

Diagramme im Handumdrehen –
Der Gebrauch von Gesten beim Mathematiklernen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich 12
der Johann Wolfgang Goethe – Universität
in Frankfurt am Main

von
Melanie Christine Maria Huth
aus Gelnhausen

Frankfurt am Main, 2021
(D30)

vom Fachbereich 12 der
Johann Wolfgang Goethe – Universität als Dissertation angenommen.

Dekan: Prof. Dr. Martin Möller

Gutachter*innen:

Prof. Dr. Rose Vogel (Goethe-Universität Frankfurt am Main)

Prof. Dr. Christof Schreiber (Justus-Liebig-Universität Gießen)

Datum der Disputation: 24.03.2022

DANKSAGUNG

1	EIN EINLEITENDER ÜBERBLICK ZU GESTEN UND LAUTSPRACHE UND ZU DIESER ARBEIT	I
1.1	Das besondere Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache im menschlichen Ausdruck	I
1.2	Gestik und ihre Bedeutung für frühe Erwerbsprozesse	13
2	BEGRÜNDUNG FÜR DIE ERFORSCHUNG VON GESTEN UND LAUTSPRACHE IN MATHEMATISCHEN INTERAKTIONEN JUNGER LERNENDER UND THEORETISCHE AUSRICHTUNG	17
2.1	<i>Prolog</i> : Warum Gestik und Lautsprache im Mathematiklernen?	17
2.2	<i>Progestus</i> : Faszination für mathematische Gesten Lernender	25
2.3	Anlage der empirischen Studie und analytisches Vorgehen	31
2.4	Theoretische Ausrichtung der Forschungsarbeit	33
2.5	Struktur der vorliegenden Arbeit und einleitende Hinweise	36
	<i>Einleitende Hinweise zur Einordnung differierender theoretischer Sichtweisen, zum Umfang mit Zitaten und zur Verwendung von Abkürzungen in der vorliegenden Arbeit</i>	38
3	ERKENNTNISSE AUS DER GESTIKFORSCHUNG: GESTIK, LAUTSPRACHE UND IHR ZUSAMMENSPIEL INNERHALB EINES SPRACHSYSTEMS	40
3.1	Beschreibung von Gesten und Lautsprache	40
3.1.1	Zur Lautsprache	41
3.1.2	Zur Gestik	48
3.1.3	Zur Herausforderung einer Gestendefinition	53
3.1.4	Zur Systematisierung von Gesten	63
3.2	Ausgewählte Perspektiven auf das Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache	76
3.2.1	Gesten und Lautspracheproduktion – Perspektive der Informationsverarbeitung	78
3.2.2	Gesten als Fenster zum Denken – Perspektive eines integrativen Sprachsystems	81
3.2.3	Gestik als linguistische Komponente – Perspektive eines multimodalen Sprachsystems	85
3.2.4	Gestik und Lautsprache als Ensemble – Perspektive des manifesten Ausdrucks	89
3.2.5	Einordnung der verschiedenen Perspektiven auf Gestik und Lautsprache in Bezug auf die vorliegende Forschungsarbeit	91
3.3	Gesten- und Lautspracheübernahmen in Interaktionen	97

4	ERKENNTNISSE AUS DER MATHEMATIKDIDAKTISCHEN INTERAKTIONSTHEORIE: SOZIALE KONSTITUIERUNG MATHEMATISCHEN LERNENS	107
4.1	Mathematisches Lernen aus der Perspektive einer mathematikdidaktischen Interaktionstheorie	107
4.2	Mathematisches Lernen im Prozess kollektiver Bedeutungsaushandlung	110
4.3	Mathematisches Lernen als Partizipation am mathematischen Diskurs	128
4.4	Interaktion als Kooperation	129
4.5	Einordnung der dargestellten Ansätze zur sozialen Konstituierung des Mathematiklernens in Bezug auf die vorliegende Arbeit	136
5	ERKENNTNISSE ZUR ROLLE VON GESTIK IM ZUSAMMENSPIEL MIT LAUTSPRACHE BEIM MATHEMATIKLERNEN	138
5.1	Gestik als semiotische Ressource in multimodal gestalteten mathematischen Lehr-Lern-Prozessen	141
5.2	Gestik und ihre Beziehung zu Inskriptionen und Diagrammen im mathematischen Lernen	156
5.3	Studien zu Gesten in ausgewählten mathematischen Situationen	166
5.4	Gesten und Lautsprache <i>Mismatches</i> als Wegbereiter im (mathematischen) Lernprozess	172
5.5	Der Gestengebrauch Erwachsener bei der Beschäftigung mit Mathematik	182
5.6	Einordnung der Ansätze zur Rolle von Gestik im Zusammenspiel mit Lautsprache beim Mathematiklernen in Bezug auf die vorliegende Arbeit	190
5.7	Die Bedeutung von Sprache beim Mathematiklernen – Lautsprache und schriftliche Fixierungen	205
6	GRUNDLAGEN DER SEMIOTIK NACH CHARLES SANDERS PEIRCE	221
6.1	Auswahl und Grundzüge der Peirce'schen Zeichentheorie	223
6.2	Der triadische Zeichenbegriff nach Peirce	235
6.3	Peirce' <i>Ground</i> des Repräsentamens	246
6.4	Die Peirce'sche Zeichentriade zur Analyse mathematischer Lehr-Lern-Situationen	249

6.5	Abduktion als erkenntnisgewinnende Schlussform nach Peirce	255
6.5.1	Was ist Abduktion?	256
6.5.2	Abduktion als Erkenntnisgewinn im Forschungsprozess	260
6.5.3	Abduktion als Erkenntnisgewinn von Lernenden	262
6.5.4	<i>Rahmung, Ground, Fundament</i> oder <i>das Allgemeine</i> als Voraussetzung und Folge von Abduktionen	265
7	VERBINDENDE ELEMENTE DER THEORETISCHEN LEITLINIEN UND ENTWICKLUNG DES FORSCHUNGSFOKUS'	267
7.1	Die <i>Interpretation</i> und der <i>Deutungshintergrund</i> als verbindende Elemente von Gestikforschung, Interaktionstheorie und Semiotik	268
7.2	Überlegungen zur Relation von Gestik und (mathematischem) Denken: Forschungsanliegen der vorliegenden Arbeit	276
7.3	Forschungsfokus und Leitidee der Analysen aus den drei dargestellten theoretischen Perspektiven	291
8	METHODOLOGIE UND METHODE: INTERAKTIONSANALYSE UND SEMIOTISCHE ANALYSE ALS VERFAHREN DER REKONSTRUKTIVEN SOZIALFORSCHUNG	293
8.1	Rekonstruktive Sozialforschung	293
8.2	Interpretative Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik	296
8.2.1	Das Prinzip der Komparation in der interpretativen Unterrichtsforschung der Mathematikdidaktik und Komparationsdimensionen in der vorliegenden Arbeit	300
8.2.2	<i>Mathematische Interaktionssituation</i> als Begrifflichkeit	303
8.3	Einordnung und Überlegungen zum Forschungsdesign der Studie – Rückblick auf die Entwicklung des Forschungsprojekts	306
8.4	Planungs- und Erhebungsmニュアル <i>mathematische Situationspattern</i>	313
8.5	Auswahl der teilnehmenden Schüler*innen und Zuordnung der Erhebungssituationen zu den Schüler*innen-Tandems	322
8.6	Transkription der ausgewählten Sequenzen	326
8.7	Analyseverfahren	338
8.7.1	Interaktionsanalyse	338
8.7.2	Semiotische Analyse	347
8.7.3	Konturierung des Zusammenspiels beider Analyseverfahren	354
9	EMPIRIE: GESTIK UND LAUTSPRACHE IN MATHEMATISCHEN GESPRÄCHEN LERNENDER	358
9.1	Auswahl der Situationen aus dem Datenkorpus	358
9.2	Sequenzauswahl innerhalb der ausgewählten Situationen	361

9.3	<i>Tierpolonaisen und Bausteingebäude</i> – empirische Betrachtung mathematischer Interaktionen von Jakob und Claus, Maya und Dennis sowie Jana und Ayse	373
9.3.1	Beispiel 1: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 1: Jakob und Claus	375
9.3.2	Beispiel 2: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 2: Ayse und Jana	420
9.3.3	Beispiel 3: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 3: Maya und Dennis	447
9.3.4	Komparation der Analysen der Beispiele 1 bis 3 im mathematischen Bereich Kombinatorik	492
9.3.5	Beispiel 4: Geometrie – Bauen, Tandem 2: Ayse und Jana	518
9.3.6	Beispiel 5: Geometrie – Bauen, Tandem 3: Maya und Dennis	570
9.3.7	Komparation der Analysen der Beispiele 4 und 5 im mathematischen Bereich Geometrie	617
10	FORSCHUNGSERGEBNISSE UND THEORETISCHE SCHLUSSFOLGERUNGEN: FUNKTIONEN UND GESTALTEN VON GESTEN IN MATHEMATISCHEN INTERAKTIONEN VON LERNENDEN	630
10.1	Zentrale Forschungsergebnisse zum Gebrauch und der Bedeutung von Gesten beim Mathematiklernen	631
10.2	Das doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen	673
10.2.1	Die Dimensionen im <i>doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen</i>	675
10.2.2	<i>Das doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen</i> anhand von drei Beispielen aus den Daten der vorliegenden Forschungsarbeit	680
10.3	Einordnung der Forschungsergebnisse in Bezug auf die theoretischen Leitlinien der Forschungsarbeit	707
10.3.1	Anschlussfähigkeit der Forschungsergebnisse und des <i>doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen</i> an die mathematikdidaktische Interaktionstheorie	707
10.3.2	Anschlussfähigkeit der Forschungsergebnisse und des <i>doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen</i> an die psychologisch-linguistisch geprägte Gestikforschung und Forschungen zur Gestik beim Mathematiklernen	725
10.3.3	Anschlussfähigkeit der Forschungsergebnisse und des <i>doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen</i> an die semiotische Sichtweise auf mathematisches Lernen	735
10.4	Fazit der Forschungsarbeit zum Gebrauch und zur Bedeutung von Gesten beim Mathematiklernen	742
10.4.1	Überlegungen für die Praxis in Bezug auf den Gestengebrauch im Mathematikunterricht	747
10.4.2	Ausblick auf mögliche, sich anschließende Forschungen zu Gesten beim Lernen, Lehren und Betreiben von Mathematik	756
10.4.3	<i>Epilog und Epigestus: Diagramme im Handumdrehen</i> – Eine abschließende Betrachtung des Gestengebrauchs beim Mathematiklernen	759
	LITERATURVERZEICHNIS	761

ANHANG	780
Mathematische Situationspattern	781
Anhang 1-1: Mathematisches Situationspattern 1: Kombinatorik – Tierpolonaise	781
Anhang 1-2: Mathematisches Situationspattern 2: Geometrie – Bauen	788
Ausführliche Interaktionsanalysen	794
Anhang 2-1: Ausführliche Interaktionsanalyse 1: Jakob und Claus – Kombinatorik	794
Anhang 2-2: Ausführliche Interaktionsanalyse 2: Jana und Ayse – Kombinatorik	854
Anhang 2-3: Ausführliche Interaktionsanalyse 3: Maya und Dennis – Kombinatorik	891
Anhang 2-4: Ausführliche Interaktionsanalyse 4: Jana und Ayse – Geometrie	944
Anhang 2-5: Ausführliche Interaktionsanalyse 5: Maya und Dennis – Geometrie	1006
ABBILDUNGSVERZEICHNIS	1058
TABELLENVERZEICHNIS	1064

Danke ...

... möchte ich gerne allen sagen, die mich bei der Erstellung der Arbeit unterstützt haben!

Allen voran meiner Erstgutachterin, **Prof. Dr. Rose Vogel**. Liebe **Rose!** Ich danke Dir sehr für die vielen gemeinsamen Stunden an, mit und über meine Arbeit! Deine Begleitung und Einführung in die Wissenschaft und das Uni-Leben in Frankfurt, die vielen Tagungsbesuche, die Du mir ermöglicht hast, Deine Unterstützung und Dein Zuspruch während jeder Phase der Arbeit, waren für mich besonders wichtig und stets wertvoll! Du hast immer ein offenes Ohr für mich. Dein Vertrauen in mich als Deine Mitarbeiterin wusste ich immer sehr zu schätzen. Deine Entwicklung der mathematischen Situationspattern war ein zentrales Puzzleteil bei der Erhebung meiner Daten. Besonders aber danke ich Dir dafür, dass ich mit der Gestik beim Mathematiklernen einen Bereich untersuchen durfte, der zumindest zum Start der Arbeit wenig populär und noch weniger erforscht war. Die Leidenschaft für dieses Thema hast du immer mit mir geteilt. Herzlichen Dank dafür!

Von ganzem Herzen danke ich meinem Zweitgutachter, **Prof. Dr. Christof Schreiber**. Lieber **Christof!** Deine wertschätzenden Rückmeldungen, Deine Hinweise und die Geduld mit all meinen Fragen rund um Peirce, seiner Semiotik und darüber hinaus waren besonders wichtig für das Gelingen dieser Arbeit! Du hast mein Studium und meine Ausbildung begleitet als Dozent, als Ausbilder und nun als Betreuer meiner Dissertation. Ich durfte Deine Semiotischen Prozess-Karten in meiner Arbeit nutzen – für mich ein besonders wertvoller wissenschaftlicher Schatz! Ich glaube, dass ich immer noch nicht alles erfasst habe, was damit möglich ist, vielleicht der Beginn für neue Forschungen in diesem Bereich. Du hast mich in allen ‚semiotischen Lebenslagen‘ beraten und Vieles auch gerne zweimal mit mir diskutiert – schriftlich (klar!), mündlich und natürlich gestisch. Dankeschön für all das!

Vielen lieben Dank an meine Drittgutachterin, **Prof. Dr. Barbara Ott**. Liebe **Barbara!** Ich habe Dich noch nicht persönlich gekannt, da fiel mir Deine Arbeit auf und in die Hände. Die gleiche theoretische Perspektive hat uns schon damals verbunden. Es hat mich besonders gefreut, dass Du das Drittgutachten für meine Arbeit übernommen hast und es war dabei gleichzeitig mit einer gewissen Ehrfurcht verbunden – schließlich bist Du kein ‚ungepeirctes Blatt‘! Ich danke Dir!

Ich danke allen Mitgliedern des **Arbeitskreises Semiotik**, die mir die Möglichkeit gaben, meine Arbeit zu diskutieren und stets wohlwollende und wertvolle Hinweise gaben. Ich möchte mich besonders bei **Prof. Dr. Gert Kadunz** und bei **Prof. Dr. Willi Dörfler** für ihre konstruktive Kritik und oft wegweisenden Anmerkungen bedanken, die für mich stets lehrreich waren. Der Arbeitskreis ist aus meiner Sicht der schönste in der GDM und jede*r, die*der ihn einmal besuchen durfte, wird mir Recht geben.

Vielen Dank allen Mitgliedern des **Arbeitskreises Interpretative Forschung** für die hilfreichen gemeinsamen Interpretationssitzungen. Ein besonderer Dank gilt **Prof. Dr. Birgit Brandt** und **Prof. Dr. Götz Krummheuer**. Als Expertin und Experte der Interpretativen Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik haben sie meine Arbeit mit ihren (re-)konstruktiven Hinweisen in jeder Analysesitzung und Diskussion bereichert.

Liebe **Kerstin, Prof. Dr. T.!** Du warst die Doktorschwester der ersten Stunde! Es ist schön, dass ich Dir begegnet bin! Danke für alle lustigen und-tem ☺ alle komisch-ironischen Momente mit Dir am Institut in Frankfurt, auf allen Tagungen, auf denen wir uns treffen, und von denen hoffentlich noch viele folgen!

Danke meiner Homie-Arbeitsgruppe – den **Prima Primas** des IDMI in Frankfurt – für alle lustigen Schwätzchen an der Kaffeemaschine und den fundierten fachlichen Austausch über Tod und Teufel (und das ist wahr ☺)! Ich bin froh, ein Teil dieser lustigen Truppe gewesen zu sein und hoffe, wir haben auch in Zukunft viele Gelegenheiten für inhaltlichen Austausch und schöne gemeinsame Stunden! Vielen Dank an Rose, Lara, Anna, Melanie, Marei, Victoria, Florian, Carolin, Susanne, Jessica, die Martinas, Marijana, Janine, Ergi, Niyat und Julia!

Meine liebe **Lara!** Du bist eine echte Bereicherung – für mich und meine Forschung! Ich hoffe, wir diskutieren noch sehr lange über schwierige Texte, die mit Dir immer eine gewisse Leichtigkeit bekommen, und lernen in einem unendlichen Prozess der Semiose noch Vieles über Peirce, Inskriptionen und Diagramme. Ich bin Dir dankbar für Dein offenes Ohr in schwierigen und schönen Phasen, deine hilfreichen Hinweise zu meinen Texten und für Dein geduldiges Lesen meiner Arbeit. Du hast mir den Rücken gestärkt und die Hand gehalten! Dankeschön!

Lieber **Thomas**, ich danke Dir für all Deine Unterstützung während des Schreibens dieser Arbeit! **Mayla** und **Solea**, Eure Gesten sind oft bezaubernd und faszinierend! Danke, dass Ihr mich daran teilhaben lasst und mir immer wieder zeigt, dass wichtige Dinge auch gewissenhaft ausgeführte Gesten brauchen. Danke, **Mama**, dass Du auf die Beiden so oft aufgepasst hast, damit ich weiterschreiben konnte! Danke, **Papa**, für Deine vielen Besuche und Dein ausdauerndes Vertrauen in mich und meine Arbeit! Vielen lieben Dank, **Sandra**, für das Korrekturlesen von ersten Kapiteln und Deine Rückmeldungen dazu! Dankeschön an Dich, **Carsten**, für Dein so ernsthaftes Interesse an meiner Arbeit! Ganz herzlichen Dank gilt meinen **Schwiegereltern** für jede ‚Diss-Zeit‘, die sie mir ermöglicht haben!

Melanie Huth

I Ein einleitender Überblick zu Gesten und Lautsprache und zu dieser Arbeit

In der vorliegenden Forschungsarbeit mit dem Titel *Diagramme im Handumdrehen* soll der Gebrauch von Gesten durch Grundschüler*innen in Relation zur zeitgleich geäußerten Lautsprache in mathematischen Interaktionen¹ im Fokus stehen (vgl. Kap. 7.3). Mit Blick auf die Bedeutung von Diagrammen für die Mathematik und mathematisches Lernen (vgl. Dörfler, 2006a, 2015; Schreiber, 2010), wird der Versuch unternommen, den Diagrammbegriff nach Charles Sanders Peirce (vgl. Kap. 5.2, Kap. 6 u. Kap. 7.2) für gestische Darstellungen der Lernenden zu adaptieren und ihre Gesten mit Blick auf ihre diagrammatische Bedeutung zu rekonstruieren (vgl. Kap. 5.2 u. 7.2). Diagramme sind, kurz beschrieben, in Relation stehende Inskriptionen, z. B. schriftliche Fixierungen oder Materialanordnungen, die Beobachtungen und mathematische Einsichten durch regelgeleitete Manipulationen daran ermöglichen. Es werden die Bedeutung und die Funktion der rekonstruierten Gesten mit einer semiotisch-interaktionistischen Perspektive (vgl. Kap. 4) beschrieben und diskutiert, ob und inwiefern bestimmte gestische Darstellungen als solche *Diagramme im Handumdrehen* (Titel) eingeordnet werden können. Bereits Peirce weist auf die besondere Bedeutung von Lautsprache und Gesten beim Sprechen hin, wenn er ausführt:

„A tone or a gesture is often the most definite part of what is said.“ (Peirce, 1934, CP 5.568)

Zunächst aber sollen hier einleitende Ausführungen zu Gesten, Lautsprache und ihrem Zusammenspiel erfolgen, die in Kapitel 3 eine disziplinspezifische Ausdifferenzierung erfahren.

I.1 Das besondere Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache im menschlichen Ausdruck

Wenn Menschen sprechen, nutzen sie in der Regel gleichzeitig – neben anderen Körperbewegungen – Arm- und Handbewegungen, die allgemein als *Gesten* bezeichnet werden. McNeill (1992) etwa beschreibt:

„The gestures I mean are the movements of the hands and the arms that we see when people talk. Sometimes the movements are extensive, other times minimal, but movements there usually are.“ (McNeill, 1992, S. 1)

¹ Die Begriffe der *Interaktion* und der *mathematischen Interaktion* werden im Verlauf der Arbeit weiter ausdifferenziert, insbesondere in Kapitel 4.

Beim Sprechen² werden folglich nicht nur hörbare Lautfolgen erzeugt, die innerhalb einer Sprachgemeinschaft interpretiert werden können, sondern ebenso und scheinbar zunächst unbewusst visuell wahrnehmbare Bewegungen des Körpers. Bezüglich der Gesten betrifft dies offenkundig im Schwerpunkt Bewegungen der Arme und Hände. Aber auch andere Körperteile können Gesten erzeugen, etwa in Form einer Kopf- oder Fußbewegung oder eines Schulterzuckens bspw. als Richtungsanzeige (vgl. Fricke, 2007, 2012; Goldin-Meadow, 2003; Goss, 2010; Kendon, 2004; McNeill, 1992, 2005).

Gesten, die während des Sprechens erzeugt werden, sind in der Literatur häufig als *redebegleitende Gesten* beschrieben.³ Der Begriff verweist bereits auf ihre zeitliche Relation zur Lautsprache (vgl. Fricke, 2007, 2012; Müller, 1998). Im Unterschied etwa zu Gebärdensprachen⁴ nennt Kendon (1980) solche, während der Rede erzeugten Arm- und Handbewegungen „gesticulations“ (Kendon, 1980, S. 207). McNeill (1992), der als einer der Pioniere der modernen Gestikforschung gilt, formuliert: *Redebegleitende Gesten* seien „[...] spontaneous creations of individual speakers, unique and personal“ (McNeill, 1992, S. 1). Er spricht damit eine weitere Eigenschaft von gestischen Bewegungen an: Sie sind u. a. von Individualität geprägt, weisen aber ebenso eine kulturelle Färbung auf und besitzen darüber hinaus das Potenzial, sprecher*innenübergreifende Formen interaktiv auszubilden. Sie werden nach McNeill (1992) in der Regel frei von sogenannten *linguistischen Codes* hervorgebracht (vgl. McNeill, 1992, S. 183). Dabei betont McNeill (1992), dass der visuell-kinästhetische Modus mit Blick auf die Etablierung festgelegter Formen durchaus in der Lage

² *Sprechen* möchte ich hier zunächst in dieser ersten einleitenden Betrachtung allgemein und weit gefasst verstanden wissen: Es handelt sich um im weitesten Sinne grammatikalisch konforme Lautfolgen einer Sprachgemeinschaft und umfasst sowohl das Sprechen mit sich selbst als auch das Sprechen mit anderen. Auch im Selbstgespräch ist das Erzeugen von Gesten nicht unüblich, worauf Schönwälder (2013) mit Bezug auf eine Verbindung von sprachlichem Ausdruck und Motorik hinweist (vgl. Schönwälder, 2013, S. 52f). Für diesen ersten Zugriff soll diese Vorstellung des Sprechens genügen. Später werde ich mich in den theoretischen Ausführungen auf das Interagieren im Sinne der mathematikdidaktischen Interaktionstheorie, damit also auf das Sprechen mit anderen, fokussieren (vgl. Kap. 4). Es erfolgt auf diese Weise eine Verortung meiner Arbeit in der Interaktionstheorie mathematischen Lernens. Mathematische Interaktionen von Lernenden sind Datengrundlage meiner Analysen (vgl. Kap. 9).

³ In der vorliegenden Arbeit meine ich mit dem Begriff *Gesten* immer *redebegleitende Gesten*, es sei denn, der Begriff ist explizit anders eingeordnet. Die Bezeichnung als *Gesten* ist hier zunächst unabhängig von der interpretativen Auslegung durch die Interagierenden. Die Bedeutung der Gesten lässt sich nur am jeweiligen Gebrauch durch die Interagierenden und deren Interpretationen rekonstruieren. Der Begriff der *redebegleitenden Gesten* wird in der vorliegenden Arbeit im Verständnis eines *zunächst* nicht festgelegten, häufig auch als *nicht-konventionalisiert* bezeichneten Systems verwendet und meint Gesten in ihren sämtlichen Erscheinungsformen im Zusammenspiel mit der Lautsprache, wobei eine zeitgleiche Verwendung nicht immer gegeben sein muss. Zu beachten ist, dass *redebegleitende Gesten* im Verlauf von Interaktionen von den daran Beteiligten zu konventionalisierten Formen entwickelt werden können. Sie verwenden dann bspw. gleiche Gestenbewegungen und meinen damit immer das Gleiche oder Vergleichbares (vgl. genauer dazu folgende Ausführungen u. Kap. 3.2.3).

⁴ Hierbei handelt es sich um linguistisch vollständig beschreibbare Sprachen mit syntaktischen Strukturen und grammatikalischem Regelwerk. *Redebegleitende Gesten* in Reinform, d. h. ohne etwa interaktiv emergierte Festlegungen innerhalb einer Sprachgemeinschaft, weisen laut Emmorey (1999) eine holistische Form auf, während sich Gebärdensprachen – ähnlich wie Lautsprachen – in syntaktische Einheiten untergliedern lassen (vgl. Emmorey, 1999, S. 133ff). Fricke (2012) nimmt eine dazu konträre Sicht ein: Sie beschreibt etwa Zeigegesten als sprachsystemrelevant (vgl. Fricke, 2012, S. 74 und zur weiteren Ausführung Kap. 3.2.3).

ist, Eigenschaften einer vollständigen Sprache zu entwickeln, wie die Gebärdensprachen zeigen. Die Beschreibung als *linguistischer Code* wird von McNeill (1992) für konventionalisierte Sprachen, wie Laut- und Gebärdensprachen verwendet (vgl. McNeill, 1992, S. 36). *Konventionalisiert* meint hierbei einer Festlegung, einem Regelsystem, z. B. der Grammatik der Deutschen Lautsprache folgend. Zum Begriff des *konventionalisierten Codes* führt McNeill (1992) mit Blick auf Gebärdensprachen aus:

„By a conventional code I mean a general prearranged agreement on the gestures (and other means) that allow individuals to coordinate communicative actions, and to achieve intersubjectivity [...]“ (McNeill, 1992, S. 36)⁵

McNeill (1992) geht weder davon aus, dass die Verwendung eines solchen Codes bewusst erfolgt, noch immer wieder neu interaktiv ausgehandelt wird, sondern auf historischen Festlegungen basiert (vgl. McNeill, 1992, S. 37).

In der Literatur sind mit dem Begriff der *redebegleitenden Gesten* also spontan erzeugte Gesten in Interaktion mit anderen gemeint, ohne ein sie in Form und Gebrauch festlegendes konventionalisiertes, grammatikalisches System (vgl. Fricke, 2007; McNeill, 1992; Müller, 1998). McNeill (1992) hebt in diesem Zusammenhang die damit verbundene Freiheit von Gesten hervor, die dadurch bspw. im Sinne der Pragmatik dazu verwendet werden könnten, Dinge im Ausdruck zu markieren, während andere unspezifisch belassen werden könnten (vgl. McNeill, 1992, S. 183).

„There is no separate ‘gesture language’ alongside of spoken language. Indeed, the important thing about gestures is that they are *not* fixed. They are free and reveal the idiosyncratic imagery of thought.“ (McNeill, 1992, S. 1, Hervorhebungen im Original)

Gesten dieser Art, die in mathematischen Interaktionen von jungen Lernenden erzeugt werden, sowie ihre Bedeutung und Funktion im Gebrauch innerhalb dieser Interaktionen, stehen in der vorliegenden Arbeit in ihrem Zusammenspiel mit der Lautsprache im Zentrum des Forschungsinteresses. Dies schließt auch Gesten mit ein, die möglicherweise zeitweise ohne Lautsprache gebraucht werden. Gesten sind nämlich in der Regel in ein lautsprachliches Äußerungsereignis eingebunden, können aber vorübergehend auch ohne Lautsprache auftreten. Dies ist hier einerseits zeitlich zu verstehen, wenn nämlich Gesten z. B. in Interaktionssituationen vorübergehend auch ohne lautsprachliche Begleitung erzeugt werden. McNeill (1992) beschreibt als solche Gesten z. B. mimikrierte Körperbewegung des Gegenübers (vgl. McNeill, 1992, S. 161; Kap. 3.2.2). In der Literatur findet man zur Beschreibung von Gesten ohne Lautsprache andererseits darüber hinaus häufig die sogenannten *Embleme* (vgl. McNeill, 1992, S. 36ff). Damit ist eine sprachkulturell etablierte Bedeutung und festgelegte Form verbunden, etwa in unserem Kulturkreis die Daumen-hoch-Geste. Es ist somit ein gewissermaßen konventionalisierter, weil sozial etablierter Sinngehalt für emblematische Gesten anzunehmen. *Embleme* sind nicht an die Lautsprache gebunden,

⁵ Offen bleibt, ob er die Begriffe des *linguistischen* und des *konventionalisierten Codes* synonym verwendet.

wohl aber an den jeweiligen sprachkulturellen Kontext.⁶ Fricke (2007) folgend sind demgegenüber *redebegleitende Gesten* „nur unter Berücksichtigung der zugehörigen vokalen Äußerung interpretierbar“ (Fricke, 2007, S. 150).⁷

Gesten als empirisch beobachtbare Bewegungen im menschlichen Ausdruck sind offenbar fester Bestandteil der grundsätzlichen Fähigkeit, sich anderen mitzuteilen und in Interaktion mit der Umwelt zu treten. Mindestens wirkte es auf den*die Gesprächspartner*in irritierend, würden diese Bewegungen über weite Teile des Sprechens weggelassen werden. Und auch für den*die Sprecher*in wäre ein Unterdrücken dieser Bewegungen kaum über einen längeren Zeitraum möglich (vgl. Wachsmuth, 2006, S. 40). Selbst am Telefon, erzeugen Sprecher*innen ohne direkten Gegenüber gestische Körperbewegungen (vgl. McNeill, 1992, S. 273; Bavelas, Gerwing, Sutton, & Prevost, 2008), was eine einfache Selbstbeobachtung belegen kann. Inverson (1998) zeigt darüber hinaus, dass Gesten so eng mit dem Sprechen verbunden sind, dass auch Menschen, die von Geburt an blind sind und demzufolge Gesten nie gesehen haben können, selbst Gesten erzeugen (vgl. Inverson, 1998, S. 92ff). Goldenberg (2017) berichtet, dass Patient*innen mit Aphasien z. B. bei der Nachahmung von Gesten Unsicherheiten in der Bewegung und auch bei größtem Bemühen eine deutlich verschiedene Ausführung solcher Gesten zeigen (vgl. Goldenberg, 2017, S. 1). Und auch Wachsmuth (2006) beschreibt, dass bei Hirnschädigungen, die zu Beeinträchtigungen der Lautsprache führen, die Gestik beeinflusst ist. All diese Studien können als Hinweis darauf gedeutet werden, dass offensichtlich das gleiche Hirnareal für die Gesten- und Lautsprachproduktion und -verarbeitung verantwortlich zu sein scheint und zeigen darüber hinaus wie eng Lautsprache und Gestik miteinander verbunden sind (vgl. Wachsmuth, 2006, S. 42).

In einer Studie von Goss (2010) konnten die Auswirkungen eines künstlichen Unterbindens von Gesten dokumentiert werden. Die Proband*innen wurden dafür aufgefordert, einen vorher gesehenen Zeichentrickfilm nachzuerzählen. Dabei wurde ihnen der Einsatz von

⁶ Weitere Erläuterungen zu *Emblemen* sind in Kapitel 3.1.4 dargestellt. Aus interaktionstheoretischer Perspektive (vgl. Kap. 4) kann eine Zuordnung einer in den Daten rekonstruierten Geste als *Emblem* erst aus der Rekonstruktion der Interpretationen der Interagierenden erfolgen. Die in der Theorie vorgenommene Definition dessen, was als *Emblem* gilt, greift in meiner Arbeit also dann, wenn eine Interpretation der Interagierenden als wahrscheinlich rekonstruiert werden kann, die einer Körperbewegung emblematischen Charakter zuweist. Daher werden vorab sämtliche Gesten nicht kategorisch für meine Analysen ausgeschlossen, sondern in die analytische Betrachtung unter Bezugnahme auf die jeweilige Interpretation der Geste durch die Interagierenden mit einbezogen.

⁷ Diese Sicht teile ich, wenn man sie auch in umgekehrter Weise mit bedenkt: Die Lautsprache ist ebenso in manchen Situationen nur unter Berücksichtigung der zugehörigen gestischen Äußerung interpretierbar. Werden also Gesten erzeugt und es wird gleichzeitig gesprochen, gibt die Gestik der Lautsprache gewissermaßen einen Deutungsrahmen und umgekehrt. Dies wird sich auch in den Analysen der vorliegenden Arbeit zeigen (vgl. Kap. 9). Aus der Perspektive der Interaktionstheorie (vgl. Kap. 4) sind zunächst alle Äußerungen vielfältig interpretierbar, seien sie gestisch, lautsprachlich, handelnd, schriftbasiert oder in welchem Modus auch immer hervorgebracht. Eine absichtliche Wegnahme eines Ausdrucksmodus, z. B. zu Analyse Zwecken, führt immer zunächst zu einer höheren Anzahl der Interpretationsmöglichkeiten bzw. beeinflusst in diesem Sinne die Breite der Deutungsvarianten im Interpretationsprozess. Analytisch kann damit der Vorteil verbunden sein, sich zunächst auf einen der Modi konzentrieren zu können, bevor weitere Modi die mögliche Interpretationsvielfalt verdichten, eingrenzen oder auch erweitern können (vgl. Kap. 8.1.1).

Gesten durch die typischen ausführenden Gliedmaßen der Arme und Hände gewissermaßen künstlich unterbunden, indem sie auf einem Tisch sitzend ihre Hände unter ihren Oberschenkeln positionieren mussten, sodass damit keine Bewegungen mehr möglich waren. Die Beine waren demgegenüber frei beweglich, mit den Füßen berührten die Proband*innen nicht den Boden. Zentrale Beobachtung in diesem Setting war, dass durchweg von allen Proband*innen Fußgesten beim Nacherzählen des gesehenen Cartoons erzeugt wurden. Damit übernahmen also hier die Füße und Beine die gestischen Aufgaben, die sonst zumeist von Händen und Armen beim Sprechen übernommen werden, um die Anforderungssituation einer Nacherzählung nicht nur lautsprachlich, sondern insbesondere auch gestisch zu bewältigen (vgl. Goss, 2010, S. 302). Daraus lässt sich schlussfolgernd annehmen, dass ein Unterdrücken von Gestik in natürlichen Sprechsituationen kaum möglich erscheint.

Die offenbar elementare Veranlagung zum Gestengebrauch während des Sprechens lässt sich für nahezu alle beobachteten Kulturen dokumentieren (vgl. Inverson & Goldin-Meadow, 1998, S. 1). Sprecher*innen nutzen dabei sprachkulturell geprägt den sogenannten *Gestenraum* als Ausführungsort ihrer redebegleitenden Gestik (vgl. Fricke, 2012, S. 134; McNeill, 1992, S. 378; Müller, 1998, S. 229). Der *Gestenraum* (vgl. Abb. I_1) wird in der Literatur nach einer *äußeren Peripherie* über der Stirn, sowie unterhalb der Kniegelenke und rechts und links weit neben den Schultern und Ellenbogen eingeteilt. Weiter umfasst er eine *körpernahe Peripherie* bis Ohr-Höhe, zu den Kniegelenken und links und rechts bis zu den angewinkelten Ellenbogen, sowie ein *Zentrum*, das den gesamten Oberkörperbereich mit den Schultern bis zum Becken umfasst. McNeill (1992) differenziert diese Ausführungszonen der Gesten weiter bezüglich der Ausdehnung nach links, rechts, oben und unten (vgl. Fricke, 2012, S. 134; McNeill, 1992, S. 378). Für die vorliegende Arbeit reicht eine diese Beschreibung vereinfachende Darstellung des *Gestenraums* aus (vgl. Abb. I_1).

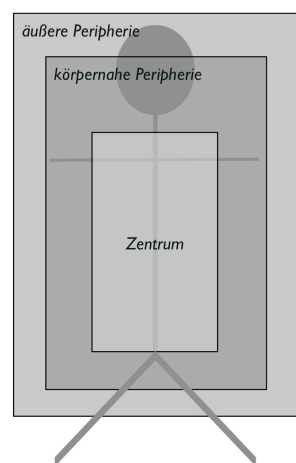


Abb. I_1 Vereinfachte Darstellung des Gestenraums in Anlehnung an McNeill (1992, S. 378)

Bereits bei der Klärung des Begriffs der redebegleitenden Gestik wurde die enge Verbindung mit der Lautsprache herausgestellt. Die häufig psychologisch und linguistisch geprägte Gestikforschung untersucht auf vielfältige Weise dieses besondere Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache (vgl. Fricke, 2007; Goldin-Meadow, 2003; Kendon, 2004; McNeill, 1992; McNeill, 2005, uvm.). Die beiden Ausdrucksmodi⁸ treten nach McNeill (1992) besonders häufig zeitlich co-expressiv auf und verweisen dabei in ihrer Semantik zumeist auf ähnliche Dinge (vgl. McNeill, 1992, S. 11). In McNeill (1992), Fricke (2012) und Huth (2011a) wird darauf hingewiesen, dass dabei jeder Modus für sich aber dennoch eine ganz eigene Form des Ausdrucks zeigt, der bestimmte Möglichkeiten und Beschränkungen mit sich bringt⁹ (vgl. Fricke, 2012, S. 5; Huth, 2011a, S. 198f; McNeill, 1992, S. 11).

„Gestures and speech occur in very close temporal synchrony and often have identical meanings. Yet they express these meanings in completely different ways.“ (McNeill, 1992, S. 11)

Bezemer und Kress (2008) beschreiben dazu: [...] modes have different *affordances* – potentials and constraints“ (Bezemer & Kress, 2008, S. 171, H. i. O.), was ebenso auf die Verschiedenheit der Ausdrucksmöglichkeiten der Modi verweist. Dadurch sei es möglich, dass verschiedene Modi für verschiedene Arten der Zeichentätigkeit genutzt werden könnten oder die gleiche Zeichentätigkeit auf verschiedene Weisen und mit verschiedenen Ressourcen bewältigt werden könnte (vgl. Bezemer & Kress, 2008, S. 171f).

McNeill (1992) konstatiert, dass die von ihm untersuchten Proband*innen 90% der Gesten gleichzeitig mit lautsprachlichen Äußerungen produzierten. Er prägt die These eines *integrativen Sprachsystems* von Gestik und Lautsprache und geht dabei aus psychologischer Sicht¹⁰ von einem gemeinsamen mentalen Erzeugungsprozess der beiden Modi aus (vgl. McNeill, 1992, S. 218; Kap. 3.2.2).

„[...] *gestures are an integral part of language as much as are words, phrases and sentences – gesture and language are one system.* (McNeill, 1992, S. 2, Hervorhebungen im Original)

⁸ Ich bezeichne Gestik und Lautsprache hier wie im Folgenden als jeweils einen *Modus* oder eine *Modalität* im menschlichen Ausdruck. In Fricke (2012, S. 36ff) wird ausführlich diskutiert, inwiefern Modalität und Modalität zu unterscheiden oder möglicherweise synonym zu verwenden sind. In Kapitel 3.2.3 wird diese Unterscheidung bezüglich der Definition von Multimodalität, so weit es für ein geeignetes Verständnis in der vorliegenden Arbeit nötig ist, aufgegriffen.

⁹ Moduspezifische Ausdrucksmöglichkeiten von Gestik und Lautsprache werden in Kapitel 3.1.2 weiter ausdifferenziert.

¹⁰ McNeills Forschungen sind in der Psychologie zu verorten und zeigen einen differenten Lernbegriff zur Perspektive der mit der Semiotik nach Peirce (vgl. Kap. 6) angereicherten Interaktionstheorie des Mathematiklernens (vgl. Krummheuer, 1992, Kap. 4), wie sie in der vorliegenden Arbeit eingenommen wird. Dennoch sind die Forschungen im Bereich von redebegleitenden Gesten von McNeill (1992, 2005) aufgrund ihrer fundamentalen Bedeutung für die moderne Gestenforschung (vgl. Fricke, 2007, S. 144) aber auch für die vorliegende Arbeit zentral. Dies ist vor allem so, weil diese Forschungen, neben anderen Ansätzen (vgl. Kap. 3.2), einen geeigneten Ausgangspunkt der Betrachtung von Gesten im Mathematiklernen bieten, der es erlaubt, modusexklusive Besonderheiten der Gestik zu beschreiben. Zum Umgang in der vorliegenden Arbeit mit verschiedenen Sichtweisen der genutzten theoretischen Ansätze auf grundlegende Entwicklungsprozesse, wie dem Lernen im Allgemeinen und dem Mathematiklernen im Speziellen, werden im Anschluss an Kapitel 2 einleitende Hinweise gegeben.

McNeills (1992) psychologischer Ansatz eines integrativen, gemeinsamen Sprachsystems von Gestik und Lautsprache wird in der internationalen Gestikforschung häufig zitiert und dient in zahlreichen Forschungen als grundlegende Perspektive auf die Verwendung von Sprache (vgl. Emmorey, 1999; Goldin-Meadow, 2003; Gullberg, 2013; Holler & Wilkin, 2011; McNeill, 1992, 2005, uvm.). Gesten werden von McNeill (1992) als Möglichkeit betrachtet, die menschlichen Denkprozesse nachvollziehen und verstehen zu können. Er misst dabei der Gestik die Bedeutung bei, kognitive Prozesse abbilden zu können und einen Blick in das menschliche Denken zu gewähren.







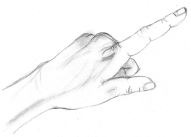
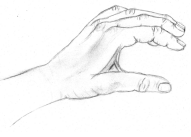

„With these kinds of gesture people unwittingly display their inner thoughts and ways of understanding events of the world. These gestures are the person’s memories and thoughts rendered visible. Gestures are like thoughts themselves. They belong, not to the outside world, but to the inside one of memory, thought, and mental images. Gesture images are complex, intricately interconnected, and not at all like photographs. Gestures open up a wholly new way of regarding thought processes, language, and the interactions of people.“ (McNeill, 1992, S. 12)

Gleichzeitig gibt es dazu in einigen Punkten sich unterscheidende bspw. anthropologische Sichtweisen auf Gesten, welche die enge Verzahnung von Lautsprache und Gestik ebenso betonen, jedoch stärker das Äußerungsereignis bspw. als Gesten-Lautsprache Ensemble (vgl. Kendon, 2004, S. 127) und weniger die Äußerungserzeugung und deren Bedeutung für mentale Prozesse in den Blick nehmen. Einige wenige Forschungen gehen zudem von grundsätzlich verschiedenen Prozessen von Gesten und Lautsprache in der Erzeugung und Verarbeitung von Äußerungen aus (vgl. De Ruiter, 2000 u. zu den verschiedenen Ansätzen Kap. 3.2).





Beim Gestikulieren während des Sprechens lassen sich individuelle Unterschiede, bspw. eine mehr oder weniger starke Ausprägung in den Gestenbewegungen oder individuell bevorzugte, insbesondere auch sprachgemeinschaftstypische Handformen beobachten (vgl. Kendon, 2004, S. 225ff; McNeill, 1992, S. 1). Weiter oben wurden bereits *emblematische Gesten* bzw. *Embleme* kurz beschrieben (vgl. Fußnote 6 in Kap. 1.1 u. Kap. 3.1.4). Diese können in verschiedenen Kulturen unterschiedliche Festlegungen bezüglich ihrer Bedeutung zugewiesen bekommen und damit auch unterschiedliche, teils gegensätzliche Interpretationen hervorrufen. Kendon (2004) führt darüber hinaus aus, dass innerhalb einer herkunftshomogenen Sprachgemeinschaft sogenannte *Gestenfamilien* rekonstruiert werden können, die in verschiedenen Kontexten gebraucht, jedoch in ihren Formen einem gemeinsamen semantischen Themenblock zugeordnet werden könnten (vgl. Kendon, 2004, S. 225ff; Kap. 3.2.4). Gesten scheinen damit in ihrem Gebrauch und bezüglich des Interpretationsspielraumes u. a. kulturell geprägt zu sein und können als Form-Bedeutungs-Konvention innerhalb einer Sprachkultur ausgebildet werden (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Kap. 3.2.3).

I Ein einleitender Überblick zu Gesten und Lautsprache und zu dieser Arbeit

Tabelle I_1 zeigt alle Handformen, die von den an meiner Studie teilnehmenden Schüler*innen in den ausgewählten und im Rahmen dieser Forschungsarbeit analysierten Sequenzen der mathematischen Auseinandersetzungen wiederholt erzeugt wurden. Diese Handformen sind sozusagen ein statisches Abbild wiederkehrender bestimmter Konstellationen der Handhaltung in den erzeugten Gesten, die in ihrer Gesamtheit allerdings immer als dynamische Bewegungen zu verstehen sind. Die Bezeichnungen der Handformen sind zum Teil aus der Gebärdensprachenlinguistik, dem Gebärdensprachenfingeralphabet und der sprachwissenschaftlichen Literatur zur Beschreibung von Gebärden entnommen bzw. entlehnt (vgl. Boyes Braem, 1992, S. 17ff u. S. 75ff; McNeill, 1992, S. 87; Sager, 2005, S. 41ff). Die Beschreibung *wiederholt erzeugt* bezieht sich hier entweder auf das Auftreten solcher Handformen in verschiedenen analysierten Sequenzen oder auch innerhalb einer Sequenz in den Daten.

<p><i>Flachhand</i> Die Hand ist flach ausgestreckt, der Daumen zumeist angelegt, die Finger weitestgehend geschlossen, z. B.</p> 	<p><i>Staffelhand</i> Entspannte Handhaltung ohne Anstrengung der Handmuskeln, z. B.</p> 	<p><i>Greifhand</i> Fortführung der Staffelhand durch Anspannung der Fingermuskulatur, z. B.</p> 
<p><i>Spreizhand</i> Alle Finger sind gestreckt und abgespreizt, Anspannung der Fingermuskulatur, z. B.</p> 	<p><i>Faust</i> Jegliche Art von Fäusten, unabhängig davon, welche Position der Daumen oder die Hand einnehmen, z. B.</p> 	<p><i>Schaufelhand</i> Die Hand ist geöffnet und gekrümmt wie eine Schaufel, die Handfläche weist typischerweise nach oben, z. B.</p> 
<p><i>G-Hand</i> Bezeichnung aus dem Fingeralphabet der Deutschen Gebärdensprache, zeigende Handformen, prototypisch mit dem Zeigefinger und angewinkelten restl. Fingern, z. B.</p> 	<p><i>C-Hand</i> Bezeichnung aus dem Fingeralphabet der Deutschen Gebärdensprache, formt ein C, weniger Muskelanspannung als bei der Greifhand, z. B.</p> 	<p><i>O-Hand</i> Bezeichnung aus dem Fingeralphabet der Deutschen Gebärdensprache, formt mit Daumen und Zeigefinger ein O, z. B.</p> 

I Ein einleitender Überblick zu Gesten und Lautsprache und zu dieser Arbeit

<p><i>Kreuzarme</i> Die Arme sind miteinander verschränkt und werden vor dem Oberkörper gehalten. Dabei ist entweder der rechte oder der linke Arm oben, z. B.</p> 	<p><i>Gebetshände verschränkt</i> Die Hände sind wie zum Gebet gefaltet, die Finger ineinander verschränkt, z. B.</p> 	<p><i>Gebetshände flach</i> Die Hände sind wie zum Gebet gefaltet. Die Hände liegen flach mit den Handflächen aneinander, z. B.</p> 
<p><i>Dachhände</i> Die Hände formen ein Dach, die Fingerspitzen berühren sich, Handballen sind ca. 10cm voneinander entfernt, z. B.</p> 		

Tab. I_1 Überblick über alle in den Transkripten (vgl. Kap. 9.3.1 bis 9.3.7) der analysierten Sequenzen dokumentierten Handformen der interagierenden Schüler*innen¹¹

Manche dieser Handformen werden im Verlauf einer Sequenz bspw. von einem*r oder mehreren Sprecher*innen wiederholt und/oder von anderen Sprecher*innen übernommen, dabei unter Umständen auch in der damit verbundenen Gesamtbewegung etwas verändert ausgeführt, man könnte auch sagen weiterentwickelt. Es bildet sich also für manche Handformen und für manche Sprecher*innen hier eine Art Gewohnheit im Gebrauch bestimmter Gesten aus, wie Fricke (2007) es in Anlehnung an Peirce (1933a, CP 3.328) beschreibt.

„Ein Sprecher gewöhnt sich in seiner Rede an, einer bestimmten gestischen Ausführung eine bestimmte Bedeutung zuzuordnen. Er bildet eine Gewohnheit aus, die von anderen Sprechern übernommen wird und schließlich eine größere Gemeinschaft von Gestikulierenden umgreift.“ (Fricke, 2007, S. 196; Kap. 3.2.3)

Die Handformen stellen dabei immer ein visuell dominantes Merkmal der Gesten dar, das vornehmlich, im Kern der Geste¹² zu beobachten ist. Das Ausbilden einer Gewohnheit gilt

¹¹ Ein Teil dieser Handformen ist bereits in Huth und Schreiber (2017) und Vogel und Huth (2020) veröffentlicht.

¹² Der *Gesten Kern* wird als eine Phase innerhalb der Gestenbewegung beschrieben und später unter Betrachtung aller Bewegungsphasen einer Geste nach Kendon (2004) genauer erläutert (vgl. Kendon, 2004, S. 111ff; Kap. 3.1.2, Abb. 3.1.2_1).

nicht für alle in meinen Daten beobachteten Handformen,¹³ es können hier aber beispielhaft die in Tabelle I.1 aufgeführten *Dachgesten* benannt werden: Diese Handform als hier abgebildete Momentaufnahme aus der Gestenbewegung, wird in den Analysen als eine in der Interaktion etablierte, beidhändige Handform eines Schülers rekonstruiert, der diese in einer Gestenabfolge wiederholt nutzt, um eine Erläuterung einzuleiten (vgl. Kap. 10.1). Es handelt sich bei der damit verbundenen Geste zunächst um eine Art interaktionsstrukturellen Marker (vgl. Mehan, 1979, S. 35ff)¹⁴ zur Sequenzierung der Interaktion, thematischen Zuspitzung und Ankündigung einer bedeutsamen Erläuterung. In der Wiederholung der Geste kann dann eine Veränderung der Geste in ihrer inhaltlich mathematischen Deutung rekonstruiert werden: Die Geste wird zur Darstellung der räumlichen Ausdehnung des mathematisch bedeutsamen Sachverhaltes genutzt (hier: *eine Reihenfolge aus drei Elementen als Ganzheit*), leitet aber gleichzeitig in ihrer die Interaktion sequenzierenden Funktion einen zweiten Erklärungsblock ein, was auf die Gewohnheit im Gebrauch hindeutet. Die Handform der Dachhände bleibt gleich, sie wird aber im Raum gedreht, sodass die Dachspitze nun auf die gemeinte Reihenfolge weist. Die Geste, bzw. hier das Dach, wird dann in einer konstanten Bewegung über diese Reihenfolge nach links und rechts außen geöffnet, sodass die Gestenbewegung die gesamte Reihenfolge gewissermaßen einrahmt (vgl. Kap. 9.3.1; zu Gestenfunktionen in mathematischen Interaktionen Kap. 10.1). Solche Gestenformen sind allerdings weniger zu verstehen als Möglichkeit, etwa ein allgemeingültiges, transsituativ beständiges und festgelegtes Gesten-Bedeutungs-Lexikon anzulegen, worauf bereits McNeill (1992) verweist (vgl. McNeill, 1992, S. 1).¹⁵ Bedeutungszuschreibungen unterliegen den dynamischen Prozessen von Interaktion und erfahren hier potentiell vorübergehende

¹³ Es ist hier die Perspektive zu beachten, aus der solche Handformen als stabilisierte Formen interpretiert werden: Aus *Sicht der Forscherin* konnte ich diese Handformen situationsübergreifend rekonstruieren und für die Beschreibungen in den Transkripten und Analysen als einheitliche Bezeichnung verwenden (vgl. Kap. 9.3.1 bis 9.3.7) Sie verweisen auf eine *Gewohnheit* aus *Sicht der Forscherin* und lassen sich aus dieser Perspektive als einheitliche Abbildung von wiederkehrenden Handformen über alle Sequenzen rekonstruieren. Einige dieser Handformen verweisen in der analytischen Rekonstruktion auch in verschiedenen analysierten Sequenzen mit unterschiedlichen Beteiligten auf ähnliche Deutungsprozesse durch die jeweils Beteiligten, sie wurden z. B. zu Beginn von Erklärungen erzeugt. Aus *Sicht der Interagierenden* in den jeweiligen Sequenzen ist die Funktion dieser Gestenformen bspw. als gerade erzeugter sequenzieller Marker zentral. Wiederkehrende Formen sind dann für sie relevant und zeigen eine *Gewohnheit der Interagierenden* bzw. dieser Sprachgemeinschaft, wenn diese sequenzübergreifend oder innerhalb einer Sequenz als *Gewohnheit*, als interaktiv geteilte Gestenformen emergieren und wiederholt verwendet werden. Sie werden dann in einer oder mehreren Interaktionssituationen immer wieder und möglicherweise auch sprecher*innenübergreifend für das gleiche Gemeinte erzeugt. Solche Gesten evozieren ähnliche Deutungsprozesse, wenn sie in diesem Sinne von den Interagierenden als vertraute Formen erkannt werden und verweisen auf interaktiv als gemeinsam „geteilt geltende Deutungen“ (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18; Kap. 4.2).

¹⁴ Mehan (1979) beschreibt Marker in der unterrichtlichen Interaktion, die z. B. Sequenzierungen in Phasen des Unterrichts ankündigen. Diese können lautsprachlich, aber bspw. auch gestisch gesetzt werden (vgl. Mehan, 1979, S. 23). Auch Vogler (2020) verweist auf solche Markierungen, die auch gestisch geleistet werden können (vgl. Vogler, 2020, S. 181ff).

¹⁵ Für Gebärdensprachen, als gegenüber den spontanen und die Rede begleitenden Gesten grammatikalisch vollständig beschreibbares Zeichensystem, lassen sich Fachlexika für verschiedene Bereiche anlegen, was sich ein Forschungsprojekt der Universität Hamburg zur Aufgabe gemacht hat (vgl. Universität Hamburg, <https://www.idgs.uni-hamburg.de/forschung/forschungsprojekte/fachgebaerdenlexika.html>).

Stabilisierungen (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18f u. S. 165).¹⁶ Ein allgemeines, sämtlichen Interaktionen übergeordnetes Gesten-Lexikon für spontan erzeugte Gesten während des Sprechens, welches die Bedeutung von Gesten vermeintlich systematisch festhalten kann, erscheint daher wenig tauglich im Rahmen der vorliegenden Forschungsarbeit.

Im Allgemeinen unterliegen die vielfältigen redebegleitenden gestischen Ausdrucksformen den motorischen Möglichkeiten unserer Arme und Hände oder anderer Körperteile, die zur Ausführung einer Geste gebraucht werden. Anders als etwa bei Gebärdensprachen, sind zunächst also alle möglichen Handformen, Bewegungen, Ausführungsorte und Handorientierungen denkbar, weil sie keinen festgelegten Regeln unterliegen. Obgleich dieses zentralen Unterschieds von spontan während des Sprechens erzeugten Gesten und Gebärdensprachen, sind Bezeichnungen und Beschreibungen der Ausführungsweisen von Gesten oft aus Gebärdensprachen entlehnt (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 9). Gebärden bspw. der Deutschen Gebärdensprache lassen sich nach ihren vier phonologischen Merkmalen beschreiben: die *Handform*, die *Handorientierung* bzw. *-stellung*, der *Ausführungsort* und die *Bewegung* der Gebärde (vgl. Keller & Leuniger, 2001, S. 267ff). Diese Beschreibungsmerkmale lassen sich für die Gesten gewinnbringend adaptieren.¹⁷

Verschiedene Forschungsergebnisse deuten auf einen über die empirische Beobachtung von gleichzeitigem Auftreten im Äußerungsereignis hinausgehenden, sprachsystematischen Zusammenhang von Gesten und Lautsprache hin, den Fricke (2012) aus linguistischer Perspektive erforscht und bestätigt (vgl. Fricke, 2012, S. 74).¹⁸ Gesten rufen nicht immer deckungsgleiche Interpretationen zur gleichzeitig geäußerten Lautsprache hervor, wie Fricke (2012) feststellt (vgl. Fricke, 2012, S. 5). Häufig sei in der Gestik bspw. attributiv eine andere

¹⁶Aus interaktionstheoretischer Perspektive sind situationsunabhängige, festlegende Bedeutungszuschreibungen, etwa als eine Art Gestenlexikon gedacht, problematisch. Transsituationell können zwar konventionalisierte Gestenformen aus interaktiv zugeschriebenen und vorübergehend gemeinsam als geteilt geltende Deutungen resultieren (vgl. Fricke, 2007). Etwaige Festlegungen von Bedeutungen erwachsen aber ausschließlich aus Interaktionsprozessen und sind nicht per se festschreibbar oder gegeben. Vor allem müssen bzw. können sie nicht von allen Beteiligten gleich gedeutet werden (vgl. Krummheuer, 1992; Mehan, 1979, S. 64).

¹⁷ Auch für die vorliegende Arbeit werden Bezeichnungen und Beschreibungen genutzt, die der Deutschen und Amerikanischen Gebärdensprache entlehnt sind, um Gesten in ihrer dynamischen Bewegungsabfolge beschreiben zu können. Ich adaptiere die Beschreibungen der phonologischen Merkmale von Gebärdensprachen (vgl. Keller & Leuniger, 2001, S. 267ff) und übertrage diese Beschreibungsmöglichkeit weitgehend insbesondere in der Datenaufbereitung zur Beschreibung der Gesten, wie sie auch in anderen Arbeiten verwendet werden (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 9). Ich nutze ausgewählte Bezeichnungen, insbesondere im eigens entwickelten bzw. angepassten Transkriptionssystem, zur Beschreibung von wiederkehrenden Handformen der Gesten (vgl. Kap. 8.6) und verweise diesbezüglich auf die international verbreiteten und klassifizierenden Handformen, wie etwa die Flachhandform oder die G-Handform (Boyes Braem, 1992, S. 17ff u. S. 75ff; McNeill, 1992, S. 87).

¹⁸ In Kapitel 3.2.3 der vorliegenden Arbeit wird dieser sprachsystematische Zusammenhang nach Fricke (2012) weiter ausgeführt und auch in den Analysen (vgl. Kap. 9.3.1 bis 9.3.7) aufgegriffen.

Information zum beschriebenen Sachverhalt codiert als in der Lautsprache,¹⁹ was nicht nur deren Relevanz im syntaktischen Äußerungsgefüge unterstreiche, sondern vor allem auch die besonderen Ausdrucksmöglichkeiten von Gesten hervorhebe, die z. B. in besonderer Weise Form, Größe, Position im Raum oder eine Handlung zeigen könnten (vgl. Fricke, 2012, S. 6).²⁰ Fricke (2007, 2012) schafft mit ihrem Versuch der Integration von Gesten in die bestehenden linguistischen Beschreibungen der Lautsprache eine sprachtheoretische Begründung der Verwendung von Gesten beim Sprechen, was zentral in Bezug auf den theoretischen Rahmen meiner Forschungsarbeit ist (vgl. Kap. 3, 4, 5 u. 6) und das zunächst empirisch beobachtbare Phänomen der *Multimodalität* (vgl. Kap. 2.1) in einen theoretischen Begründungszusammenhang mit dem System der Sprache bringt (vgl. Kap. 3.2.3).

Wie bereits angesprochen, können redebegleitende Gesten unter bestimmten Umständen kurzfristig ohne Lautsprache gebraucht werden: Es ist möglich, dass Gesten durch eine Person ohne eigenen lautsprachlichen Anteil erzeugt werden, während das Gegenüber Lautsprache erzeugt. Solche Gesten ohne eigenen lautsprachlichen Anteil können u. a. Verständnis bzw. das Nachvollziehen der Darstellungen des Gegenübers spiegeln (vgl. McNeill, 2005, S. 159ff). Ebenso können Gesten kompensatorisch gebraucht werden, wenn etwa ein bestimmter lautsprachlicher Ausdruck gerade nicht verfügbar ist oder gestisch schlichtweg effektiver die aktuelle sprachliche Anforderungssituation gelöst werden kann (vgl. Fricke, 2012, S. 3; Gullberg, 2013, S. 39f). Mit der Möglichkeit des *pantomimischen Gestikulierens* ist es nach Weidinger (2016) darüber hinaus möglich, ganze Handlungszüge, z. B. einen typischen Objektgebrauch, gestisch darzustellen. Gestik hat damit das Potential, Teile der Lautsprache vorübergehend zu ersetzen und dabei sogar die syntaktische Position im Satzgefüge einzunehmen (vgl. Fricke, 2012, S. 3). Gullberg (2013) stellt fest, dass die Gestik in einer Art Warteposition im Gestenkern gehalten werde, wenn die Lautsprache ins Stocken gerät (vgl. Gullberg, 2013, S. 41f). Dieser Kern der Geste, der als eine Art *Bewegungshöhepunkt* im Ablauf der Gestenbewegung beschrieben werden kann (vgl. Kap. 3.1.2), tritt beim Zusammenspiel mit der Lautsprache zeitlich koordiniert mit den informationstragenden lautsprachlichen Elementen und im Sprachfluss und weniger bei Unterbrechungen, Wiederholungen oder Selbst-Korrekturen auf (vgl. Goldin-Meadow, 1998, S. 29; Gullberg, 2013, S. 41). McNeill (1992) beschreibt zur Synchronisation von Lautsprache und Gestik u. a., dass der Gestenkern dem phonologischen Höhepunkt der

¹⁹Fricke (2012) beschreibt als Beispiel folgende lautsprachliche Äußerung: „*dieses gelbe Urlaubsformular*“ (Fricke, 2012, S. 5, Hervorhebungen im Original) verbunden mit einer beidhändigen Zeigegeste, ausgeführt mit den Zeigefingern, die den Umriss eines Rechtecks in den Gestenraum unmittelbar vor dem Gesicht der sprechenden Person zeichnen. Hierbei ist die Information über Form und Format des Urlaubsformulars ausschließlich attributiv aus der Geste heraus interpretierbar, während die Lautsprache ausschließlich auf die Farbe verweist (vgl. Fricke, 2012, S. 5f).

