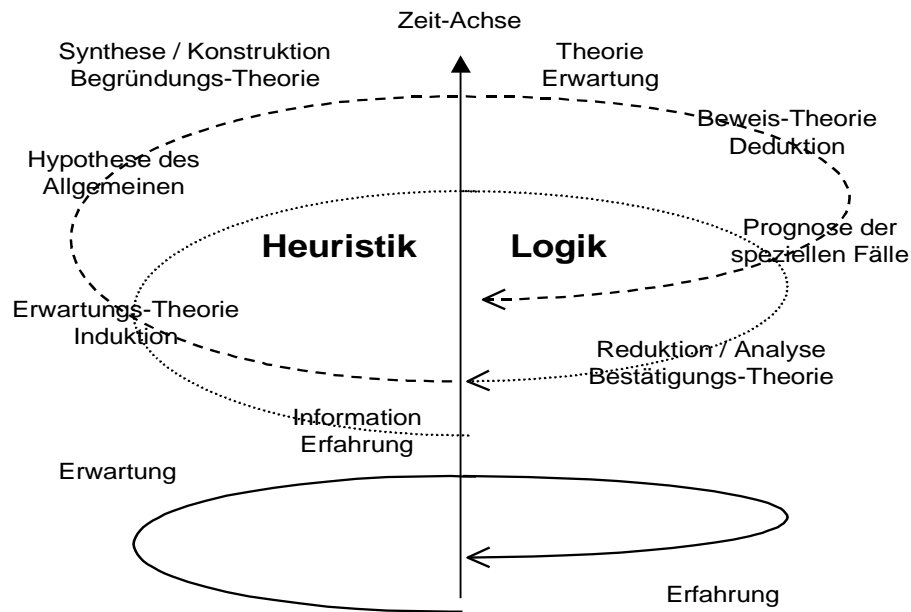
<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), S. 68

<sup>4</sup>) Kursiv, Klammern und Unterstreichung von mir.

<sup>5</sup>) Die Begriffe *ratiomorph* & *rational* werden hier im Sinne von *unreflektiertem & reflektiertem Verhalten* verwendet (Riedl, [657], S. 63).

<sup>6</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), pp 55 + 65 – 67

Damit ergibt sich folgender Universelle Kreislauf des Wissens-Gewinns :



( Rupert Riedl : [657], S. 104, Abb. 29 nach Erhard Oeser : [569] – [571] )

### 6.6.9 Apriori & Aposteriori

Nach *Immanuel Kant* sind die *Erwartungen* von *Möglichkeit* oder *Unmöglichkeit*, von *Zufall* oder *Notwendigkeit* eine *Voraussetzung* allen *Erfahrungsgewinns* und aus der *individuellen Erfahrung* nicht zu *begründen*. *Erfahrungen* gehören damit zur *Kategorie* der *Modalität* und damit zu den *Apriori der Reinen Vernunft* ([393]).

„Die *Notwendigkeit* (d. h. die *vorgegebenen Randbedingungen*) der *Mutmaßung* des *Möglichen* ist zwar ein *Apriori* für die *Reine Vernunft* des *Individuums*, aber sie ist das *Lern-Ergebnis* des *Ratiomorphen Apparats*, der auf den *Lehrmeistern* der (*Ver-*) *Schaltungen* (des *Nerven-Systems*) und weiter auf jenen der *Moleküle* (des *Erbguts*) beruht; sie ist ein *Aposteriori* (der *Evolution*) unseres *Stammes*.“ (Riedl, [657], pp 54 – 55) „Die *Apriori* der *Rationalen Vernunft* sind durch die *Evolution* in (die *Ratio*) hineingekommen. Sie sind *Aposteriori*, also *Erfahrungs-Produkte* des *Wissens-erwerbenden Mechanismus* des *Lebendigen*. Die »Hypothese vom *Anscheinend Wahren*« enthält den biologischen Hintergrund der *Kant'schen Apriori* der *Modalität*, der *Erwartung*, »*Möglichkeit* : *Unmöglichkeit*, *Dasein* : *Nichtsein*, *Notwendigkeit* : *Zufälligkeit*«, wie (Immanuel) Kant ([393]) sie nennt, in dieser Welt voraussetzen zu können.“ (Riedl, [657], S. 76)<sup>1</sup>

Die *Kausalitäts-Erwartung* ist also *gleichzeitig* ein *Apriori* für den *Erfahrungsgewinn* des *Individuum* und ein *Aposteriori* des *Lernens* für den *Stamm*!<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) Kursiv, Klammern und Unterstreichung von mir.

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „*Biologie der Erkenntnis*“ ([657]), pp 131 + 142

Das Kapitel 6.6 beruht im Wesentlichen auf den beiden Büchern *Biologie der Erkenntnis* ([657]) & *Strukturen der Komplexität* ([659]) von *Rupert Riedl* und dem Aufsatz *Der Neuere Konnektionismus* ([400]) von *Christel Kemke*.

Nachdem in den vorhergehenden Kapiteln – ausgehend von der Visuellen Kognition – die Kognition von Raum & Zeit sowie die dieser Kognition zugrunde liegenden Basis-Prozesse beschrieben wurden, soll im folgenden Kapitel untersucht werden, inwieweit diese Kognitiven Basis-Prozesse zu einer weiteren Abstraktion über Raum & Zeit hinaus beitragen können.

## 6.7 *Raum-Kognition als Basis des Abstrakten Denkens*

In Kap. 6.6.6.2 (S. 217) wurde *Abstraktion* als „*Verrechnung von Ähnlichkeiten durch Assoziation von Merkmals-Koinzidenzen im Kognitions-Prozess*“ definiert. Bezüglich des *Raumes* werden diese Koinzidenz-Muster *Räumliche Schemata* (*Spatial Schemas*) bzw. *Bild-Schemata* (*Image Schemas*) genannt ([380] / [426] / [427] / [439] / [441] / [485]) und als „*dynamic analog representation(s) of spatial relations & movements in space*“ definiert ([270], S. 349). Es stellt sich nun die Frage, ob diese Räumlichen Schemata über die Kognition Räumlicher Strukturen hinaus auch im Abstrakten Denken eine Rolle spielen und wenn ja, welche?

*Merideth Gattis* hat dies wie folgt formuliert: “How has humanity come to develop fundamental abstract abilities such as those in science, literature and arts? One answer is familiar to evolutionary theorists: by recruiting old parts for new uses. (*Steven*) *Pinker* has suggested, for instance, that sensory processors and motor programs may have become adapted to more abstract tasks that share some of the same computational structure as sensorimotor tasks ([613]). One of the *primary candidates* for *sharing computational structure* with *abstract cognition* is *spatial cognition*. As a domain, space is well learned across many species ([712]), and it often involves the integration of information across multiple modalities & multiple dimensions ([529]). These characteristics make it an appropriate & appealing platform for building new structures essential for higher cognitive processes.” (Gattis, [248], S. 1)<sup>1</sup>

Bereits in den 1960-er Jahren berichteten erwachsene Versuchspersonen in Psychologischen Problem-Lösungs-Tests, dass sie bei *Aufgaben des Transitiven Schließens* die *Prämissen* im Geiste in Form von *Linearen Vektoren* anordneten, um dann daraus die Transitiven Schlussfolgerungen direkt ablesen zu können. Dies veranlasste einige Forscher die Existenz von *Mentalen Visuospatialen Repräsentations-Mechanismen* vorzuschlagen, in denen die Versuchspersonen die Akteure & Objekte der die Logischen Aufgabenstellungen beschreibenden Sätze mittels *Mentaler Entfernen- & Einfüge-Operationen* auf *vorgestellten horizontalen oder vertikalen Linien* gemäß den *Logischen Prämissen* dieser Sätze *anordnen*, so wie sie es auch im *Physikalischen Raum* tun würden. Durch diese *Mentalen Räumlichen Anordnungen* der *Logischen Beziehungen zwischen den Objekten* sind die Versuchspersonen dann in der Lage sicher *Transitive Logische Schlüsse alleine* auf Grund der (*räumlichen*) *Position* der einzelnen Objekte zu ziehen. ([365] & [726])

---

<sup>1</sup>) Kursiv & Unterstreichung von mir.

Weitere Psychologische Experimente zeigten, dass *Form & Reihenfolge* der Präsentation *logisch äquivalenter Prämissen* Einfluss auf das Problem-Lösungsverhalten von Versuchspersonen hat. So kommen Versuchspersonen mit *Isotropen Präsentations-Reihen*, in denen die *Richtung der Logischen Relationen* in den einzelnen Prämissen erhalten bleibt (z.B.  $A > B$ ,  $B > C$ ) besser zurecht als mit *Heterotropen Präsentations-Reihen*, in denen die *Reihenfolge der Prämissen inkongruent* zur *Logischen Anordnung* der Objekte ist (z.B.  $B > C$ ,  $A > B$ ) oder in denen die *Logischen Relationen* in *inkonsistenter Weise* präsentiert werden (z.B.  $A > B$ ,  $C < B$ ). Der höhere Schwierigkeits-Grad der Heterotropen Präsentations-Formen zeigt sich sowohl in der Genauigkeit der Ergebnisse wie auch in den Reaktionszeiten ([110] & [365]). “That human adults can solve these at all, at least in limited circumstances, is surely one of the clearest examples of thought in action. Yet the second form of presentation seems to derive from the subject’s grasp of *canonicity* of the series as expressed in the isotropic form : subjects solve heterotropic series ... by conversion and reordering procedures and frequently end up with an ordered isotropic series even when the predicates are indeterminate ([511]).” (McGonigle / Chalmers, [512], S. 248)

Ein weiteres Indiz für die *Raum-artige Repräsentation* nicht-räumlicher Beziehungen ist der *Symbol-Abstands-Effekt* bzw. *Inverse Abstands-Effekt*. Als *Symbol-Abstands-Effekt* bezeichnet man die *inverse Beziehung* zwischen der *Reaktions-Zeit* und dem *relativen Größen-Unterschied* zweier Entitäten beim *Mentalen Vergleichen* ([545]). Dieser Effekt ist für viele Forscher ein eindrucksvoller Beweis für die Tatsache, dass Menschen über ein *Analoges Repräsentations-System* in Form einer *Mentalen Geraden* verfügen, auf der sie Größen-Unterschiede zwischen Objekten *direkt ablesen* können ([756]).

Allerdings haben Kognitionswissenschaftler für alle auf „*Bild- bzw. Raum-artigen*“ *Strukturen bzw. Schemata* basierenden Modell-Ansätzen auch auf „*Sprach-artigen*“ *Strukturen* basierende Modell-Ansätze vorgeschlagen ([110]). Und zwar nicht nur für Repräsentations-Formen für Aufgaben des Logischen Schließens, sondern auch zur Repräsentation von Wissen im Allgemeinen. Der prominenteste Vertreter dieser Forschungs-Richtung ist *Zenon Pylyshyn*, welcher alle *Analogen Konzepte & Bildhaften Vorstellungen* für *epiphänomenal* hält. Nach *Zenon Pylyshyn* beruht die *wahre Sprache des Geistes* auf *nicht mehr weiter reduzierbaren Symbol-Manipulations-Operationen*, für welche es *per definitionem* keine explizite räumliche oder bildhafte Repräsentation geben kann ([636]).<sup>1</sup>  
( $\Rightarrow$  Kap. 6.1.5: S. 118 & 4.3.6.3: S. 43)

### 6.7.1 Der Nutzen Räumlicher Schemata im Abstrakten Denken

*Räumliche Schemata* wurden vermutlich erstmals zur Repräsentation *rein Räumlicher Sachverhalte* im Laufe der *Evolution* erworben. Dabei wurden solche Räumlichen Schemata wie *Lineare Anordnungen, Gerichtetheiten & Kognitive Landkarten* durch das *Beobachten* von *Objekt-Positionen & -Bewegungen* sowie der *Räumlichen Struktur der Umgebung* erlernt. Diese Räumlichen Schemata sind im Kognitions-Prozess nützlich, weil sie eine *Ordnungs-Struktur* haben. Um aber auch

<sup>1</sup>) McGonigle / Chalmers : “Spatial Representation as Cause & Effect” ([512]), pp 247 – 250



im Rahmen *Abstrakter Kognitions-Prozesse* von Nutzen zu sein, müssen die Räumlichen Schemata in anderen Kontexten benutzt werden als in denjenigen, für die sie ursprünglich im Laufe der Evolution erworben wurden. Dies erfordert aber ihre Übertragung in *abstrakte Entitäts-Bereiche*, welche sich grundlegend vom *Physikalischen Raum unterscheiden*.<sup>1</sup>

Räumliche Schemata werden in *Abstrakten Kognitions-Prozessen* prinzipiell zur Strukturierung von drei großen Kognitions-Bereichen benutzt, nämlich zur :

- Strukturierung von *Gedächtnis-Inhalten*
- Strukturierung von *Kommunizierten Informationen*
- Strukturierung von *Logischen Sachverhalten*

( [247], S. 2 )

### 6.7.1.1 Räumliche Schemata zur Strukturierung von Gedächtnis-Inhalten

Die *Räumlichen & Zeitlichen Beziehungen* zwischen erlebten *Ereignissen* sind insbesondere im *Episodischen Gedächtnis* ( ⇒ Kap. 6.4.9.1: S. 198 ) gespeichert und dieses Episodische Gedächtnis enthält auch den *Persönlichen Lebens-Lauf* eines Menschen ( ⇒ Kap. 6.4.9.3: S. 199 ), welcher u.a. einzelne *Orte* mit der *Ereignis-Struktur der Umgebung dieser Orte* verbindet ( [553] ). Und die Erfahrung des Erinnerens an einzelne Orte zeigt, dass der *Raum* ein *mächtigeres Hilfsmittel des Erinnerens* sein kann als die *Zeit* !

Dass dieses *Orts-Gedächtnis* auch als Hilfsmittel zur Erinnerung an nicht-räumliche Sachverhalte benutzt werden kann, zeigt die „*Orts-Methode*“ des Gedächtnis-Trainings ( *Method of Loci* ), bei welcher das Erinnern an die Reihenfolge von Entitäten dadurch erleichtert wird, indem man zum Behalten diese Entitäten einzelnen Orten im Raum zuordnet und zum Erinnern im Geiste von einem Ort zum anderen geht ( [12] & [822] ). Diese Methode hat sich als sehr effektives Hilfsmittel des Gedächtnis-Trainings erwiesen. Allerdings erfordert ihre Beherrschung ein spezielles Training.

Dies führt zu der Frage, ob die Verwendung adaptierter Räumlicher Schemata in Abstrakten Kognitions-Prozessen automatisch erfolgt oder ob sie erst explizit & mühevoll angepasst werden müssen, um anwendbar zu sein. Eine weitere Frage ist, wie oft Räumliche Schemata im Abstrakten Denken tatsächlich benutzt werden. Die Beantwortung dieser Fragen hängt aber insbesondere davon ab, ob *relevante Räumliche Ordnungs-Strukturen* in der kognizierten Umgebung bereits vorhanden sind oder ob diese entweder *intern* in Form von *Mentalen Anordnungen* ( *Mental Arrays* ) oder *Mentalen Modellen* oder *extern* in Form von *Diagrammen* oder anderen *Räumlichen Modellen* erst *explizit konstruiert* werden müssen.

Studien mit Ratten ( [661] ) und jungen Kindern ( [512], ⇒ Kap. 6.7.5.3: S. 243 ) zeigen, dass sowohl Menschen wie auch Tiere *Räumliche Anordnungs-Schemata* beim Erinnern von Element-Anordnungen ausnutzen, wenn solche *kongruenten Räumlichen Ordnungs-Schemata* in der *kognizierten Umgebung* explizit vorhanden sind.

---

<sup>1</sup> ) Merideth Gattis : „Space as a Basis for Abstract Thought“ ( [247] ), S. 2

*Räumliche Schemata* besitzen also eine *Ordnungs-Struktur*, deren Ausnutzung zur *Verbesserung von Gedächtnis-Leistungen* führt ([114]).<sup>1</sup>

### 6.7.1.2 *Räumliche Schemata zur Strukturierung Kommunizierter Informationen*

Die Ausnutzung der Ordnungs- & Beziehungs-Strukturen Räumlicher Schemata ist auch bei der *Strukturierung von Kommunizierten Informationen* von Vorteil. Beispielsweise werden Räumliche Schemata oft benutzt um *Gegensätze zwischen Entitäten oder Kategorien* zu repräsentieren. So bildet beispielsweise die *Asymmetrie des Menschlichen Körpers* (z.B. links – rechts) eine universelle Basis zur Kommunikation *Sozialer Konstrukte* wie gut – böse oder heilig – profane ([551]). Neuere *kultur-übergreifende Studien* Räumlicher Repräsentations-Systeme zeigen zwar, dass die Benutzung von Räumlichen Metaphern zum Ausdruck von Kontrast-Beziehungen innerhalb einer Kultur von deren Räumlichen Vorstellungen von oben – unten, vorne – hinten & links – rechts abhängig ist ([403]), aber die *Benutzung Räumlicher Bezugs-Systeme* scheint *vielen Kulturen gemeinsam* zu sein.

Darüber hinaus dienen Räumliche Schemata zur Repräsentation von *Kategorien, Gerichtetheiten* und vielen anderen Beziehungen ([428]). Diese Metaphern findet man sowohl in der *Sprachlichen Kommunikation* (z.B. Räumliche Metaphern für die Zeit; ⇒ Kap. 6.4.8: S. 188) wie auch in der *Visuellen Kommunikation* (z.B. Diagramme, Zeichnungen, Graphiken) oder in *Zeichen-Sprachen* ([178] / [248] / [258] / [403] / [770]).<sup>2</sup>

### 6.7.1.3 *Räumliche Schemata zur Strukturierung Logischer Sachverhalte*

Die Benutzung *Räumlicher Schemata* im *Logischen Schließen* ist deshalb von Vorteil, weil ihre *Struktur* zusammen mit dem *partiellen Wissen* über eine *Menge von Objekten* und deren *Beziehungen untereinander* die *Ableitung von Wissen* über weitere *unbekannte Objekte und / oder Beziehungen* erlaubt. Dies liegt daran, dass Räumliche Schemata durch *drei Struktur-Aspekte* charakterisiert sind, welche beim Logischen Schließen eine *entscheidende Rolle* spielen, nämlich die :

- Ordnung innerhalb einer Dimension
- Gerichtetheit innerhalb einer Dimension und die
- Beziehungen zwischen verschiedenen Dimensionen<sup>3</sup> ([249])

Schlussfolgerungen über die *Ordnungs-Beziehungen zwischen Elementen*, insbesondere über *Lineare Anordnungen* bzw. *Reihungen* sind eine weit verbreitete Form des *Logischen Schließens* wie das Beispiel der Einordnung von Individuen in die Hierarchie Sozialer Gruppen zeigt. Werden dabei die verschiedenen Elemente und ihre Beziehungen zueinander in *Mentalen Räumlichen Anordnungen* (*Mental Spatial Arrays*) abgebildet, so können die Logischen Schlussfolgerungen aus diesen direkt

---

<sup>1</sup>) Merideth Gattis : „Space as a Basis for Abstract Thought“ ([247]), pp 2 – 4

<sup>2</sup>) Merideth Gattis : „Space as a Basis for Abstract Thought“ ([247]), pp 4 – 5

<sup>3</sup>) Zur Definition eines allgemeinen Dimensions-Begriffs siehe Kap. 6.9.2: S. 273

abgelesen werden ([726], ⇒ Kap. 6.7.5.3: S. 243 ). Allerdings bleibt auch hier wie bei der Verwendung von Räumlichen Schemata zur Strukturierung von Gedächtnis-Inhalten ( Kap. 6.7.1.1: S. 228 ) die Frage offen, ob diese Räumlichen Schemata spontan benutzt werden oder nicht. Auch hier hängen Häufigkeit & Mühe ihrer Benutzung wiederum zum Teil davon ab, inwieweit Räumliche Ordnungs-Strukturen im Bereich der jeweiligen Aufgabenstellung bereits vorhanden sind. Klar ist jedoch, dass sowohl *Menschen* wie auch *Tiere* eine *ausgeprägte Fähigkeit* besitzen, *Kongruenzen zwischen Räumlichen & Logischen Strukturen* auszunutzen. Aber auch hier scheinen Auswahl & Anpassung geeigneter Räumlicher Strukturen herausfordernde Aufgaben zu sein. ([248], pp 5 – 6 )

Es stellt sich hiermit die grundsätzliche Frage : Sind *Räumliche Schemata* mächtige *Metaphorische Werkzeuge* des *Abstrakten Denkens* oder in der Tat *Interne Repräsentationen bzw. Mechanismen* zu dessen *Realisierung* ?

## 6.7.2 Räumliche Schemata – Metaphern oder Interne Kognitive Mechanismen ?

Innerhalb der *Kognitionswissenschaften* werden Räumliche Metaphern bereits seit den 1940-er Jahren erfolgreich angewandt. Beispiele hierfür sind *Semantische Räume* zur Modellierung von *Sprach-Verstehen & Klassifikation* ([192] / [439] / [576] ) oder *Zustands-Räume* zur Modellierung von *Problem-Lösungs-Prozessen* ([158] / [558] ). Aber die meisten dieser Metaphern wurden als *Werkzeuge zum Verstehen* Mentaler Prozesse vorgeschlagen und erheben keinerlei Anspruch dergestalt, dass die *Kategorisierung, Sprach-Verstehen & Problem-Lösung* zugrunde liegenden *Mentalen Prozesse* im wesentlichen eine *Räumliche Struktur* aufweisen !

Dagegen erheben Vertreter *Evolutions- & Körper-basierter Kognitions-Theorien* ( ⇒ Kap. 5.3: S. 78 ) wie *George Lakoff, Mark Johnson & Steven Pinker* die These, dass diejenigen *Kognitiven Strukturen*, welche im Laufe der *Evolution* zur *Kognition des Raumes*, zur *Navigation durch diesen Raum* sowie zur *Speicherung & Erinnerung von Informationen über den Raum* entwickelt wurden, *unentbehrliche Grundlagen* für die *abstrakteren Kognitiven Prozesse* bilden ([428] + [613] ) !

Im *Abstrakten Denken* spielen *Beziehungen zwischen Entitäten* eine große Rolle. Die zugehörigen *Kognitiven Prozesse* sind *Erlernen & Repräsentation von Beziehungen* sowie das *Relationale Schließen*. Diese Prozesse scheinen mehr als andere aus der Verwendung *Räumlicher Strukturen* Nutzen zu ziehen. Das ist nicht verwunderlich denn schließlich lässt sich der *Raum* als „Anordnung von Orten“ definieren, „welche in unveränderlicher relativer Position zueinander stehen, unabhängig davon, ob sich an diesen Orten Objekte befinden oder nicht“ ( Freksa, [215], S. 4 + [217], S. 382 ). Darüber hinaus können Räumliche Schemata eine enorme Vielzahl Abstrakter Strukturen & Konzepte repräsentieren. Dies legt nach *Merideth Gattis* nahe, dass *Räumliche Strukturen* nicht *bloße Metaphern* des *Abstrakten Denkens* sind, sondern dessen Basis bilden ! ([248], pp 6 – 7 )

### 6.7.3 Repräsentations-System-Typen für Räumliche Informationen

Bevor auf diese Vermutung weiter eingegangen wird, ist noch eine wichtige Unterscheidung zu treffen. Und zwar sind bei den *Systemen zur Repräsentation Räumlicher Informationen* drei Typen zu unterscheiden. Nämlich :

- Repräsentations-Systeme zur Speicherung Räumlicher Informationen im Gedächtnis
- Repräsentations-Systeme für Informationen des Räumlichen Denkens und
- Repräsentations-Systeme zur Externen Räumlichen Repräsentation von Informationen

Repräsentations-Systeme zur Speicherung Räumlicher Informationen im Gedächtnis sind Systeme zur Repräsentation von *Informationen über den Raum*, welche irgendwie „im Kopf“ enthalten sind, auf die aber nicht notwendigerweise bewusst zugegriffen werden kann oder die dem Bewusstsein zur Reflektion zur Verfügung stehen. Diese Informationen können in Form von *Logischen Ausdrücken, Relationen, Reiz-Reaktions-Assoziationen* oder in irgendeiner anderen Repräsentations-Form gespeichert sein.

Repräsentations-Systeme für Informationen des Räumlichen Denkens sind Systeme zur Repräsentation *Räumlichen Wissens*, welches Individuen für die *Reflektion & Manipulation* zum Zwecke des *Lösens Räumlicher Probleme* oder für *Bildhafte Vorstellungen des Raumes* direkt zur Verfügung steht.

Repräsentations-Systeme zur Externen Räumlichen Repräsentation von Informationen sind *Physikalische Systeme zur Externen Räumlichen Repräsentation von Informationen*, die sich eines beliebigen Repräsentations-Mediums bedienen können. Sie umfassen :

- 3-dimensionale Modelle
- 2-dimensionale Graphische Repräsentations-Formen und
- Formale Sprachen

( [455], pp 49 – 50 )

Da Letztere konkret fassbare Entitäten sind, soll im Folgenden als Erstes deren Nutzen für das Abstrakte Denken dargestellt werden.

### 6.7.4 Hilfsmittel zur Externen Räumlichen Repräsentation

#### 6.7.4.1 Räumliche Schemata in Graphischen Darstellungen

##### 6.7.4.1.1 Charakteristika Graphischer Darstellungen

*Graphische Darstellungen* repräsentieren *Qualitative & Quantitative Informationen* mittels *Natürlicher Korrespondenzen & Räumlicher Metaphern*, welche auf ihre *Graphischen Elemente* oder deren *Räumliche Anordnungen* angewandt werden. Grundsätzlich lassen sich zwei Typen von *Graphischen Darstellungen* unterscheiden, nämlich *Graphische Darstellungen*, welche *Sichtbare Objekte* darstellen wie z.B. *Bilder* oder *Landkarten* und *Graphische Darstellungen*, die Entitäten repräsentieren, welche im wesentlichen *nicht sichtbar* sind wie z.B. *Funktions-Graphen, Balken-/*

*Torten- & Netzwerk-Diagramme* ( [462] + [770] ). Letztere repräsentieren *Abstrakte Informationen* mit Hilfe von *Visuellen & Räumlichen Metaphern* und *Bild-Symbolen* ( *Figures of Depictions* ). Dabei profitieren diese Repräsentations-Formen von den umfangreichen menschlichen Erfahrungen der *Raum-Kognition* und des *Räumlichen Schließens*.

Alle *Graphischen Darstellungen* bestehen aus *Graphischen Elementen* ( z.B. *Piktogramme* bzw. *Bild-Symbole* ), eventuell deren *Räumlichen Eigenschaften* ( z.B. bei *Balken- & Torten-Diagrammen* ) und den *Räumlichen Beziehungen* zwischen diesen *Graphischen Elementen*. Dabei ist die Auswahl der *Graphischen Elemente* und ihre räumliche Anordnung keinesfalls willkürlich. Vielmehr ähneln *Piktogramme & Bild-Symbole* den *Objekten*, die sie repräsentieren oder sind die *Analoga derjenigen Physikalischen Geräte*, welche sie bezeichnen. Diese *Ähnlichkeiten & Analogien* basieren oft auf *Natürlichen Korrespondenzen & Räumlichen Metaphern* oder den *Prinzipien der Gestalt-Wahrnehmung*. Im Allgemeinen werden *Graphische Elemente* zur Repräsentation von *Objekten in der Welt* benutzt und *Räumliche Beziehungen* zur Repräsentation von *Beziehungen zwischen Objekten*. Eine bemerkenswerte Ausnahme ist die *Mathematik*, in der *Operator-Zeichen* wie „+“ und „-“ *Relationen* bezeichnen. Diese *Dichotomie in Elemente & Relationen* entspricht grob der *Unterscheidung* zwischen dem „*Was-System*“ & „*Wo-System*“ in der *Visuellen & Raum-Kognition* ( ⇒ Kap. 6.2.6: S. 125 ).<sup>1</sup>

#### 6.7.4.1.2 Räumliche Element-Anordnung & Informations-Repräsentation

Räumliche Anordnungen werden meistens dazu benutzt, um *Beziehungen der Nähe* zwischen *Abstrakten Entitäten* metaphorisch darzustellen. Dabei korrespondiert die *Räumliche Nähe* zur *Abstrakten Nähe* bezüglich einer *Nicht-räumlichen Entität* wie etwa der *Zeit* oder des *Wertes*. Dabei kann die *Räumliche Anordnung* verschiedene Arten *Konzeptueller Information* repräsentieren. Diese können wiederum :

- Kategoriale Informationen
- Ordnungs-Informationen
- Numerische Informationen oder
- Informationen über Zahlen-Verhältnisse

repräsentieren.

Kategoriale Informationen fassen *Objekte* mit *gleichen Eigenschaften* zu *Klassen* bzw. *Kategorien* zusammen. *Graphische Darstellungen* zu ihrer Repräsentation sind die *Prinzipien der Gestalt-Wahrnehmung*. *Räumliche Hilfsmittel* dazu sind die/das :

- Trennung von Worten durch Leerzeichen
- Einrücken bei Beginn eines neuen Paragraphen
- Anordnung zu Reihen & Spalten

---

<sup>1</sup>) Barbara Tversky : „Spatial Schemas in Depictions“ ( [770] ), pp 79 + 81 + 86 + 89

*Visuelle Hilfsmittel* sind :

- Klammern aller Art
- Trenn-Linien
- Umrahmungen
- Euler & Venn Diagramme
- Hervorhebung durch Farbe, Schattierung & Schrift-Typen

sowie die Verwendung von *Größe & Form*.<sup>1</sup>

Ordnungs-Informationen repräsentieren *Partielle* oder *Vollständige Ordnungs-Relationen*. In Graphischen Darstellungen können Ordnungs-Relationen z.B. durch :

- Räumliche Reihenfolge der Elemente
- Linien & Pfeile oder
- Tiefe der Einrückung  $\equiv$  Tiefe der Unterordnung

repräsentiert werden.<sup>2</sup>

Kategoriale Informationen & Ordnungs-Informationen stellen gewissermaßen gegensätzliche Informations-Arten dar, da *Kategorisierungen* einen *trennenden Charakter* und *Ordnungs-Beziehungen* einen *verbindenden Charakter* haben. Folglich sind *Visuelle Hilfsmittel*, die *Grenzen oder Behälter* anzeigen, natürliche Analoga für *Kategorien* während *Visuelle Hilfsmittel*, die *Verbindungen* anzeigen, natürliche Analoga für *Ordnung* sind.<sup>3</sup>

Numerische Informationen & Informationen über Zahlen-Verhältnisse repräsentieren *Distanz- & Verhältnis-Beziehungen*. Die bekanntesten Graphischen Darstellungen dieser Informations-Typen sind *Funktions-Graphen & Torten-Diagramme*. Diese schränken den Einsatz von Metaphern der Räumlichen Nähe mehr ein als dies Ordnungs-Relationen tun. Bei Graphischen Darstellungen, die *Numerische Informationen* repräsentieren, spielen die *Größe* von Graphischen Elementen und / oder die *Entfernungen* zwischen diesen eine wesentliche Rolle. Mehr Raum korrespondiert zu einem Mehr in der entsprechenden Werte-Dimension. In Graphischen Darstellungen, die *Informationen über Zahlen-Verhältnisse* repräsentieren, sind darüber hinaus auch die *Verhältnisse von Abständen, Flächen & Volumina* von Bedeutung.<sup>4</sup>

#### **6.7.4.2 Richtungs-Präferenzen in Graphischen Darstellungen**

Obwohl die Graphischen Elemente in einer Graphischen Darstellung im Prinzip in beliebigen Richtungen angeordnet werden können, sind in den meisten Graphischen Darstellungen die Elemente entweder *vertikal* oder *horizontal* angeordnet. Dies ist eine Parallele zur *Schrift*, welche auch entweder *senkrecht* oder *waagrecht* ge-

---

<sup>1</sup>) Barbara Tversky : „Spatial Schemas in Depictions“ ([770]), pp 89 – 94

<sup>2</sup>) Barbara Tversky : „Spatial Schemas in Depictions“ ([770]), pp 94 – 95

<sup>3</sup>) Barbara Tversky : „Spatial Schemas in Depictions“ ([770]), pp 96 – 98

<sup>4</sup>) Barbara Tversky : „Spatial Schemas in Depictions“ ([770]), pp 95 – 96

geschrieben wird. Die Gründe dafür liegen in der *Kognition der Welt in der wir leben*. Diese Welt hat zwei dominante Achsen :

- Die *Vertikale Achse* wird durch die *Gravitation* bestimmt, welcher alle Physikalischen Objekte auf der Erde gehorchen müssen.
- Die *Horizontale Achse* wird durch die *Erd-Oberfläche* bestimmt, die alle Objekte determiniert, welche schwerer als Luft sind und nicht fliegen können.

Deshalb werden in der *Visuellen Kognition des Raumes* die *Vertikalen & Horizontalen Achsen* bevorzugt ( [354] & [769] ).

Allerdings haben in Graphischen Darstellungen die Vertikalen & Horizontalen Achsen verschiedene Präferenz. Und zwar wird die *Vertikale Achse* eindeutig bevorzugt. Diese Präferenz hat ihre *Wurzel* in der *Physikalischen Umwelt* des Menschen ( [111] / [122] / [428] / [208] ). Einerseits ist die Vertikale Achse durch die *Gravitation* bestimmt und andererseits geht der Mensch *aufrecht*, ist also *vertikal* orientiert. Damit weist die Vertikale Achse eine *Natürliche Asymmetrie* auf, nämlich *Erd-Oberfläche & Himmel*, während die *Horizontale Achse* keine solche *Asymmetrie* aufweist. Diese *Dominanz der Vertikalen über die Horizontalen* wird in Graphischen Darstellungen durch die *Dominanz der Spalten über die Zeilen* widerspiegelt.

Die *Vertikale Richtung* wird auch von der *Natur* in vielen Fällen bevorzugt. Schließlich *wachsen* die *meisten Lebewesen* einschließlich des *Menschen* im Laufe der *Ontogenese* nach oben. Gesunde & glückliche Menschen *stehen gerade*, während kranke & traurige Menschen *zusammensinken oder flachliegen*. Folglich werden auf Grund der Lebenserfahrung *Größe, Gesundheit, Stärke & Sozialer Rang* mit „oben“ assoziiert. Dies spiegelt sich auch in der *Sprache* wider, in welcher Begriffe wie *mehr, besser & stärker* metaphorisch durch die *Aufwärts-Richtung* ausgedrückt werden, während Begriffe wie *weniger, schlechter & schwächer* mit der *Abwärts-Richtung* in Verbindung gebracht werden ( [111] / [122] / [428] ). Gleiches lässt sich auch für die *Gestik* zeigen. Folglich ist es auch kein Zufall, dass in Balken-Diagrammen & Funktions-Graphen Wachstum durch einen Anstieg von unten nach oben dargestellt wird.

Dagegen wird die *Horizontale Achse* in Graphischen Darstellungen gewöhnlich zur Repräsentation der *neutralen Dimension* – und das ist meistens die *Zeit* – benutzt. Meistens wird die *Unabhängige Variable* durch die *Horizontale Achse* repräsentiert, während die *Variablen, die Gegenstand des Interesses sind* – d.h. die *Abhängigen Variablen* – durch die *Vertikale Achse* dargestellt werden. Diese Darstellungsweise erlaubt es, die *Veränderungs-Raten* mittels der *Steigung* bzw. des *Anstiegs* von Linien zur repräsentieren ( [250] ). Obwohl Graphik-Konventionen festlegen, dass das Anwachsen einer Größe horizontal von links nach rechts dargestellt werden soll, scheint diese Konvention keine *Natürliche Korrespondenz* zu haben. Schließlich gibt es genauso viele *Schriften*, die *von rechts nach links* geschrieben werden wie *Schriften*, die *von links nach rechts* geschrieben werden. Aber *alle* beginnen *oben* !

Kultur-übergreifende Studien zeigen, dass Kinder & Erwachsene sowohl aus *Kulturen*, die *von links nach rechts schreiben*, wie auch aus *Kulturen*, die *von rechts nach links schreiben*, das *Anwachsen verschiedenster Größen* von *unten nach oben* darstellen, aber nie von *oben nach unten* ! Dagegen stellen *Angehörige beider Schrift-Kulturen* das *Anwachsen von Größen* gleich oft *von links nach rechts* wie auch *von rechts*

nach links dar ([771]). Ungeachtet der Tatsachen, dass die meisten Menschen *rechtshändig* sind und von „rechts“ abgeleitete Sprachliche Ausdrücke in den meisten Sprachen eine *positive Bedeutung* und von „links“ abgeleitete Sprachliche Ausdrücke eine *negative Bedeutung* haben, scheint die *Horizontale Achse* in Graphischen Darstellungen *neutral* zu sein.

Dagegen wird die *Horizontale Achse* von Kinder & Erwachsene bei der Darstellung der *Zeit* nicht bevorzugt. Sie bevorzugen vielmehr die *Richtung*, in der sie *schreiben*. Dies scheint darauf zurückzuführen zu sein, dass das *Schreiben* ein (*Zeitlicher*) *Prozess* ist. ([771])<sup>1</sup>

### 6.7.4.3 Funktionen Graphischer Darstellungen

Graphische Darstellungen haben viele Funktionen. Als *Visuospatiale Informations-Träger* kann die von ihnen repräsentierte *Information* mit Hilfe des *Visuospatialen Kognitions-Systems* direkt & schnell kogniziert & verarbeitet werden. Und dies gilt umso mehr, wenn ihre *Räumlichen Informations-Strukturen* die *Konzeptuellen Informations-Strukturen* widerspiegeln.<sup>2</sup>

Als *Externe Informations-Repräsentationen* entlasten sie das *Gedächtnis* und erleichtern *Kommunikation & Kooperation*, da sie gleichzeitig von mehreren Personen kogniziert werden können. Diese Funktion haben sie mit *Schriftlichen Aufzeichnungen* gemeinsam. Historisch sind Graphische Darstellungen sogar älter als die *Schrift*, wie Höhlen-Zeichnungen, Petroglyphen & Hand-Abdrücke belegen. Darüber hinaus bildeten sie sogar die *Grundlage der Schrift*, denn die ersten Schriften waren *Bilder-Schriften*. Ihre modernen Formen sind *Graphische Benutzer-Oberflächen* und *Interaktive 3 D-Computer-Graphiken & Animationen* bei der *Mensch-Computer-Kommunikation*.<sup>3</sup>

Darüber hinaus bilden (insbesondere *Computer-gestützte*) *Graphische Darstellungen* ein sehr mächtiges Werkzeug zur *Modellierung Konkreter & Abstrakter Welten*, wie Landkarten, Architektur-Zeichnungen, Chemische Struktur-Formeln, Schalt-Pläne, Organigramme, Daten-Fluss-Pläne und vieles mehr eindrucksvoll belegen. Entscheidend für ihre effektive & effiziente Nutzung ist die *Abstraktion* derjenigen *Merkmale & Strukturen* der *repräsentierten Objekte & Sachverhalte*, die zu ihrem *Verständnis* wesentlich sind sowie die *Elimination* alles dessen, was nur *mehr oder weniger zufälliges Beiwerk* ist ( $\Rightarrow$  E.R. Tufte : [761] / [762] / [763]). Die aktuellen Trends auf dem Gebiet der Computer-Graphik scheinen jedoch – zumindest teilweise – in die entgegengesetzte Richtung (d.h. soviel Details wie möglich) zu gehen.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup>) Barbara Tversky : „Spatial Schemas in Depictions“ ([770]), pp 99 – 102

<sup>2</sup>) Barbara Tversky : „Spatial Schemas in Depictions“ ([770]), S. 86

<sup>3</sup>) Barbara Tversky : „Spatial Schemas in Depictions“ ([770]), pp 80 – 83 + 102 – 106 + 109 – 110

<sup>4</sup>) Barbara Tversky : „Spatial Schemas in Depictions“ ([770]), S. 110



#### 6.7.4.4 Graphiken als Grundlage von Metaphern & Kognitiven Korrespondenzen

Ein Hauptzweck Graphischer Darstellungen ist die *Visuelle Repräsentation* von *Begriffen & Relationen*, die ihrem Wesen nach nicht visuell sind. Dies zeigt sich schon in den Schriften der Alten Ägypter & Sumerer, in denen schon ein Übergang von *Ikonischen Zeichen* zu *Ideographisches Zeichen* erfolgte. Während sich die Bedeutung der Ikonischen Zeichen durch die *Bildhafte Ähnlichkeit* zwischen dem die Bedeutung repräsentierenden Zeichen und dem von diesem Zeichen bezeichneten Objekt ergibt, repräsentieren Ideographische Zeichen ein *Attribut*, das mit dem Objekt *assoziiert* ist, dass sie als *Ikonische Zeichen* repräsentieren würden. Ein weiteres Beispiel sind *Schematische Zeichen* wie *Klammern & Linien*, die Ähnlichkeit mit *Physikalischen Behältern & Verbindungen* haben und auch *Zusammenfassungen & Verbindungen* symbolisieren. Schließlich repräsentieren die *Abstände in Räumlichen Beziehungen* auf natürliche Art & Weise *Distanzen in Abstrakten Beziehungen*.<sup>1</sup>

Und damit ist man wieder bei der Frage angelangt, ob *Räumliche Strukturen* bloß *Metaphern* des *Abstrakten Denkens* sind, oder dessen *Basis* bilden.

#### 6.7.5 Räumliche Schemata im Abstrakten Denken

##### 6.7.5.1 Die Begriffs-Metapher-Theorie

##### 6.7.5.1.1 Die Natur & Struktur von Metaphern

Die *Begriffs-Metapher-Theorie der Zeit* wurde bereits in Kap. 6.4.8 (S. 188) vorgestellt. Aber der Anspruch dieser Theorie reicht viel weiter. Ihre Grund-These besagt, dass *Metaphern* es uns erlauben, relativ *abstrakte* oder ihrem Wesen nach *unstrukturierte Entitäts-Bereiche* mit Hilfe von *konkreteren* oder doch zumindest *hoch-strukturierten Entitäts-Bereichen* zu verstehen ([427], S. 237). Dies gilt nicht nur für die *Zeit*, sondern auch für viele andere *Abstrakte Alltags-Begriffe* wie Zustände, Veränderungen, Ursachen & Zwecke ([427], S. 202).

*Metaphern* sind *Asymmetrische & Partielle Abbildungen* eines *Begriffs-Bereichs* – des *Urbild-Bereichs* (*Source Domain*) – in einen anderen *Begriffs-Bereich* – den *Bild-Bereich* (*Target Domain*). Sie bestehen aus festen Mengen *Ontologischer Korrespondenzen* zwischen den Entitäten des Urbild- & Bild-Bereichs. Werden diese Korrespondenzen aktiviert, so werden *Ableitungs-Muster* des Urbild-Bereichs in den Bild-Bereich *projiziert*, sodass *korrespondierende Ableitungs-Muster* im Bild-Bereich erzeugt werden.

Diese Metaphorischen Abbildungen gehorchen einem *Invarianz-Prinzip*, nach dem die *Bild-Schemata-Struktur* des Urbild-Bereichs auf den Bild-Bereich *projiziert* wird, welche *konsistent* mit der *Struktur des Bild-Bereiches* ist. Oder in den Worten von *George Lakoff*: “*Metaphorical mappings preserve the cognitive topology* (that is, the *image-schema structure*) of the *source domain*, in a way consistent with the *inherent structure* of the *target domain*.” ([427], S. 215)<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Barbara Tversky : „Spatial Schemas in Depictions“ ([770]), S. 111

<sup>2</sup>) Kursiv und Unterstreichung von mir.

Diese Metaphorischen Abbildungen sind aber *nicht willkürlich*, sondern basieren auf dem *Menschlichen Körper* sowie auf *Wissen & Erfahrung des Alltags*, insbesondere auf den Erfahrungen der *Raum-Kognition*. Oder wiederum in den Worten von *George Lakoff*: “Strictly speaking the spatialization of form hypothesis requires a *metaphorical mapping* from *physical space* into a »conceptual space«. Under this mapping, *spatial structure* is mapped into *conceptual structure*. More specifically, *image schemas* (which structure *space*) are mapped into the corresponding *abstract configurations* (which structure *concepts*).” ([426], S. 283)<sup>1+2</sup> bzw. mit den Worten von *Peter Gärdenfors*: “The *core hypothesis* ... is that a *metaphor* expresses an *identity in topological or geometrical structure* between *different domains*. A word that represents a *particular structure* in *one domain* can be used as a *metaphor* to express the *same structure* in *another domain*.” ([241], S. 176)<sup>3</sup>

### 6.7.5.1.2 Beispiele

Als Beispiel wurde in Kap. 6.4.8 (S. 188) bereits die „*Eine Liebes-Beziehung ist eine Reise*“-Metapher vorgestellt. Weitere Beispiele sind die „*Klassische Kategorien sind Behälter*“-Metapher und die „*Lineare Werte-Skalen sind Wege*“-Metapher. *Klassische Kategorien* werden metaphorisch durch Begriffe aus dem Bereich der *Behälter* beschrieben. Auf diese Weise wird die Logik der Behälter auf die Logik von Kategorien übertragen. So wie man z.B. in Behältern Elemente hineinlegen & herausnehmen kann, so kann man auch in Kategorien Elemente hinzufügen und entfernen. Oder so wie wenn ein Element, das in einem Behälter liegt, der in einem anderen Behälter liegt, auch in diesem umfassenden Behälter liegt, so ist ein Element, das in einer Kategorie enthalten ist, die in einer anderen Kategorie enthalten ist, auch in dieser umfassenden Kategorie enthalten. Auf diese Weise folgen die Logischen Eigenschaften von Kategorien aus den Topologischen Eigenschaften von Behältern sowie der Metaphorischen Abbildung der Behälter auf die Kategorien. Und solange die Topologischen Eigenschaften von Behältern durch die Metaphorische Abbildung erhalten bleiben, sind auch alle Logischen Schlüsse über Behälter auf Kategorien übertragbar.

Die „*Lineare Werte-Skalen sind Wege*“-Metapher bildet den Beginn eines Weges auf den kleinsten Wert einer Linearen Skala und die zurückgelegten Weg-Längen auf die Werte der Skala ab. Damit werden die Topologische Ordnung des Weges und Abstände zwischen beliebigen Orten auf dem Weg (d.h. seine *Bild-Schema-Struktur*) auf die Werte-Skala und die Abstände zwischen ihren einzelnen Werten übertragen. Damit lassen sich z.B. die Größen-Beziehungen zwischen den Werten der Skala direkt aus den Räumlichen Beziehungen zwischen den zu diesen Werten korrespondierenden Orten ablesen.<sup>4+5</sup>

---

<sup>1)</sup> Kursiv und Unterstreichung von mir.

<sup>2)</sup> George Lakoff: “The Contemporary Theory of Metaphor” ([427]), S. 237

<sup>3)</sup> Kursiv von mir.

<sup>4)</sup> George Lakoff: “The Contemporary Theory of Metaphor” ([427]), pp 210 – 211

<sup>5)</sup> Die Kognitive Basis dieser Begriffs-Metapher bildet der *Mentale Zahlen-Strahl*, siehe Kap. 6.10.4.1.3: S. 295

### 6.7.5.1.3 Die vier Ebenen der Metaphorischen Abbildung

Die *Abbildung Räumlicher Strukturen auf Nicht-Räumliche Strukturen* kann nach *Dedre Gentner* auf vier verschiedenen Ebenen erfolgen. Nämlich auf den Ebenen :

- Lexikalische Beziehungen
- Strukturelle Parallelität
- Kognitive Archäologie
- System-Abbildung

Diese vier Abbildungs-Ebenen determinieren einerseits den Umfang des Einflusses, welchen Vorstellungen des Physikalischen Raumes auf das Abstrakte Denken ausüben können und geben andererseits Hinweise auf die Ursprünge dieser Abbildungen. <sup>1</sup>

Lokale Lexikalische Beziehungen bilden die unterste Ebene Metaphorischer Abbildungen. Auf dieser Ebene existiert keine globale systematische Abbildung des Urbild-Bereichs in den Bild-Bereich, sondern die Metaphern sind vielmehr *Polysemien* und / oder *Homonymien* einzelner *Lexeme*. Diese Abbildung ist ausschließlich auf die *Lexikalische Ebene* der *Sprache* beschränkt, d.h. eine Abbildung zwischen *Strukturen* verschiedenen *Begriffs-Bereiche* findet nicht statt.

Haben sich *unabhängig voneinander* in zwei Begriffs-Bereichen *gleiche Beziehungs-Strukturen* entwickelt, so spricht man von einer Strukturellen Parallelität dieser beiden Begriffs-Bereiche ([547]). In diesem Fall haben die beiden Bereiche zwar gleiche Begriffs-Strukturen, aber keine dieser Begriffs-Strukturen ist von der anderen abgeleitet ! Die Metaphorische Abbildung nutzt dann die *Strukturellen Angleichungen* der Sprache aus, welche die beiden Begriffs-Bereiche beschreibt ([260] / [515]).

Wurde dagegen die Struktur eines Nicht-Räumlichen Begriffs-Bereichs ursprünglich aus dem Räumlichen Begriffs-Bereich *importiert*, hat sich aber zwischenzeitlich *selbständig* weiterentwickelt, so spricht man von Kognitiver Archäologie. Ein solcher Fall ist ein Indiz für die Bedeutung Räumlicher Modelle in der Geschichte der Sprach-Entwicklung. Die Metaphorische Abbildung nutzt dann diese *Archaischen Strukturen* aus. Im Allgemeinen ist aber heute der Rückgriff auf Räumliches Wissen nicht mehr erforderlich.

Wird dagegen ein *Abstrakter Begriffs-Bereich* erst mit Hilfe des besser & einfacher kognizierbaren *Raumes strukturiert*, d.h. zum Logischen Schließen in diesem Abstrakten Begriffs-Bereich wird systematisch auf Räumliche Struktur-Schemata zurückgegriffen, so spricht man von einer System-Abbildung des Raumes in diesen Abstrakten Begriffs-Bereich. In diesem Falle ist die Metaphorische Abbildung eine *globale Abbildung* vom *Raum* auf den *Abstrakten Begriffs-Bereich*. <sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Merideth Gattis : „Space as a Basis for Abstract Thought“ ([247]), pp 7 – 8

<sup>2</sup>) Dedre Gentner : “Spatial Metaphors in Temporal Reasoning” ([258]), S. 206

#### 6.7.5.1.4 Abstraktes Schließen ist Metaphorisches Räumliches Schließen

*Räumliches Schließen* ist durch die *Topologische Struktur* der *Bild-Schemata* determiniert. Bleibt diese Bild-Schema-Struktur in der Metaphorischen Abbildung erhalten, so lassen sich – wie die beiden Metaphern „*Kategorien sind Behälter*“ & „*Lineare Werte-Skalen sind Wege*“ zeigen, *Abstrakte Schlüsse* in den Bereichen der Kategorien bzw. Linearen Werte-Skalen als Metaphorische Versionen von *Räumlichen Schlüssen* in den Bereichen Behälter bzw. Wege auffassen. Da auf Grund des *Invarianz-Prinzips* die *Bild-Schema-Struktur* durch die Metaphorische Abbildung immer erhalten bleibt, zieht *George Lakoff* folgende weitreichende Schlüsse: “The Invariance Principle raises the possibility that a great many, if not all, *abstract inferences* are actually *metaphorical versions of spatial inferences* that are inherent in the *topological structure of image-schemas*.” ([427], S. 213) und “*Abstract reasoning* is a *special case of image-based reasoning*. Image-based reasoning is fundamental and abstract reasoning is image-based reasoning under metaphorical projections to abstract domains.” ([427], S. 229)<sup>1</sup>

#### 6.7.5.2 Modellierung Nicht-Räumlicher Begriffe durch Räumliche Strukturen

In Kap. 6.7.4 (S. 231) wurden *Graphische Darstellungen* als *Hilfsmittel zur Externen Räumlichen Repräsentation* von Abstrakten Sachverhalten vorgestellt. Das Verständnis solcher Graphischer Darstellungen erfordert die *Abbildung* von *Abstrakten Begriffs-Systemen* auf *Räumliche Strukturen* durch die Herstellung von *Korrespondenzen* zwischen *Abstrakten Konzepten* und *Räumlichen Schemata*.

Zahlreiche Befunde in *Linguistik, Semiotik, Kognitiver & Entwicklungs-Psychologie* belegen, dass es *vier Arten* dieser *Kognitiven Abbildungs-Prozesse* gibt.

Diese sind :

- Bildhafte Ähnlichkeiten (Iconicity)
- Attributive Ähnlichkeiten (Assoziationen)
- Polare Ähnlichkeiten (Polaritäten) und
- Strukturelle Ähnlichkeiten

( [248], S. 224 )

##### 6.7.5.2.1 Bildhafte Ähnlichkeiten (Iconicity)

Haben die *Räumliche Repräsentation* und das *repräsentierte Objekt* bestimmte *Kognizierbare Merkmale* wie *gleichartige Komponenten* oder *gleichartige Beziehungen* zwischen ihren Komponenten gemeinsam, so spricht man von *Bildhafter Ähnlichkeit* (*Iconicity*). Diese Bildhafte Ähnlichkeit ist ein *Partieller Isomorphismus* zwischen *Repräsentation & Repräsentiertem*, der einerseits die *Freiheits-Grade* der *Räumlichen Repräsentation* beschränkt, aber andererseits alle Vorteile des *Visuospatialen Kognitions-Systems* zum Erkennen & Verarbeiten von Bildern für

---

<sup>1</sup>) Kursiv von mir.

*Logische Schlussfolgerungen* ausnutzt ([361]). Ein bekanntes Beispiel Bildhafter Räumlicher Repräsentationen sind *Zeichnungen* von Materiellen Objekten.

Diese Kognitiven Fähigkeiten wurden bei der Erfindung der ersten *Schrift-Vorläufer* benutzt, welche zur Bezeichnung von Objekten *Stilisierte Bilder* als *Ikonische* bzw. *Piktographische Zeichen* (*Piktogramme*) benutzten, welche den bezeichneten Objekten ähnlich sind ([231] & [361]). Und obwohl diese Bilder-Schriften zwischenzeitlich durch auf Laut-Repräsentationen basierenden Buchstaben-Schriften abgelöst wurden, erlebten sie auf Grund ihre leichten Verständlichkeit in Form von Internationalen Zeichen-Systemen auf Bahnhöfen & Flughäfen, an Fern-Straßen und in Touristen-Zentren im 20. Jahrhundert eine Renaissance ([770]).

Aber die bekanntesten & variationsreichsten Beispiele auf Bildhafter Ähnlichkeit beruhender Graphischer Darstellungen sind *Landkarten*. Diese unterstreichen eindrucksvoll das mit Hilfe von Bildhaften Ähnlichkeiten nicht nur einzelne Objekte repräsentiert werden können, sondern auch ganze Objekt-Mengen sowie der Räumlichen Beziehungen zwischen diesen ([455]).<sup>1</sup>

#### 6.7.5.2.2 **Attributive Ähnlichkeiten (Assoziationen)**

Schon in den Frühen Hochkulturen stiegen die Anforderungen an die Schriftlichen Aufzeichnungen derart, dass die Möglichkeiten der auf Bildhaften Ähnlichkeiten beruhenden Bilder-Schriften nicht mehr ausreichten. Um beispielsweise *Eigenschaften von Objekten* zu repräsentieren, ging man dazu über, diese durch Piktogramme der mit diesen Eigenschaften *assoziierten Objekte* darzustellen ([231] & [361]). So wird z.B. im *Chinesischen* „Helligkeit“ durch die Symbole für Sonne & Mond dargestellt ([193]) oder in der *Ägyptischen Hieroglyphen-Schrift* wurde „kühl“ mit Hilfe des Bildes des aus einem Gefäß fließenden Wassers dargestellt ([231]). Die Ähnlichkeit zwischen Zeichen & Bezeichnetem ist also eine *Ähnlichkeit der Attribute* bzw. *Eigenschaften*. Diese Symbole nennt man *Ideographische Zeichen* oder kurz *Ideogramme*. Auf diese Weise konnte man *Begriffe*, *Eigenschaften* und andere *Abstraktionen* schriftlich darstellen. So werden etwa Handlungen oder Ereignisse oft mit den Orten oder Plätzen assoziiert, an denen sie stattfinden, z.B. „Kirche“ ≡ „Beten“.

Das solche *Assoziationen* auf *Kognitiven Erfahrungen* beruhen, zeigen Studien mit Kindern & Erwachsenen. So interpretieren beispielsweise Kinder häufig bestimmte Merkmale von Zeichnungen – z.B. *Spitze Winkel* – mit Taktilen & Kinästhetischen Qualitäten – z.B. *stechende Gegenstände* ([801]).

Ein weiteres Beispiel für solche *Natürlichen Assoziationen* sind die *Konventionen* zur Darstellung von *Abstrakten Sachverhalten* in *Graphischen Darstellungen*. Wie in Kap. 6.7.4.2 (S. 233) beschriebene Experimentelle Befunde zeigen, assoziieren Erwachsene Relationale Ausdrücke wie *oberhalb* & *unterhalb*, *besser* & *schlechter* und *mehr* & *weniger* mit *Vertikalen Linien*, aber nicht mit *Horizontalen Linien*, indem sie den *ersten Ausdruck* jedes Paares oben einordnen und den *zweiten Ausdruck* jedes Paares unten ([306] / [771]).<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Merideth Gattis : “Constraints on Mapping Conceptual & Spatial Schemas” ([248]), pp 224 – 225

<sup>2</sup>) Merideth Gattis : “Constraints on Mapping Conceptual & Spatial Schemas” ([248]), pp 225 – 227

### 6.7.5.2.3 Polare Ähnlichkeiten (Polaritäten)

Viele Kognitive & Begriffliche Dimensionen<sup>1</sup> haben eine *Polare Organisationsstruktur*. Ein einfaches Beispiel einer solchen Struktur ist ein *Kontinuum mit asymmetrisch gewichteten Enden*. Solche gegensätzlich bzw. asymmetrisch strukturieren Begrifflichen Dimensionen sind wahrscheinlich am besten bekannt durch das *Linguistische Phänomen* der *Polaren Gradierung* ([680]) bzw. *Markierung* ([110] & [288]). Wenn beispielsweise zwei Adjektive gegensätzliche Charakteristika entlang einer Begrifflichen Dimension beschreiben, wie etwa „gut“ & „böse“, dann bezeichnet einer dieser Ausdrücke gewöhnlich sowohl die *gesamte Dimension*, d.h. „die Gutheit“, wie auch ein *bestimmtes Ende* dieser Dimension. Dieser Ausdruck wird als *Unmarkierter Ausdruck* bezeichnet. Der andere Ausdruck dagegen bezeichnet nur ein *bestimmtes Ende* dieser Dimension. Beispielsweise bezeichnet „böse“ nicht eine „gut“ & „böse“ umfassende Begriffliche Dimension, sondern nur die verschiedenen Grade des Böse seins. Dieser Ausdruck wird der *Markierte Ausdruck* genannt, weil seine Bedeutung nur durch Bezug auf den Unmarkierten Ausdruck verstanden werden kann. Die hervorstechendste Eigenschaft Polarer Ausdrücke ist ihre *Valenz* bzw. *Wertigkeit*. Der *Unmarkierte Ausdruck* hat gewöhnlich eine *positiven oder neutrale Wertigkeit*, während der *Markierte Ausdruck* eine *negative Wertigkeit* besitzt.

Diese Asymmetrie von Linguistischen Strukturen basiert auf den *Asymmetrien des Kognitiven Raumes*, insbesondere auf den *Asymmetrien des Menschlichen Körpers* und seiner *Bewegungen* durch den *Raum*. Der *Kognitive Raum* ist durch *drei Bezugs-Achsen* bzw. *Ebenen* repräsentiert, von denen zwei *asymmetrisch* sind, nämlich *oben – unten* und *vorne – hinten*. Nur die *links – rechts Achse* wird als *symmetrisch* kogniziert. Nach *H.H. Clark* wird „vorne“ als *positiv* empfunden, weil es die *Richtung* ist, in der man sich *bewegt*, und in welche die meisten *Sinnes-Organe* orientiert sind. Gleichermäßen wird „oben“ als *positiv* empfunden, weil „oben–unter“ die *Natürliche Orientierung des Körpers* sowie die *vorherrschende Richtung* aller beobachteten *Physikalischen Bewegungen* ist. ([110] / [111] / [428] / [770] & Kap. 6.7.4.2: S. 233).

Diese Asymmetrie des Kognitiven Raumes wird auch durch *Empirische Psychologische Befunde* belegt. So können Versuchspersonen nach dem Lesen kurzer Erzählungen *Objekte*, die sich nach diesen Erzählungen *vor ihnen* befinden schneller identifizieren als solche, die sich *hinter ihnen* befinden ([86]). Diese *Sensitivität* für die *Polare Organisation* von *Kognitiven & Linguistischen Dimensionen* wird schon früh in der *Menschlichen Entwicklung* beobachtet. So bevorzugen zwei Jahre alte Kinder die *Organisation entlang Kognitiver Dimensionen* während ältere Kinder & Erwachsene die *Organisation entlang Linguistischer Dimensionen* bevorzugen. Dies zeigt, dass die *Polaren Ordnungs-Strukturen* die Basis für *Dimensions-übergreifende Abbildungen* sein können. Diese Befunde sind besonders für das *Logische Schließen* mit Hilfe von *Räumlichen Repräsentationen* wie *Bildern, Funktions-Graphen & Diagrammen* von Bedeutung, welche oft *Abbildungen Nicht-Räumlicher Begriffs-Dimensionen auf Raum-Dimensionen* beinhalten ([243]).

---

<sup>1</sup>) Zur Definition eines allgemeinen Dimensions-Begriffs siehe Kap. 6.9.2 (S. 273)

*Polare Ähnlichkeit* ist also eine *Ähnlichkeit der Valenz & Gerichtetheit*. Damit ist *Polarität* eine wichtige Randbedingung, welche die Freiheits-Grade der *Abbildung Begrifflicher Schemata auf Räumliche Schemata* beschränkt. <sup>1</sup>

#### 6.7.5.2.4 Strukturelle Ähnlichkeiten

Haben die *Räumliche Repräsentation* und das *repräsentierte Objekt* die gleiche *Relationale Struktur*, so spricht man von *Struktureller Ähnlichkeit*. Dabei bildet die *Struktur-erhaltende bzw. Strukturelle Abbildung* :

- Elemente auf Elemente
- Relationen auf Relationen und
- Relationen Höherer Ordnung auf Relationen Höherer Ordnung

ab. Solche *Strukturellen Abbildungen* bilden die *Theoretische Basis* für die Beschreibung von *Analogien* ([256]).

Psychologische Experimente mit Erwachsenen zeigen, dass diese neuartige *Räumliche Schemata* dergestalt interpretieren, indem sie *Physikalische Objekte* auf *Begriffliche Elemente* und *Räumliche Beziehungen* auf *Begriffliche Beziehungen* abbilden ([248]). Diese Befunde korrespondieren zu Befunden aus der Analyse von *Zeichensprachen*, in denen ebenfalls *Objekte oder Akteure* durch *Orte im Raum* und *Beziehungen zwischen Objekten bzw. Akteuren* durch *Bewegungen zwischen Orten* repräsentiert werden ([178]), sowie der Analyse von *Graphischen Darstellungen*, in denen *Begriffliche Elemente* durch *Graphische Elemente* und *Begriffliche Beziehungen* durch *Räumliche Beziehungen* repräsentiert werden ([770] & Kap. 6.7.4: S. 231).

Darüber hinaus zeigen Psychologische Experimente mit Kindern, dass die *Abbildung Begrifflicher Strukturen auf Räumliche Strukturen* davon abhängig ist, ob eine *Relation* als *Beziehung zwischen Elementen* oder als *Beziehung Höherer Ordnung* eingeführt wird. So bilden schon Kinder, denen *Graphische Darstellungs-Konventionen* unbekannt sind, *Begriffliche Beziehungen* (z.B. Alter & Menge) auf *Räumliche Beziehungen* (z.B. Höhe & Länge) und *Begriffliche Beziehungen Höherer Ordnung* (z.B. Wachstums-Raten) auf *Räumliche Beziehungen Höherer Ordnung* (z.B. Anstiege bzw Steigungen) ab ([248]). <sup>2</sup>

#### 6.7.5.2.5 Das Zusammenspiel der Ähnlichkeiten

*Bildhafte, Attributive, Polare & Strukturelle Ähnlichkeiten* können miteinander kooperieren, konkurrieren oder in *Konflikt* stehen. Die einfachste Möglichkeit ist nach *Merideth Gattis*, dass sie zueinander *additiv* sind, d.h. je mehr verschiedene *Ähnlichkeits-Typen* in einer *Abbildung* vorhanden sind, umso leichter ist eine *Repräsentation* zu verstehen. Stehen jedoch zwei *Ähnlichkeits-Typen* in einer

---

<sup>1</sup>) Merideth Gattis : “Constraints on Mapping Conceptual & Spatial Schemas” ([248]), pp 227 – 230

<sup>2</sup>) Merideth Gattis : “Constraints on Mapping Conceptual & Spatial Schemas” ([248]), pp 231 – 242

Abbildung in *Konflikt* zueinander, so wird ein Ähnlichkeits-Typ über den anderen *dominieren*. Diese Domination kann *Kontext-abhängig* sein. Wenn beispielsweise das Erkennen von Relationen Höherer Ordnung zur Lösung einer Aufgabe wichtig ist, so wird die Strukturelle Ähnlichkeit höher gewichtet werden. Sind dagegen die Beziehungen innerhalb einer Dimension für die Lösung einer Aufgabe von Bedeutung, so werden Polare Ähnlichkeiten eine größere Rolle spielen. Eine dritte Möglichkeit ist nach *Merideth Gattis*, dass diese vier Ähnlichkeits-Typen eine *Hierarchische Ordnung* bilden, etwa mit der *Bildhaften Ähnlichkeit* auf der *untersten Stufe* und der *Strukturellen Ähnlichkeit* auf der *obersten Stufe*.

Nach *Merideth Gattis* hat es den Anschein, dass bei der Abbildung Begrifflicher Strukturen auf Räumliche Strukturen die Beziehungen zwischen den verschiedenen Ähnlichkeits-Typen genauso vielfältig sind, wie es die Beziehungen zwischen diesen Ähnlichkeits-Typen beim *Analogen Schließen* sind ([348]). Die Beziehungs-Struktur kann also sowohl additiv, Kontext-abhängig & hierarchisch sein. Das ist u.a. deshalb naheliegend, weil die Wirkung eines Ähnlichkeits-Typs von der Wirkung eines anderen Ähnlichkeits-Typs abhängig sein kann. Beispielsweise erfordert die Strukturelle Ähnlichkeit in Graphischen Darstellungen die Abbildung von Wachstums-Raten auf Steigungen bzw Anstiege, legt aber nicht fest, wie dies im Einzelnen geschehen soll. Dies wird durch die Polare Ähnlichkeit bestimmt, welche die Abbildung der bewerteten bzw markierten Enden des jeweiligen Kontinuums aufeinander fordert, also „schneller“ auf „steiler“ und „langsamer“ auf „flacher“. <sup>1</sup>

#### **6.7.5.2.6 Befunde der Entwicklungs-Psychologie**

Psychologische Experimente zeigen, dass Kinder auf *Bildhaften Ähnlichkeiten* basierende Metaphern *früher* erkennen können als auf *Strukturellen Ähnlichkeiten* beruhende Metaphern. Diese Befunde zeigen, dass sowohl im *Analogen Schließen* wie auch im *Räumlichen Schließen* die Benutzung von *Bildhafter Ähnlichkeit* früher im Entwicklungs-Prozess auftritt als das Benutzen von *Strukturellen Ähnlichkeiten* ([257] & [770]). <sup>2</sup>

#### **6.7.5.3 Die Rolle Räumlicher Repräsentationen im Transitiven Schließen**

Während in den beiden vorhergehenden Kapiteln das *Abstrakte Schließen als Metaphorisches Räumliches Schließen* und die *Modellierung Nicht-Räumlicher Begriffe durch Räumliche Strukturen* im Allgemeinen beschrieben wurde, soll nun auf die *Rolle Räumlicher Repräsentationen im Transitiven Schließen* ausführlicher eingegangen werden.

---

<sup>1</sup>) Merideth Gattis : “Constraints on Mapping Conceptual & Spatial Schemas” ([248]), pp 242 – 244

<sup>2</sup>) Merideth Gattis : “Constraints on Mapping Conceptual & Spatial Schemas” ([248]), S. 244



### 6.7.5.3.1 Der Ansatz der Klassischen Logik & Künstlichen Intelligenz-Forschung

„Seit Jahrtausenden haben die Menschen über die ihnen eigene Fähigkeit des Denkens reflektiert. Man hat dabei erkannt, dass Rationales Denken offenbar gewissen Gesetzmäßigkeiten unterworfen ist. Seit 2300 Jahren bezeichnet man ... dasjenige Gebiet in der abendländischen Wissenschaft, das durch das Bemühen charakterisiert ist, diesen Gesetzmäßigkeiten auf die Spur zu kommen,“ als Logik. „Als ihr Begründer gilt *Aristoteles* ([der] »Vater der Logik«) im 4. Jh. v. Chr.. Denken manifestiert sich in Sprache. ... Deshalb haben sich die Logiker vorwiegend mit sprachlichen Strukturen beschäftigt (griechisch: *logos* = Wort, Sprache, Gedanke, Begriff, Vernunft, Sinn), obwohl es ihnen letztlich um die inneren Strukturen des Denkens geht. Bei dieser Beschäftigung geht es der Logik ... auch um eine für das Denken möglichst charakteristische sprachliche Darstellung, einer *lingua characteristica*, in der sich die erkannten Strukturen möglichst klar widerspiegeln. Es war [Gottfried Wilhelm] *Leibniz* im 17. Jh., der die Vision entwarf, man könne für eine solche *characteristica universalis* ein System von Regeln, einen Kalkül entwickeln, der die Gesetzmäßigkeiten des [R]ationalen Denkens sprachlich realisiert, weshalb er ihn *calculus ratorator* nannte. ... Etwa ab Mitte des [19.] Jahrhunderts hat die Logik einen enormen Aufschwung erfahren. ... Dieser Aufschwung erreicht einen ersten Höhepunkt in der Entwicklung des Prädikaten-Kalküls durch [Gottlob] *Frege* in seiner *Begriffsschrift* im Jahre 1879 ([214]). ... [Von dieser] führt ein direkter Weg ... über die Entdeckungen der großen Logiker der ersten Jahrzehnte [des 20.] Jahrhunderts hin zu der Idee des universellen, programmierbaren Rechners, die in unseren heutigen Computern verwirklicht ist. Umgekehrt hat dieses Super-Werkzeug Computer die Idee der Mechanisierung unseres [R]ationalen Denkens erst so recht beflügelt, weil ihre Realisierung nun in greifbare Nähe gerückt zu sein scheint. Schon 1945 hat sich [Konrad] *Zuse* mit seinem *Plan-Kalkül* hierüber erste Gedanken gemacht.“ (Bibel, [47], pp 99 – 100)<sup>1</sup> So hat sich dann auch die *Künstliche Intelligenz-Forschung* (KI) ausführlich mit der Formalisierung des Rationalen Denkens beschäftigt. Die Künstliche Intelligenz-Forschung erhebt sogar den Anspruch, das Phänomen der *Intelligenz* mit den Mitteln der *Computer-Wissenschaft* zu erklären ([813]).

Den Kern dieses Ansatzes bilden also *Kalküle der Formalen Logik*, die aus einem *Formalen System* von *Grund-Zeichen* und *Regeln zur Gewinnung & Erzeugung von Logisch Wahren Aussagen & Sätzen* auf Grund von *Logischen Schlussfolgerungen* bestehen. Diese Kalküle lassen sich z.B. mit Hilfe der KI-Programmiersprache PROLOG in Form von „*Kognitiven Modulen*“ realisieren, welche dann aus *Aussagen über Transitive Relationen* die möglichen *Transitiven Schlüsse* ableiten können.

### 6.7.5.3.2 Logisches Denken & Visuospatiale Kognition

Denk-Psychologische Experimente zum *Logischen Denken* haben aber zwischenzeitlich gezeigt, dass Menschen bestimmte *Transitive Schlussfolgerungen* schneller & genauer ableiten können als andere ([110] / [365] / [509] / [510] / [726]). Die von der Künstliche Intelligenz-Forschung entwickelten *Modelle des Logischen Schließens* konnten dieses Verhalten aber nicht erklären. Verschiedene Kognitionswissenschaftler haben deshalb vorgeschlagen, dass das Kognitive System des *Visuospatialen Denkens*

---

<sup>1</sup>) Eckige Klammern [ ] und Kursiv-Schreibung von Personen & „Plan-Kalkül“ von mir.

eine ökonomische Basis für die *Logik des Transitiven Schließens* liefern könne ([246]). Das *Visuospatiale Kognitions-System* ist in der Lage *Räumliche Relationen* wie „oberhalb“ & „größer als“ effektiv & effizient zur berechnen. Und viele dieser Relationen sind *transitiv*! Dabei ist zu beachten, dass das Visuospatiale Kognitions-System, das diese *Logischen Relationen* aus *Visuellen Informationen* berechnet, dieses *Wissen implizit* enthalten muss. Schließlich sind *Visuelle Informationen* ihrem Wesen nach *Analoge Informationen*! Enthält ein Bild z.B. die Räumlichen Beziehungen zwischen drei Objekten, wie etwa „A ist überhalb von B“ und „B ist überhalb von C“, so enthält es notwendigerweise auch die Räumliche Information „A ist überhalb von C“. Deshalb ist die *Ableitung Räumlicher Relationen aus Visuospatialen Informationen* eigentlich keine Ableitung sondern einfach eine *Beobachtung*! Auf Grund von zahlreichen *Empirischen Befunden* haben Kognitionswissenschaftler vorgeschlagen, das Menschen *Transitive Relationen* durch das *Ausnutzen* der Eigenschaften von *Mentalen Räumlichen Anordnungen* ableiten. ([365] / [510] / [726] / [738] / [739] / [755] )

Diese *Mentale Anordnungs-Hypothese* wird durch die Beobachtung des *Inversen Abstands-Effekts* bzw. *Symbol-Abstands-Effekts* gestützt, welcher allgemein beim Ableiten Transitiver Schlüsse in Ordnungs-Relationen zwischen 4 – 16 Elementen beobachtet wird. Dieser besagt, dass Versuchspersonen umso *schneller* entscheiden können, welches von zwei Elementen das Größere oder Kleinere ist, je *weiter voneinander entfernt* diese beiden Elemente in einer *Geordneten Reihe* sind. Dieser Effekt lässt sich einfach durch das *direkte visuelle Ablesen* der Elemente in einer *Mentalen Anordnung* oder in einer *Monoton Geordneten Reihe* erklären, hat aber in einem *System Logischer Ableitungs-Regeln* keine einfache Erklärung. ([346] / [512] / [631] / [632] / [816] )<sup>1+2</sup>

### 6.7.5.3.3 Ein Integriertes Modell des Transitiven Schließens

Allerdings geht das *Logische Denken* aber auch weit über die Benutzung *Räumlicher Schemata* hinaus. So spielen auch *Linguistische Phänomene* wie *Negation & Markierung* ( $\Rightarrow$  Kap. 6.7.5.2.3: S. 241) beim *Transitiven Schließen* eine Rolle und Empirische Befunde mit Vorschul-Kindern & Patienten mit Hirn-Schäden zeigen, dass auch *Kapazitäts-Grenzen des Arbeits-Gedächtnisses* Einfluss auf das *Transitive Schließen* haben. ([110] / [304] / [738] / [739] / [791] )<sup>3</sup>

*John E. Hummel & Keith J. Holyoak* haben deshalb ein *Integriertes Prozess-Modell des Transitiven Schließens* einwickelt, welches sowohl ein *Modell des Analoges Schließens* ([358]) wie auch ein auf Prozessen der Gestalt-Wahrnehmung & Objekt-Erkennung ([356]) beruhendes *Mentales Anordnungs-Modell* enthält. Nach ihren Aussagen ist dieses Modell das *erste Algorithmische Prozess-Modell des Transitiven Schließens*, welches ein solches *Räumliches Anordnungs-Modell* enthält.<sup>4</sup>

---

<sup>1)</sup> J.E. Hummel / K.J. Holyoak : “A Process Model of Human Transitive Inference” ([359]), pp 279 – 280  
William A. Roberts : “Spatial Representation and the Use of Spatial Codes in Animals” ([661]), S. 39

<sup>2)</sup> Man vergleiche hierzu Kap. 6.10.4.1.3 : Der Mentale Zahlen-Strahl ( S. 295 )

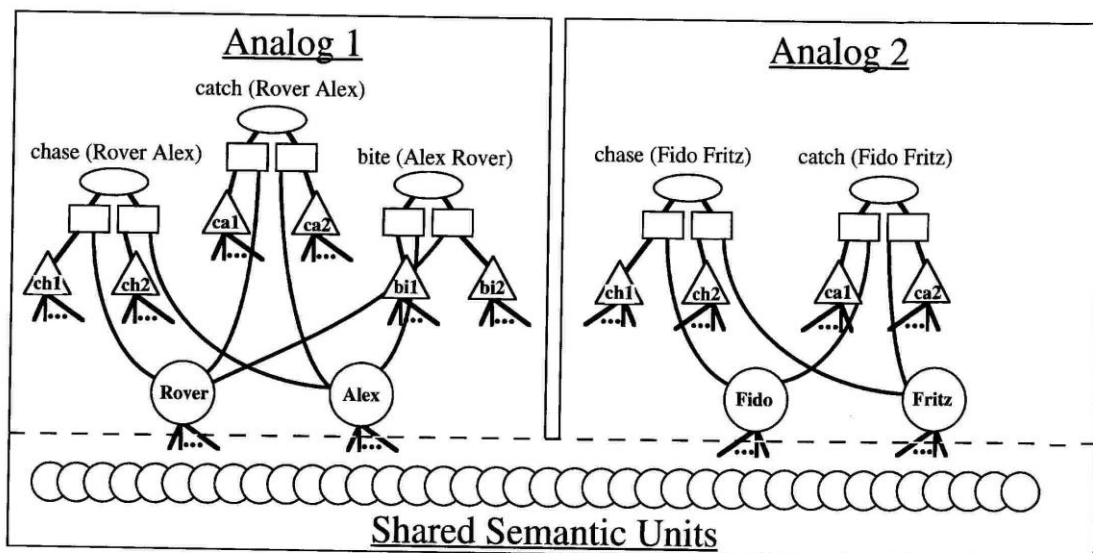
<sup>3)</sup> J.E. Hummel / K.J. Holyoak : „A Process Model of Human Transitive Inference“ ([359]), S. 281

<sup>4)</sup> J.E. Hummel / K.J. Holyoak : „A Process Model of Human Transitive Inference“ ([359]), S. 301

Das *Modell des Analogen Schließens* (Learning & Inference with Schemas & Analogies / LISA ) enthält *Prozeduren* zum :

- *Auffinden* von im *Lang-Zeit-Gedächtnis* gespeicherten *Informationen*, die zu vorgegebenen *Problemen* oder *Situationen* analog sind ;
- *Bestimmen* von *Korrespondenzen* zwischen den *Elementen & Relationen* der *neuen & gespeicherten Informationen* ;
- *Ableiten* von *Schlussfolgerungen* aus den *neuen Informationen*, basierend auf *Analogien* zu *Schlussfolgerungen* aus den *gespeicherten Informationen* ;
- *Ableiten* von *neuen Schemata* durch *Verallgemeinerung* der *neuen & gespeicherten Informationen* ;

Diese *Prozeduren* sind durch *Logische Relations-Schemata* ( ⇒ Kap. 6.1.5: S. 118 ) realisiert, welche ihrerseits durch *Konnektionistische Strukturen* ( ⇒ Kap. 6.6.3: S. 213 ) implementiert sind. ( [345] & [358] )<sup>1</sup>

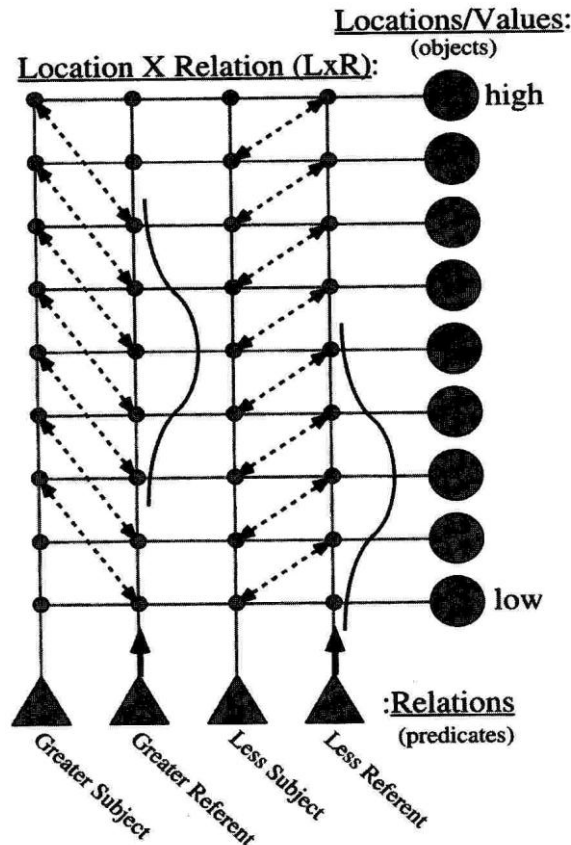


( aus *A Process Model of Human Transitive Inference*, [359], Figure 11.2, S. 286 )

Figure description : Illustration of the representation of whole analogs in LISA's long-term memory. Analog 1 states that Rover chased Alex, Rover caught Alex, and Alex bit Rover. Analog 2 states that Fido chased Fritz and Fido caught Fritz. Each proposition is coded by a collection of structure units. Within an analog, a single structure unit codes a single object, predicate, or proposition regardless of how many times it is mentioned ( e.g. in Analog 1, the same object unit represents Rover in all three propositions ). Separate analogs do not share structure units but do share semantic units.

<sup>1</sup>) J.E. Hummel / K.J. Holyoak : „A Process Model of Human Transitive Inference“ ( [359] ), pp 281 – 288

Das *Mentale Anordnungs-Modell* (*Mental / Metric Array Model / MAM*) ist eine *Räumliche Informations-Struktur*, welche die *Ordnungs-Relationen* zwischen Werten oder *Größen* durch *Analoge Räumliche Relationen* zwischen den zu diesen Werten bzw. Größen korrespondierenden *Orten* repräsentiert.<sup>1</sup>



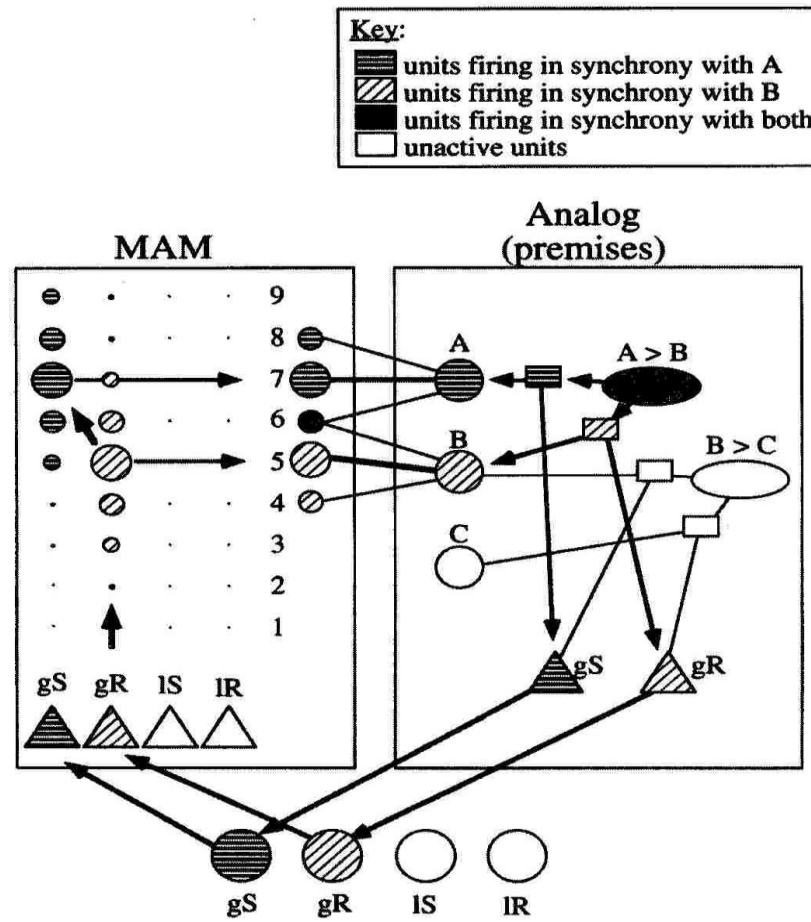
( aus *A Process Model of Human Transitive Inference*, [359], Figure 11.3, S. 289 )

Figure description : Object units ( large circles ) represent locations ( values ) in the mental array und predicate units ( triangles ) represent the roles of the relations *greater-than* and *less-than*. Location-by-Relation (  $L \times R$  ) units mediat the communication between location units and relation units.

*John Hummel & Keith Holyoak* fassen ihr Modell wie folgt zusammen : “By integrating the MAM within the LISA architecture, the augmented LISA provides an account of how such a *spatial module* might interact with *general semantic representations of word meaning* and with the *working memory limits* that *constrain human reasoning*. Rather than strictly segregating *linguistic & spatial aspects of transitive inference* LISA shows how the *meaning of comparatives* such as *greater & lesser* can be specified in terms of the *operation of the spatial module* itself. One *consequence* of this *integration of linguistic & spatial representations* is that the effects of *markedness* arise from the *mapping* between the *meanings of the*

<sup>1</sup>) J.E. Hummel / K.J. Holyoak : „A Process Model of Human Transitive Inference“ ( [359] ), pp 288 – 291

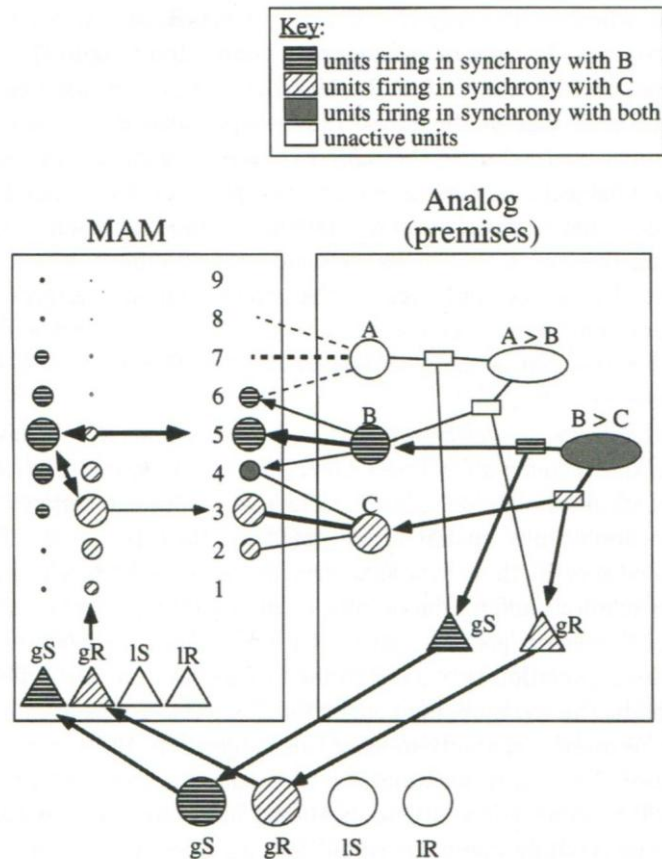
comparatives and the spatial positions in MAM, rather than from strictly linguistic processes.” ([359], pp 301 – 302 )<sup>1</sup>



( aus *A Process Model of Human Transitive Inference*, [359], Figure 11.4, S. 292 )

Figure description: When the proposition *greater-than*(A, B) fires in the problem, MAM activates location 7 in synchrony with A (i.e. A maps to location 7) and location 5 in synchrony with location B (B maps to location 5).

<sup>1</sup>) Kursiv & Unterstreichung von mir.



**Figure 11.5**  
 Second illustration of the operation of MAM. When *greater-than*(B, C) fires in the problem, B maps to location 5 (by virtue of the mapping connection established previously), so C maps to location 3.

( aus *A Process Model of Human Transitive Inference*, [359], Figure 11.5, S. 293 )

*John Hummel & Keith Holyoak* haben mit diesem Modell einen Teil der Experimente von *R.J. Sternberg* ([738] & [739]) nachsimuliert. Die Simulations-Ergebnisse stimmten mit den Befunden von *R.J. Sternberg* insoweit überein, dass sie das Menschliche Verhalten beim Transitiven Schließen mindestens so gut beschreiben wie das erfolgreichste Mathematische Modell von *R.J. Sternberg*.<sup>1</sup>

Auf Grund ihrer Forschungen vermuten *John Hummel & Keith Holyoak* “that *most or all of the visual representations* that make *contact with higher cognition* must have the above mentioned property. For example ( they ) believe the present approach could be extended to accounts for data concerning how people make *order judgments with prestored arrays* ([631] & [632]), and how they determine the *relative magnitudes of concepts* stored in *semantic memory*, such as *digit magnitudes* ([546]) and *animal size* ([545]). In addition to routines that perform transitive inferences, routines that *reason* on the basis of *visual relations* in domains, such as *graph interpretation* ([248] & [250]) and *sign language* ([178]) may depend on *symbolic* (i.e. *propositional*) *structural descriptions* that make explicit what it is *necessary to know & discard the rest.*” ([359], S. 303)<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) J.E. Hummel / K.J. Holyoak : „A Process Model of Human Transitive Inference“ ([359]), pp 296 – 301

<sup>2</sup>) Kursiv von mir.

#### 6.7.5.3.4 Neuro-Biologische Befunde

Empirische Befunde bei Patienten mit *Schädigungen des (Prä-)Frontalen Cortex* zeigen, dass diese *Transitive Schlussfolgerungs-Aufgaben*, welche eine *Merk-Fähigkeit zur Integration mehrfacher Transitiver Relationen* erfordern, nur mit *Zufalls-Wahrscheinlichkeit* lösen können. Dagegen lösen Patienten mit *Schäden im Anterior Temporal Cortex* einer alters- & IQ-gleichen Kontroll-Gruppe diese Aufgaben *fast mit der gleichen Genauigkeit* wie eine gleichaltrige Kontroll-Gruppe ohne Hirn-Schäden. Diese Befunde deuten stark darauf hin, dass der *(Prä-)Frontale Cortex* eine *zentrale Rolle* für das *Arbeits-Gedächtnis* spielt, welches für die *Integration der Logischen Relationen* verantwortlich ist ([791]).

Das LISA/MAM-Modell von *John Hummel & Keith Holyoak* legt nahe, diese Befunde auf die Rolle der Abbildung von Logischen Relationen auf Räumliche Relationen zurückzuführen, welche diese bei der Integration der Logischen Relationen spielt. Wird diese Abbildungs-Funktion deaktiviert, so löst LISA *Probleme des Transitiven Schließens*, genauso wie Patienten mit *Schädigungen des (Prä-)Frontalen Cortex*, nur noch mit *Zufalls-Wahrscheinlichkeit*. Diese Abbildung scheint also durch *Neuronale Netze* im *(Prä-)Frontalen Cortex* realisiert zu sein ([358]).<sup>1</sup>

#### 6.7.5.4 Evolution & Entwicklung der Fähigkeit des Logischen Denkens

Wenn auch mehrere Kognitionswissenschaftler davon ausgehen, dass Menschen zur Lösung von Problemen des Transitiven Schließens *Mentale Anordnungs-Modelle* benutzen ([365] / [726] / [738] / [739] / [755] / ⇒ Kap. 6.7.5.3.2: S. 244), so gehen doch Vertreter eines *Zwei-Stufen-Modells der Linearen Anordnung* davon aus, dass die *Logischen Prämissen* zuerst in *Sprachlich-Logischer Form* intern repräsentiert werden, um anschließend in eine *Lineare Räumliche Anordnung* überführt zu werden ([359] / [389] / [738] / [739] / ⇒ Kap. 6.3.6.6: S. 143).

Es ist deshalb erstaunlich, dass trotzdem bei *Tieren*, welche ja *keine* dem Menschen vergleichbare Fähigkeit der *Sprache* besitzen, insbesondere bei Ratten, Tauben & Nichtmenschlichen Primaten, die *Fähigkeit des Transitiven Schließens* nachgewiesen werden konnte ([131] / [197] / [273] / [662]). Diese Empirischen Befunde zeigen u.a., dass Ratten entweder von der *Räumlichen Anordnung* oder der *Zeitlichen Anordnung* der präsentierten Reize Gebrauch machten, um die „*Logische*“ *Gesamt-Anordnung* der erlernten Reize zu erschließen. Diese Versuche lassen jedoch die Frage ungeklärt, ob die Ratten die *Zeitliche Anordnung* der Ereignisse benutzen, um eine *Räumliche Repräsentation der Linearen Anordnung* zu generieren oder die *Räumliche Anordnung* der Ereignisse benutzen, um eine *Zeitliche Repräsentation der Linearen Anordnung* zu erzeugen.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) J.E. Hummel / K.J. Holyoak : „A Process Model of Human Transitive Inference“ ([359]), pp 303 – 304

<sup>2</sup>) William Roberts : “Spatial Representation and the Use of Spatial Codes in Animals” ([661]), pp 39 – 43

Mit solchen Fragen haben sich auch *Brendan McGonigle & Margaret Chalmers* beschäftigt, deren Arbeiten durch die Erforschung der *Phylogenetischen & Ontogenetischen Vorläufer der Kognitiven Fähigkeiten von Erwachsenen Menschen* gekennzeichnet ist. Die Ergebnisse ihrer Forschung lassen sich mit ihren eigenen Worten wie folgt zusammenfassen :<sup>1</sup>

- “As for *spatial causative factors*, however, there is *little or no evidence* that any special form of *spatial format or spatially congruent feedback* is a *necessary condition* for the *primary elaboration of codes for order*.” ([512], S. 275 )
- “The basis for the organization in all primates, [ *Brendan McGonigle & Margaret Chalmers* ] would content, is *temporal in nature*, and can be tracked through the trajectories for *private individual knowledge growth in evolution & development*.” ([512], S. 275 )
- “*Temporal mechanisms* that operate to control relationally based search would appear to have *primacy* over *spatial* one in the generation of order, creating conditions in which *space* might be *used on-line* to *reduce memory demands*, but does *not* seem to be *used off-line* by *young children or animals* to support *representation in long-term memory*.” ([512], S. 263 )
- “However, temporally based procedures alone are unlikely to sustain some of the complex reordering and other series transformations which adult human subjects can exhibit.” ([512], S. 275 )
- “Recent studies ... have provided perhaps the most compelling evidence of transitive choices to be made about the spatial relations »higher« & »lower«. Without any training whatever, four year old children were able to predict the relative vertical positions of blocks within a tower construction on the basis of pairwise segments, composing mini-towers ( [588] ). When space is viewed as the sole material connective on which transitive choices are founded, it shows itself to be a potent dimension of connectivity in its own right. ... [ One ] can therefore appreciate that it may sometimes facilitate transitive judgements about other dimensions.” ([512], S. 262 )
- “Taking [ research results from *Brendan McGonigle & Margaret Chalmers* ( [103] ) and *S. Schnall & Merideth Gattis* ( [686] ) ] together, it would seem that the »benefit« of a *linear spatial layout* is an additional option for subjects *who can already integrate the information by other means*, i.e. as an aid rather than a primary route to the encoding of information.” ([512], S. 263 )
- “In short, *spatial elements* bring some *additional adaptive advantages* : they are *not optional extras* but enable *new competencies* to develop. Here [ *Brendan McGonigle & Margaret Chalmers* ] speculate that *search procedures* in *physical & cognitive space* may merge when the additive benefits of both forms of organization procure discriminable systems gain for the agent. On the ( relative ) utility argument [ *Brendan McGonigle & Margaret Chalmers* ] have espoused here & elsewhere, such a merger is virtually guaranteed if there is sufficient payoff to be had for the combined or integrated structure over each one when used separately. Akin to earlier findings obtained under »risky« perceptual judgements

---

<sup>1</sup>) Kursiv und Eckige Klammern [ ] von mir, Unterstreichung von *Brendan McGonigle & Margaret Chalmers*.



by animals ( where it was shown that both rats & cats combined the signaling vales of cues in discrimination experiments as a direct function of their number & discriminability ), [ *Brendan McGonigle & Margaret Chalmers* ] argue ... that the combination of object relational & spatial codes may offer analogous enhanced returns in terms of both utility & economy.”  
( [512], pp 275 – 276 )

- “This merger may not simply be the result of an additive process, however. It could also be the case that later solutions based on visual arrays which are themselves the consequences of principled search procedures may enable the elimination of otherwise expensive search procedures – even relatively economic ones. Beyond additivity, where spatial ( vector based ) search & seriation procedures coincide, new opportunities emerge to exploit the global visuo-spatial consequences of sorting & seriating stimuli. That is, where the objects are progressively sorted according to a spatial layout rule, the production which follows acquires state properties with further memory load reduction benefits when the subject is working on-line ( [32] + [508] ). In addition, the search procedures, now instantiated as constructed assemblies of objects with perceivable layout features, afford the agent new means to represent solutions, both to themselves and to others.” ( [512], S. 276 )
- “However, the »paleontology« of the mind as suggested by our comparative stance indicates a temporal to spatial unfolding in which initial options available to individuals ( with no culturally evolved tools for shared understanding ) are severely restricted and may never substantially increase without the crucial development of spatio-temporal representational factors based on externalization procedures. These critically depend ... for the *evolution* of the processes at least, on *object manipulation* as the *core activity* which drives the »search & see« *procedures* so essential to the constructivist account outlined here.”  
( [512], pp 276 – 277 )

#### 6.7.5.5 Résumé

Zusammenfassend lässt sich mit *Dedre Gentner & Merideth Gattis* folgender Schluss ziehen : “The systematicity of the *ego-moving & time moving systems* ( ⇒ Kap. 6.4.8: S. 188 ) in language suggests that *space* provides a *framework* that is *mapped* into *time* to facilitate *temporal reasoning*. Such a view would be consistent with *evidence* that *spatial representations* are carried into *abstract arenas* such as *interpretations of graphs* ( [243] / [244] / [245] / [250] / [365] / [771] ), and more generally with *evidence* that *analogies* from *concrete domains* are used in *reasoning* about *abstract domains* ( [37] / [259] / [347] ). Moreover, indirect evidence that space-time mappings serve conceptual functions can be found in the *pervasive use of spatial representations of time across cultures* in *artifacts* such as clocks, timelines, drawings & musical notation ( [227] ). Thus it is tempting to think of these *metaphoric systems* as a mean of *spatial or visual reasoning* – »the use of ordered space to organize non-spatial information & generate new knowledge«, as *Merideth Gattis & Keith Holyoak* ( [250] ) put it – about *event sequences*.”  
( Gentner, [258], S. 205 )<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) Kursiv & Unterstreichung von mir.

“As the wide-ranging content of ( the ) chapters ( of *Spatial Schemas and Abstract Thought* ( [246] )) demonstrates, *spatial structures* may be adapted for representing an enormous variety of *abstract structures & concepts*. These and others suggest that *space* is not simply a metaphor for *abstract thought*, but it may actually be its *basis* !” ( Gattis, [247], S. 7 )<sup>1</sup>

## 6.8 Die Morphologie des Erkennens & Erklärens von Rupert Riedl

### 6.8.1 Abstraktion von Ordnung

Nachdem in den vorhergehenden Kapiteln die *Raum-Kognition als Basis des Abstrakten Denkens* untersucht wurde, soll nunmehr die *Morphologie des Erkennens & Erklärens* von Rupert Riedl ( [659] ) als Beispiel einer solchen *Raum-basierten Hypothese* des *Abstrakten Denkens* vorgestellt werden. Diese beruht auf seinen vier *Ratiomorphen Hypothesen*, welche nach Rupert Riedl die in Kap. 6.6 ( S. 210 ) beschriebenen *Basis-Prozesse der Kognition* bilden. Durch diesen *ratiomorphen Wissens-Erwerb* werden *Notwendigkeit & Gesetzmäßigkeit* aus einer Welt voller *zufällig* erscheinender *Unvorhergesehenheit* abstrahiert. Dabei wird aus der *Ordnung der Welt* das sich wiederholend *Allgemeine*, die *Gesetzlichkeit*, der *Begriff* & die *Diagnose* abstrahiert.<sup>2</sup> Diese „*Ordnung* ist die *Koinzidenz* von *Zuständen & Ereignissen*. Das heißt, die meisten Dinge ereignen sich mit großer *Regelmäßigkeit* nur gemeinsam *miteinander*, *nacheinander* oder im *Rahmen* bestimmter *anderer* Dinge.“ ( Riedl, [657], S. 84 )<sup>3</sup> Damit ist die *Regelmäßigkeit* von *Koinzidenzen* ein *Maß* der *Ähnlichkeit*.<sup>4</sup>

Werden nun diese *Basis-Prozesse der Kognition* auf den *Prozess des Biologischen Kenntnis-Gewinns* angewandt, so verhalten sich *Lage- & Struktur-Erfahrung* zu *Übergangs- & Koinzidenz-Erfahrung* im *Biologischen Erkenntnis-Prozess* wie das *Erkennen* von *Simultanen Koinzidenzen* zum *Erkennen* von *Sukzedanen Koinzidenzen* im *Wahrnehmungs-Prozess*.<sup>5</sup>

Damit lässt sich nach Rupert Riedl die *Morphologie als Lehre der Organismischen Gestalten* zu einer „*Allgemeinen Gestalt-Theorie*“ erweitern, welche von der :

- Biologie über die
- Sprache bis zu den
- Artefakten ( z. B. Formen in Architektur-Stilen )

reicht.<sup>6</sup>

---

<sup>1</sup>) Klammern ( ), Kursiv & Unterstreichung von mir.

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 64 – 65

<sup>3</sup>) Kursiv & Unterstreichung von mir.

<sup>4</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), S. 84

<sup>5</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ( [659] ), S. 151

<sup>6</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ( [659] ), pp 139 – 181

## 6.8.2 Morphologie – Die Lehre von der Ähnlichkeit

Das Wort „*Morphologie*“ ist abgeleitet von den *griechischen* Worten *morpho* : „die Gestalt betreffend“ und *logos* : „Wort, Geist, Seele“ und am besten mit „Die Lehre von der Gestalt“ zu übersetzen.

Die *Morphologie* ist die *Erfahrungswissenschaftliche Lehre vom Vergleichen*. In der *Biologie* ist sie Grundlage von *Vergleichender Anatomie & Systematik der „Natürlichen Ordnung“ des Lebendigen* und damit Voraussetzung von *Abstammungslehre / Evolutions-Theorie & Phylogenetik*. Darüber hinaus ist sie Grundlage von *Sprach- & Literatur-Wissenschaften, Ethnologie* und *Kunst- & Kultur-Geschichte* sowie der *Geomorphologie* in den *Anorganischen Wissenschaften*. Ihre Grundbegriffe sind *Ähnlichkeit & Ähnlichkeits-Feld*.<sup>1</sup>

### 6.8.2.1 Ähnlichkeit – Analogie & Homologie

Grundlage der *Kognition von Ähnlichkeiten* ist die *Notwendigkeit* des *Wiedererkennens von Objekten*. Diese erfordert eine *Trennung* des *mutmaßlich Notwendigen* vom *Zufälligen*, d.h. des *Konstanten* vom *Variierenden* und des *Stetigen* vom *Unstetigen*, also die *Kognition* von *Koinzidenzen* durch *Abstraktion* des *Wesentlichen*.<sup>2</sup> *Identische Objekte* verursachen deshalb (zu verschiedenen Zeiten) in *Kognitiven Prozessen* nur ähnliche *Informationelle Modelle* derselben und keine identischen. Das Wiedererkennen von Objekten erfordert also ein *Gleich-machen* des *Ungleichen*!<sup>3</sup> Aber diese *Kognition* von *Koinzidenzen* durch *Abstraktion* des *Wesentlichen* ist nicht auf das Wiedererkennen von Objekten beschränkt, sondern macht *Ungleiches* (d.h. ungleiche Objekte) in einem *weiteren Sinne* wieder *vergleichbar*! Dieser von *Rupert Riedl* als *Allgemeine Vergleichs-Hypothese des Lebendigen* bezeichnete *Prozess der Kognition als Informations-Verarbeitung durch Abstraktion* ist die Grundlage aller *Ähnlichkeit*.<sup>4</sup>

In Kap. 6.7.5.2 (S. 239) wurden im Rahmen der *Modellierung Nicht-Räumlicher Begriffe durch Räumliche Strukturen* bereits verschiedene Formen der *Ähnlichkeit* beschrieben. Im Rahmen der *Biologischen Morphologie* unterscheidet man :

- Analoge Ähnlichkeiten (Analogie)
- Homologe Ähnlichkeiten (Homologie)

*Analogien* sind *Partielle Gleichheiten* im *Ungleichen*, welche in der *Evolution* als durch das *Milieu* verursachte *Konvergenzen* auftreten und die durch ihre *disperse Verteilung* in den *harmonisch divergenten Ähnlichkeits-Feldern* zu erkennen sind. Bei ihnen unterscheidet man *zufällige Form-Analogien* und unabhängig voneinander entstandene *Funktions-Analogien*.<sup>5</sup>

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 139 – 141

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), S. 84 + pp 90 – 91

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), S. 91

<sup>4</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ([657]), S. 110

<sup>5</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 128 – 134

*Homologien* sind *Ähnlichkeiten*, die durch die *Harmonische Abwandlung* von *Merkmalen* in *divergenten Ähnlichkeits-Feldern* entstehen und die auf *Innere Ursachen* (Verwandtschaften) zurück zu führen sind.<sup>1</sup>

*Ähnlichkeiten* sind entweder *Analogien* oder *Homologien*, ein Drittes ist ausgeschlossen! (Riedl, [659], S. 154)

In Kap. 6.7.5.2.1 (S. 239) wurde die *Bildhafte Ähnlichkeit* zwischen zwei Objekten als das Vorhandensein von *gleichartigen Komponenten* oder *gleichartigen Beziehungen* zwischen diesen Komponenten in diesen beiden Objekten definiert. Da die *Biologische Morphologie* eine „Lehre von der Gestalt“ ist, befasst sie sich in erster Linie auch mit *Bildhafter Ähnlichkeit*. Ihre entsprechenden Begriffe sind deshalb:

- Individualitäten & Massen-Bauteile als *Komponenten* und
- Lage & Struktur als *Beziehungen* zwischen diesen

Zur Bestimmung & Beschreibung der *Homologen Beziehungen* zwischen den *Individualitäten & Massen-Bauteilen* hat *Adolf Remane* ([649]) eine Reihe von *Kriterien* entwickelt, welche als *Homologie-Theorem* bezeichnet werden. Dieses soll deshalb im Folgenden kurz skizziert werden.

### 6.8.2.2 Das Homologie-Theorem

Als Haupt-Kriterien der *Homologie* unterscheidet *Adolf Remane* die drei Kriterien *Lage, Struktur & Übergänge* sowie die Hilfs-Kriterien *Koinzidenz & Anti-Koinzidenz*.

Lage-Kriterium :

In der *Vergleichenden Anatomie* haben *Homologe Bauteile* (*Homologa*) im *Beziehungs-Gefüge* des *hierarchischen Übereinanders, Ineinanders & Nebeneinanders* der *Anordnungs-Muster* die gleichen *räumlichen* Positionen.

Entsprechungen in anderen Wissenschaften sind :

- Ethologie : „Reihen-Position“ in einer Verhaltensweise
- Ökologie : „Raum-Einordnung“ einer Lebensgemeinschaft
- Molekular-Biologie : Position in der „Gen-Karte“

Analoges gilt auch für :

- Vergleichende Sprachwissenschaft und
- Stil-Kunde in der Architektur-Geschichte

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 141 – 158



Die *Merkmale* lassen sich in *Struktur- & Klassen-Hierarchien* ( $\Rightarrow$  Kap. 6.8.2.5: S. 258 + 6.8.3.1: S. 260) von *Ähnlichkeiten* einordnen. Diese *Struktur- & Klassen-Hierarchien* lassen wiederum die Einstufung von *Merkmalen* nach *Inhalt & Zugehörigkeit* vorhersehen. Dies sind *Struktur & Lage* in *Struktur-Hierarchien* und *Ober- & Unter-Klasse* in *Klassen-Hierarchien*. *Struktur- & Klassen-Hierarchien* sind im Prinzip nach unten & oben *unbegrenzt*! Die *Differenzierung* von *Merkmals-Strukturen* führt zu *Individualisierung* von *Objekten*, die *Abstraktion* von *Merkmals-Strukturen* führt zu deren *Austauschbarkeit*.

Aber nicht alle Merkmale haben bei der *Bestimmung von Kontinuitäts-Grenzen* im Rahmen der *Klassen-Bildung* das *gleiche Gewicht*! Diejenigen Merkmale, deren *Veränderungs-Sprünge* *Diskontinuitäten* im *Ähnlichkeits-Feld* ( $\Rightarrow$  Kap. 6.8.2.6: S. 259) verursachen, heißen *Differenzial-Diagnosen*. Merkmale, die *keine* Differenzial-Diagnosen sind, bilden die *Selektiven, Graduellen & Akzessorischen Merkmale*.<sup>1</sup>

Mit Hilfe der *Differenzial-Diagnostischen Merkmale* lassen sich nun *Typen-Klassen* sowie die zugehörigen *Typen- & Klassen-Begriffe* dergestalt definieren, dass diese Merkmale alle Mitglieder einer *Klasse* auszeichnen und den *Mitgliedern* anderer *Klassen* fehlen. Die Differenzial-Diagnosen haben bei der *Klassen-Bildung* das *höchste Gewicht*. Die *Selektiven Merkmale* sind wenigstens für eine *Anzahl von Repräsentanten* einer *Typen-Klasse* Differenzial-Diagnosen, während die *Graduellen Merkmale* in einer *Klasse* nur *Häufigkeiten* bilden und die *Akzessorischen Merkmale* nur *verstreut* in *Klassen* vorkommen. Die Ränge dieser Merkmale stützen sich gegenseitig oder schließen sich gegenseitig aus, d.h. die Wahl *bestimmter* Merkmale als *Differenzial-Diagnosen* schließt *andere* als Differenzial-Diagnosen aus!

Dabei gibt es eine *Wechselwirkung* zwischen *Merkmals-Gewichtung & Klassen-Definition*, d.h. verschiedene *Merkmals-Gewichtungen* führen zu verschiedenen *Klassen-Einteilungen*. Umgekehrt führt eine Beseitigung von *Inkonsistenzen* in *Klassen-Definitionen* zu einer *Neu-Gewichtung* von *Merkmalen*. Die Iteration dieses Verfahrens führt zu *optimierten Klassen-Definitionen*.

Darüber hinaus gibt es auch eine *Wechselwirkung* zwischen *Merkmals- & Klassen-Grenzen*. D.h. *Merkmals-Diskontinuitäten* im *Ähnlichkeits-Feld* stützen *Klassen-Grenzen* und *Klassen-Grenzen* bewirken *Merkmals-Diskontinuitäten* im *Ähnlichkeits-Feld*.<sup>2+3</sup>

Diese Klassifikations-Methodik hat jedoch im Laufe der Wissenschaftsgeschichte in der Biologischen Morphologie und der Systematik der „Natürlichen Ordnung“ des Lebendigen zu verschiedenen Formen des *Typus-Konzepts* geführt.

- Der Morphologische Typus ist das *System der Freiheits- & Fixierungs-Grade*, innerhalb dessen die *Bauteile* eines *Organismus* variieren können.
- Der Systematische Typus ist die aus den *Vertretern* einer *Verwandtschafts-Gruppe* (eines *Ähnlichkeits-Feldes*) abgeleitete *Ursprungs-Form*.

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 166 – 181

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ([659]), pp 181 – 195

<sup>3</sup>) Zu dieser Art der Klassen-Definition vergleiche man auch die Forschungs-Arbeiten von Eleonor Rosch zu „Natural Categories“ ([667]) sowie Kap. 6.9.2.7 (S. 282)

- Der Generalisierende Typus bzw. Zentral-Typus ist das durch Weglassung aller speziellen Ausformungen abgeleitete *Allgemeine / Generelle* eines Typus. Er ist die *Geometrische Mitte* des *Ähnlichkeits-Feldes*.
- Der Diagrammatische Typus schließlich ist das *Beziehungs-Gefüge* aus *Baustein-Typen* und deren *Lage-Beziehungen*.

( Rupert Riedl, [659], pp 158 – 161 )

#### 6.8.2.4 Eine „Allgemeine Gestalt-Theorie“

Wie bereits erwähnt, verhalten sich *Lage- & Struktur-Erfahrung* zu *Übergangs- & Koinzidenz-Erfahrung* im *Prozess des Biologischen Kenntnis-Gewinns* wie das *Erkennen Simultaner Koinzidenzen* zum *Erkennen Sukzedaner Koinzidenzen* im *Kognitions-Prozess*.<sup>1</sup>

Damit lassen sich die Konzepte der Biologischen Morphologie nach *Rupert Riedl* zu einer „*Allgemeinen Gestalt-Theorie*“ ausweiten und diese zuvor beschriebenen Konzepte auf den gesamten Bereich der *Kognition* und der *Wissenschaften* übertragen, welcher von der *Biologie* über die *Sprache* bis hin zu den *Artefakten* ( z. B. Formen in *Architektur-Stilen* ) reicht.<sup>2</sup>

#### 6.8.2.5 Die Hierarchie & Anordnung von Strukturen & Klassen-Begriffen

Im Allgemeinen bestehen *Gestalt, Form & Struktur* von *Gegenständen* oder *Vorgängen* nicht nur aus wiederbeobachtbaren Mengen *koinzidenten Sub-Strukturen*, diese *Sub-Strukturen* zeigen auch höchst spezielle & nicht minder vorhersehbare *Lage-Beziehungen* bzw. *Anordnungen* zueinander.

Aber es gibt nicht nur ein *gesetzliches Nebeneinander* in *ein, zwei & drei Dimensionen* ( z. B. Randsteine, Ziegel-Dach, Ziegel-Stapel ), es gibt auch ein *gesetzliches Ineinander* ( z. B. Schublade in Kommode, Kommode im Raum, Raum im Haus, ... ). Bestimmte *Sub-Strukturen* kommen nur in bestimmten *Super-Strukturen* vor und diese sind *wiederum* *Sub-Strukturen* in anderer *Super-Strukturen* ( z. B. Zähne im Kiefer, Kiefer im Schädel, ... ). Auf diese Weise entsteht eine *Hierarchie der Anordnung von Strukturen* im Raum !<sup>3</sup>

Gleichzeitig entsteht parallel zu dieser *Hierarchischen Ordnung der Strukturen* eine dazu korrespondierende *Hierarchische Ordnung der Klassen-Begriffe*. Und dieses *Hierarchische System der Klassen-Begriffe* reicht wiederum von der *Alltags-Sprache* bis hin zur *Wissenschaftlichen Theorien-Bildung*. Sogar die *Sprache* selbst ist *hierarchisch* aufgebaut.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl, „Strukturen der Komplexität“ ( [659] ), S. 151

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ( [659] ), pp 139 – 181

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 98 – 99

<sup>4</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), S. 108

### 6.8.2.6 Ähnlichkeits-Felder in Kognition & Wissenschaft

Da die ( Biologischen ) *Typen* auf der Grundlage der ( Bildhaften ) *Homologen Ähnlichkeiten* zwischen ihren *Ausprägungen* ( d.h. den individuellen Organismen bzw ihren Bauteilen ) gebildet wurden, ergeben sich daraus auch *Homologe Ähnlichkeiten* zwischen den verschiedenen *Typen*. Damit lassen sich aus beiden *Ähnlichkeits-Felder* von *Typen* und deren *Ausprägungen* ableiten. Diese Ähnlichkeits-Felder haben die folgenden Charakteristika :

- Harmonisch divergente Anordnung
- um eine als typisch vermutete Mitte oder Basis
- Unähnlichkeit wächst zu den Rändern hin
- Harmonische Veränderung der Merkmale
- Anordnungen gerichteter Veränderungen
- Bildung von Hierarchien von Objekt-Strukturen & Begriffs-Klassen

( Riedl, [659], S. 88 )

Diese *Ähnlichkeits-Felder* sind aber nicht nur auf die ( Biologischen ) *Typen* und deren *Ausprägungen* beschränkt, sondern lassen sich auf Grund der *Allgemeinen Gestalt-Theorie* auch auf alle *Klassen* von *Gegenständen* oder *Vorgängen* ausweiten. Im Allgemeinen werden *Ähnlichkeits-Felder* durch folgende Charakteristika konstituiert :

- Koinzidenz der Merkmale ihrer Elemente
- Merkmale bilden ein Geschlossenes Feld
- Gemeinsame Begrenzung der Verbreitung der Merkmale

Dabei erfolgt die *Bildung* dieser *Ähnlichkeits-Feldern* & *Invarianten* durch Verrechnung von *Bestätigungen* & *Enttäuschungen* der Erwartung *Sukzedaner* und / oder *Simultaner Koinzidenzen* mittels der *Basis-Prozesse der Kognition*.<sup>1</sup>

( ⇒ Kap. 6.6: S. 210 )

### 6.8.2.7 Die Hierarchie der Felder der Ähnlichkeiten

Die *Ähnlichkeits-Felder* sind nicht nur wegen Kap. 6.8.2.2 ( S. 255 ) nach *komplexen Lage-Gesetzen* angeordnet, wie z. B. das *Perioden-System der Elemente*, sie sind wegen Kap. 6.8.2.5 ( S. 258 ) auch *hierarchisch* angeordnet, wie z. B. von den *Gruppen des Perioden-Systems* ( z. B. die Halogene ) über *Familien von Molekülen* ( z. B. die Säuren ) bis zum *Natürlichen System der Organismen* ( mit seinen Arten, Gattungen, Familien, Ordnungen, Stämmen & Reichen ).

Die *Kognition* der *Merkmale* einer *Klasse* bzw *Kategorie* impliziert die *Kognition* der *Merkmale* aller *Über-Klassen* bzw *-Kategorien* und läßt eine *Serie* zugehöriger *Unter-Klassen* bzw *-Kategorien* erwarten. So wie die *Grenzen* der *Ähnlichkeits-Felder* als *Diskontinuitäten* der sich *wandelnden Merkmale* ihrer *Gegenstände*

---

<sup>1</sup> ) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 94 – 98



kenntlich werden, so machen sich die *Ähnlichkeits-Felder* selbst in der *Kontinuität* des *Wandels* der *Merkmale* ihrer *Gegenstände* kenntlich. Und so wie die *Schärfe* der *Grenze* von der *Zahl* der *koinzidenten Diskontinuitäten* der *Merkmale* abhängt, so bestimmt die *Zahl* der *Koinzidenzen der Kontinuität* die *Einheit* des *Ähnlichkeits-Feldes*. Dies führt nach *Rupert Riedl* sogar zu einer „Biologie der Begriffs-Bildung“ !<sup>1</sup>

### 6.8.3 Die Hierarchische Ordnung von Natur, Denken & Kultur

#### 6.8.3.1 Struktur- & Klassen-Hierarchien

Damit gelangt man ganz allgemein zu *Struktur-Hierarchien der Gegenstände* und den dazu korrespondierenden *Klassen-Hierarchien der Begriffe*.

Die Struktur-Hierarchien der Gegenstände lassen sich nach *Rupert Riedl* wiederum in :

- *Struktur-Hierarchien der Individualitäten*  
*bestehend aus nicht austauschbaren Einmaligkeiten*  
*entstanden durch Serien meist irreversibler Bifurkationen*      und
- *Struktur-Hierarchien der Massen-Bauteile*  
*bestehend aus austauschbaren Massen-Bauteilen*  
*entstanden durch Serien meist reversibler Bifurkationen*

weiter untergliedern. Die dazu korrespondierenden

Klassen-Hierarchien der Begriffe untergliedern sich dann folglich in :

- *Klassen-Hierarchien der Individualitäten*  
*bestehend aus Klassen-Begriffen unverwechselbarer Strukturen*      und
- *Klassen-Hierarchien der Massen-Bauteile*  
*bestehend aus Klassen-Begriffen von Massen-Bauteilen*

Den Zusammenhang von Struktur- & Klassen-Hierarchien demonstriert *Rupert Riedl* anhand des folgenden Beispiels :

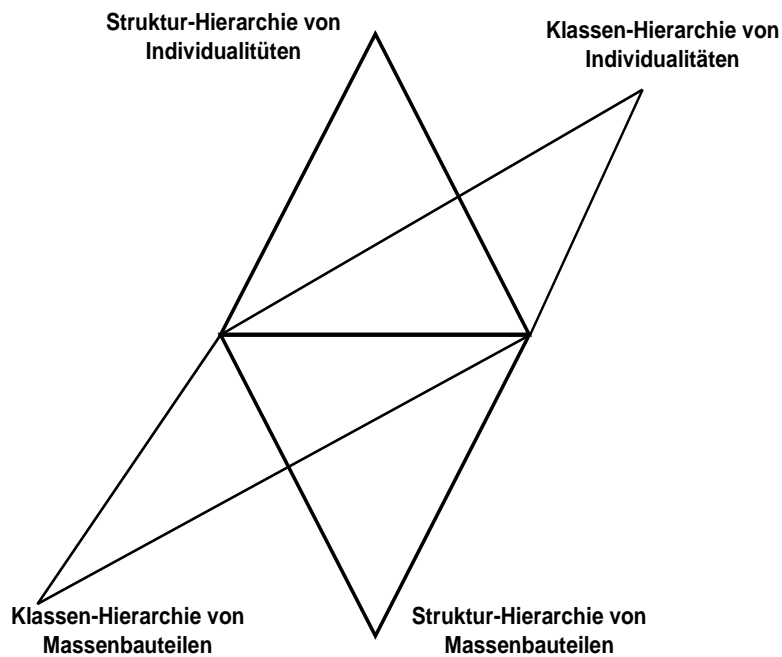
- Das „System der *Vergleichenden Anatomie*“  
als Beispiel einer *Struktur-Hierarchie*.
- Das „System der ( *Vergleichenden* ) *Systematik*“  
als Beispiel einer *Klassen-Hierarchie*.
- Beide Systeme bedingen sich *wechselseitig* !
- Einerseits *erzeugen* erst die *Struktur-Begriffe*  
die *Klassifikations-Systematik* !
- Andererseits erhalten die *Struktur-Begriffe* erst durch  
die *Klassifikations-Systematik* ihre *Bedeutung* !

---

<sup>1</sup>) *Rupert Riedl* : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 99 – 100

- *Differential-Diagnostische Struktur-Merkmale* als *Definitoren* der *Klassen-bildenden Begriffe*.
- Einerseits bestimmt der *Hierarchische Rang* der *Differential-Diagnostischen Struktur-Merkmale* den *Hierarchischen Rang* der *Systematischen Kategorien* !
- Andererseits bestimmt die *Hierarchie der Klassen-Begriffe* den *Hierarchischen Rang* der *Struktur-Begriffe* !

Dieser Zusammenhang lässt sich graphisch wie folgt illustrieren :



( Riedl, [659], pp 45 – 51 + 89 – 92 )

Die Schnitt-Ebenen zwischen den *Struktur- & Klassen-Hierarchien* lassen sich nach *Rupert Riedl* wie folgt beschreiben :

- Die *Doppel-Pyramiden* von *Struktur- & Klassen-Hierarchien* sind zueinander *orthogonal* bzw *normal* !
- Alle *Strukturen & Klassen* können zueinander in *Beziehung* gesetzt werden !
- Sie *schneiden* sich also nicht nur an ihren *Basen*, sondern in allen *Ebenen* !
- Sie spannen sozusagen einen „*Vektor-Raum*“ der *Struktur- & Klassen-Merkmale* auf.

( Riedl, [659], pp 95 – 98 )

### 6.8.3.2 Die „Biologie der Begriffs-Bildung“

Weiterhin ergibt sich der folgende *Zusammenhang von Wahrnehmung & Klassifikation in Kognition, Vergleichender Anatomie & Vergleichender Systematik* und darüber hinaus in den *Allgemeinen Theorien der Gestalt & Klassifikation* :

	Struktur-Hierarchie ( Kognition / Anatomie )	Klassen-Hierarchie ( Systematik )
Abstraktion	Gestalt-Wahrnehmung	Klassifikation
Spezifikation	Bestätigung der Deutung	Bestimmung

( Riedl, [659], pp 92 – 94 )

Damit ergeben sich nach *Rupert Riedl* „[H]ierarchische Zusammenhänge von *Über- & Unter-Ordnung*, ( man könnte ) auch sagen von *Erwartung & Erfahrung*, welche sich gleichermaßen in unseren *Vorstellungen* von der *Einheit* und den *Systemen* der *Natur* wie in unseren *Begriffen & Schlüssen* widerspiegeln.“ Diese Zusammenhänge lassen sich wie folgt tabellarisch gegenüberstellen :

Einheiten	Systeme	Begriffe		Schlüsse
Über-Menge	Super-System	das Allgemeine(re)	Ober-Begriff	Deduktion / Logik
⇓ Ähnlichkeits-Feld	Lage-Merkmale Raum-Beziehungen	Gesetz / Satz / Typus / Definition	Sinn / Zweck Zugehörigkeit	vom Allgemeinen auf das Spezielle
↑ Repräsentanten	Struktur-Merkmale Spezielle Qualität	Fälle / Ausprägungen	Inhalt ( Gehalt ) Funktion	vom Speziellen auf das Allgemeine
Teil-Menge	Sub-System	das Spezielle(re)	Unter-Begriff	Induktion / Heuristik

( Rupert Riedl, [657], S. 107 )

Auf Grund des in Kap. 6.6.8.3 ( S. 223 ) beschriebenen *Kontinuums des Erkenntnis-Vorgangs* lässt sich der Abstraktions-Prozess aber noch einen Schritt weiter treiben. Nämlich von den *Hierarchien der Lage- & Struktur-Anordnungen von Gegenständen & Vorgängen* und den dazu korrespondierenden *Hierarchien der Klassen-Begriffe* zu den *Hierarchischen Anordnungen* der diese Gegenstände & Vorgänge beschreibenden *Begriffs-Strukturen* sowie der dazu korrespondierenden *Hierarchischen Ordnung von Begriffs-Klassen*. Die *Bildhaften Ähnlichkeiten* der *Allgemeinen Gestalt-Theorie* gehen dadurch in *Strukturelle Ähnlichkeiten* des *Abstrakten Denkens* über !

### 6.8.3.3 Ordnungsmuster in Natur & Denken

Damit gelangt man zu durchgehenden *Ordnungsmustern in Natur & Denken*. So wie alle *komplexen Gegenstände* im *weitesten Sinne* ein *hierarchisches Muster* von *Ähnlichkeiten* als *Ordnungsmuster* der *Natur* bilden, so bilden die dazu korrespondierenden *Begriffe* ein *hierarchisches Muster* von *Ähnlichkeiten* als *Ordnungsmuster* des *Denkens*.

Diese *Ordnung von Natur & Denken* besteht aus den *Mustern* der :

- Regelmäßigkeit / Norm
- Interdependenz
- Hierarchie                      und
- Tradierung

( Riedl, [657], pp 110 – 111 )

Regelmäßigkeit bzw. Norm :

Als Beispiel für diese *Regelmäßigkeit* bzw. *Norm* nennt *Rupert Riedl* die *Hierarchische Komposition* der gesamten *Natur* aus *genormten Massen-Bauteilen*, welche von den :

- Strukturen des *Kosmos*                      über die
- Strukturen des *Lebendigen*                      und die
- Strukturen von *Populationen*                      bis hin zu den
- Strukturen der *Sprache*                      und den
- Strukturen der *Artefakte*

zu reichen scheint.<sup>1</sup> Schließlich ist alles *Erkennen* ein *Wieder-Erkennen* des *Regelmäßigen* bzw. *Normalen*. Dies ist das Wesen der *Basis-Prozesse der Kognition* ( ⇒ Kap. 6.6: S. 210 ) !

Es sei hier nur am Rande erwähnt, dass sich alle *Muster der Simultanen & Sukzedanen Koinzidenzen* mit Hilfe der *Muster-Theorie* ( *Pattern Theory* ) von *Ulf Grenander* beschreiben lassen. Leider kann auf diese Theorie hier nicht näher eingegangen werden, da dies den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde. Für eine Beschreibung der *Muster-Theorie* sei deshalb auf die Bücher *Lectures in Pattern Theory* ( [291] / [292] / [293] ) verwiesen. Kurz gesagt, ein *Muster* besteht nach *Ulf Grenander* aus einer Menge von *Elementen* ( *Generators* ), welche mit Hilfe ihrer *Bindungen* ( *Bonds* ) zu *Konfigurationen* ( den *Mustern* ) zusammengefügt werden können. Wesentlich für diese Arbeit ist, dass diese *Elemente* und ihre *Verbindungen* die möglicherweise *abstrakteste Form* der *Regelmäßigkeit* darstellen, welche in aller *Ordnung* enthalten ist ( ⇒ Kap. 6.7.4.1: S. 231 / 6.7.5.2: S. 239 / 6.8.2.2: S. 255 / 6.8.2.5: S. 258 / 6.8.3.1: S. 260 ) !