²⁰Damit scheint der oben nach Fricke (2007, S. 150) zitierte Hinweis, redebegleitende Gesten seien häufig nur im sie begleitenden lautsprachlichen Kontext interpretierbar, auch in umgekehrter Weise bestätigt: Lautsprache erhält offenbar durch die Gestik einen Interpretationsspielraum, der erweiternd, aber durchaus auch beschränkend in Bezug auf die Interpretation der reinen Lautsprache sein kann.

lautsprachlichen Äußerung vorausgehe oder mit diesem ende, aber nie länger als dieser dauere (vgl. McNeill, 1992, S. 26).

Trotz dieser besonderen Beziehung, die für Gestik und Lautsprache angenommen werden kann, erfährt insbesondere die Erforschung von Gestik in Bezug auf ihre Rolle bei der Erzeugung und dem Erwerb von Sprache erst seit den 1960er Jahren ein gesteigertes Interesse in der Sprachforschung. Kendon (2004) führt aus, dass insbesondere die Arbeiten von Noam Chomsky (1986) und seiner Darstellung der „universal grammar“²¹ (Chomsky, 1986, S. 3) zu einer Umorientierung in der linguistischen und psychologischen Forschung beigetragen haben: weg von einer möglichst genauen Beschreibung von Sprache hin zu der Frage nach den mentalen Prozessen, die im Spracherwerb und beim Sprechen bedeutsam sind. Wenn auch Chomsky (1986) die Gestik nicht ins Zentrum seiner Forschungen rückt, führen u. a. seine Überlegungen bezüglich der Ursprünge der menschlichen Sprache und Kommunikation zu einer heute multidisziplinär angelegten Bandbreite an Forschungen zur Gestik: Sie reicht von anthropologischen über linguistische und psychologische Arbeiten bis hin zu Forschungen innerhalb verschiedener Fachdisziplinen. Ausgangspunkt der Forschungsvielfalt auf diesem Gebiet ist die Idee einer Schlüsselfunktion von Gestik, die ihr bei der Betrachtung des Ursprungs von menschlicher Sprache zugeschrieben wird und insbesondere das damit verbundene gesteigerte Interesse der Forschung an der Linguistik von Gebärdensprachen (vgl. Kendon, 2004, S. 62ff). Auch Tomasello (2008) benennt in seiner Beschreibung des Ursprungs menschlicher Kommunikation sogenannte „natural gestures“ (Tomasello, 2008, S. 59) als Wegbereiter. Hierunter versteht er vornehmlich Zeigegesten und Pantomime, die in bestimmten Kontexten als vollständige Kommunikationsakte auch ohne Lautsprache erzeugt werden können (vgl. Tomasello, 2008, S. 62f).

1.2 Gestik und ihre Bedeutung für frühe Erwerbsprozesse

Die Bedeutung von Gestik während des Sprechens scheint damit in Forschungen verschiedenster Fachrichtungen hinreichend belegt. Welche Bedeutung der Gestik kann aber mit Blick auf Lernprozesse angenommen werden? Insbesondere im für die frühe Entwicklung zentralen Spracherwerbsprozess, der für viele weitere Lernprozesse von grundlegender Bedeutung ist, lassen sich zahlreiche Forschungsergebnisse anführen: Unter anderem

²¹ Die *Universalgrammatik* ist nach Chomsky (1986) eine gewissermaßen biologische Grundausstattung der Sprachfähigkeit des Menschen, um die Parameter seiner Muttersprache(n) zu erwerben (vgl. Chomsky, 1986, S. 3f). „UG [Universalgrammatik] may be regarded as a characterization of the genetically determined language faculty. One may think of this faculty as a ‚language acquisition device‘, an innate component of the human mind that yields a particular language through interaction with presented experience, a device that converts experience into a system of knowledge attained: knowledge of one or another language.“ (Chomsky, 1986, S. 3, Hervorhebung im Original) In diesem Verständnis unterliegen alle natürlichen Sprachen vergleichbaren Strukturen und Prinzipien und im Spracherwerb werden die noch offenen, sich von Sprache zu Sprache unterscheidenden Parameter mithilfe entsprechender sprachlicher Erfahrungen gefüllt und ausgeformt.

erforscht bspw. Goldin-Meadow (1998) die Bedeutung von Gesten im Spracherwerb. Bereits im Alter von ca. zehn Monaten würden Kinder Gesten gebrauchen. Vornehmlich in Form von deiktischen Gesten bzw. Zeigegesten referierten sie auf Dinge, um einen gemeinsamen Aufmerksamkeitsfokus mit der Bezugsperson zu erzeugen. Hierbei sei die Bedeutung in erster Linie aus dem Kontext, in dem die Geste erzeugt wird, interpretierbar und weniger aus ihrer Form heraus (vgl. Goldin-Meadow, 1998, S. 30). Aber auch ikonische Gesten²² im Sinne McNeills (1992, S. 12ff) würden im frühen Spracherwerb bereits hervorgebracht (vgl. Goldin-Meadow, 1998, S. 30). Die Bedeutung von Gesten für den Spracherwerb macht Goldin-Meadow (1998, 2003) u. a. am Beginn des Auftretens von co-expressiven Äußerungen von Lautsprache und Gesten deutlich: Kinder würden zunächst Gesten getrennt von Lautsprache erzeugen, während sie später in ihrer Entwicklung Gesten und Lautsprache gemeinsam produzierten und ab diesem Zeitpunkt eine Trennung der beiden Ausdrucksmodi in unauffälligen Erwerbsverläufen praktisch nicht mehr möglich sei (vgl. Goldin-Meadow, 1998, S. 31ff; Goldin-Meadow, 2003, S. 17f).²³ In gemeinsamen Forschungen mit Inverson (vgl. Inverson & Goldin-Meadow, 2005) wird der Gestik eine wegberaubende Funktion in Bezug auf Zwei-Wort-Äußerungen zugeschrieben (vgl. Inverson & Goldin-Meadow, 2005, S. 367). Zunächst seien Zeigegesten zu beobachten, insbesondere dann, wenn Kinder in der Lautsprache gemeinte Objekte noch nicht benennen könnten. Bei dem fundamental wichtigen Übergang zu Zwei-Wort-Sätzen im Spracherwerb sei dann nicht nur die Fähigkeit zentral, Gesten und Lautsprache miteinander zu kombinieren, sondern vor allem zwei häufig voneinander verschiedene semantische Aspekte miteinander in Beziehung zu setzen (vgl. Inverson & Goldin-Meadow, 2005, S. 369). Dies erweitere die kommunikative Bandbreite der Kinder in bedeutsamer Weise (vgl. Goldin-Meadow, 1998, S. 30f). In Rowe und Goldin-Meadow (2009a) wird in diesem Zusammenhang darauf hingewiesen, dass Kinder, die noch keine Zwei-Wort-Äußerungen erzeugen könnten, dennoch in der Lage seien, Gesten-Lautsprache-Kombinationen hervorzubringen, etwa das Zeigen auf eine Tasse in Verbindung mit dem Wort *Mama*, um auszudrücken, dass es sich um die Tasse der Mutter handle. Gesten sind damit fundamental bedeutsam für erste eigene sprachliche Hervorbringungen von Kindern. Es sei darüber hinaus zuverlässig möglich, anhand des Zeitpunkts des Auftretens von Gesten-Lautsprache-Kombinationen vorauszusagen, wann diese Kinder in der Lage sein werden, Zwei-Wort-Äußerungen hervorzubringen (vgl. Rowe & Goldin-Meadow, 2009a, S. 182). Gesten in Relation zur Lautsprache haben also offenbar u. a. eine Art Vorläufer-Funktion im Spracherwerb. Sie weisen aber auch auf die Fähigkeit hin, Eigenschaften von Objekten selektiv erfassen zu können, wie Weidinger (2016) darstellt.

²² Nach McNeill (1992, 2005) beschreibt eine *ikonische Geste* z. B. die Form des gemeinten Objekts, etwa stellen die Hände einen quaderförmigen Gegenstand dar, wenn eine Kiste o.Ä. beschrieben wird (vgl. McNeill, 1992, S. 12ff; McNeill, 2005, S. 39). Diese und weitere Klassifikationen von Gesten nach McNeill (1992, 2005) werden in Kapitel 3.1.4 näher erläutert.

²³ Die Entwicklung von Gesten im Spracherwerb wird in Kapitel 3.2.2 nochmals aufgegriffen. Einen Überblick und eine Zusammenstellung zentraler Forschungen in diesem Bereich bietet Weidinger (2011) für Kinder unter drei Jahren (vgl. Weidinger, 2011, S. 9ff).

Anhand des Gebrauchs von Gesten als *Pantomimen*²⁴ untersucht Weidinger (2016) fünf- bis neunjährige Kinder, die in den Untersuchungssettings den Objektgebrauch z. B. einer Zahnbürste zeigen sollten. Dabei konnte die Forscherin u. a. und als Replikation zu früheren Studien zeigen, dass jüngere Kinder pantomimische Gesten erzeugen, bei denen der Körper bzw. ein Teil des Körpers Bestandteil der Geste ist („*Body-part-as-object*“ Pantomime, Weidinger, 2016, S. 65f). Dies sei z. B. beim Wischen mit dem Zeigefinger als Zahnbürste über die Zähne als pantomimische Darstellung des Zähneputzens zu beobachten. Ältere Kinder zeigten dann davon verschiedene pantomimische Gesten, nämlich solche, bei denen das Objekt imaginiert werde und nicht mehr Teil des eigenen Körpers ist („*Imaginary Object*“ Pantomime, Weidinger, 2016, S. 65f). Die Zahnbürste als Objekt wird dann im genannten Beispiel nicht selbst dargestellt, sondern das Greifen um einen vorgestellten Zahnbürstengriff (vgl. Weidinger, 2016, S. 67ff). Gesten und die Entwicklung eines integrativen Sprachsystems von Gestik und Lautsprache würden laut Weidinger (2016) damit zentralen Anteil an grundlegenden Fortschritten im Spracherwerb nehmen. Diese korrelierten mit Entwicklungen der kognitiven Fähigkeit zur Selektion von Merkmalen von Objekten (vgl. Weidinger, 2016, S. 73ff). Forschungen von Rowe und Goldin-Meadow (2009b) heben die Bedeutung der Gesten auch für institutionelles Lernen hervor. Sie zeigen, dass der Spracherwerb in gesterreicher Umgebung zu signifikant höherem Wortschatz im Schulalter führe (vgl. Rowe & Goldin-Meadow, 2009b, S. 951). Dies wiederum sei erwiesenermaßen eine zentrale Voraussetzung für Schulerfolg. Es zeige sich eine stabile Relation des sozio-ökonomischen Status und des Wortschatzes in Entwicklungsverläufen zwischen dem Alter von zwei Jahren und dem Schulalter, das sich nicht nur durch das lautsprachlich komplexere Angebot im familialen Umfeld bezüglich des Wortschatzes und der Syntax erklären lasse. Auch der Gestengebrauch der Eltern und ihrer Kinder stehe laut der Forscherinnen in positiver Relation. Dabei stützen sich Rowe und Goldin-Meadow (2009b) auf frühere Forschungsergebnisse zur höheren Aussagekraft von sogenannten Gestentypen, die durch Kinder verwendet würden, im Vergleich zu einer geringeren Aussagekraft ihrer Gestenfrequenz.²⁵

²⁴ Pantomimische Gesten werden in der Regel ohne Lautsprache hervorgebracht oder z. B. nur durch bestimmte Laute begleitet, die weniger lexikalisierte Formen sind, wie z. B. „bumm“, „zack“, „schnippschnapp“, „hups“, und stellen z. B. einen Handlungsablauf nach, wie etwa das Rühren im Kochtopf, das Schneiden mit der Schere, das Trinken aus einem Glas usw. Nach McNeill (2005) zeigen sie narrativen Charakter (vgl. McNeill, 2005, S. 5).

²⁵ Als Gestentypen definieren die Forscherinnen die Anzahl verschiedener Bedeutungen, die durch Gesten transportiert würde: Eine Zeigegeste auf einen Hund sei bspw. mit der Bedeutung *Hund* verknüpft (Rowe & Goldin-Meadow, 2009b, S. 951). Die psychologisch angelegte Untersuchung von Rowe und Goldin-Meadow (2009b) erfasste 50 Familien aus dem Umkreis von Chicago, die verschiedene sozio-ökonomische Hintergründe aufwiesen. Die Kinder wurden im Alter von vierzehn Monaten in Interaktion mit ihren Eltern untersucht. Der Wortschatz wurde dann erneut im Alter von vier Jahren und sechs Monaten gemessen. Die Untersuchungsergebnisse zeigen, dass sich die Unterschiede im Wortschatz auch im gestischen Modus erklären lassen. Hier konnten sogar früher als in der erzeugten Lautsprache Unterschiede zwischen Kindern dokumentiert werden, je nach ihrem sozio-ökonomischen Status und dem damit verbundenen Angebot eines gesterreicheren oder -ärmeren Sprachumfeldes (vgl. Rowe & Goldin-Meadow, 2009b, S. 953).

„Because children from high-SES backgrounds [höherem sozio-ökonomischem Status, Anm. der Autorin] are exposed to a broader range of meanings in gesture than children from lower-SES backgrounds [...], they themselves are likely to produce more meanings in gesture, which then promotes the development of more vocabulary words in speech.“ (Rowe & Goldin-Meadow, 2009b, S. 953)

Hier zeigt sich in der frühen familialen Sozialisation die bedeutsame Rolle von Gestik, die offenbar spätere institutionelle Bildungsverläufe maßgeblich mitbestimmen kann.

Es lässt sich zusammenfassend und im Ausblick auf die weiter ausdifferenzierte Betrachtung der Beziehung von Gestik und Lautsprache in Kapitel 3 der vorliegenden Arbeit festhalten, dass Gestik offenbar in fundamentaler Weise in der menschlichen Fähigkeit zum Erwerb und Gebrauch von Sprache in Erscheinung tritt. Die enge Gestik-Lautsprache-Relation zeigt sich u. a. an der zeitlichen, semantischen und syntaktischen Koordination der beiden Modi. In der Literatur wird in Anlehnung an McNeill (1992) daher von einem *integrativen Sprachsystem* ausgegangen mit jeweils eigenen modusspezifischen Ausdrucksmöglichkeiten und vielfältigen Erscheinungsformen (vgl. Huth, 2014, S. 151ff; McNeill, 1992, S. 19ff u. S. 23ff). Die besondere Bedeutung der Gestik für menschliche Entwicklung ist darüber hinaus insbesondere im Spracherwerb belegt. Meilensteine im Spracherwerb korrelieren mit entscheidenden Veränderungen in diesem gemeinsamen System von Gestik und Lautsprache und darüber hinaus mit der kognitiv zentralen Fähigkeit der Selektion von Objekteigenschaften (vgl. Goldin-Meadow, 2003; Inverson & Goldin-Meadow, 1998; Rowe & Goldin-Meadow, 2009a, 2009b; Tomasello, 2008; Weidinger, 2016). Der Einfluss von gesterreichen Sprachumgebungen auf erfolgreiche Bildungsverläufe im institutionellen Lernen gilt als nachweisbar in frühen Eltern-Kind-Interaktionen und als ein Faktor zur Erklärung des stabilen Zusammenhangs von sozio-ökonomischem Status und späterem Wortschatzgebrauch (vgl. Rowe & Goldin-Meadow, 2009b). Zudem lässt sich aus linguistischen Forschungen eine systemische Relevanz der Gestik für Sprache als multimodales System ableiten (vgl. Fricke, 2007, 2012).

Aus diesen theoriegeleiteten einleitenden Ausführungen soll in der vorliegenden Arbeit und den folgenden Ausführungen der Blick auf Gesten im Kontext der Mathematik und des mathematischen Lernens gerichtet werden. Sie dienen dabei als erstes theoretisches Hintergrundwissen zu Gesten und Lautsprache und werden im Weiteren geschärft. Dazu wird das Forschungsanliegen im nächsten Kapitel begründet und in den sich daran anschließenden Kapiteln ausführlich theoretisch verortet.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Im folgenden Kapitel soll das Forschungsanliegen begründet werden. Es erfolgt die Darstellung der Forschungsfragen und der theoretischen Leitlinien der vorliegenden Arbeit. Es wird ein für die Forschungsarbeit zentrales Beispiel von zwei Schülern bei der Beschäftigung mit einem kombinatorischen Problem dargestellt und als übergeordnetes und im Verlauf der Arbeit wiederkehrendes Beispiel eingeführt. Die Struktur der Arbeit wird abschließend beschrieben. Ebenso werden hier Hinweise zum Umgang mit verschiedenen theoretischen Sichtweisen auf das Mathematiklernen gegeben und die Verwendung von Abkürzungen, Zitierweisen und gendergerechten Begriffen in der vorliegenden Arbeit erläutert.

2.1 Prolog: Warum Gestik und Lautsprache im Mathematiklernen?

Wenn Gesten ein so zentraler Bestandteil menschlicher Ausdrucksfähigkeit und von Interaktionen im Allgemeinen sind (vgl. McNeill, 1992, 2005), sich ihre wegbereitende und fundamentale Bedeutung für den Spracherwerb und spätere Bildungsverläufe nachweisen lässt (vgl. Rowe & Goldin-Meadow, 2009a, 2009b; Weidinger, 2016) und ihre Relevanz auf sprachsystemischer Ebene als erwiesen bezeichnet wird (vgl. Fricke, 2012, S. 74ff), so liegt es nahe, aus fachdidaktischer Sicht und spezieller der mathematikdidaktischen Perspektive die Bedeutung von Gesten im Lernprozess in den Blick zu nehmen. Im mathematischen Lernen ergibt sich zudem eine besondere Relevanz der Erforschung von Gesten im Mathematiklernprozess, weil traditionell und als weitgehender Konsens auch international die Sprache als zentral für das Betreiben und Lernen von Mathematik gilt (vgl. Gellert, 2008; Klose, 2019; Leiss, Hagen, Neumann & Schwippert, 2017; Maier & Schweiger, 1999; Meyer & Prediger, 2012; Meyer & Tiedemann, 2017; Pimm, 1987; Prediger, 2013; Wessel, Büchter & Prediger, 2018). Wird Gestik im oben ausgeführten Sinne als integrativer Teil dieses Systems von Sprache verstanden, so liegt die Bedeutung ihrer Erforschung für das Verstehen und Nachzeichnen von Mathematiklernprozessen buchstäblich auf und in der Hand.

In *mathematischen Interaktionen*²⁶ von jungen Lernenden (vgl. Abb. 2.1_1) lässt sich zunächst eine Vielfalt an Ausdrucksweisen der Interagierenden beobachten (vgl. Huth, 2011a, S. 197; Huth, 2014, S. 147): Neben der gesprochenen Sprache nutzen sie zur Verfügung stehendes Material, schreiben oder zeichnen etwas auf, setzen ihre Mimik oder bestimmte

²⁶ Die Begriffe der *mathematischen Interaktion* und des *mathematischen Diskurses* werden in Kapitel 4 in Bezug auf die Interaktionstheorie mathematischen Lernens in Anlehnung an Krummheuer (1992), Krummheuer und Brandt (2001) und Sfard und Lavie (2005) näher erläutert.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Körperhaltungen ein, um auszudrücken, wie sie Dinge interpretieren, um ihre Standpunkte deutlich zu machen und um die gemeinsame Auseinandersetzung zu gestalten. Mit Blick auf die obigen Ausführungen wenig überraschend, zeigt sich in diesen mathematischen Interaktionen eine Vielfalt an Gesten, die von den Beteiligten hervorgebracht werden. All diese, von den Lernenden zur Bewältigung der Interaktionssituation verwendeten Ausdrucksmodalitäten, werden dabei nicht unverbunden und in chronologischer Abfolge geordnet hintereinander ausgeführt, sondern auf eine komplexe Weise mit- und ineinander verwoben hervorgebracht (vgl. Huth, 2018): Die Schüler*innen sprechen über die Verwendung von Material und nutzen es möglicherweise gleichzeitig, erläutern Gemeintes, erzeugen gestische Darstellungen ihrer Deutungen mathematischer Sachverhalte z. B. anhand von schriftlich Dokumentiertem und bringen zusätzlich lautsprachliche Erläuterungen hervor. Sie nehmen spezifische Anordnungen von Materialien vor und handeln aus, wie etwas auf Papier oder Bildschirm dokumentiert wird und gedeutet werden kann. Es werden Zeichnungen oder Notationen erstellt und gestisch bspw. daran gezeigt und lautsprachlich dargestellt, was gemeint ist, wie schriftliche Fixierungen interpretiert werden können oder wie diese in Zusammenhang mit dem bereits Besprochenem stehen (vgl. Huth, 2011a, S. 197). Diese komplexe Ausformung der Interaktion mithilfe von verschiedenen Modi wird in der Literatur häufig als *multimodal* charakterisiert bzw. als *Multimodalität* bezeichnet und fokussiert begrifflich diese vielfältigen und ineinander wirkenden Modi als zunächst empirisch beobachtbares Phänomen der mathematischen Lernendeninteraktion (vgl. u. a. Arzarello, 2006; Farsani, 2014; Krause, 2016; Radford, 2009).

Das Bild in Abbildung 2.1_1 zeigt beispielhaft eine solche multimodal angelegte mathematische Interaktion von Lernenden einer zweiten Klasse aus meinen Daten. Die Lernenden beschäftigen sich mit einem kombinatorischen Problem, nämlich dem Finden von verschiedenen Reihenfolgen aus drei Elementen. Die Multimodalität zeigt sich hier zunächst auf folgende Weise, auch wenn es sich um eine Momentaufnahme und damit eine statische Abbildung und weniger um die Situation als Prozess handelt:



Abb. 2.1_1 Aus einer untersuchten Interaktion zu einem kombinatorischen Problem (vgl. Beispiel 3, Kap. 9.3.3)

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Die Schülerin und der Schüler im Bild (Abb. 2.1_1) zeigen Handformen, die auf hervorgebrachte Gesten schließen lassen. Diese werden offenbar hier jeweils mit einer dominanten, ausführenden Hand und mit einer Hand in eher abwartender oder ruhender Position erzeugt. Die Lernenden erzeugen diese Handbewegungen beide zeitgleich, möglicherweise aufeinander bezogen und anscheinend an einer *fixierten, schriftähnlichen Darstellung* der dokumentierten und bereits gefundenen Reihenfolgen anhand von Papierkärtchen. Im Vordergrund sind Tierfiguren auf einem Podest zu erkennen, was offenbar auf eine vorausgehende *Handlung am Material* hindeutet, die diese spezifische Anordnung des Materials zur Folge hatte. Der geöffnete Mund des rechts abgebildeten Schülers verweist darüber hinaus auf einen möglichen zeitgleichen *Gebrauch der Lautsprache*. Mutmaßlich stehen hier Materialanordnung, Dokumentation und die Darstellungen in Gestik und Lautsprache in einer spezifischen Relation, die gemeinsam die mathematische Darstellung als Gesamtheit konstituieren.

Traditionell stehen aus mathematikdidaktischer Perspektive bezüglich der Bedeutung von Sprache für das Mathematiklernen vornehmlich die *Lautsprache* in ihren verschiedenen Sprachregistern als Alltags-, Unterrichts- und Fachsprache (vgl. Prediger, 2013; Kap. 5.7) und darüber hinaus die *schriftlichen Darstellungen* (vgl. Dörfler, 2006a, 2006b; 2015; Ott, 2016; Schreiber, 2010) im Zentrum der analytischen Betrachtung (vgl. Huth, 2018). Sprache wird dabei als *Lernmedium* und *Lerngegenstand* bezeichnet, was die Beteiligten an mathematischen Lehr- und Lernprozessen vor besondere Herausforderungen stellt. Ein zentrales Prinzip der Unterrichtsgestaltung stellt insbesondere der Wechsel von Darstellungsebenen z. B. in Form von eher alltagssprachlichen Umschreibungen, Handlungen, Zeichnungen und dem Gebrauch mathematisch adäquater Darstellungen z. B. auch in der Formelsprache dar (vgl. Klose, 2019, S. 195ff; Meyer & Prediger, 2012).²⁷ Nach Klose (2019) wird hierbei im Konsens der vielfältigen Arbeiten zum Mathematiklernen und der Bedeutung von Sprache z. B. der *Wortspeicher*²⁸ als eine geeignete Methode dargestellt, der für spezifische Themen im Mathematikunterricht erarbeitet werden kann, um adäquate sprachliche Mittel

²⁷ Als langfristige Ziele sind in diesem Zusammenhang auch die im Kerncurriculum (Hessen) verankerten überfachlichen Kompetenzen der Sprachkompetenz (Lese- und Schreib-, sowie Kommunikationskompetenz) zu nennen sowie die allgemeinen mathematischen Kompetenzbereiche Darstellen, Kommunizieren, Argumentieren und der Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen (vgl. Hessisches Kultusministerium, 2011). Sprache erhält damit mit Blick auf das Lernen und Lehren von Mathematik eine besondere Bedeutung, die sich auch in den bildungspolitischen Vorgaben widerspiegelt. Im Kerncurriculum stehen dabei eher lautsprachliche und schriftliche Darstellungen im Fokus. Gesten und ihre möglichen Funktionen im Mathematiklernen kommen nicht vor.

²⁸ Auch Verboom (2008) und Weis (2013) schlagen die Anlage eines solchen *Wortspeichers* als hilfreiche Methode im sogenannten „sprachsensiblen Unterricht“ (Weis, 2013, S. 8) vor. Der *Wortspeicher* kann im Klassenverband zu einem mathematischen Thema gemeinsam entwickelt werden. Es werden dazu z. B. auf einem Plakat zentrale Begriffe, aber auch Satzstrukturen zum behandelten mathematischen Thema festgehalten. Wichtig dabei ist die Einbettung in einen mathematischen Zusammenhang und das Angebot nicht nur von einzelnen Begriffen, sondern das Einüben themenspezifischer sprachlicher Strukturen. Die Arbeit mit dem *Wortspeicher* soll langfristig dazu führen, dass Lernende eine Gewohnheit ausbilden, wie sie über bestimmte mathematische Inhalte sprechen können. Ein solcher *Wortspeicher* kann auch zum Schreiben im Mathematikunterricht genutzt werden, weil er themenrelevante Formulierungen umfasst (vgl. Weis, 2013, S. 9).

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

zusammenzustellen (vgl. Klose, 2019, S. 196). Um dem Anspruch des kommunikativen Austausches im Mathematikunterricht in besonderer Weise gerecht zu werden, schlägt Klose (2019) die Erstellung von Audio-Podcasts als „besonderes Kommunikationstool zur Reflexion und Vertiefung mathematischer Begriffe“ (Klose, 2019, S. 196) vor, das spezifisch die rein mündliche Darstellung der Schüler*innen erforderlich macht.

In den letzten Jahren zeichnet sich darüber hinaus in der Bildungsforschung und speziell in der mathematikdidaktischen Forschung auch international die Entwicklung hin zur intensiveren Erforschung von Gesten und Gebärden im Mathematiklernen ab (vgl. Arzarello, 2006; Bjuland, Cestari & Borgersen, 2007; de Freitas & Sinclair, 2012; Elia, Gagatsis, Michael, Georgiou & van den Heuvel-Panhuizen, 2011; Farsani, 2014; Krause, 2016; Ng & Sinclair, 2015; Radford, 2009; Wille, 2020).²⁹ Es lässt sich eine wachsende Zahl an Arbeiten in diesem Bereich beobachten: Arzarello (2006) bspw. stellt seine Forschung in den theoretischen Rahmen der *Multimodalität* und betrachtet die Gestik als einen von verschiedenen Ausdrucksmodi im Zusammenspiel. Bjuland et al. (2007) untersuchen die *gestischen Argumentationen von Schüler*innen* beim Lösen mathematischer Aufgaben. Radford (2009) bezeichnet Gestik als eine *semiotische Ressource* (vgl. Radford, 2009, S. 54) und damit als einen Teil des Ausdrucksrepertoires. Er beforscht u. a. diesen Ausdrucksmodus innerhalb der semiotischen Koordination verschiedener Modi beim Mathematiklernen und beschreibt Gestik als *konstitutiven Teil des Denkens* (vgl. Radford, 2009, S. 111). Die *Gesten von Kindergartenkindern* bei der Beschreibung von räumlichen Anordnungen werden von Elia et al. (2011) in den Blick genommen. De Freitas und Sinclair (2012) beschäftigen sich mit der Beziehung von *Gesten und mathematischen Diagrammen*, die von Schüler*innen erzeugt werden und bezeichnen sie als Quelle mathematischer Bedeutung (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012, S. 137). Zudem beschäftigt sich Sinclairs Forschung mit Gesten im Rahmen von verschiedenen Apps, die zum Zahlverständnis und verschiedenen Operationen mit Zahlen entwickelt wurden (vgl. Touchcount App u. Touchtimes App, www.touchcounts.ca). In der Forschung von Farsani (2014) wird der Gebrauch von Gesten beim *Lehren von Mathematik* in einer bilingualen Lerngruppe untersucht. In Krause (2016) wird der Einsatz von Gesten in mathematischen Interaktionen von Oberstufenschüler*innen in den Fokus gerückt und von einem sogenannten *multimodalen Zeichen* aus Gestik, Lautsprache und Inskriptionen gesprochen (vgl. Krause, 2016, S. 49).³⁰ Willes (2020) Forschungen nehmen den Gebrauch von mathematischen Gebärden in der österreichischen Gebärdensprache in den Blick. Hier wird vor allem nach dem Zeichencharakter³¹ der Gebärden in Anlehnung an Peirce' ikonischem, idexikalischem und symbolischem Zeichen gefragt und wie sich hier

²⁹ Die hier zitierten Forschungsansätze in Bezug auf Mathematiklernen und Gestik werden im Folgenden noch weiter dargestellt (vgl. Kap. 5). Hier dient die Auflistung einem ersten Überblick.

³⁰ Die hier verwendeten Begriffe zum *multimodalen Zeichen* (Krause, 2016) werden im Verlauf der Arbeit näher erläutert (vgl. Kap. 5.1).

³¹ Der *Zeichencharakter* (indexikalisch, ikonisch, symbolisch) wird in Kapitel 6.1 bei der Darstellung des semiotischen Theorierahmens in Anlehnung an Charles Sanders Peirce noch einmal näher ausgeführt. Willes (2020) Forschungen werden in Kapitel 5.3 dargestellt.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

mathematische Vorstellungen im Vergleich von Gebärdensprachler*innen und hörenden Schüler*innen im Gebrauch der Lautsprache aufbauen. In Verlauf meiner Forschungsarbeit hat sich Gestik immer wieder als konstitutiver Teil dessen gezeigt, was die Beteiligten an der Interaktion als das Betreiben von Mathematik gemeinsam hervorbringen (vgl. Huth, 2013, 2017, 2018).

Trotz dieser beobachtbaren Tendenz einer wachsenden Zahl an Forschungsarbeiten zu Gesten in mathematischen Lehr-Lern-Prozessen in der Mathematikdidaktik, erscheint eine grundlegende und spezifische Rekonstruktion ihrer Funktion im Mathematiklernen weitgehend unbeleuchtet und stellt damit ein Desiderat dieser noch jungen Forschungslinie innerhalb des mathematikdidaktischen Diskurses dar. Dies hat aus meiner Sicht verschiedene Gründe:

- 1) Gesten werden in vielen Forschungen unter dem Theoriekonstrukt der Multimodalität eher als *ein* Bestandteil des Ausdrucks unter vielfältigen Modi verstanden und beforscht. Eine gewissermaßen *modusexklusive* und grundlegende Rekonstruktion ihrer Funktion und Bedeutung in mathematischen Interaktionen des frühen mathematischen Lernprozesses, insbesondere im deutschsprachigen Raum, steht bisher noch aus oder beruht häufig auf diesbezüglichen eher impliziten Annahmen zum multimodalen Ausdruck. Es steht häufig die Multimodalität im Mathematiklernen an sich im Fokus, und zwar fast ausschließlich als empirisch beobachtbares Phänomen. In dieser theoretischen Perspektive und der Tradition der *Embodied Cognition* (vgl. u. a. Anderson, 2003; Wilson, 2002) kommt körperlichen Ausdrucksformen ein gesteigertes Interesse zu. Die Trennung zwischen Körper und Geist wird überwunden und dem Körper eine zentrale Funktion in Denk- und Entwicklungsprozessen zugeschrieben (vgl. Anderson, 2003; Wilson, 2002). Eine Betrachtung des Zusammenspiels verschiedener Modi im Sinne des multimodalen Paradigmas, angereichert mit semiotischen Ansätzen (vgl. Arzarello, 2006), stellt eine erweiternde Forschungsperspektive in der Mathematikdidaktik dar, die über die Betrachtung von vornehmlich schriftlichen Darstellungen (vgl. Schreiber, 2010; Ott, 2016) und lautsprachlichen Äußerungen (vgl. Meyer & Prediger, 2012; Meyer & Tiedemann, 2017; Prediger, 2013) hinaus geht. Der Umgang mit Material bezüglich der Bedeutung von Handlungen im Mathematiklernen und für erfolgreiche Begriffsbildungsprozesse wird in diesem Zusammenhang häufig angereichert mit Theorien zu Artefakten, die im Gebrauch zu Instrumenten werden (vgl. Arzarello, 2006, S. 277ff). Handlungen mit Material werden somit bislang in der Mathematikdidaktik häufig auf Grundlage einer stärker lerntheoretisch geprägten Tradition von Arbeits- und Veranschaulichungsmitteln eingeordnet (vgl. Lorenz, 2011). Der Blick richtet sich hier stärker auf das Material an sich und seinem Potential im Lernprozess und weniger auf die tatsächlichen Handlungen. Darüber hinaus wird der Blick auf den Materialgebrauch im Mathematiklernen mit neueren

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Ansätzen zur interaktiven Rolle von Objekten in mathematischen Interaktionen angereichert (vgl. Fetzer, 2009, 2017, 2019; Fetzer & Tiedemann, 2017; Kap. 4.2). Auch hier stehen die Objekte und damit stärker das Material im Fokus, wobei sich der von Fetzer (2009, 2017, 2019) genutzte Objektbegriff auch auf bspw. Tafelanschriften bezieht. Mit Blick auf die Gestik ergeben sich hier hilfreiche Anknüpfungspunkte, sind doch Gesten in der Lage z. B. Handlungen pantomimisch nachzustellen. Vogel und Huth (2020) beschreiben in diesem Sinne Schnittstellen der Modi (vgl. Kap. 3.1.3 u. Kap. 10.1), an denen sie bspw. das diagrammatische Arbeiten (vgl. Kap. 5.2) von Lernenden rekonstruieren.

- 2) In einigen der oben kurz bereits angesprochenen mathematikdidaktischen Forschungen zur Gestik (Arzarello & Paola, 2007; Elia u. a., 2011; Kim, Roth & Thom, 2011; Sabena, 2008; Kap. 5) werden Gesten im mathematischen Bereich der Geometrie verortet und untersucht, mutmaßlich, weil aufgrund ihres mehrdimensionalen Charakters (vgl. Kap. 3.1) eine hohe Passung angenommen wird. Es gilt offenbar gemeinhin als naheliegend, geometrische Begriffe gestisch auszudrücken: etwa die Gestalt von Geraden, die Form von Objekten oder räumliche Beziehungen. Dies könnte sich darin begründen, dass der Gestik häufig eine eher figurale Gestalt und pantomimische Charakteristik zugeordnet wird. Offen bleibt dabei die Frage, ob und welche Funktion Gestik auch in anderen mathematischen Bereichen übernehmen kann.
- 3) Gestik wird zudem im theoretischen Ansatz der Multimodalität tendenziell eher als *Ausdrucksweise* oder *Abbildung von mental verfügbaren*, häufig als *abstrakt* bezeichneten mathematischen Konzepten verstanden, als Repräsentation dessen, was und wie im Kopf mathematisch gedacht wird. Und auch in Forschungen, in denen der Blick auf den Umgang mit mathematischen Diagrammen³² so verändert wird, dass sie selbst als Gegenstände des mathematischen Lernens betrachtet werden und nicht primär als reine Verweise auf mentale Repräsentationen (vgl. Sinclair & Bruce, 2015, S. 322), bleibt eine theoretisch gestützte Begründung, warum gerade Gesten als Teil dieser Diagramme *fachliche Bedeutung* im Lernprozess zugeschrieben wird, weitgehend implizit.

Damit bleibt das Desiderat bestehen, moduspezifisch und aus mathematikdidaktischer Sicht eine *fachliche Dimension speziell der Gestik* in einem als von Lautsprache, schriftlichen Darstellungen und Handlungen mit Materialien geprägten und betrachteten Mathematiklernprozess erfassen und beschreiben zu können und sie als Bestandteil des Mathematiktreibens Lernender zu erforschen. Dazu wird in der vorliegenden Forschungsarbeit die in der Linguistik verankerte sprachsystemische Begründung der

³² Diagramme werden hier und in der vorliegenden Arbeit im Sinne von Peirce verstanden als regelhaft in Relation stehende Inskriptionen (vgl. Dörfler, 2015). Weitere Ausführungen zum Diagramm-Begriff finden sich in Kap. 5.2 u. Kap. 6).

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Annahme einer multimodal angelegten Sprache, wie sie Fricke (2007, 2012) leistet, für mathematische Interaktionsprozesse adaptiert. Diese Grundlegung in der Sprachtheorie ist meines Erachtens obligatorisch für die sich aus mathematikdidaktischer Sicht anschließende Frage nach einer *fachlichen Dimension der Gestik*. Die *Fachlichkeit* wird dann im Rahmen der vorliegenden Forschungsarbeit einerseits begründet in der interaktiven Konstituierung dieser der Beteiligten an mathematischen Interaktionen (vgl. Kap. 4) und andererseits mit einer semiotischen Sichtweise auf Mathematik und mathematisches Agieren als Umgang und Gebrauch von Diagrammen verortet (vgl. Kap. 6 u. Kap. 7). Auf diese Weise kann erst eine systemische Einordnung gelingen, ob und inwiefern Gesten die Funktion mathematischer Zeichen, Inskriptionen und Diagrammen im semiotischen Sinne im interaktional geprägten Lernprozess erfüllen und damit potentiell als mathematische *Diagramme im Handumdrehen* (Titel) bezeichnet werden können.

Um diesen grundlegenden und noch weitgehend ungeklärten Aspekten zum potentiell diagrammatischen Gestengebrauch beim Mathematiklernen in dieser mathematikdidaktisch angelegten Forschungsarbeit zu begegnen, wird folgender Forschungsfragenkomplex aufgespannt:

*Wie nutzen Grundschüler*innen Gestik und Lautsprache, insbesondere in deren Zusammenspiel, um ihre mathematischen Ideen in den interaktiven Aushandlungsprozess einzubringen und über den Verlauf der Interaktion aufzugreifen, möglicherweise weiterzuentwickeln oder auch zu verwerfen?*

Diese übergeordnete Frage klärt also zunächst, wie überhaupt Gesten in Relation zur Lautsprache in mathematischen Interaktionen verwendet werden. Sie erfährt in den folgenden Unterpunkten eine Ausdifferenzierung:

- 1) Welche Funktionen übernehmen insbesondere die verwendeten Gesten in den untersuchten mathematischen Interaktionssequenzen Lernender?
- 2a) Inwiefern lässt sich ein Wiederaufgreifen von eingebrachten lautsprachlichen und/oder gestischen Äußerungen im Interaktionsverlauf nachzeichnen?
- 2b) Kann ein solches Aufgreifen als sprecher*innenübergreifende gegenseitige Übernahme von gestischen und/oder lautsprachlichen Äußerungen zwischen den an der Interaktion Beteiligten rekonstruiert werden?
- 3) Lassen sich auf diese Weise Konventionalisierungsprozesse der gestischen (und lautsprachlichen) Zeichen zeigen, in denen bestimmte Gesten für das gleiche Gemeinte stehen und damit im Sinne von vorübergehend stabilisierten Bedeutungen ausgehandelt werden?

Mithilfe der ersten ausdifferenzierenden Frage soll es möglich werden, die Funktionen der transkribierten Gesten zu rekonstruieren, und zwar in Bezug auf den mathematischen Aushandlungsprozess, die Hervorbringung und Darstellung mathematischer Erkenntnisse

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

durch die Beteiligten und das interaktive Voranschreiten in der Interaktion. Hierbei könnten sich bspw. fachliche Aspekte des verhandelten mathematischen Problems als in der Gestik codiert rekonstruieren lassen, nämlich bspw. dann, wenn Gesten eine potentiell diagrammatische Deutung erfahren. Es soll also insbesondere die Funktion der Gesten der Lernenden beleuchtet werden, immer auch in Bezug auf die gleichzeitig geäußerte Lautsprache. An den Ausführungen oben wurde deutlich, dass hier ein Bedarf einer zunächst deskriptiv angelegten Bestandsaufnahme anhand empirischer Daten besteht, um schließlich zu einer tragfähigen Beschreibung von Gestenfunktionen im mathematischen Lernprozess zu gelangen, die dann bezüglich der gewählten theoretischen Perspektive im semiotisch-interaktionistischen Sinne eine Einordnung erfährt (vgl. Kap. 10).

Mit der in 2a) und 2b) vorgenommenen Ausdifferenzierung der Forschungsfrage soll eine Beschreibung dessen möglich werden, ob und wie eine wiederholte Zeichennutzung von bestimmten Gesten im Interaktionsverlauf nachgezeichnet werden kann. Dies könnte auch im Kollektiv geschehen innerhalb der jeweils beobachteten Sprachgemeinschaft. Solche konventionalisierten Gesten geben Hinweise auf sich stabilisierende Deutungsweisen der Beteiligten und weisen darüber hinaus auf Gesten als fester Bestandteil des mathematisch Verhandelten hin. So können möglicherweise diagrammatische Deutungen von Gesten an ihrem regelhaften Gebrauch rekonstruiert werden.

In Forschungsfrage 3) kann schließlich mit dieser ersten Beschreibung von möglichen Zeichenwiederholungen im Interaktionsverlauf mithilfe der Ausdifferenzierung 2a) und 2b) eine Einordnung erfolgen in Bezug auf die Frage von Konventionalisierungsprozessen und der Etablierung von Bedeutungszuschreibungen innerhalb der untersuchten mathematischen Interaktionen. Hierbei stehen insbesondere *logische Schlüsse* im Rahmen der mathematischen Auseinandersetzung der Lernenden und der jeweilige Deutungshintergrund als prozesshaft geprägte *aktivierte Rahmung* der Beteiligten im Fokus der analytischen Rekonstruktion.³³

Explorativ soll auf diese Weise ermöglicht werden, die Funktion von Gestik in den untersuchten Interaktionssequenzen als Ausschnitt des interaktional angelegten Mathematiklernprozesses und als Teil ihres diagrammatischen Arbeitens als primär *konstitutiv* oder rein *abbildend* zu rekonstruieren. Perspektivisch ist damit eine Annäherung an die Frage möglich, ob die Verwendung von *mathematischen Gesten* für eine spezifisch mathematische Interaktion und damit für den Mathematiklernprozess gewissermaßen *obligatorisch* ist oder ob die Gestik stärker ein praktikables und leicht verfügbares und vielfältig einsetzbares *Vehikel* ist, um in jedweder – und damit eben auch in *mathematischer* – Interaktion in einem eher zufällig gewählten Modus auszudrücken und darzustellen, was interaktional als mathematisch bedeutsam ausgehandelt wird. Semiotisch betrachtet wird so der potentiell *diagrammatische Charakter* der durch die Lernenden gebrauchten Gesten herausgearbeitet.

³³ Der Begriff der *Abduktion* als logischer Schluss wird in Kapitel 6.5 in Anlehnung an die Peirce'sche Semiotik erläutert; der Begriff der *aktivierten Rahmungen* wird in Kapitel 4.1.1 behandelt. Die Entwicklung und Ausdifferenzierung des Forschungsfokus' werden in Kapitel 7 ausführlich beschrieben.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Der nächste Abschnitt soll nun an einem zentralen Beispiel meiner Daten in einem ersten Zugriff verdeutlichen, wie Lernende Gesten bei der Beschäftigung mit einem mathematischen Problem in Interaktion verwenden. Dabei wird ein erster Blick auf die zugehörige Analyse in Kapitel 9.3.1 vorgenommen, wobei die detaillierte Beschreibung erst später erfolgt.

2.2 *Progestus*: Faszination für mathematische Gesten Lernender

Empirischer Ausgangspunkt des Forschungsvorhabens bildet ein besonders eindrückliches Beispiel einer Lernendeninteraktion. Die Zweitklässler Jakob und Claus beschäftigen sich, wie die beiden Schüler*innen oben bei Abbildung 2.1_1, mit dem kombinatorischen Problem des Findens aller Reihenfolgen aus drei Elementen – hier Tierfiguren. Sowohl die Tierfiguren waren als Plastikfiguren verfügbar als auch ein Podest, auf dem die Figuren hintereinander angeordnet werden konnten.³⁴ Das Beispiel von Jakob und Claus wird ausschnittsweise in verschiedenen Zusammenhängen innerhalb der theoretischen Kapitel in Betracht gezogen, um an meinen Daten Konkretisierungen der theoretischen Ausführungen vorzunehmen. Aufgrund seiner zentralen Bedeutung in meiner wissenschaftlichen Auseinandersetzung mit der mathematikdidaktisch verankerten Erforschung von Gestik und ihrer Funktion in mathematischen Interaktionen Lernender, soll die analysierte Sequenz von Jakob und Claus bereits hier kurz dargestellt werden und in meine Forschung einleiten. Dabei werden im Sinne eines praxeologischen Methodenverständnisses (vgl. Bohnsack, 2008, S. 187; Kap. 8.2) Ausblicke auf meine Forschungsergebnisse (vgl. Kap. 10.1) erfolgen.³⁵ Dieses Vorgehen soll es ermöglichen, ausgehend von einer videografierten und durch die Lernenden gestalteten mathematischen Interaktionssequenz, die theoretischen Kapitel und die weiteren analysierten Sequenzen in Bezug auf das Gesamtkonzept der Forschungsarbeit einzuordnen. Auf diese Weise soll meine auf mathematikdidaktische Theoriegenese angelegte qualitative Forschungsarbeit durch eine Konfrontation mit den Daten eröffnet werden. Dieses Wechselspiel zwischen Daten und Theorie, zwischen sozial konstruierter Wirklichkeit und Theorieentwicklung aus einer Rekonstruktion der darin zentralen Prozesse der mathematischen Aushandlung der Beteiligten heraus, soll einen Zugang zu meinem

³⁴ Dieses Beispiel habe ich bereits in verschiedenen Veröffentlichungen ausschnittsweise dargestellt, wobei es sich dabei um vorläufige Analyseergebnisse handelt (vgl. Huth, 2009, 2013, 2020). Im Rahmen der nun hier vorliegenden Forschungsarbeit erfolgt eine im Vergleich dazu umfangreichere, überarbeitete und detailliertere Darstellung der Analyse (vgl. Kap. 9.3.1).

³⁵ Ein solches Methodenverständnis basiert auf der Annahme, dass auch die Methode an der Rekonstruktion und der Arbeit mit den Daten entwickelt werden muss. Es handelt sich also bei der Arbeit mit Daten im Rahmen der rekonstruktiven Sozialforschung in Bohnsacks (2008) Beschreibung nicht um ein Erlernen der durch die Methodologie vorgegebenen Regeln, sondern um einen „modus operandi, einen Habitus“ (Bohnsack, 2008, S. 189), der nur in der *Forschungspraxis* erworben werden kann. In meinem Verständnis ist damit eine Explikation von forschungsrelevanten Begriffen mit und an den Daten möglich. Theorie wird also nicht ausschließlich vorab genutzt, um Daten theoriegeleitet zu betrachten oder geht nicht chronologisch nachgeordnet erst aus der abgeschlossenen Empirie hervor, sondern Theorie wird in der empirischen Arbeit mit und an den Daten entwickelt. Daher ist an ausgewählten Stellen ein vorausschauender Blick auf die Daten auch bereits in den theoretischen Kapiteln im Rahmen der vorliegenden Arbeit beschrieben.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Forschungsinteresse und dem vorliegenden Forschungsbedarf ermöglichen, ganz im Sinne von H. Sacks, der von der Beobachtung an Transkripten zur Entwicklung von Theorie ausgeht:

„We will be using observation as a basis for theorizing. Thus we start with things that are not currently imaginable, by showing that they happened. We can then come to see that a base for using close looking at the world for theorizing about it is that from close looking at the world we can find things that we could not, by imagination, assert were there.“ (Sacks, 1984, S. 25)

Paradigmatisches Beispiel: Die beiden Zweitklässler Jakob und Claus beschäftigen sich mit dem kombinatorischen Problem der Permutation: Welche und wie viele Reihenfolgen lassen sich aus drei Tieren bilden, wenn jedes Tier nur einmal innerhalb jeder Reihenfolge verwendet werden darf? Als Material nutzen sie angebotene Plastik-Tierfiguren: ein Elefant, ein brauner und ein weißer Tiger. Diese Figuren können auf einem Podest in einer Reihe als Tierpolonaise angeordnet werden. Die beiden Schüler verfügen außerdem über Tierkärtchen aus Papier mit den abgebildeten Köpfen der Tiere zur Dokumentation bereits gefundener Reihenfolgen. Das mathematische Permutationsproblem ist eingebettet in einen Zirkuskontext. Die Tiere sollen dementsprechend auf verschiedene Weise eine Polonaise auf einem Podest bilden.

Jakob und Claus beginnen ihre Auseinandersetzung mit dem gegebenen mathematischen Problem und stellen auf dem Podest verschiedene Reihenfolgen mit den Tierfiguren. Anschließend werden die Reihen jeweils mit den Tierkärtchen nachgelegt. Claus und Jakob legen auf diese Weise insgesamt sechs voneinander verschiedene Reihenfolgen in ihrem Arbeitsbereich (vgl. Abb. 2.2_2).

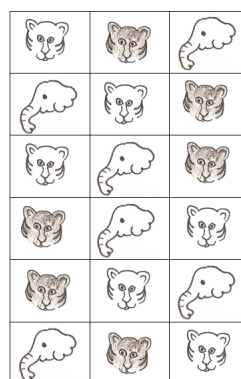


Abb. 2.2_2 Die von Jakob und Claus gelegten Reihenfolgen aus ihrer Perspektive³⁶

³⁶ Im Verlauf meiner Arbeit werden diese Reihenfolgen als *Reihen* oder *Reihenfolgen* bezeichnet. Die jeweils erste Position befindet sich in der ersten Spalte, die zweite Position in der zweiten Spalte und die dritte Position in der dritten Spalte. Die Reihenfolgen werden damit jeweils in Leserichtung von links nach rechts und zeilenweise von oben nach unten gelesen. Dabei wird stets die Sicht der jeweiligen Schüler*innen abgebildet. Die obere Zeile in Abbildung 2.2_2 bildet also die erste Reihenfolge, die Jakob und Claus nachgelegt haben in der Besetzung: weißer Tiger auf der ersten Position, brauner Tiger auf der zweiten Position und Elefant auf der dritten Position.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Claus scheint im Anschluss an diese Phase des Findens von Reihenfolgen die bereits nachgelegten Reihen (vgl. Abb. 2.2_2) überprüfen zu wollen. Hier beginnt die analysierte Sequenz, aus der im Folgenden zunächst Ausschnitte dargestellt werden, bevor sie im empirischen Teil der Arbeit (Kap. 9.3.1) ausführlich beschrieben wird. Die Abbildungen 2.2_3 und 2.2_4 zeigen den im Rahmen meiner Arbeit analysierten Interaktionsverlauf. Sie sind von oben nach unten und von links nach rechts zu lesen. Zeilenweise steht jeweils eine Äußerung oder zwei sich überschneidende Äußerungen. Nebeneinanderstehende Äußerungen sind also zeitgleich bzw. in Teilen überschritten von den Beteiligten hervorgebracht. Eine Äußerung besteht aus einem Bild oder einer Bildfolge in Leserichtung, auf der die körpersprachlichen Äußerungen, vornehmlich die Gesten, zu sehen sind. Der zugehörige lautsprachliche Äußerungsteil steht neben oder über der Bildfolge.³⁷ Die Notation entspricht derjenigen, die in den Transkripten verwendet wird (vgl. Kap. 8.6 u. Kap. 9): / bzw. \ steht für Stimmhebung bzw. Stimm-senkung. **Fettgedrucktes** ist betont, gesperrt Geschriebenes langgezogen ausgesprochen. Die Punkte in Klammern verweisen auf die Sekundenanzahl einer Sprechpause. In Klammern wird ein unverständlicher Äußerungsteil oder die Art und Weise, wie folgend gesprochen wird, angegeben.³⁸



Abb. 2.2_3 Der erste Ausschnitt der betrachteten Interaktionssequenz von Jakob und Claus (Beispiel I: Kombinatorik)

Claus führt in diesem ersten Ausschnitt der Interaktionssequenz (vgl. Abb. 2.2_3) tippende und zeigende Gesten über den nachgelegten Reihenfolgen aus, verbunden mit der

³⁷ Es ist möglich, hier Bildfolgen zu verwenden, weil sie auf einer analysegestützten Interpretation der Situation in Form einer Interaktionsanalyse basieren (vgl. zu den verwendeten Analyseverfahren Kap. 8.7).

³⁸ Näheres zur Notationsweise und den Transkripten ist in Kapitel 8.6 der vorliegenden Arbeit beschrieben.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

lautsprachlichen Äußerung „(unverständlich) *das das das* („.)“. Folgendes lässt sich aus dieser gestischen und lautsprachlichen Äußerung als mögliche Deutungen aufstellen: Es könnte sich um einen Zählprozess handeln, um z. B. zu prüfen, ob in jeder Reihe genau drei Kärtchen verwendet wurden. Ebenso könnte Claus klären wollen, welche Reihen bereits gefunden wurden, um bspw. noch weitere, fehlende Reihenfolgen zu finden. Des Weiteren ließe sich seine Äußerung als Nachzählen deuten, wie viele Kärtchen oder Reihen insgesamt gelegt wurden. Da Claus im Anschluss an die Tipp- und Zeigebewegungen über den nachgelegten Reihen und der lautsprachlichen Pause „ah!“ mit Stimmhebung hervorbringt und sich zum Podest bewegt, ist es als wahrscheinlich anzusehen, dass Claus aus dem Tippen und Zeigen verbunden mit dem lautsprachlichen Äußerungsteil „*das das das* („.)“ eine Erkenntnis gewinnt. Möglicherweise verfolgt er nun die Absicht, diese Erkenntnis zu überprüfen oder für die anderen Beteiligten darzustellen. Er nimmt alle Tierfiguren in die rechte Hand. Eventuell möchte er ihre Positionen auf dem Podest verändern im Sinne der Erzeugung einer neuen Reihenfolge. Dies könnte seine mögliche Erkenntnis aus der Beschäftigung mit den bereits nachgelegten Reihenfolgen sein. Er könnte die Tierfiguren auch gewissermaßen abschließend abräumen wollen, weil er möglicherweise davon ausgeht, dass es keine weitere Reihenfolge mehr geben kann, was eine zweite Deutungsvariante bezüglich einer durch „ah!“ markierten Erkenntnis von Claus sein könnte. Jakob beobachtet die Situation und deutet Claus' Handlung am Podest offenbar so, dass dieser beabsichtigen könnte, eine neue, noch nicht gefundene Reihenfolge zu stellen. Sein lautsprachlicher Ausspruch „*'s gibt* (.) **hoarr**“ deutet auf eine gewisse Gereiztheit hin. Eventuell ist für ihn klar, dass es keine weiteren Reihenfolgen gibt und Claus' Vorhaben erscheint ihm damit als unnötig. Jakob bricht vor der Vervollständigung seiner lautsprachlichen Äußerung ab. Das anschließende Verharren von Claus in seiner Position mit den Händen an den Tierfiguren verbunden mit dem Blick zu Jakob und dem Ausspruch „**Hallo!**“ ist möglicherweise eine Frage an Jakob, was genau er sagen wollte oder warum er sich gereizt zeigt. Möglicherweise sieht sich Claus auch in seinem Vorhaben von Jakobs Einwand gestört und erzeugt deshalb diese Äußerung. Er könnte sich ungerecht behandelt fühlen, weil er eventuell lediglich die Tierfiguren abräumt, um den Suchprozess zu beenden. Die begleitende Person B interpretiert die Interaktion der Schüler mutmaßlich als ein Ringen um die Frage, ob es noch eine weitere Reihenfolge gibt. Sie äußert lautsprachlich und offenbar an beide Schüler gerichtet „Gibts noch eine“. Daraufhin bringt Jakob den analytisch als zentral rekonstruierten Schluss hervor (vgl. Kap. 9.3.1): „**gibt** nur **sechs** Möglichkeiten“ (Abb. 2.2_4).

In dem folgenden Teil der Interaktion, der hier nicht abgebildet ist, drückt Claus zunächst Unverständnis und Erstaunen aus, mutmaßlich über Jakobs geäußerten Schluss zu den sechs Möglichkeiten. Die begleitende Person B fragt Jakob warum er dies denke, worauf hin Jakob lautsprachlich eine Begründung formuliert: „*weil wir schon alle haben*“. Dies scheint Claus erneut an den gefundenen Reihenfolgen in einer Art von Abzählen verifizieren oder nachvollziehen zu wollen, was B offenbar als Nicht-Verstehen deutet und Jakob nach einer Erklärung für Claus fragt (vgl. Abb. 2.2_4).

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung



Abb. 2.2_4 Jakob beginnt seine Erklärung mit den Dachhänden I und II (vgl. Kap. 1.1)

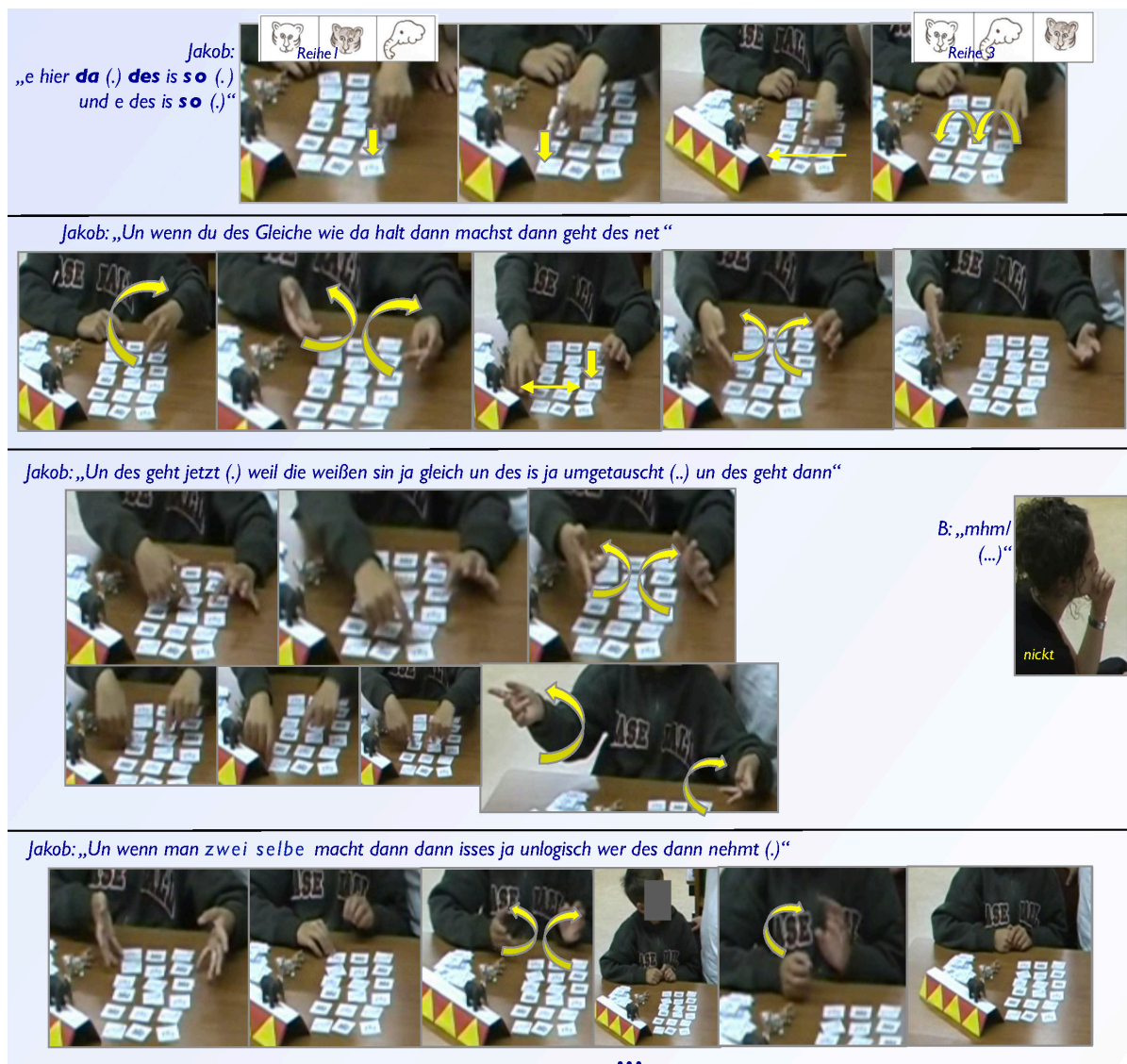


Abb. 2.2_5 Jakobs Erläuterung, warum es nur sechs Reihenfolgen geben kann

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Jakob setzt nun in der ersten Zeile von Abbildung 2.2_5 zu einer lautsprachlichen und vor allem gestischen Erläuterung an (vgl. Abb. 2.2_4 u. Abb. 2.2_5). Man erkennt in Abbildung 2.2_5, dass er offenbar an den in der ersten Position vergleichbaren Reihen eins und drei erläutert, wann Reihen in die Lösungsmenge passen und wann nicht. Dazu beschreibt er, wie sich die beiden von ihm gewissermaßen beispielhaft ausgewählten Reihen in der aktuell vor den Schülern liegenden Sammlung bzw. Dokumentation von gefundenen Reihenfolgen darstellen: „Guck hier (.) e hier **da** (.) **des is so** (.) un e **des is so** (.)“ (Abb. 2.2_4). Rein lautsprachlich erscheint zunächst schwer nachvollziehbar, was Jakob hier meinen könnte. Es zeigt sich unter Einbezug der gefundenen Reihenfolgen und seiner Gestik aber eine Verlinkung seiner lautsprachlichen Äußerung mit der Darstellung der erzeugten Reihen, die vor ihm liegen. Abgesehen von dieser Link-Funktion, die hier von der Gestik erfüllt wird, nämlich der Verlinkung von lautsprachlicher Erklärung mit erzeugter Dokumentation der Reihenfolgen, stellt die Gestik aber darüber hinaus explizit mathematische Erkenntnisse dar: Jakob verwendet häufig zweihändige Gesten, deren Bewegungen symmetrisch ausgeführt werden. Dabei verweist er auf zwei Reihen, die unter bestimmten Umständen als gleich oder verschieden voneinander ausgewiesen werden. Die Permutation von Positionen gestikuliert er als wiederholt ausgeführte gegenläufige Zweihand-Bewegung oberhalb der vertauschten Positionen und zeigt damit gestisch den dynamischen Vorgang einer Permutation bei gleichzeitiger Ausweisung eines Fixpunktes an, nämlich der ersten Positionen in Reihe eins und drei, die jeweils mit dem weißen Tiger besetzt sind.

Mit Jakobs Handbewegungen wird offenbar auch eine Vorstellung von Reihenfolge als konstant aufgebaute Gesamtheit dargestellt oder als einzeln abgetippte Folge von auf bestimmte Weise besetzten Positionen. Der Fixpunkt in der ersten Position in Reihe eins und drei wird durch das gleichzeitige Zeigen mit beiden Zeigefingern auf diese Positionen markiert (vgl. Abb. 2.2_5). Jakobs Hände rahmen zunächst die erzeugte Darstellung der Reihenfolgen, etwa bei Zwischenergebnissen „dann geht des net“ oder auch „und des geht jetzt“. Seine Hände werden bei der folgenden Formulierung „und des geht dann“ etwas von den Reihen abgehoben und symmetrisch auseinandergeführt, als sei seine Erkenntnis damit letztlich nun bewiesen und allgemeingültig festgehalten. Abschließend äußert Jakob, dass zwei gleiche Reihen nicht zur Lösungsmenge gehören können und gestikuliert dabei deutlich weniger an einzelne Reihen gebunden, sondern stärker bezüglich der gesamten gefundenen Reihenfolgen, die vor ihm liegen. Seine Hände im letzten Bild werden dann zusammengeführt und übereinander in einer Ruheposition abgelegt, sein Blick zu Claus gewandt, so als warte er nun auf die Reaktion seines Interaktionspartners und markiere einen Abschluss seiner Erläuterung erneut gestisch.

An diesem kurzen Ausschnitt als Ausblick auf die hier vorliegende Forschungsarbeit zu Gesten in mathematischen Interaktionen junger Lernender lässt sich Folgendes beobachten: Zunächst sind die Gesten offenbar fester Bestandteil des Interaktionsgeschehens. Claus und Jakob erzeugen sie offenbar selbstverständlich und fließend in einer Vielfalt von

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

verschiedenen Ausdrucksmodi. Zudem nutzen sie gegenseitig offenbar die Gesten des Gegenübers, um Interpretationen der Gesprächsbeiträge vorzunehmen. So erzeugt Jakob bspw. aus den Gestenbewegungen von Claus zu Beginn (vgl. Abb. 2.2_3) die Interpretation, dass dieser mutmaßlich versucht, neue Reihenfolgen zu finden. Es wird damit eine mathematische Deutung der Gesten Claus' durch seinen Interaktionspartner vorgenommen: Die Gesten werden vermutlich als Überprüfung der bisherigen gemeinsam erzeugten Lösungsmenge und als Versuch der Hervorbringung neuer Reihenfolgen gedeutet. Und Claus könnte dies tatsächlich beabsichtigen und damit seine Gesten wiederum im Sinne eines mathematischen Lösungsprozesses nutzen, um systematisch eine Überprüfung der bisher erzeugten Lösungsmenge vorzunehmen. In seiner eigenen Erläuterung (vgl. Abb. 2.2_5) verwendet Jakob seine Gesten vor allem zur Darstellung der für ihn wesentlichen mathematischen Aspekte: Er gestikuliert bspw. seine Vorstellung von Reihenfolgen als Gesamtheit in Form von konstanten Zeigegesten über bestimmten Reihen oder als Einheit aus drei Positionen, wenn die Besetzung dieser Positionen in seiner Erläuterung besonders hervorgehoben werden soll. Er markiert gestisch Fixpunkte in für ihn wesentlichen Reihenfolgen durch ein deutliches und fixiertes Tippen auf diese Positionen und zeigt die Permutation als zentrales kombinatorisches Konzept zur Erzeugung von Reihenfolgen gestisch als dynamischen Vertauschungsprozess an. Damit gestikuliert Jakob hier auch eine Lösungsstrategie, durch die alle möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen systematisch gefunden werden könnten. Er zeigt gestisch mögliche Manipulationen an der erzeugten Dokumentation, den mit Tierkarten nachgelegten Reihenfolgen. Seine Gestik tritt als Lesart des erzeugten Diagramms aus Reihenfolgen auf. Gleichzeitig schließt Jakob gleiche Reihenfolgen aus der Lösungsmenge aus und trifft allgemeingültige Aussagen, die er zumeist durch zweihändige, geöffnete Gesten in den Raum zu stellen scheint, eventuell auch zur Diskussion stellt oder gewissermaßen als mathematische, allgemeingültige Regeln für das gegebene mathematische Problem aufstellt. Auf diese Weise leitet er seinen zuvor gezogenen Schluss, dass es nur sechs Möglichkeiten geben kann (vgl. Abb. 2.2_3), nachvollziehbar her und verteidigt ihn vor dem Kreis seiner Interaktionspartner*innen.

Im Verlaufe der vorliegenden Forschungsarbeit werden diese und weitere Rekonstruktionen anhand der Daten zur Funktion von Gesten in mathematischen Interaktionen junger Lernender weiter ausgeführt, theoretisch gefasst, empirisch in weiteren Beispielen belegt und abschließend eingeordnet (vgl. Kap. 9.3.1 bis Kap. 9.3.7 u. Kap. 10).

2.3 Anlage der empirischen Studie und analytisches Vorgehen

Ausgangspunkt der vorliegenden Forschungsarbeit sind Beobachtungen des Zusammenspiels von Gestik und Lautsprache, wie es sich in der Interaktion junger Lernender bei der Beschäftigung mit mathematischen Fragen oder Problemen zeigt. Dies erfolgt aus der grundlegenden Annahme einer systemischen Multimodalität von Sprache heraus, u. a. in Anlehnung an die linguistischen Arbeiten von Fricke (2007, 2012). Als ausgebildete

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Grundschullehrerin eröffnet sich das Forschungsfeld der mathematischen Interaktionen in der Grundschule als im besonderen Maße zugänglich und vertraut. Es werden Schülerpaarungen aus der zweiten Klasse der Grundschule untersucht, die sich gemeinsam mit einem gegebenen mathematischen Problem auseinandersetzen. Die darin verhandelten mathematischen Sachverhalte stammen aus zwei verschiedenen mathematischen Bereichen – Kombinatorik und Geometrie. Sie wurden mithilfe von sogenannten mathematischen Situationspattern (vgl. Vogel, 2012, 2013, 2014; Kap. 8.4, Anhang I) geplant, und von einer damit geschulten Person initiiert und begleitet. Eingebunden in den Forschungsbereich *Mathematiklernen und Sprache – Multimodalität* am Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik der Goethe-Universität Frankfurt am Main wurden im Rahmen der empirischen Arbeit in Lehrveranstaltungen unter der Leitung von Prof.in Dr. R. Vogel solche Video-Daten erhoben. Das Untersuchungsfeld der Grundschule wurde ab 2009 mit dem Beginn der Projektes erStMaL (early Steps in Mathematics Learning), das im Forschungszentrum IDeA (Individual **D**evelopment and **A**daptive Education) angesiedelt ist, auf den Bereich des frühen Mathematiklernens im Kindergartenalter erweitert.³⁹ In der vorliegenden Arbeit werden ausgewählte mathematische Interaktionssequenzen von je zwei gemeinsam an einem mathematischen Problem arbeitenden Grundschüler*innen unter dem besonderen Blickwinkel ihrer verwendeten Gestik-Lautsprache-Relationen anhand eines eigens entwickelten und die Gestik in besonderer Weise transkribierenden Verfahrens (vgl. Kap. 8.6) aufbereitet und in einer textbasierten sowie einer grafischen kombinierten qualitativen Vorgehensweise analysiert (vgl. Kap. 8.7): Als Analyseverfahren in der Tradition der qualitativen Sozialforschung werden die Interaktionsanalyse (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Krummheuer & Naujok, 1999) und zeichentheoretisch die Semiotische Analyse (vgl. Schreiber, 2010) in einer jeweils dem Forschungsanliegen angepassten Art und Weise verwendet (vgl. Kap. 8.7.2). Im ersten Schritt (Interaktionsanalyse) kann vor allem die Beteiligung der Gestik am mathematischen Aushandlungsprozess rekonstruiert werden. Im zweiten Schritt soll unter semiotischer Perspektive dann eine Analyse des Zeichenprozesses mithilfe von Semiotischen Prozess-Karten (vgl. Schreiber, 2010) auf Mikroebene erfolgen. Hierbei soll insbesondere auch das Zusammenspiel der Gestik mit der Lautsprache und anderen Darstellungsweisen nachvollzogen werden und in der Zusammenschau mit dem ersten Analyseschritt zu einer geeigneten Beschreibung der Funktion und Bedeutung von Gestik im Mathematiklernprozess junger Lernender führen. Damit soll der Gestik im Rahmen dieser explorativ-

³⁹ Das Projekt erStMaL wurde im Rahmen der **L**andes-**O**ffensive zur **E**ntwicklung **W**issenschaftlich-**ö**konomischer **E**xzellenz des Landes Hessens (LOEWE) in Frankfurt am Main gefördert und untersucht die mathematische Denkentwicklung in verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen von Kindern im Vorschulalter bis in die Schulzeit hinein in Form einer longitudinal angelegten Studie (vgl. Brandt, Vogel & Krummheuer, 2011). In der Anlage meiner Studie habe ich zugunsten der Vergleichbarkeit und Kompatibilität mit Daten des erStMaL Projekts Settingkonstellationen aus zwei der fünf in erStMaL verankerten mathematischen Bereichen in den Datenkorpus aufgenommen. Es werden auch im Projekt erStMaL, die mathematischen Situationspattern (vgl. Vogel, 2013, 2014) zur Entwicklung mathematischer Gesprächssituationen in den verschiedenen mathematischen Bereichen verwendet (vgl. Kap. 8.4).

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

rekonstruktiven Studie größere Aufmerksamkeit gewidmet werden, als bisher im mathematikdidaktischen Diskurs zu beobachten ist, um sich der Frage zu nähern, welche Funktion(en) *explizit die Gestik* in solchen mathematischen Lernendeninteraktionen erfüllt. Die vorliegende Forschungsarbeit stellt damit eine der ersten Beiträge im deutschsprachigen Raum zur grundlegenden und gewissermaßen unter *modus exklusiver* Betrachtung erfolgenden Erforschung der Bedeutung von Gesten im mathematischen Lernprozess dar.⁴⁰ Im Fokus meiner Forschung steht diejenige Gestik, die von Zweitklässler*innen in mathematischen Interaktionen bei der Beschäftigung mit einem gegebenen Problem spontan zumeist mit Arm- und Handbewegungen und häufig in Relation mit der gleichzeitig verwendeten Lautsprache hervorgebracht wird. Zentrales Anliegen meiner Arbeit ist die Rekonstruktion von *Bedeutung* und *Funktion* dieser erzeugten Gesten innerhalb der mathematischen Interaktionssituation, in der die Lernenden aus semiotischer Sicht potentiell mit und an mathematischen Diagrammen arbeiten. In Relation zur verwendeten Lautsprache analysiert, soll somit auf *fachlicher Ebene* die Rolle der Gesten beim gemeinsamen mathematischen Agieren, beim diagrammatischen Arbeiten von Lernenden anhand eines Ausschnitts des frühen Mathematiklernprozesses (zweites Schuljahr) untersucht und nachgezeichnet werden.

Die an den untersuchten mathematischen Interaktionen Beteiligten werden jeweils als interaktional gleichberechtigte Teilnehmer*innen an der mathematischen Aushandlung gesehen. Es steht dabei in erster Linie die Rekonstruktion und Beschreibung dessen im Vordergrund, wie die Interaktion von den Beteiligten gestisch und lautsprachlich bewältigt und gestaltet wird. Es geht damit in meiner Forschung ausdrücklich nicht um eine etwa auf mathematische Adäquatheit bezogene, qualitative Bewertung der Leistungen der in Gestik und Lautsprache eingebrachten Äußerungen der Beteiligten. Die aus meiner Forschung möglichen Rückschlüsse mit der Perspektive auf Funktion und Bedeutung der Gestik im Zusammenspiel mit der Lautsprache in mathematischen Auseinandersetzungen von Lernenden sollen langfristig einen Beitrag zur mathematikdidaktischen Theoriegenese leisten, um genauer zu verstehen, wie solche Interaktionen von Schüler*innen im Mathematiklernprozess in Bezug auf die Ausdrucksmodi Gestik und Lautsprache gestaltet und bewältigt werden und welche Funktion insbesondere der Gestik im mathematischen Agieren von Lernenden zugeschrieben werden kann.

2.4 Theoretische Ausrichtung der Forschungsarbeit

Um sich dem aufgezeigten Forschungsbedarf im Bereich der Gestik aus mathematikdidaktischer Perspektive anzunähern, gilt es zunächst, einen theoretischen Zugang auszuloten. Es werden drei theoretische Hauptlinien in meiner Forschungsarbeit verwendet und über ein sie verbindendes theoretisches Konstrukt zusammengeführt. Diese

⁴⁰ Erste Veröffentlichungen als Vorbereitung des vorliegenden Forschungsprojekt stammen von Huth (2009, 2010).

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Zusammenführung stellt das Rüstzeug für die auf Rekonstruktion angelegten qualitativen Analysen dar, die auf Verfahren dieser Forschungstraditionen beruhen.

Theoretische Leitlinien meiner Forschung für die Betrachtung des Mathematiklernens sind:

- *Forschungen zum Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache* (vgl. Ausführungen oben u. Kap. 3) vornehmlich aus Psychologie und Linguistik,
- die *Interaktionstheorie mathematischen Lernens* (vgl. Kap. 4) und
- die *Semiotik nach Charles Sanders Peirce (1839-1914)* (vgl. Kap. 6).

Theorien aus der Gestikforschung (vgl. u. a. Fricke, 2007, 2012; Goldin-Meadow, 2003; Kendon, 1980, 2004; McNeill, 1992, 2005; Müller, 1998, 2013) rahmen die Betrachtung des Zusammenspiels von Gestik und Lautsprache und ermöglichen eine moduspezifische Beschreibung insbesondere der Gestik (vgl. Kap. 3). Hierbei werden erste Hinweise auf ausgewählte Forschungen dargestellt, die innerhalb dieser zumeist psychologisch und linguistisch geprägten Forschungstradition relativ früh bereits Gestik in mathematischen Lernsituationen untersuchen, wie z. B. in Studien von Goldin-Meadow (2003) (vgl. Kap. 3.2.1).

Mit der mathematikdidaktischen Interaktionstheorie (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Krummheuer & Naujok, 1999) wird ein Blick auf das Mathematiklernen eingenommen, der die *Interaktion als konstitutives Moment des mathematischen Lernprozesses* betrachtet. Es wird mit diesem Ansatz versucht, thematische Entwicklungen im Interaktionsprozess zu rekonstruieren und Bedeutungsaushandlungen nachzuzeichnen. Dieser Prozess wird verstanden als ein wechselseitiges Bezugnehmen der Interagierenden aufeinander. Sie generieren auf diese Weise „als gemeinsam geteilt geltende[n] Deutung[en]“ (Krummheuer, 1992, S. 18)⁴¹ dessen, was kollektiv als mathematisch relevant thematisiert wird. Sowohl die interaktive Aushandlung als auch ihre Inhalte werden erst in der konkreten Interaktionssituation erzeugt und von allen Beteiligten kollektiv hervorgebracht. Die Theorie ermöglicht daher eine lerntheoretische Perspektive auf mathematische Interaktionen junger Lernender unter besonderer Berücksichtigung der sozialen Konstitution des Mathematiklernprozesses (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001). Innerhalb dieser Interaktionen ringen die Beteiligten gemeinsam um eine als gemeinsam geteilt geltende mathematische Deutung der Dinge, die im Verlauf einer von aufeinander bezogenen Gesprächszügen geprägten Aushandlung durch den Abgleich von zunächst stärker individuell geprägten Situationsdeutungen hervorgebracht werden und teilweise auch eine gewisse Beständigkeit erfahren. Das Individuum *lernt* innerhalb dieses Sozialgefüges durch eine im

⁴¹ Dieses Zitat von Krummheuer (1992) wird im Verlauf der Arbeit wiederholt verwendet und bspw. auch als Beschreibung in den Analysen genutzt. Dabei wird nicht an jeder Stelle die Quellenangabe genannt, weil dies manchmal der Lesbarkeit entgegensteht. Es sei hiermit aber darauf hingewiesen, dass ich mich an all diesen Stellen im Verlauf der Arbeit auf den Krummheuer'schen Begriff der „als geteilt geltende Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18) beziehe und die Verwendung stets auf dieser Quelle beruht.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Fortschreiten dieses Lernprozesses rekonstruierbare zunehmende Autonomie bezüglich der Übernahme von Verantwortung für mathematische Argumentationen innerhalb stabiler Muster der Interaktion, an denen es partizipiert (vgl. Krummheuer, 1992, S. 143f; Krummheuer & Brandt, 2001, S. 20). Es geht also darum, mathematisches Lernen als einen wechselseitigen sozialen Prozess der Bedeutungsaushandlung von mathematischen Sachverhalten zu verstehen (vgl. zur weiteren Darstellung dieses Ansatzes Kap. 4). Die in diesem Bereich als fundamental zu bezeichnenden Forschungen von Krummheuer (1992), Krummheuer und Naujok (1999) und Krummheuer und Brandt (2001) ziehen dabei die Gestik der Interagierenden in Betracht als sogenannte *nonverbale*⁴² Äußerungsteile, weisen ihr aber in der Aufbereitung der Daten und der analytischen Perspektive einen weniger zentralen Stellenwert zu, als es in der vorliegenden Arbeit intendiert wird. Zumeist werden Gesten in diesen Forschungen in den Transkripten als Teile der nonverbalen Äußerungen in von der Lautsprache abweichender Schriftart aufgeführt, um deutlich zu machen, was in der jeweiligen Sequenz neben der hörbaren Äußerung noch geschieht. Vornehmlich wird der lautsprachliche Modus analysiert bzw. in den Analysen als dominanter Analysezugang genutzt (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 88). In der Arbeit von Vogler (2020) werden gestische Marker als Hinweis auf eine latente Sinnstruktur der Interaktion rekonstruiert. Auch hier erfolgt eine Zuordnung der Gestik zur Latenz und weniger zur Explikation mathematischer Darstellungen.

Mit der Betrachtung von Gestik und Lautsprache in mathematischen Interaktionen stehen zeichentheoretisch gesehen in meiner Arbeit verschiedenartige Zeichenmodi im Fokus. Es bietet sich daher eine Erweiterung der Betrachtung um eine semiotische Perspektive als dritte theoretische Säule meiner Forschung an. Der triadische Zeichenbegriff von Charles Sanders Peirce⁴³ (*1839, †1914) (vgl. Peirce, 1931-1958, CP; Hoffmann, M. G. H., 2001; Schreiber, 2010, S. 30ff; Kap. 6) eignet sich insbesondere für die Betrachtung von Lautsprache und Gestik, weil es hier möglich ist, verschiedenste Zeichen innerhalb einer gemeinsamen Theorie beschreiben zu können (vgl. Fricke, 2007, S. 182ff; Huth, 2011a, S. 204; Huth & Schreiber, 2017, S. 78). Insbesondere das Konzept des *Interpretanten* in der Peirce'schen Zeichentheorie erlaubt es, die Wirkung von Zeichen – also bspw. von Gesten oder gesprochener Sprache – auf einen Interpreten analytisch innerhalb eines fortlaufenden Zeichenprozesses und unter Einbezug von verschiedenen Zeichenwirkungen in Betracht zu ziehen. Die Interpretation dessen, was als Zeichen und wie es als Zeichen verstanden wird, bietet hierbei Anknüpfungspunkte an die aufgeführte Interaktionstheorie (vgl. Huth &

⁴² In Fricke (2012) wird ausgeführt, warum Gestik mit der Bezeichnung als *nonverbaler Ausdruck* weder in ihrem Wesen geeignet beschrieben, noch in ihrer Funktion im Sprachsystem sprachtheoretisch adäquat eingeordnet ist (vgl. Fricke, 2012, S. 37ff). Die neuere Gestenforschung entscheidet sich gegen diesen Begriff, weil er mit dem Sinngehalt als „nichtsprachlich“ (Fricke, 2012, S. 38) die Gestik ungeeignet charakterisiert. Fricke (2012) verweist dabei u. a. auf McNeills fundamentalen Aufsatz „So do you think gestures are nonverbal?“ von 1985.

⁴³ Die für meine Arbeit zentralen Aspekte der Zeichentheorie von Peirce werden in Kapitel 6 ausführlich dargestellt.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Schreiber, 2017, S. 80ff; Schreiber, 2010, S. 56ff), mithilfe derer Interpretationen der an der Interaktion Beteiligten anhand ihrer wechselseitig aufeinander bezogenen Gesprächszüge rekonstruiert werden. Schließlich bietet die Semiotik nach Charles Sanders Peirce einen Rahmen, der einerseits die Erkenntnisse aus der psychologisch und linguistisch geprägten Gestikforschung zeichentheoretisch beschreiben und einordnen kann und andererseits anknüpfend an eine mathematikdidaktische Interaktionstheorie die Interpretation und den Gebrauch von (mathematischen) Zeichen im Rahmen eines gemeinsamen mathematisch-diagrammatischen Arbeitens durch die Interagierenden in den Fokus rückt. Durch Gemeinsamkeiten und Kontrastierungen der Theorieansätze sollen im Anschluss an den empirischen Teil meiner Arbeit theoretische Erweiterungen in Bezug auf Gestik-Lautsprache-Relationen in mathematischen Interaktionen junger Lernender möglich werden. Auf diese Weise kann eine Theoriegenese eröffnet werden, die besonders die Funktion und Bedeutung von Gesten auf fachlicher Ebene für das Mathematiklernen zu erfassen und zu beschreiben versucht (vgl. Kap. 10.2).

2.5 Struktur der vorliegenden Arbeit und einleitende Hinweise

Die Forschungsarbeit gliedert sich im theoretischen Teil in vier Kapitel 3, 4, 5 und 6: *Theorien zur Gestik* und dem Zusammenspiel mit der Lautsprache (vgl. Kap. 3), Grundannahmen einer *mathematikdidaktischen Interaktionstheorie* (vgl. Kap. 4), Stand der Forschung zur *Bedeutung von Gestik im Mathematiklernen* (vgl. Kap. 5) und zeichentheoretische *Grundlagen der Semiotik nach Charles Sanders Peirce* (vgl. Kap. 6) bilden somit den theoretischen Ausgangspunkt meiner Forschungsarbeit.

Es folgt in Kapitel 7 eine *Zusammenschau dieser theoretischen Leitlinien* und die Einordnung in Bezug auf meine Forschung. Es werden dabei Bezüge zwischen den drei theoretischen Richtungen herausgearbeitet und aufgezeigt, wie für meine empirische Forschung die Theoriefelder in Relation zueinander genutzt werden können. Hier wird auch die Entwicklung des als übergeordnet zu bezeichnenden *Forschungsfokus* beschrieben, der sich aus dieser Zusammenschau und der theoretischen Betrachtung herausarbeiten lässt. Die grundlegende *Methodologie und die Methode* zum Umgang mit den Daten werden in Kapitel 8 dargestellt. Eigens für meine Forschungsarbeit entwickelte Instrumente sind hier zum einen das Transkriptionssystem, und zum anderen die besondere Relation der beiden angewandten und aufeinander aufbauenden Analyseverfahren der Interaktionsanalyse und der Semiotischen Analyse. Das Transkriptionssystem stellt eine Partitur aus gestischer und lautsprachlicher Äußerung dar mit einer genauen Beschreibung der Körperbewegung der sich jeweils auf diese Weise äußernden Person. Das analytische Vorgehen aus zwei Analyseverfahren, der Interaktions- und der Semiotischen Analyse, greift die besondere Beziehung von Gestik und Lautsprache auf und spiegelt gleichsam gewissermaßen Charakterzüge beider Ausdrucksmodi wider: Ein textbasiertes und ein grafisches

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Analyseverfahren werden so kombiniert, dass die Rekonstruktion des besonderen Zusammenspiels beider Modi im Interaktionsprozess möglich wird.

Kapitel 9 umfasst die *Empirie* und damit den Kern meiner Forschungsarbeit: Es wurden aus den Daten insgesamt fünf mathematische Interaktionssequenzen ausgewählt und mithilfe des kombinierten Analyseverfahrens analysiert. Diese Auswahl wird ausführlich beschrieben und Hinweise zu den teilnehmenden Lernenden gegeben. Es handelt sich um Sequenzen, die aus zwei verschiedenen mathematischen Bereichen stammen: Die Analysen umfassen transkribierte Sequenzen aus videografierten Situationen aus dem Bereich der *Kombinatorik* und der *Geometrie*. Zunächst werden je Bereich die Analysen detailliert dargestellt und jeweils anschließend einer Komparation hinsichtlich Sequenzen eines mathematischen Bereichs unterzogen.

In Kapitel 10 erfolgt eine *Komparation der Komparationen* aus Kapitel 9 der verschiedenen mathematischen Bereiche und damit gleichsam eine *Zusammenstellung der zentralen Forschungsergebnisse* sowie eine Einordnung dieser in Bezug auf die verschiedenen theoretischen Perspektiven. Als theoretische Entwicklung aus der Analyse der Daten wird schließlich das *Doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* zur Beschreibung von Funktion und Gestalt der Gesten in mathematischen Lernendeninteraktionen aufgespannt. Daran wird aus mathematikdidaktischer und semiotischer Sichtweise herausgearbeitet, welchen Stellenwert Gestik als Teil des mathematischen Ausdrucksrepertoires im Mathematiklernprozess zugeschrieben werden kann. Aus theoretischer Perspektive bezüglich der Gestikforschung, der Interaktionstheorie und der Semiotik soll aufgezeigt werden, welchen Beitrag die vorliegende Arbeit als Grundlagenforschung zur Theoriegenese in allen drei Forschungstraditionen in Form dieses doppelten Kontinuums leisten kann. Es wird ein Rückbezug zu den drei Theoriefeldern hergestellt und hieraus abgeleitet, ob und in welcher Weise die verschiedenen Theorien profitieren können. Forschungsperspektivisch werden abschließend Implikationen für die Praxis des Grundschulmathematikunterrichts abgeleitet und zukünftige, sich aus der Arbeit ergebende Forschungsvorhaben aufgezeigt.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Einleitende Hinweise zur Einordnung differierender theoretischer Sichtweisen, zum Umgang mit Zitaten und zur Verwendung von Abkürzungen in der vorliegenden Arbeit

Die Forschungsarbeit ist theoretisch von drei Forschungstraditionen geprägt: der häufig psychologisch und linguistisch geprägten, mittlerweile aber auch mathematikdidaktischen Gestikforschung (vgl. Kap. 3 u. Kap. 5), der Interaktionstheorie mathematischen Lernens (vgl. Kap. 4) und ausgewählter Aspekte der Zeichentheorie nach Peirce (vgl. Kap. 6). Diese Forschungstraditionen weisen unterschiedliche Sichtweisen auf das Lernen im Allgemeinen und das mathematische Lernen im Speziellen auf. In Bezug auf das Lernen als *sozial konstituierter Prozess*, schließe ich mich in der vorliegenden Arbeit einem *interaktionstheoretischen Lernbegriff* an, angereichert mit einer *semiotischen Sichtweise* auf die Bedeutung des *Gebrauchs von Zeichen und Diagrammen* im interaktionell verorteten Mathematiklernen. Werden in der Forschungsarbeit etwa psychologische Theorien, z. B. aus der Gestikforschung, dargestellt, nutze ich an diesen Stellen weitgehend theoriespezifische Begriffe, um dem theorieeigenen Duktus gerecht zu werden, auch wenn diese möglicherweise dem von mir gewählten Lernbegriff entgegenstehen.

Bezüglich der Annahme von *abstrakten mathematischen Objekten* schließe ich mich weitgehend den Ausführungen von Dörfler (2006a, 2006b, 2015) an. Demnach ist vor allem *der Gebrauch* mathematischer Zeichen von zentraler Bedeutung, sowie der Umgang mit und die Manipulation an mathematischen Diagrammen (vgl. Kap. 5 u. Kap. 7.2). Die Abstraktheit der Objekte der Mathematik ist Dörfler (2015) folgend nicht a priori gegeben. Die Trennung zwischen mathematischem Objekt und seiner vermeintlich rein repräsentativen Darstellung, wie sie in einigen Ansätzen postuliert wird (vgl. Kap. 5), steht dieser Sichtweise entgegen. Mathematiklernen und -treiben ist vielmehr zeichenbasiert im Gebrauch dieser Zeichen und in Interaktion mit anderen als materialisiert zu verorten.

Die Begriffe *Interaktion* und *Gespräch* werden in der gesamten vorliegenden Arbeit in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001, S. 13ff) verwendet und verweisen auf die Interaktivität von Aushandlungsprozessen von Bedeutung. Das Gespräch beschreiben Krummheuer und Brandt (2001) als „soziales Phänomen der kollektiven *Bedeutungsgenese* und nicht [als] ein technisches Medium für *Informationsübermittlungen* [...]“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 15, Hervorhebungen im Original; Kap. 4). Der Begriff der *Kommunikation* wird im theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit nur dann verwendet, wenn dieser in den dargestellten psychologisch und/oder linguistisch geprägten Ansätzen der Gestikforschung üblicherweise genutzt wird, um dem jeweiligen disziplinären Gebrauch zu entsprechen.

Bezüglich einer gendergerechten Sprache werden in der Arbeit möglichst geschlechtsneutrale Bezeichnungen, wie *Lernende*, *Lehrkräfte*, *zeichenerzeugende Person*, *Forschende* usw. verwendet. Steht dies dem Lesefluss entgegen, wird die Darstellung mit Stern gewählt, z. B. *Zeichenleser*in*. Weil die weibliche Form häufig länger ist, steht sie als zweite Form an, was keine Geschlechtsausprägung bevorzugen soll.

2 Begründung für die Erforschung von Gesten und Lautsprache in mathematischen Interaktionen junger Lernender und theoretische Ausrichtung

Begriffe, die aus theoretischen Ansätzen übernommen sind oder im Rahmen meiner Arbeit entwickelt werden, werden bei ihrer ersten Verwendung in ihrer jeweiligen Bedeutung geklärt und in der Regel hier und bei allen weiteren Nennungen *kursiv* gesetzt.

Bei indirekten Zitaten wird, sofern es der Lesefluss zulässt, der Konjunktiv verwendet. Dies ist in meiner Arbeit keine Distanzierung von der inhaltlichen Aussage, sondern soll die Darstellung nicht eigener Argumentationen deutlich machen. Steht der Konjunktiv dem Lesefluss entgegen, werden in der Regel Formulierungen, wie „XY folgend“ oder „laut XY“ verwendet, um sie als Zitat zu markieren.

In der Forschungsarbeit werden allgemein bekannte Abkürzungen verwendet, wie z. B., bzw., u. a. oder auch bspw. Darüber hinaus werden folgende Abkürzungen gebraucht:

Abb. 1.2.3_4.....vierte Abbildung in Kapitel 1, genauer im Unterkapitel 1.2.3

Tab. 1.2.3_4.....vierte Tabelle in Kapitel 1, genauer im Unterkapitel 1.2.3

Abb. A1-2_3.....dritte Abbildung im Anhang 1-2

Tab. A1-1_3.....dritte Tabelle im Anhang 1-1

SPK.....Semiotische Prozess-Karte

SPK1-2.....Semiotische Prozess-Karte 1, Seite 2

Äußerung 13c.08ff.....Äußerung 13, Äußerungsteil c,
.....Zeile 08ff der Beschreibung der körpersprachlichen Äußerung

Abkürzungen für verwendete Schriften von Charles S. Peirce:

CP.....The Collected Papers of C. S. Peirce

EP II.....The Essential Peirce, Vol. II

MS.....Manuskript

SEM I, II und III.....Semiotische Schriften, Bd. I, II und III

NEM IV.....New Elements of Mathematics, Mathematical Philosophy, Vol. IV

S&S.....Semiotic and Significs:
.....The Correspondence between Charles S. Peirce and Victoria Lady Welby

Ist keine Abkürzung einer Peirce'schen Schrift vorhanden oder bekannt, wird das Werk wie üblich im Text mit Namen und Jahreszahl angegeben, bei Zitaten zuzüglich der Seitenzahl. Die Jahreszahlen beziehen sich dabei häufig auf posthum herausgegebene Veröffentlichungen der Schriften von Peirce anderer Herausgeber*innen, oft unter Angabe des vermuteten oder tatsächlichen Jahres der Erstellung durch Peirce selbst.

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung: Gestik, Lautsprache und ihr Zusammenspiel innerhalb eines Sprachsystems

In der vorliegenden Arbeit stehen die beiden Ausdrucksmodi menschlicher Interaktion⁴⁴ Gestik und Lautsprache in ihrem Zusammenspiel in mathematischen Gesprächen Lernender im Zentrum des Forschungsinteresses. Neben einer Beschreibung bzw. Definition dessen, was insbesondere unter dem Ausdrucksmodus der Gestik verstanden werden kann, bedarf es hinsichtlich der je spezifischen Ausdrucks- und Beschreibungsmöglichkeiten einer Ausdifferenzierung (vgl. Kap. 3.1). In Kapitel 3.2 werden ausgewählte Perspektiven auf das Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache beschrieben und hinsichtlich ihrer Bedeutung für die vorliegende Arbeit eingeordnet (vgl. Kap. 3.2.5). Abschließend zu diesem Kapitel wird das Phänomen der Gesten- und Lautspracheübernahme in Interaktionen anhand von dazu vorliegenden Forschungen näher betrachtet (vgl. Kap. 3.3). Dies ist insofern relevant, als dass in den Analysen Interaktionen von Lernenden betrachtet werden und solche gegenseitigen Zeichenübernahmen Fricke (2007) Theorie folgend gemeinsame Gesten für das gleiche Gemeindeglied etablieren könnten (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Kap. 3.2.3). Das vorliegende Kapitel soll übergeordnet dazu dienen, die im einleitenden Überblick dieser Arbeit (Kap. 1) dargestellten Aspekte zum Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache weiter ausdifferenzieren. Es werden daher häufiger Bezüge zu Kapitel I vorgenommen.

3.1 Beschreibung von Gesten und Lautsprache

Im Folgenden werden Gesten und Lautsprache näher beschrieben und insbesondere hinsichtlich ihrer Ausdrucksmöglichkeiten und Eigenschaften eingeordnet. Der Gestik wird dabei durch weitere Unterkapitel stärkere Aufmerksamkeit in der Beschreibung gewidmet, weil ihre Eigenschaften und theoretischen Beschreibungsmöglichkeiten im Allgemeinen als weniger vertraut eingeschätzt werden. Im Rahmen der vorliegenden Forschungsarbeit stellt sich dabei weniger die Frage, welchem Modus – Gestik oder Lautsprache – stärkere Gewichtung innerhalb der untersuchten mathematischen Interaktionen Lernender in Bezug auf eine Hervorbringung eines kollektiven Lösungswegs durch die Interagierenden zugeschrieben werden kann, auch wenn eine solche Gewichtung durchaus ein Ergebnis der Analysen sein könnte. Vielmehr möchte ich die modusspezifischen Ausdrucksmöglichkeiten⁴⁵ von Gestik in Relation zur Lautsprache beschreiben, die sich in den Äußerungsereignissen im Interaktionsverlauf rekonstruieren lassen. Diese Möglichkeiten im Ausdruck erscheinen insbesondere mit Blick auf die Herausforderungen einer Gestendefinition (Kap. 3.1.3) einen

⁴⁴ Vgl. zum Begriff der *Interaktion* Kapitel 4 und die einleitenden Hinweise nach Kapitel 2.

⁴⁵ Fricke (2012) nennt diese modusspezifischen Ausdrucksmöglichkeiten „spezifische Medialität“ (Fricke, 2012, S. 4) von Gestik und Lautsprache. Lautsprache zeige eindimensionalen, Gestik vierdimensionalen Charakter (vgl. Fricke, 2012, S. 4; Kap. 3.1.2).

hilfreichen Beschreibungsrahmen zu liefern. In Huth (2014) werden bereits Charakteristiken der beiden Modi Lautsprache und Gestik beschrieben (vgl. Huth, 2014, S. 152ff) und hier weiter ausgeführt, zunächst stärker allgemein und noch unabhängig von der Bedeutung dieser Eigenschaften für das Mathematiklernen. Zuerst aber wird die Lautsprache und deren Eigenschaften, auch unter Beachtung von Spracherwerb und Interaktion beleuchtet. Anschließend wird der Blick auf Gestik gerichtet und deren mögliche Ausdrucksweisen diskutiert.⁴⁶

3.1.1 Zur Lautsprache

Die *Lautsprache* ist in ihrer Struktur hierarchisch aufgebaut und wird linear als eine Lautfolge in chronologischer Abfolge erzeugt. Sie ist die hörbare Äußerung einer*s Sprechers*in und wird linguistisch vor allem durch die Phonetik betrachtet, während die Phonologie stärker die Repräsentationen von Lauten im menschlichen Gehirn zu beschreiben versucht. Auch für das Selbstgespräch, das nur im Geiste eines Individuums stattfindet, nimmt die Forschung an, dass Laute, wenn auch nicht hörbar für eine*n potentiellen Gesprächspartner*in, produziert werden (vgl. Keller & Leuniger, 2004, S. 14ff). Eine lautsprachliche Äußerung ist linguistisch betrachtet damit ein durch eine*n Sprecher*in phonetisch realisiertes Ereignis, wobei die mögliche interaktive Eingebundenheit dieser Äußerung und ihre Kontextabhängigkeit vor allem von semantischer Bedeutung sind. Krummheuer und Brandt (2001) sprechen unter interaktionstheoretischer Perspektive bei in Interaktionen hervorgebrachten Äußerungen davon, dass genau genommen die Verantwortung für eine als Lautereignis realisierte Äußerung nicht ausschließlich bei derjenigen Person zu verorten sei, die diese hörbar produziert, sondern Äußerungen interaktional als Produkte des Kollektivs aufgrund ihrer Abhängigkeit und Beziehung untereinander hervorgebracht würden (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 23). Dieses „kollektive Sprechen“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 23) stehe dafür,

„[...] dass jede Äußerung einer Person in einem spezifischen Zusammenhang zu den vorhergehenden steht und dass jede Äußerung auch in spezifischer Weise die Folgeäußerung evoziert.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 23)

Jede Lautsprache besteht dabei aus einer Menge von Lauten, für deren Produktion und Artikulation grammatikalisch spezifische Regeln beachtet werden müssen, die es erlauben, sprachkonforme Lautfolgen zu artikulieren, um z. B. Worte oder Sätze – in erster Linie die der eigenen Muttersprache – zu bilden. Die Linguistik beschreibt hierbei z. B. syntaktische Regeln der Satzkonstruktion. Die Erzeugung zielsprachenkonformer Lautfolgen unterliegt also einem grammatikalisch beschreibbaren und innerhalb einer Sprachgemeinschaft festgelegten System, auch wenn natürlich die Erzeugung von ungrammatischen Sätzen oder Fülllauten übliche Erscheinungsformen sind. Die Lautsprache ist in diesem Sinne ein Ausdrucksmodus menschlicher Interaktion, der bestimmten innerhalb dieser Sprachgemeinschaft

⁴⁶ In Kapitel 5.7 wird dann die Bedeutung von Sprache im Mathematiklernen noch einmal spezifisch betrachtet. Hierbei stehen insbesondere die Lautsprache und schriftliche Darstellungen im Fokus.

ausgehandelten und festgelegten Konventionen folgt. Und es stellt mindestens eine Herausforderung dar, nach erfolgtem Mutterspracherwerb, die Lautsprache anderer Sprachkulturen zu erwerben. Dies kann bereits für dialektale Hervorbringungen der Muttersprache gelten, die sich regional herausbilden. Einige Laute oder Lautfolgen mancher Sprachen sind als Nicht-Muttersprachler*in durchaus schwierig zu erzeugen oder auch bspw. nur mühsam als akustisch verschieden zu anderen Lautfolgen wahrzunehmen. Im Deutschen weist die Lautsprache die Grundstruktur Subjekt-Verb-Objekt mit dem finiten Verb in der zweiten Satzposition auf. Sie ist aufgrund ihrer Möglichkeit der Erzeugung von Komposita zudem reich an Wortneuschöpfungen.

Wie bereits angeklungen, unterliegt die Art zu Sprechen kulturellen Veränderungen und Strömungen. Die Grammatik einer Sprache, aber auch das sprachspezifische Lexikon kann dabei als kulturell gewachsen, wandelbar und geprägt von gesellschaftlichen Entwicklungen beschrieben werden. Beispielsweise kürt die Gesellschaft für deutsche Sprache jedes Jahr das Wort des Jahres, das für spezifische gesamtgesellschaftliche Entwicklungen des vergangenen Jahres stehen soll (für 2020 etwa *Corona-Pandemie*, vgl. Gesellschaft für deutsche Sprache e.V., <https://gfds.de/wort-des-jahres-2020-1/>). Bestimmte Begriffe werden zudem als eher gebräuchlich, umgangssprachlich, neumodisch oder auch veraltet empfunden bzw. bezeichnet, tauchen in der Alltagssprache auf, werden gar in Lexika aufgenommen, verschwinden aber auch wieder. Die Lautsprache unterliegt also dynamisch einem gewissen Zeitgeist und zeitgeschichtlichen Anpassungen und diese Dynamik zeigt sich in ihrem Gebrauch in Interaktionen. Festlegungen innerhalb des grammatikalischen Systems bestehen also u. a. bezogen auf bestimmte mögliche oder auch ausgeschlossene Phonemfolgen oder auch bezüglich der Syntax. Die Aushandlung von Begriffen und zugeordneten, in einer Sprachgemeinschaft emergierenden und *als gemeinsam geteilt geltende Deutungen* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18) dieser Begriffe werden von interaktionalen Prozessen determiniert. Dabei ist zu bedenken, dass die Lautsprache, wenn sie nicht anhand eines schriftlichen Skripts gesprochen ist, wie etwa eine vorbereitete Rede vor Publikum, eine gewisse Unvollständigkeit aufweist. Sie kann ungrammatisch im Sinne von syntaktisch nicht wohlgeformten oder unvollständigen Sätzen sein oder auch Versprecher und Korrekturen dieser Versprecher aufweisen.

„In normalen Alltagsdiskursen, auch semistandardisierten, finden sich viele grammatisch abweichende oder unvollständige Sätze (sog. Satzplanungsabbrüche usw.) [...]“ (Keller & Leuninger, 2004, S. 228)

Koch und Oesterreicher (1985) beschreiben bezüglich der *Konzeption* der Lautsprache stärker mündliche oder schriftliche Ausformungen (vgl. Koch & Oesterreicher, 1985, S. 17). Muss die Lautsprache bspw. in einer Nachrichtensendung stärker formalsprachlichen Ansprüchen genügen, ähnelt sie *konzeptionell* eher einem schriftlichen Text und ist auch weniger spontan erzeugt, außer die bereits erwähnten Versprecher. Eine Mischform stellen hier möglicherweise Live-Zuschaltungen bei besonderen Ereignissen dar, die dann auch weniger *konzeptionell*

schriftlich sein können als der wohl zumeist abgelesene Nachrichtentext. Die Lautsprache kann aber auch stärker *konzeptionell mündlich* geprägt sein,⁴⁷ z. B. in einem spontanen und alltäglichen Gespräch unter Menschen, die in einer vertrauten Beziehung zueinanderstehen. Mit diesen Sprechweisen lässt sich zudem bewusst spielen, denkt man etwa an in einem Theaterstück erzeugte Äußerung oder eine besonders emotional aufgeladene Rede als politisches Kalkül. Koch und Oesterreicher (1985) sprechen in diesem Zusammenhang auch vom Grad an *kommunikativer Vertrautheit* der Sprechenden (vgl. Koch & Oesterreicher, 1985, S. 18ff) und ordnen den Grad der Konzeption der Lautsprache auf einem Kontinuum zwischen *konzeptioneller Schriftlich- und Mündlichkeit* an.

Gesprochene Worte hinterlassen für einen kurzen Zeitraum eine gewisse Laut- oder Tonspur im Geiste des*der Hörers*in, sind aber als flüchtig zu charakterisieren und einmal ausgesprochen nicht mehr zurückzunehmen oder als solches veränderbar. Dazu muss dann erst markiert werden, dass das eben Gesagte ungültig ist und eine Korrektur erfolgen. Mithilfe verfügbarer Medien könnte Lautsprache konserviert werden bspw. in Form von Video- oder Tonaufnahmen, die ein erneutes Abspielen des Wortlautes dann potentiell unendlich oft möglich machen, wobei mindestens Teile des Kontextes auf diese Art verloren gehen und dann – möglicherweise in einer Nachrichtensendung – einer Einordnung bedürfen. Auch in der Schriftsprache kann die Lautsprache festgehalten werden – die oben erwähnten Nachrichten werden in der Regel schriftlich vorbereitet und abgelesen. Spezifische Systeme, etwa Transkriptionssysteme, die in der Regel im Nachgang von Tonaufnahmen etwa in der Forschung eingesetzt werden, erlauben dabei sogar die Notation bestimmter Stimmfarben oder Betonungen. Nach Brandt und Naujok (2010) sind Transkripte ausführlich und haben den Anspruch, präzise in schriftlicher Form Interaktionen als Datengrundlage festzuhalten, die eine „Verfremdung in Bezug auf die fixierte Situation“ (Brandt & Naujok, 2010, S. 20) auszeichnen.

Wenn auch Lautsprache – einmal ausgesprochen – nicht mehr im Sinne eines Auslöschens zurückgenommen werden kann, hat sie dennoch die Eigenschaft, weiter ausdifferenzieren und erklären zu können, z. B. zuvor verwendete Begriffe. Damit kann man bspw. bereits Ausgesprochenes verstärken oder abschwächen, detaillierter darlegen oder in einen anderen Kontext stellen. Lautsprache kann auf diese Weise begrifflich einen hohen Grad an Detailliertheit aufweisen und komplexe Zusammenhänge und bspw. feingliedrige Definitionen erzeugen.

⁴⁷ Mit *konzeptionell mündlich* und *konzeptionell schriftlich* beschreiben Koch und Oesterreicher (1985) innerhalb eines Modells den Grad an Formalsprachlichkeit von geschriebener und gesprochener Sprache. Während eine Äußerung klar unterscheidbar entweder phonisch und damit medial mündlich oder grafisch bzw. medial schriftlich sein kann (vgl. Oesterreicher & Koch, 1985, S. 18), ist z. B. eine politische Rede zwar *medial mündlich*, weil Gesprochenes ein eindeutig phonisches Ereignis ist, *konzeptionell* aber stärker *schriftlich*, weil sie, anders als spontane Lautsprache, strukturiert, wohlformuliert und wie ein geschriebener Text gestaltet ist. Eine mit dem Handy verschickte Textnachricht unter Freunden wäre demnach medial zwar schriftlich, von ihrer formalen und inhaltlichen Gestaltung her aber vermutlich stärker konzeptionell mündlich geprägt, weil hier etwa kein Anspruch an Wohlgeformtheit und grammatikalische Korrektheit besteht und z. B. auch Abkürzungen und unvollständige Sätze in ungrammatischer Schreibweise genutzt werden können.

Kendon (2004) bezeichnet Sprechen als hochgradig spezialisierte Aktivität, die auch unabhängig davon, ob man die Sprache verstehe, immer registriert werde (Voraussetzung ist die Hörfähigkeit), wenn auch nur als eine unverständliche Lautfolge (vgl. Kendon, 2004, S. 7). Lautsprache kann einen narrativen Kontext schaffen und in Interaktion Begriffe etablieren, die überdauernden Charakter haben und mit einer bestimmten Bedeutung verknüpft sind, bspw. in Form von Fachsprachen. Innerhalb einer spezifischen Sprachgemeinschaft können damit bestimmte Bezeichnungen, möglicherweise zeitlich begrenzt, festgelegt werden. Kontextgebundenheit zeichnet Lautsprache ebenso wie ein kulturelles Geprägtsein aus, was sich etwa an bestimmten, für bspw. das Deutsche typische oder untypische Redewendungen, dialektale Färbungen, regionale Bezeichnungen oder Betonungen zeigen kann. Ebenso kann die Lautsprache eine individuelle Ausgeformtheit etwa in Form von bestimmten Eigenheiten in der Sprechweise Einzelner aufweisen und sie ist an die jeweilige Interaktionssituation anpassbar. So drückt man sich mutmaßlich bei einem Geschäftsessen oder einem Telefonat mit Behörden ausgewählter und überlegter aus, als man es bei einem Essen unter Freunden tun würde, es werden aber auch interaktionsstrukturell andere Prozesse angestoßen, bspw. bezüglich der Explizitheit einzelner Begriffe oder Deutungen.

Der (Laut-)Spracherwerb, in dem die beschriebenen sprachlichen und interaktiven Fähigkeiten erworben, und mehr und mehr ausdifferenziert werden, wird in gesunden Erwerbsverläufen in der Regel ohne Anstrengung in Interaktion mit der Umwelt durchlaufen. Das bedeutet jedoch nicht, dass es ein einfaches Unterfangen darstellt, wie Klann-Delius (2016) konstatiert:

„Eine Sprache zu erwerben ist ein komplexe Aufgabe. Sie schließt ein, Sprachlaute und Wörter zu lernen, die Regeln ihrer Kombination zu wohlgeformten, sinnvollen Sätzen zu erwerben und Sätze den Gepflogenheiten einer Kultur entsprechend verwenden zu lernen. Spracherwerb besteht aber nicht nur im Erlernen der Regeln der jeweiligen Muttersprache, Spracherwerb bedeutet auch zu lernen, wie mit Sprache eigene Gedanken, und Gefühle ausgedrückt, wie Handlungen vollzogen und die von anderen verstanden werden können.“ (Klann-Delius, 2016, S. 21)

Der Erwerb der Sprache befähigt Sprecher*innen mit der Zeit dazu, Lautfolgen, Sätze und Wörter ihrer Muttersprache(n) zu produzieren, die sie vorher noch nie gehört haben und die dennoch zielsprachenkonform grammatikalisch wohlgeformt sind. Dabei ist der Spracherwerb kein von der Interaktion losgelöster Prozess, sondern das Erwerben von Sprach- und Interaktionsfähigkeit wird in der Eingebundenheit des Kindes in Sprach- und Interaktionsprozesse erworben. In Kapitel I wurde bezüglich der Relation von Lautsprache und Gestik bereits die Eigenschaft der *Rekursivität der Sprache* beschrieben, ein Prinzip, das auf Chomsky (1986) zurückgeht. Lautsprache erlaubt einen unendlichen Gebrauch endlicher Mittel, um unendlich viele Zeichenketten erzeugen zu können, so die dahinterstehende Kernaussage (vgl. Chomsky, 1986, S. 30; Kap. 3.2.3). In diesem Sinne nehmen bspw. Keller und Leuniger (2004) an, dass Nachahmung im Spracherwerb nicht ausschließliches Erwerbsprinzip sein kann, schließlich werden einerseits nicht ständig wohlgeformte und syntaktisch einwandfreie Lautproduktionen an das Kind als Input herangetragen (vgl. Keller &

Leuninger, 2004, S. 199), andererseits ist es mit erfolgreichem Erwerbsverlauf möglich, dass ein*e Sprecher*in jeglichen Satz seiner*ihrer Muttersprache(n) erzeugen kann ohne diesen jemals zuvor gehört zu haben. In sprachwissenschaftlichen Ansätzen, die Chomskys (1986) Paradigma folgend, wird daher die Vermutung angestellt, dass vielmehr ein „[...] sprachspezifisches Kenntnissystem, das allen Menschen gemeinsam ist und das sich in Interaktion mit der Umgebung herausbildet“ (Chomsky, 1986, S. 8) verantwortlich ist für die auf Sprache(n) angelegten Fähigkeiten des menschlichen Gehirns. Die bereits oben beschriebene Universalgrammatik nach Chomsky (1986) wird häufig als mögliche Ursache der schlafwandlerischen Sicherheit im Erwerb von Sprache beschrieben.

„Das Kind erwirbt nicht die Sprache seiner Umgebung, sondern ihre Form, ihre Grammatik und ist so zur Sprachproduktion und -rezeption in der Lage. Das erworbene Sprachwissen erlaubt auch zu beurteilen, welche Sätze in einer Sprache grammatisch wohlgeformt sind und welche nicht. Was das Kind erwirbt, ermöglicht ihm, ‚von begrenzten Mitteln unbegrenzten Gebrauch‘ zu machen.“ (Hoffmann, L., 2005, S. 105, Hervorhebung im Original)

Keller und Leuninger (2004) beschreiben ein gewisses Zeitfenster in der Entwicklung von Kindern, in dem der Spracherwerb durchlaufen werden sollte.

„Wenn aber ein Kind **nicht** in einer sprachlichen Umgebung aufwächst (wie das Mädchen Genie, das mehr als zehn Jahre ihres Lebens in einem dunklen Raum ohne jeden sprachlichen Kontakt leben musste), dann erwirbt es **keine** Sprache, auch dann nicht, wenn es später als Erwachsener in einer sprachlichen Umgebung lebt.“ (Keller & Leuniger, 2004, S. 8, Hervorhebungen im Original)

Das bedeutet aber nicht, dass nach einem durchlaufenen Spracherwerb im Kindesalter später nicht noch weiter sprachliches Wissen erworben wird:

„There is, in fact, never a steady state. The mature language user keeps expanding his lexicon as new words are needed or arise in the language. There is also often a continuing growth of rhetorical and narrative abilities in the adult speaker.“ (Levelt, 1989, S. 1)

Neben der Erzeugung von lautsprachlichen Äußerungen wird die Fähigkeit, diese zu dekodieren und innerhalb ihrer Entstehungssituation der Interaktion unter Bezugnahme auf unsere Gesprächspartner*innen, deren Handlungen, der Situation usw. zu deuten etabliert. Sprachfähigkeit stellt sich also als äußerst komplex und breitgefächert dar (vgl. Pimm, 1987, S. 3) und umfasst neben der Erzeugung zielsprachenkonformer Lautfolgen auch und im maßgeblichen Sinne die Fähigkeit zur Bewältigung von Interaktionssituationen. Pimm (1987) konstatiert in Bezug auf die Frage „What does it mean to know a language?“ (Pimm, 1987, S. 3):

„Among the more obvious general attributes which enable us to use language fluently are aural comprehension and speech on the one hand, and reading and writing on the other. These larger-scale abilities in turn include, among others, a knowledge of spelling, pronunciation, syntax, and the possession of a vocabulary, together with a detailed knowledge of its structure.“ (Pimm, 1987, S. 3)

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung

Zudem verweist Pimm (1987) auf eine kommunikative Kompetenz, die das Kennen einer Sprache darüber hinaus umfasse und meint damit eben diese Interaktionsfähigkeit:

„[...] knowing how to use a language to communicate in various social situations – how to use language appropriate to context.“ (Pimm, 1987, S. 4)

In Bezug auf unsere Muttersprache sind wir in der Lage, jegliche Regeln der Lautsprachproduktion und -rezeption und der Interaktion innerhalb unseres Spracherwerbes quasi *on the fly* und ohne – oder zumindest nur durch äußerst seltene explizite Hinweise etwa auf syntaktische oder soziale Regeln – zu erwerben. Melodische Aspekte der Muttersprache sind dabei bereits im Schrei von Babys beschrieben (vgl. Klann-Delius, 2016, S. 21f). Versprecher oder unvollständig gesprochene Worte von anderen stellen nach unauffälligem Erwerbsverlauf keinerlei Problem dar. Sie können im Geiste ergänzt werden und benötigen selten eine Rückfrage bei der Person, die den Versprecher erzeugt hat (vgl. Keller & Leuninger, 2004, S. 228). Aufgrund der Komplexität und Vielfalt der Sprach- und Interaktionsfähigkeit, geht auch die Sprachwissenschaft nicht davon aus, dass es beim *Sprechen* und *Hören* von lautsprachlichen Äußerungen lediglich um die Kodierung und Dekodierung von Lautfolgen zugunsten eines Informationsaustausches geht, sondern dass der*die Hörer*in erheblichen Einfluss darauf nimmt, wie und was er von der Lautsprache wahrnimmt und verarbeitet. Levelt (1989) verweist ebenfalls auf die Kontextabhängigkeit der in seiner Theorie modellhaft beschriebenen Vorstellung von Lautsprachenproduktion (vgl. Levelt, 1989, S. 29ff). Sprechen und Hören können als Interpretationsprozess oder als Teile dessen verstanden werden, der von Erfahrungen, dem Kontext, der Beziehung der Sprechenden untereinander, usw. beeinflusst wird. Eine Lautfolge wird nicht einfach wahrgenommen und eine darin übermittelte Information erfasst, sondern, die Wahrnehmung ist verbunden mit aktiver Strukturierung und Interpretation.

„To refer to this passively as ‘hearing’ the words seems less appropriate than describing it as successfully *imposing* a structure of words *onto* a flood of sound.“ (Pimm 1987, S. 4, Hervorhebungen im Original)

Aus interaktionstheoretischer Sicht (Kap. 4) stellt die Lautsprache einen konstitutiven Teil der menschlichen Interaktionsfähigkeit dar und wird dabei gleichsam in Interaktion mit Anderen erworben. Sie ist gewissermaßen die interaktiv ausgebildete und erworbene lautliche Fähigkeit, Interaktionssituationen zu gestalten und zu bewältigen und meistert dies im Zusammenspiel mit anderen Ausdrucksweisen, wie der Gestik und der Mimik.

Krummheuer (1997, 2011a) beruft sich aus dieser interaktionstheoretischen Perspektive in Bezug auf den Erwerb von Sprache auf die Erwerbstheorie von Bruner (1983). Der Erwerb von Sprache als paradigmatisches Beispiel des Lernens ist in diesem Ansatz in fundamentaler Weise mit der Partizipation an Interaktionen zur Aneignung der jeweiligen Kultur verwoben, die nach Krummheuer (1997) nicht nur bestimmt, *was* gelernt, sondern auch *wie* gelernt wird (vgl. Krummheuer, 1997, S. 7ff). Auch bei Bruner (1983) wird von einer angeborenen Sprachfähigkeit in Chomskys (1986) Sinne des „Language Acquisition Device“ (Bruner, 1983,

S. 19) ausgegangen. Bruner (1983) beschreibt ein damit im Zusammenhang stehendes Support-System für den Spracherwerb, das dem Kind den Zugang zur linguistischen Community ermöglicht, sogenannte *Formate* der Interaktion (vgl. Bruner, 1983, S. 18). Sie umfassen musterhaft verlaufende Interaktionsprozesse zwischen Kind und Bezugsperson, in denen und durch die das Kind zunehmend autonom in diesen Mustern agieren kann.

„The development of language, then, involves two people negotiation. Language is not encountered willy-nilly by the child; it is shaped to make communicative interaction effective – fine-tuned. If there is a Language Acquisition Device, the input to it is not a shower of spoken language but a highly interactive affair shaped, as we have already noted, by some sort of an adult Language Acquisition Support System.“ (Bruner, 1983, S. 39)

Die Perspektive richtet sich also weniger auf den reinen Erwerb der Syntax einer Muttersprache, sondern auf das Erwerben der (Laut-)Sprache in, durch und für Interaktionen, was in diesem Sinne unweigerlich mit dem Syntaxerwerb und dem Gebrauch von Sprache zur Kommunikation der eigenen Intention in Zusammenhang steht. Die Autonomie des Kindes zeigt sich dabei an einer Verschiebung von Rollen, so dass das Interaktionsformat eine gleichbleibende Struktur aufweist und die Rollen flexibel sind (vgl. Krummheuer, 1997, S. 10).