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 94 – 98 + 110 – 111  
Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ( [659] ), pp 134 – 138 / 45 – 51 / 102 – 106 / 110 – 116

### Interdependenz :

Die Beziehungen, Relationen bzw. Verbindungen zwischen den Elementen führen auf direktem Wege zu den *Interdependenzen*, d. h. *Wechsel ( seitige )-Abhängigkeiten* zwischen diesen Elementen. Auch diese scheinen nach *Rupert Riedl* ein durchgehendes *Prinzip der Natur* von der :

- *Mikro-Welt* der *Physik* über die
- „*Natürliche Ordnung*“ des *Lebendigen* und die
- *Sozialen Systeme* bis hin zu deren
- *Sprachen* und der
- *Welt der Artefakte* von *Technik & Kunst*

zu sein. *Interdependenz* bildet – genau wie die Erwartung von *Normalität* bzw. *Regelmäßigkeit* – eine Grundlage allen *Vorrationalen Erkennens* und damit auch unseres *Konkreten & Abstrakten Denkens*.<sup>1</sup>

### Hierarchie :

Und wie in den Kapiteln 6.8.2.5 ( S. 258 ), 6.8.2.7 ( S. 259 ) & 6.8.3.1 ( S. 260 ) ausführlich beschrieben wurden, scheint auch das *Muster der Hierarchie* ein durchgehendes *Prinzip in Natur & Denken* zu sein.<sup>2</sup>

Auf *Tradierung* wird im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen.

## **6.8.4 Erklärung & Kausalität – Die Hierarchie der Gesetze**

### **6.8.4.1 Die vier Causae des Aristoteles**

Während in Kap. 6.7 die *Abstraktion des Raumes* betrachtet wurde, soll nun auch auf die *Abstraktion von Raum und Zeit* eingegangen werden. Ausgangspunkt dieser Betrachtung ist der Begriff der *Kausalität*, denn diese ist nicht nur in den Raum eingebettet, sondern auch in die *Zeit*. In Kap. 3.1.1.3 ( S. 27 ) wurden bereits die „*vier Causae des Aristoteles*“ vorgestellt und in Kap. 5.1.2 ( S. 67 ) ihr Wirken im *Evolutions-Prozess* beschrieben. Aber diese „*vier Causae des Aristoteles*“ wirken nicht nur im *Evolutions-Prozess*, sondern auch in den *Struktur- & Klassen-Hierarchien* der *Natur* im Allgemeinen.

So wirken *Antriebs-Ursache* ( *causa efficiens* ) & *Material-Ursache* ( *cause materialis* ) in *Richtung* von den *Unter-Systemen* zu den *Ober-Systemen*, während *Zweck-Ursache* ( *causa finalis* ) & *Form-Ursache* ( *causa formalis* ) umgekehrt in *Richtung* von den *Ober-Systemen* zu den *Unter-Systemen* wirken. Die *Antriebs-Ursache* ( *causa efficiens* ) wirkt im *ganzen Bereich* der *Natur*, während die *Zweck-Ursache* ( *causa finalis* ) auf den ( *ganzen* ) Bereich des *Lebendigen* beschränkt ist. *Form- & Material-Ursache* wirken jeweils nur zwischen zwei *benachbarten* Hierarchie-

---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „*Strukturen der Komplexität*“ ( [659] ), pp 45 – 51 + 89 – 92 + S. 95 + 117 – 128 + 134 – 138

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „*Strukturen der Komplexität*“ ( [659] ), pp 134 – 138

Ebenen. Letztere haben deshalb auch *schichtenweise* andere *Erscheinungs-Formen* & *Terminologien*.<sup>1</sup>

#### 6.8.4.2 Die vier Formen der Kausalen Erklärung Komplexer Systeme

In Kap. 6.6.7 (S. 219) wurden die „vier *Causae des Aristoteles*“ zur *Ratiomorphen Hypothese von der „Ur-Sache“* verallgemeinert. Und mit Hilfe dieses *Basis-Prozesses der Kognition* verallgemeinert *Rupert Riedl* die „vier *Causae des Aristoteles*“ zu vier Formen der *Kausalen Erklärung Komplexer Systeme*.

So erklären Erklärungen durch *Antriebs-Ursachen* (*causa efficiens*) & *Material-Ursachen* (*causa materialis*) *Eigenschaften der Ober-Systeme* durch *Gesetzmäßigkeiten der Unter-Systeme*, und Erklärungen durch *Zweck-Ursachen* (*causae finalis*) & *Form-Ursachen* (*causa formalis*) erklären *Eigenschaften der Unter-Systeme* durch *Gesetzmäßigkeiten der Ober-Systeme*. Erklärungen durch *Antriebs-Ursachen* (*causa efficiens*) sind im ganzen Bereich der *Natur* anwendbar, während Erklärungen durch *Zweck-Ursachen* (*causa finalis*) auf den (ganzen) Bereich des *Lebendigen* beschränkt sind. Schließlich verwenden Erklärungen durch *Form- & Material-Ursachen* je nach *Hierarchie-Ebene* eine verschiedene *Terminologie*.<sup>2</sup>

#### 6.8.4.3 Eine Hierarchie der Gesetze

Jenes *Gemeinsame*, worin man *diegleiche Ursache* vermutet, läßt sich nach *Rupert Riedl* als *Allgemeines Gesetz* beschreiben. Diese *Gesetze* sind die *Erklärung* für alle ihre *Fälle*. Aber da kein Gesetz sich selbst erklärt, bedarf es folglich zu seiner Erklärung eines *übergeordneten allgemeineren Gesetzes*. Damit erhält man in *Analogie zur Hierarchie der Begriffe* eine *Hierarchie der Gesetze* ! Dieses *System der Gesetze* formt eine *Hierarchie sich wechselseitig kontrollierender Hypothesen*. In seiner Mitte haben seine *Prognosen* die *größten, an Gewissheit grenzenden Wahrscheinlichkeiten*.<sup>3</sup>

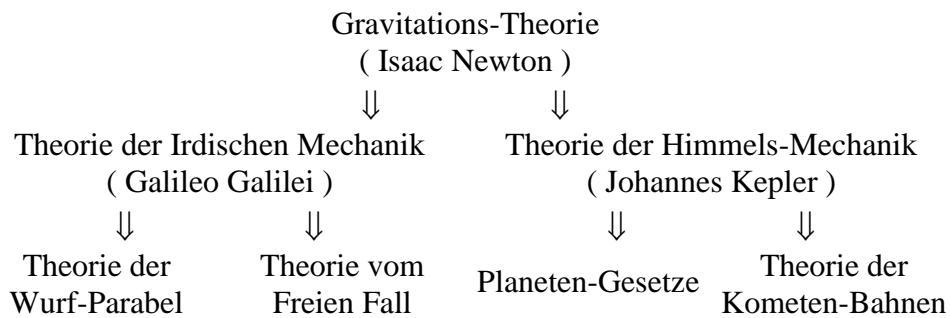
---

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ( [659] ), pp 95 – 96

<sup>2</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ( [659] ), pp 218 – 230

<sup>3</sup>) Rupert Riedl : „Biologie der Erkenntnis“ ( [657] ), pp 139 – 140

Diese Hierarchie der Gesetze illustriert Rupert Riedl durch folgendes Beispiel :

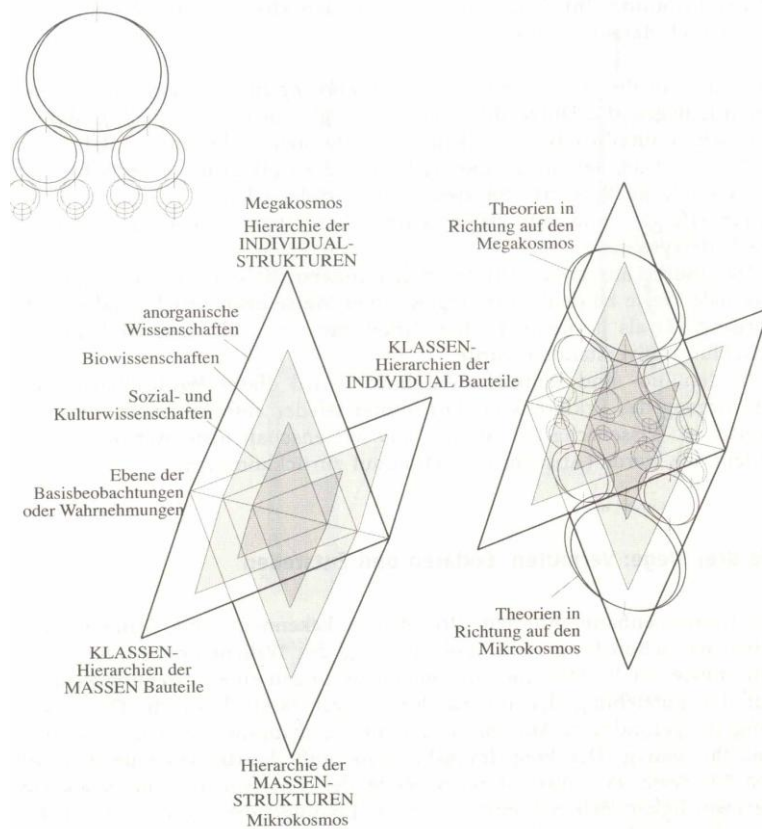


( Riedl, [659], pp 208 – 209 & Abb. 77 )

#### 6.8.4.4 Die Doppel-Pyramide der Struktur- & Klassen-Hierarchien des Erklärens

Die in Kap. 6.8.3.1 ( S. 260 ) beschriebenen *Struktur-Hierarchien* bauen nach *Rupert Riedl* eine *Hierarchie gesetzlicher Zusammenhänge* auf. Die diesen *Gesetzes-Status* bildenden & rechtfertigenden *Verallgemeinerungen* konstituieren dann wiederum eine *Hierarchie* von *Klassen* , deren *Fälle* diese Strukturen sind, sodass diese *Klassen* wiederum aus eben diesen *Strukturen* bestehen.

Auf diese Weise entsteht in *Analogie* zu der in Kap. 6.8.3.1 beschriebenen *Doppel-Pyramide der Beschreibung* eine *Doppel-Pyramide der Erklärung*. Die Struktur dieser Doppel-Pyramide weist je eine *Spitze* und eine *Basis* von *Theorien* auf. Die *Spitzen* reichen zu den jeweiligen *Grenzen* unserer *Kenntnis*. Im *Großen* ist dies die *Kosmologie* und im *Kleinen* die *Quanten-Theorie*. Die *Gesetze* der „*umfassenderen*“ Wissenschaften gelten auch in den „*umfassten*“ Wissenschaften ! Allerdings haben die Theorien der „*umfassten*“ Wissenschaften *Begriffe*, die in den „*umfassenderen*“ Wissenschaften *keinen Sinn* mehr ergeben ! In *allen* Fällen werden die *Spitzen* von den *letzt-übergeordneten* Theorien gebildet, die aber ihrerseits einer *weiteren Erklärung* entbehren !



( aus Riedl, Strukturen der Komplexität, [659], Abb. 80, S. 233 )<sup>1</sup>

Da die Erklärende Wirkung von Theorien weder in Raum noch Zeit, sondern auf rein *Begrifflicher Ebene* erfolgt, werden auf diese Weise *Räumliche & Raum-Zeitliche Strukturen* auf *nicht-räumliche & nicht-zeitliche Strukturen* des *Abstrakten Denkens* übertragen. Schließlich sind weder *Begriffe* noch *Gesetze* Entitäten in Raum & Zeit !

### 6.8.5 Jenseits von Raum & Zeit – Das System des Erkennens & Erklärens

Damit ergeben sich nach *Rupert Riedl* folgende *Zusammenhänge* zwischen *Raum, Zeit, Abstraktion, Beschreibung, Erklärung & Kausalität* :

	Beschreibung	Erklärung
„Räumliche“ Abstraktion	Wahrnehmung & Begriffs-Bildung : Speziellen $\Rightarrow$ Allgemeine	Deduktion : Allgemeinen $\Rightarrow$ Spezielle
„Zeitliche“ Abstraktion	Handlungs-Planung : Voraussetzung $\Rightarrow$ Aktion	Kausalität : Ursache $\Rightarrow$ Wirkung

( Riedl, [657], S. 129 )

<sup>1</sup>) Rupert Riedl : „Strukturen der Komplexität“ ( [659] ), pp 230 – 236



## 6.9 Geometrische Metaphern in Kognitionswissenschaftlichen Theorien

### 6.9.1 Modelle Abstrakter Räume im Wissenschaftlichen Denken

Bekannte Beispiele für *Modelle Abstrakter Räume im Wissenschaftlichen Denken* aus dem Bereich der *Naturwissenschaften* sind etwa der *Phasen-Raum der Thermodynamik*, in dem der *Aggregat-Zustand* in Abhängigkeit von *Druck & Temperatur* mit Hilfe einer *Räumlichen Metapher* dargestellt wird oder die *Konfigurations-Räume der Quanten-Mechanik*.

Als Beispiele aus den *Kognitionswissenschaften* wurden zu Beginn von Kap. 6.7.2 (S. 230) bereits verschiedene Räumliche Metaphern als *Werkzeuge zum Verstehen* Mentaler Prozesse erwähnt, die aber keinerlei Anspruch erhoben, dass die ihnen zu Grunde liegenden *Mentalen Prozesse* im wesentlichen eine *Räumliche Struktur* aufwiesen.

Darüber hinaus wurde schon *Donald MacKay* zur Formulierung seiner *Allgemeinen Informationstheorie* durch Beobachtungen inspiriert, welche man ebenfalls als *Räumliches Modell* eines *Abstrakten Informations-Raumes* bezeichnen könnte. Er stellte nämlich bei der Analyse des Zeitverhaltens Elektrischer Impulse Physikalische Grenzen der Messbarkeit fest, die eine Analogie zur *Unbestimmtheits-Relation* von *Werner Heisenberg* aufwiesen. Diese Grenze nannte er „*Informations-Quantum*“ und vermutete, dass es eine Beziehung zwischen diesem *Informations-Quantum* und den *Atomaren Propositionen* des *Tractatus Logico-Philosophicus* von *Ludwig Wittgenstein* gibt. Daraus leitete er schließlich zwei Arten von *Informations-Einheiten* zur *komplementären Beschreibung* einer *Wissenschaftlichen Repräsentation* ab. Nämlich die :

- Anzahl ihrer *Freiheits-Grade* und die
- Anzahl ihrer *Atomaren Fakten*

Diese *Informations-Arten* charakterisieren eine *Wissenschaftliche Repräsentation* auf zwei komplementäre Weisen, nämlich durch ihre :

- Logische Dimensionalität, d.h. die Anzahl der *logisch unterscheidbaren (Begriffs-) Kategorien* und ihr
- „*Faktisches Gewicht*“ ( “weight of evidence” ) d.h. die Anzahl der *Elementar-Ereignisse*, die sie repräsentiert

Die erste *Informations-Art* nannte er *Strukturelle Information* und die zweite Art *Metrische Information*.<sup>1</sup>

Ein anderer Ansatz, welcher zu einer solchen Art von Raum führt, ist die Methode der *Multidimensionalen Skalierung* (MDS) zur Bestimmung der *Anzahl* der voneinander unabhängigen *Dimensionen* eines *Phänomenalen Raumes* und deren *Skalierung* in *Psychologischen Experimenten* zur Bestimmung der *Ähnlichkeit* von *Reizen*.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Donald MacKay : “Information – Mechanism and Meaning” ([480]), Kap. Background + Appendix : What Information Theory is About ?

<sup>2</sup>) Peter Gärdenfors : “Conceptual Spaces – The Geometry of Thought” ([241]), pp 21 – 24

Ein weiteres Beispiel für die Verwendung *Geometrischer & Topologischer Begriffe* zur Formulierung Abstrakter Modelle ist die *Katastrophen-Theorie* und deren Anwendung in der *Kognitiven Linguistik* im Rahmen der *Französischen Semiotik-Tradition* ([594] / [595] / [596] / [748]).<sup>1</sup>

In diesem Kapitel soll nun das *Konzept des Begriffs-Raums* beschrieben werden, das an der *Grenze* bzw. im *Übergangs-Bereich* zwischen *Metapher & Internem Kognitiven Mechanismus* anzusiedeln ist.

## 6.9.2 Die Geometrie des Denkens von Peter Gärdenfors

*Peter Gärdenfors* beschreibt seinen Ansatz wie folgt: “My aim is to unify ideas from different disciplines (i.e. philosophy, psychology, computer science & linguistics) into a *general theory of representation*.” ... “(I) propose a *geometrical mode of representation* based on what I call *conceptual spaces*. (That is) a metatheory on the same level as the symbolic & connectionistic modes of representation that, so far, have been dominant in cognitive science.” ... “On the one hand, (I) aim at presenting a *constructive model*, based on conceptual spaces, of how information is to be represented. ... On the other hand, (my approach) also has an *explanatory aim*. ... In particular, I aim to explain some aspects of *concept formation*, *inductive reasoning*, and the *semantics of natural languages*.” ([241], pp ix – x)<sup>2</sup>

### 6.9.2.1 Das Konzept des Begriffs-Raums

#### 6.9.2.1.1 Das Konzept der Eigenschafts- bzw. Qualitäts-Dimension

Der erste Grund-Baustein des Konzepts des Begriffs-Raums ist das *Konzept der Eigenschafts- bzw. Qualitäts-Dimension*. Diese Eigenschafts-Dimensionen (*Quality Dimensions*) klassifizieren die verschiedenen „*Eigenschaften*“ bzw. „*Qualitäten*“ von *Objekten*. Diese Dimensionen korrespondieren zu den verschiedenen *Kriterien*, nach denen *wahrgenommene Reize* als *gleich* oder *verschieden* klassifiziert werden.

Diese *Eigenschafts-Dimensionen* können je nach Kontext als *Psychische Phänomene* oder als *Theoretische Modelle* interpretiert werden. Werden sie als *Psychische Phänomene* interpretiert, so beschreiben sie *Kognitive Strukturen* der *Wahrnehmung* oder des *Gedächtnisses* bei *Mensch & Tier*. Bei dieser Interpretationsweise liefert die *Theorie des Begriffs-Raums* prüfbare Vorhersagen des Menschlichen & Tierischen Verhaltens. Die Eigenschafts-Dimensionen und ihre Struktur können aber auch aus anderen *Wissenschaftlichen Theorien* übernommen werden. In diesem Fall haben sie keinerlei *Psychologischen Erklärungs-Wert*, liefern aber trotzdem eine Basis für Vorhersagen.

Beispiele für *Eigenschafts-Dimensionen*, welche in einem engen Zusammenhang mit *Sinnes-Organen* stehen, sind die *drei gewöhnlichen Dimensionen des Raumes*

---

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors: “Conceptual Spaces – The Geometry of Thought” ([241]), pp 1 – 2

<sup>2</sup>) Kursiv von mir.

„Länge“, „Breite“ & „Höhe“ oder die *Helligkeit*, die mittels des *Visuellen Systems* wahrgenommen werden, die *Ton-Höhe*, die mittels des *Auditorischen Systems* wahrgenommen wird, die *Temperatur*, die mit Hilfe des *Thermalen Sinnes-Systems* wahrgenommen wird oder das *Gewicht*, das durch das *Kinästhetische Sinnes-System* wahrgenommen wird.

In vielen Fällen kann durch die Einschätzung von *Ähnlichkeiten & Unterschieden* verschiedener *wahrgenommener Objekte* eine *Ordnungs-Relation* auf der *Menge dieser Objekte* erzeugt werden. Die *Eigenschafts-Dimensionen* liefern also ein *System zur Beschreibung der Eigenschaften von Objekten* sowie der *Beziehungen* zwischen diesen. Auf diese Weise lässt sich der *Grad der Ähnlichkeit* zwischen zwei Objekten durch den *Abstand* bzw. die *Distanz* zwischen den *Eigenschaften* dieser beiden Objekte auf der entsprechenden *Eigenschafts-Dimension* definieren.

Der Begriff der *Dimension* ist nach *Peter Gärdenfors* durchaus wörtlich zu nehmen, denn eine *Begriffs-Dimension* besitzt eine *Geometrische* bzw. *Topologische* bzw. eine *Ordnungs-Struktur*. Beispielsweise lässt sich die *Zeit* durch eine *ein-dimensionale Struktur* modellieren, die *isomorph* zur *Reellen Zahlen-Geraden* ist oder das *Gewicht* durch eine *ein-dimensionale Struktur*, welche *isomorph* zum *Strahl der Nicht-Negativen Reellen Zahlen* ist. Aber eine *Eigenschafts-„Dimension“* kann auch eine *Diskrete Struktur* haben, wie z.B. die *Stammbäume* der *Biologischen Arten* oder von *Adels-Geschlechtern*.<sup>1</sup>

#### 6.9.2.1.2 Der Farben-Raum als Beispiel eines Begriffs-Raums

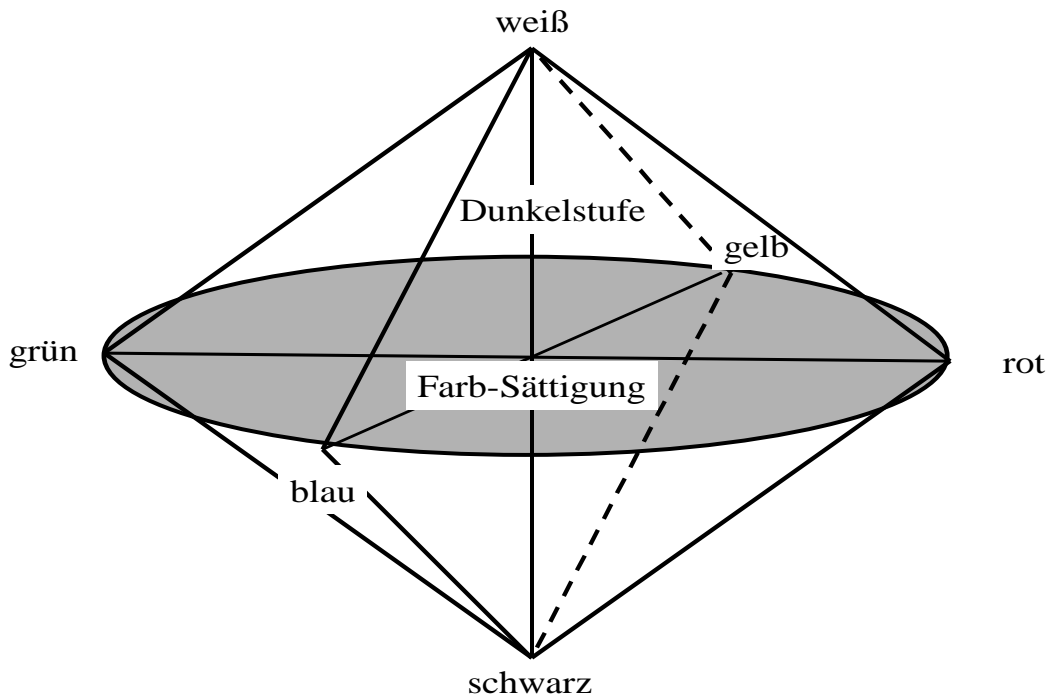
Ein bekanntes Beispiel eines Begriffs-Raums ist das *Standard-Modell der Farb-Wahrnehmung*. Dieser Begriffs-Raum wird durch die drei *Farb-Dimensionen* :

- Farbton ( hue )
- Farb-Sättigung ( chromaticness )
- Leuchtdichte / Dunkelstufe ( brightness )

aufgespannt. Dabei wird der *Farbton* durch den *Farben-Kreis* repräsentiert und die *Farb-Sättigung* durch einen *linearen abgeschlossenen Werte-Bereich*, der von *Null* bis zu einem *endlichen Intensitäts-Wert* reicht und zum *Reellen Intervall* [ 0 .. x ] *isomorph* ist. Und die *Dunkelstufe* bzw. *Leuchtdichte* variiert von *weiß* bis *schwarz* und wird ebenfalls durch einen *linearen abgeschlossenen Werte-Bereich* repräsentiert, der zu einem *abgeschlossenen Reellen Intervall* *isomorph* ist. Graphisch bzw. geometrisch lässt sich dieser *Farben-Raum* durch die *Farb-Spindel* bzw. *Farb-Kugel* darstellen :

---

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 5 – 9



( NCS Farb-Spindel, Figur 1.6 aus [241], S. 11 nach [722], S. 148 )<sup>1</sup>

### 6.9.2.1.3 Integrale & Separable Dimensionen

Die *Eigenschafts-Werte* (Qualitäten) eines *Objekts* in den verschiedenen *Eigenschafts-Dimensionen* können abhängig oder unabhängig voneinander sein. Beispielsweise sind *Farb-Sättigung* & *Leuchtdichte* einer *Farbe* oder *Tonhöhe* & *Lautstärke* eines *Tones* miteinander korreliert.

Eigenschafts-Dimensionen, zwischen deren Eigenschafts-Werten solche Korrelationen bestehen, werden *Integrale Dimensionen* genannt. Eigenschafts-Dimensionen, die keine Integralen Dimensionen sind, heißen *Separable Dimensionen*. Ein Beispiel für zwei Separable Dimensionen sind *Farbton* und *Größe*.

Integrale & Separable Eigenschafts-Dimensionen unterscheiden sich auch hinsichtlich der *Kognition* von *Ähnlichkeits-Beziehungen*, da bei Objekten die Ähnlichkeit bezüglich einer Integralen Eigenschafts-Dimension auch die Ähnlichkeit bezüglich weiterer Integraler Eigenschafts-Dimensionen nach sich zieht. D. h. Objekte mit *Integralen Eigenschafts-Dimensionen* zeigen *dimensions-übergreifende Ähnlichkeiten* ([517]).<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241]), pp 9 – 13

<sup>2</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241]), pp 24 – 26

#### 6.9.2.1.4 Definition der Konzepte „Begriffs-Raum“ & „Entitäts-Bereich“

Damit lassen sich nun die Konzepte des „*Begriffs-Raumes*“ ( *Conceptual Space* ) und des „*Entitäts-Bereichs*“ ( *Domain* ) definieren.

Entitäts-Bereich ( Domain ) :

Ein „*Entitäts-Bereichs*“ ( *Domain* ) ist eine *Menge Integraler Dimensionen*, welche von *allen anderen* Eigenschafts-Dimensionen separiert ist.

Begriffs-Raum ( Conceptual Space ) :

Ein „*Begriffs-Raum*“ ( *Conceptual Space* ) besteht aus einer *Menge* von *Entitäts-Bereichen* & *Separablen Dimensionen*.

( Gärdenfors, [241], S. 26 )

#### 6.9.2.1.5 Die Herkunft von Begriffs-Räumen & Eigenschafts-Dimensionen

Einige Begriffs-Räume bzw. Eigenschafts-Dimensionen scheinen *angeboren* zu sein oder werden bereits in *sehr frühen Phasen der Individual-Entwicklung* erworben. Ein Beispiel hierfür sind die *Topologischen Abbildungen* von den verschiedenen *Sinnes-Organen* in die entsprechenden *Gehirn-Areale*. ([237]) Andere Begriffs-Räume & Eigenschafts-Dimensionen werden dagegen im Laufe der Kindheit *individuell erlernt* ([95] / [279] / [711]). Schließlich gibt es auch noch solche Begriffs-Räume & Eigenschafts-Dimensionen, die *Kultur-abhängig* sind und der *Kommunikation* und dem Austausch von *Wissen* dienen ([224]).<sup>1</sup>

### 6.9.2.2 Die Repräsentation von Ähnlichkeiten

#### 6.9.2.2.1 Ähnlichkeit & Metrik

In Kap. 6.9.2.1.1 ( S. 269 ) wurde der *Grad der Ähnlichkeit* zwischen zwei Objekten durch den *Abstand* bzw. die *Distanz* zwischen den *Eigenschaften* dieser beiden Objekte auf der entsprechenden *Eigenschafts-Dimension* definiert. Dies setzt voraus, dass die entsprechende Eigenschafts-Dimension die Struktur eines *Metrischen Raumes* hat, d.h. sich in ihr eine *Metrik* definieren lässt. Deshalb sollen im Folgenden die Allgemeine Metrik-Definition und einige spezielle Metriken kurz beschrieben werden.

---

<sup>1</sup> ) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241] ), pp 26 – 30

### Metrik-Definition :

Eine *Reellwertige Funktion*  $d : S \times S \rightarrow \mathbb{R}$  ist eine *Abstands-Funktion* des *Metrischen Raumes*  $S$ , wenn  $\forall$  Punkte  $a, b \& c \in S$  gilt :

$$D 1 : \quad d(a,b) \geq 0 \wedge d(a,b) = 0 \text{ iff } a = b \quad (\text{Minimalitat})$$

$$D 2 : \quad d(a,b) = d(b,a) \quad (\text{Symmetrie})$$

$$D 2 : \quad d(a,b) + d(b,c) \geq d(a,c) \quad (\text{Dreiecks-Ungleichung})$$

### Euklidische Metrik :

Eine *Reellwertige Funktion*  $d_E : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  :

$$d_E(x,y) := \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$$

Eine *Reellwertige Funktion*  $d_E : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  :

$$d_E(x,y) := \sqrt{\sum_i (x_i - y_i)^2}$$

### Huser-Block-Metrik :

Eine *Reellwertige Funktion*  $d_C : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  :

$$d_C(x,y) := |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$$

Eine *Reellwertige Funktion*  $d_C : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  :

$$d_C(x,y) := \sum_i |x_i - y_i|$$

### Minkowski-Metrik :

Eine *Reellwertige Funktion*  $d_k : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  :

$$d_k(x,y) := \sqrt[k]{\sum_i |x_i - y_i|^k}$$

Sonderfalle :

$$k = 1 : \quad d_1(x,y) = d_C(x,y)$$

$$k = 2 : \quad d_2(x,y) = d_E(x,y)$$

### Verallgemeinerungen :

$$d_E(x,y) := \sqrt{\sum_i w_i (x_i - y_i)^2}$$

$$d_C(x,y) := \sum_i w_i |x_i - y_i|$$

In diesen Gleichungen ist  $w_i$  das *Gewicht der Aufmerksamkeit*, dass der Dimension  $i$  beigemessen wird. Große Werte fur  $w_i$  *dehnen* den Begriffs-Raum entlang der Dimension  $i$ , wahrend kleine Werte fur  $w_i$  den Raum entlang dieser Dimension *zusammen stauchen* ([565]).

### 6.9.2.2.2 Die Dazwischenliegen-Relation ( Betweenness Relation )

Als weitere wichtige Geometrische Relation zur Beschreibung von Ähnlichkeiten in Begriffs-Räumen führt *Peter Gärdenfors* die *Relation des Dazwischenliegens* ( Betweenness ) ein. Die Dazwischenliegen-Relation ist eine *dreiwertige Relation*, die sich in einem Metrischen Raum durch :

$$\text{Def B : } B(a,b,c) \text{ iff } d(a,b) + d(b,c) = d(a,c)$$

definieren lässt. Diese Relation lässt sich allerdings auch rein axiomatisch definieren, so dass ein Metrischer Raum keine Voraussetzung für ihre Definierbarkeit ist.<sup>1</sup>

### 6.9.2.2.3 Der Ähnlichkeits-Grad als Abstand-Funktion

In Psychologischen Studien zum Kategorisierungs- & Konzept-Bildungs-Verhalten wird oft angenommen, dass der *Ähnlichkeits-Grad* zweier *Reize* durch den *Abstand* bzw. die *Distanz* zwischen den *Repräsentationen* dieser beiden Reize im zu diesen Reizen korrespondierenden *Psychischen Raum* bestimmt wird. Weiterhin wird in der Psychologie-Literatur allgemein angenommen, dass der *Ähnlichkeits-Grad* eine *exponentiell zerfallende Funktion* des *Abstandes* ist ( [302] / [566] / [567] / [568] / [707] ). So definieren etwa *Roger Shepard* bzw. *R.M. Nosofsky* folgendes :

Universelle Gesetz der Generalisierung :

$$s_{ij} = \exp(-c d_{ij}) \quad (\text{R.N. Shepard : [707]})$$

$$s_{ij} = \exp(-c d_{ij}^2) \quad (\text{R.M. Nosofsky : [565]})$$

( [241], pp 20 – 21 )

### 6.9.2.2.4 Separabilität & Metrik

Nach *Peter Gärdenfors* gibt es auch eine Beziehung zwischen *Ähnlichkeits-Grad*, *Separabilität* der Eigenschafts-Dimensionen und zu verwendender *Metrik*. Danach empfiehlt es sich zur Bestimmung des *Ähnlichkeits-Grades* bei *Integralen Dimensionen* die *Euklidische Metrik* zu verwenden und bei *Separablen Dimensionen* die *Häuser-Block-Metrik*. Als Beispiel hierfür nennt er die *Newton'sche Mechanik* und die *Relativitäts-Theorie*. In der *Newton'schen Mechanik* sind *Raum & Zeit* voneinander *separable Dimensionen* und folglich verwendet man auch *verschiedene Metriken*. In der *Relativitäts-Theorie* sind *Raum & Zeit* zur *Raum-Zeit integriert* und folglich verwendet man auch eine *Pseudo-Euklidische Metrik* – nämlich die *Minkowski-Metrik*.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 17 – 20

<sup>2</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 24 – 26

### 6.9.2.3 Die Repräsentation von Eigenschaften

“A central feature of our cognitive mechanisms is that we assign properties to the objects that we observe. This functions as a way of *abstracting* away *redundant information* about objects. ... »This capacity to predicate is absolutely central to concept-using creatures. It means that the creature is able to identify the *common property* which two or more objects share and to entertain the possibility that other objects also possess that property. That is, to have a *concept* is, among other things, to have a capacity to find an *invariance* across a range of contexts, and to *reify* that invariance so that it can be combined with other appropriate invariances.«”  
(Kirsch, »..«, [402], S. 163 & Gärdenfors, “..”, [241], S. 59) <sup>1</sup>

Nach Peter Gärdenfors lassen sich diese zu den *wahrgenommenen Eigenschaften* eines Objektes korrespondierenden *Invarianzen im Kognitions-Prozess* mit Hilfe des Konzepts der *Begriffs-Räume* auf einfache Weise modellieren. Eine „Eigenschaft“ eines Objekts wird durch eine(n) *Bereich* bzw *Region* im zugehörigen *Begriffs-Raum* repräsentiert, wobei unter „*Bereich*“ bzw „*Region*“ ein Raum-artiges Gebilde zu verstehen ist, dass durch die *Topologie* oder *Geometrie* des *Begriffs-Raumes* festgelegt wird. Beispielsweise unterteilt der das „Jetzt“ repräsentierende Punkt in der *Zeit-Dimension* diese Dimension in zwei *Bereiche bzw Regionen*, welche zu den Eigenschaften „*vergangen*“ & „*zukünftig*“ korrespondieren. <sup>2</sup>

Nun lässt aber die Topologie bzw. Geometrie eines Begriffs-Raumes noch *Freiheitsgrade* offen, innerhalb derer *Bedingungen* definiert werden können, welche ein(e) *Bereich bzw Region* noch erfüllen muss, um eine *Eigenschaft* zu repräsentieren. Eine dieser möglichen Bedingungen ist ihr *Zusammenhang*. Im Rahmen ihrer Forschungen zur *Raum-Kognition* haben Anthony G. Cohn und seine Forschungs-Gruppe in Leeds den *Region Connection Calculus* (RCC) entwickelt, dessen Grund-Baustein die *Relation* „hängt zusammen mit“ bildet ([118] / [285] / [643]). Diese kann wie folgt definiert werden: <sup>3</sup>

#### Definition :

$C(X,Y) = \text{Region } X \text{ hängt zusammen mit Region } Y :$

- iff  $X \cap Y \neq \emptyset$  oder  $X$  „berührt“  $Y$  mit
- $X$  berührt  $Y :=$  die *Topologischen Hüllen* von  $X$  &  $Y$  teilen wenigsten einen Punkt

Axiome :

- Reflexivität :  $\forall X : C(X,X)$
- Symmetrie :  $\forall X \& Y : C(X,Y) \Leftrightarrow C(Y,X)$

---

<sup>1</sup>) Kursiv & Unterstreichung von mir.

<sup>2</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241]), S. 67

<sup>3</sup>) Cohn et al. : “Representing & Reasoning with Qualitative Spatial Relations about Regions” ([118]), S. 102



Mit Hilfe dieser *Grund-Relation* lassen sich nun weitere einschränkende Bedingungen an Mengen in einem Begriffs-Raum definieren :

Zusammenhang :

- Eine *Teilmenge*  $X$  eines *Begriffs-Raums*  $S$  ist zusammenhängend  
:= iff  $\forall Y \& Z$  mit  $Y \cup Z = X : C(Y,Z)$
- Eine *Teilmenge*  $X$  ist unzusammenhängend :=  $X$  ist nicht *zusammenhängend*

Sternförmigkeit :

- $C \subseteq S$  ist sternförmig in Bezug auf Punkt  $p$   
:=  $\forall x \in C \& \forall y : y$  ist zwischen  $x \& p \Rightarrow y \in C$
- $\forall C \subseteq S : C$  ist sternförmig  $\Rightarrow C$  ist zusammenhängend
- Die Umkehrung gilt nicht !

Konvexität :

- $C \subseteq S$  ist konvex  
:=  $\forall x \& y \in C \wedge \forall p : p$  ist zwischen  $x \& y \Rightarrow p \in C$ .
- $\forall C \subseteq S : C$  ist konvex  $\Rightarrow C$  ist sternförmig bezüglich aller Punkte  $p \in C$ ,
- Die Umkehrung gilt nicht !

Regions-Definition :

Je nach Erfordernis kann ein(e) *Bereich* bzw *Region* als eine *Zusammenhängende, Stern-förmige oder Konvexe Teilmenge* eines *Begriffs-Raumes* definiert werden. Alle diese Definitionen benutzen lediglich die *Dazwischenliegen-Relation*. Diese *Dazwischenliegen-Relation* kann allerdings auf verschiedene Weise definiert werden !<sup>1</sup>

#### 6.9.2.4 *Eigenschaften Natürlicher Objekte*

Nach *Peter Gärdenfors* werden die *Eigenschaften Natürlicher Objekte* am Besten durch *Konvexe Regionen* im *Entitäts-Bereich* eines *Begriffs-Raum* repräsentiert. Dies sei ein *Gebot der Kognitiven Ökonomie*, da *Konvexe Mengen* weniger Anforderungen an *Lernen, Gedächtnis & Verarbeitungs-Kapazitäten* stellen als beliebig geformte *Regionen*. Ein Beispiel dafür sei der *Farben-Raum der Farb-Wahrnehmung*. Obwohl der *Farben-Kreis* in verschiedenen Sprachen verschieden eingeteilt werde, teilen ihn anscheinend alle Sprachen in *Konvexe Mengen* ein. Allerdings sei dabei zu beachten, dass die *Dazwischenliegen-Relation* auf den *Farben-Kreis-Ebenen*, d.h. den *Schnitt-Flächen* durch die *Farb-Spindel*, welche parallel zur größten *Schnitt-Kreis-Fläche* liegen, auf der Grundlage eines *Polar-Koordinaten-Systems* definiert werde. Diese Vermutung wird durch *Empirische Studien* gestützt, welche den Zusammenhang zwischen *Farben & Farb-Bezeichnungen* in verschiedenen Sprachen wie *Schwedisch, Polnisch, Spanisch & Amerikanischem Englisch* systematisch unter-

---

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241]), pp 68 – 70

suchten. Diese Studien zeigen, dass die zu den einzelnen *Farb-Bezeichnungen* korrespondierenden *Farben* in den meisten Fällen *Konvexe Regionen* in der *Farben-Spindel* bilden ! ( [45] / [722] / [746] ) Allerdings scheint es auch Gegenbeispiele zu geben ( [681] ).<sup>1</sup>

### 6.9.2.5 Die Repräsentation von Konzepten

Eigenschaften können nach *Peter Gärdenfors* als *Spezial-Fälle* von *Begriffen* bzw *Konzepten* aufgefasst werden. Während eine *Eigenschaft* mit Hilfe einer *einzelnen Eigenschafts-Dimension* oder *wenigen Integralen Eigenschafts-Dimensionen*, die einen *Entitäts-Bereich* bilden, eines *Begriffs-Raums* definiert werden kann, beruht die Definition eines *Konzepts* auf mehreren *Separablen Entitäts-Bereichen*.<sup>2</sup>

#### Definition :

“A *natural concept* is represented as a *set of regions* in a *number of domains* together with an assignment of *salience weights* to the domains and *information* about how the *regions* in *different domains* are *correlated*.”<sup>3</sup>  
( Gärdenfors, [241], S. 105 )

### 6.9.2.6 Die Repräsentation von Objekten

*Objekte* können nun einfach als *Punkte* in einem *Begriffs-Raum* repräsentiert werden. Umgekehrt kann jeder *Punkt* in einem *Begriffs-Raum* als *Koordinaten-Vektor* aufgefasst werden. Auf diese Weise kann einem *Physikalischen Objekt* ein(e) *Raum-Position*, *Farbe*, *Gewicht*, *Temperatur* etc. zugewiesen werden. Dagegen werden *Abstrakte Entitäten* durch *Koordinaten* in *Abstrakten Begriffs-Räumen* repräsentiert.

Wenn man wie *Gottfried Wilhelm Leibniz* annimmt, dass ein *Objekt* durch die *Menge seiner Eigenschaften* vollständig determiniert ist, dann repräsentieren alle Punkte eines *Begriffs-Raums* *Mögliche Objekte*. Auf diese Weise ist ein *Mögliches Objekt* eine *Kognitive Entität*, die *keinerlei Bezug zur Externen Welt* haben muss. Damit lässt sich auch das *Leibniz'sche Gesetz*, dass zwei Objekte, die *nicht unterscheidbar* sind, *identisch* sein müssen, in der Terminologie der *Begriffs-Räume* formulieren : Wenn die *Repräsentation zweier Objekte* in einem *Begriffs-Raum* für *alle seine Dimensionen* die *gleichen Werte* aufweist, so sind ihre *Repräsentationen* *identisch* ! Und umgekehrt, wenn zwei Objekte *unterscheidbar* sein sollen, so müssen sich ihre *Repräsentationen* *mindestens in einem Wert einer Dimension unterscheiden*.

Mit dem Konzept des *Begriffs-Raums* lassen sich auch dann *Objekte* repräsentieren, wenn *nicht alle Eigenschaften* dieser Objekte *bekannt* sind. In diesem Falle werden

---

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 70 – 76

<sup>2</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 59 – 60 + 101

<sup>3</sup>) Kursiv von mir.

diese Objekte durch *Partielle Vektoren* repräsentiert, sodass die *Koordinaten* dieser *Objekte* in einigen *Eigenschafts-Dimensionen* undeterminiert bleiben.

Damit lassen sich *Objekte* als *Spezial-Fall* von *Konzepten* definieren, bei denen *alle* ( *bekanntes* ) *Regionen* in den *Entitäts-Bereichen* zu *Punkten* reduziert sind.<sup>1</sup>

### 6.9.2.7 Kategorien- & Prototyp-Theorie

“Concepts & categories are, to a large extent, flip sides of the same coin. Roughly speaking, a *concept* is an idea that characterizes a *set*, or *category*, of *objects*.” (Sloman et al., [723], S. 192) *Kategorisierung* ist mithin eine *Regel* zur *Klassifikation von Objekten*. Ihre Anwendung resultiert in einer Anzahl verschiedener *Kategorien*. In einem *Begriffs-Raum* führt die *Kategorisierung* zu einer *Partitionierung des Raumes* und jedes *Konzept* korrespondiert zu einer *Region* oder einer *Menge von Regionen aus Separablen Entitäts-Bereichen* diese *Raumes*.<sup>2</sup>

Während die *Klassische Kategorien-Theorie des Aristoteles* davon ausgeht, dass *alle Repräsentanten* einer *Begriffs-Kategorie* gleich sind, geht die *Prototyp-Theorie* davon aus, dass *bestimmte Mitglieder* einer *Kategorie* repräsentativer für diese *Kategorie* sind als *andere* ! Die *repräsentativsten Mitglieder* werden *Prototypen* dieser *Kategorie* genannt. Nach der *Prototyp-Theorie* zeigen die *Mitglieder* einer *Kategorie* eine *Graduelle Abstufung der Mitgliedschaft*, welche festlegt, wie repräsentativ jedes *Mitglied* ist ( [426] / [520] / [668] / [669] ).

Diese Hypothese der *Prototyp-Theorie* lässt sich durch *Experimentelle Befunde* aus der *Psycho-Akustik* und der *Farb-Wahrnehmung* belegen. Nach der *Phonetik* ist ein *Selbstlaut bzw. Vokal* durch die *Beziehung* zwischen der *Basis-Frequenz* seines *Klages* und seinen *Formanten*, d.h. seinen *Harmonischen Höherer Ordnung* determiniert. Dabei sind im Allgemeinen die *ersten zwei Formanten* zu seiner *Identifizierung* ausreichend. D.h. die *Koordinaten* dieser beiden *Formanten* in einem *2-dimensionalen Raum*, der durch die *beiden ersten Formanten* aufgespannt wird, liefern eine *hinreichend genaue Repräsentation* eines *Selbstlautes bzw. Vokals*. Untersuchungen zur Erzeugung & Erkennung von *Selbstlauten* des *Amerikanischen Englisch* haben gezeigt, dass die “*preferred*”, “*identified*” & “*self-approved*” Beispiele verschiedener *Vokale* *einander umfassende Konvexe Regionen* mit *Kern-Bereichen* in dem durch ihre *Formanten* aufgespannten *Raum* bilden ( [190] ).

Weiterhin zeigen Experimente zur *Farb-Klassifikation bzw. -Kategorisierung* anhand ihrer *Chromatischen Ähnlichkeit*, dass einzelne *Farb-Klassen bzw. -Kategorien* durch bestimmte *Kern-Farben* als ihre *Prototypen* repräsentiert werden. Daraus lassen sich *Asymmetrien* zwischen den einzelnen *Kategorie-Mitgliedern* und *Asymmetrische Strukturen* innerhalb der einzelnen *Kategorien* nachweisen. Dieses Verhalten kann durch die *Repräsentation* dieser *Kategorien* durch *Konvexe Regionen* modelliert werden, in denen die *Kern-Farben* zu mehr oder weniger *zentralen Teil-Regionen* korrespondieren, welche im Falle eines *Metrischen Raumes* den „*Schwerpunkt*“

---

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 134 – 135

<sup>2</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 59 – 60

dieser *Kategorien* enthalten. Ist der Begriffs-Raum *dicht*, dann ist der *Schwerpunkt* und damit der *ideale Prototyp* immer auch Element dieser *Kern-Region* ( [668] / [669] / [722] ).<sup>1+2</sup>

### 6.9.2.8 Lernen durch Begriffs- & Kategorien-Bildung

Umgekehrt lässt sich mit dem *Konzept der Begriffs-Räume* auch das *Lernen* von *Begriffen* und den dazu korrespondierenden *Kategorien* anhand von *Beispielen* dieser Begriffe bzw. Kategorien modellieren. So lässt sich ein *Prototyp* aus einer *Menge* von *Exemplarischen Mitgliedern* einer *Kategorie* mit Hilfe der Formel :

$$p_i := \sum_k x_{ik} / n$$

ableiten, wobei  $p_i$  die *i-te Koordinate* des *Prototyp-Vektors*  $p$  ist und  $x_{ik}$  die Koordinaten der  $n$  Beispiele sind, die unter den durch den *Prototyp*  $p$  repräsentierten *Begriff* fallen. In einem *Metrischen Raum* bilden diese Prototypen *Zentrale Punkte* der *Kategorien*, die sie repräsentieren. Mit Hilfe einer *Euklidischen Metrik* lässt sich dann jeder Punkt des Begriffs-Raums derjenigen *Kategorie* zuordnen, für dessen *Abstand* zum diese Kategorie repräsentierenden *Prototyp*  $p_i$  gilt :

$$d_E(p_i, p) < d_E(p_j, p) \quad \forall j \neq i$$

Dieses Kategorisierungs-Verfahren liefert eine *Voronoi Parkettierung* des *Begriffs-Raumes* mittels *Konvexer Regionen*. ( [572] ) Aus einem *dynamischen* Blickwinkel lassen sich die *Prototypen* als *Attraktoren* auffassen und die zugehörigen *Voronoi Regionen* als dazu korrespondierende *Attraktions-Bassins* ( [195] ).

Darüber hinaus hat dieses Kategorisierungs-Verfahren noch einen weiteren *dynamischen* Aspekt, da *jedes neue Beispiel* für ein Mitglied einer *Kategorie* im Allgemeinen zu einer *Veränderung des Prototyps* führt. Für jede Dimension  $i$  lässt sich die *Veränderung des Prototyps* in dieser Dimension  $\Delta p_i$  durch folgende Formel :

$$\Delta p_i := (x_i - p_i) / n + 1$$

berechnen, wobei  $x_i$  die *i-te Koordinate* des *neu erlernten Beispiels* ist und  $n + 1$  die *Gesamtzahl aller Beispiele* für die *Kategorie*, welche durch den *Prototyp*  $p$  repräsentiert wird, einschließlich des neuen Beispiels.<sup>3</sup>

Wird statt einer Euklidischen Metrik eine *Häuser-Block-Metrik* zur Parkettierung benutzt, so sind die die einzelnen Kategorien trennenden *Bisektoren* im Allgemeinen keine *Geraden* mehr, obwohl auch diese Metrik zu einer *Partitionierung* des Begriffs-Raumes führt. Die einzelnen *Partitionen* sind jedoch keine *Konvexen* Regionen mehr sondern haben eine *Sternförmige* Gestalt.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 84 – 87

<sup>2</sup>) Man vergleiche hierzu auch die *Theorie der Merkmale & Typen* der *Biologischen Morphologie & Systematik* in Kap. 6.8.2.3 ( S. 261 ).

<sup>3</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 87 – 89 + 123 – 125

<sup>4</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 91 – 92

### 6.9.2.9 Die Repräsentation von Ordnungs-Relationen & Gestalt-Ähnlichkeiten

Mit Hilfe des Konzepts der Begriffs-Räume lassen sich aber nicht nur Objekte, Eigenschaften & Begriffe repräsentieren, sondern auch *Ordnungs-Relationen* und sogar *Gestalt-Ähnlichkeiten*. Werden beispielsweise die *Längen* zweier *Objekte* in den *Ersten Quadranten* der *Reellen Zahlen-Ebene*  $(\mathbb{R}^+)^2$  abgebildet, so werden alle Objekt-Paare, welche in der *Relation*  $\text{länge}(x) < \text{länge}(y)$  stehen, oberhalb der *Winkel-Halbierenden*  $\text{länge}(x) = \text{länge}(y)$  abgebildet und alle Objekt-Paare, zwischen denen die *Relation*  $\text{länge}(x) > \text{länge}(y)$  besteht, unterhalb der *Winkel-Halbierenden*  $\text{länge}(x) = \text{länge}(y)$ .<sup>1</sup>

Ein einfaches Beispiel für das Vergleichen von Gestalten ist die *Ähnlichkeit zwischen Rechtecken*. Als *Gestalt-Raum* dient die *Menge aller Punkt-Muster* im  $\mathbb{R}^2$ . Dann lässt sich die *Menge aller Rechtecke* als *Menge aller Quadrupel*  $(a,b,c,d)$  von Punkten in  $\mathbb{R}^2$  definieren, welche die Bedingung erfüllen, dass die *Linien*  $ab$ ,  $bc$ ,  $cd$  &  $da$  *Konvexe Polygone* bilden, für die gilt :

- $a_x - b_x = c_x - d_x$  &  $a_y - b_y = c_y - d_y$  ( d.h. die Seiten sind paarweise gleich lang )
- $|ad| = |bc|$  ( d.h. die Diagonalen sind gleich lang )

Definiert man auf dieser Menge *Äquivalenz-Klassen* durch :

$$(a,b,c,d) \equiv (e,f,g,h) := \text{wenn gilt : } |ab| = |ef| \text{ \& } |ac| = |eg|$$

so wird dadurch eine *Isomorphe Abbildung* :

$$(\mathbb{R}^2)^4 \rightarrow (\mathbb{R}^+)^2 \text{ mit : } (a,b,c,d) \rightarrow ( |ab| , |ac| ) \text{ konstituiert.}$$

Auf diese Weise werden die Rechtecke *unabhängig* von ihrer *Lage* in der Ebene  $\mathbb{R}^2$  alleine auf Grund ihrer *Seiten-Längen* identifiziert.

Die *Abstand-Funktion* :

$$d((a,b,c,d),(e,f,g,h)) := \sqrt{(|ab| - |ef|)^2 + (|ac| - |eg|)^2}$$

definiert dann einen *Ähnlichkeits-Grad* auf der Menge aller Rechtecke.

Damit korrespondieren nun bestimmte *Regionen* im  $(\mathbb{R}^+)^2$  mit bestimmten *Eigenschaften* der Rechtecke :

- Alle *Quadrate* ( d.h.  $|ab| = |ac|$  )  
werden auf die *Winkel-Halbierende* in  $(\mathbb{R}^+)^2$  abgebildet,
- alle *Rechtecke* mit dem *Seiten-Verhältnis*  $|ab| < |ac|$   
werden *oberhalb* der *Winkel-Halbierenden*  $|ab| = |ac|$  abgebildet und
- alle *Rechtecke* mit dem *Seiten-Verhältnis*  $|ab| > |ac|$   
*unterhalb* der *Winkel-Halbierenden*  $|ab| = |ac|$ .

Und alle diese drei Punkt-Mengen in  $(\mathbb{R}^+)^2$  sind *Konvexe Mengen* !<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241]), pp 92 – 93

<sup>2</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241]), pp 93 – 94

Dieses Beispiel mag gegenüber der in Kap. 6.7.5.3.2 (S. 244) beschriebenen *Mentalen Anordnungs-Hypothese* keinen Vorteil haben, aber es ist ein einsichtiges Beispiel, welches den Einstieg in folgendes Beispiel erleichtert. Dieses Beispiel wird zeigen, dass sich auch *sehr komplexe Gestalt-Räume* durch *Begriffs-Räume* modellieren lassen.

Dieses Beispiel ist ein Modell des *Gestalt-Raumes* von David Marr & K.H. Nishihara. Wie in Kap. 6.2.5.4 (S. 124) beschrieben, lassen sich *Objekte* durch *Zylinder-Modelle* beschreiben, wobei jeder Zylinder durch die beiden Koordinaten *Länge & Radius* und seine *Räumliche Orientierung* relativ zu einem Koordinaten-System bestimmt ist. Die *Kombination zweier Zylinder* wird durch den *Winkel*, den sie miteinander bilden und die *Position*, an welcher der *hinzugefügte Zylinder* den *Dominanten Zylinder* berührt, beschrieben. Damit kann das *Objekt-Modell* durch eine vergleichsweise kleine Anzahl von *Koordinaten* bestehend aus *Längen & Winkeln* beschrieben werden. Auf diese Weise wird ein *Objekt* durch einen *Vektor* in einem *Hoch-dimensionalen Raum* repräsentiert. Dabei werden die „*Längen*“-*Dimensionen* durch *Cartesische Koordinaten* mit der *Euklidischen Metrik* repräsentiert, während die „*Winkel*“-*Dimensionen* durch *Polar-Koordinaten* beschrieben werden. Die *Koordinaten* der *Zylinder* und ihrer *Verbindungs-Punkte* erzeugen also einen *Hoch-dimensionalen Gestalt-Raum*, wobei jede *Zylinder-Gestalt* zu einem *Punkt* in diesem *Gestalt-Raum* korrespondiert.

Auf diesem Raum kann nun eine *Dazwischenliegen-Relation* definiert werden, welche auf den *Dazwischenliegen-Relationen* in jeder einzelnen Dimension basiert. D.h.  $(b_1, \dots, b_n)$  liegt zwischen  $(a_1, \dots, a_n)$  &  $(c_1, \dots, c_n)$  dann und nur dann, wenn für alle Dimensionen  $i$   $b_i$  zwischen  $a_i$  &  $c_i$  liegt. Auf diese Weise können etwa *Gestalten* erzeugt werden, die z. B. *zwischen* den Gestalten von *Menschen & Affen* liegen. Wird nun auch noch eine *Häuser-Block-Metrik* mit verschiedenen *Gewichten* für jede einzelne *Dimension* definiert, so lassen sich mit Hilfe von *Prototypischen Gestalten* *Regionen* erzeugen, welche zu bestimmten *Gestalt-Typen* wie z. B. *Vogel* oder *Katze* korrespondieren. ([488] + [489])<sup>1</sup>

Peter Gärdenfors & Mitarbeiter haben die Klassifikation von Gestalt-Ähnlichkeiten an einem einfacheren Modell, nämlich mit *Zeichnungen von Schnecken-Gehäusen*, welche sich mit nur drei Parametern beschreiben lassen, experimentell untersucht. Dabei stellten sie fest, dass bei „*Natürlichen Kategorien*“, d. h. *Kategorien*, welche sich gemessen durch die Anzahl der Lern-Runden, der Lern-Zeiten, sowie der Klassifikations-Fehler & -Zeiten *einfach erlernen* lassen, in der Tat diese Kategorien gemäß einer *Verallgemeinerten Voronoi Klassifikation*, d. h. einer Klassifikation, in welcher eine Kategorie nicht durch einen einzelnen Prototyp, sondern durch einen *Prototypischen Bereich* repräsentiert wird, gebildet werden.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241]), pp 94 – 96

<sup>2</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ([241]), pp 137 – 150

### 6.9.3 Die Geometrie des Gehirns

Nachdem im letzten Kapitel ein Ansatz zur *Geometrie des Denkens* vorgestellt wurde, welcher nach der in Kap. 6.1.4 (S. 116) beschriebenen Klassifikation der „*Representational Theories of Mind*“ auf der *Funktionalen Ebene* anzusiedeln ist, soll in diesem Kapitel kurz auf *Geometrische Modelle* auf der *Neurobiologischen Ebene* eingegangen werden.

An erster Stelle sind hier die *Topographischen Abbildungen* zu nennen, durch welche die *Sinnes-Organen* in „Tiefere“ Regionen des *Cortex* dergestalt abgebildet werden, dass *Nachbarschafts-Beziehungen* in den *Sinnes-Organen* in diesen *Hirn-Arealen* erhalten bleiben. Beispielsweise gibt es eine *Retinotopie Abbildung* der *Retina* des *Auges* in die *sechs Schichten* des *Lateralen Geniculaten Nukleus*, in welcher die *Topographie* der *Retina* erhalten bleibt. Weitere Beispiele sind die *Somatotopen Abbildungen*, welche die *Körper-Oberfläche* topographisch auf den *Somatosensorischen Cortex* abbildet und die *Tonotopen Abbildungen*, welche die durch die *Cochlea* wahrgenommenen *Harmonischen* eines *Tones* topographisch auf den *Auditorischen Cortex* abbildet. Diese Topographischen Abbildungen erzeugen verschiedene Repräsentations-Bereiche im Gehirn, da sie meistens die *Sinnes-Modalitäten* erhalten. Auf diese Weise bleiben die *verschiedenen Merkmale & Eigenschaften* von *Objekten*, welche durch *verschiedene Sinnes-Organen* wahrgenommen werden, in den *Höheren Regionen des Gehirns* erhalten. ([736])

Ein wesentlich abstrakteres Modell des Gehirns ist dagegen die Repräsentation des *Nervensystems* durch *Vektor-Räume*. *Charles Gallistel* schreibt dazu in seinem Buch über *Lern-Mechanismen in Biologischen Systemen*: “The purpose of ( the chapter on *vector spaces in the nervous system* ) is to review *neurophysiological data* supporting the hypothesis that the nervous system does in fact quite generally employ *vectors* to represent *properties* of both *proximal & distal stimuli*<sup>1</sup>. The values of the *representational vectors* are *physically expressed* by the *locations of neural activity in anatomical spaces* of whose *dimensions* correspond to *descriptive dimensions of the stimuli*.” ... “The *nervous system* appears to be committed to a *functional architecture* in which the *meaning of activity* in a *single unit* is determined by the *position of that unit relative to functionally specified anatomical axes*. The brain uses a *spatial scheme* to represent combinations of stimulus properties, even when those *properties* are not spatial. The *vectors* by which the brain represents stimuli, like vectors by which mathematics represents them, are *rooted in spatial considerations*. In mathematics, these roots are historical ; in the brain, they derive from a *principle of functional architecture* : what a unit represents is determined by where it is in an anatomical vector space ( projection field ).” ([237], pp 477 + 501 )

“This view assumes that the *brain* is a »geometric object«, that is to say :

- (1) activity in the neuronal network is *vectorial*, and
- (2) the networks are organized *tensorally* :  
i.e. activity vectors remain *invariant* to *changes in reference-frames*.

---

<sup>1</sup>) Ein *Proximaler Reiz* ist die Form des *Reizes* wie er durch die *Sinnes-Organen* eines *Organismus* wahrgenommen wird. Dagegen ist ein *Distaler Reiz* die Form des *Reizes*, wie er durch die *Eigenschaften* des *Wahrgenommenen Objekts* spezifiziert wird. ([239])

Understanding *brain functions* becomes, then, the establishment of the *inherent geometric properties* of the *activity vectors* and, more fundamentally, the determination of the *properties* of the *multi-dimensional internal space* ( a frequency hyperspace ) in which the vectorial transformations occur.” ( [590], S. 1125 )  
 ( [240] / [589] / [590] / [591] / [592] )

*Charles Gallistel* has “surveyed *electrophysiological & psychophysical evidence* to the effect that *spatial representations* have a *vectorial form* in the *nervous system* itself. The nervous system’s commitment to *representing stimulus properties in vector spaces of modest dimensionality* extends beyond the *representation of spatial properties* to encompass *other stimulus properties*, such as *sound intensity, radial velocity, and spectral compositions*. ... The mathematical term *vector space*, for a coordinate system in which *objects* may be *described* by their *positions along orthogonal descriptive continua*, has an *anatomical significance* in the nervous system’s approach to representation : *vector spaces* in the *nervous system* are quite *literally spaces*, or rather *overlaid or interspersed planar areas*.”  
 ( Gallistel, [237], S. 520 )<sup>1+2</sup>

#### 6.9.4 Anhang : „Geometrie, Kognition & Evolution“ von Roger Shepard

Zum Schluss dieses Kapitels über die *Raum-Kognition als Basis des Abstrakten Denkens* soll noch kurz auf die *Evolution* solcher *Abstrakter Räume* und deren *Geometrie* eingegangen werden. Dazu schreibt *Roger Shepard* in seinem Aufsatz *Perceptual-Cognitive Universals as Reflections of the World* :

“The universality, invariance, and elegance of principles governing the universe may be reflected in principles of the minds that have evolved in that universe – provided that the mental principles are formulated with respect to the abstract spaces appropriate for the representation of biologically significant objects and their properties.

- (1) Positions and motions of objects conserve their shapes in the geometrically fullest and simplest way when represented as points and connecting geodesic paths in the six-dimensional manifold jointly determined by the Euclidean group of three-dimensional space and the symmetry group of each object.
- (2) Colors of objects attain constancy when represented as points in a three-dimensional vector space in which each variation in natural illumination is cancelled by application of its inverse from the three-dimensional linear group of terrestrial transformations of the invariant solar source.
- (3) Kinds of objects support optimal generalization and categorization when represented, in an evolutionarily shaped space of possible objects, as connected regions with associated weights determined by Bayesian revision of maximum-entropy priors.

---

<sup>1</sup>) In allen Zitaten sind Kursiv-Schrift & Unterstreichung von mir.

<sup>2</sup>) Peter Gärdenfors : „Conceptual Spaces – The Geometry of Thought“ ( [241] ), pp 50 – 53



... If so, psychological science may have unnecessarily restricted its scope by implicitly assuming that psychological principles, unlike the universal laws of physics, apply at most to the particular animals that happen to have evolved on one particular planet. When formalized at a sufficient level of abstraction, mental principles that have evolved as adaptations to principles that have long held throughout the universe might be found to partake of some of the generality of those prior principles ([707]) – perhaps even attaining the kind of universality, invariance, and formal elegance (if not the quantitative precision) previously accorded only to the laws of physics and mathematics. My own searches for universal psychological principles for diverse perceptual-cognitive domains have been unified by the idea that invariance can be expected to emerge only when such principles are framed with respect to the appropriate representational space for each domain.” (Shepard, [708], pp 2 – 3)

“The formalization of the structures underlying psychological representation at a suitably abstract level can reveal deep analogies between disparate domains. In the domain of color, just as in the domains of position, motion, deformation, and musical pitch, transformations have an abstract group-theoretic representation. Different domains require different groups, such as the Euclidean group for changes in position of an invariant shape, and the linear group for changes in the spectral composition of light reflected from an invariant surface. Nevertheless, they share some fundamental properties. In the representation of position or motion and in the representation of color, alike, the formal characterization reveals, for example, how prevailing structural constraints yield dimensional reduction of the representational space. Thus the symmetry group  $S(O)$  of a surface of revolution, such as a cylinder or a sphere, entails, through substitution of the appropriate quotient manifold, a reduction from a six-dimensional to a five- or a three-dimensional space of distinguishable positions, respectively ([99]). Similarly, a restriction on the degrees of freedom of terrestrial filtering permits a reduction in the dimensionality of the representation for surface colors, from a space of six or more dimensions needed to capture the full reflectance characteristic of the surfaces of natural objects, to the three-dimensional space sufficient for the minimal invariant representation of their intrinsic colors.” (Shepard, [708], S. 31)

“[T]he converging evolution of three-dimensional color representation in diverse visually dependent animals – evidently including most humans as well as the birds and the bees – may not be accidental. The speculation that I have favored is that this three dimensionality may be an adaptation to a property that has long prevailed on our planet. We may need three dimensions of color not because the surfaces of objects vary in just three dimensions but because we must compensate for the three degrees of freedom of natural lighting in order to see a given surface as having the same intrinsic color regardless of that illumination.” (Shepard, [708], S. 32)

“Invariance in the law of generalization has ... been obtained by separating the psychological form of generalization in the appropriate psychological space from the psychophysical mapping from any specified physical parameter space to that psychological space. The psychophysical mapping, having been shaped by natural selection, would favor a mapping into a representational space in which regions that correspond to basic kinds, though differing widely in size and shape, have not, on average over evolutionary history, been systematically elongated or compressed in any particular directions or locations in the space. From what they learn about any newly encountered object, animals with a representational space for which biologically relevant kinds were consistently elongated or compressed in this way would tend to

generalize too much or too little in certain directions of that space, relative to other species that had evolved an innate representational space that was appropriately regularized for the biologically relevant basic kinds in our world.”

( Shepard, [708], S. 36 )

“Under the term basic kind I mean to subsume not only such natural kinds as animal, vegetable, and mineral species, but also such basic level categories ( [670] ) as knife, bowl, or chair ( for humans ) or trail, burrow, or nest ( for animals of some other species ). Objects of the same basic kind are thus objects that provide the same functions or affordances ( in the sense of Gibson in [272] ). A basic kind typically includes objects that, although more or less similar, may be readily discriminable from each other: an apple may be red or green ; a trail may be level or steep ; a chair may have a low or high back. Generalization from one object to another is not a failure of discrimination, therefore, but a cognitive act of deciding that two objects, even if readily distinguishable, may be similar enough to be of the same kind and, hence, to offer the same significant consequence or affordance.” ( Shepard, [708], pp 32 – 33 )

“Perhaps psychological science need not limit itself to the description of empirical regularities observed in the behaviors of the particular, more or less accidental collection of humans or other animals currently accessible to our direct study. Possibly we can aspire to a science of mind that, by virtue of the evolutionary internalization of universal regularities in the world, partakes of some of the mathematical elegance and generality of theories of that world. The principles that have been most deeply internalized may reflect quite abstract features of the world, based as much ( or possibly more ) in geometry, probability, and group theory than as in specific, physical facts about concrete, material objects. By focusing on just three perceptual-cognitive examples – concerning the representation of the colors of objects, the kinds of objects, and the positions, motions, and shapes of objects – I have tried to indicate how psychological principles of invariant color, optimum generalization, and simplest motion may achieve universality, invariance, and mathematical elegance when formulated in terms of points, connected subsets of points, and geodesic paths in the appropriate abstract representational spaces.” ( Shepard, [708], pp 38 – 39 )

## **6.10 Mathematik & Kognition**

### **6.10.1 Vorbemerkungen**

In den beiden letzten Kapiteln wurden die *Kognitiven Grundlagen* beschrieben, welche dem *Abstrakten Denken* zugrunde liegen. *Abstraktion* ist nach *Pierre Basieux* die „fruchtbarste Methode, Wissenschaft zu betreiben. Denn was auch immer an Konkretem gebastelt wird, es muss erst irgendwie gedacht werden – oft in abstrakter, vereinfachter Form. Und keine Klarheit ist reiner als abstrakte.“ Und die höchste Ebene des Abstrakten Denkens ist die *Mathematik*. Die konkrete Wirklichkeit ist oft so komplex & kompliziert, dass sie ohne *Mathematische Modelle* nicht in den Griff zu bekommen ist. Diese Modelle können „sich mehr & mehr von der Wirklichkeit entfernen, den Bezug zu ihr sogar ganz verlieren. Man neigt dazu, solche Modelle mit Eigenleben als *Reine Mathematik* zu bezeichnen – im Gegensatz zur *Angewandten*

*Mathematik*, die vornehmlich auf die Wirklichkeit bezogene Probleme untersucht.“  
(Basieux, [36], S. 8)<sup>1</sup>

„Die Objekte der heutigen Mathematik, beginnend mit der Betrachtung konkreter Mengen & Beziehungen, gingen aus einem mehrstufigen *Abstraktions-Prozess* hervor. Die *Natürlichen Zahlen* entstanden einerseits (und ursprünglich) durch den *abstrakten* Prozess des *Zählens*, und *konkrete Teilungs-Operationen* im täglichen Leben führten alsbald zu den *Brüchen* oder *Rationalen Zahlen*.

Man versuchte dann, derartige *Zählungen & Teilungen* unabhängig von den speziellen, konkreten Dingen durchzuführen, weil die Ergebnisse dieser Bemühungen unabhängig von den speziellen Eigenschaften der zu Grunde liegenden Mengen ausfielen.“ ... Man „bildete *Zahlen-Mengen* und erweiterte sie : von den *Natürlichen Zahlen*  $\mathbb{N}$  ... , zu den *Ganzen Zahlen*  $\mathbb{Z}$  ... , zu den *Rationalen Zahlen*  $\mathbb{Q}$  ... , weiter zu den *Reellen Zahlen*  $\mathbb{R}$  (die auch die *Irrationalen Zahlen* wie  $\sqrt{2}$  oder die *Kreiszahl*  $\pi$  enthalten) und schließlich zu den *Complexen Zahlen*  $\mathbb{C}$  ... .

Gleichzeitig wurden *Relationen* zwischen den *Elementen* dieser Zahlen-Mengen studiert sowie Eigenschaften gewisser *Operationen* oder *Verknüpfungen* zwischen den Elementen und auch *elementweise Zuordnungen* zwischen Zahlen-Mengen, wobei diese Zuordnungen oder Abbildungen im Kern mit eindeutig definierten *Gedanklichen Assoziationen* vergleichbar sind.“

„Die nächste Abstraktionsstufe bestand ... darin, von der *speziellen Natur* der Zahlen (wie von der der Mengen) ... abzusehen, weil man merkte, dass die Beziehungen zwischen den Mengen und zwischen ihren Elementen einen immer wichtigeren Platz einnahmen, indem diese Beziehungen allen Mengen (und nicht nur den Zahlen-Mengen) nützliche & schöne *Strukturen* aufprägten.“

„*Konkret & abstrakt* wurden zunehmend *relative* Begriffe. So dient die Zahlen-Welt, die bereits einen *Abstraktions-Prozess* darstellt, in der *nächsten* Abstraktions-Stufe wiederum als »*konkretes*« Beispiel für *noch* abstraktere Mengen und Räume. Jede Stufe liefert so die konkreten Beispiele für die *nächsthöhere* abstrakte Stufe.“  
(Basieux, [36], pp 25 – 26)<sup>2</sup>

## 6.10.2 Die Kognitionswissenschaft der Mathematik

Diese Beschreibung eines Prozesses immer weiter fortschreitender Abstraktion erinnert an die *Ratiomorphen Basis-Prozesse der Kognition*, welche nach *Rupert Riedl* auf allen Ebenen des Erkennens & Lernens wirksam sind ( $\Rightarrow$  Kap. 6.6.8: S. 221). In diesem Kapitel sollen deshalb die *Kognitiven Prozesse* untersucht werden, welche diesen *Abstraktions-Prozessen* in der *Mathematik* zugrunde liegen.

Dies ist Gegenstand der noch sehr jungen *Kognitionswissenschaft der Mathematik*. Einer der Ersten, welcher sich mit Kognition & Psychologie der Mathematik

---

<sup>1</sup>) Unterstreichung von *Pierre Basieux*, kursiv von mir.

<sup>2</sup>) Unterstreichung von *Pierre Basieux*, kursiv von mir.

beschäftigte, war *Jacques Hadamard* in seinem berühmten Essay über die *Psychologie der Erfindung in der Mathematik* ([300]). Die Kognitive Mathematik hat erst in den letzten Jahren einen Wissensstand erreicht, welcher zur Veröffentlichung der Bücher *Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können* ([136]) von *Stanislas Dehaene*, *Das Mathe-Gen* ([146]) von *Keith Devlin* und *Where Mathematics comes from* ([430]) von *George Lakoff & Rafael Núñez* führte. Allerdings beschäftigen sich letztere zum größten Teil mit *Mathematischer Ideen-Analyse*, welche ich im Gegensatz zu diesen Autoren für kein Teilgebiet der Kognitionswissenschaft halte, sondern für eine *Kern-Disziplin der Mathematik*, wenn diese auch auf Grund des seit *David Hilbert* über *Bertrand Russell & Alfred Whitehead* ([677]) bis zu *Nicolas Bourbaki* ([87] + [88]) vorherrschenden *Formalisierungs- & Axiomatisierungs-Programms der Mathematik* zeitweise verloren gegangen ist. Das folgende Kapitel beruht zum großen Teil auf diesen drei Büchern, geht aber teilweise auch eigene Wege.

### 6.10.3 Die Entwicklung des Gegenstands-Bereichs der Mathematik

Die Mathematik ist kein starres System vorgegebener Fakten sondern ihre Objekte und Schlüsse haben sich vielmehr im Laufe vieler Generationen entwickelt. Dabei wurde das *Gebäude der Mathematik* durch *Versuch & Irrtum* errichtet, sodass ihre höchsten Gerüste manchmal dem Zusammenbruch nahe sind. So erfolgten *Zerstörung & Wiederaufbau* einander in einem *unaufhörlichen Kreislauf*. Die *Grundlagen* aller dieser Mathematischen Konstruktionen waren & sind so *fundamentale Intuitionen* wie die *Begriffe* :

- Menge
- Zahl
- Raum
- Zeit            und
- Logik

Diese Begriffe werden fast nie in Frage gestellt, da sie nach *Stanislas Dehaene* zu den *Irreduzierbaren Repräsentationen* unseres *Kognitiven Systems* zu gehören scheinen. Das Ziel aller Mathematischen Konstruktionen ist es, diese *Intuitionen* zu *formalisieren*, um sie kohärenter & miteinander verträglich zu machen und um sie besser an die *Erfahrung der Außenwelt* anzupassen.<sup>1</sup>

Die Wurzeln der Mathematik gehen auf die *Alten Ägypter & Mesopotamier* zurück, welche die ersten Grundlagen der *Mathematik* als der *Lehre von den Zahlen* sowie dem *Rechnen mit diesen* legten. Diese Mathematik war allerdings weitgehend *anwendungsorientiert* und bestand im Wesentlichen aus *Regel-Sammlungen* für den Alltags-Gebrauch. Die *Geometrie* als *Lehre der (Erd-) Vermessung* war eines von vielen Anwendungs-Gebieten der Mathematik.

Die *Alten Griechen* rückten ab ca. 600 v. Chr. – beginnend mit *Thales von Milet* – durch die Einführung von *Formalen Argumentations-Verfahren* als *Logische Beweise* von präzise formulierten Geometrischen Behauptungen die *Geometrie* in das Zentrum der Mathematik. Diese Methode wurde ca. 350 v. Chr. durch *Euklid* in seinem Werk *Die Elemente* ([188]) systematisch angewandt. So wurde die *Mathematik* zur *Lehre*

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 281 – 282

*der Zahlen & Geometrischen Formen*. Die Entdeckung von Längen, für die sich keine Zahlen finden ließen – die *Irrationalen Längen* wie z. B. die *Kreis-Zahl*  $\pi$  – brachte die Erforschung der Zahlen jedoch vorübergehend zum Stillstand.

In der Mitte des *17. Jahrhunderts* entwickelten *Isaac Newton & Gottfried Wilhelm Leibniz* unabhängig voneinander die *Infinitesimal- bzw. Differential- & Integral-Rechnung*. Ihr Kern ist die *Lehre der Beschreibung von Bewegungen & Veränderungen*. Dies eröffnete einen weiten Bereich von Anwendungen beim Beschreiben der gesamten Natur und führte so zur Begründung der *Modernen Physik*. Die Mathematik wurde dadurch zur *Lehre der Zahlen, Geometrischen Formen, der Beschreibung von Bewegungen & Veränderungen und des 3-dimensionalen Raumes*.

Ab ca. 1750 versuchten die Mathematiker schließlich zu verstehen, worauf die enorme Macht der Infinitesimal-Rechnung beruhte. Dies führte zu einem steigenden Interesse an einer *Theorie der Mathematik*. Der Gegenstands-Bereich der Mathematik erweiterte sich dadurch um die *Lehre der Methoden zur Untersuchung der Mathematischen Objekte*.

Gegen Ende des *19. Jahrhunderts* löste sich die Mathematik von den Naturwissenschaften und wurde zunehmend zu einer *Wissenschaft möglicher Muster & Strukturen*. Diese *Muster & Strukturen* können :

- real oder bloß in der Vorstellung vorhanden
- statisch oder dynamisch
- qualitativ oder quantitativ
- anwendungs-bezogen oder rein abstrakt

sein. Unterschiedliche Muster & Strukturen führen somit zu unterschiedlichen Zweigen der Mathematik. So beschäftigt sich z. B. die :

- *Zahlen-Theorie* mit den Mustern der *Zahlen-Welt & des Zählens*.
- *Geometrie* mit den Mustern der *Geometrischen Formen*.
- *Infinitesimal-Rechnung* mit *Mustern der Bewegung & Veränderung*.
- *Mathematische Logik* mit *Mustern der Formalen Argumentation*.
- *Wahrscheinlichkeits-Theorie* mit *Mustern des Zufalls*.
- *Topologie* mit *Mustern von Räumlicher Nähe & Position*.<sup>1</sup>

## **6.10.4 Die Kognition der Zahlen**

### **6.10.4.1 Der Zahlen-Sinn**

#### **6.10.4.1.1 Anzahl-Erkennung & Anzahl-Schätzung**

Empirische Befunde der *Messung von Reaktions-Zeiten & Fehler-Raten* bei der *Anzahl-Erkennung* von Objekten zeigen, dass alle Menschen unabhängig von Ausbildung & Kulturkreis, in dem sie leben, in der Lage sind, die *Anzahl* von

---

<sup>1</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ([146] ), pp 20 – 23

1 – 3 Objekten *unmittelbar*, d.h. ohne zu zählen, sozusagen „auf einen Blick“ zu erkennen. Dies äußert sich dadurch, dass die Reaktions-Zeiten bei der Erkennung der Anzahl von bis zu 3 Objekten *konstant* ca. 0,5 Sekunden betragen. In Anlehnung an das Lateinische Wort „*subitus*“ = *plötzlich eintreten* wird dieses Phänomen *Subitisierung* genannt. Erst ab 4 Objekten beginnt der Mensch zu *zählen*, was sich durch die proportional mit wachsender Anzahl der Objekte ansteigende Reaktions-Zeit äußert. Mit den ansteigenden Reaktions-Zeiten geht auch der Anstieg der *Fehler-Rate* bei der Anzahl-Erkennung einher. ([483]) Auch Befunde mit Patienten mit bestimmten Hirn-Schädigungen ([137]) sowie die Tatsache, dass *weltweit* die ersten drei Zahlen durch Wiederholung des Zahlzeichens für „Eins“ dargestellt werden, während ab der Zahl 4 eine mehr oder weniger willkürliche Zahlen-Darstellung erfolgt ([368]), bestätigen diese Hypothese. „Der Mensch verfügt selbst in den frühen Entwicklungs-Stadien über eine Fähigkeit, die (Tobias Dantzig) als »*number sense*« (Sinn für *Anzahlen* bzw. *Zahligkeiten*) bezeichnen möchte. Dieser Sinn erlaubt es ihm zu erkennen, dass sich in einer kleinen Menge von Gegenständen etwas verändert hat, wenn etwas, ohne dass er davon wusste, weggenommen oder hinzugefügt wurde.“ (Dantzig, [129] nach [136], S 15 + [146], S. 35)<sup>1</sup>

Unabhängig vom Zählen kann das Erkennen der *Anzahl* von *mehr als drei* Objekten auch durch *Schätzung* erfolgen. Dabei sind diese Schätzungen auch bei *großen Anzahlen* bemerkenswert genau. Diese Schätzungen hängen aber davon ab, wie *dicht* die Objekte beieinander liegen, über *welche Fläche* diese Objekte verteilt sind, wie *regelmäßig* sie über den *Raum* verteilt sind und wie viele weitere Objekte sich in der *Umgebung* der Objekte befinden, deren Anzahl geschätzt werden soll. Schließlich tritt beim Vergleich der Anzahlen von verschiedenen Objekt-Ansammlungen auch ein *Inverser Distanz-Effekt* auf. D.h. die kleinere bzw. größere von zwei Objekt-Ansammlungen kann umso schneller bestimmt werden, je weiter die Werte ihrer Anzahlen auseinander liegen bzw. bei gleicher Werte-Differenz, je kleiner die beiden Anzahlen sind. ([223])

#### 6.10.4.1.2 Anzahligkeit & Zählen

Wie bereits oben erwähnt, gibt es nur eine Möglichkeit, die *Anzahl* einer Objekt-Ansammlung aus *mehr als drei* Objekten exakt zu bestimmen, nämlich das *Zählen*. Die Anzahl zweier Objekt-Ansammlungen bzw. -Mengen kann man dadurch bestimmen, indem man Objekte aus beiden Mengen solange paarweise einander zuordnet, d.h. eine *Eins-zu-Eins-Korrespondenz* zwischen ihren Elementen herstellt, bis die kleinere der beiden Mengen aufgebraucht ist. *Zählen* ist nun nichts anderes als die Herstellung einer solchen Eins-zu-Eins-Korrespondenz mit einer *Standard-Menge*. Und eine solche immer verfügbare Standard-Menge sind die *Finger & Zehen*. Im Englischen & Lateinischen bedeuten deshalb „*digit*“ bzw. „*digitus*“ nicht nur *Finger* sondern auch *Zahl*! Durch den Einsatz von Fingern & Zehen kann man deshalb bis *zwanzig* und unter Einbeziehung *weiterer Körper-Teile*, wie Handgelenke, Ellenbogen, Schultern, etc. sogar bis *dreiunddreißig* zählen und das Ergebnis durch Nennung der entsprechenden Körper-Teile auch benennen.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 79 – 88

<sup>2</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 109 – 113

Es gibt aber einen *Unterschied* zwischen der *Anzahl* einer Menge von Objekten und dem *Zählen*. Die *Anzahl* der Elemente einer Menge ist eine *Eigenschaft* dieser *Menge* (Der Mathematiker spricht hier von *Kardinal-Zahlen*). Das *Zählen* der Elemente dagegen ist ein *Vorgang*, durch den die Menge zunächst in bestimmter Weise *strukturiert* wird, um danach die einzelnen Elemente in einer bestimmten *Reihenfolge* durchzugehen und das *Resultat dieser Zählung* (Der Mathematiker spricht hier von *Ordinal-Zahlen*) als *Anzahl der Menge* festzusetzen. Obwohl einem Erwachsenen der Zusammenhang zwischen diesen beiden Sachverhalten selbstverständlich erscheint, müssen *Kinder* diesen Zusammenhang erst *erlernen*.<sup>1</sup>

#### 6.10.4.1.3 Der Mentale Zahlen-Strahl

Wenn Zahlen auch mit Hilfe von Körperteilen benannt werden können, so bedeutet das aber noch nicht, dass sie auch in sprachlicher Form im Kognitiven System des Menschen repräsentiert sein müssen. Der bei der Schätzung der Anzahl einer Menge von Objekten auftretende *Inverse Distanz-Effekt* wurde bereits im Kap. 6.7.5.3.2 (S. 244) im Zusammenhang mit der *Mentalen Anordnungs-Hypothese* erwähnt.

Psychologische Versuche zum *Zahlen-Vergleich* deuten vielmehr darauf hin, dass die *Zahlen-Symbole* bei der Kognition in eine *Interne Zahlen-Darstellung* überführt werden, von welcher die *Zahlen-Werte* sowie ihre *Größen-Beziehungen* zueinander dann *näherungsweise* direkt abgelesen werden können. Diese Interne Zahlen-Repräsentation nennt man den *Mentalen Zahlen-Strahl*. Dies folgt aus der Beobachtung von *Inversen Abstands- & Größen-Effekten* bei Zahlen-Vergleichen. D.h. die *Reaktions-Zeiten* steigen an, je näher zwei zu vergleichende Zahlen beieinander liegen und je größer sie sind. Der *Zahlen-Strahl* repräsentiert die *Zahlen-Werte* in einer Art *Logarithmischer Darstellung*. D.h. je *größer* die Zahlen werden, je *dichter* liegen sie auf dem Zahlen-Strahl. ([546]) Weitere empirische Belege für eine solche interne Zahlen-Repräsentation sind Zahlen-Vergleichs-Experimente, in welchen die Zahl-Symbole, die *kleinere Zahlen-Werte* repräsentieren, *räumlich größer* sind, als die zu vergleichenden Zahl-Symbole, die *größere Zahlen-Werte* repräsentieren ([322]) sowie die *Stückelungen* von *Geld-Münzen & Bank-Noten* oder die *Norm-Größen* von *Schrauben & Rädern*.

Dieser Zahlen-Strahl ist bei Menschen, deren *Sprache* von *links nach rechts* geschrieben wird, ebenfalls von *links nach rechts* aufsteigend angeordnet, während er bei Menschen, deren *Sprache* von *rechts nach links* geschrieben wird, von *rechts nach links* aufsteigend angeordnet ist.<sup>2</sup>

„In unserem Gehirn ist ein Organ verankert, das auf die Wahrnehmung & Repräsentation numerischer Größen spezialisiert ist (nämlich der *Zahlen-Sinn*). Seine Merkmale verbinden es eindeutig mit den protonumerischen Fähigkeiten, die bei Tieren & Kleinkindern gefunden werden. Es kann nur solche Mengen genau kodieren, deren Anzahl nicht über *drei* hinausgeht, und es verwechselt Zahlen um so leichter, je größer und je enger benachbart sie sind. Außerdem bringt es die Spanne der *numerischen Größen* mit einer *räumlichen Karte* in Verbindung und rechtfertigt

---

<sup>1</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ([146]), pp 62 – 63

<sup>2</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 88 – 96

dadurch das Bild einer *mentalen Repräsentation der Zahlen als einer im Raum gerichteten Geraden* (⇒ Kap. 6.7.5.1: S. 236 & 6.10.4.3: S. 294).“

„Der *Zahlenstrahl*, mit dessen Hilfe wir Zahlen-Größen veranschaulichen, ermöglicht offensichtlich nur eine begrenzte Form der unmittelbaren Zahl-Wahrnehmung. Er kodiert lediglich die *Ganzen Positiven Zahlen* und ihre *Nachbarschafts-Beziehungen*. Vielleicht ist das nicht nur die Ursache dafür, dass uns unsere Intuition in Bezug auf andere Arten von Zahlen im Stich lässt. Zu dem, was moderne Mathematiker Zahlen nennen, gehören außer der *Null* auch die *Negativen Zahlen*, *Brüche*, *Irrationale Zahlen* wie  $\pi$  und *Complexe Zahlen* wie  $i = \sqrt{-1}$ . Mit Ausnahme der einfachsten Brüche wie  $\frac{1}{2}$  oder  $\frac{1}{4}$  haben alle diese Größen jedoch den Mathematikern vergangener Zeiten außerordentliche begriffliche Schwierigkeiten bereitet – und sie bereiten auch heutigen Schülern noch oft große Qual.“

„Vielleicht sind diese mathematischen Größen für uns deshalb so schwer zu akzeptieren und der Intuition so fernliegend, weil sie keiner vorexistierenden Kategorie unseres Gehirns entsprechen.“ (Dehaene, [136], pp 103 – 105 )<sup>1</sup>

## 6.10.4.2 Zahlen-Repräsentation & Sprache

### 6.10.4.2.1 Die Zahl-Worte

Wie bereits in Kap. 6.10.4.1.1 (S. 288) beschrieben wurde, kann das Kognitive System des Menschen, d.h. der *Zahlen-Sinn* nur die *Zahlen* „Eins“ bis „Drei“ direkt erkennen und *exakt repräsentieren*. Dies drückt sich u.a. auch darin aus, dass die *Zahl-Wörter* für diese ersten drei Zahlen in *fast allen Sprachen* der Welt einen *Sonderstatus* haben. So wird in der Grammatik aller Sprachen zwischen *Singular & Plural* unterschieden. Viele Sprachen haben sogar die Grammatische Form des *Dual* und einige Sprachen kennen sogar einen *Trial*. Es gibt aber keine Sprache, die grammatische Formen für Zahlen *größer als* „drei“ besitzt! In Sprachen mit *Deklination & Geschlechts-Unterscheidung* lassen sich oft nur die Zahl-Wörter „eins“, „zwei“ & „drei“ deklinieren, wie beispielsweise in Latein, Französisch & Alt-Hochdeutsch. Und sowohl im Englischen wie im Französischen unterscheiden sich die ersten drei Ordnungs-Zahl-Wörter von den übrigen.

Weiterhin haben in vielen Sprachen die Wörter für „zwei“ & „zweiter“ auch die Bedeutung von „ein anderer“ bzw. „folgender“. Die Indoeuropäischen Wurzel des Wortes „drei“ legt sogar nahe, dass es einmal ein Synonym für die größte bekannte Zahl war, also für „viel“ und „mehr als die anderen“. Dies kommt bis heute in verschiedenen Wort-Bedeutungen zum Ausdruck wie z.B. in :

- französisch : très      ≡ sehr
- italienisch : troppo    ≡ zuviel
- englisch : through    ≡ (hin)durch
- latein : trans      ≡ darüber hinaus

---

<sup>1</sup>) kursiv und in Klammern ( ) von mir.



In Kap. 6.10.4.1.2 ( S. 289 ) wurde bereits erwähnt, dass zur exakten Bestimmung der Anzahligkeit von Mengen mit mehr als drei Elementen *gezählt* werden muss und dass zu diesem Abzählen *Finger & Zehen* und auch weitere Körperteile benutzt werden. Daraus resultierte eine Zahlen-Benennung durch Nennung der *Körper-Teile*, welche diese Zahlen repräsentierten, z.B. „Hand“ = 5 oder „linke Brust“ = 12. Auf diese Weise können die *Natürlichen Zahlen* bis „dreiunddreißig“ mit Hilfe der Sprache repräsentiert und auch benannt werden. Eine solche Zahlen-Repräsentation ist bis heute bei den Bewohnern der *Torres-Straße in Neu-Guinea* gebräuchlich. Bei Zahlen *jenseits der Dreißig* erfolgt die Benennung durch *Addition*, wie beispielsweise  $6 = 1 \text{ Hand} + 1 \text{ Finger}$  oder  $22 = 4 \text{ Hände} + 2 \text{ Finger}$ . Auf diese Weise liefern die *Anzahl der Finger & Zehen* die *Grundzahlen* 10 & 20, welche sowohl die Basis der *Zahl-Wort-Grammatiken* der verschiedensten Sprachen wie auch der verbreitesten *Zahlen-Systeme* bilden. ( [362] )<sup>1</sup>

So benutzten die Sumerer Zahl-Wörter zu den Grundzahlen 10, 20 & 60 und in Englisch, Französisch & Deutsch werden Zahl-Wörter für die Zahlen 0 – 9, 11 – 19, die Zehner-Werte 10 – 90 & 100 sowie für die Zahlen-Werte  $10^{3 \times n}$  benutzt. Die *effektivste Zahlen-Sprache* haben die *Chinesen* mit Zahl-Wörtern für die Zahlen 1 – 9 sowie für 10, 100, 1000 & 10 000, z.B. 13 = zehn drei, 27 = zwei zehn sieben oder 92 547 = neun zehntausend zwei tausend fünf hundert vier zehn sieben.<sup>2</sup>

Da die Genauigkeit der *Internen Zahlen-Repräsentation* mit der *Größe der Zahlen* abnimmt, kennen alle Sprachen *Runde Zahlen*. Diese beziehen sich nicht auf einen exakten Zahlen-Wert sondern auf einen *Werte-Bereich*. Solche Werte-Bereiche sind *Zahlen-Dekaden & Zehner-Potenzen*.<sup>3</sup>

#### 6.10.4.2.2 Zahlen-Repräsentation & Schrift

Das Zählen mit Hilfe der Finger & Zehen eröffnet auch die Möglichkeit der *Externen Zahlen-Repräsentation*. Die älteste bekannte Externe Zahlen-Repräsentation jenseits der Körperteile ist die *Kerben-Schrift*. In dieser werden die *Zahlen* durch Anzahlen von *Einkerbungen* auf Holz-Stücken oder Knochen repräsentiert. Kerben-Schriften sind bereits seit dem *Aurignak* ( 35 000 – 20 000 v.Chr. ) belegt. Der *Vorteil* der Kerben-Schrift ist ihre *einfache* Zahlen-Repräsentation, ihr *Nachteil* ist ihre *schwere Lesbarkeit*.

Eine andere Externe Zahlen-Repräsentation ist die Benutzung von *Zähl-Steinen*. Diese wurden seit ca. 8000 v. Chr. im *Zweistrom-Land* zur *Repräsentation* der *Anzahl* von *Handels-Waren* benutzt. Den verschiedenen Waren-Typen entsprachen verschiedene *Zähl-Stein-Typen* in Form von verschiedenen *Geometrischen Gestalten* wie Kugel, Scheibe, Kegel, Tetraeder, Zylinder, etc., welche die verschiedenen Handels-Waren repräsentierten. Diese wurden entweder auf *Schnüren* aufgefädelt oder in einer Art *Lehm-Umschlag* verpackt, der anschließend gebrannt wurde. So entstand der *Urtyp* des *Waren-Begleitscheins*. Dieser Waren-Begleitschein wurde später dadurch verbessert, indem man die *Zähl-Steine* einfach von *außen* in die feuchte *Lehm-Hülle*

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 109 – 113

<sup>2</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 119 – 121

<sup>3</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 127 – 130

eindrückte, sodass der *Inhalt* von Außen *direkt sichtbar* war. Schließlich begnügte man sich damit, die Zähl-Steine nur in eine *Lehm-Tafel* einzudrücken. Auf diese Weise entstand die erste *Schrift*. ([127] / [128] / [222] / [685])<sup>1</sup>

Die Lesbarkeit dieser *Zahlen-Schriften* wurde durch die Einführung von Gruppierungen durch Querstriche  $\text{HHH}$  und von Gruppen-Zeichen  $-V = 5$  oder  $X = 10$  bei den Römischen Ziffern – sowie durch die Kombination von Addition & Gruppen-Zeichen  $-7 = \text{VII} (5+1+1)$  – erleichtert. Zur Vermeidung von Wiederholungen – z.B.  $\text{XXXVIII} = 38$  – wurden Bezeichnungen für die *Zahlen* 1 – 9, die *Dekaden* 10 – 90 und *Centurien* 100 – 900 durch eigene *Zahl-Symbole* eingeführt. Griechen & Juden wählten dafür die Buchstaben des Alphabets, z.B.  $\text{TME} = 300 + 40 + 5 = 345$ . Den Übergang zum *Stellenwert-System* schufen die *Chinesen* durch Einführung von Zahl-Symbolen für die Zahlen 1 – 9 sowie für die Zahlen 10, 100, 1000 & 10 000, z.B.  $2342 = 2\_1000 + 3\_100 + 4\_10 + 2$ .

Das bisher effektivste Zahlen-Repräsentations-System beruht auf dem *Stellenwert-Prinzip*. Dabei werden die Zahlen als Summen von Anzahlen von Potenzen einer bestimmten Grundzahl dargestellt. Heute hat sich die Potenz-Schreibweise zur *Basis* 10 durchgesetzt, d.h.  $10^0 = 1$ ,  $10^1 = 10$ ,  $10^2 = 100$ ,  $10^3 = 1000$ , etc. Damit lassen sich Zahlen in der Form  $\sum n_i \times 10^i$  darstellen, z.B.  $328 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0$ . Dieses System wurde erstmals von den *Babyloniern* im 18. Jh. v.Chr. mit der *Basis* 60 eingeführt. Reste dieses Zahlen-Systems finden sich heute noch in der *Zeit-Messung* (1 Stunde = 60 Minuten & 1 Minute = 60 Sekunden) und der *Winkel-Messung* (1 Grad = 60 Bogen-Minuten & 1 Bogen-Minute = 60 Bogen-Sekunden).

Das Stellenwert-System ging mit dem Untergang der Babylonischen Kultur verloren und wurde schließlich u.a. von den *Indern* um 600 n. Chr. wieder neu erfunden. Diese entwickelten ein *Stellenwert-System* zur *Basis* 10 mit einer echten Null<sup>2</sup>, die seit 876 belegt ist. Die Inder führten auch die 10 *willkürlichen Zahlen-Symbole* für die Zahlen 0 – 9 ein, welche es erlauben, auch Zahlen über 3 mit *einem Blick* zu erfassen, da das *Visuelle System* des Menschen optimal ausgenutzt wird. Dieses System hat sich weltweit durchgesetzt. Es wird aber als *Arabisches Ziffern-System* bezeichnet, da es vom Persischen Mathematiker *Mohammed ibn Musa al-Hwarizmi* („Algorithmi : de numero indorum“) überliefert wurde.<sup>3</sup>

Bemerkenswert ist noch, dass in allen Ziffern-Systemen die *Zahlen* 1 – 3 gleichartig – nämlich durch 1 – 3 *Punkte* bzw. senkrechte (I, II, III) oder waagerechte ( $-$ ,  $=$ ,  $\equiv$ ) *Striche* – dargestellt werden. Die *Indischen Ziffern* für 2 & 3 sind *Schnell-Schreibweisen waagerechter Striche* ( $\mathbf{z}$ ,  $\ni$ ).<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ([146]), pp 67 – 68

<sup>2</sup>) d.h. „Null“ als Zahl und nicht nur als Platzhalter-Ziffer.

<sup>3</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 113 – 119

<sup>4</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), S. 80

### 6.10.4.3 Zahlen-Kognition & Raum-Kognition

Zahlreiche Versuche zeigen, dass es eine *enge Beziehung* zwischen *Zahlen-Vorstellung & Raum-Vorstellung* gibt, welche *Spatio-Numerische Assoziation* genannt wird. Diese äußert sich darin, dass *kleine Zahlen* durchweg mit der *linken Seite* des *Zahlen-Strahls* und *große Zahlen* mit der *rechten Seite* des *Zahlen-Strahls* assoziiert werden. Und zwar auch dann, wenn die Klassifikations-Aufgabe keinen numerischen Charakter hat, z.B. ob das *Zahl-Wort* mit einem *Vokal* oder einem *Konsonanten* beginnt oder das *Zahlen-Symbol* *symmetrisch* ist oder nicht. „Diese automatische Verknüpfung zwischen *Zahl & Raum* führt zu einem einfachen, aber bemerkenswert guten Bild für die *Mentale Repräsentation numerischer Größen* in unserem *Gehirn*, nämlich zum *Zahlen-Strahl*. Es ist, als ob die Zahlen im Geist alle auf einer *Geraden* aufgereiht wären, wobei jeder *Ort* einer bestimmten *Größe* entspricht. *Eng benachbarte Zahlen* gehören zu *eng benachbarten Punkten* dieser Geraden.“ (Dehaene, [136], S. 98) Die Zuordnung von *klein = links* und *groß = rechts* scheint allerdings *Kultur-abhängig* und mit der *Schreib-Richtung* der entsprechenden Kultur *korreliert* zu sein. (⇒ Kap. 6.10.4.1.3: S. 290) Darüber hinaus berichten etwa 5 – 10 Prozent aller Menschen, dass sie den *Mentalen Zahlen-Strahl* bewusst als *räumlich* ausgedehnte, unterschiedlich *gefärbte* & gelegentlich *verdrehte* Gebilde erleben.<sup>1</sup>

Die Spatio-Numerische Assoziation ist aber nicht nur auf den Zahlen-Strahl beschränkt. So beschreibt *Oliver Sacks* in seinem Buch *Der Mann, der seine Frau mit einem Hut verwechselte* ([679]) autistische Zwillinge, die sich abwechselnd sehr große Primzahlen zuriefen. Er deutet dieses Verhalten als eine gewisse Sensibilität für die Mathematische Welt: „Sie sind keine Rechner, und ihr Verhältnis zu Zahlen ist *ikonisch*. Sie beschwören seltsame Zahlen-Szenen, in denen sie sich wie zu Hause fühlen; sie wandern ungezwungen durch riesige *Zahlen-Landschaften*; sie erschaffen, wie Dramatiker, eine ganze Welt von Zahlen. Vermutlich verfügen sie über eine einzigartige Phantasie – zu deren Besonderheiten es gehört, dass sie sich ausschließlich in Zahlen entwickelt. Anscheinend handhaben sie Zahlen nicht wie ein Rechner, sondern sie sehen sie unmittelbar, *ikonisch*, wie eine gewaltige Natur-Szene.“ (Sacks : [679] nach Dehaene : [136], S. 174)<sup>2</sup>

„Möglicherweise nehmen (nach Stanislas Dehaene auch) *große Rechen-Künstler Zahlen* als *räumlich ausgedehnte Bereiche* wahr, in denen sie eine erstaunliche Fülle von Einzelheiten erkennen können. Im Kopf des Rechen-Künstlers leuchtet eine Zahl nicht nur wie ein *Punkt* auf einer *Linie* auf, sondern vielmehr wie ein *Spinnen-Netz mit Verbindungen in alle Richtungen*. Einem (*Srinavasa*) *Ramanujan* (*Ivengar*) stehen dann, wenn er die Zahl 82 hört, sofort  $2 \times 41$ ,  $100 - 18$ ,  $9^2 + 1^2$  und eine Unmenge anderer Beziehungen so klar vor Augen wie uns kleiner als hundert.“ (Dehaene, [136], S. 176)<sup>3</sup>

Ähnliches berichtet auch der Französische Mathematiker *Alain Connes* in den *Conversations on Mind, Matter, and Mathematics*. Danach verfügen erfahrene Mathematiker über eine Art *Hellsichtigkeit*, ein *Gespür*, einen besonderen *Instinkt*, der sich mit dem *Absoluten Gehör* von *Musikern* oder dem *Feinen Gaumen* von

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 97 – 100 + 176

<sup>2</sup>) kursiv & Unterstreichung von mir.

<sup>3</sup>) kursiv & Unterstreichung von mir.

*Weinkennern* vergleichen lässt. Dieser Instinkt ermöglicht es ihnen, *Mathematische Objekte unmittelbar wahrzunehmen*. Er schreibt: „Die Evolution unserer Wahrnehmung der Mathematischen Wirklichkeit führt zur Entwicklung eines *neuen Sinns*, der uns Zugang zu einer *Wirklichkeit* verschafft, die weder *visuell* noch *auditiv* ist, sondern völlig anders.“ Aber trotz dieser Andersartigkeit vergleicht er diese Wirklichkeit dennoch mit einer *Landschaft*. Er schreibt: „Durch das Erkunden der Geographie der Mathematik nimmt der Mathematiker allmählich die Umrisse & Strukturen einer unglaublich reichhaltigen Welt wahr. Allmählich entwickelt er ein Gespür für den Begriff der Einfachheit, das ihm den Zugang zu neuen, völlig unerwarteten Bereichen der *Mathematischen Landschaft* eröffnet.“  
(Connes : [104], S. 21)<sup>1+2</sup>

Darüber hinaus ist „die *enge Verbindung* zwischen *Mathematischem & Räumlichem Vorstellungs-Vermögen* (nach Stanislas Dehaene) oft *empirisch* nachgewiesen worden. Es besteht eine deutliche Beziehung zwischen der *Mathematischen Begabung* eines Menschen und seinen Ergebnissen bei *Raum-Wahrnehmungs-Tests*, fast als ob sie *ein und dieselbe Fähigkeit* betreffen. Beate Hermelin & Neil O'Connor stellten einer Gruppe von Kindern im Alter von 12 – 14 Jahren, die von ihren Lehrern für *mathematisch besonders begabt* gehalten wurden, Aufgaben, die ein ausgezeichnetes Gefühl für *räumliche Beziehungen* erforderten. ... *Mathematisch hochbegabte Kinder* erzielten bei diesem Test glänzende Ergebnisse. Ihre mathematisch *mittelmäßig* begabten Klassen-Kameraden schnitten weit schlechter ab, obwohl ihr IQ insgesamt *gleich* war – auch die *künstlerisch* besonders Begabten. Aber vielleicht ist es nicht überraschend, dass *Räumliches Vorstellungs-Vermögen* so stark mit dem *mathematischen Erfolg* zusammenhängt. ([323]) Seit *Euklid & Pythagoras* sind *Geometrie & Arithmetik* eng miteinander verknüpft. Die Einrichtung einer *Räumlichen Zahlen-Karte* ist eine der grundlegenden Leistungen des Menschlichen Gehirns. Wie wir später sehen werden, besetzen die *Areale des Gehirns*, die zum *Zahlen-Sinn* und zu *Räumlichen Repräsentationen* beitragen, *benachbarte Windungen*.“ (Dehaene, [136], S. 175)<sup>3</sup>

Diese *enge Verbindung* zwischen *Quantitativem & Räumlichem Vorstellungs-Vermögen* wird nach Nora Newcombe & Janellen Huttenlocher schon sehr früh in der Kindes-Entwicklung beobachtet. Sie schreiben: „If initial representations of number are based on continuous amount, these representations may be quite similar to those that support initial spatial codings. That is, infants may pay attention to the *amount of stuff* (*primitive numeric quantity*) and the *amount of space* (*primitive distance*) in much the same way.“ (Newcombe / Huttenlocher, [557], S. 219)<sup>4</sup>

---

<sup>1)</sup> kursiv & Unterstreichung von mir.

<sup>2)</sup> Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 173 – 174

<sup>3)</sup> kursiv & Unterstreichung von mir.

<sup>4)</sup> kursiv von mir.

#### 6.10.4.4 Kognitive Zahlen-Repräsentations-Systeme

Nach *Stanislas Dehaene* scheinen im Kognitiven System des Menschen folgende voneinander verschiedene Systeme zur *Zahlen-Repräsentationen* zu existieren :

- Zahlen als abstrakte *Werte-Größen* als Grundlage des abstrakten Rechnens
- Zahlen als konkrete *Zahligkeiten* von Objekten mit denen auch gerechnet werden kann !
- Zahlen als *Uhr-Zeiten & Kalender-Perioden*
- Zahlen als *Jahres-Zahlen*, an denen bestimmte *Ereignisse* passiert sind
- Zahlen als *Bezeichnungen* ( Marken-/ Typen-Namen, Postleitzahlen, etc )
- Auch scheint die *Größen-Anordnung von Werten* unabhängig von der *Anordnung von Alphabet-Ordnung, Kalender-Daten* oder *Noten-Werten* repräsentiert zu sein.

( [136], pp 221 – 224 )

#### 6.10.5 Die Kognitive Basis der Mathematik <sup>1</sup>

##### 6.10.5.1 Subitiserungs-Fähigkeit & Elementar-Arithmetik

Die elementarste Kognitive Basis des Rechnens ist die im Kap. 6.10.4.1.1 *Anzahl-Erkennung & Anzahl-Schätzung* ( S. 288 ) beschriebene Fähigkeit zur *Subitiserung* der Anzahligkeit von Mengen mit bis zu *drei* Objekten. Da nach dem Wegnehmen oder Hinzufügen eines einzelnen Objekts von bzw zu einer solch kleinen Objekt-Menge die neue Objekt-Anzahl wieder *direkt erkannt* wird, solange die Anzahl der Objekte *drei* nicht überschreitet, ergibt sich aus der Fähigkeit zur Subitiserung auch die Fähigkeit zum *Addieren & Subtrahieren* mit den *Zahlen 1 – 3*. Weiterhin bewirkt diese Fähigkeit des Subitierens die Herausbildung einer *Korrelation* zwischen diesen Elementaren Additions- & Subtraktions-Operationen und den Ergebnissen des Hinzufügens & Wegnehmens von Objekten zu bzw. von Objekt-Ansammlungen in der Alltags-Erfahrung. *George Lakoff & Rafael Núñez* vermuten, dass „such *regular correlations ... result in neural connections between sensory-motor physical operations* like taking away objects from a collection and *arithmetic operations* like the subtraction of a number from another. Such *neural connections constitute a conceptual metaphor* at a neural level – in this case the metaphor that “*Arithmetic is Object Collection*” (  $\Rightarrow$  Kap. 6.10.6.2: S. 303 ). At this stage all of these ( operations ) are *mental operations with no symbols* !“ ( Lakoff / Núñez, [430], pp 54 – 55 )<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ( [146] ), pp 26 – 29

<sup>2</sup>) kursiv & Klammerung ( ) von mir, Unterstreichung & Ausrufe-Zeichen „!“ von *George Lakoff & Rafael Núñez*.

### 6.10.5.2 Die Fähigkeit zu Zählen

Eine weitere kognitive Voraussetzung für das *Rechnen* ist die bereits in Kap. 6.10.4.1.2 ( S. 289 ) beschriebene Fähigkeit des *Zählens*. Diese Fähigkeit des *Zählens* steht im Schnittpunkt von zwei elementaren Fähigkeiten des menschlichen Gehirns : dem *Aufsagen von Wörtern* und dem *Systematischen Absuchen* von Objekt-Mengen. Beide beruhen wiederum auf einer Reihe weiterer noch elementarerer Kognitiven Fähigkeiten wie der :

- Fähigkeit, *Wörter in einer festen Reihenfolge aufzusagen* : welche wahrscheinlich eine natürliche Folge des *Menschlichen Sprachvermögens* ist.
- Fähigkeit zur Gruppierung : d.h. die Fähigkeit visuell oder taktil wahrgenommene Objekte oder Auditorische Wahrnehmungen zu Gruppen zusammenzufassen.
- Fähigkeit zur Mentalen Anordnung : d.h. die Fähigkeit, Objekte in eine Mentale Reihenfolge zu bringen, so als ob sie einlang eines Weges aufgereiht wären.
- Fähigkeit zur Bildung von Eins-zu-Eins-Korrespondenzen : d.h. die Fähigkeit, einzelne Objekte der Reihe nach einzelnen *Fingern* oder *Zahl-Worten* zuzuordnen, sodass jedem Einzel-Objekt ein einzelner Finger oder ein Einzel-Wort entspricht. Diese Fähigkeit der *eindeutigen Entsprechung* ist sogar schon bei *Tieren* weitverbreitet.
- Merk-Fähigkeit : d.h. die Fähigkeit, sich zu merken, *welchen* Fingern bzw. Zahl-Worten bereits *welche* Objekte zugeordnet wurden.
- Ausschöpfungs-Erkennungs-Fähigkeit : d.h. die Fähigkeit, zu erkennen, *wann* alle zu zählenden Objekte einzelnen Fingern bzw. Zahl-Worten zugeordnet sind.
- Fähigkeit der Kardinalitäts-Zuweisung : d.h. die Fähigkeit, die als Resultat des Zählens erreichte *Ordnungs-Zahl* der zu zählenden Menge als *Anzahl* bzw. *Kardinal-Zahl* zuzuweisen. Kinder erwerben diese Fähigkeit erst gegen Ende ihres 4. Lebensjahres. Erst in diesem Alter gelingt es ihnen, den Inhalt ihres *präverbalen Zähligkeits-Akkumulators* mit den *Zahl-Worten* in Beziehung zu setzen.
- Fähigkeit zur Ordnungs-Unabhängigkeits-Erkennung : d.h. die Fähigkeit, zu erkennen, dass die Anzahl einer Objekt-Menge unabhängig von der Aufzähl-Reihenfolge der Objekte ist.

Die Fähigkeit zu *Zählen* gehört wahrscheinlich zum *Genetischen Erbe* des Menschen.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 140 – 143  
Lakoff / Núñez : „Where Mathematics Comes From“ ( [430] ), pp 51 – 52

### 6.10.5.3 Die Fähigkeit zur Bildung & Benutzung von Symbolen

Die Mathematik beruht auch sehr wesentlich auf der Fähigkeit des Menschen zur *Bildung & Benutzung von Symbolen*. Diese hat ihren Ursprung in der Evolution der *Menschlichen Sprache*, welche ja gesprochene Worte als Symbole benutzt, um Informationen über Objekte & Beziehungen in der Physikalischen Welt zu kommunizieren. Die *Zahl-Worte* sind *Symbole* für *Begriffliche Entitäten*, nämlich *Abstrakte Zahlen*. (⇒ Kap. 6.10.4.2.1: S. 291 )

Eine weitere Methode der *Symbolisierung von Zahlen* sind die in Kap. 6.10.4.2.2 ( S. 292 ) beschriebenen *Ziffern-Systeme*. Diese bilden nicht nur die *Grundlage des Rechnens*, sondern auch der *Algebra* und damit – auf Grund des *Prinzips*: „*Das Wesen eines jeden Mathematischen Systems ist seine Abstrakte Algebraische Struktur*“ – der gesamten Mathematik.<sup>1</sup>

### 6.10.5.4 Die Fähigkeit zur Zielgerichteten Ausführung von Handlungs-Folgen

Die einfachste Form des Rechnens ist das *Rechnen durch Abzählen*. Und die älteste Form des *Zählens* ist das *Abzählen* mit den *Fingern, Zehen* und sonstigen Körper-Teilen (⇒ Kap. 6.10.4.1.2: S. 289 ).<sup>2</sup>

Fortgeschrittenes Rechnen beruht auf der Ausführung von *Arithmetischen Algorithmen* mit Hilfe von *Additions- & Multiplikations-Tabellen*. Ein *Algorithmus* ist eine endliche Folge von *Handlungs-Anweisungen* zur *Manipulation von Ziffern-Ketten*, die eine neue Ziffern-Kette erzeugt, welche das *Rechen-Ergebnis symbolisiert*. Da Algorithmen auf *Zeichen-Ketten* operieren, ist ihre Anwendung nicht auf Ziffern beschränkt. Auf dieser Eigenschaft beruht das *Lösen von Gleichungen* durch die Ausführung von *Algebraischen Algorithmen*.

Damit basiert die Fähigkeit zur Ausführung von Algorithmen ihrerseits wiederum auf der Fähigkeit zur *Bildung & Benutzung von Symbolen* und der Fähigkeit zur *Ausführung von Handlungs-Folgen*. Und die Fähigkeit zur Ausführung von Zielgerichteten Handlungs-Folgen hat ihrerseits wieder die Fähigkeiten zu *Teleonomen Verhaltens-Modifikationen* und des *Lernen von Willkür-Bewegungen* als Kognitive Grundlage. Beide Fähigkeiten wurden bereits in den Kapiteln 5.3.4.3 + 5.3.4.5 kurz beschrieben.<sup>3</sup>

Das Wort *Algorithmus* ist – wie bereits in Kap. 4.5.3.3 ( S. 50 ) erwähnt – in Analogie zum griechischen Wort *Arithmos* für *Zahl* von der latinisierten Form des Namens des Persischen Mathematiker *Mohammed ibn Musa al-Hwarizmi* abgeleitet, der diese Rechen-Verfahren ausführlich in einem Buch beschrieben hat, das im Mittelalterlichen Europa unter dem Titel *Algorithmi de numero indorum* zitiert wurde.

---

<sup>1</sup>) Lakoff / Núñez : „Where Mathematics Comes From“ ( [430] ), pp 51 + 110 – 118

<sup>2</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 143 – 145

<sup>3</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ( [146] ), pp 26 – 27  
Lakoff / Núñez : „Where Mathematics Comes From“ ( [430] ), pp 26 + 86 – 89

### 6.10.5.5 Zahlen, Rechnen & Gedächtnis

Bevor *Gesprochene Zahl-Worte* in die Interne Zahlen-Repräsentation des *Mentalen Zahlen-Strahls* konvertiert werden können, müssen sie erst wahrgenommen und im *Arbeits-Gedächtnis* gespeichert werden. Dies geschieht in einer *Verbal-lautlichen Gedächtnis-Schleife* (der *Artikulatorischen bzw Phonologischen Schleife* im *Visuo-Spatial Scratch/Sketch Pad Model* (VSSP) von *Alan Baddeley & Robert Logie*;  $\Rightarrow$  Kap. 6.3.6.3: S. 140), welche *Akustische Informationen* bis zu einer *Zeit-Dauer* von ca. *2 Sekunden* speichern kann. Die Merkspanne umfasst damit so viele Zahl-Wörter, wie in dieser Zeit-Spanne wahrgenommen werden können. Sprachen mit kurzen Zahl-Wörtern wie das *Mandarin-Chinesische* sind deshalb Sprachen mit umständlichen Zahl-Wörtern wie dem *Walisischen* überlegen. Mandarin-Chinesische Sprecher können sich deshalb bis zu *10 Zahlen gleichzeitig* merken, während es Europäer auf Grund ihrer Sprache nur auf bis zu *7 Zahlen* bringen. Die *Magische Zahl 7* ist mithin darauf zurück zu führen, dass die meisten Verbalen Gedächtnis-Tests mit *Amerikanischen Studenten* durchgeführt wurden ( $\Rightarrow$  Kap. 4.4.2: S. 45).<sup>1</sup>

Wie bereits im vorhergehenden Kapitel erwähnt, werden zum Rechnen mit Hilfe von Arithmetischen Algorithmen *Additions- & Multiplikations-Tabellen* (die *Einmaleins-Tabellen*) benötigt. Diese müssen im *Gedächtnis* gespeichert werden. Dies kann im *Verbalen Gedächtnis* geschehen, welches riesige Informations-Mengen speichern kann. Dies geschieht z.B. durch *lautes Sprechen* beim *Auswendiglernen* der Einmaleins-Tabellen. Eine solche Lernweise scheint aber auch dazu zu führen, dass das *Kopf-Rechnen* an diejenige *Sprache* gebunden bleibt, in der es *zuerst* erlernt wurde, da es anscheinend *ökonomischer* ist, Zahlen & Aufgaben in diese Sprache hin & zurück zu übersetzen, als stattdessen *neue Einmaleins-Tabellen* in der *neuen Sprache* aufzubauen.

Ein wesentliche Eigenschaft des *Menschlichen Gedächtnisses* ist es, dass es ein *Assoziatives Gedächtnis* ist! Diese Funktionsweise ermöglicht den Informations-Zugriff mit Hilfe von *Teil-Informationen & Ähnlichkeiten* zur Handhabung von *Informations-Störungen*. Während dies bei der Kognition der Umwelt von großem Vorteil ist, erweist es sich bei der Speicherung von Einmaleins-Tabellen als großer Nachteil, da diese Informationen eine *exakte Speicherung ohne Informations-Interferenzen* erfordern. Deshalb führt das Rechnen mittels *Einmaleins & Gedächtnis* zu *typischen Rechenfehlern*, z.B. werden mit  $7 \times 8$  nicht nur 56 sondern mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auch 63 ( $= 7 \times 9$ ), 48 ( $= 6 \times 8$ ) und 54 ( $= 6 \times 9$ ) assoziiert, aber niemals 55! Auch kommt die *Verwechslung* von *Additions- & Multiplikations-Tabellen* häufig vor.

Weiterhin rechnen Erwachsene oft nicht durch Zählen oder das Ausführen von Arithmetischen Algorithmen im Kopf, sondern rufen die Ergebnisse aus im *Gedächtnis* gespeicherten Ergebnis-Tabellen ab. Die *Zugriffs-Zeit* auf diese Tabellen nimmt jedoch mit der *Größe* der Zahlen zu. Dies kann einmal daran liegen, dass die *Genauigkeit der Zahlen-Repräsentation* mit der *Größe der Zahlen* abnimmt oder dass das Rechnen mit größeren Zahlen weniger geübt ist. Auch die *Umformung* von Rechen-Aufgaben, z.B.  $9 \times 7 = 10 \times 7 - 7$ , kann zu einer Verlangsamung beim Rechnen mit großen Zahlen führen. Der Übergang vom *intuitiven Rechnen* zum

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 121 – 125



*Rechnen durch Auswendiglernen* zeigt sich auch deutlich durch das *Auftreten von Rechen-Schwierigkeiten*.<sup>1</sup>

Das diese *Verbalen Gedächtnis-Leistungen* von der *Fähigkeit zu Rechnen* unabhängig sind, zeigt sich auch daran, dass Patienten mit Hirn-Verletzungen ihre *Rechen-Fähigkeit verlieren* können, ihre *Kenntnis des Einmaleins* aber *behalten*, oder umgekehrt ihre *Kenntnis des Einmaleins* verlieren, ihre *Rechen-Fähigkeit* aber behalten.<sup>2</sup>

#### **6.10.5.6 Die Fähigkeit zur Muster-Erkennung & Abstraktion**

In der Vorbemerkung zum Kapitel *Mathematik & Kognition* wurde bereits erwähnt, dass die Objekte der heutigen Mathematik aus einem mehrstufigen *Abstraktions-Prozess* hervorgingen, welcher von den Mengen über die Zahlen zu immer abstrakteren Objekten fortgeschritten ist. Darüber hinaus wurde in Kap. 6.10.5.3 : *Die Fähigkeit zur Bildung & Benutzung von Symbolen* ( S. 298 ) ebenfalls schon erwähnt, dass die *gesamten Moderne Mathematik* nach dem *Prinzip* : „*Das Wesen eines jeden Mathematischen Systems ist seine Abstrakte Algebraische Struktur*“ aufgebaut wurde.

Sowohl die Fähigkeit zur *Kognition Mathematischer Strukturen* wie auch die Fähigkeit zur *Abstraktion* beruhen auf den beiden *Kognitiven Basis-Prozessen* der

- Verrechnung von Bestätigungen & Enttäuschungen von Koinzidenz-Erwartungen, d.h. der *Ratiomorphen Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“* ( ⇒ Kap. 6.6.5: S. 215 )
- Abstraktion des Wesentlichen durch Verrechnung von Bestätigungen & Enttäuschung von Simultanen Koinzidenzen, d.h. der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“*. ( ⇒ Kap. 6.6.6: S. 216 )

Beide Basis-Prozesse bilden *Durchgängige Mechanismen des Kreativen Lernens im gesamten Evolutions-Prozess*. Alle diese Ratiomorphen Prozesse wurden bereits im Kap. 6.6 : *Basis-Prozesse der Kognition* ( S. 210 ) ausführlich beschrieben.

#### **6.10.5.7 Der Sinn für Ursache & Wirkung**

Sowohl die Fähigkeit zur Erkennung einer Korrelation zwischen der Subitierung des Ergebnisses Elementaren Additions- & Subtraktions-Operationen und den Ergebnissen des Hinzufügens & Wegnehmens von Objekten zu bzw von Objekt-Ansammlungen in der Alltags-Erfahrung ( ⇒ Kap. 6.10.5.1: S. 296 ), wie auch die Ausführung Zielgerichteter Handlungs-Folgen ( ⇒ Kap. 6.10.5.4: S. 298 ) beruhen auf der Kognitiven Fähigkeit zum *Erkennen von Ursache & Wirkung*.

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 145 - 154

<sup>2</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 215 – 216

Grundlage dieser Fähigkeit sind die beiden *Kognitiven Basis-Prozesse* der

- Verrechnung von Bestätigungen & Enttäuschungen von Koinzidenz-Erwartungen, d.h. der *Ratiomorphen Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“* ( ⇒ Kap. 6.6.5: S. 215 )
- Prognostizierung von Ereignis- bzw Zustands-Folgen durch Verrechnung von Bestätigungen & Enttäuschung von Sukzedanen Koinzidenzen, d.h. der *Ratiomorphen Hypothese von der „Ur-Sache“*. ( ⇒ Kap. 6.6.7: S. 219 )

Diese beiden Basis-Prozesse gehören ebenfalls zu den *Durchgängigen Mechanismen des Kreativen Lernens im gesamten Evolutions-Prozess* und wurden ebenfalls bereits im Kap. 6.6 : *Basis-Prozesse der Kognition* ( S. 210 ) ausführlich beschrieben.

Auf diesen beiden Basis-Prozessen der Kognition beruht ebenfalls die Fähigkeit zur *Konstruktion & Verfolgung längerer Kausal-Ketten*, welche ihrerseits die Grundlage für die Durchführung *Mathematischer Beweise* bilden, die schließlich nichts anderes sind als *hoch-abstrakte Formen* solcher Kausal-Ketten. Und die Fähigkeit solche *Argumentations-Ketten Schritt für Schritt* zu konstruieren und zu verfolgen, bildet ihrerseits wiederum die Basis des *Logischen Schließens*.<sup>1</sup>

#### **6.10.5.8 Räumliches Vorstellungs-Vermögen und die Fähigkeit zum Probe-Handeln im Vorgestellten Raum**

Das Räumliche Vorstellungs-Vermögen bildet nicht nur die *Grundlage der Geometrie*, sondern findet auch Anwendung in Bereichen, die auf den Ersten Blick nichts mit dem Raum zu tun haben. So begründete z.B. *René Descartes* die *Analytische Geometrie* durch die metaphorische Definition „*Eine Mathematische Funktion ist eine Kurve in der ( Cartesischen ) Ebene*“. Auf diese Weise konnte er *Arithmetische & Algebraische Begriffe* in *Geometrischer Form* ausdrücken und schuf dadurch die Möglichkeit, *Funktionen & Algebraische Gleichungen* in *Räumlicher Form* darzustellen bzw. zu *visualisieren* ( ⇒ Kap. 6.7.4: S. 231 ).<sup>2</sup>

Wie in Kap. 6.10.5.4 ( S. 298 ) bereits beschrieben wurde, beruht ein wesentlicher Teil der Mathematik auf der *Fähigkeit zur Zielgerichteten Ausführung von Handlungs-Folgen*. Und solche Handlungs-Folgen müssen nicht immer auch *physikalisch* ausgeführt werden, sondern können wie beim *Kopf-Rechnen* oder beim *Logischen Denken* auch *rein gedanklich* ausgeführt werden. Diese Fähigkeit zur rein gedanklichen Ausführung Mathematischer & Logischer Operationen beruht auf der menschlichen Fähigkeit zum *Probe-Handeln im Vorgestellten Raum*, die bereits im Kap. 6.3.9 ( S. 154 ) über die *Evolution des Räumlichen Denkens* beschrieben wurden.

Der Zusammenhang zwischen *Mathematischer Begabung & Räumlichem Vorstellungs-Vermögen* wurde bereits in Kap. 6.10.4.3 ( S. 294 ) kurz beschrieben.

---

<sup>1</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ( [146] ), pp 27 – 28

<sup>2</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ( [146] ), S. 28  
Lakoff / Núñez : „Where Mathematics Comes From“ ( [430] ), pp 261 + 292

## 6.10.6 Die Begriffs-Metapher-Theorie der Arithmetik

### 6.10.6.1 Vorbemerkungen

In Kap. 6.7.5.1 ( S. 236 ) wurde bereits die *Begriffs-Metapher-Theorie* vorgestellt, deren Grund-These besagt, dass *Metaphern* es uns erlauben, relativ *abstrakte* oder ihrem Wesen nach *unstrukturierte Entitäts-Bereiche* mit Hilfe von *konkreteren* oder doch zumindest *hoch-strukturierten Entitäts-Bereichen* zu verstehen ( [427], S. 237 ).

*Metaphern* sind *Asymmetrische & Partielle Abbildungen* eines *Begriffs-Bereichs* – des *Urbild-Bereichs* ( *Source Domain* ) – in einen anderen *Begriffs-Bereich* – den *Bild-Bereich* ( *Target Domain* ). Sie bestehen aus festen Mengen *Ontologischer Korrespondenzen* zwischen den Entitäten des Urbild- & Bild-Bereichs. Werden diese Korrespondenzen aktiviert, so werden *Ableitungs-Muster* des Urbild-Bereichs in den Bild-Bereich *projiziert*, sodass *korrespondierende Ableitungs-Muster* im Bild-Bereich erzeugt werden.

Bezüglich der *Mathematik* unterscheiden George Lakoff & Rafael Núñez *Grundstein-Metaphern* ( *Grounding Metaphors* ) und *Verbindungs-Metaphern* ( *Linking Metaphors* ). *Grundstein-Metaphern* definieren *Grundlegende Mathematische Ideen*, wie beispielsweise :

- die *Addition* als „Hinzufügen von Objekten zu einer Menge“,
- die *Subtraktion* als „Wegnehmen von Objekten von einer Menge“,
- *Mengen* als „Behälter“ (  $\Rightarrow$  Kap. 6.7.5.1.2: S. 237 ) oder
- *Elemente einer Menge* als „Objekte in einem Behälter“.

*Verbindungs-Metaphern* dagegen fassen *Begriffe aus einem Bereich der Mathematik* mit Hilfe von *Begriffen* aus einer *anderen Bereich der Mathematik*. Beispiele hierfür sind :

- *Zahlen* als „Punkte auf einer Linie“,
- *Geometrische Figuren* als *Algebraische Gleichungen* oder
- *Mengen-Operationen* als *Algebraische Operationen*.