„These three facts of language that the child must master in order to become a ‘native speaker’ – the language’s syntax, semantics, and pragmatics – are obviously not and logically could not be learned independently of each other. [...] It begins when a mother and infant create a predictable format of interaction that can serve as a microcosm for communicating and for constituting a shared reality. The transactions that occur in such formats constitutes the ‘input’ from which the child then masters grammar, how to refer and mean, and how to realize his intentions communicatively.“ (Bruner, 1983, S. 18, Hervorhebungen im Original)

Das Kind partizipiert an einer Interaktion mit einem Erwachsenen nicht in erster Linie, um Sprachfähigkeit zu erwerben, sondern um *gemeinsam Dinge zu tun*, um in Interaktion mit (s)einer Bezugsperson zu treten, um Gemeinsamkeit zu erleben (vgl. Krummheuer, 2011a, S. 29). Die Interaktion steht im Zentrum der Spracheerwerbtheorie und die Partizipation an solchen Erwachsenen-Kind-Interaktionen bildet den konstituierenden Motor des Erwerbsprozesses (vgl. Krummheuer, 2011a, S. 10). Krummheuer (1997) formuliert bezogen auf unterrichtliche Interaktionen:

„Partizipation‘ beschreibt hierbei den Vorgang des Teilhabens und des Teilnehmens. Der Schüler in einer Lernsituation ist als Teilhaber dieser Situation einer ihrer Mitgestalter. Zugleich versucht er als Teilnehmer, sein Denken an den von seinen Partnern (Lehrern und Mitschüler) geäußerten Vorstellungen zu orientieren. In jeder sozialen Lernsituation sind beide Aspekte gleichzeitig wirksam.“ (Krummheuer, 1997, S. 9, Hervorhebung im Original)

Diese Sichtweise, insbesondere auf mathematische Lernprozesse, wird in Kapitel 4 weiter ausdifferenziert dargestellt. Hier kann aber ein erster Blick darauf zeigen, was der Erwerb und der Gebrauch von (Laut-)Sprache aus dieser Perspektive umfasst: Es ist mehr als die Produktion von grammatikalisch zielsprachenkonformen Lautfolgen, sondern zentrales Element ist die Partizipation an Interaktion innerhalb einer kulturell geprägten

Sprachgemeinschaft. Die (Laut-)Sprache muss in diesem Umfang von Syntax und der Erzeugung von Bedeutung in Interaktion mit anderen gleichsam in diesen Interaktionen in der kindlichen Entwicklung erworben werden. Dabei wird das Kind nicht als unbeschriebenes Blatt in eine Kultur hineingeboren, sondern agiert bereits in frühesten Verhaltensweisen systematisch, wie Bruner (1983) feststellt.

„[...] infants enter the world of language and of culture with a readiness to find or invent systematic ways of dealing with social requirements and linguistic forms.“ (Bruner, 1983, S. 29)

3.1.2 Zur Gestik

Gestik wird von Tomasello (2009) als eine ursprüngliche und grundlegende Ausdrucksweise von Menschen beschrieben. Er bezeichnet sogenannte „natural gestures“ (Tomasello, 2008, S. 59) bzw. „das Zeigen oder das Gebärdenspiel“ (Tomasello, 2009, S. 70) als „die Ursprünge der menschlichen Kommunikation“ (Tomasello, 2009, Buchtitel), die es zu untersuchen gelte, um zu verstehen, wie sich Sprache entwickeln konnte. Tomasello (2008, 2009) geht davon aus, dass in der Evolution zunächst Gesten, die ohne die Begleitung einer konventionalisierten Lautsprache verständlich waren, ein erstes Kommunikationssystem von Menschen darstellten (vgl. Tomasello, 2009, S. 71). Körpersprache im Allgemeinen ist insbesondere in der frühen Entwicklung zentral und für Säuglinge und Kleinkinder zunächst *das* Instrument der Interaktion mit ihren Bezugspersonen und damit ebenso wie die Lautsprache zentraler Teil von sprachlicher und interaktionaler Fähigkeit. In Kapitel I wurden bereits die Untersuchungen von Butcher und Goldin-Meadow (2000), Goldin-Meadow (2003), Rowe und Goldin-Meadow (2009a, 2009b) und Weidinger (2016) beschrieben, die den zentralen Stellenwert der Gestik für Prozesse im Spracherwerb herausstellen, z. B. beim Übergang von Ein- zu Zwei-Wort-Äußerungen oder bezüglich der grundsätzlich durch Gestik erweiterten sprachlichen Möglichkeiten in einem Stadium, in dem Kinder lautsprachlich noch über relativ wenige Mittel verfügen (vgl. Kap. I).

Gestik, die spontan während des Sprechens geäußert wird, folgt auch bei erwachsenen Sprecher*innen zunächst offenbar keinem grammatikalisch festgelegten, d. h. an Konventionen gebundenen System (vgl. Kap. I). Sie sind dabei mindestens in ihrer Möglichkeit der Ausführung definiert durch die motorischen Bewegungsmöglichkeiten der Arme und Hände (und anderer Körperteile, wie etwa dem Kopf oder den Füßen, die zeitweise Gestik übernehmen können). Linguistische Ansätze, wie die von Fricke (2012) und Müller (2013), unternehmen hierbei Versuche einer Systematisierung der Gestik, die aber keine Beschreibung eines eigenständigen und von der Syntax der Lautsprache unabhängigen grammatischen Systems für Gesten zum Ziel hat, sondern stärker auf Kategorisierung (vgl. Müller, 1998, 2013) oder Integration von Gesten in die Lautsprachengrammatik (vgl. Fricke, 2012) angelegt ist.

Die Funktion und Gestalt von Gesten wird in verschiedenen Forschungsansätzen innerhalb der Gestikforschung häufig unterschiedlich beschrieben. Gesten zeigen bspw. nach Müller (2013) mimetischen Charakter und eine spezielle Medialität, die es im besonderen Maße

erlaube, Handlungen, Objekte, Bewegungen und sämtliche räumliche Beziehungen bildlich darzustellen und nachzuahmen (vgl. Müller, 2013, S. 712). Sie seien gleichermaßen für Hörer*in und Sprecher*in wichtig, was auch McNeill (2005, S. 53f) betont. Müller (1998) beschreibt die spezifische Rolle von Gestik in Bezug auf die Etablierung, Zuweisung und Stabilisierung von Rollen im Interaktionsverlauf. Die Forscherin unterscheidet dabei zwischen *freien Gesten*, die zumeist vom*von der Sprecher*in erzeugt würden, und *Hörer*innen Gesten*, die sich häufig durch Selbstberührungen zeigten.

„Für alle Gesprächsteilnehmer wird durch das Wechselspiel von Selbstberührungen und freien Gesten der Status quo der Gesprächsrollen und damit die Verteilung des Rederechts auch gestisch fortlaufend erzeugt und sichtbar gemacht.“ (Müller, 1998, S. 107)

Damit sind Gesten elementarer Bestandteil der menschlichen Fähigkeit, Interaktionen zu gestalten und zu bewältigen. Nach Müller (1998) unterliegen Gesten einer, möglicherweise stärker als bei der Lautsprache, ausgeprägten Kontextgebundenheit und zeigten ebenfalls kulturelle wie individuelle Ausprägungen. Der Kontextbezug und die kulturelle Eingebundenheit sowie die Bedeutung für menschliche Interaktion wurde in Kapitel 3.1.1 auch für die Lautsprache ausgeführt.

„Redebegleitende Gesten sind in hohem Maße subjektive *und* interaktive Phänomene menschlicher Kommunikation und mit der Kommunikation von Angesicht zu Angesicht noch unmittelbarer verknüpft als Sprache, und sie reichen von kulturell kodifizierten bis hin zu idiosynkratischen Zeichenformen.“ (Müller, 1998, S. 18, Hervorhebung im Original).

Fricke (2012) verweist auf den vierdimensionalen Charakter von Gestik, da sie räumlich und zusätzlich zeitlich sei (vgl. Fricke, 2012, S. 4). Sager (2005) bezeichnet Gesten ebenfalls als solche „komplexe[n] Raum-Zeit-Gestalten“ (Sager, 2005, S. 22). Räumliche Anordnungen und zeitliche Abfolgen könnten gestisch präzise, effizient und häufig auch zeitgleich oder innerhalb einer sehr kurzen Zeitspanne dargestellt werden. Durch diese Mehrdimensionalität hinterlassen Gesten eine Art Bewegungsspur im Gestenraum, die durch die Interagierenden vermutlich aufgrund des mehrdimensionalen Charakters, über einen bestimmten Zeitraum memoriert werden kann.

„Sprecher erschaffen gestisch fortwährend flüchtige Bilder und Skulpturen, wenn sie Gegenstände [...], Ereignisse und Handlungen [...] bildlich und körperlich darstellen.“ (Müller, 1998, S. 18)

Bezüglich der sprachlichen Eigenschaften von Gesten schließt sich Fricke (2012) mit ihrem linguistischen Blick an Kendons (2004) Sicht an: Anders als McNeill (1992), der nur von einer indirekten Bezugnahme der Gesten auf etwas über die gleichzeitig geäußerte Lautsprache ausgeht, konstatiert Fricke (2012):

„Je höher bei sprachlichen Äußerungen der Grad der Abwesenheit des vokalen Sprechens, desto stärker werden sprachliche oder sprachähnliche Konventionen bei Gesten ausgebildet.“ (Fricke, 2012, S. 15)

Fricke (2012) schreibt Gesten in ihrem Ansatz Repräsentationsfunktion und Zeichencharakter zu. Sie beschreibt, dass Gesten zwar über die Lautsprache referieren können, wie McNeill (1992) ausführt, dies aber nicht ausschließlich den linguistischen Charakter redebegleitender Gestik umfasse. Nach Fricke (2012) in Anlehnung an Kendon (2004) sind die Grenzen zwischen spontan erzeugten, redebegleitenden Gesten und Gesten, die *emblematische* Festlegungen in interaktiven Konventionalisierungsprozessen erfahren, fließend, ja mit Blick auf interaktive Prozesse müssen sie dies sogar sein, weil innerhalb von Sprachgemeinschaften gestische Konventionen ausgebildet werden können (vgl. Fricke, 2012, S. 14ff).

Demgegenüber beschreibt McNeill (1992, 2005) Gesten als global und synthetisch (McNeill, 1992, S. 34f; McNeill, 2005, S. 56ff;). Die Bedeutung von Teilen der Geste sei bestimmt durch ihre Gesamtheit (global) und verschiedene Bedeutungssegmente in der Gestik würden in dieser Gesamtheit synthetisiert (synthetisch). McNeill (1992, 2005) spricht Gesten, anders als etwa Fricke (2012), die Fähigkeit ab, sprachähnliche Eigenschaften auszubilden und beschreibt, dass sie eher in ikonischer Weise Bedeutungen materialisieren würden (vgl. McNeill, 2005, S. 56). Sie seien stets an die sie begleitende Rede gebunden und nicht kombinierbar:

„Two gestures can co-occur, each depicting different aspects of the scene to be described, but not combine syntagmatically, to use the Saussurian term for rule-based linguistic combinations [...]. Instead, they coexist, and their meanings are united globally, the parts meaningful within the whole. [...]. The meanings are determined by the roles of the hands within the whole gesture, in the typical gesture-style top-down direction.“ (McNeill, 2005, S. 56f)

Kendon (2004) nimmt für die zeitlich-räumliche Gestalt von gestischen Körperbewegungen drei Phasen an (vgl. Kendon, 2004, S. 111ff; Abb. 3.1.2_1), die er in der Gesamtheit als „*gesture unit*“ (Kendon, 2004, S. 111, Hervorhebung im Original) bezeichnet: Die Geste beginne von einem Anfangspunkt aus, der z. B. eine entspannte Handhaltung sein kann. Es folge die Phase der „*preparation*“ (Kendon, 2004, S. 112, Hervorhebung im Original), die zum Kern der Geste, dem „*stroke*“ (Kendon, 2004, S. 112, Hervorhebung im Original) mit Option auf eine Fixierung dieses Bewegungspunktes im Gestenverlauf führe. Nach Sager (2005) ist im Gestenkern die Informationsdichte der Geste am höchsten. Er lässt sich nach Sager (2005) als „semiotischer Signifikanzpunkt“ (Sager, 2005, S. 23ff) bezeichnen, wobei dieser Kern je nach Komplexität der Bewegungsabfolge der Geste auch aus mehreren solchen Signifikanzpunkten bestehen könne. Zwischen Kern der Geste und Endpunkt dieser, der wiederum meist eine entspannte Rastposition der Hand bildet, beschreibt Kendon (2004) eine „*recovery*“ (Kendon, 2004, S. 112, Hervorhebung im Original) Phase.⁴⁸ Zusätzlich verweist Kendon (2004) auf die Option eines sogenannten „*post-stroke holds*“ (Kendon, 2004, S. 112, Hervorhebung im Original) in der

⁴⁸ In der vorliegenden Arbeit kommen diese Gestenphasen vor allem in der Transkription der zu analysierenden mathematischen Interaktionssequenzen zum Tragen. Hier werden sie genutzt, um die Gestik der an der Interaktion beteiligten Personen zu beschreiben (vgl. Kap. 8.6). Dazu wird die Darstellung nach Sager (2005, S. 23ff) adaptiert.

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung

Gestenbewegung, der oben bereits durch die Fixierung bspw. der Handform und Handposition des Gesten-Stroke angesprochen wurde und auf diesen folgt.

„When a speaker employs a post-stroke hold, that is, when a speaker sustains the articulator of a stroke in position after performing the stroke action, this seems to be a way by which the expression conveyed by the stroke may be prolonged. [...] Stroke and post-stroke hold together usually bracket a semantically complete phrase of speech.” (Kendon, 2004, S. 112)

Grafisch kann man sich also eine Gestenbewegung in Anlehnung an Kendon (2004) wie folgt vorstellen (vgl. Abb. 3.1.2_1):

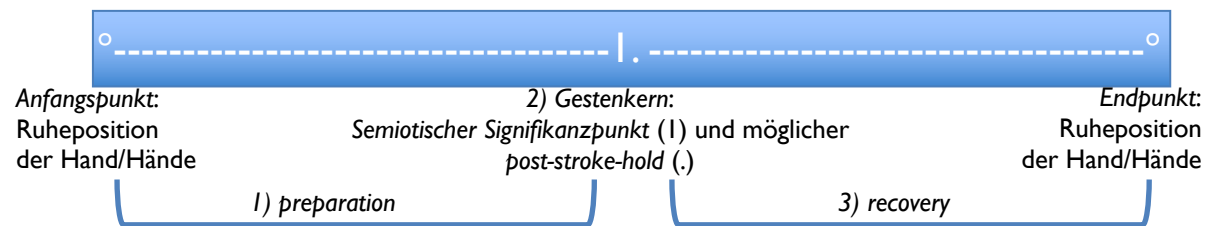


Abb. 3.1.2_1 Gesteneinheit mit den drei Phasen *preparation*, *Gestekern* und *recovery* nach Kendon (2004, S. 11 fff), grafisch dargestellt in Anlehnung an Sager (2005, S. 23ff)

Spontane, das Sprechen begleitende Gesten werden scheinbar von der sprechenden Person unbewusst erzeugt, haben aber elementare Bedeutung für das Sprechen an sich. Ihre unabdingbare Relation zur Lautsprache ist, wie bereits weiter oben beschrieben (vgl. Kap. 1), in zahlreichen Forschungsansätzen belegt (vgl. Fricke, 2007, 2012, 2013; Goldin-Meadow, 2003; Kendon, 2004; McNeill, 1992, 2005; Müller, 1998, 2013). Kendon (2004) verweist darauf, dass die scheinbare Unbewusstheit, die ein*e Sprecher*in seinen*ihren eigenen Gesten auch unterstellen mag, vom Gegenüber anders wahrgenommen werde. Grundsätzlich werde dem*r Gestenerzeuger*in eine kommunikative Absicht seiner*ihrer Gesten und eine gewisse Verantwortlichkeit für diese unterstellt (vgl. Kendon, 2004, S. 14). Kendon (2004) folgend, könnten Sprecher*innen sogar Gesten verschleiern, so dass nur ausgewählte Interaktionspartner*innen diese als solche interpretieren könnten, während andere sie als bspw. zufällige und unwichtige Selbstberührungen wahrnehmen würden. Dies sei z. B. möglich, wenn über im Raum anwesende Personen zwischen zwei oder mehreren sich vertrauten Interaktionspartner*innen heimlich Mitteilungen gemacht werden, etwa dass die gemeinte Person sich auffällig verhält oder eine bestimmte Eigenschaft aufweist (vgl. Kendon, 2004, S. 9 u. S. 15). Ein vermeintliches Wischen über das Gesicht könnte dann für den Kreis der Eingeweihten als Geste *nicht ganz bei Verstand* bedeuten, während die damit bedachte Person eher eine Selbstberührung wahrnehmen soll und hier also absichtlich mit der Wisch-Geste getäuscht und gleichsam interaktiv vom Kreis der Wissenden Interagierenden ausgeschlossen werden soll. Menschen haben also offenbar die Fähigkeit, ihre Gesten so zu manipulieren, dass diese Manipulation Einfluss auf deren Wahrnehmung und Deutung durch andere nehmen kann, ja sogar auf die Deutung, ob es sich im Sinne Kendons (2004) überhaupt um eine Geste bzw. eine „action that have the features of manifest deliberate expressiveness“ (Kendon, 2004, S.

15; Kap. 3.2.4)⁴⁹ oder eher um ein Kratzen im Gesicht handelt. Gesten können damit offenkundig in der Ausführung von Sprecher*innen mindestens kurzzeitig stark kontrolliert bzw. bewusst ausgeführt werden, wenn z. B. eine räumlich kleine Interaktionssituation dies erfordert oder eine Geste nicht für alle Interaktionspartner*innen als deutbar im vergleichbaren oder eigentlich gemeinten Sinne markiert werden soll. Dies ist insofern bemerkenswert, als dass Sprecher*innen gemeinhin wohl eher ihre Gesten als unbewussten Äußerungsmodus beschreiben würden, obwohl sie in der Lage sind, sofort darauf zu achten, wenn sie darauf hingewiesen werden und Interaktionen ohne Gesten allgemein eher als merkwürdig erlebt werden würden. Gesten können damit auch konstitutiver Teil der auf diese Weise zum Ausdruck gebrachten Vertrautheit der Gesprächspartner*innen sein. Sie lassen sich kaum gänzlich über einen längeren Zeitraum unterdrücken, wenn auch davon ausgegangen werden kann, dass etwa Personen des öffentlichen Lebens, wie z. B. Politiker*innen oder Nachrichtensprecher*innen über eine rhetorisch geschulte Gestik verfügen (z. B. die sogenannte Merkel-Geste).⁵⁰ Je nachdem wie routiniert mit solchen geschulten Gesten umgegangen werden kann, bewertet das Gegenüber die Gestik als mehr oder weniger aufgesetzt bzw. authentisch.

Gesten können deiktisch äußerst präzise sein und benötigen dafür deutlich weniger Äußerungszeit und -aufwand als die Lautsprache (vgl. Huth, 2014, S. 153). Fricke (2012) spricht von einer „Zeigegestennotwendigkeit“ (Fricke, 2012, S. 74) bei bestimmten syntaktischen Konstruktionen mit lautsprachlichen Deiktika. Dabei kann die Art des Zeigens einen Hinweis auf den gemeinten Gegenstand und/oder den Ort geben, auf den gezeigt wird: Es lassen sich z. B. Unterschiede beim Zeigen auf kleinste Gegenstände, etwa Stecknadelköpfe, im Vergleich zum Zeigen auf größere Gegenstände oder auch fiktive, weil aktuell nicht verfügbare oder in der Interaktion präsente Orte oder Gegenstände, beobachten. Die Hand kann einen Gegenstand im Verlaufe einer Interaktion darstellen, diesen durch eine Zeigegeste im Raum verorten und darauf später z. B. durch erneutes Zeigen oder auch durch die erneute Verwendung der dafür genutzten Handform verweisen. Dies ist auch möglich, wenn der Gegenstand in der Interaktionssituation gar nicht materiell verfügbar ist und dann durch die Hand eine vorübergehende Materialisierung erfahren kann. Müller (1998) beschreibt dies als *Repräsentieren* und eine Form der Darstellungsweisen der Hand (vgl. Müller, 1998, S. 110ff; Kap. 3.1.4). Auch Gedanken oder geäußerte Ideen können auf diese Weise quasi-materialisiert werden und in Form einer Geste Gestalt annehmen, die so im Interaktionsraum verortet werden können. Darauf kann dann im weiteren Verlauf möglicherweise erneut Bezug genommen werden, z. B. durch eine Zeigegeste auf den entsprechenden Raumpunkt, und potentiell eine Veränderung der Gestengestalt erfolgen, eventuell parallel zu einer Weiterentwicklung des Gedankens oder der so verhandelten Idee. Solche Prozesse können

⁴⁹ Kendons (2004) Begriff der „manifest deliberate expressiveness“ (Kendon, 2004, S. 15) wird in Kapitel 3.2.4 geklärt.

⁵⁰ Speziell bei dieser Geste wirkt die Ausführung manchmal wenig natürlich oder spontan erzeugt. Sie wird zu einem Image-Merkmal, das wiederkehrend, ähnlich zu einem Erkennungssymbol, ausgeführt wird.

zur Etablierung von Gesten führen, die auf diese Weise eine vorübergehend festgelegte Form innerhalb einer Sprachgemeinschaft erfahren und wiederholt, auch sprecher*innenübergreifend verwendet werden können (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Huth, 2011a, S. 199).

Daran zeigen sich die Übergänge zwischen spontanen und während des Sprechens geäußerten Gesten und solchen, die potentiell *emblematischen* Charakter (vgl. Fußnote 6 in Kap. 1.1 u. Kap. 3.1.4) mit einer festgelegten Form und konventionalisierter Bedeutung aufweisen, worauf Fricke (2012) mit Bezug auf Kendons (2004) Ansatz hinweist (vgl. Fricke, 2012, S. 15).

Gesten können also offenbar auf vielfältige Weise von Sprecher*innen genutzt werden, übernehmen unterschiedliche Funktionen während des Sprechens, insbesondere in der Interaktion mit anderen, und sind damit potentiell Teil von interaktiven Aushandlungsprozessen.

3.1.3 Zur Herausforderung einer Gestendefinition

In der Literatur lassen sich zahlreiche Definitionen dessen finden, was als Geste bezeichnet wird. Goldin-Meadow (2003) beschreibt sie aus psychologischer Sicht zunächst als

„[...] hand movements that are directly tied to speech“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 4),

und grenzt sie dabei ab von anderen Handbewegungen, wie etwa dem Durchstreifen der Haare. Auch McNeill (1992, 2005) definiert Gesten in ähnlicher Weise und betont dabei ihre Relation zu Denkprozessen und ihre unweigerliche Verbundenheit mit der Sprache:

„Gestures are like thoughts themselves. They belong [...] to the inside one of memory, thought and mental images.“ (McNeill, 1992, S. 12)

„[...] gestures are *part of language*“ (McNeill, 2005, S. 4, Hervorhebung im Original).

Eine andere Perspektive nimmt Kendon (2004) ein. Er betont aus einer anthropologischen Theorie heraus die Deutung von Körperbewegungen seitens des Gegenübers *als Gesten* und stellt heraus, dass die Definition dessen, was als Geste gelten kann nie unabhängig von dieser Interpretation der „visible bodily movements“ (Kendon, 2004, S. 16) der an der jeweiligen Äußerungssituation Beteiligten erfolgen kann. Diese Interpretationsleistung sei wiederum immer vom jeweiligen Kontext der Situation bestimmt (vgl. Kendon, 2004, S. 16). De Ruiter (2000) stellt die Koexistenz von Gesten und Lautsprache heraus und ergänzt, dass Gesten thematische Aspekte dieser gleichzeitig erzeugten Lautsprache repräsentieren würden (vgl. de Ruiter, 2000, S. 285) und damit bezüglich der Bedeutung mit der Lautsprache in Relation stünden (vgl. de Ruiter, 2000, S. 289). Auf dieser Annahme begründet sich seine Theorie eines verlinkten Erzeugungsprozesses von Gesten und Lautsprache im Rahmen eines Informationsprozessmodells zur Sprach- und Gestenproduktion (vgl. de Ruiter, 2000, 289ff; Kap. 3.2.1). Mit mathematikdidaktischem Blick lassen sich Ansätze finden, z. B. von Alibali, Nathan und Fujimori (2011), die bezüglich einer Gestendefinition mit dem Fokus auf Lehrende

Kodierungen für in den Daten rekonstruierte Handbewegungen entwickeln, welche auch Handlungen mit Gegenständen als Gesten bezeichnen, etwa sogenannte „hold-up + action gestures“ (Alibali et al., 2011, S. 223), die mit einem hochgehaltenen Gegenstand ausgeführt werden, an dem gleichzeitig manipuliert wird. Die Gestendefinition innerhalb der einzelnen Theorien ist also stets in Abhängigkeit dieser spezifischen Sichtweisen zu sehen und wird entsprechend ausgeformt.

Eine Gestendefinition im Rahmen der vorliegenden Arbeit zu finden, die etwa eine geeignete Abgrenzung von Handlungen berücksichtigt und gleichzeitig dem theoretischen Duktus der Arbeit entspricht, ist folglich nicht ganz trivial (vgl. Huth & Schreiber, 2017, S. 85). Um sich jedoch näher mit Gesten beschäftigen zu können, soll mindestens in einer Annäherung geklärt werden, was im Rahmen dieser Arbeit unter Gesten verstanden wird.⁵¹ Dabei sollte die Definition insbesondere für die Art der spontan und zumeist während des Sprechens erzeugten Gesten hinreichend aussagekräftig sein, denn sie stehen im Fokus der durchgeführten Untersuchung mathematischer Interaktionen Lernender.⁵²

Wie bereits in Kapitel I deutlich wurde, sind Gesten in der Forschungsliteratur häufig als Bewegungen der Arme und Hände beschrieben, seltener auch unter Einbezug von Kopfbewegungen und Blicken (vgl. Kendon, 1980, S. 207) und dem Verweis auf andere Körperteile, die potentiell gestische Äußerungen ausführen können. So führt etwa de Ruiter (2000) aus, dass auch der Kopf und andere Körperteile Gesten erzeugen können (vgl. de Ruiter, 2000, S. 285 u. S. 295). Goss (2010) untersucht Fußgesten von Erwachsenen, deren Hände künstlich gewissermaßen außer Gefecht gesetzt wurden, indem die Probanden darauf sitzen sollten (vgl. Goss, 2010, S. 302; Kap. 1).

Müller (1998) beschreibt Gesten allgemeiner und zunächst unabhängig vom ausführenden Körperteil als

„[...] Mittel der Kommunikation über die Welt, als Mittel der Darstellung von Gegenständen und Sachverhalten [...].“ (Müller, 1998, S. 13)

Zu Beginn meiner Forschungstätigkeit diente vor allem die von Goldin-Meadow (2003) anhand von zwei Kriterien beschriebene Definition als erster Zugang zu Gesten:

„The criteria for a gesture thus stipulate that the hand motion (1) be produced during the communicative act of speaking [...] and (2) not be a functional act on an object or person.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 8)

Goldin-Meadow (2003) grenzt Gesten von Selbstberührungen oder dem Zurechtrücken der eigenen Brille ab (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 4), wobei offenbleibt, ob solche Arm- und

⁵¹ Die im vorliegenden Kapitel diskutierte Definition von Gesten in Abgrenzung von Handlungen wurde in Huth und Schreiber (2017, S. 84f) in einer vorläufigen Version beschrieben.

⁵² Damit wird nicht ausgeschlossen, dass neben solchen Gesten auch konventionalisierte Gesten in die Analyse eingeschlossen werden, wenn eine solche Interpretation der Beteiligten von bestimmten Bewegungen in der Analyse rekonstruiert werden kann.

Handbewegungen im Sinne der Definition dann als funktionaler Akt an einem Objekt⁵³ oder einer Person verstanden werden und deshalb nicht als Gesten gelten. Sabena (2008) verwendet eine ähnliche Definition und beschreibt unter mathematikdidaktischer Perspektive und bezogen auf den Mathematikunterricht Gesten als ...

„[...] all those movements of hands and arms that subjects (students and teachers) perform during their mathematical activities and which are not a significant part of any other action (i.e. writing, using a tool, ...).“ (Sabena, 2008, S. 21, Hervorhebungen im Original)

Die aufgeführten Definitionen von Gesten anhand der zwei Kriterien nach Goldin-Meadow (2003) und in Bezug auf mathematische Situationen nach Sabena (2008) werfen zunächst die grundsätzliche Frage nach der Abgrenzbarkeit von Gesten und Handlungen etwa mit Gegenständen oder an Personen auf. In beiden Definitionen wird hier explizit Gestik einerseits von *funktionalen Akten an Objekten* (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 8) und andererseits von „*using a tool*“ (Sabena, 2008, S. 21) abgegrenzt. Zudem betrachten beide Definitionen keine interaktiven Prozesse bzw. die Frage, wie Körperbewegungen vom Gegenüber interpretiert werden und damit in interaktive Prozesse der gemeinsamen Bedeutsaushandlung eingehen.

Zunächst zur Frage der Abgrenzbarkeit von Handlungen und Gesten: Nehmen wir zunächst als Beispiel an, dass eine Person während der Interaktion einen Stuhl von A nach B verstellt. Nach der Definition von Goldin-Meadow (2003) wäre dies wohl als funktionaler Akt an einem Objekt zu verstehen, denn das Objekt *Stuhl* wird verstellt bzw. angehoben und versetzt. Sabena (2008) würde wohl von „*using a tool*“ (Sabena, 2008, S. 21) sprechen. Die damit verbundene Handlung hat räumlich betrachtet zunächst die Funktion der Positionsveränderung eines Gegenstandes – hier des Stuhles. Problematisch wird dies in Bezug auf das erste Kriterium, das in einer ‚und‘-Relation mit dem zweiten Kriterium in Goldin-Meadows (2003) Definition steht. Beide Kriterien sollten also offenbar erfüllt sein, um eine Geste als solche bezeichnen zu können: Erfüllt das Verstellen eines Stuhles als funktionaler Akt an einem Objekt also *keine* kommunikative Funktion und wird es nicht während des kommunikativen Akts des Sprechens ausgeführt?

Dem*r Akteur*in, der*die den Stuhl verstellt, könnte ja unterstellt werden, er*sie wolle sich an einem Gespräch beteiligen oder teilhaben an einer bereits bestehenden Runde von interagierenden Menschen. Genau dies könnte er*sie mit dem Verstellen des Stuhles also intendieren – eine Teilhabe an Interaktion, die hier zunächst räumlich ermöglicht wird. Die Funktion des Verstellens des Stuhles würde damit auf *kommunikativ/interaktionaler Ebene* mit dieser Absicht beschrieben werden können. Ebenso könnte das Verstellen eines Stuhles durch eine an der Runde bereits beteiligte Person als Aufforderung des Platznehmens gegenüber

⁵³ Goldin-Meadow (2003) benutzt hier den Objekt-Begriff ohne explizite Einordnung. Es ist im Rahmen meiner Arbeit zu beachten, dass dieser Objekt-Begriff mutmaßlich ein anderer ist, als der Objekt-Begriff nach Peirce (vgl. Kap. 6). Im vorliegenden Abschnitt zur Diskussion der Gestendefinition von Goldin-Meadow (2003) nutze ich den Objekt-Begriff, um den Ansatz möglichst sinngemäß widerzugeben. In meiner Deutung verwendet Goldin-Meadow (2003) ihn als Bezeichnung von materiell verfügbaren Gegenständen. In Kapitel 6 wird der Objekt-Begriff, wie ich ihn verwende, im Sinne der Semiotik nach Peirce eingeführt.

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung

einer dazukommenden Person verstanden werden, etwa im Sinne von: *Setz Dich (zu mir/luns)*. Diese Person könnte ohne weiteres während des Stuhl Verstellens (weiter-)sprechen, damit also einen kommunikativen Akt des Sprechens zeitgleich zu diesem *funktionalen Akt am Objekt Stuhl* erzeugen. Der in diesem Sinne kommunikative Akt müsste nicht einmal etwas mit dem Verstellen des Stuhles zu tun haben, sondern könnte bspw. ein Gesprächsbeitrag bezogen auf das Thema der Runde sein.

Nun lässt sich möglicherweise zugleich sagen, dass das Verstellen eines Stuhles relativ eindeutig eine Handlung, ausgeführt an einem Gegenstand, also damit ein *funktionaler Akt an einem Objekt* im Sinne Goldin-Meadows (2003) ist oder den *Gebrauch eines Werkzeuges bzw. Gegenstandes* in Anlehnung an Sabenas (2008) Gestendefinition umschreibt. Damit wäre es also keine Geste. Es handelt sich dabei aber um eine relativ idealisierte bzw. isolierte Betrachtung des reinen Aktes des Verstellens eines Stuhles. In der tatsächlichen Interaktion ist dieser Akt doch immer kontextuell zu betrachten und erhält eine situative Ausdeutung. Verbunden mit Blickkontakt und einer Kopfbewegung zum Stuhl hin, als würde diese Bewegung die damit an das Gegenüber formulierte Erwartung des Platznehmens nachzeichnen, stellt sich dies bereits deutlich anders dar: So könnte man also sagen, dass das Verstellen eines Stuhles eine Handlung ist, eine mögliche dazu ausgeführte Kopfbewegung mit Blickkontakt jedoch eine adressierte und mit dem Kopf ausgeführte Geste. Ist dann die Geste, gewissermaßen als mit dem Kopf ausgeführtes Nachzeichnen der Setz-Bewegung, *kein* oder *ein* funktionaler Akt an dem Objekt Stuhl (vgl. Goldin-Meadow, 2003) oder nicht mindestens Teil des *Gebrauchs dieses Werkzeuges/Gegenstandes* (vgl. Sabena, 2008)?

Verstellt der*die Akteur*in bspw. den Stuhl während er*sie widerspricht ohne eine solche Kopfbewegung, so kann das Gegenüber dennoch dieses Verstellen des Stuhles als Aufforderung deuten, Platz zu nehmen. Damit würde dieser Akt des Verstellens am Objekt *Stuhl* sehr wohl eine kommunikative Funktion erfüllen, und zwar in allen ausgeführten Fällen nicht durch die Erzeugung dieses Aktes an sich, sondern vielmehr in der situationspezifischen *Ausdeutung bzw. Interpretation* dieses Aktes durch die an der Situation Beteiligten, ganz ohne Lautsprache und in diesem Fall auch ohne die oben beschriebene Kopfgeste. Die Aufforderung, sich hinzusetzen, kann hier vom Gegenüber in den Akt des Stuhl-Verstellens hineininterpretiert werden, und zwar aufgrund von (kulturell etablierten) Deutungsgewohnheiten.

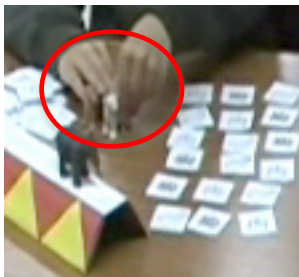
Aus diesen Überlegungen resultiert für die vorliegende interaktionstheoretisch ausgerichtete Arbeit eine weniger pragmatisch erscheinende Anwendbarkeit der oben genannten Definitionen nach Goldin-Meadow (2003) und Sabena (2008): Einem *funktionalen Akt an einem Objekt* bzw. dem *Gebrauch eines Werkzeuges* kann offenbar durchaus kommunikative Funktion zugewiesen werden, und zwar *durch die situationsbedingten Deutungen der Interagierenden*. Ob also ein Akt *keine* oder eben doch *eine* Geste ist, genauer gesagt, als solche gedeutet und verstanden wird, ergibt sich also offenbar erst aus und in der interaktionalen Deutung der Beteiligten.

Gesten können somit offensichtlich sowohl *zeitgleich* zu funktionalen Akten an Objekten ausgeführt werden, als auch *mit* Gegenständen erzeugt werden, also möglicherweise *als* (funktionaler) Akt oder *als* Gebrauch eines Werkzeuges. Die klare Abgrenzbarkeit von Handlungen und Gesten, wie sie in den oben aufgeführten Definitionen zunächst den Anschein nimmt, ist also mindestens zu hinterfragen. Eindrücklich kann dies auch nochmals am Zeigen deutlich werden: Eine Zeigegeste kann durchaus mit einem länglichen Gegenstand als Verlängerung des Zeigefingers, z. B. mit einem Stift, oder auch das Winken mit einem flächigen Gegenstand zur Vergrößerung einer Wink-Geste, ausgeführt werden. In beiden Fällen wird die ursprünglich dem in der Geste verwendeten Gegenstand zugeordnete Funktion gewissermaßen aufgebrochen und erfährt eine situationelle Umdeutung. Dennoch umfasst diese Umdeutung einen funktionalen Akt an einem Gegenstand bzw. den Gebrauch eines Werkzeuges. Beide Male wird der Gegenstand zur Vergrößerung verwendet – vergrößertes Zeigen oder Winken. Die Umdeutung und die Wahl des Gegenstandes sind dabei keinesfalls beliebig, denn bspw. würde man wohl kaum etwa eine Tasse zum Zeigen verwenden, wenn man einen Stift zur Auswahl hat. Hätte man nur eine Tasse zur Auswahl, würde man mutmaßlich eher nur mit dem Finger zeigen, auch wenn eine Vergrößerung der Zeigebewegung eventuell für die beabsichtigte Äußerung günstig wäre. Es wird also ein Gegenstand ausgewählt, der zur Handform der Geste, dem ausgestreckten Zeigefinger oder der winkenden Hand weitgehend formeigenschaftenähnlich ist und der es ermöglicht, alle anderen Merkmale der Geste stabil zu halten, also den Ausführungsort, die Orientierung der Bewegung und die Bewegung an sich (vgl. zu diesen beschreibenden Merkmalen einer Geste Kap. 1).

Bei ersten Analysen im Rahmen meines Forschungsprojektes konnte darüber hinaus gezeigt werden, dass Handlungen mit Material und Gesten auch in anderen Situationen nicht voneinander abgrenzbar sind. In Kapitel 2.2 wurde das Beispiel von Jakob und Claus bereits angeführt. In dieser kombinatorischen Sequenz geht es um das Finden aller möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen von drei Elementen. Als Material stehen, neben einem Podest zur Anordnung von Reihenfolgen und passenden Tierkärtchen zum Nachlegen dieser, drei verschiedene Tier-Plastikfiguren zur Verfügung: ein Elefant, ein weißer Tiger und ein brauner Tiger. Die Figuren der Tiger unterschieden sich lediglich in der Farbe (weiß und braun). Nach dem Finden aller möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen, die von den Schülern durch die Papierkärtchen dokumentiert wurden (vgl. Abb. 2.2_2), stellt Jakob fest: „*s gibt nur sechs Möglichkeiten*“. Auf die Nachfrage der begleitenden Person, warum er das denke, erfolgen zwei Erklärungen von Jakob. In einer dieser Erklärungen beschreibt Jakob, warum zwei gleiche Reihenfolgen als mögliche Lösung für das Finden aller möglichen voneinander verschiedenen Reihungen ausgeschlossen werden müssen (vgl. Kap. 2.2, Abb. 2.2_3 bis 2.2_5). Jakob nutzt dabei während seiner gestenreichen Ausführung in einer kurzen Sequenz die beiden sich gleichenden Tigerfiguren in weiß und braun, indem er sie exakt parallel nebeneinander ausgerichtet vor sich aufstellt. Zeitgleich äußert Jakob lautsprachlich: „*[...] wenn man zwei Möglichkeiten zweimal macht, dann is es ja unlogisch*“.

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung

Als ein Ergebnis der Analyse (vgl. Kap. 9.3.1) wurde rekonstruiert, dass Jakob über die Metapher der beiden Tigerfiguren die Gleichheit von zwei Reihenfolgen darstellt: Es erfolgt also in dieser Sequenz anhand von gegebenen materiell verfügbaren Gegenständen oder Werkzeugen eine Veranschaulichung dessen, was lautsprachlich als die Beschreibung der Gleichheit von Reihenfolgen erzeugt wird. Dazu werden die Tierfiguren aus einem Materialpool gezielt ausgewählt, nämlich die beiden lediglich farblich unterscheidbaren Tigerfiguren, und erfahren eine Einbindung in Jakobs Gestenbewegung. Sie erlauben durch ihre besonderen und gezielt genutzten Materialeigenschaften eine geeignete Darstellung von Gleichheit. Jakob bindet die Tierfiguren in seine gestische und lautsprachliche Argumentation ein, ohne sie in ihrer Funktion als Plastiktigerfiguren oder auch in ihrer in der aktuellen Situation zugeschriebenen Funktion, nämlich als Elemente auf bestimmten Positionen in Reihenfolgen, zu nutzen. Er nutzt vielmehr das Merkmal der *Gleichheit* in der Form – und durch sein Zutun dann auch in ihrer räumlichen Anordnung – als Metapher für die Gleichheit von Reihenfolgen, die bezogen auf die gegebene Aufgabe, in der Lösungsmenge aus seiner Sicht nicht möglich ist (vgl. Abb. 3.1.3_2).



Jakob: „[...] wenn man zwei Möglichkeiten zweimal macht, dann is es ja unlogisch“

Abb. 3.1.3_2: Jakob erläutert die Gleichheit von zwei Reihenfolgen und bindet die beiden gleichen Tierfiguren metaphorisch in seine Gestik ein

In der Analyse wurde diese Äußerung Jakobs als Geste gedeutet und in die Interpretationen mit einbezogen: Es handelt sich zum einen um eine deutlich vom bisherigen interaktiv vereinbarten Gebrauch der Tierfiguren in der Sequenz (nämlich als Elemente in Anordnungen der Länge $n=3$) unterscheidbare Verwendung der Tierfiguren. Zum anderen werden die Tierfiguren in die gestische Äußerung als eine längere und kohärente Bewegungsabfolge integriert verwendet (vgl. Kap. 10.1). Jakobs Umgang mit den Tigerfiguren findet sozusagen nicht als Tier-Figuren oder Positionsbesetzungen statt, sondern wird als Mittel zur Darstellung der aktuellen Erläuterung der Gleichheit von Reihenfolgen gedeutet. Die den Tier-Figuren von den Interagierenden bisher zugedachte Funktion des Besetzens von Positionen in Reihenfolgen wird in diesem kurzen Moment aufgebrochen und umgedeutet als Veranschaulichung von Gleichheit. Jakob wählt gezielt sich stark ähnelnde Figuren und etwa nicht Elefant und Tiger. Die Gestik verweist in diesem Beispiel auf die für die konkrete Darstellung von Gleichheit zentralen Aspekte der Tigerfiguren, ihre Form und Ausrichtung. Andere Eigenschaften, wie etwa der Farbunterschied, bleiben unbeachtet.

In Huth (2011b) wird ein Beispiel beschrieben, in dem eine Schülerin – Viola – ein gerade mit kleinen Holzwürfeln vollständig gefülltes Kantenmodell eines Würfels auf die rechte flach ausgestreckte Hand stellt und anschließend nach oben in die Mitte des Arbeitsbereiches für alle Beteiligten gut sichtbar führt, verbunden mit dem lautsprachlichen Ausruf: „*Ta da da daaaa / wir haben ihn gefüllt*“ (vgl. Huth, 2011b, S. 218). In der ausführlichen Analyse dieses Beispiels wird dies ebenfalls als Präsentationsgeste interpretiert, die das Anheben und Präsentieren des gefüllten Kantenmodells umfasst, es aus seiner bisher zgedachten gemeinsamen Deutung als Ding oder geometrischer Körper, an dem gearbeitet wird/der gefüllt bzw. gemessen wird, gewissermaßen heraushebt (vgl. Huth, 2011b, S. 222 u. S. 234).

In der Konsequenz solcher Beobachtungen, wird in Vogel und Huth (2020) die Nähe von Handlungen und Gesten genauer betrachtet. Es werden Schnittstellen dieser Modi fokussiert und explizit in Daten mathematischer Interaktionssituationen Lernender untersucht. Dabei werden *zeitliche Moduswechsel*, an denen also vom Modus der Handlungen in den der Gesten gewechselt wird und umgekehrt, rekonstruiert. Darüber hinaus beschreiben Vogel und Huth (2020) Schnittstellen der Verwendung von Gesten und Handlungen, an denen beide Modi eine *vergleichbare Funktion* in und für die mathematische Interaktion der Lernenden erfüllen und schließlich Schnittstellen von Gesten und Handlungen, anhand derer eine *vergleichbare Bedeutungszuschreibung* der Darstellungen von mathematischen Strategien in beiden Modi durch die Interagierenden rekonstruiert werden kann (vgl. Vogel & Huth, 2020, S. 216 u. S. 241ff).

Gesten und Handlungen sind infolge der ausgeführten Befunde und der dargestellten Diskussion der Herausforderungen bei der Anwendung bestehender Gestendefinitionen (vgl. Goldin-Meadow, 2003; Sabena, 2008) in der vorliegenden Arbeit als nicht voneinander scharf trennbare Ausdrucksmittel für die Analyse zu verstehen, sondern werden durch die vorausgehenden theoretisch begründeten Ausführungen zunächst beide so behandelt, als könnten sie potentiell Gesten sein. Zentral ist also nicht die Art der Erzeugung oder die Gestalt der Äußerung an sich, ob bspw. mit oder ohne Gegenstand ausgeführt, um herauszustellen, was als Handlung und/oder Geste eingeordnet wird. Dies kann möglicherweise aufgrund ihrer engen Verzahnung auch nicht immer eindeutig erfolgen. Zentral für die vorliegende Arbeit ist vielmehr *die Deutung dieser Handlung* und/oder *dieser Geste* im und für den Verlauf der Interaktion durch die daran Beteiligten.

Die anthropologische Perspektive von Kendon (2004) (vgl. Kap. 3.2.4) erscheint diesbezüglich eine gewinnbringende und gänzlich andere Sichtweise auf die Definition von Gesten zu ermöglichen. Im Sinne Kendons (2004) werden solche Körperbewegungen als Gesten bezeichnet, die etwas *Gestenhaftes* durch die *Interpretation des Gegenübers* zugeschrieben bekommen. Dazu ordnet er zunächst Gesten als sogenannte „visible actions“ in oder als Äußerungen ein:

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung

„'Gesture', we have suggested, is a name for visible action when it is used as an utterance or as a part of an utterance. But what is 'utterance', and how are actions in this domain recognized as playing a part in it?“ (Kendon, 2004, S. 7, Hervorhebungen im Original)

In diesem Sinne wären das oben aufgeführte Beispiel des Verstellens eines Stuhls, die Darstellung von Gleichheit anhand der zwei Tigerfiguren durch Jakob und die Präsentationsgeste des gefüllten Würfelkantenmodells von Viola also zunächst immer eine Geste.

Kendon (2004) lehnt sich bezüglich des Äußerungsbegriffs an Goffman (1963, zitiert nach Kendon, 2004, S. 7) an. Gemeint ist damit jedes „ensemble of action that counts for others as an attempt by the actor to 'give' information of some sort.“ (Kendon, 2004, S. 7). Und Informationen würden immer gegeben, sobald Personen zusammenträfen.

„That is, an 'utterance' is any unit of activity that is treated by those co-present as a communicative 'move', 'turn' or 'contribution'. Such units of activity may be constructed from speech or from visible bodily action or from combinations of these [...]. 'Gesture' is the visible bodily action that has a role in such units of action.“ (Kendon, 2004, S. 7)

Schon der Begriff der „visible action“ (Kendon, 2004, Buchtitel), den Kendon (2004) verwendet, verweist auf die Nähe der Gesten zu so etwas wie Handlungen. Dies wird auch in Gestenarten, wie die der Pantomime deutlich, die für gewöhnlich als das *Nachstellen einer Handlung* verstanden werden (vgl. Fricke, 2007, 149f). Interaktionstheoretische Ansätze, wie sie in der vorliegenden Arbeit genutzt werden (vgl. Kap. 4), bezeichnen in einem zu Kendon (2004) vergleichbaren Sinne sämtliche Gesprächsbeiträge als „(Sprech-)Handlung“ bzw. „interaktive Handlungszüge“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14). Auch hier verweist die begriffliche Nähe von *Handlungen* an oder mit Gegenständen und *Sprechhandlungen* darauf, dass die oben aufgeführte Definition von Goldin-Meadow (2003) im sprachlichen Duktus der genutzten Theorien in der vorliegenden Dissertation wenig hilfreich erscheint bzw. einer Erweiterung oder Anpassung bedarf.

Kendon (2004) stellt der Intentionalität von Gesten das Konzept der „*manifest deliberate expressiveness*“ (Kendon, 2004, S. 14, Hervorhebungen im Original) gegenüber. Gesten sind demnach die Bewegungen, denen vom Gegenüber ein privilegierter Status in der Bestrebung des*r Sprecher*in, Bedeutung auszudrücken, unterstellt wird.

„What is normally called 'gesture' are those movements that partake of these features of manifest deliberate expressiveness to an obvious degree. Movements that have these characteristics are treated as if they are performed by the actor under the guidance of an openly acknowledged communicative intent and the actor will be regarded as being fully responsible for them.“ (Kendon, 2004, S. 14, Hervorhebung im Original)

Kendon (2004) unternimmt im Rahmen seiner Forschungen folgende Studie: 20 Proband*innen wurde jeweils einzeln ein Film ohne Ton gezeigt, auf Wunsch auch mehrfach. Darin hielt ein Mann eine Rede bei einer Zeremonie in Papua Neu-Guinea, in seiner Hand eine Axt haltend.

Er führte Bewegungen mit seinem Kopf und seinen Händen aus, bewegte sich vor und zurück, bewegte die Axt in der Hand, fasste sich sowohl an die Jacke als auch ins Gesicht (vgl. Kendon, 2004, S. 10). Die Proband*innen wurden im Anschluss darum gebeten zu beschreiben, welche Bewegungen des Mannes sie wahrgenommen hätten. Alle Teilnehmer*innen des Experiments beschrieben vorsätzlich und bewusst interpretierte Bewegungen als Teile dessen, was der Mann zu sagen versuchte. Diesen Bewegungen wurde einerseits Kontrolle und andererseits Verantwortung der sich äußernden Person unterstellt. Kendon (2004) bezeichnet in dieser Form wahrgenommene Bewegungen daher als Bewegungen mit *kommunikativer Intention* (vgl. Kendon, 2004, S. 11). Andere Bewegungen wurden ebenfalls beschrieben, die als weniger signifikant oder auch als normal bzw. gewöhnlich bezeichnet wurden: Selbstberührungen des Mannes wurden als nervöse oder sogenannte natürliche Bewegungen eingeschätzt, denen keine Bedeutung in Bezug auf das zugemessen wurde, was der Mann auszudrücken versuchte. Bewegungen mit dem Beil in der Hand wurden ebenso nicht als Teil des vom Redner beabsichtigten Ausdrucks eingeschätzt. Die Proband*innen zeigten eine hohe Übereinstimmung in dieser Bewertung der Bewegungen. Kendon (2004) leitet daraus Kriterien ab, die „*features of manifest deliberate expressiveness*“ (Kendon, 2004, S. 13f, Hervorhebungen im Original). Diese Kriterien erlauben es nach Kendon (2004), wahrgenommene Bewegungen zu kategorisieren, und zwar einerseits nach als *gewöhnlich* interpretierten Bewegungen und andererseits nach Bewegungen, die als *vorsätzlich expressiv* vom Gegenüber eingeschätzt werden (vgl. Kendon, 2004, S. 12).

Die Kriterien der letztgenannten Bewegungen umfassen nach Kendon (2004) ...

- a) einen deutlichen Anfangspunkt und eine ebenso erkennbare Endstellung, die sich in der Regel ähneln;
- b) eine Art Exkursion und weniger eine Positions- oder Konzentrationsveränderung des Körpers als Resultat der Bewegung⁵⁴ und
- c) keine Selbstberührungen oder Bewegungen mit einem Gegenstand – hier der Axt.

Dies sei aber nicht so zu verstehen, dass die als gewöhnlich und in Bezug auf die kommunikative Intention des*r Sprechers*in als weniger wichtig eingeschätzten Bewegungen keine Rolle spielten. Es sei vielmehr so zu bewerten, dass Bewegungen von Interagierenden als *Hintergrundhandlung* und *Vordergrundhandlung* verschieden hohe Aufmerksamkeit geschenkt werden würde, wobei die Hintergrundhandlungen als eine Art strukturierende, regulierende

⁵⁴ Kopfbewegungen dieser Art zeigten sich nach Kendon (2004) durch wiederholende Rotationen oder auf-und-ab Bewegungen und nicht als Teil einer grundlegenden Positionsveränderung des Kopfes etwa in Koordination mit einer Blickrichtungs- bzw. Konzentrationsänderung (vgl. Kendon, 2004, S. 11f). Handbewegungen in diesem Sinne wurden nach der Ausführung wieder in eine der Ausgangsstellung vergleichbare Position zurückgeführt. Bewegungen des ganzen Körpers wurden dann als vorsätzlich expressiv bewertet, wenn eine Rückkehr in die Ausgangsposition zu beobachten war (vgl. Kendon, 2004, S. 12).

Basis für die als vorsätzlich expressiv interpretierten Bewegungen dienten (vgl. Kendon, 2004, S. 12f).

„Just as a hearer perceives speech, whether comprehended or not as ‘figure’ no matter what the ‘ground’ may be, and just as speech is always regarded as fully intentional and intentionally communicative, so it is suggested that if movements are made so that they have certain dynamic characteristics they will be perceived as ‘figure’ against the ‘ground’ of other movement, and such movements will be regarded as fully intentional and intentionally communicative.” (Kendon, 2004, S. 13, Hervorhebungen im Original)

Lautsprache und Gesten schreibt Kendon (2004) eine spezielle Rolle in der Aufmerksamkeit des Gegenübers zu. Sie würden eine Art „first place in the attentional hierarchy“ (Kendon, 2004, S. 13) erhalten.

In Anlehnung an Kendons (2004) Ansatz der *manifesten vorsätzlichen Expressivität von Gesten* in den Augen des*r Interaktionspartner*in(nen) und aus der Diskussion der Definition von Gesten nach Goldin-Meadow (2003) und Sabena (2008) heraus unter Berücksichtigung der Erkenntnisse in Huth (2011b) und von Vogel und Huth (2020) soll für die vorliegende Arbeit Folgendes gelten: Alle Bewegungen der Arme- und Hände, die während der in der vorliegenden Arbeit analysierten mathematischen Interaktionen der Lernenden produziert werden, haben prinzipiell das Potential, als Geste gedeutet zu werden, auch wenn Gegenstände mit einbezogen sind. Darüber hinaus können auch Kopfbewegungen, Fußbewegungen oder etwa Zeigebewegungen mit dem Ellenbogen oder Knie in der Interaktion als Gesten gedeutet werden. Denn weder Gegenstandsgebrauch noch die Ausführung mit einem anderen Körperteil als Arme und Hände sind hinreichende Kriterien für die Einordnung als Geste oder Nicht-Geste. Zur pragmatischen Beschreibung in den Transkripten kann zunächst das von Kendon (2004) genannte Kriterium eines deutlichen Anfangs- und Endpunkts dienen, um die Gestalt einzelner erzeugter Gesten für die Notation zu erfassen (vgl. Kap. 8.6). Es werden in den Transkripten der vorliegenden Arbeit folglich alle Körperbewegungen, die während der Interaktion der Beteiligten beobachtbar sind, dokumentiert, um dann analytisch gestützt ihre Deutung durch das Kollektiv der Interagierenden und ihre mögliche Funktion in der Interaktion herauszuarbeiten. Dies wird in einigen Fällen zu einer vorläufigen Eindeutigkeit führen, was als Geste gelten kann und was nicht, in anderen Fällen werden aber vermutlich mehrere Deutungsmöglichkeiten bestehen bleiben z. B. hinsichtlich der Frage, ob eine Äußerung letztlich als Handlung oder als Geste bezeichnet werden kann. Möglicherweise ist dies auch weniger zentral. Es steht somit weniger die eindeutige Zuordnung im Fokus, sondern vielmehr die Bedeutung der jeweiligen Bewegung in und für die mathematische Interaktion, rekonstruiert an der Art und Weise, wie diese Bewegung von den Interagierenden verwendet und gedeutet wird. Die Forschungen von Vogel und Huth (2020) zeigen zudem, dass es lohnenswert ist, aus beiden Perspektiven – der Erforschung von Gesten und der Erforschung von Handlungen am Material – auch solche Äußerungsereignisse in den Blick zu nehmen, an denen eher Schnittstellen als eine klare Abgrenzbarkeit beider Modi hervortreten, um diese in geeigneter Weise theoretisch beschreiben zu können und als Knotenpunkte von

Transformationsprozessen in Bezug auf Modi und Darstellungsebenen im Lernprozess besser zu verstehen (vgl. Vogel & Huth, 2020, S. 216).

3.1.4 Zur Systematisierung von Gesten

Verschiedene Gestenkategoriensysteme versuchen, Gesten in einer gewissen Systematik zu erfassen (vgl. Fricke, 2007, S. 142ff; McNeill, 1992, S. 12ff; Müller, 1998, S. 91ff). Wie bereits weiter oben beschrieben (vgl. Kap. 1), gelten redebegleitende Gesten zunächst als nicht-konventionalisiert im Sinne einer sie determinierenden Grammatik wie sie etwa für die Lautsprache beschrieben ist. Dennoch gibt es Gesten, die einen gewissen Grad an Konventionalisierung⁵⁵ und damit auch Systematisierung im Verlauf von Interaktionen erlangen können (vgl. Kap. 3.2.3). Um die *Verschiedenheit* von Gesten zu betrachten, werden im Folgenden *unterscheidbare Arten von Gesten* und ausgewählte *Gestenkategoriensysteme* vorgestellt. Die Verschiedenheit der Gesten stützt sich also auf ...

- a) Ausführungen zu *unterscheidbaren Arten von Gesten*: bspw. spontan während des Sprechens geäußerte Gesten oder auch kulturell festgelegte Gesten, die dann eher als *Embleme* bezeichnet werden,

und
- b) auf *Kategoriensysteme von Gesten*, von denen hier zwei ausgewählte, nämlich das von McNeill (1992, 2005) und Müller (1998, 2013), zur Art der redebegleitenden Gesten vorgestellt werden sollen.

Zu a) Die Zuordnung der verschiedenen *Arten von Gesten* erwächst auf Grundlage des Grades an Konventionalisierungen im Sinne eines beschreibbaren Sprachsystems und in Bezug auf die Angewiesenheit dieser Gesten auf eine sie begleitende lautsprachliche Äußerung: Während z. B. emblematische und pantomimische, also eine Handlung nachstellende Gesten⁵⁶ ohne Lautsprache auskommen, bedürfen spontan erzeugte Gesten während des Sprechens häufig einer gemeinsamen Interpretation mit der sie begleitenden Lautsprache.

⁵⁵ Diese Gesten treten dann auf, wenn Sprecher*innen wiederholt, z. B. im Rahmen einer Interaktionssituation, gleiche Gestenformen für das gleiche Gemeinte nutzen und auf diese Weise eine vorübergehend festgelegte und als geteilt geltende Bedeutung für diese Geste emergiert (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Kap. 3.2.3).

⁵⁶ Die Begriffe der *emblematischen* und *pantomimischen* Gesten wurden bereits in Kapitel 1 kurz erläutert. Weiter oben wurde zudem auf pantomimische Gesten unter Bezug auf Fricke (2007, S. 149f) verwiesen bei der Diskussion des Gesten- und Handlungsbegriffs. Sowohl *Embleme* als auch *Pantomime* werden im Verlaufe dieses Kapitels noch einmal in Bezug auf Kendon's Kontinuum nach McNeill (2005) aufgegriffen.

McNeill (2005) beschreibt die verschiedenen Arten von Gesten innerhalb des sogenannten Gesten-Kontinuums⁵⁷ von Kendon (2004). Dieses Kontinuum, das in Abbildung 3.1.4_3 dargestellt ist, reicht von *Gesticulations* über *Speech-linked Gestures*, *Pantomimen* und *Emblemen* bis hin zu *Gebärdensprachen*. Während *Gesticulations* den geringsten Grad an Konventionalisierung aufweisen, stehen am anderen Pol des Kontinuums die Gebärdensprachen als vollständig beschreibbare und grammatikalisch festgelegte, konventionalisierte Sprachen. Gleichzeitig zu einem Anstieg der Konventionalisierung der Gesten, z. B. bezüglich der Handformen, nimmt die Voraussetzung der Gleichzeitigkeit von Lautsprache zugunsten der Interpretierbarkeit über die verschiedenen Arten der im Kontinuum aufgeführten Gesten bis hin zu den Gebärdensprachen ab. Eine in der Handform variierte Gebärde entspricht bei Gebärdensprachen nicht mehr der Zielsprache, während *Gesticulations* aufgrund ihrer fehlenden Festlegung in der Form vielfältig und variabel sind und keine regelkonforme Stabilität in der ihnen interaktiv zugewiesenen Deutung aufweisen.

Gesticulations → Speech-linked gestures → Pantomime → Emblems → Sign Language

Abb. 3.1.4_3 Gestenkontinuum nach McNeill (2005, S. 5ff) mit ansteigender Konventionalisierung der Gesten bei gleichzeitiger Abnahme der notwendig zeitgleich geäußerten Lautsprache von links nach rechts

Anhand des Kontinuums beschreibt McNeill (2005) Merkmale, welche die besonderen Ausdrucksmöglichkeiten von Gesten herausstellen. Das Kontinuum beginnt nach McNeill (2005) bei *Gesticulations* (vgl. Abb. 3.1.4_3 ganz links). Diese sind nicht-konventionalisiert und auf Lautsprache angewiesen, um kontextbezogenen Deutungen zu ermöglichen und einzugrenzen. *Gesticulations* folgen keinem grammatikalisch festgelegten System und werden von McNeill (1992, 2005) zudem als global und synthetisch beschrieben, da zum einen die einzelnen Bewegungsteile der Gestik nur in Bezug auf ihr Ganzes verstanden werden könnten und zum anderen, eine Geste ein komplexes Zusammenspiel vieler Informationen beinhalten könne (z. B. eine*n Akteur*in, ihre*seine Aktion, wie die Aktion ausgeführt wird, usw.; vgl. McNeill, 2005, S. 11).