Da ich im Gegensatz zu George Lakoff & Rafael Núñez diese Verbindungs-Metaphern nicht zur Kognitionswissenschaft der Mathematik zähle, sondern zur Mathematik selbst, werden sie in dieser Arbeit nicht weiter behandelt. <sup>1</sup>

George Lakoff & Rafael Núñez identifizieren als *Kognitive Basis der Arithmetik* die folgenden vier Grundstein-Metaphern :

- Arithmetik als „Manipulation von Objekt-Ansammlungen“ ( 6.10.6.2 )
- Arithmetik als „Objekt-Konstruktion“ ( 6.10.6.3 )
- Arithmetik als „Messen mit einem Maß-Stab“ ( 6.10.6.4 )
- Arithmetik als „Bewegungen entlang eines Weges“ ( 6.10.6.5 )

---

<sup>1</sup> ) Lakoff / Núñez : „Where Mathematics Comes From“ ( [430] ), S. 53

mit deren Hilfe die *Zahlen* und ihre *Arithmetik* durch *Abstraktion* aus den Urbild-Bereichen dieser Metaphern abgeleitet werden. Diese vier Grundstein-Metaphern werden deshalb im Folgenden kurz beschrieben.

### 6.10.6.2 *Arithmetik als „Manipulation von Objekt-Ansammlungen“*

Nach dieser „Arithmetik ist Manipulation von Objekt-Ansammlungen“-Metapher sind *Zahlen* das Produkt der *Abstraktion* einer *Eigenschaft* von *Objekt-Mengen*, nämlich ihrer *Anzahligkeit*, oder als Begriffs-Metapher formuliert: „*Zahlen sind eine Eigenschaft von Objekt-Mengen*“. Diese Metapher basiert auf den *Erfahrungen* von *Subitisierung & Zählen* und bildet *Objekt-Mengen* und ihre *Manipulation* als *Urbild-Bereich* auf die *Zahlen* und ihre *Arithmetik* als *Bild-Bereich* ab. Dabei werden im Einzelnen :

Urbild-Bereich : Objekt-Ansammlungen		Bild-Bereich : Arithmetik
Objekt-Ansammlungen gleicher Größe	→	Zahlen
Größe ( Anzahligkeit ) einer Menge	→	Größe einer Zahl
mehr Objekte	→	größer
weniger Objekte	→	kleiner
die kleinste Menge	→	die Zahl „Eins“
Zusammenfügen von Mengen	→	Addition
Wegnehmen einer kleineren Menge von einer größeren Menge	→	Subtraktion

aufeinander abgebildet.

Da diese Metaphorische Abbildung *Eigenschaften* des Urbild-Bereichs der *Objekt-Mengen* und ihrer *Manipulation* eindeutig auf *korrespondierende Eigenschaften* des Bild-Bereichs der *Zahlen* und ihrer *Arithmetik* abbildet, werden auf Grund der *Eigenschaft der Struktur-Erhaltung* von Metaphorischen Abbildungen die *Gesetzmäßigkeiten* der *Manipulation von Objekt-Ansammlungen* auf die *Zahlen-Arithmetik* übertragen. Auf diese Weise werden die *Gesetze der Basis-Arithmetik* der Zahlen 1 – 3 auf alle so durch *Abstraktion* gewonnenen Zahlen ausgeweitet. Da diese Zahlen durch *Abstraktion aus dem Gegenständlichen* gewonnen wurden, werden sie *Natürliche Zahlen* genannt. Beispiele für diese *Erhaltung von Gesetzmäßigkeiten* sind :

Größe	
Objekt-Mengen haben eine Größe	→ Zahlen haben eine Größe

### Stabilität des Additions-Resultats

---

immer wenn eine Objekt-Menge fester Größe zu einer zweiten Objekt-Menge fester Größe hinzugefügt wird, so ist das Ergebnis bezüglich der Größe immer gleich → immer wenn eine Zahl fester Größe zu einer zweiten Zahl fester Größe addiert wird, so erhält man immer eine Zahl gleicher Größe

### Stabilität des Subtraktions-Resultats

---

immer wenn eine Objekt-Menge fester Größe von einer zweiten Objekt-Menge fester Größe weggenommen wird, so ist das Ergebnis bezüglich der Größe immer gleich → immer wenn eine Zahl fester Größe von einer zweiten Zahl fester Größe subtrahiert wird, so erhält man immer eine Zahl gleicher Größe

### Umkehr-Operationen

---

für *Mengen*: immer wenn dasjenige weggenommen wird, was vorher hinzugefügt wurde oder hinzugefügt wird, was vorher weggenommen wurde, erhält man wieder die Ausgangs-Menge → für *Zahlen*: immer wenn dasjenige subtrahiert wird, was vorher addiert wurde oder addiert wird, was vorher subtrahiert wurde, erhält man die Ausgangs-Zahl

### Kommutativität

---

für *Mengen*: wird A zu B hinzugefügt, so ist das Ergebnis das Gleiche wie wenn B zu A hinzugefügt wird → für *Zahlen*: wird A zu B addiert, so ist das Ergebnis das Gleiche wie wenn B zu A addiert wird

### Assoziativität

---

für *Mengen*: wird erst B zu C hinzugefügt und das Ergebnis dann zu A hinzugefügt, so ist das Ergebnis das Gleiche wie wenn zuerst A zu B hinzugefügt wird und anschließend C zum Ergebnis hinzugefügt wird → für *Zahlen*: wird erst B zu C addiert und das Ergebnis dann zu A addiert, so ist das Ergebnis das Gleiche wie wenn zuerst A zu B addiert wird und anschließend C zum Ergebnis addiert wird

### Transitivität

---

für *Mengen*: wenn A mehr ist als B und B mehr ist als C, so ist auch A mehr als C → für *Zahlen*: wenn A größer ist als B und B größer ist als C, so ist auch A größer als C

( [430], pp 56 – 60 )

Um mit Hilfe der „Arithmetik ist Manipulation von Objekt-Ansammlungen“-Metapher auch *Multiplikation & Division* abzuleiten, muss ihr *Urbild-Bereich*, der nur *Objekt-Mengen* enthält, so erweitert werden, dass er gleichzeitig auch die nunmehr

abgeleiteten *Zahlen* enthält. George Lakoff & Rafael Núñez nennen eine solche Erweiterung eine *Begriffs-Mischung* (Conceptual Blend) ([430], S. 60).

Multiplikation & Division können beide metaphorisch auf zwei verschiedene Weisen abgeleitet werden. Die *Multiplikation* durch *wiederholte Addition* und durch *Pool-Bildung* und die *Division* durch *wiederholte Subtraktion* und durch *Teilung*. Damit ergeben sich folgende Metaphorische Abbildungen :

Pool-Bildungs- & Teilungs-Version :

Urbild-Bereich : Objekt Menge / Arithmetik Mischung		Bild-Bereich : Arithmetik
Vereinigung von A Mengen der Größe B ergibt eine Menge der Größe C	→	Multiplikation $A \times B = C$
teile C in A Teilmengen der Größe B	→	Division $C : B = A$

Iterations-Version :

Urbild-Bereich : Objekt Menge / Arithmetik Mischung		Bild-Bereich : Arithmetik
wiederholte Addition ( A mal ) einer Menge der Größe B ergibt eine Menge der Größe C	→	Multiplikation $A \times B = C$
wiederholte Subtraktion einer Menge der Größe B von einer Ausgangs-Menge der Größe C bis die Ausgangs-Menge aufgebraucht ist. A ist die Anzahl der Subtraktionen	→	Division $C : B = A$

( [430], pp 61 – 62 )

Auf Grund der *Eigenschaft der Struktur-Erhaltung* von Metaphorischen Abbildungen werden folgende *Gesetzmäßigkeiten* der *Manipulation von Objekt-Ansammlungen* auf die *Multiplikations- & Divisions-Operationen* auf die *Zahlen-Arithmetik* übertragen :

- Assoziativität & Kommutativität der Multiplikation
- Distributivität der Multiplikation über die Addition
- Die Multiplikation hat ein Neutrales Element
- Die Umkehrbarkeit der Multiplikation

( [430], pp 62 – 64 )

### 6.10.6.3 Arithmetik als „Objekt-Konstruktion“

Nach dieser „Arithmetik ist Objekt-Konstruktion“-Metapher sind *Zahlen* das Produkt der *Abstraktion* einer *Eigenschaft* von *Zusammengesetzten Objekten*, nämlich der *Anzahl ihrer Elementar-Bausteine*<sup>1</sup>, oder als Begriffs-Metapher formuliert: „*Zahlen sind aus Elementar-Bausteinen zusammengesetzte Objekte*“. Diese Metapher basiert auf den *Erfahrungen* von *Objekt-Konstruktion* sowie *Subitisierung & Zählen* und bildet *Zusammengesetzte Objekte* und ihre *Konstruktion* als *Urbild-Bereich* auf die *Zahlen* und ihre *Arithmetik* als *Bild-Bereich* ab. Dabei werden im Einzelnen :

Urbild-Bereich : Objekt-Konstruktion		Bild-Bereich : Arithmetik
aus Elementar-Bausteinen zusammengesetzte Objekte	→	Zahlen
Objekt-Größe	→	Größe einer Zahl
mehr Bausteine	→	größer
weniger Bausteine	→	kleiner
das kleinste Objekt	→	die Zahl „Eins“
Objekt-Konstruktions-Handlungen	→	Arithmetische Operationen
Ergebnis einer Objekt-Konstruktion	→	Ergebnis einer Arithmetischen Operation
Zusammenfügen von Objekten zu einem größeren Objekt	→	Addition
Entfernen eines kleineren Objekts von einem größeren Objekt	→	Subtraktion

aufeinander abgebildet.

Analog zur „Arithmetik ist Manipulation von Objekt-Ansammlungen“-Metapher können auch hier *Multiplikation & Division* durch *wiederholte Addition* bzw. durch *wiederholte Subtraktion* und durch *Teilung* abgeleitet werden. Im Gegensatz zur vorhergehenden Begriffs-Metapher lassen sich mit dieser Begriffs-Metapher auf natürliche Weise Brüche ableiten :

<sup>1</sup>) man denke z.B. an Lego-Bausteine

### Definition von Brüchen :

Urbild-Bereich : Objekt-Konstruktion / Arithmetik Mischung		Bild-Bereich : Arithmetik
Ergebnis der Teilung eines Elementar-Objekts in $n$ Teile	→	Stamm-Bruch $1/n$
ein aus $m$ Teilen der Größe $1/n$ zusammengesetztes Objekt	→	Zweig-Bruch $m/n$

( [430], pp 65 – 68 )

#### **6.10.6.4 Arithmetik als „Messen mit einem Maß-Stab“**

Die älteste Methode der Entfernungsmessung ist das *Messen mit einem Maß-Stab* bzw. einer *Maß-Schnur*. Dabei werden *Maß-Stäbe* solange Ende an Ende aneinander gelegt, bis sie die gesamte zu messende Entfernung überdecken, und anschließend *gezählt*. Diese Methode hat große Ähnlichkeit mit der im vorhergehenden Kapitel beschriebenen Objekt-Konstruktion aus Elementar-Bausteinen. Auf diese Weise erhält man die „Arithmetik ist Messen mit einem Maß-Stab“-Metapher, nach der *Zahlen* das Produkt der *Abstraktion* einer *Eigenschaft* einer mit einem *Maß-Stab* gemessenen *Entfernung*, nämlich der *Anzahl der Maß-Einheiten* sind. Werden die so gemessenen Entfernungen in Analogie zu den *Linien-Segmenten* in der *Geometrie* als *Physikalische Segmente* bezeichnet, so erhält man als Begriffs-Metapher formuliert : „*Zahlen sind Physikalische Segmente*“. Diese Metapher basiert auf den *Erfahrungen* des *Messens* mit Hilfe von *Subitisierung & Zählen* und bildet *Physikalische Segmente* und ihre *Messung* als *Urbild-Bereich* auf die *Zahlen* und ihre *Arithmetik* als *Bild-Bereich* ab.

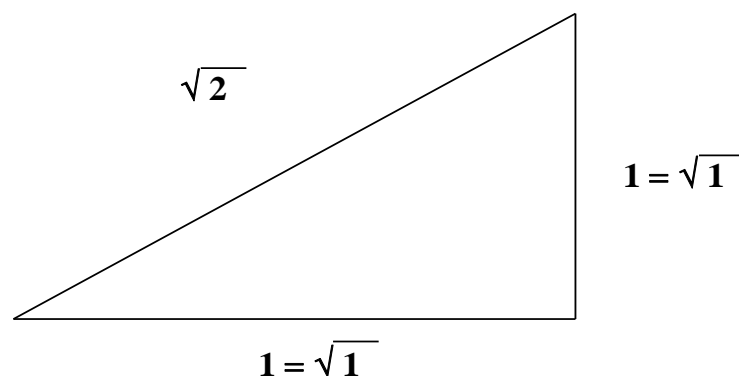


Dabei werden im Einzelnen :

Urbild-Bereich : Entfernungs-Messung mit einem Maß-Stab		Bild-Bereich : Arithmetik
aus Maß-Stäben zusammengesetzte Physikalische Segmente	→	Zahlen
Länge eines Physikalischen Segments	→	Größe einer Zahl
länger	→	größer
kürzer	→	kleiner
Maß-Einheit	→	Zahl „Eins“
Mess-Operationen	→	Arithmetische Operationen
Mess-Ergebnis	→	Ergebnis einer Arithmetischen Operation
Zusammenlegen von Physikalischen Segmenten zwecks Bildung von	→	Addition
längeren Physikalischen Segmenten		
Entfernen eines		
kürzeren Physikal. Segments von einem	→	Subtraktion
längeren Physikalischen Segment		

aufeinander abgebildet.

Genau wie bei der „Arithmetik ist Objekt-Konstruktion“-Metapher können auch hier *Multiplikation & Division* durch *wiederholte Addition* bzw. durch *wiederholte Subtraktion* und durch *Teilung* abgeleitet werden. Im Gegensatz zu den vorhergehenden Begriffs-Metaphern lassen sich mit dieser Begriffs-Metapher mit Hilfe des *Lehrsatzes des Pythagoras* sogar Irrationale Zahlen ableiten. Nach dem Lehrsatz des Pythagoras ist im *Rechtwinkligen Dreieck* das *Hypotenusen-Quadrat* gleich der *Summe* der beiden *Katheten-Quadrate*:  $a^2 + b^2 = c^2$ . Ist  $a = b = 1$ , so ist  $c^2 = 2$  und man erhält für die Seiten-Längen :



Und schon die Pythagoräer haben bewiesen, dass sich in diesem Fall die *Länge der Hypotenuse* nicht als *Bruch*, d.h. als *Rationale Zahl*, darstellen lässt. Auf Grund der „Zahlen sind Physikalische Segmente“-Metapher sowie der *Zahlen / Physikalische*

*Segmente-Begriffs-Mischung* muss  $\sqrt{2}$  aber eine *Zahl* sein, nämlich eine Irrationale Zahl ! ([430], pp 68 – 71 )

#### 6.10.6.5 Arithmetik als „Bewegungen entlang eines Weges“

Die letzte der von George Lakoff & Rafael Núñez beschriebenen Grundstein-Metaphern motivieren sie folgendermaßen. Bewegt man sich von einem Ort zu einem anderen Ort, so legt man einen Weg bestimmter *Länge* zurück, die mit Hilfe eines *Maß-Stabes* gemessen werden kann. Damit ergibt sich eine *direkte Beziehung* zwischen der *Länge* eines *Weges* und der *Länge* eines *Physikalischen Segments*. Der *Ausgangs-Punkt* der *Bewegung* entspricht *einem Ende* des *Physikalischen Segments* während der *End-Punkt* der *Bewegung* dem *anderen Ende* des *Physikalischen Segments* entspricht und die *Länge* des *zurückgelegten Weges* entspricht der *Länge* des *Physikalischen Segments*. Auf diese Weise ergibt sich ein natürliches Gegenstück zur „Arithmetik ist Messen mit einem Maß-Stab“-Metapher, nämlich die „Arithmetik ist Bewegung entlang eines Weges“-Metapher.

Nach dieser Begriffs-Metapher sind *Zahlen* das Produkt der *Abstraktion* einer *Eigenschaft* einer auf einem *Weg zurückgelegten Entfernung*, nämlich die *Länge des zurückgelegten Weges* oder anders formuliert : „*Zahlen sind Längen zurückgelegter Wege*“. Diese Metapher basiert auf den *Erfahrungen* der *Bewegung durch den Raum* und der *Messung der zurückgelegten Wege*. Sie bildet *Bewegungen durch den Raum* und die dabei *zurückgelegten Weg-Längen* als *Urbild-Bereich* auf die *Zahlen* und ihre *Arithmetik* als *Bild-Bereich* ab.

Dabei werden im Einzelnen :

Urbild-Bereich : Bewegungen auf einem Weg		Bild-Bereich : Arithmetik
punkt-förmige Orte auf einem Weg	→	Zahlen
Länge eines Weges	→	Größe einer Zahl
weiter vom Weg-Anfang entfernt	→	größer
näher am Weg-Anfang	→	kleiner
Bewegungen entlang des Weges	→	Arithmetische Operationen
Ende einer Abfolge von Bewegungen	→	Ergebnis einer Arithmetischen Operation
zurücklegen eines Weges von Ort A weg vom Weg-Anfang, welcher der Länge eines Weges vom Weg-Anfang zu einem Ort B entspricht	→	$A + B$
zurücklegen eines Weges von Ort A hin zum Weg-Anfang, welcher der Länge eines Weges vom Weg-Anfang zu einem Ort B entspricht	→	$A - B$
der Weg-Anfang	→	die Zahl „Null“

aufeinander abgebildet.

Genau wie bei den beiden vorhergehenden Metaphern können auch hier *Multiplikation & Division* durch *wiederholte Addition* bzw. durch *wiederholte Subtraktion* abgeleitet werden. Im Unterschied zu den drei vorhergehenden Begriffs-Metaphern liefert diese Begriffs-Metapher keine natürliche Definition der Zahl „Eins“, dafür aber eine *natürliche Definition* der Zahl „Null“ ! Außerdem lassen sich mit dieser Begriffs-Metapher auf natürliche Weise die *Negativen Zahlen* ableiten, indem man einfach die *zurückgelegten Wege über den Anfangs-Punkt hinaus in die entgegengesetzte Richtung verlängert*. Diese Erweiterung der Zahlen wurde explizit durch *Rafael Bombelli* in der zweiten Hälfte des *17. Jahrhunderts* eingeführt. ([430], pp 71 – 73 )

#### 6.10.6.6 Zusammenfassung

Die Bedeutung dieser vier Grundstein-Metaphern als Kognitive Basis der Arithmetik fassen *George Lakoff & Rafael Núñez* wie folgt zusammen : “The reason that ( the ) *domains* ( of the four *grounding metaphors* ) all »fit« *innate arithmetic* <sup>1</sup> is that there are *structural relationships* across the domains. ...

<sup>1</sup>) entspricht der *Elementar-Arithmetik* gemäß Kap. 6.10.5.1 ( S. 301 ), auf die *Erb-Arithmetik* wird erst in Kap. 6.10.10 ( S. 324 ) eingegangen.

In short, there are *structural correspondences* between :

- object collection and object construction
- the construction of a linear object and the use of a measuring stick to mark off a line segment of certain length
- using a measuring stick to mark off a line segment or »path« and moving from location to location along a path.

As a result of these structural correspondences, there are (*partial*) *isomorphisms* across the four grounding metaphors ... . . .

- There is an *one-to-one mapping*  $M$  between elements of one source domain and elements in the other source domain with the properties :
- $M$  *preserves sums* :  $M(x + y) = M(x) + M(y)$ ,  
i.e. the images of sums correspond to the sum of images.
- $M$  *preserves products* :  $M(x \times y) = M(x) \times M(y)$ ,  
i.e. the images of products correspond to the product of images.

Note that there are no numbers in (the four) *source domains*, but only object collections, (composed objects, linear physical segments) & motions. But given how they are mapped onto the *natural numbers*, the *relevant inferential structures* of all these domains are *isomorphic* ! *Aside from the way* they are mapped onto natural numbers, these four source domains are *not isomorphic* !”  
(Lakoff / Núñez, [430], pp 78 – 80 )

“The *significance* of the 4 grounding metaphors is that they allow human beings, who have an *innate capacity to form metaphors*, to extend *innate arithmetic* beyond the small amount that we are born with, while preserving the *basic properties of innate arithmetic*. ... Thus the properties of innate arithmetic can be seen as »picking out« those *four domains* for the *metaphorical extension of basic arithmetic capacities beyond the number Four*.” (Lakoff / Núñez, [430], pp 77 – 78 )<sup>1</sup>

Damit sind *Zahlen* das Produkt der *Abstraktion* von drei verschiedenen *Eigenschaften* in der *Physikalischen Welt*, nämlich der :

- Anzahligkeit von Objekt-Mengen
- Länge von Wegen im Raum
- Menge an Stoff & Volumen ausgedehnter Objekte

Während die erste Eigenschaft zu einem *Diskreten Zahlen-Begriff* führt, führen die beiden anderen Eigenschaften zu einem *Kontinuierlichen Zahlen-Begriff*.

---

<sup>1</sup>) kursiv, Unterstreichung, Klammern ( ) & Ausrufe-Zeichen „!“ von mir !

## 6.10.7 Die Kognition Mathematischer Muster & Strukturen

### 6.10.7.1 Algebra ist Arithmetik mit Allgemeinen Zahlen

Aus den vier Grundstein-Metaphern der Arithmetik lassen sich aus den Urbild-Bereichen dieser Begriffs-Metaphern für die *Addition & Multiplikation von Zahlen* die folgenden bekannten *Algebraischen Gruppen-Strukturen* herleiten :

Die Algebraische Additions-Gruppe der Ganzen Zahlen :

A.1 Abgeschlossenheit :

Werden *zwei Ganze Zahlen addiert*,  
so ist das Ergebnis wiederum eine *Ganze Zahl* !

$$\text{d.h. } \forall m, n \in \mathbb{Z} : m + n \in \mathbb{Z}$$

A.2 Assoziativität :

$$\forall m, n, p \in \mathbb{Z} \text{ gilt : } (m + n) + p = m + (n + p)$$

A.3 Neutrales Element :

$$\forall n \in \mathbb{Z} \text{ gilt : } \exists ! 0 \in \mathbb{Z} \text{ mit : } n + 0 = n$$

A.4 Inverse Elemente :

$$\forall n \in \mathbb{Z} \exists ! n^{-1} = -n \in \mathbb{Z} \text{ mit : } n + (-n) = 0$$

Die Algebraische Multiplikations-Gruppe der Rationalen Zahlen :

M.1 Abgeschlossenheit :

Werden *zwei Rationale Zahlen multipliziert*,  
so ist das Ergebnis wiederum eine *Rationale Zahl* !

$$\text{d.h. } \forall p, q \in \mathbb{Q} : p \times q \in \mathbb{Q}$$

M.2 Assoziativität :

$$\forall p, q, r \in \mathbb{Q} \text{ gilt : } (p \times q) \times r = p \times (q \times r)$$

M.3 Neutrales Element :

$$\forall p \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \text{ gilt : } \exists ! 1 \in \mathbb{Q} \text{ mit : } p \times 1 = p$$

M.4 Inverse Elemente :

$$\forall p \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \exists ! p^{-1} = 1/p \in \mathbb{Q} \text{ mit : } p \times (1/p) = 1$$

Wird nun auf diese beiden Mathematischen Strukturen die *Ratiomorphe Hypothese vom Vergleichbaren* von *Rupert Riedl* ( $\Rightarrow$  Kap. 6.6.6: S. 216) als „Gleichmachen des Ungleichen mittels Abstraktion“ angewandt, so lässt sich aus den *Arithmetischen Gruppen-Strukturen* von *Addition & Multiplikation* die *Struktur der Algebraischen Gruppe* ableiten :

Die Algebraische Gruppe :

Eine Menge  $G$  zusammen mit einer Operation  $*$  ist eine Algebraische Gruppe, wenn diese Operation die folgenden vier Bedingungen erfüllt :

G.1 Abgeschlossenheit :

$$\forall x, y \in G : x * y \in G$$

G.2 Assoziativität :

$$\forall x, y, z \in G \text{ gilt : } (x * y) * z = x * (y * z)$$

G.3 Neutrales Element :

$$\forall x \in G \text{ gilt : } \exists ! e \in G \text{ mit : } x * e = e * x = x$$

G.4 Inverse Elemente :

$$\forall x \in G \exists ! x^{-1} \in G \text{ mit : } x * x^{-1} = x^{-1} * x = e$$

Dabei ist es gleichgültig, ob dieser *Abstraktions-Prozess* auf die *visualisierten Zeichen-Strukturen* gemäß Kap. 6.7.4.1 ( S. 231 ) + 6.10.5.6 ( S. 300 ) oder auf *Arithmetischen Operations-Strukturen* gemäß Kap. 6.10.5.4 ( S. 298 ) angewandt wird. Damit gelangt man zu einer *neuen Grundstein-Metapher*, nämlich zur „*Algebra ist Arithmetik mit Allgemeinen Zahlen*“-Metapher.<sup>1</sup>

### 6.10.7.2 Algebra als Algorithmik mit Abstrakten Objekten

Betrachtet man *Geometrische Figuren*, so lassen sich diese in der Ebene oder im Raum verschieben & drehen. Diese Operationen fasst man unter dem Begriff „Transformationen“ zusammen. Solche Transformationen sind z.B. :

- Verschiebung ( Translation ) ohne Drehung
- 2-dim. Drehung ( Rotation ) um einem Punkt
- 3-dim. Drehung ( Rotation ) um eine Achse
- 2-dim. Spiegelung ( Reflexion ) an einer Linie
- 3-dim. Spiegelung ( Reflexion ) an einer Ebene
- Verkleinerung
- Vergrößerung

Transformationen, welche die *Gestalt* einer Figur bezüglich *Lage, Form & Orientierung* invariant lassen, heißen *Symmetrie-Transformationen*. Eine Geometrische Figur hat so viele *Symmetrien*, wie sie verschiedene Symmetrie-Transformationen besitzt. Beispielsweise haben *Kreis & Kugel* unendlich viele Symmetrien, während ein *Quadrat* zwei Rotations-Symmetrien ( 90 & 180 Grad ) und vier Spiegel-Symmetrien ( 2 Diagonalen & 2 Verbindungs-Linien der gegenüberliegenden Seiten-Halbierenden ) besitzt. Das *Hintereinander-Ausführen*  $\circ$  von *Symmetrie-Transformationen* gehorcht den folgenden Gesetzen :

---

<sup>1</sup>) George Lakoff & Rafael Núñez formulieren dagegen die zu dieser Grundstein-Metapher *inverse* Verbindungs-Metapher : „Arithmetik ist Algebra“ ( [430] ), Kap. 5

S.1 Abgeschlossenheit :

Werden *zwei Symmetrie-Transformationen hintereinander ausgeführt*, so ist das Ergebnis wiederum eine *Symmetrie-Transformation* !

S.2 Assoziativität :

$\forall$  Symmetrie-Transformationen  $R, S, T$  gilt :

$$(R \circ S) \circ T = R \circ (S \circ T)$$

S.3 Neutrales Element :

Die *Identische Transformation*  $Id$ , die jeden Punkt auf sich selbst abbildet, verändert die Form eines Figur nicht, ist also eine *Symmetrie-Transformation* :

$\forall$  Symmetrie-Transformationen  $S$  gilt :  $S \circ Id = Id \circ S = S$

S.4 Inverse Elemente :

$\forall$  Symmetrie-Transformationen  $S \exists ! S^{-1}$  sodass gilt :

$$S \circ S^{-1} = S^{-1} \circ S = Id$$

Die *Symmetrie-Transformationen* und ihre *Hintereinander-Ausführung* bilden also auch eine *Algebraische Gruppe*. Wird nun erneut die *Ratiomorphe Hypothese vom Vergleichbaren* von *Rupert Riedl* ( $\Rightarrow$  Kap. 6.6.6: S. 216) als „Gleichmachen des Ungleichen mittels Abstraktion“ sowohl auf die *Arithmetischen Gruppen* wie auch auf die *Symmetrie-Transformations-Gruppe* angewandt, so lässt sich aus den *Algebraischen Gruppen-Strukturen von Arithmetik & Transformation* die *Struktur* einer noch abstrakteren *Algebraischen Gruppe* ableiten. Auf diese Weise gelangt man wiederum zu einer *neuen Grundstein-Metapher*, nämlich zur „*Algebra ist Algorithmik mit Abstrakten Objekten*“-Metapher.

Diese *Algebraische Gruppen-Struktur* wurde erstmals von *Évariste Galois* entdeckt. Und zwar auch nicht in der Arithmetik, sondern bei der Analyse von Lösungen Algebraischer Gleichungen in Form der *Gruppe der Permutationen von Null-Stellen eines Polynoms*, welche nach ihm als *Galois-Gruppe* bezeichnet wird.<sup>1</sup>

## 6.10.8 Mathematik & Bildhaft-Räumliche Vorstellung

Auf die *Spatio-Numerische Assoziation* und den Zusammenhang zwischen *Mathematischer Begabung & Raum-Vorstellung* wurde bereits im Kap. 6.10.4.3 (S. 294) eingegangen. In diesem Kapitel soll dieser Zusammenhang unter dem Blick-Winkel von *Mathematik & Bildhaft-Räumlicher Vorstellung* etwas näher betrachtet werden. So gibt es nach *Stanislas Dehaene* sowohl *Empirische Befunde*, dass der *Zahlen-Strahl* mit dem *Farb-Spektrum* assoziiert wird, wie auch solche, nach denen der *Zahlen-Strahl* beim Übergang von einer Dekade zur nächsten *unstetig* seine *Richtung* ändert. Auch wurde berichtet, dass diese Bildhaften Zahlen-Vorstellungen *unschärfer* werden, je *größer* die Zahlen-Werte werden. ([136], pp 100 – 103)

---

<sup>1</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ([146]), pp 119 – 138

Weiterhin schreibt er : „Viele Mathematik-Genies haben behauptet, *mathematische Beziehungen unmittelbar wahrnehmen* zu können. Sie sagen, dass sie in ihren schöpferischsten Augenblicken, die manche von ihnen als *Erleuchtungen* beschreiben, weder bewusst nachdenken, noch Wörter gebrauchen, noch lange formale Rechnungen durchführen.“ ( Dehaene, [136], S. 175 )

„Besonders gut hat wohl ( *Albert* ) *Einstein* die Bedeutung der *Sprache* gegenüber der *Intuition* erfasst ; er schrieb in einem Brief, den *Jacques Hadamard* in seinem berühmten Essay über die *Psychologie der Erfindung in der Mathematik* veröffentlichte : »Wörter & Sprache, ob gesprochen oder geschrieben, spielen bei meinen Denk-Prozessen anscheinend keine Rolle. Die psychologischen Entitäten, die als Bausteine für meine Gedanken dienen, sind gewisse *Zeichen* oder *Bilder*, mehr oder weniger klar, die ich nach Belieben hervorholen & umordnen kann.«<sup>1</sup>  
( *Albert Einstein* : [300], pp 142 – 143 nach [136], S. 175 )<sup>1</sup>

*Keith Devlin* hat die Sichtweise eines *Mathematikers* auf die *Welt der Mathematik* mit der Sichtweise eines *Architekten* auf ein ( noch zu bauendes ) *Gebäude* verglichen. So wie der *Architekt* sich aus den *Bauplänen* eines Gebäudes ein *detailliertes Bild des beschriebenen Gebäudes* vorstellen kann, so kann sich der *Mathematiker* aus den *Mathematischen Formeln* ein detailliertes *Abstraktes Bild* von den durch die Formeln *beschriebenen Mathematischen Objekten* machen. „Das *Erlernen* neuer mathematischer Tatsachen ist wie das Bauen eines imaginären Hauses im Kopf. Die neuen Sachverhalte *verstehen* ist dasselbe, wie sich im Inneren dieses Hauses zurechtzufinden. Und ein *Mathematisches Problem* zu *bearbeiten* ist wie Möbel hin- & herzuschieben. *Mathematisches Denken* ist wie in dem Haus *leben*.“  
( *Devlin*, [146], pp 154 – 157 )<sup>2</sup>

Mehr metaphorisch haben dies *David Hilbert* ( Garten-Metapher ) und *Keith Devlin* ( Landschafts-Metapher ) folgendermaßen ausgedrückt. So schrieb *David Hilbert* über seine Zusammenarbeit mit *Felix Klein* : „Unsere Wissenschaft, die wir beide über alles liebten, brachte uns zusammen. Sie erschien uns wie ein blühender Garten. In diesem Garten gibt es befestigte Wege, von denen aus man nach Belieben umher spazieren und mühelos die Schönheiten genießen kann, um so mehr an der Seite eines seelenverwandten Gefährten. Doch es machte uns Freude, die verborgenen Pfade aufzuspüren und so manchen neuen Ausblick zu entdecken, der es wert war, bewahrt zu werden, und wenn wir ihn uns gegenseitig zeigten, war unsere Freude perfekt.“  
( *Hermann Weyl*, [806] nach [146], S. 308 )

Und *Keith Devlin* „würde die Tätigkeit des Mathematikers eher mit der Erforschung einer großartigen & majestätischen Landschaft vergleichen, mit hohen, schneebedeckten Bergen und tiefen Tälern & Schluchten voller undurchdringlichem Urwald. Um zu den Berg-Gipfeln zu gelangen, muss man zuerst soviel wie möglich über das Gelände in Erfahrung bringen, einen guten Plan formulieren, die richtige Ausrüstung zusammenstellen, einen guten Zugang finden und sich hart anstrengen, um alle Hindernisse auf dem Weg zu überwinden. Viele werden auf dem Weg verloren gehen, andere Unterwegs aufgeben & kehrtmachen. Doch denen, die den Gipfel erreichen, bietet sich ein atemberaubendes Panorama und ein unvergleichliches Triumph-Gefühl.“  
( *Devlin*, [146], pp 308 – 309 )

---

<sup>1</sup> ) in beiden Zitaten *kursiv* und Klammern ( ) von mir.

<sup>2</sup> ) *kursiv* von mir.



## 6.10.9 Neuro-Biologie & Mathematische Fähigkeiten

### 6.10.9.1 Numerische Fähigkeiten & Hirn-Hemisphären

Wie bereits in Kap. 6.3.7 ( S. 148 ) erwähnt wurde, gliedert man das *Menschliche Groß-Hirn* in eine *Linke* und eine *Rechte Hirn-Hemisphäre*. *Beide Hirn-Hemisphären* können unabhängig voneinander *Zahlen-Symbole* – sowohl *Ziffern* wie auch *Mengen-Repräsentationen* – *visuell erkennen* und ihnen *Zahlen-Werte zuordnen*. Und *beide Hirn-Hemisphären* können auch unabhängig voneinander *Zahlen-Werte vergleichen* & *anordnen*. Allerdings scheint die *Rechte Hirn-Hemisphäre* dabei etwas *langsamer & ungenauer* zu sein als die *Linke Hemisphäre*. Aber nur die *Linke Hirn-Hemisphäre* kann *Ziffern (-Folgen)* *benennen* und (*geschriebene*) *Zahl-Worte erkennen*. *Rechnen* (Addition, Subtraktion, Multiplikation & Division) kann ebenfalls nur die *Linke Hirn-Hemisphäre*. Allerdings scheint aber auch die *Rechte Hirn-Hemisphäre* über eine *elementare Rechen-Fähigkeit* zu verfügen.<sup>1</sup>

### 6.10.9.2 Zahlen-Sinn & Unterer Scheitel-Lappen

Bei der *Mentalen Repräsentation* von *Zahlen* als *Größen* spielt der *Untere Scheitel-Lappen* (*Inferiore Parietale Cortex*), insbesondere der *Gyrus angularis* bzw. das *Brodmann-Areal 39* eine entscheidende Rolle. Diese(r/s) ist Teil der *Plurimodalen Assoziations-Rinde*, welche nach dem Neurowissenschaftler *Norman Geschwind* ein *Assoziations-Areal* von *Assoziations-Arealen* ist, zu welchem Nerven-Fasern aus *allen Sinnes-Modalitäten* wie *Gesichts-Sinn*, *Hör-Sinn* & *Tast-Sinn* *konvergieren* ([265]).

Läsionen im *Linken Unteren Scheitel-Lappen* führen zu folgenden Defiziten :

- Akalkulie – Verlust bzw Störung der *Rechen-Fähigkeit*
- Agraphie – Verlust bzw Störung der *Schreib-Fähigkeit*
- Finger-Agnosie – Verlust bzw Störung der *Finger-Erkennung*
- Verlust bzw Störung der Fähigkeit zur Unterscheidung von *rechts & links*

Diese vier als *Gerstmann-Syndrom* bezeichneten Defizite treten *häufig gemeinsam* auf ([263]), können aber auch *dissoziiert* vorkommen. Vermutlich ist der Linke Untere Scheitel-Lappen in *Mikro-Bereiche* unterteilt, welche in hohem Maße auf

- Zahlen
- Schreiben
- Raum                      und
- Finger

spezialisiert sind. *Stanislas Dehaene* vermutet, dass die *Repräsentation stetiger räumlicher Informationen* im *Unteren Scheitel-Lappen* (*Inferioren Parietalen Cortex*) angesiedelt ist, welcher in idealer Weise zur *Codierung des Zahlen-Strahls* geeignet ist.

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 211 – 215

„Anatomisch steht dieses Areal an der Spitze einer Pyramide von Okzipito-Parietalen Arealen, die immer abstraktere Karten der Räumlichen Anordnung von Objekten in der Umwelt konstruieren. Dabei ergeben sich *Zahlen* ganz natürlich als die *abstraktesten Repräsentationen* der *Permanenz* von *Objekten im Raum*.“

Tatsächlich ist die *Anzahl* dasjenige, was bei der Veränderung von *Identität & Position* von *Objekten* konstant bleibt. Die *Verbindung* zwischen *Fingern & Zahlen* ist offensichtlich, da Kinder in aller Welt das Zählen mit Hilfe der Finger lernen. Es scheint deshalb plausibel, dass die *cortikalen Repräsentationen* von *Fingern & Zahlen* benachbarte & eng verknüpfte Hirn-Areale besetzen. Darauf weisen auch Empirische Befunde mit Patienten mit Hirn-Verletzungen hin.

„Aus dieser noch sehr spekulativen Sicht würden

- Körper-Karten
- Räumliche Karten und der
- Zahlen-Strahl

alle auf einem *einzigsten Struktur-Prinzip* beruhen, das die *neuronalen Verbindungen* der *Unteren Parietalen Rinde* bestimmt.“ (Dehaene, [136], pp 219 – 220 )<sup>1</sup>

### 6.10.9.3 Numerische Funktionen & Gehirn-Architektur

#### 6.10.9.3.1 Zahlen & Sprache

Wie *Neuropsychologische Befunde* belegen, sind die Funktionen von *Lesen, Schreiben, Sprache Verstehen & Sprechen* in *verschiedenen Hirn-Arealen* lokalisiert. Dies äußert sich dadurch, dass alle vier *Störungen* unabhängig voneinander auftreten können.

#### Zahlen & Lesen :

Die *Visuelle Identifikation* ist in den Arealen der *Inferior-Okzipito-Temporalen Hirn-Rinde* beider *Hirn-Hemisphären* lokalisiert. Das *Visuelle System* der *Linken Hirn-Hemisphäre* erkennt dabei sowohl *Arabische Ziffern* wie auch *Zahl-Wörter*, während das *Visuelle System* der *Rechten Hirn-Hemisphäre* nur *Arabische Ziffern* erkennt. Allerdings werden auch im *Visuellen System* der *Linken Hirn-Hemisphäre* die Informationen zur Erkennung von :

- Arabischen Ziffern-Folgen
- Geschriebenen Zahl-Wörtern und
- Objekten wie Gesichtern & Dingen

in verschiedenen *Neuronalen Modulen* verarbeitet. Es gibt Patienten mit Hirn-Schäden, die *keine* *Worte* mehr lesen können, aber noch *Arabische Ziffern* und mit diesen sogar noch *rechnen* können ([141] / [290]). Umgekehrt gibt es aber auch Patienten, die noch mühelos *Worte*, aber *keine Arabischen Ziffern* mehr lesen können

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir.

( [109] ). Auch gibt es Patienten, die *Arabische Ziffern* noch *visuelle erkennen*, aber weder *hinschreiben* noch *aussprechen* können ( [41] ).

#### Zahlen & Sprechen :

Es gibt auch Patienten mit Hirn-Schäden, deren *Sprach-Produktion* gestört ist, die aber noch *Zahl-Worte* einwandfrei sprechen können. Auch gibt es Patienten, bei denen die *Grammatik der Zahl-Bildung* gestört ist. ( [117] )

#### Zahlen & Schreiben :

Es gibt auch Patienten mit Hirn-Schäden, die *Zahlen nicht* mehr ( richtig ) *aussprechen*, wohl aber noch richtig *hinschreiben* können ( [503] / [504] ). Es gibt aber auch Patienten, die nach einer Schädigung der *Linken Prämotorischen Rinde* zwar *keine Worte*, wohl aber noch *Arabische Ziffern schreiben* können und sogar noch mit ihnen *rechnen* können ( [13] ).

#### Schlussfolgerung :

Auf *fast allen Ebenen der Verarbeitung – Visuelle Identifikation, Sprach-Produktion & Schrift* – scheinen sich die *Zerebralen Areale*, die Zahlen verarbeiten, zum Teil von denen zu unterscheiden, die mit *anderen Arten von Wörtern* zu tun haben.<sup>1</sup>

### **6.10.9.3.2 Zahlen & Algorithmische Prozesse**

#### Zahlen & Rechnen :

Neben dem *Zahlen-Sinn* basiert das *Rechnen* auf *auswendig gelernten Additions- & Multiplikations-Tabellen* sowie auf *erlernten Motorischen Handlungs-Folgen*. Diese Funktionen sind vermutlich in den *Subcortikalen Basal-Ganglien* der *Linken Hirn-Hemisphäre* lokalisiert, welche durch eine *Cortiko-Subcortikale Schleife* über den *Thalamus* mit den *Cortikalen Arealen* des Bereichs für *Sprach-Verarbeitung* im *Perisylvanischen Areal* der *Linken Hirn-Hemisphäre* verbunden sind. In diesen *Subcortikalen Basal-Ganglien* sind auch andere *Verbale Automatismen* wie *Sprich-Wörter, Gedichte & Gebete* gespeichert. Patienten mit Schäden in diesem Subcortikalen Bereich können zwar noch *Zahlen lesen & nach Diktat schreiben*, aber *nicht* mehr *rechnen*, soweit dieses nicht durch *abzählen* zu realisieren ist. Aber ihr *Sinn für Numerische Größen* ist nicht beeinträchtigt. ( [116] / ( [139] )<sup>2</sup>

#### Zahlen & Algebra :

Patienten mit *Akalkulie* verlieren nicht notwendigerweise auch ihre *Algebraischen Kenntnisse* ( [336] / [337] ). Dies lässt darauf schließen, dass die *Neuronalen Netze*, welche das *Algebraische Wissen* enthalten, weitgehend unabhängig von denjenigen

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 224 – 228

<sup>2</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 228 – 229

Netzwerken sind, die mit dem *Kopfrechnen* zu tun haben. Ihre Lokalisation im Gehirn ist aber bis heute unbekannt.<sup>1</sup>

### 6.10.9.3 Numerische Fähigkeiten & Präfrontaler Cortex

Die *Ablauf-Steuerung des Gehirns* ist im *Dorsal-Lateralen Präfrontalen Cortex & Cingulum anterior* beider *Hirn-Hemisphären* lokalisiert. Diese Areale umfassen eine Vielzahl von Systemen, die auf *Arbeits-Gedächtnis*, *Fehlersuche & Handlungs-Planung* spezialisiert sind. Diese Areale spielen für die *Mathematik* einschließlich der *Arithmetik* eine entscheidende Rolle. *Präfrontale Läsionen* beeinflussen zwar nicht die *elementaren Rechen-Operationen*, wohl aber die *Ausführung dieser Operationen in der richtigen Reihenfolge*.

Eine besonders wichtige Rolle beim Rechnen kommt dem *Arbeits-Gedächtnis* zu, welches als *Raum für Innere Repräsentationen* das *Behalten von Zwischen-Ergebnissen* ermöglicht, und dass auch im *Präfrontalen Dorso-Lateralen Cortex* lokalisiert ist. Auch die *Entwicklung von Lösungs-Strategien* für *Text-Aufgaben* ist hier angesiedelt. Hirn-Schäden im Präfrontalen Cortex beeinträchtigen auch das *Numerische Abschätz-Vermögen*. ([417] / [702])

Die mit *Executiv-Funktionen* befasste *Präfrontale Rinde* ist ein dem *Menschen eigentümlicher Bereich des Gehirns* ! Die *Entstehung unserer Spezies* ging einher mit einer *enormen Zunahme* der *Größe* des *Präfrontalen Cortex*, der heute fast *ein Drittel* unseres *Gehirns* ausmacht. Seine *Synaptische Reifung* ist *besonders langsam* und begleitet damit die meisten wichtigen *Lern-Vorgänge* beim Menschen. Es gibt Hinweise darauf, dass *Präfrontale Schaltkreise* jedenfalls bis zur *Pubertät* und vermutlich *noch länger flexibel* bleiben.<sup>2</sup>

### 6.10.9.4 Die Ursprünge der Arithmetischen Module des Gehirns

#### Zahligkeit :

Die Fähigkeit zum *Zählen* und zur *Schätzung* von *Numerischen Größen* ist vermutlich in einem *Quantitativen Modul* realisiert, den der *Mensch* mit den *Tieren* gemeinsam hat und der deshalb *genetisch* verankert ist. Dieser Modul ist vermutlich im *Inferioren Parietalen Cortex ( Unteren Scheitel-Lappen )* beider Hirn-Hemisphären lokalisiert.

#### Schreiben, Lesen & Rechnen :

Die Fähigkeiten des *Rechnens*, *Schreibens & Lesens* hat der *Mensch* erst vor *einigen Jahrtausenden* entwickelt, sodass die *Evolution* noch nicht genügend *Zeit* hatte sie in das *Genetische Erbe des Menschen* einzubauen. Diese Fähigkeiten müssen deshalb von *Neuronalen Modulen* geleistet werden, die sich *ursprünglich* für *andere*

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 229 – 230

<sup>2</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 230 – 233

*Kognitive Aufgaben* entwickelt haben. Die *Biologische Grundlage* dieser Module ist die *erstaunliche Plastizität* der *Neuronalen Netze*, mit der sie sich im Laufe der *Ontogenese* aber auch nach *Hirn-Schäden* neu organisieren & verschalten können. Diese *Neuronale Plastizität* ist jedoch nicht unbegrenzt, wie Befunde mit Patienten mit entwicklungsbedingter *Dyskalkulie* zeigen.

#### Lesen von Buchstaben & Ziffern :

Gewisse Areale der *Seh-Rinde*, welche ursprünglich für das *Erkennen* von *Gesichtern & Objekten* zuständig waren, spezialisierten sich auf das Erkennen von *Ziffern & Buchstaben*.

#### Schreiben & Rechnen :

*Genetisch angelegte Module* im *Gehirn* des *Menschen*, die für das *Erlernen & Ausführen von Handlungs-Folgen* zuständig sind, spezialisierten sich auf die Ausführung von *Rechen-Algorithmen & Schreib-Prozessen*, sowie auf die *Speicherung & Reproduktion* von *Additions- & Multiplikations-Tabellen*, d. h. des *Einmaleins*.

( [136], pp 233 – 237 )

### **6.10.10 Die Entwicklung Mathematischer Fähigkeiten**

#### **6.10.10.1 Die Theorie der Entwicklung des Zahl-Begriffs von Jean Piaget**

##### **6.10.10.1.1 Die „Konstruktionistische Sichtweise“ von Jean Piaget**

Wie bereits mehrfach erwähnt, hat der Schweizer Kinder-Psychologe *Jean Piaget* eine umfassende Theorie der Entwicklung des Kindes entwickelt, auf deren verschiedene Komponenten bereits in Kap. 5.4.6 : *Sequentielle Stadien der Kognitiven Entwicklung des Kindes* ( S. 96 ), Kap. 6.3.8.1.1 : *Entwicklung des Räumlichen Denkens* ( S. 149 ) & Kap. 6.4.12.2 : *Die Entwicklung des Zeit-Bewusstseins* ( S. 203 ) eingegangen wurde. In den *1940-er & 50-er Jahren* entwickelte Jean Piaget auch eine *Theorie der Entwicklung des Zahl-Begriffs beim Kinde* ( [600] ). Nach dieser Theorie bilden sich die *Logischen & Mathematischen Fähigkeiten* erst allmählich heraus, indem die *Regelhaftigkeit der Außenwelt* verinnerlicht wird. So muss auch der *Zahlen-Begriff* durch *Sensomotorische Wechselwirkungen mit der Umwelt* konstruiert werden. Die *Anzahl einer Menge* ist die *einzigste Eigenschaft*, die *unverändert* bleibt, wenn sich die *Lage* oder das *Aussehen* der *gezählten Dinge* ändert. Kinder erwerben erst im Alter zwischen 4 – 5 Jahren den Begriff der *Mengen-Invarianz*, der die *Grundlage des Zahl-Begriffs* bildet.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ( [136] ), pp 54 – 57

### 6.10.10.1.2 Neu-Interpretation von Jean Piaget's Versuchen zur Mengen-Invarianz

Zwischenzeitlich wurden die klassischen Experimente von *Jean Piaget* zur *Mengen-Invarianz* mit *neuen Experimentier-Methoden* überprüft. So brachten *Jacques Mehler & Tom Bever* Versuchs-Methoden zum Einsatz, welche auch bei Tier-Versuchen angewandt wurden ([516]) und *James McGarrigle & Margaret Donaldson* berücksichtigten explizit das Mitdenken der Kinder ([507]). Beide Versuchs-Reihen zeigten, dass Kinder im Alter von *2 – 3 Jahren* sehr wohl schon die *Mengen-Invarianz* erkennen können. Die Ergebnisse von *Jean Piaget* mit *4 – 5 Jährigen* werden darauf zurückgeführt, dass Kinder in diesem Alter eine *Theorie des Fremd-Bewusstseins* zu entwickeln beginnen und deshalb so reagieren wie Jean Piaget es beobachtet hat.<sup>1</sup>

### 6.10.10.2 Die Entwicklung des Zahlen-Sinns

Bereits *3 – 4 Tage alte Babies* können sowohl *optisch* wie auch *akustisch* dargebotene *Mengen* von *2 & 3 Objekten* voneinander unterscheiden ([14] / [51] / [733]) und *6 – 8 Monate alte Babies* können bereits die *Zahligkeiten 2 & 3 unabhängig* von der *Sinnes-Modalität* erkennen ([734] / [735]). Die *Anzahligkeits-Detektion* ist wohl genetisch verankert!<sup>2</sup>

„Mit [ großer ] Wahrscheinlichkeit wird ein *Gehirn-Modul*, das auf die Identifizierung von Zahlen spezialisiert ist, durch die spontane Reifung von zerebralen neuronalen Netzen auf der Grundlage genetisch kodierter Informationen (und mit minimaler Anleitung aus der Umwelt) verankert. Da der menschliche genetische Code im Laufe von Millionen von Jahren der Evolution geerbt wurde, teilen wir dieses angeborene protonumerische System wahrscheinlich mit vielen anderen Tier-Arten.“ (Dehaene, [136], pp 76 – 77) Eine *Verbindung zwischen Visueller & Auditiver Zahlen-Wahrnehmung bei Neugeborenen* ist bisher noch nicht experimentell bewiesen, wird von *Stanislas Dehaene* aber *vermutet*.<sup>3</sup>

Für die Entwicklung des Zahlen-Sinns für Zahlen *größer als drei* gibt es drei verschiedene Hypothesen. Die erste Hypothese besagt, dass Kleinkinder über eine *näherungsweise Zahlen-Repräsentation* in Form eines Analogen Akkumulators verfügen, welcher in Form von *Inversen Abstands- & Größen-Effekten* in Erscheinung tritt. Die Entwicklung einer *nicht-verbalen Fähigkeit zu Rechnen* beruht dann :

- entweder auf der zunehmenden Exaktheit des Akkumulator-Mechanismus
- oder auf dem Ersetzen des Akkumulators durch einen wirklich exakten Mechanismus.

Dieser neue exakte Mechanismus könnte auf dem *Erlernen von Zahl-Worten* und deren *Korrelation* mit dem *wahrscheinlichsten Schätz-Wert des Akkumulators* beruhen. ([514])

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 57 – 60

<sup>2</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 61 – 70 + 76

<sup>3</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 76 – 78

Die zweite Hypothese ist, dass die Interne Zahlen-Repräsentation von Kleinkindern anfangs auf einer *näherungsweise Repräsentation von Quantität* beruht, welche nicht auf *Diskreten Zahlen-Werten*, sondern auf *Kontinuierlichen Mengen* basiert. Die Entwicklung würde dann in einer wachsenden Approximations-Effizienz bestehen. Allerdings müsste es dann einen Zeit-Punkt in der Entwicklung geben, an dem zu einer *Diskreten Mengen-Repräsentation* übergegangen würde. ([366])

Eine dritte Hypothese besagt, dass Kleinkinder dadurch zählen, indem sie jedes Mal, wenn sie ein neues Objekt sehen, einen „Objekt-Behälter“ öffnen und dieses Objekt *hinzufügen*. In diesem Falle wäre die Entwicklung einer *nicht-verbalen Fähigkeit zu Rechnen* mit der Entwicklung der Fähigkeit verbunden, *Mentale Modelle* von *Objekt-Ansammlungen* zu bilden, zu *manipulieren* & auf dem Laufenden zu halten. ([311] / [367] / [717])

Alle drei Hypothesen beinhalten einen *Entwicklungs-Zeitpunkt*, an dem das Kleinkind von einer anfänglichen *näherungsweise Quantitäts-Repräsentation* zu einer *exakten Repräsentation* von *Zahlen, Quantitäten* und dem *Hinzufügen & Wegnehmen* von *Objekten* zu *Objekt-Mengen* (d.h. einfachen *Additionen & Subtraktionen*) übergeht. Diese Übergänge könnten sowohl auf *Wechselwirkungen* zwischen *erblichen Fähigkeiten* und *Erfahrungen mit der Außenwelt* wie auch auf *Reifungs-Prozessen* beruhen.<sup>1</sup>

### 6.10.10.3 Die Entwicklung der Rechen-Fähigkeit

Experimentelle Befunde von *Karen Wynn* ([819] / [820] / [821]) & *Etienne Koechlin* et al ([410]) zeigen, dass bereits 4 Monate alte Babies unbewusst einfache *Additions- & Subtraktions-Aufgaben* bis zur *Zahl 3* durchführen können. Dabei scheinen sie auf *angeborene Fähigkeiten* zurückzugreifen. Bis zum Alter von 12 Monaten dominieren aber *Bewegungs- & Positions-Informationen* über *Form-Informationen*, sodass sie dadurch auch auf *falsche Anzahlen* schließen! ([720])

Diese *Elementare Rechen-Fähigkeit* ist bei Neugeborenen bisher noch nicht experimentell bewiesen, wird von *Stanislas Dehaene* aber ebenfalls *vermutet*. Jedenfalls können Kinder im Alter von 6 Monaten kleine Anzahlen von Reizen erkennen und auch einfache *Additionen & Subtraktionen* damit ausführen. Eine *Ordinale Kompetenz* scheint aber erst im Alter von 15 Monaten erworben zu werden.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Newcombe / Huttenlocher : „Making Space“ ([557]), pp 217–218

<sup>2</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136]), pp 76–78

## 6.10.11 Die Evolution Mathematischer Fähigkeiten

### 6.10.11.1 Der Zahligkeits-Sinn bei Tieren

Viele *Tiere* haben die unbestreitbare Fähigkeit, *numerische Größen* zu lernen, zu behalten, zu vergleichen und näherungsweise zu addieren. Da sie aber im Gegensatz zum Menschen keine *Zahl-Wörter & Zahl-Zeichen* besitzen, sollte man vielleicht bei Tieren besser nicht von *Zahlen* bzw *Anzahlen* sprechen, sondern von *Zahligkeit* bzw. *Numerosität* !<sup>1</sup>

Nach entsprechendem Training können *Raben* die *Anzahl* von bis zu *sechs* Punkten, unabhängig von deren Anordnung, unterscheiden und *Dohlen* bis *fünf* zählen ([411]). *Afrikanische Grau-Papageien* können nach entsprechendem Training die *Anzahl* von Gegenständen auf einen Tisch erkennen, d.h. *zählen* und diese mit einem erlernten *Zahlwort* assoziieren ([593]). *Löwen* können anhand des Gebrülls die *Anzahl* einer Gruppe fremder Löwen einschätzen und mit ihrer *eigenen Anzahl* *vergleichen* ([505]). *Ratten* können sogar *Zahligkeiten* bis 16 schätzen ([513]).

Und *Schimpansen* können nicht nur *Zahligkeiten* erkennen und diese *addieren*, sie können sogar *Brüche* erkennen und diese *addieren* ([817]). Ja sie können sogar die *Zuordnung* von *Zahligkeiten & (Zahl-) Symbolen* erlernen und ausgehend von *Zahl-Symbolen* rechnen ([75] / [77] / [492]). Trotz dieser erstaunlichen Fähigkeiten handelt es sich auch hier nur um *Konditionierte Verhaltensweisen* !<sup>2</sup>

Da auch bei Tieren ( Affen, Tauben, Ratten, Delphinen ) der *Inverse Abstands- & Größen-Effekt* auftritt, scheinen auch Tiere Zahlen nur als *Näherungs-Größen* zu repräsentieren ! *Jean-Pierre Changeux & Stanislas Dehaene* haben ein *Neuronales Netz-Modell* eines *Anzahlen-Detektors* entwickelt, das in der Lage ist, die *Anzahl* von *Visuellen oder Akustischen Reizen* unabhängig von der Art, Größe & Lage bzw. Dauer dieser Reize wahrzunehmen. Simulationen dieses Neuronalen Modells zeigen dasgleiche Näherungsweise Erkennen von *Zahligkeiten* und deren *Addition* wie Ratten & Tauben. Bei Katzen konnten bereits in den 1960-er Jahren solche *Zahligkeits-Neurone* nachgewiesen werden.<sup>3</sup>

### 6.10.11.2 Der Zahlen-Sinn des Menschen

Da unsere nächsten Verwandten, die *Schimpansen*, über *rechnerische Kompetenz* verfügen und selbst so unterschiedliche Tier-Arten wie Ratten, Tauben & Delphine sie nicht völlig entbehren, verfügt *Homo sapiens* höchstwahrscheinlich auch über ähnliche *Erbliche Fähigkeiten*. Mit einiger Wahrscheinlichkeit ist unser *Gehirn* genau wie das der Ratte mit einem Speicher ausgerüstet, der es uns ermöglicht, *numerische Größen* wahrzunehmen, zu speichern & zu vergleichen. *Stanislas Dehaene* vertritt die Arbeits-Hypothese, dass der Mensch in der Tat mit einer *Mentalen Repräsentation* von *Größen* ausgestattet ist, die derjenigen stark ähnelt, die bei Ratten, Tauben & Affen nachgewiesen wurde. ([136], pp 52 – 53 )

---

<sup>1</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136] ), pp 46 – 47

<sup>2</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136] ), pp 28 – 37 + 47 – 50 + 52

<sup>3</sup>) Stanislas Dehaene : „Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können“ ([136] ), pp 37 – 39 + 43 – 46 + 50 – 51



### 6.10.11.3 Die Evolution der Voraussetzungen des Mathematischen Denkens

In Kap. 6.10.5 *Die Kognitive Basis der Mathematik* (S. 296) wurden folgende acht *Basis-Fähigkeiten* beschrieben, welche die *Voraussetzungen* für die Mathematischen Fähigkeiten des *Menschen* bilden :

- (1) Fähigkeit zur Muster-Erkennung & Abstraktion ( Kap. 6.10.5.6 )
- (2) Sinn für Ursache & Wirkung ( Kap. 6.10.5.7 )
- (3) Fähigkeit zur Zielgerichteten Ausführung von Handlungs-Folgen ( Kap. 6.10.5.4 )
- (4) Räumliches Vorstellungs-Vermögen und die Fähigkeit zum Probe-Handeln im Vorgestellten Raum ( Kap. 6.10.5.8 )
- (5) Subitisierungs-Fähigkeit & Elementar-Arithmetik ( Kap. 6.10.5.1 )
- (6) Fähigkeit zu Zählen ( Kap. 6.10.5.2 )
- (7) Verbales Gedächtnis ( Kap. 6.10.5.5 )
- (8) Fähigkeit zur Bildung & Benutzung von Symbolen ( Kap. 6.10.5.3 )

Wie in Kap. 5.1.7 (S. 71) kurz beschrieben wurde, erfolgte die *Evolution des Menschen* in *zwei Entwicklungs-Phasen* von den *Australopithecinen* über *Homo erectus* zu *Homo sapiens*, wobei sich sein *Gehirn-Volumen* wie folgt verdreifachte :

- Australopithecinen : ca. 440 ccm
- Homo habilis : ca. 640 ccm
- Homo erectus : ca. 950 ccm
- Homo sapiens : ca. 1.350 ccm

Die *Haupt-Funktionen des Gehirns* sind ( unter Mithilfe des *Endokrinen Systems* ) die *Regulation der gesamten Körper-Funktionen* sowie die *Regulation der gesamten Interaktion des Organismus mit seiner Umwelt* (  $\Rightarrow$  Kap. 5.4.5: S. 95 ). Die *erste Entwicklungs-Phase* zum *Homo sapiens* befähigte die Gattung *Homo* zu einer besseren Sichtweise der Welt durch die Entwicklung der Fähigkeit zum *Erkennen immer abstrakterer Muster*, während die *zweite Entwicklungs-Phase* vor 200.000 – 75.000 Jahren die *Gattung Homo* als einzige Gattung zur Entwicklung der :

- Sprache
- Fähigkeit zu Entwurf & Ausführung immer komplexerer Pläne
- Fähigkeit zu Erfindung & Entwicklung immer komplexerer Werkzeuge

befähigte ! ( [49] / [50] / [753] )<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> ) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ( [146] ), pp 216 – 217 + 224 – 229

### 6.10.11.3.1 Die Evolution der Sprache

Nach *Sue Savage-Rumbaugh, Stuart Shankar & Talbot Taylor* ist die Voraussetzung für die Entwicklung einer *Sprache im engeren Sinne* der *Aufrechte Gang* des Homo. Der Aufrechte Gang erfordert ein Balancieren des Kopfes auf der Wirbelsäule und damit eine Neu-Positionierung des Kopfes relativ zur Wirbelsäule. Dies hatte eine *Veränderung des Vokal-Traktes zwischen Mund-Höhle & Rachen-Raum* zur Folge, der nunmehr beim *Homo* einen *Rechten Winkel* bildet, während er bei den anderen Primaten nur langsam nach unten abbiegt. Dies ermöglichte es Homo nunmehr auch *Konsonanten* zu produzieren und eröffnet damit die Möglichkeit, *komplexe Laut-Folgen* zu erzeugen, d.h. zu „*sprechen*“! Nach *Sue Savage-Rumbaugh* könnte diese anatomische Gegebenheit der einzige *Grund* gewesen sein, warum die *anderen Primaten keine Sprache* entwickelt haben ([682]).<sup>1</sup>

Die bekannteste Theorie über die *Entstehung der Sprache* besagt, dass die *Vorteile einer ständig verbesserten Kommunikation* die *Entwicklung* von einem eher *primitiven Verständigungs-System mittels Lauten* über immer komplexere *Lan-Zeichen-Systeme*<sup>2</sup> bis hin zu *voll ausgereiften Sprachen* vorantrieben. Die *sprachlichen Anteile* an der *Kommunikation der Frühen Menschen* wird von den Linguisten *Proto-Sprache* genannt.

Vor 200.000 – 75.000 Jahren fand dann der zweite Schritt der Sprach-Entwicklung statt. Auf Grund eines *wachsenden Bedarfs an immer komplexerer Kommunikation* reicherte sich die *Proto-Sprache* allmählich mit den verschiedenen *Grammatischen Strukturen* an, welche für die *heutigen Sprachen* kennzeichnend sind.<sup>3</sup>

### 6.10.11.3.2 Die Mathematischen Basis-Fähigkeiten der Hominiden

Homo habilis :

Homo habilis verfügte über die folgenden Mathematischen Basis-Fähigkeiten :

- (1) Fähigkeit zur Muster-Erkennung & Abstraktion
- (2) Sinn für Ursache & Wirkung
- (3) Fähigkeit zur Zielgerichteten Ausführung von Handlungs-Folgen
- (4) Räumliches Vorstellungs-Vermögen und die Fähigkeit zum Probe-Handeln im Vorgestellten Raum
- (5) Subitiserungs-Fähigkeit & Elementar-Arithmetik
- (6) Fähigkeit zu Zählen

---

<sup>1</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ([146] ), pp 215 – 216 & 357

<sup>2</sup>) siehe *Sprach-Definition der Semiotik* im Glossar.

<sup>3</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ([146] ), pp 202 – 203

Die Fähigkeiten (1) + (2) gehören zu den *Basis-Prozessen der Kognition*, die als *Durchgängige Mechanismen des Kreativen Lernens* den gesamten Evolutions-Prozess durchziehen. Die Fähigkeit (3) ist im Tier-Reich sehr weit verbreitet ( siehe [468] ) und die Fähigkeit (4) erbte Homo habilis von seinen auf Bäumen lebenden Vorfahren ( ⇒ Kap. 6.3.9: S. 154 ). Da die Fähigkeit (5) bei so verschiedenen Tier-Arten wie Affen, Tauben, Ratten & Delphinen vorkommt und diese Tier-Arten in beschränktem Maße auch über die Fähigkeit (6) verfügen, dürfte auch Homo habilis in gleichem Maße über diese Fähigkeiten verfügt haben.

#### Homo erectus :

Homo erectus verfügte ebenfalls über die Mathematischen Basis-Fähigkeiten des Homo habilis, wobei diese Fähigkeiten aber wesentlich weiter entwickelt waren als bei Homo habilis, da Homo erectus zu

- Konstruktion & Verfolgung längerer Kausal-Ketten
- Entwurf & Ausführung komplexer Pläne und
- Erfindung & Entwicklung komplexer Werkzeuge

fähig war. Da sich in den Zahl-Worten einiger Sprachen noch Bezeichnungen von Körperteilen ( ⇒ Kap. 6.10.4.2.1: S. 291 ) erhalten haben, kann man vermuten, dass das Zählen mit Körperteilen älter ist als die Sprache und Homo erectus deshalb sogar bis ca. dreißig zählen konnte.

#### Homo sapiens :

Homo sapiens verfügt zusätzlich zu seinen Vorfahren über die exklusiven Mathematischen Basis-Fähigkeiten :

- (7) Verbales Gedächtnis
- (8) Fähigkeit zur Bildung & Benutzung von Symbolen

welche die Grundlage folgender *Mathematischer Fähigkeiten* sind :

- beliebig weites Zählen
- Symbolisches Rechnen und
- Algorithmische Manipulation von Symbol-Anordnungen in :
  - Algebra und
  - Formaler Logik

Alle diese Fähigkeiten setzen die Beherrschung von Sprache voraus, über welche nur Homo sapiens verfügt !<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) Keith Devlin : „Das Mathe-Gen“ ( [146] ), pp 230 – 231 + 214

## 6.10.12 Zusammenfassung

Zusammenfassend treten also *Zahlen* im *Kognitions-Prozess* in verschiedenen Formen auf, nämlich als :

- Eigenschaft Diskreter Objekt-Mengen, d.h. als *Anzahl(igkeit)en*
- Eigenschaft ausgedehnter Körper, d.h. als *Menge* an Stoff bzw. Volumen
- Eigenschaft von Wegen bzw. der Entfernung zwischen zwei Orten  
d.h. als *Längen & Abstände*
- Eigenschaft der zwischen zwei Ereignissen vergangenen Zeit, d.h. als *Zeit-Dauer*
- Zahl-Worte, und zwar sowohl in :
  - gesprochener Form                    wie auch in
  - geschriebener Form
- Zahl-Symbole ( Ziffern )
- Tabellarisches Zahlen-Wissen
  - Additions- & Multiplikations-Tabellen
  - Tabellen von Rechen-Ergebnissen

Diese Erscheinungs-Formen werden im Kognitions-Prozess in folgende *Interne Repräsentations-Formen* konvertiert bzw. in folgender Form gespeichert :

	Zahlen 1 – 3	Mentaler Zahlen-Strahl	Temporales Repräsentations- System	Verbales Gedächtnis
Anzahl(igkeit)en	x	x		
Kontinuierliche Mengen		x		
Längen / Abstände		x		
Zeit-Dauer			x	
Zahl-Worte		x		
Zahl-Symbole		x		
Tabellarisches Zahlen-Wissen				x

Der *Mentale Zahlen-Strahl* gehört eindeutig zum *Visuospatialen Repräsentations-System* während das *Verbale Gedächtnis* ebenso eindeutig dem *Sprachlich-Logischen Repräsentations-System* ( *Linguistic-Propositional Representation System* ) zugeordnet werden kann. Als eigenständiges Repräsentations-System der *Kognitiven Mathematik* verbleibt damit nur das *Subitisierung & Elementar-Arithmetik* zugrunde liegende Repräsentations-System der *Zahlen 1 – 3*, welches man, da es *erblich* ist, als *Erb-Zahlen-Repräsentations-System* bezeichnen könnte. Dieses kommt *als Einziges* zu den bereits in Kap. 6.5 ( S. 209 ) genannten Repräsentations-Systemen hinzu !

## 7. Implikationen für eine Physik der Raum-Zeit

### 7.1 Vorbemerkung

In diesem Hauptkapitel soll nun gezeigt werden, inwieweit die *Physikalischen Theorien von Raum, Zeit & Materie*, d.h. *Klassische Mechanik, Kontinuums-Physik, Spezielle & Allgemeine Relativitätstheorie* und *Quantenmechanik* auf den in Kap. 6. *Die Kognition von Raum & Zeit* beschriebenen *Kognitiven Grundlagen* beruhen.

Da detailliertere Kenntnisse dieser Physikalischen Theorien bei Kognitionswissenschaftlern & Philosophen nicht ohne weiteres vorausgesetzt werden können, werden die wesentlichen Inhalte & Charakteristika dieser Theorien sowie deren Mathematische Grundlagen im Anhang 1: *Ergänzende Erläuterungen zur geschichtlichen Entwicklung der Physik der Neuzeit* ( Kap. 8.: S. 343 ) beschrieben.

### 7.2 Die Kognitive Basis der Klassischen Mechanik

In Kap. 6.2.2 ( S. 120 ) skizziert *David Marr* „Wesen & Zweck des Sehens“. Danach spiegeln die in Kap. 6.2.5 ( S. 121 ) beschriebenen *Visuellen Informations-Strukturen* einerseits die *Strukturen der Physikalischen Welt* wider und andererseits bilden diese *Visuellen Informations-Strukturen* die Grundlage für das *Studium der Physikalischen Welt* !

Die *Klassische Mechanik* geht davon aus, dass die *Reale Welt* aus *Materiellen Körpern* besteht, die sich zu jedem *Zeit-Punkt* an einem bestimmten *Ort im Raum* befinden und an diesem ein bestimmtes *Raum-Volumen* einnehmen. Die *Bewegungen* von Körpern sind *Veränderungen* ihres *Ortes* im *Verlauf* der *Zeit*. Bei diesen *Bewegungen* können die Körper *Wechselwirkungen* aufeinander ausüben, welche in der *Mechanik* *Kräfte* genannt werden. Die *Klassische Mechanik* beruht damit u.a. auf den vier Grundbegriffen *Raum & Zeit, Körper & Kraft* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.3.1.1: S. 347 ).

Weiterhin lassen sich alle *Bewegungen* von *festen Materiellen Körpern* in der *Realen Welt* auf *Verschiebungen & Drehungen* zurückführen, wobei diese Körper ihre *Form* oder *Gestalt* nicht verändern. Den *Bewegungen* von festen *Materiellen Körpern* im *Raum* entsprechen damit *umkehrbar eindeutig* *Verschiebungen & Drehungen* von *Figuren* der *Geometrie*. Und wie in Kap. 4.5.3.3 ( S. 50 ) bereits erwähnt wurde, ist diese seit der *Antike* mit dem Namen des *Euklid* verbunden, sodass die in seinem Werk *Die Elemente* ([188]) beschriebene *Euklidische Geometrie* als *Wissenschaft des „Reinen Raumes“* in konsequenter Weise auch ein weiteres *Apriori* der *Klassischen Mechanik* bildet (  $\Rightarrow$  Kap. 8.3.1.2: S. 348 ).<sup>1</sup>

In Kap. 6.2.5 ( S. 121 ) wurde beschrieben, wie das *Kognitive System* des Menschen mit Hilfe von *Visuellen Informationsverarbeitungs-Prozessen* aus den von diesen *Materiellen Körpern* durch *Wechselwirkungen* mit den *Sinnes-Organen* erzeugten *Sinnes-Daten* ein *Informationelles Modell* der *raum-artigen* ( Größe & Form ) und *nicht-raum-artigen* ( Farbe, Helligkeit, Reflektanz ) *Eigenschaften* dieser Körper

---

<sup>1</sup>) Reidt-Wolff : „Geometrie & Ebene Trigonometrie“ ( [648] ), S. 9

D.E. Liebscher : „Einsteins Relativitätstheorie und die Geometrien der Ebene“ ( [456] ), pp 35 + 153

konstruiert, welches im *Was-System* ( Kap. 6.2.6: S. 125 + Kap. 6.3.7: S. 148 ) mit Hilfe seiner ( *Visuo-*) *Spatialen & Temporalen Informations-Repräsentation-Systeme* ( Kap. 6.3.6: S. 137 + 6.4.5: S. 165 ) repräsentiert und gespeichert wird. Durch Anwendung der beiden *Ratiomorphen Hypothesen des „Wahr-scheinlichen“* und des „*Ver-Gleichbaren*“ durch *Gleichmachen des Ungleichen mittels Abstraktion* gehen aus diesen Informationellen Modellen der *Materiellen Körper* der Realen Welt die *Figuren der Euklidischen Geometrie* hervor ( Kap. 6.6.5: S. 215 + Kap. 6.6.6: S. 216 ).

*Bewegungen von festen Materiellen Körpern im Raum* können auch durch *sensomotorisch gesteuerte Manipulation* mit Hilfe der menschlichen Effektoren ( z.B. der Finger & Hände ) bewerkstelligt werden. Auf diese Weise entsteht durch *Sensomotorische Bewegungs-Repräsentation* ein *Informationelles Modell* dieser *Bewegungen im Raum* ( Response Learning : Kap. 6.3.6.9.2: S. 146 ). Parallel dazu wird durch den *Visuellen Kognitions-Prozess* ( Kap. 6.2.5: S. 121 ) unter Zuhilfenahme der in Kap. 6.4.7.1.1 ( S. 185 ) beschriebenen *Zeit-Repräsentations-Systeme* eine *dynamische Positions-Repräsentation* dieser Bewegung im *Allozentrischen Raum-Repräsentations-System* ( Kap. 6.3.6.9.1: S. 146 ) konstruiert, welche mit der *Sensomotorischen Bewegungs-Repräsentation* zu einer *Integrierten Bewegungs-Repräsentation* ( Kap. 6.3.6.9.3: S. 148 ) im *Wo-Systems* ( Kap. 6.2.6: S. 125, Kap. 6.3.7: S. 148 + Kap. 6.3.6.7: S. 145 ) integriert wird. Durch Anwendung der drei *Ratiomorphen Hypothesen des „Wahr-scheinlichen“*, des „*Ver-Gleichbaren*“ und der „*Ur-Sache*“ durch *Gleichmachen ungleicher simultaner & sukzedaner Koinzidenzen mittels Abstraktion* gehen dann aus diesen Bewegungs-Repräsentationen die *Kurven der Euklidischen Geometrie* hervor ( Kap. 6.6.5: S. 215, Kap. 6.6.6: S. 216 + Kap. 6.6.7: S. 219 ).

Auch die *Physikalischen Begriffe* des *Absoluten Raumes* und der *Absoluten Zeit* von *Isaac Newton* (  $\Rightarrow$  Kap. 3.1.2.1: S. 28 + Kap. 8.3.1.1 : S. 347 ) beruhen auf dem *Absoluten Raum-Modell* des *Kognitiven Raumes* ( Kap. 6.3.3.1: S. 128 ), den *Kognitiven Modellen* der *Zeit-Wahrnehmung* ( Kap. 6.4.5: S. 165 ) und dem *Kognitiven Modell* der *Zeit-Matrix* und des „*Stroms der Zeit*“ ( Kap. 6.4.8.12: S. 197 ) und damit ebenfalls auf den diesen Modellen zu Grunde liegenden ( *Visuo-*) *Spatialen & Temporalen Informations-Repräsentationen* ( Kap. 6.3.6: S. 137 + 6.4.5: S. 165 ). Gleiches gilt für die *Bezugs-Systeme der Physik* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.2: S. 348 ) bezüglich der *Kognitiven Raum-Modelle* ( Kap. 6.3.3.1: S. 128 ), *Bezugs-Systeme der Kognitionswissenschaft* ( Kap. 6.3.4: S. 129 ) und der *Systeme zur (Visuo-) Spatialen Informations-Repräsentation* ( Kap. 6.3.6: S. 137 ).

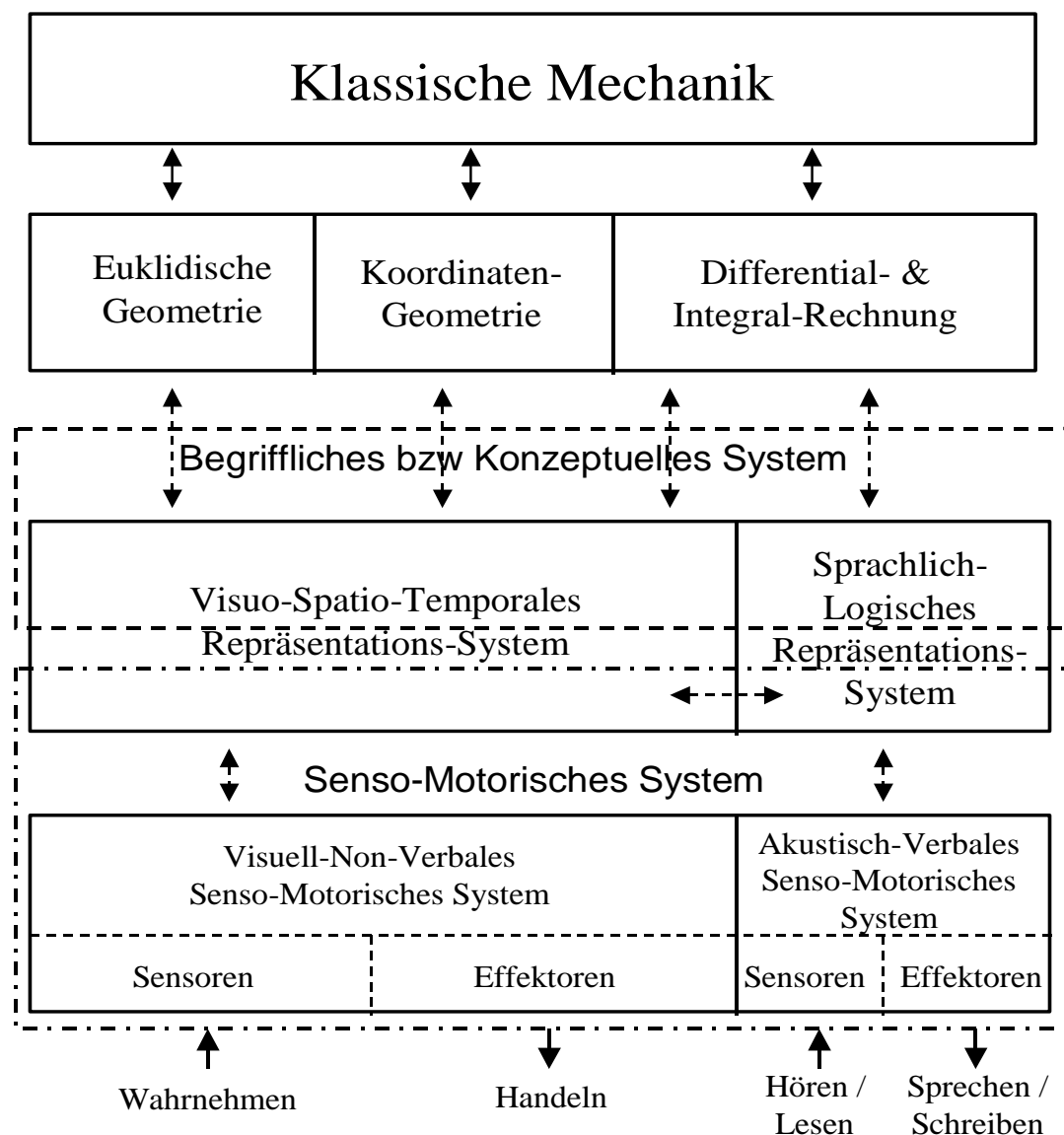
Darüber hinaus beruht die Beschreibung der *Bewegungen Materieller Körper* aber auch auf der in Kap. 6.10.3 ( S. 287 ) erwähnten *Mathematischen Lehre der Beschreibung von Bewegungen & Veränderungen*, d.h. der *Differential- & Integral-Rechnung*. Diese ist aber auch ein *Symbolisches System* und beruht somit auf dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* ( Kap. 6.5: S. 209 ) als *Kognitiver Basis* und ist darüber hinaus das Produkt der in Kap. 6.10.5 ( S. 296 ) beschriebenen *Kognitiven Mathematischen Basis-Fähigkeiten*.

Damit bildet zum einen das *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* ( Kap. 6.5: S. 209 ) die *Kognitive Basis* der *Klassischen Mechanik*, mit dessen Hilfe das *Visuell-Non-Verbale Sensomotorische System* ( Kap. 6.1.4: S. 116 ) diese *Klassische Mechanik* mittels der in den Kapiteln *Die Evolution der Erkenntnis-Fähigkeit* ( Kap. 5.3.4: S. 82 ), *Der Erkenntnis-Prozess* ( Kap. 5.3.9: S. 89 ) und *Basis-Prozesse der Kognition* ( Kap. 6.6: S. 210 ) beschriebenen *Kognitions-Prozesse*

aus *Interaktionen* mit der *Physikalischen Außenwelt* konstruiert hat. Zum anderen beruht die *Klassische Mechanik* auch auf dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* (Kap. 6.5: S. 209) mit dessen Hilfe sie ebenfalls aus *Interaktionen* mit der *Physikalischen Außenwelt* abgeleitet wurde.

Damit ist die *Klassische Mechanik* als Teil des *Informationellen Modells der Außenwelt* das Produkt der *Kognitiven Fähigkeiten* des Menschen und unterliegt deshalb einerseits auch den in Kapitel *Evolutionäre Erkenntnistheorie* (Kap. 5.3: S. 78) beschriebenen *Beschränkungen*, *passt* aber andererseits auch für ihre Zwecke *hinreichend* auf die *Physikalische (Außen-) Welt* !

Damit lässt sich ausgehend von den in Kap. 6.5 (S. 209) zusammenfassend beschriebenen *Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-Systemen*, der in Kap. 6.3.5.3 (S. 136) beschriebenen *Multi-Modalen Gedächtnis-Architektur* sowie den in Kap. 6.1.4 (S. 116) beschriebenen *Schichten-Modellen* die *Kognitive Basis der Klassischen Mechanik* durch folgende Graphik beschreiben :



Es wird besonders darauf hingewiesen, dass in der *Kognitiven Basis* das *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* gegenüber dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* dominiert !

### **7.3 Die Kognitive Basis der Kontinuums-Physik**

Die *Klassische Physik* umfasst neben der *Klassischen Mechanik*, d.h. der *Kinematik & Dynamik Materieller Körper*, mit *Wellenlehre, Aero-, Hydro- & Strömungs-Dynamik* auch die *Physik der Continua*. Und diese Kontinuums-Physik beruht genau wie die *Klassische Mechanik* auf der im vorhergehenden Kapitel beschriebenen *Kognitiven Basis*. An die Stelle der *Bewegungen Materieller Körper* treten lediglich *periodische Verformungen* dieser Körper, d.h. *Schwingungen & Wellen*, welche letztendlich auch *Bewegungen* von mit *Materie gefüllten Volumina* im Raum sind.

Zur Kontinuums-Physik gehört aber auch die *Klassische Elektrodynamik*, und diese ist das *Produkt* der *Kognitiven Basis-Prozesse zur Muster-Erkennung & Abstraktion* gemäß Kap. 6.6 ( S. 210 ) angewandt auf die *Wellen-Phänomene* in *Festkörpern, Flüssigkeiten & Gasen*. Durch fortgesetztes Anwenden dieser *Kognitiven Basis-Prozesse* gelangt man von *Wellen in Festkörpern* über die *Äther-Wellen* zu *Wellen im Elektromagnetischen Feld*. Damit beruht auch die *Klassische Elektrodynamik* auf der im Kap. 7.2 ( S. 328 ) beschriebenen *Kognitiven Basis*, d.h. auf dem *Visuo-Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-System* sowie dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* ( Kap. 6.5: S. 209 ), und auch hier gilt bezüglich *Passung & Beschränkung* das im vorhergehenden Kapitel Gesagte.

### **7.4 Die Kognitive Basis der Speziellen Relativitätstheorie**

#### **7.4.1 Die Kognitive Basis der Physik der Speziellen Relativitätstheorie**

In Kap. 6.3.3.1 ( S. 128 ) wurde am Rande erwähnt, dass die begriffliche Unterscheidung zwischen einem *Absoluten & Relativen Raum* bzw. einer *Absoluten & Relativen Zeit* auf *Isaac Newton & Gottfried Wilhelm Leibniz* zurück geht. Nun beruht die *Klassische Mechanik* einerseits auf den Begriffen von *Absolutem Raum & Absoluter Zeit* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.3.1.1: S. 347 ), andererseits gilt in ihr aber das *Galilei'sche Relativitäts-Prinzip* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.3.2: S. 351 ). Diese tatsächliche oder vermeintliche Inkonsistenz hat viele Physiker & Philosophen – u.a. Ernst Mach – nicht ruhen lassen, und so ist es *Albert Einstein* in seiner *Speziellen Relativitätstheorie* gelungen, das *Relativitäts-Prinzip der Klassischen Mechanik* auf alle *Inertial-Systeme* auszuweiten (  $\Rightarrow$  Kap. 8.6.1.1: S. 363 ).

In Kap. 6.10.8 ( S. 314 ) wurde unter dem Titel *Mathematik & Bildhaft-Räumliche Vorstellung* aus einem Brief von *Albert Einstein* an *Jacques Hadamard* zitiert, nach welchem ersterer nicht in Worten, sondern in *Zeichen & Bildern* denkt. Und aus der Sicht dieser Arbeit ist das eine direkte Bestätigung der These, dass das *Relativitäts-Prinzip der Speziellen Relativitätstheorie* durch Anwendung der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“*, d.h. des *Gleichmachens von Ungleichem durch*



*Abstraktion* ( Kap. 6.6.6: S. 216 ) auf das *Relativitäts-Prinzip der Klassischen Mechanik* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.3.2: S. 351 ) und den *Äther als ausgezeichnetes Koordinaten-System der Elektrodynamik* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.5.4: S. 360 ) durch „weg-Abstrahierung“ der Relativgeschwindigkeiten der gleichförmig & gradlinig zum Äther bewegten Koordinaten-Systeme hervor geht.

*Albert Einstein* definiert den *Begriff der Gleichzeitigkeit* aus Sicht der *Physik* wie folgt : „Zwei Ereignisse sind gleichzeitig, wenn sie ein Beobachter gleichzeitig sieht.“ ( [172], I.7 & Kap. 8.6.2: S. 364 ) Nach Kap. 6.4.5.2.3 ( S. 166 ) lässt sich dies weiter präzisieren zu : Zwei Ereignisse sind gleichzeitig, wenn ein Beobachter diese während des gleichen *Psychischen Moments* wahrnimmt. Daraus folgt unmittelbar, dass die in Kapitel *Gleichzeitigkeit & Aufeinanderfolge von Ereignissen* ( Kap. 6.4.5.2: S. 165 ) beschriebenen *Kognitiven Strukturen* die *Kognitive Basis* der Definition der *Physikalischen Gleichzeitigkeit* von *Albert Einstein* bilden.

Und schließlich geht auch die *Lorentz-Transformation* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.6.3: S. 366 ) durch Anwendung der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“*, d.h. des *Gleichmachens von Ungleichem durch Abstraktion* ( Kap. 6.6.6: S. 216 ) auf die *Galilei-Transformation* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.3.3: S. 351 ) durch Gleichbehandlung aller Koordinaten hervor.

#### 7.4.2 Die Kognitive Basis der Geometrie der Speziellen Relativitätstheorie

Aus *Geometrischer Sicht* ist die *Physikalische Welt* ein aus *Ereignissen* bestehender *4-dimensionaler Raum*, dessen Struktur durch die *Gesetze der Physik* festgelegt wird. Nach der Auffassung von *Isaac Newton* bilden der *Absolute Raum*, die *Absolute Zeit* und die *Euklidische Geometrie* die *Grundlagen* dieses *Physikalischen Weltbildes* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.3: S. 347 ). Durch diese sowie die *Newton'schen Axiome* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.3.1.3: S. 350 ) erhält diese *Physikalische Welt* die Struktur eines *Affinen Raumes*  $\mathcal{N}^4$ , welcher durch die *Trennung von Raum & Zeit* noch eine zusätzliche Struktur erhält. Diese *Geometrische Struktur* nennt man die *Galilei-Newton-Geometrie der Raum-Zeit* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.6.7.1: S. 370 ). Diese *Geometrie* beruht darüber hinaus auch auf der *Begriffs-Metapher-Theorie der Zeit* ( Kap. 6.4.8: S. 188 ), insbesondere der *Begriffs-Metapher der „Zeit-Geraden“* ( Kap. 6.4.8.11: S. 197 ). Und sowohl die *Euklidische Geometrie* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.3.1.2: S. 348 ) wie auch die *Begriffs-Metapher-Theorie* beruhen auf dem ( *Visuo-*) *Spatialen Informations-Repräsentations-System* ( Kap. 6.3.6: S. 137 ) als *Kognitiver Basis*. Die *Galilei-Newton-Geometrie der Raum-Zeit* geht dann durch die Anwendung der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“*, d.h. des *Gleichmachens von Ungleichem durch Abstraktion* ( Kap. 6.6.6: S. 216 ) auf die *Euklidische Geometrie* und die *Begriffs-Metapher der „Zeit-Geraden“* hervor.

Schließlich geht die *Lorentz-Einstein-Minkowski-Geometrie der Raum-Zeit* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.6.7.3: S. 372 ) durch erneute Anwendung der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“*, nämlich durch den Übergang von *Separablen Dimensionen* zu *Integralen Dimensionen* mit einer *Integralen Metrik* ( Kap. 6.9.2.1.3: S. 271 + 6.9.2.2.4: S. 274 ), welche alle Dimensionen gleich behandelt, aus der *Galilei-Newton-Geometrie der Raum-Zeit* hervor.

### 7.4.3 Schlussfolgerung

Damit beruht auch die *Spezielle Relativitätstheorie* auf dem *Visuo-Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-System* und dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* (Kap. 6.5: S. 209) sowie den *Basis-Prozessen der Kognition* (Kap. 6.6: S. 210) als *Kognitiver Basis* und damit gilt auch hier das bezüglich *Passung & Beschränkung* in Kap. 7.2 Gesagte.

## 7.5 Die Kognitive Basis der Allgemeinen Relativitätstheorie

### 7.5.1 Die Kognitive Basis der Physik der Allgemeinen Relativitätstheorie

1. In Kap. 7.4.1 (S. 331) wurde gezeigt, wie das *Relativitäts-Prinzip der Speziellen Relativitätstheorie* durch Anwendung der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* (Kap. 6.6.6: S. 216) auf das *Relativitäts-Prinzip der Klassischen Mechanik* und den *Äther als ausgezeichnetes Koordinaten-System der Elektrodynamik* hervorgeht. Und durch die erneute Anwendung dieser *Ratiomorphen Hypothese durch Gleichmachen von Ungleichem durch Abstraktion*, d.h. von *Inertial-Systemen* und *Beschleunigten Koordinaten-Systemen* gelangte *Albert Einstein* zum *Relativitäts-Prinzip der Allgemeinen Relativitätstheorie*.
2. In der Allgemeinen Relativitätstheorie verschmelzen die Begriffe der *reinen Trägheits-Bewegung* und der *Bewegung in einem Schwere-Feld* aus der *Gravitations-Theorie* von *Isaac Newton* zu einer *Trägheits-Bewegung im allgemeinen Sinne*. So wird in der *Klassischen Mechanik* bzw. der *Speziellen Relativitätstheorie* die *Trägheits-Bewegung* durch die Gleichungen :

$$(d^2x_i / dt^2) = \underline{0} \quad \text{bzw} \quad (d^2x^\mu / d\tau^2) = \underline{0} \quad (\text{AR 1})$$

beschrieben, während in der Allgemeinen Relativitätstheorie die Gleichungen :

$$(d^2x^\mu / d\tau^2 + \sum_{\nu\lambda} \Gamma^\mu_{\nu\lambda} dx^\nu/d\tau \cdot dx^\lambda/d\tau) = \underline{0} \quad (\text{AR 2})$$

an ihre Stelle treten. Dabei ist der Term :

$$(K_T^\mu) := -(\sum_{\nu\lambda} \Gamma^\mu_{\nu\lambda} dx^\nu/d\tau \cdot dx^\lambda/d\tau) \quad (\text{AR 4})$$

der Ausdruck für die *„Trägheits-Kraft“*. Die gemeinsame Ursache dieser *Trägheits-Kraft*, d.h. von *Trägheit & Gravitation* nennt *Hermann Weyl* das *„Führungs-Feld“*. ( $\Rightarrow$  Kap. 8.9.2: S. 386) Und dieses *Führungs-Feld* ist das Ergebnis des *Gleichmachens von Ungleichem durch Abstraktion* von *Trägheit* und *Gravitation*. Und zwar angewandt sowohl auf die *Symbolischen Formeln* – wie direkt ersichtlich – wie auch auf die *Modelle* der durch diese Formeln beschriebenen *Physikalischen Phänomene*.

3. Das *Newton'sche Gravitations-Gesetz* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.4: S. 352) und das *Coulomb'sche Gesetz der Elektrostatistischen Anziehung & Abstoßung* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.5.2.1: S. 355) haben folgende analoge Form :

$$|\underline{\mathbf{K}}_G| = \mathcal{G} m_1 m_2 / r^2 \quad (\text{NG 1})$$

$$|\underline{\mathbf{K}}_E| = (1/4 \pi \epsilon_0) q_1 q_2 / r^2 \quad (\text{ES 1})$$

welche auch erhalten bleibt, wenn man diese Kräfte wie folgt zerlegt :

$$\underline{\mathbf{K}}_G = m_S \cdot \underline{\mathbf{G}} \quad (\text{NG 2})$$

$$\underline{\mathbf{K}}_E = q \cdot \underline{\mathbf{E}} \quad (\text{ES 3})$$

Auch die Gleichungen für die *Vierer-Kraft* ( $\mathbf{K}_G^\mu$ ), welche das *Führungs-Feld* auf eine sich bewegende *Masse*  $m$  ausübt, und die kovariante Form der Gleichungen für die *Vierer-Kraft* ( $\mathbf{K}_E^\mu$ ), welche das *Elektromagnetische Feld* auf eine *Elektrische Ladung*  $e$  ausübt, haben eine völlig analoge Form :

$$(\mathbf{K}_G^\mu) = -m \cdot (\sum_{\nu\lambda} \Gamma^\mu_{\nu\lambda} dx^\nu/d\tau \cdot dx^\lambda/d\tau) \quad (\text{AR 5})$$

$$(\mathbf{K}_E^\mu) = -e \cdot (\sum_\nu F_{\mu\nu} dx^\nu/d\tau) \quad (\text{AR 6})$$

( $\Rightarrow$  Kap. 8.9.2: S. 386)

Das Gleiche gilt auch für die Integral-Gleichungen, welche das *Skalare Potential* eines *Elektrischen Feldes*  $\underline{\mathbf{E}}$ , das *Vektor-Potential* des *Magnetischen Feldes*  $\underline{\mathbf{H}}$  und das von *Joseph de Lagrange* erweiterte *Gravitations-Potential* der *Newton'schen Gravitations-Theorie* beschreiben :

$$\mathcal{P}_E = (1/4 \pi \epsilon_0) \int (\rho / r) dV \quad (\text{ES 6})$$

$$\underline{\mathcal{P}}_M = (\mu_0^{\text{ind}} / 4 \pi) \int (\underline{\mathbf{S}} / r) dV \quad (\text{MS 5})$$

$$\mathcal{P}_G = -\mathcal{G} \int (\mu / r) dV \quad (\text{NG 5})$$

( $\Rightarrow$  Kap. 8.4: S. 352 + Kap. 8.5.2: S. 355), wie auch für die *zeit-abhängigen Potential-Gleichungen*, welche das *Elektrische & Magnetische Potential* sowie die *Erste Newton'sche Näherung* des *Einstein'schen Gravitations-Potentials* beschreiben :

$$\mathcal{P}_E = (1/4 \pi \epsilon_0) \int (\rho_-(t-r/c) / r) dV \quad (\text{RE 9})$$

$$\underline{\mathcal{P}}_M = (\mu_0^{\text{ind}} / 4 \pi) \int (\underline{\mathbf{S}}_-(t-r/c) / r) dV \quad (\text{RE 10})$$

$$\mathcal{P}_{RN} = -\mathcal{N} / 4 \pi \cdot \int (\underline{\mathcal{E}}_-(t-r/c) / r) dV^3 \quad (\text{AR 26})$$

( $\Rightarrow$  Kap. 8.8.2: S. 382 + Kap. 8.9.3.3: S. 391)

Und last not least gilt diese Analogie auch für die *Zweite Maxwell'sche Feld-Gleichung* in ihrer Kovarianten Form :

$$(MG.2) \quad (\sum_v \partial F^{\mu\nu} / \partial x_\nu) = \mu_0^{\text{ind}} (S^\mu) \quad (RE 4)$$

mit dem *Faraday'schen Feld-Tensor*  $\mathcal{F} = [F_{\mu\nu}]$  :

$$F_{\mu\nu} := \partial \mathcal{P}_\nu / \partial x^\mu - \partial \mathcal{P}_\mu / \partial x^\nu \quad (RE 1)$$

und die *Feld-Gleichung* des *Gravitations-Feldes* :

$$\mathcal{R} = \kappa (\mathcal{T}_{GE} - \frac{1}{2} T g) + \Lambda g \quad (AR 22)$$

mit dem *Ricci-Tensor*  $\mathcal{R} = [R_{\mu\nu}]$  :

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} := & \sum_{\alpha\beta} \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} (\partial^2 g_{\mu\alpha} / \partial x_\nu \partial x_\beta + \partial^2 g_{\beta\nu} / \partial x_\alpha \partial x_\mu \\ & - \partial^2 g_{\mu\nu} / \partial x_\alpha \partial x_\beta - \partial^2 g_{\beta\alpha} / \partial x_\nu \partial x_\mu) \\ & + \sum_{\alpha\lambda} g^{\alpha\lambda} (\Gamma^\beta_{\lambda\nu} \Gamma_{\beta\mu\alpha} - \Gamma^\beta_{\lambda\alpha} \Gamma_{\beta\mu\nu}) \end{aligned} \quad (RG 14)$$

wobei  $\underline{\mathcal{P}}_{EM} = (\mathcal{P}_\mu)$  das *Elektromagnetische Vierer-Potential* und  $g = [g_{\mu\nu}]$  das *Einstein'sche Gravitations-Potential* bzw. der *Maß-Tensor* ist.  
( $\Rightarrow$  Kap. 8.8: S. 381 + Kap. 8.9.3: S. 387)

Und wiederum sieht man unmittelbar, dass die *Nahwirkungs-Theorie der Gravitation* das Ergebnis der Anwendung der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* durch *Gleichmachen von Ungleichem durch Abstraktion* auf die *Coulomb'schen Gesetze der Elektrostatischen & Magnetischen Anziehung / Abstoßung* sowie der zugeordneten *Potentiale* und des *Elektromagnetischen Feldes* auf der einen Seite und des *Newton'schen Gravitations-Gesetzes* sowie seines zugeordneten *Gravitations-Potentials* auf der anderen Seite ist. Und auch hier gilt diese Aussage wieder sowohl angewandt auf die *Symbolischen Formeln* wie auch auf die *Modelle* der durch diese Formeln beschriebenen *Physikalischen Phänomene*.

## 7.5.2 Die Kognitive Basis der Geometrie der Allgemeinen Relativitätstheorie

Das *Gravitations-Feld* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.9.2: S. 386 + Kap. 8.9.3.2: S. 389) lässt sich mit Hilfe der *Riemann'schen Geometrie* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.7.4: S. 378) beschreiben und diese ist eine Verallgemeinerung der *Gauß'schen Geometrie gekrümmter Flächen* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.7.1: S. 374). Und die *Geometrie gekrümmter Flächen* basiert wiederum auf der Vereinigung von *Euklidischer Geometrie*, *Koordinaten-Geometrie* und *Differential- & Integral-Rechnung* zur *Differential-Geometrie* (Kap. 4.5.7.2: S. 55). Damit hat die *Differential-Geometrie* das (*Visuo-*) *Spatiale Repräsentations-System* und das *Sprachlich-Logische Repräsentations-System* (6.5) als *Kognitive Basis*.

Die *Riemann'sche Geometrie* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.7.4: S. 378) geht nun durch mehrfache Anwendung der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* (Kap. 6.6.6: S. 216) auf die *Innere Differential-Geometrie* hervor. So sind die in Kap. 4.5.8.2 (S. 60) genannten Räume vom *Euklidischen Raum* über den *Vektor-Raum* und den *Metrischen Raum* bis zum *Topologischen Raum* das Ergebnis der fortgesetzten

Anwendung des *Gleichmachens von Ungleiche*m durch Abstraktion auf die *Euklidische Geometrie* und der *Riemann'sche Raum* ist das Produkt der Anwendung dieser Ratiomorphen Hypothese auf die so gewonnenen *Abstrakten Räume* und die *Geometrie gekrümmter Flächen*.

Und damit beruhen auch *Gauß'sche Flächentheorie & Riemann'sche Geometrie* auf dem *Visuo-Spatialen Informations-Repräsentations-System* und dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* ( Kap. 6.5: S. 209 ) sowie den *Basis-Prozessen der Kognition* ( Kap. 6.6: S. 210 ) als *Kognitiver Basis*. Und auch hier gilt wiederum das bezüglich *Passung & Beschränkung* Gesagte.

Der *Minkowski-Raum*  $\mathcal{M}^4$  der *Speziellen Relativitätstheorie* kann als *Tangential-Raum* eines das Gravitations-Feld beschreibenden *4-dim. Riemann'schen Raumes*  $\mathfrak{R}^4$  aufgefasst werden (  $\Rightarrow$  Kap. 8.9.7: S. 395 ). Und damit entsteht die *Riemann-Einstein-Geometrie der Raum-Zeit* auch hier wieder durch Anwendung der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* ( Kap. 6.6.6: S. 216 ) durch *Gleichmachen von Ungleiche*m durch Abstraktion auf die *Gauß'sche Geometrie gekrümmter Flächen* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.7.1: S. 374 ) sowie die *Riemann'sche Geometrie* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.7.4: S. 378 ) auf der einen Seite und die *Lorentz-Einstein-Minkowski-Geometrie der Raum-Zeit* (  $\Rightarrow$  Kap. 8.6.7.1: S. 370 ) auf der anderen Seite.

### 7.5.3 Schlussfolgerung

Damit beruht auch die *Allgemeine Relativitätstheorie* auf dem *Visuo-Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-System* und dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* ( Kap. 6.5: S. 209 ) sowie den *Basis-Prozessen der Kognition* ( Kap. 6.6: S. 210 ) als *Kognitiver Basis* und auch hier gilt ebenfalls das bezüglich *Passung & Beschränkung* Gesagte.

Selbst die *Allgemeine Relativitätstheorie* beruht auf der in Kap. 7.2 ( S. 328 ) beschriebenen *Kognitiven Basis* und in dieser dominiert das *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* gegenüber dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* !

## 7.6 Die Kognitive Basis der Quanten-Mechanik

### 7.6.1 Die Kognitive Basis des Hilbert-Raumes

Nach Kap. 6.10.5 beruht die *Kognitive Basis der Mathematik* u.a. auf folgenden menschlichen Fähigkeiten :

- (1) Fähigkeit zur Muster-Erkennung & Abstraktion ( Kap. 6.10.5.6 )
- (3) Fähigkeit zur Zielgerichteten Ausführung von Handlungs-Folgen ( Kap. 6.10.5.4 )
- (4) Räumliches Vorstellungs-Vermögen und die Fähigkeit zum Probe-Handeln im Vorgestellten Raum ( Kap. 6.10.5.8 )
- (8) Fähigkeit zur Bildung & Benutzung von Symbolen ( Kap. 6.10.5.3 )

Dabei beruhen die Fähigkeiten (1) + (3) ihrerseits wieder auf den *Basis-Prozessen der Kognition* gemäß Kap. 6.6 (S. 210), während die Fähigkeit (4) auf der Fähigkeit (3) beruht. Damit benutzen diese drei Mathematischen Basis-Fähigkeiten das *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* (Kap. 6.5: S. 209), während die Fähigkeit (8) das *Sprachlich-Logische Informations-Repräsentations-System* benutzt.

Damit beruht die in Kap. 4.5.8.2.1 (S. 60) skizzierte *Entwicklung des Vektor-Raum-Begriffs* vom *3-dim. Euklidischen Raum* zum *Hermite'schen Hilbert-Raum* auf der *Fähigkeit zur Muster-Erkennung & Abstraktion* (Kap. 6.10.5.6: S. 300) durch fortgesetzte Anwendung der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* (Kap. 6.6.6: S. 216) durch *Gleichmachen von Ungleichem durch Abstraktion* auf die in Kap. 4.5.8.2.1 (S. 60) genannten immer abstrakter werdenden Räume sowie der fortschreitenden Ausnutzung der *Fähigkeit zur Bildung & Benutzung von Symbolen* (Kap. 6.10.5.3: S. 298).

Die *Geometrie des Hilbert-Raums* (Kap. 8.11.2.2: S. 400) beruht dann ebenfalls auf der Ausnutzung der *Fähigkeit zur Muster-Erkennung & Abstraktion* (Kap. 6.10.5.6: S. 300) durch fortgesetzte Anwendung der *Ratiomorphen Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* (Kap. 6.6.6: S. 216) durch *Gleichmachen von Ungleichem durch Abstraktion* zur Erzeugung der in den Kapiteln 4.5.8.2.2 + 4.5.8.2.3 genannten abstrakten Räume. Somit beruht auch die *Geometrie des Hilbert-Raums* auf dem *Visuo-Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-System* und dem *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* (Kap. 6.5: S. 209) als *Kognitiver Basis*, wobei aber der *Anteil des letzteren* auf Grund der fortschreitenden Ausnutzung der *Fähigkeit zur Bildung & Benutzung von Symbolen* (Kap. 6.10.5.3: S. 298) zu Ungunsten des *Anteils des ersteren* erheblich zugenommen hat.

Die *Operatoren auf dem Hilbert-Raum* (Kap. 8.11.2.3: S. 401) entstehen dann in Analogie zur in Kap. 6.10.7 (S. 312) beschriebenen *Kognition Mathematischer Muster & Strukturen* durch Ausnutzung aller zu Beginn dieses Kapitels genannten Fähigkeiten (1), (3), (4) + (8) und damit hat die *Mathematik des Hilbert-Raums* ebenfalls das *Visuo-Spatio-Temporale & Sprachlich-Logische Informations-Repräsentations-System* (Kap. 6.5: S. 209) sowie die *Basis-Prozesse der Kognition* (Kap. 6.6: S. 210) als *Kognitive Basis*. Allerdings dominiert jetzt das *Sprachlich-Logische Informations-Repräsentations-System* gegenüber dem *Visuo-Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-System* !

## 7.6.2 Die Kognitive Basis der Physik der Quanten-Mechanik

Nach dem *Komplementaritäts-Prinzip* von *Niels Bohr* muss jedes Mess-Instrument die Bedingungen der :

- Beschreibbarkeit in Raum & Zeit                      und
- Kausalität

erfüllen, damit *Sinnliche Erfahrung* überhaupt möglich ist (  $\Rightarrow$  Kap. 8.13.4.2: S. 409 ). Und die Beschreibbarkeit in *Raum & Zeit* beruht auf der *Fähigkeit zur Kognition von Raum & Zeit* (Kap. 6.3: S. 126 + 6.4: S. 156), während die *Fähigkeit zur Kognition*



während die *Lokalen Raum-Modelle* der Raum-Kognition den *Nicht-Lokalen Theorien* der Physik entsprechen ! Und daraus folgt unmittelbar, dass die *Nicht-Lokalität der Quantenmechanik* darauf zurück zu führen ist, dass der *Mathematisch-Quantenmechanische Formalismus* das *Sprachlich-Logische Informations-Repräsentations-System* als dominierende Kognitive Basis hat, weil für *Globale Raum-Modelle* das *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* als Kognitive Basis erforderlich ist ! Deshalb dominiert in den Beschreibungen der *Klassischen Mechanik* und der *Speziellen & Allgemeinen Relativitätstheorie* auch das *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* in der Kognitiven Basis !

Außerdem beruht die schwere Verständlichkeit der Quantentheorie auch darauf, dass gemäß den Kapiteln 6.3.8.2.2 + 6.10.10.3 die *Fähigkeit zur Objekt-Identifikation* mittels *Objekt-Position* ontogenetisch der *Fähigkeit zur Objekt-Identifikation* mittels *Objekt-Form* vorausgeht und beides auch ontogenetisch vor der *Entwicklung* der *Sprach-Fähigkeit* liegt ! Schließlich sei auch noch erwähnt, dass das *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* evolutions-geschichtlich wesentlich älter ist als das *Sprachlich-Logische Informations-Repräsentations-System*.

#### 7.6.4 Kognition, Quantentheorie & Zeit

In der *Quantentheorie* tritt *Zeit* als :

- Zeit-Parameter im „Möglichkeits-Raum“ und
- Irreversibilität im Mess-Prozess

auf (  $\Rightarrow$  Kap. 8.13.11 S. 423 ). In der ersten Erscheinungs-Form ist die *Kognitive Basis* dieses Zeit-Begriffs das *Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* ( Kap. 6.5: S. 209 ) sowie die *Ratiomorphe Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“* ( Kap. 6.6.6: S. 216 ) und die *Begriffs-Metapher-Theorie* im Allgemeinen ( Kap. 6.4.8.1: S. 188 + 6.7.5.1: S. 236 ).

Dagegen beruht die zweite Erscheinungs-Form auf der *Kognitiven Fähigkeit* zur Unterscheidung von *Vergangenheit, Gegenwart & Zukunft* gemäß Kap. 6.4.6 ( S. 183 ) und den dort beschriebenen kognitiven Grundlagen.

#### 7.6.5 Schlussfolgerung

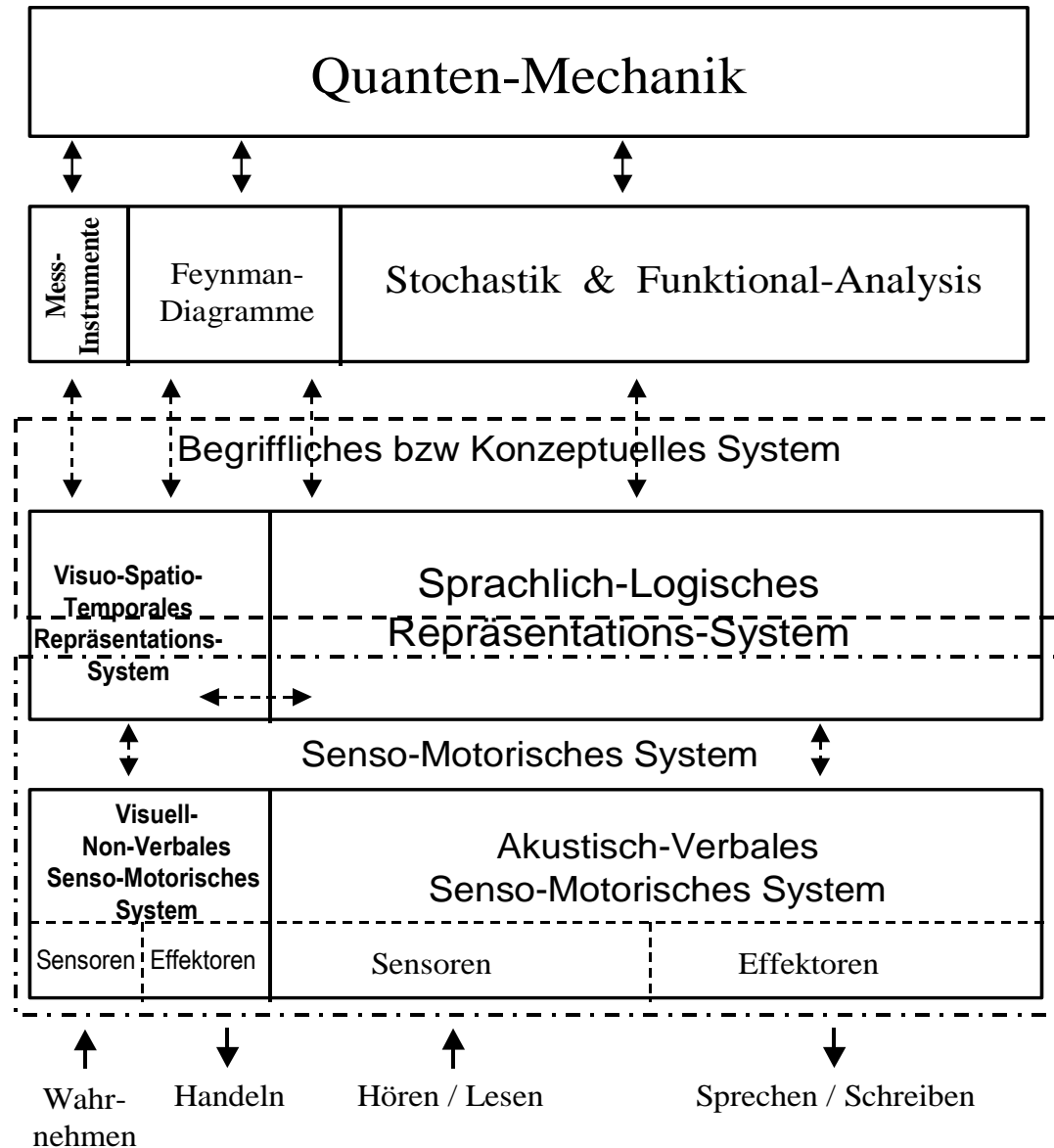
Die *Theorie der Quantenmechanik* gliedert sich in die drei Haupt-Komponenten :

- Mathematisch-Quantenmechanischer Formalismus
- Quantenmechanischer Mess-Prozess und
- Interpretation des Mathematisch-Quantenmechanischen Formalismus

(  $\Rightarrow$  Kap. 8.13 S. 404 ). Und wie in den vorhergehenden Kapiteln beschrieben, ist die *Kognitive Basis* des *Mathematisch-Quantenmechanischen Formalismus* das *Sprachlich-Logische Informations-Repräsentations-System* während die *Quanten-*



*mechanischen Mess-Instrumente* gemäß *Niels Bohr* durch die *Klassische Physik* zu beschreiben sind und damit das *Visuo-Spatio-Temporale Informations-Repräsentations-System* als *Kognitive Basis* haben. Damit lässt sich in Analogie zu Kap. 7.2 (S. 328) die *Kognitive Basis* der *Quantenmechanik* wie folgt graphisch darstellen :



In der *Kognitiven Basis* der *Quantenmechanik* dominiert damit das *Sprachlich-Logische Informations-Repräsentations-System* gegenüber dem *Visuo-Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-System* ! Das Sprachlich-Logische Informations-Repräsentations-System ist aber ein *Symbolisches Informations-Repräsentations-System*, das zu seiner Funktionsfähigkeit der *Abbildung* seiner *Symbole* auf Informations-Strukturen des *Multi-Modalen Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-Systems* als *Interpretation* dieser Symbole bedarf, damit die mit seiner Hilfe repräsentierten *Sprachlich-Logischen Informationen* überhaupt Teil des *Informationellen Systems der Außenwelt* des Kognitiven Systems sein können.

Damit beschränken nicht nur die Eigenschaften & Möglichkeiten des *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-Systems* als solches die *Erkenntnis-Möglich-*

keiten von *Quantenmechanischen Systemen*, sondern auch die Abbildungs-Möglichkeiten der von ihm repräsentierten Informations-Strukturen auf *Informations-Strukturen des Multi-Modalen bzw Visuo-Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-Systems* ! Und über die Interpretation des Mathematisch-Quantenmechanischen Formalismus herrscht *keineswegs Einigkeit* in der Wissenschaft ( ⇒ Kap. 8.13.9: S. 420 ). Schließlich hat auch das *Realitäts-Problem* der *Quantentheorie* ( ⇒ Kap. 8.13.13 S. 425 ) seine kognitive Ursache darin, dass im *Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-System* repräsentierte Informationen zwingend Eigenschaften – wie etwa *Globalität* ≡ *physikalische Lokalität* – besitzen, welche im *Sprachlich-Logischen Informations-Repräsentations-System* repräsentierte Informationen nicht zu besitzen brauchen ( ⇒ Kap. 6.7.5.3.3: S. 245 ), sodass *kognitiv Lokale* ≡ *physikalisch Nicht-Lokale* Eigenschaften von im *Sprachlich-Logischen Repräsentations-System* repräsentierten Informationen im *Spatio-Temporalen Informations-Repräsentations-System* überhaupt nicht repräsentiert werden können ! In den Kapiteln 6.3.8.2.2 + 6.10.10.3 wurde beschrieben, dass das Wissen über solche Eigenschaften bereits innerhalb des *ersten Lebensjahres* erworben wird und damit gleichsam einem *Apriori der Verstehbarkeit der Quantentheorie entgegensteht*.

Eine detaillierte Analyse von *Quantentheorie, Kausalität & Realität aus Sicht der Kognitionswissenschaft* ist viel zu komplex um auf wenigen Seiten am Schluss dieser Arbeit abgehandelt werden zu können. Deshalb müssen die vorgenannten Bemerkungen zu diesem Thema genügen.

## 7.7 Die Frage nach „Bedingungen, unter denen Erkenntnis möglich ist“

Im Kapitel *Die Frage nach „Bedingungen, unter denen Erkenntnis möglich ist“* ( Kap. 3.4: S. 34 ) wurde von *Gerhard Vollmer* folgende Frage nebst seiner Antwort formuliert :

Frage : Nach der Evolutionären Erkenntnistheorie sind die *subjektiven Strukturen* des *Erkenntnis-Apparates* für die *Erkenntnis konstitutiv*.

Gilt dies für alle *Stufen* des Erkenntnis-Prozesses ?

Antwort : Nein ! – Diese *Kognitiven Strukturen* sind nur für die Ebenen der *Wahrnehmungs- & Erfahrungs-Erkenntnis* konstitutiv !

Die *Wissenschaftliche Erkenntnis* ist nicht *biologisch / genetisch* determiniert !

( Vollmer, [784] in [786], S. 53 )

Im Zusammenhang mit seinem *Projektiven Modell des Erkenntnis-Prozesses*, welches den Erkenntnis-Prozess nach dem Vorbild der *Projektiven Geometrie* modelliert ( [783], Kap. 9 ), hat er die vorgenannte Antwort jedoch wie folgt relativiert :

Frage : Wie stark wird die Wissenschaft durch das *Projektions-Modell-Postulat* und durch unsere *genetisch bedingten Kognitiven Strukturen* beschränkt ?

Antwort : Aus dem *Projizierbarkeits-Postulat* folgt :

- Was auch immer *Objekt der Empirischen Wissenschaften* sein soll, es muß *irgendwie* auf die *menschlichen Sinnes-Organen* projizierbar sein !
- Was nicht *projizierbar* ist, kann nicht *Objekt Empirischer Wissenschaft* sein !

( Vollmer, [784] in [786], pp 113 – 114 )

Nach den in dieser Doktorarbeit gewonnenen Erkenntnissen muss die erste Antwort von Gerhard Vollmer aber noch weiter eingeschränkt werden. Nach den Ausführungen in dieser Arbeit haben alle Stufen des Erkenntnis-Prozesses, nämlich :

- Wahrnehmungs-Erkenntnis
- Erfahrungs-Erkenntnis
- Theoretische oder Wissenschaftliche Erkenntnis

als *Kognitive Basis* das in den Kapiteln 6.3 + 6.4 beschriebene

- Multi-Modale Spatio-Temporale Repräsentations-System und
- Sprachlich-Logische Repräsentations-System

sowie die in Kap. 6.6 ( S. 210 ) beschriebenen „*Basis-Prozesse der Kognition*“. Damit ist auch die *Wissenschaftliche Erkenntnis* auf alle diejenigen Informationen beschränkt, welche durch diese beiden *Informations-Repräsentations-Systeme* repräsentiert und mit Hilfe der *Basis-Prozesse der Kognition* gewonnen werden können.

Und eine weitere Beschränkung ist, dass alle mit Hilfe des *Sprachlich-Logischen Repräsentations-Systems* repräsentierten *Symbolischen Informationen* auf das *Multi-Modale Spatio-Temporale Repräsentations-System* abgebildet werden können müssen, da sie anderenfalls zu *rein formalen Strukturen* werden, die nichts mehr repräsentieren und deshalb *keinen Bezug* mehr zur *Realen Welt* haben.

Schließlich sind alle diese *Informations-Repräsentations-Systeme & Kognitiven Basis-Prozesse* das Ergebnis der in den Kapiteln 6.3.8 + 6.3.9, 6.4.12 + 6.4.13 und 6.10.10 + 6.10.11 beschriebenen *Evolutions- & Entwicklungs-Prozesse* und damit auch *biologisch / genetisch* determiniert. Die erste Frage von Gerhard Vollmer muss deshalb ebenfalls mit **Ja** beantwortet werden : „Auch die *Wissenschaftliche Erkenntnis* ist *biologisch / genetisch* determiniert !“

Und welche *Konsequenzen* ergeben sich daraus für die Formulierung des *fünften Begriffs-Systems der Physik* von Werner Heisenberg ? Vor allem die Konsequenz, dass auch dieses *fünfte Begriffs-System der Physik* die *vorgenannten Bedingungen* erfüllen muss um überhaupt formulierbar zu sein. Erfüllt es diese Bedingungen nicht, so liegt es jenseits der *Menschlichen Erkenntnis-Fähigkeit*, zumindest der Erkenntnis-Fähigkeit des *Homo sapiens recens*.

## 8. Anhang 1 : Ergänzende Erläuterungen zur geschichtlichen Entwicklung der Physik der Neuzeit

### 8.1 Einleitung

In diesem Anhang soll kurz auf die geschichtliche Entwicklung der Physik von Raum, Zeit und Materie in der Neuzeit in einem größeren Detailierungsgrad eingegangen werden als es in Kap. 3.1.2 geschah, damit auch diejenigen Leser, welche keine Physiker sind und deshalb mit den Paradigmata der Physik der Neuzeit nicht so vertraut sind wie diese, die in Kap. 7. gezogenen Schlussfolgerungen entsprechend nachvollziehen können. Wie bereits im Kapitel *Die Entwicklung der Physik in der Neuzeit* ( Kap. 3.1.2: S. 28 ) kurz beschrieben wurde, kam es zu Beginn des 20. Jahrhunderts zu einem erneuten *Umsturz im Weltbild der Physik*, nachdem sich die im Laufe des 19. Jahrhunderts gewonnenen neuen Erkenntnisse der Physik nicht mehr widerspruchlos in das von der Klassischen Mechanik vorgegebene Mechanistische Weltbild der Physik einfügen ließen. Dies führte zur Begründung der beiden großen Physikalischen Theorien des 20. Jahrhunderts, nämlich der

- Relativitätstheorie und der
- Quantentheorie

Die *Relativitätstheorie* wird zwar in erster Linie mit dem Namen *Albert Einstein* verbunden, aber neben diesem sind noch drei andere Physiker & Mathematiker zu nennen, welche zusammen die *Spezielle Relativitätstheorie* begründet haben, nämlich :

- Hendrik Antoon Lorentz „Elektromagnetische Erscheinungen in einem System, das sich mit beliebiger, die des Lichtes nicht erreichender Geschwindigkeit bewegt“ ( 1904, [472] )
- Albert Einstein „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“ ( 1905, [166] )
- Henri Poincaré „Sur la dynamique de l'électron“ ( 1905, [625] )
- Hermann Minkowski „Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern“ ( 1908, [534] )

Während *Hendrik Antoon Lorentz* von einem *Elektromagnetischen Modell* der *Materie* ausging, ließen sich *Albert Einstein* und *Henri Poincaré* von einem allgemeinen „Prinzip der Relativität“ leiten, welches für alle *Inertial-Systeme* Gültigkeit haben sollte. Nach *Friedrich Hund* kann man sagen : „Den Anfang zur Speziellen Relativitätstheorie machte ( Hendrik Antoon ) Lorentz, die physikalische Grundlage und den physikalischen Gehalt zeigte ( Albert ) Einstein, die mathematische Struktur ist bei ( Henri ) Poincaré am klarsten.“ ( [360], Teil 2, S. 70 ) Schließlich lieferte *Hermann Minkowski* die *Kovariante Form* der Relativistischen Gleichungen in der Sprache einer *Pseudo-Euklidischen Geometrie* eines *4-dimensionalen Raum-Zeit-Kontinuums* (  $\Rightarrow$  „Raum und Zeit“, [535] ).<sup>1</sup>

Wie schon in Kap. 3.1.2 ( S. 28 ) erwähnt wurde und im Nachfolgenden noch gezeigt werden wird, ist die *Spezielle Relativitätstheorie* die Integration von *Klassischer Mechanik* und *Elektrodynamik* zu einer *Abgeschlossenen Theorie* auf der Grundlage

---

<sup>1</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ( [70] ), pp 1 – 3  
Hans Jörg Dirschmid. „Tensoren und Felder“ ( [153] ), pp 185 – 189  
Ulrich Schröder : „Spezielle Relativitätstheorie“ ( [688] ), pp 3 – 7

des „Speziellen Relativitätsprinzips“, welches sowohl für die *Inertial-Systeme* der *Klassischen Mechanik* wie auch für diejenigen der *Elektrodynamik* Gültigkeit hat. Es war deshalb für *Albert Einstein* nur konsequent, dieses *Prinzip der Relativität* auf alle, mithin auch *beschleunigte* Koordinaten-Systeme auszuweiten, was er bereits im Ansatz im letzten Teil eines systematischen Überblicks-Artikels zur Speziellen Relativitätstheorie ([168]) im Jahre 1907 versucht hat. In diesem Artikel führte er auch erstmals das *Äquivalenz-Prinzip von Träger & Schwerer Masse* ein. Diese Bemühungen führten schließlich zu seiner *Feldtheorie der Gravitation*, welche er 1915 vor der *Preußischen Akademie der Wissenschaften* erstmals vortrug ([169]) und deren Zusammenfassung er ein Jahr später in den *Annalen der Physik* ([170]) veröffentlichte.

Teilweise parallel hierzu hat *David Hilbert* – durch Vorträge und Veröffentlichungen von *Albert Einstein* angeregt – dessen Gedanken zur Gravitation in seinen eigenen systematischen Entwurf der *Grundlagen der Physik* einbezogen und diese *Feldtheorie der Gravitation* mit der von *Gustav Mie* vorgeschlagenen *Elektrodynamischen Feldtheorie der Materie* und der *Geometrie differenzierbarer gekrümmter Mannigfaltigkeiten* von *Bernhard Riemann* zu einer einheitlichen *Feldtheorie der Materie* verbunden ([328]).

Schließlich lieferte *Karl Schwarzschild* bereits 1916 die erste *exakte Lösung* der *Einstein'schen Feld-Gleichungen* für ein *Kugelsymmetrisches Stationäres Gravitationsfeld* ([698] + [699]) und *Alexander Friedmann* legte 1922 durch die Ableitung der nach ihm benannten drei *Kosmischen Standard-Modelle* die Grundlagen der modernen *Relativistischen Kosmologie* ([225]).<sup>1</sup>

So wie die Relativitätstheorie mit dem Namen *Albert Einstein* verbunden ist, so ist die *Quantentheorie* mit dem Namen *Max Planck* verbunden, der in den beiden Arbeiten :

- „Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum“ (1900, [616])
- „The Universe in the Light of Modern Physics“ (1931, [617])

die *Quanten-Hypothese* sowie den Ausdruck *Quantenphysik* formulierte. Die beiden anderen *Geistigen Väter* sind :

- *Albert Einstein*      Lichtquanten-Hypothese      (1905, [167])
- *Niels Bohr*            Atom-Modell                                      (1913, [68])

Schließlich formulierte *Louis de Broglie* gewissenmaßen als Gegenstück zur Lichtquanten-Hypothese seine *Theorie der Materiewellen* (1923-25: [80] + [81]).