Für *Speech-linked gestures* in der zweiten Position von links im Kontinuum (vgl. Abb. 3.1.4_3) können ähnliche Eigenschaften wie für *Gesticulations* angenommen werden. Anders als die *Gesticulations* können nach McNeill (2005) aber *Speech-linked gestures* im Sprachfluss Worte ersetzen, für die bspw. aktuell keine lautsprachliche lexikalische Entsprechung verfügbar ist.

⁵⁷ McNeill (2005) beschreibt dieses Kontinuum mit verschiedenen Schwerpunkten: in Bezug auf a) den Grad an Konventionalisierung, b) das Vorhandensein linguistischer Eigenschaften, c) die Relation von Gestik und Lautsprache, usw. (vgl. McNeill, 2005, S. 6ff). Je nach Schwerpunkt ist die Position von *Emblems* und *Pantomime* teilweise vertauscht, weil z. B. *Pantomime* nach McNeill (2005) keine linguistischen Eigenschaften aufweisen würden und in einem solchen Kontinuum links von *Emblemen* stehen müssten, aber in Relation zur Lautsprache *Embleme* weniger an diese gebunden sind und daher in einem so akzentuierten Kontinuum wiederum links von *Pantomime* stehen müssten.

Sie werden in die Rede integriert *als seien sie ein Wort* und übernehmen dessen Funktion und syntaktische Position im Satz.⁵⁸ Dies könne geschehen, wenn ein*e Sprecher*in eine bestimmte Art von Bewegung beschreiben möchte, für die er*sie lautsprachlich keine passende lexikalische Entsprechung findet oder für die eine umständliche lautsprachliche Beschreibung benötigt werden würde, weil dafür kein geeigneter Ausdruck vorhanden ist.

Pantomimische Gesten in der mittleren Position des Kontinuums (vgl. Abb. 3.1.4_3) zeigen das Nachstellen von Handlungsabläufen. Sie können daher ohne Lautsprache auskommen und werden im Sprachfluss genutzt, um etwas effektiv und in kurzer Zeit verständlich auszudrücken oder auf bekannte Handlungen oder zu beschreibende Handlungsabläufe zu verweisen, ohne möglicherweise in der Situation aufwendige lautsprachliche Beschreibungen dafür anzuführen. Ein Beispiel wäre etwa die Darstellung des Zähneputzens mithilfe einer Faust als Handform, die so vor dem Mund bewegt wird, als führe sie eine Zahnbürste putzend durch den Mund. Die Bedeutung von pantomimischen Gesten im Spracherwerb und ihr Potenzial als Untersuchungsgegenstand in der Sprachwissenschaft wurde bereits in Kapitel I mit Bezug zu Weidingers (2016) Arbeit herausgestellt.

*Embleme*⁵⁹ oder *emblematische Gesten* sind z. B. der Ring aus Zeigefinger und Daumen etwa mit der Bedeutung für *ok* als Zeichen unter Taucher*innen. Sie sind stark an ihre Form gebunden und im Rahmen einer Sprachgemeinschaft (*hier*: der Taucher*innen) auch ohne eine sie begleitende Rede verständlich. Diese und andere solcher Gesten gelten dann in der entsprechenden Gemeinschaft als konventionalisiert, weil deren Bedeutungen aus sprachkulturellen Deutungsroutrinen heraus und gewissermaßen auch kontextübergreifend als gleichbleibend anzusehen sind. In unserem Kulturkreis könnte man etwa die Beispiele der Daumen-hoch-Geste für eine positive Rückmeldung oder den seitlich zur Fahrbahn ausgestreckten Daumen als Tramper-Geste aufführen. Weitere Beispiele wären etwa das Zeigen des Mittelfingers oder im schulischen Kontext das Hochstrecken des Zeigefingers oder der ganzen flachen Hand als Meldung bzw. Signal, einen Redebeitrag leisten zu wollen.

„Emblems are those nonverbal acts which have a direct verbal translation, or dictionary definition, usually consisting of a word or two, or perhaps a phrase. This verbal definition or translation of the emblem is well known by all members of a group, class or culture.“ (Ekman & Friesen, 1969/1981, S. 71)

Bemerkenswert ist hierbei, wie verpflichtet *Embleme* ihrer Form sind: So würde z. B. wohl in unserem Kulturkreis eine Beleidigung möglicherweise nicht als solche interpretiert werden, zeigte man dem Gegenüber anstatt des Mittelfingers den kleinen Finger. Würde man die Hand mit dem ausgestreckten Unterarm und kleinen Finger jedoch in einer kurzen impulsiven Bewegung mit dem Handrücken voraus in Richtung Adressat*in bewegen, ähnlich der

⁵⁸ Im Ansatz von Fricke (2012) wird die funktionale und strukturelle Integration von Gesten in syntaktische Lautsprachenkonstruktionen thematisiert (vgl. Fricke, 2012, S. 47; Kap. 3.2.3).

⁵⁹ *Embleme* (vgl. Fußnote 6 in Kap. 1.1 u. Kap. 3.1.4) werden in der vorliegenden Arbeit insofern betrachtet, als dass sie potentiell auch innerhalb der untersuchten mathematischen Interaktionen hervorgebracht bzw. erzeugte Gesten emblematisch gedeutet werden könnten.

Ausführung der ursprünglich beleidigenden Geste mit dem Mittelfinger, wäre jedoch das Gegenüber vermutlich zumindest in der Lage zu erkennen, was eigentlich gemeint war. Ein zentrales Merkmal der *emblematischen Geste* (*Handform, Handorientierung, Ausführungsstelle, Bewegung*, vgl. Kap. 1) muss also offenbar mindestens erhalten sein, um wenigstens erahnen zu können, was das *Emblem* dahinter sein muss. Dies ist aber durchaus nicht immer so offensichtlich: So wäre in unserem Sprachraum wohl kaum eine Geste als *ok* oder positive Rückmeldung zu interpretieren, wenn sich nicht Daumen und Zeigefinger, sondern z. B. Daumen und kleiner Finger oder ein anderes Fingerglied als die Fingerkuppen berühren würden, auch wenn eine solche Veränderung der Handform dabei noch so klein erscheinen mag (vgl. Fricke, 2007, S. 149). *Embleme* können ganz ohne lautsprachliche Äußerung verstanden werden. Sie werden z. B. auch als eine Art Fachgestik genutzt in Umgebungen, in denen lautsprachliche Kommunikation erschwert oder nicht möglich ist, so z. B. zwischen einem*r Kranfahrer*in und seinen*ihrer am Boden arbeitenden Kolleg*innen oder den oben erwähnten Taucher*innen.

Ganz rechts im Kontinuum stehen schließlich die *Gebärdensprachen*, die als vollwertige Sprachen anzusehen sind (vgl. Keller & Leuninger, 2004, S. 265) und bereits begrifflich von den Gesten als Gebärden zu unterscheiden sind.

„Gebärden sind also nicht ein beliebiger Ersatz, eine künstliche oder reduzierte Ausdrucksform einer Lautsprache; vielmehr unterliegen sie vergleichbaren Regularitäten wie die Wörter einer Lautsprache: Sie sind also strukturiert und setzen sich aus phonologischen und morphologisch isolierbaren Bestandteilen zusammen; sie bilden syntaktische Konstituenten und unterliegen syntaktischen Regularitäten [...]“ (Keller & Leuniger, 2004, S. 267)

Sie unterscheiden sich insofern stark von den hier im Fokus stehenden Arm- und Handbewegungen oder durch andere Körperteile ausgeführte spontan erzeugte Gesten, die während lautsprachlicher Äußerungen erzeugt werden.

Zu b) Gestenkategoriensysteme stellen in der modernen Gestikforschung ein Versuch dar, den komplexen Ausdrucksmodus der Gestik, der zunächst in einer unsystematisch anmutenden Vielfältigkeit auftritt und darüber hinaus durch individuelle Ausdrucksweisen von Sprecher*innen zu variieren scheint, bezogen auf die angenommene Funktion, die Gestalt oder bestimmte Eigenschaften beschreiben zu können. Die in der Literatur beschriebenen vielfältigen Gestenkategoriensysteme bauen häufig aufeinander auf oder werden als Weiterentwicklungen eines bereits bestehenden Systems konzipiert und bedienen verschiedene Schwerpunkte (vgl. zu weiteren Gestenkategoriensystemen und einer kritischen Diskussion Fricke, 2007, S. 156ff). Häufig sind die Kategorien innerhalb der in der Literatur beschriebenen Systeme nicht trennscharf. Im Folgenden sollen zwei ausgewählte Gestenkategoriensysteme dargestellt werden, nämlich das für viele Forschungen im Bereich der Gesten grundlegende von McNeill (1992, 2005) und das von Müller (1998, 2013). Während McNeills (1992, 2005) Kategorien, begründet in seiner psychologischen Perspektive auf Gesten (vgl. Kap. 3.2.2), eher bereits Interpretationen zu einer möglichen Intention der die

Gesten erzeugenden Person beinhalten – bspw. werden Gesten darin als *metaphorisch* beschrieben – scheint Müllers (1998, 2013) Systematik stärker eine Möglichkeit bereitzustellen, Gesten bezogen auf die Frage zu beschreiben, was die Hand tut.⁶⁰ Für meine Forschungsarbeit dienten vor allem zu Beginn McNeills (1992, 2005) Kategorien als erster Zugang und eine Art Bestandsaufnahme dessen, welche Gesten sich in menschlichen Interaktionen potentiell beobachten lassen. Dabei wurde der Problematik möglicher voreiliger Interpretation durch die Art der Konzeption der Kategorien begegnet, indem die Zuordnung ausschließlich analytisch gestützt vorgenommen wurde. D. h., dass zunächst die Analysen einzelner Beispiele entsprechend des in der vorliegenden Arbeit genutzten Analyseverfahrens (vgl. Kap. 8.7) durchgeführt und in einem diese abschließenden Resümee Bezüge zu McNeills (1992, 2005) Kategorien hergestellt wurden (vgl. Huth, 2009). Der Kontext der jeweiligen Äußerung und der Einbezug der Interpretationen der Gesten durch die Interagierenden in der jeweiligen Interaktionssituation führten dabei häufig auch zur Einordnung in verschiedene Kategorien, ließen also konform zum gewählten Analyseverfahren (vgl. Kap. 8.7) verschiedene Deutungen zu. Die von Müller (1998, 2013) entwickelten Kategorien gewannen vor allem in der fortschreitenden Forschungsarbeit an Bedeutung, weil sie weniger interpretativ eine Möglichkeit dessen anbieten, zunächst beschreiben zu können, was das die Geste ausführende Körperteil (häufig die Hand) eigentlich tut: *agieren, modellieren, repräsentieren* oder *nachzeichnen* (vgl. Müller, 1998, S. 114ff).

McNeills (1992) Gestenkategorien (vgl. McNeill, 1992, S. 12ff) können als grundlegend für die moderne Gestikforschung bezeichnet werden.⁶¹ Er entwickelt ein System, das fünf verschiedene Gestenkategorien bzw. in seinem Sinne *Dimensionen* von Gesten (vgl. McNeill, 2005, S. 38ff) unterscheidet: *ikonische Gesten, metaphorische Gesten, deiktische Gesten, beat Gesten* und *kohäsive Gesten*. Er beruft sich später in Bezug auf dieses Kategoriensystem auf Peirce' Zeichentheorie und der darin aufgeführten semiotischen Kategorien. Diese Bezugnahme wird allerdings zunächst nicht weiter ausgeführt (McNeill, 2005, S. 38). In seinem Buch „*Gesture & Thought*“ (2005) weist McNeill darauf hin, dass er eher von Dimensionen der Gesten als von trennscharfen Kategorien bezogen auf sein „*Iconic-Metaphoric-Deictic-Beat Quartet*“ (McNeill, 2005, S. 38) sprechen würde. Hierfür führt er vornehmlich die Begründung an, dass häufig eine Geste gleichzeitig verschiedene Zuschreibungen erfahren könne. Dies sei auch bei einer Konzeption von Kategorien zunächst unproblematisch, allerdings evoziere es eine Hierarchie dieser Kategorien. Diese sei aber nicht bestimmbar (vgl. McNeill, 2005, S. 41f). Deshalb müsste man vielmehr davon ausgehen, dass Gesten als *multidimensional* bezeichnet werden können (vgl. McNeill, 2005, S. 42). Zudem ersetzt McNeill (2005) die Kategorie der kohäsiven Gesten seiner Kategorisierung von 1992 durch das

⁶⁰ Müller (1998) beschreibt diese Gestenkategorien stets in Bezug auf die Hand, wenngleich, wie bereits ausgeführt auch andere Körperteile Gesten ausführen können.

⁶¹ McNeills (1992, 2005) Kategoriensystem geht auf Ekman und Friesens (1969/1981) Einteilung zurück, die auf Efrons (1941/1972, zitiert nach Fricke, 2007, S. 160ff) frühe Forschungen beruhen. Ausführliche Darstellungen dieser Kategoriensysteme sowie eine kritische Diskussion finden sich in Müller (1998, S. 91ff) und Fricke (2007, S. 160ff).

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung

Konzept des *catchments* (vgl. McNeill, 2005, S. 41, S. 116ff u. S. 165ff), das weiter unten erläutert wird.

Ikonische Gesten beschreiben nach McNeill (1992, S. 12ff; McNeill, 2005, S. 39) bildlich die Form eines konkreten Gegenstandes oder verweisen auf konkrete Handlungen. Das Ding, auf das verwiesen wird, kann anwesend oder auch nicht-anwesend in der Interaktionssituation sein. Die Hand kann bspw. die Form einer Kiste umschreiben. Als zentrales Kriterium für *ikonische Gesten* stellt McNeill (1992, 2005) ihr enges co-expressives Verhältnis zur sie begleitenden Lautsprache heraus, welches auf der semantischen Ähnlichkeit der Aussagen in Gestik und Lautsprache beruht.

Metaphorische Gesten werden in McNeills (1992, S. 14f; McNeill, 2005, S. 39) Systematisierung genutzt, um abstrakte Gedanken bildlich darzustellen. Zum Beispiel wird eine Idee lautsprachlich von einer*m Sprecher*in beschrieben und im Gestenraum mit beiden zueinander gewandten und leicht geöffneten Händen als kompakte, abgeschlossene Einheit verortet. *Metaphorisch* wird also etwas Abstraktes als eine Ideeneinheit in eine Art abgeschlossenes Gefäß gepackt und im Gestenraum lokalisiert. Dies kann auch für einen Gedankengang, einen erläuterten Standpunkt oder etwa eine Geschichte gelten, die als etwas Abstraktes durch die Gestik *metaphorisch quasi-materialisiert* im Gestenraum verortet wird.

Deiktische Gesten sind Zeigegesten, typischerweise durch den ausgestreckten Zeigefinger ausgeführt, die auf konkrete Gegenstände bzw. Dinge aber auch auf geäußerte und wie oben beschrieben im Gestenraum verortete, bereits vorher geäußerte Gedanken oder Ideen verweisen können. Sie können Relationen zeigen, Bezüge herstellen oder dienen z. B. als Richtungsangabe. Darüber hinaus könnten sie aber, McNeill (1992) folgend, vor allem auch abstrakten Charakter aufweisen (vgl. McNeill, 1992, S. 18), indem sie eine Position oder einen Raum innerhalb des Gestenraums als imaginären Ort auswiesen „in which abstract ideas have a physical locus.“ (McNeill, 1992, S. 18). 2005 weist McNeill (vgl. McNeill, 2005, S. 40) darauf hin, dass dieses abstrakte Zeigen ein Meilenstein der kindlichen Entwicklung darstellt und sich Belege dafür finden lassen würden, dass der Gebrauch solcher Gesten erst mit dem zwölften Lebensjahr erworben ist.

Zeigegesten könnten auch mit anderen Körperteilen, z. B. dem Kinn oder der Nase oder mithilfe eines Gegenstandes, z. B. eines Zeigestocks, ausgeführt werden (vgl. McNeill, 2005, S. 39). Sie erfahren in der Gestenforschung und auch im Rahmen von Forschungen zu gestischen Äußerungen innerhalb anderer Disziplinen eine besondere Beachtung. Es lassen sich bspw. mathematikdidaktische Untersuchungen finden, die vornehmlich Zeigegesten analysieren und deren Stellenwert bezüglich eines mathematischen Lösungsweges Lernender herausarbeiten (vgl. Bjuland, Cestari & Borgersen, 2007, 2009). Kita (2003) bezeichnet in einem eigens erschienenen Sammelband das Zeigen als „[...] a foundational building block of human communication“ (Kita, 2003, S. 1). Dies begründet er u. a. mit der Allgegenwärtigkeit des Zeigens in menschlicher Interaktion, um anwesende oder abwesende Gegenstände,

Gedanken, Orte, Beziehungen, usw. anzuzeigen. Des Weiteren sei Zeigen ein zentrales Element von Gebärdensprachen und vergleichbar zum Gebrauch und der Häufigkeit von Pronomen in Lautsprachen. Es unterscheide die menschliche Interaktion von der tierischen und stelle einen zentralen Anfangspunkt im Spracherwerb dar. In dessen Verlauf seien Zeigegesten von entscheidender Bedeutung, etwa bei der Etablierung des Verständnisses der Beziehung von Wort und Referenzobjekt. Letztlich könnten aus Zeigegesten weitere Zeichen hervorgehen:

„[...] a pointing gesture can create an iconic representation by tracing a shape or movement trajectory. [...] It sometimes even leaves a visible mark, ‚inscribing‘ a shape on a surface [...].“
(Kita, 2003, S. 2, Hervorhebung im Original)

Beat Gesten unterstreichen nach McNeill (1992) den Sprachrhythmus und werden genutzt, um bestimmte Äußerungsteile besonders zu betonen. Anders als ikonische oder metaphorische Gesten seien sie recht formstabil in ihrer Ausführung unabhängig vom verhandelten Sachverhalt (vgl. McNeill, 1992, S. 15). Sie würden daher mit ihrer Form auf keine inhaltlichen Aspekte des Erzählstranges verweisen. Zudem zeigten sich bei *beats*, anders als bei den in der Regel dreiphasigen⁶² ikonischen oder metaphorischen Gesten, nur zwei Bewegungsteile, bspw. etwa hoch-runter. Dies sei ein zentrales Unterscheidungskriterium von *beats* in Abgrenzung zu anderen Gesten.⁶³ *Beat Gesten* würden häufig von rhetorisch (und damit vermutlich auch gestisch) speziell geschulten Sprecher*innen, z. B. Politiker*innen, produziert. Nach McNeill (1992) treten *beats* oft an für den narrativen Diskurs zentralen Stellen auf, etwa bei der Einführung eines neuen Charakters in einer Geschichte. Damit zielten sie nach McNeill (1992) weniger auf semantische Aspekte oder den Handlungsstrang, sondern markierten vielmehr zentrale Elemente der Diskursstruktur und stellen sozusagen ein Gerüst für die Erzählung bzw. den Handlungsstrang der Erzählung bereit (vgl. McNeill, 1992, S. 15).

„With beats, events on the meta-level of the discourse can be inserted directly into the narrative, signaling that whatever refers in speech to the event departs from the narrated chain of events.“
(McNeill, 1992, S. 15)

Als fünfte Dimension führt McNeill (1992) die *kohäsiven Gesten* an, die er auch als *diskursive Gesten* und anapherähnlich (vgl. McNeill, 2005, S. 39) beschreibt. Sie können bspw. durch sich wiederholende Handformen einzelne Teile des Erzählstranges, die zeitlich segmentiert in der Äußerung auftauchen, aber inhaltlich aufeinander bezogen sind, verbinden (vgl. McNeill, 1992, S. 16f). Sie strukturieren damit den Diskurs und zeigen den inhaltlichen Bezug der Äußerungsteile an, und zwar im gestischen Modus. In seinen späteren Arbeiten greift McNeill (2005) diese Gestendimension in dieser Begrifflichkeit zwar nicht mehr direkt auf und

⁶² Die in der Regel drei Phasen einer Gestenbewegung wurden in Anlehnung an Kendon (2004, S. 111ff) bereits weiter oben beschrieben (vgl. Kap. 3.1.2).

⁶³ Dieser Hinweis überrascht insofern, als dass auch bei offenkundig einfachen Bewegungen, wie hoch-runter als *Beat-Gesten* ebenso Kendons (2004) drei Phasen einer Geste: ein Anfangspunkt (unten) ein Kern der Geste (hoch) und ein Endpunkt (runter) als Beschreibung der dreiphasigen Gestenbewegung Anwendung finden kann.

entkoppelt sie auch von den restlichen Gestendimensionen, ersetzt sie aber in der Weiterentwicklung seiner Forschungsperspektive durch das Theoriekonzept des „catchments“ (McNeill, 2005, S. 41 u. S. 164ff). Dies sei auf sämtliche Gesten anwendbar und betone ihre soziale Interaktivität. Unter *catchment* versteht McNeill (2005) Gesten, die sich durch wiederholende Aspekte als miteinander in Zusammenhang stehend erweisen und sich im Verlauf einer Interaktionssituation gruppieren lassen.

„A catchment is a gestural discourse segment. It is recognized when gesture features recur over multiple gestures; the recurring features can reveal a segment that coheres through a shared image. The catchment is a kind of thread of visuospatial imagery running through a discourse, to reveal the larger discourse units.“ (McNeill, 2005, S. 164f)

McNeill (2005) beschreibt, dass Gesten-catchments den *common ground*⁶⁴ zwischen Interagierenden kreieren würden (vgl. McNeill, 2005, S. 164). Dies erscheint insofern einleuchtend, als dass sich-wiederholende Merkmale von Gesten innerhalb des Diskurses strukturierenden Charakter aufweisen können und sowohl für den*die Gestenerzeuger*in als auch für den*die Gestenleser*in thematische Einheiten verbinden können. Damit erfährt der *common ground* für die Interagierenden ständig und gewissermaßen online während der Interaktion ein Update auf den neuesten Stand dessen, was gemeinsame Deutungsbasis für die aktuelle Interaktion darstellt.

„The speaker shifts topics in a way readily followed by the listener (and observer), which suggests successful updating of common ground. Since gestures can play chief vehicles of these shifts, they also imply the active role gestures can play in creating, shifting and updating common ground between interlocutors. (McNeill, 2005, S. 164)

Cornelia Müller (1998) entwickelt ebenfalls ein Gestenkategoriensystem, das mit Blick auf Gesten in mathematischen Gesprächen von Lernenden aufschlussreich für die Analysen in der vorliegenden Arbeit erscheint. Sie unterscheidet funktionale (*referentielle*, *performative* und *diskursive* Gesten) und kategoriale Gestenklassen (die Hand *agiert*, *modelliert*, *zeichnet* oder *repräsentiert*). Damit können diese Beschreibungen Hinweise auf die Funktion der entsprechenden Geste in der Interaktion geben. Sie klassifizieren nach der Art der Darstellung (vgl. Müller, 1998, S. 115) und zeigen, „was die gestikulierenden Hände eigentlich verkörpern [...].“ (Müller, 1998, S. 115).⁶⁵ Zunächst grenzt Müllers (1998) Betrachtung die sogenannten

⁶⁴ Hier wird auf einen *common ground* verwiesen, der im Rahmen dieser Arbeit in verschiedenen theoretischen Konzepten immer wieder Beachtung findet. In Kapitel 6 werden für die Arbeit relevante ausgewählte Aspekte der Semiotik im Peirce'schen Sinne ausführlich dargestellt, ebenso mit Bezug zu einem sogenannten *ground* des Zeichens. Darin werde ich nochmals auf die verschiedenen Begrifflichkeiten des m. E. zumindest ähnlichen theoretischen Konstrukts des *common grounds* aus den im Rahmen der Arbeit genutzten unterschiedlichen wissenschaftlichen Perspektiven Bezug nehmen und dies schließlich als verbindendes Element der theoretischen Säulen meiner Arbeit herausstellen (vgl. Kap. 7.1).

⁶⁵ Darstellungen sind in der Mathematik von zentralen Bedeutung und werden in den Bildungsstandards Mathematik für die Grundschule explizit als Kompetenzbereich aufgeführt (vgl. u. a. Schreiber, 2010, S. 14; Kuntze, 2013, S. 17ff; Hessisches Kultusministerium, 2011, S. 11). Daher könnten diese Kategorien für die vorliegende Forschungsarbeit, in der mathematische Interaktionen von Lernenden in den Blick genommen werden, mutmaßlich geeignete Orientierung für die Analyse geben.

„Hörergesten“ (Müller, 1998, S. 104 u. S. 104ff) als Selbstberührungen von „Sprechergesten“ (Müller, 1998, S. 104 u. S. 104ff) als freien Gesten ab.

„Selbstberührungen und freie Gesten unterscheiden sich hinsichtlich zweier Parameter: dem ‚Ort‘ und der ‚Bewegung‘ der Hände. Bei den Selbstberührungen befinden sie sich am Körper und scheinen zu ruhen, bei den freien Gesten befinden sich die Hände vor dem Körper und sind in Bewegung. Das bedeutet, daß die beiden Formelemente ‚Ort‘ und ‚Bewegung‘ mit der Rolle des Hörers und des Sprechers verbunden sind. M.a.W.: Anhand dieser beiden Parameter wird die Sprecher- und Hörerrolle gestisch sichtbar gemacht. Es handelt sich hierbei um ein implizites alltagsweltliches Klassifikationskriterium [...]. Mit Hilfe von Selbstberührungen und freien Gesten signalisieren die Gesprächspartner die Verteilung der Gesprächsrollen und die Beteiligung an einer sozialen Begegnung.“ (Müller, 1998, S. 105f, Hervorhebungen im Original)

Damit sei auch gestisch die Verteilung des Rederechts neben Blickrichtungen und lautsprachlichen Äußerungen fortwährend sichtbar (vgl. Müller, 1998, S. 107).

Bei der funktionalen Klassifikation von Gesten unterscheidet Müller (1998) zwischen *referentiellen*, *performativen* und *diskursiven* Gesten (vgl. Müller, 1998, S. 110ff). Als *referentielle Gesten* beschreibt sie Gesten, die entweder etwas Abstraktes oder etwas Konkretes und hierbei entweder konkret oder metaphorisch bezeichnen. Als Beispiel nennt Müller einen konkreten Bilderrahmen, der gestisch gleich dargestellt werde wie etwa die Referenz auf einen Theorierahmen. Letztgenanntes erhalte allein durch die sprachliche Metapher den metaphorischen Charakter. *Performative Gesten* sind manchmal stark an die Rede gebunden und stellen Sprechhandlungen dar: Solche umfassen etwa die gestische Darstellung des Verwerfens, des Präsentierens, des Zurückweisens eines Arguments und sie sind nach Müller (1998) ohne die Lautsprache wenig verständlich (Müller, 1998, S. 111). Die Kategorie der *performativen Gesten* umfasst aber auch solche, die ganz ohne Lautsprache auskommen, wie etwa Bitt- oder Segens-Gesten. *Diskursive Gesten* werden zur Strukturierung, Hervorhebung, Gliederung von sprachlichen Äußerungen genutzt. Eine Zählgeste gliedere bspw. eine sprachliche Äußerung. Müller (1998) verbindet diese Kategorie mit dem Taktstock, der den Rederhythmus angebe (vgl. Müller, 1998, S. 112). Sie können bei referentiellen und performativen Gesten begleitend auftreten.

„Eine rhythmische Bewegung wird dann z. B. zusätzlich zu einer Darstellung der kreisrunden Form einer Krone durchgeführt. Die Geste stellt somit gleichzeitig die Form eines Gegenstandes und die Relevanz des kommunizierten Inhalts dar.“ (Müller, 1998, S. 112)

Müller (1998) verbindet diese Gestenkategorie mit McNeills (1992) kohäsiven Gesten, weil sie Äußerungsteile verbinden könnten. Sie seien aber potentiell auch interaktiv wirksam, wenn mehrere Sprecher*innen solche Gestenformen wiederholt nutzen und so eine „Mikrokonvention“ (Müller, 1998, S. 112) dieser Geste etablierten. Ähnliche Konventionalisierungsprozesse von Gesten wurden bereits weiter oben mit Verweis auf Fricke (2007, S. 196) beschrieben.

Als kategoriale Gestenklassen unterscheidet Müller (1998, S. 114ff) vier Kategorien, die sie später in zwei Kategorien zusammenführt (vgl. Müller, 2013). Danach lässt sich anhand der Geste in Bezug auf die begleitende Lautsprache feststellen, was die Hand mit der jeweiligen Bewegung mutmaßlich tut (vgl. Müller, 1998, S. 115): Sie *agiert*, *modelliert*, *zeichnet* oder *repräsentiert*. Die Hände gestikulieren also entweder eine Bewegung eines Handlungsverlaufs im Gestenraum, modellieren durch ihre Form bspw. ein Objekt, zeichnen dessen Umrisse oder repräsentieren z. B. einen Gegenstand durch die Hände oder eine einzelne Hand. In späterer Darstellung werden diese vier Typen in zwei Typen zusammengefasst: *Agieren* und *Repräsentieren*,⁶⁶ wobei unter *Agieren* die beiden übrigen Techniken (*Zeichnen* und *Modellieren*) gefasst werden (vgl. Müller, 2013, S. 712ff).

- a) *Agieren*: Die Hand stellt pantomimisch eine Handlung dar bzw. nach, wie z. B. das Trinken aus einem Glas. Müller (1998) beschreibt dies wie folgt:

„Hier stellt die Hand sich selbst im Handlungsvollzug dar, d. h. sie tut so, als vollzöge sie eine Handlung, und häufig werden dabei Gegenstände imaginiert, die an der Handlung beteiligt sind.“ (Müller, 1998, S. 115)

Der Unterschied zur Handlung bestehe in dem Weglassen des Instruments, denn die Hände könnten die dargestellte Handlung mit entsprechendem Objekt tatsächlich ausführen. Die Bewegung der Geste löst gewissermaßen die Handlung aus ihrem Kontext und tue so, als ob sie diese Handlung ausführe (vgl. Müller, 1998, S. 116).

- b) *Modellieren*: Die Hände stellen modellartig einen dreidimensionalen Gegenstand dar und „hierbei tun sie so, als würden sie [ihn] berühren und betasten.“ (Müller, 1998, S. 117) Müller (1998) vergleicht diesen Gestengebrauch mit dem des Bildhauers beim Erstellen von Skulpturen, die durch die Gesten in dem Gestaltungsraum ‚Luft‘ eine gewisse Flüchtigkeit aufwiesen (vgl. Müller, 1998, S. 117).

- c) *Zeichnen*: In die Luft malt die Hand z. B. mit dem Zeigefinger einen Gegenstand bzw. dessen Umrisse. Damit werde kein dreidimensionales Objekt mit der Hand modelliert, sondern eine zweidimensionale Abbildung bzw. dessen Umrisse nachgezeichnet (vgl. Müller, 1998, S. 118). Es sei auch möglich, dass die Hand bspw. einen Weg auf die Tischoberfläche zeichne.

„Auch bei der zeichnenden Darstellungsweise handelt es sich um ein So-Tun-als-ob. Die Hände tun so, als hinterließen ihre Bewegungen sichtbare Spuren.“ (Müller, 1998, S. 118)

⁶⁶ Müller (2013) verweist darauf, dass auch sie den Peirce'schen Zeichenbegriff nutze. Dieser wird in Auszügen auch in der vorliegenden Arbeit verwendet, was später genauer dargestellt wird (vgl. Kap. 6). Nach Müller (2013) könne man bei agierenden Gesten im Peirce'schen Sinne die Repräsentamen-Objekt-Beziehung als eine Referenz der Gestenform auf eine Handlung beschreiben. Bei repräsentierenden Gesten demgegenüber sei die Repräsentamen-Objekt-Relation durch ein reales Objekt bestimmt (vgl. Müller, 2013, S. 714). Dies erscheint aus meiner Sicht eine deutlich andere Lesart der Peirce'schen Theorie zu sein, als ich in der vorliegenden Arbeit vornehme. Müllers (2013) Beschreibungen heben zudem offenbar weniger auf die triadische Struktur des Peirce'schen Zeichens ab.

- d) *Repräsentieren*: Die Hand selbst wird zum beschriebenen Gegenstand oder Gedanken im Gestenraum und als solches dort verortet oder zeigt, was mit dem dargestellten Gegenstand geschieht. Die Hand wird somit zum Gegenstand, materialisiert gar vorübergehend nicht-materialisierte Dinge wie z. B. Gedankengänge und kann damit auch die Referenzobjekte in Abwesenheit oder in einem kleineren Maßstab, z. B. ein markantes Gebäude in einer Wegbeschreibung, darstellen. Repräsentationsmittel seien dabei Gestalt und Möglichkeiten der Handbewegungen (vgl. Müller, 1998, S. 119).

Jede dieser Techniken des gestischen Ausdrucks würde dabei verschiedene Qualitäten des Dargestellten betonen, wobei die Auswahl vom kommunikativen Ziel des*der Sprecher*in abhängt und erstaunlich differenziert erfolgt (vgl. Müller, 2013, S. 713).

„Yet by using different techniques of depiction, different properties of the respective object are foregrounded: molding highlights its corporality, tracing reduces it to lines, representing brings forward the qualities of objects as located and moved in space. [...] These techniques of representation (or mimetic devices) imply an orientation of speakers towards specific facets of perceived and conceived ‚things and actions‘ in the world. It is in this sense that gestures are subtle and variable conceptualizations of a perceived reality – designed for and triggered by the purposes of communication at a given moment in the flow of interaction.“ (Müller, 2013, S. 713, Hervorhebung im Original)

Über diese Beschreibung von vier bzw. zwei Techniken des Gestikulierens hinaus unterscheidet Müller (2013) bei den Gesten grundlegend zwischen zwei verschiedenen Gestenarten: *singuläre* und *rekurrierende* Gesten. Erstere beschreibt sie im Sinne McNeills (1992) als spontan geäußerte Gesten während des Sprechens, die weniger in einen Gesamtkontext von Gesten einzuordnen sind und eher unabhängig von anderen Gesten auftreten, weil sie kein Merkmal, wie z. B. die Handform, mit anderen Gesten teilen. Letztgenannte, rekurrierende Gesten, weisen demgegenüber nach Müller (2013) eine gewisse Form-Bedeutungs-Stabilität über verschiedene Kontexte und sogar verschiedene Sprecher*innen auf. Müller (2013) sammelt diese Gesten für Deutsche Sprecher*innen innerhalb einer lexikonähnlichen Auflistung und schreibt ihnen sogar im Rahmen dieser Darstellung feste Bedeutungen zu (vgl. Müller, 2013, S. 719ff).⁶⁷ Diese Gesten hätten das Potenzial sogenannte „gesture families“ (Müller, 2013, S. 717ff) im Sinne von Kendon (2004, S. 225ff) zu erzeugen und würden damit im Verlauf ihres Gebrauchs potentiell

⁶⁷ Interaktionstheoretisch im Sinne der Ausrichtung der vorliegenden Arbeit werden Bedeutungen von jeglicher Art des Ausdrucks erst innerhalb der Interaktion durch die aufeinander bezogenen und abhängig voneinander hervorgebrachten Handlungszüge der Interagierenden erzeugt (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14). Demzufolge kann ein solches Lexikon der Gesten mit entsprechenden fest zugeordneten Bedeutungen nicht im Rahmen der vorliegenden Arbeit gelten. Dennoch erscheint grundsätzlich das Konzept von rekurrierend gebrauchten Gesten nach Müller (2013) potentiell bedeutsam mit Blick auf mögliche Konventionalisierungsprozesse innerhalb der untersuchten Interaktionen von Lernenden, die auf diese Weise eventuell gemeinsame (mathematische) Zeichen generieren, deren Bedeutung sie aber ausschließlich in der Interaktion durch wechselseitig aufeinander bezugnehmende Äußerungen gemeinsam hervorbringen.

Kontextualisierungsprozessen⁶⁸ unterliegen (vgl. Müller, 2013, S. 719ff). Die entwickelten *funktionalen* und *kategorialen* Gestenbeschreibungen – *referentielle*, *performative* und *diskursive* Gesten; *singuläre* und *rekurrierende* Gesten, sowie die Techniken *Agieren*, *Repräsentieren*, *Zeichnen* und *Modellieren* – stellen für Müller (2013) eine Art von Grammatik der Gesten dar (vgl. Müller, 2013, S. 726). Innerhalb dieses übersichtlichen Systems könnten alle während des Sprechens geäußerten Gesten gefasst werden.

Unter dem Begriff der *Gestenfamilie* versteht Kendon (2004, S. 227ff) eine Gruppe von Gesten, die ein bestimmtes Form-Charakteristikum aufweisen, z. B. Handformen, denen ein bestimmtes gemeinsames semantisches Thema unterstellt wird.

„A gesture family is a group of gestures that have in common certain kinesic features. [...] Within a given gesture family different gestural forms are distinguished according to the movement pattern employed in performing them. A comparative study of the context of use of the different gestural expressions within a family shows that there is a different semantic theme for each family.“ (Kendon, 2004, S. 281)

Gestenfamilien werden bei Kendon (2004) in engem Zusammenhang mit dem von ihm beschriebenen pragmatischen Funktionen von Gesten im Diskurs gesehen. Die Funktionen von Gesten nach Kendon (2004) im Diskurs umfassen neben der pragmatischen Funktion auch referentielle, interaktive und interpersonale Funktionen. Er beschreibt folglich...

1) ... *referentielle* Funktionen von Gesten im Diskurs als *Repräsentation* von inhaltlichen Aspekten oder als *Pointing* auf das abstrakte oder konkrete Referenzobjekt (vgl. Kendon, 2004, S. 159f);

2) ... *pragmatische* Funktionen von Gesten, die er in *modal*, *performative* und *parsing* unterteilt (vgl. Kendon, 2004, S. 158f). Eine *modale* Funktion ist Gesten zuzuschreiben, die den Deutungsrahmen der Äußerung verändern: Sie würden anzeigen, ob ein*e Sprecher*in bspw. eine Hypothese oder Behauptung aufstelle. *Performative* Funktion sei bei Gesten zu beobachten, die den Sprechakt anzeigen, z. B. könnte ein*e Sprecher*in durch eine Flachhandgeste mit der Handfläche nach oben ihr*sein Gesagtes zur Diskussion in der Gruppe bzw. mit dem Gegenüber anbieten. Gesten, welche wichtige Komponenten des Diskurses herausstellen und diesen damit strukturieren, zeigen eine *parsing* Funktion;

und

3) ... *interaktive* und *interpersonale* Funktionen von Gesten, wie z. B. gestische Adressierungen von Äußerungen, Turnverteilung durch Gesten oder sprecher*innenrolleanzeigende Gesten (vgl. Kendon, 2004, S. 158).

⁶⁸ Solche Konventionalisierungsprozesse wurden bereits weiter oben bei der Spezifität der Ausdrucksmöglichkeiten von Gesten in Anlehnung an die diesbezüglichen Ausführungen von Fricke (2007) angesprochen, allerdings hier noch ohne den Verweis auf Kendons (2004) *Gestenfamilien* (vgl. Kap. 3.1.2).

Gestenfamilien weisen Kendon (2004) folgend eine gewisse Stabilität in Gebrauch und Bedeutung auf und sind geographisch bei verschiedenen Sprachgemeinschaften zu verorten. Dabei werden sie weitreichend von unterschiedlichen Individuen dieser Sprachgemeinschaft geteilt und würden nicht jedes Mal neu erzeugt, so Kendon (2004), was wiederum ihren Grad an Konventionalisierung unterstreicht. So zeigten bspw. süditalienische Communities häufig Gesten aus der sogenannten *G-Familie*. Diese *Gestenfamilie* ist benannt nach der Handform „*grappolo*“ (Kendon, 2004, S. 228, Hervorhebung im Original), eine Entlehnung aus dem Italienischen für *Bündel* oder *Ballen* bzw. eine *auf einen Punkt vereinte Menge*: die Finger einer Hand werden an ihren oberen Fingergliedern mit dem Daumen zusammengeführt, die Handinnenfläche ist nach oben ausgerichtet.

„[...] the *grappolo* hand shape is involved in gestures which appear to mark the topic of a speaker's discourse but also in gestures which are employed when the speaker is asking certain kinds of questions or demanding an explanation or justification for something.“ (Kendon, 2004, S. 228, Hervorhebung im Original)

Während das Konzept der *Gestenfamilien* aus linguistischer Perspektive vor allem deshalb beachtenswert erscheint, weil sie Strukturelemente des gestischen Ausdrucks deutlich machen und z. B. Vergleiche mit lexikalischen Wortfamilien der Lautsprache erlauben (vgl. Fricke, Bressemer & Müller, 2014, S. 1632ff), sind sie in der vorliegenden Arbeit vor allem bezüglich der Hervorbringung von innerhalb der Interaktion etablierten Gestenformen zwischen den Interagierenden bedeutsam. Diese könnten sich z. B. durch gleiche Handformen innerhalb einer Interaktionssituation zeigen, die für das gleiche Gemeinte verwendet werden und mutmaßlich zu gemeinsamen mathematischen Zeichen (im Sinne des Peirce'schen Zeichenbegriffs, vgl. Kap. 6.2) entwickelt werden. Solche Gesten könnten eine gewisse Konventionalisierung aufweisen und daher bedeutsam in Bezug auf einen mathematischen Lösungsprozess sein. Ich verstehe *Gestenfamilien* im Rahmen meiner Forschungsarbeit dann weniger geographisch einer Sprachgemeinschaft zugeordnet mit festgelegtem semantischem Thema, sondern als eine Menge von bspw. handformähnlichen Gesten, die von den Lernenden – quasi als Miniaturausführung einer Sprachgemeinschaft, die sich in der Interaktion formt und auch auf eine gemeinsame Schulerfahrung zurückgreifen kann – möglicherweise immer in einem bestimmten (mathematischen) Kontext verwendet werden. Vorstellbar wären hier sowohl *Gestenfamilien*, die sich bezüglich eines mathematischen Bereichs beobachten lassen oder auch *Gestenfamilien*, die z. B. immer dann rekonstruiert werden können, wenn zentrale Erkenntnisse im Lösungsprozess, auch in einem gewissen Grad der Verallgemeinerung, bspw. ähnlich eines mathematischen Gesetzes, erläutert werden.

Aus ähnlichen Gründen sind auch die *kohäsiven Gesten* bzw. das weiterentwickelte Konzept des *catchments* von McNeill (1992, 2005) im Rahmen der vorliegenden Arbeit bedeutsam und können Orientierung für die Analysen geben. Die Konzepte der *rekurrierenden Gesten* (vgl. Müller, 1998, 2013), der *kohäsiven Gesten* (vgl. McNeill, 1992) und der *Gestenfamilien* (vgl. Kendon, 2004) sind m. E. inhaltlich nahe Konzepte. Sie können mit den im Rahmen der

vorliegenden Arbeit durchgeführten Analysen und der theoretischen Gesamtausrichtung der Arbeit bezüglich interaktionstheoretischer Ansätze zum Mathematiklernen und der Semiotik nach Peirce in Einklang gebracht werden. Dabei steht insbesondere die interaktionistische Prämisse der interaktiven Konstituierung von Bedeutung durch die aufeinander abgestimmten Handlungen der Interagierenden den teilweise innerhalb der oben dargestellten Theorien festgelegten Bedeutungszuschreibungen zu Gesten entgegen (vgl. Müller, 2013, S. 719ff). Innerhalb meiner Analysen werden daher dann zu McNeills (1992) und Müllers (1998) Kategoriensystemen von Gesten, dem *catchment* Konzept (McNeill, 2005) oder dem Konzept der *Gestenfamilien* nach Kendon (2004) Bezüge hergestellt, wenn sich aus den vorliegenden Daten hinreichende Belege und Begründungen finden lassen, die in den mathematischen Interaktionssituationen erzeugten Gesten der Interagierenden an die beschriebenen Kategorien bzw. das theoretische Konzept anzubinden. Dabei wird die Zuordnung auf die rekonstruierten, sich als am wahrscheinlichsten herausstellenden Deutungen der Interagierenden gestützt und Bedeutungen von Gesten nicht a priori unterstellt. Es werden Aushandlungsprozesse der Interagierenden zu rekonstruieren versucht, die möglicherweise rekurrierende Gesten bzw. bestimmte Gestenformen oder andere Besonderheiten zeigen und aus denen dann mutmaßlich Rückschlüsse auf eventuell beschreibbare *Gestenfamilien* gezogen werden können. Die Analysen sind dabei aber nicht primär darauf angelegt, möglichst viele die aufgeführten Kategorien füllende Gesten oder *Gestenfamilien* in den Daten auszumachen (vgl. zum Forschungsfokus Kap. 7). Dennoch könnten die Gestenkategorien insbesondere von Müller (1998, 2013) potentiell genutzt werden, um konform zum Analyseverfahren (vgl. Kap. 8.7) Deutungsmöglichkeiten bezüglich der Funktion der innerhalb der Interaktion von den Lernenden gezeigten Gesten zu generieren. *Gestenfamilien* in Anlehnung an Kendon (2004) und die Kategorie der kohäsiven Gesten (McNeill, 1992) bzw. das theoretische Konzept des *catchments* (McNeill, 2005) können Hinweise auf diskursstrukturierende Funktionen der auftretenden Gesten geben und darüber hinaus möglicherweise thematische Einheiten explizieren, die gestisch von den Interagierenden erzeugt werden. In Anlehnung an solche Beobachtungen in den Daten lassen sich möglicherweise Konventionalisierungsprozesse innerhalb des gestischen Modus nachzeichnen, die Hinweise auf gemeinsam genutzte (mathematische) Zeichen der Interagierenden im Lösungsprozess geben können.

3.2 Ausgewählte Perspektiven auf das Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache

In der gegenwärtigen Gestikforschung lassen sich verschiedene Perspektiven auf die besondere Relation von Gestik und Lautsprache innerhalb eines breiten Feldes an Forschungsdisziplinen identifizieren. In den vorherigen Kapiteln sind einige dieser Perspektiven bereits angeklungen. Sie sind einerseits nicht immer strikt voneinander zu trennen beziehen sich teilweise aufeinander, andererseits bewerten sie aber das Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache häufig unterschiedlich und/oder stellen andere Aspekte in den Vordergrund der Betrachtung

dieser besonderen Relation. Gemeinsam ist den vielfältigen Forschungsansätzen, dass Gestik nicht rein als Beiwerk von gleichzeitiger Lautsprache oder sie ausschließlich unterstützenden Modus angesehen wird, der lediglich das wiederholt, was in der Lautsprache bereits ausgedrückt wird. Es ist möglich, dass Gestik das lautsprachlich Gesagte unterstützt und etwas Ähnliches oder Gleiches auszudrücken vermag, dies kann jedoch nicht pauschal für jedes Äußerungsereignis angenommen werden und gilt ebenso in umgekehrter Sichtweise. Fricke (2012) folgend können Gesten „[...] potentiell in sprachliche Strukturen und Funktionen eintreten [...]“ (Fricke, 2012, S. 75), daher sei es erforderlich, Äußerungen als sprachliche „Ganzheiten“ (Fricke, 2012, S. 75) zu verstehen und als solche auch in ihrer multiplen Zeichencharakteristik zu analysieren (vgl. Fricke, 2012, S. 75). Gestik hat dabei ganz eigene Möglichkeiten des Ausdrucks, die sich von der Lautsprache unterscheiden (vgl. Kap. 3.1.1 u. Kap. 3.1.2) und kann bspw. kompensatorischen Charakter haben, etwa bei Wortfindungsschwierigkeiten (vgl. Gullberg, 2013, S. 39ff). Sie hat damit einerseits einen eigenen Stellenwert im System von Sprache, andererseits stehen solche Erkenntnisse nicht im Gegensatz zur Annahme eines gemeinsamen Sprachsystems, sondern bedürfen nach Gullberg (2013) einer detaillierten Betrachtung, wann genau, wie und welche syntaktischen Strukturen kompensiert werden (vgl. Gullberg, 2013, S. 42 u. S. 44).⁶⁹

Im Folgenden sollen exemplarisch ausgewählte Ansätze zur Gestik-Lautsprache-Relation dargestellt werden, die eine gewisse Forschungsvielfalt zeigen sollen. Sie werden am Ende dieses Kapitels in Bezug auf ihre Bedeutung für die vorliegende Forschungsarbeit eingeordnet (vgl. Kap. 3.2.5). Einige dieser Forschungsperspektiven nehmen die Erzeugung von Gestik und Lautsprache durch den*die Sprecher*in in den Blick (vgl. de Ruiter, 2000; McNeill, 1992, 2005), andere die linguistische Beschreibbarkeit von Gesten, auch in Bezug auf bestehende Systeme für die Lautsprache (vgl. Müller, 1998, 2013; Fricke, 2007, 2012 & 2013), und wieder andere

⁶⁹ Studien zu *stotternden Sprecher*innen* zeigen, dass Gestik in einer Art Warteposition verbleibt, wenn der Sprachfluss ins Stocken gerät und erst dann in der Bewegung fortgeführt wird, wenn auch die Lautsprache weiter geäußert wird (vgl. Mayberry, Jaques & DeDe, 1998). „[...] the gesturing hand would fall to rest during the moment of stuttering and then rise again, resuming production of the abandoned gesture within milliseconds of the resumption of speech fluency.“ (Mayberry, Jaques & DeDe, 1998, S. 82) Gullberg (2013) stellt vielfältige Beispiele zur Frage vor, wann Gestik eine kompensatorische Funktion im Sprachfluss übernehmen kann. Gesten zeigen z. B. im Zweitspracherwerb eine Warteposition, wenn nach einer Vokabel gesucht wird. Wenn während dieser Wortfindung dennoch gestische Bewegungen erzeugt würden, seien diese als sogenannte *denkende Gesten* einzustufen, die bspw. durch kreisende bzw. rollende Bewegungen den Wortsuchprozess bildlich darstellen (vgl. Gullberg, 2013, S. 42). In Interaktionen zwischen Zweitsprachler*innen und Muttersprachler*innen würden darüber hinaus häufig interaktiv Gesten als kompensatorische Lösung bei Wortfindungsschwierigkeiten eingesetzt. Gullberg (2013) konstatiert abschließend: „In general then, gestures can compensate, but with important qualifications. First, gestures do not compensate for lexis in silence – they accompany spoken approximations and are involved in interactive solutions. Gestures also compensate for grammatical and interactive difficulties. Gestural compensatory behaviour is also subject to individual variation in individual communicative styles.“ (Gullberg, 2013, S. 45) Gullberg (2013) schlussfolgert, dass die Relation von Lautsprache und Gesten facettenreich sei und in Abhängigkeit zum*r Sprecher*in, dem Entwicklungsstand und der Art des zu bewältigenden Äußerungsereignis stehe. Daher seien weitere Forschungen zur differenzierten Beschreibung der Gesten-Lautsprache-Relation nötig (vgl. Gullberg, 2013, S. 46).

hinterfragen aus vornehmlich anthropologischer Sicht die Wirkung von Gesten im Interaktionsgeschehen (vgl. Kendon, 2004).

3.2.1 Gesten- und Lautsprachproduktion – Perspektive der Informationsverarbeitung

In Anlehnung an Informationsverarbeitungsmodelle der Sprachproduktion (vgl. Levelt, 1989, S. 9) werden Gestik und Lautsprache nach de Ruiter (2000) als aufeinander bezogene parallele, aber voneinander unabhängige Systeme verstanden, die in der Entstehung von Äußerungen separiert betrachtet werden (vgl. de Ruiter, 2000, S. 284ff u. S. 299). In dieser Vorstellung durchlaufen Gestik und Lautsprache bei der Sprachproduktion innerhalb des sogenannten „Sketch Models“ (de Ruiter, 2000, S. 298, vgl. Abb. 3.2.1_4) verschiedene Module in einem bestimmten festgelegten Ablauf und erscheinen zeitlich koordiniert als gleichzeitiger Output aus dem gestischen und lautsprachlichen Apparat (vgl. de Ruiter, 2000, S. 299ff). Während Levelt (1989) rein die Produktion von Lautsprache betrachtet, adaptiert de Ruiter (2000) die einzelnen Module und erweitert das Modell, das er auch „processing architecture“ (de Ruiter, 2000, S. 284) nennt, um den gestischen Äußerungsteil. Damit könnten Informationsverarbeitungsprozesse im Gehirn bei der Produktion von Gesten und Lautsprache nachvollzogen werden (vgl. de Ruiter, 2000, S. 285). In Anlehnung an Levelt (1989) geht de Ruiter (2000) davon aus, dass die Annahme von Modulen, die bei der Generierung von Äußerungen durchlaufen werden, dadurch gestützt wird, dass Sprache nahezu reflexartig flüssig und schnell produziert werden würde. Dies sei ein Hinweis darauf, dass dabei sämtliche automatisierte Subprozesse parallel ablaufen würden (vgl. de Ruiter, S. 288). Die Kritik an dem Ansatz der Informationsverarbeitungsprozesse, der Einfluss von Kontext bei der Äußerungsgenerierung würde nicht berücksichtigt, weist de Ruiter (2000) zurück. In Levelts (1989) Modell sei dies im sogenannten *Konzeptualisierer* berücksichtigt, der eine Art Diskurserfahrung beinhalte (vgl. de Ruiter 2000, S. 289).

„The information stored in the discourse record can be used by the conceptualizer to take contextual factors into account while producing speech and gesture (see Levelt 1989 for details)“ (de Ruiter, 2000, S. 289)

Für de Ruiter (2000) erfüllt Gestik eine kommunikative Funktion, auch wenn Menschen dann gestikulieren, wenn ihr Gegenüber nicht präsent ist, bspw. am Telefon. Dies zeige lediglich, dass die Effektivität von gestischer Kommunikation durch diese der Gestik inhärente kommunikative Funktion lange noch nicht garantiert sei. Sie könne ebenso scheitern (vgl. de Ruiter, 2000, S. 290). Im bereits erwähnten Sketch Modell (vgl. de Ruiter, 2000, S. 298) stellt de Ruiter (2000) die Produktion von Lautsprache und Gesten dar, die bei der Nutzung des Langzeit- und Arbeitsgedächtnisses (vgl. Abb. 3.2.1_4) startet.

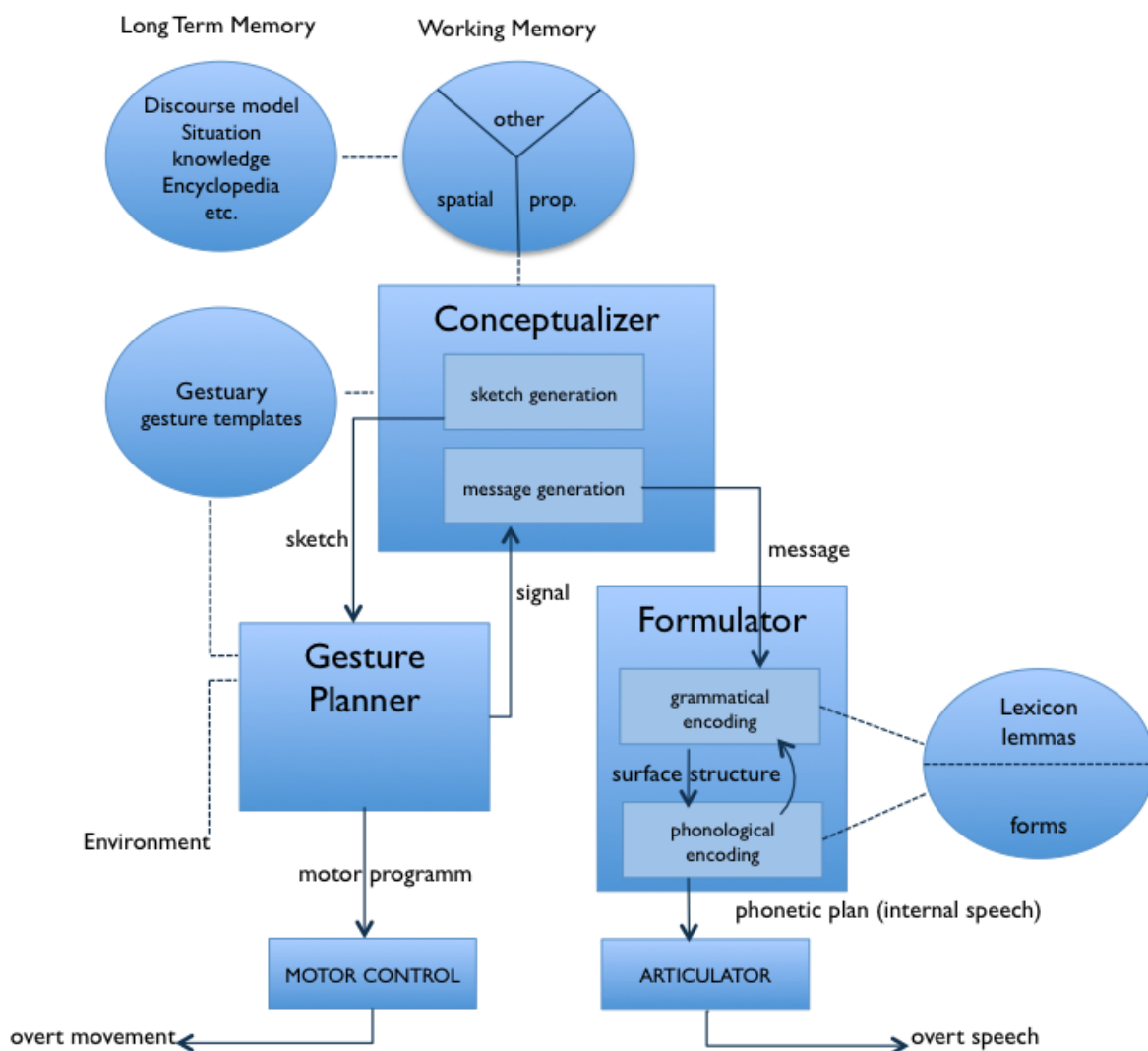


Abb. 3.2.1_4 Sketch Modell (vgl. de Ruiter, 2000, S. 298)

Die Erzeugung von gestisch-lautsprachlichen Äußerungen stellt sich im Sketch Modell wie folgt dar (vgl. auch im Folgenden Abb. 3.2.1_4; de Ruiter, 2000): Aus dem Langzeit- und Arbeitsgedächtnis werden Repräsentationen abgerufen, aus denen in einem *conceptualizer* für den lautsprachlichen Teil aus der kommunikativen Intention heraus eine sogenannte „*preverbal message*“ (de Ruiter, 2000, S. 289, Hervorhebung im Original) generiert wird und für den gestischen Teil eine Gestenskizze (vgl. de Ruiter, 2000, S. 292). Im *conceptualizer* findet auch die Verteilung von kommunikativer Intention auf Lautsprache und Gestik statt. Bei Schwierigkeiten in der Lautsprache könne bspw. ein größerer Teil davon auf die Gestik übertragen werden, ebenso, wenn Lautsprache z. B. in einer lauten Umgebung nicht möglich sei (vgl. de Ruiter, 2000, S. 293). Je nachdem, um welche Art von Repräsentation es sich handelt und was ausgedrückt werden soll, wird die Gestenskizze an eine Art Gestenlexikon mit gespeicherten Gestenvorlagen (*gestuary*) gegeben oder direkt an den Gestenplaner (*gesture planner*). Dies hängt bspw. davon ab, ob es sich bei dem auszudrückenden Inhalt um eine stärker bildliche Repräsentation handelt, etwa wenn Raum und/oder Bewegung gestikuliert

werden sollen,⁷⁰ oder ob es sich um eine festgelegte Form der Geste mit einer ebenso festgelegten lexikalischen Entsprechung handelt, etwa die Daumen-hoch-Geste⁷¹, zu der es dann eine Gestenvorlage im *gestuary* gibt. Beim pantomimischen Nachstellen einer Bewegung werde ebenso wie beim Gestikulieren einer Raum-Bewegungs-Repräsentation eine Art Schema dieser Bewegung in Form des sogenannten *motor program* erstellt, das bereits in der Gestenskizze enthalten sei. Bei Zeigegesten, deren Handform konventionalisiert sei, werde ein Vektor in Richtung des Referenzobjektes in der Gestenskizze kodiert und zusätzlich das mit der Zeigegeste fokussierte Referenzobjekt mit der Zeigevorlage im *gestuary* verknüpft (vgl. de Ruiter, 2000, S. 293f). Die Gestenskizze, die im *conceptualizer* auf diese Weise erstellt wird, enthalte nach de Ruiter (2000) folglich vielfältige Repräsentationen dessen, was gestisch ausgedrückt werden soll, u. a. auch die Perspektive des*der Sprecher*in oder die Orientierung im Raum (vgl. de Ruiter, 2000, S. 294f).

Im lautsprachlichen Modell-Teil werde die vorsprachliche Mitteilung weitergegeben an den sogenannten *formulator*. Darin werde durch grammatikalische Kodierungsprozesse eine erste syntaktische Struktur für die Mitteilung erstellt in Rückgriff auf ein semantisch-syntaktisches Lexikon. In der Folge entstehe mithilfe phonologischer Kodierung ein artikulatorischer Plan, der über den *Artikulator* schließlich zur Ausführung der Äußerung führe (vgl. de Ruiter, 2000, S. 289). Parallel zum *formulator* in der Lautsprache, entstehe im *gesture planner* (vgl. Abb. 3.2.1_4) das bereits erwähnte Bewegungsprogramm. Hierbei sei auch eine Auswahl des ausführenden Körperteils zu bewältigen, da Gesten je nach verfügbaren Möglichkeiten auch mit anderen Körperteilen, wie etwa dem Kopf, ausgeführt werden können (vgl. de Ruiter 2000, 295). Zudem werde in diesem Modul in Abstimmung mit dem *gestuary* (vgl. Abb. 3.2.1_4) entschieden, ob eine Geste großräumig oder aus räumlichen Gegebenheiten eher im Kleinen ausgeführt werden könnte oder ob es bspw. gesellschaftliche Konventionen oder kulturelle Gewohnheiten gibt, etwa darüber, wie überhaupt gezeigt werden kann, z. B. in unserem Kulturkreis üblicherweise mit dem Zeigefinger, selten bis nie mit dem Mittelfinger oder kleinen Finger (vgl. de Ruiter, 2000, S. 296). Eine weitere Aufgabe des Gestenplaners bestehe darin, zu entscheiden, wie freie Parameter der Gestenvorlagen aus dem *gestuary* (vgl. Abb. 3.2.1_4) gefüllt werden, etwa wo oder mit welcher Hand z. B. eine emblematische Geste ausgeführt werden soll. Häufig handele es sich zudem um Gesten, die mehrere Aspekte beinhalten würden und der Gestenplaner müsse dann alles zu einem spezialisierten motorischen Programm zusammenführen, das schließlich über die Motoriksteuerung zu einem Output führe (vgl. de Ruiter, 2000, S. 296f).

Bezüglich der Synchronisierung der beiden Modi Gestik und Lautsprache während der Erzeugung von Äußerungen verweist de Ruiter (2000) auf Studien, in denen grundsätzlich ein kurzzeitig versetztes Auftreten von Gesten und der sie begleitenden Lautsprache beobachtet

⁷⁰ Dies ist ein Beispiel für eine *ikonische Geste* in de Ruiters (2000) Terminologie (vgl. de Ruiter, 2000, S. 285).

⁷¹ In Kapitel I und Kapitel 3.1.4 wurde bereits auf *Embleme* verwiesen: Sie sind innerhalb einer Sprachgemeinschaft kulturell festgelegte Gesten mit einer konventionalisierten Form-Bedeutungs-Relation (vgl. de Ruiter, 2000, S. 293; Kendon, 2004, S. 104ff; McNeill, 1992, S. 36ff; u. S. 335ff).

wurde. Dies wertet er als Indiz für seine Annahme von getrennt ablaufenden Prozessen bei der Gestik-Lautsprachen-Produktion. Zwischen Gestenplaner und *conceptualizer* (vgl. Abb. 3.2.1_4) sorgen interaktive Prozesse dafür, dass eine zeitliche Koordinierung der beiden voneinander getrennten Prozesse auch bei bestimmten Äußerungsereignissen, wie bspw. Versprechern, möglich ist (vgl. de Ruiter, 2000, S. 299). Sämtliche Sprachphänomene seien anhand des Modells und der darin beschriebenen Subprozesse, getragen von der Vorstellung eines intensiven Austausches von gestischem und lautsprachlichem Zweig, erklärbar. Die Synchronisierung sei allerdings ein komplexer Prozess, der weiterführende Forschungen erfordere und genau definiert werden müsse (vgl. de Ruiter, 2000, S. 300f).

3.2.2 Gesten als Fenster zum Denken – Perspektive eines integrativen Sprachsystems

In zahlreichen wissenschaftlichen Beiträgen werden Gestik und Lautsprache als ein gemeinsames Sprachsystem betrachtet, eine Perspektive, die insbesondere auf die Forschungen von McNeill (1992) zurückgeht (vgl. Butcher & Goldin-Meadow, 2000; Goldin-Meadow, 2003; Givry & Roth, 2006; McNeill, 1992, 2005; Inverson & Goldin-Meadow, 1998). Insbesondere McNeill (1992, 2005) betrachtet dabei bereits den Ursprung von Äußerungen als untrennbar miteinander verbunden. Gestik und Lautsprache teilen sich in dieser Sichtweise einen gemeinsam generierten Startpunkt.

„My own hypothesis is that speech and gesture are elements of a single integrated process of utterance formation in which there is a synthesis of opposite modes of thought – global-synthetic and instantaneous imagery with linear-segmented temporally extended verbalization. Utterances and thoughts realized in them are both imagery and language.” (McNeill, 1992, S. 35)

In seiner Forschungstätigkeit am Institut für Psychologie an der Universität Chicago liegt McNeills Hauptaugenmerk auf dem Zusammenhang von Sprache und Denken, wobei er diesen aus der Perspektive der Gestik als dafür konstitutives Element betrachtet. McNeill (1992) nimmt eine psychologische Sichtweise auf Gestik und ihre Relation zur Lautsprache ein und beschreibt Gesten als Möglichkeit Einblicke in mentale Prozesse des*r Sprecher*in zu erhalten (vgl. McNeill, 1992, S. 245ff). Gestik sieht McNeill (1992) als integralen Bestandteil von Sprache an, plädiert für eine Erweiterung des Sprachbegriffs und der Betrachtung von Gestik und Lautsprache als ein gemeinsames Sprachsystem, das einem mentalen Prozess erwachse (McNeill, 1992, S. 2). Über Gesten schreibt er:

„They are tightly intertwined with spoken language in time, meaning, and function; so closely linked are they that we should regard the gesture and the spoken utterance as different sides of a single underlying mental process. Gesture provides a new perspective on the process of language. Language is a broader concept than we ordinarily suppose. This broadening of language is one of the major reasons for an interest in gestures. The effect is like viewing the world through two eyes rather than one. [...] Gesture reveals a new dimension of the mind. This dimension is the imagery of language which has laid hidden. We discover that language is not just a linear progression of segments, sounds, and words, but is also instantaneous, nonlinear, holistic and imagistic. This imagistic component coexists with the linear-segmented speech stream and

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung

the coordination of the two gives us fresh insights into the process of speech and thought.“ (McNeill, 1992, S. 1)

Grundlegend für diese Perspektive McNeills (1992, 2005) ist die Growth-Point-Theorie, in der er redebegleitende Gesten in den Fokus seiner Untersuchungen stellt (vgl. McNeill, 1985, 1992, 2005). Er geht dabei von einem dynamischen Zusammenhang von Gestik und Lautsprache aus, einer „Imagery-Language Dialectic“ (McNeill, 2005, S. 87ff). Der „Growth Point“ (McNeill, 2005, S. 105ff) ist nach McNeill (1992) eine Art Ursprungsidee und kleinste Einheit der Äußerung, die als finales Produkt der hör- und sichtbaren Äußerung diese kleinste Einheit noch immer enthalte (vgl. McNeill, 1992, S. 245ff). Anders als das oben beschriebene Sketch-Modell, welches die Produktion von Äußerungen als linearen Prozess von Informationsverarbeitung darstellt (vgl. Levelt, 1989; de Ruiter, 2000), betrachtet McNeill (1992) die Entstehung von Äußerungen als reziproken dialektalen Prozess von bildlichem und linguistisch-kategorialem Denken, der als Gestik-Lautsprache-Kombination von dem*der Sprecher*in hervorgebracht wird (vgl. Kendon, 2004, S. 78). McNeill (1992) stellt sich die Hervorbringung von Lautsprache und Gestik wie folgt vor:

„The gesture is, at the beginning stage in the growth point, an image. It is schematic, reflective of context and psychological predicate at the moment of speaking, but lacks an outer kinesic form. At the final stage, when there also is speech, the gesture takes on its kinesic form – the movements that we usually take to be the gesture. Thus, the two channels evolve together. At the final stage, the gesture stroke and speech are integrated into a single performance in which there is a synthesis of gesture and a specific utterance form. [...] and at the moment of synthesis language and gesture are combined into one unified presentation of meaning. This is an act of communication, but also an act of thought.“ (McNeill, 1992, S. 246)

Gestik ist dabei für McNeill (1992) ein spontanes und individuelles Ausdrucksmittel, das, anders als die Lautsprache, frei von linguistisch beschränkenden Codes sei (vgl. McNeill, 1992, S. 183; Kap. 1). McNeills (1992) zentrale These eines integrativen Sprachsystems von Gestik und Lautsprache beeinflusst in fundamentaler Weise die moderne Gestikforschung und zahlreiche Arbeiten basieren auf dieser Grundannahme. Die Integration beider Äußerungskomponenten ist hier, anders als etwa in Frickes (2007, 2012) linguistischem und das Sprachsystem betreffenden Ansatz, auf kognitiver, mentaler Ebene zu verstehen.

1985 veröffentlicht McNeill einen für die Gestenforschung bedeutsamen Artikel mit dem Titel „So You Think Gestures Are Nonverbal?“ (McNeill, 1985). Hierin postuliert er bereits die Vorstellung der Generierung von Sprache als ein Zusammenspiel von zwei Seiten des Denkens, die Einblicke in mentale Prozesse ermöglichten (McNeill, 1985, S. 350). Spontan und das Sprechen begleitende Gesten bezeichnet McNeill (1985) in dieser Argumentation als *verbal* und kritisiert, dass alles was potentiell aufzuschreiben sei, häufig als „*linguistic*“ und alles andere als „*nonlinguistic*“ (McNeill, 1985, S. 350, Hervorhebungen im Original) bezeichnet werden würde. Dabei nutzt er den Begriff *nonlinguistic* offenkundig als Synonym von *nonverbal* entsprechend des Titels seines Textes. Diese Perspektive der Unterscheidung in *verbal* bzw. *linguistic* und *nonverbal* bzw. *nonlinguistic* greife in McNeills (1985) Augen zu kurz und enge den

Blick ein (vgl. McNeill, 1992, S. 350). Gestik sei als Teil der Psychologie des Sprechens und vielmehr *zusammen mit* und gerade *nicht fundamental getrennt von* der Lautsprache zu betrachten (vgl. McNeill, 1992, S. 351). In seiner weiteren Argumentation stützt sich McNeill (1985) in dieser frühen Arbeit auf den Zeichenbegriff nach Saussure (2001)⁷² und erläutert, dass die von ihm untersuchten Gesten in diesem Sinne als *verbale* Zeichen, die McNeill auch „manual symbols“ (McNeill, 1985, S. 351) nennt, zu betrachten seien.

„In such gestures the hands function as symbols that are closely connected to the speech channel in terms of both time and semantic and pragmatic function. In the idiom of my title, such gestures are verbal. They are the overt products of the same internal process that produce the other overt product, speech.“ (McNeill, 1985, S. 350)

In Bezug auf die Frage, ob stärker für den*die Sprecher*in oder den*die Hörerin gestikuliert werde, spricht McNeill (2005) von *interner* (für den*die Sprecher*in) oder *externer* (für den*die Hörer*in) Funktion von Gesten (vgl. McNeill, 2005, S. 53f). Er kommt zu der Einschätzung, „that every gesture is simultaneously ‘for the speaker’ and ‘for the listener’.“ (McNeill, 2005, S. 53), weil Gesten das Potential hätten, eine Brücke zwischen der sozialen Interaktion und der individuellen Kognition zu schlagen.

„The implicit social others gives the gestures a sense of being for the other even while it is part of one’s own speech and thought.“ (McNeill, 2005, S. 54)

In seinen späteren Arbeiten beschreibt McNeill (2005) Gesten als die Materialisierung von Bedeutung. Diese Sichtweise bedinge nach Fricke (2012), dass Gesten aus der Repräsentationsfunktion rücken und damit keinen sprachlichen Kode bilden könnten, was die Linguistin mit Beispielen zu widerlegen anstrebt.

„Gesten sind für McNeill also keine Zeichen und können damit, so wäre die Konsequenz, nicht Gegenstand linguistischer und semiotischer Beschreibungsmethoden sein.“ (Fricke, 2012, S. 13)

In der Chicagoer Forschungstradition der psychologischen Betrachtung eines gemeinsamen Sprachsystems von Gestik und Lautsprache als Fenster zu mentalen Prozessen, lassen sich auch die Forschungen von Susan Goldin-Meadow (2003) einordnen.⁷³ Sie beschreibt, dass bereits im frühen Spracherwerb gestische Ausdrucksweisen zu einer der ersten Möglichkeiten eines Kleinkindes gehörten, in Interaktion mit seinen Bezugspersonen und der Umwelt zu treten (vgl. Butcher & Goldin-Meadow, 2000, 235ff; Goldin-Meadow, 2003, S. 17; Kita 2003, S. 2). Zeigegesten erhielten dabei besondere Bedeutung, häufig auch im Zusammenspiel mit bedeutungstragenden Lauten oder ersten Worten. Sie würden genutzt, um z. B. einen

⁷² In späteren Arbeiten beruft sich McNeill (2005) auf die Zeichenkategorien von Charles Sanders Peirce (vgl. McNeill 2005, S. 38), der vornehmlich die triadische Struktur von Zeichen herausstellt und zum Leitgedanken der Betrachtung von Zeichen macht (Peirce, 1998, EP II, S. 482). Die Zeichentheorie nach Saussure (2001) geht von zwei Seiten eines Zeichens aus, von einem Bezeichnenden und einem Bezeichneten (vgl. Saussure 2001; Kap. 6.1).

⁷³ Die Forschungen von Goldin-Meadow (2003) beziehen sich grundsätzlich auf englische Muttersprachler*innen. Weitere Ergebnisse ihrer Forschungen werden später in der vorliegenden Arbeit aufgegriffen, um darzustellen, welche Erkenntnisse zur Gestik beim Lernen von Mathematik bereits vorliegen (vgl. Kap. 5.4).

gemeinsamen Aufmerksamkeitsfokus mit der jeweiligen Bezugsperson zu etablieren oder ein Bedürfnis auszudrücken (z. B. „da“ + Zeigegeste auf einen bestimmten Gegenstand im unmittelbaren gemeinsamen Umfeld, um diesen Gegenstand zu erhalten). Goldin-Meadow (2003) beschreibt u. a. die Entwicklung von Lautsprache und Gestik im Spracherwerb (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 17ff) und untersucht in Zusammenarbeit mit Butcher (vgl. Butcher & Goldin-Meadow, 2000) Kinder im Alter zwischen zwölf und siebenundzwanzig Monaten in der Phase des Übergangs von Ein- zu Zweiwortäußerungen. Dabei stellen Butcher und Goldin-Meadow (2000) fest, dass im frühen Spracherwerb Gesten zunächst nicht mit Worten kombiniert werden und nur selten mit anderen Lauten. Daraus schließen die Forscherinnen, dass Gestik und Lautsprache im Spracherwerb zumindest semantisch zunächst kein einheitliches System bilden. Dies hat insofern Vorteile, als dass Kinder nach Butcher und Goldin-Meadow (2000) in diesem Stadium ihrer Entwicklung Lautsprache-Gesten-Kombinationen erzeugen könnten, bei denen die Lautsprache einen Satzteil übernehme, während die Gestik den anderen Teil zum Ausdruck bringe. Dies zeige sich bspw. an Kombinationen, bei denen Gestik etwas anderes ausdrücke als die Lautsprache, etwa wenn Kinder auf einen Apfel zeigten und gleichzeitig *give* (geben) produzierten (vgl. Butcher & Goldin-Meadow, 2000, S. 238). In der weiteren Forschungsarbeit auf diesem Gebiet beschreiben Inverson und Goldin-Meadow (2005), dass es in Bezug auf die zentrale Funktion von Gesten im Spracherwerb nicht nur darum gehe, Gesten und Worte im Fortgang der Entwicklung kombinieren zu können. Es ist vor allem der unterschiedliche semantische Bezug, der eine wegbereitende Funktion für den Erwerbsprozess hin zu Zwei-Wort-Äußerungen übernehmen würde (vgl. Inverson & Goldin-Meadow, 2005, S. 369).

„Thus, it is the ability to combine two different semantic elements within a single communicative act – not simply the ability to produce gesture and speech together – that predicts the onset of two-word speech.” (Inverson & Goldin-Meadow, 2005, S. 369)

In der zeitlichen Koordination von Gestik und Lauten zeige sich nach Butcher und Goldin-Meadow (2000), dass hier zunächst keine Synchronisation mit dem Kern der Gestenbewegung stattfindet. Zwischen vierzehn und dreiundzwanzig Monaten beginnen die untersuchten Kinder damit, Gestik und Lautsprache semantisch und zeitlich zu kombinieren. Ab diesem Zeitpunkt produzierten sie 80% Gestik-Lautsprache-Kombinationen, z. B. indem sie auf einen Hund zeigten und gleichzeitig lautsprachlich *dog* äußerten. Offenbar folgt auf eine semantische Koordination auch die zeitliche Kohärenz der gestischen und lautsprachlichen Äußerungen, wobei der Kern der Geste und informationstragende Laute gemeinsam auftreten (vgl. Butcher & Goldin-Meadow, 2000, S. 242ff; Goldin-Meadow, 2003, S. 17ff u. S. 30f).

Goldin-Meadow (2003) prägt über die Forschungen im Spracherwerbsprozess zu Gesten und Lautsprache hinaus vor allem die Theorie der *Gesten-Lautsprache Matches* bzw. *Mismatches*. Insbesondere den *Mismatches* als Äußerungsereignisse mit unterschiedlichen Informationen in Gestik und Lautsprache, wird dabei eine zentrale Rolle für Lernprozesse zugeschrieben. Mit Versuchsanordnungen zur Mengeninvarianz nach Piaget untersucht Goldin-Meadow (2003)

das Phänomen von *Gestik-Lautsprache Mismatches* und stellt sie u. a. als Wegbereiter im (mathematischen) Lernen heraus. Diese Theorie wird in der vorliegenden Arbeit noch einmal aufgegriffen und ausführlich dargestellt, um sie den Forschungen zur Bedeutung von Gesten im Mathematiklernprozess zuordnen zu können (vgl. Kap. 5.4).

3.2.3 Gestik als linguistische Komponente – Perspektive eines multimodalen Sprachsystems

Vornehmlich in linguistischen Forschungsarbeiten werden Anstrengungen unternommen, sich einer Grammatik von Gestik anzunähern (vgl. Müller, 2013) bzw. Gestik in die bestehende Syntax der deutschen Lautsprache zu integrieren (vgl. Fricke, 2007, 2012 & 2013).

Mit Verweis auf das Forschungsprojekt „Towards a Grammar of Gesture“ (Müller, 2013, S. 711), beschreibt Müller (2013) einen formbasierten Ansatz, Gestik in Zusammenhang mit Lautsprache zu betrachten. Das Projekt ziele dabei nicht darauf, Gestik als von der Lautsprache unabhängiges Sprachsystem zu beschreiben, sondern betone im Besonderen die *Annäherung* an eine grammatikalische Beschreibung von Gesten (vgl. Müller, 2013, S. 711). Die Beziehung zwischen Gestik und Lautsprache beschreibt Müller (2013) als eine Äußerungskomposition aus beiden Modi.

Die Gestalt von Gesten sieht Müller (2013) nicht ausschließlich als bildliche Handlungen an, sondern als eine Form der „embodied conceptualization“ (Müller, 2013, S. 708) und folgt in diesem Punkt McNeills (1992, 2005) Perspektive auf mentale Prozesse bei der Betrachtung von Gesten (vgl. Kap. 3.2.2). Bezüglich der Konventionalität von Lautsprache und Gestik beschreibt Müller (2013), dass für redebegleitende Gesten keinerlei Zugzwang bestehe, ein alternatives Zeichensystem zu erzeugen, etwa als Kontrapunkt oder paralleles System zur Lautsprache (vgl. Müller, 2013, S. 727).

„Gestures used with speech create composite utterances, they are visible actions that serve as utterances and they are embodied conceptualizations. We suggest, however, therefore that gestures used along with speech reveal that spoken language is inherently multimodal. In that sense we speak of a multimodal grammar.“ (Müller, 2013, S. 727)

Müller (2013) konstatiert, dass redebegleitende Gesten zwar keine eigenständige grammatische Struktur aufweisen würden, sehr wohl aber syntaktische Funktionen in Satzkonstruktionen übernehmen könnten, z. B. diejenigen von Verben, Nomen oder Attributen, wenn lautsprachlich die syntaktische Position dieser Elemente nicht besetzt wird, z. B. bei Wortfindungsschwierigkeiten. Darauf wurde weiter oben mit dem Hinweis auf Forschungen von Gullberg (2013) bereits hingewiesen (vgl. Kap. 3.2, Fußnote 69 in Kap. 3.2). Zudem verweist Müller (2013) auf Gebärdensprachen, die ein auf Handbewegungen basierendes vollwertiges und grammatikalisch beschreibbares Sprachsystem darstellten. Somit wird also der Gestik ein gewisses Potential zugeschrieben, Funktionen in sprachlichen Strukturen bereitstellen bzw. erfüllen zu können (vgl. Müller, 2013, S. 711).

„Gestures coming along with speech do not constitute a separate and closed sign system, as they are often created spontaneously and they are always a matter of language use.“ (Müller, 2013, S. 711)

Die funktionale und kategoriale Einteilung der Gesten nach Müller (1998) wurde bereits oben in Kapitel 3.1.4 ausführlich beschrieben. Diese Einteilung bezeichnet Müller als eine Grammatik der Gesten, womit es möglich sei, jegliche Gesten beschreiben zu können.

Ellen Fricke (2007, 2012, 2013) unternimmt in einer ähnlichen theoretischen Linie wie Müller (1998, 2005) aus linguistischer Perspektive den Versuch, Gesten in die bestehende Grammatik der Lautsprache zu integrieren bzw. bestehende linguistische Beschreibungen in Bezug auf Gesten zu erweitern. Fricke (2007, 2012, 2013) geht dabei aber sprachtheoretisch wesentlich weiter in Bezug auf Konstituentenstrukturen der Syntax als dies in Müller (1998, 2013) beschrieben ist. In Fricke's (2007) Buch „Origo, Geste und Raum. Lokaldexisis im Deutschen“ steht im Zentrum der Forschung die Frage nach der Interaktion von lautsprachlichen Äußerungen und insbesondere Zeigegesten, die sie anhand von face-to-face Interaktionen, in denen es um die Wegbeschreibung zu einer Infobox in einem Berliner U-Bahnhof geht, untersucht. Fricke (2007) nimmt damit aus linguistischer Perspektive und unter besonderer Berücksichtigung von Zeigegesten die Lokaldexisis der Deutschen Sprache in den Blick und plädiert für eine Neukonzeption dieser (vgl. Fricke, 2007, S. 86ff). Zeigegesten unterlägen in bestimmten lautsprachlichen Konstruktionen einer Notwendigkeit, sorgten sogar dafür, dass in der Lautsprache Teile weggelassen werden könnten⁷⁴ (vgl. Fricke, 2007, S. 274ff). Fricke (2007) beschreibt für Zeigegesten eine Fülle an Funktionen und Status je nach Eingebundenheit in die sprachliche Einheit (vgl. Fricke, 2007, S. 151ff): Manche Zeigegesten seien als Embleme zu beschreiben mit festgelegter Form, wie z. B. die „Achtung-Geste“ (Fricke, 2007, S. 153) mit ausgestrecktem Zeigefinger nach oben, während die anderen Finger eingeknickt werden und der Daumen den Mittelfinger berührt. Jeder andere ausgestreckte Finger als der Zeigefinger würde hierbei zu einer anderen Bedeutung führen (vgl. Fricke, 2007, S. 153f). Andere Zeigegesten, die redebegleitend geäußert werden, seien geprägt durch eine diesbezüglich größere Variation. So könnten während des Sprechens gebrauchte Zeigegesten, die deiktische Funktion erfüllten, auch mit jedem anderen Finger oder gar einem anderen Körperteil ausgeführt werden (vgl. Fricke, 2007, S. 155).

Im Jahr 2012 entwickelt Fricke als Fortsetzung ihrer Arbeit an der Neukonzeption von bestehenden linguistischen Beschreibungen in ihrem Buch „Grammatik multimodal. Wie Wörter und Gesten zusammenwirken“ einen Ansatz der Integration von Gesten in die für die Lautsprache beschriebene Grammatik des Deutschen. Die Forscherin versteht darin,

⁷⁴ Fricke (2007, S. 275f) führt als Beispiel den Satz *'hier vorne links (an dieser Ecke)'* (Fricke, 2007, S. 275, Hervorhebungen im Original) an, der mit einer Zeigegeste geäußert wird, die einen Raumpunkt markiert. Der Satzteil *'an dieser Ecke'* ist deshalb redundant, weil durch die Zeigegeste bereits der Raumpunkt eindeutig markiert wird (vgl. Fricke, 2007, S. 276).

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung

konsistent zu ihrer bisherigen Arbeit, Sprache als grundsätzlich multimodal angelegt und beschreibt dies wie folgt:

„Multimodalität im engeren Sinne [...] ist dann gegeben [...], wenn nicht nur zwei Sinnesmodalitäten oder Kodierungsmedien vorliegen, sondern darüber hinaus zugleich entweder eine strukturelle und/oder funktionale Integration in ein- und denselben Matrixkode besteht oder Strukturen und Funktionen sich in unterschiedlichen Modalitäten manifestieren.“ (Fricke, 2012, S. 4)

Als Multimodalität im weiteren Sinne bezeichnet Fricke das Vorliegen von zwei Kodierungsmedien, wie z. B. Text und Bild, während bei Gestik und Lautsprache über die verschiedenen Codes hinaus auch zwei verschiedene Sinnesmodalitäten gegeben seien und damit Multimodalität im engeren Sinne vorliege (vgl. Fricke, 2012, S. 75). Die beiden Grundannahmen *Code-Integration* und *Code-Manifestation*, die im Zitat oben angesprochen sind, werden hierbei grundlegend für die Beschreibung von Multimodalität herangezogen. Gestik und Lautsprache existieren im Äußerungsfluss also nicht nur gleichzeitig und nebeneinander, sondern wirken komplex mit- und ineinander (vgl. Huth, 2014, S. 147f), bis hin zu syntaktischen Positionen im Satzgefüge, die funktional oder strukturell von beiden Modi erfüllt werden können. Gestik und Lautsprache weisen grundlegende sprachstrukturelle Eigenschaften auf, wie z. B. die *Reversion*, die sich in beiden Modi zeige (vgl. Fricke, 2012, 2013).

Ein Beispiel für funktionale Code-Integration ist nach Fricke (2012) die Äußerung: „*diese roten Kacheln*“ (Fricke, 2012, S. 47, Hervorhebung im Original) verbunden mit einer ein Dreieck abbildenden Geste. Hierbei enthält die Gestik nicht nur ebenso wie die Lautsprache Informationen über die gemeinten Kacheln, sondern darüber hinaus auch Informationen, die sich in der Lautsprache nicht zeigen: Die Geste beschreibt bspw. Form, Größe und die räumliche Relation der Kacheln zur sprechenden Person. Damit erfülle die Geste aus linguistischer Perspektive im Satzgefüge attributive Funktion als Integration in den lautsprachlichen Code. Ebenso könnten Gesten strukturell in den lautsprachlichen Code integriert werden und bspw. lautsprachliche Ausdrücke ersetzen, z. B. bei der Äußerung: *es war eher* + einer gleichzeitig erzeugten einhändigen wippenden Flachhandgeste. In solchen Beispielen ersetze die Geste den ihr semantisch ähnlichen, lautsprachlichen Ausdruck (hier in etwa den Ausdruck ‚*mittelmäßig*‘), und zwar an der gleichen syntaktischen Position im Satzgefüge (vgl. Fricke, 2012, S. 47).

Bei dem Äußerungsbeispiel ‚*Hier müssen wir die erste Platte anlegen*‘ + eine gleichzeitig mit dem Zeigefinger ausgeführte Zeigegeste auf einen bestimmten Punkt im Raum, wird deutlich, dass das Deiktikum *hier* ausschließlich durch die gleichzeitig geäußerte Zeigegeste für eine*n Interaktionspartner*in interpretierbar wird. Der gemeinte Raumpunkt wird in der obligatorischen Zeigegeste konkret und genau angezeigt. In solchen Beispielen sei es durch die Zeigegeste nicht nötig, in der Lautsprache weitere Informationen zu geben, die möglicherweise zeitlich recht umfangreich ausfallen würden. Die Lokaldeixis im Deutschen zeige damit laut Fricke (2012), dass Zeigegesten für bestimmte lautsprachliche Konstruktionen eine

„notwendige Bedingung“ (Fricke, 2012, S. 76) sind, um lautsprachlich hervorgebrachte Deiktika überhaupt verwenden zu können. Damit sei der Gebrauch von Zeigegesten in Zusammenhang mit lautsprachlich erzeugten Deiktika eine starke Form des Nachweises der *Code-Integration* von Gesten (vgl. Fricke, 2012, S. 135). Fricke (2012) zieht solche Beobachtungen an Sprache, wie das beschriebene Notwendigkeitskriterium von Zeigegesten bei möglicherweise gleichzeitiger Redundanz von lautsprachlichen Satzteilen, als Begründung für die Annahme der „Unhintergebarkeit der Multimodalität der Sprache“ (Fricke, 2012, S. 57) heran, weil damit offenkundig bewiesen werde, dass Gestik für das System von Sprache und nicht nur für ihren Gebrauch zentrale Bedeutung habe. Die Gestik ist damit nicht nur ein empirisch beobachtbares Äußerungsereignis, sondern im System von Sprache theoretisch beschreibbar.

„Zeigegesten sind somit systemlinguistisch relevant und nicht nur ein Phänomen des Sprachgebrauchs. Damit kann sich Sprache nicht nur in der Gestik als Medium wie in der Gebärdensprache der Gehörlosen, sondern auch multimodal in Lautsprache und begleitender Gestik der Hörenden manifestieren. Die Multimodalität der Sprache ist in der linguistischen Beschreibung also unhintergebar.“ (Fricke, 2012, S. 74)

Bei der *Code-Manifestation* zeige sich eine grammatische Struktur in beiden Modi. Dies führt Fricke (2012, 2013) als weitere Begründung für die Multimodalität von Sprache an. Code-Manifestation lässt sich demnach an grundlegenden sprachstrukturellen Eigenschaften der *Rekursivität* und der *Iteration* von Sprache nachweisen, die Fricke (2012) insbesondere für die Gestik herausarbeitet und ausführlich beschreibt (vgl. Fricke, 2012, S. 123ff). *Rekursivität* wird als Eigenschaft natürlicher Sprachen beschrieben: Aus einer endlichen Menge an Elementen kann eine potentiell unendliche Menge an Zeichenketten erstellt werden, die aus linguistischer Sicht u. U. eine hohe Komplexität in ihrer Struktur aufweisen können. Dieses Prinzip geht auf Chomsky (1986) zurück, der in seinen Arbeiten wiederholt „[...] Humboldt’s aphorism that language involves ‚the infinite use of finite means‘ [...]“ (Chomsky, 1986, S. 30, Hervorhebung im Original) zitiert. Fricke (2012, 2013) Argumentation für eine *Rekursivität* von Gesten, ihrer potentiellen Systematisierbarkeit und zumindest partiellen Integrierbarkeit in eine multimodale Grammatik wird u. a. mit der Feststellung gestützt, dass Gesten in Form der Gebärdensprachen bereits ein linguistisches und systematisch beschreibbares System einer vollwertigen Sprache bereitstellen, sie also grundsätzlich die Fähigkeit zu einer Grammatikalisierung aufweisen würden (vgl. Fricke, 2012, S. 74; Fricke, 2013, S. 734). In gleicher Weise argumentiert auch Müller (2013), wie oben dargestellt wurde. Zudem könnten auch hörende Sprecher*innen Gesten gebrauchen, die über verschiedene Kontexte stabile Form-Bedeutungs-Relationen zeigten und in der Literatur häufig als *emblematische* Gesten (z. B. die Daumen-hoch-Geste in unserem Kulturkreis) bezeichnet würden (vgl. Fricke, 2013, S. 735). Analysiere man Einheiten von redegleitenden Gesten, lasse sich in deren Konstituentenstruktur sowohl die Eigenschaft der *Iteration* als auch der *Rekursion* nachweisen

(vgl. Fricke, 2012, S. 154ff).⁷⁵ Nach Kendon (2004) ist eine *Gesteneinheit* durch eine Art von Ruheposition der Hände definiert und begrenzt, in denen ein bestimmter Grad an Entspannung der Hände beobachtet werden kann und aus der die Geste startet und zu der sie auch zurückgeführt wird (Kendon, 2004, S. 111f). Die Ruheposition am Start einer Geste muss nicht zwingend mit der Ruheposition an deren Ende, etwa in der Handform, übereinstimmen. Gesten zeigten in Form von solchen Gesteneinheiten nach Fricke (2012) ähnlich wie die Lautsprache Konstituentenstrukturen, die von einfachen Verkettungen bis hin zu komplexen Einbettungen reichten. Dies zeichne sie als Teile von Sprache aus und zeige ihre Fähigkeit zur Iteration und Rekursion:

„Bezogen auf die These, dass Rekursivität spezifisch für die Sprachfähigkeit im engeren Sinn [...] ist, folgt aus der Rekursivität redegleitender Gesten, dass diese als integraler Bestandteil von Sprache zu betrachten sind. Oder in anderen Worten: Sprache ist ein multimodales Phänomen.“
(Fricke, 2012, S. 187)

3.2.4 Gestik und Lautsprache als Ensemble – Perspektive des manifesten Ausdrucks

Adam Kendon (2004), der die Gestikforschung in ihrem heutigen interdisziplinär geformten Erscheinungsbild mit seinen frühen Arbeiten ebenso wie McNeill (1992, 2005) geprägt hat, betrachtet Gestik aus anthropologischer Perspektive. In seinem Buch „*Gesture. Visible Action as Utterance*“ von 2004 beschreibt er zunächst in einem historischen Abriss, wie sich das Interesse an Gestik insbesondere in deren Relation zur Lautsprache in verschiedenen Forschungsfeldern herausbildete und welche verschiedenen Perspektiven in der aktuellen Gestikforschung zu beobachten sind (vgl. Kendon, 2004, S. 17ff u. S. 62ff). Kendon (2004) ist vornehmlich an der Rolle von Gestik-Lautsprache-Relationen in ihrer Wirkungsweise in Interaktionen interessiert.

⁷⁵ Mit *Iteration* sind allgemein Verkettungen von Elementen mit geringer Komplexität in Form der Einbettung in ein größeres Gefüge gemeint – Fricke (2012) nennt es “flache Strukturen derselben Einbettungstiefe” (Fricke, 2012, S. 125) Einzelne Elemente sind vertauschbar und unabhängig voneinander. Ein Beispiel ist etwa der Satz: Sie aß [_{NP1} die Nüsse _{NP1}] und [_{NP2} die Chips _{NP2}] und [_{NP3} die Salzstangen _{NP3}]. Die Nominalphrasen NP1 bis NP3 sind zwar verkettet, in ihrer Reihenfolge jedoch vertauschbar und unabhängig voneinander. Mit *Rekursion* sind Strukturen mit steigender Tiefe der Verkettung von Elementen gemeint; die Elemente sind nicht vertauschbar und stehen in einer Abhängigkeit zueinander (vgl. Fricke, 2012, S. 125). Ein Beispiel für Rekursion ist der folgende Satz: [_{NP1} [_{NP2} Marias _{NP1}] Mutter _{NP2}] fährt das Auto. Die Nominalphrasen sind nicht vertauschbar und stehen in einer Abhängigkeit zueinander. Fricke (2012) betont wiederholt die diesbezügliche Zentralität der Unterscheidung von Prozess und Struktur in Bezug auf Iteration und Rekursion. Iterative Strukturen könnten durch einen rekursiven Prozess erzeugt werden, ebenso rekursive Strukturen durch iterative Prozesse (vgl. Fricke, 2012, S. 126ff). Dies führt jedoch für die vorliegende Arbeit zu weit in die linguistischen Betrachtungsweisen, als dass es für die vorliegende Arbeit geeignet eingeordnet werden könnte, weswegen darauf hier nicht weiter eingegangen wird.

Für Kendon (2004) bilden Gesten und gleichzeitig geäußerte Lautsprache ein *Ensemble*:

„We shall see that speakers create *ensembles* of gesture and speech, by means of which a semantic coherence between the two modalities is attained. This is not to say that speech and gesture express the same meanings. They are often different. Nevertheless, the meaning expressed by these two components *interact* in the utterance, and through a reciprocal process, a more complex unit of meaning is the result.“ (Kendon, 2004, S. 108f, Hervorhebungen im Original)

Wie Kendon (2004) weiter ausführt, erfülle dieses Ensemble in der Partnerschaft von Gestik und Lautsprache gemeinsam eine rhetorische Absicht oder ein solches Vorhaben (vgl. Kendon, 2004, S. 127), wobei Gestik und Lautsprache je als separierte Komponenten zu betrachten seien, die in der Bewältigung von Äußerungs- und sozialen Diskurskonstruktionen flexibel gemeinsam oder auch getrennt voneinander genutzt werden könnten.

„Speech and gesture are partnered in the common enterprise of discourse construction. Neither is the cause nor the auxiliary of the other, nor is there an obligatory link between them.“ (Kendon, 2004, S. 128)

Für Kendon (2004) ist es von zentraler Bedeutung, wie insbesondere Gesten in sozialen Situationen gedeutet werden. Er stellt Untersuchungen vor, die zeigen, welche Bewegung aus der Gesamtheit der Körperbewegungen vom Gegenüber überhaupt als Gesten mit sogenannter *kommunikativer Intention* identifiziert werden und damit als für die aktuelle Interaktion als offenkundig bedeutsam oder mindestens bedeutsamer als andere Aspekte eingestuft werden (vgl. Kendon, 2004, S. 12ff). Wie bereits bei der Diskussion einer geeigneten Gestendefinition in Kapitel 3.1.3 aufgeführt, ordnet Kendon (2004) Gesten das Charakteristikum der „manifest deliberate expressiveness“ (Kendon, 2004, S. 15) zu, also eine *offenkundig beabsichtigte Ausdruckskraft*, etwas *Gestenhaftes*, das unmittelbar und direkt als solches vom Gegenüber erkannt werden könnte ohne zunächst auf mögliche intentionale Ziele des*r Sprecher*in rückschließen zu müssen (vgl. Kendon, 2004, S. 15).

„In other words, an action that is gestural has an immediate appearance of gesturalness. This means that a movement having this appearance will be discriminated and recognized as such directly.“ (Kendon, 2004, S. 15)

Bezüglich der semantischen Koordination von Gestik und Lautsprache beschreibt Kendon (2004) eine Vielzahl von Funktionen: In einigen Fällen könnten sie auf ähnliche Bedeutungen verweisen, in anderen wiederum verfeinerten, spezifizierten oder beschränkten sie Bedeutungen des jeweils anderen Modus. Gestik könne zudem Bilder von Objekten generieren, die in der Lautsprache thematisiert würden oder sie referiere auf Aspekte, die in der Lautsprache gar nicht auftauchten (vgl. Kendon, 2004, S. 161).

Die Argumentationsweise der separierten Betrachtung von Gestik und Lautsprache als Komponenten, die gemeinsam gebraucht in der final wahrnehmbaren Äußerung zu einem gemeinsamen Ausdruck integriert werden, unterscheidet Kendons (2004) Theorie zur Gestik-Lautsprache-Relation in diesem Punkt grundlegend von den oben dargestellten Annahmen

McNeills (1992), der ja gerade die Untrennbarkeit der beiden Modi bereits zu Beginn eines gemeinsamen mentalen Prozesses der *Äußerungskonstruktion* betont (vgl. McNeill, 1992 u. Ausführungen oben). Kendon (2004) geht von separierten und gleichberechtigten Komponenten bei der *Äußerungskonstruktion* aus. Seine Forschungen zeigen,

„[...] how speakers can *orchestrate* the gesture and speech components of an utterance, changing these orchestrations in relation to the momentary demands of the communication moment or shifts in the speaker's aim. In our view [...] the gestural component of the utterance is under the control of the speaker in the same way as the verbal component and that it is produced, as spoken phrases are produced, as part of the speaker's *final product*. [...] Gestures should be looked upon as fully fashioned components of the finished utterance, produced as an integral part of the ‚object‘ that is created when an utterance is fashioned.“ (Kendon, 2004, S. 156f, Hervorhebungen im Original)

Nach Fricke (2012) ist mit Kendons (2004) Ansatz die Annahme verbunden, dass Gesten grundsätzlich codefähig sind. Dies sei ein weiterer grundlegender Unterschied zu McNeills (1992, 2005) Sichtweise. Weil beim Sprechen erzeugte Gesten über den interaktiven Prozess darin hervorgebrachte Form-Bedeutungs-Festlegungen erfahren können, sei bei Kendon (2004) die von McNeill (1992, 2005) betonte Abgrenzung redebegleitender von etwa emblematisch gebrauchten Gesten nicht vorhanden (vgl. Fricke, 2012, S. 15).

Für Kendon (2004) ist es also grundsätzlich möglich, dass Gesten als ein sprachlicher Code verwendet werden und dann auch sprachliche Eigenschaften zeigen. Er entwickelt die Theorie der *Gestenfamilien* (vgl. Kap. 3.1.4). Darunter versteht er ähnliche Gestenformen, die zu einem semantischen Themenblock gehören (vgl. Kendon, 2004, S. 227ff). Er beschreibt bspw. die *Gestenfamilie* der *Gesten mit flacher Hand und Handfläche nach oben* oder der *Gesten mit flacher Hand und Handfläche nach unten* (vgl. Kendon, 2004, S. 248ff). Mit solchen *Gestenfamilien* verbindet Kendon (2004) auch unterschiedliche Kontexte, in die sie eingebunden werden. So würden bspw. Gesten aus der Familie der Flachhandgesten mit der Handfläche nach unten benützt, wenn etwas bestritten wird, verneint oder auch unterbrochen wird, während Gesten aus der Familie der Flachhandgesten mit Handflächen nach oben eher in Kontexten des Anbietens, des Zeigens oder Gebens geäußert werden (vgl. Kendon, 2004, S. 248). Auf die Theorie der *Gestenfamilien* nach Kendon (2004) wurde weiter oben bereits ausführlicher eingegangen (vgl. Kap. 3.1.4). Was hier betont werden soll ist, dass Kendon (2004) durchaus solche bereits gewissermaßen konventionalisierten Gebräuche für spontan erzeugte Gesten in Interaktionen beschreibt.

3.2.5 Einordnung der verschiedenen Perspektiven auf Gestik und Lautsprache in Bezug auf die vorliegende Forschungsarbeit

Die aufgeführten Perspektiven auf Gestik-Lautsprache-Relationen zeigen einen ausgewählten Ausschnitt des Spektrums der Forschungen in diesem Bereich. Es haben für die vorliegende Arbeit nicht all diese Ansätze in gleicher Weise Bedeutung, zeigen aber ein vielfältiges Bild

möglicher Betrachtungsweisen, angefangen vom Blick eher auf die Erzeugung von Gestik und Lautsprache und einer stärker auf das Individuum ausgerichteten psychologischen Perspektive bis hin zur Fokussierung der Gestalt und Wechselwirkung beider Modi innerhalb eines Äußerungsereignisses im Rahmen von auf Interaktion bezogene Theorien.

Aus interaktionstheoretischer Perspektive (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Krummheuer & Naujok, 1999 u. Kap. 4), die für die vorliegende Arbeit als eine grundlegende theoretische Leitlinie herangezogen wird, erscheint eine Betrachtung der Entstehung von Gestik und Lautsprache bei der Konstruktion von Äußerungen, wie sie in den Ansätzen von de Ruiter (2000) und McNeill (1992, 2005) angenommen werden, insofern analytisch bedeutsam, als dass die Erzeugung von Äußerungen aus einer Interpretationsleistung der Interaktant*innen heraus geschieht und sich wechselseitig die so hervorgebrachten lautsprachlichen und gestischen Turns der Gesprächsteilnehmer*innen bedingen. Das Äußerungsereignis selbst, also die tatsächlich hörbare Lautfolge und visuell wahrnehmbare Gestenbewegung können aus interaktionstheoretischer Sicht als Grundlage der Rekonstruktion von Deutungen der Beteiligten herangezogen werden, jedoch nicht als Einzelphänomen, sondern als ein Prozess der aufeinander bezogenen Turns in der Aushandlung von Bedeutung. Eine Anschlussäußerung lässt damit also in der Rückschau auf die vorhergehende Äußerung Schlüsse zu, wie diese Ursprungsäußerung in der Interaktion von den Beteiligten interpretiert wird. Die Deutung von Äußerungen durch die Interagierenden, eingebettet in den Interaktionsverlauf, lässt sich also ausschließlich an den hör- und sichtbaren Äußerungen bzw. den wechselseitig *aufeinander bezogenen* Handlungszügen im Verlauf der Interaktion analytisch rekonstruieren (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 13ff). De Ruiters (2000) Sichtweise der modularen Prozesse der Informationsverarbeitung ist ein theoretisch grundlegend anderer Ansatz als die Interaktionstheorie mathematischen Lernens nach Krummheuer (1992), Krummheuer und Naujok (1999) und Krummheuer und Brandt (2001). Letztlich entziehen sich dem analytischen Auge aus Sicht der Interaktionstheorie innere, mentale Prozesse. Diese können aber in Interaktionen durchaus durch die Erzeugung von aufeinander bezogenen Äußerungen und die Hervorbringung von Interpretationen durch die Beteiligten im Verlauf beeinflusst und thematisiert werden und sich weiterentwickeln (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 15f). Die Vorstellung eines modularen Ablaufs bei der Äußerungskonstruktion, wie im Sketch-Modell von de Ruiter (2000) beschrieben (vgl. de Ruiter, 2000, S. 298; Kap. 3.2.1; Abb. 3.2.1_4), erscheint in Anbetracht der Komplexität der kollektiven Prozesse, die in Interaktionen als Hervorbringung aller Beteiligten rekonstruiert werden können, als zu mechanisch und zu stark im Individuum verortet betrachtet. Krummheuer und Brandt (2001) argumentieren in diesem Sinne:

„Zu einem Gespräch gehören prinzipiell mehrerer Personen, und das durch das Gespräch im Sinne aufeinander bezogener Sprachhandlungen Produzierte ist etwas anderes als die Summe der den Äußerungen der Beteiligten zuschreibbaren individuellen Dispositionen.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 15)

Für ihren Forschungsansatz schätzen Krummheuer und Brandt (2001) bezüglich üblicher Kommunikations-Modelle vor allem die angenommene Möglichkeit der von interaktiven Prozessen losgelösten Übermittlung von Informationen zwischen Individuen als zu stark technisch gedacht ein (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 15). In der vorliegenden Arbeit dient de Ruiters (2000) Modell daher vornehmlich zur Darstellung der Verschiedenartigkeit von Sichtweisen auf die Relation von Gestik und Lautsprache. Es ist möglich, die Erzeugung dieser Modi aus informationsverarbeitender Perspektive zu betrachten und die Prozesse dabei als eher getrennt ablaufend zu charakterisieren und in einzelnen Modulen zu beschreiben, dies soll aber in der vorliegenden Arbeit nicht weiterverfolgt werden. De Ruiters (2000) Ansatz gibt jedoch durchaus Einblick in eine mögliche Modellierung des Erzeugungsprozesses von Gestik und Lautsprache.

McNeills (1992, 2005) psychologische Perspektive auf Gestik und Lautsprache fokussiert vor allem das Individuum und sieht mit der Erforschung von Gestik-Lautsprache-Äußerungen die Möglichkeit der Beobachtung mentaler Prozesse des*r Sprechers*in bei der Erzeugung von Gestik und Lautsprache. Bedeutsame Errungenschaften dieses Ansatzes sind zum einen die Betrachtung von Gestik und Lautsprache als *integratives* Sprachsystem und – daran anschließend – die Wertschätzung von Gestik mit ihren besonderen Ausdrucksmöglichkeiten als bedeutsamer Modus bei der Erzeugung von Äußerungen im Speziellen und der Bewältigung von Kommunikationssituationen im Allgemeinen. McNeills (1992, 2005) Forschungen werden daher in der vorliegenden Forschungsarbeit ebenso als grundlegend in Bezug auf eine integrative Perspektive auf Gestik und Lautsprache genutzt und ihm und Kendon (1980) ist es zu verdanken, Gestik nicht länger als Teil der sogenannten *nonverbalen* Äußerungen stärker als Beiwerk zum lautsprachlichen Modus anzusehen. Mit seinem erwähnten Artikel „So you think gestures are nonverbal?“ (1985) spricht sich McNeill klar für ein gemeinsames und nicht getrenntes System von Lautsprache und Gestik aus, und zwar bereits bei der Erzeugung von Äußerungen und seiner Growth-point-Theorie (vgl. McNeill, 1992, S. 219). McNeill (1992) spricht Gestik während der Rede eine semantische, pragmatische und den Diskurs strukturierende Funktion zu (vgl. McNeill, 1992, S. 23ff). Diese Beschreibungen können eine erste Orientierung für die analytische Betrachtung der Gestik im Zusammenspiel mit der Lautsprache für die vorliegende Arbeit geben, auch wenn McNeills (1992, 2005) psychologischer Ansatz stärker individuelle Denkprozesse in den Blick rückt. Solche intraindividuellen Denkprozesse entziehen sich aus interaktionstheoretischer Perspektive weitgehend der Analyse bzw. sie werden insofern betrachtet, als dass sie sich in der Interaktion emergierend als bereits gewissermaßen sozial überfärbte Situationsdeutungen anhand der erzeugten Äußerungen rekonstruieren lassen. Wie bereits bei der Einordnung des Ansatzes von de Ruiters (2000) beschrieben, ist interaktionstheoretisch der geäußerte Gesprächsbeitrag und die sich im Wechselspiel darauf beziehenden Äußerungen der Interagierenden, als ein Prozess der Aushandlung und der interaktiven Hervorbringung von unter den Interagierenden geteilten Deutungen (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14) und die vornehmlich kollektive Bewältigung und Aufrechterhaltung des Interaktionsgeschehens von Interesse. Die sich darin

als rekonstruierbar und analytisch zugänglich erweisenden Äußerungsereignisse können nicht als Einzelphänomene ohne Berücksichtigung interaktiver und kontextueller Deutungsprozesse aller Beteiligten betrachtet werden. Sie werden von Krummheuer und Brandt (2001) vielmehr als Teil eines Prozesses verstanden, in dem vor allem wechselseitige Abstimmungen von Situationsdeutungen zwischen den Interagierenden bedeutsam sind (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 13ff). In diesem Prozess zeigen sich dann beide Modi – Gestik und Lautsprache – als konstitutive Elemente eines multimodalen Sprachsystems, die damit auch potentiell beide Einfluss nehmen auf die Bedeutungszuschreibung und Aushandlungen der Deutungen von Interaktionsbeiträgen durch die Gesprächspartner*innen, unabhängig davon ob sie bereits in ihrem Ursprung der Entstehung ein gemeinsames System bilden (vgl. McNeill, 1992, 2005) oder im Sinne Kendons (2004) als *partnerschaftliches Ensemble* (vgl. Kendon, 2004, S. 127) in ihrem tatsächlichen Erscheinungsbild als Äußerung verstanden werden. McNeills (1992, 2005) Forschungen dienen in der vorliegenden Arbeit daher nicht primär zur Analyse der Daten, sondern ermöglichen vor allem einen Einblick in die besondere Beziehung von Gestik und Lautsprache und sind aufgrund ihrer weitreichenden Bedeutung für die Gestikforschung auch für meine Arbeit zentraler Ausgangspunkt und hilfreiche Beschreibung dieses speziellen Zusammenspiels der beiden Modi.

Kendons (2004) anthropologische Perspektive und seine grundsätzliche Frage danach, welche Funktion Gesten in Relation zur Lautsprache in Interaktionen übernehmen, eröffnet für meine Analysen und die theoretische Ausrichtung meiner Forschungsarbeit aufgrund der Orientierung an interaktiven Prozessen einige Anknüpfungspunkte. Ebenso erscheint die Betrachtung Kendons (2004) dessen, welche Körperbewegungen vom Gegenüber überhaupt als Gesten wahrgenommen und bezeichnet werden, während andere Körperbewegungen weniger Bedeutsamkeit für die Interaktion zugeschrieben werden (vgl. Kendon, 2004, S. 10ff u. S. 15f), deshalb passend zu einer interaktionstheoretischen Ausrichtung, weil für diese Einschätzung vornehmlich Interpretationsprozesse der Interagierenden zentral sind und als grundlegend angenommen werden für das, was überhaupt als Geste, als gestenhaft, interpretiert wird.

„[...] The judgement of an action's intentionality is a matter of how it appears to others and not a matter of some mysterious process by which the intention or intentions themselves that may guide an action may be known.“ (Kendon, 2004, S. 15)

Es geht also bei Kendon (2004) wie auch bei der Rekonstruktion interaktiver Prozesse im Sinne der Interaktionstheorie mathematischen Lernens (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001) darum, zu beobachten, wie von den Interagierenden in einem kollektiven Prozess Interpretationen hervorgebracht und aufeinander bezogener Äußerungen erzeugt werden und wie sich die wechselseitig aufeinander abgestimmte Bezugnahme der Interagierenden darstellt und weniger um die Herausarbeitung mentaler Prozesse von Äußerungskonstruktionen der einzelnen Individuen. Kendons (2004) Forschungen im Allgemeinen dienen darüber hinaus ebenso in meiner Arbeit als grundlegender

Zugang, der hilft, das besondere Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache beschreiben und verstehen zu können, und zwar zunächst in der Betrachtung von eher alltäglichen, nicht spezifisch mathematischen Interaktionen. Seine Sichtweise auf Gesten als grundsätzlich sprachähnlichen Kode unterstreichen ihre Bedeutung für die Interaktion als weit über die Annahme eines rein nonverbalen Beiwerks der Lautsprache hinausgehende Betrachtung.

Müllers (1998, 2013) und Fricke (2007, 2012, 2013) Ansätze sind für die vorliegende Arbeit in verschiedener Hinsicht bedeutsam. Der Versuch sich einer Grammatik der Gesten anzunähern (vgl. Müller, 1998, 2013) bzw. ihnen innerhalb eines multimodalen Sprachsystems mithilfe ihrer Eigenschaft der Rekursivität und Iteration die Funktion von strukturellen Konstituenten dieses Systems zuzuschreiben (vgl. Fricke, 2007, 2012, 2013), unterstreicht systemtheoretisch und auf ganz grundsätzliche Weise die Bedeutsamkeit von Gesten innerhalb unserer Fähigkeit zu interagieren. Damit kann die Relevanz der Gestik für das Mathematiklernen, das in der vorliegenden Arbeit als sozial konstituiert und in Interaktion stattfindend betrachtet wird (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Krummheuer & Naujok, 1999), einerseits als gegeben angenommen werden, weil sie Teil des Interaktionsgefüges ist, und erfährt andererseits eine zusätzliche theoretisch fundierte Legitimierung. Nicht zuletzt als Resultat einer solchen Gewichtung der Gestik begründet sich für die vorliegende Arbeit die mikroanalytische Betrachtung beider Modi – Lautsprache und Gestik – insbesondere in ihrem Zusammenspiel in mathematischen Interaktionen Lernender aus mathematikdidaktischer Perspektive. Die von Müller (1998, 2013) beschriebenen funktionalen Kategorien (*referentiell, performativ, diskursiv*) und Darstellungsweisen von Gesten (die Hand *agiert, repräsentiert, modelliert, zeichnet*, vgl. Müller, 1998, S. 110ff; Kap. 3.1.4) können darüber hinaus für die Analysen in der vorliegenden Arbeit Beschreibungen bereitstellen, die einen ersten Zugang zur Frage anbieten, was die gestikausführenden Körperteile der Interagierenden überhaupt tun. Anhand dessen bspw. könnten dann Deutungsmöglichkeiten für die jeweiligen Bewegungen im Analyseprozess erzeugt und im Fortgang der analytischen Betrachtung in ihrer Funktion für die Interaktion eingeordnet werden.

Anknüpfungspunkte an Fricke (2007, 2012, 2013) Forschungen finden sich in der vorliegenden Arbeit in Bezug auf eine grundsätzlich multimodale Perspektive auf Sprache und die Verwendung des Zeichenbegriffs nach Charles Sanders Peirce (vgl. Kap. 6). Diese Sicht auf Zeichen wird hier, wie auch bei Fricke (2007, S. 182ff), gewählt, um Lautsprache und Gesten innerhalb einer Zeichentheorie unabhängig von ihrer Konventionalisierung oder

angenommener Nicht-Konventionalisierung⁷⁶ beschreiben zu können (vgl. zur weiteren Begründung der Wahl des Peirce'schen Zeichenbegriffs und zum Zeichenbegriff selbst Kap. 6.1 u. Kap. 6.2). Darüber hinaus wird die Peirce'sche Zeichentheorie in meiner Forschungsarbeit verwendet, um im Rahmen von sogenannten Semiotischen Prozess-Karten (Schreiber, 2010, S. 60ff) den Zeichenprozess innerhalb der untersuchten Interaktionen unter besonderer Berücksichtigung der Relation von Gestik und Lautsprache analysieren zu können (vgl. Kap. 8.7.1). Fricke (2007) wählt ebenso die Peirce'sche Zeichentheorie, um Gestik in Relation zur Lautsprache zu analysieren, dies jedoch weniger eingebunden in einen mit der Interaktion einhergehenden Zeichenprozess, wie es in der vorliegenden Arbeit geschieht (vgl. Kap. 6). Sie untersucht eher einzelne Äußerungen und stellt sie als Zeichen nach Peirce in Form von Dreiecken und nicht als Triaden dar (vgl. Fricke, 2007, S. 200ff; Fricke, 2012, S. 20ff).

Als besonders bedeutsam für meine Forschungen hat sich die von Fricke (2012) beschriebene *Code-Integration* und *Code-Manifestation* zur sprachtheoretischen Begründung der Multimodalität von Sprache erwiesen. Dies hat verschiedene Gründe: Zum einen wird Gestik und auch die Multimodalität aus meiner Sicht mit diesem Ansatz als zunächst rein empirisch beobachtbares Phänomen in Interaktionen mit einer im System von Sprache begründeten Theorie unterfüttert. Zum anderen lässt sich die *Code-Integration* und *-Manifestation* auf in Gestik und Lautsprache erzeugte mathematische Darstellungen der Lernenden übertragen und in Bezug auf die Analysen verfolgen, inwiefern Gesten solch eine Integration bzw. Manifestation in einen annehmbaren *mathematischen Code*⁷⁷ leisten können und damit als originär mathematische Zeichen und als konstitutiver Teil des Systems der Mathematik bzw. des

⁷⁶ Mit dem Begriff *konventionalisiert* ist gemeint, dass Gesten bestimmten Konventionen folgen können, wenn sie innerhalb einer Gemeinschaft von Sprechenden z. B. in ihrer Form festgelegt sind. Dies gilt bspw. für die Daumen-hoch-Geste innerhalb unseres Kulturkreises (*Embleme*, vgl. Fußnote 6 in Kap. 1.1, Kap. 3.1.4). Dabei sind solche Gesten und ihr Potential, verstanden zu werden, stark an diese eine Form gebunden. Führt man bspw. die Geste mit einem erhobenen Ringfinger aus, wäre die Interpretation eine andere. *Nicht konventionalisiert* sind Gesten, die nicht in einer solchen Weise festgelegt sind, sondern spontan und zunächst scheinbar ohne erkennbares System während des Sprechens erzeugt werden (vgl. Kap. 1). Diese unterliegen individuellen wie auch kulturellen und nicht zuletzt natürlich auch körperlichen Bedingungen und Möglichkeiten, gelten jedoch, anders als die Lautsprache, als nicht festgelegt, regelhaft oder determiniert von bestimmten Konventionen oder etwa syntaktischen Regeln. Spontane und zunächst als nicht-konventionalisiert angenommene Gesten können im Interaktionsverlauf einen gewissen Grad an Konventionalisierung erreichen (vgl. Fricke, 2007, S. 196).

⁷⁷ Als *mathematischen Code* verstehe ich hier eine bestimmte Art zu sprechen, zu schreiben und Darstellungen zu gebrauchen, und zwar auf *mathematische Art* und Weise. Der Begriff ist angelehnt an die Definition eines sprachlichen Codes im Sinne Bernsteins (1971/2003). Seine Beschreibung von *elaboriertem und restringiertem Code* als Versuch, die regulativen Prinzipien sprachlicher Realisierungen abzubilden, wurde kritisch diskutiert (vgl. Bernstein, 1971/2003, S. 6 u. S. 11f). Er schlägt daher eine veränderte Definition des Codes vor, die kontextuelle Gegebenheiten miteinschließt und weist darauf hin, dass der Code als zugrundeliegendes regulatives Prinzip nicht direkt beobachtbar sei, durchaus aber die verwendeten sprachlichen Varianten: „*The concept code now referred to the regulative principle which controlled the form of the linguistic realization of the four primary socializing contexts. The strength of code restriction could now be assessed in terms of the socializers' (parents, peer group, etc.) use of restricted speech variants across the four contexts: regulative, instructional, interpersonal and imaginative. The strength of code elaboration could be assessed in terms of the socializers' use of elaborated speech variants across the same four contexts. This new formulation of codes brings out in the definition both the social structuring of relevant meanings and the contexts relevant to the theory.*“ (Bernstein, 1971/2003, S. 11, Hervorhebungen im Original)

Mathematiklernprozesses beschrieben werden können. *Code-Integration* würde demnach vorliegen, wenn sich in den Analysen der vorliegenden Arbeit zeigen würde, dass einzelne mathematische Aspekte von den Lernenden ausschließlich gestisch codiert würden. *Code-Manifestation* läge vor, wenn sich Eigenschaften mathematischer Zeichen auch für (einzelne) Gesten nachweisen lassen würden. Dazu wird im Fortlauf der Forschungsarbeit auf die Beschreibung der Eigenschaften mathematischer Zeichen im semiotischen Sinn verwiesen (vgl. Kap. 6 u. Kap. 7.2).