Ausgehend von diesen Ideen haben dann *Niels Bohr* sowie :

- *Wolfgang Pauli*            Ausschließlichkeits-Prinzip                      (1924, [583])
- *Max Born*  
  *Werner Heisenberg*      Matrizen-Mechanik                                  (1925: [71] + [72])  
  *Pascual Jordan*
- *Erwin Schrödinger*      Wellen-Mechanik                                      (1925, [690] + [691])
- *Max Born*                Wahrscheinlichkeits-Interpretation              (1926, [69])

---

<sup>1</sup>) *Ulrich Schröder* : „Gravitation – Einführung in die Allgemeine Relativitätstheorie“ ([689]), pp 9 – 15

- Paul Dirac                      Transformations-Theorie                      ( 1926, [149] )
- Erwin Schrödinger              Transformations-Theorie                      ( 1926, [692] )
- Werner Heisenberg              Unschärferelation                      ( 1927, [316] )

die *Quantenmechanik* entwickelt. Die *Mathematische Ausarbeitung* der Quantenmechanik leisteten :

- Paul Dirac                      „Principles of Quantum Mechanics“                      ( 1930, [152] )
- John von Neumann              „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“                      ( 1932, [554] )

Schließlich legte *Paul Dirac* ab 1927 die Grundlagen für eine *Relativistische Quantenmechanik* ([150] + [151]). Ab 1927 wurde auch versucht, die *Quantenmechanik* nicht nur auf *Partikel*, sondern auch auf *Felder* anzuwenden, woraus die *Quantenfeldtheorien* entstanden. Die ersten Ergebnisse auf diesem Gebiet wurden durch *Paul Dirac*, *Wolfgang Pauli*, *Victor Weisskopf* & *Pascual Jordan* erzielt. Das dabei auftretende Problem der Unendlichkeiten konnte erst Ende der 40er Jahre des 20. Jahrhunderts mit der *Renormierung* umgangen werden. Dies ermöglichte die Formulierung der *Quantenelektrodynamik* durch *Richard Feynman*, *Freeman Dyson*, *Julian Schwinger* & *Sin-Itiro Tomonaga*. Schließlich wurde Anfang der 60er Jahre des 20. Jahrhunderts die Theorie der *Quantenchromodynamik* ausgearbeitet. Die heute bekannte Form dieser Theorie wurde 1975 durch *David Politzer*, *David Gross* & *Frank Wilczek* formuliert. Auf die in diesem Absatz genannten Teilgebiete der Quantentheorie wird allerdings in dieser Arbeit nicht eingegangen.<sup>1</sup>

## 8.2 Bezugs-Systeme der Physik

Bezugs-Systeme wurden bereits in Kap. 6.3.4 (S. 129) aus der Sicht der *Kognitionswissenschaften* beschrieben. In diesem Kapitel sollen sie nun aus dem Blickwinkel der *Physik* beschrieben werden. Die Bezugs-Systeme der Physik werden auch *Koordinaten-Systeme* genannt und deshalb soll in dieser Arbeit, immer wenn von *Bezugs-Systemen der Physik* die Rede ist, der Terminus *Koordinaten-Systeme* gebraucht werden. Der Terminus *Bezugs-Systeme* soll als allgemeinerer Terminus den *Bezugs-Systemen der Kognitionswissenschaften* vorbehalten bleiben. *Koordinaten-Systeme* sind also eine *spezielle Ausprägung* von *Bezugs-Systemen*.

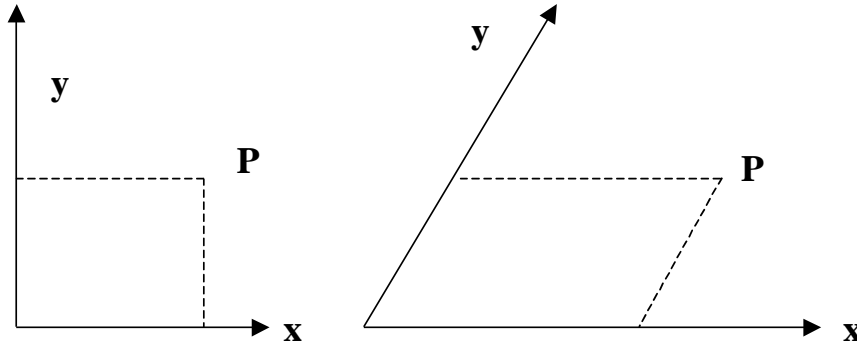
Wie bereits in Kap. 4.5.6.1 (S. 53) beschrieben, wurden *Koordinaten-Systeme* unabhängig voneinander durch *Pierre de Fermat* & *René Descartes* in die *Geometrie* eingeführt. Deshalb werden *Rechtwinklige Koordinaten-Systeme* auch *Cartesische Koordinaten-Systeme* genannt. Ein Spezialfall der Rechtwinkligen Koordinaten-Systeme sind die *Orthonormalen Koordinaten-Systeme*, welche auf allen Koordinaten-Achsen eine *Einheits-Länge* definieren.

Eine erste Verallgemeinerung dieser Cartesischen Koordinaten-Systeme sind die *Schiefwinkligen Koordinaten-Systeme*, bei denen die Koordinaten-Achsen keine Rechten Winkel mehr bilden. Ein wichtiger Repräsentant dieser Schiefwinkligen Koordinaten-Systeme sind die *Galilei'schen Koordinaten-Systeme*, welche in der

---

<sup>1</sup>) John v. Neumann : „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ([554]), Kap. I.1 [www.wikipedia.org/Quantenphysik](http://www.wikipedia.org/Quantenphysik)

*Speziellen Relativitätstheorie* eine gleichwichtige Rolle spielen wie die *Cartesischen Koordinaten-Systeme* in der *Klassischen Physik*. (  $\Rightarrow$  Kap. 8.6.7.1: S. 370 ) Recht- & Schiefwinklige Koordinaten-Systeme werden unter der Bezeichnung *Affine bzw. Parallel-Koordinaten-Systeme* zusammengefasst.

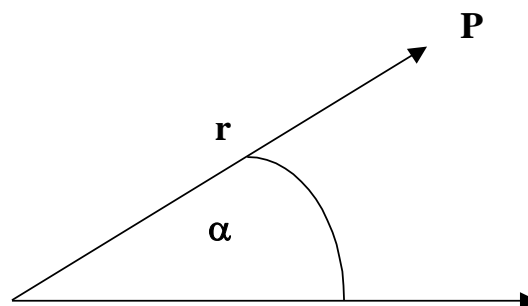


( Cartesische & Schiefwinklige, d.h. Parallel-Koordinaten-Systeme )

Zu einer weiteren Verallgemeinerung gelangt man, wenn man darauf verzichtet, dass die *Koordinaten-Achsen* Geraden sein müssen. Solche Koordinaten-Systeme wurden von *Carl Friedrich Gauß* zur *Landvermessung* eingeführt und werden deshalb nach diesem *Gauß'sche Koordinaten-Systeme* genannt. Diese übernehmen in der *Allgemeinen Relativitätstheorie* die Rolle, welche die *Galilei'schen Koordinaten-Systeme* in der *Speziellen Relativitätstheorie* inne haben. (  $\Rightarrow$  Kap. 8.7: S. 374 )

Allen diesen Koordinaten-Systemen ist gemeinsam, dass sie jedem Punkt des *Physikalischen Raumes* drei *Abstände* von einem willkürlich gewählten Ausgangspunkt – dem *Koordinaten-Ursprung* – entlang der drei Koordinaten-Achsen – seine *Koordinaten* – zuordnen. *Mathematisch* ist das eine *umkehrbare & Stetige Abbildung* einer *Punkt-Menge* – oder exakter eines *Topologischen Raumes* – in den *3-dimensionalen Reellen Raum*  $\mathbb{R}^3$ .

Neben diesen Koordinaten-Systemen gibt es noch eine weitere Art, welche jedem Punkt des *Physikalischen Raumes* einen Abstand und zwei Winkel zuordnet. Diese Koordinaten-Systeme heißen *Polar-Koordinaten-Systeme* und wurden von *Isaac Newton* in die *Physik* eingeführt.



( Polar-Koordinaten-System )

Der Wechsel zwischen verschiedenen Koordinaten-Systemen erfolgt mit Hilfe von *Stetigen Abbildungen*, welche die *Koordinaten* eines *Punktes* im *Raum*, beschrieben in einem Koordinaten-System, in die *Koordinaten* dieses Punktes, beschrieben in

einem *anderen* Koordinaten-System, abbilden. Diese Abbildungen werden *Koordinaten-Transformationen* genannt. Eine besondere Klasse dieser Koordinaten-Transformationen sind die *Orthogonalen Transformationen*, welche Cartesische Koordinaten-Systeme wiederum in Cartesische Koordinaten-Systeme überführen.<sup>1</sup>

### 8.3 Die Klassische Mechanik und das Mechanistische Weltbild

#### 8.3.1 Grundbegriffe der Klassischen Mechanik

##### 8.3.1.1 Raum & Zeit / Körper & Kraft

Die *Klassische Mechanik* geht davon aus, dass die *Reale Welt* aus *Materiellen Körpern* besteht, die sich zu jedem *Zeit-Punkt* an einem bestimmten *Ort im Raum* befinden und an diesem ein bestimmtes *Raum-Volumen* einnehmen. Die *Bewegungen* von Körpern sind *Veränderungen* ihres *Ortes* im *Verlauf* der *Zeit*. Bei diesen *Bewegungen* können die Körper *Wechselwirkungen* aufeinander ausüben, welche in der *Mechanik* *Kräfte* genannt werden. Die *Klassische Mechanik* beruht damit auf den vier Grundbegriffen :

- Körper
- Kraft
- Raum            und
- Zeit

Die *Materiellen Körper* sind durch gewisse *Objektive Eigenschaften*, ihre *Primären Qualitäten*, wie *Ausdehnung*, *Undurchdringlichkeit*, *Festigkeit* & *Masse* bestimmt.

Die zwischen diesen *Materiellen Körpern* wirkenden *Kräfte* werden vornehmlich durch „*Zug und Stoß*“ vermittelt, aber daneben tritt auch die *Gravitation* als *Fern-Kraft* auf (  $\Rightarrow$  Kap. 8.4: S. 352 ).

Die *Bewegungen* & *Wechselwirkungen* der *Materiellen Körper* finden in *Raum & Zeit* statt, welche gewissermaßen die „*Bühne*“ für das materielle Geschehen bilden und damit diesem als *Apriori* vorausgehen, aber andererseits durch dieses materielle Geschehen selbst nicht beeinflusst werden. Wie bereits in Kap. 3.1.2 erwähnt, definiert deshalb *Isaac Newton* „*Raum*“ und „*Zeit*“ folgendermaßen :

„Die *absolute, wahre mathematische Zeit* verfließt an sich und vermöge ihrer Natur gleichförmig und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand. Sie wird auch mit dem Namen *Dauer* belegt. Die *relative, scheinbare & gewöhnliche Zeit* ist ein fühlbares und äußerliches, entweder genaues oder ungleiches Maß der *Dauer*, dessen man sich gewöhnlich statt der wahren *Zeit* bedient, wie *Stunde*, *Tag*, *Monat*, *Jahr*.

Der *Absolute Raum* bleibt vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand stets *gleich & unbeweglich*. Der *relative Raum* ist ein Maß oder ein beweglicher Teil des ersteren, welcher von unseren Sinnen durch seine Lage gegen

---

<sup>1</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ( [70] ), pp 5 – 6  
Albert Einstein : „Grundzüge der Relativitätstheorie“ ( [174] ), S. 8  
Scriba / Schreiber : „5000 Jahre Geometrie“ ( [701] ), S. 332



andere Körper bezeichnet und gewöhnlich für den unbeweglichen Raum genommen wird.“ ( Isaac Newton, [561], S. 25 )<sup>1+2</sup>

Diese Definitionen implizieren die *Homogenität + Isotropie des Raumes* und die *Homogenität der Zeit*. D.h. kein Punkt des *Raumes* oder der *Zeit* ist vor einem anderen Raum- bzw. Zeit-Punkt *ausgezeichnet* und im *Raum* sind alle Richtungen gleichwertig.<sup>3</sup>

### 8.3.1.2 Die Euklidische Geometrie und der Euklidische Vektor-Raum

Alle Bewegungen von *festen Materiellen Körpern* in der *Realen Welt* lassen sich auf *Verschiebungen & Drehungen* zurückführen, wobei diese Körper ihre *Form* oder *Gestalt* nicht verändern. Den Bewegungen von festen Materiellen Körpern im *Raum* entsprechen damit *umkehrbar eindeutig* Verschiebungen & Drehungen von *Figuren* der *Geometrie*. Und wie in Kap. 4.5.3.3 ( S. 50 ) bereits erwähnt wurde, ist diese seit der *Antike* mit dem Namen des *Euklid* verbunden, sodass die in seinem Werk *Die Elemente* ( [188] ) beschriebene *Euklidische Geometrie* als *Wissenschaft des „Reinen Raumes“* in konsequenter Weise auch ein weiteres *Apriori* der *Klassischen Mechanik* bildet. Denn die *Euklidische Geometrie* folgt nach *Immanuel Kant* unmittelbar aus den *Axiomen der Anschauung* der *Prinzipien des Reinen Verstandes* ( [393], I., 2.Theil, 2.Buch, 2.3.1 ) und für *Joseph de Lagrange* ist die *Klassische Mechanik* eine *Geometrie in vier Dimensionen*, sodass die *Mechanische Analyse* eine erweiterte *Geometrische Analyse* ist ( [425], Nr. 185 ).<sup>4</sup>

Eine *Verschiebung* oder lateinisch ein *Vektor* ist damit durch seinen *Anfangs- & End-Punkt* im *Raum* eindeutig bestimmt und kann deshalb durch diese bezeichnet werden „( A→E )“. Geometrisch wird er durch einen *Pfeil* „→“ repräsentiert. Ist im *Raum* ein *Cartesisches Koordinaten-System* gegeben, so lassen sich jedem Vektor durch *Parallel-Projektion* auf die drei *Koordinaten-Achsen* drei *Reelle Abstände* auf diesen, seine *Komponenten* bezüglich dieser drei *Koordinaten-Achsen*, eindeutig zuordnen. Vektoren mit gleichen Komponenten lassen sich nun zu *Äquivalenz-Klassen* zusammenfassen, welche der Einfachheit halber wiederum *Vektoren* genannt werden. Vektoren im 3-dimensionalen *Raum* lassen sich damit mit Hilfe eines *Cartesischen Koordinaten-Systems* durch *Reelle Zahlen-Tripel* *umkehrbar eindeutig* repräsentieren. *Äquivalente Vektoren* gehen damit durch *Parallel-Verschiebung* auseinander hervor. Per *Konvention* wählt man denjenigen Vektor einer *Äquivalenz-Klassen* als *Repräsentanten* dieser *Äquivalenz-Klasse*, dessen *Anfangs-Punkt* der *Koordinaten-Ursprung* ist.

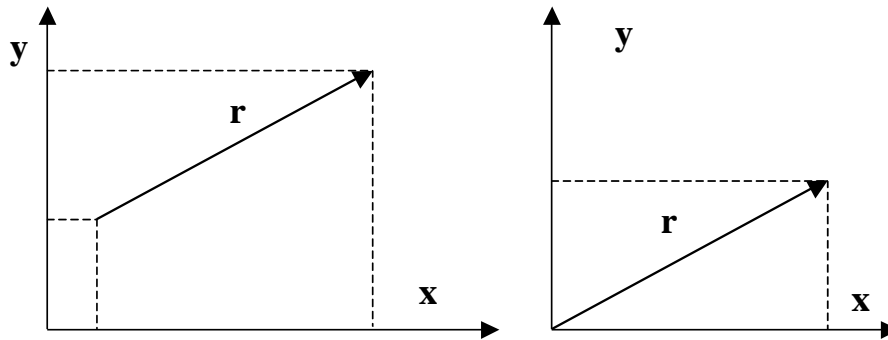
---

<sup>1</sup>) kursiv von mir

<sup>2</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ( [70] ), pp 45 – 49  
C.F.v. Weizsäcker : „Die Einheit der Natur“ ( [797] ), Kap. I.6.4.b + II.1.2  
Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ( [805] ), pp 1 – 2

<sup>3</sup>) Albert Einstein : „Grundzüge der Relativitätstheorie“ ( [174] ), pp 5 – 8 + 19 – 20

<sup>4</sup>) Reidt-Wolff : „Geometrie & Ebene Trigonometrie“ ( [648] ), S. 9  
D.E. Liebscher : „Einsteins Relativitätstheorie und die Geometrien der Ebene“ ( [456] ), pp 35 + 153



Die Menge  $V$  der so definierten Vektoren bildet zusammen mit der Operation der Hintereinander-Ausführung als Addition eine Algebraische Abel-Gruppe :

V.0 Definition :  $\underline{u} := (P \rightarrow Q) \in V$

V.1 Abgeschlossenheit :

$$\forall \underline{u}, \underline{v} \in V \text{ gilt : } \underline{u} + \underline{v} \equiv (P \rightarrow Q) + (Q \rightarrow R) = (P \rightarrow R) \equiv \underline{w} \in V$$

V.2 Assoziativität :

$$\forall \underline{u}, \underline{v}, \underline{w} \in V \text{ gilt : } (\underline{u} + \underline{v}) + \underline{w} = \underline{u} + (\underline{v} + \underline{w})$$

V.3 Neutrales Element :

$$\forall \underline{u} \in V \text{ gilt : } \exists ! \underline{0} \equiv (Q \rightarrow Q) \in V \text{ mit :}$$

$$\underline{u} + \underline{0} = \underline{u} \equiv (P \rightarrow Q) + (Q \rightarrow Q) = (P \rightarrow Q)$$

V.4 Inverse Elemente :

$$\forall \underline{u} \in V \text{ gilt : } \exists ! \underline{u}^{-1} \in V \text{ mit :}$$

$$\underline{u} + \underline{u}^{-1} = \underline{0} \equiv (P \rightarrow Q) + (Q \rightarrow P) = (P \rightarrow P)$$

V.5 Kommutativität :

$$\forall \underline{u}, \underline{v} \in V \text{ gilt : } \underline{u} + \underline{v} = \underline{v} + \underline{u}$$

In Kap. 6.10.6.5 (S. 309) wurden Reelle Zahlen mit Hilfe von „Bewegungen entlang eines Weges“ kognitiv eingeführt. Mit einer analogen Konstruktion lassen sich nunmehr Stauchungen & Streckungen von Verschiebungen bzw. Vektoren einführen, für welche die folgenden Gesetze gelten :

V.6 Assoziativität :

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R} \text{ und } \underline{u} \in V \text{ gilt : } (\alpha \beta) \cdot \underline{u} = \alpha \cdot (\beta \cdot \underline{u}) \in V$$

V.7 Distributivität :

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R} \text{ und } \underline{u}, \underline{v} \in V \text{ gilt :}$$

$$\alpha \cdot (\underline{u} + \underline{v}) = (\alpha \cdot \underline{u}) + (\alpha \cdot \underline{v}) \in V \quad \text{und}$$

$$(\alpha + \beta) \cdot \underline{u} = (\alpha \cdot \underline{u}) + (\beta \cdot \underline{u}) \in V$$

V.8 Einheits-Element :

$$\forall \underline{u} \in V \text{ und } 1 \in \mathbb{R} \text{ gilt : } 1 \cdot \underline{u} = \underline{u} \in V$$

Eine *Mathematische Struktur*, für welche diese acht Gesetze gelten, nennt man einen *Reellen Vektor-Raum* ( $\Rightarrow$  Kap. 4.5.7.4: S. 56 + 4.5.8.2.1: S. 60). Darüber hinaus wird eine *Punkt-Menge*, deren *Punkt-Paaren* sich auf eindeutige Weise, wie oben beschrieben, *Vektoren* zuordnen lassen, *Affiner Raum* genannt.

Schließlich kann man mittels Parallel-Projektion eines Vektors auf seine Koordinaten-Achsen und dem *Lehrsatz des Pythagoras* jedem Vektor seine *Länge* zuordnen.

$$|\underline{u}| := \sqrt{\sum_i u_i^2} \quad (\text{EG 1})$$

Diese Längen-Definition nennt man eine *Euklidische Metrik* ( $\Rightarrow$  Kap. 6.9.2.2.1: S. 272). Mathematisch ist diese Metrik eine *Quadratische Form*, welche einen *Reellen Vektor-Raum* in seinen *Grund-Körper* abbildet. Diese lässt sich zu einer (symmetrischen) *Bilinear-Form* für beliebige Vektor-Paare erweitern, welche ein *Skalar-Produkt* auf dem Vektor-Raum definiert. Einen Vektor-Raum mit einem auf diese Weise definierten Skalar-Produkt und einer aus diesem abgeleiteten Metrik nennt man einen *Euklidischen Vektor-Raum* oder kurz *Euklidischen Raum*.<sup>1</sup>

### 8.3.1.3 Die Newton'schen Axiome<sup>2</sup>

#### N.1 Die ungestörte Überlagerung der Kräfte :

*Kräfte* verhalten sich wie *Verschiebungen*, d.h. sie lassen sich durch *Vektoren* repräsentieren und ihr Zusammenspiel gehorcht den *Gesetzten* eines *Vektor-Raumes*. Daraus folgt :

***Kräfte überlagern sich ungestört !***

#### N.2 Das Newton'sche Trägheits-Prinzip :

Jeder Körper verharrt im *Zustand der Ruhe* oder der *gleichförmig gradlinigen Bewegung*, d.h. er verändert seinen *Bewegungs-Zustand* nicht, solange er nicht durch *äußere Kraft-Einwirkungen* gezwungen wird, diesen Zustand zu *ändern* !

#### N.3 Das Aktions-Prinzip :

Die auf die Zeit-Einheit bezogene *Änderung des Impulses* eines Körpers ist der *Größe* der *einwirkenden Kraft* und der *Größe* der *Trägen Masse* des Körpers *proportional* und erfolgt in der *Richtung*, in welcher die *einwirkende Kraft* angreift. Kurz :

***Kraft ist gleich der Ableitung des Impulses !***

$$\underline{K} = dp/dt$$

---

<sup>1</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), Kap. 1.1, 1.7, 3.1 + 3.6  
Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ([805]), Kap. I.2 + I.4

<sup>2</sup>) Gerthsen / Kneser : „Physik“ ([280]), Kap. „Die Prinzipien der Mechanik“

#### N.4 Das Reaktions-Prinzip :

Die Kräfte, die zwei Körper aufeinander ausüben, sind *gleich groß*, aber einander *entgegengesetzt gerichtet*. Kurz :

***Aktion gleich Reaktion !***

$$\underline{K}_{12} = -\underline{K}_{21}$$

Deswegen wird dieses Prinzip auch das „Prinzip von *actio et reactio*“ genannt.

### 8.3.2 Das Relativitäts-Prinzip der Klassischen Mechanik

Bei allen Aussagen über Physikalische Sachverhalte, die sich auf *Bewegungen* von *Materiellen Körpern* beziehen, ist zunächst zu klären, mit Bezug auf welche *Koordinaten-Systeme* diese Sachverhalte zu beschreiben sind. Deshalb wurden in Kap. 8.2 ( S. 345 ) kurz die in der *Physik* gebräuchlichen Koordinaten-Systeme vorgestellt. Als Nächstes stellt sich dann die Frage, ob alle diese Koordinaten-Systeme bei der Beschreibung Physikalischer Sachverhalte gleichberechtigt sind oder ob es ausgezeichnete Koordinaten-Systeme gibt, in denen sich die Physikalischen Sachverhalte besonders einfach beschreiben lassen ?

Die Erfahrung hat nun gezeigt, dass die *Gesetze der Mechanik, beschrieben relativ zu einem sich gradlinig und gleichförmig durch den Absoluten Raum bewegendem Koordinaten-System, ebenso lauten, wie beschrieben relativ zu einem in diesem Absoluten Raum ruhenden Koordinaten-System !* Dies ist das von *Galileo Galilei* formulierte „*Relativitäts-Prinzip der Klassischen Mechanik*“. <sup>1</sup>

### 8.3.3 Inertial-Systeme & Galilei-Transformation

Die *Klasse* der im Absoluten Raum *ruhenden* und der sich in diesem *gradlinig & gleichförmig bewegendem Koordinaten-Systeme* nimmt also in der Klassischen Mechanik dergestalt eine *Sonderstellung* ein, indem die Beschreibung der *Mechanischen Naturgesetze* unabhängig von diesen Koordinaten-Systemen möglich ist. Diese ausgezeichneten Koordinaten-Systeme werden *Inertial-Systeme* bzw. *Trägheits-Systeme* genannt. Sie sind *mechanisch nicht unterscheidbar* und die Beschreibung der *Mechanischen Naturgesetze* ist gegenüber einem Wechsel zwischen diesen Koordinaten-Systemen *invariant* bzw. *kovariant*.

---

<sup>1</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ([70]), pp 57 – 60  
Gerthsen / Kneser : „Physik“ ([280]), S. 523

Damit gelangt man zu der Frage welche *Koordinaten-Transformationen* solche Inertial-Systeme wiederum in *Inertial-Systeme* überführen. Diese Koordinaten-Transformationen sind die *Galilei-Transformationen*. Diese haben in *Vektor-Schreibweise* die folgende Form :

$$\text{für die Orts-Koordinaten :} \quad \underline{r} = \underline{r}' - \underline{v} t \quad (\text{KM 1})$$

$$\text{für die Zeit-Koordinate :} \quad t = t'$$

Dabei bezeichnen  $\underline{r}$  &  $\underline{r}'$  die *Orts-Vektoren* und  $\underline{v}$  den Vektor der *Geschwindigkeit*, mit der sich die beiden Inertial-System gradlinig & gleichförmig gegeneinander bewegen. Das *Relativitäts-Prinzip der Klassischen Mechanik* lässt sich damit auch folgendermaßen aussprechen :

***Die Gesetze der Klassischen Mechanik sind gegenüber von Galilei-Transformationen invariant bzw. kovariant !<sup>1</sup>***

### 8.3.4 Geschwindigkeits-Addition in Bewegten Bezugs-Systemen

Ein beliebtes Beispiel der Klassischen Mechanik ist die Frage, wie sich die Geschwindigkeiten zueinander verhalten, die von einem Beobachter, der sich durch einen fahrenden Zug bewegt, und einem Beobachter, der auf dem Bahnsteig steht, während der Zug gerade durch den Bahnhof fährt, gemessen werden. Für einen Beobachter, der im Zug sitzt, bewegt sich ein Fahrgast, der gerade zum Speisewagen geht, unabhängig von der Geschwindigkeit des Zuges, mit einer *konstanten Geschwindigkeit*  $\underline{v}_F(Z)$  durch den Zug. Für einen Beobachter auf dem Bahnsteig des Bahnhofes, durch den der Zug gerade ebenfalls mit *konstanter Geschwindigkeit*  $\underline{v}_Z$  fährt, bewegt sich derselbe Fahrgast aber mit der Geschwindigkeit :

$$\underline{v}_F(B) = \underline{v}_Z + \underline{v}_F(Z) \quad (\text{KM 2})$$

durch den Bahnhof. In der Klassischen Mechanik addiert sich also die Geschwindigkeit, mit der sich ein Materieller Körper relativ zu einem Inertial-System bewegt, zu der Geschwindigkeit, mit der sich dieses Inertial-System relativ zu einem anderen Inertial-System bewegt. Dies ist das :

***Additions-Theorem der Geschwindigkeiten der Klassischen Mechanik !<sup>2</sup>***

## 8.4 Die Himmels-Mechanik und die Fernwirkungs-Theorie der Gravitation

Das erste geometrische Welt-Modell war das von *Eudoxos von Knidos* entworfene *Geozentrische Weltbild*, nach welchem der Himmel aus ineinander verschachtelten *Kristall-Sphären* aufgebaut ist, welche Sonne, Mond, Wandel-Sterne ( Planeten ) & Fix-Sterne tragen und die sich auf komplizierte Weise in- & gegeneinander drehen, um

---

<sup>1</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ([70]), pp 59 – 65  
 Dransfeld et al. : „Physik I – Newtonsche & Relativistische Mechanik“ ([156]), Kap. 6.1

<sup>2</sup>) Dransfeld et al. : „Physik I – Newtonsche & Relativistische Mechanik“ ([156]), S. 59

die beobachteten Planeten-Bewegungen zu erklären. Dieses von *Aristoteles* weiter ausgearbeitete Welt-Modell gipfelte schließlich in dem berühmten nach *Klaudios Ptolemaios* benannten *Ptolemäischen Geozentrischen Weltbild*.

( $\Rightarrow$  Kap. 4.5.3.4: S. 52)

Obwohl schon *Aristarch von Samos* in der *Antike* auf Grund von Größen- & Entfernung-Bestimmungen von Sonne & Mond ein *Heliozentrisches Welt-Modell* vorschlug, hat sich dieses erst auf Grund der Arbeiten von *Nikolaus Kopernikus* zu Beginn der Neuzeit (1543) durchgesetzt, nach dem die *Erde* ein *Planet* ist, welche zusammen mit den *anderen Planeten* auf *Kreis-Bahnen* die *Sonne* umkreist. Schließlich entdeckte *Johannes Kepler* auf Grund umfangreicher Bahn-Vermessungen von *Tycho Brahe*, dass die Planeten auf *Ellipsen-Bahnen* die Sonne umlaufen und *Christiaan Huygens* entdeckte, dass eine gleichförmige Bewegung auf einem Kreis durch eine zum Kreis-Mittelpunkt weisende *Zentripetal-Beschleunigung* bewirkt wird, welche proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit und umgekehrt proportional zum Radius des Kreises ist.<sup>1</sup>

Ausgehend von den *Planeten-Gesetzen* des *Johannes Kepler*, der *Mechanik* des *Galileo Galilei*, sowie den Untersuchungen von *Christiaan Huygens* entwickelte *Isaac Newton* die *Himmels-Mechanik*. Damit die Mechanik auf das Himmels-Geschehen übertragen werden kann, bedarf es jedoch einer *Kraft*, welche die Zentripetal-Beschleunigung der Planeten in Richtung der Sonne verursacht und welche der *Trägheits-Kraft* die Waage hält. Diese Kraft konnte einerseits nicht durch *Zug & Stoß* verursacht sein und musste andererseits auch durch das *Vakuum* wirken können. Als diese Kraft identifizierte *Isaac Newton* die *Schwer-Kraft*, welche im Gegensatz zu den mechanischen Kräften von *Zug & Stoß* eine *Fern-Kraft* ist, und deren Wirkung sich durch :

$$|\underline{K}_G| = g m_1 m_2 / r^2 \quad (\text{NG 1})$$

beschreiben lässt. Dabei sind  $|\underline{K}_G|$  die *Stärke der Schwer-Kraft*,  $m_1$  &  $m_2$  die (*Schweren*) *Massen* zweier *Materieller Körper*, zwischen denen diese *Schwer-Kraft* wirkt,  $r$  ihr *Abstand* und  $g$  die *Newton'sche Gravitations-Konstante*.

Diese Schwer-Kraft  $\underline{K}_G$  lässt sich aufspalten in eine Komponente  $\underline{G}$ , die nur von der Masse  $m_1 = M$  des Materiellen Körpers  $M_1$  und in eine solche  $m_s$ , die nur von der Masse  $m_2 = m$  des Materiellen Körpers  $M_2$  abhängt :

$$\underline{K}_G = m_s \cdot \underline{G} \quad (\text{NG 2})$$

Dabei ist  $m_s$  die „Schwere“ Masse des Materiellen Körpers  $M_2$ . Die so beschriebene Schwer-Kraft wird auch *Gravitations-Kraft* oder kurz *Gravitation* genannt. Das Vektor-Feld  $\underline{G}$  wird *Gravitations-Feld* genannt.

Führt man durch :

$$\underline{P}_G = -g M / r \quad (\text{NG 3})$$

---

<sup>1</sup>) Es waren die bei gleichförmigen Kreis-Bewegungen auftretenden Kräfte, welche *Isaac Newton* veranlassten, dem Konzept des *Absoluten Raumes* den Vorzug vom dem Konzept des *Relationalen Raumes* zu geben !

ein *Gravitations-Potential* – ein *Skalares Potential* – ein, so lässt sich die Stärke der Schwer-Kraft  $|\underline{K}_G|$ , mit der ein Körper der Masse  $m$  im Gravitations-Feld einer Einheits-Masse  $M$  von dieser angezogen wird, durch :

$$|\underline{K}_G| = -m \operatorname{grad} \mathcal{P}_G \quad (\text{NG 4})$$

beschreiben. *Joseph de Lagrange* erweiterte das Newton'sche Gravitations-Gesetz nach Gleichung Gl. NG 1 auf *endlich ausgedehnte Körper* mit *stetiger Massendichte*  $\mu$ , indem er das Gravitations-Potential nach Gleichung Gl. NG 3 durch die Gleichung :

$$\mathcal{P}_G = -g \int (\mu / r) dV \quad (\text{NG 5})$$

ersetzte. Schließlich zeigte *Pierre Simon de Laplace*, dass die *Potential-Funktion* mit Ausnahme des Punktes, an dem die Masse  $M$  konzentriert ist, bzw. der außerhalb eines endlich ausgedehnten Körpers mit der Masse  $M$  liegt, die Differential-Gleichung :

$$\Delta \mathcal{P}_G = 0 \quad (\text{NG 6})$$

erfüllt und *Denis Poisson*, dass bei einem endlich ausgedehnten Körper :

$$\Delta \mathcal{P}_G = 4 \pi g \mu \quad (\text{NG 7})$$

auch dann noch gilt, wenn sich der Auf-Punkt im Inneren des ausgedehnten Körpers befindet.<sup>1</sup>

## 8.5 Die Physik der Nichtponderablen Materie

### 8.5.1 Die Natur des Lichts und der Licht-Äther

Die *Klassische Mechanik* ist historisch & sachlich das *Fundament der Physik*, aber sie ist dennoch nur ein *Teil der Physik*, genau genommen nur ein *kleiner Teil* der Physik. Ein anderer Teil der Physik ist die *Optik*, d.h. die *Lehre vom Licht*, welche als *Wissenschaftliche Disziplin* von *René Descartes* (Dioptrik, 1638) begründet wurde und der auch einen Vorläufer der *Wellen-Theorie* des Lichts formulierte. Diese wurde dann von *Christiaan Huygens* (1678) klar ausformuliert. Eine entgegengesetzte Lehrmeinung vertrat *Isaac Newton*, der eine *Korpuskel-Theorie* des Lichts formulierte. Ausschlaggebend dafür, dass die Wellen-Theorie des Lichts sich durchsetzte, waren die Entdeckung von *Beugungs-Erscheinungen* des Lichts und die Beobachtung von *Interferenz-Erscheinungen*.

Die Wellen-Theorie des Lichts formuliert die *Licht-Ausbreitung* in *Analogie* zur Ausbreitung von *Mechanischen Wellen* in *Festen Körpern, Flüssigkeiten & Gasen*. Da sich aber *Licht* auch durch das *Vakuum* ausbreitet, bedarf es zu seiner Ausbreitung eines schwingfähigen Mediums, welches alle Körper ungehindert durch-

---

<sup>1</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), pp 424 – 429

dringt und auch das Vakuum ausfüllt. Als solches Medium postulierte bereits René Descartes den *Licht-Äther*.<sup>1</sup>

## 8.5.2 Elektrizität & Magnetismus

Ein anderes Teilgebiet der Physik ist die *Lehre der Elektrischen & Magnetischen Erscheinungen*, die *Elektrodynamik*. Diese Erscheinungen sind zwar bereits seit der Antike bekannt, aber ihre wissenschaftliche Erforschung begann erst im 18. Jahrhundert. So stellte man z.B. fest, dass bestimmte Materielle Körper, nachdem an ihnen gerieben wurde, auf andere Materielle Körper *anziehende oder abstoßende Fern-Kräfte* ausübten und sich diese Eigenschaft durch Berührung auf andere Materielle Körper übertragen ließ. Da diese Eigenschaft zuerst bei *Bernstein* beobachtet wurden, dessen griechischer Name *Elektron* lautet, wurde diese Eigenschaft *Elektrizität* genannt.

### 8.5.2.1 Das Elektrostatische Feld

Die Gesetze der *Elektrostatistischen Anziehung & Abstoßung* wurden erstmals unabhängig voneinander von *Joseph Priestley* (1767) und *Henry Cavendish* (1771) abgeleitet und sind nach *Charles Augustin de Coulomb* (1785) benannt, der sie als Erster durch direkte Messungen validiert hat. Dieses *Coulomb'sche Gesetz* lautet :

$$|\underline{K}| = (1 / 4 \pi \varepsilon_0) q_1 q_2 / r^2 \quad (\text{ES 1})$$

Dabei sind  $|\underline{K}|$  die *Elektrische Kraft-Stärke*,  $q_1$  &  $q_2$  die *Ladungen* von *Punkt-Massen* in den *Raum-Punkten*  $P_1$  &  $P_2$  mit den *Koordinaten*  $\underline{x} = \text{Koord}(P_1)$  &  $\underline{y} = \text{Koord}(P_2)$ ,  $r$  der *Abstand* zwischen  $P_1$  &  $P_2$  und  $\varepsilon_0$  die *Influenz- bzw Dielektrizitäts-Konstante* im Vakuum.

Dieses Coulomb'sche Gesetz korrespondiert eindeutig zum *Gravitations-Gesetz* von *Isaac Newton* (Gl. 8.4-NG 1). Allerdings mit dem wesentlichen Unterschied, dass es in der *Elektro-Statik* anziehende & abstoßende *Kräfte* gibt, während die *Schwerkraft* nur *anziehend* wirkt.

Sind :

$$(\underline{P}_1 \rightarrow \underline{P}_2) = \underline{r} \quad \text{für } q_1 q_2 > 0 \quad (\text{gleichnamige Ladungen})$$

$$(\underline{P}_2 \rightarrow \underline{P}_1) = -\underline{r} \quad \text{für } q_1 q_2 < 0 \quad (\text{ungleichnamige Ladungen})$$

die *Einheits-Vektoren* in diejenige Richtung, in welche die im Raum-Punkt  $P_2$  konzentrierte Ladung  $q_2$  abgestoßen bzw. angezogen wird,

---

<sup>1</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ([70]), Kap. IV  
Gerthsen / Kneser : „Physik“ ([280]), Kap. VI



so ergibt sich für die *Elektrische Kraft*  $\underline{K}$  :

$$\underline{K} = (K_i) = ((1/4\pi\epsilon_0) q_1 q_2 / r^2) \cdot \underline{r} \quad (\text{ES } 2)$$

Diese Elektrische Kraft  $\underline{K}$  lässt sich aufspalten in eine Komponente  $\underline{E}$ , die nur von der Ladung  $q_1 = Q$  des Ladungs-Trägers  $Q_1$  und in eine solche  $q$ , die nur von der Ladung  $q_2 = q$  des Ladungs-Trägers  $Q_2$  abhängt :

$$\underline{K} = q \cdot \underline{E} \quad (\text{ES } 3)$$

Dabei ist :

$$\underline{E} = (E_i) = -((1/4\pi\epsilon_0) Q / r^2) \cdot \underline{r} \quad (\text{ES } 4)$$

die *Elektrische Feld-Stärke* im Raum-Punkt  $P_2$ . Diese Gleichung ist analog zur Gleichung Gl. 8.4-NG 2 der *Gravitations-Theorie* von *Isaac Newton*. Alle diese Vektoren *in allen Raum-Punkten* um den Punkt  $P_1$  bilden ein *Vektor-Feld*, dass von der *Punkt-Ladung*  $Q$  verursachte *Elektrische Feld*  $\underline{E}$ . Ist die *Elektrische Ladung* mit der räumlichen Dichte  $\rho$  über einen endlichen *räumlichen Bereich*  $V$  verteilt, so wird dieses *Elektrische Feld* durch :

$$\underline{E} = (E_i) = -(1/4\pi\epsilon_0 r^3) \int (\rho \cdot \underline{r}) dV \quad (\text{ES } 5)$$

beschrieben. Dieses Elektrische Feld wird durch das folgende *Elektrische Potential* – ein *Skalares Potential* – verursacht :

$$\mathcal{P}_E = (1/4\pi\epsilon_0) \int (\rho / r) dV \quad (\text{ES } 6)$$

Auch dieses Elektrostatische Potential korrespondiert eindeutig zum entsprechenden *Gravitations-Potential* ( Gl. 8.4-NG 5 ) der *Gravitations-Theorie* von *Isaac Newton*.<sup>1</sup>

### 8.5.2.2 Das Magnetostatische Feld

Der *Magnetismus* von Eisen-Metallen ist ebenfalls schon seit der Antike bekannt und wurde erstmals von den *Chinesen* in Form des *Magnet-Kompasses* zur Navigation auf Hoher See benutzt. Die *Lehre vom Magnetismus* wurde aber erst vom Arzt *William Gilbert* ( *De magnete*, 1600 ) in der Frühen Neuzeit begründet. Der *Magnetismus* hat große Ähnlichkeit mit der *Elektrizität*. Genau wie bei dieser gibt es *anziehende & abstoßende Fern-Kräfte*, die *Metallische Körper* aufeinander ausüben. Aber im Unterschied zur Elektrizität können diese anziehenden & abstoßenden Kräfte nicht auf zwei verschiedene Körper verteilt werden sondern treten immer gemeinsam in einem Metallischen Körper auf.

In gewissen Fällen – wie bei lang gestreckten Stab-Magneten – ist es jedoch möglich, an der Vorstellung räumlich konzentrierter bzw verteilter isolierter Nordpol- & Südpol-Magnetismus-Mengen festzuhalten. So gilt in Analogie zum *Coulomb'schen Gesetz*

---

<sup>1</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ([70] ), pp 125 – 132  
Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153] ), Kap. 4.2.I  
Gerthsen / Kneser : „Physik“ ([280] ), Kap. III.A  
Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ([805] ), Kap. I.9

für die *Elektrische Kraft-Stärke* (Gl. 8.5.2.1-ES 1) das korrespondierende *Coulomb'sche Gesetz* für die *Magnetische Kraft-Stärke* :

$$K = (\mu_0^{\text{ind}} / 4 \pi) M_1 M_2 / r^2 \quad (\text{MS } 1)$$

Dabei sind  $K$  die *Magnetische Kraft-Stärke*,  $M_1$  &  $M_2$  die *Magnetischen Mengen* bzw. *Polstärken*,  $r$  der *Abstand* zwischen den beiden *Magnet-Polen*  $P_1$  &  $P_2$  und  $\mu_0^{\text{ind}}$  die *Magnetische Induktions-Konstante* im Vakuum. Und genau wie die *Elektrische Kraft* (Gl. 8.5.2.1-ES 3) lässt sich auch die *Magnetische Kraft*  $\underline{K}$  in eine Komponente, die nur von der *Magnetischen Menge*  $M$  eines *Magnet-Pols* und in eine solche, die von der *Magnetischen Feld-Stärke*  $\underline{H}$  abhängt, aufspalten :

$$\underline{K} = M \cdot \underline{H} \quad (\text{MS } 2)$$

Da *Magnetische Körper* jedoch immer *Dipole* sind, wird ein *Magnetisches Feld* auf diesen Körper als Ganzes nicht nur eine *Magnetische Kraft*, sondern auch ein *Magnetische Dreh-Moment*  $\underline{M}_D$  ausüben, sodass die analoge Gleichung zu Gl. 8.5.2.1-ES 3 nicht Gl. MS 2, sondern :

$$\underline{M}_D = \underline{M}_{\text{magn}} \times \underline{H} \quad (\text{MS } 3)$$

mit dem *Magnetischen Moment*  $\underline{M}_{\text{magn}} := \text{Polstärke} \times (\text{Südpol} \rightarrow \text{Nordpol})$  und dem *Vektor-Produkt* anstelle einer *Multiplikation mit einem Skalar* ist.

Wird das *Magnetische Feld* nicht durch einen *Permanent-Magneten* sondern durch einen *Elektrischen Strom* mit der *Strom-Dichte*  $\underline{S}$  erzeugt, so kann das *Magnetische Feld* durch :

$$\underline{H} = - (1 / 4 \pi r^3) \int [\underline{S} \times \underline{r}] dV \quad (\text{MS } 4)$$

beschrieben werden, wobei das Integral über das *Volumen der Strom-Röhre* zu erstrecken ist. Diese beiden Gleichungen werden die *Gesetze von Jean-Baptiste Biot & Félix Savart* genannt. Sie entsprechen den Gleichungen Gl. 8.5.2.1-ES 3 & Gl. 8.5.2.1-ES 5 des *Elektrischen Feldes*. Dieses *Magnetische Feld* wird – ebenfalls in Analogie zu Gl. 8.5.2.1-ES 6 – durch das folgende *Magnetische Potential* – ein *Vektor-Potential* – verursacht :

$$\underline{\mathcal{P}}_M = (\mu_0^{\text{ind}} / 4 \pi) \int (\underline{S} / r) dV \quad (\text{MS } 5)^1$$

### 8.5.2.3 Die Gesetze der Elektro-Dynamik

Während die in den beiden vorhergehenden Kapiteln beschriebenen *Coulomb'schen Gesetze* für die *Elektrische & Magnetische Kraft-Stärke* (Gl. 8.5.2.1-ES 1 und Gl. 8.5.2.2-MS 1) *Fernwirkungs-Gesetze* sind, entdeckte *Michael Faraday*, dass auch *nichtleitende Flüssigkeiten* zwischen den Metallplatten einer *Elektrolytischen Zelle* die *Elektrische Aufnahme-Kapazität* des aus diesen Platten bestehenden Leiter-

---

<sup>1)</sup> Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ([70]), pp 132 – 134  
Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), Kap. 4.2.II  
Gerthsen / Kneser : „Physik“ ([280]), Kap. III.J  
Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ([805]), Kap. I.9

Systems beeinflussen. Dies war die Erfindung des *Kondensators*. Diese Entdeckung führte Michael Faraday zur Entwicklung einer auf „Kraft-Linien“ basierenden *Nahwirkungs-Theorie des Elektromagnetismus*.

Diese Nahwirkungs-Theorie hat *James Clark Maxwell* in der Sprache der Mathematik exakt ausformuliert. Dies sind die *Maxwell'schen Feld-Gleichungen bzw. Gesetze der Elektrodynamik*. Das erste dieser beiden Gesetze ist das :

Durchflutungs-Gesetz ( 1. Maxwell'sches Gesetz ) :

Sein Physikalischer Inhalt lautet :

***Ein sich zeitlich änderndes Elektrisches Feld erzeugt stets ein Magnetisches Wirbel-Feld.***

Als Feld-Gleichungen formuliert lautet es :

$$( \text{MG.1.1} ) \quad \underline{\text{rot}} \underline{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{S}} + \partial \underline{\mathbf{D}} / \partial t$$

$$( \text{MG.1.2} ) \quad \underline{\text{div}} \underline{\mathbf{B}} = 0$$

mit :  $\underline{\mathbf{S}} = \sigma \underline{\mathbf{E}}$  und  $\underline{\mathbf{D}} = \varepsilon \underline{\mathbf{E}}$

Dabei sind  $\underline{\mathbf{H}}$  die *Magnetische Feld-Stärke*,  $\underline{\mathbf{E}}$  die *Elektrische Feld-Stärke*,  $\underline{\mathbf{S}}$  die *Strom-Dichte*,  $\underline{\mathbf{D}}$  die *Dielektrische Verschiebung*,  $\sigma$  die *Leitfähigkeit* des Materials,  $\varepsilon$  die *Influenz- bzw Dielektrizitäts-Konstante* des Materials und  $\underline{\mathbf{B}}$  die *Magnetische Induktion*. Diese beiden Gleichungen besagen in Worten :

( MG.1.1 ) Um einen *Elektrischen Strom* – egal ob Leitungs-Strom oder Verschiebe-Strom – windet sich immer ein *Magnetisches Feld*.

( MG.1.2 ) Durch jede *geschlossene Fläche* tritt ebensoviel *Magnetische Verschiebung* ein, wie wieder austritt. Es gibt also keine *freien* Magnetischen Ladungen.

Als Integral-Gleichung formuliert lautet es :

$$\oint \underline{\mathbf{H}} \cdot d\mathbf{r} = \int ( \underline{\mathbf{S}} + \partial \underline{\mathbf{D}} / \partial t ) \cdot d\mathbf{F} \quad ( \text{MG.1} )$$

Dabei sind  $\mathbf{r}$  der *Orts-Vektor* der *Randkurve* der vom *Strom* durchflossenen *Fläche F*,  $\underline{\mathbf{H}}$  die *Magnetischen Feld-Stärke* und  $\underline{\mathbf{S}}$  die *Strom-Dichte* und  $\underline{\mathbf{D}}$  die *Dielektrische Verschiebung*.

Diese Gleichung besagt in Worten :

***Das Umlauf-Integral der Magnetischen Feld-Stärke ist gleich der vom Integrations-Weg umfassten Konvektions- & Verschiebe-Ströme, d.h. der Durchflutung.***

Induktions-Gesetz ( 2. Maxwell'sches Gesetz ) :

Sein Physikalischer Inhalt lautet :

***Jedes sich ändernde Magnet-Feld erzeugt ein Elektrisches Wirbel-Feld, dessen Richtung aus dem Induktions-Gesetz folgt.***

Als Feld-Gleichungen formuliert lautet es :

$$( \text{MG.2.1} ) \quad \text{rot } \underline{E} = - \partial \underline{B} / \partial t$$

$$( \text{MG.2.2} ) \quad \text{div } \underline{D} = \rho$$

mit :  $\underline{B} = \mu^{\text{ind}} \underline{H}$  und  $\underline{D} = \varepsilon \underline{E}$

Dabei sind  $\underline{E}$  die *Elektrische Feld-Stärke*,  $\underline{B}$  die *Magnetische Induktion*,  $\underline{H}$  die *Magnetische Feld-Stärke*,  $\underline{D}$  die *Dielektrische Verschiebung*,  $\rho$  die *Elektrische Ladungs-Dichte*,  $\varepsilon$  die *Influenz- bzw Dielektrizitäts-Konstante* des Materials und  $\mu^{\text{ind}}$  die *Induktions-Konstante*. Diese beiden Gleichungen besagen in Worten :

( MG.2.1 ) Um einen *Magnetischen Verschiebe-Strom* windet sich ein *Elektrisches Feld*.

( MG.2.2 ) Wo *Elektrische Ladung* auftritt, bildet sich ein *Elektrisches Feld*, dass in jedem Volumen gerade durch die Verschiebung kompensiert wird.

Als Integral-Gleichung formuliert lautet es :

$$\oint \underline{S} \cdot d\underline{r} = - \int ( \partial \underline{B} / \partial t ) \cdot d\underline{F} \quad ( \text{MG.2} )$$

Dabei sind  $\underline{r}$  der *Orts-Vektor* der *Randkurve* der vom *Magnet-Feld* durchdrungenen *Fläche F*,  $\underline{B}$  die *Magnetische Induktion* und  $\underline{S}$  die *Strom-Dichte*. Diese Gleichung besagt in Worten :

***Das Umlauf-Integral der Elektrischen Feld-Stärke ist gleich der vom Integrations-Weg umfassten Änderung der Magnetischen Induktion.***<sup>1</sup>

### 8.5.3 Licht als Elektromagnetische Welle

Wie schon erwähnt, entdeckten *Jean-Baptiste Biot & Félix Savart*, dass ein in einem geraden Draht fließender Strom einen Magnetpol weder anzieht noch abstößt, sondern auf einem Kreis um den Draht herumzutreiben strebt. Die *Kraft-Stärke*  $|\underline{H}|$ , mit welcher die *Magnetische Feldstärke*  $\underline{H}$  dabei auf den Magnetpol einwirkt, ist :

$$c \cdot |\underline{H}| = I \cdot \ell / r^2$$

---

<sup>1</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ([70]), Kap. V.4 – V.8  
Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), Kap. 4.2.III  
Gerthsen / Kneser : „Physik“ ([280]), Kap. III.F, G + O  
Klaus Lunze : „Einführung in die Elektrotechnik“ ([474]), Kap. 3.1 + 3.2

wobei  $I$  die *Strom-Stärke*,  $\ell$  die *Länge* des stromdurchflossenen Drahtes,  $r$  der *Abstand* des Magnetpols vom Draht und  $c$  eine *Proportionalitäts-Konstante* ist, welche die Dimension einer *Geschwindigkeit* hat. Ihr exakter Wert wurde erstmals 1856 von *Wilhelm Weber & Friedrich Kohlrausch* bestimmt. Und diese stellten fest, dass ihr Wert exakt mit der *Lichtgeschwindigkeit* übereinstimmte.

Nachdem *Michael Faraday* schon 1834 entdeckt hatte, dass ein *polarisierter Lichtstrahl*, der einen durchsichtigen *magnetisierten Körper* passiert, seine *Polarisations-Ebene* wechselt, wenn er parallel zu den *Magnetischen Kraftlinien* verläuft, war dies ein weiteres Indiz für die Vermutung, dass der *Licht-Äther* und der *Träger der Elektromagnetischen Wellen* – also ein *Elektromagnetischer Äther* – identisch sein müssten. Den *experimentellen Beweis* für die *Identität* von *Licht* und *Elektromagnetischen Wellen* erbrachte schließlich *Heinrich Hertz* 1888 durch den Nachweis, dass sich Elektromagnetische Wellen *spiegeln* und zur *Interferenz* bringen lassen. Damit war dieses nunmehr *Welt-Äther* genannte Medium der *Träger aller elektrischen, magnetischen & optischen Erscheinungen*. Seine *Gesetzmäßigkeiten* werden durch die *Maxwell'schen Feld-Gleichungen* beschrieben.<sup>1</sup>

#### 8.5.4 Lichtgeschwindigkeit & Weltäther – Der Michelson-Morley-Versuch

Um mit den Worten von *Albert Einstein* zu sprechen „legte man sich ( bald ) die Frage vor, als was für eine Art *Körper* man sich den ( *Welt-*) *Aether* denken solle. Aehnelt er einer *Flüssigkeit* oder einem *fester Körper*? Die Thatsache der *Polarisierbarkeit* des Lichtes führe zu der Vorstellung, dass die Lichtschwingungen *transversale Schwingungen* seien, also Schwingungen, wie sie nur bei festen, nicht aber bei flüssigen Körpern auftreten. Dies führte zu der Auffassung, dass der ( *Welt-*) *Aether* eine Art *fester Körper* sei, d.h. ein Körper, der Gestaltänderungen bezw. Relativbewegungen seiner Teile gegen einander einen lebhaften Wi[e]rderstand entgegengesetzt. Er schien sich zu verhalten wie ein *alle ponderable Materie durchdringender quasistarrer Körper*.

Zu dieser Auffassung führte auch der fundamental wichtige Versuch von ( *Hyppolyte* ) *Fizeau* ( 1851 ), der die Frage beantworten sollte, ob bewegte Materie den im gleichen Volumen enthaltenen Lichtäther mitnimmt oder nicht. ... ( Das Ergebnis dieses Versuches ) drängte zu der Auffassung, dass der Lichtäther an der Bewegung der Materie überhaupt nicht teilnehme, dass vielmehr der Einfluss der Bewegung der Materie auf das Licht ... nicht durch Bewegung des Lichtäthers sondern auf andere, mehr indirekte Weise zu erklären ist.

Diese andere Erklärung wurde später von ( *Hendrik Antoon* ) *Lorentz* unter Festhaltung der Hypothese vom festen oder – wie man auch sagen kann – ruhenden Lichtäther in sehr vollkommener und befriedigender Weise gegeben. ... Die(se) Theorie des ruhenden Lichtäthers wurde vollends erfolgreich durch die bahnbrechenden Forschungen von ( *Hendrik Antoon* ) *Lorentz* ( 1895 ), welcher die Maxwell'sche Theorie vereinfachte und vertiefte und dieselbe zugleich mit allen damals bekannten elektromagnetischen und optischen Erfahrungen in Einklang brachte.

---

<sup>1</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ( [70] ), Kap. V.4 + V.9 – V.10

Seine Theorie beruht auf folgender Basis :

- a) Auch in der Materie ist nur der *Aether* ( nicht aber die Materie ) Sitz des *elektromagnetischen Feldes*.
- b) Die *Materie* ist nur dadurch *elektromagnetisch wirksam*, dass sie *Trägerin elektrischer Massen* ist, welche zusammen mit ihr ( bei Bewegung der Materie ) und relativ zu ihr ( beim Vorhandensein eines elektrischen Stromes, einer veränderlichen elektrischen Polarisierung, einer Magnetisierung ) beweglich sind.
- c) Inbezug auf ein *Koordinatensystem* gegen welches der *Lichtäther in Ruhe* ist gelten überall ( auch innerhalb der Materie ) die *Maxwell'schen Gleichungen* für das *Vakuum*.

... Eine fatale Seite aber schien der Lorentz'schen Theorie anzuhängen – nämlich der ruhende Lichtäther, welcher gewissermassen eine Verkörperung des von ( *Isaac* ) *Newton* eingeführten *Absoluten Raumes* war. Es drängt sich nämlich folgende Überlegung auf. Die *Erde* bewegt sich auf ihrer Bahn um die *Sonne* mit einer *Geschwindigkeit* von 30 km/Sek. Wie also auch der Bewegungszustand der Sonne gegenüber dem Aether sein mochte, sicher musste eine bedeutende Geschwindigkeit der Erde gegenüber dem Lichtmedium mindesten während eines Teils des Jahres vorhanden sein. Man kann dies auch so ausdrücken : der *Aether* strömt an uns, die wir auf der Erde sitzen, mit einer *sehr erheblichen Geschwindigkeit* ( mindestens 30 km ( p Sek )) vorbei bzw durch uns und durch die Erde hindurch ( *Aetherwind* ). War auch das Blasen dieses Windes nicht direkt zu spüren, so sollte er sich doch indirekt bei den *elektromagnetischen und optischen Experimenten* bemerkbar machen. So möchte man beispielsweise erwarten, dass die *Lichtgeschwindigkeit im Vakuum* in der *Richtung des Aetherwindes*  $c + v$ , in der entgegengesetzten  $c - v$  betrage, wenn  $v$  die *Geschwindigkeit* der Erde gegen den Aether bedeutet. Allgemein wäre zu erwarten, dass bei *optischen und elektromagnetischen Versuchen* auf der Erde die *Orientierung der Apparatur* gegen die *Richtung des Aetherwindes* von Einfluss wäre.

... Die verschiedensten Apparaturen, deren Gesamt-Orientierung relativ zur Richtung des Aetherwindes geändert werden konnte, und sich infolge der Erddrehung im Laufe eines Tages ja auch von selbst ändern musste, wurde untersucht. *Aber niemals konnte eine Effekt nachgewiesen werden, der als die Wirkung des Aetherwindes hätte aufgefasst werden können.*

( *Hendrik Antoon* ) *Lorentz* selbst sah mit aller Klarheit, dass dieser *negative Befund* eine *Thatsache von höchster Bedeutung* sei, mit der sich seine Theorie auseinanderzusetzen habe. Er bewies durch scharfsinnige Rechnungen, dass zufolge seiner Theorie der *Aetherwind* auf fast alle der wirklich ausführbaren und ausgeführten Versuche *keinen experimentell nachweisbaren Einfluss* haben konnte. Es beruhte dieser Nachweis auf dem Umstande, dass die Geschwindigkeit  $v$  des Aetherwindes so klein gegen die Lichtgeschwindigkeit  $c$  sei, dass die Grösse  $(v/c)^2$  als eine praktisch verschwindend kleine Verhältniszahl ( Grössenordnung ein Hundert-Millionstel ) sei.

Nur ein Experiment gab es, nämlich das berühmte von ( *Albert Abraham* ) *Michelson* ( 1881, mit noch grösserer Genauigkeit 1887 von ( *Albert Abraham* ) *Michelson* und ( *Edward Williams* ) *Morley* wiederholt ), dessen *Präzision* so gross war, dass es nach ( *Hendrik Antoon* ) *Lorentz*' Theorie zum *Nachweis des Aetherwindes* unbedingt hätte *genügen* müssen.

Es lohnt sich wo[h]l, das Wesentliche dieses Versuches zu überlegen ... . Es sei AB eine *Stange* von der *Länge*  $\ell$ . Es gehe ein *Lichtstrahl* von A nach B, werde bei B reflektiert und gelange wieder nach A zurück. Zu diesem *Weg* braucht das *Licht* die *Zeit*  $2\ell/c$ , falls die Stange relativ zum Aether *ruht*. Ist aber die Stange relativ zum Aether mit der Geschwindigkeit  $v$  *bewegt*, erhält man für diese *Zeit* einen von  $2\ell/c$  *verschiedenen Wert*, und zwar einen verschiedenen ( $\Delta_1$  bzw  $\Delta_2$ ), je nachdem der Stab in der *Richtung des Aetherwindes* oder *senkrecht zu dieser Richtung* orientiert ist. Man erhält durch elemen[ta]re Überlegung <sup>1</sup>

$$\Delta_1 = (2\ell/c) / (1 - (v/c)^2)$$

$$\Delta_2 = (2\ell/c) / \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

Bei dem Interferenzversuch von (Albert Abraham) Michelson hätte sich die *Zeitdifferenz*  $\Delta_1 - \Delta_2$  durch eine *Verschiebung von Interferenzstreifen* in einem Fernrohr äussern müssen, welche bei einer Drehung der ganzen Versuchsanordnung um  $90^\circ$  um die Vertikale hätte auftreten sollen. Der Erfolg blieb aber aus; auch diese allerfeinste Aether-Windfahne spürte den Aetherwind nicht.“  
(Einstein, [172], I.2 – I.4) <sup>2</sup>

Aus dem *Versuch von Michelson & Morley* muss man nun den Schluss ziehen, dass es in der *Elektrodynamik* einerseits im Gegensatz zur *Klassischen Mechanik* ein *ausgezeichnetes* Inertial-System – nämlich den *Welt-Äther* – gibt, sich dieser *Welt-Äther* aber andererseits *experimentell nicht nachweisen lässt*.

Diese Feststellung veranlasste *Albert Einstein* zu folgender *Erkenntnis-theoretischen Bemerkung*: „Eine Theorie hat nur dann einen physikalischen Inhalt, wenn die durch die Gleichungen verknüpften Grössen einen physikalischen Sinn haben; d.h. es muss genau festgelegt sein, wie diese Grössen aus Ergebnissen unmittelbarer Messung zu bestimmen sind. Fehlen derartige Festsetzungen von Beziehungen zwischen mathematischen Grössen der Theorie und Messungsergebnissen, so sagt die Theorie über die Natur nichts aus.“ (Einstein, [172], I.6) Und da Albert Einstein aus vielen Gründen fest davon überzeugt war, dass es *keine absolute Bewegung* gebe, formulierte er folgenden Lösungs-Ansatz: <sup>3</sup>

## 8.6 Die Spezielle Relativitätstheorie

„Die Spezielle Relativitätstheorie ist nichts anderes als eine widerspruchsfreie Verschmelzung der Ergebnisse der Maxwell-Lorentz'schen Elektrodynamik mit denjenigen der Klassischen Mechanik.“ (Albert Einstein, [172], I. Abs 1)

---

<sup>1</sup>) Gerthsen / Kneser: „Physik“ ([280]), Kap. XVII. § 2

<sup>2</sup>) Unterstreichung, *kursiv* und teilweise in Klammern ( ) von mir, *kursiv + unterstrichen* von Albert Einstein;

<sup>3</sup>) Ulrich Schröder: „Spezielle Relativitätstheorie“ ([688]), S. 7

## 8.6.1 Die Einstein'schen Axiome

### 8.6.1.1 Das Relativitäts-Prinzip der Speziellen Relativitätstheorie

Ohne Bezug auf den *Absoluten Raum* kann das *Relativitätsprinzip der Klassischen Mechanik* wie folgt formuliert werden : *Es gibt unendlich viele, relativ zueinander in Translations-Bewegungen befindliche gleichberechtigte Koordinaten-Systeme, in denen die Gesetze der Mechanik in ihrer einfachen klassischen Form gelten.*<sup>1</sup>

Dieses Relativitäts-Prinzip der Klassischen Mechanik hat *Albert Einstein* nun wie folgt auf die *Elektrodynamik* und die *gesamte Physik* übertragen :

„Führt man ausser [ einem ] Koordinatensystem *K* ein zweites *K'* ein, welches gegenüber *K* gradlinig, gleichförmig und drehungsfrei bewegt ist, ... so ... muss als Ausdruck der Erfahrung ( z.B. Michelson'scher Versuch ) angesehen werden : *Die Systeme *K'* und *K* sind inbezug auf das Gesetz der Lichtfortpflanzung gleichwertig.*“

„[ Wir ] verallgemeinern ... [ diesen ] Satz ... , indem wir den auch gemäss der *Newton'schen Mechanik* gültigen Satz aussprechen. *Geht man aus von einem »berechtigten« Koordinatensystem ( Inertialsystem der Klassischen Mechanik ) *K* , so ist jedes relativ zu *K* gleichförmig und drehungsfrei bewegte System *K'* mit *K* gleichwertig ; d.h. bezüglich *K'* lauten die Naturgesetze genau gleich wie bezüglich *K* ( Spezielles Relativitätsprinzip ).*“ ( Einstein, [172], I.5 )

Oder noch allgemeiner : *„Die Gesetze, nach denen sich die Zustände der physikalischen Systeme ändern, sind unabhängig davon, auf welches von zwei relativ zueinander in gleichförmiger Translations-Bewegung befindlichen Koordinatensystemen diese Zustandsänderungen bezogen werden.“*  
( Einstein, [166], I.2, S. 895 )<sup>2</sup>

### 8.6.1.2 Das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

„[ Es ] ... existiert [ nach der Lorentz'schen Theorie ] ein Koordinatensystem ( Bezugskörper ) *K* von bestimmtem Bewegungszustande, relativ zu welchem sich jeder Lichtstrahl durch materiefreie Räume ( Vakuum ) mit der Geschwindigkeit *c* ausbreitet. ( Dies folgt notwendig aus den Maxwell-Lorentz'schen Gleichungen des Elektromagnetischen Feldes. ) [D]iese[n] Satz wollen wir ... »Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit« nennen.“ ( Einstein, [172], I.5.a )<sup>3</sup>  
Oder kurz :

**„Die Lichtgeschwindigkeit ist unabhängig vom Bewegungszustand der Lichtquelle.“**

( Weyl, [805], S. 161 )

---

<sup>1</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ([70]), pp 57 – 60

<sup>2</sup>) kursiv & eckige Klammern [ ] von mir, runde Klammern ( ) von Albert Einstein ;

<sup>3</sup>) kursiv & eckige Klammern [ ] von mir, runde Klammern ( ) von Albert Einstein ;



## 8.6.2 Der Begriff der Gleichzeitigkeit und der Synchron-Lauf von Uhren

Die Feststellung, ob zwei Ereignisse „gleichzeitig“ sind oder nicht, scheint intuitiv keinerlei Schwierigkeit zu bereiten. Und nach *Albert Einstein* kommt man in den meisten Fällen mit der Feststellung aus: „Zwei Ereignisse sind gleichzeitig, wenn sie ein Beobachter gleichzeitig sieht.“ ([172], I.7) Nach Kap. 6.4.5.2.3 (S. 166) lässt sich dies weiter präzisieren zu: Zwei Ereignisse sind gleichzeitig, wenn ein Beobachter diese während des gleichen *Psychischen Moments* wahrnimmt. Damit hängt die Feststellung, ob zwei Ereignisse gleichzeitig sind oder nicht, aber von der *Zeit-Dauer* ab, welche die wahrgenommenen *Signale* brauchen, um die *Distanzen* zwischen den *Ereignissen* und den *Sinnes-Organen* des Beobachters zurückzulegen, d.h. von der *Signal-Geschwindigkeit*. Ist diese Signal-Geschwindigkeit für *mesokosmische Verhältnisse* sehr groß, wie etwa bei *Licht-Signalen*, so wird die Beurteilung, ob zwei verschiedene *mesokosmische Ereignisse* gleichzeitig stattfinden oder nicht, praktisch unabhängig vom Ort des Beobachters und der Ereignisse sein. Ist sie es jedoch nicht, wie etwa bei *Schall-Signalen*, so wird die Beurteilung, ob zwei Ereignisse gleichzeitig sind oder nicht, sehr wohl vom Ort des Beobachters und der Ereignisse abhängen. Sendet ein Ereignis verschiedenartige Signale mit verschiedener Signal-Geschwindigkeit aus, wie etwa eine *Gewitter-Entladung*, so wird ein Beobachter diese gar als zwei *zeitlich getrennte* Ereignisse, nämlich *Blitz & Donner*, wahrnehmen.

Würden nach *Albert Einstein* zwischen zwei verschiedenen Orten keinerlei *Physikalische Wechselwirkungen* stattfinden, so wäre es überhaupt unmöglich, die an einem Ort stattfindenden Ereignisse mit den an einem anderen Ort stattfindenden Ereignissen *zeitlich* zu verknüpfen. Es sei also klar, dass eine *Physikalische Definition* der *Gleichzeitigkeit* nur dadurch zu gewinnen sei, indem man zu dieser Definition den *Austausch* von irgendwelchen *Signalen* benutzt, welche eine *Verbindung* zwischen den *Ereignissen* an *verschiedenen Orten* herstellen. Als solche Signale eignen sich besonders *Licht-Signale* oder allgemeiner *Elektromagnetische Wellen*, weil sie einerseits *sehr weitreichend & schnell* sind – die schnellsten bekannten & handhabbaren weitreichenden Wechselwirkungen – und sie sich andererseits auch durch das *Vakuum* fortpflanzen.<sup>1</sup>

Während in Kap. 6.4.5.2.3 die *Psychische bzw. Kognitive Definition* des *Begriffs der Gleichzeitigkeit* beschrieben wurde, gibt *Albert Einstein* die folgende *Physikalische Definition*: „Alle die Definition der »Zeit« betreffenden Schwierigkeiten [ könnten ] dadurch überwunden werden ... , daß ... an Stelle der »Zeit« die »Stellung des kleinen Zeigers meiner Uhr« [ gesetzt wird ]. Eine solche Definition genügt in der Tat, wenn es sich darum handelt, eine *Zeit* zu definieren ausschließlich für den *Ort*, an welchem sich die Uhr eben befindet ; die Definition genügt aber *nicht mehr*, sobald es sich darum handelt, an *verschiedenen Orten* stattfindende Ereignis-Reihen miteinander *zeitlich zu verknüpfen*, oder – was auf dasselbe hinausläuft – *Ereignisse* zeitlich zu werten, welche in von der *Uhr entfernten Orten* stattfinden.“

„Befindet sich im Punkte *A* des Raumes eine *Uhr*, so kann ein in *A* befindlicher Beobachter die Ereignisse in der *unmittelbaren Umgebung* von *A* *zeitlich werten* durch Aufsuchen der mit diesen Ereignissen gleichzeitigen Uhrzeiger-Stellungen. Befindet sich auch im Punkt *B* des Raumes eine Uhr – ... von genau derselben

---

<sup>1</sup>) *Albert Einstein* : „Grundgedanken & Methoden der Relativitätstheorie“ ([172]), Kap. I.7

Beschaffenheit wie die in A befindliche – so ist auch eine zeitliche Wertung der Ereignisse in der unmittelbaren Umgebung von B durch einen in B befindlichen Beobachter möglich.

Es ist aber ohne weitere Festsetzung nicht möglich, ein Ereignis in A mit einem Ereignis in B zeitlich zu vergleichen, wir haben bisher nur eine »A-Zeit« und eine »B-Zeit« definiert. Die letztere Zeit kann nun definiert werden, indem man durch Definition festsetzt, dass die »Zeit«, welche das *Licht* braucht, um von A nach B zu gelangen, gleich ist der »Zeit«, welche es braucht, um von B nach A zu gelangen. Es gehe nämlich ein *Lichtstrahl* zur »A-Zeit«  $t_A$  von A nach B ab, werde zur »B-Zeit«  $t_B$  in B gegen A reflektiert und gelange zur »A-Zeit«  $t'_A$  nach A zurück.

Die beiden Uhren laufen definitionsgemäß *synchron*, wenn

$$t_B - t_A = t'_A - t_B \quad (SR 1)$$

[ Albert Einstein nimmt ] an, daß diese *Definition* des *Synchronismus* in widerspruchsfreier Weise möglich sei, und zwar für beliebig viele Punkte, daß also allgemein die Beziehungen gelten :

1. Wenn die *Uhr* in B *synchron* mit der *Uhr* in A läuft, so läuft auch die *Uhr* in A *synchron* mit der *Uhr* in B .
2. Wenn die *Uhr* in A *sowohl* mit der *Uhr* in B *als auch* mit der *Uhr* in C *synchron* läuft, so laufen auch die *Uhren* in B und C *synchron* relativ zueinander.

Wir haben so ... eine *Definition* von »gleichzeitig« und »Zeit« gewonnen. Die »Zeit« [ d.h. der *Zeit-Punkt* ] eines *Ereignisses* ist die mit dem Ereignis gleichzeitige Angabe einer am *Ort* des Ereignisses befindlichen, *ruhenden Uhr*, welche mit einer *bestimmten, ruhenden Uhr*, und zwar *für alle* Zeit-Bestimmungen mit der *nämlichen* [ d.h. *derselben* ] *Uhr, synchron* läuft.“ ( Einstein, [166], 893 – 894 )<sup>2</sup>

Die *Relativität* dieses so definierten *Gleichzeitigkeits-Begriffs* demonstriert *Albert Einstein* wie folgt : Gegeben sei ein *starrer Stab* mit den Enden A & B und dem Mittelpunkt M. Dieser Stab bewege sich relativ zu einem *Inertial-System* K mit *konstanter* Geschwindigkeit  $v$  in *Richtung* seiner *Längsachse*. Dann gibt es ein *Inertial-System* K' ( das *mitbewegte* Koordinaten-System ), in welchem der Stab *ruht*. An den Punkten A , B & M des Stabes seien *synchronisierte Uhren* angebracht, welche ebenfalls mit im *Inertial-System* K *ruhenden* Uhren *synchronisiert* sind, die sich an den entsprechenden Punkten im Raum befinden, welche die Punkte A , B & M gerade passieren. Letztere Uhren sind also ebenfalls *synchron* im *ruhenden* *Inertial-System*. Vom *Mittelpunkt* M des *gleichförmig bewegten* Stabes werde nun zum *Zeit-Punkt*  $t_M$  ( auf der Uhr im Mittelpunkt M ) ein *Licht-Signal* ausgesandt, welches zu den *Zeit-Punkten*  $t_A$  bzw.  $t_B$  ( auf den Uhren an den Endpunkten A bzw B ) an den *Endpunkten* A bzw. B *reflektiert* wird und zu den *Zeit-Punkten*  $t'_A$  bzw  $t'_B$  ( auf der Uhr im Mittelpunkt M ) wieder im *Mittelpunkt* M ankommt.

<sup>1</sup>) Streng betrachtet ist diese Bedingung noch nicht das *Synchronlaufen der Uhren* selbst, sondern erst die notwendige Voraussetzung dafür, dass zwei Uhren *synchronisierbar* sind !

<sup>2</sup>) Unterstreichung, *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, *kursiv + unterstrichen* von Albert Einstein ;

Auf Grund des *Prinzips der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.6.1.2: S. 363 ) und der *Gleichheit* der Strecken MA & MB im relativ zum Stab *ruhenden* Inertial-System K' empfängt der *mitbewegte Beobachter* im Mittelpunkt M die beiden *reflektierten Licht-Signale* nach den *Zeit-Intervallen* :

$$t'_{A(b)} - t_{M(b)} = 2 \cdot d(MA) / c$$

und

$$t'_{B(b)} - t_{M(b)} = 2 \cdot d(MB) / c$$

also *gleichzeitig* !

Der Beobachter im *ruhenden* Inertial-System K an demjenigen *Raum-Punkt*, den der *Mittelpunkt* des *Stabes* zum *Zeit-Punkt*  $t_M$  gerade *passiert*, empfängt die beiden *reflektierten Licht-Signale* nach den *Zeit-Intervallen* :

$$t'_{A(r)} - t_{M(r)} = 2 \cdot d(MA) / (c + v)$$

und

$$t'_{B(r)} - t_{M(r)} = 2 \cdot d(MB) / (c - v)$$

also nicht *gleichzeitig*, da ihm das *Stab-Ende A entgegenkommt*, sein *Licht-Signal* also für ihn eine *kürzere* Strecke zurückzulegen hat, und sich der *Stab-Anfang B* von ihm *entfernt*, sein *Licht-Signal* also für ihn eine *längere* Strecke zurückzulegen hat. In *beiden Fällen* seinen die *Längen* im *ruhenden* Inertial-System K gemessen.<sup>1</sup>

### 8.6.3 Inertial-Systeme & Lorentz-Transformation

In Kap. 8.5 ( S. 354 ) hatte sich gezeigt, dass die *Maxwell'schen Feld-Gleichungen* der *Elektrodynamik* gegenüber von *Galilei-Transformationen* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.3.3: S. 351 ) nicht *invariant* bzw *kovariant* sind. Soll dieses *Kovarianz-Prinzip* aber sowohl für die *Klassische Mechanik* wie auch für die *Elektrodynamik* gleichermaßen gelten, so müssen die Galilei-Transformationen durch andersartige Koordinaten-Transformationen ersetzt werden. Diese neuen Koordinaten-Transformationen müssen folgende Bedingungen erfüllen :

1. Das *Trägheits-Prinzip* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.3.1.3, N.2: S. 350 ) soll weiterhin in allen Inertial-Systemen gelten. Das bedeutet, die Koordinaten-Transformation muss jede *gradlinige gleichförmige Bewegung* wieder in eine solche Bewegung überführen. Damit sind nur *Lineare Transformationen*, d.h. Transformationen der Form :

$$x'_j = \sum a_{ij} \cdot x_i + b_i$$

mit  $i, j = 1..4$  zugelassen.

---

<sup>1</sup>) Albert Einstein : „Grundgedanken & Methoden der Relativitätstheorie“ ([172] ), Kap. I.7  
 Albert Einstein : „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“ ([166] ), Kap. I.1 – I.2  
 Dransfeld et al. : „Physik I – Newtonsche & Relativistische Mechanik“ ([156] ), Kap. 6.3.1

2. Das *Relativitäts-Prinzip* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.6.1.1: S. 363) soll ebenfalls weiterhin in allen Inertial-Systemen gelten. Das bedeutet, dass die Koordinaten-Transformationen vom Koordinaten-System  $K$  zum Koordinaten-System  $K'$  und diejenigen vom Koordinaten-System  $K'$  zum Koordinaten-System  $K$  *symmetrisch* sind, d.h.

$$(a_{ik}) \cdot (a_{jk}) = (a_{ki}) \cdot (a_{kj}) = (\delta_{ij})$$

3. Das *Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.6.1.2: S. 363) soll schließlich auch in allen Inertial-Systemen gelten. D.h. ein und derselbe Lichtstrahl soll sowohl relativ zu einem Koordinatensystem  $K$  als auch relativ zu einem anderen Koordinatensystem  $K'$  die Geschwindigkeit  $c$  haben. Das bedeutet, breitet sich eine Kugelwelle vom Ursprung des Koordinatensystems  $K$  gemäß der Gleichung :

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = c^2 t^2$$

aus, so gilt in jedem anderen Koordinaten-System  $K'$ , da die Lichtgeschwindigkeit in diesem Koordinaten-System ebenfalls  $c$  beträgt, auch :

$$x'_1{}^2 + x'_2{}^2 + x'_3{}^2 = c^2 t'^2$$

Die einzige Koordinaten-Transformation, die diese Bedingungen erfüllt, hat die Form :

$$\begin{aligned} \underline{x}' &= \underline{x} + (\gamma - 1) ((\underline{x} \cdot \underline{v}) \underline{v}) / v^2 - \gamma \underline{v} t & (\text{SR } 2) \\ t' &= \gamma (t - (\underline{x} \cdot \underline{v}) / c^2) \end{aligned}$$

mit  $\gamma := 1 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$

Sie wird auf Vorschlag von Albert Einstein & Henri Poincaré nach *Hendrik Antoon Lorentz* „Lorentz-Transformation“ genannt. Diese tritt an die Stelle der Galilei-Transformation der Klassischen Mechanik, welche nunmehr zu einem Spezialfall der Lorentz-Transformation für Geschwindigkeiten  $v \ll c$  wird.

Damit lässt sich das *Relativitäts-Prinzip der Speziellen Relativitätstheorie* auch folgendermaßen aussprechen :

***Alle Naturgesetze, sowohl die der Klassischen Mechanik  
wie auch die der Elektrodynamik und der Optik sind gegenüber  
von Lorentz-Transformationen invariant bzw. kovariant !<sup>1</sup>***

---

<sup>1</sup>) Albert Einstein : „Grundgedanken & Methoden der Relativitätstheorie“ ([172]), Kap. I.10 + 12  
 Albert Einstein : „Grundzüge der Relativitätstheorie“ ([174]), pp 32 – 39  
 Dransfeld et al. : „Physik I – Newtonsche & Relativistische Mechanik“ ([156]), Kap. 6.3.2  
 Ulrich Schröder : „Spezielle Relativitätstheorie“ ([688]), Kap. 3.4  
 Hans Jörg Dirschnid : „Tensoren und Felder“ ([153]), Kap. 4.3

## 8.6.4 Längen-Kontraktion & Zeit-Dilatation

Nach *Albert Einstein* kann man die *Länge* eines relativ zu einem Koordinaten-System *K* *ruhenden* Stabes  $S = AB$ , welcher sich relativ zu einem Koordinaten-System *K'* gradlinig & gleichförmig mit der Geschwindigkeit  $\underline{v}$  in *x*-Richtung bewegt, auf zwei verschiedene Weisen gemessen :

1. Durch den direkten Vergleich mit der *Länge* eines im Koordinaten-System *K* *ruhenden* Maßstabes *M*.

$$\ell_r = x_{BK} - x_{AK}$$

2. Durch die Bestimmung der Position der Endpunkte *A'* & *B'* des Stabes *S* im Koordinaten-System *K'* zum gleichen Zeitpunkt *t* und anschließendem Längen-Vergleich des *Abstandes* dieser beiden Messpunkte mit einem im Koordinaten-System *K'* *ruhenden* Maßstab *M'*.

$$\ell_b = x_{B'K'}(t) - x_{A'K'}(t)$$

Will man diese beiden Längen-Messungen nun miteinander vergleichen, so folgt auf Grund des *Relativitätsprinzips der Speziellen Relativitätstheorie* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.6.1.1: S. 363), der *Relativität der Gleichzeitigkeit* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.6.2: S. 364) und der *Lorentz-Transformation* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.6.3: S. 366) für die *Länge* des sich gradlinig & gleichförmig bewegenden Stabes, gemessen jeweils aus der Sicht eines *Beobachters*, welcher sich zu seinem Koordinaten-System in *Ruhe* befindet :

$$\ell_b = \ell_r \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad (\text{SR } 3)$$

Für den Beobachter im jeweils *ruhenden* Koordinaten-System erscheint die *Länge* eines sich relativ zu ihm gradlinig & gleichförmig *bewegenden* Stabes *verkürzt* zu sein, im Vergleich mit *demselben* Stab, wenn dieser relativ zu ihm *ruhen* würde. Dieses Phänomen nennt man die *Längen-Kontraktion*.

Die Länge eines Stabes kann man nicht nur durch Vergleich mit einem Maßstab messen, sondern auch durch die Messung der *Laufzeit*, welche das *Licht* benötigt, um *von einem Stabende zum anderen* zu gelangen. Auf Grund der vorgenannten Prinzipien und dem *Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.6.1.2: S. 363) folgt für die *Laufzeit des Lichtes*, gemessen mit einer *Uhr*, welche relativ zu einem Stab *ruht*, der sich seinerseits relativ zu einem *ruhenden* Beobachter in *gradliniger & gleichförmiger* Bewegung befindet, im Vergleich mit der *Laufzeit des Lichtes*, gemessen mit einer *Uhr*, die relativ zum *ruhenden* Beobachter ebenfalls *ruht* :

$$t_b = t_r \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad (\text{SR } 4)$$

Für den Beobachter im jeweils *ruhenden* Koordinaten-System erscheint der *Gang* einer sich relativ zu ihm gradlinig & gleichförmig *bewegenden* Uhr *verlangsamt* zu sein, im Vergleich mit einer Uhr, welche relativ zu ihm ebenfalls *ruht*. Dieses Phänomen nennt man die *Zeit-Dilatation*. Die mit einer relativ zu einem Körper bzw.

Inertial-System *ruhenden Uhr* gemessene Zeit nennt man die *Eigen-Zeit*  $\tau$  des Körpers bzw. Inertial-Systems.<sup>1</sup>

### 8.6.5 Geschwindigkeits-Addition in Bewegten Bezugs-Systemen

Die *Einstein'schen Axiome* und die *Lorentz-Transformation* haben ebenfalls Konsequenzen für die *Addition von Geschwindigkeiten* in *relativ zueinander bewegten* Inertial-Systemen. Bewegt sich ein Koordinaten-System  $K'$  relativ zu einem Koordinaten-System  $K$  gradlinig mit gleichförmiger Geschwindigkeit  $\underline{w}$  und ist  $\underline{v} = d\underline{x} / dt$  die Geschwindigkeit eines Körpers relativ zum Koordinaten-System  $K$  und  $\underline{v}' = d\underline{x}' / dt$  die Geschwindigkeit dieses Körpers relativ zum Koordinaten-System  $K'$ , so gilt für die Beziehung zwischen den Geschwindigkeiten  $\underline{v}$  &  $\underline{v}'$ :

$$\underline{v}' = \{ \underline{v} \sqrt{1 - \beta^2} + [(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) (\underline{v} \cdot \underline{w}) / w^2 - 1] \underline{w} \} / (1 - \underline{v} \cdot \underline{w} / c^2) \quad (\text{SR } 5)$$

mit  $\beta = v / c$ . Dieses *Relativistische Additions-Theorem der Geschwindigkeiten* tritt an die Stelle des Additions-Theorems der Klassischen Mechanik (Gl. 8.3.4-KM 2). Ein Beobachter im ruhenden Koordinaten-System misst also stets eine kleinere Geschwindigkeit als von der Klassischen Mechanik vorhergesagt. Und auf Grund der allgemein gültigen Ungleichungen:

$$|v| < c \ \& \ |v'| < c \ \Rightarrow \ |(v + v') / (1 - (v \cdot v') / c^2)| < c$$

ist auch bei noch so großen Relativ-Geschwindigkeiten *ausgeschlossen*, dass eine *Bewegung* im Koordinaten-System  $K'$  aus Sicht eines relativ zum Koordinaten-System  $K$  *ruhenden* Beobachters mit *Überlicht-Geschwindigkeit* erfolgt.<sup>2</sup>

### 8.6.6 Die Äquivalenz von Energie & Masse

Aus dem *Geschwindigkeits-Additions-Theorem der Klassischen Mechanik* (Gl. 8.3.4-KM 2) und dem *Trägheits-Prinzip* (Gl. 8.3.1.3-N.2) folgt, dass die *Beschleunigung* eines Körpers unabhängig davon ist, in welchem Inertial-System sie gemessen wird. Da nunmehr das *Relativistische Additions-Theorem der Geschwindigkeiten* an die Stelle des Klassischen Additions-Theorems tritt, muss dies auch Konsequenzen für das Verhalten *beschleunigter Körper* in Abhängigkeit von relativ zueinander sich in gradliniger & gleichförmiger Bewegung befindlichen Koordinaten-Systemen haben.

Soll das *Gesetz der Erhaltung des Impulses* auch weiterhin gelten, so kann die (*Träge*) *Masse* eines Körpers nicht länger eine von seiner *Geschwindigkeit unabhängige Größe* sein. Aus dem Impuls-Erhaltungs-Satz und dem Relativistischen

---

<sup>1</sup>) Albert Einstein : „Grundgedanken & Methoden der Relativitätstheorie“ ([172]), Kap. I.8  
 Dransfeld et al. : „Physik I – Newtonsche & Relativistische Mechanik“ ([156]), Kap. 6.3.4 – 5  
 Gerthsen / Kneser : „Physik“ ([280]), Kap. XVII. § 4

<sup>2</sup>) Ulrich Schröder : „Spezielle Relativitätstheorie“ ([688]), Kap. 3.5.4  
 Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), Kap. 4.3

Additions-Theorem der Geschwindigkeiten folgt deshalb für die *Relativistische (Träge) Masse*  $m(v)$  eines Körpers als *Funktion* seiner *Geschwindigkeit* :

$$m(v) = m(0) / \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad (\text{SR } 6)$$

wobei  $m(0) = m_0$  die *Ruhe-Masse (Ruhmasse)* des Körpers ist, d.h. seine Masse relativ zu demjenigen Koordinaten-System, in welchem dieser Körper *ruht*. Mittels der *Relativistischen (Trägen) Masse* lassen sich nunmehr der *Relativistische Impuls* und die *Relativistische Kraft* ableiten sowie die *Kinetische Energie* dieser Masse als die an ihr geleistete *Beschleunigungs-Arbeit*. Aus dieser wiederum ergibt sich der Satz von der *Äquivalenz von Energie & Träger Masse* :

$$E = m_0 \cdot c^2 / \sqrt{1 - v^2 / c^2} = m \cdot c^2 \quad (\text{SR } 7)$$

Die bei einer Beschleunigung geleistete Arbeit schlägt sich also in einer Zunahme der Relativistischen (Trägen) Masse nieder.<sup>1</sup>

## 8.6.7 Spezielle Relativitätstheorie und die Geometrien der Ebene

### 8.6.7.1 Die Galilei-Newton-Geometrie der Raum-Zeit

Aus *Geometrischer Sicht* ist die *Physikalische Welt* ein aus *Ereignissen* bestehender *4-dimensionaler Raum*, dessen Struktur durch die *Gesetze der Physik* festgelegt wird. Nach der Auffassung von *Isaac Newton* bilden der *Absolute Raum*, die *Absolute Zeit* und die *Euklidische Geometrie* die *Grundlagen* dieses *Physikalischen Weltbildes* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.3: S. 347). Durch diese sowie die *Newton'schen Axiome* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.3.1.3: S. 350) erhält diese *Physikalische Welt* die Struktur eines *Affinen Raumes*  $\mathcal{N}^4$ , welcher durch die *Trennung von Raum & Zeit* noch eine zusätzliche Struktur erhält.

Durch diese Trennung lässt sich der *Gang* der *Absoluten Zeit* als

$$\text{Skalar-Feld } t: \mathcal{N}^4 \rightarrow \mathbb{R} \quad (\text{GN } 1)$$

mit  $t = t(P)$  definieren, welche jedem *Ereignis*  $P \in \mathcal{N}^4$  den *Zeit-Punkt* zuordnet, zu welchem es geschieht. Das *Differential*  $dt$  dieser *Zeit-Funktion* ist eine *konstante Linear-Form* auf  $\mathcal{N}^4$  und bestimmt daher eindeutig eine *Zeitliche Abstands-Funktion*  $\Delta t$  auf dem  $\mathcal{N}^4$  eindeutig zugeordneten *Vektor-Raum*  $V_{\mathcal{N}^4}$  ( $\Rightarrow$  Kap. 8.3.1.2: S. 348), welche zwei Ereignissen  $P$  &  $Q$  die *Zeit-Dauer* zuordnet, welche zwischen diesen beiden Ereignissen vergeht :

$$\Delta t: V_{\mathcal{N}^4} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit: } \Delta t(P,Q) := t(Q) - t(P) \quad (\text{GN } 2)$$

Zwei Ereignisse  $P$  &  $Q$  geschehen *gleichzeitig*, wenn  $\Delta t(P,Q) = 0$  ist. Der *Kern* der Abbildung  $\Delta t$ ,  $\Delta t^{-1}(0)$  ist der *Raum aller gleichzeitigen Ereignisse*  $\mathcal{E}_0^4$ , ein

---

<sup>1</sup>) Max Born : „Die Relativitätstheorie Einsteins“ ( [70] ), Kap. VI.7 + 8  
 Dransfeld et al. : „Physik I – Newtonsche & Relativistische Mechanik“ ( [156] ), Kap. 6.5.1  
 Gerthsen / Kneser : „Physik“ ( [280] ), Kap. XVII. § 5

Teilraum des Vektor-Raumes  $V_{\mathcal{N}^4}$ , und dieser bestimmt durch eine *Projektions-Abbildung* :

$$i: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad \text{mit: } x_i^3 := x_i^4 \quad \forall i = 1..3 \quad (\text{GN } 3)$$

eindeutig einen *3-dim. Vektor-Raum*  $\mathcal{E}^3$ , welcher mit der *Metrik* :

$$|\underline{x}| := \sqrt{\sum_i x_i^2} \quad (\text{GN } 4)$$

$$(\text{EG } 1)$$

der in Kap. 8.3.1.2 (S. 348) beschriebene *3-dim. Euklidischen Vektor-Raum* ist. Damit lässt sich auf dem  $\mathcal{N}^4$  eindeutig zugeordneten *Vektor-Raum*  $V_{\mathcal{N}^4}$  auch eine *Räumliche Abstands-Funktion*  $\Delta l$  definieren, welche zwei *gleichzeitigen Ereignissen* P & Q die *Entfernung* bzw den *Abstand* bzw die *Distanz* zuordnet, welche diese beiden Ereignisse voneinander trennt :

$$\Delta l: V_{\mathcal{N}^4} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit: } \Delta l(P^4, Q^4) := |Q^3 - P^3| \quad (\text{GN } 5)$$

Dabei sind P & Q auf der *linken Seite* Elemente von  $\mathcal{E}_0^4$  und auf der *rechten Seite* Elemente von  $\mathcal{E}^3$ . Die *Euklidischen Vektor-Räume*  $\mathcal{E}_t^3$  – d.h. die den Räumen aller zum Zeit-Punkt t gleichzeitigen Ereignisse entsprechenden 3-dim. Vektor-Räume – modellieren den *Absoluten Raum* im Mechanistischen Weltbild des *Isaac Newton*.

Die auf diese Weise definierte *Geometrie* wird *Galilei-Newton-Geometrie* genannt und sie ist *invariant* bzw *kovariant* gegenüber den in Kap. 8.3.3 (S. 351) beschriebenen *Galilei-Transformationen*. Diese Transformationen bilden eine *Algebraische Gruppe*, welche *Galilei-Gruppe* genannt wird.

Die *Physikalische Welt* des *Mechanistischen Weltbildes* ist damit ein *4-dim. Affiner Raum* mit einer *Galilei-Newton-Geometrie*.<sup>1</sup>

### 8.6.7.2 Pseudo-Euklidische Vektorräume

In Kap. 8.3.1.2 (S. 348) wurde ein *Euklidischer Raum* als *Vektor-Raum* definiert, dessen *Metrik* von einen (symmetrischen) *Skalar-Produkt* abgeleitet ist. Dieses Skalar-Produkt zeichnet sich dadurch aus, dass es *positiv definit* ist, d.h. :

$$\forall \underline{x}, \underline{y} \in \mathbb{R}^3 \text{ gilt: } (\underline{x} \cdot \underline{y}) \geq 0$$

und :  $(\underline{x} \cdot \underline{y}) = 0 \Leftrightarrow \underline{x} = \underline{0} \vee \underline{y} = \underline{0}$  (PE 1)

woraus folgt :  $(\underline{x} \cdot \underline{x}) = 0 \Leftrightarrow \underline{x} = \underline{0}$

Analog wird ein Skalar-Produkt, für welches für alle  $\underline{x}, \underline{y} \in \mathbb{R}^3$  bei sonst gleichen Eigenschaften gilt :  $(\underline{x} \cdot \underline{y}) \leq 0$ , *negativ definit* genannt. Kann ein Skalar-Produkt dagegen bei sonst gleichen Eigenschaften sowohl *positive* wie auch *negative* Werte annehmen, so wird es *indefinit* genannt.

---

<sup>1</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), pp 226 ff  
Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ([805]), pp 148 – 149



Lässt sich auf einem Vektor-Raum ein *indefinites Skalar-Produkt* definierten, so nennt man einen solchen Vektor-Raum einen *Pseudo-Euklidischen (Vektor-) Raum*. Dieser hat die Eigenschaft, dass seine Vektoren *imaginäre Längen* haben können und folglich zwei Punkte in dem ihm zugeordneten *Affinen Raum* durch einen *imaginären Abstand* getrennt sein können. Ist  $\{\underline{e}_i\}$  eine *Orthonormale Vektorraum-Basis*, so haben diese Skalar-Produkte die allgemeine Form :

$$(\underline{x} \cdot \underline{y}) = \sum x_i y_j (\underline{e}_i \cdot \underline{e}_j)$$

mit :  $(\underline{e}_i \cdot \underline{e}_j) = \eta_j \delta_{ij} = g_{ij}$  (PE 2)

und :  $\delta_{ij} = 0$  für  $i \neq j$  und  $\delta_{ij} = 1$  für  $i = j$   
 $\eta_j = +1$  oder  $\eta_j = -1$

Dieses *Skalar-Produkt*  $[g_{ij}] = g$  ist als *Bilinear-Form* per definitionem ein *Kovarianter Tensor zweiter Stufe* und wird – da er die *Metrik* dieses Raumes definiert – der *Maß-Tensor* dieses Pseudo-Euklidischen Raumes genannt. Einen Pseudo-Euklidischen Raum mit  $\eta_0 = +1$  und  $\eta_i = -1$  für  $i \neq 0$  nennt man nach *Hendrik Antoon Lorentz* einen *Lorentz-Raum*.<sup>1</sup>

### 8.6.7.3 Die Lorentz-Einstein-Minkowski-Geometrie der Raum-Zeit

Einer der *Grundgedanken* der *Speziellen Relativitätstheorie* ist die *Untrennbarkeit* von *Raum & Zeit*, welchen *Hermann Minkowski* in folgende Worte gefasst hat : „Von Stund an sollen Raum und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.“ Hermann Minkowski hat deshalb die in Kap. 8.6.7.1 beschriebene *Galilei-Newton-Geometrie der Raum-Zeit* des *Mechanistischen Weltbildes* durch eine *neue Geometrie* der Raum-Zeit ersetzt, welche diesem Grundgedanken gerecht wird.

Diese gründet sich auf der Einführung einer *neuen Metrik*, welche auf der Tatsache beruht, dass die Lichtgeschwindigkeit in allen Inertial-Systemen konstant gleich  $c$  ist und folglich die Beziehung :

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = c^2 t^2 \quad (\text{LM 1})$$

gegenüber von Lorentz-Transformationen *invariant* bzw *kovariant* ist, d.h. :

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - c^2 t^2 = x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 - c^2 t'^2$$

gilt. Damit ergibt sich für den *Raum-Zeitlichen Abstand* zwischen zwei *Ereignissen* :

$$\Delta s : \mathcal{V}^4 \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit :} \quad \Delta s := \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 - c^2 \Delta t^2} \quad (\text{LM 2})$$

Führt man anstelle der *Koordinaten-Zeit*  $t$  die *Licht-Zeit*  $\ell := ct$  ein, so lässt sich dieser Abstand folgendermaßen schreiben :

$$\Delta s := \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 - \Delta \ell^2} \quad (\text{LM 3})$$

<sup>1</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), Kap. 1.7, 2.4 + 3.6

Ersetzt man jetzt noch die *reelle* Licht-Zeit  $\ell$  durch die *imaginäre* Licht-Zeit  $x_4 := i \ell$ , so wird dies zu :

$$\Delta s := \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \Delta x_4^2} \quad (\text{LM } 4)$$

Schließlich wurde  $x_4$  in  $x_0$  umbenannt und die *Vorzeichen* von  $\Delta x_1$  bis  $\Delta x_3$  und  $\Delta x_0$  miteinander vertauscht, sodass sich der *Raum-Zeitliche Abstand* mit  $\eta_0 = +1$  und  $\eta_i = -1$  für  $i = 1..3$  als :

$$\Delta s := \sqrt{\eta_i \Delta x_i^2} \quad (\text{LM } 5)$$

schreiben lässt. Dieser *4-dim. Affine Raum*, dessen zugeordneter *Vektor-Raum*  $V^4$  durch den *Maß-Tensor*  $g = [g_{ij}] = [\eta_j \delta_{ij}]$  die Struktur eines *Pseudo-Euklidischen Raumes* hat, wird nach seinem Geistigen Vater *Hermann Minkowski* als *Minkowski-Raum*  $\mathcal{M}^4$  bezeichnet. Er ist ein *4-dim. Lorentz-Raum*.

Da das durch diesen Maß-Tensor definierte *Skalar-Produkt* indefinit ist, können in diesem Raum *Vektoren* mit *imaginärer Länge* bzw. im zugeordneten Affinen Raum *Ereignisse* mit *imaginären Abständen* auftreten. Per definitionem nennt man

- Vektoren mit *reeller* Länge :                   Zeit-artige Vektoren
- Vektoren mit *imaginärer* Länge :       Raum-artige Vektoren       und
- Vektoren mit Länge *Null* :               Licht-artige Vektoren

Die Licht-artigen Vektoren bilden einen *4-dim. Kegel*, der *Licht-Kegel* genannt wird und der die Raum-artigen von den Zeit-artigen Vektoren trennt. Dies ist die geometrische Darstellung der Tatsache, dass kein *Materieller Körper* von Unter-Lichtgeschwindigkeit auf Über-Lichtgeschwindigkeit beschleunigt werden kann. Und auch dafür, dass ein *Ereignis* im Berühr-Punkt der beiden Kegel-Spitzen einerseits nur Ereignisse *beeinflussen* kann, durch welche es mit *Zeit-artigen* oder *Licht-artige Vektoren* mit *positiver* Richtung verbunden ist und andererseits nur durch Ereignisse *beeinflusst* werden kann, welche es durch *Zeit-artige* oder *Licht-artige Vektoren* mit *negativer* Richtung verbinden. Beispiele für *Zeit-artige Vektoren* sind neben den *4-dim. Verschiebungen Materieller Körper* die *Vierer-Geschwindigkeit*. Ein Beispiel für einen *Raum-artigen Vektor* ist die *Vierer-Beschleunigung*.

Die auf diese Weise definierte *Geometrie* wird *Lorentz-Einstein-Minkowski-Geometrie* genannt und sie ist *invariant* bzw *kovariant* gegenüber den in Kap. 8.6.3 (S. 366) beschriebenen *Lorentz-Transformationen*. Diese Transformationen sind *Drehungen* im Minkowski-Raum und bilden eine *Algebraische Gruppe*, welche *Homogene Lorentz-Gruppe* genannt wird. Diese ist eine *Unter-Gruppe* der *Poincaré-Gruppe*, welche zusätzlich noch die *Räumlichen Drehungen* und die *Verschiebungen in Raum & Zeit* umfasst.

Die *Physikalische Welt* ist damit aus Sicht der *Speziellen Relativitätstheorie* ein *4-dim. Affiner Raum* mit einer *Lorentz-Einstein-Minkowski-Geometrie*.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) Max Born :                   „Die Relativitätstheorie Einsteins“       ([70]),       Kap. VI.3 + 11  
Hans Jörg Dirschmid :       „Tensoren und Felder“                   ([153]),       pp 33 + 239 ff  
Ulrich Schröder :           „Spezielle Relativitätstheorie“       ([688]),       Kap. 3.4.4 + 5

## 8.7 Gauß'sche Flächentheorie & Riemann'sche Geometrie

### 8.7.1 Die Geometrie gekrümmter Flächen

Die in den Kapiteln 8.6.7.1 + 8.6.7.3 beschriebenen *Geometrien* haben mit der *Euklidischen Geometrie* gemeinsam, dass sie für  $\mathbb{R}^n := \mathbb{R}^2$  Geometrien *ebener Flächen*, also Geometrien der *Ebene* sind. Ihre Eigenschaften brauchen deshalb auf *gekrümmten Flächen* wie Kugeln, Ellipsoiden & Hyperboloiden nicht mehr zu gelten. Neben diesen regelmäßig gekrümmten Flächen gibt es sogar Flächen, deren *Krümmung* sich von *Punkt zu Punkt ändert*, wie etwa die *Topographische Erdoberfläche*. Ausgehend von der Landvermessung hat deshalb *Carl Friedrich Gauß* die von *René Descartes* begründete *Analytische Geometrie* auf *beliebig gekrümmte Flächen* übertragen.

Dazu ersetzte er als Erstes die beiden Systeme *paralleler Geraden* des *Cartesischen Koordinaten-Systems* durch zwei Systeme *beliebiger Kurven-Scharen*, welche aber nach wie vor die Eigenschaft besaßen, dass durch jeden Punkt der Fläche genau *eine* Kurve jeder Schar hindurch geht. Auf diese Weise können auch auf beliebig gekrümmten Flächen jedem Punkt *umkehrbar eindeutig* zwei Zahlen-Werte, seine *Koordinaten*, zugeordnet werden. Ein solches Koordinaten-System wird *Gauß'sches Koordinaten-System* genannt ( $\Rightarrow$  Kap. 8.2: S. 345).

Mathematisch lässt sich damit eine beliebige Fläche  $\mathcal{F}$  im *3-dim. Euklidischen Raum*  $\mathcal{E}^3 = \mathbb{R}^3$  *Gebiets-weise* durch drei hinreichend oft *stetig differenzierbare Funktionen*  $f_1, f_2, f_3$  definieren, die zusammen jedem Punkt der *Reellen Ebene*  $\mathbb{R}^2 (x_1, x_2)$  einen Punkt im 3-dim. Euklidischen Raum  $\mathcal{E}^3 = \mathbb{R}^3$  mittels

$$x = f_1(x_1, x_2), \quad y = f_2(x_1, x_2), \quad z = f_3(x_1, x_2)$$

*umkehrbar eindeutig* zuordnen, sodass gilt  $\mathcal{F} = \cup_j \text{Im}((f_i)_{G(j)})$  und  $\forall (x_1, x_2) \in \text{Def}((f_i)_{G(m)}) \cap \text{Def}((f_i)_{G(n)}) : (f_i)_{G(m)}(x_1, x_2) = (f_i)_{G(n)}(x_1, x_2)$ . Diese Definition nennt man eine *Parameter-Darstellung* der Fläche  $\mathcal{F}$ . Damit ist die Fläche bis auf stetige Koordinaten-Transformationen *eindeutig* bestimmt.

Da die drei Funktionen  $f_i$  *stetig differenzierbar* sind, lassen sich in jedem Punkt  $P \in \mathcal{F}$  mit den *Cartesischen Koordinaten*  $(x, y, z) \in \mathcal{E}^3$  die *Richtungs-Ableitungen* nach seinen *Gauß'schen Koordinaten*  $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ ,  $\partial f_i / \partial x_j$  bilden. Diese Richtungs-Ableitungen sind *Vektoren* des Euklidischen Vektor-Raumes  $\mathcal{E}^3$  und spannen als *Basis-Vektoren* einen *Teilraum* des  $\mathcal{E}^3$  auf, welcher eine *Tangential-Ebene*  $T_P^2$  der Fläche  $\mathcal{F}$  im Punkte  $P$  ist.

Da diese Tangential-Ebenen *Teilräume* des  $\mathcal{E}^3$  sind, ist auf ihnen ebenfalls ein *Skalar-Produkt* und eine aus diesem abgeleitete *Metrik* definiert. Sie sind deshalb ebenso wie  $\mathcal{E}^3$  *Metrische Räume*. Und da sie *Tangential-Ebenen*  $T_P^2$  der Fläche  $\mathcal{F}$  in den jeweiligen Punkten  $P$  sind, gelten diese Eigenschaften auch in gewissen *infinitesimalen Umgebungen* der Punkte  $P$  auf der Fläche  $\mathcal{F}$ .

Dadurch lassen sich *Skalar-Produkt & Metrik* des Euklidischen Raumes  $\mathcal{E}^3$  punktweise auf die *Fläche*  $\mathcal{F}$  übertragen und somit für jeden Punkt der Fläche drei Größen :

$$E := \sum_i (\partial f_i / \partial x_1) (\partial f_i / \partial x_1)$$

$$F := \sum_i (\partial f_i / \partial x_1) (\partial f_i / \partial x_2)$$

$$G := \sum_i (\partial f_i / \partial x_2) (\partial f_i / \partial x_2)$$

definieren, mit deren Hilfe sich wiederum eine *Infinitesimale Abstands-Funktion* in jedem Punkt der Fläche durch :

$$ds := \sqrt{E dx_1^2 + 2F dx_1 dx_2 + G dx_2^2} \quad (\text{GF 1})$$

definieren lässt. Die drei Größen  $E, F, G$  bestimmen also einen *Maß-Tensor* :

$$\mathbf{g} = [g_{ij}] = \begin{bmatrix} E & F \\ F & G \end{bmatrix} \quad (\text{GF 2})$$

auf der Fläche  $\mathcal{F}$ . Diese drei Größen werden deshalb die *Fundamental-Größen der Flächen-Theorie* genannt. Der so definierte Maß-Tensor *variiert* aber im Gegensatz zu einem Maß-Tensor in einem (Pseudo-) Euklidischen Raum von *Punkt zu Punkt* der Fläche. Skalar-Produkt & Metrik definieren also ein *Tensor-Feld* auf der Fläche  $\mathcal{F}$ . Durch *Integration* über  $ds$  lässt sich auch die *Länge*  $s(\ell)$  einer beliebigen Kurve  $s$  auf der Fläche  $\mathcal{F}$  definieren :

$$s(\ell) := \int ds = \int \left( \sqrt{\sum g_{ij} dx_i/d\ell dx_j/d\ell} \right) \cdot d\ell \quad (\text{GF 3})$$

Auch der Begriff der *Geraden* lässt sich auf beliebige Flächen im Euklidischen Raum  $\mathcal{E}^3$  übertragen. In der *Euklidischen Ebene* ist eine *Gerade* die *kürzeste Linie*, welche zwei beliebige Punkte dieser Ebene miteinander verbindet. Und eine *kürzeste Linie* auf der Fläche  $\mathcal{F}$  ist definiert durch :

$$\delta \int ds = 0 \quad (\text{GF 4})$$

Eine solche kürzeste Linie wird *Geodätische Linie* oder kurz *Geodäte* genannt.

Bewegt sich ein Materieller Körper *gradlinig & gleichförmig* durch den (Physikalischen) Raum, so *ändert* sich sein *Geschwindigkeits-Vektor*, welchen er mit sich führt, *nicht*. Geometrisch lässt sich dies als *Parallel-Verschiebung* des Geschwindigkeits-Vektors entlang der *Geraden* interpretieren. Eine *gradlinige gleichförmige Bewegung* definiert damit ein *Vektor-Feld* auf einer *Geraden*. Da die *Tangential-Vektoren* ein *Vektor-Feld* auf der Fläche  $\mathcal{F}$  definieren, auf welcher wiederum *geradeste Linien* in Form der *Geodäten* definiert sind, lässt sich der Begriff der *Parallel-Verschiebung* auch auf die Fläche  $\mathcal{F}$  übertragen, indem man einen *Tangential-Vektor* im Punkte  $P$  der Fläche  $\mathcal{F}$  entlang einer *Geodäte* auf der Fläche  $\mathcal{F}$  im *Euklidischen Raum*  $\mathcal{E}^3$  in einen beliebigen Punkt  $Q$  der Fläche  $\mathcal{F}$  *parallel verschiebt* und ihn anschließend in die *Tangential-Ebene*  $T_Q^2$  im Punkte  $Q$  projiziert. Ist diese Verschiebung nur *infinitesimal*, so ändert sich die *Länge* des Tangential-Vektors dabei nicht. Im Gegensatz zu einer Parallel-Verschiebung im

Euklidischen Raum ist eine Parallel-Verschiebung auf einer beliebigen Fläche allerdings vom *Verschiebungsweg* abhängig.

Analytisch sind *infinitesimale Parallel-Verschiebungen*  $d\underline{v}$  auf einer Fläche  $\mathcal{F}$  (*Kovariante*) *Richtungs-Ableitungen* eines auf der Fläche definierten *Vektor-Feldes*  $\underline{v}$  von *Tangential-Vektoren* nach einem *Vektor-Feld* von *Verschiebungs-Vektoren*  $\underline{u}$ :

$$\nabla_{\underline{u}} \underline{v} = d\underline{v}(\underline{u}) = \sum_i D v_i \partial_i \quad (\text{GF 5})$$

mit :

$$x = x_1, \quad y = x_2, \quad z = f(x_1, x_2)$$

$$\partial_i := \partial / \partial x_i$$

$$D v_i := d v_i + \sum_{jk} \Gamma_{jk}^i v_j dx_k = \sum_{jk} \partial v_i / \partial x_k + \Gamma_{jk}^i v_j dx_k$$

$$\Gamma_{jk}^i := (1/w^2) \cdot \partial f / \partial x_i \cdot \partial f / \partial x_j \cdot \partial f / \partial x_k \cdot dx_k$$

$$w := \sqrt{1 + \partial f / \partial x_1 + \partial f / \partial x_2}$$

für welche die Bedingung  $D v_i = 0$  gilt. Die so definierte Abbildung zwischen Tangential-Ebenen einer beliebig gekrümmten Fläche ist ein *Vektor-Raum-Isomorphismus* zwischen den Tangential-Ebenen und bestimmt eindeutig eine *Affine Abbildung* zwischen diesen Tangential-Ebenen. Man bezeichnet diesen Sachverhalt als *Affinen Zusammenhang* der Fläche  $\mathcal{F}$  und nennt die Größen  $\Gamma_{jk}^i$  die *Koeffizienten* dieses Affinen Zusammenhangs.

Da also die *Metrik* auf einer beliebig gekrümmten Fläche von der Metrik der *Tangential-Ebenen* abhängt und diese durch die *Ersten Richtungs-Ableitungen* der Fläche definiert sind, ist das *Tensor-Feld* der *Maß-Tensoren* eine *Funktion* dieser *Ersten Richtungs-Ableitungen* der Fläche. Der *Affine Zusammenhang* hängt dagegen von der *Veränderung* der *Neigung* der Tangential-Ebenen von Punkt zu Punkt der Fläche, d.h. von der *Flächen-Krümmung* ab und ist damit eine *Funktion* der *Ersten und Zweiten Richtungs-Ableitungen* der Fläche. Allerdings ist es auch möglich, einen *Affinen Zusammenhang* axiomatisch zu definieren, ohne Bezug auf ein *Skalar-Produkt* zu nehmen.<sup>1</sup>

## 8.7.2 Einige Begriffe der Kartographie

Wie im vorhergehenden Kapitel bereits erwähnt wurde, hat *Carl Friedrich Gauß* die *Geometrie gekrümmter Flächen* ausgehend von der *Landvermessung* entwickelt. Bei der *Kartographie* muss die *Topographische Erdoberfläche* bzw. die *Oberfläche der Erdkugel* auf die *ebene Fläche* von *Landkarten* abgebildet werden. Dies entspricht der *Umkehrung* der im vorhergehenden Kapitel beschriebenen Definition beliebig gekrümmter Flächen im 3-dim. Euklidischen Raum  $\mathcal{E}^3$ .

---

<sup>1</sup>) Albert Einstein : „Grundgedanken & Methoden der Relativitätstheorie“ ([172]), Kap. II.20  
Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), pp 107 ff + 325 ff + 386 ff  
Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ([805]), Kap. II.11

Geometrisch lässt sich damit eine *Karte*  $\mathcal{K} = (G, \kappa)$  als *stetige & hinreichend oft differenzierbare Bijektive Abbildung*  $\kappa$  definieren, die ein *Gebiet*  $G$  einer beliebigen *Fläche*  $\mathcal{F}$  im 3-dim. Euklidischen Raum  $\mathcal{E}^3$  in die *Euklidische Ebene*  $\mathcal{E}^2$  abbildet. Auf diese Weise ist zusammen mit einem beliebigen Punkt  $O \in G$  ein *Gauß'sches Koordinaten-System*  $\mathcal{K} = (O, \mathcal{K})$  auf dem Gebiet  $G$  definiert. Die Abbildung  $\kappa$  wird deshalb auch *Koordinaten-Abbildung* genannt.

Zwei Karten  $\mathcal{K}$  &  $\mathcal{K}'$ , deren *Definitions-Bereiche* sich *überlappen*, heißen *verträglich*, wenn gilt :

$$\forall P \in \text{Def}(\kappa) \cap \text{Def}(\kappa') : P = \kappa^{-1} \circ \kappa'(P) = \kappa'^{-1} \circ \kappa(P)$$

Eine Menge  $A$  *verträglicher Karten*  $\mathcal{K}_i = (G_i, \kappa_i)$  nennt man einen *Atlas* der Fläche  $\mathcal{F}$ , wenn jeder Punkt  $P$  der Fläche  $\mathcal{F}$  im *Definitions-Bereich* *mindestens einer Karte* liegt.<sup>1</sup>

### 8.7.3 Tangential-Räume Differenzierbarer Mannigfaltigkeiten

Im Laufe des in der 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts und der 1. Hälfte des 20. Jahrhunderts stattfindenden *Abstraktions-Prozesses* in der *Mathematik* ( $\Rightarrow$  Kap. 4.5.7: S. 55 + 4.5.8: S. 59) wurde diese *Gauß'sche Flächentheorie* nun verallgemeinert. Eine beliebige Fläche  $\mathcal{F}$  im 3-dim. Euklidischen Raum  $\mathcal{E}^3$  lässt sich durch *Abstraktion* als *zusammenhängende Punkt-Mannigfaltigkeit*  $M$  auffassen, auf der eine *Topologie* definiert ist, und in welcher das *Hausdorff'sche Trennungs-Axiom* gilt.

Damit lässt sich auf einer *Offenen Teilmenge*  $U \subset M$  eine hinreichend oft stetig differenzierbare *Koordinaten-Abbildung* :

$$\kappa : U \rightarrow \mathbb{R}^n$$

und damit auch eine *Karte*  $\mathcal{K} = (U, \kappa)$  und zusammen mit einem Punkt  $O \in U$  ein *Gauß'sches Koordinaten-System*  $\mathcal{K} = (O, \mathcal{K})$  auf der *Offenen Umgebung*  $U$  des Punktes  $O$  definieren.

Ein *Atlas*  $A$  der Punkt-Mannigfaltigkeit  $M$  ist dann durch :

$$A := \cup \mathcal{K}_i = \cup (U_i, \kappa_i)$$

mit lauter *verträglichen Karten*  $\mathcal{K}_i$  definiert. Weiterhin lässt sich auf dieser Mannigfaltigkeit  $M$  durch eine *stetige* Abbildung :

$$\omega : M \rightarrow \mathbb{R}$$

---

<sup>1</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), pp 100 ff + 278 ff  
 Ulrich Schröder : „Gravitation“ ([689]), Kap. 4.1

ein *Skalar-Feld* definierten. Und da die Koordinaten-Abbildung  $\kappa$  *bijektiv* ist, erhält man dadurch auch eine hinreichend oft *stetig differenzierbare* Abbildung :

$$\omega \circ \kappa^{-1} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

Ein *Skalar-Feld*  $\omega$  heißt *stetig differenzierbar*, wenn die Abbildung  $\omega \circ \kappa^{-1}$  *stetig differenzierbar* ist. Und damit lassen sich in jedem Punkt  $P \in M$  die *Richtungs-Ableitungen* nach seinen *Gauß'schen Koordinaten*  $(x_i) \in \mathbb{R}^n$ ,  $\partial \omega \circ \kappa^{-1} / \partial x_i$  bilden. Diese Richtungs-Ableitungen sind *Tangential-Vektoren* der *Punkt-Mannigfaltigkeit*  $M$ , welche als *Basis-Vektoren* einen *n-dim. Vektor-Raum* aufspannen, den *Tangential-Raum*  $T_P^n(M)$  im Punkte  $P$ . Ist eine zusammenhängende Punkt-Mannigfaltigkeit  $M$ , auf welcher das Hausdorff'sche Trennungs-Axiom gilt, durch einen *vollständigen Atlas*  $A$  kartiert und haben alle Tangential-Räume  $T_P^n(M)$  dieser Punkt-Mannigfaltigkeit die *maximale Dimension*  $N$ , so nennt man  $M$  eine *N-dimensionale Differenzierbare Mannigfaltigkeit*.<sup>1</sup>

#### 8.7.4 Der Riemann'sche Raum

Lässt sich nun für jeden Punkt  $P$  einer Differenzierbaren Mannigfaltigkeit  $M$  im diesem Punkt zugeordneten *Tangential-Raum*  $T_P(M)$  ein *Skalar-Produkt* mit *gleichem Index* definierten und sind diese Bilinear-Formen :

$$(\cdot \cdot)_P : T_P(M) \times T_P(M) \rightarrow \mathbb{R} \quad (\text{RG 1})$$

differenzierbar, so nennt man die so auf der Differenzierbaren Mannigfaltigkeit  $M$  definierte Bilinear-Form ein *Skalar-Produkt* auf  $M$ . Eine solche Differenzierbare Mannigfaltigkeit nennt man nach ihrem Geistigen Vater *Bernhard Riemann* einen *Riemann'schen Raum*  $\mathfrak{R}$ . Seine *Dimension*  $N$  ist die Dimension der zu Grunde liegenden *Mannigfaltigkeit*  $M$ . Ist das Skalar-Produkt *positiv definit*, so nennt man diese Mannigfaltigkeit einen *Riemann'schen Raum im engeren Sinne*. Ist das Skalar-Produkt dagegen *indefinit*, so spricht man von einem *Pseudo-Riemann'schen Raum*.

Da die Menge aller *Linearen Abbildungen* bzw *Linear-Formen* :

$$\alpha : V \rightarrow \mathbb{R}$$

eines Vektor-Raumes  $V$  in seinen Grund-Körper  $\mathbb{R}$  selbst wieder ein *Vektor-Raum*  $V^*$  ist, der *Dual-Raum* genannt wird, lässt sich auf dem *Cartesischen Produkt*  $V^* \times V$  ein *allgemeines Skalar-Produkt* :

$$\langle \cdot \cdot \rangle : V^* \times V \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} : \langle \alpha \cdot \underline{x} \rangle := \alpha(\underline{x}) \quad (\text{RG 2})$$

definieren. Der *Dual-Raum* des *Tangential-Raumes*  $T_P(M)$  wird *Kotangential-Raum*  $T_P^*(M)$  genannt und er wird von den zu den Basis-Vektoren  $\partial_i := \partial / \partial x_i$

---

<sup>1</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), pp 100 ff + 278 ff  
Ulrich Schröder : „Gravitation“ ([689]), Kap. 4.1

*Dualen Basis-Vektoren*  $dx^i$  aufgespannt, da die Koordinaten-Differenziale *Linear-Formen* sind. Die *Vektoren* eines *Tangential-Raumes* werden *Kontravariante Vektoren* genannt und ihre *Koordinaten* werden mit *oberen Indizes* ( $x^i$ ) gekennzeichnet (obwohl die *Kontravarianten Basis-Vektoren* einen *unteren Index* tragen!). Die *Vektoren* des *Kotangential-Raumes* werden *Kovariante Vektoren* genannt und ihre *Koordinaten* werden mit *unteren Indizes* ( $x_i$ ) gekennzeichnet (obwohl die *Kovarianten Basis-Vektoren* einen *oberen Index* tragen!).

Mit Hilfe dieser Skalar-Produkte lässt sich nun ein *Tensor-Feld*  $g(P)$  und mit diesem eine *Metrik* auf einem Riemann'schen Raum  $\mathfrak{R}$  definieren. Der *Maß-Tensor*  $g$  dieses Tensor-Feldes hat die

$$\text{Kovariante Form : } [g_{ij}(P)] := [(\partial/\partial x_i \cdot \partial/\partial x_j)_P] \quad \text{bzw die}$$

$$\text{Kontravariante Form : } [g^{ij}(P)] := [(dx^i \cdot dx^j)_{*P}]$$

sowie die beiden *gemischten Formen* : (RG 3)

$$[g^i_j(P)] := [\langle dx^i \cdot \partial/\partial x_j \rangle_P]$$

$$[g_i^j(P)] := [\langle \partial/\partial x_i \cdot dx^j \rangle_P]$$

Der *Maß-Tensor* wird auch *Metrischer Fundamental-Tensor* genannt. Die durch diesen Maß-Tensor definierte *Metrik* lautet :

$$ds := \sqrt{\sum g_{ij}(P) dx^i dx^j} \quad \text{(RG 4)}$$

Und durch *Integration* über  $ds$  lässt sich damit auch die *Länge*  $s(\ell)$  einer beliebigen Kurve  $s$  im Riemann'schen Raum  $\mathfrak{R}$  definieren :

$$s(\ell) := \int ds = \int (\sqrt{\sum g_{ij}(P) dx^i/d\ell dx^j/d\ell}) \cdot d\ell \quad \text{(RG 5)}$$

Damit lässt sich auch der Begriff der *Geodätischen Linie* bzw *Geodäte* durch :

$$\delta \int ds = 0 \quad \text{(RG 6)}$$

in einem Riemann'schen Raum  $\mathfrak{R}$  definieren. Auf Grund der *Differenzierbarkeit* der dem Riemann'schen Raume  $\mathfrak{R}$  zu Grunde liegenden *Mannigfaltigkeit*  $M$  lässt sich durch :

$$\hat{\mathcal{K}}(\partial_k, \partial_\ell) \partial_j := \underline{d}^2 \partial_j(\partial_k, \partial_\ell) \quad \text{(RG 7)}$$

auf der Mannigfaltigkeit  $M$  eine *Raum-Krümmung*  $\hat{\mathcal{K}}$  definierten und mit Hilfe der Skalar-Produkte der nach *Bernhard Riemann & Elwin Christoffel* benannte *Riemann-Christoffel-Tensor* bzw. *Riemann'sche Krümmungs-Tensor*  $\mathcal{R}$  in *einfach kontravarianter & dreifach kovarianter Form* durch :

$$\mathcal{K}(dx^i, \partial_j, \partial_k, \partial_\ell) := \langle dx^i \cdot \hat{\mathcal{K}}(\partial_k, \partial_\ell) \partial_j \rangle := [R^i_{jkl}] \quad \text{(RG 8)}$$



woraus mit Hilfe des Maß-Tensors  $g$  :

$$\Gamma_{jk}^i := \sum_{\ell} \frac{1}{2} g^{i\ell} (\partial_{g_{\ell j}} / \partial x_k + \partial_{g_{\ell k}} / \partial x_j - \partial_{g_{jk}} / \partial x_{\ell}) \quad (\text{RG 9})$$

$$R_{ijk\ell} = \partial \Gamma_{j\ell}^i / \partial x_k - \partial \Gamma_{jk}^i / \partial x_{\ell} + \sum_h \Gamma_{hk}^i \Gamma_{j\ell}^h - \sum_h \Gamma_{h\ell}^i \Gamma_{jk}^h \quad (\text{RG 10})$$

folgt. Die *rein kovariante Form* des *Krümmungs-Tensors* lautet :

$$\mathcal{K}(\partial_i, \partial_j, \partial_k, \partial_{\ell}) := (\partial_i \cdot \mathcal{K}(\partial_k, \partial_{\ell}) \partial_j) := [R_{ijk\ell}] \quad (\text{RG 11})$$

woraus :

$$R_{ijk\ell} = \partial \Gamma_{ij\ell} / \partial x_k - \partial \Gamma_{ijk} / \partial x_{\ell} + \sum_h \Gamma_{jk}^h \Gamma_{hi\ell} - \sum_h \Gamma_{j\ell}^h \Gamma_{hik} \quad (\text{RG 12})$$

folgt. Die *Koeffizienten*  $\Gamma_{jk}^i$  definieren durch :

$$\nabla_{\partial_j} \partial_i := \Gamma_{jk}^i \cdot \partial_k \quad (\text{RG 13})$$

einen *Affiner Zusammenhang* auf dem Riemann'schen Raum  $\mathfrak{R}$  .

Auf Grund der *Torsions-Freiheit* eines Riemann'schen Raumes beschreibt der *Riemann'sche Krümmungs-Tensor*  $\mathcal{R}$  alleine die *Abweichung* eines Riemann'schen Raumes von einer *flachen Mannigfaltigkeit*. Ist der Riemann'sche Krümmungs-Tensor *identisch gleich Null*, so gibt es um *jeden Punkt*  $P$  der zugehörigen Mannigfaltigkeit eine *Umgebung*  $U$  sowie ein *Koordinaten-System*  $K$  für diese Umgebung, sodass die *Basis-Vektoren*  $\partial_i(P)$  auf der Umgebung  $U$  *konstant* und die *Koeffizienten* des *Affinen Zusammenhangs* auf dieser Umgebung folglich *identisch gleich Null* sind. Schließlich kann man das Koordinaten-System so wählen, dass es in *jedem Punkt* der Umgebung  $U$  *geodätisch* ist. Ein *flacher* Riemann'scher Raum besitzt *lokal* eine *Euklidische Struktur*.

Während man durch Wahl eines geeigneten Koordinaten-Systems die *ersten Partiellen Ableitungen* der Koordinaten des *Maß-Tensors* in einem festen Punkt alle zum *Verschwinden* bringen kann, ist es *nicht* möglich, *gleichzeitig* auch alle *zweiten Partiellen Ableitungen* zum *Verschwinden* zu bringen, wenn der Raum *nicht flach* ist. Der Grund dafür ist, dass sich die *zweiten Partiellen Ableitungen* in einem entsprechenden Koordinaten-System alleine mit Hilfe der *Koordinaten des Krümmungs-Tensors* auf *lineare Weise* ausdrücken lassen. Dies bedeutet umgekehrt, dass *jeder Tensor*, dessen *Koordinaten* von den *zweiten Partiellen Ableitungen* des *Maß-Tensors* linear abhängen, in linearer Weise mit Hilfe des *Maß-Tensors*  $g$  und des *Krümmungs-Tensors*  $\mathcal{K}$  dargestellt werden kann. Dem *Riemann-Christoffel-Tensor* bzw. *Riemann'schen Krümmungs-Tensor*  $\mathcal{R}$  kommt deshalb auch der Rang eines *Fundamental-Tensors* zu.