3.3 Gesten- und Lautspracheübernahmen in Interaktionen

Bereits Forschungen aus den 1960er Jahren aus der Psychotherapie zeigen, dass die Übernahme von Körperhaltungen unter Interagierenden eine gängige Praxis der Herstellung von sozialen Beziehungen in Interaktionen zu sein scheint (vgl. Schefflen, 1964, zitiert nach Bull, 1987, S. 15). So zeige die Ähnlichkeit oder Unähnlichkeit der Körperhaltung von Interaktionspartner*innen an, ob sie ähnliche oder kontroverse Meinungen vertreten und ermögliche auch Rückschlüsse auf ihre Rollen innerhalb des Interaktionsgeschehens (vgl. Bull, 1987, S. 15f). Psychologische Forschungen aus der aktuellen Gestikforschung zeigen, vergleichbar zu diesen früheren Arbeiten zur Körperhaltung, dass unter Interagierenden Gesten, aber auch weitere Aspekte der Äußerungen, wie z. B. syntaktische Konstruktionen in der Lautsprache, Begrifflichkeiten usw. übernommen werden (vgl. Holler & Wilkin, 2011; Kimbara, 2006; Mol, Kraemer, Maes & Swerts, 2010). Kongruenz in der Körperhaltung, ist nach Holler und Wilkin (2011) sowohl als Spiegelung der Körperhaltung, aber ebenso als Verschiebung dieser zu beobachten (vgl. Holler & Wilkin, 2011, S. 139). Auch in semiotisch orientierten Forschungsarbeiten aus der Mathematikdidaktik (vgl. Arzarello, 2006; Arzarello & Paola, 2007) und in psychologischen Forschungen zu Gesten in mathematischen Instruktionssituation (vgl. Cook & Goldin-Meadow, 2006) wird beschrieben, dass in mathematischen Interaktionen insbesondere im Kontext von Lernen und Lehren die Übernahme von Gesten von zentraler Bedeutung ist und sogar zum Lernerfolg beitragen kann. Mehrere Studien beschäftigen sich im Speziellen mit dem Phänomen der *Gesten-Mimikry*, also der Übernahme oder Imitation von Gesten zwischen Gesprächspartner*innen in Bezug auf die dabei geäußerte Lautsprache und arbeiten hier verschiedene Funktionen heraus (vgl. Holler & Wilkin, 2011; Mol, Kraemer, Maes & Swerts, 2010; Kimbara, 2006). Zunächst wird im Folgenden dargestellt, wie die Übernahme von Gesten und/oder Lautsprache in meiner Arbeit verstanden werden soll und warum und in welcher Weise dieses Phänomen als bedeutsam für meine Forschung bewertet wird. Anschließend werden Studien vorgestellt, die weniger die

mathematische, als vielmehr die alltägliche Interaktion⁷⁸ in den Blick nehmen und darin zeigen, wie insbesondere Gesten-Mimikry unter den Interagierenden erzeugt wird. Die Ansätze des „Semiotic Games“ nach Arzarello (2006) und Arzarello und Paola (2007) und die Studie von Cook und Goldin-Meadow (2006) werden dargestellt, wenn es darum geht, die Bedeutung von Gesten und Lautsprache und deren Übernahme unter Interagierenden im Kontext von mathematischen Lehr-Lern-Situationen zu beschreiben (vgl. Kap. 5.1 u. Kap. 5.4). Diese Ansätze können dann Anknüpfungspunkte zu den hier diskutierten Forschungen bieten und auf deren Grundlage eine Einordnung in Bezug auf die Bedeutung für die vorliegende Arbeit erfahren.

Das *Übernehmen* oder die *Übernahme* von Gesten oder lautsprachlichen Äußerungen ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit so zu verstehen, dass Person B bspw. eine Geste von Person A aufgreift, indem sie diese in ähnlicher Weise ausführt. Markante Merkmale der Geste, wie etwa die Handform, bleiben dabei gleich und werden wiedererkannt. Sie evozieren damit potentiell ähnliche Deutungsweisen dieser Geste, die sich im Verlauf bei mehrmaligem Wiederausführen der Geste, verfestigen können zu (vorübergehenden) Konventionalisierungen der Geste im emblematischen Sinne. Eine solche Geste kann in der weiteren Interaktion erneut wieder von Person A, eventuell auch in leicht abgewandelter, aber erkennbar zugehöriger Form, erzeugt werden usw. Dabei ist das, was übernommen wird, sowohl gestisch als auch lautsprachlich relativ breit gefächert: Es ist gestisch möglich, dass die Handform, die Handposition, die Handbewegung oder die Handorientierung, alle vier oder einzelne Merkmale in Kombination mit einem anderen Merkmal übernommen werden.⁷⁹ Dies ist konform zu Kimbaras (2006) Ausführungen dazu, wie sich übernommene Gesten unter Interagierenden zeigen können (vgl. Kimbara, 2006, S. 41). Lautsprachlich können u. a. syntaktische Strukturen, aber auch die Wortwahl oder Betonungen übernommen werden und daher Ähnlichkeit zu den oder einer vorherigen Äußerung aufweisen. Es kann angenommen werden, dass in den meisten Fällen die Übernahme von Gesten und/oder Lautsprache zwischen Interagierenden in einem relativ kleinen Zeitfenster erfolgt, die nachgeahmte Geste also bspw. zeitlich nahe der Originalgeste im Verlauf der Interaktion auftritt (vgl. Kimbara, 2006, S. 41). In der englischsprachigen Literatur wird das Übernehmen insbesondere von Gesten zwischen Interagierenden häufig als *Mimikry* bezeichnet (vgl. Holler & Wilkin, 2011; Kimbara, 2006, S. 39; McNeill, 2005, S. 159ff; 133; Mol, Kraemer, Maes & Swerts, 2010, S. 115).

⁷⁸ Was innerhalb der hier vorgestellten Studien als *alltägliche Interaktionssituation* verstanden wird, ist unter Berücksichtigung des gewählten Settings der jeweiligen Datenerhebung zu betrachten: In manchen dieser Studien wird beschrieben, spontane und alltägliche Interaktionssituationen zu untersuchen (vgl. z. B. Holler & Wilkin, 2011). Häufig sind diese Interaktionen aber genau genommen im Grad ihrer Alltäglichkeit eingegrenzt: Sie werden zu bestimmten vorgegebenen Themen in einer kontrollierten Umgebung durchgeführt, bspw. sind mit genauen Vorüberlegungen zu den Rollen der Teilnehmenden geplant und werden, anders als jede Alltagsinteraktion, videografiert. Es ist also zu bedenken, dass der Grad von Alltäglichkeit dieser untersuchten Interaktionssituationen der Planung und Struktur dieser wissenschaftlichen Studien unterliegt und hier gewisse Einschränkungen erfährt.

⁷⁹ Diese Beschreibungsmerkmale sind der Deutschen Gebärdensprache entnommen (vgl. Keller & Leuninger, 2004, S. 267ff; Kap. 1).

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung

Der semiotischen Perspektive in der vorliegenden Arbeit entsprechend (vgl. Kap. 6) werde ich die Übernahme von Gesten und/oder Lautsprache hier und im Folgenden auch als *Zeichenübernahme* beschreiben.

Holler und Wilkin (2011) entwickeln relativ enge Kriterien für die von ihnen untersuchten mimikrierten Gesten. Demnach seien diejenigen Gesten als *Gesten-Mimikry* zu bezeichnen, die von mindestens zwei Sprecher*innen erzeugt werden und dabei eine hochgradige Übereinstimmung in Form und Bedeutung aufwiesen (vgl. Holler & Wilkin, 2011, S. 139). Als *Gesten-Mimikry* in den Daten von Holler und Wilkin (2011) identifizierte Gestenpaare müssen demnach...

- 1) ... dasselbe repräsentieren und auf dieselbe Einheit des verhandelten Objekts, bspw. den oberen Teil einer Figur, verweisen;
- 2) ... dieselbe Art der Repräsentation zeigen. Würde z. B. die gleiche Handform einmal mit und einmal ohne Bewegung gezeigt, gelte dies nicht als *Gesten-Mimikry*;
- 3) ... die gleiche Gesamtform aufweisen, bspw. müssen beide Gesten beidhändig geäußert sein (vgl. Holler & Wilkin, 2011, S. 139f).

Diese relativ eng beschriebenen Kriterien erscheinen mit Blick auf die quantitative, an der Erstellung von statistischen Erhebungen orientierte Datenauswertung von Holler und Wilkin (2011) sinnvoll, um ein relativ eindeutiges, abgrenzbares Unterscheidungskriterium zur Identifizierung der in den Daten gefundenen Gestenformen zu erhalten.

Für meine qualitativ orientierte Forschung wird für die Zeichenübernahme von Gesten und möglichen lautsprachlichen Äußerungen die Ähnlichkeit der mimikrierten Gesten orientiert an den in den Daten rekonstruierbaren Zeichenübernahmen breiter verortet: Sie kann von vollständigen Überschneidungen in Form und Bewegung dieser Zeichen bis hin zu differenzierteren Kombinationen aus möglicherweise weiterentwickelten Handformen, umformulierten lautsprachlichen Äußerungen, Veränderungen des mit gleichen Gestenformen Gemeinten, usw. reichen. Es reicht damit ein Merkmal, das selbst wiederum vielfältiger Art sein kann (Form, Bewegung, Formulierung, Rhythmik, usw.), um eine Zeichenübernahme als solche zu rekonstruieren⁸⁰. Schon bei der Beschreibung möglicher Konventionalisierungen von Gesten innerhalb einer Sprachgemeinschaft (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Kap. 1 u. Kap. 3.2.3) ist deutlich geworden, dass die Art und Weise des Gestikgebrauchs offenbar abhängig von der Eingebundenheit in eine solche Sprachgemeinschaft ist. Damit erscheint es zunächst kein überraschendes Phänomen zu sein, dass Gesten zwischen Sprecher*innen imitiert,

⁸⁰ Es ist im Rahmen meiner Arbeit neben gleichen Merkmalen auch gerade die potentielle Veränderung bei der Übernahme von Zeichen unter den Interaktionspartner*innen von besonderem, analytischem Interesse. Diese kann sich z. B. als Anpassung, Erweiterung, Veränderung von Gesten oder von bestimmten lautsprachlichen Formulierungen, usw. zeigen. Es lassen sich auf diese Weise interaktive Entwicklungen im Prozessverlauf anhand dieser Zeichen rekonstruieren und darüber hinaus möglicherweise etablierte Gestenformen der Interagierenden erkennen.

nachgeahmt, aufgegriffen und/oder mimikriert werden. Krummheuer und Brandt (2001) beschreiben hinsichtlich der Formulierung von Äußerungen und dem möglichen und verschiedenen gearteten Wiederholen dieser Äußerungen durch andere im Rahmen von mathematischen Interaktionen, dass die Verantwortung für diese Äußerungen so auf verschiedene Sprecher*innen verteilt werden könne. Den Grad an Verantwortung verbinden Krummheuer und Brandt (2001) mit einem Zuwachs an Autonomie für Argumentationen innerhalb der mathematischen Interaktionen. Diesen Autonomiezuwachs durch verschiedene mögliche Partizipationsweisen der Beteiligten an der Interaktion über verschiedene Rollen, die Krummheuer und Brandt innerhalb des sogenannten „Produktionsdesigns“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 41ff) und „Rezipientendesigns“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 51ff) beschreiben, bezeichnen sie als „[...] Indikator für erfolgreiches mathematisches Lernen [...]“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 30.). Damit ist es für mathematische Interaktionen, wie sie innerhalb der vorliegenden Arbeit untersucht werden, nicht nur von Bedeutung, Übernahmen von Äußerungen zwischen Interagierenden – seien sie gestisch und/oder lautsprachlich geäußert – analytisch herauszuarbeiten. Es erscheint geradezu überaus zentral, potentielle Veränderungen von Zeichen bei der Übernahme durch Interaktionspartner*innen zu beschreiben. Zeichenübernahmen in diesem Sinne können aus interaktionstheoretischer Perspektive auf „als gemeinsam geteilt geltende Bedeutung[en]“ (Krummheuer, 1992, S. 18; Kap. 4.2) hindeuten oder aus linguistischer Perspektive auf Konventionalisierungen von gleichen Gesten für das gleiche Gemeinte im Sinne Frickes (2007, S. 196). Für die Analysen meiner Forschungsarbeit können Forschungen im Bereich der *Mimikry* folglich einen Beschreibungsrahmen anbieten vor dem Hintergrund bereits bestehender Theorien und bezüglich möglicher Funktionen solcher Zeichenübernahmen in (mathematischen) Interaktionen.

Mol, Kraemer, Maes und Swerts (2010) fragen in ihrem Artikel „Converging Hands or Converging Minds?“ (vgl. Mol et al., 2010, Titel) danach, ob bei der Übernahme von Gesten zwischen Sprecher*innen ein Zusammenhang von Wahrnehmung und Produktion rein in der *Form* der Hand angenommen werden kann, oder ob die Wahrnehmung eine semantische Repräsentation bei dem*der Gesprächspartner*in entstehen lasse, die dann zur Produktion einer Geste führe. Sie beschreiben die Wiederholung und Übernahme von Gesten wie folgt:

„Elements of a gesture’s physical form (*articulators*), like the shape and orientation of the hand, the direction and size of the movement, and where it is performed relative to the speaker can be repeated in subsequent gestures by the same or another speaker.“ (Mol et al., 2010, S. 115, Hervorhebung im Original)

In ihren experimentellen Settings untersuchen Mol et al. (2010), ob Proband*innen bei eigenen Wegbeschreibungen anhand einer Karte Handformen und Perspektiven (horizontal oder vertikal) aus einer vorher gehörten und gesehenen Wegbeschreibung eines Versuchsleiters in ihren Erläuterungen übernehmen. Mol et al. (2010) präsentierten den Proband*innen zunächst eine Wegbeschreibung anhand einer Karte in Vogelperspektive durch einen Versuchsleiter. In

der lautsprachlichen Erläuterung des Versuchsleiters wurden zwei markante Stellen des Weges integriert, z. B. besondere Gebäude. Die Gesten wurden so standardisiert, dass es Varianten in Handform und Perspektive gab: Es wurden zwei Handformen variiert, entweder das Zeigen mit einem Finger (Zeigefinger) oder das Zeigen mit vier Fingern (Hand). Die Perspektive wurde so variiert, dass entweder ein Weg horizontal beschrieben wurde, so als würde man tatsächlich durch die Straßen gehen, oder vertikal auf einer imaginär im Raum vor dem Versuchsleiter stehenden Karte. Das Zeigen wurde stets rechtshändig und nach vorne zeigend ausgeführt. Dabei wurden die Proband*innen zunächst im Glauben gelassen, ihr Gegenüber sei ebenso ein*e Teilnehmer*in des Experiments. Im Anschluss daran sollte der*die Proband*in eine ähnliche Wegbeschreibung anhand einer Karte dem Versuchsleiter erklären. Das Setting wurde mehrmals wiederholt. Es wurde im Anschluss codiert, welche Handform der*die Proband*in nutzte und welche Perspektive seine*ihre Erläuterungen dominierte, um Rückschlüsse zu ziehen, ob Handform und Perspektive des Inputs Einfluss auf die Äußerungen des*der Proband*innen hatten. Mol et al. (2010) konnten zeigen, dass die im Input produzierten *Handformen* keinen Einfluss auf die Perspektive oder die gewählte Handform des*r Proband*in bei seinen*ihren Wegbeschreibungen hatten. Als Grund hierfür nehmen die Autor*innen der Studie an, dass in den Handformen keine signifikanten Informationen für die Wegbeschreibung enthalten waren. Inhaltlich war es demnach zunächst gleichgültig, ob der Weg bzw. die Richtung mit dem einzelnen Zeigefinger oder bspw. mit einer Flachhandgeste angezeigt wurde. Anders erwies sich dies bei der *Perspektive*: Hier konnte gezeigt werden, dass die Wahl der Perspektive im Input Einfluss darauf hatte, welche Perspektive der*die Proband*in für seine*ihre Erläuterung wählte. Die Perspektive des Inputs hatte dann auch wiederum Einfluss auf die Wahl der Handform: Wurde im Input die horizontale Perspektive eingenommen, nutzen die Proband*innen für ihre Erklärung eher die Hand zum Anzeigen einer Richtung. Wurde jedoch im Input aus vertikaler Sicht erläutert, nutzten die Proband*innen häufiger ihren Zeigefinger. Mol et al. (2010) führen dies auf die semantisch ähnliche mentale Repräsentation des*der Proband*in zurück:

„This can be explained by the confederate’s vertical gestures leading participants to think of the route as on a map, which caused them to point with their finger more frequently. Gestures, like speech, seem to allow for the convergence of representations of meaning across interlocutors.“ (Mol et al., 2010, S. 119)

Kimbara (2006) untersucht die Mimikry von Gesten in Interaktionen stärker unter Berücksichtigung des so etablierten „common grounds“ (Kimbara, 2006, S. 39). Sie beschreibt Gesten-Mimikry folgendermaßen:

„[...] the form-meaning relationship of a given speaker’s gesture appears to influence how the interlocutor’s gesture is formed when the interlocutor refers to the same topic in subsequent discourse. I call such recurrence of the same or similar gesture across speakers ‘gestural mimicry’.“ (Kimbara, 2006, S. 41, Hervorhebung im Original)

Unter „common ground“ (Kimbara, 2006, S. 42) versteht Kimbara (2006) „a mutual knowledge base shared by participants [...]“ (Kimbara, 2006, S. 42), was sie wiederum als

Schlüsselkomponente von Kommunikation bezeichnet. Der Nachahmung von Gesten, die häufig koordiniert mit lautsprachlichen Äußerungen aufträte, schreibt Kimbara (2006) eine besondere Bedeutung in der Interaktion zu. Sie versteht „gestural mimicry primarily as an instance of jointly constructed meaning.“ (Kimbara, 2006, S. 42). Nach Kimbara (2006) signalisiere die kontextbezogene Übernahme von Gesten Verständnis und Aufmerksamkeit des*r Gesprächspartners*in, diene zur Verständigung über ein gemeinsames Thema der Interaktion und würde im Verlauf dieser als Teil des *common grounds* etabliert werden, und zwar in zweierlei Weisen – als *Bedeutungszuschreibung* und als *Gestenform* selbst, die dann wiederum konstruierend auf den *common ground* wirke:

„In gestural mimicry, not only the meaning of gesture is added to the common ground, but the gesture form itself becomes a shared resource for constructing the common ground.“ (Kimbara, 2006, S. 42)

Kimbara (2006) führt verschiedene Beispiele von Gestenübernahmen in Interaktion an. Die Analysen zeigen, dass Gesten-Mimikry über die interne Bedeutung für das Denken des*r Gesprächspartner*in hinaus, zentrale Wichtigkeit als soziales Phänomen in der Interaktion haben. Dies würde u. a. an der Möglichkeit von Interagierenden deutlich, über gemeinsame gestisch-lautsprachliche Konstruktionen ein Ereignis in Kooperation wiedergeben zu können (vgl. Kimbara, 2006, S. 50ff). Zudem zeige die Übernahme von Gesten eine Verlinkung in der Kette von in Interaktionen auftretenden Äußerungen über mehrere Sprecher*innen hinaus. Sie strukturiere damit ein komplexes Gesamtbild, das sich aus kleineren Elementen zusammensetze (vgl. Kimbara, 2006, S. 56f).

„[...] Meaning can be collaboratively achieved across speakers through co-construction of speech and gesture as a unit of interaction.“ (Kimbara, 2006, S. 58)

Gesten-Mimikry trete in allen betrachteten Beispielen von Kimbara (2006) ko-expressiv mit Lautsprache auf und sei deshalb nicht einfach als eine Wiederholung einer visuellen Präsentation zu bewerten, sondern vielmehr durch die Bedeutung gesteuert, die ein*e Interaktionspartner*in dieser Geste beimesse. Dies beeinflusse im Verlauf der Interaktion auch die weitere Wahrnehmung des*r Gesprächspartner*in von dem, was als zentral in den Gesten des Gegenübers bewertet werde. In diesem Sinne erzeuge die reziproke kollaborative Übernahme von Gesten, koordiniert mit der Lautsprache, die Organisation der gemeinsamen Partizipation als „joint action“ (Kimbara, 2006, S. 58.)

Auch McNeill (2005) beschreibt unter der Überschrift „Sharing Gestures“ (McNeill, 2005, S. 159) das Phänomen der Übernahme von Gesten unter Sprecher*innen und verweist dabei auf Studien von Kimbara. Mit den Begriffen „mimicry“ (McNeill, 2005, S. 159) und „appropriation“ (McNeill, 2005, S. 159) beschreibt McNeill (2005) dabei zwei Formen der Gestenübernahme. *Mimikry* werde nach McNeill (2005) zumeist genutzt, um Solidarität und Nähe der Gesprächspartner*innen auszudrücken, z. B. wenn eine Gestenform des Gegenübers bei gleichzeitiger lautsprachlich geäußelter Zustimmung imitiert werde. Bei Gestenübernahmen des Typs *Appropriation* würden Gesten übernommen während der*die

Gesprächspartner*in spreche, man selbst aber lautsprachlich keine Äußerung produziere. McNeill (2005) beschreibt bspw. eine Lehr-Lern-Situation, in der ein*e Lerner*in die Geste seines*r Lehrers*in übernimmt während diese*r etwas erläutert.

„The learner thus appropriated the other’s speech by combining it with her gesture, and in this way inhabited the speech of another, with the help of the gesture.“ (McNeill, 2005, S. 161)

Bei der *Appropriation* von Gesten in dieser Art und Weise wird von McNeill (2005) ein weiterer Typ beschrieben: die Kombination einer von der Lehrperson übernommenen Geste ausgeführt bzw. verbunden mit der Lautsprache des*r Lernenden. Somit werden auch hier erneut die Gestenübernahme sowie die Übernahme von lautsprachlichen Ausdrücken unter Sprecher*innen im Sinne eines integrativen Sprachsystems berücksichtigt. McNeill (2005) betrachtet dies aus Sicht der kognitiven Psychologie und verweist in dieser Perspektive auf einen geteilten mentalen Prozess der Interagierenden.

“If one person assimilates another person’s gesture or speech, the material carriers of being, this inhabits some aspects of this others person’s verbal thinking.” (McNeill, 2005, S. 159)

Holler und Wilkin (2011) verbinden in ihrem Ansatz zur Gesten-Mimikry dieses Phänomen ebenfalls wie Kimbara (2006) mit dem „common ground“ (Holler & Wilkin, 2011, S. 134ff) von Interaktionspartner*innen, den sie in ähnlicher Weise als „interlocutor’s mutual shared knowledge“ (Holler & Wilkin, 2011, S. 134) bezeichnen. Dieser gemeinsam geteilte Hintergrund emergiere aus Prozessen des „groundings“ (Holler & Wilkin, 2011, S. 135) in Interaktionen.⁸¹ Den Begriff des *groundings* und des *common grounds* übernehmen Holler und

⁸¹ Das Konzept des *groundings* weist inhaltlich Anknüpfungspunkte zu dem auf, was interaktionstheoretisch als gemeinsame Hervorbringung aus einem Aushandlungsprozess von Interagierenden hervorgeht, eine „als gemeinsam geteilt geltende Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18), die schließlich als *Arbeitskonsens* der Beteiligten verstanden werden kann (vgl. Kap. 4.2). Es lassen sich also bezüglich des *groundings* und des *common grounds* Anknüpfungspunkte an die in der vorliegenden Arbeit genutzte Interaktionstheorie mathematischen Lernens (vgl. Kap. 4) formulieren: Als *grounding* bei Holler und Wilkin (2011) werden Prozesse der gemeinsamen Abstimmung zugunsten des Verstehens und Verstanden-Werdens von Interaktionspartner*innen beschrieben (vgl. Holler & Wilkin, 2011, S. 135f). Diese nehmen Einfluss auf die weitere Interaktion und bestimmen den *common ground* (vgl. Holler & Wilkin, 2011, S. 135f u. S. 148). In Kapitel 4 der vorliegenden Arbeit wird die Interaktionstheorie des Mathematiklernens nach Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001) beschrieben. Hier wird davon ausgegangen, dass Interagierende in einem wechselseitig aufeinander bezogenen Prozess Bedeutungen aushandeln u. a. durch die funktionale Abstimmung ihrer je individuellen Deutungen. Die daraus hervorgehenden „als gemeinsam geteilt geltende Deutung[en]“ (Krummheuer, 1992, S. 18), die vielmehr Abstimmung als Übereinstimmung meinen, sichern dann den Fortgang der Interaktion (vgl. Krummheuer, 1992, S. 7 u. S. 15ff; Krummheuer & Brandt, 2001, S. 13ff). Auch die semiotische Perspektive, die in Kapitel 6 der vorliegenden Arbeit mithilfe des Peirce’schen Zeichenbegriffs dargestellt wird, kann in Bezug auf solche Prozesse des *groundings* und einen dadurch gestalteten *common ground*, wie er bei Holler und Wilkin (2011) und Kimbara (2006) beschrieben wird, Anbindung finden: Peirce stellt bei seinem Zeichenbegriff die Abhängigkeit der Zeichendeutung in Bezug auf einen *Ground* des Repräsentamens heraus (vgl. Peirce, 1932, CP 2.228), eine Art Rahmen der Zeichendeutung, der im Gebrauch des Zeichens deutlich wird. Dieser wird später von Peirce auch als *Commens* von Zeichenerzeuger*in und Zeichenleser*in bezeichnet (vgl. Peirce, 1998, EP II, S. 478). Schreiber (2010) verbindet diesen Ansatz mit dem interaktionstheoretischen Blick auf aktivierte *Rahmungen* von Interagierenden (vgl. Kap. 4.2). In Kapitel 7.1 werden solche *Rahmungen* als gemeinsamer *Deutungshintergrund* von Interagierenden als verbindendes Element der genutzten theoretischen Ansätze ausführlich diskutiert.

Wilkin (2011) von Clark und Brennan (1991). Die Kognitionspsychologen Clark und Brennan (1991) beschreiben am Beispiel eines musikalischen Duetts, das sie als Metapher für Kommunikation nutzen, dass hier *Inhalt* – beide Musiker*innen spielen/singen das gleiche Mozartstück – und *Prozess* – wann sind die jeweiligen Einsätze der Musiker*innen, wie wird forte oder pianissimo gespielt, welches Tempo wird gespielt, usw. – koordiniert werden müssten. Dies erfordere allerdings gewisse Voraussetzungen.

„They cannot even begin to coordinate on content without assuming a vast amount of shared information or common ground – that is, mutual knowledge, mutual beliefs, and mutual assumptions [...].“ (Clark & Brennan, 1991, S. 127)

Grounding wird dabei als grundlegender Prozess beschrieben, der diesen *common ground* erst möglich mache. Das *grounding* umfasse den Prozess der gemeinsamen Feststellung, dass das, was gesagt wurde, verstanden ist bzw. die Einigung der Interagierenden darüber, was auf Grundlage des bisher Verhandelten als verstanden gelten kann. Es sei geprägt von dem Anliegen der Interagierenden, was sie mit ihrer Interaktion erreichen wollen und von dem Medium,⁸² in dem diese Interaktion stattfindet.

„The contributor and his or her partners mutually believe that the partners have understood what the contributor meant to a criterion sufficient for current purpose. This is called the *grounding criterion*. Technically, then, grounding is the collective process by which the participants try to reach this mutual belief.“ (Clark & Brennan, 1991, S. 129, Hervorhebung im Original)

Mit dem *Medium* der Interaktion werde geklärt, ob es sich um eine face-to-face Interaktion handelt, eine E-Mail-Korrespondenz, ein Telefongespräch, einen persönlichen Brief, usw. Je nach der Wahl des *Mediums* seien andere Prozeduren gefragt, um *grounding* zu ermöglichen und den *common ground* mit seinem Gegenüber abzugleichen.⁸³ *Grounding* ist also im Prinzip zu verstehen als ein mediumspezifischer Prozess, aus dem der *common ground* hervorgeht und der diesen gleichsam mitkonstruiert. Beide unterliegen dynamisch ständigen Veränderungen und determinieren sich gegenseitig.

⁸² Der Begriff des *Mediums* ist hier etwas anders verwendet als bspw. bei Fricke (2012). Fricke (2012) folgend liegt *Multimedialität* dann vor, wenn an einer Äußerung – sei sie mündlich, schriftlich oder auch gebärdensprachlicher Art – gleichzeitig und parallel mehrere *Medien* beteiligt sind. Als Beispiel nennt Fricke (2012) das gleichzeitige Vorlesen eines Textes und das Schreiben dieses Textes auf einem Overheadprojektor, der darüber hinaus mit einem Mikrophon ausgestattet ist, um die Schreibgeräusche hörbar zu machen (vgl. Fricke, 2012, S. 48f): *Medium* ist dann u. a. die sichtbare Schrift beim Schreiben, die hörbare Sprache beim Lesen und das hörbare Schreiben auf dem Overheadprojektor. Darüber hinaus wird z. B. eine technische Apparatur verwendet. Verschiedene *Sinnesmodalitäten* sind zwar beteiligt (Hören, Sehen). Es liegt dabei aber *keine* strukturelle oder funktionale Integration oder Manifestation im sprachlichen Code vor. Dies ist nur bei *Multimedialität* der Fall (vgl. Fricke, 2012, S. 49f), wenn z. B. Gesten attributiv in die Syntax der gesprochenen Sprache eingebettet und somit als grammatikalischer Satzbaustein verwendet werden (vgl. Kap. 3.2.3).

⁸³ In der vorliegenden Arbeit wird die face-to-face Interaktion als *Medium* in diesem Sinne untersucht (vgl. Kap. 9). Es könnte sich in den Analysen zeigen, dass die darin verwendeten *Modi* – also vor allem die hier in den Blick genommenen Gesten im Zusammenspiel mit der jeweils verwendeten Lautsprache – ebenso Prozesse eines solchen annehmbaren *groundings* gestalten.

3 Erkenntnisse aus der Gestikforschung

„Thus, the process of grounding is an incremental process, which requires constant and careful coordination of the individuals involved. This incremental, iterative process provides interactants with the basis for updating their common ground on a moment-by-moment basis [...].“ (Holler & Wilkin, 2011, S. 135)

In Anlehnung an Studien von Gerwing und Bavelas (2004) und Holler und Stevens (2007), berichten Holler und Wilkin (2011), dass bei höherem Grad dieses *common grounds* der Gesprächspartner*innen Gesten gezeigt würden, die weniger präzise in Form und übermittelter Informationen seien (vgl. Holler & Wilkin, 2011, S. 140). Offensichtlich führt also eine steigende Vertrautheit der Gesprächspartner*innen dazu, dass Gesten weniger deutlich bzw. exakt ausgeführt werden müssen und eine reduzierte Form dieser ausreicht, um auf als geteilt Geltendes zu verweisen. Eine beobachtete bspw. rudimentär ausgeführte Gestenform in meinen Daten könnte dann also ein Verweis auf ihre eigentlich bereits unter den Interaktionspartner*innen bekannte exakte und präzise, informationsdichte Gestenform und ein ausgehandeltes gemeinsam geteiltes Verständnis bezüglich eines verhandelten Sachverhaltes sein. Die Studie von Holler und Wilkin (2011) stellt heraus, dass Gesten-Mimikry in den von ihnen analysierten Daten drei Funktionen übernimmt:

Sie wird erzeugt ...

- 1) ... bei *Darstellungen* z. B. bestimmter, relevanter Aspekte des gemeinsam Verhandelten;
- 2) ... bei *Zustimmung* oder *Akzeptanz dieser Darstellungen* und
- 3) ... zur *Verdeutlichung wachsenden Verstehens* über das, was inhaltlich gemeint ist bzw. aktuell verhandelt wird.

Die Proband*innen in Holler und Wilkins (2011) Studie sollten sich über die Anordnung von Karten verständigen, auf denen Tangramfiguren, also Figuren zusammengesetzt aus geometrischen Formen, abgebildet waren.

Bei Gesten-Mimikry als *Darstellungen* wurde z. B. ‚wie ein Eisläufer‘ lautsprachlich geäußert und gleichzeitig eine Geste gezeigt, die das Gegenüber dann mimikrierte. Dabei konnten solche mimikrierten Gesten dazu führen, dass dieser einmal ausgehandelte Verweis auf eine Figur lautsprachlich in der weiteren Interaktion nicht mehr explizit oder zumindest mit anderen Worten gemacht werden konnte, weil offensichtlich gestisch bereits dargestellt war, was gemeint war. Die Geste wurde Teil des *common grounds*. Ebenso konnte eine solche Mimikry-Geste genutzt werden, um auf eine andere Konzeptualisierung der diskutierten Tangramfigur zu verweisen verbunden mit einem lautsprachlichen Hinweis auf diese verschiedene Deutung und die Abstimmung, dass von beiden damit ein und dieselbe Figur gemeint war. Mimikry-Gesten führten in den untersuchten Situationen also zu einer flexiblen Wort- oder Konzeptualisierungsauswahl. Bezüglich der *Zustimmung oder Akzeptanz der Darstellungen* stellten Holler und Wilkin (2011) fest, dass z. B. eine lautsprachliche Erläuterung einer

Tangramfigur mit passender Geste von Person A durch Person B unterbrochen wurde bzw. Person B die Äußerung in einem hochgradig kollaborativen Prozess vervollständigte, verbunden mit einer Gesten-Mimikry der Geste von Person A. Bei der *Verdeutlichung wachsenden Verstehens* wurde meist ohne lautsprachliche Bestätigung des Verständnisses die Geste vom Gegenüber mimikriert und drückte damit, ohne auf Lautsprache angewiesen zu sein, wachsendes Verständnis aus (vgl. Holler & Wilkin, 2011, S. 142ff).

Alle drei Funktionen der Gesten-Mimikry trugen zur Etablierung gemeinsam geteilten Verstehens über einen bestimmten Inhalt der Interaktion unter den Interagierenden bei und waren damit Teil von *grounding-Prozessen* und der Emergenz des *common grounds*. Holler und Wilkin (2011) messen daher Gesten-Mimikries eine hohe Bedeutung für interaktive Prozesse der Kollaboration und des Teilens von Bedeutungen bei (Holler & Wilkin, 2011, S. 150). Sie sind daher für die Analysen in der vorliegenden Arbeit von Bedeutung, wenn es darum gehen wird, Gestik-Lautsprache Relationen der Lernenden in der Interaktion näher zu betrachten und solche kollaborativen Prozesse zu rekonstruieren.

4 Erkenntnisse aus der mathematikdidaktischen Interaktionstheorie: Soziale Konstituierung mathematischen Lernens

Es wird im folgenden Kapitel zunächst darum gehen, die Interaktionstheorie des Mathematiklernens in ihren Grundzügen darzustellen, die eine der theoretischen Säulen der vorliegenden Arbeit darstellt. Dabei beziehe ich mich insbesondere auf die Arbeiten von Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001). Der Ansatz von Sfard (2001, 2008) und ausgewählte Aspekte aus dem Kooperationsmodell nach Tomasello (2008) werden für die Beschreibung der Perspektive der sozialen Konstituierung von mathematischem Lernen in ergänzender Weise aufgeführt: In Sfards (2003, 2008) und Sfards und Lavies (2005) Ansatz des Partizipierens an einem mathematischen Diskurs lassen sich Anknüpfungspunkte zur interaktionistischen Lerntheorie nach Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001) identifizieren und eine Beschreibung dessen ableiten, was einen Diskurs als *mathematisch* auszeichnet. Dies spannt theoretisch den Rahmen auf, was Datengrundlage der Forschungsarbeit ist, nämlich mathematische Interaktionen von Lernenden. Tomasello (2008) nimmt in seinen Überlegungen zu den Ursprüngen menschlicher Kommunikation bestimmte Gesten als Wegbereiter in den Blick und entwickelt ein in Teilen zum interaktionistischen Ansatz kompatibles Kommunikations- bzw. Kooperationsmodell, in dem in Bezug auf die kooperativ ausgerichtete, menschliche Kommunikation vor allem das Konzept der sogenannten „shared intentionality“ (Tomasello, 2008, S. 72ff) von Bedeutung ist.

In der Interaktionstheorie mathematischen Lernens werden bisher vornehmlich lautsprachliche Ausdrucksweisen in mathematischen Interaktionen fokussiert. Gestische Äußerungen Lernender werden stärker als zusätzliche Anteile des hauptsächlich analysierten und theoretisch beschriebenen, lautsprachlichen Aushandlungsprozesses beachtet. Gesten erfahren also eher keine eigenständige Betrachtung, die einem multimodalen Sprachbegriff (vgl. Fricke, 2012; Huth, 2011a, 2014; Kap. 3.2.3), wie er für meine Forschungsarbeit in Bezug auf die besondere Relation von Lautsprache und Gestik angenommen wird, gerecht wird. Für eine differenzierte Erforschung der Gestik, insbesondere auch im Zusammenspiel mit der Lautsprache, ist daher eine integrative Erweiterung der interaktionistischen Theorie mathematischen Lernens bezüglich der Ausdrucksmodi Gestik und Lautsprache in deren besonderer Relation innerhalb des fokussierten Bereiches meiner Forschung anzustreben.

4.1 Mathematisches Lernen aus der Perspektive einer mathematikdidaktischen Interaktionstheorie

Der Ansatz der Interaktionstheorie in der Mathematikdidaktik wurde vor allem durch die Arbeiten in den 70er Jahren am Institut für Didaktik der Mathematik an der Universität

Bielefeld und der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Heinrich Bauersfeld geprägt.⁸⁴ Diese Interaktionstheorie orientiert sich in ihren Grundzügen zunächst an einem radikalen Konstruktivismus, der durch eine der sozialen Eingebundenheit verpflichteten Auseinandersetzung schließlich zu einem konsequent interaktionistischen Blick führt und in diesem Sinne eine weitreichende Perspektive auf die soziale Konstituierung des Mathematiklernens aufspannt. Dabei findet, wie Krummheuer und Brandt (2001) ausführen, die mathematikdidaktische Interaktionstheorie Anbindung an Forschungstraditionen der interpretativen Sozialforschung (vgl. Bohnsack, 1993, 2008) und einer ethnomethodologischen Perspektive sowie dem symbolischen Interaktionismus nach Blumer (1969, zitiert nach Krummheuer & Brandt, 2001, S. 11ff). Maßgeblich geprägt wurde die interaktionistische Theorie des Mathematiklernens nach Bauersfeld (2000) von einem grundlegenden Wandel des Blicks auf Lernen:

„Zwei Einsichten haben in den letzten Jahrzehnten unsere Vorstellungen vom Lernen tiefgreifend verändert: das Ernstnehmen des radikal-konstruktivistischen Prinzips von der unumgänglichen Individualität alles Konstruierens von Sinn und Bedeutung in unserer Welt und das Anerkennen der tiefgründigen Abhängigkeit aller geistigen Entfaltung des Menschen von der sozialen Interaktion.“ (Bauersfeld, 2000, S. 117)

Die individuelle Konstruktionsleistung von Bedeutung, die nicht etwa objektiv gegeben und lediglich zu erwerben ist, wird hierin ebenso betont wie die interaktive Verortung des Lernens – im Zitat als *geistige Entfaltung des Menschen in Abhängigkeit von sozialer Interaktion* bezeichnet. Im Rahmen einer Theorieentwicklung interaktionistischer Art wurde der im Zitat ebenso benannte Blickwinkel des radikalen Konstruktivismus u. a. von Voigt (1984), Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001) aufgegriffen und sozial gewendet hin zu einem sozialen Konstruktivismus, der es erlaubt, Grundlagen einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens zu beschreiben. Eine interaktionstheoretische Sichtweise auf das Lernen im Allgemeinen und das Mathematiklernen im Besonderen steht damit auch für einen Wandel in der mathematikdidaktischen Forschung, die sich zu einer eigenen Lerntheorie zur Beachtung der Besonderheiten *mathematischer* Lernprozesse entwickelt hat, wodurch die Eigenständigkeit der Mathematikdidaktik als Wissenschaftsdisziplin herausgestellt wird (vgl. Krummheuer, 1992, S. 1ff). Zur Berücksichtigung der Besonderheiten mathematischer Lernprozesse im Rahmen der Interpretativen Forschung (vgl. Brandt & Tiedemann, 2019; Krummheuer & Naujok, 1999) gehört u. a. die Beschreibung und Untersuchung mathematischer Lernbedingungen im gesamten familiären und institutionellen Sozialisationsverlauf. Angefangen von supportiven Strukturen in familialen mathematisch geprägten Interaktionen (vgl. Tiedemann, 2012; Acar Bayraktar, 2014) über das Lernen im Kindergartenalter (vgl. Beck, 2022; Vogel, 2014; Vogler, 2020), in der schulischen Sozialisation (vgl. Billion, 2021; Huth, 2011a, 2011b, 2013, 2014) und des Studiums (vgl. Vogel & Zerlik,

⁸⁴ Vgl. für einen Überblick über die Bielefelder Arbeiten und die Grundzüge Interpretativer Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik Krummheuer und Voigt (1991), Maier und Voigt (1994) und Jungwirth und Krummheuer (2006, 2008).

2013), stellt sich das Lernen von Mathematik als hochgradig sozial konstituiert dar. Die Eingebundenheit in eine soziale Welt ist damit nicht Randerscheinung von mathematischen Lernprozessen, sondern geradezu eine Bedingung des Lernens an sich ebenso wie die Konstruktion von Bedeutung *in* der sozialen gegenseitigen Bezugnahme der Interagierenden und nicht durch eine *äußerlich gegebene und lehr- und lernbare* Wahrheitsinstanz.

In der vorliegenden Arbeit ist insbesondere das Mathematiklernen in der Grundschule von Bedeutung, da mathematische Interaktionssituationen von Zweitklässler*innen als Datengrundlage dienen (vgl. Kap. 9). Neben der interaktionistischen Maxime der sozialen Konstituierung des Lernens, ist daher insbesondere die Fachspezifik der Mathematik im Rahmen einer mathematikdidaktischen Lerntheorie zu beachten, aus der sich eine solche Theorie heraus konzipiert (vgl. Krummheuer, 2011a). Ein fachwissenschaftlich und fachdidaktisch orientiertes Bild von Mathematik berücksichtigt in einer solchen Theorie u. a. deren Vielfalt bezogen auf die verschiedenen mathematischen Bereiche, die Beziehungen dieser Bereiche untereinander im Entwicklungsverlauf mathematischen Lernens, sowie die kulturellen Formungen der Mathematik und ihre Nutzung eines besonderen Zeichensystems, das als mathematikspezifisch gelten kann. Sarama und Clements (2008) beschreiben insgesamt fünf mathematische Bereiche und verweisen insbesondere auf deren Wechselwirkungen im Lernen von Mathematik. Die Bereiche finden sich auch in den Bildungsstandards Mathematik für die Grundschule wieder (vgl. Hessisches Kultusministerium, 2011; Walther, van den Heuvel-Panhuizen, Granzer & Köller, 2011). Es handelt sich hierbei um *Geometrie, Muster und Strukturen, Zahlen und Operationen, Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit* und *Größen und Messen* (vgl. Sarama & Clements, 2008, S. 69f).⁸⁵ Krummheuer (2011a) unterstreicht die Vielseitigkeit der Mathematik und verbindet diese mit dem interaktionstheoretischen Blick auf das Mathematiklernen. Er betont,

„[...] dass wir die Mathematik in der Theorieentwicklung als konstitutive Dimension und nicht (nur) als Anwendungsfall für eine universell verstandene psychologische Entwicklungstheorie verstehen. Die Mathematik wird als eine spezifisch inhaltlich fixierte und kulturhistorisch gewachsene Perspektive auf soziale und naturwissenschaftliche Phänomene verstanden, die sie hinsichtlich allgemeiner Strukturen und Muster untersucht.“ (Krummheuer, 2011a, S. 26)

Die Mathematik ist damit nicht reines Anwendungsfeld einer Lerntheorie, sondern konstitutiver Bestandteil dieser. Lernen wird nach Krummheuer und Brandt (2001) nicht umfassend genug betrachtet, wenn man sich ausschließlich mit dem individuellen Lernen im inneren des Menschen beschäftigt. Dieses Vorhaben benötigt vielmehr die Beobachtung und Analyse dessen, was *zwischen Menschen in Interaktion* stattfindet (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 13). Damit gewinnen Begriffe des kollaborativen Lernens und der ko-konstruktiven

⁸⁵ In der vorliegenden Arbeit wird diesem Anspruch durch die Untersuchung von Interaktionssequenzen aus verschiedenen mathematischen Bereichen (Kombinatorik und Geometrie) begegnet (vgl. Kap. 9).

Prozesse im Lernen (Brandt & Höck, 2011, 2012) besondere Bedeutung, insbesondere was kindliche Lernprozesse angeht.⁸⁶

4.2 Mathematisches Lernen im Prozess kollektiver Bedeutungsaushandlung

Ins Zentrum ihrer Untersuchungen stellen Krummheuer und Brandt (2001) das Gespräch von mindestens zwei Personen, welches sie als „soziales Phänomen der kollektiven *Bedeutungsgenese*“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 15, Hervorhebung im Original) betrachten. Die Annahme von Aushandlungen in der Interaktion und von „als gemeinsam geteilt geltende[n] Deutungen“ (Krummheuer, 1992, S. 18; vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14), die nicht von vorneherein gegeben, sondern erst in der Interaktion erzeugt werden, beziehen sie dabei prinzipiell auf jedes Gespräch, das zwischen mehreren Personen stattfindet. Eine Ausnahme bildet dabei eine auf routinierte Handlungen basierende Gesprächspraxis, bei der in erheblichem Maße festgelegtes und aufeinander abgestimmtes Wissen reproduziert wird (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 15). Aber auch hier kann man im Sinne einer Interaktionstheorie annehmen, dass diese Handlungsrountinen auf Aushandlungen und der Emergenz von stabilisierten Bedeutungszuschreibungen basieren, die irgendwann haben stattfinden müssen, um einen routinierten Austausch dieser Art möglich zu machen.

Die Interaktion gilt in diesem Ansatz als konstitutiv für den mathematischen Lernprozess. Krummheuer und Brandt (2001) merken an, dass durchaus eine individuelle Beschäftigung und Vertiefung in ein Interessenfeld möglich ist, z. B. durch das Studieren eines Buches in Einzelarbeit ohne direkte*n Gegenüber. Solche Lernprozesse verorten sie aber in einem späten Stadium der Entwicklung (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 13f). Es liegt beim Selbststudium anhand eines Buches kein synchroner sozialer Austausch im Sinne einer Interaktion vor, wie sie von Krummheuer und Brandt (2001) ins Zentrum ihrer Betrachtung gerückt wird. Dennoch lässt sich nicht absprechen, dass hierbei potentiell etwas gelernt werden kann. Betrachtet man das in Form von Büchern dokumentierte Wissen als *gewachsen aus Interaktionsprozessen*, kann das Selbststudium im Buch jedoch durchaus auch als Teil eines sozialen Prozesses gedeutet werden. Ein Buch oder Text jeglicher Art spiegelt Aspekte der kulturellen Eingebundenheit der Autor*innen in eine soziale Sprachgemeinschaft wider. Und schließlich ist auch der Austausch von Leser*in und Autor*in des Buches eine Art von Interaktion, wenn auch mit einer hohen kommunikativen Distanz. Der*die Leser*in deutet und interpretiert die Ausführungen des*der Autors*in, stellt Bezüge her und ringt um ein Verständnis dessen, was der*die Autor*in vermeintlich gemeint hat: Er*sie re-konstruiert also die mutmaßliche Bedeutung des geschriebenen Textes und nutzt dabei einen angenommenen gemeinsamen Deutungshintergrund mit dem*der Autor*in. Weist dieser

⁸⁶ Der Begriff der Ko-Konstruktion wird in Kapitel 4.2 noch einmal aufgegriffen mit Verweis auf Brandt und Höck (2011, 2012) und Höck (2020).

Deutungshintergrund eine geringe gemeinsame Passung auf, weil z. B. Autor*in und Leser*in verschiedenen Sprachgemeinschaften und damit Diskursen angehören und bspw. ein unterschiedliches Vokabular nutzen, steigt der Schwierigkeitsgrad des Textverstehens auf Seiten des*der Leser*in. Es wäre denkbar, in einen Dialog mit dem*r Autor*in über den Inhalt des Buches zu treten, der sich an die individuelle Auseinandersetzung mit dem Buch anschließen könnte – etwa in Form einer face-to-face Interaktion oder einer Buchrezension oder auch in Form einer Diskussion unter Leser*innen ohne Einbezug des*r Autors*in. Auch hier spielen also soziale Bedeutungszuschreibungen auf Grundlage von Interpretationsprozessen eine Rolle, die im Prozess der wechselseitigen Auseinandersetzung emergieren. Die Bezugnahme aufeinander bekommt natürlich eine andere Dimension: Sie findet nicht simultan statt, aber dennoch ist einem*r Autor*in die Leser*innenorientierung schon während des Schreibprozesses zu unterstellen und einem*r Leser*in das Bemühen um das Verstehen des*r Autors*in. In gewisser Weise interagieren sie also miteinander über das Medium des geschriebenen Textes, partizipieren an einem Diskurs und fragen sich einerseits *wie wird der Text von der Leserschaft verstanden?* und andererseits *wie ist der Text zu verstehen?* Sfard und Lavie (2005) weisen in diesem Sinne ausdrücklich auch auf das Lesen eines Buches hin, wenn sie ausführen, was als *mathematischer Diskurs* gelten kann (vgl. Sfard & Lavie, 2005, S. 245; Kap. 4.1.2 u. Kap. 8.2.2).

Mit der Interaktionstheorie mathematischen Lernens wird der Blick darauf gerichtet, wie die Sinnzuschreibungen und Situationsdeutungen der jeweils Beteiligten *in der Interaktion*, und damit bereits gewissermaßen sozial eingefärbt, hervorgebracht und in kollektiven Argumentationsprozessen thematisiert werden. Diese können dann im Verlauf der Interaktion zu *als geteilt geltenden Deutungszuschreibungen* führen, ein Begriff, der keine gleiche oder übereinstimmende Bedeutung beschreibt, sondern eine Art in der Interaktion emergierte Einigung dessen, was als gemeinsam geteilt geltende Deutung gelten soll. Eine dynamische Basis also, auf die sich die Beteiligten interaktiv einigen und von der aus sie die Interaktion weiter gestalten und bewältigen können. Mit Blick auf mathematische Interaktionen als Raum für solche Lernprozesse stellt sich aus mathematikdidaktischer Sicht die Frage, unter welchen Umständen die Prozesse der mathematischen Interaktion erfolgreich verlaufen können in Bezug auf das Lernen von Mathematik. Die Hervorbringung von einer (vorübergehend) „als gemeinsam geteilt geltende[n] Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18) durch die Beteiligten kann gerade durch ihre Entstehung in Interaktion als anfällig für nicht erfolgreiche Verläufe eingestuft werden (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14). Dabei erscheint gerade diese als besonders zentral für den Lernprozess, auch wenn dadurch keine Lerngarantie entstehe:

„Die als gemeinsam geteilt geltende Deutung ist also zum einen sozial konstituiert und kann zum anderen für das Individuum potentiell neuartig sein, wenn sie die Deutungskapazität des Individuums systematisch überschreitet.“ (Krummheuer, 1992, S. 43)

Sicher lassen sich auch Interaktionsverläufe rekonstruieren, in denen die Interagierenden von einer vermeintlich „als gemeinsam geteilt geltenden Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18)

ausgehen und sich in einer an die Interaktionssituation angelegten Analyse eine stark differente Bedeutungszuschreibung aus Sicht des*r Forschers*in rekonstruieren lässt. Krummheuer (1992) weist darauf hin, dass sich Aushandlungsprozesse als eher schwierig und auch durchaus von Krisen geprägt darstellen können (vgl. Krummheuer, 1992, S. 28). Bedeutungsaushandlungen, gerade auch mit den damit verbundenen Reibungspunkten, sind aber zentral in Bezug auf die aufgespannte Lerntheorie.

„Die Bedeutungsaushandlung ist für die weiteren lerntheoretischen Betrachtungen der zentrale Begriff aus dem interaktionistischen Ansatz. In ihm wird die Möglichkeit einer sozialen Bedeutungsgenese postuliert, die mit einer individuellen Bedeutungsgenese verschränkt ist. Wenn Lernen sozial induziert ist, dann stellen diese Aushandlungsprozesse die interaktive Bedingung der Möglichkeit zur individuellen Konstruktion neuer Bedeutungen dar.“ (Krummheuer, 1992, S. 30)

Krummheuer und Brandt (2001) betrachten als „[...] spezifisch lernermöglichende und lernförderliche Interaktionsprozesse [...]“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 18) sogenannte *kollektive Argumentationen*. Für Lernende bedeutet dies *Teil zu haben* an diesen kollektiven Argumentationen, um den Status als Partizipierende hin zu einer zunehmend autonomen Rolle zu entwickeln. Dabei unterscheiden Krummheuer und Brandt (2001) bezüglich des Grades an mehr rezeptiver oder aktiver Partizipation zwischen „Teilsein“ und „Teilnehmen“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 17f). *Ist ein Lernender Teil einer kollektiven Argumentation, orientiert er sich in seinem Handeln stärker an den Handlungen der Anderen; nimmt er Teil, dient sein eigenes Handeln als Orientierung für das Handeln der Anderen. Erfolgreich ist diese Teilhabe dann, wenn eine*

„[...] schrittweise zunehmende Handlungsautonomie im Rahmen von interaktiv stabilisierten Interaktionsstrukturen (,standardisierte Interaktionsmuster‘).“⁸⁷ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 20, Hervorhebungen im Original)

anhand von Rollenverschiebungen der Beteiligten rekonstruierbar ist. Krummheuer (2011a) führt in Bezug auf diese zunehmende Handlungsautonomie in mathematischen Diskursen im Rahmen einer interaktionstheoretischen Beschreibung der mathematischen Denkentwicklung die Fragen an, wie das Interaktionssystem diese Handlungsautonomie der Beteiligten ermögliche, und inwiefern das Individuum dann diese bereitgestellten Möglichkeiten zur Veränderung seines Partizipationsstatus nutzt (vgl. Krummheuer, 2011a, S. 33).

⁸⁷ *Interaktionsmuster* entstehen in Interaktionen und sind eine Art von routinierten Strukturen innerhalb dieser. Sie stellen die Bewältigung der Interaktionssituation für die Beteiligten sicher und lassen sich mithilfe einer detaillierten Analyse des Interaktionsverlaufes rekonstruieren. *Interaktionsmuster* sind keine Lehrmethoden oder von Seiten der Beteiligten bewusst anwendbare didaktische Konzepte zur Initiierung bestimmter Lernziele. Vielmehr emergieren sie unbewusst in der wechselseitigen Bezugnahme der Beteiligten aufeinander und determinieren die Interaktion. Sie stellen Regeln und Strukturen bereit zur Bewältigung von Interaktion. „Insbesondere im Alltag von Institutionen, so im Unterricht, bilden sich Interaktionsmuster heraus, die das wechselseitig aufeinander bezogene Handeln der Beteiligten regelhaft zu steuern scheinen, ohne daß das Zustandekommen und der Ablauf dieser Muster den Handelnden selbst zureichend bewußt wären und ohne daß es möglich wäre, einzelnen Beteiligten die Verursachung oder Auslösung zuzuschreiben [...]“ (Bauersfeld, 2000, S. 124) Für das Interaktionsmuster trägt in diesem Sinne auch gewissermaßen das Kollektiv aller Beteiligten die Verantwortung.

Hinsichtlich der Frage des Partizipationsstatus beschreiben Krummheuer und Brandt (2001) das sogenannte *Produktions- und Rezipientendesign* für eine produktive bzw. stärker rezeptive Teilnahme an mathematischen Argumentationsprozessen von Lernenden (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 38ff). Dieses theoretische Modell der Partizipation dient nach Brandt (2004) dazu, die Begriffe des*r Hörers*in und des*r Sprecher*in für mathematische Unterrichtssituationen anzupassen (vgl. Brandt, 2004, S. 32). Nach Brandt (2004) könnten mit der Beschreibung der Rezipientenrollen „[...] Ausdifferenzierungen hinsichtlich der Hörerschaft und die Beziehung verschiedener Interaktionsstränge [...] zueinander“ (Brandt, 2004, S. 32) herausgearbeitet werden.

„Das Produktionsdesign einer Äußerung besteht in der Dekomposition dieser Äußerung in die akustische Realisierung, die verbale Formulierung und die inhaltliche Funktion.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 41)

Diese Produktion der einzelnen Äußerungselemente kann von mehreren Personen erfüllt werden. Dabei ist rekonstruierbar, welchem*r der Interagierenden welcher Anteil der Verantwortung und der Originalität für die Formulierung einer mathematischen Argumentation in der analytischen Rekonstruktion unterstellt werden kann (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 41). Es lässt sich nach Brandt (2004) in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001) auf diese Weise eine Äußerung in ihre Komponenten zerlegen: *akustische Realisierung*, *syntaktisches Gebilde/Wortwahl/Form* und *inhaltsbezogener Beitrag zur Bedeutungsaushandlung* (vgl. Brandt, 2004, S. 34). Die drittgenannte *Inhaltsfunktion* wird dann bezüglich ihrer Argumentationsbreite und -tiefe mithilfe Toulmin'scher Kategorien weiter ausdifferenziert und beschrieben (vgl. Brandt, 2004, S. 34f). Die Rollen im Produktionsdesign umfassen zunächst *Kreator*in*, *Traduzierer*in*, *Paraphrasierer*in*, *Imitier*in*. Als *Kreator*in* erzeugt ein*e Interagierende*r eine eigene Formulierung aus einer neuen Idee und äußert diese auch. *Traduzierer*in* ist diejenige Person, die inhaltlich eine eigene und neue Idee äußert, dabei jedoch auf die Formulierung und Wortwahl eines*r Anderen zurückgreift. *Paraphrasierer*innen* übernehmen demgegenüber zwar die Idee eines*r Anderen, erzeugen dabei aber eine neue Art der Formulierung dieser. Als *Imitier*in* wird die Idee eines*r Anderen in einer Äußerung oder Handlung imitiert. Im sogenannten „stillen Part des Produktionsdesigns“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 47) werden die Rollen des*r *Inventor*in*, *Initiator*in* und *Formulator*in* beschrieben.⁸⁸ Die Rolle des*r *Inventor*in* beruht dabei auf einer bereits zuvor akustisch hervorgebrachten Äußerung als *Kreator*in* in der Formulierung und beschreibt die Rolle des*r Urheber*in bezogen auf den Inhalt und die Formulierung der darin hervorgebrachten Idee. Als *Initiator*in* wird eine Idee bereits zuvor hervorgebracht und gilt daher als Anregung für eine aktuell hervorgebrachte Äußerung. *Formulator*in* ist diejenige

⁸⁸ Ich verstehe hier die Rollen insbesondere im *stillen Produktionsdesign* (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 47f) so, dass es zu jeder Sprecher*innenkategorie auch eine Art Gegenpart geben muss: Als Gegenpart zum*r *Imitier*in* in Wortwahl und Inhalt einer Idee muss es dann auch eine Person geben, die hier Urheber*in ist bzw. war, also der*diejenige, der*die ursprünglich als *Inventor*in* dieser imitierten Äußerung bezüglich Wortwahl und Idee bezeichnet werden kann.

Person, die eine zuvor erzeugte Formulierung bereitstellt für die aktuelle Äußerung, die jedoch auch von jemand anderem hervorgebracht werden kann.

Das *Rezipientendesign* betrachtet verschiedene ausdifferenzierte Rollen von Hörer*innen eines Gesprächsbeitrages, die zunächst direkt, z. B. durch Namensnennung, oder indirekt adressiert werden können (vgl. Brandt, 2004, S. 33). Es wird einerseits nach „[...] der Art der Beteiligung des Rezipienten in der Situation (direkt vs. nicht-direkt)“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 51) unterschieden und in einem weiteren Schritt die Adressierung der Äußerung rekonstruiert. Daraus ergeben sich verschiedene Rollenbezeichnungen der Beteiligung der Rezipienten. Brandt (2004) führt als Beispiel das Gespräch zwischen Lehrperson und aufgerufenem*r, direkt adressierten*r Schüler*in in der *Rolle des*r Gesprächspartner*in* an, während die restliche Klasse den Status der *Zuhörenden* einnimmt. Für die nicht-direkte Beteiligung unterscheidet Brandt (2004) in *geduldete Mithörer*in(nen)* und *ausgeschlossenen Lauschern*innen* (vgl. Brandt, 2004, S. 34). Sie hebt zudem hervor, dass die Zuweisung des Rezipientenstatus aus Sicht der sprechenden Person vorgenommen wird, da häufig nicht rekonstruierbar sei, ob auch der*die Rezipient*in selbst die Äußerung auf diese Weise wahrnimmt (vgl. Brandt, 2004, S. 33). Aus der Perspektive der Gestik müssen hier Begriffsanpassungen vorgenommen werden, da es sich, anders als bei der Lautsprache, um keinen auditiv wahrnehmbaren Modus handelt (vgl. Kap. 10.3.1).⁸⁹

Brandt und Höck (2011, 2012) nehmen sogenannte *Ko-Konstruktionen* von Interagierenden in mathematischen Situationen in den Blick. Sie betonen die Symmetrie in Bezug auf die Versiertheit der Beteiligten und beschreiben Ko-Konstruktionen als einen Prozess der gemeinsamen Koordination von subjektiven Konstruktionen, der über die reine Arbeitsteilung oder gegenseitige Abstimmung von Verstehen hinausgeht. Der Begriff umfasst im Verständnis von Brandt und Höck (2011) damit mehr als die einzelnen Einbringungen der Individuen mit dem Bestreben eines gegenseitigen Verstehens, sondern ...