Die *geometrische Bedeutung* des *Krümmungs-Tensors* tritt in der *Abhängigkeit* der *Parallel-Verschiebung* vom *Wege* zutage. Diese *Wege-Abhängigkeit* bedeutet, dass die *Parallel-Verschiebung* eines Vektors längs einer – auch infinitesimal kleinen – geschlossenen Kurve *nicht* zum *selben Vektor* im Ausgangs-Punkt zurück führt.

Aufgrund der *Symmetrie-Eigenschaften* des Riemann'schen Krümmungs-Tensors lässt sich dieser auf genau eine Weise zu einem *nicht verschwindenden Tensor zweiter Stufe* durch :

$$R_{ij} := \sum_k R^k_{ikj} \quad (\text{RG 14})$$

verjüngen bzw kontrahieren, welcher nach *Gregorio Ricci-Curbastro Ricci-Tensor*  $\mathcal{R}$  genannt wird. Dessen gemischte Form  $R^i_i$  lässt sich weiter zu einem Skalar  $R$  verjüngen, welcher *Krümmungs-Invariante* genannt wird.<sup>1</sup>

## 8.8 Das Elektromagnetische Feld in der Relativistischen Elektrodynamik

### 8.8.1 Die Elektromagnetischen Feld-Gleichungen in Kovarianter Form

In Kap. 8.5.2 wurde das *Skalare Potential* eines *Elektrischen Feldes*  $\underline{E}$  durch die Integral-Gleichung :

$$\mathcal{P}_E = (1 / 4 \pi \epsilon_0) \int (\rho / r) dV \quad (\text{ES 6})$$

und das *Vektor-Potential* des *Magnetischen Feldes*  $\underline{H}$  durch die Integral-Gleichung :

$$\underline{\mathcal{P}}_M = (\mu_0^{\text{ind}} / 4 \pi) \int (\underline{S} / r) dV \quad (\text{MS 5})$$

beschrieben. Definiert man durch  $\underline{\mathcal{P}}_{EM} = (\mathcal{P}^\mu) := (\mathcal{P}_E, \underline{\mathcal{P}}_M)$  das *Vierer-Potential*, dann lassen sich die Komponenten des *Elektrischen Feldes*  $\underline{E}$  und der *Magnetischen Induktion*  $\underline{B}$  mittels :

$$F_{\mu\nu} := \partial \mathcal{P}_\nu / \partial x^\mu - \partial \mathcal{P}_\mu / \partial x^\nu \quad (\text{RE 1})$$

durch :

$$\begin{aligned} \underline{E} &:= (F_{10}, F_{20}, F_{30}) && \text{und} \\ \underline{B} &:= (F_{23}, F_{31}, F_{12}) \end{aligned}$$

definieren. Auf diese Weise werden die Elektrischen & Magnetischen Feld-Größen zu einem *einheitlichen Elektromagnetischen Feld* zusammengefasst, welches durch den 2-stufigen kovarianten schiefsymmetrischen Tensor :

$$F = [F_{\mu\nu}] = \begin{bmatrix} 0 & E_1 & E_2 & E_3 \\ -E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ -E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ -E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{RE 2})$$

welcher *Faraday'scher Feld-Tensor* genannt wird, beschrieben wird.

---

<sup>1</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), Kap. 2.4 + 5.5 + 5.7  
Ulrich Schröder : „Gravitation“ ([689]), Kap. 5.

Definiert man durch  $(S^\mu) := (\rho, \underline{S})$  den *Vierer-Strom*, so lassen sich die *Maxwell'schen Feld-Gleichungen* in *Kovarianter Form* wie folgt formulieren :

$$(MG.1) \quad \underline{\text{rot}} \mathcal{F} = (\partial F_{\mu\nu} / \partial x^\lambda + \partial F_{\nu\lambda} / \partial x^\mu + \partial F_{\lambda\mu} / \partial x^\nu) = 0 \quad (RE 3)$$

$$(MG.2) \quad \underline{\text{div}} \mathcal{F} = (\sum_\nu \partial F^{\mu\nu} / \partial x_\nu) = \mu_0^{\text{ind}} (S^\mu) \quad (RE 4)$$

Die erste Gleichung besagt, dass es weder „*Ladungen*“ noch „*Leitungs-Ströme*“ des *Magnetismus* gibt, die zweite Gleichung besagt, dass die *Quellen* des *Elektromagnetischen Feldes* die vorhandenen *Elektrischen Ladungen & Ströme* sind.

## 8.8.2 Elektromagnetische Wellen

Aus den *Maxwell'schen Gleichungen* (Gl. 8.5.2.3-MG.1.1 – MG.2.2) folgt, dass das Verhalten des *Elektrischen Potentials*  $\mathcal{P}_E$  und des *Magnetischen Potentials*  $\mathcal{P}_M$  eines *Elektromagnetischen Feldes*  $\mathcal{F}$  durch die beiden Differential-Gleichungen :

$$(1/c^2) \cdot \partial^2 \mathcal{P}_E / \partial t^2 - \underline{\Delta} \mathcal{P}_E = \rho / \epsilon_0 \quad (RE 5)$$

$$(1/c^2) \cdot \partial^2 \mathcal{P}_M / \partial t^2 - \underline{\Delta} \mathcal{P}_M = \mu_0^{\text{ind}} \underline{S} \quad (RE 6)$$

beschrieben wird. Diese linearen inhomogenen Partiellen Differential-Gleichungen gehören zum Typ der *Wellen-Gleichungen*, denen folglich auch die *Elektrische Feld-Stärke*  $\underline{E}$  und die *Magnetische Induktion*  $\underline{B}$  gehorchen :

$$(1/c^2) \cdot \partial^2 \underline{E} / \partial t^2 - \underline{\Delta} \underline{E} = -\mu_0^{\text{ind}} \underline{S} / \partial t - (1/\epsilon_0) \cdot \underline{\text{grad}} \rho \quad (RE 7)$$

$$(1/c^2) \cdot \partial^2 \underline{B} / \partial t^2 - \underline{\Delta} \underline{B} = \mu_0^{\text{ind}} \underline{\text{rot}} \underline{S} \quad (RE 8)$$

Die Fortpflanzung des Elektromagnetischen Feldes mit Lichtgeschwindigkeit drückt sich in der charakteristischen *Zeit-Abhängigkeit* der Lösungen der Wellen-Gleichung aus. Die Differential-Gleichungen Gl. RE 5 + Gl. RE 6 werden durch die *Potential-Gleichungen* :

$$\mathcal{P}_E = (1/4\pi\epsilon_0) \int (\rho_-(t-r/c)/r) dV \quad (RE 9)$$

$$\mathcal{P}_M = (\mu_0^{\text{ind}}/4\pi) \int (\underline{S}_-(t-r/c)/r) dV \quad (RE 10)$$

erfüllt, welche an die Stelle der beiden Integral-Gleichungen Gl. 8.5.2.1-ES 6 + Gl. 8.5.2.2-MS 5 treten. Ihnen ist zu entnehmen, dass die *Elektromagnetischen Feld-Größen* im Auf-Punkt zu einem gewissen Zeit-Punkt  $t$  nicht von den Ladungs- & Strom-Dichten in *diesem Augenblick* abhängen, sondern von dem Zustand, der um die *Zeit-Spanne*  $r/c$  zurückliegt.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), pp 224 – 225 + 252 – 255  
 Ulrich Schröder : „Spezielle Relativitätstheorie“ ([688]), Kap.7.3 + 7.6  
 Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ([805]), Kap. II.21 + II.25

## 8.9 Die Allgemeine Relativitätstheorie

### 8.9.1 Die Einstein'schen Axiome

#### 8.9.1.1 „Der glücklichste Gedanke seines Lebens“

Nachdem englische Sonnen-Finsternis-Expeditionen im Jahre 1919 bestätigt hatten, dass Lichtstrahlen im Gravitations-Feld der Sonne abgelenkt werden, wurde *Albert Einstein* gebeten, seine *Relativitätstheorien* und ihre Entwicklung auch für interessierte Laien verständlich kurz darzustellen. In dieser Darstellung ([172]), welche aber wegen ihrer Länge dann so nicht veröffentlicht wurde, beschreibt er die Grund-Idee, welche ihn zur Aufstellung der *Allgemeinen Relativitätstheorie* motivierte, wie folgt :

„Bei der Aufstellung der Speziellen Relativitätstheorie hat für [ Albert Einstein ] der folgende ... Gedanke über die Faraday'sche magnet-elektrische Induktion eine führende Rolle gespielt : Bei der Relativbewegung eines Magneten gegenüber einem elektrischen Stromkreise wird nach [ *Michael* ] *Faraday* in letzterem ein elektrischer Strom induziert. Ob der Magnet bewegt wird oder der Leiter, ist gleichgültig ; es kommt nur auf die Relativbewegung an. Nach der Maxwell-Lorentz'schen Theorie ist aber die theoretische Deutung des Phänomens in beiden Fällen eine sehr verschiedene :

Ist der Magnet bewegt, so existiert im Raume ein zeitlich veränderliches magnetisches Feld, welches nach [ *James Clark* ] *Maxwell* geschlossene elektrische Kraftlinien, d.h. ein physikalisch reales elektrisches Feld erzeugt ; dieses elektrische Feld setzt dann die beweglichen elektrischen Massen innerhalb des Leiters in Bewegung.

Ist aber der Magnet in Ruhe und der Stromkreis bewegt, so entsteht kein elektrisches Feld ; der Strom im Leiter entsteht vielmehr dadurch, dass die mit ihm beweglichen Elektrizitäten infolge ihrer (mechanisch erzwungenen) Bewegung relativ zum magnetischen Felde eine von [ *Hendrik Antoon* ] *Lorentz* hypothetisch eingeführte elektromotorische Kraft erleiden.

Der Gedanke, dass es sich hier um zwei wesens-verschiedene Fälle handle, war [ Albert Einstein ] aber unerträglich. Der Unterschied zwischen beiden konnte nach [ Albert Einstein's ] Überzeugung nur ein Unterschied in der Wahl des Standpunktes sein, nicht aber ein realer Unterschied. Vom Magneten aus beurteilt, war sicherlich kein elektrisches Feld vorhanden, vom Stromkreis aus beurteilt war sicher ein solches vorhanden. Die Existenz des elektrischen Feldes war also eine relative, je nach dem Bewegungszustand des benutzten Koordinatensystems, und nur dem elektrischen und magnetischen Felde zusammen konnte, abgesehen vom Bewegungszustande des Beobachters, bzw. Koordinatensystems, eine Art objektiver Realität zugestanden werden. Die[se] Erscheinung der magnetelektrischen Induktion zwang [ Albert Einstein ] dazu, das (Spezielle) Relativitätsprinzip zu postulieren.

Als [ Albert Einstein ] (i. J. 1907) mit einer zusammenfassenden Arbeit über die Spezielle Relativitätstheorie für das »Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik« beschäftigt war, da musste [ er ] auch versuchen, die Newton'sche Gravitationstheorie so zu modifizieren, dass ihre Gesetze in die Theorie hineinpassten. In dieser Richtung unternommene Versuche zeigten zwar die Durchführbarkeit dieses Unternehmens, befriedigten [ Albert Einstein ] aber nicht, weil sie auf physikalisch unbegründete

Hypothesen gestützt werden mussten. Da kam [ Albert Einstein ] der glücklichste Gedanke [s]eines Lebens in folgender Form :

Das Gravitationsfeld hat ... in ähnlicher Weise nur eine relative Existenz wie das durch magnetoelektrische Induktion erzeugte elektrische Feld. Denn für einen vom Dache eines Hauses frei herabfallenden Beobachter existiert während seines Falles – wenigstens in seiner unmittelbaren Umgebung – kein Gravitationsfeld. Lässt der Beobachter nämlich irgend welche Körper los, so bleiben sie relativ zu ihm im Zustand der Ruhe bzw. gleichförmigen Bewegung, unabhängig von ihrer besonderen chemischen und physikalischen Natur. Der Beobachter ist also berechtigt, seinen Zustand als »Ruhe« zu deuten. ... Er hat vielmehr das Recht, ... seine Umgebung bezüglich der Gravitation als feldfrei zu betrachten.“ ( Einstein, [172], Abs. 15 )<sup>1</sup>

Diese Einsicht veranlasste *Albert Einstein* folgende zwei Axiome zur postulieren :

### 8.9.1.2 Das Relativitäts-Prinzip der Allgemeinen Relativitätstheorie

„Die Klassische Mechanik und die Spezielle Relativitätstheorie kennen berechnete Koordinatensysteme ( Inertialsysteme ) und nicht berechnete Koordinatensysteme. Relativ zu ersteren sollen die Naturgesetze ( z.B. das Trägheitsgesetz und der Satz von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ) gelten, relativ zu letzteren nicht. Vergebens fragt man nach dem objektiven Grund für diese Verschiedenwertigkeit der Systeme ; man ist genötigt, sie durch eine selbstständige, höchst sonderbare Eigenschaft des Raum-Zeit-Kontinuums zu erklären. Nur ungern gab sich [ Isaac ] *Newton* mit dieser Auffassung ( »Absoluter Raum« ) zufrieden, glaubte aber im Vorhandensein der Zentrifugalwirkung einen objektiven Beweis für dieselbe in der Hand zu haben.

Aber *Ernst Mach* erkannte als erster die Schwäche dieses Arguments. ... [E]ine Theorie, in welcher alle Bewegungszustände von Koordinatensystemen prinzipiell gleichwertig erscheinen, muss vom erkenntnistheoretischen Gesichtspunkte aus als weit befriedigender gelten. Diese Gleichwertigkeit wollen wir unter dem Namen »Allgemeines Relativitäts-(-Postulat)-Prinzip« den folgenden Betrachtungen zugrunde legen.“ ( Einstein, [172], Abs. 16 )<sup>2</sup>

Oder kurz :

**„[ Es ] liegt [ also ] die Hypothese zugrunde, dass das Relativitätsprinzip auch für relativ zueinander beschleunigte Koordinatensysteme gelte.“**

( Einstein, [172], S. 266 )<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>) *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, runde Klammern ( ) & *kursiv + unterstrichen* von Albert Einstein ;

<sup>2</sup>) *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, runde Klammern ( ) von Albert Einstein ;

<sup>3</sup>) *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir ;

### 8.9.1.3 Die Äquivalenz von Schwerer & Träger Masse

Nach dem in Kap. 8.9.1.1 (S. 383) gesagten kann man nach *Albert Einstein* „auch umgekehrt von einem Raum ausgehen, in welchem kein Gravitationsfeld herrscht. Relativ zu einem Inertialsystem  $K$  verhält sich in diesem Raum ein von anderen Massen hinlänglich entfernter materieller Punkt beschleunigungsfrei. Führt man aber ein relativ zu  $K$  gleichförmig beschleunigtes Koordinatensystem  $K'$  (gleichförmig beschleunigte Paralleltranslation) ein, so ist  $K'$  *kein Inertialsystem* im Sinne der Klassischen Mechanik bzw der Speziellen Relativitätstheorie. Jeder von anderen Massenpunkten hinlänglich entfernte Massenpunkt ist bezüglich  $K'$  gleichförmig beschleunigt. Von  $K$  aus beurteilt ist natürlich die *Beschleunigung des Systems  $K'$*  die Ursache jener Relativbeschleunigung des Massenpunktes gegen  $K'$ ; und es ist im Sinne der Klassischen Mechanik, wie sie bisher aufgefasst wurde, diese Interpretation die einzig mögliche. Wir können aber auch  $K'$  als berechtigtes (»ruhendes«) System auffassen und die Beschleunigung der Massen relativ zu  $K'$  auf ein den ganzen Raum erfüllendes *statisches Gravitationsfeld* zurückführen. Diese Interpretation ist wieder möglich auf Grund der Erfahrungsthat, dass in einem Gravitationsfelde (wie relativ zu  $K'$ ) alle Körper in gleicher Weise fallen. ... Dabei liegt die Hypothese zugrunde, dass das *Relativitätsprinzip* auch für *relativ zu einander beschleunigte Koordinatensysteme* gelte [  $\Rightarrow$  Kap. 8.9.1.2: S. 384 ], und dass die relativ zu  $K'$  herrschenden physikalischen Eigenschaften des Raumes einem *Gravitationsfelde* völlig gleichwertig seien ( Äquivalenz-Hypothese ).

... [ Die Erfahrungs-] That, dass alle Körper im Gravitationsfelde ... kann auch in einer zweiten, besonders markanten Form ausgesprochen werden. Nach dem *Newton'schen Bewegungsgesetz* geschieht der Fall der Körper [ im Gravitationsfelde ] nach der Gleichung :

$$\langle \text{Kraft der Erdschwere} \rangle = \langle \text{Träge Masse} \rangle \times \langle \text{Fall-Beschleunigung} \rangle$$

Andererseits ist aber :

$$\langle \text{Kraft der Erdschwere} \rangle = \langle \text{Schwere Masse} \rangle \times \langle \text{Intensität des Schwere-Feldes} \rangle$$

[ mit Intensität des Schwere-Feldes  $\triangleq$  Feld der Erdschwere ] In diesen Gleichungen bedeutet »Träge Masse« die für die *Trägheits-Wirkung* des betrachteten Körpers maßgebende, »Schwere Masse« die für das Einwirken eines *Schwere-Feldes* auf denselben Körper maßgebende Konstante, welche [ ihrer Definition nach voneinander völlig unabhängige ] Konstanten ... sind. Aus beiden Gleichungen ergibt sich :

$$\langle \text{Schwere Masse} \rangle \times \langle \text{Intensität d. Schwere-Feldes} \rangle = \langle \text{Träge Masse} \rangle \times \langle \text{Fall-Beschleunigung} \rangle$$

Damit nun das der Erfahrung entsprechende Gesetz gelte :

$$\langle \text{Fall-Beschleunigung} \rangle = \langle \text{Intensität d. Schwere-Feldes} \rangle$$

muss gelten :

$$\langle \text{Träge Masse} \rangle = \langle \text{Schwere Masse} \rangle$$

Die Erfahrungsthatſache vom gleichen Fallen aller Körper [ im Gravitationsfelde ] kann also im Geiſte der *Newton'schen Mechanik* aus als

**Satz von der Gleichheit der Tr gen und Schweren Masse**

aufgefaſst werden, der vom Standpunkt der Newton'schen Mechanik aus durchaus keine Selbſtverſt ndlichkeit bedeutet.“ (Einstein, [172], Abs. 15)<sup>1</sup>

### 8.9.2 Der Physikalische Inhalt der Allgemeinen Relativitätstheorie

Aus den beiden Einstein'schen Axiomen folgt nun, daſſ jede gradlinige & gleichförmige Trägheits-Bewegung aus Sicht eines beschleunigten Koordinaten-Systems als krummlinig & ungleichförmig erſcheint, ſo als wären Gravitations-Kräfte dafür verantwortlich. Da man einerſeits in kleinen Raum-Bezirken ein Schwere-Feld als homogen anſehen kann und andererseits eine krummlinige Bewegung durch abschnittsweise gradlinige Bewegungen approximiert werden kann, wenn man zu geeigneten beschleunigten Koordinaten-Systemen übergeht, *relativiert* ſich der *Begriff* der *gradlinigen Bewegung*. Damit verſchmelzen die Begriffe der *reinen Trägheits-Bewegung* und der *Bewegung in einem Schwere-Feld* aus der *Gravitations-Theorie* von *Isaac Newton* zu einer *Trägheits-Bewegung im allgemeinen Sinne*.

Wenn aber zwischen den Wirkungen von *Trägheit* und *Gravitation* kein Unterschied mehr beſteht, ſo müssen beide eine in den *Eigenschaften des Raumes begründete gemeinsame Ursache* haben. Diese gemeinsame Ursache nennt *Hermann Weyl* das „*Führungs-Feld*“. Der *physikalische Inhalt* der *Allgemeinen Relativitätstheorie* lässt ſich deſhalb nach *Hermann Weyl* ſo formulieren : „Die Bewegung eines Körpers kommt dynamisch zuſtande durch den Kampf zwischen **Kraft** und **Führung** ; das *Führungs-Feld* iſt eine mit der Materie in Wechselwirkung ſtehende *Realität* ; die *Gravitation* gehört zur *Führung* und nicht zur *Kraft*.“ ([805], S. X.)<sup>2</sup>

In Kap. 8.7.1 (S. 374) wurde bereits erwähnt, daſſ ſich die *Trägheits-Bewegung* eines Materiellen Körpers im Physikalischen Raum geometriſch als *Parallel-Verschiebung* ſeines *Geschwindigkeits-Vektors* interpretieren lässt und diese Parallel-Verschiebung durch den *Affinen Zusammenhang* in einem *Riemann'schen Raum* determiniert iſt. Und da die *verallgemeinerte Trägheits-Bewegung* eines Materiellen Körpers durch das *Führungs-Feld* beſtimmt iſt, lässt ſich dieses Führungs-Feld durch einen *Affinen Zusammenhang* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.7.4: S. 378) beſchreiben.

In der Klassiſchen Mechanik bzw. Speziellen Relativitätstheorie iſt die Trägheits-Bewegung durch :

$$(d^2x_i / dt^2) = \underline{0} \quad \text{bzw} \quad (d^2x^\mu / d\tau^2) = \underline{0} \quad (\text{AR 1})$$

beſchreiben. Dabei ſind  $x_i$  mit  $i = 1..3$  die drei Raum-Koordinaten und  $t$  die Zeit-Koordinate bzw  $x_\mu$  mit  $\mu = 0..3$  die vier Raum-Zeit-Koordinaten und  $\tau$  die Eigen-Zeit.

---

<sup>1</sup>) *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, runde Klammern ( ) & *kursiv + unterstrichen* von Albert Einstein ;

<sup>2</sup>) Unterstreichung & *kursiv* von mir, **fett** von Hermann Weyl ;

Bei der *verallgemeinerten Trägheits-Bewegung* treten an die Stelle der Gleichungen Gl. AR 1 die Gleichungen :

$$\left( d^2 x^\mu / d\tau^2 + \sum_{\nu\lambda} \Gamma^\mu_{\nu\lambda} dx^\nu/d\tau \cdot dx^\lambda/d\tau \right) = \underline{0} \quad (\text{AR } 2)$$

Dabei laufen die griechischen Indices von 0..3 und die Koeffizienten des Affinen Zusammenhangs  $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}$  sind durch :

$$\Gamma^\mu_{\nu\lambda} := \sum_i \frac{1}{2} g^{\mu i} \left( \partial g_{i\nu} / \partial x_\lambda + \partial g_{i\lambda} / \partial x_\nu - \partial g_{\nu\lambda} / \partial x_i \right) \quad (\text{AR } 3)$$

definiert (Gl. 8.7.4-RG 9). Ihre Gesamtheit bildet jedoch keinen Tensor !  
Damit ist :

$$\left( K_T^\mu \right) := - \left( \sum_{\nu\lambda} \Gamma^\mu_{\nu\lambda} dx^\nu/d\tau \cdot dx^\lambda/d\tau \right) \quad (\text{AR } 4)$$

der Ausdruck für die „Trägheits-Kraft“. Das Tensor-Feld des *Maß-Tensors*  $g$  ist folglich das *Potential* der *Führungs-Feldes* und seine Komponenten  $g^{\mu\nu}$  bestimmen sowohl das Verhalten von *Maß-Stäben & Uhren* wie auch die *Trägheits- & Gravitations-Erscheinungen* und damit das *physikalische Verhalten* der *Raum-Zeit* !<sup>1</sup>

## 8.9.3 Die Nahwirkungs-Theorie der Gravitation

### 8.9.3.1 Der Energie-Impuls-Tensor der Materie

In den Kapiteln 8.4 bzw 8.5.2.1 wurden das *Newton'sche Gravitations-Gesetz* bzw. das *Coulomb'sche Gesetz* der *Elektrostatischen Anziehung & Abstoßung* wie folgt beschrieben :

$$|\underline{K}_G| = g m_1 m_2 / r^2 \quad (\text{NG } 1)$$

$$|\underline{K}_E| = (1 / 4 \pi \epsilon_0) q_1 q_2 / r^2 \quad (\text{ES } 1)$$

und in beiden Fällen ließen sich diese Kräfte wie folgt zerlegen :

$$\underline{K}_G = m_S \cdot \underline{G} \quad (\text{NG } 2)$$

$$\underline{K}_E = q \cdot \underline{E} \quad (\text{ES } 3)$$

wobei  $m_S$  die „Schwere“ der *Trägen Masse*  $m$  und  $q \triangleq e$  die *Elektrische Ladung* eines *geladenen Materiellen Körpers*  $Q$  ist.

Nach Kap. 8.9.2 (S. 386) lässt sich die *Vierer-Kraft*  $(K_G^\mu)$ , welche das *Führungs-Feld* auf eine sich bewegende *Masse*  $m$  ausübt, durch :

$$\left( K_G^\mu \right) = - m \cdot \left( \sum_{\nu\lambda} \Gamma^\mu_{\nu\lambda} dx^\nu/d\tau \cdot dx^\lambda/d\tau \right) \quad (\text{AR } 5)$$

---

<sup>1</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), pp 433  
 Albert Einstein : „Grundgedanken & Methoden der Relativitätstheorie“ ([172]), Kap. II.21  
 Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ([805]), pp X. + 220 – 221 + 222 + 226



beschreiben. Und auch dieser Ausdruck ist wieder völlig analog zum kovarianten Ausdruck für die *Vierer-Kraft* ( $K_E^\mu$ ), welche das *Elektromagnetische Feld* auf eine *Elektrische Ladung*  $e$  ausübt :

$$(K_E^\mu) = -e \cdot (\sum_\nu F_{\mu\nu} dx^\nu/d\tau) \quad (\text{AR 6})$$

In der *Relativistischen Mechanik* wird die *Bewegung der Materie* durch die Tensor-Gleichungen :

$$K^i = c^2 \cdot \sum_\lambda \partial T_M^{i\lambda} / \partial x_\lambda \quad \& \quad K^0 = 0 \quad (\text{AR 7})$$

beschrieben mit  $i = 1..3$ ,  $\lambda = 0..3$  und dem *Massen-Tensor* :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_M = [T_M^{\nu\lambda}] &:= \mu_0 \cdot [dx^\nu/ds \cdot dx^\lambda/ds] \\ &= \mu_0 / c^2 \cdot [dx^\nu/d\tau \cdot dx^\lambda/d\tau] \end{aligned} \quad (\text{AR 8})$$

wobei  $\mu_0$  die *Ruhe-Massen-Dichte*,  $c$  die *Lichtgeschwindigkeit* und  $\tau$  die *Eigen-Zeit* sind. Der Tensor :

$$c^2 \cdot \mathcal{T}_M = c^2 \cdot [T_M^{\nu\lambda}] \quad (\text{AR 9})$$

wird *Energie-Impuls-Tensor* der *Materie* genannt. Seine *Divergenz* Gl. AR 7 ist die (infinitesimale) *Kraft-Dichte* der *Eingepägten Kraft*.

In analoger Weise wird in der *Relativistischen Elektrodynamik* die *Kraft-Dichte* des *Elektromagnetischen Feldes* durch die Tensor-Gleichungen :

$$K^\nu = - \sum_\lambda \partial T_S^{\nu\lambda} / \partial x_\lambda \quad (\text{AR 10})$$

beschrieben mit  $\nu, \lambda = 0..3$  und dem *Energie-Tensor* :

$$\mathcal{T}_S = [T_S^{\lambda\nu}] := (1/\mu_0^{\text{ind}}) \cdot [\sum_{\alpha\beta} g^{\lambda\alpha} F_{\alpha\beta} F^{\beta\nu} + 1/4 g^{\lambda\nu} \sum_{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}] \quad (\text{AR 11})$$

wobei  $\mu_0^{\text{ind}}$  die *Magnetische Induktions-Konstante* im Vakuum,  $F_{\alpha\beta}$  die Komponenten des *Faraday'schen Feld-Tensors* des *Elektromagnetischen Feldes* und  $g^{\lambda\nu}$  die Komponenten des *Maß-Tensors*  $g$  sind. Alle Indices laufen von 0..3. Der Tensor  $\mathcal{T}_S$  ist der *Energie-Impuls-Tensor* des *Elektromagnetischen Feldes*.

Dieser Energie-Tensor  $\mathcal{T}_S$  lässt sich in einen Energie-Tensor des *Feldes*  $\mathcal{T}_F$  und einen solchen der *geladenen Materie*  $\mathcal{T}_L$  zerlegen, d.h. :

$$\mathcal{T}_S := \mathcal{T}_F + \mathcal{T}_L \quad (\text{AR 12})$$

Schließlich lassen sich der *Energie-Tensor*  $\mathcal{T}_S$  und der *Massen-Tensor*  $\mathcal{T}_M$  zum *Energie-Tensor der Materie*  $\mathcal{T}_E$  vereinigen, d.h. :

$$\mathcal{T}_E := \mathcal{T}_S + \mathcal{T}_M \quad (\text{AR 13})$$

Definiert man das *Riemann'sche Volumen-Element* durch :

$$dV_R^4 := \sqrt{g} \cdot \prod_\mu dx_\mu \quad (\text{AR 14})$$

wobei  $g$  der *Absolut-Betrag* der *Determinante* des *Maß-Tensors*  $\det [g_{\mu\nu}] \equiv |g_{\mu\nu}|$  ist, so lassen sich die *Wirkungs-Integrale* :

$$\int \mathcal{T}_X dV_R^4 \quad (\text{AR 15})$$

für die *Feld- & Substanz-Wirkung* der *Elektrizität* sowie die *Substanz-Wirkung* der *Masse* definieren. Dann besagt das *Hamilton'schen Prinzip* – angewandt auf diese Wirkungs-Integrale :

„Die *Gesamt-Wirkung*, d.h. die *Summe* aus *Feld- & Substanz-Wirkung der Elektrizität* plus der *Substanz-Wirkung der Masse* erleidet bei einer beliebigen unendlichkleinen (außerhalb eines endlichen Gebiets verschwindenden) *Variation des Feldzustandes* (des  $\underline{\mathcal{P}}_{EM}$ ) und einer ebensolchen *raumzeitlichen Verschiebung* der von den einzelnen Substanzstellen beschriebenen *Weltlinien keine Änderung*.“ (Weyl, [805], S. 195)<sup>1</sup>

Daraus folgt der *Erhaltungs-Satz* des *Energie-Impuls-Tensor der Materie*  $\mathcal{T}_E$ , d.h. :

$$\sum_{\lambda} \partial T_{E\nu}^{\lambda} / \partial x_{\lambda} = 0 \quad (\text{AR 16})$$

und damit die *Erhaltungs-Sätze* für *Energie* und *Impuls*.<sup>2</sup>

### 8.9.3.2 Das Gravitations-Feld

In der Gegenüberstellung von *Gravitation* und *Elektromagnetismus* im vorhergehenden Kapitel fällt auf, dass es im *Elektromagnetismus* eine *Feld-Wirkung* und eine *Substanz-Wirkung* gibt, während bei der *Gravitation* bisher nur von einer *Substanz-Wirkung* die Rede war. Was fehlt ist eine *Feld-Wirkung* der *Gravitation* !

Gemäß den Gleichungen Gl. 8.9.3.1-AR 12 + AR 16 gilt bei Abwesenheit von Gravitations-Kräften in einem *Elektromagnetischen Feld* der *Erhaltungs-Satz* :

$$\sum_{\lambda} \partial T_F^{\lambda\nu} / \partial x_{\lambda} + \sum_{\lambda} \partial T_L^{\lambda\nu} / \partial x_{\lambda} = 0 \quad (\text{AR 17})$$

Analog gelten dann gemäß den Gleichungen Gl. 8.9.2-AR 2 + Gl. 8.9.3.1-AR 13 für die *gesamte* mit Physikalischem Zustand und Gravitation verknüpfte *Energie* die Divergenz-Gleichungen :

$$(1/\sqrt{g})(\sum_{\nu} \partial(T_E^{\mu\nu}\sqrt{g})/\partial x_{\nu}) + \sum_{\nu\lambda} \Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} T_E^{\nu\lambda} = 0 \quad (\text{AR 18})$$

Dabei repräsentiert der zweite Summand die *Energie* des *Gravitations-Feldes* ! Wegen dieses Summanden können diese Gleichungen in der Allgemeinen Relativitätstheorie nicht mehr als *Erhaltungs-Satz* bezeichnet werden !

<sup>1</sup>) Unterstreichung & *kursiv* von mir !

<sup>2</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), pp 251 + 263 + 437  
 Ulrich Schröder : „Gravitation“ ([689]), pp 82  
 Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ([805]), pp 197 + 226

Die *Feld-Gleichungen* des *Gravitations-Feldes* lauten :

$$\mathcal{G} - \Lambda \mathbf{g} = \kappa \mathcal{T}_{\text{GE}} \quad (\text{AR } 19)$$

wobei  $\mathcal{G}$  der *Einstein-Tensor* :

$$\mathcal{G} := \mathcal{R} - \frac{1}{2} R \mathbf{g} \quad (\text{AR } 20)$$

$\Lambda$  die *Kosmologische Konstante*,  $\mathbf{g}$  der *Maß-Tensor*,  $\kappa$  die *Einstein'sche Gravitations-Konstante* :

$$\kappa = 8 \pi \mathcal{g} / c^2 \quad (\text{AR } 21)$$

$\mathcal{T}_{\text{GE}}$  der *Energie-Tensor* der *Gesamt-Energie* – d.h. der *Energie* von *Materie*  $\mathcal{T}_{\text{E}}$  plus *Gravitations-Feld*  $\mathcal{T}_{\text{G}}$ ,  $\mathcal{R}$  der *Ricci-Tensor*,  $R$  die *Krümmungs-Invariante*,  $\mathcal{g}$  die *Newton'sche Gravitations-Konstante* und  $c$  die *Lichtgeschwindigkeit* sind. Eine äquivalente Formulierung lautet :

$$\mathcal{R} = \kappa (\mathcal{T}_{\text{GE}} - \frac{1}{2} T \mathbf{g}) + \Lambda \mathbf{g} \quad (\text{AR } 22)$$

mit  $T := \sum_{\nu} T_{\text{GE}}^{\nu}_{\nu}$  als zum *Skalar* verjüngter *Energie-Tensor* der *Gesamt-Energie*.

Ein *Gravitations-Feld* heißt *stationär*, wenn es ein Koordinaten-System gibt, in dem die Koordinaten des Maß-Tensors  $\mathbf{g}$  unabhängig von der *Zeit-artigen* Koordinate  $x_0$  sind, d.h. wenn  $g_{00} > 0$  ist. Ein *stationäres* Gravitations-Feld heißt *statisch*, wenn gilt :

$$g_{00} > 0 \ \& \ \partial_0 g_{ij} = 0 \ \& \ g_{i0} = 0 \ \forall i = 1..3$$

In einem solchen Fall ändert sich die *Metrische Fundamental-Form*  $ds^2$  bei einer *Umkehr der Zeit-Richtung* nicht.

Für das *Gravitations-Feld* einer *einzelnen ruhenden Kugel-symmetrischen Zentral-Masse* hat *Karl Schwarzschild* eine exakte Lösung gefunden. Diese lautet in *Polar-Koordinaten*  $t, r, \vartheta, \varphi$  :

$$ds^2 = (1 - r_s / r) c^2 dt^2 - (1 - r_s / r)^{-1} dr^2 - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) \quad (\text{AR } 23)$$

Dabei ist  $c$  die *Lichtgeschwindigkeit* und  $r_s$  der *Gravitations-Radius* bzw. *Schwarzschild-Radius* :

$$r_s = 2 \mathcal{g} M / c^2 \quad (\text{AR } 24)$$

mit der *Zentral-Masse*  $M$  und der *Newton'sche Gravitations-Konstante*  $\mathcal{g}$ . Diese Metrik wird *Schwarzschild-Metrik* genannt.

Der Schwarzschild-Radius  $r_s$  spaltet die Lösung der Gleichung Gl. AR 23 in eine „äußere“ & „innere“ Lösung auf. Gilt für den *Radius*  $R$  der *Zentral-Masse*  $M$  :  $R > r_s$ , so beschreibt die Gleichung für  $r > R$  das *Gravitations-Feld* einer *Kugel-symmetrischen Zentral-Masse* mit dem *Radius*  $R$ . Ist jedoch  $R < r_s$ , so *tauschen*

bei Werten von  $R < r < r_s$  die *Koeffizienten der Koordinaten*  $t$  &  $r$  ihre Vorzeichen.  
Damit wird  $t$  zu einer Raum-artigen und  $r$  zu einer Zeit-artigen Koordinate !<sup>1</sup>

### 8.9.3.3 Gravitations-Potential & Gravitations-Wellen

In Kap. 8.4 wurde das von *Joseph de Lagrange* erweiterte *Gravitations-Potential* der *Newton'schen Gravitations-Theorie* durch die Gleichung :

$$\mathcal{P}_G = - \mathcal{G} \int (\mu / r) dV \quad (\text{NG } 5)$$

beschrieben. Spaltet man in *Erster Näherung* für den *Maß-Tensor* des *Gravitations-Feldes*  $[g_{\lambda\nu}]$  diesen durch :

$$g_{\lambda\nu} := \eta_{\lambda} \delta_{\lambda\nu} + \phi_{\lambda\nu} \quad (\text{AR } 25)$$

in ein *Trägheits-Feld* und eine *Schwere-Feld* auf, wobei :

$$\begin{aligned} \eta_{\lambda} &:= +1 \text{ für } \lambda = 0 \quad \& \quad \eta_{\lambda} := -1 \text{ für } \lambda \neq 0, \\ \delta_{\lambda\nu} &:= 1 \text{ für } \lambda = \nu \quad \& \quad \delta_{\lambda\nu} := 0 \text{ für } \lambda \neq \nu, \end{aligned}$$

sind und  $\phi_{\lambda\nu}$  die das *Schwere-Feld* repräsentierende Funktion, deren 1. & 2. Ableitung im Koordinaten-Ursprung gleich Null sind, so entspricht in der *Einstein'schen Gravitations-Theorie* der Gleichung Gl. 8.4-NG 5 in *Erster Newton'scher Näherung* die Gleichung :

$$\mathcal{P}_{RN} := [\phi_{\lambda\nu}] = - \mathcal{K} / 4 \pi \cdot \int (\mathcal{E}_-(t - r/c) / r) dV^3 \quad (\text{AR } 26)$$

wobei  $\mathcal{K}$  die *Einstein'sche Gravitations-Konstante*,  $\mathcal{E} := (\mathcal{T}_{GE} - 1/2 \mathcal{T} \mathbf{g})$ ,  $\mathbf{g} = [g_{\lambda\nu}]$  der *Maß-Tensor*,  $\mathcal{T}_{GE}$  der *Energie-Tensor* der *Gesamt-Energie*,  $\mathcal{T} := \sum_{\nu} \mathcal{T}_{GE}^{\nu}_{\nu}$  dieser zum *Skalar* verjüngte Tensor,  $r$  der *Abstand* zwischen Auf-Punkt & Gravitations-Quelle,  $V^3$  das *3-dim. Volumen* und  $c$  die *Lichtgeschwindigkeit* sind. Alle Indices laufen von 0..3 .

Der Gleichung Gl. AR 26 ist zu entnehmen, dass die *Gravitativen Feld-Größen* im Auf-Punkt zu einem gewissen Zeit-Punkt  $t$  nicht von der Gesamt-Energie-Tensor-Dichte in *diesem Augenblick* abhängen, sondern von dem Zustand, der um die *Zeit-Spanne*  $r/c$  zurückliegt.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Albert Einstein : „Grundzüge der Relativitätstheorie“ ([174]), pp 78 – 89  
Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), pp 398 + 442 – 443 + Kap. 6.4 + 6.6 + 6.7  
Ulrich Schröder : „Spezielle Relativitätstheorie“ ([688]), Kap. 7.10  
Ulrich Schröder : „Gravitation“ ([689]), Kap. 6.6 + 7.0 + 8.3  
Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ([805]), Kap. IV.30 + 37

<sup>2</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), Kap. 6.5  
Albert Einstein : „Grundzüge der Relativitätstheorie“ ([174]), pp 83 – 89  
Ulrich Schröder : „Gravitation“ ([689]), Kap. 10.1  
Hermann Weyl : „Raum – Zeit – Materie“ ([805]), Kap. IV.32

Die Potential-Gleichung Gl. AR 26 ist wiederum analog zu den *Elektrischen & Magnetischen Potential-Gleichungen* aus Kap. 8.8.2 :

$$\mathcal{P}_E = (1/4\pi\epsilon_0) \int (\rho_-(t-r/c)/r) dV \quad (\text{RE 9})$$

$$\underline{\mathcal{P}}_M = (\mu_0^{\text{ind}}/4\pi) \int (\underline{S}_-(t-r/c)/r) dV \quad (\text{RE 10})$$

#### 8.9.4 Zeit-Messung & Uhren-Synchronisation im Gravitations-Feld

In den Kapiteln 8.6.7.3 + 8.6.4 wurden die *Licht-Zeit*  $\ell = ct = x_0 (\equiv x_4)$  und die *Eigen-Zeit*  $\tau$  eingeführt. Die Beziehung zwischen diesen beiden Zeiten ist in der *Allgemeinen Relativitätstheorie* für zwei *infinitesimal benachbarte* ( $ds$ ) *Ereignisse* am *selben Ort* ( $d\underline{x}^3 = 0$ ) durch die Gleichungen :

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = g_{00} dx^0 dx^0 \quad (\text{AR 27})$$

bzw.  $d\tau = 1/c g_{00}^{1/2} dx^0$  mit  $g_{00} > 0$

definiert. Die *Eigen-Zeit* zwischen *zwei beliebigen Ereignissen* am *selben Ort* ergibt sich dann als Integral :

$$\tau = 1/c \int (g_{00}(x))^{1/2} dx^0 \quad (\text{AR 28})$$

In der *Allgemeinen Relativitätstheorie* sind zwei Uhren in zwei *infinitesimal benachbarten Welt-Punkten* A mit den Koordinaten  $(x^\mu)$  und B mit den Koordinaten  $(x^\mu) + (dx^\mu)$  *synchronisierbar*, wenn für die *Signal-Laufzeit* eines zum *Zeit-Punkt*  $x^0 + dx^{0(1)}$  in B abgesandten und zum *Zeit-Punkt*  $x^0 + \delta x^0$  in A ohne Zeit-Verlust reflektierten *Licht-Signals*, das zum *Zeit-Punkt*  $x^0 + dx^{0(2)}$  wieder in B empfangen wird, gilt :

$$\delta x^0 = dx^{0(1)} + 1/2 (dx^{0(2)} - dx^{0(1)}) \quad (\text{AR 29})$$

d.h. wenn gilt :

$$\delta x^0 = - \sum_\mu (g_{0\mu} / g_{00}) dx^\mu \quad (\text{AR 30})$$

Damit sind zwei Uhren in *beliebigen* durch eine *Zeit-artige Weltlinie* verbundenen *Welt-Punkten* in einem *Gravitations-Feld* *synchronisierbar*, wenn gilt :

$$\Delta x^0 = - \int (\sum_\mu (g_{0\mu}(x) / g_{00}(x)) (dx^\mu / ds)) ds \quad (\text{AR 31})$$

Ein global eindeutiger *Synchronismus* von Uhren ist demnach nur in solchen Gravitations-Feldern möglich, in denen die Komponenten  $g_{0\mu}$  des Gravitations-Potentials gleich Null sind, also in *stationären Gravitations-Feldern*.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>) Ulrich Schröder : „Gravitation“ ([689]), Kap. 6.2

### 8.9.5 Zeit-Dilatation & Längen-Expansion im Gravitations-Feld

Gemäß Kap. 8.9.3.2 (S. 389) wird das *Gravitations-Feld* einer einzelnen ruhenden Kugel-symmetrischen Zentral-Masse durch die *Schwarzschild-Metrik* (Gl. 8.9.3.2-AR 23) mit den Polar-Koordinaten  $t, r, \vartheta, \varphi$  beschrieben. Diese geht für  $r \rightarrow \infty$  in die *Minkowski-Metrik* über. Daher stellt die *Zeit-Koordinate*  $t$  die *Eigenzeit* einer im *Unendlichen ruhenden Uhr* dar. Für die *Eigenzeit*  $\tau$  eines sich in der Entfernung  $r \geq R$  im *Gravitations-Feld* befindlichen *Beobachters* gilt dagegen gemäß Gleichung Gl. 8.9.4-AR 27 als Beziehung zur *Koordinaten-Zeit* :

$$d\tau = (1 - r_s / r)^{1/2} dt \quad (\text{AR 32})$$

Da  $g_{00} < 1$  ist, ist folglich auch  $d\tau < dt$ , d.h. je *näher* sich ein *Beobachter* dem *Schwarzschild-Radius* befindet, je *langsamer* geht seine *Uhr* im *Vergleich* zu einer im *Unendlichen ruhenden Uhr* !

Der *Räumliche Abstand* zwischen zwei *infinitesimal benachbarten* Welt-Punkten A mit den Koordinaten  $(x^\mu)$  und B mit den Koordinaten  $(x^\mu) + (dx^\mu)$  ist :

$$d\ell = \left( \sum_{\mu\nu} (-g_{\mu\nu} + g_{0\mu} g_{0\nu} / g_{00}) dx^\mu dx^\nu \right)^{1/2} \quad (\text{AR 33})$$

Damit gilt für diesen *Räumlichen Abstand* in der *Schwarzschild-Metrik* mit  $t = \text{const}$  gemäß Gleichung Gl. 8.9.3.2-AR 23 :

$$d\ell = \left( (1 - r_s / r)^{-1} dr^2 + r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) \right)^{1/2} \quad (\text{AR 34})$$

woraus bei  $d\vartheta = d\varphi = 0$  für den *radialen Abstand*  $d(r_1, r_2)$  folgt :

$$d(r_1, r_2) = \int (1 - r_s / r)^{-1/2} dr^2 > |r_2 - r_1| \quad (\text{AR 35})$$

D.h. je *näher* sich ein *Maß-Stab* dem *Schwarzschild-Radius* befindet, je *länger* ist er im *Vergleich* zu einem im *Unendlichen ruhenden Maß-Stab* !<sup>1</sup>

### 8.9.6 Licht & Elektromagnetische Wellen im Gravitations-Feld

Eine weitere beobachtbare Konsequenz aus der *Äquivalenz von Schwere & Träger Masse* ist das Verhalten von *Licht & Elektromagnetische Wellen* im *Gravitations-Feld*. Hierzu schreibt *Albert Einstein* :

„[B]etrachten [ wir ] ein raum-zeitliches Gebiet, in welchem bei passend gewähltem Koordinatensystem  $K$  (relativ zu letzterem) ein *Gravitationsfeld nicht vorhanden* sei ;  $K$  ist also ein *Inertialsystem* im Sinne der Klassischen Mechanik. Die in bezug auf  $K$  herrschenden Gesetze, z.B. das Gesetz der Ausbreitung des Lichts, sind also als bekannt anzusehen. Wir führen nun neben  $K$  ein zweites Koordinatensystem  $K'$  ein, welches relativ zu  $K$  *beschleunigt bewegt* sei. Relativ zu  $K'$  herrscht dann nach der *Äquivalenz-Hypothese* ein *Gravitationsfeld*. Da man durch blosser Umrechnung von  $K$

---

<sup>1</sup>) Ulrich Schröder : „Gravitation“ ([689]), Kap. 6.2 + 8.4

auf  $K'$  den Verlauf der Naturvorgänge in bezug auf  $K'$  ermitteln kann, so erfährt man durch eine solche Betrachtung, welchen Einfluss das in bezug auf  $K'$  herrschende Gravitationsfeld auf die ins Auge gefassten Naturvorgänge hat.

In bezug auf  $K$  pflanzt sich ein *Vakuum-Lichtstrahl* gradlinig und gleichförmig fort mit der Geschwindigkeit  $c$ . Eine einfache geometrische Überlegung zeigt, dass derselbe Lichtstrahl in bezug auf  $K'$  eine *Krümmung* besitzt, sobald die *Richtung des Lichtstrahls* mit der *Richtung der Beschleunigung* des Systems einen *Winkel* bildet. Die *Schwerkraft* biegt also den *Lichtstrahl*, wie wenn das Licht ein geschleuderter schwerer Körper wäre.

Diese Konsequenz ... liefert ... ein der *Beobachtung zugängliches Kriterium* [ zur *Überprüfung* ] der *Theorie*. Es ergibt sich nämlich durch einfache Umrechnung, dass ein an einem *Himmelskörper von Sonnengröße vorbeistreichender Lichtstrahl* eine *Ablenkung* von der Größenordnung einer Bogensekunde erfahren muss [ nämlich  $1,75''$  wenn der Lichtstrahl streifend an der Sonne vorbei geht. ]. Dies Ergebnis ist es ja, welches die beiden englischen Expeditionen [ 1919 ] *bestätigt* haben.“  
(Einstein, [172], pp 268 – 269 )<sup>1</sup>

Seit dieser historischen Messung wurde so die *Licht-Ablenkung* von etwa 400 *Sternen* bestimmt. Die mit einem Fehler von mindestens 10 % behafteten Ergebnisse liegen im Bereich von  $1,57'' - 2,37''$  mit einem *Mittelwert* von  $1,89''$ . Durch Messungen im *Radiowellen-Bereich* kann die Mess-Genauigkeit aber noch erheblich verbessert werden. Messungen an regelmäßig von der Sonne bedeckten *Quasaren* mittels *Radiowellen-Interferometern* haben eine Radiowellen-Ablenkung von  $1,76'' \pm 0,01''$  bei einer Mess-Genauigkeit von etwa 1 % ergeben.

Aus Kap. 8.9.5 ( S. 393 ) folgt, „dass eine an der *Oberfläche eines Himmelskörpers* befindliche *Uhr* langsamer läuft als *dieselbe Uhr*, wenn sie (*ruhend*) im *Weltraum* schwebt oder sich an der Oberfläche eines *kleineren Weltkörpers* befindet. Nun ist *jedes System* als »Uhr« zu betrachten, dem vermöge innerer gesetzlich und periodisch verlaufender Vorgänge eine *bestimmte Frequenz* zukommt, also z.B. ein *Atom*, welches eine *bestimmte Spektrallinie* zu emittieren bzw. absorbieren vermag. An der *Sonnenoberfläche* erzeugte bzw. absorbierte *Spektrallinien* müssen daher gegenüber von demselben Element auf der *Erde* erzeugten *Spektrallinien* eine *Verschiebung* nach dem *Rot* aufweisen, welche ... einem *Doppler-Effekt* ... äquivalent ist.“ (Einstein, [172], S. 271 )<sup>2</sup>

Diese *Rot-Verschiebung* konnte zwischenzeitlich sowohl für von der *Sonnen-Oberfläche* emittiertes Licht, wie auch für die von *Zwergstern Sirius B* emittierten H-Linien und sogar in einem 22,6 m hohen Turm auf der *Erde* nachgewiesen werden. ([689], S. 125 )

Mit zunehmender Präzision der Radar-Messtechnik ist zwischenzeitlich auch die *Laufzeit-Verzögerung* von *Radar-Signalen* im *Schwere-Feld* der *Sonne* messbar. Erste Messungen solcher Laufzeit-Verzögerungen wurden 1967 am Planeten *Venus* und später auch am Planeten *Merkur* durchgeführt. Im Jahre 2002 mit der *Saturn-Sonde Cassini* durchgeführte *Radarecho-Messungen*, wobei diese Raum-Sonde fast

---

<sup>1</sup>) Unterstreichung, *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, runde Klammern ( ) von Albert Einstein ;

<sup>2</sup>) Unterstreichung, *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, runde Klammern ( ) von Albert Einstein ;

hinter der Sonne stand, bestätigten die Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie mit einer Genauigkeit von  $\leq 2 \times 10^{-5}$ . ([689], S. 129)<sup>1</sup>

### 8.9.7 Die Riemann-Einstein-Geometrie der Raum-Zeit

Aus dem Axiom der *Äquivalenz von Schwerer & Träger Masse* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.9.1.3: S. 385) folgt, dass für einen frei in einem Gravitations-Feld fallenden Beobachter in dessen unmittelbarer Umgebung kein Gravitations-Feld existiert und damit für *jeden Punkt der Raum-Zeit* bei passend gewähltem lokalem Koordinaten-System in dieser Umgebung die *Spezielle Relativitätstheorie* gilt.

In den Kapiteln 8.9.2 (S. 386) + 8.9.3.2 (S. 389) wurde das *Gravitations-Feld* mit Hilfe der *Riemann'schen Geometrie* aus Kap. 8.7.4 (S. 378) beschrieben. Damit kann man auf Grund der vorgenannten Äquivalenz-Hypothese den *Minkowski-Raum*  $\mathcal{M}^4$  als *Tangential-Raum* eines das Gravitations-Feld beschreibenden *4-dim. Riemann'schen Raumes*  $\mathfrak{R}^4$  auffassen. Das tensorielle *Gravitations-Potential* entspricht dann einem *Maß-Tensor* bzw. einer *Metrik* des *Raum-Zeit-Kontinuums* und der *Einstein-Tensor* wird zum *Krümmungs-Tensor* einer „gekrümmten“ *Raum-Zeit*. Die *Kräftefreie Bewegung* von *Massen* im *Gravitations-Feld* korrespondiert dann zu *Geodätischen Linien* im Riemann'schen Raum  $\mathfrak{R}^4$ . Dem *Führungs-Feld* entspricht dann ein *Torsions-freier Affiner Zusammenhang* in diesem Riemann'schen Raum  $\mathfrak{R}^4$ , welcher mit dem in *jedem Punkt der Raum-Zeit* durch das *Skalar-Produkt* des in diesem Punkte als *Tangential-Raum* existierenden *Minkowski-Raums*  $\mathcal{M}^4$  *verträglich* ist. Die *Gekrümmte Raum-Zeit* hat damit die *Geometrie* eines *Pseudo-Riemann'schen Raumes*  $\mathfrak{R}^4$  mit dem Index 1, welche durch die Gleichungen Gl. 8.7.4-RG 4:

$$ds := \sqrt{\sum g_{ij}(P) dx^i dx^j} \quad (\text{RG 4})$$

wobei  $[g_{ij}(P)]$  der *Maß-Tensor* in den *Berühr-Punkten* P ist, und Gl. 8.7.4-RG 9:

$$\Gamma^i_{jk} := \sum_{\ell} \frac{1}{2} g^{i\ell} (\partial_{g_{\ell j}} / \partial x_k + \partial_{g_{\ell k}} / \partial x_j - \partial_{g_{jk}} / \partial x_{\ell}) \quad (\text{RG 9})$$

definiert ist. Damit ist die *Allgemeine Relativitätstheorie* eine *geometrische Theorie der Gravitation*. Man bezeichnet die *Einstein'sche Gravitations-Theorie* deshalb auch als *Geometrodynamik*. Die *Physik* wird damit zur *Geometrie*, in der die *Newton'sche Mechanik* und die *Euklidische Geometrie* des *3-dim. Raumes* in der *Riemann'schen Geometrie* der *Physikalischen Welt* aufgehen. Damit werden *Raum & Zeit* bzw. die *Raum-Zeit* mit der *Materie* derart in Beziehung gesetzt, dass eine Einheit aus *Raum, Zeit & Materie* entsteht, in welcher nicht nur die *Materie* nicht unabhängig von der *Raum-Zeit*, sondern auch die *Raum-Zeit* nicht mehr unabhängig von der *Materie* existieren kann! (vergl. Ende von Kap. 8.10: S. 396)<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) Albert Einstein : „Grundgedanken & Methoden der Relativitätstheorie“ ([172]), Kap. II.17 + 18  
Ulrich Schröder : „Gravitation“ ([689]), Kap. 9.3 – 9.4 + 9.6

<sup>2</sup>) Hans Jörg Dirschmid : „Tensoren und Felder“ ([153]), Kap. 6.1  
Albert Einstein : „Grundgedanken & Methoden der Relativitätstheorie“ ([172]), Kap. II.20  
Ulrich Schröder : „Gravitation“ ([689]), pp 6 – 7 + 22



## 8.10 Gravitation & Weltäther – Das Wesen des Physikalischen Raumes

Nach *Albert Einstein* steht die Auffassung, „daß dem *leeren Raume* keinerlei physikalische Eigenschaften zukommen, mit ... [ den ] *fundamentalen Tatsachen der Mechanik* nicht in Einklang. Das mechanische Verhalten eines im leeren Raume frei schwebenden körperlichen Systems hängt nämlich außer von den relativen Lagen ( Abständen ) und relativen Geschwindigkeiten noch von seinem Drehungs-Zustande ab, der physikalisch nicht als ein dem System an sich zukommendes Merkmal aufgefaßt werden kann. Um die *Drehung* des Systems wenigstens formal als etwas *Reales* ansehen zu können, *objektivierte* [ *Isaac* ] *Newton* den *Raum*. Dadurch, daß er seinen *Absoluten Raum* zu den *realen Dingen* rechnet, ist für ihn die Drehung relativ zu einem Absoluten Raum etwas Reales. ... Wesentlich ist [ also ] ... , daß neben den wahrnehmbaren Objekten noch ein anderes, *nicht wahrnehmbares Ding* als *real* angesehen werden muß, um die *Beschleunigung* bzw. die *Rotation* als etwas *Reales* ansehen zu können.“ ( Einstein, [173], S. 119 )<sup>1</sup>

„In der NEWTON'schen Mechanik spielen *Raum* und *Zeit* eine *doppelte Rolle*. *Erstens* als *Träger* bzw. *Rahmen* für das *physikalische Geschehen*, in bezug auf welchen die Ereignisse durch die Raum-Koordinaten und die Zeit beschrieben werden. ... Die *zweite* Rolle von *Raum* und *Zeit* [ ist ] die als »*Inertial-System*«. *Inertial-systeme* [ sind ] von allen denkbaren Bezugssystemen dadurch bevorzugt gedacht, daß in bezug auf sie der *Trägheits-Satz* Gültigkeit beansprucht.

Das Wesentliche ist dabei, daß das ... »*physikalisch Reale*« als aus *Raum* und *Zeit* einerseits und aus, mit Bezug auf diese, bewegten dauernd existierenden *materiellen Punkten* andererseits aufgefaßt wurde – wenigstens im Prinzip. Die Idee der *unabhängigen Existenz* von *Raum* und *Zeit* kann man drastisch so aussprechen : *Wenn die Materie verschwände, so würden Raum und Zeit allein übrig bleiben* ( als eine Art Bühne für physikalisches Geschehen ).“ ( Einstein, [171], pp 114 – 115 )<sup>2</sup>

In Kap. 8.5 ( S. 354 ) wurde u.a. die Entwicklung der Idee des *Welt-Äthers* als Träger des Lichtes und der Elektromagnetischen Wellen beschrieben. Nach der Maxwell-Lorentz'schen Elektrodynamik erschien danach der „[*Welt-*] *Äther* gewissermaßen als *Verkörperung* des *absolut ruhenden Raumes*“ der Newton'schen Mechanik ( [171], S. 118 ). „[ *Isaac* ] *Newton* hätte [ demnach ] seinen *Absoluten Raum* genausogut »*Äther*« nennen können.“ ( [173], S. 119 ) Die *Spezielle Relativitätstheorie* gibt zwar den *Welt-Äther* als *materiellen Träger* des *Elektromagnetischen Feldes* auf und ersetzt ihn durch einen *irreduziblen Feld-Begriff*, der *gleichberechtigt* neben den *Begriff* der *Materie* der *Newton'schen Mechanik* tritt, behält aber das *4-dim. Raum-Zeit-Kontinuum* des *Minkowski-Raumes* als *Träger* bzw. *Rahmen* des *physikalische Geschehen* bei. „Dieser *starre vierdimensionale Raum* der *Speziellen Relativitätstheorie* ist gewissermaßen ein *vierdimensionales Analogon* des *H[endrik] A[nton] LORENTZ'schen starren dreidimensionalen Äthers*.“ ( [171], S. 121 )<sup>3</sup>

*Ernst Mach* versuchte „der Notwendigkeit, etwas *nicht beobachtbares Reales* [ wie den *Absoluten Raum* ] anzunehmen, dadurch zu entgehen, daß er in die Mechanik statt der *Beschleunigung* gegen den *Absoluten Raum* eine *mittlere Beschleunigung*

---

<sup>1</sup>) Unterstreichung, *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, runde Klammern ( ) von Albert Einstein ;

<sup>2</sup>) Unterstreichung, *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, runde Klammern ( ) von Albert Einstein ;

<sup>3</sup>) In allen Zitaten sind *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir ;

gegen die *Gesamtheit der Massen der Welt* zu setzen strebte. Aber ein Trägheits-Widerstand gegenüber relativer Beschleunigung ferner Massen setzt *unvermittelte Fernwirkungen* voraus. Da der moderne Physiker eine solche nicht annehmen zu dürfen glaubt, so landet er auch bei dieser Auffassung wieder beim *Äther*, der die Trägheits-Wirkungen zu vermitteln hat. Dieser [ Mach'sche ] *Äther-Begriff* ... bedingt [ aber ] nicht nur das *Verhalten der Trägen Massen*, sondern wird in seinem Zustand auch bedingt durch die[se] *Trägen Massen*.“ (Einstein, [173], pp 119 – 120 )<sup>1</sup>

Dieser Gedanke von *Ernst Mach* findet seine volle Entfaltung in der *Allgemeinen Relativitätstheorie*. Nach dieser Theorie sind die *Metrischen Eigenschaften* des *Raum-Zeit-Kontinuums* in den *verschiedenen* Raum-Zeit-Punkten durch die *raumzeitlich veränderlichen Gravitations-Potentiale*  $g_{\mu\nu}$  und damit durch die außerhalb der Umgebung dieser Raum-Zeit-Punkte vorhandene *Materie* mitbestimmt. In den Gesetzen der Allgemeinen Relativitätstheorie „spielen die *Gravitations-Potentiale*  $g_{\mu\nu}$  eine Rolle, welche – kurz gesagt – die *physikalischen Eigenschaften* des *leeren Raumes* ausdrücken.“ (Einstein, [172], S. 278 )<sup>2</sup>

„Damit ist ... der Äther-Begriff wieder zu einem deutlichen Inhalt gekommen. ... Das *prinzipiell Neuartige* des *Äthers* der *Allgemeinen Relativitätstheorie* gegenüber dem Lorentz'schen Äther besteht darin, daß der Zustand des ersteren an *jeder Stelle* bestimmt ist durch *gesetzliche Zusammenhänge* mit der *Materie* und mit dem *Äther-Zustande* [ d.h. dem Zustand des *Gravitations-Feldes* bzw des *Führungs-Feldes* ] in *benachbarten Stellen* in Gestalt von Differenzialgleichungen, während der *Zustand* des *Lorentz'schen Äthers* bei *Abwesenheit* von *Elektromagnetischen Feldern* durch *nichts außer ihm selbst* bedingt und *überall der gleiche* ist.“ (Einstein, [173], pp 119 – 120 )<sup>3</sup>

Betrachtet man „das Gravitationsfeld und das Elektromagnetische Feld vom Standpunkt d[ies]er Äther-Hypothese, so besteht zwischen beiden ein bemerkenswerter *prinzipieller Unterschied*. *Kein Raum und auch kein Teil des Raumes ohne Gravitationspotentiale*, denn diese verleihen ihm seine metrischen Eigenschaften, ohne welche er überhaupt nicht gedacht werden kann. [ Die *Existenz des Raumes* ist an die *Existenz des Gravitationsfeldes* unmittelbar gebunden ! ]<sup>4</sup> Dagegen kann ein *Raumteil* sehr wohl *ohne Elektromagnetisches Feld* gedacht werden.“ (Einstein, [173], pp 121 – 122 )<sup>5</sup>

Oder in anderen Worten : „Wenn man das *Gravitationsfeld*, d.h. die Funktionen  $g_{\mu\nu}$  *weggenommen* denkt, so bleibt nicht etwa ein [ Minkowski- ] Raum vom Typus Gl. 8.6.7.3-LM 3, sondern *überhaupt nichts* übrig, auch kein »Topologischer Raum«. Denn die Funktionen  $g_{\mu\nu}$  beschreiben nicht nur das *Feld*, sondern gleichzeitig auch die *topologischen und metrischen Struktur-Eigenschaften* der *Mannigfaltigkeit*. Ein Raum von Typus Gl. 8.6.7.3-LM 3 ist im Sinne der Allgemeinen Relativitätstheorie nicht etwa ein *Raum ohne Feld*, sondern ein *Spezialfall* des  $g_{\mu\nu}$ -*Feldes*, für welchen die  $g_{\mu\nu}$  ( für das verwendete Koordinatensystem, das an sich keine objektive Bedeutung hat ) *Werte* haben, die *nicht* von den

---

<sup>1</sup>) *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, Unterstreichung von Albert Einstein ;

<sup>2</sup>) *kursiv* von mir ;

<sup>3</sup>) *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, Unterstreichung von Albert Einstein ;

<sup>4</sup>) Albert Einstein schreibt es allerdings genau umgekehrt !

<sup>5</sup>) *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir ;

*Koordinaten abhängen*; einen *leeren Raum*, d.h. einen *Raum ohne Feld*, gibt es nicht.“ (Einstein, [171], S. 125)<sup>1</sup>

Man kann dies nach *Albert Einstein* folgendermaßen zusammenfassen: „Nach der Allgemeinen Relativitätstheorie ist der *Raum* mit *physikalischen Qualitäten* ausgestattet; es existiert also in diesem Sinne ein *Äther*.“ ([173], S. 123)<sup>2</sup> In der Allgemeinen Relativitätstheorie „fließen die Begriffe »*Raum*« und »*Äther*« zusammen. Da die *Eigenschaften des Raumes* als durch die *Materie* bedingt erscheinen, so ist nach der neuen Theorie der *Raum* nicht mehr eine *Vorbedingung* für die *Materie*; die *Theorie vom Raume* (*Geometrie*) und von der *Zeit* lässt sich nicht mehr der *eigentlichen Physik* voranstellen und *unabhängig* von *Mechanik* und *Gravitation* darlegen.“ (Einstein, [172], S. 278)<sup>3+4</sup>

## 8.11 Stochastik & Funktional-Analysis

### 8.11.1 Wahrscheinlichkeitstheorie

Nach der *Wahrscheinlichkeits-Interpretation* der *Wellen-Mechanik* durch *Max Born* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.9.1: S. 420) beschreibt die *Schrödinger'sche Wellen-Gleichung* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.3: S. 407) *nicht* die *Ladungs-Verteilung* eines Elektrons auf seiner Bahn um den Atom-Kern, sondern dessen *Aufenthalts-Wahrscheinlichkeiten* an den verschiedenen Orten seiner Bahn. Deshalb seien hier kurz einige *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie* erläutert.

Die *Relative Häufigkeit* der Beobachtung eines *Ereignisses eines bestimmten Typs* ist:

$$dN / N \quad (\text{WT 1})$$

wobei  $dN$  die *Anzahl der Beobachtungen der Ereignisse dieses Typs* und  $N$  die *Anzahl aller beobachteten Ereignisse von beliebigem Typ*, aber aus einer fest vorgegebenen (endlichen) *Menge von Typen* ist.

Die *Wahrscheinlichkeit* der Beobachtung eines *Ereignisses eines bestimmten Typs* ist:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} dN / N := dW \quad (\text{WT 2})$$

mit:  $\sum_i dN_i / N = \sum_i dW_i = 1 \quad (\text{WT 3})$

$dW$  nennt man auch den *Erwartungswert*  $\langle dN \rangle$  für die *Relative Häufigkeit*  $dN$ .

<sup>1</sup>) *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir, **fett** & runde Klammer ( ) von Albert Einstein;

<sup>2</sup>) *kursiv* & eckige Klammern [ ] von mir;

<sup>3</sup>) *kursiv* von mir;

<sup>4</sup>) Albert Einstein: „Über die Spezielle & Allgemeine Relativitätstheorie“ ([171]), pp 107 + 120 – 121  
 Albert Einstein: „Grundgedanken & Methoden der Relativitätstheorie“ ([172]), Kap. I.13. + II.22.  
 Albert Einstein: „Äther & Relativitätstheorie“ ([173]), pp 116 – 118

Ersetzt man die *Natürlichen Zahlen*  $dN$  durch die *Reellen Zahlen*  $x \cdot dN$ , so erhält man für den *Erwartungswert*  $\langle x \rangle$ , dass die *Messung* einer *Messgröße* den Wert  $x$  ergibt :

$$\langle x \rangle = \int x \cdot \lim_{N \rightarrow \infty} dN / N = \int x \cdot dW \quad (\text{WT 4})$$

Schließlich ist  $\langle x | y \rangle$  der *Erwartungswert*, dass die *Messung* einer *Messgröße* den Wert  $x$  ergibt, unter der *Bedingung*, dass eine vorhergehende *Messung* einer (anderen) *Messgröße* den Wert  $y$  ergeben hat. Dies nennt man eine *Bedingte Wahrscheinlichkeit*.<sup>1</sup>

## 8.11.2 Der Hilbert-Raum

### 8.11.2.1 Definition & Eigenschaften

In Kap. 8.3.1.2 ( S. 348 ) wurde der *Euklidische Vektorraum* axiomatisch definiert und in Kap. 4.5.8.2.1 ( S. 60 ) seine begriffliche Weiterentwicklung zum *Hilbert-Raum* und zum *Hermite'schen Raum* skizziert. Ein (*Hermite'scher*) *Hilbert-Raum*  $\mathfrak{H}$  ist nach John von Neumann ein *vollständiger unendlich-dimensionaler Vektor-Raum* mit *abzählbarer Basis*, dessen *Elemente* auf dem Körper der *Complexen Zahlen*  $\mathbb{C}$  definierte *Complex-wertige Funktionen* sind und auf dem durch :

$$(\cdot, \cdot) : \mathfrak{H} \times \mathfrak{H} \rightarrow \mathbb{C} \quad \text{mit} : (f \cdot g) := \int f(x) \cdot g(x)^* dx \quad (\text{HR 1})$$

ein *Skalar-Produkt* definiert ist. Dabei sind als *Elemente* nur solche *Funktionen* zugelassen, für welche dieses Integral *definiert & endlich* ist. Dieses *Skalar-Produkt* hat die folgenden *Eigenschaften* :

#### H.9 Distributivität :

$$\forall f, g, h \in \mathfrak{H} \text{ gilt :} \\ (f + g) \cdot h = (f \cdot h) + (g \cdot h) \quad \& \quad (f \cdot (g + h)) = (f \cdot g) + (f \cdot h)$$

#### H.10 Assoziativität :

$$\forall \alpha \in \mathbb{C} \text{ und } f, g \in \mathfrak{H} \text{ gilt :} \\ \alpha \cdot (f \cdot g) = (\alpha f) \cdot g \quad \& \quad (f \cdot g) \cdot \alpha = (f \cdot (g \alpha))$$

#### H.11 Hermite'sche Symmetrie :

$$\forall f, g \in \mathfrak{H} \text{ gilt : } (f \cdot g) = (g \cdot f)^*$$

#### H.12 Definität :

$$\forall f \in \mathfrak{H} \text{ gilt : } (f \cdot f) \geq 0 \quad \wedge \quad ((f \cdot f) = 0 \Leftrightarrow f \equiv 0)$$

und wird *Hermite'sches Skalar-Produkt* genannt.

---

<sup>1</sup>) Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), Kap. I.7.2 + I.9.1

Schließlich ist die letzte Eigenschaft eines Hilbert-Raumes seine :

H.13 Separierbarkeit :

Es gibt eine Folge  $f_1, f_2, \dots$  mit  $f_i \in \mathfrak{H}$ , die in  $\mathfrak{H}$  überall *dicht* ist.<sup>1</sup>

### 8.11.2.2 Die Geometrie des Hilbert-Raums

Durch die Definition einer :

H.14 Norm :  $\| f \| := (f \cdot f)^{1/2}$

und einer :

H.15 Metrik :  $d(f,g) := \| f - g \|$

wird der *Hilbert-Raum* zu einem *Normierten Raum* und einem *Metrischen Raum*.

Mit Hilfe des Skalar-Produkts lässt sich nun in einem Hilbert-Raum auch die :

Orthogonalität zweier Vektoren ( Funktionen ) :

$$f \perp g \Leftrightarrow (f \cdot g) = 0 \quad (\text{HR 2})$$

sowie die :

Orthonormalität zweier Vektoren ( Funktionen ) :

$$(f \cdot g) = 1 \quad \text{für } f = g \quad (\text{HR 3})$$

und  $(f \cdot g) = 0$  für  $f \neq g$

definieren. Und damit auch die :

- Orthogonalität zweier *Unterräume* bzw. *Linearer Mannigfaltigkeiten* und
- Orthonormale Vektorraum-Basen ( $\Rightarrow$  Kap. 8.6.7.2: S. 371)

Mit Hilfe dieser Definitionen lässt sich ein *Hilbert-Raum*  $\mathfrak{H}$  in zwei *orthogonale* Unterräume  $U$  &  $U^\perp$  zerlegen, sodass :

$$\forall f \in \mathfrak{H} \text{ gilt : } \exists! g \in U \ \& \ h \in U^\perp \text{ mit : } f = g + h \ \& \ g \perp h \quad (\text{HR 4})$$

gilt.  $g$  nennt man die *Projektion*  $P_U f$  von  $f$  auf  $U$  und  $h$  die *Projektion*  $P_{U^\perp} f$  von  $f$  auf  $U^\perp$ .<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) John von Neumann : „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ([554]), Kap. II.1

<sup>2</sup>) John von Neumann : „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ([554]), Kap. II.2

### 8.11.2.3 Operatoren auf dem Hilbert-Raum

Durch Gl. 8.11.2.2-HR 4 lässt sich auf einem *Hilbert-Raum*  $\mathfrak{H}$  durch :

$$P_U : \mathfrak{H} \rightarrow U \text{ mit : } P_U(f) := P_U f \quad (\text{HR 5})$$

ein *Projektions-Operator* mit den Eigenschaften :

$$\text{P.1} \quad \forall \alpha, \beta \in \mathbb{C} \ \& \ f, g \in \mathfrak{H} \text{ gilt : } P_U(\alpha f + \beta g) = \alpha P_U f + \beta P_U g$$

$$\text{P.2} \quad \forall f, g \in \mathfrak{H} \text{ gilt : } (P_U f \cdot g) = (f \cdot P_U g)$$

$$\text{P.3} \quad \forall f \in \mathfrak{H} \text{ gilt : } P_U(P_U f) = P_U f$$

definieren. *Projektions-Operatoren* sind damit *Idempotente Lineare Abbildungen* eines *Hilbert-Raumes* auf *sich selbst*.

Projektions-Operatoren sind ein Spezialfall *Linearer Operatoren*, welche durch *Lineare Abbildungen* der Form :

$$O : \mathfrak{H} \rightarrow \mathfrak{H} \text{ sodass} \quad (\text{HR 6})$$

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{C} \ \& \ f, g \in \mathfrak{H} \text{ gilt : } O(\alpha f + \beta g) = \alpha O f + \beta O g$$

definiert sind.

Auf der *Menge aller Linearen Operatoren* auf einem *Hilbert-Raum* lassen sich – verträgliche Definitions-Bereiche sowohl für die Operatoren wie auch für die Funktionen vorausgesetzt – folgende Operationen :

$$\text{O.1} \quad \underline{\text{Addition}} : \quad (O + R) f := O f + R f$$

$$\text{O.2} \quad \underline{\text{Skalare Multiplikation}} : \quad (\alpha O) f := \alpha \cdot O f$$

$$\text{O.3} \quad \underline{\text{Operator-Multiplikation}} : \quad (O R) f := O(R f)$$

definieren. Durch diese Definitionen wird die *Menge aller Linearen Operatoren* selbst zum *Vektorraum*.

Für Operator-Multiplikation bzw. Addition & Operator-Multiplikation gelten darüber hinaus die :

$$\text{O.4} \quad \underline{\text{Assoziativität}} : \quad (O (R S)) f = ((O R) S) f \quad \text{und}$$

$$\text{O.5} \quad \underline{\text{Distributivität}} : \quad (O (R + S)) f = O(R f) + O(S f)$$

Die *Operator-Multiplikation* ist aber im Allgemeinen nicht kommutativ !

Gilt für zwei Lineare Operatoren  $A$  &  $A^*$  :

$$\forall f, g \in \mathfrak{H} \text{ gilt : } (A f \cdot g) = (f \cdot A^* g) \wedge (A^* f \cdot g) = (f \cdot A g) \quad (\text{HR 7})$$

so nenne man  $A^*$  den zu  $A$  *Adjungierten Operator* : Die Adjunktion hat die folgenden Eigenschaften :

O.6 Symmetrie :

$$(A^* \text{ ist adjungiert zu } A) \Leftrightarrow (A \text{ ist adjungiert zu } A^*)$$

O.7 Involutorität :  $A^{**} = A$

Einen Linearen Operator mit der Eigenschaft :

$$U U^* = U^* U = \text{Id} \Leftrightarrow U^* = U^{-1} \quad (\text{HR 8})$$

so nennt man einen *Unitären Operator*.

Sind  $E$  &  $F$  zwei *Projektions-Operatoren* auf die *abgeschlossenen Unterräume*  $U_E$  &  $U_F$ , so gilt :

P.4  $E F$  ist *Projektions-Operator*, iff  $E F = F E$   
dann gilt :  $E F$  ist *Projektions-Operator* auf  $[U_E \cap U_F]$

P.5  $E + F$  ist *Projektions-Operator*, iff  $E F = F E = \underline{0}$   
dann gilt :  $E + F$  ist *Projektions-Operator* auf  $U_E + U_F$  &  $U_E \perp U_F$

P.6  $E - F$  ist *Projektions-Operator*, iff  $E F = F E = F$   
dann gilt :  $E - F$  ist *Projektions-Operator* auf  $U_E - U_F$  &  $U_E \supset U_F$

Weiterhin sind *alle* *Projektions-Operatoren* *selbst-adjungiert*, d.h.  $E = E^*$ . *Selbst-adjungierte Operatoren* im Allgemeinen werden *Hermite'sche Operatoren* genannt.<sup>1</sup>

#### 8.11.2.4 Die Eigenwert-Gleichung

Sei  $H$  ein *Hermite'scher Operator* auf dem *Hilbert-Raum*  $\mathfrak{H}$ , so nennt man die Gleichung :

$$H f = \lambda f \quad (\text{HR 9})$$

mit :  $f \neq 0 \in \mathfrak{H}$  &  $\lambda \in \mathbb{R}$ <sup>2</sup> eine *Eigenwert-Gleichung*. Die *Vektoren*, welche diese Gleichung für einen speziellen Operator lösen, heißen *Eigenvektoren* und die zugehörigen *Skalare* die *Eigenwerte* des Operators  $H$ .

<sup>1</sup>) John von Neumann : „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ([554]), Kap. II.4 + 5

<sup>2</sup>)  $(H f \cdot f) = (H^* f \cdot f) = (f \cdot H f) = (H f \cdot f)^*$

Da mit einer Lösung  $f$  auch  $\alpha f$  eine Lösung einer Eigenwert-Gleichung ist, lassen sich die *Eigenvektoren* alle *normieren*, sodass gilt :

$$\forall f \in \mathfrak{H} \text{ für die gilt : } H f = \lambda f \quad \exists \alpha \in \mathbb{R} \text{ sodass gilt : } \|\alpha f\| = 1$$

Da zu verschiedenen Eigenwerten  $\lambda_1 \neq \lambda_2$  verschiedene Eigenvektoren  $f_1 \neq f_2$  gehören, gilt :

$$\lambda_1 (f_1 \cdot f_2) = (H f_1 \cdot f_2) = (f_1 \cdot H f_2) = \lambda_2 (f_1 \cdot f_2) \Rightarrow (f_1 \cdot f_2) = 0$$

sodass die *Eigenvektoren* als *Orthonormale Basis* einen *abgeschlossenen Unterraum*  $U$  des Hilbert-Raumes  $\mathfrak{H}$  aufspannen. Ist  $U = \mathfrak{H}$ , so nennt man diese Eigenvektor-Basis *vollständig*.

Die *Menge aller Eigenwerte* einer Eigenwert-Gleichung Gl. HR 9 nennt man das *Spektrum* ihres Operators  $H$ . Bilden die Eigenvektoren dieses Operators eine *Vollständige Basis* des Hilbert-Raums  $\mathfrak{H}$ , so bilden die zugehörigen Eigenwerte ein *Punkt-Spektrum*. Ist die Eigenvektor-Basis dagegen *nicht vollständig*, so bilden die zugehörigen Eigenwerte ein *Strecken-Spektrum*.<sup>1</sup>

## 8.12 Klassische Wellenmechanik

Eine *Harmonische Schwingung* wird mit Hilfe des *Grundgesetzes* für das *Elastische Pendel* und des *Newton'schen Kraft-Gesetzes* :

$$F = -D x \quad \text{und} \quad F = m \, d^2 x / dt^2 \quad (\text{WM 1})$$

durch die Differenzial-Gleichung :

$$d^2 x / dt^2 + (D/m) x = 0 \quad (\text{WM 2})$$

beschrieben. Diese lässt sich unmittelbar in eine *Eigenwert-Gleichung* :

$$(d^2 / dt^2) x = -\omega^2 x \quad (\text{WM 3})$$

für den (linearen) Differenzial-Operator  $d^2 / dt^2$  umschreiben. Die *Eigenwerte* dieses Operators sind *beliebige Reelle Werte*  $-\omega^2$  und die zugehörigen *Eigenvektoren* sind die beiden *linear unabhängigen Eigen-Funktionen* bzw *Eigen-Schwingungen* :

$$x_1 = \sin \omega t \quad \text{und} \quad x_2 = \cos \omega t \quad (\text{WM 4})$$

und der *einzigste Eigenwert*, der die Gleichung Gl. WM 2 löst, ist

$$\omega^2 = D/m \quad (\text{WM 5})$$

---

<sup>1</sup>) John von Neumann : „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ([554]), Kap. II.6 – 9



Eine *Stehende Welle* einer *freischwingenden Saite* wird durch die *Wellen-Gleichung* :

$$\partial^2 y / \partial t^2 = v_\phi^2 \partial^2 y / \partial x^2 \quad (\text{WM 6})$$

mit der *Phasen-Geschwindigkeit*  $v_\phi$  und den *Randbedingungen*  $y(0) = y(\ell) = 0$  beschrieben. Die zugehörige *Eigenwert-Gleichung* lautet :

$$\partial^2 y / \partial t^2 = -\omega^2 y \quad (\text{WM 7})$$

Die Lösungen dieser Gleichung sind ein Satz von *diskreten Eigenwerten*, die *Eigen-Frequenzen* :

$$\omega = n \omega_0 \quad (\text{WM 8})$$

mit  $n = 1, 2, \dots$  und die zugehörigen Eigenvektoren sind die *Eigen-Schwingungen* :

$$y = \sin(n \omega_0 t + \alpha_n) \quad (\text{WM 9})$$

Die *Gesamt-Schwingung* der Saite lässt sich darstellen als *Superposition* der *Eigen-Schwingungen* mit *Frequenz-abhängigen Amplituden-Faktoren & Phasen* :

$$y = \sum_n A_n \sin(n \omega_0 t + \alpha_n) \quad (\text{WM 10})$$

Das Ergebnis einer *Frequenz-Messung* kann *nur eine* der *verschiedenen Eigen-Frequenzen* der *Gesamt-Schwingung* sein und *verschiedene Eigen-Frequenzen* müssen *nacheinander* gemessen werden.<sup>1</sup>

## 8.13 Quantenmechanik

### 8.13.1 Die Grenzen der Klassischen Physik

Die in den Kapiteln 8.3 – 8.9 beschriebene *Klassische Physik & Relativitätstheorie* beschreiben *zwei Arten* von *Physikalischen Phänomenen*, nämlich

- Kontinuierliche Felder und
- Kinematik & Dynamik Materieller Körper

Erstere beschreiben etwa *Wellenlehre & Optik, Aero-, Hydro- & Strömungs-Dynamik* sowie *Klassische & Relativistische Elektrodynamik* und *Allgemeine Relativitätstheorie*, während Letztere von der *Klassischen & Relativistischen Mechanik* beschrieben werden, wobei die *Materiellen Körper* entweder als *Massen-Punkte* oder wiederum als *materielle Kontinua* aufgefasst werden.<sup>2</sup>

Diese Theorien können jedoch eine Reihe von Experimentellen Befunden, welche bereits Ende des 19. Jahrhundert vorlagen, nicht erklären, wie etwa die *Strahlung eines Schwarzen Körpers*, die *Linien-Spektren* aus *Gas-Entladungen* oder den *Photo-Elektrischen Effekt*. Außerdem steht die Auffassung eines *Materiellen Körpers*

---

<sup>1</sup>) Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), pp 127 – 128

<sup>2</sup>) Herbert Pietschmann : „Quantenmechanik verstehen“ ([611]), pp 1 – 2

als *Kontinuum* im Widerspruch zu den theoretischen Vorstellungen der *Chemie*, welche, wie bereits in Kap. 3.1.2.2 (S. 30) erwähnt, spätestens seit Beginn des 19. Jahrhunderts die *Chemischen Elemente* durch eine *Atomare Struktur* der *Materie* erklärt.

Diese Grenzen der Klassischen Physik führten deshalb im ersten Viertel des 20. Jahrhunderts zur Entwicklung der *Quantenmechanik*, welche das *Verhalten von Materie & Licht* sowie deren *Wechselwirkung* in diesen *Atomaren & Subatomaren Dimensionen* beschreibt. Diese Atomaren & Subatomaren Dimensionen werden zur Abgrenzung gegenüber den *Makroskopischen Dimensionen*, welche die *Klassische Physik* beschreibt – dem *Makro-Kosmos*, als *Mikroskopische Dimensionen* bzw. als *Mikro-Kosmos* bezeichnet.<sup>1</sup>

### 8.13.2 Hohlraum-Strahlung, Elementar-Ladung & Atom-Modelle

Wie bereits in den Kapiteln 3.1.2 & 8.1 erwähnt, gelang es *Max Planck* eine *Formel* für die *Strahlung* eines *Schwarzen Körpers*, welche auf Grund ihrer experimentellen Realisierung auch *Hohlraum-Strahlung* genannt wird, abzuleiten, welche die Experimentellen Ergebnisse gut erklärt (1899: [614] & 1900: [615] + [616]). Diese Formel enthielt erstmals eine in der ersten Veröffentlichung noch  $b$ , später  $h$  genannte *Konstante* mit der *Dimension* einer *Wirkung* [Energie  $\times$  Zeit], welche Max Planck als die *Quantisierung einer Wirkung* interpretierte, sodass die *Energie* einer *Stehenden Welle* der Frequenz  $\nu$  eines Hohlraum-Strahlers ihren Wert nicht kontinuierlich verändern kann, sondern nur in diskreten Schritten:

$$\Delta E = h \cdot \nu \quad (\text{QM 1})$$

Dies wird die *Planck'sche Quanten-Hypothese* genannt und die *Konstante*  $h$  bzw.  $\hbar$  das *Planck'sche Wirkungs-Quantum*!<sup>2</sup>

Weiterhin entdeckte bereits im Jahre 1859 *Julius Plücker* die *Kathoden-Strahlen* und im Jahre 1895 gelang *Jean-Baptiste Perrin* der zweifelsfreie Nachweis, dass diese aus *negativ geladenen Teilchen* bestehen. Im Anschluss daran gelang *Joseph John Thomson* der Nachweis, dass diese Teilchen um die *Größenordnung* 1000 *massenärmer* als *Wasserstoff-Ionen* waren und 1911 konnte *Robert Andrews Millikan* zeigen, dass die Ladung dieser Teilchen die Eigenschaft einer *Elektrischen Elementar-Ladung* hat. Nachdem bereits *Georg Johnston Stoney* 1891 für diese Elementar-Ladung den Begriff *Elektron* geprägt hatte, wurde dieses „leichte“ negativ geladene Teilchen auch „*Elektron*“ genannt.<sup>3</sup>

Schließlich begann man ebenfalls in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts aufgrund des Erfolges der *Hypothese* der *Atomaren Struktur der Materie* in der *Chemie* diese im Rahmen der *Kinetischen Gastheorie* auch auf die *Physik* zu übertragen (*James*

---

<sup>1</sup>) Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), S. 3  
Feynman/Leighton/Sands : „Quantenmechanik“ ([199]), S. 17

<sup>2</sup>) Herbert Pietschmann : „Quantenmechanik verstehen“ ([611]), pp 15 – 16  
Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), Kap. I.3.1

<sup>3</sup>) Meyers Enzyklopädisches Lexikon in 25 Bänden

Clark Maxwell, 1860 & Ludwig Boltzmann, 1890 ). Den Durchbruch der Atom-Hypothese in der Physik brachten aber erst die Experimente von Jean-Baptiste Perrin im Jahre 1909, welche mit der Bestimmung der Boltzmann-Konstante im Zusammenhang mit der makroskopisch messbaren Universellen Gas-Konstante ein zweites unabhängiges Verfahren zur Bestimmung der Avogadro-Konstante bzw Lochschmidt-Zahl lieferten.<sup>1</sup>

Nach der Formulierung der Atom-Hypothese der Physik – vor allem durch Ludwig Boltzmann – und der Entdeckung des Elektrons durch Joseph John Thomson entwickelte letzterer ein erstes Modell für den Aufbau des Atoms, nach dem die Atome positiv geladene Kügelchen sind, in denen die Elektronen wie Rosinen eingebettet sind ( Plum-Pudding-Modell bzw Rosinenkuchen-Modell ).

Nachdem aber Experimente von Hans Geiger & Ernest Marsden im Jahre 1909 gezeigt hatten, dass Alpha-Strahlen eine Goldfolie fast ungehindert durchdringen können, schloss Ernest Rutherford, dass die Masse eines Atoms größtenteils in einem positiv geladenen Kern im Atom-Zentrum konzentriert sein müsse und dass dieser von den Elektronen umkreist werde so wie die Sonne von den Planeten umkreist wird ( Planetensystem-Modell des Atoms, 1911 ).

Dieses Atom-Modell steht aber im Widerspruch zur Elektrodynamik, da Elektronen auf Kreisbahnen beschleunigte Elektrische Ladungen sind, die nach den Maxwell'schen Feld-Gleichungen permanent Elektromagnetische Wellen abstrahlen müssten, sodass sie auf Grund dieses Energie-Verlustes schließlich in den Atom-Kern stürzen müssten. Dieses Atom-Modell wurde 1913 von Niels Bohr zum nach ihm benannten Bohr'schen Atom-Modell weiter entwickelt, indem er kurzerhand durch Anwendung der Quanten-Hypothese von Max Planck postulierte, dass es ausgezeichnete Elektronen-Bahnen gebe, auf denen die Elektronen nicht strahlen.<sup>2</sup>

Schließlich erklärte Louis de Broglie im Jahre 1923 diese ausgezeichneten Elektronen-Bahnen des Bohr'schen Atom-Modells durch Materiewellen, zu deren Beschreibung Erwin Schrödinger im Jahre 1925 die Wellen-Mechanik entwickelte.

---

<sup>1</sup>) Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), pp 8 – 9

<sup>2</sup>) Herbert Pietschmann : „Quantenmechanik verstehen“ ([611]), Kap. 1.3 + 2.3 + 2.5  
Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), Kap. I.6.1 – I.6.3

### 8.13.3 Schrödinger'sche Wellenmechanik

In Kap. 8.12 (S. 403) wurde die *Klassische Wellenmechanik* kurz beschrieben. Nach der *Hypothese der Materie-Wellen von Louis de Broglie* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.6.3: S. 417) lässt sich die *Materie-Welle* eines *kräftefreien Teilchens* mit Potentieller Energie  $E_{\text{Pot}}(\underline{r}, t) = 0$  in *Analogie* zu einer *Stehenden Welle* wie folgt beschreiben :

Klassische Wellenmechanik	Quantenmechanik
Stehende Welle :	de Broglie-Welle :
$y(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$	$\psi(x,t) = e^{i(kx - \omega t)}$ (QM 2)
$v_\varphi = \lambda v$ (Phasen-Geschwindigkeit)	$E =  \underline{p} ^2 / 2m$ (freies nicht-relativistisches Teilchen)
$\omega = k v_\varphi$	$\omega = \hbar k^2 / 2m$
$v_\varphi = \text{const}$ (unabhängig von Wellenzahl $k$ )	$v_\varphi = \omega / k = \hbar k / 2m$ (abhängig von Wellenzahl $k$ )
$\partial y / \partial x = -A k \sin(kx - \omega t)$	$\partial \psi / \partial x = i k e^{i(kx - \omega t)}$
$\partial^2 y / \partial x^2 = -A k^2 \cos(kx - \omega t)$	$\partial^2 \psi / \partial x^2 = -k^2 e^{i(kx - \omega t)}$
$\partial y / \partial t = A \omega \sin(kx - \omega t)$	$\partial \psi / \partial t = i \omega e^{i(kx - \omega t)}$
$\partial^2 y / \partial t^2 = -A \omega^2 \cos(kx - \omega t)$	$\partial^2 \psi / \partial t^2 = -\omega^2 e^{i(kx - \omega t)}$
aus $\omega = k v_\varphi$ folgt :	aus $\omega = \hbar k^2 / 2m$ folgt :
$\partial^2 y / \partial t^2 = v^2 \partial^2 y / \partial x^2$	$\partial \psi / \partial t = (i \hbar / 2m) \partial^2 \psi / \partial x^2$

woraus die *Schrödinger-Gleichung* :

$$-(\hbar^2 / 2m) \partial^2 \psi / \partial x^2 = i \hbar \partial \psi / \partial t \quad (\text{QM 3})$$

für die *ein-dimensionale Bewegung eines kräftefreien nicht-relativistischen Teilchens* folgt. Verallgemeinert man diese Gleichung auf eine *drei-dimensionale Bewegung*, so erhält man für die *de Broglie-Welle* mit den :

Orts-Koordinaten :  $\underline{r} = x \underline{r}_x + y \underline{r}_y + z \underline{r}_z$  und

Wellenzahl-Vektor :  $\underline{k} = k_x \underline{r}_x + k_y \underline{r}_y + k_z \underline{r}_z$

die Wellen-Gleichung :

$$\psi(\underline{r}, t) = e^{i(\underline{k}\underline{r} - \omega t)} \quad (\text{QM 4})$$

woraus die *Schrödinger-Gleichung* :

$$-(\hbar^2 / 2m) \underline{\Delta} \psi = i \hbar \partial \psi / \partial t \quad (\text{QM 5})$$

mit dem Laplace-Operator  $\Delta$  folgt. Berücksichtigt man noch die *Potentielle Energie*  $E_{\text{Pot}}(\underline{r}, t)$ , so gelangt man zur *allgemeinen Form der Schrödinger-Gleichung* :

$$-(\hbar^2 / 2m) \Delta \psi(\underline{r}, t) + E_{\text{Pot}}(\underline{r}, t) \psi(\underline{r}, t) = i \hbar (\partial \psi(\underline{r}, t) / \partial t) \quad (\text{QM } 6)$$

Diese Gleichung hat die folgenden drei Charakteristika :

- SG.1 Die *Schrödinger-Gleichung* ist eine *Lineare Homogene Differential-Gleichung*. Dies impliziert das *Superpositions-Prinzip* für ihre Lösungen.
- SG.2 Die *Schrödinger-Gleichung* ist eine *Differential-Gleichung 1. Ordnung* nach der *Zeit*. Daraus folgt, dass  $\psi(\underline{r}, t) \forall t > 0$  eindeutig durch  $\psi(\underline{r}, 0)$  bestimmt ist.
- SG.3 Die *Schrödinger-Gleichung* enthält die *Imaginäre Zahl*  $i$ , d.h.  $\psi(\underline{r}, t)$  ist im Allgemeinen eine *Complex-wertige Wellen-Funktion*.<sup>1</sup>

## 8.13.4 Der Quantenmechanische Mess-Prozess

### 8.13.4.1 Der Heisenberg'sche Schnitt

Ausgangs-Punkt des *Quantenmechanischen Mess-Prozesses* ist nach *John von Neumann* das sogenannte *Prinzip vom Psycho-Physikalischen Parallelismus*, nach welchem der *außer-physikalische Vorgang* der *Subjektiven Kognition* so beschrieben werden kann, als ob er in der *Physikalischen Welt* stattfände, sodass man ihm / ihr *Physikalische Vorgänge* in der *Objektiven Umwelt* – also im gewöhnlichen *Raum* – zuordnen kann.

Das heißt, die *Physikalische Welt* lässt sich in die *drei* Teile :

- T.1 zu beobachtendes System
- T.2 Mess-Instrument
- T.3 eigentlicher Beobachter

unterteilen. Die *verschiedenen Möglichkeiten*, diese drei Teil-Systeme verschiedenen Teilen eines Mess-Prozesses zuzuordnen, kann an folgendem Beispiel einer *Temperatur-Messung* demonstriert werden :

- F.1 Man kann sagen, die von einem *Thermometer gemessene Temperatur* ist die *Temperatur der Umgebung des Quecksilber-Behälters*.
- F.2 Man kann aber auch die *Erwärmung & Ausdehnung des Quecksilbers* und damit die daraus resultierende *Länge des Quecksilber-Fadens* in die Betrachtung mit einbeziehen und sagen, es ist diese *Länge*, die vom *Beobachter abgelesen* wird, und dieses *Ablese* als *Ergebnis der Temperatur-Messung* betrachten.

---

<sup>1</sup>) Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), Kap. I.8.3 – I.8.4

- F.3 Man kann aber noch weiter gehen und auch die *Lichtquelle* und die *Reflektion der Lichtquanten* am undurchsichtigen Quecksilber-Faden, den *Weg* dieser Lichtquanten zum *Auge des Beobachters*, ihre *Brechung in der Augen-Linse* und die *Entstehung eines Bildes auf der Retina* mit einbeziehen und sagen, es ist dieses *Bild auf der Retina*, welches der Beobachter registriert.
- F.4 Aber man kann die Betrachtung noch weiter ausdehnen und die *Neuronalen Aktivitäten* mit einbeziehen, welche dieses Bild auf der Retina auf den *Nervenbahnen* zum *Gehirn* und schließlich in diesem selbst auslöst und sagen, es sind diese *Neuronalen Aktivitäten* im *Gehirn*, welche der Beobachter *kogniziert* und welche das *Ergebnis der Temperatur-Messung* repräsentieren.

Mithin ist im Falle :

- F.1 | F.2 :     T.1 := System, dessen Temperatur zu messen ist  
                   T.2 := Thermometer  
                   T.3 := Licht + Beobachter
- F.2 | F.3 :     T.1 := System + Thermometer  
                   T.2 := Licht + Auge des Beobachters  
                   T.3 := Beobachter von der Retina an
- F.3 | F.4 :     T.1 := alles bis zur Retina  
                   T.2 := Retina + Nervenbahnen + Gehirn  
                   T.3 := Abstraktes Ich des Beobachters

Das *Teil-System* T.3 ist kein Untersuchungs-Gegenstand der *Physik* und die *Trenn-Linie* zwischen den *Teil-Systemen* T.1 & T.2 bezeichnet man als den *Heisenberg'schen Schnitt*, welchen *Wolfgang Pauli* folgendermaßen charakterisiert :

„Die moderne Physik ( verallgemeinert ) die alte Gegenüberstellung von erkennendem Subjekt auf der einen Seite zu dem erkannten Objekt auf der anderen Seite... zu der Idee des *Schnittes* zwischen Beobachter oder Beobachtungsmittel und dem beobachteten System. Während die *Existenz* eines solchen Schnittes eine notwendige Bedingung menschlicher Erkenntnis ist, fasst sie die *Lage* des Schnittes als bis zu einem gewissen Grade willkürlich und als Resultat einer durch Zweckmäßigkeitserwägungen mitbestimmten, also teilweise freien Wahl auf.“ ( [584] n. [611], S. 78 )<sup>1+2</sup>

### 8.13.4.2 Das Komplementaritäts-Prinzip

Nach *Niels Bohr* ist dieser *Heisenberg'sche Schnitt* die *Trennlinie* zwischen *Quantenphysik* und *Klassischer Physik*, denn nach *Carl Friedrich von Weizsäcker* sind für *Niels Bohr* *zwei Bedingungen* *notwendig*, damit *Sinnliche Erfahrung* überhaupt möglich ist.

---

<sup>1)</sup> Hervorhebung von Wolfgang Pauli

<sup>2)</sup> Herbert Pietschmann : „Quantenmechanik verstehen“ ( [611] ), pp 77 – 78  
 John von Neumann : „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ( [554] ), pp 223 – 224

Diese beiden Bedingungen sind :

- Beschreibung in Raum & Zeit und
- Kausalität

Und diese beiden Bedingungen muss auch *jedes Mess-Instrument* erfüllen. Denn „soll ein *Physikalisches System ...* als *Messinstrument* brauchbar sein, so muß es sowohl im *Raum* und der *Zeit* unserer Anschauung beschrieben werden können wie auch als ein *Gebilde*, das dem *Kausalitäts-Prinzip* genügt. Die erste Bedingung besagt, daß wir es *überhaupt wahrnehmen* können, die zweite, daß wir *zuverlässige Schlüsse* aus seinen *sichtbaren Eigenschaften* ( z.B. der Stellung eines Zeigers auf einer Skala ) auf die *nicht oder kaum wahrnehmbaren Eigenschaften* des *Messobjekts* ziehen können. Falls ( Niels ) Bohr recht hat mit der Behauptung, *Raum-Zeit-Beschreibung* und *Kausalität* seien nur in der *klassischen Physik* vereinbar, dann scheint auch seine Ansicht unvermeidlich, daß ein *Messinstrument* eine *klassische Beschreibung* zulassen muß.“ ( C.F.v. Weizsäcker, [797], S. 228 )<sup>1</sup> Diese *Dichotomie* zwischen *Quantenphysik* und *Klassischer Physik* wird als ( Teil des ) *Komplementaritäts-Prinzips* bezeichnet.<sup>2</sup>

### 8.13.4.3 Die Postulate des Mess-Prozesses <sup>3</sup>

Der *Quantenmechanische Mess-Prozess* lässt sich durch die folgenden *Postulate* charakterisieren :

- QMP.1 *Mess-Instrumente* müssen *klassisch* beschrieben werden !
- QMP.2 Das *Korrespondenz-Prinzip* :  
Jeder *Mess-Größe* bzw *Observablen*  $G$  eines *Quantenmechanischen Systems* entspricht ein *Operator*  $\mathcal{G}$  auf dem *Hilbert-Raum* der *Wellen-Funktionen*, welche die *Zustände* dieses *Quantenmechanischen Systems* beschreiben ! Die Umkehrung gilt jedoch im Allgemeinen nicht.
- QMP.3 Die *allein möglichen Mess-Werte*, welche eine *Mess-Größe* bzw *Observable*  $G$  bei einer *Messung* annehmen kann, sind die *Eigenwerte* des zugehörigen *Operators*  $\mathcal{G}$  dieser *Mess-Größe* bzw *Observablen*.
- QMP.4 Jede *Mess-Größe* bzw *Observable*  $G$ , welche *nicht* durch eine *Wellen-Funktion* des zugehörigen *Operator* beschrieben werden kann, lässt sich nach den *Eigen-Funktionen* dieses *Operators* in ein *Fourier-Integral* entwickeln. *Nach* der *Messung* befindet sich das *System* im zugehörigen *Eigen-Zustand*.

---

<sup>1</sup>) kursiv & Unterstreichung von mir ;

<sup>2</sup>) C.F.v. Weizsäcker : „Die Einheit der Natur“ ( [797] ), pp 227 – 228

<sup>3</sup>) Herbert Pietschmann : „Quantenmechanik verstehen“ ( [611] ), Kap. 5.9  
Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ( [457] ), Kap. I.9.5

### 8.13.5 Die Standard-Lehrbuch-Axiome der Quantenmechanik <sup>1</sup>

Nach dem in den Kapiteln 8.13.3 & 8.13.4 Gesagten lassen sich die *Axiome* der *Quantenmechanik* wie folgt zusammenfassen :

QMA.1 Die *zeitliche Entwicklung* des *Zustandes* eines *Quantenmechanischen Systems* wird durch die *Schrödinger-Gleichung* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.3: S. 407 ) beschrieben.

QMA.2 Durch einen *Quantenmechanischen Mess-Prozess* gemäß den Postulaten in Kap. 8.13.4.3 (S. 410) geht ein *Quantenmechanisches System* in den *Eigen-Zustand* des zu dieser *Messung* gehörenden *Operators* über. Dies führt zum „*Kollaps der Wellen-Funktion*“.

QMA.3 *Vollständigkeits-Hypothese* :  
d.h. es gibt *keine genauere Beschreibung* eines *Quantenmechanischen Systems* als diejenige gemäß den Axiomen QMA.1 & QMA.2.

### 8.13.6 Der „Dualismus vom Teilchen & Welle“

#### 8.13.6.1 Das Doppelspalt-Experiment

Ein bekanntes *Gedanken-Experiment* zur Beschreibung des Verhaltens von *Elektronen* ist das auf *Niels Bohr* zurückgehende *Doppelspalt-Experiment*, in welchem dieses Verhalten von *Elektronen* mit dem Verhalten von *Kugeln* und von *Wasser-Wellen* an einem *Doppel-Spalt* verglichen wird. <sup>2</sup>

---

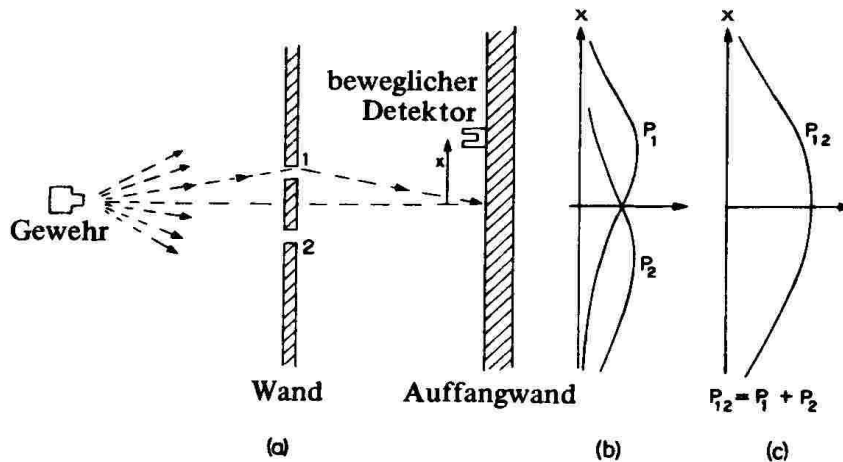
<sup>1</sup>) Bernard d’Espagnat : „Veiled Reality“ ([187]), Kap. 4.2  
Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), Kap. I.9.5  
John von Neumann : „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ([554]), pp 185 – 187

<sup>2</sup>) Herbert Pietschmann : „Quantenmechanik verstehen“ ([611]), Kap. 5.1



### 8.13.6.1.1 Experiment mit Kugeln

In diesem Experiment werden gemäß folgender Versuchs-Anordnung :



Experiment mit unzerbrechlichen identischen Stahlkugeln  
( aus Feynman : *Quantenmechanik*, [199] : Fig. 1-1 )

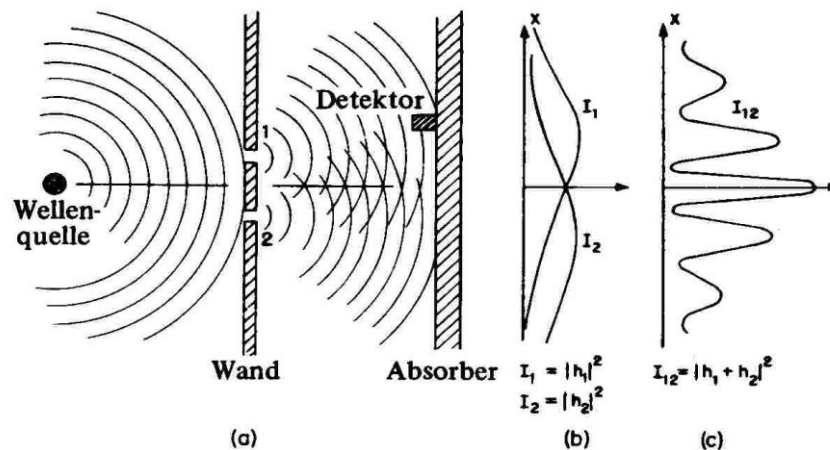
*Stahlkugeln* aus einem Gewehr bzw. einer Kanone mit *einheitlicher Geschwindigkeit*, aber *zufälliger Richtungs-Verteilung* verschossen, deren *Aufschlag-Häufigkeit bzw -Wahrscheinlichkeit* während eines vorgegebenen Zeit-Intervalls im *Orts-Intervall*  $[ x .. x+dx ]$  mit einem in *x-Richtung frei beweglichen Detektor* gemessen wird. Je nachdem, ob *beide Löcher bzw Spalten* geöffnet sind oder nur jeweils *einer* der beiden, ergeben sich für die entsprechenden *Aufschlag-Häufigkeiten bzw Wahrscheinlichkeiten* :

Spalt (1)	Spalt (2)	Ergebnis
offen	geschlossen	$P_1 = W_1$
geschlossen	offen	$P_2 = W_2$
offen	offen	$P_{12} = P_1 + P_2 = W_1 + W_2 = W_{12}$ ( QM 7 )

*Häufigkeits- bzw Wahrscheinlichkeits-Verteilungen* gemäß (b) bzw (c), d.h. die *Überlagerung der Wahrscheinlichkeiten* ist *additiv* !

### 8.13.6.1.2 Experiment mit Wasser-Wellen

In diesem Experiment werden gemäß folgender Versuchs-Anordnung :



Experiment mit Wasser-Wellen  
( aus Feynman : Quantenmechanik, [199] : Fig. 1-2 )

*konzentrische Wellen am Doppel-Spalt gebeugt, deren Intensität, d.h. Energie pro Zeit-Einheit im Orts-Intervall  $[ x .. x+dx ]$  mit einem in  $x$ -Richtung frei beweglichen Detektor gemessen wird. Je nachdem, ob beide Löcher bzw Spalten geöffnet sind oder nur jeweils einer der beiden, ergeben sich für die entsprechenden Intensitäten :*

Spalt (1)	Spalt (2)	Ergebnis
offen	geschlossen	$I_1 =  h_1 ^2 =  A_1 ^2$
geschlossen	offen	$I_2 =  h_2 ^2 =  A_2 ^2$
offen	offen	$I_{12} =  h_1 + h_2 ^2 =  A_1 + A_2 ^2$ (QM 8)

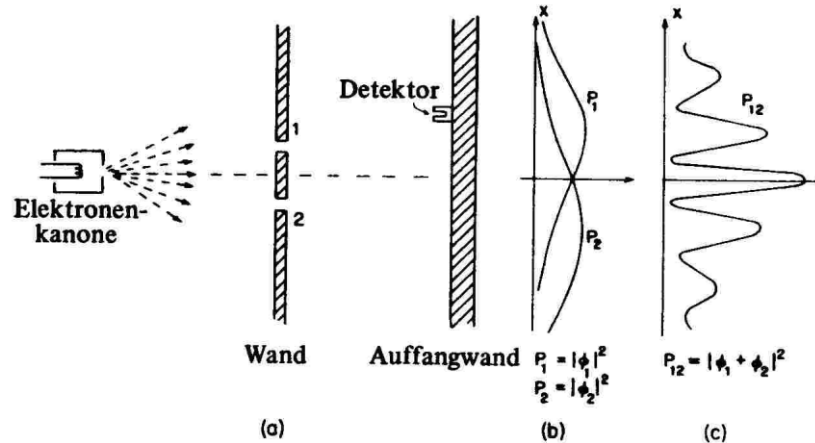
*Intensitäts-Verteilungen gemäß (b) bzw (c) mit :*

$$\begin{aligned}
 h_1 &= A_1 = A_{0,1} e^{i\varphi_1} e^{i\omega t} \quad \& \quad h_2 = A_2 = A_{0,2} e^{i\varphi_2} e^{i\omega t} \quad \text{und} \\
 |A_1 + A_2|^2 &= |A_1|^2 + |A_2|^2 + A_1^* A_2 + A_1 A_2^* \\
 &= A_{0,1}^2 + A_{0,2}^2 + A_{0,1} A_{0,2} (e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)} + e^{-i(\varphi_2 - \varphi_1)}) \\
 &= A_{0,1}^2 + A_{0,2}^2 + 2 A_{0,1} A_{0,2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \\
 &= I_1 + I_2 + 2 (I_1 I_2)^{1/2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad \text{(QM 9)}
 \end{aligned}$$

d.h. bei der Überlagerung der *Intensitäten* tritt eine Interferenz auf !

### 8.13.6.1.3 Experiment mit Elektronen ohne Weg-Unterscheidung

In diesem Experiment werden gemäß folgender Versuchs-Anordnung :



Experiment mit Elektronen ohne Weg-Unterscheidung  
( aus Feynman : Quantenmechanik, [199] : Fig. 1-3 )

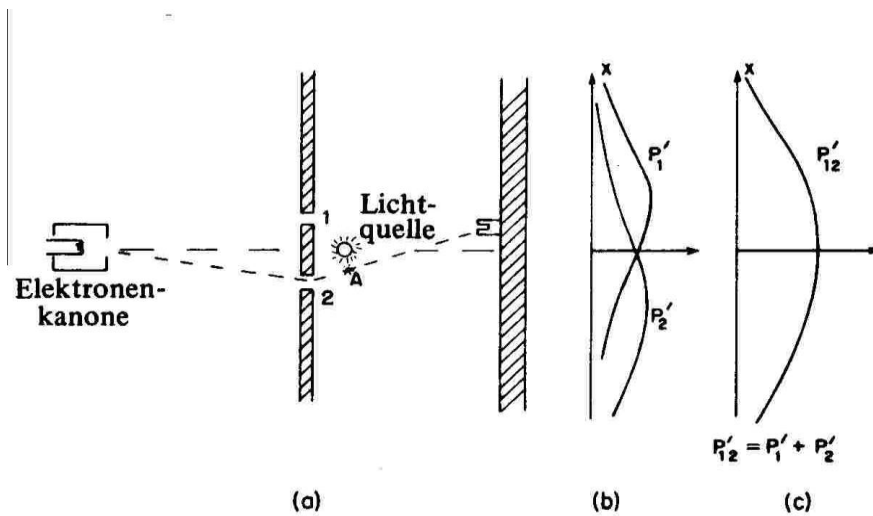
Elektronen aus einer Elektronen-Kanone mit *einheitlicher Geschwindigkeit*, aber *zufälliger Richtungs-Verteilung* verschossen, deren *Aufschlag-Häufigkeit bzw -Wahrscheinlichkeit* während eines vorgegebenen Zeit-Intervalls im *Orts-Intervall* [  $x .. x+dx$  ] mit einem in *x-Richtung frei beweglichen Detektor* gemessen wird. Je nachdem, ob *beide Löcher bzw Spalten* geöffnet sind oder nur jeweils *einer* der beiden, ergeben sich für die entsprechenden *Aufschlag-Häufigkeiten bzw Wahrscheinlichkeiten* :

Spalt (1)	Spalt (2)	Ergebnis
offen	geschlossen	$P_1 = W_1 =  \phi_1 ^2 =  \psi_1 ^2$
geschlossen	offen	$P_2 = W_2 =  \phi_2 ^2 =  \psi_2 ^2$
offen	offen	$P_{12} =  \phi_1 + \phi_2 ^2 =  \psi_1 + \psi_2 ^2 = W_{12}$ (QM 10)

*Häufigkeits- bzw Wahrscheinlichkeits-Verteilungen* gemäß (b) bzw (c), d.h. bei der *Überlagerung* der *Wahrscheinlichkeits-Amplituden* tritt Interferenz auf !  
(  $\Rightarrow$  Kap. 8.13.9.1 : Statistische Deutung der Quantenmechanik : S. 420 )

### 8.13.6.1.4 Experiment mit Elektronen mit Weg-Unterscheidung

In diesem Experiment werden gemäß folgender Versuchs-Anordnung :



Experiment mit Elektronen mit Weg-Unterscheidung  
( aus Feynman : Quantenmechanik, [199] : Fig. 1-4 )

Elektronen aus einer Elektronen-Kanone mit *einheitlicher Geschwindigkeit*, aber *zufälliger Richtungs-Verteilung* verschossen, deren *Aufschlag-Häufigkeit bzw -Wahrscheinlichkeit* während eines vorgegebenen Zeit-Intervalls im *Orts-Intervall* [  $x .. x+dx$  ] mit einem in *x-Richtung frei beweglichen Detektor* gemessen wird.

Im Gegensatz zum Experiment in Kap. 8.13.6.1.3 wird diesmal aber :

1. die Schuss-Frequenz der Elektronen-Kanone soweit reduziert, dass in einem geeigneten Zeit-Intervall jeweils nur ein Elektron auf dem Weg ist.
2. durch eine zwischen den beiden Löchern bzw Spalten angeordnete *Lichtquelle* nebst geeignetem Detektor *festgestellt*, durch *welches der beiden* Löcher bzw Spalten das *Elektron* gegangen ist.

Je nachdem, ob beide Löcher bzw Spalten geöffnet sind oder nur jeweils einer der beiden, ergeben sich für die entsprechenden *Aufschlag-Häufigkeiten bzw Wahrscheinlichkeiten* :

Spalt (1)	Spalt (2)	Ergebnis
offen	geschlossen	$P'_1 = W'_1$
geschlossen	offen	$P'_2 = W'_2$
offen	offen	$P'_{12} = P'_1 + P'_2 = W'_1 + W'_2 = W'_{12}$ ( QM 11 )

*Häufigkeits- bzw Wahrscheinlichkeits-Verteilungen* gemäß (b) bzw (c), d.h. die *Überlagerung* der *Wahrscheinlichkeits-Amplituden* ist additiv, es tritt keine Interferenz mehr auf !

### 8.13.6.1.5 Zusammenfassung

Das Ergebnis dieser vier Gedanken-Experimente lässt sich wie folgt zusammenfassen :

1. Die *Eintritts-Wahrscheinlichkeit* eines *Ereignisses* in einem *Quantenmechanischen Experiment* ist durch das *Quadrat des Absolut-Betrages* einer *Complexen Zahl*  $\phi = \psi$  – der *Wahrscheinlichkeits-Amplitude* – gegeben :

$$\begin{aligned} P &= W := \text{Wahrscheinlichkeit} \\ \phi &= \psi := \text{Wahrscheinlichkeits-Amplitude} && \text{(QM 12)} \\ P &= W = |\phi|^2 = |\psi|^2 \end{aligned}$$

2. Wenn ein *Ereignis* auf *mehrere verschiedene Weisen* eintreten kann, ist die *Wahrscheinlichkeits-Amplitude* für das *Ereignis* die *Summe* der *Wahrscheinlichkeits-Amplituden* *jeder einzelnen* Möglichkeit. Es gibt eine *Interferenz* :

$$\begin{aligned} \phi &= \psi = \phi_1 + \phi_2 = \psi_1 + \psi_2 && \text{(QM 13)} \\ P &= W = |\phi_1 + \phi_2|^2 = |\psi_1 + \psi_2|^2 \end{aligned}$$

3. Wenn ein *Quantenmechanisches Experiment* durchgeführt wird, das eine *Entscheidung* erlaubt, *welche* der beiden Möglichkeiten *wirklich aufgetreten* ist, dann ist die *Eintritts-Wahrscheinlichkeit* für das *Ereignis* die *Summe* der *Wahrscheinlichkeiten* für *jede der einzelnen* Alternativen. Die *Interferenz* geht *verloren* :

$$P_{12} = P_1 + P_2 = W_1 + W_2 = W_{12} \quad \text{(QM 14)}$$

Die in den Kapiteln 8.13.6.1.3 + 8.13.6.1.4 zum Ausdruck kommende *Gleichberechtigung* von *Korpuskular-* und *Wellen-Vorstellung* ist ein *wesentliches Charakteristikum* der *Quantenmechanik*, welche als der „**Dualismus vom Welle und Teilchen**“ bezeichnet wird.<sup>1</sup>

### 8.13.6.2 Die Lichtquanten-Hypothese von Albert Einstein

*Heinrich Hertz* hatte schon im Jahre 1887 beobachtet, dass der *Strom* in elektrischen Gas-Entladungen bei der Bestrahlung mit *UV-Licht* ansteigt und *Philipp Lenard* entdeckte 1899 bei der *Bestrahlung von Metallen mit Licht* den *Photoelektrischen Effekt*. Dabei stellte sich heraus, dass mit der *Strom-Stärke*  $I$  und der *Licht-Frequenz*  $\nu$  unabhängig von der *Licht-Intensität* gilt :

$$I(\nu) = 0 \text{ für } \nu < \nu_0 \text{ und } I(\nu) > 0 \text{ für } \nu > \nu_0$$

und die *Kinetische Energie*  $E_{\text{Kin}}$  der *emittierten Elektronen* nur von der *Licht-Frequenz*, aber nicht von der *Licht-Intensität* abhängt. Dieses Verhalten der

---

<sup>1</sup>) Feynman/Leighton/Sands : „Quantenmechanik“ ([199]), Kap. 1-2 – 1-7  
Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), pp 58 – 62

Elektronen deutete *Albert Einstein* auf Grund der *Planck'schen Quanten-Hypothese* nicht nur dahingehend, dass die *Kinetische Energie* durch die Beziehung :

$$E_{\text{Kin}} = \hbar \cdot \omega - E_{\text{em}} \quad (\text{QM 15})$$

zu beschreiben sei ( $E_{\text{em}}$ : *Emissions-Energie* des Elektrons,  $\omega = 2\pi\nu$ : *Kreis-Frequenz*), sondern dass sich das *Licht* bei der *Wechselwirkung* mit der *Materie* wie eine *Partikel-Strahlung* mit :

$$\begin{aligned} E_{\text{Kin}} &= m c^2 = (m_0^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2)^{1/2} = (\mathbf{p}/v) c^2 \\ &\Rightarrow m_0 = 0 \\ \mathbf{p} &= \hbar \mathbf{k} \quad \text{bzw} \quad |\mathbf{p}| = (h v) / c = h / \lambda \\ dW/dV &\propto I \end{aligned} \quad (\text{QM 16})$$

verhält ( $E_{\text{Kin}}$ : *Energie*, die zur *Emission* eines *Lichtquants* benötigt bzw bei *Absorption* frei wird,  $\mathbf{p}$ : *Impuls* des *Lichtquants*,  $\mathbf{k}$ : *Wellen-Vektor* parallel zur Ausbreitungs-Richtung der *Licht-Welle*,  $\lambda$ : *Wellen-Länge*,  $h$ : *Planck'sches Wirkungs-Quantum*,  $\hbar = h/2\pi$ ,  $m_0$ : *Ruhe-Masse* des *Lichtquants*,  $dW/dV$ : *Aufenthalts-Wahrscheinlichkeit* eines *Lichtquants* im Volumen  $dV$  und  $I$ : *Intensität* der *Licht-Welle*). Dies nennt man die *Hypothese der Quanten-Natur des Lichts*, die *Lichtquanten* werden auch *Photonen* genannt.<sup>1</sup>

### 8.13.6.3 Die Hypothese der Materie-Wellen von Louis de Broglie

Gewissermaßen das Gegenstück zur Lichtquanten-Hypothese ist die *Hypothese der Wellen-Natur der Teilchen-Strahlung* von *Louis de Broglie*. Dabei ergeben sich *Energie*  $E$ , *Frequenz*  $\nu$  bzw *Kreis-Frequenz*  $\omega$ , *Wellen-Länge*  $\lambda$  bzw *Wellen-Zahl*  $k = 2\pi/\lambda$  oder *Wellen-Vektor*  $\mathbf{k}$  einer *Materie-Welle* und *Intensität*  $|\psi|$  aus *Masse*  $m$ , *Impuls*  $\mathbf{p}$  und *Aufenthalts-Wahrscheinlichkeit*  $dW/dV$  eines *Teilchens* gemäß den Formeln :

$$\begin{aligned} E &= (m_0^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2)^{1/2} \\ \mathbf{k} &= \mathbf{p} / \hbar \quad \text{bzw} \quad \lambda = h / |\mathbf{p}| \\ \nu &= E / h \quad \text{bzw} \quad \omega = E / \hbar \\ |\psi|^2 &= dW/dV \end{aligned} \quad (\text{QM 17})$$

Die auf diese Weise einer *Teilchen-Strahlung* zugeordnete Welle nennt man *Materiewelle* bzw *de Broglie-Welle*. Ein *einzelnes Teilchen* wird dann durch ein *Wellen-Paket*, d.h. durch die *Überlagerung* unendlich vieler *Harmonischer Wellen* mit Hilfe des *Fourier-Integrals* :

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \iiint f(\mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} d\mathbf{k} \quad (\text{QM 18})$$

beschrieben ( $\mathbf{r}$ : *Orts-Vektor*,  $f(\mathbf{k})$ : *Impuls-Verteilungs-Funktion*).<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), pp 30 – 34  
Herbert Pietschmann : „Quantenmechanik verstehen“ ([611]), Kap. 2.2

<sup>2</sup>) Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), Kap. I.4.1 + I.4.3

#### 8.13.6.4 Zusammenfassung

Diesen *Dualismus zwischen Teilchen & Welle* in der *Quantenmechanik* hat *Werner Heisenberg* im Vorwort seines Buches *Die Physikalischen Prinzipien der Quantentheorie* wie folgt zusammengefasst :

„In der Darstellung ist besonderer Wert auf die Gleichberechtigung der *Korpuskular-* und der *Wellen-Vorstellung* gelegt, die ja neuerdings auch im Formalismus der Theorie klar zum Ausdruck kommt. Diese weitgehende *Symmetrie* ... in Bezug auf die Wörter »Partikel« und »Welle« soll unter anderem auch dartun, daß man etwa in der Frage nach der Gültigkeit des Kausal-Gesetzes oder in anderen prinzipiellen Fragen nichts gewinnt, wenn man von der einen Vorstellungsweise zur anderen übergeht.“  
( Heisenberg, [317] n. [611], S. 76 )<sup>1</sup>

#### 8.13.7 Die Heisenberg'sche Unbestimmtheits-Relation

Das in den Kapiteln 8.13.6.1.3 + 8.13.6.1.4 beschriebene Verhalten der Elektronen lässt sich nach *Richard Feynman* durch folgende Gedanken-Experimente weiter analysieren :

1. Man reduziere die *Helligkeit* bzw *Intensität* der Lichtquelle.

Gemäß Gleichungen Gl. 8.13.6.2-QM 16 der *Lichtquanten-Hypothese* ist die *Intensität* einer *Licht-Welle* proportional zur *Aufenthalts-Wahrscheinlichkeit* eines *Photons*  $dW$  in einem *Volumen-Element*  $dV$ . Eine *geringere Licht-Intensität* ist damit gleichbedeutend mit einer *geringeren Anzahl* der von einer Lichtquelle *emittierten Photonen*. Und eine geringere Anzahl emittierter Photonen ist wiederum gleichbedeutend mit einer *geringeren Wahrscheinlichkeit*, dass eines dieser Photonen von einem durch einen der beiden Spalten gehenden Elektron *gestreut* wird.

Registriert man nun die Verteilung der Elektronen klassifiziert nach passierter Spalte bzw Spalte unbekannt, so ergeben sich gemäß den Gleichungen Gl. 8.13.6.1.3-QM 10 + Gl. 8.13.6.1.4-QM 11 folgende *Wahrscheinlichkeits-Verteilungen* :

	Ergebnis	
Spalt (1)	$P'_1 = W'_1$	( QM 10 )
Spalt (2)	$P'_2 = W'_2$	( QM 10 )
unbekannt	$P_{12} =  \phi_1 + \phi_2 ^2 =  \psi_1 + \psi_2 ^2 = W_{12}$	( QM 11 )

<sup>1</sup>) kursiv von mir ;

Daraus muss man folgern, dass die *Streuung* der Photonen an den *Elektronen* zu einer *Ablenkung* der Elektronen aus ihrer ungestörten Bahn führt, welche die *Zerstörung* der *Interferenz* verursacht.

Nach den Gleichungen Gl. 8.13.6.2-QM 16 ist die *Stärke* des *Impulses* eines *Photons*  $|\mathbf{p}| = (h \nu) / c = h / \lambda$  eine *Funktion* von *Frequenz* oder *Wellenlänge*. Dies führt zur Versuchs-Alternative :

2. Man reduziere die *Frequenz* bzw vergrößere die *Wellenlänge* des Lichts.

Dies führt zwar zu einer *Verringerung* der *Impuls-Stärke*, aber nach den Gesetzen der *Wellen-Optik* auch zu einer *Verringerung* des *Auflösungs-Vermögens*, da der *Trenn-Abstand* eines jeden Optischen Gerätes gemäß der Abbe'schen Formel  $\Delta x \geq \lambda / 2A$  *proportional* zur *Wellenlänge* des verwendeten Lichts ist ( A : Apertur ). Das bedeutet, in dem Maße, in dem die *Störungen* der *Elektronen-Bahnen* *verringert* werden, wird auch die *Unterscheidbarkeit* ihrer *Wege* durch *einen der beiden Spalten* *verringert*.

Dies führt unmittelbar auf die *Heisenberg'sche Unbestimmtheits-Relation* :

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq h \quad \text{bzw} \quad \Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar / 2 \quad (\text{QM } 19)$$

d.h. *Ort* und *Impuls* eines *Quantenmechanischen Objekts* können nicht gleichzeitig beliebig genau bestimmt werden. *Je genauer eine* dieser beiden Mess-Größen bestimmt wird, *umso größer* wird die *Unsicherheit* über den Wert der *anderen* Mess-Größe. *Werner Heisenberg* hat die Bedeutung dieser Relation für die Quantenmechanik als Erster erkannt und sie deshalb als Grund-Prinzip bzw. Axiom an die *Spitze der Quantenmechanik* gestellt, welche eine grundsätzliche Eigenschaft der Natur beschreibt.

Ein weiteres Grund-Prinzip der Quantenmechanik ist die *Energie-Zeit-Unschärfe* :

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h \quad \text{bzw} \quad \Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \quad (\text{QM } 20)$$

wobei aber im Gegensatz zu *Ort*  $\underline{x}$ , *Impuls*  $\underline{p}$  und *Energie* E die *Zeit* t kein *Quantenmechanischer Operator* ist.<sup>1</sup>

## 8.13.8 Verschränkte Zustände & Nicht-Lokalität

Einerseits kann gemäß der *Speziellen Relativitätstheorie* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.6.7.3: S. 372 ) ein *Ereignis* im *Berühr-Punkt* der beiden Kegel-Spitzen des *Licht-Kegels* nur durch solche Ereignisse *beeinflusst* werden, mit denen es durch *Zeit-artige* oder *Licht-artige Vektoren* mit *negativer* Richtung verbunden ist, und andererseits pflanzen sich gemäß den *Feld-Gleichungen* der *Elektrodynamik* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.5.2.3: S. 357 ) und der *Allgemeinen Relativitätstheorie* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.9.3: S. 387 ) alle Wechselwirkungen nur

---

<sup>1</sup>) Feynman/Leighton/Sands : „Quantenmechanik“ ([199]), Kap. 1-6 + 1-8  
Lindström/Langkau/Scobel : „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), Kap. I.5.2



als *Nah-Wirkungen* fort. Diesen Sachverhalt nennt man *Lokale Kausalität* oder kurz *Lokalität* und Theorien mit diesem Beschreibungs-Konzept *Lokale Theorien*.

Im Gegensatz zu Elektrodynamik & Allgemeiner Relativitätstheorie ist die *Quantenmechanik* eine *Nicht-Lokale Theorie*. Dies kann am Beispiel eines *Doppel-Photons* oder kurz *Di-Photons* illustriert werden. Ein ruhendes *Neutrales  $\pi$ -Meson*  $\pi^0$  mit *Spin*  $m_s = 0$  zerfällt gemäß :

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (\text{QM 21})$$

in zwei *Photonen*, welche nach den Gesetzen der *Impuls-Erhaltung* in entgegengesetzte Richtungen davon fliegen müssen und die nach den Gesetzen der *Eigen-Drehimpuls-Erhaltung* *entgegengesetzte Spins* haben müssen. Graphisch lässt sich dies wie folgt darstellen :

$$\gamma_L \uparrow \longleftarrow \pi^0 \longrightarrow \gamma_R \downarrow \quad (\text{QM 22})$$

In Bra-Ket-Schreibweise lässt sich die *Wellen-Funktion* dieses *Zerfalls* wie folgt :

$$|s=1, m_s=0\rangle = 2^{-1/2} ( |m_s=\uparrow\rangle_L \cdot |m_s=\downarrow\rangle_R - |m_s=\downarrow\rangle_L \cdot |m_s=\uparrow\rangle_R ) \quad (\text{QM 23})$$

mit *Spin-Quantenzahl*  $s$  und *Magnetischer Quantenzahl des Spins*  $m_s$  schreiben. Wird nun die Polarisation *eines* der beiden Photonen gemessen, nachdem sich beide Photonen *beliebig weit* vom *Zerfalls-Ort* durch den *leeren Raum* entfernt haben, so *kollabiert* durch diese Messung die Wellen-Funktion und damit wird nicht nur der *Spin des gemessenen Photons*, z.B.  $\gamma_R$  bestimmt, sondern auch der *Spin des anderen Photons*  $\gamma_L$ , welches sich *beliebig weit* vom *Ort der Messung entfernt* befinden kann. Diese Eigenschaft der Wellen-Funktion nennt man *Nicht-Lokalität* und die Zustände der beiden Photonen *Verschränkte Zustände*. Nach Gleichung Gl. QM 23 ist es *sinnlos* von dem *einen* und dem *anderen* Photon zu sprechen, denn nach dieser Gleichung es gibt keine zwei Photonen  $\gamma_L$  &  $\gamma_R$ , welche durch eigenständige Wellen-Funktionen beschrieben werden, sondern nur ein durch die Wellen-Funktion „ $|m_s=\uparrow\rangle_L \cdot |m_s=\downarrow\rangle_R - |m_s=\downarrow\rangle_L \cdot |m_s=\uparrow\rangle_R$ “ beschriebenes *Di-Photon*. Nach *Wolfgang Pauli* haben „die Phänomene ... in der Atomphysik eine neue Eigenschaft der *Ganzheit*, indem sie sich nicht in Teilphänomene zerlegen lassen, ohne das ganze Phänomen dabei jedes Mal wesentlich zu ändern.“ (Pauli, [585], S. 115 n. [611], S. 76)<sup>1</sup>

## 8.13.9 Interpretationen des Mathematisch-Quantenmechanischen Formalismus

### 8.13.9.1 Die Statistische Deutung von Max Born & John v. Neumann

Nach der *Wahrscheinlichkeits-Interpretation* der Quantenmechanik von *Max Born* ([69]) beschreibt die *Schrödinger-Gleichung* nicht die *Ladungs-Verteilung* einer *de Broglie- bzw. Materiewelle* im Raum sondern die *Aufenthalts-Wahrscheinlichkeit* des zugeordneten *Teilchens* in einem bestimmten *Raum-Volumen* zu einem bestimmten *Zeit-Punkt*. Nach den Gleichungen Gl. 8.11.1-WT 4 & Gl. 8.13.6.3-QM 17 (4) ergibt sich dann für den *Erwartungswert*  $\langle \underline{r} \rangle$  der *Aufenthalts-Wahrscheinlichkeit*

<sup>1</sup>) Bernard d’Espagnat : „Veiled Reality“ ([187]), Kap. 8.1 + S. 147  
Herbert Pietschmann : „Quantenmechanik verstehen“ ([611]), Kap. 7.3

eines *Teilchens* in einem bestimmten *Raum-Volumen*  $dV$  zu einem bestimmten *Zeit-Punkt*  $t$ :

$$\langle \underline{r} \rangle = \int \psi^*(\underline{r}, t) \underline{r} \psi(\underline{r}, t) \cdot dV \quad (\text{QM 24})$$

Da sich jeder *Orts-Wahrscheinlichkeits-Dichte-Verteilungs-Funktion*  $\psi(\underline{r}, t)$  mittels *Fourier-Transformation* umkehrbar eindeutig eine *Impuls-Wahrscheinlichkeits-Dichte-Verteilungs-Funktion*  $\phi(\underline{p}, t)$  zuordnen lässt, erhält man für den *Erwartungswert*  $\langle \underline{p} \rangle$  des *Impulses* dieses Teilchens zu einem bestimmten *Zeit-Punkt*  $t$ :

$$\langle \underline{p} \rangle = \int \psi^*(\underline{r}, t) (\hbar/i) \nabla \psi(\underline{r}, t) \cdot dV \quad (\text{QM 25})$$

Durch Einführung der *Operatoren*:

$$\hat{r} \Leftrightarrow \underline{r} \quad (\text{QM 26})$$

$$\hat{p} \Leftrightarrow (\hbar/i) \nabla \quad (\text{QM 27})$$

auf dem *Hilbert-Raum*  $\mathfrak{H}$  der *Wellen-Funktionen*  $\psi$  für die *Mess-Größen* bzw. *Observablen*  $\underline{r}$  &  $\underline{p}$  ( $\nabla$ : Nabla-Operator) erhält man für die *Erwartungswerte* für *Ort* bzw. *Impuls*:

$$\langle \underline{r} \rangle = \int \psi^*(\underline{r}, t) \hat{r} \psi(\underline{r}, t) \cdot dV =: (\hat{r}\psi \cdot \psi) \quad (\text{QM 28})$$

$$\langle \underline{p} \rangle = \int \psi^*(\underline{r}, t) \hat{p} \psi(\underline{r}, t) \cdot dV =: (\hat{p}\psi \cdot \psi) \quad (\text{QM 29})$$

Damit lässt sich jede *Physikalische Mess-Größe* bzw. *Observable*, welche in der *Klassischen Physik* durch eine *Funktion von Ort & Impuls*  $F(\underline{r}, \underline{p})$  beschrieben wird, in der *Quantenmechanik* durch einen *Operator*  $\mathcal{F}(\hat{r}, \hat{p})$  beschreiben, sodass für den *Erwartungswert* dieser Observablen gilt:

$$\langle F \rangle = \int \psi^*(\underline{r}, t) \mathcal{F} \psi(\underline{r}, t) \cdot dV =: (\mathcal{F}\psi \cdot \psi) \quad (\text{QM 30})^1$$

### 8.13.9.2 Die Kopenhagener Deutung von Niels Bohr

In Kap. 8.13.4.2 (S. 409) wurde schon als Teil des *Komplementaritäts-Prinzips* dargelegt, dass nach *Niels Bohr* Mess-Instrumente *klassisch* beschrieben werden müssen. Darüber hinaus besagt das *Komplementaritäts-Prinzip*, dass *Korpuskular- & Wellen-Modell* *gleichberechtigte* Beschreibungsweisen *Quantenmechanischer Systeme* sind ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.6.4: S. 418) und beide zur Beschreibung solcher Systeme auch *notwendig* sind. Dieses *Komplementaritäts-Prinzip* ist ein wesentlicher Bestandteil der *Kopenhagener Deutung* der *Quantenmechanik*.

Eine weitere *Kern-Aussage* der *Kopenhagener Deutung* ist das *Bohr'sche Postulat*, welches besagt:

---

<sup>1)</sup> Lindström/Langkau/Scobel: „Quantenphysik & Statistische Physik“ ([457]), Kap. I.9.1 – I.9.2  
John von Neumann: „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ([554]), Kap. IV.1 – IV.2

Ein Quanten-System hat keinerlei *Dynamische Eigenschaften an sich* ! Nur mit Bezug auf einen *definierten Experiment-Aufbau* kann man sagen, dass eine *bestimmte Dynamische Eigenschaft* mit diesem Experiment-Aufbau *gemessen* werden kann. Erst das *Mess-Ergebnis* – d. h. die *aktuelle Wechselwirkung* zwischen Quanten-System und Mess-Instrument – bestimmt den Wert der *Dynamischen Eigenschaft* des *Quanten-Systems* !

Damit ist *jede Möglichkeit ausgeschlossen*, den *Variablen* eines *Quanten-Systems* in Gedanken irgendwelche *Werte unabhängig* davon zuzuschreiben, ob eine *aktuelle Messung* stattfindet oder nicht ! Nach *Niels Bohr* ist dies mehr als ein Postulat sondern es folgt seiner Auffassung nach unmittelbar aus der *Physikalischen Theorie* selbst.<sup>1</sup>

### 8.13.9.3 **Alternative Interpretationen des Mathematisch-Quantenmechanischen Formalismus**

Neben den beiden vorstehenden Interpretationen des Mathematischen Formalismus der Quantenmechanik sind im Laufe des letzten Jahrhunderts noch eine Reihe weiterer Interpretationen vorgeschlagen worden, die hier wenigstens genannt werden sollen.

Diese alternativen Interpretationen lassen sich nach den drei Kategorien :

- 8.13.9.3.1    Ontologische Ansätze & Verdeckte Variablen-Theorien
- 8.13.9.3.2    Kosmologische Theorien
- 8.13.9.3.3    Quantentheorie & Logik

klassifizieren. Unter der Kategorie 8.13.9.3.1 wären ( die ) :

- Pilot-Wellen-Theorie von Louis de Broglie & David Bohm
- Kontinuierlich-Spontane Lokalisations-Theorien
- Statistische Ensemble-Interpretations-Theorien
- Modale oder Dynamische Zustands-Theorien

zu nennen, während die :

- Viele-Welten-Theorie von Hugh Everett
- Decohärenz-Theorie von Dieter Zeh et al.
- Theorie der „Coarse Graining Histories“ v. Murray Gell-Mann & James Hartle

zur Kategorie 8.13.9.3.2 zählen.

Schließlich zählen zur Kategorie 8.13.9.3.3 die :

- Quanten-Logik von Carl-Friedrich von Weizsäcker et al.
- Konsistente Logik-Repräsentation von Roland Omnès<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Bernard d'Espagnat : „Veiled Reality“ ( [187] ), Kap. 11.1

<sup>2</sup>) Bernard d'Espagnat : „Veiled Reality“ ( [187] ), Kap. 11.4 + 12. – 13.

## 8.13.10 Raum-Begriff & Quantentheorie

### 8.13.10.1 Die Räume der Quantentheorie

Der *Raum-Begriff* tritt in der *Quantentheorie* in dreifacher Weise auf. Da ist zum Ersten der *Physikalische Raum*, in welchem auch die *Quantenmechanischen Ereignisse* stattfinden. Zum Zweiten tritt der Raum-Begriff in Form des *Konfigurations-Raums* auf, welcher genau wie in der Klassischen Physik von den *Orts- & Impuls-Koordinaten* der wechselwirkenden Teilchen aufgespannt wird und auf welchem die *Hamilton-Funktion* und auch die *Schrödinger'schen Wellen-Funktionen* definiert sind. Und schließlich tritt der Raum-Begriff in der Quantenmechanik in Form des *Hilbert-Raumes* auf, welcher von den *Schrödinger'schen Wellen-Funktionen* gebildet wird. Während der *Konfigurations-Raum* noch ein *Reeller Vektor-Raum* ist, der sich vom den *Physikalischen Raum* beschreibenden *Euklidischen Raum* bezüglich des Abstraktions-Grades im Wesentlichen nur durch seine *höhere Dimensionalität* unterscheidet, ist der *Hilbert-Raum* als *Komplexer unendlich-dimensionaler Funktionen-Raum* wesentlich *abstrakter* als *Konfigurations-Raum & Physikalischer Raum*.

### 8.13.10.2 Quantentheorie & Geometrie

In Kap. 8.11.2.2 (S. 400) wurde die *Geometrie des Hilbert-Raums* beschrieben. Damit lässt sich die *Quantentheorie* genau wie die Relativitätstheorien als *Geometrische Theorie* formulieren. Nach dieser Geometrischen Deutung sind die Quantenmechanischen Operatoren *Orthogonale Projektionen* und jede *Messung* eines Quantenmechanischen Zustands ist die *Projektion* des unbekanntes System-Zustands auf den von einem *Eigenvektor* des *Operators* aufgespannten *Unterraum* des Quantenmechanischen Zustands-Raumes, dessen zugehöriger *Eigenwert* das *Mess-Ergebnis* ist (wenn der Operator ein Punkt-Spektrum besitzt).<sup>1</sup>

### 8.13.11 Quantentheorie & Zeit

Der *Zeit-Begriff* tritt in der *Quantentheorie* in *zweifacher* Weise auf. Dies ist zum Ersten der *Zeit-Parameter* in der *Schrödinger-Gleichung* Gl. 8.13.3-QM 6 :

$$-(\hbar^2 / 2m) \Delta \psi(\underline{r}, t) + E_{\text{Pot}}(\underline{r}, t) \psi(\underline{r}, t) = i \hbar (\partial \psi(\underline{r}, t) / \partial t)$$

Dieser Zeit-Parameter korrespondiert aber im Gegensatz zum Zeit-Parameter in den Bewegungs-Gleichungen der *Klassischen Mechanik* nicht zur *Physikalischen Zeit*, sondern zur *Zeit* im „*Möglichkeits-Raum*“, d. h. im *Konfigurations-Raum*, auf dem die *Wellen-Funktion*, welche Lösung der Schrödinger-Gleichung ist, definiert ist, denn die Schrödinger-Gleichung beschreibt die *Zeit-abhängigen Veränderungen* der *Eintritts-Wahrscheinlichkeiten* der *möglichen Quantenmechanischen Ereignisse*.

---

<sup>1</sup>) John von Neumann : „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ([554]), Kap. II.2 + II.4

Zum Zweiten ist der Zeit-Begriff im Allgemeinen mit den Begriffen *Erfahrung & Empirie* aufs engste verknüpft. Wird *Erfahrung* als „Lernen aus der Vergangenheit, um Prognosen für die Zukunft aufstellen zu können“ definiert ([157]), dann setzt eine solche Definition einen *Zeit-Begriff* voraus, welcher eine Unterscheidung zwischen *Vergangenheit & Zukunft* beinhaltet. D. h. :

„Ein Vorverständnis der *Grundstruktur von Zeit* ist eine der Vorbedingungen dafür, den Begriff »Erfahrung« überhaupt mit Sinn versehen zu können.“  
( Görnitz, [282], S. 106 )<sup>1</sup>

Diese *Zeit-Struktur* tritt in der *Quantentheorie* in Form des *Mess-Prozesses* zu Tage, da dieser ein Moment der *Irreversibilität*, d.h. der *Unumkehrbarkeit* der zeitlichen Abläufe in die Quantentheorie einbringt, welcher der Klassischen Physik fremd ist. Des weiteren bringt der Mess-Prozess eine gewisse *Diskretisierung* der *Zeit* mit sich, da *Fakten* nur durch *Messungen* feststellbar sind und nach dem *Bohr'schen Postulat* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.9.2: S. 421 ) erst das *Mess-Ergebnis* den Wert einer *Dynamischen Eigenschaft* eines *Quanten-Systems* bestimmt.<sup>2</sup>

### 8.13.12 Quantentheorie & Kausalität

Nach der *Statistischen Deutung* der *Quantentheorie* von *Max Born & John von Neumann* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.9.1: S. 420 ) beschreiben die Quantenmechanischen Gleichungen nicht die Beziehungen zwischen den verschiedenen Werten *einzelner* Quantenmechanischer Objekte sondern die *Werte-Verteilungen* dieser Beziehungen in aus sehr vielen einzelnen Systemen bestehenden *Statistischen Gesamtheiten* (Ensembles). Bei solchen Gesamtheiten sei es deshalb auch nicht verwunderlich, wenn die einzelnen Physikalischen Größen *keine scharfen* Werte haben, sondern *Werte-Verteilungen*, welche aus *mehreren Werten* bzw *Werte-Intervallen* bestehen, die eine positive Streuung aufweisen. Dies kann zwei verschiedene Gründe haben :

1. Die einzelnen Systeme  $S_i$  des Ensembles können in *verschiedenen Zuständen* sein, sodass die Statistische Gesamtheit  $\{S_i\}$  durch deren *relative Häufigkeiten* definiert ist. Dann ist die *Ursache* dafür, dass für einzelne Physikalische Größen *keine scharfen Werte* vorhergesagt werden können, in der *Unkenntnis* des aktuellen Zustandes begründet, in welchem sich das zu messende System gerade befindet.
2. Alle einzelnen Systeme  $S_i$  sind im *selben Zustand*, aber die *Naturgesetze* sind *nicht kausal*. Dann ist die *Ursache* der Streuungen nicht die Unkenntnis des Beobachters, „sondern die Natur selbst ist es, die sich über das »Prinzip vom Hinreichenden Grunde« hinweggesetzt hat“. ( v. Neumann, [554], S. 160 )

---

<sup>1</sup>) kursiv von mir ;

<sup>2</sup>) Thomas Görnitz : „Quanten sind anders“ ([282] ), pp 105 – 106  
John von Neumann : „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ([554] ), pp 187 – 189

Definiert man eine *Statistische Gesamtheit* als streuungsfrei, wenn für die Erwartungswerte für jede ihrer *Physikalischen Größen*  $G$  gilt :

$$\langle (G - \langle G \rangle)^2 \rangle = \langle G^2 \rangle - \langle G \rangle^2 = 0 \quad (\text{QM 31})$$

d.h.  $\langle G^2 \rangle = \langle G \rangle^2$

und als einheitlich, wenn aus :

$$\langle G \rangle = \alpha \langle G \rangle_1 + \beta \langle G \rangle_2$$

stets folgt :  $\langle G \rangle \equiv \langle G \rangle_1 \equiv \langle G \rangle_2 \quad (\text{QM 32})$

dann gibt es nach *John von Neumann* in der *Quantenmechanik* keine *streuungslosen Gesamtheiten* und den *einheitlichen Gesamtheiten* entsprechen die *Projektions-Operatoren*  $\mathcal{P}_{[\varphi]}$  mit  $\|\varphi\| = 1$  und nur diesen ! Damit ist nach *John von Neumann* die Entscheidung gegen die *Kausalität* gefallen !<sup>1</sup>

Diese Aussage ist allerdings nur richtig, wenn für die gemäß Kap. 8.13.5 (S. 411) definierte *Quantenmechanik* insbesondere auch das *Vollständigkeits-Axiom* Ax. 8.13.5-QMA.3 vorausgesetzt wird. Wird dieses Vollständigkeits-Axiom nicht vorausgesetzt, so lassen sich auch zur *Standard-Lehrbuch-Quantenmechanik* kompatible *Verdeckte Variablen-Theorien* gemäß Kategorie 8.13.9.3.1 (S. 422), wie z. B. die *Pilot-Wellen-Theorie* von *Louis de Broglie & David Bohm* formulieren, welche die *gleichen* *Quantenmechanischen* Voraussagen wie die *Standard-Lehrbuch-Quantenmechanik* liefert, wenn angenommen wird, dass die *Werte* der *Verdeckten Variablen* zufällig verteilt sind.<sup>2</sup>

## 8.13.13 Quantentheorie & Realität

### 8.13.13.1 Schrödingers Katze

Die Konsequenzen, welche die gemäß Kap. 8.13.5 (S. 411) definierte *Quantenmechanik* für den *Realitäts-Begriff* hat, lässt sich sehr eindrucksvoll am Beispiel von *Schrödingers Katze* demonstrieren. *Erwin Schrödinger* schreibt :

„Eine Katze wird in eine Stahlkammer gesperrt, zusammen mit folgender Höllenmaschine ( die man gegen den direkten Zugriff der Katze sichern muss ) : in einem Geiger'schen Zählrohr befindet sich eine winzige Menge radioaktiver Substanz, so wenig, dass im Laufe einer Stunde vielleicht eines von den Atomen zerfällt, ebenso wahrscheinlich aber auch keines ; geschieht es, so spricht das Zählrohr an und betätigt über ein Relais ein Hämmerchen, das ein Kölbchen mit Blausäure zertrümmert. Hat man dieses ganze System eine Stunde lang sich selbst überlassen, so wird man sich sagen, daß die Katze noch lebt, wenn inzwischen kein Atom zerfallen ist. Der erste Atomzerfall würde sie vergiftet haben. Die  $\psi$ -Funktion des ganzen Systems würde das so zum Ausdruck bringen, daß in ihr die lebendige und die tote Katze ( sit venia verbo ) zu gleichen Teilen gemischt oder verschmiert sind.“ Denn einerseits befindet sich nach der *Quantenmechanik* der Atom-Kern nach Ablauf der Zeitspanne im Zustand der

<sup>1</sup>) *John von Neumann* : „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ ([554]), pp 160 – 163 + 170 – 173

<sup>2</sup>) *Bernard d'Espagnat* : „Veiled Reality“ ([187]), Kap. 4.2 + 4.5

Überlagerung, d. h. *noch nicht zerfallen und zerfallen* und andererseits sind die *Quantenmechanischen Ereignisse* „Atom-Kern zerfallen“ bzw. „Atom-Kern nicht zerfallen“ und die *Makroskopischen Ereignisse* „Katze tot“ bzw. „Katze lebt“ *eindeutig miteinander korreliert* ! Das heißt, genauso wie der *Atom-Kern* befindet sich die *Katze* in einem Zustand der *Überlagerung* (*lebendig und tot*). Erst beim *Öffnen* der Stahlkammer und der *Beobachtung* (*Messung*) *kollabiert* die *Wellen-Funktion* und es entscheidet sich, ob man die Katze tot oder lebendig auffindet, denn nach der *Kopenhagener Deutung* der Quantentheorie ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.9.2: S. 421) kann man über den Zustand der Katze *vor der Beobachtung keine* Aussage treffen. „Das Typische an solchen Fällen ist, daß eine ursprünglich auf den Atombereich beschränkte Unbestimmtheit sich in grobsinnliche Unbestimmtheit umsetzt, die sich dann durch direkte Beobachtung entscheiden läßt. Das hindert uns, in so naiver Weise ein »verwaschenes Modell« als Abbild der Wirklichkeit gelten zu lassen.“ (Schrödinger, [693] n. [611], S. 79 & Wikipedia)

Abschließend sei bemerkt, dass *Erwin Schrödinger* zu dieser Formulierung durch die kurz zuvor erschienene Arbeit von *Albert Einstein, Boris Podolsky & Nathan Rosen* (EPR) zu den Grundlagen der Quantenmechanik angeregt wurde.

### 8.13.13.2 Das Einstein-Podolsky-Rosen-Experiment

Das nach *Albert Einstein, Boris Podolsky & Nathan Rosen* benannte Experiment (*EPR-Experiment*, zuweilen auch *EPR-Paradoxon* genannt) ist ein von diesen drei Autoren 1935 vorgeschlagenes Gedanken-Experiment, welches zwischenzeitlich in abgewandelter Form auch im Labor realisiert werden konnte, und mit dem diese Autoren nachweisen wollten, dass die Quantenmechanik *gegen* die Regeln des klassischen *Lokalen Realismus* verstößt und damit zumindest *unvollständig* ist.

Einstein, Podolsky & Rosen gehen dabei von folgenden Voraussetzungen aus :

EPR.1 In einer *vollständigen Theorie* muß jedes *Element der physikalischen Realität* eine *Entsprechung* haben.

EPR.2 *Einstein'sche Lokalität* bzw. *Einstein'sche Separierbarkeit* : Sind  $R_1$  &  $R_2$  zwei *räumlich getrennte Bereiche der Raum-Zeit*, so ist die *faktische Situation* („the real factual situation“) in  $R_2$  *unabhängig* davon was in  $R_1$  geschieht („what is done“). Dies folgt aus der *Speziellen Relativitätstheorie* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.6: S. 362), da sich nach dieser *keine* Wechselwirkung *schneller als mit Lichtgeschwindigkeit* fortpflanzen kann. ([175], S. 132)

EPR.3 *EPR-Realitäts-Kriterium* : Eine *Physikalische Größe*, deren Wert *mit Sicherheit* vorhersagbar ist, *ohne* das System, an dem sie gemessen wird, zu *stören*, ist ein *Element der Physikalischen Realität*. ([175], S. 132)

Sie betrachteten in ihrem Gedanken-Experiment ein *System aus zwei Elementar-Teilchen*, welche miteinander *kollidieren* und anschließend in verschiedene Richtungen davon fliegen. Wird, nachdem die beiden Elementar-Teilchen sich weit

voneinander entfernt haben, der *Impuls*  $\underline{p}_1$  des Teilchens  $T_1$  gemessen, so lässt sich auf Grund des *Impuls-Erhaltungssatzes* der *Impuls*  $\underline{p}_2$  des Teilchens  $T_2$  eindeutig vorhersagen. Wird dann der *Ort*  $\underline{r}_2$  des Teilchens  $T_2$  gemessen, so sind *Ort*  $\underline{r}_2$  & *Impuls*  $\underline{p}_2$  des Teilchens  $T_2$  eindeutig bestimmt und damit gemäß dem *EPR-Realitäts-Kriterium* EPR.3 *Elemente der Physikalischen Realität*. Deshalb folgt aus EPR.3, dass die *Quantenmechanik* zumindest eine *unvollständig Theorie* ist.

Gelegentlich wird das EPR-Experiment auch als *Paradoxon* bezeichnet, da es scheinbar im *Widerspruch* zur *Heisenberg'schen Unbestimmtheits-Relation* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.7: S. 418) steht. In der *Kopenhagener Deutung* der Quantentheorie ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.9.2: S. 421) wird das Paradoxon dadurch aufgelöst, dass die *indirekte Bestimmung* über die *Messung* am *zweiten Teilchen* eben gar *keine Messung* der *Eigenschaft* des *ersten Teilchens* ist, da der *Begriff* der *störungsfreien Messung* nach *Niels Bohr* gar nicht angemessen definiert sei, wenn er sich auf eine mechanische Wechselwirkung in der letzten Phase des Experiments beschränke. Auf Grund des *Bohr'schen Postulats* ( $\Rightarrow$  Kap. 8.13.9.2: S. 421) schließe der Versuchsaufbau, der zur genauen Vorhersage des *Ortes* des zweiten Elementar-Teilchens  $T_2$  führe, eben das komplementäre Experiment zur Bestimmung seines *Impulses*  $\underline{p}_2$  aus, weshalb diese beiden Physikalischen Größen eben nicht *Elemente derselben Realität* sondern *Elemente zweier komplementärer Realitäten* seien. Somit sei das *EPR-Realitäts-Kriterium* EPR.3 gar nicht anwendbar. *Albert Einstein* hat das *Bohr'sche Postulat* allerdings nie akzeptiert.

*David Bohm* hat 1957 eine überarbeitete Fassung des EPR-Experiments beschrieben ([67]), welche bereits in Kap. 8.13.8 (QM 21 + QM 22 : S. 419) vorgestellt wurde, die auch experimentell prüfbar ist.<sup>1</sup>

### 8.13.13.3 Die Bell'schen Theoreme bzw Ungleichungen

#### 8.13.13.3.1 Allgemeines & Prämissen

Ausgehend vom *Einstein-Podolsky-Rosen-Experiment* in der Fassung von *David Bohm* hat *John Stewart Bell* mehrere Ungleichungen abgeleitet, welche zusammenfassend als *Bell'sche Ungleichung* bzw *Bell'sches Theorem* bezeichnet werden ([39]). In diesen Theoremen hat *John Bell* ausgehend von den vier Prämissen :

- BUG.1 *Einstein'sche Lokalität* bzw *Einstein'sche Separierbarkeit* (Prämisse Pr. 8.13.13.2-EPR.2)
- BUG.2 *EPR-Realitäts-Kriterium* (Prämisse Pr. 8.13.13.2-EPR.3)
- BUG.3 *Kontrafaktische Bestimmtheit* (*Counterfactual Definiteness*) :  
Es kann auch dann *sinnvoll* davon gesprochen werden, dass die *Messung* einer *Physikalischen Größe* ein *bestimmtes Ergebnis* liefert, wenn diese *Messung* *aktuell nicht durchgeführt* wurde.

<sup>1</sup>) Bernard d'Espagnat : „Veiled Reality“ ([187]), Kap. 9.1 – 9.2  
wikipedia.org



#### BUG.4 *Parameter-Unabhängigkeit bzw Wahl-Freiheit :*

Durch die *Auswahl* eines der beiden Experimentatoren, welche von *verschiedenen Physikalischen Größen* er misst, werden die *Wahl-Möglichkeiten* des *anderen* der beiden Experimentatoren nicht eingeschränkt.

in einem ersten Schritt *Ungleichungen* abgeleitet und in einem zweiten Schritt bewiesen, dass die auf diese Weise abgeleiteten Ungleichungen im *Widerspruch* zu den entsprechenden *Aussagen der Quantentheorie* stehen. Zusammenfassend lautet dieser Beweis wie folgt :

### 8.13.13.3.2 Ursprüngliche Fassung von John Steward Bell

#### 8.13.13.3.2.1 *Allgemeines*

Man betrachte  $N$  Zerfälle eines *Elementar-Teilchens*  $T$  wie in Kap. 8.13.8 (QM 21 + QM 22 : S. 419) in *zwei Systeme*  $S_L$  &  $S_R$ , sodass es für jedes System eine *zweiwertige Observable*  $L(\ell)$  bzw  $R(r)$  gebe, welche von je einem *Beobachter*  $O_L$  bzw  $O_R$  mit den *Mess-Ergebnissen*  $\{\ell_1, \dots, \ell_N\}$  &  $\{r_1, \dots, r_N\}$  gemessen werden kann.  $\ell$  &  $r$  sind beliebige *experimentelle Parameter*, welche aber während eines Mess-Vorgangs festgehalten werden müssen.

Bei einer *Spin-Messung* der Zerfallsprodukte wie in Kap. 8.13.8 (QM 21 + QM 22) entsprechen den *Observablen* die *Pauli-Spin-Matrizen*  $\underline{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  und die *experimentellen Parameter* sind die *Richtungen*, in denen der Spin gemessen werden soll. Die einzelnen *Messungen* liefern dann als *Mess-Ergebnisse* die *Werte*  $+$  :=  $\uparrow$  = „Spin up“ oder  $-$  :=  $\downarrow$  = „Spin down“. Experimentell entsprechen den Pauli-Spin-Matrizen *Polarisations-Filter*, welche in den entsprechenden Richtungen *orientiert* sind.

Quantenmechanisch lässt sich das Beispiel in Kap. 8.13.8 (QM 21 + QM 22) so beschreiben, dass die beim Zerfall entstehenden *Photonen* in einem solchen *Quantenmechanischen Zustand* sind, dass *immer* dann, wenn die beiden *Polarisations-Filter* in die *gleiche Richtung* orientiert sind, *entweder beide Photonen* die beiden *Polarisations-Filter passieren* oder *beide Photonen absorbiert* werden. Allgemein wird dieses *Verhalten der Photonen* durch eine *Korrelations-Funktion*  $W(\ell, r)$  beschrieben, welche als *Mittelwert* des *Produkts* der *Werte*, welche die beiden *Observablen* annehmen können, definiert ist durch :

$$W(\ell, r) := \langle \underline{\sigma} \cdot \underline{\ell} \cdot \underline{\tau} \cdot \underline{r} \rangle$$

wobei  $\underline{\sigma}$  &  $\underline{\tau}$  die Vektoren der *Pauli-Spin-Matrizen* und  $\underline{\ell}$  &  $\underline{r}$  die *Einheits-Vektoren* der *Richtungen* sind, in denen der *Spin* gemessen wird.

### 8.13.13.3.2.2 Formulierung der Prämissen

Als Erstes wird in fünf Schritten das *EPR-Experiment* gemäß Kap. 8.13.13.2 (S. 426) auf die spezielle Situation angewendet :

1. An den Systemen  $S_L$  eines Subensembles  $E_1 \subset E$  wird die Observable  $\underline{\sigma} \underline{n}$  gemessen.
2. Folglich wird eine Messung von  $\underline{\tau} \underline{n}$  an den Systemen  $S_R$  von  $E_1$  das Ergebnis  $\{-\ell_1, \dots, -\ell_N\}$  liefern, was an einem Subensemble  $E_2 \subset E_1$  überprüft werden kann.
3. Jedem System  $S_R$  aus  $E_1$ , dass unabhängig von der tatsächlichen Messung am System  $S_L$  ist, kann ein Element der Realität zugeordnet werden.
4. Das Element der Realität, welches  $S_R$  entspricht, entsteht nicht durch eine augenblickliche Fernwirkung der Messung an  $S_L$ . Es ist daher gleichgültig, ob die Messung an  $S_L$  überhaupt ausgeführt wird, weshalb allen  $S_R$  ein Element der Realität zugeordnet werden kann.
5. Eine analoge Argumentation, bei welcher  $S_L$  &  $S_R$  vertauscht werden, führt darauf, dass allen Systemen des Ensembles  $E$  ein Element der Realität zugeordnet werden kann.
6. Diese Situation ist unabhängig von der Wahl des Einheitsvektors  $\underline{n}$ . Für verschiedene Einheitsvektoren existieren also verschiedene Elemente der Realität zu ein und demselben  $S_L$  bzw  $S_R$  für alle  $S_L$  &  $S_R$  aus dem Ensemble  $E$ .

### 8.13.13.3.2.3 Ableitung der eigentlichen Ungleichung

7. Nimmt man nun an, dass die beiden Beobachter  $O_L$  &  $O_R$  ihre Polarisatoren zufällig zwischen zwei Richtungen mit Einheitsvektoren  $\underline{\ell}$  &  $\underline{\ell}'$  bzw  $\underline{r}$  &  $\underline{r}'$  hin und her schalten, so kann man speziell zum System  $S_L$  ein Element der Realität  $s$  wählen, dass dem Operator  $\underline{\sigma} \underline{\ell}$  entspricht sowie ein Element der Realität  $s'$ , dass dem Operator  $\underline{\sigma} \underline{\ell}'$  entspricht und analog zum System  $S_R$  ein Element der Realität  $t$ , dass dem Operator  $\underline{\tau} \underline{r}$  entspricht sowie ein Element der Realität  $t'$ , dass dem Operator  $\underline{\tau} \underline{r}'$  entspricht.
8. Das Ensemble enthält dann  $n(s, s', t, t')$  Paare mit festen Werten für die Elemente der Realität  $s, s', t, t'$ , sodass gilt :

$$\sum n(s, s', t, t') = N$$

9. Für die Korrelations-Funktion ergibt sich dann :

$$W(\ell, r) = \langle \underline{\sigma} \underline{\ell} \cdot \underline{\tau} \underline{r} \rangle = 1/N \sum n(s, s', t, t') \cdot s \cdot t$$

10. Außerdem gilt :

$$|W(\ell, r) - W(\ell, r')| \leq 1/N \sum n(s, s', t, t') \cdot |s| \cdot |t - t'|$$

$$|W(\ell', r) + W(\ell', r')| \leq 1/N \sum n(s, s', t, t') \cdot |s| \cdot |t + t'|$$

11. mit  $s, s', t, t' = \pm$  folgt daraus die Bell'sche Ungleichung :

$$|W(\ell, r) - W(\ell, r')| + |W(\ell', r) + W(\ell', r')| \leq 2 \quad (\text{QM 33})$$

#### 8.13.13.3.2.4 Vergleich mit Quantenmechanischen Resultaten

Der Zustandsvektor des Singulett-Zustands ist gemäß Kap. 8.13.8-QM 23 :

$$\eta_s = 2^{-1/2} (|m_s = \uparrow\rangle_L \cdot |m_s = \downarrow\rangle_R - |m_s = \downarrow\rangle_L \cdot |m_s = \uparrow\rangle_R) \quad (\text{QM 23})$$

Die Korrelations-Funktion lautet damit :

$$W(\ell, r) = \eta_s^* (\underline{\sigma} \cdot \underline{\ell}) \otimes (\underline{\tau} \cdot \underline{r}) \eta_s = -\underline{\ell} \cdot \underline{r} \quad (\text{QM 34})$$

Wählt man nun als *Einheits-Vektoren* die Vektoren :

$$\underline{\ell} := (0, 1) \ \& \ \underline{r} := 2^{-1/2} (1, 1) \ \& \ \underline{\ell}' := (1, 0) \ \& \ \underline{r}' := 2^{-1/2} (1, -1)$$

so erhält man für die kombinierte Korrelations-Funktion :

$$|W(\ell, r) - W(\ell, r')| + |W(\ell', r) + W(\ell', r')| = 2 \cdot 2^{-1/2} > 2 \quad (\text{QM 35})$$

womit sich ein Widerspruch zu Gleichung Gl. QM 33 ergibt.

#### 8.13.13.3.2.5 Bemerkungen

- Die Bell'sche Ungleichung beruht nicht auf dem *quantenmechanischen Formalismus* und enthält in sich keinen Widerspruch. Erst der Vergleich der Ergebnisse für die Erwartungswerte mit der Quantenmechanik liefert den Widerspruch.
- Die Bell'sche Ungleichung macht nur Aussagen über *Erwartungswerte*, jedoch nicht über *Einzel-Ereignisse*. Insbesondere tritt in der Bell'schen Ungleichungs-Variante, in welcher die beiden Experimentatoren zwischen *drei Mess-Richtungen*  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$ ,  $\underline{c}$  wählen können, im Fall perfekter Korrelation, d.h.  $\underline{b} = -\underline{c}$  und  $\not\propto(\underline{a}, \underline{b}) = \not\propto(\underline{a}, \underline{c})$  kein Widerspruch auf.

### 8.13.13.3 Fortentwicklungen der Bell'schen Ungleichung

Bereits 1967 haben *Simon Kochen & Ernst Specker* die *Bell'schen Ungleichungen* dahingehend abgewandelt, indem sie an Stelle der Statistischen Formulierung von Ungleichungen den *Quantenmechanischen Formalismus direkt* anwandten (*Kochen-Specker-Theorem*, [409]). Damit konnten sie einen *direkten Widerspruch* zur Annahme *Verborgener Lokaler Parameter* konstruieren.

*John Clauser, Michael Horne, Abner Shimony & Richard Holt* haben dann 1969 aus den Bell'schen Ungleichungen durch Verallgemeinerung auf *beliebige Observable* die nach ihnen benannte *CHSH-Ungleichung* abgeleitet, die *besser* experimentell überprüfbar ist. ([112], [113]) Da diese Ungleichung gegenüber den Bell'schen Ungleichungen *zusätzliche Voraussetzungen* macht, werden Ungleichungen dieses Typs *Starke Ungleichungen* genannt.

Weiterhin haben *Daniel Greenberger, Michael Horne & Anton Zeilinger* 1989 das nach ihnen benannte *GHZ-Experiment* entworfen, welches wie das *Kochen-Specker-Theorem* anstelle einer Statistischen Formulierung *direkt* auf dem *Quantenmechanischen Formalismus* beruht und im Prinzip nur *vier Messungen* benötigt. Es liefert ebenfalls einen *direkten Widerspruch* zur Annahme *Verborgener Lokaler Parameter*. ([289], [386])

Schließlich erarbeitete *Lucien Hardy* 1993 ein Experiment, mit dem die *Nicht-Lokalität ohne Ungleichungen* gezeigt werden kann. ([308])

### 8.13.13.4 Experimentelle Tests

Seit 1967 wurden *zahlreiche Experimente* zur Überprüfung der *Bell'schen Ungleichungen* und ihrer abgeleiteten Varianten durchgeführt, von denen hier stellvertretend für alle nur die von *Alain Aspect* und Mitarbeitern 1982 durchgeführten Experimente genannt werden sollen, in denen eine *Verletzung* der *Bell'schen Ungleichungen* bei Messungen an Verschränkten Photonen erstmals nachgewiesen werden konnte. ([22], [23]) Alle diese *Experimente bestätigten* sowohl eine *Verletzung* der *Bell'schen Ungleichungen* oder ihrer abgeleiteten Varianten, wie auch die *Vorhersagen* der *Quantenmechanik* !

Allerdings konnten durch diese Experimente bis heute *nicht alle Zweifel vollständig widerlegt werden*, ob damit auch wirklich eine *Verletzung* der Bell'schen Ungleichungen *logisch zwingend nachgewiesen* wurde.

Derzeit beziehen sich diese Zweifel vor allem auf *zwei Schwachpunkte (loopholes)* in der Argumentationskette :

- Der eine Schwachpunkt betrifft die *Lokalitäts-Annahme*, welche der Bell'schen Ungleichung zugrunde liegt. (*locality* oder *communication loophole*)
- Der andere Schwachpunkt betrifft die *nicht perfekte Effizienz*, mit welcher die *korrelierten Ereignisse* durch Detektoren *registriert* werden. (*detection loophole*)

Vor kurzem konnten aber *Gregor Weihs* und Mitarbeiter ein Experiment durchführen, mit welchem das *Lokalitäts-Schlupfloch* geschlossen werden konnte ([794]). Leider lag die *Detektor-Effizienz* in diesem Experiment nur bei etwa 5%. Erst mit einer Detektor-Effizienzen von mehr als 75% ließe sich das *Detektions-Schlupfloch* beseitigen ([275], [276]). Allerdings ist es *M.A. Rowe* und Mitarbeitern 2001 erstmals gelungen die Verletzung der Bell'schen Ungleichung in einem Experiment mit 100% *Detektor-Effizienz* nachzuweisen, und damit das *Detektions-Schlupfloch* zu *schließen* ([674]). Leider lässt dieses Experiment aber das *Lokalitäts-Schlupfloch* *offen*. Ein Experiment, dass *beide Schlupflöcher* schließt, stand bis 2004 noch aus.

#### 8.13.13.4 Zusammenfassung

Wird unter *Quantenmechanik* die *Standard-Lehrbuch-Quantenmechanik* gemäß Kap. 8.13.5 (S. 411) verstanden, so lassen sich die Ergebnisse des Kapitels 8.13.13 wie folgt zusammenfassen :

##### EPR-Experiment :

Annahmen :

1. Die *Quantenmechanik* ist eine *Lokal-Realistische Theorie* (LRT) (Prämisse Pr. 8.13.13.2-EPR.2 & Pr. 8.13.13.2-EPR.3)
2. Korrektheit der Quantenmechanik
3. Vollständigkeit der Quantenmechanik

Einsteins Schlussfolgerung :

Wenn die Quantenmechanik eine Lokal-Realistische Theorie ist, dann ist sie *entweder falsch oder unvollständig*.

##### Bell'sche Ungleichungen :

Annahmen :

1. Die *Quantenmechanik* ist eine *Lokal-Realistische Theorie* (LRT) (Prämisse Pr. 8.13.13.2-EPR.2 & Pr. 8.13.13.2-EPR.3)
2. Korrektheit der Quantenmechanik
3. Unvollständigkeit der Quantenmechanik

Quantenmechanik *verletzt* die Bell'schen Ungleichungen :

Wenn die Quantenmechanik eine Vollständige Theorie ist, dann ist sie *entweder keine Lokal-Realistische Theorie oder falsch*.

### Experimentelle Befunde :

Experimente bestätigen mit o.g. Einschränkungen :  
die *Quantenmechanik* ist korrekt.

Schlussfolgerung : Die *Quantenmechanik* ist keine *Lokal-Realistische Theorie* !

Das bedeutet, dass mindestens eine der *Prämissen* der *Bell'schen Ungleichungen* oder ihrer Fortentwicklungen falsch sein muss ! *Verschiedene Interpretationen* des Mathematisch-Quantenmechanischen Formalismus unterscheiden sich jedoch hinsichtlich dessen, *welche* der verschiedenen *Prämissen* sie aufgeben. So geben beispielsweise die verschiedenen Theorien *Verdeckter Variabler* die *Vollständigkeits-Prämisse* auf, während die *Kopenhagener Deutung* die *Realitäts-Prämisse* aufgibt oder die *Pilot-Wellen-Theorie* die *Lokalitäts-Prämisse*. Für eine ausführlichere Behandlung des Themas *Quantentheorie & Realität* muss allerdings auf die Literatur, z. B. die Bücher [40], [187], [386], [494] & [646] verwiesen werden.<sup>1</sup>

### 8.13.14 Richard Feynmans Résumé

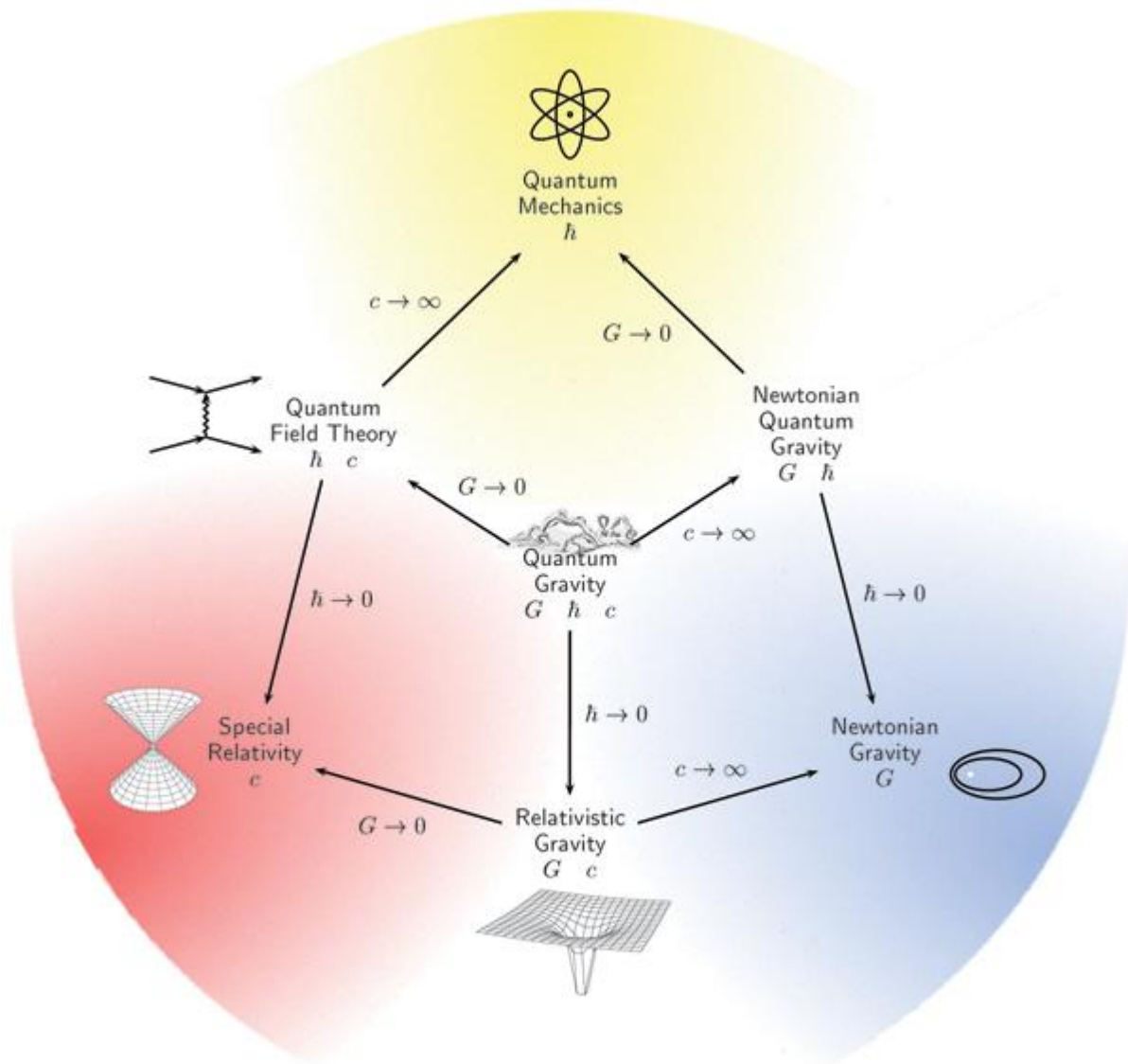
Nach dem im letzten Kapitel Gesagten scheint es deshalb angebracht, das Kapitel *Quantenmechanik* mit einem Zitat von *Richard Feynman* abzuschließen. Es lautet : „Früher einmal konnte man in den Zeitungen lesen, es gebe nur zwölf Menschen, die die Relativitätstheorie verstünden. Das glaube ich nicht. Wohl mag eine Zeitlang nur ein Mensch sie verstanden haben, weil er als einziger überhaupt auf den Gedanken verfallen war. Nachdem er aber seine Theorie zu Papier gebracht und veröffentlicht hatte, waren es gewiß mehr als zwölf. Andererseits kann ich mit Sicherheit behaupten, daß niemand die Quantenmechanik versteht !“ ( Feynman, [198], S. 159 )<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Bernard d'Espagnat : „Veiled Reality“ ([187]), Kap. 9.3 – 9.7  
Alber / Freyberger : „Quantenkorrelationen und die Bellschen Ungleichungen“ ([3])  
Kedar Ranade : „Verborgene Parameter und die Bellsche Ungleichung“ ([641])  
Norina Richter : „Bellsche Ungleichungen“ ([653])  
Michael Schug : „Verschränkte Photonenpaare“ ([695])  
wikipedia.org : Bell'sche Ungleichung  
wikipedia.org : EPR-Effekt

<sup>2</sup>) kursiv & Unterstreichung von mir ;

## 8.14 Das Theorien-Geflecht von Gravitation, Relativität & Quanten-Welt



von Homepage des „ZARM – Center of Applied Space Technology and Microgravity :  
Fundamental Physics : Gravity – Relativity – Quantum Theory”

## 9. Anhang 2 : Die Spezifikation Abstrakter Neuronen-ähnlicher Netze

### 9.1 Allgemeine Charakteristika

Ein *Abstraktes Neuronen-ähnliches Netz* lässt sich im Wesentlichen durch die

- Menge der *Verarbeitungs-Elemente* bzw. *Prozessoren*  $U$  ( units ) und die
- *Verbindungs-Struktur* des Netzes  $W$

spezifizieren.

Dabei werden die Eigenschaften der einzelnen Prozessoren durch die

- Menge der *Aktivierungs-Zustände*  $A$
- Menge der *Eingabe-Werte*  $I$  und die
- Menge der *Ausgabe-Werte*  $O$

definiert. Dabei ist die Menge der Aktivierungs-Zustände für alle Prozessoren gleich und die Menge der Ein- & Ausgabe-Werte wird für jede einzelne Verbindung spezifiziert. Im Allgemeinen haben aber alle Verbindungen die gleichen Mengen von Ein- & Ausgabe-Werten.

Die *Dynamik* des Netzes wird durch die

- *Ausgabe-Funktion*  $f_i$  für jeden Prozessor  $u_i$
- *Übertragungs- bzw. Ausbreitungs-Funktion*  $\underline{\text{net}}$ <sup>1</sup> und die
- *Aktivierungs-Funktion*  $F_i$  für jeden Prozessor  $u_i$

spezifiziert. Außerdem können eine

- Externe Eingabe-Funktion  $Ex_I$  und eine
- Externe Ausgabe-Funktion  $Ex_O$

zur Spezifikation der *Externen Ein- & Ausgabe* des gesamten Netzes definiert werden, welche den Eingaben von den *Sinnes-Organen* bzw. den Ausgaben der *Motor-Neurone* beim *Nervensystem* entsprechen.

Ein *Abstraktes Neuronen-ähnliches Netz* wird durch die Spezifikation der vorge-nannten Parameter *vollständig beschrieben*. Ist die Menge der Aktivierungs-Zustände endlich, so kann seine Struktur als *Netzwerk Endlicher ggf. Stochastischer Automaten* beschrieben werden ( [398] + [399] ).<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>) Propagierungs-Funktion

<sup>2</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ( [400] ), pp 147 – 148



## 9.2 Die Verarbeitungs-Elemente bzw. Prozessoren

Die *Verarbeitungs-Elemente* bzw. *Prozessoren* sind *Entitäten/ Systeme mit Gedächtnis* oder *Mathematische Maschinen*, deren *Zustands-Raum* (Speicher) eine *1-dimensionale geordnete Menge* (z. B. die Menge der Reellen Zahlen  $\mathbb{R}$ , die Menge der Ganzen Zahlen  $\mathbb{Z}$ , ein Intervall aus diesen oder die Boolesche Menge  $\{0, 1\}$ ) ist, der für alle Prozessoren gleich ist. Ein Zustand wird *Aktivierungs-Zustand* oder kurz *Aktivierung* genannt und der entsprechende Wert wird als *Aktivierungs-Grad* bezeichnet. Der Aktivierungs-Zustand zu einem Zeit-Punkt  $t$  wird durch die *Aktivierungs-Funktion* (Kap. 9.9: S. 438) bestimmt, d. h. er ist abhängig von den Eingaben zu diesem Zeit-Punkt  $t$  und dem Aktivierungs-Zustand zum Zeit-Punkt  $t - 1$ .

Außerhalb dieser Verarbeitungs-Elemente bzw. Prozessoren findet keinerlei Informationsverarbeitung statt, d. h. es gibt keinerlei externe Steuerungs-Mechanismen, welche die Verarbeitungs-Abläufe in einem Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netz steuern bzw. regulieren.

Innerhalb des Netzes kann zwischen *Eingabe-Elementen, Ausgabe-Elementen & Internen Elementen* (hidden units) unterschieden werden. Im *Nervensystem* entsprechen die Eingabe-Elemente der Schnittstelle zu den *Sinnes-Organen* und die Ausgabe-Elemente den *Motor-Neuronen*.

Je nach Interpretation können diese Verarbeitungs-Elemente bzw. Prozessoren Objekte, Merkmale oder Begriffe direkt repräsentieren (*Prinzip der Lokalen Repräsentation*) oder diese Objekte, Merkmale & Begriffe werden durch *Aktivitäts-Muster* (*Dynamische Zell-Verbände* bzw. „*Cell Assemblies*“) des gesamten Netzes repräsentiert (*Prinzip der Verteilten Repräsentation*).<sup>1</sup>

## 9.3 Die Verbindungs-Struktur des Netzes

Wie bereits erwähnt, wird das Verhalten eines *Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzes* wesentlich durch die *Verbindungs-Struktur des Netzes*, über das die einzelnen Prozessoren durch den Austausch von Signalen miteinander kommunizieren, bestimmt. Diese kann durch einen *Bewerteten Gerichteten Graphen* (*Digraphen*) oder durch eine *Konnektions-Matrix* beschrieben werden. Dabei repräsentieren die Knoten bzw. die Matrix-Plätze die Prozessoren und die Kanten-Werte bzw. Matrix-Einträge bezeichnen die *Stärken* bzw. *Gewichte* der einzelnen Verbindungen zwischen zwei Prozessoren. Die Gewichte können Reelle bzw. Ganze Zahlen sein, wobei *positive* Gewichte *Aktivitäts-steigernde* (excitatorische, reizende) *Verbindungen* und *negative* Gewichte *Aktivitäts-mindernde* (hemmende, inhibitorische) *Verbindungen* repräsentieren.

*Abstrakte Neuronen-ähnliche Netze* können in *hierarchisch angeordnete Netz-Ebenen* gegliedert sein, welche *Schichten* genannt werden. Können die einzelnen Prozessoren nur Prozessoren (ihrer eigenen Ebene und) einer bzw. der nächst höheren Ebene beeinflussen, so spricht man von *Bottom-up-Systemen*. Hierarchische Netze, in denen die einzelnen Prozessoren nur Prozessoren (ihrer eigenen Ebene und) einer bzw. der

---

<sup>1</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ([400]), pp 144 + 147 + 148

nächst niedrigeren Ebene beeinflussen können, nennt man *Top-down-Systeme*. In *Interaktiven Systemen* ist ein Informations-Fluss in beide Richtungen erlaubt, aber in der Regel findet dieser nur innerhalb einer Ebene und zwischen jeweils zwei benachbarten Ebenen statt.<sup>1</sup>

#### 9.4 Die Aktivierungs-Zustände

Die Menge der *Aktivierungs-Zustände*  $A$  ist i.a. für alle Verarbeitungs-Elemente bzw. Prozessoren eines *Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzes* gleich. Sie kann kontinuierlich oder diskret, beschränkt oder unbeschränkt, endlich oder unendlich sein, also z. B. die Menge der Reellen Zahlen  $\mathbb{R}$ , die Menge der Ganzen Zahlen  $\mathbb{Z}$ , ein Intervall aus diesen oder die Boolesche Menge  $\{0, 1\}$ . Der *Aktivierungs-Zustand des Netzes* zum Zeit-Punkt  $t$  wird durch einen *n-dimensionalen Vektor*  $a(t)$  repräsentiert, wobei das  $i$ -te Element des Vektors der Aktivierungs-Zustand  $a_i(t)$  des Prozessors  $u_i$  ist.<sup>2</sup>

#### 9.5 Die Mengen der Eingabe-Werte & Ausgabe-Werte

Die *Mengen der Eingabe- & Ausgabe-Werte* spezifizieren die zulässigen Eingaben & Ausgaben für jede Eingangs- bzw. Ausgangs-Verbindung jedes einzelnen Prozessors  $u_i$  und werden in Form von  $k$ -Tupeln bzw.  $k$ -dimensionalen Vektoren  $(I_n)_i$  &  $(O_m)_i$  repräsentiert. Meistens wird angenommen, dass die Mengen der Eingabe-Werte & Ausgabe-Werte sowohl für alle Verbindungen eines Prozessors wie auch für alle Prozessoren gleich sind. Dabei können die Werte Boolesche Werte, Ganze Zahlen oder Reelle Zahlen sein.<sup>3</sup>

#### 9.6 Die Ausgabe-Funktion

Die Prozessoren kommunizieren miteinander durch den Austausch von Signalen. Dabei ist die *Stärke* des ausgesandten *Signals* abhängig von *Aktivierungs-Grad* des *sendenden Prozessors*. Die *Ausgabe-Funktion* dieser Ausgabe eines Prozessors hat die Form einer *Abbildung* der *Menge der Aktivierungs-Zustände*  $A$  in die *Menge der Ausgabe-Werte*  $O$  für jeden Prozessor  $u_i$ :

$$f_i: A \rightarrow O \text{ mit } o_i(t) := f_i(a_i(t))$$

Dabei kann die Ausgabe-Funktion eine *Schwellenwert-Funktion* oder eine *Wahrscheinlichkeits-Funktion* sein. Sie wird für jeden Zeit-Punkt  $t$  durch einen *n-dimensionalen Vektor*  $o(t)$  repräsentiert.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ([400]), pp 147 + 148 – 149

<sup>2</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ([400]), pp 147 + 149

<sup>3</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ([400]), pp 147 + 149

<sup>4</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ([400]), pp 147 + 149

## 9.7 Die Übertragungs- bzw. Ausbreitungsfunktion

Die *Übertragungs- bzw. Ausbreitungsfunktion* (Propagierungsfunktion)  $\underline{net}$  dient zur Berechnung der *Netz-Eingabe*, d. h. der aktuellen Eingabe in die *Internen Netz-Elemente* anhand der Ausgaben der vorgeschalteten Prozessoren und der Gewichte der Eingangs-Verbindungen. Im Allgemeinen besteht die Übertragungsfunktion aus einer einfachen Summation der gewichteten Eingabe-Werte der Eingangs-Verbindungen zu einem bestimmten Zeit-Punkt  $t$ :

$$\underline{net}_j(t) := \sum(i) w_{ij} \times o_i(t)$$

Die gesamte *Interne Netz-Eingabe* wird durch die *Multiplikation* des *Ausgabe-Vektors*  $o(t)$  mit der *Konnektions-Matrix*  $W$  spezifiziert:

$$\underline{net}(t) := o(t) * W$$

( [400], pp 147 + 149 – 150 )

## 9.8 Die Externen Eingabe- & Ausgabe-Funktionen

Durch die *Externe Eingabe-Funktion* kann die *Perzeption von Informationen durch die Sinnes-Organen* repräsentiert & spezifiziert werden. Die Externe Eingabe in einen Prozessor  $u_i$  zum Zeit-Punkt  $t$  wird mit  $Ex\_I_i(t)$  bezeichnet und der *Vektor*  $Ex\_I(t)$  repräsentiert die gesamte Eingabe-Information in ein Abstraktes Neuronen-ähnliches Netz.

Entsprechend repräsentiert die *Externe Ausgabe-Funktion* die Erzeugung von *Handlungs-Informationen zur Steuerung von Effektoren* mit deren Hilfe ein *Kybernetisches Ober-System* seine Umgebung bzw Umwelt beeinflusst. Die Externe Ausgabe eines Prozessors  $u_i$  zum Zeit-Punkt  $t$  wird mit  $Ex\_O_i(t)$  bezeichnet und der *Vektor*  $Ex\_O(t)$  repräsentiert die gesamte Ausgabe-Information eines Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzes.<sup>1</sup>

## 9.9 Die Aktivierungsfunktion

Die *Aktivierungsfunktion*  $F_i$  bestimmt für jeden Prozessor  $u_i$  den neuen Aktivierungs-Zustand  $a_i(t+1)$  in Abhängigkeit von seinem aktuellen Aktivierungs-Zustand  $a_i(t)$  und den (Externen & Internen) Eingabe-Werten auf allen seinen Eingangs-Verbindungen:

$$a_i(t+1) := F_i(a_i(t), Ex\_I_i(t), \underline{net}_i(t))$$

Dabei kann  $F_i$  eine *Schwellenwert-Funktion* und sowohl *deterministisch* wie auch *stochastisch* sein. Sie ist oft so definiert, dass ihr *Aktivitäts-Grad beim Fehlen einer signifikanten Eingabe nur langsam absinkt*. Sind die Aktivierungs-Zustände Elemente einer *Kontinuierlichen Menge*, so ist  $F_i$  oft eine *Sigmoidale (S-förmige) Funktion*,

---

<sup>1</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ([400]), pp 147 + 150

deren Aktivitäts-Grade sich *asymptotisch* einem *Maximal-* bzw. *Minimal-Wert* annähern. Die Aktivierung der Aktivitäts-Grade erfolgt in der Regel *synchron* für alle Prozessoren.<sup>1</sup>

## 9.10 Lernen in Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzen

Das *Lernen* in *Abstrakten Neuronen-ähnlichen Netzen* erfolgt durch die *Modifikation der Verbindungs-Struktur* des Netzes, d. h. durch die *Veränderung der Gewichte* der einzelnen Verbindungen. Geht man von einer vollständigen Verbindungs-Struktur aus, d. h. jeder Prozessor ist mit jedem Prozessor verbunden, so lassen sich „nicht-existierende“ Verbindungen durch die Verbindungs-Stärke  $w_{ij} = 0$  repräsentieren. Auf diese Weise können durch die Veränderung von Gewichten existierende Verbindungen „zerstört“ und neue Verbindungen „kreiert“ werden.

Die Modifikation der einzelnen Verbindungen basiert auf der *Hebb'schen Hypothese*, nach der die *Stärke einer Verbindung* zwischen zwei Prozessoren  $u_i$  &  $u_j$  *erhöht* wird, wenn beide Prozessoren *gleichzeitig aktiv* sind, und *vermindert*, wenn sie *nicht gleichzeitig aktiv* sind. Formal lässt sich diese *Hebb'sche Lern-Regel* wie folgt schreiben :

$$\Delta w_{ij} := \eta \times a_i(t) \times a_j(t)$$

mit  $\eta$  als *Lern-Faktor*. Die allgemeine Formulierung der *Lern-Funktion* ist :

$$\Delta w_{ij} := g(a_j(t), \ell_j) \times h(o_i(t), w_{ij})$$

mit der *Lern-Eingabe*  $\ell_j$  für jeden Prozessor  $u_j$ . Diese Lern-Eingabe entspricht dem *Soll-Aktivierungs-Zustand* eines Prozessors. Ist dieser vorgegeben, so spricht man vom *Beaufsichtigten Lernen* im Gegensatz zum *Unbeaufsichtigten Lernen*. Die *Änderung der Verbindungs-Stärken* wird durch die Funktion  $h$  bestimmt, die von der Ausgaben des vorgeschalteten Prozessors  $o_i(t)$  und dem *aktuellen Gewicht*  $w_{ij}$  der Verbindung abhängt, und durch die Funktion  $g$ , welche vom *Aktivierungs-Zustand* des Prozessors  $u_j$ :  $a_j(t)$  sowie der *Lern-Eingabe*  $\ell_j$  abhängig ist. Oft ist  $g$  eine Funktion der *Differenz* zwischen dem *aktuellen Aktivierungs-Grad*  $a_j(t)$  und der *Lern-Eingabe*  $\ell_j$  wie etwa bei der sogenannten *Delta-Regel* :

$$\Delta w_{ij} := \eta \times (\ell_j - a_j(t)) \times o_i(t)$$

von *G. Widrow & M.E. Hoff* ([807]).

---

<sup>1</sup>) Christel Kemke : „Der Neuere Konnektionismus“ ([400]), pp 147 + 150

## 10. Technische Anhänge

### 10.1 Abkürzungen

AI	Artificial Intelligence
ANN	Artificial Neural Networks
AR	Allgemeine Relativitätstheorie
DNS	Desoxyribonuklein-Säure
ED	Elektro-Dynamik
EG	Euklidische Geometrie
EPR	Einstein-Podolsky-Rosen
ES	Elektro-Statik
GF	Gauß'sche Flächentheorie
GN	Galilei-Newton-Geometrie
GUI	Graphical User Interface
iff	if and only if ( dann und nur dann, wenn )
KI	Künstlichen Intelligenz
KM	Klassische Mechanik
LM	Lorentz-Einstein-Minkowski-Geometrie
LRT	Lokal-Realistische Theorie
LTM	Long-Term Memory
MG	Maxwell'sche Gleichung(en)
MS	Magneto-Statik
NG	Newton'sche Gravitations-Theorie
PDP	Parallel Distributed Processing
PE	Pseudo-Euklidische Geometrie
RG	Riemann'sche Geometrie
RE	Relativistische Elektrodynamik
SR	Spezielle Relativitätstheorie
SRS	Spatial Representational System
STM	Short-Term Memory
VSSP	Visuo-Spatial Scratch/Sketch Pad Model
VSWM	Visuo-Spatial Working Memory Model
$\beta$	$= v / c$
$\gamma$	$= 1 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$



#### 10.2.4 Wissenschaftliche Tätigkeit I

- 01.09.1978 – 30.06.1989 : Wissenschaftlicher Mitarbeiter bei der  
**Deutschen Forschungs- & Versuchsanstalt  
für Luft- & Raumfahrt** in Oberpfaffenhofen
- 01.09.1978 – 28.02.1981 Systemanalytiker und Software-Entwickler in der  
**Hauptabteilung Zentrale Datenverarbeitung  
Projektgruppe Rechnernetz der DFVLR**  
( Dir. Dr. H.-M. Wacker / PL Dipl.-Math. Gerhard Glas )  
Arbeitsgebiete :  
Datenkommunikation & Heterogene Rechnernetze
- 01.03.1981 – 30.11.1986 Wissenschaftler im  
Institut für Dynamik der Flugsysteme  
**Abteilung Automatisierung ( und Robotik )**  
( Dir. Prof. Jürgen Ackermann / AL Prof. Gerhard Hirzinger )  
heute : Institut für Robotik & Mechatronik  
( Dir. Prof. Dr. Gerhard Hirzinger )  
Arbeitsgebiete :  
Künstliche Intelligenz + Cognitive Science, insbes.  
Neuron-like + Connectionistic Networks /  
Mustererkennung + Computer Vision
- 01.12.1986 – 30.06.1989 Industrieaufenthalte im Rahmen des  
**Technologie-Transfer-Programms** der DFVLR

#### 10.2.5 Nachakademische Berufstätigkeit

- 01.12.1986 – 30.09.1987 : Wissenschaftlicher Bearbeiter im  
**I A B G Studienbereich**  
Abt. Software-Technologie
- 01.10.1987 – 30.06.1988 : Wissenschaftlicher Mitarbeiter bei der  
**Siemens AG – Zentralbereich Forschung & Technik  
Informationstechnische Grundlagen**  
Mitarbeit beim Aufbau eines Forschungsschwerpunktes  
"Machine Learning and Neural Networks"
- 01.07.1988 – 31.01.1992 : Software-Entwickler bei der  
**mbp Software & Systems Projektgesellschaft**  
( heute Teil von EDS )  
Arbeitsgebiete :  
Math. Modell-Bildung & Technische Konzeption für  
Verbrauchs-Prognose & Engpaßbestimmung für ein  
Logistisches Informationssystem u.a.
- 01.02.1992 – 30.11.2004 : Angestellter bei der **Deutschen Bundesbank**,  
Dienststelle des Direktoriums bzw. Zentrale  
in Frankfurt am Main

- 01.02.1992 – 30.09.1993 Gruppenleiter *DV-Verfahrenstechnik* in der **Hauptabteilung Organisation** **Abteilung DV-Grundsatzangelegenheiten**  
Arbeitsgebiet : Software-Technology
- 01.10.1993 – 30.11.2004 Mitarbeiter für *Sonderaufgaben* im **Stab** des **Hauptabteilungsleiters Datenverarbeitung** bzw **Zentralbereichsleiters Informationstechnik** u.a. als *Persönlicher Research-Analyst* für *Studien-Angelegenheiten*
- ab Juni 1997 zusätzlich *Additional Rapporteur* für *Europa-Angelegenheiten* zur Unterstützung der Bundesbank-Repräsentanten in den *Arbeitsgruppen für die technische Unterstützung des Europäischen Zentralbank-Systems* insbes. des Zentralbereichsleiters Informationstechnik im *Information-Technology Committee*
- seit 01.12.2004 **freigestellt** im Rahmen der *Bundesbank-Struktur-Reform* anlässlich der *Einführung des Europäischen Zentralbank-Systems*

## 10.2.6 Wissenschaftliche Tätigkeit II

- seit 01.02.2003 : Doktorand im **Fachbereich Physik** der Johann-Wolfgang von Goethe-Universität Frankfurt am Main **Institut für Geschichte der Naturwissenschaften**  
Betreuer : Priv.-Doz. Dr. **Peter Eisenhardt**  
Berater : Prof. Dr. Thomas Görnitz & Prof. Christian Freksa, PhD



### 10.3 Definitionen / Glossar

ACT-Modell	„Adaptive Control of Thought“ Ein aus <i>Deklarativen &amp; Prozeduralen Beschreibungen</i> aufgebautes <i>Produktions-System</i> als <i>Grundmodell einer Kognitiven Architektur</i> ([10])
Abgeschlossenheit	1. Eine Menge ist <i>abgeschlossen</i> , wenn alle ihre <i>Rand-Punkte</i> zu ihr gehören. 2. Ein <i>System S</i> ist <i>abgeschlossen</i> , wenn es mit seiner Umgebung weder <i>Materie</i> , noch <i>Energie</i> oder <i>Information</i> austauscht.
Adaptation	≡ <i>Passung</i> : der <i>Zustand</i> des <i>Gleichgewichts</i> ( <i>Äquilibration</i> ) zwischen <i>Assimilation</i> & <i>Akkommodation</i> , d. h. zwischen der ( <i>System-</i> ) <i>Organisation</i> eines <i>Organismus</i> (einer <i>Biologischen Organisation</i> ) und seiner <i>Umwelt</i> . ([601], S. 96 + [602], pp 174 – 176)
Adaptations-Prozess	≡ <i>Anpassungs-Prozess</i> : das <i>Zusammenspiel</i> von <i>Assimilation</i> <u>und</u> <i>Akkommodation</i> zur <i>Wiederherstellung des Fließgleichgewichts</i> als <i>Reaktion auf Umwelt-Veränderungen</i> . ([602], pp 174 – 176)
Ähnlichkeit	Nach der <i>Evolutionstheorie</i> sind <i>Ähnlichkeiten</i> entweder <i>Analogien</i> oder <i>Homologien</i> , ein Drittes ist ausgeschlossen ! ([659], S. 154) ⇒ <i>Analogie</i> & <i>Homologie</i>
Akkommodation	die <i>Modifikation</i> des <i>Assimilations-Zyklus</i> als <i>Reaktion auf Umwelt-Veränderungen</i> zur <i>Aufrechterhaltung des Fließgleichgewichts</i> . ([602], pp 174 – 176)  Der nach <i>außen gerichtete Prozess</i> eines <i>operativen Aktes</i> , der sich auf einen <i>besonderen Realitäts-Zustand</i> bezieht. d. h. die <i>Anwendung</i> einer <i>allgemeinen Struktur</i> (Schema) eine <i>besondere Situation</i> . Als solche enthält sie immer ein Element von <i>Neuheit</i> . In einem eingeschränkten Sinne führt die <i>Akkommodation</i> an eine neue Situation zu einer <i>Differenzierung</i> einer <i>schon ausgebildeten Struktur</i> (Schema) und somit zum <i>Auftreten neuer Strukturen</i> (Schemata). ([601], S. 96)
Analogie	In der <i>Evolutionstheorie</i> versteht man unter <i>Analogien</i> durch das <i>Milieu</i> verursachte <i>Konvergenzen</i> in der <i>Evolution</i> , die durch ihre <i>disperse Verteilung</i> in den <i>harmonisch divergenten Ähnlichkeits-Feldern</i> zu erkennen sind. ([659], pp 130 – 134) ⇒ <i>Homologie</i> & <i>Ähnlichkeit</i>
Anpassung	≡ <i>Anpassungs-Prozess</i> : <i>Anpassung</i> ( <i>Adaption</i> ) ist der Prozess der <i>Entstehung</i> eines <i>Merkmals</i> durch den Mechanismus der <i>Natürliche Auslese</i> ( <i>Selektion</i> ). Oder präziser : Der <i>Eliminierungs-Prozess</i> der <i>Evolution</i> , der durch <i>Natürliche Auslese</i> ( <i>Selektion</i> ) Individuen mit denjenigen <i>Merkmalen</i> ( <i>Phänen</i> ) bevorzugt überleben läßt, deren <i>Passungs-Grad</i> auf die <i>Umwelt</i> ihnen gegenüber Individuen mit Merkmalen von <i>geringerem</i> Passungs-Grad einen <i>Überlebens-Vorteil</i> verschafft. Das Ergebnis dieses Anpassungs-Prozesses ist die ⇒ <i>Passung</i> des Merkmals auf die Umwelt. ([498], pp 165 – 168 & [185], pp 134 – 137)
Anpassungs-Wert	≡ <i>Selektions-Wert</i> ≡ <i>Eignung</i> : Der <i>Anpassungs-Wert</i> eines <i>Merkmals</i> bemisst sich nach der <i>durchschnittlichen Zahl</i> der <i>reproduktionsfähigen Nachkommen</i> der mit diesem <i>Merkmal</i> ausgestatteten <i>Individuen</i> . In <i>Evolutionstheoretischen Erklärungen</i> wird der <i>Anpassungs-Wert</i> eines Merkmals auf dessen ⇒ „ <i>ingenieurmäßigen</i> “ <i>Passungs-Grad</i> zurück geführt. ([185], S. 137)

Äquilibration	je nach Kontext : ≡ Fließgleichgewicht ≡ Selbst-Regulation / Auto-Regulation ≡ Selbst-Regulation des Fließgleichgewichts
Art ( Species )	<i>Biologische Art-Definition</i> : “Species are groups of interbreeding natural populations that are reproductively isolated from other such groups.” ( [498], S. 183 )  <i>Typologische Art-Definition</i> : Eine <i>Art</i> ist durch ihre <i>Art-spezifischen Merkmale</i> definiert, durch welche sie sich von anderen Arten unterscheidet. ( Philosophisches Konzept der Natürlichen Arten ) ( [498], pp 180 – 181 )
Assertionales Wissen	≡ Assertorisches Wissen ≡ Fall-Wissen ; <i>Synthetisches Wissen</i> im Sinne von <i>Immanuel Kant</i> ( Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 800 )
Assimilation	die <i>Integration externer Objekte</i> in die <i>Kreis-Prozesse</i> der ( <i>System-</i> ) <i>Organisation</i> des <i>Organismus</i> . ( [602], pp 174 – 176 )  Der <i>inkorporierende Prozess</i> eines <i>operativen Aktes</i> , d. h. ein <i>In-sich-Aufnehmen</i> von <i>Umwelt-Daten</i> , aber nicht in einem <i>kausalen, mechanistischen Sinn</i> , sondern als <i>funktionelle Integration</i> in eine <i>Interne Struktur</i> ( <i>Verhaltens-Schema</i> ), die kraft ihrer eigenen Natur nach Betätigung sucht. ( [601], S. 97 )
aufspannen	Ein <i>Vektor-Raum</i> $V$ wird von einer Menge von Vektoren $\{ \underline{x}_i \}$ <i>aufgespannt</i> , wenn $\{ \underline{x}_i \}$ eine $\Rightarrow$ <i>Vektorraum-Basis</i> ist.
Basis-Vektor	Element einer $\Rightarrow$ <i>Vektorraum-Basis</i> .
Begriffliches Wissen	≡ Konzeptuelles Wissen : Wissen über die <i>Bedeutung</i> von <i>Begriffen</i> , insbesondere über deren <i>Merkmale &amp; Relationen</i> untereinander. ( Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 800 )
Bild-Marke	Der Begriff der <i>Bild-Marke</i> ist eine Begriffs-Bildung in Analogie zum Begriff $\Rightarrow$ <i>Wort-Marke</i> und bezeichnet die expliziten Trennung von <i>Visuellen &amp; Semantischen Merkmalen</i> einer <i>Visuellen Wahrnehmung</i> bzw. <i>Bildhaften Vorstellung</i> . Die visuelle Darbietung eines Reizes aktiviert zunächst diese Bild-Marken. ( [407], S. 105 )
Bild-Symbol	≡ Ikonisches Zeichen ≡ Piktogramm ≡ Piktographische Zeichen : <i>Bildhaftes</i> bzw. <i>Graphisches Zeichen</i> , deren Bedeutung sich aus der <i>Bildhaften Ähnlichkeit</i> zwischen dem die Bedeutung repräsentierenden Zeichen und dem von diesem Zeichen bezeichnetem Objekt ergibt. D.h. bei der <i>Abbildung</i> des zu repräsentierenden Objekts auf seine <i>Bildhafte</i> bzw. <i>Graphische</i> Repräsentation bleiben bestimmte <i>Visuospatiale Charakteristika</i> – entweder <i>gleiche Visuospatiale Merkmale</i> oder <i>gleiche Visuospatiale Beziehungen</i> – erhalten. ( $\Rightarrow$ <i>Ideogramm</i> ) ( [231] + [361], [248], S. 224 )
Bohr’sches Postulat	Ein Quanten-System hat <u>keinerlei</u> <i>Dynamische Eigenschaften an sich</i> ! Nur mit Bezug auf einen <i>definierten Experiment-Aufbau</i> kann man sagen, dass eine <i>bestimmte Dynamische Eigenschaft</i> mit diesem Experiment-Aufbau <i>gemessen</i> werden kann. Erst das <i>Mess-Ergebnis</i> – d. h. die <i>aktuelle Wechselwirkung</i> zwischen Quanten-System und Mess-Instrument – bestimmt den <u>Wert</u> der <i>Dynamischen Eigenschaft</i> des <i>Quanten-Systems</i> ! ( [187], S. 223 )
Bra-Ket-Schreibweise	Die Kunstwörter <i>Bra</i> & <i>Ket</i> bezeichnen eine von <i>Paul Dirac</i> eingeführte Tensor-Notation, welche insbesondere zur <i>Bezeichnung von Zustands-Vektoren</i> in der <i>Quantenmechanik</i> benutzt wird. Sie ist von der Schreibweise eines <i>Allgemeinen Skalar-Produkts</i> $\langle \underline{x}   \underline{y} \rangle$ abgeleitet und benennt die

Elemente eines *Vektorraums*  $V$  auch außerhalb eines Skalar-Produkts mit spitzen Klammern durch die Bezeichnung  $|y\rangle$  sowie die ihnen eindeutig zugeordneten Elemente des *Dual-Raumes*  $V^*$  durch  $\langle x|$ . In Analogie zur graphischen Zerlegung des Skalar-Produkts  $\langle \underline{x} | \underline{y} \rangle$  zerlegte Paul Dirac auch die englische Bezeichnung für *Spitze Klammern* Bracket in die beiden Teile Bra und Ket und bezeichnete die Elemente des Dual-Raums  $\langle x|$  als *Bra's* und die Elemente des Ausgangs-Vektorraums  $|y\rangle$  als *Ket's*.

- Counterfactual Definiteness  $\equiv$  Kontrafaktische Bestimmtheit :  
 Es kann auch dann sinnvoll davon gesprochen werden, dass die *Messung* einer *Physikalischen Größe* ein *bestimmtes Mess-Ergebnis* liefert, wenn diese Messung *aktuell gar nicht durchgeführt* wurde.
- Deixis  
 Zur Deixis gehören in der Sprachwissenschaft (insbesondere der Sprechakttheorie) diejenigen Ausdrucksmittel, mit denen ein Sprecher den Hörer auf den Kontext der Kommunikation verweist. In diesem Verweisraum gibt es die *Hier-Jetzt-Ich-Origo* (lat. *hic-nunc-ego-Origo*), einen von *Karl Bühler* geprägten Begriff für den *Nullpunkt des Koordinatensystems*, in dem deiktisch verwiesen wird. Diese ist der Ausgangspunkt (Origo) eines deiktischen Ausdrucks. Deiktische Ausdrucksmittel zeichnen sich dadurch aus, dass sie nur mit Bezug auf eine konkrete Kommunikations-Situation zu verstehen sind. (aus *Wikipedia* – der freien Enzyklopädie)
- dicht  
 Eine Menge  $M$  ist *dicht*, wenn *jeder* ihrer Punkte *Häufungs-Punkt* der Menge  $M$  ist. Eine Menge  $M_1$  ist *dicht* in einer Obermenge  $M_2$ , wenn *jeder* Punkt von  $M_1$  *Häufungs-Punkt* der Obermenge  $M_1$  ist.
- Disposition  
 Eine (organische) *Struktur* besitzt die *Disposition* zur *Weiterentwicklung* in eine andere Struktur im Laufe der *Evolution*, wenn die *Ähnlichkeit* zwischen beiden Strukturen noch *kognitiv* zu erkennen ist. Ist diese Weiterentwicklung nicht mehr *diagnostizierbar*, so spricht man von  $\Rightarrow$  *Prä-Dispositionen*. ([659], Abb 5 – Abb 6, pp 26 – 27 + pp 260 – 261)
- Effektoren  
 1. *Ausgabe-Instrumente*, durch die ein (Prozess-) Rechner Eingriffe in einen zu regelnden Prozess vornehmen kann. Effektoren arbeiten häufig elektromechanisch, d. h. die Ausgabe-Signale des (Prozess-) Rechners steuern entweder direkt oder über Digital-Analog-Wandler mechanische Stell-Glieder, z. B. Motoren, die entsprechende Bewegungen ausführen.  
 2. In der *Neurobiologie* oder *Medizin* ein *Erfolgs-Organ*, das über *Neuronale Ausgangs-Fasern* gesteuert wird, d.h. hier ist der „Rechner“ das *Nervensystem* und die Effektoren sind *Muskeln* oder *Drüsen*.  
 (Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 135)
- Einheits-Vektor  $\Rightarrow$  *Basis-Vektor* eines *Normierten Raumes* mit der *Länge Eins* :  

$$|\underline{e}_i| \equiv \|\underline{e}_i\| = 1$$
- Einstein'sche Lokalität  $\equiv$  Einstein'sche Separierbarkeit :  
 Sind  $R_1$  &  $R_2$  zwei räumlich getrennte *Bereiche der Raum-Zeit*, so ist die *faktische Situation* („the real factual situation“) in  $R_2$  *unabhängig* davon was in  $R_1$  geschieht („what is done“). ([175], S. 132)

Emergenz	Das „Hervortreten“ <u>neuer Seins-Schichten der Komplexität</u> mit <u>nicht</u> auf darunter liegenden Seins-Schichten <u>zurückführbaren neuen Qualitäten &amp; Eigenschaften</u> . ( [659], pp 40 – 41 ) <sup>1</sup> ⇒ <i>Fulguration</i>
Episodisches Wissen	1. Bezeichnung der <i>Gedächtnis-Psychologie</i> für <i>Gedächtnis-Inhalte</i> , die samt <i>Kontext-Angaben</i> über <i>Ort</i> und <i>Zeit</i> eines <i>erinnerten Ereignisses</i> gespeichert sind. 2. Wissen, das nicht allgemein ist, sondern sich auf <i>konkrete Ereignisse</i> bezieht. ( Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 800 )
EPR-Realitäts-Kriterium	Eine <i>physikalische Größe</i> , deren Wert <i>mit Sicherheit</i> vorhersagbar ist, <i>ohne</i> das System, an dem sie gemessen wird, zu <i>stören</i> , ist ein <u><i>Element der Physikalischen Realität</i></u> . ( [175], S. 132 )
Erkenntnis	( Philosophische Definition ) : Gerechtfertigter wahrer Glaube eines Sachverhalts ⇒ Information, ⇒ Wissen
Ereignis	Eine <i>Nicht Rein-Raum-Zeitliche Physikalische Entität</i> . Als <i>Räumliche Entität</i> besitzen es einen <i>Ort</i> bzw. eine <i>Position</i> im <i>Raum</i> und hat eventuell eine <i>Räumliche Ausdehnung</i> . Als <i>Zeitliche Entität</i> geschieht es zu einem bestimmten <i>Zeit-Punkt</i> und hat eventuell eine <i>Zeitliche Dauer</i> . Ein Nicht-Atomares Ereignis, d. h. ein Ereignis, das eine <i>Zeit-Dauer</i> hat, hat einen <i>zeitlichen Anfang</i> und ein <i>zeitliches Ende</i> . Darüber hinaus besitzt es als <i>Physikalische Entität</i> weitere <i>Eigenschaften</i> , die weder <i>räumliche</i> noch <i>zeitliche Eigenschaften</i> sind, wie z. B. <i>Farbe</i> oder <i>Gewicht</i> .
Erzeugendes System	Eine Menge $E = \{ \underline{x}_i \in V \mid 1 \leq i \leq n \}$ von $n$ Vektoren heißt ein <i>Erzeugendes System</i> eines Vektor-Raums $V$ , wenn gilt : $\forall \underline{v} \in V \text{ gilt : } \exists n \xi_i \in \mathbb{R} \text{ mit : } \sum_i \xi_i \underline{x}_i = \underline{v}$
Fitness	nach <i>Herbert Spencer</i> in seiner Formulierung „ <i>survival of the fittest</i> “ ursprünglich im Sinne eines <i>Gleichgewichts-Zustandes</i> der <i>Passung</i> zwischen <i>Organismus &amp; Umwelt</i> benutzt. Dagegen benutzen <i>heutige Biologen</i> den Begriff häufig im Sinne des <i>Fortpflanzungs-Erfolges</i> eines <i>Organismus</i> bzw den <i>Überlebens-Erfolg seiner Gene</i> . ( [185], S. 139 )
Fließgleichgewicht	≡ Steady State ≡ Äquilibration
Fulguration	„ <i>Fulguration</i> “ ( Blitz-Strahl / zündender Funke ) als <i>schlagartige Entstehung</i> von etwas <i>Neuem</i> , was vorher noch nicht da war. Diese Bezeichnung zieht <i>Konrad Lorenz</i> der Bezeichnung ⇒ „ <i>Emergenz</i> “ ( hervor treten ) vor. ( [468], S. 48 )
Gameten	Männliche oder weibliche Geschlechtszellen, d. h. Spermatozoen- oder Eizellen
Genom	Haploide Gesamtheit der <i>Gene</i> eines Individuums, d. h. der einfache Chromosomen-Satz ( [498], S. 98 )
Genotyp	Diploide Gesamtheit der <i>Gene</i> eines Individuums, d. h. der doppelte Chromosomen-Satz ( [498], S. 98 )

---

<sup>1</sup>) ⇒ Conway L. Morgan : „Emergent Evolution“ ( [542] )  
⇒ Mahner / Bunge : „Philosophische Grundlagen der Biologie“ ( [481] )

Gravitation	<p>In den <i>Gravitations-Theorien von Isaac Newton &amp; Albert Einstein</i> und bei verschiedenen Autoren einschließlich Albert Einstein &amp; Hermann Weyl tritt der <i>Gravitations-Begriff</i> mit <i>verschiedenen Inhalten</i> auf :</p> <p>In der <i>Newton'schen Gravitations-Theorie</i> ist der Begriff <i>Gravitation</i> <math>\equiv</math> <i>Schwer-Kraft</i> und das <i>Gravitations-Feld</i> ist das <i>Gradienten-Feld</i> des skalaren <i>Gravitations-Potentials</i>.</p> <p>In der <i>Einstein'schen Gravitations-Theorie</i> ist einerseits <i>Gravitations-Feld</i> <math>\equiv</math> <i>Führungs-Feld</i> <math>\triangleq</math> <i>Affiner Zusammenhang</i> und andererseits ist das <i>Gravitations-Feld</i> ein <u>Teil</u> des <i>Führungs-Feldes</i>, das aus <i>Gravitations-Feld plus Trägheits-Feld</i> besteht. Dabei ist die <i>Gravitation</i> der <i>Einfluss</i> der <i>Materie</i> auf das <i>Führungs-Feld</i>. ([153], pp 436 – 437 &amp; [805], § 29 )</p>
Häufungs-Punkt	Ein Punkt ist <i>Häufungs-Punkt</i> einer Menge M, wenn in <i>jeder</i> seiner Umgebungen <i>unendlich viele</i> Punkte der Menge M liegen.
Hausdorff'sches Trennungs-Axiom	Zu zwei beliebigen Punkten $P_1$ & $P_2$ eines <i>Topologischen Raumes</i> T existieren stets zwei <i>disjunkte</i> Offene Mengen $U_1$ & $U_2$ mit $P_1 \in U_1$ & $P_2 \in U_2$ , d.h. : $\forall P_1, P_2 \in T$ gilt $\exists U_1, U_2 \in \mathcal{O}$ mit $P_1 \in U_1$ & $P_2 \in U_2$ & $U_1 \cap U_2 = \emptyset$
Homologie	In der <i>Evolutionstheorie</i> versteht man unter <i>Homologien Ähnlichkeiten</i> , die durch die <i>Harmonische Abwandlung</i> von <i>Merkmalen</i> in <i>divergenten Ähnlichkeits-Feldern</i> entstehen und die auf <i>Inneren Ursachen</i> ( <i>Verwandtschaften</i> ) zurück zu führen sind. ([659], pp 141 – 158 ) $\Rightarrow$ Analogie & Ähnlichkeit
Homologie-Theorem	Als Haupt-Kriterien der <i>Homologie</i> unterscheidet <i>Adolf Remane</i> ([649]) die drei Kriterien <i>Lage, Struktur &amp; Übergänge</i> sowie die Hilfs-Kriterien <i>Koinzidenz &amp; Anti-Koinzidenz</i> :
	<u>Lage-Kriterium</u> :
	In der <i>Vergleichenden Anatomie</i> haben <i>Homologe Bauteile</i> ( <i>Homologa</i> ) im <i>Beziehungs-Gefüge</i> des <i>hierarchischen Übereinanders, Ineinanders &amp; Nebeneinanders</i> der <i>Anordnungs-Muster</i> die <u>gleichen</u> <i>räumlichen Positionen</i> .
	Entsprechungen in anderen Wissenschaften sind :
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ethologie : „Reihen-Position“ in einer Verhaltensweise</li> <li>- Ökologie : „Raum-Einordnung“ einer Lebensgemeinschaft</li> <li>- Molekular-Biologie : Position in der „Gen-Karte“</li> </ul>
	Analoges gilt auch für :
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Vergleichende Sprachwissenschaft</li> <li>- Stil-Kunde in der Architektur-Geschichte</li> </ul>
	<u>Struktur-Kriterium</u> :
	<i>Homologe Bauteile</i> haben den <u>gleichen</u> <i>Inneren Aufbau</i> , wobei die <i>Komponenten</i> dieser <i>Strukturen</i> ihrerseits wieder <i>Strukturen</i> sind, die <u>wiederum</u> aus <i>Komponenten</i> aufgebaut sind.
	Dies gilt wiederum von der :
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Molekular-Biologie</li> <li>- Literatur- &amp; Kunst-Geschichte</li> </ul>

### Übergangs-Kriterium :

*Homologe Bauteile* wandeln sich *harmonisch* in *Ähnlichkeits-Feldern*, so dass sich die *homologisch benachbarten Bauteile* zu (*Mathematischen*) *Verbänden* von *Verwandtschafts-Beziehungen* anordnen.

Auch dies gilt von der :

- Molekular-Biologie bis zu
- Architektur & Technik

### Koinzidenz-Kriterium :

*Homologe Bauteile* treten entweder *regelmäßig* in *Ähnlichkeits-Feldern* auf oder *gar nicht*.

### Anti-Koinzidenz-Kriterium :

*Analoge Bauteile* erkennt man an ihrer *dispersen Verteilung* im *Ähnlichkeits-Feld*.

### Kriterien-Synthese :

- Die *Struktur* der *Oben-Systeme* bestimmt den *Lagen-Zusammenhang* aller ihrer *Unter-Systeme*.
- Die *Lage-Anordnung* aller *Unter-Systeme* bestimmt die *Struktur* des *Ober-Systems*.

( [659], pp 141 – 158 )

Homonyme	Wörter, die in der Lautung übereinstimmen und den gleichen Wort-Körper haben, aber verschiedenen Ursprungs sind und damit auch eine verschiedene Bedeutung haben. z.B. kosten ≡ Essen probieren und Kosten ≡ einen Preis haben.
Ideogramm Ideographisches Zeichen	Im Gegensatz zum ⇒ <i>Piktogramm</i> repräsentiert das Ideogramm als seine Bedeutung ein <u>Attribut</u> , das mit dem <i>Objekt</i> assoziiert ist, welches es als <i>Bild-Symbol</i> repräsentieren würde. Also z.B. das <i>Bild</i> von <i>aus einem Krug fließenden Wasser</i> als <i>Symbol</i> für „Kühle“ oder das Bild eines <i>Feuers</i> oder der <i>Sonne</i> als <i>Symbol</i> für „Hitze“. ( [231] + [361], [248], S. 225 )
Ikonisches Zeichen	≡ Piktogramm ≡ Piktographisches Zeichen ≡ Bild-Symbol : <i>Bildhaftes</i> bzw. <i>Graphisches Zeichen</i> , deren Bedeutung sich aus der <i>Bildhaften Ähnlichkeit</i> zwischen dem die <i>Bedeutung repräsentierenden Zeichen</i> und dem von diesem Zeichen <i>bezeichnetem Objekt</i> ergibt. D.h. bei der <i>Abbildung</i> des zu repräsentierenden Objekts auf seine Bildhafte bzw. Graphische Repräsentation bleiben bestimmte <i>Visuospatiale Charakteristika</i> – entweder <i>gleiche Visuospatiale Merkmale</i> oder <i>gleiche Visuospatiale Beziehungen</i> – erhalten. ( ⇒ Ideogramm ) ( [231] + [361], [248], S. 224 )
Information	( Eine ) <i>Information</i> ( Mehrzahl : <i>Informationen</i> ) ist eine <i>abstrakte Struktur</i> , die das <i>Wesentliche einer Entität beschreibt</i> bzw. <i>repräsentiert</i> , und zwar für ein <i>Kognitives System</i> & zu einem <i>bestimmten Zweck</i> . Jede Information hat <i>vier Aspekte</i> ( <i>Dimensionen</i> ) : <ol style="list-style-type: none"><li>1. Beziehung zur <i>repräsentierten Entität</i> ( <i>Sigmatische Dimension</i> )</li><li>2. Die Beziehung zu ihrer konkreten <i>Darstellung</i> bzw. <i>Repräsentation</i> [ <i>sprachliche Zeichen</i> &amp; <i>nichtsprachliche Signale</i> ( <i>Anzeichen</i> ) ] ( <i>Syntaktische Dimension</i> )</li></ol>

3. Die Beziehung zu ihrem ( physikalischen ) *Träger* ( *Physikalische Dimension* )
4. Beziehung zum *Kognitiven System* ( *Pragmatische Dimension* )

Die Information hat im Gegensatz zum *Zeichen* keinen *Bedeutungs-Aspekt* ( *Semantische Dimension* ), da sie selbst *Bedeutung* bzw *Inhalt* ist ! ( [309] + [310] )

Definition von *Norbert Wiener* :

“Information is information, not matter or energy. No materialism, which does not admit this can survive at the present day.” ( „Information ist Information, weder Materie noch Energie. Kein Materialismus, der dies nicht berücksichtigt, kann heute überleben.“ ) ( [808], S. 132 bzw 166 )

*Die Theorie der Information* von *Donald MacKay* :

“By the *theory of information* we shall mean broadly the theory of processes by which representations come into being, together with the theory of those abstract features which are common to a representation and that which it represents. By a representation of X we shall mean a set of events or objects exhibiting in at least one respect ( even if only statistically ) the pattern of relationship between the components of the situation X.” ( [480], S. 80 )

Definition von *Donald MacKay* :

“By *information* we shall mean that which justifies representational activity : that to which logical appeal is made to justify a representation. ... The *information* is that what was essential to justify the making of a representation ....” ( [480], S. 80 )

„*Informationstheorie*“ von *Claude Shannon* :

Entgegen der allgemein verbreiteten Auffassung enthält die *Shannon'sche Informationstheorie* keine Definition des *Informations-Begriffs*, sondern nur die Definition einer quantitativen Eigenschaft desselben, nämlich des *Selektiven Informations-Betrages* einer *Nachricht* ! Und dieser bezieht sich nicht einmal auf den *Inhalt* der *Nachricht*, d. h. auf die von dieser *Nachricht* getragene *Information*, sondern auf die *Information* über den *technischen* bzw. *physikalischen Zustand* der *Nachricht*, worauf *Shannon's* Coautor *Warren W. Weaver* ausdrücklich hinweist ( [705], pp 11 – 15 ).

Inverser Abstands-Effekt	≡ Symbol-Abstands-Effekt Die Bezeichnung der <i>inversen Beziehung</i> zwischen der <i>Reaktions-Zeit</i> und dem <i>relativen Größen-Unterschied</i> zweier Entitäten beim <i>Mentalen Vergleichen</i> , der besagt : zwei Anzahlen werden umso <i>zuverlässiger</i> unterschieden, je größer die Differenz zwischen ihnen ist. ( [545] )
Inverser Größen-Effekt	Die Bezeichnung der <i>inversen Beziehung</i> zwischen der <i>Reaktions-Zeit</i> und dem <i>relativen Größen-Unterschied</i> zweier Entitäten beim <i>Mentalen Vergleichen</i> , der besagt : zwei Anzahlen <i>n</i> und <i>n + 1</i> werden umso <i>unzuverlässiger</i> unterschieden, je größer <i>n</i> ist. ( [545] )
Inversion ( Piaget )	Umkehrbarkeit einer Handlung in direkter Analogie zur mathematischen bzw logischen Inversion bzw Negation. ( [601], S. 102 )
Ket	⇒ Bra-Ket-Schreibweise
Kognition	Der von lateinisch <i>cognoscere</i> ≡ <i>erkennen</i> – <i>wahrnehmen</i> – <i>wissen</i> abgeleitete Begriff taucht erstmals in der Psychologie des 19. Jahrhunderts auf und bezeichnet dort die <i>Beziehungen der elementaren Bewusstseins-Gegebenheiten untereinander</i> .

In der *modernen Psychologie* wird der Kognitions-Begriff in grundsätzlicher *Gegenposition zum Behaviorismus* eingeführt. ( Nach dem gleichnamigen Lehrbuch von *Ulric Neisser* ([552]) wird dieses Teilgebiet der Psychologie seither als *Kognitive Psychologie* bezeichnet.) Unter diesem Begriff werden alle *Funktionen* zusammen gefasst, die das *Wahrnehmen & Erkennen*, das *Encodieren, Speichern & Erinnern* sowie das *Denken & Problem-Lösen*, die *Motorische Steuerung* und schließlich den *Gebrauch der Sprache* umfassen. Diese psychologischen Prozesse entsprechen der ersten der drei *facultates mentales* ( d.h. *geistigen Vermögen* : *Erkenntnis, Gefühl & Wille* ) der Psychologie des 19. Jahrhunderts.

Im Gegensatz zum Behaviorismus stellt die Kognitive Psychologie die Relevanz *interner Zustände* des Organismus ( Mensch, Tier ) in den Vordergrund. Orientiert an *Kybernetik, Automaten-Theorie & Informations-Theorie* ist ihr Grundmodell der *Mensch als Informationsverarbeitendes System*. Diese Auffassung des Kognitions-Begriffs wurde schließlich zur Grundlage der *Kognitionswissenschaft*, welche die *Kognitiven Eigenschaften* von *Menschen, Tieren & Technischen Systemen* ( *Computern* ), aufgefasst als  $\Rightarrow$  *Kognitive Systeme*, zum Untersuchungs-Gegenstand hat. ( Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], . 303 )

Kognitive Nische

$\equiv$  Meso-Kosmos

Begriffs-Bildung in Analogie zur *Ökologischen Nische*

Kognitives System

( von Konrad Lorenz *Weltbild-Apparat* genannt )

Ein *Technisches* oder *Biologisches System*, das *Kognitive Funktionen* ( $\Rightarrow$  Kognition ) im Sinne der *Kognitionswissenschaft* besitzt. Diese kognitiven Leistungen umfassen alle Fähigkeiten dieses Systems zur *Internen Repräsentation handlungs-relevanten Aspekte der Umwelt wie auch des Systems selbst*, welche es ihm erlauben sich in seiner Umwelt zweckmäßig zu verhalten. Zum Kern dieser Fähigkeiten sind nicht nur diejenigen Prozesse zu rechnen, die auf *Mentalen Repräsentationen* als *Internen System-Zuständen* operieren und für die deshalb ein *Gedächtnis*, d. h. die Fähigkeit zur *Akkumulation & Speicherung von Wissen* angenommen werden muss, sondern auch diejenigen *peripheren Prozesse*, die der Weiterverarbeitung *Sensorischer Daten* ( *Wahrnehmung* ) sowie der *Planung & Steuerung* von *Bewegungen* ( *Motorik* ) dienen, können zumindest zum Teil als *Kognitive Prozesse* betrachtet werden.

Je nach Standpunkt können diese kognitiven Fähigkeiten sogar so weit gefasst werden, das sie den *gesamten Bereich des Lebendigen* umfassen ( Konrad Lorenz : „*Leben als Erkenntnis-Vorgang*“, [468], pp 33 ff & Humberto R. Maturana / Francisco J. Varela : „*life is cognition*“, [493] ). Bei *Technischen Systemen* kann man diese kognitiven Fähigkeiten ebenfalls so weit fassen, das auch ein *Thermostat* unter den Begriff *Kognitives System* fällt. ( John McCarthy ). Dagegen schränkt Gerhard Strube den Bereich der Kognitiven Systeme dadurch ein, indem er die *Modifizierbarkeit der Reiz-Reaktions-Kopplung* auf der Grundlage der *Nutzung gespeicherter früherer individueller Erfahrung* fordert, eine *Informations-Speicherung durch Selektive Anpassung im Laufe der Evolution* also ausschließt.

Die *Interne Repräsentation der handlungs-relevanten Aspekte der Umwelt & des Systems selbst* ( *Kognitives bzw. Informationelles*  $\Rightarrow$  *Modell der Außenwelt & Selbst-Modell* ) kann dabei entweder in *Symbolischer Form* ( Klassischer Ansatz der Künstlichen Intelligenz : „*Kognition als Symbol-Verarbeitung*“, die *Physical Symbol Systems Hypothesis* von H.A. Simon & A. Newell, [718] + [719] ) wie auch in Form *Konnektionistischer Systeme* ( *Artificial Neural Networks, Neuron-like Networks, Parallel Distributed Processing*,  $\Rightarrow$  Kap. 4.4.4 ) erfolgen.



Ein völlig anderer Ansatz zu einer Theorie Kognitiven Systems geht von der *Kybernetik* aus, indem er anstelle des Konzepts der *Informationsverarbeitung* das Konzept der *Selbst-Regulation Dynamischer Systeme* zur Charakterisierung *Kognitiver Systeme* verwendet. Analog zum Vorbild des *Kybernetischen Regelkreises* wird *Kognition* als *Störung des System-Gleichgewichts* durch *Umwelt-Einflüsse* aufgefasst, welche durch geeignete *Kompensations-Maßnahmen* ( $\equiv$  *Kognitive Prozesse*) ausgeglichen wird (Maturana & Varela, [493]). Diese nicht näher definierte Störgröße entspricht in den Informationsverarbeitungs-Ansätzen den *Informations-tragenden Reizen*, sodass bei entsprechender Ausgestaltung der Störgrößen dieser Ansatz mit den vorgenannten Informationsverarbeitungs-Ansätzen kompatibel ist. Allerdings lässt sich auf diese Weise der Bereich der Kognitiven Systeme weiter fassen als mit den Informationsverarbeitungs-Ansätzen. (Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], pp 304 ff)

Kontrafaktische Bestimmtheit  $\equiv$  Counterfactual Definiteness :

Es kann auch dann sinnvoll davon gesprochen werden, dass die *Messung* einer *Physikalischen Größe* ein *bestimmtes Mess-Ergebnis* liefert, wenn diese Messung *aktuell gar nicht durchgeführt* wurde.

Konzeptuelles Wissen  $\equiv$  Begriffliches Wissen :

Wissen über die *Bedeutung* von *Begriffen*, insbesondere über deren *Merkmale & Relationen* untereinander.  
(Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 800)

Lexeme Kleinste Einheit des Wortschatzes einer Sprache und diejenige Komponente eines Wortes, die dessen *Begriffliche Bedeutung* trägt.

Linear-Kombination  $\sum_i \xi_i \underline{x}_i$  mit  $\underline{x}_i \in \mathcal{V}$  und  $\xi_i \in \mathbb{R}$

Lineare Unabhängigkeit Eine Menge  $\{ \underline{x}_i \in \mathcal{V} \mid 1 \leq i \leq n \}$  von  $n$  Vektoren heißt *linear unabhängig*, wenn gilt :

$$\sum_i \xi_i \underline{x}_i = \underline{0} \Leftrightarrow \xi_i = 0 \quad \forall \xi_i \quad \text{mit : } \xi_i \in \mathbb{R}$$

Meso-Kosmos  $\equiv$  Kognitive Nische

Der *Meso-Kosmos* der Art *Homo sapiens sapiens* von der *Steinzeit* bis zur *Gegenwart* ist die *Gesamtheit der Lebens-Bedingungen* unter denen sie *entstanden* ist und in denen sie *überleben* musste. Er umfasst *andere* Lebewesen als *Chance* oder als *Gefahr*, die *klimatischen & geographischen Verhältnisse* sowie alles, was mit den *Sinnes-Organen* wahrnehmbar & im Alltag erfahrbar ist. Obwohl *Magnetische Felder* in der *Umgebung des Menschen* vorkommen, gehören sie nicht zum *Meso-Kosmos*, weil der *Mensch* keine *Sinnes-Organen* für diese besitzt. Neben einzelnen Lebewesen & Gegenständen gehören auch *Soziale Beziehungs-Gefüge*, die der Mensch *mitgestaltet* und in die er *eingebunden* ist, zum *Meso-Kosmos*. Die Erkenntnis unserer Vorfahren über diesen Meso-Kosmos kann man als *Vorwissenschaftliche* oder *Lebensweltliche Erkenntnis* bezeichnen. ([185], pp 301 – 302)

Milieu  $\equiv$  Umwelt  $\equiv$  Außenwelt  $\equiv$  Umgebung  $\equiv$  Environment

Modell der Außenwelt Die Gesamtheit der Informationen über die Gegebenheiten der Außenwelt (von Konrad Lorenz *Weltbild* & von Gerhard Roth *Wirklichkeit* genannt)

Modifikation Jede durch äußere Umstände im individuellen Leben des Organismus hervorgerufene Veränderung seiner Beschaffenheit (Phänotyp). Ihr Rahmen ist allerdings durch die im Genom gespeicherte Information (Genotyp) vorgegeben. ([468], S. 93)

Nicht-Ponderable Materie	<p>≡ Nicht Wägbare Materie</p> <p>In der Physik wurde bis ins 19. Jh. zwischen <i>Wägbarer Materie</i> wie <i>Festkörpern, Flüssigkeiten &amp; Gasen</i> und <i>Nicht-Wägbarer Materie</i> wie <i>Licht, Elektrischen &amp; Magnetischen Fluiden</i> unterschieden. Durch <i>Atom-Physik &amp; Relativitätstheorie</i> wurde diese Unterscheidung im 20. Jh. hinfällig.</p>
Ordnung	<p>ist die <i>Regelmäßigkeit</i> des <i>Zusammentreffens</i> (der <i>Koinzidenz</i>) von <i>Zuständen &amp; Ereignissen</i>. „Das Grundsätzlichste aller <i>Ordnung</i> ist die <i>Koinzidenz</i> von <i>Zuständen &amp; Ereignissen</i>. Das heißt, die meisten Dinge ereignen sich mit großer <i>Regelmäßigkeit</i> nur <u>gemeinsam</u> <i>miteinander, nacheinander</i> oder im <i>Rahmen</i> bestimmter <i>anderer</i> Dinge.“</p> <p>(Rupert Riedl, [657], S. 84)</p>
Orthonormal-Basis	<p>Eine <math>\Rightarrow</math> <i>Basis</i> <math>\mathcal{B} = \{ \underline{e}_i \in V \mid 1 \leq i \leq n \}</math> eines <i>Normierten Vektor-Raums</i> <math>V</math>, dessen <i>Norm</i> von einem <i>Skalar-Produkt</i> abgeleitet ist, dessen <i>Basis-Vektoren</i> die <i>Länge Eins</i> haben und die <i>senkrecht</i> aufeinander stehen, d.h. :</p> $  \underline{e}_i   \equiv \  \underline{e}_i \  := ( \underline{e}_i \cdot \underline{e}_i ) = 1 \text{ für } i = j$ $( \underline{e}_i \cdot \underline{e}_j ) = 0 \text{ für } i \neq j$
Passung(s-Grad)	<p>≡ <i>Angepasstheit</i> ≡ <i>Adaptiertheit</i> ( <i>Adaptedness</i> ) :</p> <p>Der <i>Grad</i> der „ingenieurmäßigen“ <i>Passung</i> zwischen dem <i>Organismus</i> &amp; seiner <i>Umwelt</i>. Oder präziser : Ein <i>Merkmal</i> ( <i>Phän</i> ) besitzt einen höheren <i>Passungs-Grad</i> auf die <i>Umwelt</i>, wenn es den <i>Überlebens- und/ oder Fortpflanzungs-Erfolg</i> eines <i>Individuums</i> oder einer <i>Sozialen Gruppe</i> <u>erhöht</u> gegenüber anderen Individuen oder Sozialen Gruppen, die einen <i>geringeren</i> <i>Passungs-Grad</i> besitzen. ( Der <i>Grad</i> der ) <i>Passung</i> ist das Ergebnis eines <math>\Rightarrow</math> <i>Anpassungs-Prozesses</i> durch <i>Natürliche Auslese</i> ( <i>Selektion</i> ). ( [498], pp 165 – 168 &amp; [185], pp 134 – 137 )</p>
Phän	Merkmal ; Begriffliches Gegenstück zum <i>Gen</i>
Phänotyp	<p>die Gesamtheit der</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Morphologischen</li> <li>- Physiologischen</li> <li>- Biochemischen</li> <li>- Verhaltens-Merkmale</li> </ul> <p>eines Individuums ( [498], S. 142 )</p>
Piktogramm Piktographisches Zeichen	<p>≡ <i>Ikonisches Zeichen</i> ≡ <i>Bild-Symbol</i> :</p> <p><i>Bildhaftes bzw. Graphisches Zeichen</i>, deren <i>Bedeutung</i> sich aus der <i>Bildhaften Ähnlichkeit</i> zwischen dem die <i>Bedeutung repräsentierenden Zeichen</i> und dem von diesem Zeichen <i>bezeichnetem Objekt</i> ergibt. D.h. bei der <i>Abbildung</i> des zu repräsentierenden Objekts auf seine <i>Bildhafte bzw. Graphische Repräsentation</i> bleiben bestimmte <i>Visuospatiale Charakteristika</i> – entweder <i>gleiche Visuospatiale Merkmale</i> oder <i>gleiche Visuospatiale Beziehungen</i> – erhalten. ( <math>\Rightarrow</math> <i>Ideogramm</i> ) ( [231] + [361], [248], S. 224 )</p>
Polysemie	Mehr- oder Vieldeutigkeit von Wörtern.
Ponderable Materie	<p>≡ Wägbare Materie</p> <p>In der Physik wurde bis ins 19. Jh. zwischen <i>Wägbarer Materie</i> wie <i>Festkörpern, Flüssigkeiten &amp; Gasen</i> und <i>Nicht-Wägbarer Materie</i> wie <i>Licht, Elektrischen &amp; Magnetischen Fluiden</i> unterschieden. Durch <i>Atom-Physik &amp; Relativitätstheorie</i> wurde diese Unterscheidung im 20. Jh. hinfällig.</p>

Population	Eine ( lokale ) <i>Population</i> besteht aus der <i>Gemeinschaft</i> aller <i>potentiell kreuzbaren Individuen</i> einer Art ( an einem gegebenen Ort ). ( [496], S. 115 )
Prä-Adaptation	Bezeichnung für <i>evolutive Anpassungs-Vorgänge</i> , die <i>spätere Merkmals-Zustand vorbereiten</i> und darüber hinaus wahrscheinlich bereits bis in ziemlich feine Verästelungen ihrer Komplexität mit <i>vorbestimmen</i> bzw. in ihrer Richtung <i>vorkanalieren</i> . Der Begriff der <i>Prä-Adaptation</i> bezeichnet also einen <i>Prozess</i> , während der Begriff der $\Rightarrow$ ( <i>Prä-</i> ) <i>Disposition</i> einen <i>Zustand von Merkmalen</i> bezeichnet. ( [185], S. 187 )
Prä-Disposition	Eine ( organische ) <i>Struktur</i> besitzt die $\Rightarrow$ <i>Disposition</i> zur <i>Weiterentwicklung</i> in eine andere Struktur im Laufe der <i>Evolution</i> , wenn die <i>Ähnlichkeit</i> zwischen beiden Strukturen noch <i>kognitiv</i> zu erkennen ist. Ist diese Weiterentwicklung <u>nicht</u> mehr <i>diagnostizierbar</i> , so spricht man von <i>Prä-Dispositionen</i> . ( [659], Abb 5 – Abb 6, pp 26 – 27 + pp 260 – 261 )
Prä-Selektion	Randbedingungen, welche der im <i>Genom</i> festgeschriebene <i>Bauplan</i> ( <i>causa formalis</i> ), sowie die für <i>Aufbau &amp; Versorgung</i> des <i>Organismus</i> verwendbaren <i>Stoffe</i> ( <i>causa materialis</i> ) der <i>Konstruktion</i> eines <i>funktionsfähigen Organismus</i> durch <i>zufälligen Variationen</i> des <i>Genotyps</i> auferlegen. ( [659], pp 212 + 226 )
Post-Selektion	Randbedingungen, welche das <i>Außen-System</i> ( <i>Milieu, Umwelt</i> ) der <i>Konstruktion</i> eines <i>funktionsfähigen Organismus</i> durch <i>zufälligen Variationen</i> des <i>Genotyps</i> auferlegen. ( [659], pp 212 + 226 )
Potenz-Menge	Menge aller Teilmengen einer nicht leeren Menge <i>M</i> , einschließlich der <i>Leeren Menge</i> $\emptyset$ und der Menge <i>M</i> selbst. Die Potenz-Menge wird mit $\wp(M)$ oder $2^M$ bezeichnet.
Rand-Punkt	Ein Punkt ist <i>Rand-Punkt</i> einer Menge <i>M</i> , wenn in <i>jeder</i> seiner Umgebungen sowohl <i>unendlich viele</i> Punkte liegen, die <i>zur Menge M</i> gehören, wie auch <i>unendlich viele</i> Punkte, die <i>nicht zur Menge M</i> gehören.
Reflexive Abstraktion	$\equiv$ Handlungs-Abstraktion :  <i>Transposition</i> von <i>Handlungen</i> von einer <i>Hierarchie-Stufe</i> der <i>Kognitiven Entwicklung</i> auf die nächst höhere.  der <i>geistige oder innere Prozess</i> der <i>Reflexion</i> , d.h. die <i>Neu-Organisation</i> auf der Stufe des <i>Denkens</i> . ( [601], pp 23 – 26 )  Rückkopplung der koordinierenden & operatorischen Aktivitäten mit der inneren Organisation, wodurch diese befähigt wird, die allgemeine Form der Aktivitäten zu „reflektieren“. Formale bzw. Reflexive Abstraktion ist die Hauptquelle für die Entwicklung der Intelligenz qua allgemeiner logischer Erkenntnis. ( [601], S. 96 )
Regelkreis	Allgemeines Modell für das der <i>Regelung</i> zugrunde liegende zyklisch geschlossene Wirkungs-Prinzip der <i>Negativen Rückkopplung</i> . Er ist das zentrale Konzept der <i>Kybernetik</i> . Sein Zweck ist die <i>Regulation</i> eines Systems – der <i>Regel-Strecke</i> – in der Art, dass bestimmte Mess-Größen dieses Systems – die <i>Regel-Größen</i> – unter dem Einfluss von Störungen – der <i>Stör-Größen</i> – möglichst genau vorgegebenen veränderlichen oder konstanten Werten – den <i>Führungs-Größen</i> – folgen. Dazu wird fortlaufend der aktuelle Wert der Regel-Größen – der <i>Ist-Wert</i> – mit einem <i>Mess-Fühler</i> erfasst und in der Regel-Einrichtung – kurz <i>Regler</i> genannt – mit dem gewünschten Wert – dem <i>Soll-Wert</i> – verglichen. Aus der Differenz zwischen Ist- & Soll-Wert – der <i>Regel-Abweichung</i> – wird die <i>Stell-Größe</i> bestimmt, mit der über ein <i>Stell-Glied</i> auf die Regel-Strecke zurück gewirkt wird, sodass die Abweichung minimiert wird. Das aus Regel-Strecke &

	<p>Regel-Einrichtung bestehende Gesamt-System bildet den <i>Regel-Kreis</i>.  (Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 571 )</p>
Reversibilität	<p>Die Möglichkeit eine bestimmte <i>innere</i> bzw <i>mentale Handlung</i> auch in <i>umgekehrter Richtung</i> zu vollziehen. Ihre beiden Hauptformen sind  ⇒ Inversion / Negation und die ⇒ Reziprozität. ( [601], S. 102 )</p>
Rezeptoren	<p>Im Allgemeinen versteht man darunter <i>Signal-Empfänger</i>. Als <i>Rezeptoren</i> im engeren Sinne werden die folgenden vier unterschiedlichen Strukturen bezeichnet :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Komplette Sinnes-Organ</i>e wie das Auge oder das Ohr.</li> <li>2. Einzelne <i>Sinnes-Zellen</i> dieser Sinnes-Organen, die <i>Reize</i> empfangen, weiterverarbeiten &amp; weiterleiten, z. B. die Photo-Rezeptoren der Retina oder die Haar-Zellen der Cochlea.</li> <li>3. Die <i>Bestandteile</i> dieser Sinnes-Zellen, die im eigentlichen Sinne für die <i>Reiz-Aufnahme</i> zuständig sind, wie z. B. die Außenglieder der Photo-Rezeptoren.</li> <li>4. Die <i>Molekularen Strukturen</i> dieser Bestandteile, die vorwiegend auf <i>Zell-Membranen</i> lokalisiert sind und an die sich von außen kommende Moleküle wie <i>Transmitter</i>, <i>Hormone</i> oder <i>Pharmaka</i> binden, welche dann in der Zelle Prozesse in Gang setzen.</li> </ol> <p>( Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 582 )</p>
Reziprozität	<p>Umkehrbarkeit einer Handlung, die auch eine <i>Ordnungs-Relation</i> umkehrt, in direkter Analogie zur <i>multiplikativen Inversion</i> der <i>Mathematik</i>. ( [601], S. 102 )</p>
Script-Wissen	<p><i>Generische Wissens-Strukturen</i> zur <i>Repräsentation</i> von <i>komplexen Ereignis-Typen</i> wie z. B. Restaurantbesuche, Einkaufen, etc. ( Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 630 )</p>
Selektion, Äußere	<p><i>Selektion</i> durch <u>Elimination</u> derjenigen <i>Individuen</i>, die mehr <i>Gene</i> besitzen, die zur <i>Ausprägung nachteiliger Merkmale</i> führen, als solche zur <i>Ausprägung vorteilhafter Merkmale</i>. ( [602], pp 293 – 295 )</p>
Selektion, Innere	<p><i>Selektion</i> durch <u>Umwelt-Einflüsse</u> auf die <i>Genetischen Regulations-Prozesse</i>, sodass die <i>Ausprägung vorteilhafter Merkmale</i> <u>begünstigt</u> und die <i>Ausprägung nachteiliger Merkmale</i> <u>gehemmt</u> wird. ( [602], pp 293 – 295 )</p>
Selektion, Funktionelle	<p>Auf die <i>synthetischen Aktivitäten</i> des <i>Genoms</i> bezogene <i>Selektion</i> durch <i>Interaktionen</i> zwischen <i>Genom &amp; Umwelt</i>, welche die <i>Ausprägung vorteilhafter Merkmale</i> <u>begünstigen</u> und die <i>Ausprägung nachteiliger Merkmale</i> <u>hemmen</u>. ( [602], pp 298 – 299 )</p>
Selektion, Strukturelle	<p>Die die <i>Zusammensetzung</i> des <i>Genoms</i> betreffende <i>Selektion</i> durch <i>Veränderung</i> der <i>Gen-Proportionen</i> durch <i>Umstrukturierung</i> des <i>Genoms</i> bzw <i>Gen-Pools</i> im Laufe der <i>Generations-Folge</i> durch <u>Begünstigung</u> derjenigen <i>Gene</i>, die zur <i>Ausprägung vorteilhafter Merkmale</i> führen und <u>progressive Elimination</u> derjenigen <i>Gene</i>, die zur <i>Ausprägung nachteiliger Merkmale</i> führen. ( [602], pp 298 – 299 )</p>
Semantisches Wissen	<p>Begriff der <i>Gedächtnis-Psychologie</i> zur Beschreibung von <i>Begrifflichem &amp; Generellem Wissen</i>, das im <i>Semantischen Gedächtnis</i> gespeichert ist.  (Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 801 )</p>
Solipsismus	<p>Extremform des <i>Subjektiven Idealismus</i>, nach der nur dem <i>Einzel-Subjekt Realität</i> zukommt und alles andere nur Einbildung ist.</p>

Sprache	<p>im engeren Sinn ( Natürliche Sprache ) :</p> <p>Definition von <i>Edward Sapir</i> :          „Sprache ist eine <i>ausschließlich dem Menschen eigene</i>, nicht im Instinkt wurzelnde Methode zur Übermittlung von Gedanken, Gefühlen und Wünschen mittels eines <i>Systems von frei geschaffenen Symbolen</i>.“          ( nach [476], S. 13 )</p> <p>Sie wird akustisch durch Schallwellen ( Laut-Ketten ) oder Schrift ( Schrift-Sprache ) realisiert. Sprache verfügt über einen <i>Wortschatz</i>, welcher <i>semantische Informationen</i> enthält und eine <i>Grammatik</i>, welche die Wörter in <i>Beziehung</i> zu einander setzt.</p> <p>Der Begriff <i>Natürliche Sprache</i> oder <i>Menschliche Sprache</i>, dient der Abgrenzung von Sprachen, die der <i>zwischenmenschlichen Verständigung</i> dienen ( Ethno-Sprachen ), gegenüber <i>Formalen Sprachen</i> wie Programmiersprachen. ( www.wikipedia.org )</p>
Sprache	<p>im weiteren Sinn ( Definition der <i>Semiotik</i> ) :</p> <p>„Sprache ist eine Gruppe pluri-situationaler Zeichen mit interpersonalen Signifikaten, die den Mitgliedern einer Interpreten-Familie gemeinsam sind. Diese Zeichen müssen sowohl von den Mitgliedern der Interpreten-Familie herstellbar als auch in bestimmter Weise zur Bildung zusammengesetzter Zeichen kombinierbar sein.“ bzw.</p> <p>„Eine Sprache ist eine Gruppe pluri-situationaler Com-Zeichen, die in ihren Kombinations-Möglichkeiten eingeschränkt sind.“</p> <p>„Wenn die Restriktion der Kombinations-Möglichkeiten durch das Wort »System« erfasst wird, können wir sagen, dass eine Sprache ein System pluri-situationaler Com-Zeichen ist. Da eine Zeichen-Familie pluri-situational ist, lautet die einfachste Formulierung :</p> <p><i>Eine Sprache ist ein System von Com-Zeichen-Familien. Ein Sprachliches Zeichen ist jedes Zeichen in einer Sprache.</i>“</p> <p>Damit ist „eine bestimmte Gruppe von Zeichen als Sprache und dann ein Sprachliches Zeichen als Mitglied dieser Gruppe definiert“ worden.</p> <p>„Ein Zeichen, das für den es produzierenden Organismus dieselbe Signifikation hat wie für andere Organismen, die dadurch einem Reiz ausgesetzt werden, heißt <i>Com-Zeichen</i>.“          ( Morris, [543], S. 110 )</p> <p>Da der Zeichen-Träger »Sprache« für diese Definition unwichtig ist, braucht er nicht benutzt zu werden. <i>Charles Morris</i> schlägt daher vor, „solche Zeichen-Gruppen <i>Lan-Zeichen-Systeme</i> und die einzelnen Mitglieder dieser Systeme <i>Lan-Zeichen</i> zu nennen.“</p> <p><i>Charles Morris</i> verwendet die beiden Begriffs-Paare aber <u>synonym</u>, d.h.  <i>Sprache</i> ≡ <i>Lan-Zeichen-System</i>          und <i>Sprachliches Zeichen</i> ≡ <i>Lan-Zeichen</i>.</p> <p>( Morris : „Zeichen, Sprache &amp; Verhalten“ [543], pp 113 – 115 )</p>
Symbol-Abstands-Effekt	<p>≡ Inverser Abstands-Effekt</p> <p>Die Bezeichnung der <i>inversen Beziehung</i> zwischen der <i>Reaktions-Zeit</i> und dem <i>relativen Größen-Unterschied</i> zweier Entitäten beim <i>Mentalen Vergleichen</i> ( [545] ).</p>
Teleologie	<p>Die <i>Teleologie</i> postuliert eine <i>Ziel-Ursache</i>, die aus der <i>Zukunft</i> <u>in die Vergangenheit</u> wirkt ! ( [657], S. 167 ) vergl. <i>Teleonomie</i></p>

Teleonomie	Die <i>Teleonomie</i> unterscheidet die <i>Ursachen der Formen &amp; Zwecke</i> <u>nur</u> in der <i>Wirk-Richtung</i> im <i>Schichtenbau des Komplexen</i> von den <i>Ursachen der Antriebe &amp; Materialien</i> , <u>nicht aber</u> in der <i>Zeit-Richtung</i> ! ( [657], S. 167 ) vergl. <i>Teleologie</i>
Terminologisches Wissen	Begriffliches bzw. Semantisches Wissen ; <i>Analytisches Wissen</i> im Sinne von <i>Immanuel Kant</i> ( Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 802 )
Token	Individuum als <i>Ausprägung</i> ( Instanz ) eines <i>Typs</i> bzw als <i>Element</i> einer <i>Typ-Klasse</i> ( Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 278 + 855 )
Topologie	Teilmenge $\mathcal{O}$ der <i>Potenz-Menge</i> $\wp(T)$ einer nicht leeren Menge $T$ , für welche die folgenden Eigenschaften hat : <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sowohl die <i>Leere Menge</i> <math>\emptyset</math> als auch die Menge <math>T</math> selbst sind Elemente von <math>\mathcal{O}</math>, d.h. :  <math display="block">\emptyset \in \mathcal{O} \wedge T \in \mathcal{O}</math> </li> <li>2. Der <i>Durchschnitt endlich vieler</i> Elemente von <math>\mathcal{O}</math> ist ebenfalls Element von <math>\mathcal{O}</math>, d.h. :  <math display="block">U_i \in \mathcal{O} \text{ mit : } i \in I \wedge  I  &lt; \infty \Rightarrow \bigcap_i U_i \in \mathcal{O}</math> </li> <li>3. Der <i>Vereinigung beliebig vieler</i> Elemente von <math>\mathcal{O}</math> ist ebenfalls Element von <math>\mathcal{O}</math>, d.h. :  <math display="block">U_i \in \mathcal{O} \forall i \in \mathbb{N} \Rightarrow \bigcup_i U_i \in \mathcal{O}</math> </li> </ol>
Topologischer Raum	Punkt-Menge, auf der eine $\Rightarrow$ <i>Topologie</i> definiert ist.
Transformations-Theorie der Kognition bzw Wahrnehmung	“The major assumption of an information processing approach is that perception is not an immediate outcome of stimulation, but is the result of processing over time. Neither the perceiver’s visual experience nor his overt responses are immediate results of stimulation. They are consequences of processes, or a sequence of processes, each of which takes a finite amount of time. Therefore, in studying a complex perceptual task such as visual recognition this time interval may be divided into a number of stages or processes, corresponding to a series of transformations of the information in internal representation of the stimulus. (...) It is the identification of the processes, along with the determination of there position & impact in the sequence, which provides the major task for the information-processing theorists.” ( Haber/Hershenson, [299], S. 158 n. [407], S. 28 )
Vektorraum-Basis	Eine Menge $\mathcal{B} = \{ \underline{e}_i \in \mathcal{V} \mid 1 \leq i \leq n \}$ von $n$ Vektoren heißt eine <i>Basis</i> eines Vektor-Raums $\mathcal{V}$ , wenn gilt : $\mathcal{B}$ ist ein $\Rightarrow$ <i>Erzeugendes System</i> aus $n \Rightarrow$ <i>linear unabhängigen</i> Vektoren $\underline{e}_i$ . Die Elemente von $\mathcal{B}$ werden <i>Basis-Vektoren</i> genannt und $n$ bezeichnet man als die <i>Dimension</i> $\dim(\mathcal{V})$ des Vektor-Raums $\mathcal{V}$ . Ist der Vektor-Raum ein <i>Normierter Raum</i> und haben die Basis-Vektoren die <i>Länge Eins</i> , d.h. : $  \underline{e}_i   \equiv \  \underline{e}_i \  = 1$ so werden die Basis-Vektoren auch <i>Einheits-Vektoren</i> genannt.

Vollständigkeit	<p>1. Eine <i>Menge</i> M ist <i>vollständig</i>, wenn <u>alle</u> ihre <i>Häufungs-Punkte</i> zu ihr gehören.</p> <p>2. Eine <i>Vektorraum-Basis</i> B ist <i>vollständig</i>, wenn ihre Basis-Vektoren den <i>gesamten</i> Vektorraum aufspannen.</p>
Weltbild	<p>Bezeichnung von <i>Konrad Lorenz</i> für das vom <math>\Rightarrow</math> <i>Weltbild-Apparat</i> konstruierte „(Ab-)Bildes“ der <i>real existierenden Physikalischen Welt</i> (<math>\equiv</math> Modell der Außenwelt)</p>
Weltbild-Apparat	<p>Bezeichnung von <i>Konrad Lorenz</i> für den aus <i>Sinnes-Organen &amp; Zentral-Nervensystem</i> bestehender bzw auf diesen basierender <i>Wahrnehmungs- &amp; Verstandes-Apparat</i> zur <i>Konstruktion</i> eines „(Ab-)Bildes“ der <i>real existierenden Physikalischen Welt</i> (<math>\Rightarrow</math> <i>Weltbild</i>) (<math>\equiv</math> Kognitives System) ([468], <i>Prolegomena</i> &amp; [464], pp 112 ff)</p>
Wirklichkeit	$\equiv$ Realität
Wirklichkeit ( G. Roth )	<p>Unter <i>Wirklichkeit</i> versteht Gerhard Roth die <i>Phänomenale Welt</i>, die aus der „Welt der mentalen Zustände und des Ich, ( der ) Welt des Körpers ( des Ich ) &amp; ( der ) Außenwelt“ besteht. „Dieser Wirklichkeit wird gedanklich eine <i>Transphänomenale Welt</i> ( die <i>Realität</i> ) gegenübergestellt, die unerfahrbar ist und dementsprechend in der Phänomenalen Welt nicht vorkommt.“ ([673], S. 316) Dieser Welt entspricht die <i>Welt der Empfindungen</i>, die aus den drei Bereichen „der Außenwelt, der Welt unseres Körpers und der Welt unserer geistigen &amp; emotionalen Zustände“ besteht. ([673], S. 314) (<math>\equiv</math> ( Kognitives ) Modell der Außenwelt)</p>
Wissen	<p><math>\equiv</math> Erkenntnis</p> <p><i>Wissen</i> ( von althochdeutsch <i>wischan</i> <math>\equiv</math> "gesehen haben" ) bezeichnet die <i>Gesamtheit aller organisierten</i> <math>\Rightarrow</math> <i>Informationen</i> mitsamt ihrer wechselseitigen Zusammenhänge, die ein ( vernunftbegabtes ) System besitzt. Das Wissen erlaubt es einem solchen System sinnvoll ( &amp; bewusst ) auf Reize zu reagieren. Die <i>Epistemologie</i>, die den griechischen Wortstamm für Wissen ( <i>episteme</i> ) im Namen trägt, ist die „<i>Lehre von der Erkenntnis</i>“. <math>\Rightarrow</math> <i>Erkenntnis</i> folgt erst dann aus Wissen, wenn erkannt wird, welche Relevanz die Einzelinformationen für die Lösung eines gegebenen Problems besitzen. Wissen kann man demnach also als potentielle Nutzinformation definieren. Nach dieser Definition wäre <i>Erkenntnis</i> <math>\subset</math> <i>Wissen</i> <math>\subset</math> <i>Information</i>. ( www.wikipedia.org )</p> <p><i>Ansatz der Psychologie :</i>  <i>Wissen</i> ist der <i>relativ dauerhafte Inhalt des Langzeit-Gedächtnisses</i>. Unter Wissen kann deshalb ein <i>subjektiver</i> wenn auch <i>begründeter Glaube</i> verstanden werden. ( Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 799 )</p> <p><i>Wissen als soziale Konstruktion :</i>  Grundlegend stellt die <i>Wissenssoziologie</i> fest, dass <i>Erkenntnis</i> nicht im <i>Individuum</i>, sondern in einem <i>sozialen Kontext</i> eingebettet ist, das bedeutet Wissen ist sozial bedingt. ( www.wikipedia.org )</p>

*Systematische Ansätze :*

Im Gegensatz zum umgangssprachlichen Verständnis von Wissen schlägt der von *Helmut F. Spinner* begründete „*Karlsruher Ansatz der integrierten Wissensforschung*“ ( KAW, [730] ) folgende Terminologie vor :

- Wissen ist *semantische Information*  
( unabhängig von Richtigkeit & Wichtigkeit )
- Information ist *inhaltliches Wissen*
- Erkenntnis ist „*Information plus x*“

Nach dieser Definition wäre  $Erkenntnis \subset Wissen \equiv Information$ .  
( [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org) )

*Informatischer Ansatz :*

*Wissen* sind *Informationen* zu einem gegebenen *Problem*.  $\Rightarrow$  *Informationen* sind *interpretierte Daten*. ( [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org) )

*Kognitionswissenschaftlicher Ansatz :*

Im Rahmen des *Symbol-Verarbeitungs-Paradigmas* ist *Wissen* als Menge von *mentalen, system-internen Repräsentationen* anzusehen, die zusammen mit geeigneten *Inferenz-Verfahren* ein  $\Rightarrow$  *Kognitives System* zum „*intelligenten*“ *Handeln* befähigen. ( Wörterbuch der Kognitionswissenschaft, [745], S. 799 )

Wort-Marke

Die explizite Trennung von *Sinnes-spezifischen & Semantischen Merkmalen* eines Wortes führt zum Begriff der *Wort-Marke*. Wort-Marken bilden den *Laut-Gehalt*, also die *Akustischen & Phonemischen Eigenschaften* eines Wortes ab. Sie werden – so die Theorie – durch die akustische Darbietung eines Wortes als Erstes aktiviert. ( [407], S. 105 )



## 10.4 Literatur

- [1] C. Acredolo :  
Assessing Children's Understanding of Time, Speed & Distance Interrelations  
in [452], pp 219 – 258
- [2] C. Acredolo / A. Adams / J. Schmid :  
On the understanding of the relationships between speed, duration & distance  
Child Development 55 ( 1984 ), pp 2151 – 2159
- [3] Gernot Alber / Matthias Freyberger :  
Quantenkorrelationen und die Bellschen Ungleichungen  
Physikalische Blätter 55/10 ( 1999 ), pp 23 – 27
- [4] Hans Albert :  
Traktat über kritische Vernunft  
Mohr, Tübingen, 1968
- [5] D. Algom ( Ed ) :  
Psychophysical Approaches to Cognition  
Elsevier, Amsterdam/NL, 1992
- [6] L.G. Allan :  
The Internal Clock revisited  
in [477], pp 191 – 202
- [7] C. Allen / D. Cummins ( eds ) :  
The Evolution of the Mind  
Oxford Univ. Press, Oxford, 1998
- [8] D.A. Allport :  
Phenomenal Simultaneity & the Perceptual Moment Hypothesis  
British Journal of Psychology 59 ( 1968 ), pp 395 – 406
- [9] A. R. Anderson ( Ed ) :  
Minds and Machines  
Prentice-Hall, 1964
- [10] John R. Anderson :  
The Architecture of Cognition  
Lawrence Erlbaum, New York, 1983
- [11] John R. Anderson :  
The Adaptive Character of Thought  
Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1990
- [12] John R. Anderson :  
Cognitive Psychology and its Implications  
W.H. Freeman, New York, 1990
- [13] Steven Anderson / Antonio R. Damasio / Hanna Damasio :  
Troubled Letters but not Numbers  
Domain specific Cognitive Impairments following focal Damage in Frontal Cortex  
Brain 113 ( 1990 ), pp 749 – 766

- [14] Sue Ellen Antell / Daniel P. Keating :  
Perception of Numerical Invariance in Neonates  
Child Development 54 ( 1983 ), pp 695 – 701
- [15] Aristoteles :  
Die Lehrschriften  
( Hrsg. Paul Gohlke )  
Ferdinand Schöningh Verlag, Paderborn, 1956
- [16] Aristoteles :  
Physik – Vorlesung über Natur  
( Hrsg. Hans Günter Zekl )  
Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1987/88
- [17] Aristoteles :  
Metaphysik  
( Hrsg. Thomas A. Szlezák )  
Rowohlt, Reinbek / Hamburg, 1994
- [18] W. Arnold / H.J. Eysenck / R. Meili ( Hrsg ) :  
Lexikon der Psychologie, Bd. 3  
Herder, Freiburg/Br., 1972
- [19] J. Aschoff :  
Circadian Rhythms – General Features & Endocrinological Aspects  
in [420], pp 1 – 62
- [20] J. Aschoff :  
Circadian Timing  
in [267], pp 442 – 468
- [21] J. Aschoff :  
On the Perception of Time during prolonged Temporal Isolation  
Human Neurobiology 4 ( 1985 ), pp 41 – 52
- [22] A. Aspect / P. Grangier / G. Roger :  
Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : A New Violation  
of Bell's Inequalities  
Physical Review Letters 49/2 (1982), pp 91 – 94
- [23] A. Aspect / J. Dalibard / G. Roger :  
Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers  
Physical Review Letters 49/25 (1982), pp 1804 – 1807
- [24] R.C. Atkinson / R.M. Shiffrin :  
Human Memory : A Proposed System & its Control Processes  
in [727]
- [25] Augustinus von Hippo :  
Confessiones ( Bekenntnisse ) Buch XI  
Hrsg. + Übersetzer : Kurt Flasch  
Vittorio Klostermann, Frankfurt/Main, 1993 ( 397 – 398 )
- [26] X. Arrazola et al. ( Eds ) :  
Discourses, Interaction & Communication  
Kluwer, Dodrecht/NL, 1998

- [27] A.D. Baddeley :  
Working Memory  
Oxford Univ. Press, Oxford, 1986
- [28] A.D. Baddeley :  
Human Memory  
Lawrence Erlbaum, Hove/UK, 1990
- [29] A.D. Baddeley / G. Hitch :  
Working Memory  
in [74], Bd. 8, pp 47 – 89
- [30] A.D. Baddeley / K. Lieberman :  
Spatial Working Memory  
in [563], Bd. 8
- [31] A.D. Baddeley / R.H. Logie :  
Auditory Imagery & Working Memory  
in [647], pp 179 – 197
- [32] D.H. Ballard / M. Hayhoe / P.K. Pook / R.P.N. Rao :  
Deictic Codes for the Embodiment of Cognition  
Brain & Behaviour Sciences 20(4) ( 1998 ), pp 723 ff
- [33] Thomas Barkowsky :  
Mental representation and processing of geographic knowledge - A computational approach  
Springer, Berlin, 2002
- [34] Horace B. Barlow :  
Summation and Inhibition in the Frog's Retina  
J. Physiol. ( London ) 119 ( 1953 ), pp 69 – 88
- [35] Horace B. Barlow :  
Single Units and Sensation :  
a Neuron Doctrine for Perceptual Psychology ?  
Perception 1 ( 1972 ), pp 371 – 394
- [36] Pierre Basieux :  
Die Architektur der Mathematik – Denken in Strukturen  
rororo, Reinbek b. Hamburg, 2000
- [37] M. Bassok / K.J. Holyoak :  
Interdomain Transfer between Isomorphic Topics in Algebra & Physics  
Journal of Exp. Psychology : Learning, Memory & Cognition 15 ( 1989 ), pp 153 – 166
- [38] Ansgar Beckermann :  
Analytische Einführung in die Philosophie des Geistes  
de Gruyter, Berlin/New York, 2000
- [39] John S. Bell :  
On the Einstein-Podolsky-Rosen-Paradox  
Physics Vol. 1 (1964), pp 195 – 200
- [40] John S. Bell :  
Speakable and unspeakable in quantum mechanics  
Cambridge Univ. Press, Cambridge/UK, 1988

- [41] Frank Benson / Martha Denckla :  
Verbal Paraphrasia as a Source of Calculation Disturbances  
Archives of Neurology 21 ( 1969 ), pp 96 – 102
- [42] Henry Bergson :  
Matière et Mémoire  
Alcan, Paris, 1896
- [43] Henry Bergson :  
Durée et Simultanéité  
Alcan, Paris, 1922
- [44] Henri Bergson :  
Duration & Simultaneity  
Clinamen Press, Manchester, 1999 ( 1922 )
- [45] B. Berlin / P. Kay :  
Basic Color Terms : Their Universality & Evolution  
California Univ. Press, Berkeley/CA, 1969
- [46] Ludwig von Bertalanffy :  
General System Theory : Foundations – Development – Application  
Braziller, New York, 1968
- [47] Wolfgang Bibel :  
Deduktionsverfahren  
in [48], pp 99 – 140
- [48] Wolfgang Bibel / Jörg H. Siekmann ( Hrsg ) :  
Künstliche Intelligenz – Frühjahrsschule in Teisendorf im März 1982  
Springer, Berlin/Heidelberg/New York, 1982
- [49] Derek Bickerton :  
Language & Species  
Chicago Univ. Press, Chicago, 1990
- [50] Derek Bickerton :  
Language & Human Behavior  
Washington Univ. Press, Seattle, 1995
- [51] R. Bijeljac-Batic / J. Bertonicic / J. Mehler :  
How Do Four-Day Old Infants Categorize Multisyllabic Utterances ?  
Development Psychology 29 ( 1991 ), pp 711 – 721
- [52] N. Birnbaumer / R.F. Schmidt :  
Biologische Psychologie  
Springer, Berlin/Heidelberg/New York, 2. korrigierte Aufl., 1991
- [53] N. Block ( ed ) :  
Imagery  
MIT Press, Cambridge/MA, 1981
- [54] Richard A. Block :  
Time & Consciousness  
in [775], pp 179 – 217

- [55] Richard A. Block :  
Temporal Judgments & Contextual Change  
Journal of Exp. Psych. : Learning, Memory & Cognition 8 ( 1982 ), pp 530 – 544
- [56] Richard A. Block :  
Remembered Duration : Imagery Processes & Contextual Encoding  
Acta Psychologica 62 ( 1986 ), pp 103 – 122
- [57] Richard A. Block ( Ed ) :  
Cognitive Models of Psychological Time  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1990
- [58] Richard A. Block :  
Models of Psychological Time  
in [57], pp 1 – 35
- [59] Richard A. Block :  
Prospective & Retrospective Duration Judgment  
The Role of Information Processing & Memory  
in [477], pp 141 – 152
- [60] Richard A. Block :  
Psychological Time & Memory Systems  
in [213], pp 61 – 76
- [61] R.A. Block / M.A. Reed :  
Remembered Duration : Evidence for a Contextual-Change Hypothesis  
Journal of Exp. Psychology : Human Learning & Memory 4 ( 1978 ), pp 656 – 665
- [62] Richard A. Block / Dan Zakay:  
Models of Psychological Time revisited  
in [320], pp 171 – 195
- [63] Richard A. Block / Dan Zakay :  
Retrospective & Prospective Timing :  
Memory, Attention & Consciousness  
in [351], Kap. 2
- [64] P. Bloom / M. Peterson / L. Nagel / M. Garrett ( Eds ) :  
Language and Space  
MIT Press, Cambridge/MA, 1996
- [65] Daniel G. Bobrow / Allan M. Collins ( Eds ) :  
Representation and Understanding  
Morgan Kaufmann Publishers, New York, 1975
- [66] Margaret Boden ( Ed ) :  
The Philosophy of Artificial Intelligence  
Oxford University Press, Oxford, 1990
- [67] David Bohm / Y. Aharonov :  
Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen & Podolsky  
Phys. Rev. 108 (1957), pp 1070 – 1076
- [68] Niels Bohr :  
On the Constitution of Atoms and Molecules  
Philosophical Magazine Vol. 26, 1913

- [69] Max Born :  
 Zur Wellenmechanik der Stoßvorgänge, Nachrichten Göttinger Akad. 1926  
 Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge, Z. Phys. 37 (1926), S. 863  
 Quantenmechanik der Stoßvorgänge, Z. Phys. 38 (1926), S. 803
- [70] Max Born :  
 Die Relativitätstheorie Einsteins  
 kommentiert & erweitert von Jürgen Ehlers & Markus Pössel  
 Springer, Berlin, 7. Aufl. 2003
- [71] Max Born / Pascual Jordan :  
 Zur Quantenmechanik  
 Zeitschrift für Physik, 1925
- [72] Max Born / Werner Heisenberg / Pascual Jordan :  
 Zur Quantenmechanik II  
 Zeitschrift für Physik, 1926
- [73] Jill Boucher :  
 Lost in a Sea of Time : Time Parsing & Autism  
 in [351], Kap. 4
- [74] G.H. Bower ( ed ) :  
 The Psychology of Learning & Motivation  
 Academic Press, New York, 1974
- [75] S.T. Boyson / G.G. Bernston :  
 Quantity-Based Interference & Symbolic Representation in Chimpanzees ( *Pantroglodytes* )  
 Journal of Exp. Psychology : Animal Behavior Processes 29 ( 1996 ), pp 76 – 86
- [76] R.J. Brachman / J.G. Schmolze :  
 An overview of the KL-ONE knowledge representation system  
 Cognitive Science 9 ( 1985 ), pp 171 – 216
- [77] E.M. Brannon / H.S. Terrace :  
 Ordering of Numerosities 1 to 9 by Monkeys  
 Science 282 ( 1998 ), pp 746 – 749
- [78] B.G. Breitmeyer :  
 Visual Masking – An Integrative Approach  
 Oxford Univ. Press, New York, 1984
- [79] Leon Brillouin :  
 Science and Information Theory  
 Academic Press, 2<sup>nd</sup> Ed 1962
- [80] Louis de Broglie :  
*Ondes et quanta*, Comptes Rendus 177 ( 1923 ), S. 517  
*Quanta de lumière, diffraction et interférences*, Comptes Rendus 177 ( 1923 ), S. 548  
*Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat*,  
 Comptes Rendus 177 ( 1923 ), S. 630
- [81] Louis de Broglie :  
 Recherches sur la théorie des quanta ( Doktorarbeit )  
 Annales de Physique, Zehnte Serie, Band III, 1925, pp 22 – 128  
 deutsche Übers.: Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1927

- [82] Gordon D.A. Brown / Nick Chater :  
The Chronological Organisation of Memory  
in [351], Kap. 3
- [83] G.D.A. Brown / T. Preece / C. Hulme :  
Oscillator-based Memory for Serial Order  
Psychological Review 107 ( 2000 ), pp 127 – 181
- [84] Egon Brunswik :  
»Ratiomorphic« Models of Perception and Thinking  
Acta psychologica 11 ( 1955), pp 108 – 109
- [85] David J. Bryant :  
A Spatial Representation System in Humans  
Psychology 3,#16 ( 1992 ), space(1)
- [86] D.J. Bryant / B. Tversky / N. Franklin :  
Internal and external spatial frameworks for representing described scenes  
Journal of Memory and Language 31 ( 1992 ), pp 74 – 98
- [87] Nicolas Bourbaki :  
The Architecture of Mathematics  
American Math. Monthly 57 (1950), pp 221 – 232
- [88] Nicolas Bourbaki :  
Eléments de mathématique  
Dunod, Paris, 1951 ff
- [89] H. Burger ( Hrsg ) :  
Zeit, Natur & Mensch  
Beiträge von Wissenschaftlern zum Thema Zeit  
Berlin Verlag A. Spitz, Berlin, 1989
- [90] J. Butterfield / C.J. Isham :  
On the Emergence of Time in Quantum Gravity  
in : J. Butterfield ( Ed ) :  
The Argument of Time  
Oxford Univ. Press, Oxford, 1999
- [91] Donald T. Campbell :  
Pattern matching as an essential in distal knowing  
Holt, Rinehart & Winston, New York, 1966
- [92] Donald T. Campbell :  
Evolutionary Epistemology  
in : P.A. Schilpp ( Ed ) :  
The Library of Living Philosophers – Vol. 14, I + II :  
The Philosophy of Karl Popper – Vol. I, pp 413 – 463  
Lasalle, Open Court, 1974
- [93] S.S. Campbell :  
Estimation of Empty Time  
Human Neurobiology 4 ( 1986 ), pp 205 – 207
- [94] F.W.C. Campbell / J. Robson :  
Application of Fourier Analysis to the Visibility of Gratings  
J. Physiol. ( London ) 197 ( 1968 ), pp 551 – 566

- [95] S. Carey :  
The Child as a Word Learner  
in [305], pp 347 – 380
- [96] S. Carey / R. Gelman ( eds ) :  
The Epigenesis of Mind : Essays on Biology & Cognition  
( The Jean Piaget Symposium Series )  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1991
- [97] Laura A. Carlson-Radvansky / David E. Irwin :  
Frames of Reference in Vision & Language : Where is above ?  
Cognition 46 ( 1993 ), pp 223 – 244
- [98] E. H. Carlton / R. N. Shepard :  
Psychologically simple motions as geodesic paths : I. Asymmetric objects  
Journal of Mathematical Psychology 34 ( 1990 ), pp 127 – 188
- [99] E. H. Carlton / R. N. Shepard :  
Psychologically simple motions as geodesic paths : II. Symmetric objects  
Journal of Mathematical Psychology 34 ( 1990 ), pp 189 – 228
- [100] Rudolf Carnap :  
Der Logische Aufbau der Welt  
Scheinprobleme in der Philosophie  
Felix Meiner, Berlin, 1999 ( 1928 )
- [101] Rudolf Carnap :  
Logische Syntax der Sprache  
Springer, Wien, 2. Aufl. 1968
- [102] Ernst Cassirer :  
Philosophie der Symbolischen Formen  
Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1964
- [103] Margaret Chalmers / Brendan McGonigle :  
Are Children any more logical than Monkeys on the Five-Term Series Problem ?  
Journal of Exp. Child Psychology 37 ( 1984 ), pp 355 – 377
- [104] Jean-Pierre Changeux / Alain Connes :  
Gedanken-Materie ( Materie à Pensée )  
( Conversations on Mind, Matter, and Mathematics )  
Springer, Heidelberg/Berlin, 1992 ( 1989/1998 )
- [105] Noam Chomsky :  
The Logic Structure of Linguistic Theory  
Dissertation, Univ. of Pennsylvania, 1955  
Plenum Press, New York, 1975
- [106] Noam Chomsky :  
Sprache und Geist  
( Language and Mind )  
Suhrkamp, Frankfurt, 1970
- [107] R.M. Church :  
Properties of the Internal Clock  
Annals of the New York Academy of Science 423 ( 1984 ), pp 566 – 582



- [108] R.M. Church :  
Theories of Timing Behavior  
in [404], pp 41 – 71
- [109] L. Cipolotti / E.K. Warrington / B. Butterworth :  
Selective impairment in manipulating arabic numerals  
Cortex 31 ( 1995 ), pp 73 – 86
- [110] H.H. Clark :  
Linguistic Processes in Deductive Reasoning  
Psychological Review 76 ( 1969 ), pp 387 – 404
- [111] H.H. Clark :  
Space, Time, Semantics and the Child  
in [540], pp 27 – 63
- [112] J. F. Clauser / M.A. Horne / A. Shimony / R. A. Holt :  
Proposed experiment to test local hidden-variable theories  
Phys. Rev. Lett. 23 (1969), pp 880 – 884
- [113] J. F. Clauser / M. A. Horne :  
Experimental consequences of objective local theories  
Phys. Rev. D 10 (1974), pp 526 – 535
- [114] C.N. Cofer :  
Constructive Processes in Memory  
American Scientist 61 ( 1973 ), pp 537 – 543
- [115] Laurent Cohen / Stanislas Dehaene :  
Number Processing in Pure Alexia :  
The Effect of Hemispheric Asymmetries & Task Demands  
NeuroCase 1 ( 1995 ), pp 121 – 137
- [116] Laurent Cohen / Stanislas Dehaene :  
Cerebral Networks for Number Processing :  
Evidence from a Case of Posterior Callosal Lesion  
NeuroCase 2 ( 1996 ), pp 155 – 174
- [117] Laurent Cohen / Stanislas Dehaene / Patrick Verstichel :  
Number Words & Number Non-Words :  
A Case of Deep Dyslexia extending to Arabic Numerals  
Brain 117 ( 1994 ), pp 267 – 279
- [118] A.G. Cohn / B. Bennett / J. Gooday / N.M. Gotts :  
Representing & Reasoning with Qualitative Spatial Relations about Regions  
in [740], pp 97 – 134
- [119] A.M. Collins / M.R. Quillian :  
Retrieval Time from Semantic Memory  
Journal of Verbal Learning & Verbal Behaviour 9 ( 1969 ), pp 432 – 438
- [120] Martin A. Conway :  
Autobiographical Memory : An Introduction  
Oxford Univ. Press, Oxford, 1993
- [121] Martin A. Conway :  
Phenomenological Records & the Self-Memory System  
in [351], Kap. 9

- [122] W.E. Cooper / J.R. Ross :  
World Order  
in [295]
- [123] C. Cornoldi / M. McDaniel ( Eds ) :  
Imagery & Cognition  
Springer, Berlin, 1988
- [124] F.I.M. Craik / R.S. Lockhart :  
Levels of Processing : A Framework for Memory Research  
Journal of Verbal Learning & Verbal Behavior 11 ( 1972 ), pp 671 – 684
- [125] Felix von Cube :  
Technik des Lebendigen – Sinn & Zukunft der Kybernetik  
Deutsche Verlags-Anstalt, Stuttgart, 1970
- [126] Eberhard Curio :  
Towards a Methodology of Teleonomy  
Experientia, Vol. 29, Fasc. 9 ( 1973 ), pp 1045 – 1058
- [127] Peter Damerow / Robert K. Englund / Hans J. Nissen :  
Die Entstehung der Schrift  
Spektrum d. Wissenschaft 2/1988, pp 74 – 85
- [128] Peter Damerow / Robert K. Englund / Hans J. Nissen :  
Die ersten Zahl-Darstellungen und die Entwicklung des Zahl-Begriffs  
Spektrum d. Wissenschaft 3/1988, pp 46 – 55
- [129] Tobias Dantzig :  
Number – The Language of Science  
Free Press, New York, 1954, Neuaufl. 1967
- [130] Charles Darwin :  
On the Origin of Species  
John Murray, London, 1859
- [131] H. Davis :  
Transitive Inference in Rats ( *Rattus norvegicus* )  
Journal of Comparative Psychology 106 ( 1992 ), pp 342 – 349
- [132] Girard Desargues :  
Erster Entwurf eines Versuchs über die Ergebnisse des  
Zusammentreffens eines Kegels mit einer Ebene  
deutsch v. M. Zacharias  
Ostwalds Klassiker, Bd 197, 1922
- [133] René Descartes :  
Regeln zur Leitung des Verstandes  
( *Regulae ad directionem ingenii* )  
in : Ausgewählte Schriften  
Reclams Universal-Bibliothek, Leipzig, 1980
- [134] René Descartes :  
Abhandlung über die Methode  
( *Discours de la Méthode* )  
in : Ausgewählte Schriften  
Reclams Universal-Bibliothek, Leipzig, 1980

- [135] René Descartes :  
Die Geometrie ( La Géométrie )  
deutsch v. L. Schlesinger  
Mayer & Müller, Berlin, 1894  
Reprint : Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1969
- [136] Stanislas Dehaene :  
Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können  
( The Number Sense – How the Mind Creates Mathematics )  
Birkhäuser, Basel, 1999 ( 1997 )
- [137] Stanislas Dehaene / Laurent Cohen :  
Dissociable Mechanisms of Subitizing & Counting :  
Neuropsychological Evidence from Simultanagnosic Patients  
Journal of Exp. Psychology : Human Perception & Performance 20 ( 1994 ), pp 958 – 975
- [138] Stanislas Dehaene / Laurent Cohen :  
Toward an Anatomical & Functional Model of Number Processing  
Mathematical Cognition 1 ( 1995 ), pp 83 – 120
- [139] Stanislas Dehaene / Laurent Cohen :  
Cerebral Pathways for Calculation :  
Double Dissociations between Gerstmanns Acalculia & Subcortical Acalculia  
Manuskript eingereicht ( 1996 )
- [140] E. Deitrich / A. Markman ( Eds ) :  
Cognitive Dynamics : Conceptual Change in Humans & Machines  
Lawrence Erlbaum, Mahwah/NJ, in press
- [141] Jules Déjerine :  
Contribution à l'étude anatomo-pathologique et clinique  
des différentes variétés de cécité verbale  
Mémoires de la Société de Biologie 4 ( 1992 ), pp 61 – 90
- [142] G. Deloche / X. Seron ( Eds ) :  
Mathematical Disabilities : A Cognitive Neuropsychological Perspective  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1987
- [143] Michel Denis :  
Imagery & the Description of Spatial Configurations  
in [777], pp 128 – 197
- [144] M. Denis / H. Engelkamp / T.E. Richardson :  
Cognitive & Neuropsychological Approaches to Mental Imagery  
Martinus Nijhoff, Dordrecht, 1988
- [145] Daniel C. Dennett :  
The Intentional Stance  
MIT Press, Cambridge/Mass, 1987
- [146] Keith Devlin :  
Das Mathe-Gen oder wie sich das Mathematische Denken entwickelt  
( The Mathe Gene – How Mathematical Thinking evolved )  
dtv, München, 3. Aufl. 2004 ( 2000 )

- [147] A. Diamond :  
Neuropsychological insights into the meaning of object concept development  
in [96], pp 67 – 110
- [148] Hermann Diels / Walther Kranz :  
Die Fragmente der Vorsokratiker – Bd I – III  
Weidmannsche Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1951/52 ( 1903/10 )
- [149] Paul A.M. Dirac :  
Physical interpretation of quantum dynamics  
Proceedings of the Royal Society, Bd.113, 1927, S. 621
- [150] Paul A.M. Dirac :  
The quantum theory of the electron  
Proceedings of the Royal Society, Bd. 117, 1928, S. 610 + Bd. 118, S. 351
- [151] Paul A.M. Dirac :  
The relativistic electron wave equation  
Europhysics News 8 ( 1977 ), S. 4
- [152] Paul A.M. Dirac :  
Principles of Quantum Mechanics  
Oxford Univ. Press, 1930, 4th. ed 1958
- [153] Hans Jörg Dirschmid :  
Tensoren und Felder  
Springer, Wien/New York, 1996
- [154] A.C. Dobbins / R.M. Jeo / J. Fiser / J.M. Allman :  
Distance Modulation of Neural Activity in the Visual Cortex  
Science 6 ( 1998 ), pp 552 – 555
- [155] Theodosius Dobzhansky :  
Genetics and the origin of species  
Columbia Univ. Press, New York, 1951
- [156] Klaus Dransfeld / Paul Kienle / Herbert Vonach :  
Physik I – Newtonsche & Relativistische Mechanik  
R. Oldenbourg, München, 1974
- [157] Michael Drieschner :  
Quantenmechanik als allgemeine Theorie objektiver Voraussagen  
( Quantum Mechanics as a Theory of Objective Prediction )  
Dissertation, Univ. Hamburg, 1968 ( 1970 )
- [158] K. Duncker :  
On Problem Solving  
Psychological Monographs 58 ( 1945 ), S. 270
- [159] G.M. Edelman :  
Bright Air – Brilliant Fire : On the Matter of the Mind  
Basic Books, New York, 1992
- [160] Shimon Edelman / Lucia M. Vaina :  
David Marr – A short biography  
International Encyclopaedia of Social & Behavioral Sciences  
<http://kybele.psych.cornell.edu/~edelman/marr/marr.html>, 2001-01-08

- [161] Christian von Ehrenfels :  
Über Gestalt-Qualitäten  
Vierteljahresschrift wissensch. Philosophie 14 ( 1890 ), pp 249 – 292
- [162] Irenäus Eibl-Eibesfeld :  
Liebe & Hass – Zur Naturgeschichte elementarer Verhaltensweisen  
Piper, München/Zürich, 1970
- [163] Manfred Eigen / Ruth Winkler :  
Das Spiel – Naturgesetze steuern den Zufall  
Piper, München/Zürich, 1975
- [164] Manfred Eigen :  
Wie entsteht Information  
Ber. Bunsenges. physik. chem. 80 ( 1976 ), pp 1059 – 1081
- [165] Manfred Eigen / P. Schuster :  
The hypercycle – A principle of self-organization  
Naturwissenschaften 64 ( 1977 ), pp 451 – 565
- [166] Albert Einstein :  
Zur Elektrodynamik bewegter Körper  
Ann. Physik 17 ( 1905 ), pp 891 ff  
Reprint in ( [473] )
- [167] Albert Einstein :  
Über einen die Erzeugung & Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt  
Ann Physik 17 (1905), pp 132 – 148
- [168] Albert Einstein :  
Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen  
Jahrb. d. Radioaktivität & Elektronik 4 ( 1907 ), pp 411 ff
- [169] Albert Einstein :  
Zur allgemeinen Relativitätstheorie  
Sitzungsber. Preuß. Akad. d. Wiss. II ( 1915 ), pp 844 ff
- [170] Albert Einstein :  
Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie  
Ann. Physik 49 ( 1916 ), pp 769 – 822  
Reprint in ( [473] )
- [171] Albert Einstein :  
Über die Spezielle & Allgemeine Relativitätstheorie  
Springer, Berlin, 1917, Neudruck 2001
- [172] Albert Einstein :  
Grundgedanken & Methoden der Relativitätstheorie in ihrer Entwicklung dargestellt  
pp 245 – 281 in :  
The Collected Papers of Albert Einstein – Volume 7  
Princeton Univ. Press, Princeton/NJ, ( 1920 )
- [173] Albert Einstein :  
Äther & Relativitätstheorie  
in : Karl v. Meyenn ( Hrsg ) :  
Albert Einsteins Relativitätstheorie – Die grundlegenden Arbeiten  
Vieweg, Braunschweig, 1990 ( 1920 )

- [174] Albert Einstein :  
Grundzüge der Relativitätstheorie  
Springer, Berlin, 1922, 6. Aufl. 1990, Neudruck 2002
- [175] Albert Einstein / Boris Podolsky / Nathan Rosen :  
Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete ?  
Phys. Review 47 (1935), pp 777 – 780
- [176] P. Ellen / C. Thinus-Blanc ( Eds ) :  
Cognitive Processes & Spatial Orientation in Animal & Men  
Martinus Nijhoff Publ, Dordrecht/NL, 1987
- [177] J.Elman/E.Bates/M.Johnson/A.Karmiloff-Smith/D.Parisi/K.Plunkett :  
Rethinking Innateness : A Connectionist Perspective on Development  
MIT Press, Cambridge/Mass, 1996
- [178] Karen Emmorey :  
Space on Hand : The Exploitation of Signing Space to Illustrate Abstract Thought  
in [246], Chap. 6, pp 147 – 174
- [179] Michael Ende :  
Momo oder die seltsame Geschichte von den Zeit-Dieben und dem Kind,  
das den Menschen die Zeit zurückbrachte  
K. Thienemanns, Stuttgart, 1973
- [180] Andreas Engel / Peter König / Thomas Schillen :  
Why does the Cortex oscillate ?  
Current Biology 2(6) ( 1992 ), pp 332 – 334
- [181] A. Engel / P. König / A. Kreiter / T. Schillen / W. Singer :  
Temporal Coding in the Visual Cortex :  
New Vistas on Integration in the Nervous System  
TINS 15(6) ( 1992 ), pp 218 – 224
- [182] J. Engelkamp :  
Das Menschliche Gedächtnis  
Verlag f. Psychologie, Göttingen, 1991
- [183] J. Engelkamp :  
Episodisches Gedächtnis – von Speichern zu Prozessen & Informationen  
Psychologische Rundschau 45 ( 1994 ), pp 195 – 210
- [184] J. Engelkamp / H.D. Zimmer :  
The Human Memory  
Hogrefe & Huber, Bern, 1994
- [185] Eve-Marie Engels :  
Erkenntnis als Anpassung ?  
Eine Studie zur Evolutionären Erkenntnistheorie  
Suhrkamp, Frankfurt, 1989
- [186] Eve-Marie Engels :  
Erkenntnistheoretische Konsequenzen biologischer Theorien  
in [422], pp 51 – 67

- [187] Bernard d'Espagnat :  
Veiled Reality – An Analysis of Present-Day Quantum Mechanical Concepts  
Addison Wesley, Readings/Mass, 1995
- [188] Euklid :  
Die Elemente – Buch 1 – 13  
Hrsg Clemens Thier  
Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/Main, 2003
- [189] Vyvyan Evans :  
The Structure of Time  
Benjamins Publ, Amsterdam, 2003
- [190] G. Fairbanks / P. Grubbs :  
A Psychophysical Investigation of Vowel Formants  
Journal of Speech & Hearing 4 ( 1961 ), pp 203 – 219
- [191] M.J. Farah / K.M. Hammond / D.N. Levine / R. Calvanio :  
Visual and spatial mental imagery :  
Dissociable systems of representation  
Cognitive Psychology 20 ( 1988 ), pp 439 – 462
- [192] G. Fauconnier :  
Mental Spaces : Aspects of Meaning Construction in Natural Language  
MIT Press, Cambridge/MA, 1985
- [193] E. Fazzioli :  
Chinese Calligraphy  
Abbeville Press, New York, 1986
- [194] Edward A. Feigenbaum / Julian Feldman ( Eds ) :  
Computer and Thought  
AAAI Press, New York, 1963
- [195] J.E. Fenstad :  
Formal Semantics, Geometry & Mind  
in [26], pp 85 – 103
- [196] Pierre de Fermat :  
Einführung in die Ebenen & Körperlichen Örter  
( Ad locos planos et solidos isogoge )  
deutsch v. H. Wieleitner  
Ostwalds Klassiker, Bd 208, 1923
- [197] L. v. Fersen / C.D.L. Wynne / J.D. Delius / J.E.R. Staddon :  
Transitive Inference Formation in Pigeons  
Journal of Exp. Psychology : Animal Behavior Processes 17 ( 1991 ), pp 334 – 341
- [198] Richard Feynman :  
Vom Wesen physikalischer Gesetze  
( The Character of Physical Law )  
Oldenbourg, München, 1990 ( 1989 )
- [199] Richard Feynman / Robert Leighton / Matthew Sands :  
Feynman Vorlesungen über Physik – Band III : Quantenmechanik  
Oldenbourg, München, 1988 ( 1965 )

- [200] R.A. Finke :  
Principles of Mental Imagery  
MIT Press, Cambridge/MA, 1989
- [201] Michael Flaherty :  
A Watched Pot : How we Experience Time  
New York Univ. Press, New York, 1999
- [202] Jerry A. Fodor :  
Language of Thought  
Harvard Univ Press, Cambridge/Mass, 1980 ( 1975 )
- [203] Jerry A. Fodor :  
The Modularity of Mind  
MIT Press, Cambridge/Mass, 1983
- [204] Paul Fraisse :  
Psychologie der Zeit  
( Psychologie du Temps )  
Ernst Reinhardt, München, 1985 ( 1957 )
- [205] Paul Fraisse :  
Perception & Estimation of Time  
Annual Review of Psychology 35 ( 1984 ), pp 1 – 36
- [206] M. François :  
Contribution à l'étude du sens du temps :  
La température interne comme facteur de variation de l'appréciation subjective des durées  
( Contribution to the study of the time sense :  
Internal temperature as a factor varying the subjective appreciation of duration )  
Année Psychologique 27 ( 1927 ), pp 186 – 204
- [207] M. Frankenhäuser :  
Estimation of Time: an Experimental Study  
Almquist & Wiksell, Stockholm, 1959
- [208] N. Franklin / B. Tversky :  
Searching Imagined Environments  
Journal of Exp. Psychology : General 119 ( 1990 ), pp 63 – 76
- [209] Julius T. Fraser ( Ed ) :  
The Voices of Time  
Braziller, New York, 1966
- [210] Julius T. Fraser :  
Time : The Familiar Stranger  
( Die Zeit : vertraut und fremd )  
Univ. of Massachusetts Press, Amherst/MA, 1987
- [211] J.T. Fraser / F.C. Haber / G.H. Müller ( Eds ) :  
The Study of Time  
Springer, Berlin, 1972
- [212] Julius Fraser / N. Lawrence ( Eds ) :  
The Study of Time II  
Springer, New York, 1975



- [213] J.T. Fraser / M.P. Soulsby ( Eds ) :  
Dimensions of Time & Life  
The Study of Time VIII  
Int. Univ. Press, Madison/CT, 1995
- [214] Gottlob Frege :  
Begriffsschrift  
Wiss. Buchgesellschaft, Darmstadt, 1879 ( 1971 )
- [215] Christian Freksa :  
Time and Space in Cognitive Systems  
Eingeladener Vortrag – gehalten auf der  
European Conference on Cognitive Science  
in Saint-Malo, 1995
- [216] Christian Freksa :  
DFG-Schwerpunkt-Programm „Raum-Kognition“  
KogBit 13 ( 1996 ), pp 6 – 8
- [217] Christian Freksa :  
Spatial & Temporal Structures in Cognitive Processes  
in : [221], pp 379 – 387
- [218] Christian Freksa :  
Gast-Editorial zum Schwerpunkt „Spatial Cognition“  
Künstliche Intelligenz 4/02 ( 2002 ), S. 4
- [219] Christian Freksa / Christopher Habel :  
Warum interessiert sich die Kognitionsforschung für die Darstellung räumlichen Wissens ?  
in [220], pp 1 – 15
- [220] Christian Freksa / Christopher Habel ( Hrsg ) :  
Repräsentation & Verarbeitung räumlichen Wissens  
Springer, Berlin, 1990
- [221] C. Freksa / M. Jantzen / R. Valk ( eds ) :  
Foundations of Computer Science : Potential – Theory – Cognition  
( Lecture Notes in Computer Science – Vol 1337 )  
Springer-Verlag, Heidelberg, 1997
- [222] Jöran Friberg :  
Zahlen & Maße in den ersten Schrift-Erzeugnissen  
Spektrum d. Wissenschaft 4/1984, pp 116 – 124
- [223] Christopher D. Frith / Uta Frith :  
The Solitaire Illusion : An Illusion of Numerosity  
Perception & Psychophysics 11 ( 1972 ), pp 409 – 410
- [224] J. Freyd :  
Sharability : The Social Psychology of Epistemology  
Cognitive Science 7 ( 1983 ), pp 191 – 210
- [225] Alexander Friedmann :  
Die Welt aus Raum und Zeit  
Übersetzung, Einleitung & Anmerkungen von G. Singer  
Ostwalds Klassiker, Bd 287, 1923, 2. Aufl. 2002

- [226] William J. Friedman ( ed ) :  
The Developmental Psychology of Time  
Academic Press, New York, 1982
- [227] William J. Friedman :  
About Time : Inventing the Fourth Dimension  
MIT Press, Cambridge/MA, 1990
- [228] William J. Friedman :  
Memory Processes underlying Humans' Chronological Sense of the Past  
in [351], Kap. 5
- [229] Harald Fritsch :  
Eine Formel verändert die Welt  
Newton, Einstein & die Relativitätstheorie  
Piper, München/Zürich, 1988, 4. TB-Ausg. 1997
- [230] Harald Fritsch :  
Die verbogene Raum-Zeit  
Newton, Einstein & die Gravitation  
Piper, München/Zürich, 1996, TB-Ausg. 1997
- [231] V. Fromkin / R. Rodman :  
An Introduction to Language  
Harcourt Brace, Fort Worth, 6<sup>th</sup> Ed. 1998
- [232] Kunihiko Fukushima :  
Cognitron – A self-organizing multilayered neural network  
Biological Cybernetics 20 [3/4] ( 1975 ), pp 121 – 136
- [233] Kunihiko Fukushima :  
Neural Networks and Information Processing  
Pearson Addison Wesley, 1992
- [234] Joachim Funke / Jürg Wassmann :  
Raum & Zeit aus Sicht von Ethnologie & Psychologie  
Seminar-Unterlagen, Univ. Heidelberg, Psych. Inst., WS 1999/2000
- [235] Douglas J. Futuyma :  
Science on Trial – The Case for Evolution  
Pantheon Books, New York, 1983
- [236] Douglas J. Futuyma :  
Evolutionary Biology  
Sinauer Associates, Sunderland/Mass, 3<sup>rd</sup> Ed., 1998
- [237] Charles R. Gallistel :  
The Organization of Learning  
MIT Press, Cambridge/MA, 1990
- [238] Charles R. Gallistel :  
Representations in Animal Cognition : An Introduction  
Cognition 37 ( 1990 ), pp 1 – 22
- [239] Peter Gärdenfors :  
Cued & Detached Representations in Animal Cognition  
Behavioral Processes 36 ( 1996 ), pp 263 – 273

- [240] Peter Gärdenfors :  
Mental Representation, Conceptual Spaces & Metaphors  
Synthese 116 ( 1996 ), pp 21 – 47
- [241] Peter Gärdenfors :  
Conceptual Spaces – The Geometry of Thought  
MIT Press, Cambridge/MA, 2000
- [242] Howard E. Gardner :  
Dem Denken auf der Spur – Der Weg der Kognitionswissenschaft  
( The Mind's New Science – A History of the Cognitive Revolution )  
Klett-Cotta, Stuttgart, 1989
- [243] Merideth Gattis :  
Perceptual & Linguistic Polarity Constrain Reasoning with Spatial Representations  
Manuscript in preparation, 2000
- [244] Merideth Gattis :  
Mapping Relational Structure in an Artificial Sign Language  
Manuscript in preparation, 2000
- [245] Merideth Gattis :  
Structure Mapping in Spatial Reasoning  
Manuscript submitted for publication, 2000
- [246] Merideth Gattis ( Ed ) :  
Spatial Schemas and Abstract Thought  
MIT Press, Cambridge/MA, 2001
- [247] Merideth Gattis :  
Space as a Basis for Abstract Thought  
in [246], pp 1 – 12
- [248] Merideth Gattis :  
Reading Pictures : Constraints on Mapping Conceptual & Spatial Schemas  
in [246], pp 223 – 245
- [249] M. Gattis / C. Dupeyrat :  
Spatial Strategies in Reasoning  
in [683]
- [250] M. Gattis / K.J. Holyoak :  
Mapping Conceptual to Spatial Relations in Visual Reasoning  
Journal of Exp. Psychology : Learning, Memory & Cognition 22 ( 1996 ), pp 231 – 239
- [251] Carl Friedrich Gauß :  
Allgemeine Untersuchungen über Gekrümmte Flächen  
( Disquisitiones generales circa superficies curvas )  
deutsch v. A. Wangerin  
Oswalds Klassiker, Bd 5, 1889 ff ( 1827 + 1828 )
- [252] Carl Friedrich Gauß :  
Untersuchungen über Gegenstände der Höheren Geodäsie  
Hrsg v. J. Frischauf  
Oswalds Klassiker, Bd 177, 1910 ( 1825 )

- [253] M. Gauvain :  
The development of spatial thinking in everyday activity  
Developmental Review 13 ( 1993 ), pp 92 – 121
- [254] M. Gauvain :  
Thinking in niches : Sociocultural influences on cognitive development  
Human Development 38 ( 1995 ), pp 25 – 45
- [255] H.-G. Geissler :  
The Temporal Architecture of Central Information Processing  
Evidence for a tentative Time-Quantum Model  
Psychological Research 49 ( 1987 ), pp 99 – 106
- [256] Dedre Gentner :  
Structure-Mapping : A Theoretical Framework for Analogy  
Cognitive Science 7 ( 1983 ), pp 155 – 170
- [257] Dedre Gentner :  
Metaphor as Structure Mapping : The Relational Shift  
Child Development 59 ( 1988 ), pp 47 – 59
- [258] Dedre Gentner :  
Spatial Metaphors in Temporal Reasoning  
in [246], pp 203 – 222
- [259] D. Gentner / D. Gentner :  
Flowing Water or Teeming Crowds : Mental Models in Electricity  
in [261]
- [260] D. Gentner / A.B. Markman :  
Structural Mapping in Analogy & Similarity  
American Psychologist 52 ( 1997 ), pp 45 – 56
- [261] D. Gentner / A.L. Stevens ( Eds ) :  
Mental Models  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1983
- [262] M.A. Gernsbacher / S.J. Derry ( Eds ) :  
Proceedings of the 20<sup>th</sup> Annual Conference of the Cognitive Science Society  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1998
- [263] Joseph Gerstmann :  
Syndrome of Finger Agnosia, Disorientation for Right & Left, Agraphia & Acalculia  
Archives of Neurology & Psychiatry 44 ( 1940 ), pp 398 – 408
- [264] J. Gervet / P. Livet / A. Tête ( Eds ) :  
La Représentation Animale  
Presses Univ. Nancy, Nancy, 1992
- [265] Norman Geschwind :  
Disconnection Syndromes in Animals & Man  
Brain 88 ( 1965 ), pp 237 – 294
- [266] Alfonso Geverini :  
Reasoning about Time & Actions in Artificial Intelligence  
in [740], pp 43 – 70

- [267] J. Gibbon / L. Allan ( Eds ) :  
Timing & Time Perception  
New York Academy of Science, New York, 1984
- [268] J. Gibbon / R.M. Church :  
Sources of Variance in an Information Processing Theory of Time  
in [666], pp 465 – 488
- [269] J. Gibbon / R.M. Church / W.H. Weck :  
Scalar Timing in Memory  
Annals of the New York Academy of Science 423 ( 1984 ), pp 52 – 77
- [270] R.W. Gibbs / H.L. Colston :  
The Cognitive Psychological Reality of Image Schemas & their Transformations  
Cognitive Linguistics 6 ( 1995 ), pp 347 – 378
- [271] James J. Gibson :  
Events are perceivable but Time is not  
in [212], pp 295 – 301
- [272] James J. Gibson :  
The Ecological Approach to Visual Perception  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1986
- [273] D.J. Gillan :  
Reasoning in Chimpanzees II : Transitive Inference  
Journal of Exp. Psychology : Animal Behavior Processes 7 ( 1981 ), pp 150 – 164
- [274] Herbert P. Ginsburg / Sylvia Opper :  
Piagets Theorie der geistigen Entwicklung  
Klett-Cotta, Stuttgart, 1998
- [275] Nicolas Gisin / Bernhard Gisin :  
A local hidden variable model of quantum correlation exploiting the detection loophole  
Phys.Lett. A260 (1999), pp 323 – 327
- [276] Nicolas Gisin / Bernhard Gisin :  
A local variable model for entanglement swapping exploiting the detection loophole  
arXiv:quant-ph/0201077 ( 18. Jan. 2002 )
- [277] A.M. Glenberg / W.E. Langston :  
Comprehension of Illustrated Text : Pictures help to build Mental Models  
Journal of Memory & Language 31 ( 1992 ), pp 129 – 151
- [278] Ernest Nagel / James R. Newman :  
Der Gödelsche Beweis  
( Über formal unterscheidbare Sätze der Principia Mathematica & verwandter Systeme )  
Oldenbourg, München, 4. unveränd. Aufl. 1991 ( 1931 )
- [279] R.L. Goldstone / L.W. Barsalou :  
Reuniting Perception & Conception  
Cognition 65 ( 1998 ), pp 231 – 262
- [280] Christian Gerthsen / Hans O. Kneser :  
Physik – Ein Lehrbuch zum Gebrauch neben der Vorlesung  
Springer, Heidelberg/Berlin, 1971

- [281] A. Gopnik / A.N. Meltzoff :  
Words, Thoughts, and Theories  
MIT Press, Cambridge/Mass, 1997
- [282] Thomas Görnitz :  
Quanten sind anders  
Spektrum Verlag, Heidelberg, 1999
- [283] Thomas Görnitz / Brigitte Görnitz :  
Die Evolution des Geistigen  
Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 2008
- [284] Alexander Gosztonyi :  
Der Raum – Geschichte seiner Probleme in Philosophie & Wissenschaften  
Alber Verlag, Freiburg/Br, 1976
- [285] N. Gots / J.M. Gooday / A. Cohn :  
A Connection Based Approach to Common-sense Topological Description & Reasoning  
The Monist 79(1) ( 1996 ), pp 51 – 75
- [286] Joseph Grady :  
Foundations of Meaning : Primary Metaphors & Primary Sense  
Doctoral Dissertation, Univ. of California / Berkeley, 1997
- [287] Joseph Grady :  
Foundations of Meaning  
Georgetown Univ. Press, Washington/DC, to appear
- [288] J.H. Greenberg :  
Language Universals  
Mouton Publ, The Hague, 1966
- [289] Daniel M. Greenberger / Michael A. Horne / Abner Shimony / Anton Zeilinger :  
Bell's Theorem without inequalities  
American Journal of Physics 58 (1990), pp 1131 – 1143
- [290] Samuel Greenblatt :  
Alexia without agraphia or hemianopsia – Analysis of a autopsied case  
Brain 96 ( 1973 ), pp 307 – 316
- [291] Ulf Grenander :  
Pattern Synthesis  
Lectures in Pattern Theory, Vol. I  
Springer Verlag, Heidelberg, 1976
- [292] Ulf Grenander :  
Pattern Analysis  
Lectures in Pattern Theory, Vol. II  
Springer Verlag, Heidelberg, 1978
- [293] Ulf Grenander :  
Regular Structures  
Lectures in Pattern Theory, Vol. III  
Springer Verlag, Heidelberg, 1981

- [294] John Gribbin :  
Auf der Suche nach Schrödingers Katze  
Quantenphysik und Wirklichkeit  
Piper, München/Zürich, 1991, 5. Aufl. 1999
- [295] R.E. Grossman / L.J. San / T.J. Vance ( Eds ) :  
Papers from the Parasession on Functionalism  
Chicago Linguistic Society, Chicago, 1975
- [296] G. Groos / S. Daan :  
The use of the biological clocks in time perception  
in [527], pp 65 – 74
- [297] O.-J. Grüsser :  
Zeit und Gehirn  
in [89], pp 198 – 259
- [298] Jean Marie Guyau :  
L'idée de temps  
( The Origin of the Idea of Time )  
in [528], pp 37 – 90 ( transl. pp 93 – 148 )
- [299] R.N. Haber / M. Hershenson :  
The Psychology of Visual Perception  
Holt, Rinehart & Winston, New York, 1973
- [300] Jacques Hadamard :  
Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique  
( The Psychology of Invention in the Mathematical Field / The Mathematician's Mind )  
Gauthier-Villars, Paris, 1945
- [301] Ernst Haeckel :  
Generelle Morphologie der Organismen  
Georg Reimer, Berlin, 1866
- [302] U. Hahn / N. Chater :  
Concepts & Similarity  
in [432], pp 43 – 92
- [303] Hermann Haken :  
Synergetics – An Introduction  
Springer Verlag, Heidelberg, 1983
- [304] G.S. Halford :  
Can Young Children integrate Premises in Transitivity & Serial Order Tasks ?  
Cognitive Psychology 16 ( 1984 ), pp 65 – 93
- [305] M. Halle / J. Bresnan / G. Miller ( Eds ) :  
Linguistic Theory & Psychological Reality  
MIT Press, Cambridge/MA, 1978
- [306] S. Handel / C.B. De Soto / M. London :  
Reasoning and Spatial Representation  
Journal of Verbal Learning & Verbal Behavior 7 ( 1968 ), pp 351 – 357
- [307] M. Hardman ( Ed ) :  
The Aymara Language and its Social & Cultural Context  
Univ. of Florida Press, Gainesville/FL, 1981

- [308] Lucien Hardy :  
Nonlocality for two particles without inequalities for almost all entangled states  
Physical Review Letters 71(11) (1993), pp 1665 – 1668
- [309] Manfred Hartel :  
Information, Kommunikation & Zeichen  
eine kybernetisch-semiotische Zusammenschau  
Univ. Hamburg, Inst. f. Informatik, Instituts-Mitteilung Nr. 66  
( IfI-HH-M-66 ), 1977
- [310] Manfred Hartel :  
Die Information – Bedeutung & Verwendung eines  
Grundbegriffs der Wissenschaften in verschiedenen Anwendungsbereichen  
Univ. Hamburg, Inst. f. Informatik, Instituts-Mitteilung Nr. 67  
( IfI-HH-M-67 ), 1978
- [311] M. Hauser / S. Carey :  
Building a cognitive creature from a set of primitives :  
Evolutionary & developmental insights  
in [7], pp 51 – 106
- [312] Patrick J. Hayes :  
The Naive Physics Manifesto  
in : [523]
- [313] Patrick J. Hayes :  
The Second Naive Physics Manifesto  
in : [340], pp 1 – 36
- [314] Donald O. Hebb :  
The Organization of Behavior  
A Neuropsychological Theory  
Lawrence Erlbaum, New York, 1949
- [315] Gerhard Heberer :  
Homo – unsere Ab- & Zukunft  
DVA, Stuttgart, 1968
- [316] Werner Heisenberg :  
Über den intuitiven Gehalt der Quantenkinematik und Quantenmechanik  
Zeitschrift für Physik, Bd. 43, 1927
- [317] Werner Heisenberg :  
Die Physikalischen Prinzipien der Quantentheorie  
S. Hirzel, Stuttgart/Leipzig, 1930, 2. Aufl. 1941
- [318] Werner Heisenberg :  
Physik und Philosophie  
S. Hirzel, Stuttgart/Leipzig, 1958, 5. Aufl. 1990
- [319] R. Held / H.W. Leibowitz / H.L. Teubner ( Hrsg ) :  
Handbook of Sensory Physiology, Vol. IX : Perception  
Springer, Berlin/Heidelberg, 1978



- [320] Hede Helfrich ( Ed ) :  
Time and Mind  
Proc. Int. Symposium at the University of Regensburg 1994  
Hogrefe and Huber, Seattle/Toronto/Göttingen/Bern, 1996
- [321] Hede Helfrich ( Ed ) :  
Time and Mind II – Information Processing Perspectives  
Proc. Int. Symposium at the University of Hildesheim 2002  
Hogrefe and Huber, Seattle/Toronto/Göttingen/Bern, 2005
- [322] Avishai Henik / Joseph Tzelgov :  
Is there greater than five ?  
The Relation between Physical & Semantic Size in Comparison Tasks  
Memory & Cognition 10 ( 1982 ), pp 389 – 395
- [323] Beate Hermelin / Neil O'Connor :  
Spatial Representations in Mathematically & in Artistically gifted Children  
British Journal of Educational Psychology 56 ( 1986 ), pp 150 – 157
- [324] L. Hermer / E. Spelke :  
A geometric process for spatial reorientation in young children  
Nature 370 ( 1994 ), pp 57 – 59
- [325] L. Hermer / E. Spelke :  
Modularity & development : a case of spatial reorientation  
Cognition 61 ( 1996 ), pp 195 – 232
- [326] G. Heyer / J. Krems / G. Görz ( Hrsg ) :  
Wissensarten und ihre Darstellung  
Springer, Berlin, 1988
- [327] David Hilbert :  
Grundlagen der Geometrie  
bis 7. Aufl. hrsg v. D. Hilbert, 14. Aufl. hrsg. v. M.Toepell  
Teubner, Leipzig / Stuttgart, 1899, <sup>7</sup>1930, ( <sup>14</sup>1999 )
- [328] David Hilbert :  
Grundlagen der Physik ( Erste Mitteilung )  
Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen  
Mathematisch-Physikalische Klasse  
Nachrichten ( 1915 ), erschienen 1916
- [329] Clifford Alden Hill :  
Linguistic Representation of Spatial & Temporal Orientation  
Proc. 4<sup>th</sup> Annual Meeting of the Berkeley Linguistic Society  
Univ. of California Press, Berkeley/CA, 1978, pp 524 – 538
- [330] Geoffrey E. Hinton / James A. Anderson ( Eds ) :  
Parallel Models of Associative Memory  
Lawrence Erlbaum, New York, 1981, updated edition 1989
- [331] D.L. Hintzman / R.A. Block :  
Repetition & Memory : Evidence for a Multiple-Trace Hypothesis  
Journal of Exp. Psychology 88 ( 1971 ), pp 297 – 306
- [332] D.L. Hintzman / R.A. Block :  
Memory for the Spacing of Repetition  
Journal of Exp. Psychology 99 ( 1973 ), pp 70 – 74

- [333] D.L. Hintzman / R.A. Block / J.J. Summers :  
Contextual Associations & Memory for Serial Position  
Journal of Exp. Psychology 97 ( 1973 ), pp 220 – 229
- [334] D.L. Hintzman / J.J. Summers / R.A. Block :  
Spacing Judgments as an Index of Study-Phase Retrieval  
Journal of Exp. Psychology : Human Learning & Memory 1 ( 1975 ), pp 31 – 40
- [335] I.J. Hirsh / C.E. Sherrick :  
Perceived Order in different Sense Modalities  
Journal of Exp. Psychology 62 ( 1961 ), pp 423 – 432
- [336] M. Hittmair-Delazer / C. Semenza / G. Denes :  
Concepts & Facts in Calculation  
Brain 117 ( 1994 ), pp 715 – 728
- [337] M. Hittmair-Delazer / U. Sailer / T. Benke :  
Impaired Arithmetic Facts but Intact Conceptual Knowledge  
Cortex 31 ( 1995 ), pp 139 – 147
- [338] H. Hoagland :  
The Physiological Control of Judgments of Duration  
Evidence for a Chemical Clock  
Journal of General Psychology 9 ( 1933 ), pp 267 – 287
- [339] H. Hoagland :  
Some Biochemical Considerations of Time  
in [209], pp 312 – 329
- [340] J. Hobbs / R. Moore :  
Formal Theories of the Commonsense World  
Ablex Publ, Norwood, 1985
- [341] Douglas R. Hofstadter / Daniel C. Dennett ( Eds ) :  
The Mind's I  
Basic Books, 1981
- [342] Peter Hofstätter :  
Psychologie  
in : Das Fischer Lexikon – Bd. 6  
Fischer, Frankfurt, 1972
- [343] Erich von Holst :  
Zur Verhaltens-Physiologie bei Tier & Mensch  
Gesammelte Abhandlungen  
Piper, München/Zürich, 1969
- [344] Erich von Holst / Horst Mittelstaedt :  
Das Reafferenz-Prinzip  
Naturwissenschaften 37 ( 1950 ), pp 464 – 476
- [345] K.J. Holyoak / J.E. Hummel :  
The proper Treatment of Symbols in a Connectionist Architecture  
in [140]

- [346] K.J. Holyoak / K.K. Patterson :  
A Positional Discriminability Model of Linear Order Judgments  
Journal of Exp. Psychology : Human Perception & Performance 7 ( 1981 ), pp 1283 – 1302
- [347] K.J. Holyoak / P. Thagard :  
Mental Leaps : Analogy in Creative Thought  
MIT Press, Cambridge/MA, 1995
- [348] K.J. Holyoak / P. Thagard :  
The Analogical Mind  
American Psychologist 52 ( 1997 ), pp 35 – 44
- [349] Sidney Hook ( Ed ) :  
Dimensions of Mind – A Symposium  
New York, 1960
- [350] Adolph Hering :  
Über das Unterscheidungsvermögen des Hörsinnes für Zeitgrößen  
Laupp, Tübingen, 1864
- [351] Christoph Hoerl / Teresa McCormack ( Eds ) :  
Time and Memory – Issues in Philosophy & Psychology  
Clarendon Press, Oxford, 2001
- [352] Christoph Hoerl / Teresa McCormack :  
Perspectives in Time & Memory – An Introduction  
in : [351], pp 1 – 35
- [353] Berthold K.P. Horn :  
Obtaining Shape from Shading Information  
in [812], pp 115 – 255
- [354] I.P. Howard :  
Human Visual Orientation  
Wiley & Sons, New York, 1982
- [355] David Hubel / Torsten Wiesel :  
Brain Mechanisms of Vision  
Scientific American 241 ( 1979 ), pp 150 – 162
- [356] J.E. Hummel / I. Biederman :  
Dynamic Binding in a Neural Network for Shape Recognition  
Psychological Review 99 ( 1992 ), pp 480 – 517
- [357] John E. Hummel / Keith J. Holyoak :  
Indirect Analogical Mapping  
Proc. 14<sup>th</sup> Annual Conf. of the Cognitive Science Society  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1992, pp 516 – 521
- [358] John E. Hummel / Keith J. Holyoak :  
Distributed Representation of Structure :  
A Theory of Analogical Access & Mapping  
Psychological Review 104 ( 1997 ), pp 427 – 466
- [359] John E. Hummel / Keith J. Holyoak :  
A Process Model of Human Transitive Inference  
in [246], Chap. 11, pp 279 – 305

- [360] Friedrich Hund :  
Geschichte der Physikalischen Begriffe  
Bibl. Institut, Mannheim, 2. Aufl. 1978
- [361] D.L. Hung / O.J.L. Tzeng :  
Orthographic Variations & Visual Information Processing  
Psychological Bulletin 90 ( 1981 ), pp 377 – 414
- [362] James R. Hurford :  
Language & Number  
Basil Blackwell, Oxford, 1987
- [363] Edmund Husserl :  
Vorlesungen zur Phänomenologie des Inneren Zeit-Bewusstseins  
Jahrbuch für Philosophie & Phänomenologische Forschung 9 ( 1928 ), pp 367 – 498
- [364] Edmund Husserl :  
A Phenomenology of the Consciousness of Internal Time  
in [799]
- [365] Janellen Huttenlocher :  
Constructing Spatial Images : A Strategy in Reasoning  
Psychological Review 75 ( 1968 ), pp 286 – 298
- [366] Janellen Huttenlocher :  
The Emergence of Number  
Paper presented at the Annual Meeting of the Psychonomic Society,  
St.Louis/MO, 1994
- [367] J. Huttenlocher / S.C. Levine / N. Jordan :  
A mental model for early arithmetic  
Journal of Experimental Psychology : General 123 ( 1994 ), pp 284 – 296
- [368] G. Ifrah :  
Universal-Geschichte der Zahlen  
( Histoire Universelle des Chiffres )  
Campus, Frankfurt/Main, 1986 ( 1994 )
- [369] D.J. Ingle / M.A. Goodale / R.J.W. Mansfield ( eds ) :  
Analysis of Visual Behavior  
MIT Press, Cambridge/Mass, 1982
- [370] Margaret J. Intons-Peterson :  
Integrating the Components of Imagery  
in [777], pp 20 – 89
- [371] Bernhard Irrgang :  
Lehrbuch der evolutionären Erkenntnistheorie  
UTB Verlag, Stuttgart, 1993, 2. vollst. überarb. Aufl. 2001
- [372] Ray S. Jackendoff :  
Consciousness and the Computational Mind  
MIT Press, Cambridge/MA, 1987
- [373] Ray Jackendoff :  
Languages of the Mind  
MIT Press, Cambridge/MA, 1992

- [374] Ray Jackendoff :  
The Architecture of the Linguistic-Spatial Interface  
in [64], pp 1 – 30
- [375] Ray S. Jackendoff / Barbara Landau :  
Spatial language and spatial cognition  
in [550]
- [376] William James :  
The Principles of Psychology  
Henry Holt, New York, 1890
- [377] Max Jammer :  
Concepts of Space : The History of Theories of Space in Physics  
Harvard Univ. Press, Cambridge/MA, 1954, 3<sup>rd</sup> enlarged Ed. 1994
- [378] Pierre Janet :  
L'evolution de la mémoire et de la notion de temps  
A Chahine, Paris, 1928
- [379] L.A. Jeffress ( Ed ) :  
Cerebral Mechanisms in Behavior  
The Hixon-Symposion  
New York, 1951
- [380] Mark Johnson :  
The Body in the Mind : The Bodily Basis of Cognition  
Chicago Univ. Press, Chicago/IL, 1987
- [381] C.H. Johnson / J.W. Hastings :  
The elusive Mechanism of the Circadian Clock  
American Scientist 74 ( 1986 ), pp 29 – 36
- [382] Philip N. Johnson-Laird :  
Mental Models  
Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1983
- [383] Philip N. Johnson-Laird :  
Images, Models & Propositional Representations  
in [777], pp 90 – 127
- [384] Bela Julesz :  
Binocular Depth Perception of Computer-generated Patterns  
Bell Syst. Tech. J. 39 ( 1960 ), pp 1125 – 1162
- [385] Carl Gustav Jung / Wolfgang Pauli :  
Naturerklärung und Psyche  
Rascher, Zürich, 1952
- [386] M. Kafatos ( Ed ) :  
Bell's Theorem. Quantum Theory and Conceptions of the Universe  
Kluwer, Dordrecht/Boston/London, 1989
- [387] R. Kahneman / R.E. Wolman :  
Stroboscopic Motion : Effects of Duration & Interval  
Perception & Psychophysics 8 ( 1970 ), pp 161 – 164

- [388] R.V. Kail / J.W. Hagen ( Eds ) :  
 Perspectives on the Development of Memory & Cognition  
 Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1977
- [389] K.D. Kallio :  
 Developmental Change on a Five-Term Transitive Inference Task  
 Journal of Child Psychology 33 ( 1982 ), pp 142 – 164
- [390] Bernulf Kanitscheider :  
 Kosmologie – Geschichte & Systematik in philosophischer Perspektive  
 Reclam, Stuttgart, 1982, 3. Aufl. 2001
- [391] Bernulf Kanitscheider :  
 Kommentar zu dem Vortrag von Erhard Oeser „Thesen zum Realismusproblem“  
 in [658], pp 51 – 57
- [392] Bernulf Kanitscheider :  
 Raum – Zeit – Materie  
 Univ. Gießen, ZPGW, 2001 ?
- [393] Immanuel Kant :  
 Kritik der Reinen Vernunft  
 Werkausgabe Bd III + IV  
 Suhrkamp, Frankfurt, 1781 ( 1977 )
- [394] Immanuel Kant :  
 Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik,  
 die als Wissenschaft wird auftreten können  
 Meiner, Hamburg, 1783 ( 2001 )
- [395] Immanuel Kant :  
 Kritik der Praktischen Vernunft  
 Hrsg. Joachim Kopper  
 Reclam, Ditzingen, 1787 ( 1986 )
- [396] Annette Karmiloff-Smith :  
 Beyond Modularity : A Developmental Perspective on Cognitive Science  
 MIT Press, Cambridge/Mass, 1992
- [397] Hartmut Kasten :  
 Wie die Zeit vergeht  
 Zeit-Bewusstsein in Alltag & Lebenslauf  
 Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 2001
- [398] Christel Kemke :  
 Netzwerke Endlicher Automaten als Modelle Neuronaler Verbände  
 Diplom-Arbeit, Universität Dortmund, 1984
- [399] Christel Kemke :  
 Modelling Neural Networks by Means of Networks of Finite Automata  
 Proc IEEE – First Ann. Int. Conf. on Neural Networks, San Diego/CA, 1987
- [400] Christel Kemke :  
 Der Neuere Konnektionismus – Ein Überblick  
 Informatik-Spektrum 11 ( 1988 ), pp 143 – 162

- [401] G.S. Kirk / J.E. Raven / M. Schofield :  
Die Vorsokratischen Philosophen  
Metzler, Berlin/New York, 1994 ( 1984 )
- [402] D. Kirsch :  
Today the Earwig, Tomorrow Man ?  
Artificial Intelligence 47 ( 1991 ), pp 161 – 184
- [403] Sotaro Kita / Eve Danziger / Christel Stolz :  
Cultural Specificity of Spatial Schemas as Manifested in Spontaneous Gesture  
in [246], pp 115 – 146
- [404] S.B. Klein / R.R. Mowrer ( Eds ) :  
Contemporary Learning Theories :  
Instrumental Conditioning Theory & the Impact of Biological Constraints on Learning  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1989
- [405] Friedhart Klix :  
Information und Verhalten  
Kybernetische Aspekte der organismischen Informationsverarbeitung  
Huber, Bern/Stuttgart/Wien, 1976
- [406] J.Klose / I.Römer / J.Nowak :  
Vererbung erworbener Eigenschaften  
( Berliner Charité – Institut für Humangenetik )  
Humboldt Spektrum 4 ( 1997 ), pp 12 – 18  
[www.charite.de/humangenetik2/](http://www.charite.de/humangenetik2/)
- [407] Markus Knauff :  
Räumliches Wissen und Gedächtnis  
Deutscher Universitäts-Verlag, Wiesbaden, 1997
- [408] Markus Knauff / Christoph Schlieder / Christian Freksa :  
Spatial Cognition : From Rat-Research to Multifunctional Spatial Assistance Systems  
Künstliche Intelligenz 4/02 ( 2002 ), pp 5 – 9
- [409] Simon Kochen / Ernst P. Specker :  
The problem of hidden variables in quantum mechanics  
J. Math. Mech. 17 (1967), pp 59 – 87
- [410] Etienne Koechlin / Stanislas Dehaene / Jacques Mehler :  
Numerical Transformations of Five-Month-Old Human Infants  
Mathematical Cognition 3(2) ( 1997 ), pp 89 – 104
- [411] Otto Koehler :  
The Ability of Birds to Count  
Bulletin of Animal Behavior 9 ( 1951 ), pp 41 – 45
- [412] Wolfgang Köhler :  
Die Aufgaben der Gestalt-Psychologie  
( The Task of Gestalt Psychology )  
de Gruyter, Berlin/New York, 1971 ( 1969 )
- [413] Otto Koenig :  
Kultur und Verhaltensforschung  
Einführung in die Kulturethologie  
dtv, München, 1970

- [414] K. Koepsell :  
Die Entwicklung des Zeit-Versehens beim Kinde  
Untersuchungen am Beispiel von Film-Schnitten  
Verlag Dr. Kovac, Hamburg, 1991
- [415] S.Kohler/S.Kapur/M.Moscovitch/G.Winocur/S.Houle :  
Dissociation of pathways for object & spatial vision : A PET study in Humans  
Neuroreports 6 ( 1995 ), pp 1865 – 1868
- [416] Teuvo Kohonen :  
Associative Memory – A System-Theoretical Approach  
Springer-Verlag, Heidelberg, 1978
- [417] Karen Kopera-Frye / Stanislas Dehaene / Ann P. Streissguth :  
Impairments of Number Processing induced by Prenatal Alcohol Exposure  
Neuropsychologica 34/12 ( 1996 ), pp 1187 – 1196
- [418] Stephen M. Kosslyn :  
Image and Mind  
Harvard Univ. Press, Cambridge/MA, 1980
- [419] Stephen M. Kosslyn :  
Image and Brain  
MIT Press, Cambridge/MA, 1994
- [420] D.T. Krieger ( Ed ) :  
Endocrine Rhythms  
Raven Press, New York, 1979
- [421] A.B. Kristofferson :  
A Quantal Step Function in Duration Discrimination  
Perception & Psychophysics 27 ( 1980 ), pp 300 – 306
- [422] Eric Kubli / Anna Katharina Reichardt ( Hrsg ) :  
Konsequenzen der Biologie  
Die moderne Biologie und das Verhältnis zwischen Natur- & Geisteswissenschaften  
Ernst Klett Verlag, Stuttgart, 1999
- [423] Thomas S. Kuhn :  
Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen  
( The Structure of Scientific Revolutions )  
suhrkamp Verlag, Frankfurt/Main, 1973 ( 1962 ), <sup>2</sup>1976
- [424] J.R. Lackner / H.L. Teuber :  
Alternations in Auditory Fusion Thresholds after Cerebral Injury in Man  
Neuropsychologia 11 ( 1973 ), pp 409 – 415
- [425] Joseph de Lagrange :  
Théorie des fonctions analytiques  
Impr. de la République, Paris, 1797
- [426] George Lakoff :  
Women, Fire, & Dangerous Things  
Chicago Univ. Press, Chicago/IL, 1987



- [427] George Lakoff :  
The Contemporary Theory of Metaphor  
in : [575], pp 202 – 251
- [428] George Lakoff / Mark Johnson :  
Metaphor we live by  
Chicago Univ. Press, Chicago/IL, 1980
- [429] George Lakoff / Mark Johnson :  
Philosophy in the Flesh – The embodied Mind & its Challenge to Western Thought  
Basic Books, New York, 1999
- [430] George Lakoff / Rafael E. Núñez :  
Where Mathematics Comes From  
How the Embodied Mind brings Mathematics into Being  
Basic Books, New York, 2000
- [431] Jean-Baptiste de Lamarck :  
Philosophie Zoologique  
Paris, 1809
- [432] K. Lambert / D. Shanks ( Eds ) :  
Knowledge, Concepts & Categories  
Psychology Press, East Sussex, 1997
- [433] Edwin H. Land :  
Experiments in Color Vision  
Sci. Am. 200 ( 1959 ), pp 84 – 94 / 96 – 99
- [434] Edwin H. Land / John J. McCann :  
Lightness and Retinex Theory  
J. Opt. Soc. Am. 61 ( 1971 ), pp 1 – 11
- [435] Barbara Landau / Ray S. Jackendoff :  
“Where” & “What” in Spatial Language & Spatial Cognition  
Behavioral & Brain Sciences 16 ( 1993 ), pp 217 – 265
- [436] B. Landau / H. Gleitman / E. Spelke :  
Spatial knowledge & geometric representation in a child blind from birth  
Science 213 ( 1981 ), pp 1275 – 1278
- [437] B. Landau / E. Spelke / H. Gleitman :  
Spatial Knowledge in a Young Blind Child  
Cognition 16 ( 1984 ), pp 225 – 260
- [438] Alfred Lang :  
Psychologie der Zeit  
( Rahmenartikel )  
in : [18], Dictionary Entry 1972, pp 38 – 43, 1998
- [439] R.W. Langacker :  
Foundations of Cognitive Grammar  
Vol. 1 : Theoretical Prerequisites  
Stanford Univ. Press, Stanford/CA, 1987
- [440] R.W. Langacker :  
Foundations of Cognitive Grammar – Vol. 2  
Stanford Univ. Press, Stanford/CA, 1991

- [441] R.W. Langacker :  
Concept, Image & Symbol : The Cognitive Basis of Grammar  
Stanford Univ. Press, Stanford/CA, 1991
- [442] John Langone :  
The Mystery of Time : Humanity's Quest for Order & Measure  
National Geographic, Washington/DC, 2000
- [443] Karl S. Lashley :  
Brain Mechanisms and Intelligence  
Chicago, 1929
- [444] Karl S. Lashley :  
In Search of the Engram  
Symp. of the Soc. for Exp. Biology 4 ( 1950 ), pp 454 – 482
- [445] P. Lavie / W.B. Webb :  
Time Estimates in a Long-term Time-free Environment  
American Journal of Psychology 88 ( 1975 ), pp 177 – 186
- [446] Gottfried Wilhelm Leibniz :  
Nova methodus pro maximis et minimis,  
itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur,  
et singulare pro illis calculi genus  
Acta Eruditorum ( 1684 ), pp 467 - 473
- [447] Gottfried Wilhelm Leibniz :  
Metaphysische Anfangsgründe der Mathematik  
( Initia Rerum Mathematicarum Metaphysics )  
Gerhardt Mathematische Schriften VII, 17 – 29 ( 1715 )
- [448] Helga Lejeune / Marc Richelle :  
Are we coming Near a General Model of Psychological Time ?  
in [320], pp 143 – 170
- [449] Eric Lenneberg :  
Die Biologischen Grundlagen der Sprache  
Suhrkamp, Frankfurt/Main, 1972
- [450] Willy Lens / Marie-Anne Moreas :  
Future Time Perspective : An Individual & a Social Approach  
in [825], pp 24 – 38
- [451] I. Levin :  
The Development of the Concept of Time in Children – An Integrative Model  
in [477], pp 13 – 32
- [452] I. Levin / D. Zakay ( Eds ) :  
Time & Human Cognition  
Elsevier, Amsterdam, 1989
- [453] D.N. Levine / J. Warach / M.J. Farah :  
Two visual systems in mental imagery :  
Dissociation of “what” & “where” in imagery disorders  
due to bilateral posterior cerebral lesions  
Neurology 35 ( 1985 ), pp 1010 – 1018

- [454] Stephen C. Levinson :  
Frames of Reference and Molyneux's Question : Crosslinguistic Evidence  
in : [64], pp 109 – 169
- [455] Lynn S. Liben :  
Thinking through Maps  
in [246], pp 44 – 77
- [456] Dierek-E. Liebscher :  
Einsteins Relativitätstheorie und die Geometrien der Ebene  
T.G. Teubner, Stuttgart, 1999
- [457] Gunnar Lindström / Rudolf Langkau / Wolfgang Scobel :  
Physik kompakt 3 – Quantenphysik & Statistische Physik  
Springer, Heidelberg, 2. Aufl. 2002
- [458] Robert H. Logie :  
Visuo-Spatial Processing in Working Memory  
Quarterly Journal of Exp. Psychology 38 ( 1986 ), pp 229 – 247
- [459] Robert H. Logie :  
Characteristics of Visuo-Short-Term Memory  
European Journal of Cognitive Psychology 1 ( 1989 ), pp 275 – 284
- [460] Robert H. Logie :  
Visuo-Short-Term Memory : A Visual Working Memory or Visual Buffer ?  
in [123], pp 77 – 102
- [461] Robert H. Logie :  
Visuo-Spatial Working Memory  
Lawrence Erlbaum, Hove/UK, 1995
- [462] G.L. Lohse / K. Biolsi / N. Walker / H.H. Rueter :  
A Classification of Visual Representations  
Comm ACM 37/12 ( 1994 ), pp 36 – 49
- [463] Christopher Longuet-Higgins :  
Artificial Intelligence – A New Theoretical Psychology  
Cognition 10 ( 1981 ), pp 197 – 200
- [464] Konrad Lorenz :  
Kants Lehre vom Apriorischen im Lichte gegenwärtiger Biologie  
Blätter für Deutsche Philosophie 15 ( 1941 ), pp 94 – 125  
wieder abgedruckt in [471], pp 95 – 124
- [465] Konrad Lorenz :  
Die Naturwissenschaft vom Menschen  
Eine Einführung in die vergleichende Verhaltensforschung  
( Das „Russische Manuskript“ )  
Piper, München/Zürich, 1992 ( 1941 )
- [466] Konrad Lorenz :  
Die angeborenen Formen möglicher Erfahrung  
Zeitschrift für Tierpsychologie 5 ( 1943 ), pp 235 – 409
- [467] Konrad Lorenz :  
Gestalt-Wahrnehmung als Quelle Wissenschaftlicher Erkenntnis  
Zeitschrift für Exp. & Angew. Psychologie 4 ( 1959 ), pp 118 – 165

- [468] Konrad Lorenz :  
Die Rückseite des Spiegels  
Versuch einer Naturgeschichte menschlichen Erkennens  
R. Piper, München/Zürich, 1973
- [469] Konrad Lorenz :  
Das Wirkungsgefüge der Natur und das Schicksal des Menschen  
R. Piper, München/Zürich, 1978, 4. Aufl. 1983
- [470] Konrad Lorenz :  
Evolution und Apriori  
in [658], pp 13 – 18
- [471] Konrad Lorenz / Franz M. Wuketits ( Hrsg ) :  
Die Evolution des Denkens  
R. Piper, München/Zürich, 1983, 2. Aufl. 1984
- [472] Henrik Antoon Lorentz :  
Elektromagnetische Erscheinungen in einem System, das sich mit beliebiger, die des Lichtes nicht  
erreichender Geschwindigkeit bewegt  
Proc. Acad. Sc. Amsterdam 6 ( 1904 ), pp 809 ff  
Reprint in ( [473] )
- [473] Henrik Antoon Lorentz / Albert Einstein / Hermann Minkowski ( Hrsg ) :  
Das Relativitätsprinzip - Eine Sammlung von Abhandlungen  
Verlag B. G. Teubner, Leipzig/Berlin, 1913, Neudruck 1958
- [474] Klaus Lunze :  
Einführung in die Elektrotechnik  
VEB Verlag Technik, Berlin, 1973
- [475] Wilhelm Lütterfelds ( Hrsg ) :  
Transzendente oder evolutionäre Erkenntnistheorie ?  
Wiss. Buchges., Darmstadt, 1987
- [476] John Lyons :  
Die Sprache  
C.H. Beck, München, 4. Auflage 1992
- [477] F. Macar / V. Pouthas / W.J. Friedman ( Eds ) :  
Time, Action & Cognition – towards bridging the gap  
Kluwer, Dordrecht / Boston / London, 1992
- [478] Ernst Mach :  
Untersuchungen über den Zeitsinn des Ohres  
Sitzungsberichte der Wiener Akademie der Wissenschaften 51(2) ( 1865 ),  
pp 133 – 150
- [479] Ernst Mach :  
The Science of Mechanics  
( ed & trans. by T.J. McCormack )  
Open Court, LaSalle/IL, 5<sup>th</sup> Ed., 1942 ( 1883 )
- [480] Donald M. MacKay :  
Information – Mechanism and Meaning  
MIT Press, Cambridge/Mass, 1969

- [481] Martin Mahner / Mario Bunge :  
Philosophische Grundlagen der Biologie  
Springer, Berlin/Heidelberg, 1997 ( 2000 )
- [482] Klaus Mainzer :  
Zeit – von der Urzeit zur Computerzeit  
C.H. Beck, München, 1995, 2. Aufl. 1996
- [483] G. Mandler / B.J. Shebo :  
Subitizing : An Analysis of its Component Processes  
Journal of Exp. Psychology : General 111(1) ( 1982 ), pp 1 – 22
- [484] Jean Mandler :  
How to build a Baby :  
On the Development of an accessible Representational System  
Cognitive Development 3 ( 1988 ), pp 113 – 136
- [485] Jean Mandler :  
How to build a Baby : II. Conceptual Primitives  
Psychol. Review 99 ( 1992 ), pp 587 – 604
- [486] David Marr :  
Artificial Intelligence – A Personal View  
Artificial Intelligence 9 ( 1977 ), pp 37 – 48
- [487] David Marr :  
Representing & Computing Visual Information  
in [813], 1979
- [488] David Marr :  
Vision – A Computational Investigation into the  
Human Representation & Processing of Visual Information  
W H Freeman & Co., San Francisco, 1982
- [489] David Marr / K.H. Nishihara :  
Representation & Recognition of the Spatial Organization of Three-dimensional Shapes  
Proc. Royal Society of London B 200 ( 1978 ), pp 269 – 294
- [490] David Marr / Tomaso Poggio :  
From Understanding Computation to Understanding Neural Circuitry  
Neuroscience Res. Prog. Bull. 15 ( 1977 ), pp 470 – 488
- [491] F. Matsuda :  
Concepts about interrelations among duration, distance & speed in young children  
Int. Journal of Behavioral Development 17 ( 1994 ), pp 553 – 576
- [492] Tetsuro Matsuzawa :  
Use of Numbers by a Chimpanzee  
Nature 315 ( 1985 ), pp 57 – 59
- [493] Humberto R. Maturana / Francisco J. Varela :  
Der Baum der Erkenntnis ( The Tree of Knowledge )  
Die biologischen Wurzeln des menschlichen Erkennens  
Scherz, München ; 1989 ( 1984 )

- [494] T. Maudlin :  
Quantum Non-Locality and Relativity  
Blackwell, Oxford/UK, 1994
- [495] Ernst Mayr :  
Systematics and the origin of species  
Columbia Univ. Press, New York, 1942
- [496] Ernst Mayr :  
Artbegriff und Evolution  
( Animal Species and Evolution )  
Paul Parey, Hamburg/Berlin, 1967 ( 1963 )
- [497] Ernst Mayr :  
Teleological and Teleonomic – a New Analysis  
in : Robert S. Cohen / Marx W. Wartofsky ( eds ) :  
Boston Studies in the Philosophy of Science, Vol. XIV, pp 91 - 117  
Reidel, Boston, 1974
- [498] Ernst Mayr :  
What Evolution is  
Phoenix, London, 2002
- [499] John McCarthy / Patrick J. Hayes :  
Some philosophical Problems from the Standpoint of Artificial Intelligence  
Stanford Univ., Stanford/CA, 1969
- [500] John McCarthy :  
Epistemological Problems of Artificial Intelligence  
Stanford Univ., Stanford/CA, 1977
- [501] John McCarthy :  
What has AI in Common with Philosophy ?  
Stanford Univ., Stanford/CA, 29 Feb 1996
- [502] John McCarthy :  
What is Artificial Intelligence ?  
Stanford Univ., Stanford/CA, 20 July 2002
- [503] Michael McCloskey / Alfonso Caramazza :  
Cognitive Mechanisms in Normal & Impaired Number Processing  
in [142]
- [504] M. McCloskey / S.M. Sokol / R.A. Goodman :  
Cognitive Processes in Verbal-Number Production :  
Inferences from the Performance of Brain-Damaged Subjects  
Journal of Exp. Psychology : General 115 ( 1986 ), pp 307 – 330
- [505] K. McComb / C. Packer / A. Pusey :  
Roaring & Numerical Assessment in Contests Between Groups of Femal Lions Panthera Leo  
Animal Behavior 47 ( 1994 ), pp 379 – 387
- [506] Warren McCulloch / Walter Pitts :  
A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity  
Bulletin of Math. Biophysics 5 ( 1943 ), pp 115 – 133

- [507] James McGarrigle / Margaret Donaldson :  
Conservation Accidents  
Cognition 3 ( 1974 ), pp 341 – 350
- [508] Bendan McGonigle :  
Pointing to see ?  
Brain & Behaviour Sciences 20(4) ( 1998 ), pp 754 ff
- [509] Bendan McGonigle / Margaret Chalmers :  
Are Monkeys logical ?  
Nature 267 ( 1977 ), pp 694 – 696
- [510] Bendan McGonigle / Margaret Chalmers :  
The selective Impact of Question Form & Input Mode  
on the Symbolic Distance Effect in Children  
Journal of Exp. Child Psychology 37 ( 1984 ), pp 525 – 554
- [511] Bendan McGonigle / Margaret Chalmers :  
Representations & Strategies during Inference  
in [548]
- [512] Bendan McGonigle / Margaret Chalmers :  
Spatial Representation as Cause & Effect : Circular Causality comes to Cognition  
in [246], pp 248 –277
- [513] Francis Mechner / Laurence Guevrekian :  
Effects of Deprivation upon Counting & Timing in Rats  
Journal of Exp. Analysis of Behavior 5 ( 1962 ), pp 463 – 466
- [514] W.H. Meck / R.M. Church :  
A mode control model of counting & timing processes  
Journal of Experimental Psychology : Animal Behavior Processes 9 ( 1983 ), pp 320 – 235
- [515] D.L. Medin / R.L. Goldstone / D. Gentner :  
Respects for Similarity  
Psychological Review 100(2) ( 1993 ), pp 254 – 278
- [516] Jacques Mehler / Tom G. Bever :  
Cognitive Capacity of Very Young Children  
Science 158 ( 1967 ), pp 141 – 142
- [517] R.D. Melara :  
The Concept of Perceptual Similarity :  
From Psychophysics to Cognitive Psychology  
in [5], pp 303 – 388
- [518] A.N. Meltzoff / M.K. Moore :  
A new foundation for cognitive development in infancy :  
The birth of the representational infant  
in E.K. Scholnik et al. ( eds ) :  
Conceptual Development : Piaget's Legacy  
Lawrence Erlbaum, Mahwah/NJ, 1999, pp 53 – 78
- [519] Randolf Menzel :  
Zeit-Strukturen des Lebendigen  
in [89], pp 149 – 176

- [520] C. Mervis / E. Rosch :  
Categorization of Natural Objects  
Annual Review of Psychology 32 ( 1981 ), pp 89 – 115
- [521] J. Metzler / R.N. Shepard / :  
Transformational Studies of the Representation of Three-dimensional Objects  
in [709], pp 25 – 71
- [522] Michael Stefan Metzner :  
Zeit-Erleben & Empfindungs-Qualität  
Zeit-Psychologische Grundlagen & Ergebnisse einer Empirischen Studie  
Dipl.-Arb., LMU-München, 1999
- [523] D. Michie ( ed ) :  
Expert Systems in the Micro-Electronic Age  
Edinburgh Univ. Press, Edinburgh, 1978
- [524] J.A. Michon :  
Studies in subjective duration :  
II. Subjective time measurement during tasks with different information content  
Acta Psychologica 24 ( 1965 ), pp 205 – 219
- [525] J.A. Michon :  
The Making of the Present  
in [651], Vol. VII, pp 89 – 111
- [526] J.A. Michon / J.L. Jackson :  
Attentional Effort & Cognitive Strategies in the Processing of Temporal Information  
in [267], pp 298 – 321
- [527] J.A. Michon / J.L. Jackson ( Hrsg ) :  
Time, mind, and behavior  
Springer, Berlin, 1985
- [528] J.A. Michon / V. Pouthas / J. Jackson ( Eds ) :  
Guyau and the Idea of Time  
North-Holland, Amsterdam, 1988
- [529] S. Millar :  
Understanding & Representing Space :  
Theory & Evidence from Studies with Blind & Sighted Children  
Oxford Univ. Press, New York, 1994
- [530] George Miller  
The Magical Number 7, Plus or Minus Two :  
Some Limits on Our Capacity for Processing Information  
Psychological Review 63 ( 1956 ), pp 81 – 97
- [531] G.A. Miller / E. Galanter / K.H. Pilgram :  
Plans & the Structure of Behavior  
Holt, Rinehart & Winston, New York, 1960
- [532] G.A. Miller / P.N. Johnson-Laird :  
Language and Perception  
Harvard Univ. Press, Cambridge/MA, 1976



- [533] B. Milner / M.P. McAndrews / G. Leonard :  
Frontal-Lobe Contribution to Recency Judgements  
Cold Spring Harbor Symposia on Quantitative Biology 55 ( 1990 ), pp 987 – 994
- [534] Hermann Minkowski :  
Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern  
Nachr. d. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1908, S. 53
- [535] Hermann Minkowski :  
Raum und Zeit  
Phys. Z. 10 ( 1909 ), pp 104 ff  
Reprint in ( [473] )
- [536] Marvin L. Minsky :  
Steps toward Artificial Intelligence  
in [194], ( 1957 )
- [537] Marvin L. Minsky / Seymour A. Papert :  
Perceptrons – An Introduction to Computational Geometry  
MIT Press, Cambridge/Mass, 1969, exp.edition 1987
- [538] Andrew Miracle / Juan de Dios Yapita Moya :  
Time & Space in Aymara  
in [307], pp 33 – 56
- [539] Gaspard Monge :  
Darstellende Geometrie  
( Leçons de Géométrie Descriptive )  
deutsch v. R. Haußner  
Ostwalds Klassiker, Bd 117, 1900 ( 1798 )
- [540] T.E. Moore ( Ed ) :  
Cognitive Development and the Acquisition of Language  
Academic Press, New York, 1973
- [541] Kevin Ezra Moore :  
Spatial Experience & Temporal Metaphors in Wolof  
Point of View, Conceptual Mapping & Linguistic Practice  
Doctoral Dissertation, Univ. of California / Berkeley, 2000
- [542] Conway Lloyd Morgan :  
Emergent Evolution ( Gifford Lectures 1922 )  
Williams & Norgate, London, 1923 ( AMS Press, 1977 )
- [543] Charles W. Morris :  
Zeichen, Sprache & Verhalten  
( Sign, Language & Behavior )  
Schwann Verl., Düsseldorf, 1. Aufl. 1973 ( 1946 )
- [544] M.Moscovitch/S.Kapur/S.Kohler/S.Houle :  
Distinct neural correlates of visual long-term memory  
for spatial location & object identity : A positron emission tomography study in humans  
Proc. Nat. Acad. of Science 92 ( 1995 ), pp 3721 – 3725
- [545] Robert S. Moyer :  
Comparing Objects in Memory : Evidence suggesting an Internal Psychophysics  
Perception & Psychophysics 13 ( 1973 ), pp 180 – 184

- [546] Robert S. Moyer / Thomas K. Landauer :  
Time required for Judgments of Numerical Inequality  
Nature 215 ( 1967 ), pp 1519 – 1520
- [547] G.L. Murphy :  
On Metaphoric Representation  
Cognition 60 ( 1996 ), pp 173 – 204
- [548] T. Myers / K. Brown / B.O. McGonigle ( Eds ) :  
Reasoning & Discourse Processes  
Academic Press, New York, 1986
- [549] nano online :  
Pfade der Vererbung ( 4 ) :  
Die Vererbung erworbener Fähigkeiten  
( 3sat Wissenschafts-Magazin : nano – die Welt von Morgen )  
www.3sat.de/nano/bstuecke/27745/, 17.01.2002
- [550] D.J. Napoli / J.A. Kegl ( Eds ) :  
Bridges between psychology and linguistics :  
A Swarthmore Festschrift for Lila Gleitman  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1991
- [551] R. Needham ( Ed ) :  
Right and Left  
Chicago Univ. Press, Chicago, 1973
- [552] Ulric Neisser :  
Cognitive Psychology  
Prentice Hall, 1967
- [553] Ulric Neisser :  
A Sense of Where You Are : Functions of the Spatial Module  
in [176], Vol. 2, pp 293 – 310
- [554] John von Neumann :  
Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik  
Springer, Berlin, 1932, 2. Auflage. 1996
- [555] John von Neumann :  
First Draft of a Report on the EDVAC  
Univ. of Penn., Philadelphia, 30 June 1945  
Reprinted (in part) in [642], pp 383 – 392
- [556] John von Neumann :  
The Computer and the Brain ( Grifford Lecture )  
( Die Rechenmaschine und das Gehirn )  
Yale Univ. Press, New Haven, 1958 ( 1970 )
- [557] Nora S. Newcombe / Janellen Huttenlocher :  
Making Space : The Development of Spatial Representation & Reasoning  
MIT Press, Cambridge /Mass, 2003 ( 2000 )
- [558] Allen Newell / Herbert A. Simon :  
Human Problem Solving  
Prentice-Hall, Englewood Cliffs/NJ, 1972

- [559] Allen Newell / Herbert A. Simon :  
Computer Science as Empirical Enquiry – Symbols & Search  
Comm ACM 19 ( 1976 ), pp 113 – 126
- [560] James R. Newman ( Ed ) :  
The World of Mathematics  
Simon & Schuster, 1956
- [561] Isaac Newton :  
Mathematische Prinzipien der Naturlehre  
( Philosophiae Naturalis Principia Mathematica )  
( Hrsg. J.P. Wolfers )  
Berlin, 1872 / Nachdruck : Darmstadt, 1963 ( 1687 )
- [562] Isaac Newton :  
Abhandlung über die Quadratur der Kurven  
Ostwalds Klassiker, Bd 162, 2. Aufl. 1996 ( 1671 / 1736 )
- [563] R. Nickerson ( Ed ) :  
Attention & Performance  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1980
- [564] Donald A. Norman :  
Models of Human Memory  
Academic Press, New York, 1970
- [565] R.M. Nosofsky :  
Attention, Similarity & the Identification-Categorization Relationship  
Journal of Exp. Psychology : General 115 ( 1986 ), pp 39 – 57
- [566] R.M. Nosofsky :  
Similarity, Frequency & Category Representations  
Journal of Exp. Psychology : Learning, Memory & Cognition 14 ( 1988 ), pp 54 – 67
- [567] R.M. Nosofsky :  
Exemplar-based Accounts of Relations between Classification, Recognition & Typicality  
Journal of Exp. Psychology : Learning, Memory & Cognition 14 ( 1988 ), pp 700 – 708
- [568] R.M. Nosofsky :  
Similarity Scaling & Cognitive Process Models  
Annual Review of Psychology 43 ( 1992 ), pp 25 – 53
- [569] Erhard Oeser :  
Wissenschaft und Information  
Band 1 : Wissenschaftstheorie & Empirische Wissenschaftsforschung  
Oldenbourg, Wien/München, 1976
- [570] Erhard Oeser :  
Wissenschaft und Information  
Band 2 : Erkenntnis als Informationsprozeß  
Oldenbourg, Wien/München, 1976
- [571] Erhard Oeser :  
Wissenschaft und Information  
Band 3 : Struktur & Dynamik Erfahrungswissenschaftlicher Systeme  
Oldenbourg, Wien/München, 1976

- [572] A. Okabe / B. Boots / K. Sugihara :  
Spatial Tessellations : Concepts & Applications  
Wiley & Sons, New York, 1992
- [573] J. O'Keefe :  
Cognitive Maps, Time, & Causality  
in [586]
- [574] Robert Ornstein :  
On the Experience of Time  
Westview Press, Boulder/CO, 1997 ( 1969 )
- [575] Andrew Ortony ( Ed ) :  
Metaphor and Thought  
Cambridge Univ. Press, 2<sup>nd</sup> Ed 1993
- [576] C.E. Osgood / G.J. Suci / P.H. Tannenbaum :  
The Measurement of Meaning  
Illinois Univ. Press, Urbana/Ill, 1957
- [577] Jacques Paillard ( Ed ) :  
Brain and Space  
Oxford Univ. Press, New York, 1991
- [578] Allan Paivio :  
Imagery and Verbal Processes  
Holt, Rinehart & Winston, New York, 1971
- [579] Allan Paivio :  
The empirical case for dual coding  
in [824], pp 307 – 332
- [580] Allan Paivio :  
Mental Representation : A Dual-Coding Approach  
Oxford Univ. Press, New York, 1986
- [581] Stephen E. Palmer :  
Vision Science : Photons to Phenomenology  
MIT Press ( Bradford Books ), Cambridge/Mass, 1999
- [582] M.A. Pastor / J. Artieda ( Eds ) :  
Time, Internal Clocks & Movement  
Elsevier, Amsterdam, 1996
- [583] Wolfgang Pauli :  
Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronenbahnen im Atom  
mit der Komplexstruktur der Spektren  
Z. Phys. 31 (1925), pp 765 – 785
- [584] Wolfgang Pauli :  
Der Einfluß archetypischer Vorstellungen auf die  
Bildung naturwissenschaftlicher Theorien bei Kepler  
in : [385]
- [585] Wolfgang Pauli :  
Physik und Erkenntnistheorie  
Vieweg Verlag, Braunschweig, 1984

- [586] Christopher Peacocke ( Ed ) :  
Objectivity, Simulation, and the Unity of Consciousness  
Current Issues in the Philosophy of Mind  
Oxford Univ. Press, Oxford, 1994
- [587] Christopher Peacocke :  
Understanding the Past Tense  
in [351], Kap. 13
- [588] R. Pears / P. Bryant :  
Transitive Inferences by Young Children about Spatial Position  
British Journal of Psychology 81 ( 1990 ), pp 497 – 510
- [589] A. Pellionisz / R. Llinas :  
Brain Modeling by Tensor Network Theory & Computer Simulation  
Neurosciences 4 ( 1979 ), pp 323 – 358
- [590] A. Pellionisz / R. Llinas :  
Tensorial Approach to the Geometry of Brain Function :  
Cerebellar Coordination via a Metric Tensor  
Neurosciences 5 ( 1980 ), pp 1125 – 1136
- [591] A. Pellionisz / R. Llinas :  
Space-Time Representation in the Brain :  
The Cerebellum as a predictive Space-Time Metric Tensor  
Neurosciences 7 ( 1982 ), pp 2949 – 2970
- [592] A. Pellionisz / R. Llinas :  
Tensor Network Theory of the Metaorganization  
of Functional Geometries in the Central Nervous System  
Neurosciences 16 ( 1985 ), pp 245 – 273
- [593] Irene M. Pepperberg :  
Evidence for Conceptual Quantitative Abilities in the African Gray Parrot  
Labeling of Cardinal Sets  
Ethology 75 ( 1987 ), pp 37 – 61
- [594] J. Petitot :  
Morphodynamics & Categorical Perception of Phonological Units  
Theoretical Linguistics 15 ( 1989 ), pp 15 – 71
- [595] J. Petitot :  
Cognition, Perception & Morphodynamique  
in [264], pp 35 – 58
- [596] J. Petitot :  
Morphodynamics & Attractor Syntax :  
Constituency in Visual Perception & Cognitive Grammar  
in [628], pp 227 – 281
- [597] Jean Piaget :  
Le développement de la notion de temps chez l'enfant  
( Die Bildung des Zeit-Begriffs beim Kinde )  
Presses Universitaires de France, Paris, 1946 ( <sup>3</sup>1972 )

- [598] Jean Piaget / Bärbel Inhelder :  
The Child's Conception of Space  
( Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde )  
Norton, New York, 1948 / 1967
- [599] Jean Piaget :  
Introduction à l'épistémologie génétique  
( Abriss der genetischen Epistemologie )  
Presses Universitaires de France, Paris, 1950 ( 1974 )
- [600] Jean Piaget :  
Entwicklung des Zahl-Begriffs beim Kinde  
Klett-Cotta, Stuttgart, 3. Aufl. 1972
- [601] Jean Piaget :  
Einführung in die genetische Erkenntnistheorie  
( Genetic Epistemology )  
Suhrkamp, Frankfurt/Main, 1973 ( 1970 )
- [602] Jean Piaget :  
Biologie und Erkenntnis  
( Biologie et connaissance )  
S. Fischer, Frankfurt, 1974 ( 1967 )
- [603] Jean Piaget :  
Lebendige Entwicklung  
Zeitschrift für Pädagogik 20. Jg ( 1974 ), pp 1 – 6
- [604] Jean Piaget :  
Das Erwachen der Intelligenz des Kindes  
Klett, Stuttgart, 1975
- [605] Jean Piaget :  
Die Entwicklung des Erkennens  
Klett, Stuttgart, Gesammelte Werke I, 8. Studienausg. 1975
- [606] Jean Piaget :  
Die Entwicklung des Erkennens  
Klett, Stuttgart, Gesammelte Werke III, 10. Studienausg. 1975
- [607] Jean Piaget / Bärbel Inhelder :  
Die Psychologie des Kindes  
( La Psychologie de l'Enfant )  
Fischer, Frankfurt/Main, 1983 ( 1966 )
- [608] Jean Piaget :  
Meine Theorie der geistigen Entwicklung  
Beltz Verlag, Weinheim, 2003 ( 1970 )
- [609] A.D. Pick ( Ed ) :  
Minnesota Symposia on Child Psychology  
Minnesota Univ. Press, Minneapolis, 1975
- [610] H. Piéron :  
Les problèmes psychophysiologique de la perception du temps  
Année Psychologique 24 ( 1923 ), pp 1 – 25

- [611] Herbert Pietschmann :  
Quantenmechanik verstehen  
Eine Einführung in den Welle-Teilchen-Dualismus für Lehrer & Studierende  
Springer, Heidelberg, 2003
- [612] Steven Pinker :  
A Computational Theory of the Mental Imagery Medium  
in [144], pp 17 – 32
- [613] Steven Pinker :  
Learnability & Cognition : The Acquisition of Argument Structure  
MIT Press, Cambridge/MA, 1989
- [614] Max Planck :  
Über Irreversible Strahlungsvorgänge  
Sitzungsbericht Deutsche Akad. Wiss. Berlin, Math-Phys. Tech. Kl. 5 (1899) pp 440 – 480
- [615] Max Planck :  
Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung  
Verhdlg d. Deutschen physikalischen Gesellschaft 2 (1900) Nr. 13, S. 202 – 204
- [616] Max Planck :  
Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum  
Verhdlg d. Deutschen physikalischen Gesellschaft 2 (1900) Nr. 17, S. 237 – 245
- [617] M. Planck:  
The Universe in the Light of Modern Physics  
WW Norton & Company Inc., New York, 1931
- [618] Ernst Pöppel :  
Oscillations as possible Basis for Time Perception  
in [211], pp 219 – 241
- [619] Ernst Pöppel :  
Time Perception  
in [319], pp 675 – 712
- [620] Ernst Pöppel :  
Gegenwart – psychologisch gesehen  
in [800], pp 11 – 16
- [621] Ernst Pöppel :  
Wie kam die Zeit ins Hirn ?  
Neurophysiologische & Psychophysische Untersuchungen zum Menschl. Zeit-Erleben  
in [795], pp 127 – 152
- [622] Ernst Pöppel :  
Temporal Mechanisms in Perception  
in [731], pp 185 – 201
- [623] Ernst Pöppel :  
Reconstruction of Subjective Time on the  
Basis of hierarchically organized Processing Systems  
in [582], pp 165 – 185
- [624] Ernst Pöppel :  
Zeit und Zeit-Erleben  
Unveröffentlichtes Vortrags-Manuscript, LMU München, 20.03.1998

- [625] Hérni Poincaré :  
 Sur la dynamique de l'électron  
 Comptes rendus de l'Académie des sciences 140 ( 1905 ), pp 1504 – 1508  
 Oeuvres, tome IX, pp 489 – 493
- [626] Hérni Poincaré :  
 Sur la dynamique de l'électron  
 Rendiconti del Circolo matematico di Palermo 21 ( 1906 ), pp 129 – 176  
 Oeuvres, tome IX, pp 494 – 550
- [627] Karl R. Popper :  
 Objektive Erkenntnis – Ein evolutionärer Entwurf  
 ( Objective Knowledge, 1972 )  
 Hoffmann & Campe, Hamburg, 1973
- [628] R.F. Port / T. van Gelder ( Eds ) :  
 Mind as Motion  
 MIT Press, Cambridge/MA, 1995
- [629] Walter Porzig :  
 Die Wunder der Sprache  
 Probleme, Methoden und Ergebnisse der Sprachwissenschaft  
 Francke, München / Bern, 1950, 5. Aufl. 1971
- [630] M.I. Posner / M.E. Raichle :  
 Images of Mind  
 Scientific American Libery, New York, 1994
- [631] G.R. Potts :  
 Information Processing Strategies used in the Encoding of Linear Ordering  
 Journal of Verbal Learning & Verbal Behaviour 11 ( 1972 ), pp 727 – 740
- [632] G.R. Potts :  
 Storing & Retrieving Information about Ordered Relationships  
 Journal of Exp. Psychology 103 ( 1974 ), pp 431 – 439
- [633] Klaudios Ptolemaios :  
 Mathematike Syntaxis ( Almagest )  
 deutsch : Handbuch der Astronomie  
 übersetzt v. K. Manitius  
 Teubner, Leibzig, 1963
- [634] Hilary Putnam :  
 Minds and Machines  
 in [349]  
 reprinted in [9], pp 43 – 59
- [635] Zenon Pylyshyn :  
 What the mind's eye tells the mind's brain : A critic to mental imagery  
 Psychological Bulletin 80 ( 1973 ), pp 1 – 24
- [636] Zenon Pylyshyn :  
 The Imagery Debate : Analogue Media versus Tactic Knowledge  
 Psychological Review 88 (1) ( 1981 ), pp 16 – 45



- [637] Zenon Pylyshyn :  
Computation & Cognition  
MIT Press, Cambridge/MA, 1984
- [638] H. Quastler ( Ed ) :  
Information Theory in Psychology – Problems & Methods  
The Free Press, Glencoe/IL, 1955
- [639] Willard van Orman Quine :  
Ontologische Relativität und andere Schriften  
( Ontological Relativity and Other Essays )  
Klostermann, Frankfurt, 2003 ( 1969 )
- [640] Willard van Orman Quine :  
Naturalisierte Erkenntnistheorie  
in : [639], pp 85 – 106
- [641] Kedar S. Ranade :  
Verborgene Parameter und die Bellsche Ungleichung  
Seminar-Vortrag, TU Darmstadt, 16.05.2003
- [642] Brian Randell :  
Origins of Digital Computers – Selected Papers  
Springer, Berlin/Heidelberg, 1982
- [643] D. Randell / Z. Cui / A. Cohn :  
A Spatial Logic based on Regions & Connection  
in : Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Principles of Knowledge Representaion & Reasoning,  
San Mateo, 1992, pp 165 – 175
- [644] Ingo Rechenberg :  
Evolutions-Strategie  
Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution  
Frommann, Stuttgart-Bad Cannstadt, 1973
- [645] Michael Reddy :  
The Conduit Metaphor  
in : [575]
- [646] Michael Redhead :  
Incompleteness, nonlocality and realism  
a prolegomenon to the philosophy of quantum mechanics  
Clarendon Press, Oxford, 1987
- [647] D. Reisberg ( Ed ) :  
Auditory Imagery  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1992
- [648] Reidt-Wolff ( Hrsg ) :  
Die Elemente der Mathematik  
Kurzausgabe, Bd 2 : Geometrie & Ebene Trigonometrie  
Schroedel Verl / Verl. Ferd. Schöningh, Hannover/Paderborn, 1964

- [649] Adolf Remane :  
Die Grundlagen des Natürlichen Systems <sup>1</sup>,  
der Vergleichenden Anatomie & Phylogenetik  
Koeltz, Königstein/Taunus, 1971
- [650] Bernhard Rensch :  
Gedächtnis, Begriffs-Bildung & Plan-Handlung bei Tieren  
Paul Parey, Berlin/Hamburg, 1973
- [651] J. Requin ( Ed ) :  
Attention & Performance  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1978
- [652] Marc Richelle :  
The Expanding Scope of the Psychology of Time  
in [320], pp 3 – 20
- [653] Nadina Richter :  
Bellsche Ungleichungen  
Seminar-Vortrag, Univ. Münster, 04.06.2006
- [654] Mark Ridley :  
Evolution  
Blackwell, Cambridge/Mass, 2<sup>nd</sup> Ed., 1996
- [655] Rupert Riedl :  
Die Ordnung des Lebendigen – System-Bedingungen der Evolution  
Paul Parey, Berlin/Hamburg, 1975
- [656] Rupert Riedl :  
Strategie der Genesis – Naturgeschichte der Realen Welt  
Piper, München/Zürich, 1976
- [657] Rupert Riedl :  
Biologie der Erkenntnis  
Die stammesgeschichtlichen Grundlagen der Vernunft  
Paul Parey, Berlin/Hamburg, 1979, 3. Aufl. 1981
- [658] Rupert Riedl / Franz Wuketis ( Hrsg ):  
Die Evolutionäre Erkenntnistheorie  
Bedingungen – Lösungen – Kontroversen  
Paul Parey, Berlin/Hamburg, 1987
- [659] Rupert Riedl :  
Strukturen der Komplexität  
Eine Morphologie des Erkennens und Erklärens  
Springer, Heidelberg, 2000
- [660] J.J. Rieser :  
Access to knowledge of spatial structure at novel points of observation  
Journal of Experimental Psychology 15 ( 1989 ), pp 1157 – 1165
- [661] William A. Roberts :  
Spatial Representation and the Use of Spatial Codes in Animals  
in [246], pp 15 – 44

---

<sup>1</sup>) das Natürliche System der Organismen

- [662] W.A. Roberts / M.T. Phelps :  
Transitive Inference in Rats : A Test of the Spatial Coding Hypothesis  
Psychological Science 5 ( 1994 ), pp 368 – 374
- [663] Brigitte Röthlein :  
Schrödingers Katze – Einführung in die Quantenphysik  
dtv, München, 1999
- [664] B. Rogoff :  
Apprenticeship in Thinking :  
Cognitive Development in Social Context  
Oxford Univ. Press, New York, 1990
- [665] B. Rogoff / J. Lave ( eds ) :  
Everyday Cognition : Its Development in Social Context  
Harvard Univ. Press, Cambridge/Mass, 1984
- [666] H.L. Roitblat / T.V. Bever / T.S. Terrace ( Eds ) :  
Animal Cognition  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1984
- [667] Eleonor Rosch :  
Natural Categories  
Cognitive Psychology 4 ( 1973 ), pp 328 – 350
- [668] Eleonor Rosch :  
Cognitive Representations of Semantic Categories  
Journal of Exp. Psychology : General 104 ( 1975 ), pp 192 – 233
- [669] Eleonor Rosch :  
Prototype Classification & Logical Classification : The two Systems  
in [687], pp 73 – 86
- [670] E. Rosch / C.B. Mervis / W.D. Gray / D.M. Johnson / P. Boyes-Bream :  
Basic Objects in Natural Categories  
Cognitive Psychology 8 ( 1976 ), pp 382 – 439
- [671] Frank Rosenblatt :  
The PERCEPTRON :  
A probabilistic model for information storage & organization in the brain  
Master's thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign  
Psychological Review 65 ( 1958 ), pp 386 – 408
- [672] Azriel Rosenfeld / M. Thurston :  
Edge and Curve Detection for Visual Scene Analysis  
IEEE Trans. Computers C-20 ( 1971 ), pp 562 – 569
- [673] Gerhard Roth :  
Das Gehirn und seine Wirklichkeit  
Kognitive Neurobiologie und ihre philosophischen Konsequenzen  
Suhrkamp, Frankfurt/Main, 1997
- [674] M.A.Rowe/D.Kielpinski/V.Meyer/C.A.Sackett/W.M.Itano/C.Monroe/D.J.Wineland : Experimental Violation of  
a Bell's inequality with efficient detection  
Nature 409 (2001), pp 791 – 794

- [675] David E. Rumelhart :  
Notes on a Schema for Stories  
in [65]
- [676] David E. Rumelhart / James L. McClelland :  
Parallel Distributed Processing : 2 Vol.  
MIT Press, Cambridge/Mass, 1986
- [677] Bertrand Russell / Alfred N. Whitehead :  
Principia Mathematica – Bd I/III  
Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1910 – 1913
- [678] Heiner Rutte :  
Der Realismus, das Wahrnehmungsproblem  
& die Ansprüche der naturalistischen Erkenntnistheorie  
in [475], pp 148 – 179
- [679] Oliver Sacks :  
Der Mann, der seine Frau mit einem Hut verwechselte  
( The Man, who mistook his wife for a hat )  
Rowohlt, Reinbeck, 1987 ( 1985 )
- [680] E. Saphir :  
Grading : A Study in Semantics  
Philosophy of Science 11 ( 1944 ), pp 93 – 116
- [681] B.A.C. Saunders / J. van Brakel :  
Are there nontrivial Constraints on Colour Categorization ?  
Behavioral & Brain Sciences 20 ( 1997 ), pp 167 – 179
- [682] Sue Savage-Rumbaugh / Stuart Shankar / Talbot Taylor :  
Apes, Language, and the Human Mind  
John Wiley, New York, 1998
- [683] W. Schaeken / A. Vandierendonck / G. de Vooght ( Eds ) :  
Deductive Reasoning and Strategies  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1999
- [684] G. Schaltenbrand :  
Bewusstsein & Zeit  
in [828], pp 37 – 58
- [685] Denis Schmandt-Besserat :  
Oneness, Twoness, Threeness  
The Sciences [ New York Academy of Sciences ] ( 1989 ), pp 44 – 48
- [686] S. Schnall / M. Gattis :  
Transitive Inference by Visual Reasoning  
in [262], pp 929 – 934
- [687] E. Scholnik ( Ed ) :  
New Trends in Cognitive Representation : Challenges to Piaget's Theory  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1978
- [688] Ulrich E. Schröder :  
Spezielle Relativitätstheorie  
Harri Deutsch, Frankfurt/Main, 4. Aufl. 2005

- [689] Ulrich E. Schröder :  
Gravitation – Einführung in die Allgemeine Relativitätstheorie  
Harri Deutsch, Frankfurt/Main, 3. Aufl. 2004
- [690] Erwin Schrödinger :  
Quantisierung als Eigenwertproblem I, Annalen der Physik 79 (1926), pp 361 – 376  
Quantisierung als Eigenwertproblem II, Annalen der Physik 79 (1926), pp 489 – 527  
Quantisierung als Eigenwertproblem III, Annalen der Physik 80 (1926), pp 734 – 756  
Quantisierung als Eigenwertproblem IV, Annalen der Physik 81 (1926), pp 109 – 139
- [691] Erwin Schrödinger :  
Vier Vorlesungen über Wellenmechanik  
geh. an d. Royal Institution in London im März 1928  
Julius Springer, Berlin, 1928
- [692] Erwin Schrödinger :  
Über das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen  
Annalen der Physik 79 (1926), pp 734 – 756
- [693] Erwin Schrödinger :  
Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik  
Naturwissenschaften 23 (1935), 48, 807; 49, 823; 50, 844;
- [694] Erwin Schrödinger :  
Was ist Leben ? ( What is Life ? )  
Leo Lehnen, München, 1951 ( 1944 )
- [695] Michael Schug :  
Verschränkte Photonenpaare  
Hausarbeit, Univ. Mainz, 18.07.2006
- [696] Friedrich Schur :  
Grundlagen der Geometrie  
Teubner, Leipzig / Berlin, 1909
- [697] Wolfram Schwabhäuser / Wanda Szmielew / Alfred Tarski :  
Metamathematische Methoden in der Geometrie  
Springer, Berlin, 1983
- [698] Karl Schwarzschild :  
Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einstein'schen Theorie  
in ([781]) ( 1916 )
- [699] Karl Schwarzschild :  
Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit nach der  
Einstein'schen Theorie  
in ([781]) ( 1916 )
- [700] Wilhelm Schweizer et al. :  
Analysis / Analytische Geometrie – Kurz-Ausgabe  
Lambacher-Schweizer Math. Unterrichtswerk – Ausgabe B  
Ernst Klett Verlag, Stuttgart, <sup>2</sup>1973
- [701] Christoph J. Scriba / Peter Schreiber :  
5000 Jahre Geometrie : Geschichte – Kulturen – Menschen  
Springer, Berlin/Heidelberg, 2. Aufl. 2005

- [702] Tim Shallice / Margaret E. Evans :  
The Involvement of the Frontal Lobes in Cognitive Estimation  
*Cortex* 14 ( 1978 ), pp 294 – 303
- [703] I.M. Shamos / F. Preparata :  
Computational Geometry  
Springer, New York, 1985
- [704] Claude E. Shannon :  
A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits  
*Trans. American Institute of Electrical Engineers* 57 ( 1938 ), pp 1 – 11
- [705] Claude E. Shannon / Warren Weaver :  
The Mathematical Theory of Communication  
( *Mathematische Grundlagen der Informationstheorie* )  
Univ. of Illinois Press, 1948/49
- [706] Roger N. Shepard :  
Form, Formation & Transformation of Internal Representations  
in [725], pp 87 – 122
- [707] Roger N. Shepard :  
Toward an Universal Law of Generalisation in Psychological Science  
*Science* 237 ( 1987 ), pp 1317 – 1323
- [708] Roger N. Shepard :  
Perceptual-Cognitive Universals as Reflections of the World  
*Psychonomic Bulletin & Review* 1 ( 1994 ), pp 2 – 28
- [709] R.N. Shepard / L.A. Cooper ( eds ) :  
Mental Images and their Transformations  
MIT Press, Cambridge/MA, 1982
- [710] R.N. Shepard / J. Metzler :  
Mental Rotation of Three-dimensional Objects  
*Science* 171 ( 1971 ), pp 701 – 703
- [711] B.E. Shepp :  
The Analyzability of Multidimensional Objects :  
Some Constraints on Perceived Structure, The Development of Perceived Structure & Attention  
in [747], pp 39 – 75
- [712] S.J. Shettleworth :  
Cognition, Evolution & Behavior  
Oxford Univ. Press, New York, 1998
- [713] Kazuko Shinohara :  
Epistemology of Space & Time  
Kwansei Gakuin Press, Kwansei/ Japan, 1999
- [714] Kazuko Shinohara :  
Up-down Orientation in Time Metaphors – Analysis of English & Japanese  
Manuscript, Tokyo Univ. Agriculture & Technology, 2000
- [715] R.S. Siegler :  
Emerging Minds : The Process of Change in Children's Thinking  
Oxford Univ. Press, New York, 1996

- [716] R.S. Siegler / D.D. Richards :  
Development of time, speed & distance concepts  
*Developmental Psychology* 15 ( 1979 ), pp 288 – 298
- [717] T.J. Simon :  
Reconceptualizing the origins of number knowledge : A “non-numerical” account  
*Cognitive Development* 12 ( 1997 ), pp 349 – 372
- [718] Herbert A. Simon / Allen Newell :  
The logic theory machine : A complex information processing system  
*IRE Trans. Inf. Theory* 2 ( 1956 ), pp 61 – 79
- [719] Herbert A. Simon / Allen Newell / J. C. Shaw :  
Report on a general problem solving program  
In *Proc. of the Int. Conf. on Information Processing*  
UNESCO, Paris, 1960, pp 256 – 264
- [720] T.J. Simon / S.J. Hespos / P. Rochat :  
Do Infants Understand Simple Arithmetics ? – A Replication of Wynn  
*Cognitive Development* 10 ( 1995 ), pp 254 – 269
- [721] George Gaylord Simpson :  
The meaning of evolution  
Yale Univ. Press, New Haven, 1952
- [722] L. Sivik / C. Taft :  
Color Naming : A Mapping in the NCS of Common Color Terms  
*Scandinavian Journal of Psychology* 35 ( 1994 ), pp 144 – 164
- [723] S.A. Sloman / B.C. Love / W.K. Ahn :  
Feature Centrality & Conceptual Coherence  
*Cognitive Science* 22 ( 1993 ), pp 189 – 228
- [724] J.J.C. Smart :  
The River of Time  
*Mind* 58 ( 1949 ), pp 483 – 494
- [725] R. Solso ( ed ) :  
Information Processing & Cognition  
The Loyola Symposium  
Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1975
- [726] C.B. De Soto / M. London / S. Handel :  
Social Reasoning and Spatial Paralogic  
*Journal of Personality & Social Psychology* 2 ( 1965 ), pp 513 – 521
- [727] K.W. Spence / J.T. Spence ( eds ) :  
The Psychology of Learning & Motivation  
Advances in Research & Theory – 2 Bde  
Academic Press, New York, 1968
- [728] Roger Sperry :  
Lateral Spezialization in the Surgically Separeted Hemispheres  
in F. Schmitt / F.G. Worden ( Eds ) :  
The Neurosciences – Third Study Programm  
MIT Press, Cambridge/Mass., 1974

- [729] S. Spies :  
Entwicklung des Zeit-Begriffs im kulturellen Lebens-Kontext  
Das Alltagsverständnis von Zeit bei türkischen & deutschen Kindern  
aus strukturgegenetischer Sicht  
Verlag Dr. Kovac, Hamburg, 1996
- [730] Helmut F. Spinner :  
Die Wissensordnung :  
Ein Leitkonzept für die dritte Grundordnung des Informationszeitalters  
( Studien zur Wissensordnung, Bd. 1 )  
Leske + Budrich, 1994
- [731] O. Sporns / G. Tononi ( Eds ) :  
Selectionism & the Brain  
International Review of Neurobiology, Vol. 37  
Academic Press, San Diego/CA, 1994
- [732] Steven M. Stanley :  
Children of the Ice Age :  
How a Global Catastrophe allowed Humans to evolve  
W.H. Freeman, New York, 1996
- [733] P. Starkey / R.G. Cooper jr :  
Perception of Numbers by Human Infants  
Science 210 ( 1980 ), pp 103 – 135
- [734] P. Starkey / E.S. Spelke / R. Gelman :  
Detection of Intermodal Numerical Correspondences by Human Infants  
Science 222 ( 1983 ), pp 179 – 181
- [735] P. Starkey / E.S. Spelke / R. Gelman :  
Numerical Abstraction by Human Infants  
Cognition 36 ( 1990 ), pp 97 – 127
- [736] B.A. Stein / M.A. Meredith :  
The Merging of the Senses  
MIT Press, Cambridge/MA, 1993
- [737] William Stern :  
Studien zur Personwissenschaft  
Barth, Leipzig, 1930
- [738] R.J. Sternberg :  
Representation & Process in Linear Syllogistic Reasoning  
Journal of Exp. Psychology : General 109 ( 1980 ), pp 119 – 159
- [739] R.J. Sternberg :  
The Development of Syllogistic Reasoning  
Journal of Child Psychology 29 ( 1980 ), pp 340 – 356
- [740] Oliviero Stock ( ed ) :  
Spatial and Temporal Reasoning  
Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997
- [741] Hans-Joachim Störig :  
Kleine Weltgeschichte der Philosophie  
Kohlhammer, Stuttgart, Neuaufl. 1970



- [742] Monroe W. Strickberger :  
Evolution  
Jones & Bartlett, Sudbury/Mass, 2<sup>nd</sup> Ed., 1996
- [743] J.M. Stroud :  
The Fine Structure of Psychological Time  
in [638], pp 174 – 205
- [744] J.M. Stroud :  
The Fine Structure of Psychological Time  
Annals of the New York Academy of Science 138 ( 1967 ), pp 623 – 631
- [745] Gerhard Strube et al ( Hrsg ) :  
Wörterbuch der Kognitionswissenschaft  
Klett-Cotta, Stuttgart, 1996
- [746] C. Taft / L. Sivik :  
Salient Color Terms in four Languages  
Scandinavian Journal of Psychology 38 ( 1997 ), pp 26 – 31
- [747] T.J. Thighe / B.E. Shepp ( Eds ) :  
Perception, Cognition & Development  
Lawrence Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1983
- [748] R. Thom :  
Topologie et Linguistique  
in : Essays on Topology  
Springer, Berlin, 1970
- [749] E.A.C. Thomas / I. Brown :  
Time Perception and the Filled Duration Illusion  
Perception & Psychophysics 16 ( 1975 ), pp 449 – 458
- [750] E.A.C. Thomas / N.E. Cantor :  
On the Duality of Simltaneous Time & Size Perception  
Perception & Psychophysics 18 ( 1975 ), pp 44 – 48
- [751] E.A.C. Thomas / W.B. Weaver :  
Cognitive Processing & Time Perception  
Perception & Psychophysics 17 ( 1975 ), pp 363 – 367
- [752] Nikolaas Tinbergen :  
The Study of the Instinct  
Oxford Univ. Press, London, 1951
- [753] P.V. Tobias :  
The Brain in Hominid Evolution  
Columbia Univ. Press, New York, 1971
- [754] Edward C. Tolman :  
Cognitive Maps in Rats & Men  
Psychological Review 55 ( 1948 ), pp 189 – 208
- [755] T. Trabasso :  
Respresentation, Memory & Reasoning : How do we make Transitive Inference ?  
in [609], Vol. 9, pp 135 – 172

- [756] T. Trabasso :  
The Role of Memory as a System in Making Transitive Inferences  
in [388]
- [757] M. Treisman :  
Temporal Discrimination and the Indifference Interval :  
Implications for a Model of the “Internal Clock”  
Psychological Monographs 77 [ 13, Whole No 576 ] ( 1963 ), pp 1 – 13
- [758] M. Treisman :  
Temporal Rhythms & Cerebral Rhythms  
Annals of the New York Academy of Science 423 ( 1984 ), pp 542 – 565
- [759] M. Treisman :  
On the Structure of the Temporal Sensory System  
Psychologica Belgica 33 ( 1993 ), pp 271 – 283
- [760] M. Treisman / A. Faulkner / P.L. Naish / D. Brogan :  
The Internal Clock : Evidence for a Temporal Oscillator underlying Time Perception  
with some estimates of its Characteristics  
Perception 19 ( 1990 ), pp 705 – 743
- [761] E.R. Tufte :  
The Visual Display of Quantitative Information  
Graphics Press, Cheshire/Conn, 1983
- [762] E.R. Tufte :  
Envisioning Information  
Graphics Press, Cheshire/Conn, 1990
- [763] E.R. Tufte :  
Visual Explanations  
Graphics Press, Cheshire/Conn, 1997
- [764] Endel Tulving :  
Episodic & Semantic Memory  
in [766]
- [765] Endel Tulving :  
Elements of Episodic Memory  
Oxford Univ. Press, Oxford, 1983
- [766] E. Tulving / W. Donaldson ( eds ) :  
Organisation of Memory  
Academic Press, New York, 1972
- [767] Alan M. Turing :  
On Computable Numbers,  
with an Application to the Entscheidungsproblem  
Proc. London Math. Soc. ( Series 2 ) 42 ( 1937 ), pp 230 – 265
- [768] Alan M. Turing :  
Computing Machinery and Intelligence  
Mind 49, ( 1950 ), pp 433 – 460  
published under the title “Can a Machine Think ?”,  
in volume 4 of [560], pp 2099 – 2123  
reprinted in [66] & partially in [341]

- [769] Barbara Tversky :  
Distortions in Memory for Maps  
Cognitive Psychology 13 ( 1981 ), pp 407 – 433
- [770] Barbara Tversky :  
Spatial Schemas in Depictions  
in [246], Chap. 4, pp 79 – 112
- [771] B. Tversky / S. Kugelmass / A. Winter :  
Cross-Cultural & Developmental Trends in Graphic Production  
Cognitive Psychology 23 ( 1991 ), pp 515 – 557
- [772] M. Tye :  
The Imagery Debate  
MIT Press, Cambridge/MA, 1991
- [773] O.J.L. Tzeng / B. Cotton :  
A Study-Phase Retrieval Model of Temporal Coding  
Journal of Exp. Psychology : Human Learning & Memory 6 ( 1980 ), pp 705 – 716
- [774] O.J.L. Tzeng / A.T. Lee / C.D. Wetzel :  
Temporal Coding in Verbal Information Processing  
Journal of Exp. Psychology : Human Learning & Memory 5 ( 1979 ), pp 52 – 64
- [775] G. Underwood / R. Stevens ( Eds ) :  
Aspects of Consciousness  
Vol 1 : Psychological Issues  
Academic Press, London, 1979
- [776] L.G. Ungerleider / M. Mishkin :  
Two cortical visual systems  
in [369]
- [777] Manuel de Vega / Marc Marschark ( eds ) :  
Models of Visuospatial Cognition  
Oxford University Press, New York, 1996
- [778] Frederic Vester :  
Unsere Welt – ein vernetztes System  
dtv, München, 1999 ( 1978 )
- [779] K. Vierordt :  
Der Zeit-Sinn nach Versuchen  
Doktor-Arbeit, Univ. Tübingen, 1868
- [780] Laure Vieu :  
Spatial Representation & Reasoning in Artificial Intelligence  
in [740], pp 5 – 41
- [781] H.H. Voigt ( Hrsg ) :  
Karl Schwarzschild – Gesammelte Werke, Bde 1 – 3  
Springer, Berlin, 1992
- [782] Gerhard Vollmer :  
Evolutionäre Erkenntnistheorie  
S. Hirzel, Stuttgart/Leipzig, 1975, 8. Aufl. 2002

- [783] Gerhard Vollmer :  
Was können wir wissen ?  
Eigenart und Reichweite menschlichen Erkennens  
Beitrag zur 10-bändigen Enzyklopädie „Der Mensch“ Band I  
Kindler, Zürich ( 1982 ), pp 114 – 149  
wieder abgedruckt in [786], pp 1 – 43
- [784] Gerhard Vollmer :  
Evolution der Erkenntnisfähigkeit  
Ansätze zu einer Evolutionären Erkenntnistheorie  
Dialektik 8 ( 1984 ), pp 76 – 89  
wieder abgedruckt in [786], pp 44 – 56
- [785] Gerhard Vollmer :  
Kant und die Evolutionäre Erkenntnistheorie  
Allgem. Zeitschr. f. Philosophie 9/2 ( 1984 ), pp 19 – 71  
wieder abgedruckt in [786], pp 166 – 216
- [786] Gerhard Vollmer :  
Die Natur der Erkenntnis ( Was können wir wissen ? – Band 1 )  
S. Hirzel, Stuttgart/Leipzig, 2. Aufl. 1988
- [787] Len Semyonovitch Vygotsky :  
Mind in Society : The Development of Higher Psychological Processes  
Harvard Univ Press, Cambridge/Mass, 1980
- [788] Conrad H. Waddington :  
The Strategy of the Genes  
Allen and Unwin, London, 1957
- [789] Alfred Russel Wallace :  
Darwinism  
Macmillan, London, 1889
- [790] David Waltz :  
Understanding Line Drawings of Scences with Shadows  
in [812], 1975
- [791] J.A. Waltz / B.J. Knowlton / K.J. Holyoak / K.B. Boone /  
F.S. Mishkin / M. de Menezes Santos / C.R. Thomas / B.L. Miller :  
A System for Relational Reasoning in Human Prefrontal Cortex  
Psychological Science 10 ( 1999 ), pp 119 – 125
- [792] E.A. Wasserman :  
Comparative Cognition :  
Beginning the Second Century of the Study of Animal Intelligence  
Psychological Bulletin 113 ( 1993 ), pp 211 – 228
- [793] J.H. Wearden / H. Lejeune :  
Across the Great Divide : Animal Psychology & Time in Humans  
Time & Society 2 ( 1993 ), pp 87 – 106
- [794] G. Weihs / T. Jennewein / Ch. Simon / H. Weinfurter / A. Zeilinger :  
Violation of Bell's inequality under strict Einstein locality conditions  
Phys.Rev.Lett. 81/21 (1998), pp 5039 – 5043

- [795] K. Weis ( Hrsg ) :  
Was ist Zeit ?  
Zeit & Verantwortung in Wissenschaft, Technik & Religion  
Bd 6 der Reihe „Faktum“ der TU München, München, 1994
- [796] R.M. Weist :  
Time Concepts in Language & Thought  
Filling the Piagetian Void from two to five Years  
in [452], pp 63 – 118
- [797] Carl Friedrich von Weizsäcker :  
Die Einheit der Natur  
Hanser, München, 1971
- [798] A. Wellek :  
Ganzheitspsychologie und Strukturtheorie  
Francke, Bern, 1955
- [799] D. Welton ( Ed ) :  
The Essential Husserl  
Indiana Univ. Press, Bloomington/IN, 1999
- [800] R. Wendorff ( Hrsg ) :  
Im Netz der Zeit – Menschliches Zeit-Erleben interdisziplinär  
S. Hirzel, Stuttgart, 1989
- [801] Heinz Werner's Selected Writings :  
Edited by S.S. Barten / M.B. Franklin :  
Developmental Processes, Vol 1 : General Theory & Perceptual Experience  
Int. Univ. Press, New York, 1978
- [802] Gernot Wersig :  
Information – Dokumentation – Kommunikation  
Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1974
- [803] Max Wertheimer :  
Drei Abhandlungen über Gestalttheorie  
Erlangen, 1925
- [804] G. Westheimer / S.P. McKee :  
Perception of Temporal Order in Adjacent Visual Stimuli  
Vision Research 17 ( 1977 ), pp 887 – 892
- [805] Hermann Weyl :  
Raum – Zeit – Materie  
Vorlesungen über Allgemeine Relativitätstheorie  
Wiss. Buchges. Darmstadt, Darmstadt, 1922, 6. Aufl. 1961
- [806] Hermann Weyl :  
David Hilbert and His Mathematical Work  
Bulletin of the Am. Math. Society 50 ( 1944 )
- [807] G. Widrow / M.E. Hoff :  
Adaptive Switching Circuits  
Institute of Radio Engineers, Western Electronic Show & Convention  
Convention Record, Part 4, pp 96 – 104, 1960

- [808] Norbert Wiener :  
Cybernetics - or Control & Communication in the Animal & the Machine  
( Kybernetik - Regelung & Nachrichtenübertragung in Lebewesen & Maschinen )  
MIT Press, Cambridge/Mass, 1948 ( 1963 )
- [809] F. Wilkening :  
Integrating velocity, time & distance information : A developmental study  
Cognitive Psychology 13 ( 1981 ), pp 231 – 247
- [810] F. Wilkening :  
Children's knowledge about time, distance & velocity interrelations  
in [226]
- [811] Hugh R. Wilson / Joseph R. Berger :  
A four Mechanism Model for Spatial Vision  
Vision Res. 17 ( 1979 ), pp 19 – 32
- [812] Patrick H. Winston ( Ed ) :  
The Psychology of Computer Vision  
McGraw Hill, New York, 1975
- [813] Patrick H. Winston / R.H. Brown ( Eds ) :  
Artificial Intelligence – An MIT Perspective  
Bd II : Understanding Vision, Manipulation, Computer Design, Symbol Manipulation  
MIT Press, Cambridge/Mass, 1979
- [814] Ludwig Wittgenstein :  
Tractatus Logico-Philosophicus  
Suhrkamp, Frankfurt, 2001 ( 1921 )
- [815] Lancelot Law Whyte :  
Internal Factors in Evolution  
Tavistock Publications, London, 1965
- [816] F.D. Woosler / A.L. Glass / K.J. Holyoak :  
Positional Discriminability in Linear Ordering  
Memory & Cognition 6 ( 1978 ), pp 165 – 173
- [817] Guy Woodruff / David Premack :  
Primitive Mathematical Concepts in the Chimpanzee : Proportionality & Numerosity  
Nature 293 ( 1981 ), pp 568 – 570
- [818] Richard W. Wrangham :  
Out of the pan and into the fire : from Ape to Human  
in : F. de Waal ( Ed ) : Tree of Origins  
Harvard Univ. Press, Cambridge/Mass, 2001
- [819] Karen Wynn :  
Addition & Subtraction by Human Infants  
Nature 358 ( 1992 ), pp 749 – 750
- [820] Karen Wynn :  
Origins of Numerical Knowledge  
Mathematical Cognition 1 ( 1995 ), pp 35 – 60

- [821] Karen Wynn :  
Infants' Individuation & Enumeration of Actions  
Psychological Science 7 ( 1996 ), pp 164 – 169
- [822] F.A. Yates :  
The Art of Memory  
Penguin, New York, 1967
- [823] Ning Yu :  
The Contemporary Theory of Metaphor  
A Perspective from Chinese  
Benjamins Publ, Amsterdam, 1998
- [824] J.C. Yuille ( ed ) :  
Image, Memory & Cognition  
Erlbaum, Hillsdale/NJ, 1983
- [825] Z. Zaleski ( Ed ) :  
Psychology of Future Orientation  
Towarzystwo Naukowe KUL, Lublin, 1994
- [826] H.D. Zimmer :  
Von Repräsentationen, Modalitäten & Modulen  
Sprache & Kognition 11 ( 1992 ), pp 65 – 74
- [827] H.D. Zimmer / J. Engelkamp :  
Informationsverarbeitung zwischen  
Modalitäts-Spezifität & Propositionalem Einheitssystem  
in [326], pp 130 – 154
- [828] R. Zoll ( Hrsg ) :  
Zerstörung & Wiederaneignung von Zeit  
Suhrkamp, Frankfurt/Main, 1988

## 10.5 Nomenklatur

1..n	Werte-Bereich eines Indexes
$2^M$	Potenz-Menge einer Menge $M$
$A$	Atlas einer Punkt-Mannigfaltigkeit $M$
$A^*$	Adjungierter Operator zu $A$
$\underline{B}$	Magnetische Induktion ( Vektor-Feld )
$C$	Menge bzw. Körper der <i>Complexen Zahlen</i>
$c$	Lichtgeschwindigkeit
$\underline{D}$	Dielektrische Verschiebung
$\text{Def}(f)$	Definitions-Bereich einer Abbildung bzw. Funktion $f$
$\text{dim}(V)$	Dimension des Vektor-Raums $V$
$\text{div}$	Divergenz : Differential-Operator
$d(x,y)$	Abstand bzw. Distanz zwischen zwei Punkten
$e$	Elektrische Ladung
$\underline{E}$	Elektrische Feld-Stärke bzw. Elektrisches Feld ( Vektor-Feld )
$E_{\text{Pot}}$	Potentielle Energie
$\text{Ex}_I$	Externe Eingabe-Funktion
$\text{Ex}_O$	Externe Ausgabe-Funktion
$\exp(x)$	$e^x$ : Exponential-Funktion zur Basis des <i>Natürlichen Logarithmus</i>
$\mathcal{E}$	$:= ( \mathcal{T}_{GE} - \frac{1}{2} \mathbf{T} \mathbf{g} )$ – Gesamt-Energie-Tensor-Dichte
$\mathcal{E}$	Euklidischer Raum
$\mathcal{E}_0$	Euklidischer Raum aller <i>gleichzeitigen Ereignisse</i>
$\mathcal{E}_t$	Euklidischer Raum aller Ereignisse zum <i>Zeit-Punkt</i> $t$
$\mathcal{E}^n$	$n$ -dimensionaler Euklidischer Raum
$\epsilon_0$	Influenz- bzw. Dielektrizitäts-Konstante im Vakuum
$\in$	Element-Operator : Mengen-Operator „ist Element von“



$\exists$	Existenz-Quantor : Logischer Operator „es gibt“
$\exists!$	Existenz-Quantor : Logischer Operator „es gibt genau ein“
$f(x)$	Funktion der unabhängigen Variablen $x$
$F$	Faraday'scher Feld-Tensor
$g$	Newton'sche Gravitations-Konstante
$g$	Absolut-Betrag der Determinante des Maß-Tensors $\det [ g_{\mu\nu} ] \equiv   g_{\mu\nu}  $
$\underline{G}$	Gravitations-Kraft bzw Gravitations-Feld ( Vektor-Feld )
$\mathcal{G}$	Quantenmechanischer Operator zur Mess-Größe bzw. Observablen $G$
<u>grad</u>	Gradient : Differential-Operator
$h$	Planck'sche Wirkungs-Quantum
$\hbar$	Planck'sche Wirkungs-Quantum $h / 2 \pi$
$\underline{H}$	Magnetische Feld-Stärke bzw. Magnetisches Feld ( Vektor-Feld )
$\mathfrak{H}$	Hilbert-Raum – ein unendlich-dimensionaler komplexer Vektorraum
$i, j, k$	Indices in <i>Lateinischen Buchstaben</i> laufen in Mathematischen Kapiteln von 1 – n und in Physikalischen Kapiteln von 1 – 3
iff	Logischer Operator „dann und nur dann, wenn“ ( if and only if )
$I$	Strom-Stärke bzw. Licht-Intensität
$\text{Im}(f)$	Bild- bzw. Wert-Bereich einer Abbildung bzw. Funktion $f$
$k$	$:= 2 \pi / \lambda$ : Wellen-Zahl
$\underline{k}$	Wellen-Vektor mit $ \underline{k}  = k$ und $\underline{k} \parallel$ $\rightarrow$ Ausbreitungs-Richtung der Welle
$\kappa$	Koordinaten-Abbildung eines Topologischen Raumes in den $\mathbb{R}^n$
$\hat{\kappa}$	Raum-Krümmung – zweistelliger Differenzial-Operator
$\mathcal{K}$	Krümmungs-Tensor
$K$	Koordinaten-System
$\underline{K}$	Kraft bzw. Kraft-Vektor
$\underline{K}_G$	Gravitations-Kraft ( Vektor )

$\mathcal{K}$	$\mathcal{K} = (G, \kappa)$ : Karte eines Gebietes $G$ mittels der Koordinaten-Abbildung $\kappa$
$\ell$	$:= c t$ : Licht-Zeit
$\ell$	Weg-Längen-Parameter
$\lambda$	Wellen-Länge
$\Lambda$	Kosmologische Konstante
$m, M$	Masse
$m_s$	Schwere Masse
$m_T$	Träge Masse
$m_0$	Ruhe-Masse
$m_s$	Magnetische Quantenzahl des Spins
$M$	Magnetismus-Menge oder Magnetische Polstärke
$M$	Punkt-Mannigfaltigkeit
$\mathcal{M}^4$	Minkowski-Raum der Speziellen Relativitätstheorie mit Lorentz-Einstein-Minkowski-Geometrie
$\underline{M}_D$	Mechanisches Dreh-Moment
$\underline{M}_{magn}$	Magnetisches Dreh-Moment
$\mu$	Massen-Dichte
$\mu_0$	Ruhe-Massen-Dichte
$\mu^{ind}$	Magnetische Induktions-Konstante
$\mu_0^{ind}$	Magnetische Induktions-Konstante im Vakuum
$\mu, \nu, \lambda$	Indices in Griechischen Buchstaben laufen von 0 bis 3
$\nu$	Frequenz
$\mathcal{N}^4$	Raum der Klassischen Mechanik mit Galilei-Newton-Geometrie
$\emptyset$	Leere Menge
$\omega$	$:= 2 \pi \nu$ : Kreis-Frequenz
$\underline{p}$	Impuls bzw. Impuls-Vektor
$P^n$	$P$ ist Element eines $n$ -dimensionalen Raumes

$\wp(M)$	Potenz-Menge einer Menge $M$
$\mathcal{P}_E$	Elektrisches Potential ( Skalares Potential )
$\mathcal{P}_G$	Newton'sches Gravitations-Potential ( Skalares Potential )
$\underline{\mathcal{P}}_{EM}$	$:= ( \mathcal{P}_E, \underline{\mathcal{P}}_M )$ : Elektromagnetisches Vierer-Potential ( 4-er Vektor )
$\underline{\mathcal{P}}_M$	Magnetisches ( Vektor-) Potential ( 3-er Vektor )
$\mathcal{P}_{RN}$	Einstein'sches Gravitations-Potential in Newton'scher Näherung
$q, Q$	Elektrische Ladung
$\mathbb{Q}$	Menge bzw. Körper der <i>Rationalen Zahlen</i>
$\underline{r}$	Orts-Vektor $\vec{r}$
$\mathcal{R}$	Ricci-Tensor
$\mathcal{R}$	Riemann-Christoffel-Tensor bzw. Riemann'scher Krümmungs-Tensor
$\mathcal{R}$	Krümmungs-Invariante
$\mathfrak{K}$	Riemann'scher Raum
$\mathfrak{K}^n$	$n$ -dimensionaler Riemann'scher Raum
$\mathbb{R}$	Menge bzw. Körper der <i>Reellen Zahlen</i>
$\mathbb{R}^n$	$n$ -dimensionaler Reeller Vektor-Raum
$R_{ij}$	Komponente des Ricci-Tensor in rein kovarianter Form
$R^i_{jkl}$	Komponente des Riemann'scher Krümmungs-Tensor in einfach kontravarianter & dreifach kovarianter Form
$R_{ijkl}$	Komponente des Riemann'scher Krümmungs-Tensor in rein kovarianter Form
<u>rot</u>	Rotation : Differential-Operator
$s$	Strecken- bzw. Weg-Länge
$s$	Spin-Quantenzahl
$\underline{S}$	Strom-Dichte ( 3-er Vektor )
$(S^\mu)$	$:= ( \rho, \underline{S} )$ : Vierer-Strom ( 4-er Vektor )
$\Sigma$	Summe
$\int$	Integral

$t$	Zeit bzw. Koordinaten-Zeit
$\tau$	Eigen-Zeit
$\mathcal{T}$	Tangential-Raum
$\mathcal{T}_P$	Tangential-Raum im Punkte $P$
$\mathcal{T}_P^n$	$n$ -dim. Tangential-Raum im Punkte $P$
$T$	Topologischer Raum
$\mathcal{T}_E$	Energie-Tensor der Materie
$\mathcal{T}_G$	Energie-Tensor des Gravitations-Feldes
$\mathcal{T}_{GE}$	Energie-Tensor der Gesamt-Energie, d.h. der <i>Energie</i> von <i>Materie</i> <u>plus</u> <i>Gravitations-Feld</i>
$\mathcal{T}_F$	Energie-Tensor des Elektrischen Feldes
$\mathcal{T}_L$	Energie-Tensor der Geladenen Materie
$\mathcal{T}_M$	Massen-Tensor bzw. Energie-Impuls-Tensor der Materie
$\mathcal{T}_S$	Energie-Tensor bzw. Energie-Impuls-Tensor des Elektromagnetischen Feldes
$T_X^{\nu\lambda}$	Komponente des Energie-Impuls-Tensor in rein kontravarianter Form
$T_X^{\nu}_{\lambda}$	Komponente des Energie-Impuls-Tensor in gemischter Form
$T$	$:= \sum_{\nu} T_{GE}^{\nu}_{\nu}$ zum <i>Skalar</i> verjüngter <i>Energie-Tensor der Gesamt-Energie</i>
$\underline{u}$	Vektor $\vec{u}$
$\mathcal{V}$	Vektor-Raum
$\mathcal{V}^n$	$n$ -dimensionaler Vektor-Raum
$\mathcal{V}^*$	zum Vektor-Raum $\mathcal{V}$ <i>Dualer Vektor-Raum</i> ( Dual-Raum )
$\forall$	Allquantor : Logischer Operator „für alle“
$\sqrt{\quad}$	Wurzel
$x^*$	Konjugiert-Complexen Zahl zu $x$
$x_i$	Indizierte Größe bzw. $i$ -te Komponente eines Vektors
$(x_n)$	Vektor aus Indizierten Größen

$[x_{ij}]$	Matrix aus Doppel-Indizierten Größen
$ x_{ij} $	Determinante einer Matrix $[x_{ij}]$
$ x $	Absolut-Betrag einer Zahl
$ \underline{x} $	Norm bzw. Länge eines Vektors
$\ \underline{x}\ $	Norm bzw. Länge eines Vektors
$\times$	Multiplikations-Operator
$\times$	Cartesisches Produkt : Mengen-Operator      oder Vektor-Produkt :              Vektor-Operator
$\kappa$	Einstein'sche Gravitations-Konstante
$\mathbb{Z}$	Menge bzw Ring der <i>Ganzen Zahlen</i>
$\Delta$	Differenz-Operator
$\underline{\Delta}$	Laplace-Operator : Differenzial-Operator
$\nabla$	Nabla-Operator : Differenzial-Operator
$\partial_i$	$= \partial / \partial x_i$
$\partial / \partial x_i$	Partieller Ableitungs-Operator nach der Variablen $x_i$ bzw in Richtung der Koordinate $x_i$
$\rho$	Elektrische Ladungs-Dichte
$(P \rightarrow Q)$	Vektor vom Punkt P zum Punkt Q : $\overrightarrow{PQ}$
$\{ \dots \}$	Menge
$[M]$	Abgeschlossene Hülle der Menge M, eine Abgeschlossene Teilmenge einer Vollständigen Obermenge ist wiederum vollständig ( Vollständige Hülle )
$(\cdot, \cdot)$	( Inneres ) Skalar-Produkt kurz Inneres Produkt zweier Vektoren
$(\cdot, \cdot)_*$	( Inneres ) Skalar-Produkt kurz Inneres Produkt zweier Vektoren des <i>Dual-Raumes</i> $V^*$
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Allgemeines Skalar-Produkt eines Vektors des <i>Dual-Raumes</i> $V^*$ und eines Vektors des <i>Ausgangs-Raumes</i> $V$
$\langle \dots \rangle$	Meta-Klammern des Backus-Naur-Formalismus
$\langle x \rangle$	Erwartungswert einer Variablen $x$

- $\langle x | y \rangle$  Bedingte Wahrscheinlichkeit,  
die formale *Ähnlichkeit* mit einem *Skalar-Produkt* ist nicht zufällig !
- $\neq$  ungleich : Vergleichs-Operator
- $:=$  Definitions-Operator
- $>$  größer : Vergleichs-Operator
- $<$  kleiner : Vergleichs-Operator
- $\geq$  größer oder gleich : Vergleichs-Operator
- $\leq$  kleiner oder gleich : Vergleichs-Operator
- $\ll$  wesentlich kleiner als
- $\gg$  wesentlich größer als
- $\subseteq$  Teilmenge von : Mengen-Operator
- $\equiv$  Äquivalenz : Logischer Operator
- $\Leftrightarrow$  Äquivalenz : Logischer Operator
- $\Rightarrow$  Implikation : Logischer Operator
- $\rightarrow$  Abbildungs-Operator
- $\cdot$  Multiplikations-Operator oder  
Multiplikations-Operator für das *Skalar-Produkt* zweier Vektoren oder  
Multiplikations-Operator für die Multiplikation eines *Vektors* mit einem *Skalar*
- $*$  Multiplikations-Operator oder Allgemeiner Operator einer Algebraischen Gruppe
- $\circ$  Concartenations-Operator für das Hintereinander-Ausführen von Funktionen
- $/$  Divisions-Operator – im Gegensatz zur allgemeinen Mathematischen Konvention ist der Divisions-Operator in dieser Arbeit gegenüber dem Multiplikations-Operator nachrangig !
- $/$  Differential-Operator im *Differenzial-Quotienten* – dieser Differential-Operator ist im Gegensatz zum Divisions-Operator gegenüber dem Multiplikations-Operator vorrangig !
- $\wedge$  Logisches Und : Logischer Operator „et“
- $\vee$  Logisches ( inklusives ) Oder : Logischer Operator „vel“
- $\cap$  Durchschnitt : Mengen-Operator
- $\cup$  Vereinigung : Mengen-Operator

- \ ohne : Mengen-Operator ( entspricht der Subtraktion in der Arithmetik )
- & Logisches Und : Logischer Operator „et“

## 10.6 Personenregister

- al-Hwarizmi , Mohammed ibn Musa : 51, 52, 293, 298
- Allport , D.A. : 167
- Anaximander : 26, 27, 50
- Anaximandros : 26, 27, 50
- Anaximenes : 27
- Anderson , James A. : 47
- Anderson , John : 45
- Aristarch von Samos : 52
- Aristoteles : 1, 27, 28, 30, 38, 51, 157, 219, 244, 353
- Aschoff , J. : 173
- Aspect , Alain : 431
- Augustinus : 156, 157, 183
- Bacon , Francis : 39
- Baddeley , Alan : 140, 299
- Banach , Stefan : 61
- Barkowsky , Thomas : 137
- Barlow , Horace : 121
- Basieux , Pierre : 285
- Bell , John Stewart : 427
- Beltrami , Eugenio : 56
- Bergson , Henry : 157, 170
- Bernoulli , Johann : 55
- Bertalanffy , Ludwig von : 36, 66
- Betti , Enrico : 58
- Bever , Tom : 321
- Biot , Jean-Baptiste : 357, 359
- Block , Richard : 13, 157, 167, 168, 171, 172, 174, 177, 178, 182, 188
- Bohm , David : 422, 425, 427
- Bohr , Niels : 30, 33, 337, 340, 344, 406, 409, 411, 421, 422, 427
- Boltzmann , Ludwig : 29, 64, 406
- Bolyai , Janos von : 56
- Born , Max : 31, 344, 398, 420, 424
- Boucher , Jill : 198
- Bourbaki , Nicolas : 287
- Boyle , Robert : 30
- Brahe , Tycho : 353
- Breitmeyer , B.G. : 167
- Brillouin , Leon : 80
- Brogie , Louis de : 30, 32, 344, 406, 417, 422, 425
- Brouwer , Luitzen Egbertus Jan : 61
- Brown , Gordon : 198, 199
- Brunelleschi , Filippo : 53
- Brunswik , Egon : 64, 211
- Bryant , David : 138, 141, 142
- Buffon , George Luise Leclerc de : 37, 38
- Campbell , Donald : 37, 65
- Campbell , S.S. : 173
- Cantor , Georg : 58
- Carlson-Radvansky , Laura : 132
- Carnap , Rudolf : 42
- Carnot , Lazare Nicolas Marguerite : 57
- Cassirer , Ernst : 131
- Cavendish , Henry : 355
- Cayley , Arthur : 57
- Chalmers , Margaret : 251
- Chater , Nick : 198
- Chomsky , Noam : 37, 47, 64
- Christoffel , Elwin : 379
- Church , R.M. : 174, 177
- Clark , H.H. : 241
- Clauser , John : 431
- Clausius , Rudolf : 29
- Cliffort , William Kingdon : 57
- Cohn , Anthony G. : 275
- Connes , Alain : 294
- Conway , Martin : 199
- Coulomb , Charles Augustin : 355
- Cramer , Gabriel : 57
- Dalton , John : 30
- Dantzig , Tobias : 289
- Darwin , Charles : 37, 64, 66
- Dedekind , Richard : 58
- Dehaene , Stanislas : 21, 287, 294, 295, 296, 314, 316, 321, 322
- Demokrit : 27, 30
- Dennett , Daniel : 42
- Desargues , Girard : 55
- Descartes , René : 39, 53, 301, 345, 354, 355, 374
- Devlin , Keith : 287, 315
- Dirac , Paul : 445
- Dirac , Paul : 345
- Dobshansky , Theodozius : 37
- Donaldson , Margaret : 321
- Ehrenfels , Christian von : 36
- Eibl-Eibesfeld , Irenäus : 37
- Eigen , Manfred : 37, 69
- Einstein , Albert : 30, 31, 32, 69, 315, 331, 332, 333, 343, 344, 360, 362, 363, 364, 367, 368, 383, 385, 393, 396, 398, 417, 426
- Eisenhardt , Peter : 1



Encarnação , José Luis : 62  
 Ende , Michael : 180  
 Engelkamp , J. : 136  
 Engels , Eve-Marie : 2, 9, 65, 104  
 Eratosthenes von Kyrene : 52  
 Eudoxos von Knidos : 352  
 Euklid : 51, 287, 328, 348  
 Euler , Leonard : 55, 58  
 Evans , Vyvyan : 167, 180, 187, 191, 192, 197  
 Faraday , Michael : 29, 357, 360, 383  
 Fermat , Pierre de : 53, 345  
 Feynman , Richard : 25, 418, 433  
 Flaherty , Michael : 181  
 Fodor , Jerry : 11, 43, 45, 122, 150  
 Fraisse , Paul : 157, 161, 168, 172, 184  
 Frankenhäuser , M. : 172, 178  
 Fréchet , Maurice : 61  
 Frege , Gottlob : 244  
 Freksa , Christian : 11, 126, 128, 230  
 Friedman , William : 198  
 Friedmann , Alexander : 32, 344  
 Fukushima , Kuniyuki : 47  
 Galilei , Galileo : 28, 30, 351, 353  
 Gallistel , Charles : 142, 282  
 Galois , Évariste : 49, 314  
 Gärdenfors , Peter : 20, 237, 269, 270, 274, 275, 276, 277  
 Gardner , Howard : 44  
 Gassendi , Pierre : 30  
 Gattis , Merideth : 17, 226, 230, 242, 251, 252  
 Gauß , Carl Friedrich : 55, 56, 57, 346, 374, 376  
 Geiger , Hans : 30, 406  
 Geissler , H.-G. : 167  
 Gentner , Dedre : 17, 238, 252  
 Geschwind , Norman : 316  
 Gibbon , J. : 174, 177  
 Gibbs , Josiah Willard : 29  
 Gibson , James : 184  
 Gilbert , William : 356  
 Gödel , Kurt : 100  
 Görnitz , Brigitte : 80  
 Görnitz , Thomas : 1, 66, 80  
 Grady , Joseph : 187, 193, 197  
 Graßmann , Hermann Günther : 56  
 Greenberger , Daniel : 431  
 Grenander , Ulf : 263  
 Guyau , Jean Marie : 157  
 Habel , Christopher : 128  
 Hadamard , Jacques : 287, 315  
 Haeckel , Ernst : 64  
 Haken , Hermann : 66  
 Hamilton , William Rowan : 56  
 Hardy , Lucien : 431  
 Hartmann , Nicolai : 76  
 Hastings , J.W. : 163  
 Hausdorff , Felix : 61  
 Hawking , Stephen : 32  
 Hebb , Donald O. : 15, 45, 46, 165, 211, 212  
 Heisenberg , Werner : 4, 30, 31, 33, 35, 268, 342, 344, 418, 419  
 Helmholtz , Hermann von : 45, 64  
 Heraklit : 26, 27  
 Hertz , Heinrich : 360, 416  
 Hilbert , David : 49, 59, 287, 315, 344  
 Hill , Clifford Alden : 193  
 Hinton , Geoffrey E. : 47  
 Hoagland , H. : 173  
 Hoerl , Christoph : 198  
 Holst , Erich von : 224  
 Holt , Richard : 431  
 Holyoak , Keith J. : 18, 245, 250, 252  
 Höring , Adolph : 157  
 Horn , Berthold : 121  
 Horne , Michael : 431  
 Hubble , Erwin Powell : 32  
 Hubel , David : 46  
 Hume , David : 39  
 Hummel , John E. : 245, 250  
 Hund , Friedrich : 343  
 Husserl , Edmund : 169  
 Huttenlocher , Janellen : 8, 101, 146, 151, 295  
 Huygens , Christiaan : 353, 354  
 Intons-Peterson , Margaret Jean : 119  
 Irwin , David : 132  
 Jackendoff , Ray : 22, 145, 209  
 Jackson , J.L. : 176  
 James , William : 184  
 Janet , Pierre : 157  
 Johnson , C.H. : 163  
 Johnson , Mark : 187, 188, 230  
 Johnson-Laird , Philip : 129, 131, 143, 144  
 Jordan , Camile : 58  
 Jordan , Pascual : 31, 344  
 Julesz , Bela : 121, 122  
 Kanitscheider , Bernulf : 111  
 Kant , Immanuel : 1, 4, 33, 34, 35, 40, 55, 64, 77, 78, 101, 128, 225, 348  
 Kant , Immanuel : 10

Kasten , Hartmut : 156, 160, 161, 162, 164, 166,  
 167, 169, 182, 200  
 Kemke , Christel : 14, 226  
 Kepler , Johannes : 28, 53, 353  
 Klein , Felix : 56, 57, 58  
 Knauff , Markus : 113, 116, 128, 138  
 Kochen , Simon : 431  
 Koechlin , Etienne : 322  
 Koening , Otto : 37  
 Köhler , Wolfgang : 45, 121  
 Kohlrausch , Friedrich : 360  
 Kohonen , Teuvo : 47  
 Kopernikus , Nikolaus : 28, 353  
 Kosslyn , Stephen : 145  
 Kristofferson , A.B. : 167  
 Kuhn , Thomas : 2  
 Lagrange , Joseph de : 334, 348, 354, 391  
 Lakoff , George : 21, 187, 188, 230, 236, 237,  
 239, 287, 296, 302, 310  
 Lamarck , Jean-Baptiste de Monet de : 37, 66  
 Lambert , Johann Heinrich : 56  
 Land , Edwin : 121  
 Lang , Alfred : 12, 160  
 Langone , John : 156  
 Laplace , Pierre Simon de : 354  
 Lashley , Karl S. : 46  
 Lavie , P. : 173  
 Lebesgue , Henri : 61  
 Leibniz , Gottfried Wilhelm : 40, 54, 128, 244,  
 277, 288  
 Lejeune , Helga : 207  
 Lenard , Philipp : 416  
 Lenneberg , Eric : 37  
 Lens , Willy : 184  
 Leukipp : 27, 30  
 Levin , I. : 186  
 Levinson , Stephen : 12, 129, 133, 134  
 Lie , Sophus : 57  
 Listing , Johann Benedict : 58  
 Lobatschewski , Nikolai : 56  
 Locke , John : 39, 73  
 Logie , Robert : 140, 141, 299  
 Longuet-Higgins , Christopher : 45  
 Lorentz , Hendrik Antoon : 31, 32, 343, 360, 361,  
 367, 372, 383, 396  
 Lorenz , Konrad : 4, 7, 9, 10, 34, 35, 36, 37, 64,  
 65, 78, 81, 85, 89, 91, 99, 102, 103, 107,  
 111, 155, 211, 224, 447, 451, 458  
 Lucretius Carus : 37  
 Lukrez : 37  
 Mach , Ernst : 64, 157, 184, 384, 396  
 MacKay , Donald : 1, 80, 268, 450  
 Marr , David : 44, 120, 121, 131, 141, 145, 281,  
 328  
 Marsden , Ernest : 30, 406  
 Maturana , Humberto R. : 451  
 Maupertuis , Pierre Louis Morfeau de : 37, 38  
 Maxwell , James Clark : 29, 31, 358, 383, 406  
 Mayr , Ernst : 5, 6, 10, 37, 67, 70, 83, 107, 112  
 McCarthy , John : 44  
 McClelland , James L. : 47  
 McCormack , Teresa : 198  
 McCulloch , Warren : 44  
 McGarrigle , James : 321  
 McGonigle , Brendan : 251  
 Mehler , Jacques : 321  
 Metzner , Michael Stefan : 172  
 Michelson , Albert Abraham : 361  
 Michon , J.A. : 168, 176  
 Mie , Gustav : 344  
 Miller , George : 45, 129, 131, 143, 168  
 Millikan , Robert Andrews : 405  
 Minkowski , Hermann : 32, 343, 372  
 Minsky , Marvin : 44  
 Miracle , Andrew : 195  
 Möbius , August Ferdinand : 55, 57, 58  
 Monge , Gaspard : 54, 55  
 Moore , Kevin Ezra : 190, 191, 192  
 Moreas , Marie-Anne : 184  
 Morley , Edward Williams : 361  
 Morris , Charles : 456  
 Neisser , Ulric : 451  
 Neisser , Ulric : 45  
 Neumann , John von : 44, 60, 345, 399, 408, 424,  
 425  
 Newcombe , Nora : 8, 101, 146, 151, 295  
 Newell , Allen : 451  
 Newell , Allen : 44  
 Newton , Isaac : 28, 31, 49, 54, 128, 156, 288,  
 329, 332, 333, 346, 347, 353, 354, 355, 356,  
 361, 370, 371, 384, 386, 396  
 Nishihara , K.H. : 281  
 Norman , Donald : 44  
 Nosofsky , R.M. : 274  
 Núñez , Rafael : 21, 287, 296, 302, 310  
 Oeser , Erhard : 1, 38, 80, 224  
 Ornstein , Richard : 172, 178  
 Padoa , Alessandro : 59  
 Paivio , Allan : 12, 118, 137, 139  
 Palmer , Stephen : 121

Parmenides : 26  
 Pasch , Moritz : 59  
 Patterson , Robert : 167  
 Pauli , Wolfgang : 344, 409, 420  
 Peano , Giuseppe : 59  
 Penrose , Roger : 32  
 Perrin , Jean-Baptiste : 405, 406  
 Piaget , Jean : 7, 8, 9, 10, 43, 45, 64, 91, 101, 102, 108, 111, 126, 149, 152, 157, 184, 185, 200, 201, 203, 204, 320, 321  
 Pinker , Steven : 226, 230  
 Pitts , Walter : 44  
 Planck , Max : 30, 344, 405, 406  
 Platon : 1, 38, 50  
 Plücker , Julius : 55, 405  
 Podolsky , Boris : 426  
 Poincaré , Henri : 56, 64, 343, 367  
 Poisson , Denis : 354  
 Poncelet , Jean Victor : 55  
 Pöppel , Ernst : 166, 167, 168, 169, 188  
 Popper , Karl : 38, 65, 91  
 Porzig , Walter : 114  
 Priestley , Joseph : 355  
 Ptolemaios , Klaudios : 52, 353  
 Putnam , Hilary : 42  
 Pylyshyn , Zenon : 118, 227  
 Pythagoras : 50  
 Ramanujan , Srinavasa : 294  
 Rechenberg , Ingo : 37  
 Reddy , Michael : 188  
 Regiomontanus : 53  
 Remane , Adolf : 255, 448  
 Ricci-Curbastro , Gregorio : 381  
 Richelle , Marc : 157, 158, 159, 207  
 Riedl , Rupert : 4, 5, 6, 7, 11, 14, 15, 18, 19, 27, 35, 37, 65, 68, 69, 78, 81, 89, 101, 103, 108, 117, 210, 211, 215, 219, 226, 253, 254, 258, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 286  
 Riemann , Bernhard : 55, 58, 344, 378, 379  
 Riesz , Friedrich : 61  
 Rosen , Nathan : 426  
 Rosenblatt , Frank : 47  
 Rosenfeld , Azriel : 121  
 Roth , Gerhard : 106  
 Rumelhart , David E. : 45, 47  
 Russell , Bertrand : 287  
 Rutherford , Ernest : 30, 406  
 Rutte , Heiner : 111  
 Sacks , Oliver : 294  
 Sapir , Edward : 456  
 Savart , Félix : 357, 359  
 Schaltenbrand , G. : 170  
 Schläfli , Ludwig : 57  
 Schlieder , Christoph : 128  
 Schmidt , Erhard : 60  
 Schreiber , Peter : 47, 63  
 Schrödinger , Erwin : 30, 32, 68, 344, 406, 425  
 Schur , Friedrich : 59  
 Schwabhäuser , Wolfram : 59  
 Schwarzschild , Karl : 344, 390  
 Scriba , Christoph : 47, 63, 64  
 Shannon , Claude E. : 450  
 Shannon , Claude E. : 44, 80  
 Shepard , Roger : 119, 121, 274, 283  
 Shimony , Abner : 431  
 Shinohara , Kazuko : 197  
 Simon , Herbert A. : 451  
 Simon , Herbert A. : 44  
 Simpson , George Gaylord : 37  
 Skinner , Bruce F. : 45  
 Specker , Ernst : 431  
 Sperry , Roger : 46  
 Spinner , Helmut : 459  
 Staudt , Christian von : 55  
 Stern , William : 131  
 Stoney , Georg Johnston : 405  
 Stroud , J.M. : 167  
 Strube , Gerhard : 451  
 Sutherland , Ivan : 62  
 Sylvester , James Joseph : 57  
 Szmielew , Wanda : 59  
 Tarski , Alfred : 60  
 Thales von Milet : 27, 50, 287  
 Thomas , E.A.C. : 175, 177  
 Thomson , Joseph John : 405, 406  
 Tinbergen , Nikolaas : 224  
 Tolman , Edward : 126  
 Treisman , M. : 173, 177  
 Tulving , Endel : 198  
 Turing , Alan M. : 44  
 Varela , Francisco J. : 451  
 Vierordt , Karl von : 157  
 Vollmer , Gerhard : 1, 2, 4, 5, 7, 9, 23, 35, 37, 38, 40, 65, 74, 88, 89, 102, 103, 109, 341  
 Vygotsky , Lev Semyonovich : 149, 151  
 Wallace , Alfred Russel : 37  
 Waltz , David : 44, 121  
 Watson , John B. : 45  
 Weaver , Warren W. : 450

Webb , W.B. : 173  
Weber , Wilhelm : 360  
Weihs , Gregor : 432  
Weist , R.M. : 200  
Weizsäcker , Carl Friedrich von : 1, 4, 36, 80, 409  
Wersig , Gernot : 80  
Wertheimer , Max : 36, 45, 121  
Wessel , Caspar : 56  
Weyl , Hermann : 315, 333, 386  
Whitehead , Alfred : 287  
Wiener , Hermann : 59  
Wiener , Norbert : 450  
Wiener , Norbert : 44  
Wiesel , Torsten : 46  
Witt , Johan de : 54  
Wittgenstein , Ludwig : 42, 268  
Wundt , Wilhelm : 45  
Wynn , Karen : 322  
Yapita Moya , Juan de Dios : 195  
Zeilinger , Anton : 431  
Zuse , Konrad : 244

## 10.7 Sachregister

- 2 ½-D Sketch : 123  
3-D Modell-Repräsentation : 124, 145  
Abbildung  
    *Koordinaten-* : 377  
    *Metaphorische* : 188  
    *Retinotope* : 282  
    *Somatotope* : 282  
    *Strukturelle* : 242  
    *System-* : 238  
    *Tonotope* : 282  
    *Topographische* : 282  
Abel-Gruppe : 349  
Abgeschlossene Theorien : 4, 31, 35, 342  
Abgeschlossenheit : 313  
Ableitung  
    *Kovariante* : 376  
Absolute Zeit : 28, 156, 347  
Absoluter Raum : 28, 128, 142, 143, 347, 371, 396  
Absolutes Bezugs-System : 130, 133  
Abstammungslehre : 37  
Abstand : 272, 274  
Abstrakte Neuronen-ähnliche Netze : 15, 212, 213  
Abstraktion : 16, 19, 217, 221, 226, 253, 267  
Adaptations-Prozess : 95  
Adaptive Verhaltens-Modifikation : 83  
Adjungierter Operator : 402  
Adjunktion : 402  
Affiner Raum : 350  
Affiner Zusammenhang : 376, 380  
Affines Koordinaten-System : 346  
Ähnlichkeit  
    *Attributive* : 240, 242  
    *Bildhafte* : 239, 242, 255  
    *Gestalt-* : 280  
    *Polare* : 242  
    *s-Feld* : 259  
    *s-Grad* : 270, 272, 274  
    *Strukturelle* : 242  
Ähnlichkeit : 254  
Ähnlichkeit : 254  
Ähnlichkeits-Feld : 259  
Ähnlichkeits-Grad : 270, 272, 274  
Akkommodation : 94, 101  
Aktions-Prinzip : 350  
Akzessorisches Merkmal : 257  
Algebraische Geometrie : 54  
Algebraische Gruppe : 312, 313  
Algorithmus  
    *Ratiomorpher* : 16, 216, 219, 220  
Algorithmus : 51  
Algorithmus : 51  
Algorithmus : 298  
Allgemeine Relativitätstheorie : 4, 30, 32, 33, 336, 383, 386, 395  
    *Relativitäts-Prinzip der* : 384  
Allozentrisches Bezugs-System : 130, 142, 146, 147  
Allozentrisches Koordinaten-System : 146  
Alpha-Rhythmus : 167, 174  
Alpha-Strahlen : 30, 406  
Amodal-Logische Repräsentation : 118  
Analoge Repräsentation : 144  
Analoges Schließen  
    *Modell des* : 245  
Analogie : 242, 254  
Analytische Geometrie : 54  
Anfangs- & End-Zeit-Punkt-Konzept : 185  
Angeborene Auslöse-Mechanismen : 82  
Angeborene Idee : 10, 101  
Angeborene Intelligenz : 100  
Angeborene Lehrmeister : 211, 218  
*Anpassung* : 65, 68, 81, 83, 88, 101  
Anpassungs-Einheit : 107  
Anpassungs-Prozess : 68, 88, 95, 109  
Anpassungs-These : 105  
Anschauungsformen : 10, 34, 35, 41, 101, 112  
Anterior Cingulate Gyrus : 203  
Anzahl-Schätzung : 289  
Apeiron : 26, 27  
aposteriori : 17, 41, 225  
Apparat  
    *Ratiomorpher* : 211, 215  
*Apriori* : 10, 33, 34, 35, 41, 64, 78, 83, 101, 111, 225  
Äquilibration : 94  
Äquivalenz von Energie und Masse : 370  
Äquivalenz von Träger Masse und Schwerer Masse : 386  
Äquivalenz-Prinzip : 370, 386  
Arbeits-Gedächtnis : 140, 169, 299, 319  
Archäologie  
    *Kognitive* : 238  
Artificial Neural Networks : 15, 46, 211, 213  
Artikulatorische / Phonologische Schleife : 140, 299  
Assimilation : 94, 101  
Assoziation

*Kontext-* : 179  
*Spatio-Numerische* : 294  
Assoziation : 84  
Assoziation : 240  
Assoziatives Gedächtnis : 146  
Assoziatives Lernen : 214  
Assoziativität : 313  
Äther  
*Elektromagnetischer* : 360  
*Licht-* : 355, 360, 361  
*Mach'sche* : 397  
*Welt-* : 29, 360, 361, 362, 396, 398  
*-Wind* : 361  
Äther : 29  
Äther : 398  
Äther-Wind : 361  
Atlas : 377  
Atom : 30, 406  
Atome : 27  
Atom-Hypothese : 30, 405  
*der Chemie* : 30, 405  
*der Physik* : 405  
Atomisten : 27, 30  
Atom-Kern : 406  
Atom-Modell  
*Bohr'sches* : 30, 406  
*Planetensystem-* : 30, 406  
*Plum-Pudding-* : 406  
*Rosinenkuchen-* : 406  
Attributive Ähnlichkeit : 240, 242  
Aufmerksamkeits-gesteuertes Innere Uhr-Modell :  
177  
Aufmerksamkeits-Modell : 175  
Augenblick  
*Psychischer* : 13, 167  
Augenblicks-Information : 82  
Außenwelt : 34, 78  
Außenwelt-Modell : 14, 16, 81, 85, 123, 207, 211,  
221  
Äußere Selektion : 68  
Australopithecinen : 6, 71, 324  
Banach-Raum : 61  
Bauplan : 68  
Beaufsichtigtes Lernen : 214, 439  
Begriffliches Denken : 64, 155  
Begriffs-Metapher-Theorie : 188, 236, 302  
Begriffs-Raum : 20, 272  
Begriffs-System  
*Geschlossenes* : 4, 28, 31, 35, 342  
Behaviorismus : 45  
Bell'sche Ungleichung : 427, 430  
Bell'sches Theorem : 427  
Beobachter-zentriertes Bezugs-System : 130, 132,  
146, 147, 152  
Beschreibung : 19, 267  
Bewegung : 26  
Bewegungs-Lernen : 84  
Bewusste Gegenwart : 168, 181  
Bewusstsein  
*Fremd-* : 74  
Bewusstsein : 74  
Bewusstsein : 168  
Bewusstseins-Forschung : 36  
Beziehung  
*Lexikalische* : 238  
Bezugs-System  
*Absolutes* : 130, 133  
*Allozentrisches* : 130, 142, 146, 147  
*Beobachter-zentriertes* : 130, 132, 146, 147,  
152  
*Deiktisches* : 131, 143  
*Egozentrisches* : 130, 142, 146, 147, 152  
*Externes* : 130, 142, 146, 147  
*Extrinsisches* : 132  
*Intrinsisches* : 132, 133, 143  
*Objekt-zentriertes* : 132  
*Relatives* : 129, 133  
*Retinales* : 152  
*Umgebungs-zentriertes* : 132  
Bezugs-System : 129  
Bezugs-System : 142  
Bezugs-System : 143  
Bezugs-System : 345  
Bild : 123  
Bildhafte Ähnlichkeit : 239, 242, 255  
Bildhafte Information : 118, 139, 140, 143  
Bildhafte Vorstellung : 119  
Bild-Schemata : 226  
Bild-Symbol : 232  
Biokulares Sehen : 121  
Biologie  
*Chrono-* : 158, 163  
Biologie : 8, 37, 93, 158  
Bohr'sches Atom-Modell : 30, 406  
Bottom-up-Informationsverarbeitungs-Prozess :  
122  
Brain Split Experimente : 46  
Cartesisches Koordinaten-System : 345  
Categorical Spatial Relation Encoding System :  
145  
*causa efficiens* : 28  
*causa finalis* : 28, 66

causa formalis : 28, 68  
 causa materialis : 28, 68  
 Cell Assemblies : 46, 165, 211, 436  
 Chemische Zentral-Uhr : 173  
 Chemischen Elemente : 30  
 Chromodynamik  
   *Quanten-* : 345  
 Chrono-Biologie : 158, 163  
 Chronon  
   *Psychisches* : 168  
 Circadiadisches Verhalten : 163  
 Computer : 43, 46, 116  
 Computer Vision Research : 36, 121  
 Conceptual Space : 20, 272  
 Coordinate Spatial Relation Encoding System :  
   145  
 Cortex  
   *Dorso-Lateraler Präfrontaler* : 203  
   *Extrastriärer* : 149  
   *Frontaler* : 250, 319  
   *Parietaler* : 203  
   *Parietaler* : 125, 149  
   *Parietaler* : 316  
   *Präfrontaler* : 203, 250, 319  
   *Primärer Visueller* : 149  
   *Sekundärer Visueller* : 149  
   *Temporal* : 203  
   *Temporal* : 125, 149  
   *Temporärer Assoziations-* : 149  
   *Visueller* : 46  
 Cortex : 282  
 Coulomb'sches Gesetz : 355, 357  
 Counterfactual Definiteness : 427  
 Cue Learning : 147, 153  
 Darstellende Geometrie : 54  
 Darwinismus : 37  
 data-driven processing : 122  
 Daten-getriebener Informationsverarbeitungs-  
   Prozess : 122  
 Dauer  
   *Erinnerte* : 171  
   *Wahrgenommene* : 171  
 Dauer : 28, 156, 171  
 Dauer : 185  
 Dauer : 191  
 Dauer : 191  
 Dauer : 347  
 de Broglie-Wellen : 417  
 Dead Reckoning : 147, 148, 153  
 Deduktion : 40  
 Definität : 399  
 Deiktisches Bezugs-System : 131, 143  
 Delta-Regel : 439  
 Denk-Apparat : 34, 78  
 Denken  
   *Begriffliches* : 64, 155  
 Denken : 9  
 Denken : 74  
 Denken : 99  
 Denken : 101  
 Denkgesetze : 34, 78  
 Denk-Ökonomie : 75  
 Diagrammatischer Typus : 258  
 Dichte  
   *Kraft-* : 388  
 Differential-Geometrie : 55  
 Differenzial-Diagnostisches Merkmal : 257  
 Dimension  
   *Eigenschafts-* : 20, 269  
   *Integrale* : 271  
   *Qualitäts-* : 20, 269  
   *Separable* : 271  
 Ding-an-sich : 34  
 Di-Photon : 420  
 Diskrete Zahlen : 311  
 Dissipatives System : 66  
 Distanz : 272, 274  
 Distributivität : 349  
 Domain : 20, 272  
 Doppel-Photon : 420  
 Dorso-Lateraler Präfrontaler Cortex : 203  
 Drei-Minuten-Gedächtnis : 170  
 Drei-Schichten-Modell : 116  
 Drift : 148  
 Duale Codierungs-Hypothese : 12  
 Duale Codierungs-Hypothese : 118  
 Duale Codierungs-Hypothese : 137  
 Duale Codierungs-Hypothese : 139  
 Duale Codierungs-Hypothese : 139  
 Duale Codierungs-Hypothese : 139  
 Duale Codierungs-Hypothese : 139  
 Dynamische Zell-Verbände : 46, 165, 211, 436  
 Egozentrisches Bezugs-System : 130, 142, 146,  
   147, 152  
 Egozentrisches Koordinaten-System : 146  
 Eigenschaft : 275, 276, 277  
 Eigenschafts-Dimension : 20, 269  
 Eigenvektor : 402  
 Eigenwert : 402  
 Eigenwert-Gleichung : 402  
 Eigen-Zeit : 369, 392  
 Eigen-Zustand : 410

Einheits-Elemente : 349  
 Einsicht  
     *Raum-* : 88  
 Einstein'sche Feld-Gleichungen : 335, 390  
 Einstein'sche Gravitations-Konstante : 390  
 Einstein'sche Lokalität : 426, 427  
 Einstein'sche Separierbarkeit : 426, 427  
 Einstein-Lorentz-Minkowski-Geometrie : 373  
 Einstein-Tensor : 390  
 Elaten : 26  
 Elektrische Feld-Stärke : 356, 382  
 Elektrisches Feld : 356, 381  
 Elektrisches Potential : 334, 356, 381, 382  
 Elektrodynamik  
     *Quanten-* : 345  
 Elektrodynamik : 30, 32  
 Elektromagnetische Feld-Gleichungen : 29, 30, 335, 358, 382  
 Elektromagnetischer Äther : 360  
 Elektromagnetisches Feld : 29, 31, 381  
 Elektromagnetismus : 31  
 Elektron : 405  
 Elementar-Ladung : 405  
 Elementarteilchen-Theorie : 32  
 Elemente  
     *Chemische* : 30  
     *Einheits-* : 349  
     *Inverses* : 313  
     *Neutrales* : 313  
     *vier* : 27, 30  
 Empirische Wissenschaft : 6, 76  
 Empirismus  
     *Logischer* : 42  
 Empirismus : 39  
 Endogene Zeit-Takt-Geber : 163  
 Endokrines System : 95  
 Energie : 370  
 Energie-Impuls-Tensor  
     *der Materie* : 388  
     *des Elektromagnetischen Felds* : 388  
 Energie-Impuls-Tensor der Materie : 388  
 Energie-Impuls-Tensor des Elektromagnetischen Felds : 388  
 Energie-Tensor : 388  
     *der Materie* : 388  
 Energie-Tensor der Materie : 388  
 Entdeckendes Lernen : 214  
 Entfernung-Geschwindigkeits-Konzept : 185  
 Entitäts-Bereich : 20, 272  
 Entropie : 66  
 Entwicklung  
     *Individual-* : 67  
     *Kognitive* : 152  
 Entwicklungs-Psychologie : 146, 149  
 Episodisches Gedächtnis : 171, 180, 198, 201, 205  
 Episodisch-Räumliches Wissen : 127  
 EPR  
     -*Experiment* : 426  
     -*Paradoxon* : 426  
     -*Realitäts-Kriterium* : 426, 427  
 Erb-Koordination : 82  
 Erb-Programm  
     *Geschlossenes* : 83  
     *Offenes* : 83  
 Erb-Programm : 112  
 Erb-Zahlen-Repräsentation : 327  
 Ereignis : 165, 170  
 Ereignis-Folge : 165, 170  
 Ereignis-Zeit : 200  
 Ereignis-Zeit-System : 200  
 Erfahrung  
     *Sinnes-* : 45  
 Erfahrung : 33  
 Erfahrungs-Erkenntnis : 35, 341, 342  
 Erhaltungs-Satz  
     *des Energie-Impuls-Tensors der Materie* : 389  
 Erinnerte Dauer : 171  
 Erinnerte Zeit-Dauer : 171, 178  
 Erkenntnis  
     -*Apparat* : 35, 341  
     -*Erfahrungs-* : 35, 341, 342  
     -*Grenzen* : 34  
     -*Handlungs-* : 8, 96  
     -*Objekt* : 73  
     -*Objekt-* : 8  
     -*Objekt-* : 96  
     -*Objektive* : 75, 110  
     -*Prozess* : 6  
     -*Prozess* : 7  
     -*Prozess* : 35  
     -*Prozess* : 37  
     -*Prozess* : 73  
     -*Prozess* : 78  
     -*Prozess* : 89  
     -*Prozess* : 341  
     -*Selbst-* : 73  
     -*Struktur* : 41, 64  
     -*Stufen* : 35  
     -*Subjekt* : 73  
     -*Vorgang* : 37  
     -*Wahrnehmungs-* : 35, 39, 341, 342  
     -*Wissenschaftliche* : 7, 35, 89, 92, 341, 342  
 Erkenntnis : 1, 3



Erkenntnis : 35  
 Erkenntnis : 41  
 Erkenntnis : 73  
 Erkenntnis : 73  
 Erkenntnis : 76  
 Erkenntnis : 78  
 Erkenntnis : 80  
 Erkenntnis : 80  
 Erkenntnis : 81  
 Erkenntnis : 341  
 Erkenntnis-Apparat : 35, 341  
 Erkenntnis-Grenzen : 34  
 Erkenntnis-Kategorien : 77  
 Erkenntnis-Prozess : 37  
     *Psychologie des* : 37  
 Erkenntnis-Prozess : 6, 7, 35  
 Erkenntnis-Prozess : 73  
 Erkenntnis-Prozess : 78  
 Erkenntnis-Prozess : 89  
 Erkenntnis-Prozess : 341  
 Erkenntnis-Struktur : 41, 77  
 Erkenntnis-Stufen : 35  
 Erkenntnis-Subjekt : 73  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 9  
     *Genetische* : 9  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 1, 4  
     *Genetische* : 7  
 Erkenntnistheorie : 4  
 Erkenntnistheorie : 6  
 Erkenntnistheorie : 6  
 Erkenntnistheorie : 8  
 Erkenntnistheorie  
     *Transzendente* : 34  
 Erkenntnistheorie  
     *Naturalisierte* : 34  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 35  
 Erkenntnistheorie : 35  
 Erkenntnistheorie : 36  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 37  
 Erkenntnistheorie : 37  
 Erkenntnistheorie  
     *Transzendente* : 40  
 Erkenntnistheorie : 43  
 Erkenntnistheorie  
     *Genetische* : 45  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 64  
 Erkenntnistheorie : 64  
 Erkenntnistheorie  
     *Genetische* : 65  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 65  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 65  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 65  
 Erkenntnistheorie : 73  
 Erkenntnistheorie : 76  
 Erkenntnistheorie : 76  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 78  
 Erkenntnistheorie  
     *Naturalisierte* : 79  
 Erkenntnistheorie  
     *Genetische* : 91  
 Erkenntnistheorie  
     *Genetische* : 92  
 Erkenntnistheorie : 93  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 102  
 Erkenntnistheorie  
     *Evolutionäre* : 103  
 Erkenntnistheorie  
     *Genetische* : 108  
 Erklärbarkeit : 75  
 Erklärung : 19, 267  
 Erwartungs-getriebener Informationsverarbeitungs-  
     Prozess : 123  
 Erwartungswert : 398  
 Euklidische Geometrie : 30, 40, 42, 55, 328, 348  
 Euklidische Länge : 350  
 Euklidische Metrik : 273, 350  
 Euklidische Norm : 61  
 Euklidischer Raum : 350, 371  
 Euklidischer Vektor-Raum : 350, 371  
 Euklidisch-Geometrische Raum-Repräsentation :  
     150  
 Event-Comparison Hypothesis : 187  
 Evolution  
     *der Sprache* : 37  
     *der Wissenschaften* : 38  
     *Kognitiver Systeme* : 65  
     *Kulturelle* : 37  
     *präbiotischer Makromoleküle* : 37  
     *s-Gedanke* : 37  
     *Ursachenkonzept* : 6, 37  
     *von Sozialverhalten* : 37

*Wissenschaftlichen Wissens* : 65  
*Wissenschaftlicher Erkenntnis* : 65  
 Evolution : 65  
 Evolution : 66  
 Evolution : 67  
 Evolution : 69  
 Evolution : 78  
 Evolution : 88  
 Evolutionäre Erkenntnistheorie : 1, 4, 9, 35, 37, 64, 65, 78, 102, 103  
 Evolutions-Gedanke : 37  
 Evolutions-Prozess : 6, 67, 68, 69, 81  
 Evolutionstheorie  
     *Synthetische* : 37, 67  
     *System-Theorie der Evolution* : 37  
 Evolutionstheorie : 36, 37  
 Evolutionstheorie : 64  
 expectation-driven processing : 123  
 Externally Referenced Spatial Coding System : 146  
 Externe Regulation : 95  
 Externe Zahlen-Repräsentation : 292  
 Externes Bezugs-System : 130, 142, 146, 147  
 Extrastriärer Cortex : 149  
 Extrinsisches Bezugs-System : 132  
 Faraday'scher Feld-Tensor : 335, 381  
 Farb-Sehen : 121  
 Feld  
     *Ähnlichkeits-* : 259  
     *Elektrisches* : 356, 381  
     *Elektromagnetisches* : 29  
     *Elektromagnetisches* : 381  
     *Führungs-* : 333, 386  
     *Gravitations-* : 335, 353, 390  
     *Magnetisches* : 357  
 Feld-Gleichungen  
     *des Elektromagnetischen Felds* : 29, 30, 335, 358, 382  
     *des Gravitations-Felds* : 335, 390  
     *Einstein'sche* : 335, 390  
     *Elektromagnetische* : 29, 30, 335, 358, 382  
     *Gravitations-Feld-* : 335, 390  
     *Maxwell'sche* : 29, 30, 335, 358, 382  
 Feld-Stärke  
     *Elektrische* : 356, 382  
     *Magnetische* : 357  
 Fern-Kraft : 353  
 Flächen-Theorie  
     *Fundamental-Größen der* : 375  
     *Gauß'sche* : 335, 336  
 Fließgleichgewicht : 66, 94  
 Form : 124  
 Formal-Operatorische Periode : 98  
 Fortschritts-These : 109  
 Fremd-Bewusstsein : 74  
 Frontaler Cortex : 250, 319  
 Frontal-Lappen : 203, 250, 319  
 Führungs-Feld : 333, 386  
 Fundamental-Größen der Flächen-Theorie : 375  
 Funktion  
     *Semiotische* : 97  
 Funktionelle Invarianten : 100  
 Funktionelle Regulation : 95  
 Funktionelle Selektion : 68  
 Funktionieren  
     *Organisatorisches* : 112  
     *Organisches* : 112  
 Galilei'sches Koordinaten-System : 345  
 Galilei-Gruppe : 371  
 Galilei-Newton-Geometrie : 371  
 Galilei-Transformation : 30, 352, 371  
 Galois-Gruppe : 314  
 Gattung Homo : 6, 72  
 Gauß'sche Flächen-Theorie : 335, 336  
 Gauß'sche Länge : 375  
 Gauß'sches Koordinaten-System : 346, 374, 377  
 Gedächtnis  
     *Arbeits-* : 140, 169, 299, 319  
     *Assoziatives* : 146  
     *Drei-Minuten-* : 170  
     *Episodisches* : 171, 180, 198, 201, 205  
     *Globales* : 135  
     *Kurz-Zeit-* : 135, 146  
     *Lang-Zeit-* : 135, 146, 180  
     *Räumliches* : 141  
     *Stapel-* : 198, 201, 205  
     *Ultra-Kurz-Zeit-* : 169, 170  
     *Verbales* : 299  
     *Visuelles* : 141  
 Gedächtnis : 40, 82, 135  
 Gedächtnis : 136  
 Gedächtnis : 138  
 Gedächtnis-Modell  
     *Mehr-Speicher-Modell* : 134  
     *Multi-Modale Theorie* : 136  
     *Verarbeitungstiefe-Ansatz* : 135  
 Gedächtnis-Psychologie : 118  
 Gegenwart  
     *Bewusste* : 168, 181  
     *Psychische* : 168, 181, 183  
 Gehirn  
     *-Forschung* : 36  
     *menschliches* : 34, 78, 148, 316

Gehirn : 46  
 Gehirn : 74  
 Gehirn : 165  
 Gehirn : 282  
 Gehirn-Forschung : 36  
 Gehirn-Reifungs-Prozess : 150, 151  
 Geist : 40, 43, 116  
 Gekrümmte Raum-Zeit : 395  
 Generalisierender Typus : 258  
*Genetische* Erkenntnistheorie : 9  
*Genetische* Erkenntnistheorie : 7  
*Genetische* Erkenntnistheorie : 45  
*Genetische* Erkenntnistheorie : 65  
*Genetische* Erkenntnistheorie : 91  
*Genetische* Erkenntnistheorie : 92  
*Genetische* Erkenntnistheorie : 108  
 Genetische Information : 67, 83, 112, 113  
 Genetisches Lernen : 83, 87  
 Genotyp : 67  
 Gen-Pool : 67  
 Geodäte : 375, 379  
 Geodätische Linie : 375, 379  
 Geometrie  
   *Algebraische* : 54  
   *Analytische* : 54  
   *Darstellende* : 54  
   *Differential-* : 55  
   *Euklidische* : 30, 40, 42, 55, 328, 348  
   *Galilei-Newton-* : 371  
   *Lorentz-Einstein-Minkowski-* : 373  
   *Projektive* : 55  
 Geometrie : 49  
 Geometrie : 50  
 Geometrie : 50  
 Geometrie : 115  
 Geometrie : 328  
 Geometrie : 348  
 Geometrische Information : 141, 142  
 Geometrischer Modul : 150  
 Geometrodynamik : 395  
 Geozentrisches Weltbild : 52, 352, 353  
 Gerstmann-Syndrom : 316  
 Geschlossenes Begriffs-System : 4, 28, 31, 35, 342  
 Geschlossenes Erb-Programm : 83  
 Gesetz  
   *Coulomb'sches* : 355, 357  
   *Gestalt-* : 222  
   *Kausalitäts-* : 222  
   *von Biot & Savart* : 357  
 Gesetz von Biot & Savart : 357  
 Gesetze  
   *Denk-* : 34, 78  
   *Natur-* : 34, 41, 78  
 Gestalt  
   -*Ähnlichkeit* : 280  
   -*Gesetz* : 222  
   -*Psychologie* : 45, 121, 218  
   -*Raum* : 281  
   -*Theorie* : 18, 36, 253, 258, 259, 262  
   -*Wahrnehmung* : 217  
 Gestalt : 36  
 Gestalt : 45  
 Gestalt : 124  
 Gestalt : 222  
 Gestalt-Ähnlichkeit : 280  
 Gestalt-Gesetze : 222  
 Gestalt-Psychologie : 45, 121, 218  
 Gestalt-Raum : 281  
 Gestalt-Theorie : 18, 36, 253, 258, 259, 262  
 Gestalt-Wahrnehmung : 217  
 Gleichzeitigkeit : 165, 166, 364, 370  
 Globaler Raum : 129  
 Globales Gedächtnis : 135  
 Graduelles Merkmal : 257  
 Graphische Darstellungen : 231  
 Graphische Elemente : 232  
 Gravitation : 4, 30, 33, 353, 386  
 Gravitations-Feld : 335, 353, 390  
   *stationäres* : 390  
   *statisches* : 390  
 Gravitations-Feld-Gleichungen : 335, 390  
 Gravitations-Konstante  
   *Einstein'sche* : 390  
   *Newton'sche* : 353  
 Gravitations-Kraft : 353  
 Gravitations-Potential : 334, 354, 387, 391  
 Gravitations-Radius : 390  
 Grifford Lecture : 4, 31, 44  
 Grundstein-Metapher : 302  
 Gruppe  
   *Abel-* : 349  
   *Algebraische* : 312, 313  
   *Galilei-* : 371  
   *Galois-* : 314  
   *Lorentz-* : 373  
   *Poincaré-* : 373  
   *Symmetrie-Transformations-* : 313  
 Handlungs-Erkenntnis : 8, 96  
 Häuser-Block-Metrik : 273  
 Hebb'sche Hypothese : 45, 46, 214, 439

Hebb'sche Lern-Regel : 214, 215, 439  
 Heisenberg'sche Unbestimmtheits-Relation : 31, 345, 419  
 Heisenberg'scher Schnitt : 409  
 Heliozentrisches Weltbild : 28, 52, 353  
 Hermite'sche Symmetrie : 399  
 Hermite'scher Operator : 402  
 Heuristik : 75  
 Hierarchie  
     *Klassen-* : 19, 260  
     *Struktur-* : 19, 260  
 Hierarchie : 264  
 Hierarchische Raum-Repräsentation : 148, 153  
 Hierarchische Raum-Struktur : 148  
 Hierarchische Struktur : 148  
 Hilbert-Raum : 60, 337, 399  
 Hinterhaupt-Lappen : 149  
 Hippocampus : 203  
 Hirn-Hemisphäre  
     *Linke* : 148, 183, 316, 317, 318  
     *Rechte* : 148, 183, 316, 317  
 Hirn-Lappen  
     *Frontal-* : 203, 250, 319  
     *Hinterhaupt-* : 149  
     *Okzipital-* : 149  
     *Parietal-* : 203  
     *Scheitel-* : 125, 149, 316  
     *Schläfen-* : 125, 149  
     *Temporal-* : 203  
 Hixon-Symposion : 46  
 Hohlraum-Strahlung : 405  
 Homo  
     *erectus* : 72, 324, 326  
     *ergaster* : 72  
     *Gattung* : 6, 72  
     *habilis* : 72, 325  
     *rudolfensis* : 72  
     *sapiens* : 6, 72, 324, 326  
     *sapiens recens* : 155  
 Homo erectus : 72, 324, 326  
 Homo ergaster : 72  
 Homo habilis : 72, 325  
 Homo rudolfensis : 72  
 Homo sapiens : 6, 72, 324, 326  
 Homo sapiens recens : 155  
 Homogenität  
     *der Zeit* : 348  
     *des Raumes* : 348  
 Homologie : 255  
 Homologie-Theorem : 255  
 Homöorhese : 95  
 Homöostase : 95  
 Homöostasis : 82  
 Homöostatisches System : 5, 66, 95  
 Hypothese  
     *Hebb'sche* : 45, 46, 214, 439  
     *Licht-Quanten-* : 417  
     *Quanten-* : 30, 344, 405, 406  
     *Ratiomorphe* : 15, 16, 27, 46, 101, 211, 215, 221  
     *Vollständigkeits-* : 411  
     *vom „Anscheinend Wahren“* : 15, 17, 215, 216, 225  
     *vom „Ver-Gleichbaren“* : 16, 218  
     *vom „Wahr-scheinlichen“* : 15, 17, 215, 216, 225  
     *von der „Ur-Sache“* : 16, 220, 265  
 Hypothese vom „Anscheinend Wahren“ : 15, 17, 215, 216, 225  
 Hypothese vom „Ver-Gleichbaren“ : 16, 218  
 Hypothese vom „Wahr-scheinlichen“ : 15, 17, 215, 216, 225  
 Hypothese von der „Ur-Sache“ : 16, 220, 265  
 Hypothesen-getriebener Informationsverarbeitungs-Prozess : 123  
 hypothesis-driven processing : 123  
 Iconicity : 239  
 Idealismus  
     *kritischer* : 34  
     *transzendentaler* : 34  
 Idee  
     *Angeborene* : 10, 38, 101  
 Idee : 1  
 Idee : 38  
 Idee : 40  
 Ideen-Lehre : 38  
 Ideogramm : 240  
 Ideographische Zeichen : 236, 240  
 Ikonische Zeichen : 236, 240  
 Image Schema : 226  
 Imagery Debate : 139  
 Individual-Entwicklung : 67  
 Individuelles Lernen : 83, 87  
 Induktion : 39  
 Induktive Methode : 39  
 Inertial-Navigation : 147, 148, 153  
 Inertial-System : 30, 351  
 Informatik : 11, 44, 122  
 Information  
     *Augenblicks-* : 82  
     *Bildhafte* : 118, 139, 140, 143  
     *Genetische* : 67, 83, 112, 113  
     *Geometrische* : 141, 142

*Kategoriale* : 232  
*Kontext-* : 178, 180, 203  
*Konzeptuelle* : 232  
*Metrische* : 140, 142, 145, 268  
*Modalitäts-spezifische* : 22, 136, 209  
*Modalitäts-unspezifische* : 22, 136, 209  
*Motorische* : 137  
*nicht-raumartige* : 126  
*Nicht-Sprachliche* : 22, 137, 209  
*Numerische* : 233  
*Ordnungs-* : 233  
*Positionale* : 140  
*Quanten-* : 80  
*raumartige* : 126  
*Räumliche* : 22, 126, 138, 139, 141, 146, 147, 148, 209, 231, 316  
*Relationale* : 141  
*Semantisch-Konzeptuelle* : 136  
*Sinnes-* : 82  
*Sinnes-spezifische* : 137  
*Spatiale* : 138, 139  
*Spatio-Temporale* : 22, 209  
*Sprachliche* : 12, 22, 118, 137, 139, 140, 209  
*s-Prozess* : 1, 80  
*Strukturelle* : 268  
*Subjektive* : 22, 209  
*Temporale* : 22, 176, 198, 209  
*Theorie der* : 80  
*Topologische* : 141  
*Visuelle* : 44  
*Visuelle* : 141  
*Visuelle* : 209  
*Visuospatiale* : 12, 137, 138, 139, 140, 149, 209, 327  
*Zeit-* : 198  
*Zeit-bezogene* : 171  
*Zeit-Dauer-* : 203  
*Zeit-Distanz-* : 199  
*Zeit-Punkt-* : 198  
Information : 1  
Information : 80  
Information : 80  
Information : 80  
Information : 80  
Information : 81  
Information : 81  
Information : 148  
Information : 449  
Informations-getriebener  
    Informationsverarbeitungs-Prozess : 122  
Informationsprozeß : 1, 80  
Informations-Theorie  
    *Shannon'sche* : 80  
Informations-Theorie : 80  
Informationsverarbeitungs-Prozess  
    *Bottom-up* : 122  
    *Daten-getriebener* : 122  
    *Erwartungs-getriebener* : 123  
    *Hypothesen-getriebener* : 123  
    *Informations-getriebener* : 122  
    *Top-down* : 122  
Informationsverarbeitungs-Prozess : 7, 11, 89, 122  
Informationsverarbeitungs-Psychologie : 45, 168  
Innere Selektion : 68  
Innere Uhr : 163, 173, 174, 175, 199, 203  
Innere Uhr-Modelle  
    *Aufmerksamkeits-gesteuerte* : 177  
    *Aufmerksamkeits-Modell* : 175  
    *Skalare Synchronisations-Modell* : 174, 206  
    *Treisman-Modell* : 173  
Inneren Schreib-Mechanismus : 140  
Instinkt-Bewegungen : 82  
Instinkte  
    *hierarchisch organisierte* : 83  
Integrale Dimensionen : 271  
Integrierte Räumliche Repräsentation : 148  
Intellekt : 40  
Intelligenz  
    *Angeborene* : 100  
    *Senso-Motorische* : 99  
Intelligenz : 44  
Intelligenz : 100  
Intelligenz : 101  
Intelligenz : 101  
Interaktionistischen Ansätze : 152  
Interdependenz : 264  
Interne Regulation : 95  
Interne Zahlen-Repräsentation : 290, 292, 321  
Intrinsisches Bezugs-System : 132, 133, 143  
Intuition : 40  
Invariante  
    *Krümmungs-* : 381  
Invarianten  
    *funktionelle* : 100  
Invarianz  
    *Mengen-* : 320, 321  
Invarianz-Prinzip  
    *der Begriffs-Metapher-Theorie* : 236  
Inverse Abstands-Effekt : 227, 245  
Inverses Elemente : 313  
Involutorität : 402  
Isotropie  
    *des Raumes* : 348  
Karte : 377

Kategoriale Information : 232  
 Kategorien  
     *Erkenntnis-* : 77  
     *Natürliche* : 281  
     *Räumliche* : 145, 147, 153  
     *Real-* : 77  
     *Seins-* : 76  
     *Vernunfts-* : 10, 101  
     *Verstandes-* : 10, 76, 101  
 Kategorien : 10  
 Kategorien : 33  
 Kategorien : 34  
 Kategorien : 35  
 Kategorien : 41  
 Kategorien : 41  
 Kategorien : 41  
 Kategorien : 101  
 Kategorien : 112  
 Kategorien : 278  
 Kategorien : 279  
 Kategorien-Theorie : 278  
 Kathoden-Strahlen : 405  
 Kausalität  
     *Lokale* : 420  
 Kausalität : 17, 19, 33, 42, 114, 156, 220, 225, 267  
 Kausalitäts-Gesetze : 222  
 Kinesis : 82  
 Klassen-Hierarchie : 19, 260  
 Klassifikation  
     *Voronoi* : 279, 281  
 Klassische Mechanik : 28, 30, 31, 66, 69, 328, 330, 347, 348  
     *Relativitäts-Prinzip der* : 351, 352  
 Kognition  
     *Raum-* : 11, 126  
     *Spatiale* : 11, 126  
     *Transformations-Theorie der* : 120  
     *Visuelle* : 126  
     *Visuospatiale* : 126  
 Kognitionswissenschaft  
     *der Mathematik* : 286  
 Kognitionswissenschaft : 1, 36, 43, 46  
 Kognitionswissenschaft der Mathematik : 286  
 Kognitive Archäologie : 238  
 Kognitive Entwicklung : 152  
 Kognitive Kompetenz : 105  
 Kognitive Linguistik : 115, 116  
 Kognitive Nische : 105  
 Kognitive Psychologie : 36, 45, 115, 116, 146, 149  
 Kognitive Regelkreis : 119  
 Kognitive Struktur : 35, 105, 341  
 Kognitiver Raum : 127, 128  
 Kognitives System : 1, 9, 88, 95, 102, 116  
 Komplementaritäts-Prinzip : 410  
 Konditionierung : 84  
 Konkret-Operatorische Periode : 98  
 Konkurrenz : 109  
 Konnektionistisches System : 15, 211, 213  
 Kontext-Assoziation : 179  
 Kontext-Information : 178, 180, 203  
 Kontext-Veränderungs-Modell : 178  
 Kontinuierliche Zahlen : 311  
 Kontinuität : 74  
 Kontrafaktische Bestimmtheit : 427  
 Konzept : 277  
 Konzeptuelle Information : 232  
 Koordinaten-Abbildung : 377  
 Koordinaten-System : 142, 147, 150, 345  
     *Affines* : 346  
     *Allozentrisches* : 146  
     *Cartesisches* : 345  
     *Egozentrisches* : 146  
     *Galilei'sches* : 345  
     *Gauß'sches* : 346, 374, 377  
     *Objekt-zentriertes* : 124  
     *Orthonormales* : 345  
     *Parallel-* : 346  
     *Polar-* : 346  
     *Schiefwinkliges* : 345  
 Koordinaten-Transformation : 347  
     *Galilei-* : 352, 371  
     *Lorentz-* : 367, 373  
     *Orthogonale* : 347  
 Koordinaten-Zeit : 372  
 Körper  
     *Materielle* : 347  
 Korrespondenz-Prinzip : 410  
 Kosmologisches Prinzip : 32  
 Kosmos : 26  
     *Standard-Modelle* : 32, 344  
 Kovariante Ableitung : 376  
 Kraft  
     *-Dichte* : 388  
     *Fern-* : 353  
     *Gravitations-* : 353  
     *Schwer-* : 353, 355  
     *Trägheits-* : 333, 387  
     *-Überlagerung* : 350  
 Kraft : 347  
 Kraft-Dichte : 388  
 Kraft-Überlagerung : 350

Krümmungs-Invariante : 381  
 Krümmungs-Tensor : 379, 380  
 Kulturelle Evolution : 37  
 Kulturelles Lernen : 87  
 Künstliche Intelligenz : 36, 43, 44, 46, 115  
 Kurz-Zeit-Gedächtnis : 135, 146  
 Kybernetisches Programm : 112  
 Landmarken : 130, 146  
 Länge  
     *Euklidische* : 350  
     *Gauß'sche* : 375  
     *Riemann'sche* : 379  
 Längen-Expansion : 393  
 Längen-Kontraktion : 368  
 Lang-Zeit-Gedächtnis : 135, 146, 180  
 Leben : 66, 68, 81  
 Lebewesen : 66  
 Leerer Raum : 27, 128, 396  
 Lehrmeister  
     *Angeborene* : 211, 218  
 Lernen  
     *Assoziatives* : 214  
     *Beaufsichtigtes* : 214, 439  
     *Bewegungs-* : 84  
     *durch Adaptive Verhaltens-Modifikation* : 83  
     *durch Erfolg & Misserfolg* : 84  
     *Entdeckendes* : 214  
     *Genetisches* : 83, 87  
     *Individuelles* : 83, 87  
     *Kulturelles* : 87  
     *Unbeaufsichtigtes* : 214, 439  
     *Wettbewerbs-* : 214  
 Lernen : 82  
 Lernen : 211  
 Lernen : 212  
 Lernen : 214  
 Lernen : 439  
 Lern-Regel  
     *Hebb'sche* : 214, 215, 439  
 Lexikalische Beziehung : 238  
 Licht-artiger Vektor : 373  
 Licht-Äther : 355, 360, 361  
 Lichtgeschwindigkeit  
     *Prinzip der Konstanz der* : 363  
 Lichtgeschwindigkeit : 30, 32  
 Licht-Kegel : 373  
 Licht-Quanten-Hypothese : 417  
 Licht-Zeit : 372, 392  
 Limitations-These : 108  
 Linearer Operator : 401  
 Linguistic-Propositional Repräsentation : 12, 22,  
     118, 137, 139, 143, 209, 327  
 Linguistik  
     *Kognitive* : 115, 116  
 Linguistik : 43, 47  
 Linie  
     *Geodätische* : 375, 379  
 Linke Hirn-Hemisphäre : 148, 183, 316, 317, 318  
 Logik  
     *der Handlungen* : 99  
     *der Pläne* : 99  
     *der Verhaltens-Schemata* : 99  
 Logische Antinomie : 100  
 Logischer Empirismus : 42  
 logos : 27  
 Lokale Kausalität : 420  
 Lokale Theorie : 420  
 Lokaler Raum : 129  
 Lokalität  
     *Einstein'sche* : 426, 427  
 Lokalität : 420  
 Long-Term Memory : 135  
 Lorentz-Einstein-Minkowski-Geometrie : 373  
 Lorentz-Gruppe : 373  
 Lorentz-Raum : 372  
 Lorentz-Transformation : 367, 373  
 Mach'sche Äther : 397  
 Magnetische Feld-Stärke : 357  
 Magnetische Induktion : 358, 359, 381, 382  
 Magnetisches Feld : 357  
 Magnetisches Potential : 334, 357, 381, 382  
 Makromoleküle  
     *präbiotische* : 37  
 Mannigfaltigkeit : 377  
 Markante Punkte : 130, 146  
 Markierung : 241  
 Masse  
     *Relativistische* : 370  
     *Ruhe-* : 370  
     *Schwere* : 30, 344  
     *Träge* : 30, 344, 350, 370  
 Massen-Tensor : 388  
 Maß-Tensor : 372, 373, 375, 379, 387  
 Master Chemical Clock : 173  
 Materie : 4, 27, 33, 370, 388  
 Materielle Körper : 347  
 Materie-Wellen : 30, 32, 344, 406, 417  
 Mathematik  
     *Kognitionswissenschaft der* : 286  
 Mathematik : 36, 232, 285

Mathematik : 287  
 Matrix  
     *Zeit-* : 197  
 Matrizen  
     *-Mechanik* : 30, 344  
     *statistische* : 32  
 Matrizen-Mechanik : 30, 344  
 Maxwell'sche Feld-Gleichungen : 29, 30, 335, 358, 382  
 Mechanik  
     *Klassische* : 28, 30, 31, 66, 69, 328, 330, 347, 348  
     *Matrizen-* : 30, 344  
     *moderne* : 28  
     *Newton'sche* : 28, 30, 31, 66, 69, 328, 330, 347, 348  
     *Quanten-* : 32, 69, 340, 345, 405  
     *Statistische* : 31  
     *Wellen-* : 30, 32, 344, 406  
 Mechanik : 28  
 Medio-Temporales Areal : 149  
 Mehr-Speicher-Modell des Gedächtnisses : 134  
 Mengen-Invarianz : 320, 321  
 menschliche Gehirn : 34, 78, 148, 316  
 menschliche Vernunft : 34, 78  
 Mentale Repräsentation : 43, 45, 119  
 Mentale Rotation : 119, 121  
 Mentaler Zahlen-Strahl : 290, 294, 314, 316, 327  
 Mentales Anordnungs-Modell : 245, 290  
 Mentales Modell : 144  
 Merkmal  
     *Akzessorisches* : 257  
     *Differenzial-Diagnostisches* : 257  
     *Graduelles* : 257  
     *Selektives* : 257  
 Merkmal : 256  
 Meso-Kosmos : 105  
 Metapher  
     *der Bewegung der Ereignisse* : 190  
     *der Bewegung durch die Zeit* : 190  
     *Grundstein-* : 302  
     *Räumliche Ereignis-Folge-* : 193  
     *Verbindungs-* : 302  
 Metapher : 236  
 Metapher : 302  
 Metapher der Bewegung der Ereignisse : 190  
 Metapher der Bewegung durch die Zeit : 190  
 Metaphorische Abbildung : 188  
 Metaphysik : 38  
 Metrik  
     *Euklidische* : 273, 350  
     *Häuser-Block-* : 273  
     *Minkowski-* : 273, 372  
     *Riemann'sche* : 379  
     *Schwarzschild-* : 390  
 Metrik : 61, 272  
 Metrik : 375  
 Metrische Information : 140, 142, 145, 268  
 Metrischer Raum : 61, 272  
 Milesier : 26, 27  
 Minkowski-Einstein-Lorentz-Geometrie : 373  
 Minkowski-Metrik : 273, 372  
 Minkowski-Raum : 373, 396  
 Modalitäts-spezifische Information : 22, 136, 209  
 Modalitäts-unspezifische Information : 22, 136, 209  
 Model Theory of Reasoning : 144  
 Modell  
     *Raum-* : 150  
 Modell  
     *Mentales* : 144  
     *Raum-* : 12, 88, 128, 129, 146, 147, 148  
 Modell  
     *Raum-* : 155  
 Modell  
     *Speicher-Platz-* : 178  
 Modell  
     *Kontext-Veränderungs-* : 178  
 Modell  
     *Mentales Anordnungs-* : 245  
 Modell  
     *des Transitiven Schließens* : 245  
 Modell  
     *des Analogen Schließens* : 245  
 Modell  
     *Mentales Anordnungs-* : 245  
 Modell  
     *Mentales Anordnungs-* : 290  
 Modell der Außenwelt : 14, 16, 81, 85, 123, 207, 211, 221  
 Modell des Analogen Schließens : 245  
 Modell des Transitiven Schließens : 245  
 Modell-Theorie des ( Räumlichen ) Logischen Denkens : 144  
 Moment  
     *Psychischer* : 13, 166, 167  
 Morphe : 1  
 Morphologie : 18, 36, 222, 254  
 Morphologischer Typus : 257  
 Motorische Information : 137  
 Multi-Modale Theorie des Gedächtnisses : 136  
 Muster : 263  
 Mustererkennung



*Visuelle* : 44  
Mustererkennung : 36  
Muster-Theorie : 263  
Nachahmung : 86  
Nativismus : 149, 150  
Natur : 1, 40  
Naturalisierte Erkenntnistheorie : 34, 79  
Naturgesetze : 34, 41, 78  
Natürliche Auslese : 67  
Natürliche Kategorien : 281  
Naturwissenschaft  
*moderne* : 28  
Naturwissenschaft : 28  
Nervensystem : 82, 95, 152  
Neugier-Verhalten : 85  
Neurobiologie : 36, 43, 115, 116  
Neuronale Netze : 46, 211  
Neuron-like Networks : 15, 46, 211, 213  
Neutrales Element : 313  
Newton'sche Gravitations-Konstante : 353  
Newton'sche Mechanik : 28, 30, 31, 66, 69, 328, 330, 347, 348  
Newton-Galilei-Geometrie : 371  
Nicht-Lokale Theorie : 420  
Nicht-Lokalität : 420  
nicht-raumartige Information : 126  
Nicht-Sprachliche Information : 22, 137, 209  
Norm  
*Euklidische* : 61  
Norm : 60  
Normierter Raum : 61  
Notwendigkeit : 6, 69  
Nucleus Suprachiasmaticus : 163, 202  
Numerische Information : 233  
Ober-System : 66  
Objekt  
*Erkenntnis-* : 73  
Objekt-Erkenntnis : 8, 96  
Objekt-Erkennungs-Prozess : 11, 122  
Objektive Erkenntnis : 75, 110  
Objektive Welt : 73, 76  
Objektivität : 74  
Objekt-Repräsentation : 144, 277, 278  
Objekt-zentriertes Bezugs-System : 132  
Objekt-zentriertes Koordinaten-System : 124  
Offenes Erb-Programm : 83  
Offenes System : 5, 66  
Okzipital-Lappen : 149  
Ontogenese : 67, 68  
Ontologisches Realitäts-Problem : 110  
Operation  
(*Piaget-Theorie*) : 8, 96  
Operator  
(*Piaget-Theorie*) : 8, 96  
*Adjungierter* : 402  
*Hermite'scher* : 402  
*Linearer* : 401  
*Projektions-* : 401  
*Unitärer* : 402  
Ordnung : 18, 66, 210, 253  
Ordnungs-Information : 233  
Organisatorisches Funktionieren : 112  
Organisches Funktionieren : 112  
Organismen : 66  
Orientierungs-System  
*Zeit-* : 200  
Orthogonale Koordinaten-Transformation : 347  
Orthogonalität : 400  
Orthonormales Koordinaten-System : 345  
Orthonormalität : 372, 400  
Orts-Repräsentation : 147  
Parallel Distributed Processing : 15, 211, 213  
Parallelität  
*Strukturelle* : 238  
Parallel-Koordinaten-System : 346  
Parallel-Verschiebung : 375  
Parietaler Cortex : 125, 149, 203, 316  
Parietal-Lappen : 203  
Passung : 68, 101  
Pauli-Prinzip : 344  
Periode  
*Formal-Operatorische* : 98  
*Konkret-Operatorische* : 98  
*Prä-Operatorische* : 97  
*Senso-Motorische* : 97, 99  
Phänotyp : 67  
Phonologischer Speicher : 140  
Photon  
*Di-* : 420  
*Doppel-* : 420  
Photon : 417  
Photo-Rezeptoren : 123  
Physik  
*Psycho-* : 121  
Physik : 28, 36  
Physikalische Theorie : 34  
Physikalischer Raum : 396, 397, 398  
Piktogramm : 232, 240  
Piktographische Zeichen : 240  
Place Learning : 147, 153

Plan  
*Verhaltens-* : 99

Planck'sche Wirkungs-Quantum : 32

Planeten-Gesetze : 28, 353

Planetensystem-Modell : 30, 406

Plum-Pudding-Modell : 406

Poincaré-Gruppe : 373

Polare Ähnlichkeit : 242

Polare Gradierung : 241

Polarität : 241

Polar-Koordinaten-System : 346

Population : 67

Positionale Information : 140

Positions-Repräsentation : 147, 153

Post-Selektion : 68

Potential  
*Elektrisches* : 334, 356, 381, 382  
*Gravitations-* : 334, 354, 387, 391  
*Magnetisches* : 334, 357, 381, 382  
*Skalares* : 334, 354, 356, 381, 382  
*Vektor-* : 334, 357, 381, 382  
*Vierer-* : 381

Präadaptation : 108

präbiotische Makromoleküle : 37

Prädisposition : 108

Präfrontaler Cortex : 203, 250, 319

Prä-Operatorische Periode : 97

Prä-Selektion : 68

Prästabilisierte Harmonie : 40

Primal Sketch : 123

Primäre Retention : 170

Primärer Visueller Cortex : 149

Principia Mathematica Philosophiae Naturalis :  
28, 156

Prinzip  
*Aktions-* : 350  
*Äquivalenz-* : 370, 386  
*der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit* : 363  
*des Psycho-Physikalischen Parallelismus* : 408  
*Komplementaritäts-* : 410  
*Korrespondenz-* : 410  
*Kosmologisches* : 32  
*Pauli-* : 344  
*Reaktions-* : 351  
*Selektions-* : 109  
*Superpositions-* : 404, 408  
*Trägheits-* : 350

Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit :  
363

Prinzipien des Reinen Verstandes : 40, 41

Probe-Handeln : 86, 155

processing  
*data-driven* : 122  
*expectation-driven* : 123  
*hypothesis-driven* : 123

Programm  
*Erb-* : 112  
*Kybernetisches* : 112

Projektion : 400

Projektions-Operator : 401

Projektive Geometrie : 55

Projektiv-Geometrische Raum-Repräsentation :  
150

Prototyp : 278, 279

Prototyp-Theorie : 278

Protyposis : 80

Prozess  
*Adaptations-* : 95  
*Anpassungs-* : 68, 88, 95, 109  
*Bottom-up-Informationsverarbeitungs-* : 122  
*Daten-getriebener Informationsverarbeitungs-*  
122  
*der Theorien-Bildung* : 38  
*Erkenntnis-* : 6  
*Erkenntnis-* : 7  
*Erkenntnis-* : 35  
*Erkenntnis-* : 37  
*Erkenntnis-* : 73  
*Erkenntnis-* : 78  
*Erkenntnis-* : 89  
*Erkenntnis-* : 341  
*Erwartungs-getriebener*  
*Informationsverarbeitungs-* : 123  
*Evolutions-* : 6, 67, 68, 69, 81  
*Gehirn-Reifungs-* : 150, 151  
*Hypothesen-getriebener*  
*Informationsverarbeitungs-* : 123  
*Informations-* : 1, 80  
*Informations-getriebener*  
*Informationsverarbeitungs-* : 122  
*Informationsverarbeitungs-* : 7, 11, 89, 122  
*irreversibler* : 27  
*Objekt-Erkennungs-* : 11, 122  
*Sensor-nahe Wahrnehmungs-Verarbeitungs-*  
11, 122  
*Top-down-Informationsverarbeitungs-* : 122  
*Visuelle Kognitions-* : 11, 122  
*Wissenschaftlicher Erkenntnis-* : 75

Prozess : 27

Pseudo-Euklidischer Raum : 372

Pseudo-Euklidischer Vektor-Raum : 372

Pseudo-Riemann'scher Raum : 378

Psychische Gegenwart : 168, 181, 183

Psychische Vergangenheit : 183, 194, 195

Psychische Zeit : 12, 157, 158, 160  
 Psychische Zukunft : 183, 194, 195  
 Psychischer Augenblick : 13, 167  
 Psychischer Moment : 13, 166, 167  
 Psychischer Raum : 127, 128  
 Psychisches Chronon : 168  
 Psychisches Zeit-Quantum : 167  
 Psychologie  
   *des Erkenntnis-Prozesses* : 37  
   *Entwicklungs-* : 146, 149  
   *Gedächtnis-* : 118  
   *Gestalt-* : 45, 121, 218  
   *Informationsverarbeitungs-* : 45, 168  
   *Kognitive* : 36, 45, 115, 116, 146, 149  
   *Zeit-* : 12, 159  
 Psychologie : 36  
 Psychologie : 43  
 Psychologie : 45  
 Psychologie : 45  
 Psychologie : 162  
 Psycho-Physik : 121  
 Psycho-Physikalischer Parallelismus : 408  
 Punkt-Spektrum : 403  
 Qualitäts-Dimension : 20, 269  
 Quanten  
   *-Chromodynamik* : 345  
   *-Elektrodynamik* : 345  
   *-Feld-Theorie* : 345  
   *-Mechanik* : 340, 345, 405  
 Quanten-Chromodynamik : 345  
 Quanten-Elektrodynamik : 345  
 Quanten-Feld-Theorie : 345  
 Quanten-Hypothese : 30, 344, 405, 406  
 Quanten-Information : 80  
 Quanten-Mechanik : 32, 69, 340, 345, 405  
 Quantentheorie : 4, 32, 33, 69, 343, 344  
 Quantum  
   *Wirkungs-* : 405  
 Radius  
   *Gravitations-* : 390  
   *Schwarzschild-* : 390  
 Ratiomorphe Hypothesen : 15, 16, 27, 46, 101, 211, 215, 221  
 Ratiomorpher Algorithmus : 16, 216, 219, 220  
 Ratiomorpher Apparat : 211, 215  
 Rationalismus : 39  
 Raum  
   *Absoluter* : 28, 128, 142, 143, 347, 371, 396  
   *Affiner* : 350  
   *Banach-* : 61  
   *Begriffs-* : 20, 272  
   *Euklidischer* : 350, 371  
   *Gestalt-* : 281  
   *Globaler* : 129  
   *Hilbert-* : 60, 337, 399  
   *homogener* : 27, 348  
   *isotroper* : 27, 348  
   *Kognitiver* : 127, 128  
   *-Koordinaten* : 30  
   *Leerer* : 27, 128, 396  
   *Lokaler* : 129  
   *Lorentz-* : 372  
   *Metrischer* : 61, 272  
   *Minkowski-* : 373, 396  
   *Normierter* : 61  
   *Physikalischer* : 396, 397, 398  
   *Pseudo-Euklidischer* : 372  
   *Pseudo-Riemann'scher* : 378  
   *Psychischer* : 127, 128  
   *Relativer* : 28, 128, 142, 143, 347  
   *Riemann'scher* : 335, 336, 378  
   *Tangential-* : 374, 378  
   *Vektor-* : 60, 350  
   *Vorstellungs-* : 86, 155  
 Raum : 4, 14, 17, 19  
 Raum : 26  
 Raum : 27  
 Raum : 27  
 Raum : 30  
 Raum : 33  
 Raum : 33  
 Raum : 33  
 Raum : 33  
 Raum : 33  
 Raum : 34  
 Raum : 40  
 Raum : 41  
 Raum : 42  
 Raum : 112  
 Raum : 113  
 Raum : 113  
 Raum : 115  
 Raum : 128  
 Raum : 184  
 Raum : 187  
 Raum : 189  
 Raum : 222  
 Raum : 230  
 Raum : 252  
 Raum : 267  
 Raum : 347  
 Raum : 396  
 Raum : 398

raumartige Information : 126  
 Raum-artiger Vektor : 373  
 Raum-Einsicht : 88  
 Raum-Kognition : 11, 126  
 Raum-Koordinaten : 30  
 Räumliche Ereignis-Folge-Modell : 193  
 Räumliche Information : 22, 126, 138, 139, 141,  
     146, 147, 148, 209, 231, 316  
 Räumliche Kategorien : 145, 147, 153  
 Räumliche Schemata : 226  
 Räumliche Struktur : 222  
 Räumliches Gedächtnis : 141  
 Räumliches Repräsentations-System : 142  
 Räumliches Wissen : 127  
 Raum-Modell : 150  
 Raum-Modell : 12, 88, 128, 129, 146, 147, 148  
 Raum-Modell : 155  
 Raum-Repräsentation : 12, 85, 88, 141, 142, 143,  
     144, 145, 146, 147, 148, 150, 153, 154, 155  
     *Euklidisch-Geometrische : 150*  
     *Projektiv-Geometrische : 150*  
     *Topologische : 150*  
 Raum-Struktur : 88  
     *Hierarchische : 148*  
 Raum-Wahrnehmung : 88  
 Raum-Zeit  
     *Gekrümmte : 395*  
     *-Krümmung : 4, 30, 33*  
 Raum-Zeit : 4  
 Raum-Zeit : 30  
 Raum-Zeit : 33  
 Raum-Zeit-Krümmung : 4, 30, 33  
 Reaktion : 82  
 Reaktions-Prinzip : 351  
 Reale Welt : 74  
 Realismus  
     *Hypothetischer : 74*  
     *Hypothetischer : 110*  
     *Kritischer : 74*  
     *Naiver : 74*  
     *Streng Kritischer : 74*  
 Realismus : 73, 74  
 Realität  
     *Objektive : 41*  
     *s-Struktur : 42*  
 Realität : 41  
 Realität : 73  
 Realität : 74  
 Realität : 76  
 Realitäts-Problem  
     *Ontologisches : 110*  
 Realitäts-These : 110  
 Real-Kategorien : 77  
 Rechnen : 298, 316, 318, 319, 320, 322  
 Rechte Hirn-Hemisphäre : 148, 183, 316, 317  
 Referenz-Zeit : 200  
 Referenz-Zeit-System : 200  
 Regelkreis  
     *Kognitive : 119*  
 Regelkreis : 82, 83  
 Regelmäßigkeit : 263  
 Regelungs-System : 66  
 Region Connection Calculus : 275  
 Regulation  
     *Externe : 95*  
     *Funktionelle : 95*  
     *Interne : 95*  
     *Strukturelle : 95*  
 Rehearsal Mechanism : 140  
 Reifungs-Prozess : 150, 151  
     *Gehirn- : 150, 151*  
 Reiz  
     *-Fenster : 166*  
     *-Filter : 82*  
     *Schlüssel- : 82*  
 Reiz : 82  
 Reiz-Fenster : 166  
 Reiz-Filter : 82  
 Relationale Information : 141  
 Relationale Repräsentation : 146  
 Relations-Repräsentation : 144  
 Relativer Raum : 28, 128, 142, 143, 347  
 Relatives Bezugs-System : 129, 133  
 Relativistische Masse : 370  
 Relativitäts-Prinzip  
     *der Allgemeinen Relativitätstheorie : 384*  
     *der Klassischen Mechanik : 351, 352*  
     *der Speziellen Relativitätstheorie : 363, 367*  
 Relativitäts-Prinzip : 30  
 Relativitätstheorie  
     *Allgemeine : 4, 30, 32, 33, 336, 383, 386, 395*  
     *Spezielle : 30, 32, 333, 343*  
 Relativitätstheorie : 69  
 Repräsentation  
     *3-D Modell- : 124, 145*  
     *Amodal-Logische : 118*  
     *Analoge : 144*  
     *Erb-Zahlen- : 327*  
     *Euklidisch-Geometrische Raum- : 150*  
     *Hierarchische Raum- : 148, 153*  
     *Integrierte Räumliche : 148*

*Linguistic-Propositional* : 12, 22, 118, 137, 139, 143, 209, 327  
*Mentale* : 43, 45, 119  
*Objekt-* : 144, 277, 278  
*Orts-* : 147  
*Positions-* : 147, 153  
*Projektiv-Geometrische Raum-* : 150  
*Raum-* : 12, 85, 88, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 153, 154, 155  
*Relationale* : 146  
*Relations-* : 144  
*Senso-Motorische Orts-* : 153  
*Senso-Motorische Orts-* : 147  
*Sprachlich-Logische* : 12, 22, 118, 137, 139, 143, 209, 327  
*Topologische Raum-* : 150  
*Visuospatiale* : 12  
*Zeit-* : 185  
Repräsentation : 1  
Repräsentation-Struktur  
*Hierarchische* : 148, 153  
Response Learning : 147, 153  
Retention  
*Primäre* : 170  
*Sekundäre* : 170  
Retina : 123, 149  
Retinales Bezugs-System : 152  
Retinotopie Abbildung : 282  
Rezeptoren  
*Photo-* : 123  
Ricci-Tensor : 335, 381  
Riemann'sche Länge : 379  
Riemann'sche Metrik : 379  
Riemann'scher Krümmungs-Tensor : 379, 380  
Riemann'scher Raum : 335, 336, 378  
Riemann'sches Volumen-Elemente : 388  
Riemann-Christoffel-Tensor : 379, 380  
Rosinenkuchen-Modell : 406  
Ruhe-Masse : 370  
Scheitel-Lappen : 125, 149, 316  
Schema  
*Image* : 226  
*Spatial* : 226  
*Verhaltens-* : 99  
Schemata  
*Bild-* : 226  
*Räumliche* : 226  
Schematische Zeichen : 236  
Schiefwinkliges Koordinaten-System : 345  
Schläfen-Lappen : 125, 149  
Schließen  
*Modell des Analogon* : 245  
*Modell des Transitiven* : 245  
*Transitives* : 250  
Schlüssel-Reiz : 82  
Schrift : 233, 234, 235, 240  
Schrödinger-Gleichung : 407, 408  
Schwarze Körper-Strahlung : 405  
Schwarzschild-Metrik : 390  
Schwarzschild-Radius : 390  
Schwere Masse : 30, 344  
Schwer-Kraft : 353, 355  
Seh-Bahn : 149  
Sehen  
*Biokulares* : 121  
*Farb-* : 121  
*Stereo-* : 154  
Seh-Nerv : 149  
Seiendes : 27  
Seins-Kategorien : 76  
Sekundäre Retention : 170  
Sekundärer Visueller Cortex : 149  
Selbsterkenntnis : 73  
Selbst-Exploration : 85  
Selbst-Organisation : 66  
Selbst-Regulation : 94  
Selbst-Replikation : 66  
Selektion  
*Äußere* : 68  
*Funktionelle* : 68  
*Innere* : 68  
*Post-* : 68  
*Prä-* : 68  
*Strukturelle* : 68  
Selektion : 67  
Selektion : 83  
Selektion : 109  
Selektions-Einheit : 107  
Selektions-Prinzip : 109  
Selektives Merkmal : 257  
Semantisch-Konzeptuelle Information : 136  
Semantisch-Konzeptuelles Räumliches Wissen : 127  
Semiotischen Funktion : 97  
Senso-Motorische Intelligenz : 99  
Senso-Motorische Orts-Repräsentation : 153  
Senso-Motorische Orts-Repräsentation : 147  
Senso-Motorische Periode : 97, 99  
Sensorische Register : 135  
Sensor-nahe Wahrnehmungs-Verarbeitung : 11, 122  
Separable Dimensionen : 271

Separierbarkeit  
     *Einstein'sche* : 426, 427  
 Separierbarkeit : 400  
 Shannon'sche Informations-Theorie : 80  
 Short-Term Memory : 135  
 Simulation  
     -*Modell* : 45  
 Simulation : 45  
 Simulations-Modell : 45  
 Sinne : 40, 41  
 Sinnes  
     -*Empfindungen* : 7, 89  
     -*Organe* : 7, 89, 164  
 Sinnes-Information : 82  
 Sinnes-Organ  
     *Visuelle* : 126  
 Sinnes-Organ : 7, 89  
 Sinnes-Organ : 154  
 Sinnes-Organ : 164  
 Sinnes-spezifische Information : 137  
 Sinnes-Wahrnehmung : 7, 39, 41, 89  
 Skalare Synchronisations-Modell : 174, 206  
 Skalares Potential : 334, 354, 356, 381, 382  
 Skalar-Produkt  
     *Hermite'sches* : 399  
     *indefinites* : 371  
     *negativ definites* : 371  
     *positiv definites* : 371  
 Somatotopie Abbildung : 282  
 Spatial Representation System : 141  
 Spatial Schema : 226  
 Spatiale Information : 138, 139  
 Spatiale Kognition : 11, 126  
 Spatio-Numerische Assoziation : 294  
 Spatio-Perzeptioneller Ansatz : 119  
 Spatio-Temporale Information : 22, 209  
 Spatiotopic Mapping System : 145  
 Speicher  
     *Phonologischer* : 140  
     *Temporärer Räumlicher* : 140  
     *Temporärer Visueller* : 140  
     *Visueller* : 140  
 Speicher-Platz-Modell : 178  
 Spektrum  
     *Punkt-* : 403  
     *Strecken-* : 403  
 Spektrum : 403  
 Spezielle Relativitätstheorie : 30  
     *Relativitäts-Prinzip der* : 363, 367  
 Speziellen Relativitätstheorie : 32, 333, 343  
 Sprache  
     *Evolution der* : 37  
 Sprache : 98  
 Sprache : 234  
 Sprache : 235  
 Sprachliche Information : 12, 22, 118, 137, 139, 140, 209  
 Sprachlich-Logische Repräsentation : 12, 22, 118, 137, 139, 143, 209, 327  
 Sprech-Zeit : 200  
 Sprech-Zeit-System : 200  
 Stapel-Gedächtnis : 198, 201, 205  
 stationäres Gravitations-Feld : 390  
 statisches Gravitations-Feld : 390  
 statistische Matrix : 32  
 Statistische Mechanik : 31  
 Stereo-Sehen : 154  
 Strahlen  
     *Kathoden-* : 405  
 Strahlung  
     *Hohlraum-* : 405  
     *Schwarze Körper-* : 405  
 Strecken-Spektrum : 403  
 Struktur  
     *der Realität* : 42  
     *Erkenntnis-* : 41, 64, 77  
     *Hierarchische* : 148  
     *Hierarchische Raum-* : 148  
     *Kognitive* : 35, 105, 341  
     *Objektive* : 1, 41, 42  
     *Raum-* : 88  
     *Räumliche* : 222  
     *Subjektive* : 1, 3, 35, 41, 341  
     *Zeitliche* : 222  
 Struktur : 74  
 Strukturelle Abbildung : 242  
 Strukturelle Ähnlichkeit : 242  
 Strukturelle Information : 268  
 Strukturelle Parallelität : 238  
 Strukturelle Regulation : 95  
 Strukturelle Selektion : 68  
 Struktur-Hierarchie : 19, 260  
 Struktur-Wissenschaften : 36  
 Subitisierung : 289, 296  
 Subjekt  
     *erkennendes* : 73  
     *Erkenntnis-* : 73  
 Subjekt : 73  
 Subjektive Information : 22, 209  
 Subjektive Zeit : 12, 157, 158, 160  
 Sukzession : 165, 170  
 Superpositions-Prinzip : 404, 408

Suprachiasmatischer Kern : 163, 202  
 Symbol-Abstands-Effekt : 227, 245  
 Symbol-Bildung : 298  
 Symmetrie  
     *Hermite'sche* : 399  
 Symmetrie-Transformations-Gruppe : 313  
 Synchronismus : 365, 392  
 Synchronizität : 181, 192  
 System  
     *Begriffs-* : 4, 28, 31, 35, 342  
     *Categorical Spatial Relation Encoding* : 145  
     *Coordinate Spatial Relation Encoding* : 145  
     *Dissipatives* : 66  
     *Endokrines* : 95  
     *Ereignis-Zeit-* : 200  
     *Homöostatisches* : 5, 66, 95  
     *Inertial-* : 30, 351  
     *Kognitives* : 1, 9, 88, 95, 102, 116  
     *Konnektionistisches* : 15, 211, 213  
     *Koordinaten-* : 150, 345  
     *Nerven-* : 82, 95, 152  
     *Ober-* : 66  
     *Offenes* : 5, 66  
     *Referenz-Zeit-* : 200  
     *Regelungs-* : 66  
     *Spatiotopic Mapping* : 145  
     *Sprech-Zeit-* : 200  
     *-Theorie* : 36  
     *Trägheits-* : 351  
     *Unter-* : 66  
     *Visuelle* : 44, 317  
     *Zeit-Orientierungs-* : 200  
 System : 5  
 System : 66  
 System : 66  
 System-Abbildung : 238  
 Systematischer Typus : 257  
 System-Theorie : 36  
 tabula rasa : 39  
 Tag-Nacht-Rhythmus : 163, 173  
 Tangential-Raum : 374, 378  
 Teleonomie : 66  
 Temporale Information : 22, 176, 198, 209  
 Temporaler Cortex : 125, 149, 203  
 Temporal-Lappen : 203  
 Temporärer Assoziations-Cortex : 149  
 Temporärer Räumlicher Speicher : 140  
 Temporärer Visueller Speicher : 140  
 Tensor  
     *Einstein-* : 390  
     *Energie-* : 388  
     *Energie-Impuls-* : 388  
     *Faraday'scher Feld-* : 335, 381  
     *Krümmungs-* : 379, 380  
     *Maß-* : 372, 373, 375, 379, 387  
     *Massen-* : 388  
     *Ricci-* : 335, 381  
     *Riemann'scher Krümmungs-* : 379, 380  
     *Riemann-Christoffel-* : 379, 380  
 Thalamus : 203  
 Theorie  
     *Abgeschlossene* : 4, 31, 35, 342  
     *Lokale* : 420  
     *Nicht-Lokale* : 420  
     *Physikalische* : 34  
 Theorien-Bildungs-Prozess : 38  
 Thermodynamik : 31, 69  
 These  
     *Anpassungs-* : 105  
     *Fortschritts-* : 109  
     *Limitations-* : 108  
     *Realitäts-* : 110  
 Time Tags : 171  
 Timing with a Timer : 172  
 Timing without a Timer : 172  
 Tonotope Abbildung : 282  
 Top-down-Informationsverarbeitungs-Prozess :  
     122  
 Topographische Abbildung : 282  
 Topologische Information : 141  
 Topologische Raum-Repräsentation : 150  
 Tradition : 86  
 Träge Masse : 30, 344, 350, 370  
 Trägheits-Kraft : 333, 387  
 Trägheits-Prinzip : 350  
 Trägheits-System : 351  
 Transformation  
     *Galilei-* : 352, 371  
     *Koordinaten-* : 347  
     *Lorentz-* : 367, 373  
     *Orthogonale* : 347  
 Transformations-Gruppe  
     *Galilei-* : 371  
     *Lorentz-* : 373  
     *Poincaré-* : 373  
     *Symmetrie-* : 313  
 Transformations-Theorie der Kognition : 120  
 Transitives Schließen : 250  
     *Modell des* : 245  
 Transzendente Erkenntnistheorie : 34, 40  
 Transzendental-Philosophie : 33, 35  
 Turing-Test : 44  
 Typus  
     *Diagrammatischer* : 258

*Generalisierender* : 258  
*Morphologischer* : 257  
*Systematischer* : 257  
*Zentral-* : 258  
 Typus-Konzept : 257  
 Uhr  
     *Chemische Zentral-* : 173  
     *Innere* : 163, 173, 174, 175, 199, 203  
 Uhren-Gleichnis : 40  
 Ultra-Kurz-Zeit-Gedächtnis : 169, 170  
 Umgebungs-zentriertes Bezugs-System : 132  
 Unbeaufsichtigtes Lernen : 214, 439  
 Unbestimmtheits-Relation : 31, 345, 419  
 Unitärer Operator : 402  
 Unter-System : 66  
 Ur-Energie : 27  
 Ur-Feuer : 27  
 Urknall : 32  
 Ur-Prinzip : 27  
 Ur-Stoff : 27  
 Ur-Substanz : 27  
 Variation : 67, 69  
 Vektor  
     *Eigen-* : 402  
     *-Komponenten* : 348  
     *Licht-artiger* : 373  
     *Raum-artiger* : 373  
     *Zeit-artiger* : 373  
 Vektor : 56, 348  
 Vektor-Komponenten : 348  
 Vektor-Potential : 334, 357, 381, 382  
 Vektor-Raum : 60, 350  
     *Euklidischer* : 350, 371  
     *Pseudo-Euklidischer* : 372  
 Verarbeitungs-Tiefe-Ansatz des Gedächtnisses :  
     135  
 Verbales Gedächtnis : 299  
 Verbindungs-Metapher : 302  
 Vergangenheit  
     *Psychische* : 183, 194, 195  
 Verhalten  
     *Circadiadisches* : 163  
     *Neugier-* : 85  
     *zweckmäßiges* : 82, 83  
 Verhaltensforschung : 36  
 Verhaltens-Plan : 99  
 Verhaltens-Schema : 99  
 Vernunft  
     *menschliche* : 34, 78  
 Vernunft-Kategorien : 10, 101  
 Verschränkter Zustand : 420  
 Verstand  
     *Prinzipien des Reinen* : 40, 41  
 Verstand : 40  
 Verstandes-Gesetze : 34, 78  
 Verstandes-Kategorien : 10, 76, 101  
 verträgliche Karte : 377  
 vier Causae des Aristoteles : 27, 68, 219, 264  
 vier Elemente : 27, 30  
 Vierer-Potential : 381  
 Vierer-Strom : 382  
 Viewer-Referenced Spatial Coding System : 146  
 Vision Science : 121  
 Visual Buffer : 145  
 Visuelle Information : 141, 209  
 Visuelle Kognition : 126  
 Visuelle Kognitions-Prozess : 11, 122  
 Visuelle Sinnes-Organ : 126  
 Visueller Cortex : 46  
 Visueller Speicher : 140  
 Visuelles Gedächtnis : 141  
 Visuelles System : 317  
 Visuo-Spatial Scratch/Sketch Pad Model : 140,  
     299  
 Visuo-Spatial Working Memory Model : 140  
 Visuospatiale Information : 12, 137, 138, 139,  
     140, 149, 209, 327  
 Visuospatiale Kognition : 126  
 Visuospatiale Repräsentation : 12  
 Visuospatiale Wahrnehmung : 119  
 Vollständigkeits-Hypothese : 411  
 Volumen-Elemente  
     *Riemann'sches* : 388  
 Voronoi Klassifikation : 279, 281  
 Voronoi Parkettierung : 279  
 Vorsokratiker : 26  
 Vorstellungs-Raum : 86, 155  
 Wahrgenommene Dauer : 171  
 Wahrgenommene Zeit-Dauer : 171  
 Wahrnehmung  
     *Gestalt-* : 217  
     *Raum-* : 88  
     *Sinnes-* : 7, 89  
     *Visuospatiale* : 119  
     *Zeit-* : 160, 162, 187  
     *Zeit-Dauer-* : 172  
 Wahrnehmung  
     *Sinnes-* : 39  
 Wahrnehmungs-Erkenntnis : 35, 39, 341, 342  
 Wahrscheinlichkeit : 398  
 Wahrscheinlichkeits-Funktion : 32



Wahrscheinlichkeits-Interpretation : 398  
 Wärmelehre : 31  
 Was-System : 125, 149, 232  
 Wellen  
   *de Broglie-* : 417  
   *Materie-* : 30, 32, 344, 406, 417  
   *-Mechanik* : 30, 32, 344, 406  
 Wellen-Mechanik : 30, 32, 344, 406  
 Welt  
   *Objektive* : 73, 76  
 Welt-Äther : 29, 360, 361, 362, 396, 398  
 Weltbild  
   *-Apparat* : 35  
   *Geozentrisches* : 52, 352, 353  
   *Heliozentrisches* : 28, 52, 353  
 Weltbild : 81  
 Weltbild-Apparat : 35  
 Welt-Modell : 14, 16, 81, 85, 123, 207, 211, 221  
 Werden : 26  
 Wert  
   *Eigen-* : 402  
 Wettbewerbs-Lernen : 214  
 What System : 125, 149  
 Where System : 125, 149  
 Wirklichkeits-Wissenschaften : 1  
 Wirkungs-Quantum : 405  
 Wissen  
   *Episodisch-Räumliches* : 127  
   *Räumliches* : 127  
   *Semantisch-Konzeptuelles Räumliches* : 127  
   *s-Typen* : 127  
 Wissen : 6, 7, 73, 76, 80, 81, 89  
 Wissenschaft  
   *Empirische* : 6, 76  
   *Evolution der* : 38  
   *Struktur-* : 36  
 Wissenschaft : 1  
 Wissenschaft : 80  
 Wissenschaftliche Erkenntnis : 7, 35, 75, 89, 92, 341, 342  
 Wissens-Typen : 127  
 Working Memory : 140  
 Wo-System : 125, 145, 149, 232  
 Zahlen  
   *Diskrete* : 311  
   *Kontinuierliche* : 311  
   *-Landschaft* : 294  
   *-Repräsentation* : 21, 296  
   *-Repräsentation Externe* : 292  
   *-Repräsentation Interne* : 290, 292, 321  
   *-Schrift* : 293  
   *sind aus Elementar-Bausteinen*  
     *zusammengesetzte Objekte* : 306  
   *sind eine Eigenschaft von Objekt-Mengen* : 303  
   *sind Längen zurückgelegter Wege* : 309  
   *sind Physikalische Segmente* : 307  
   *-Sinn* : 289, 290  
   *-Strahl* : 290, 294, 314, 316, 327  
   *-Symbol* : 316, 317, 318, 320  
   *-Werte* : 316  
   *-Wörter* : 291, 316, 317, 318  
   Zahlen : 311  
   Zahlen : 317  
   Zahlen : 318  
   Zählen : 289, 297, 319  
   Zahlen sind aus Elementar-Bausteinen  
     *zusammengesetzte Objekte* : 306  
   Zahlen sind eine Eigenschaft von Objekt-Mengen :  
     303  
   Zahlen sind Längen zurückgelegter Wege : 309  
   Zahlen sind Physikalische Segmente : 307  
   Zahlen-Landschaft : 294  
   Zahlen-Repräsentation : 21, 296  
   Zahlen-Schrift : 293  
   Zahlen-Sinn : 289, 290  
   Zahlen-Strahl : 290, 294, 314, 316, 327  
   Zahlen-Symbol : 316, 317, 318, 320  
   Zahlen-Werte : 316  
   Zahlen-Wörter : 291, 316, 317, 318  
 Zeichen  
   *Ideographische* : 236, 240  
   *Ikonische* : 236, 240  
   *Piktographische* : 240  
   *Schematische* : 236  
 Zeit  
   *Absolute* : 28, 156, 347  
   *-Begriff* : 161  
   *-Dauer* : 28, 156, 171, 185, 191, 347  
   *-Dauer Erinnernte* : 171, 178  
   *-Dauer Wahrgenommene* : 171  
   *-Dauer-Information* : 203  
   *-Dauer-Schätzung* : 172  
   *-Dauer-Wahrnehmung* : 172  
   *-Dilatation* : 368, 393  
   *Eigen-* : 369, 392  
   *-Empfinden* : 160, 162  
   *Ereignis-* : 200  
   *-Erleben* : 160  
   *homogene* : 348  
   *irreversible* : 27, 66, 69  
   *-Kompression* : 181, 192  
   *Koordinaten-* : 372  
   *-Koordinaten* : 30  
   *Licht-* : 372, 392

- Marke : 171, 198, 203
- Matrix : 197
- Orientierungs-System : 200
- Perspektive : 161, 162, 184, 199, 200
- Pfeil : 27
- Protraktion : 181, 192
- Psychische : 12, 157, 158, 160
- Psychologie : 12
- Punkt : 168
- Quantum Psychisches : 167
- Referenz- : 200
- relative : 28, 156, 347
- reversible : 26
- Richtung : 69
- Sensor-Modelle : 172
- Sprech- : 200
- Subjektive : 12, 157, 158, 160
- Verhalten : 162
- Wahrnehmung : 160, 162, 187
- Zeit : 4
- Zeit : 14
- Zeit : 17
- Zeit : 19
- Zeit : 26
- Zeit : 27
- Zeit : 30
- Zeit : 33
- Zeit : 33
- Zeit : 33
- Zeit : 33
- Zeit : 34
- Zeit : 40
- Zeit : 41
- Zeit : 112
- Zeit : 113
- Zeit : 113
- Zeit : 115
- Zeit : 156
- Zeit : 158
- Zeit : 185
- Zeit : 187
- Zeit : 189
- Zeit : 189
- Zeit : 197
- Zeit : 222
- Zeit : 252
- Zeit : 267
- Zeit : 347
- Zeit : 396
- Zeit-artiger Vektor : 373
- Zeit-Begriff : 161
- Zeit-bezogene Information : 171
- Zeit-Dauer : 28, 156, 171, 185, 191, 347
  - Erinnerte : 178
- Zeit-Dauer-Information : 203
- Zeit-Dauer-Schätzung : 172
- Zeit-Dauer-Wahrnehmung : 172
- Zeit-Dilatation : 368, 393
- Zeit-Distanz-Information : 199
- Zeit-Empfinden : 160, 162
- Zeit-Erleben : 160
- Zeit-Information : 198
- Zeit-Kompression : 181, 192
- Zeit-Koordinaten : 30
- Zeitliche Struktur : 222
- Zeit-Marke : 171, 198, 203
- Zeit-Matrix : 197
- Zeit-Orientierungs-System : 200
- Zeit-Perspektive : 161, 162, 184, 199, 200
- Zeit-Pfeil : 27
- Zeit-Protraktion : 181, 192
- Zeit-Psychologie : 159
- Zeit-Punkt : 168
- Zeit-Punkt-Information : 198
- Zeit-Quantum
  - Psychisches : 167
- Zeit-Repräsentation : 185
- Zeit-Richtung : 69
- Zeit-Sensor-Modelle : 172
- Zeit-System
  - Ereignis- : 200
  - Referenz- : 200
  - Sprech- : 200
- Zeit-Takt-Geber : 174, 199
  - Endogene : 163
  - Zentraler : 163, 173
- Zeit-Verhalten : 162
- Zeit-Wahrnehmung : 160, 162, 187
- Zell-Verbände
  - Dynamische : 46, 165, 211, 436
- Zentraler Zeit-Takt-Geber : 163, 173
- Zentral-Typus : 258
- Zufall : 6, 69
- Zukunft
  - Psychische : 183, 194, 195
- Zusammenhang
  - Affiner : 376, 380
- Zustand
  - Eigen- : 410
  - Verschränkter : 420
- Zweckmäßigkeit : 66