„Ko-Konstruktion beschreibt [...] einen Konstruktionsprozess auf sozialer Ebene und nicht ein (unterstelltes) wechselseitiges Verstehen im Interaktionsprozess.“ (Brandt & Höck, 2011, S. 248)

Höck (2020) untersucht ko-konstruktive Momente in mathematischen Interaktionen von Grundschulkindern (vgl. Höck, 2020, S. 95). Darunter versteht sie die kollektive Hervorbringung einer „[...] als gemeinsam geteilt geltenden Idee [...]“ (Höck, 2020, S. 95, Hervorhebungen im Original), die hier als „[...] ko-konstruktive Lösungs idee [...]“ (Höck, 2020, S. 95) verstanden wird. Höck (2020) beschreibt verschiedene Typen von Ko-Konstruktionen. Typ 1 umfasse eine bezüglich der mathematischen Versiertheit symmetrische Konstellation von Lernenden, Typ 2 eine diesbezügliche asymmetrische Konstellation, weil bspw. ein*e der Lernenden sich als versierter zeigt und einen Lösungsansatz vorgibt (vgl. Höck, 2020, S. 95f). Mit Typ 0 der Ko-Konstruktion ist in Anlehnung an die Forschungen von Brandt und Höck

⁸⁹ Das *Rezipientendesign* ebenso wie das nun folgend kurz dargestellte *Produktionsdesign* wird für die Analysen in der vorliegenden Arbeit nicht genutzt, eröffnet aber am Ende der Arbeit einen Ausblick auf mögliche gestische Erweiterungen dieser Designs, die in Kapitel 10.3.1 als erste Idee aufgespannt werden.

(2011) die Vorstellung verbunden, dass von Beginn an eine unstrittige mathematische Idee gemeinsam verfolgt wird, die dann zur Konstruktion einer gemeinsamen Lösung im Verlauf der Interaktion führt (vgl. Brandt & Höck, 2011, S. 277). Höck (2020) zeigt an einem Beispiel, dass die Vertrautheit von Lernenden in mathematischen Interaktionen durchaus auch dazu führen kann, dass eingeschlagene mathematische Lösungswege nicht mehr hinterfragt werden. Auch Impulse der Lehrkraft konnten im angeführten Fall nicht dazu führen, dass die Schüler*innen ihre Lösung noch einmal überdenken (vgl. Höck, 2020, S. 103). Höck (2020) schlussfolgert, dass sich durch die gegenseitige sprachlich hervorgebrachte Stützung der jeweiligen Argumentation lernförderliche Momente in solchen Interaktionen ergeben könnten, jedoch in der Kontrastierung mit der mathematischen Lösungsidee der Lehrperson ebenso ein Widerspruch bestehen bleiben könne. Folgen solcher Widersprüche gelte es weiter zu erforschen (vgl. Höck, 2020, S. 104f).

Mit Blick auf die rekonstruktiv angelegte Analyse von (kollektiven) Argumentationen, die einen gewissen Grad an Substanz aufweisen, nutzen Krummheuer & Brandt (2001) Ausschnitte aus dem funktionalen Kategoriensystem nach Toulmin (1969, zitiert nach Krummheuer & Brandt, 2001, S. 30ff) und passen dies in Teilen an. Es soll hier der Vollständigkeit halber nur kurz dargestellt werden, weil es für die vorliegende Arbeit in den Analysen nicht zur Anwendung kommt, aber dennoch maßgeblicher Teil der hier dargestellte Interaktionstheorie ist.⁹⁰

Toulmin (1969, zitiert nach Krummheuer & Brandt, 2001) beschreibt die von Krummheuer und Brandt (2001) genutzten vier Kategorien der Argumentation: *Datum*, *Konklusion*, *Garant* und *Stützung*. Argumentationen umfassen demnach die Rückführung einer aktuellen Annahme auf bereits bestehende, zweifelsfreie Aussagen. Diese zweifelsfreien Aussagen werden mit dem Begriff des *Datums* verbunden, wobei mehrerer solcher *Argumentationsstränge* in einem *Argumentationszyklus* gleichzeitig und aufeinander bezogen – z. B. durch kontrastierende Argumentationen – auftreten können (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 32). Die Rückführung auf ein *Datum* kann durch einen *Garanten* und eine *Stützung* dieses *Garanten* versehen werden. Wenn sich rekonstruieren lässt, dass mehrere Lernenden und z. B. die Lehrperson an einem *Argumentationsstrang* beteiligt sind, bezeichnen Krummheuer und Brandt (2001) dies als *kollektive Argumentation*. Mit *Garant* und *Stützung* lässt sich die *Tiefe* einer Argumentation bestimmen, während die *Breite* der Argumentation sich dadurch beschreiben lässt, dass eine *Konklusion a* aus einem *Datum a* erzeugt werden kann, die dann als neues *Datum*

⁹⁰ In Kapitel 10 wird versucht, eine perspektivische erste Anbahnung der durch gestische Äußerungen möglichen Erweiterung des *Produktions- und Rezipientendesigns* anzulegen (vgl. Kap. 10.3.1). Für das Toulminsch'e Argumentationsschema zur Herstellung eines Schlusses aufgrund von zweifelsfreien Aussagen ließe sich eine gestische Erweiterung denken bzw. sie sind als potentiell die Interaktion mitkonstituierende Turns möglicherweise ohne größere Anpassungen in die bestehenden Kategorien einzupassen. In der vorliegenden Arbeit wird dies allerdings nicht angestrebt. Durch die Fokussierung der semiotischen Prozesse und ihrer Beschreibbarkeit anhand der Semiotischen Prozess-Karten in einer Adaption von Schreiber (2010) (vgl. Kap. 8.7.1) wird es in der vorliegenden Studie darum gehen, anhand der Zeichenentwicklungen über den Verlauf der Interaktion zu rekonstruieren, welche Funktionen Gesten im Lösungsprozess und in Relation zur Lautsprache erfüllen können. Hierbei steht die Peirce'sche Theorie im Vordergrund, die es ebenso erlaubt, Schlussformen, im Speziellen die der Abduktion, zu beschreiben (vgl. Kap. 6.5).

b fungiert, aus der eine *Konklusion b* folgt, zu denen dann jeweils auch *Garanten a und b* und entsprechende *Stützungen* angebunden werden können (vgl. Krummheuer & Brandt, S. 35f). Brandt (2004) erläutert:


„Insbesondere komplexere Äußerungen können dabei verschiedene argumentative Funktionen übernehmen, aber auch einzelne Wortbeiträge können z. B. sowohl als Datum als auch als Konklusion dienen.“ (Brandt, 2004, S. 35)

Krummheuer und Brandt (2001) weisen darauf hin, dass *Garanten* nicht expliziert sein müssen und bspw. aus Forschungsperspektive rekonstruiert werden können und diese Impliztheit gleichzeitig auch Hinweise darauf geben kann, welchen Komplexitätsgrad die explizierte Argumentation aufweist. An einem Beispiel aus meinen Daten beschrieben, könnten etwa folgende Toulmin'schen Kategorien für einen Ausschnitt aus der im Eingangskapitel 2.2 dargestellten Sequenz von Jakob und Claus bei der Beschäftigung mit einem kombinatorischen Problem angenommen werden. Dabei ist zu beachten, dass Abbildung 4.1.1_1 die mögliche Verschachtelung von Daten und Konklusionen verschiedenen Ranges zeigt.

Konklusion I

Jakob: „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten\“

Jakob: „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten\“




Datum I

Jakob: „weil wir schon alle haben“


+ *gelegte Kärtchenreihenfolgen*

B: “Warum weißt du das/ (.) warum denkst du das/“


Claus: „**Hä!**“




B: „Warum weißt du das/ (.) warum denkst du das/“



Jakob: „weil wir schon alle **haben**\“



Claus: (keine lautsprachliche Äußerung)




Garant I + Stützung I


B: „mhm/ (...)\“

Claus: „**Zeig** mall (.) (flüstert) eins zwei drei (flüstert unverständl. weiter) (...)\“


B: „mhm/ (...)\“



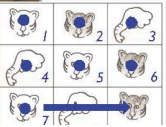
Claus: „**Zeig** mall (.) (flüstert) eins zwei drei (flüstert unverständl. weiter) (...)\“



Kärtchenreihe 1 & 2



Kärtchenreihe 3



tippst auf alle Kärtchen von links nach rechts in der 1. und 2. Reihe, tippst auf das 1. Kärtchen der 3. Reihe, führt anschließend eine fließende Zeigebewegung über die restliche 3. Reihe nach rechts aus

Datum 2

Konklusion 2

B: „Ich glaub dem **Claus** is das noch **nich** so klar\“

B: „Ich glaub dem **Claus** is das noch **nich** so klar\“




Abb. 4.1.1_I Die von Krummheuer und Brandt (2001) verwendeten Toulmin'schen Argumentationskategorien am Beispiel I Kombinatorik mit Jakob und Claus⁹¹

Die Interaktionstheorie nach Krummheuer und Brandt (2001) stützt sich zusätzlich zu den funktionalen Argumentationskategorien nach Toulmin (1969, zitiert nach Krummheuer &

⁹¹ Die hier dargestellte beispielhafte Zuordnung der funktionalen Argumentationskategorien Toulmins ist entsprechend der Verwendung bei Krummheuer & Brandt (2001) vorgenommen. Die Zuordnung ist in einem Gespräch mit Anna-Marietha Vogler am Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik in Frankfurt diskutiert und maßgeblich durch ihre hilfreichen Erläuterungen mit ihr gemeinsam entwickelt worden.

117

Brandt, 2001) auf Annahmen des sogenannten *genetischen Interaktionismus*, der von Miller (1986) in seiner soziologischen Lerntheorie zu kollektiven Lernprozessen aufgegriffen und geformt wurde (vgl. Miller, 1986, S. 5). Lernen wird in dieser Tradition als dialogisch kollektiver Prozess zwischen mindestens zwei Menschen beschrieben (vgl. Miller, 1986, S. 17). Miller (1986) bricht damit mit der seiner Ansicht nach in Soziologie und Psychologie vorherrschenden Tradition des *genetischen Individualismus* und betont in Abgrenzung zu monologischen Prozessen des moralischen und kognitiven Lernens die dialogischen Prozesse. Damit meint Miller (1986):

„[...] Prozesse, die nur als eine Koordination der mentalen Aktivitäten von mindestens zwei Individuen und, in diesem Sinne, als *kollektive Prozesse* möglich sind.“ (Miller, 1986, S. 17, Hervorhebungen im Original)

Miller (1986) hebt hervor, dass nur durch die integrative Eingebundenheit von individuellen Lernprozessen in soziale Prozesse der Interaktion grundlegend Neues gelernt werden kann (vgl. Miller, 1986, S. 5). Dies erscheint synonym zu dem oben aufgeführten Zitat von Bauersfeld (2000) zur Abhängigkeit des Lernens von einer sozialen Konstituierung dieses Prozesses.

„[...] *fundamentales Lernen setzt kollektive Lernprozesse voraus*. Kollektive Lernprozesse lassen sich als eine bestimmte Form des an Verständigung orientierten sozialen Handelns bzw. des kommunikativen Handelns verstehen: kollektive Lernprozesse vollziehen sich im wesentlichen in Form von kollektiven Argumentationen.“ (Miller, 1986, S. 10, Hervorhebungen im Original)⁹²

In Anlehnung an Miller (1986) vollziehe sich nach Krummheuer und Brandt (2001) damit auch mathematisches Lernen im Rahmen kollektiver Argumentationsprozesse, die durch die Eingebundenheit von Schüler*innen in mathematische Interaktionen emergieren (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 17ff; Miller, 1986, S. 10). Argumentieren verstehen Krummheuer und Brandt (2001) als übergeordnetes Ziel mathematischen Unterrichts, das nicht ein einzelnes Lernziel darstelle (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 19f). Vielmehr werde

„[...] durch Partizipation an im Unterricht inszenierten Argumentationsprozessen die *Mathematik selbst* gelernt [...].“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 19, Hervorhebungen im Original)

Argumentieren umfasse mehr als das Beweisen im mathematischen Sinne, sondern schließe auch außermathematische Begründungszusammenhänge mit ein. Insbesondere diejenigen Argumentationen halten Krummheuer und Brandt (2001) für mathematische Interaktionen in der Grundschule für relevant, in denen eine Bedeutungserweiterung durch die Anwendung und mögliche Anpassung einer Aussage stattfinden könne. Miller (1986) bezeichnet kollektive Argumentationen als eine *spezielle Form des kommunikativen Handelns*, dem er eine Doppelrolle als *Lernen zu argumentieren* und *argumentatives Lernen* zuschreibt (vgl. Miller, 1986, S. 15). Ersteres unterstütze durch kollektive Argumentationen die Entwicklung einer rationalen

⁹² Unter „fundamentalem Lernen“ (Miller, 1986) versteht Miller hier ontogenetische Lernprozesse, also solche, die sich im Verlauf der Entwicklung und Bildung des Individuums ereignen und die zu zunehmend adäquaterem Verständnis der Natur, der sozialen Welt und des eigenen Ichs führen (vgl. Miller, 1986, S. 9f).

Urteilsfähigkeit des Individuums, letzteres verstehe die Teilhabe an kollektiven Argumentationen als Gegenstand des Lernens (Miller, 1986, S. 15). Nach Miller (1986) sei es nicht möglich, kollektive Argumentationen durch individuelle Argumentationen hinreichend darzustellen. Der konstituierende Entstehungskontext kollektiver Argumentationen sei die Interaktion und in der Regel sind individuelle Argumentationen Teil einer kollektiven Argumentation, die aber immer das Vorhandensein von Partner*innen, denen gegenüber argumentiert werden kann, voraussetze, so Miller (1986).

„Nur von solchen sozialen bzw. kommunikativen Handlungen, deren primäres Handlungsziel und deren Funktionsweise genau darin besteht, kollektive Lösungen für interindividuelle Koordinationsprobleme zu entwickeln, kann (wenn überhaupt) sinnvollerweise angenommen werden, daß durch sie grundlegende Lernprozesse ausgelöst werden können. Nur *ein* sozialer bzw. kommunikativer Handlungstyp scheint diese Bedingung zu erfüllen, und dies ist der *kollektive Diskurs* oder, um einen etwas genaueren Terminus zu verwenden, die *kollektive Argumentation*.“ (Miller, 1986, S. 23, Hervorhebungen im Original)

Der besondere Anspruch, der an erfolgreiche kollektive Argumentationen gestellt werde, sei es, sich auf der Grundlage einer Menge von Aussagen, die als vom Kollektiv akzeptiert gelten, auf eine Antwort zu einigen, die eine vorher gemeinsam als strittig herausgestellte Frage beantworten kann (vgl. Miller, 1986, S. 26). Dieses „kollektiv Geltende“ (Miller, 1986, S. 26) sei ein Produkt vorausgehender kollektiver Argumentationen und eine nicht mehr weiter ausdifferenzierbare Basis für folgende kollektive Argumentationen. *Argumentieren können* bedeutet in diesem Zusammenhang, ein gemeinsames Ziel, z. B. die Klärung einer als strittig ausgewiesenen Frage, zu verfolgen und dabei dennoch zur Formulierung von Widersprüchen fähig zu sein (vgl. Miller, 1986, S. 26 u. S. 32f).

„Es ist die durch eine kollektive Argumentationspraxis erzeugte *Dynamik des kollektiv Geltenden*, die für das einzelne daran beteiligte Individuum potentiell zur Konstitution einer Dimension von Erfahrung führt, innerhalb deren es die strukturellen Restriktionen seines bereits erworbenen Wissens systematisch überschreitet.“ (Miller, 1986, S. 29, Hervorhebungen im Original)

Ähnlich in Bezug auf die Bedeutung von kollektiven Prozessen argumentiert auch Voigt (1984). Ihm folgend sind solche sozialen und kollektiven Prozesse beim Lernen von Mathematik ebenfalls keinesfalls reine Methode des Mathematiklernens, sondern konstitutiver Bestandteil dessen, was gelernt werde. Die Erwerbssituation bestimmt also mit, was von den Schüler*innen gelernt wird (vgl. Voigt, 1984, S. 7).

Nach Krummheuer und Brandt (2001) kann man Mathematikunterricht einerseits als bereits gestalteter und gleichzeitig andererseits aktiv zu gestaltender Interaktionsraum für die Beteiligten beschreiben (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 17). Die darin interaktiv emergierenden, als gemeinsam geltenden und erzeugten Deutungen des mathematisch Bedeutsamen werden als konstitutive Bestandteile des Mathematiklernens angesehen. Dabei sind die Deutungen nicht *gleich*, wie Voigt (1994) ausführt. Es ist vielmehr davon auszugehen,

„daß die Beteiligten interagieren, als ob sie das mathematische Thema ihres Gesprächs in gleicher Weise verstehen, obwohl das tatsächlich nicht gewährleistet ist. [...] Man kann niemals, selbst in Testsituationen, sicher sein, daß zwei Personen in gleicher Weise denken, wenn sie konfliktlos zusammenarbeiten; insbesondere gilt diese Skepsis, dann, wenn sich die Personen nur auf formale Aussagen und Argumente einigen müssen.“ (Voigt, 1994, S. 91)

Unterricht werde „[...] durch die daran Beteiligten in der Regel als ein relativ gleichförmig strukturierter polyadischer Interaktionsfluss konstruiert [...]“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 56). Hier seien mit Blick auf Potenziale für mathematisches Lernen strukturelle Veränderungen, etwa durch sogenannte „**interaktionale Verdichtungen**“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 56), denjenigen Interaktionsverläufen vorzuziehen, die maßgeblich einen musterhaften „**interaktionalen Gleichfluss**“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 56, Hervorhebungen im Original) zeigten. In letzteren könne man als Schüler*in mit einem relativ geringen Grad an Aufmerksamkeit mitreden, weil z. B. keine Begründungen eingefordert werden würden oder man vorausgehende und positiv bestärkte Schüler*innenäußerungen einfach übernehmen und erneut hervorbringen könne. Interaktionale Verdichtungen aber führten zu veränderten Bedingungen der Partizipationsmöglichkeiten für Schüler*innen, weil der Aufmerksamkeitsanspruch steige, um die Rolle eines*r Gesprächspartner*in zu erfüllen:

„Aus dem potenziell rezeptiven Lerner wird ein potentiell agierender Lerner.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 65)

Als *Interaktionsraum* wird bei Krummheuer und Brandt (2001) in Anlehnung an Soeffner (1989) der unmittelbar erfahrbare, selbst gestaltete und durch eigenes Tun und wechselseitig aufeinander bezogene Handlungen kreierte „Anpassungs-, Handlungs-, Planungs- und Erlebnisraum“ (Soeffner, 1989, S. 12, zitiert nach Krummheuer & Brandt, 2001, S. 17) verstanden. Wenn Menschen interagieren, beziehen sie sich aufeinander und tun dies in wechselseitiger Abhängigkeit der jeweiligen Handlungsweisen. Durch Aushandlungsprozesse und gegenseitig koordiniertem Verhalten emergiert so eine „als gemeinsam geteilt geltende Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18), die situativ vorübergehend Bestand hat, und zwar erzeugt aus der Interaktion heraus und nicht ausschließlich aus den Denk- und Handlungsweisen der einzelnen Individuen. Dies ist vergleichbar mit dem, was Miller (1986) als „kollektiv Geltendes“ (Miller, 1986, S. 26) bezeichnet. Dabei sind per se Deutungen bspw. von Begriffen nicht objektiv gegeben und können in Sinne einer Informationsübertragung von Sender*in zu Empfänger*in weitergegeben werden, sondern das, was als eine solche *als gemeinsam geteilt geltende Deutung* bspw. von Begriffen angenommen werden kann, *emergiert im Prozess* der Interaktion durch kollektive Aushandlungen und Interpretationsangleichungen bzw. -kontrastierungen der individuellen „Situationsdefinition“ (Krummheuer, 1992, S. 22) der Interagierenden. Brandt und Krummheuer (2000) lehnen sich bezüglich der Begriffe *Bedeutung* und *Bedeutungsaushandlungen* an sozialwissenschaftliche Arbeiten an (vgl. Bruner, 1990) und definieren *Bedeutung* folgendermaßen:

„Bedeutungen gehen aus den subjektiven und intentional geprägten Sinnzuschreibungen der betroffenen Akteure, den Situationsdefinitionen hervor. Sie sind zudem durch interaktive Aushandlungen zwischen den Beteiligten aufeinander abgestimmt.“ (Brandt & Krummheuer, 2000, S. 195)

Situationsdefinitionen sind dabei zunächst individuell und beruhen nach Brandt und Krummheuer (2000) auf subjektiven Deutungen bzw. Sinnzuschreibungen, die von Flexibilität und dem ständigen Prozess des Umdeutens geprägt in die Interaktion eingebracht und durch sie auch wieder determiniert würden. Dabei sind sie prozesshaft und weniger als Produkt zu verstehen (vgl. Brandt & Krummheuer, 2000, S. 22) und würden „[...] bereits in Antizipation möglicher Deutungsversuche der anderen Interaktanden erfolg[en], also gleichsam schon eine ‚interaktive‘ Orientierung besitzen [...]“ (Krummheuer, 1992, S. 18, Hervorhebungen im Original).

„In der sozialen Interaktion werden verbindliche Vorgaben für die individuellen Konstruktionsprozesse herausgearbeitet. Mit den individuellen Konstruktionsprozessen gehen also orientierend wirkende soziale Konstitutionsprozesse einher. Die auf diese Weise vorstrukturierten, alternativen Bedeutungskonstruktionen des Individuums finden im interaktiven Austausch Bestätigung, Korrektur oder Ablehnung.“ (Krummheuer, 1992, S. 6)

Dieser Prozess strebe nach einer Konvergenz im sozialen Konstitutionsprozess, worin sich die Unstetigkeit von subjektiven *Situationsdefinitionen* zeige (vgl. Krummheuer, 1992, S. 6). *Situationsdefinitionen*, die zunächst bei dem jeweiligen Individuum zu verorten sind, beruhen häufig auf standardisierten und stabilen Deutungen, beinhalten also nicht immer notwendigerweise etwas Neues. Spezifische *Situationsdeutungen* rühren aus häufig gemachten Erfahrungen z. B. im gemeinsamen Mathematikunterricht. Diese bezeichnet Krummheuer (1992) als „Rahmungen“ (Krummheuer, 1992, S. 24). Er schreibt den Rahmungen eine „[...] hohe funktionale Passung zu den Deutungen anderer Interaktionsteilnehmer [...]“ (Krummheuer, 1992, S. 34) zu.

„Sie sind standardisierte und routinisierte Situationsdefinitionen.“ (Krummheuer, 1992, S. 24)

Routinisiert seien *Situationsdefinitionen* und damit *Rahmungen*, wenn durch das Erkennen vertrauter Signale in der Interaktion Deutungen einen gewissen Grad an Stabilität erreichten. Von standardisierten *Situationsdefinitionen* spricht Krummheuer (1992), wenn sie als eine Art Konvention unter den Beteiligten genutzt würden und ihre Deutungen hochgradig aneinander angepasst, d. h. nicht notwendiger Weise völlig übereinstimmend, sind. Es ist also nach Krummheuer (1992) bei Interaktionen möglich, zu einer Art Konvention in Form von *Rahmungen* zu gelangen, die aus den individuellen *Situationsdefinitionen* der Interagierenden über deren Angleichung und den daraus entstehenden in der Interaktion zwischen den Interagierenden zu verortenden, also sozialen, „als geteilt geltende Deutungen“ (Krummheuer,

1992, S. 18) hervorgehen, die Krummheuer (1992) auch „Arbeitskonsens“ oder „Arbeitsinterim“ (Krummheuer, 1992, S. 34) nennt.⁹³

„Rahmungen als konventionalisierte Situationsdefinitionen kommen durch wiederholte und zur Routine gewordene Herstellungen von als ähnlich angesehenen Arbeitskonsensen zustande. Die als geteilt geltende Deutung gewinnt **Transsituativität**. Sie ist aus der Sicht der Situationsdefinitionen der jeweiligen Individuen **vorhersehbar** und somit unter als ähnlich angesehenen Situationen von den Beteiligten gemeinsam auch relativ stabil **wiederherstellbar**.“ (Krummheuer, 1992, S. 34f, Hervorhebungen im Original)

Dies schaffe Sicherheit und Stabilität im Interaktionsverlauf und führe zu gleichermaßen gewohnheitsmäßigen Deutungsanpassungen zwischen den Interagierenden, was die thematische und organisatorische Gestaltung der Interaktion angeht.

Besonders in mathematischen Interaktionen ist also offenbar die interaktive Emergenz von „als gemeinsam geteilt geltenden Deutung[en]“ (Krummheuer, 1992, S. 18) und weniger der Erwerb feststehender und vorgegebener mathematischer Strukturen zentral. Diese Deutungen, die am Ende eines Prozesses der gegenseitigen Abstimmung, Koordination und Reibung von subjektiven Deutungen der Situation stehen können, müssen nicht notwendigerweise mental bei den einzelnen Individuen in gleicher Weise repräsentiert sein, wie Krummheuer (1992) anmerkt (vgl. Krummheuer, 1992, S. 29). Sie sind vielmehr als interpersonell verortet in der Interaktion zu sehen und würden für die weitererfolgende Interaktion eine Vereinbarung im Sinne eines „Arbeitskonsensus“ (Krummheuer, 1992, S. 33) darstellen, auf dessen Basis gewissermaßen gemeinsam weitergearbeitet werden könnte. Dabei sei es nicht nötig, dass die Beteiligten z. B. einen bestimmten Begriff genau gleich deuteten – und das ist vermutlich auch gar nicht möglich bzw. überprüfbar – sondern sie würden vielmehr eine *Einigung* erzielen, eine *Verständigung* über etwas, um im weiteren Prozess voranschreiten zu können (vgl. Krummheuer, 1992, S. 34). Ein *Arbeitskonsens* kann, wie oben beschrieben, auf Routinen beruhen im Sinne einer Anpassung der Deutungen der Interagierenden und der Aktivierung von *routinisierten Situationsdefinitionen*, bzw. *Rahmungen*. Die Routinen bei *Arbeitskonsensen* führten dazu, dass über verschiedene Situationen hinweg vom Individuum gewissermaßen bereits vorausgesehen werden könne, was ein möglicher Arbeitskonsens für eine bekannte Situation sein wird. In diesem Sinne würde Raum geschaffen, zu dem interaktiv erzeugten gemeinsam Gedeuteten Interpretationsalternativen zu dieser Deutung seitens des Individuums zu generieren (vgl. Krummheuer, 1992, S. 35).

„Das Verändern der subjektiven Deutungen ist die Grundlage für das Konstruieren und dem damit verbundenen Lernen neuer Bedeutungen [...]. Die individuelle Konstruktion neuer Bedeutungen wird somit den interaktiven Anforderungen permanent vorzunehmender Deutungsänderungen in einer Interaktion zugeordnet.“ (Krummheuer, 1992, S. 24)

⁹³ Krummheuer (1992) nutzt den Begriff „Arbeitsinterim“ (Krummheuer, 1992, S. 19) und möchte damit stärker die Unterschiede der Möglichkeiten von Deutungen zwischen Lehrkraft und Schülerschaft berücksichtigt wissen (vgl. Krummheuer, 1992, S. 19).

Die „als gemeinsam geteilt geltenden Deutung[en]“ (Krummheuer, 1992, S. 18) ermöglichten Perspektivübernahmen (Krummheuer, 1992, S. 35) und damit die von Miller (1986, S. 29) und Krummheuer (1992, S. 43) aufgeführte, oben bereits zitierte *systematische Überschreitung der eigenen Deutungen*. Dabei würden die Individuen untereinander etwa nicht die Situationsdefinition der anderen übernehmen, sondern erweiterten ihre Deutungsmöglichkeiten auf Grundlage der *als geteilt geltenden Deutungen* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 35).

In Kapitel 6 der vorliegenden Arbeit wird im Zusammenhang mit der verwendeten semiotischen Zeichentheorie von *Rahmungen* bezogen auf Deutungen von Zeichen gesprochen (vgl. Kap. 6.3). Dabei wird der Begriff *Rahmung* nach Schreiber (2010) verwendet, der sich einerseits ebenfalls auf Krummheuers (1992) Rahmungs begriff bezieht und darin auch eine Verbindung von Interaktionstheorie und Semiotik sieht, andererseits auf den Begriff des „Grounds“ (CP 2.228) des Repräsentamens nach Peirce (vgl. Schreiber, 2010, S. 56ff). Anders als Krummheuer (1992) betont Schreiber (2010) in Bezug auf den Rahmungs begriff weniger die Abgrenzung individuell geprägter *Situationsdeutungen* von sozial erzeugten Rahmungen, die bei Krummheuer (1992) auf Routinen, Konventionen und Standardisierungen beruhen. Er konstatiert vielmehr, dass Rahmungen *immer* aktiviert würden, und zwar auf Grundlage von als vertraut erkannten Zeichen (hier Repräsentamen genannt)⁹⁴, auch zunächst ausschließlich vom Individuum (vgl. Schreiber, 2010, S. 59).

„In einer Interaktionssituation werden Äußerungs- und Handlungsanteile von einem Individuum als vertraute Repräsentamen erkannt und eine dazu gewohnte Deutung (Rahmung) stellt sich bei ihm ein. Rahmungen werden durch vertraute Repräsentamen ‚aktiviert‘.“ (Schreiber, 2010, S. 59, Hervorhebung im Original)

Dies erscheint insofern stimmig, als dass sich annehmen lässt, dass Deutungen von Situationen immer auf bereits erworbene Gewohnheiten oder erlebte Erfahrungen beruhen und damit immer auch gewissermaßen Deutungsroutinen für das Individuum beinhalten. Das Individuum versucht ja gerade auch in einer fremden und neuen Situation einen Sinn seiner unmittelbar erlebten Welt zu erzeugen und greift dazu auf seine gewohnten Deutungen zurück, die zweifelsohne nicht immer ausreichen, aber zumindest eine gewisse Stabilität erzeugen und wenn auch nur die Stabilität einer Deutung des Erkennens einer unbekannt Situation *als* unbekannt Situation. *Rahmungen* können also bei Schreiber (2010) intraindividuell oder auch interindividuell und damit sozial abgestimmt in Interaktionen aktiviert werden. Krummheuer (1992) hebt mit dem Begriff der *Situationsdefinitionen* zunächst stärker den individuellen Deutungsprozess der einzelnen an der Interaktion Beteiligten hervor (vgl. Krummheuer, 1992, S. 17). Diese *Situationsdefinitionen* unterliegen aber ständigen und daher prozesshaften Veränderungen und werden durch eine Angleichung an die Deutungen der anderen in der

⁹⁴ Die Begriffe *Zeichen* und *Repräsentamen* werden an anderer Stelle (vgl. Kap. 6) näher erläutert und sind in der Regel und im Besonderen bei Darstellungen von Schreibers (2010) Forschungen im Sinne von Peirce zu verstehen.

Interaktion zu einer funktionalen Passung dieser Deutungen entwickelt. Sie erfahren eine soziale Überfärbung, und zwar bereits bei der Explikation dieser Deutungen durch das Individuum in der Interaktion, weil vom Individuum bereits Hypothesen bezüglich der Wahrnehmung und Deutung der sozialen Gruppe seiner Darlegungen angestellt werden, die seine Art der Darstellung maßgeblich bestimmen. Den *Situationsdeutungen* ist damit von Anbeginn an eine Orientierung an interaktiven Angleichungsprozessen zuzuschreiben, wie Krummheuer (1992) herausstellt (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18). Es wird über den Verlauf der Interaktion dann eine „als geteilt geltenden Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18) interaktiv hervorgebracht, die als *Arbeitskonsens* den Fortgang der Interaktion ermöglicht und dabei weniger eine inhaltliche Übereinstimmung in den Deutungen der Einzelnen als vielmehr eine Einigung im Interaktionsgefüge zeigt. Das heißt, nicht jeder deutet gleich, aber dennoch kann eine Einigung auf als geteilt Geltendes erzielt werden. Diejenigen *Situationsdefinitionen*, die auf Routinen und Standardisierungen beruhen, die Krummheuer (1992) dann als *Rahmungen* bezeichnet, zeigen stärker die interaktive Hervorbringung von Stabilität für das Individuum über verschiedene Interaktionssituationen hinweg. Krummheuer (1992) betont zum Begriff der *Situationsdefinition*:

„[...] so ist mit diesem Wort nicht, wie man meinen möchte, ein Produkt, die Definition nämlich, sondern der nach vorne offene Prozeß einer permanenten Deutungsaktivität gemeint.“ (Krummheuer, 1992, S. 17)

Schreiber (2010) entwickelt den Rahmungs-begriff durch die Integration einer semiotischen Perspektive weiter und nutzt begrifflich auch für individuellen Deutungsschemata die Bezeichnung *Rahmung*. In Bezug auf die Interpretationen bzw. erzeugte Interpretanten zu Äußerungen, die im Zitat als *Repräsentamen* nach Peirce bezeichnet werden, führt Schreiber (2013) aus:

„The variance of the interpretant is limited by the frame which is triggered within each individual by the representamen. The representamen does not stand for this object in every regard, but rather only in regard to an activated frame.“ (Schreiber, 2013, S. 58)

Goffman (1974), auf den der Rahmungs-begriff bei Schreiber (2010, 2013) und Krummheuer (1992) zurückgeht, beschreibt Rahmen als *Interpretationsschemata*, die uns Menschen zur Deutung und zum Verstehen dessen, was vermeintlich in einer Situation geschieht, zur Verfügung stehen. Auch er betont mit dem Begriff *Schemata* durchaus Deutungsroutinen.

„Presumably a ‚definition of the situation‘ is almost always to be found, but those who are in the situation ordinarily do not create this definition, even though their society often can be said to do so; ordinarily, all they do is to assess correctly what the situation ought to be for them and then act accordingly.“ (Goffman, 1974, S. 1f, Hervorhebung im Original)

Den Begriff des *Sozialen* verwendet Goffman (1974) stärker darauf bezogen, dass *Rahmungen* einer gewissen sozialen Gruppe zuzuordnen sind im Sinne von sozial etablierten und moralisch abgestimmten Vorstellungen. Bei Krummheuer (1992) werden Definitionen der Situation nur *Rahmungen* genannt, wenn sie innerhalb einer Interaktion durch wechselseitig aufeinander

abgestimmte Handlungsweisen aktiviert werden und aus der Angleichung der individuellen *Situationsdefinitionen* hervorgehen.

„Taken all together, the primary frameworks of a particular social group constitute a central element of its culture, especially insofar as understandings emerge concerning principal classes of schemata, the relations of these classes to one another, and the sum total of forces and agents that these interpretive designs acknowledge to be loose in the world.“ (Goffman, 1974, S. 27)

Mit solchen Interpretationsschemata kann man für sich klären, was in der jeweiligen Situation vor sich geht. Goffman (1974) definiert Rahmen wie folgt:

„I assume that the definitions of a situation are built up in accordance with principles of organization which govern events – at least social ones – and our subjective involvement in them; frame is the word I use to refer to such of these basic elements as I am able to identify. That is my definition of frame.“ (Goffman, 1974, S. 10f)

Primär nennt Goffman (1980) diejenigen Rahmen, die „[...] einen sonst sinnlosen Aspekt der Szene zu etwas Sinnvollem mach[en]“ (Goffman, 1980, S. 31). Sie könnten so eine erste Auffassung oder Perspektive einer Situation für das Individuum bieten. Diese *primären Rahmen* nutzt Goffman (1974) als Grundstein seiner Rahmenanalyse und baut darauf weitere Klassifikationen auf. Zentral in der hier nicht ausführlich dargestellten Klassifikation Goffmans (1974) ist das sogenannte „keying“ (Goffman, 1974, S. 40ff; „Modulation“ in der dt. Übersetzung von 1980, S. 52ff). Als „key“ (Goffman, 1974, S. 40) bezeichnet Goffman (1974):

„[...] the set of conventions by which a given activity, one already meaningful in terms of some primary framework, is transformed into something patterned on this activity but seen by the participants to be something quite else“ (Goffman, 1974, S. 43f).

Dies könne man bspw. für das Spiel als Zeitvertreib oder Unterhaltung beobachten: Die Beteiligten wissen, dass eine ausgeführte Handlung nur als Spaß gilt und keine weiteren Folgen nach sich zieht, zumindest nicht diejenigen, die sie für gewöhnlich nach sich ziehen würde, wenn sie ernst gemeint wäre, so z. B. eine gespielte Rauferei unter Freunden. Dies bezeichnet Goffman (1974) als die Modulation „make-believe“ (Goffman, 1974, S. 48) und beschreibt verschiedene weitere Arten der Modulation (vgl. Goffman, 1974, S. 56ff).

Die Aktivierung von *Rahmungen* verleiht also Ereignissen in unserer Erlebenswelt Sinn und zeigt unser Bestreben, auch Überraschendes oder zunächst nicht Erklärbares in unserem gewissermaßen gewohnten Deutungsschema zu verstehen (vgl. Goffman, 1980, S. 40).⁹⁵ Durch die kollektiv angestrebte Passung von verschiedenen *Situationsdefinitionen* oder *Rahmungen* können neue Erkenntnisse gewonnen werden, die dann auch zu neuen *Rahmungen* oder *Situationsdefinitionen* führen. Schreiber (2010) rekonstruiert vor diesem theoretischen Hintergrund in seinen Analysen *Rahmungen* interagierender Schüler*innen im Kontext des Mathematiktreibens. Krummheuer (1992) betont über diese Überschreitung der eigenen

⁹⁵ Dies lässt sich theoretisch verbinden mit der Peirce'schen Prämisse, dass jede Erkenntnis aus bereits vorheriger Erkenntnis hervorgeht und in prinzipiell neuen Erklärungen eines überraschenden Phänomens auf gewohnte Gesetze zurückgriffen wird (vgl. Rohr, 1993, S. 18; Kap. 6.3)

Deutungsmöglichkeiten hinaus, dass das Strukturieren durch die Herstellung von Bedeutungen und damit von *Situationsdefinitionen* ein unendlicher Prozess sei (vgl. Krummheuer, 1992, S. 23). Auch Schreiber (2010) greift diese Idee der potentiell unendlichen Erzeugung von Zeichen und Deutungen dieser Zeichen auf und lehnt sich dabei an den unendlichen Prozess der Semiose nach Peirce an (vgl. Schreiber, 2010, S. 57 u. S. 60; Kap. 6.2). *Situationsdefinitionen* und *Rahmungen* beziehen sich demnach immer auf bereits vorherige Rahmungsprozesse in Situationen, die vom Individuum schon erlebt wurden und die erzeugten *Rahmungen* determinieren gewissermaßen zukünftige Deutungen und *Rahmungen*. Bezogen auf Äußerungen oder Handlungszüge in Interaktionssituationen muss angenommen werden, dass, selbst wenn einem Individuum in einer Interaktionssituation ihm völlig unbekannte Handlungszüge begegnen, es stets versuchen wird, sich darauf einen auf Bekanntes gestützten Reim zu machen, also eine *Rahmung* auf Grundlage seiner verfügbaren Deutungsschemata zu aktivieren. Dies bedeutet nicht, dass *Rahmungen* prinzipiell unveränderbar und nicht dynamisch sind. Vielmehr muss das Gegenteil angenommen werden. *Rahmungen* erfahren gerade in Interaktionssituationen durch die Kooperation mit den Gesprächspartner*innen, durch das Verhandeln von *Rahmungsdifferenzen* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 37ff) und dem Aufstellen gemeinsamer und dazu alternativer Deutungen eine Weiterentwicklung und enthalten das Potential neuer Erkenntnisse. In Bezug auf *Rahmungsdifferenzen* beschreibt Krummheuer (1992), dass sie konstitutiv für den Schulunterricht zwischen Lehrenden und Lernenden aufgrund ihrer fachlich unterschiedlichen Versiertheit zu rekonstruieren sind.

„Das Phänomen der Verständigung trotz unterschiedlichen fachlich bestimmter Rahmungen ist rahmenanalytisch durch die Existenz und Aktivierung allgemeinerer und übergeordneter Rahmungen zu erklären.“ (Krummheuer, 1992, S. 38)

Krummheuer (1992) lehnt sich diesbezüglich an Goffman (1974) an und verweist darauf, dass innerhalb von bestimmten Einheiten der Interaktionen Aushandlungsprozesse auf Grundlage solcher *Rahmungsdifferenzen* von den Beteiligten hervorgebracht würden, außerhalb dieser Einheiten oder Klammern aber eine gemeinsame übergeordnete *Rahmung* vorherrsche. Als Beispiel für eine solche übergeordnete *Rahmung* sieht Krummheuer (1992) das grundsätzliche gemeinsame Ziel der Beteiligten in Schulsituationen Unterricht fortzuführen (vgl. Krummheuer, 1992, S. 38).

Beide Konzepte von *Rahmung*, das von Krummheuer (1992) und das von Schreiber (2010) sind nicht als gegenläufig zu sehen, sondern insbesondere letzteres eher als Erweiterung von Krummheuers (1992) *Rahmungskonzept* in Bezug auf die Verknüpfung mit einer semiotischen Perspektive. Schreibers (2010) Verwendung des *Rahmungsbegriffs* wird für die vorliegende Forschungsarbeit aufgrund der ähnlichen theoretischen Ausrichtung übernommen.

Fetzer (2009, 2017, 2019) erweitert, ebenfalls in der Tradition der Interaktionstheorie mathematischen Lernens, die Perspektive auf die Rolle von Objekten als nicht-menschliche Teilnehmer der Interaktion. Sie schlägt einen objektintegrierten Ansatz vor als Abkehr von der Vorstellung von *den Dingen* als vielmehr *mit den Dingen* zu lernen (vgl. Fetzer, 2019). Als

Objekte versteht Fetzer (2009) dabei mehr als konkrete Gegenstände und didaktische Materialien, sondern auch etwa schriftliche Fixierungen in Form von Tafelanschriften oder Aufzeichnungen von Schüler*innen (vgl. Fetzer, 2009, S. 977). Sie betont in Anlehnung an Latours *Actor-Network-Theorie* (2005, zitiert nach Fetzer, 2009) deren Materialität, Dauerhaftigkeit und zeitliche Unbegrenztheit, z. B. bei Materialanordnungen.⁹⁶ Objekte als Partizipierende und Agierende in Interaktionen haben demzufolge die Möglichkeit, den Interaktionsverlauf mitzugestalten. Handlungen jeglicher Agierender (menschliche und nicht-menschliche Interaktionsteilnehmer*innen) werden in der Erweiterung der Definition als *Turns* im Interaktionsgeschehen aufgefasst und interpretiert (vgl. Fetzer, 2009, S. 982). Auch Fetzer (2009) betont die Emergenz von Bedeutung in interaktiven Aushandlungsprozessen.

„Meaning is not intrinsic to the thing. [...] The meaning of a thing is derived by the person from the interactional process. But meaning is not an already established application to a thing. It is nothing that has to be arisen from the thing itself. In contrast, the use of meaning by the actor occurs through a process of interpretation.“ (Fetzer, 2009, S. 975)

Die Rolle der Objekte in mathematischen Interaktionen rekonstruiert Fetzer (2019) auf verschiedenen Ebenen. Auf *struktureller Ebene* wird der beschriebene Status der Objekte in der Interaktion herausgestellt, auf *inhaltlicher Ebene* wird beschrieben, welchen Beitrag die Objekte zur thematischen Entwicklung leisten.

„Grundsätzlich lassen sich zwei Varianten rekonstruieren, wie Objekte Spuren im Unterrichtsgeschehen hinterlassen. Im ersten Fall interagieren Objekte in einem kurztaktigen Ping-Pong-Wechsel Zug um Zug mit menschlichen Akteuren. Im zweiten Fall agieren Objekte und menschliche Akteure gemeinsam in der Vernetzung.“ (Fetzer, 2019, S. 141)

Auf *inhaltlicher Ebene* stellt Fetzer (2019) heraus, dass Objekte ganz unterschiedliche inhaltliche Angebote an die Lernenden machen und dies von der Bedeutungszuschreibung der menschlichen Akteure abhängt. Diese reagierten, so Fetzer (2019), entweder „als Turn auf das Objekt-Handeln“ (Fetzer, 2019, S. 144) oder erzeugten eine Vernetzung mit den entsprechenden Dingen. Objekte könnten bezüglich der Sprache der Lernenden einerseits Turns teilweise übernehmen, aber auch eine Versprachlichung einfordern. In kooperativen Settings könnten Objekte dazu beitragen, dass Lernende ihre unterschiedlichen Deutungen und verschiedene subjektive Erfahrungsbereiche vertiefen und weiter ausdifferenzieren, so Fetzer (2019). Kooperation sei nicht mehr nur zwischen menschlichen Akteuren, sondern auch zwischen Objekt und menschlichem Akteur zu denken (vgl. Fetzer, 2019, S. 167).

⁹⁶ Zu beachten ist hierbei, dass ein etwas anderer Objektbegriff als etwa bei Peirce (vgl. Kap. 6.1) verwendet wird. Mit *Objekten* meint Fetzer (2009) jegliche Form von Gegenständen, auch z. B. die Tafel oder Arbeitsblätter vor den Schüler*innen. Sie setzt den Objektbegriff gleich mit dem Ding-Begriff (vgl. Fetzer, 2019, S. 131).

4.3 Mathematisches Lernen als Partizipation am mathematischen Diskurs

Zu ähnlichen Einschätzungen wie Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001), was die Partizipation Lernender an mathematischen Interaktionen betrifft, kommt Sfard (2001, 2008). Mathematisches Lernen wird in diesem Ansatz beschrieben als die Einführung in einen bestimmten und definierten *mathematischen Diskurs* als spezielle Form der Kommunikation, die als mathematisch bezeichnet wird (vgl. Sfard, 2001, S. 17 u. S. 28).

Als nicht notwendiger Weise gleichzeitig auftretende Merkmale eines mathematischen Diskurses definieren Sfard und Lavie (2005):

- 1) Den Gebrauch *mathematikspezifischer Begrifflichkeiten* durch die Interagierenden, auch wenn sie, etwa bei jungen Lerner*innen, möglicherweise noch nicht dem konventionellen Gebrauch in der Mathematik entsprechen.
- 2) Die Durchführung von Handlungen an und der Verweis auf sogenannte *visuelle Mediatoren*, z. B. in Form von konkretem Material oder auch von symbolischen Artefakten, wie z. B. Inskriptionen.
- 3) Das Verwenden *akzeptierter Narrationen* innerhalb der mathematischen Community, z. B. mathematische Theorien oder Fakten über Zahlbeziehungen, Definitionen und Beweise.
- 4) Das Auftreten von *Routinen* als sich wiederholende Muster im Diskurs, wie z. B. die Art und Weise, wie eine Lernumgebung wahrgenommen wird und welche Aspekte als bedeutsam für eine mathematische Auseinandersetzung eingestuft werden (vgl. Sfard & Lavie, 2005, S. 245ff).

Sfard (2001, 2008) schlägt einen „communicational approach to cognition“ (Sfard, 2001, S. 22ff) vor, der die Kommunikation nicht nur als Raum für mathematisches Lernen sieht, sondern als das Herzstück des Lernens der Mathematik. Dieses sei gleichberechtigt mit dem Denken selbst. In ihrem Ansatz beschreibt Sfard (2001) die Metapher des „thinking-as-communicating“ (Sfard, 2001, S. 13) und formt aus den Worten *Cognition* und *Communication* die Bezeichnung *Commognition* für ihren Ansatz, den sie 2008 ausführlich im Buch „Thinking as communicating: Human development, development of discourses, and mathematizing.“ (Buchtitel) beschreibt (vgl. Sfard, 2008, S. 65ff). Unter Kommunikation versteht Sfard (2001, 2008) dabei mehr als unter einem klassischen Gespräch zwischen zwei Menschen: Kommunikation im Sinne Sfards (2001) kann mit anderen oder im Selbstgespräch, hauptsächlich verbal oder zusätzlich mit irgendeinem anderen symbolischen System stattfinden (vgl. Sfard, 2001, S. 28).

„[...] in this approach the dichotomy/thought communication practically disappears and speech is no longer considered as a mere ‚window to the mind‘ – as an activity secondary to thinking and coming just to ‚express‘ a ready-made thought. Although there is still room for the talk about thought and speech as two different things, these two ‚things‘ are to be understood as

inseparable aspects of basically one and the same phenomenon, with none of them being prior to the other.“ (Sfard, 2001, S. 27, Hervorhebungen im Original)

Begründet wird dieser Ansatz damit, dass die Besonderheit, die Menschen auszeichne, nicht die Kommunikation an sich sei, sondern die Rolle welche die Kommunikation in unserem Leben spiele. Die Basis unseres Seins als soziale Kreaturen stellt demnach die Fähigkeit dar, unser Handeln miteinander in der Kommunikation zu koordinieren (vgl. Sfard, 2008, S. 81).

„[...] all human actions and deeds are guided, in one way or another, by forces of social cohesion, that is by the fact that, just like different organs in our body, the individual does not exist except as parts of a larger whole.“ (Sfard, 2001, S. 27)

Sfard (2001) stützt sich dabei auf den Ansatz des *Lernens als Partizipation* und plädiert für die Beschreibung von Strukturen und Mustern von Lernprozessen. Sie möchte ihren Ansatz als geeignete Ergänzung zu bisherigen Erwerbstheorien des Lernens verstanden wissen (vgl. Sfard, 2001, S. 22) und kritisiert diese teilweise sehr deutlich, weil sie bspw. den Kontext des Lernens ausblenden würden und damit nur restringierte Teile des Lernens beschreiben könnten. Sfard (2001) grenzt sich mit ihrem Ansatz von Wissenschaftsdisziplinen ab, die sich in ihren Augen der Erforschung von „unobservables“ (Sfard, 2001, S. 24) wie mentalen Prozessen und Schemata verschrieben haben. Dabei betont sie, dass die Dichotomie von Erwerbs- bzw. Partizipationstheorie nicht gleichzusetzen ist mit der Unterscheidung der Perspektiven auf individuelles und soziales Lernen, da die soziale Dimension nicht notwendigerweise in den Erwerbstheorien ausgeschlossen werde (vgl. Sfard, 2001, S. 23). Mit dem Blick auf Lernen als Erwerb sei in der kognitiven Psychologie die Annahme verbunden, erfolgreiches Lernen bestehe im Aufbau von möglichst kontextunabhängigen konzeptuellen Schemata, die situationsübergreifend vom Lernenden generalisiert und angewandt werden könnten. Das Ziel mathematischen Lernens im Rahmen von Sfards (2001) *Commognition-Theorie* ist aber – kompatibel mit der oben dargestellten Interaktionstheorie nach Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001) – die zunehmende Fähigkeit der Partizipation an mathematischen Interaktionen, um Teil der Gesellschaft zu sein (vgl. Sfard, 2001, S. 21ff).

„High sensitivity of our ways of acting to social, cultural, historical and situational contexts is an inevitable derivative of the fact that the activities themselves, rather than being dictated by an external non-human world, have their roots in our cultural heritage and are constantly shaped and re-shaped by successive generations of practitioners.“ (Sfard, 2001, S. 25)

4.4 Interaktion als Kooperation

Ein interaktionistisch ausgerichteter Lernbegriff, der auf sozialen Aushandlungsprozessen basiert, verlangt ein Kommunikationsmodell, das mit der Vorstellung eines Informationsaustausches zwischen Sender*in und Empfänger*in aufbricht (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14f). Vielmehr muss im Rahmen eines theoretisch adäquaten Modells im Sinne der Interaktionstheorie eine Beachtung aller Interagierenden als an dem Aushandlungsprozess

Partizipierende, und damit auch als an der Erzeugung von nicht a priori gegebenen, kontextgebundenen Deutungen des gegebenen mathematischen Sachverhalts Beteiligte, erfolgen. Darüber hinaus muss darin berücksichtigt sein, dass Interpretationsprozesse aller Interagierenden in ihrer Gesamtheit und dem gemeinsamen Ringen um eine vorübergehend *als geteilt geltende Deutung* zu mehr führen als die Summe ihrer Einzeläußerungen, wie Krummheuer und Brandt (2001) beschreiben. Informationen können nicht, vereinfacht modelliert, von einem in den andern Kopf übertragen werden (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 15). In der vorliegenden Arbeit erscheint als ein solches Modell das Kooperationsmodell nach Tomasello (2008) in ausgewählten Aspekten kompatibel zur beschriebenen Interaktionstheorie nach Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001) zu sein. Insbesondere das Konzept der „shared intentionality“ (Tomasello, 2008, S. 73), die grundlegende Annahme eines potentiell kooperativen Verhaltens des*r Gegenüber*s in Interaktionen und die Perspektive stärker auf ein *wir* als Akteur sozialer Tätigkeit als auf ein *ich* (vgl. Tomasello, 2008, S. 72ff), können im Rahmen der vorliegenden Arbeit grundlegende Mechanismen menschlicher Interaktion klären. Das Modell schärft zudem den Blick auf die Rolle von Gesten bei interaktiv erzeugten Deutungen von Situationen.

Tomasello (2008) bezeichnet die menschliche Kommunikation nicht als *praktisch* im Sinne eines Austausches von Informationen, sondern in erster Linie als konsequent *kooperativ*. In seinen Grundannahmen geht er davon aus, dass es zum Verstehen der Entstehung menschlicher Kommunikation, die er als codiertes System bezeichnet, einer Betrachtung von unkonventionalisierten und uncodierten Kommunikationsformen bedarf, die er auch chronologisch vor die Entwicklung einer systematischen Sprache, wie wir sie heute verwenden, einordnet. Um eine Annäherung an diese unkonventionalisierten Kommunikationsformen zu ermöglichen, schlägt er die Betrachtung von „[...] natural gestures such as pointing and pantomiming [...]“ (Tomasello, 2008, S. 59) vor. Von Interesse sind als Ausgangspunkt dieser Theorie zunächst solche zeigenden und pantomimischen Gesten, die ohne Lautsprache auskommen. Der Fokus auf Zeigegesten und Pantomimen in Tomasellos Arbeit (2008) wird damit begründet, dass diese „natural gestures“ (Tomasello, 2008, S. 59), wie er sie nennt, kontextabhängig als vollständige Kommunikationsakte dienen könnten, also auch nicht notwendigerweise immer auf Lautsprache angewiesen sind. Prototypische Zeigegesten bezeichnet Tomasello (2008) als ...

„the most fundamental type of human gesture used as a complete communicative act [...]“ (Tomasello, 2008, S. 62f).

Als Beispiel wird u. a. die Situation zwischen zwei Passagier*innen beschrieben, die sich vor der Toilettentür im Flugzeug begegnen: Eine Zeigegeste seitens des*r einen Passagiers*in auf die Toilettentür können hier bspw. die Frage ersetzen, ob derjenige*diejenige, der*die bereits vor der Tür steht, auf das Freiwerden der Toilette wartet. Beide Fluggäste müssten dazu nicht

einmal die gleiche Sprache sprechen.⁹⁷ Solche Zeigegesten steuerten die Aufmerksamkeit und verlangten nach Tomasello (2008) eine kognitive Leistung vom Gegenüber, um zu entschlüsseln, was mit solch einer Zeigegeste vermeintlich gemeint wird, und zwar nicht für das jeweilige Individuum, sondern für *beide als gemeinsam an der Situation Beteiligte*. Im Beispiel würde die Zeigegeste bedeuten, dass der*die zeigende Passagier*in die Aufmerksamkeit des*r anderen Passagiers*in auf die Tür lenken möchte und wissen möchte, ob der*die bereits dort Stehende auf das Freiwerden der Toilette wartet und sich somit eine Reihenfolge ergibt, die sozusagen nach gesellschaftlichen Normen einzuhalten ist (vgl. Tomasello, 2008, S. 64). Man kann hier im Sinne Tomasellos (2008) von einer Interpretationsleistung auf Grundlage eines auch noch so kleinen gemeinsamen Hintergrundes, „common ground“ (Tomasello, 2008, S. 65), oder eines gemeinsamen Aufmerksamkeitsrahmens sprechen, der etwa das übliche Verhalten in Flugzeugen beinhaltet oder auch Erfahrungen beider Fluggäste in Bezug auf die Benutzung von Toilettenräumen im öffentlichen Lebensbereich *Flugzeug* (vgl. Tomasello, 2008, S. 74). Dabei spielen soziale Motive und gesellschaftliche Normen eine Rolle, die z. B. das Anstehen in einer Reihe regeln oder den Anspruch auf Höflichkeit definieren. Tomasello (2008) benennt eine *referentielle* und eine *soziale Intention*, die es in solchen Situationen zu entschlüsseln bzw. zu interpretieren gebe, und zwar in Bezug aufeinander und den angenommenen für beide verfügbaren gemeinsamen Hintergrund (vgl. Tomasello, 2008, S. 60ff). Die *referentielle Intention* fragt danach, *auf was* der*die Zeigende referiert; die *soziale Intention* danach, *warum* der*die Zeigende darauf referiert.

„All these observations involve the split between the referential and the social intention, as the communicator attempts to direct the recipient’s attention to something for some reason, and the recipient attempts to follow this attention directing and to infer this reason – sometimes with a great inferential ‚distance‘ to be covered.“ (Tomasello, 2008, S. 64, Hervorhebung im Original)

Es zeige sich eine hohe Kooperationsleistung von Gesprächsteilnehmer*innen, die eine soziale, auf die*den Gesprächspartner*in und die Situation abgestimmte und kohärente Interpretation stets gegenüber einer rein individuellen Deutung präferieren würden (vgl. Tomasello, 2008, S. 72). Die Frage aus der Perspektive eines*r Passagier*in ist also nicht: Was verbinde *ich* mit dem Zeigen auf die Tür – sie könnte mir ja vielleicht auch aufgrund ihrer Materialbeschaffenheit

⁹⁷ Interaktionstheoretisch wäre hier anzumerken, dass es fraglich ist, ob zwei Fluggäste in einer solchen Situation diese Geste in der von Tomasello (2008) doch stark idealisiert angenommenen Weise immer nur auf diese Art deuten würden. Es wäre ja auch möglich, dass sich der*die wartende Fluggast lediglich die Füße vertritt oder bei der*m Steward*ess etwas nachfragen möchte und das Zeigen in Richtung Toilettentür als Nachfrage zum Durchlassen deutet. Ebenso könnte Irritation bezüglich dieses Zeigens auf die Toilettentür entstehen, weil er*sie über eine andere Situationsdefinition verfügt (z. B. die der indiskreten Nachfrage nach der Toilettennutzung) und die beiden Fluggäste eben dann genau nicht eine gemeinsame Rahmung der Situation aktivieren würden. Die Interpretation der Zeigegeste als Frage nach dem Warten auf das Freiwerden der Toilette ist interaktionstheoretisch als eine mögliche Deutung der Situation zu bewerten, wenn auch eine wahrscheinliche. Dennoch müsste sie sich in der Folge und in der Annäherung der Situationsdeutungen der beiden Fluggäste *als geteilt geltende Deutung* erweisen bspw. durch Kopfnicken des Gegenübers und der Einhaltung der Reihenfolge in der Toilettennutzung gestützt werden (persönliche Korrespondenz mit C. Schreiber).

oder Farbgebung o.Ä. besonders gefallen – sondern vielmehr, was könnten *wir* mit dem Zeigen in Bezug auf *uns* und *unsere gemeinsame Situation* meinen. Es überwiege dabei eher die Frage nach einer *sozialen* als einer *individuellen*, nur auf das *Ich* bezogenen Deutung. Nach Tomasello (2008) sind wir gewissermaßen Expert*innen solcher sozialen Deutungen und stellen zugunsten dieser unsere subjektiven Deutungen stets hinten an.

„In direct competition, shared common ground trumps individual personal relevance every time.“ (Tomasello, 2008, S. 77)

Ähnlich verhalte es sich nach Tomasello (2008) mit der zweiten Art der von ihm als natürlich bezeichneten Gesten, nämlich den pantomimischen Gesten, die er auch ikonische Gesten nennt.⁹⁸ Im Unterschied zu Zeigegesten würden diese Gesten genutzt, um einen nicht aktuell gegenwärtigen Bezugsgegenstand oder eine Bezugssituation, also z. B. eine Handlung oder einen Gegenstand, durch die Geste selbst darzustellen (vgl. Tomasello, 2008, S. 66ff). Auch hier bedürfe es im Sinne einer referentiellen Intention der Identifizierung des Bezugsgegenstandes oder der referierten Situation, um die soziale Intention abzuleiten.

„In other words, the gesturer symbolizes the referential situation for the recipient. Again in this case, extra cognitive work must be done after the referent is identified for the social intention to be inferred.“ (Tomasello, 2008, S. 66)

Pantomimische Gesten dieser Art stellen etwas dar, dass sich der*die Gesprächspartner*in vorstellen soll. Beiderseits wird gegenseitig eine soziale Orientiertheit vorausgesetzt, was die Interpretation solcher Gesten anbelangt. Auch hier bedürfe es wieder eines gemeinsamen Hintergrundes, um bezogen auf den*die Gesprächspartner*in und die Situation die Geste schlüssig interpretieren zu können, so Tomasello (2008). Zwei Fragen leiten grundsätzlich Tomasellos (2008) theoretische Ausführungen: Wie konnten solche einzigartigen Gesten von Menschen aus den Gesten von Affen entwickelt werden und wie konnten diese entwickelten Gesten Wegbereiter für konventionalisierte Sprachen sein? Als Antwort darauf, wie Kommunikation auf Grundlage von Kooperation zwischen Menschen in so einzigartiger Weise funktioniert, formuliert Tomasello (2008, S. 72ff) das Kooperationsmodell, das die Endpunkte dieser Entwicklungen zu beschreiben versucht.

„The ultimate explanation for how it is that human beings are able to communicate with one another in such complex ways [...] is that they have unique ways of engaging with one another socially in general. More specifically, human beings cooperate with one another in species-unique ways involving processes of shared intentionality.“ (Tomasello, 2008, S. 72)

Zentraler Begriff dieses Kooperationsmodells ist die von Tomasello (2008) als *geteilte Intentionalität* bezeichnete Grundvoraussetzung menschlicher Kommunikation verbunden mit

⁹⁸ Wie in Kapitel 3.1.4 beschrieben, nutzt auch McNeill (1992, 2005) diese Bezeichnung der *ikonischen Gesten*. Zu beachten ist, dass Tomasello (2008) und McNeill (1992, 2005) hier diesem Begriff jeweils eine andere inhaltliche Bedeutung zuschreiben: Bei McNeill (1992, 2005) bezieht sich der Begriff auf zur Lautsprache ko-expressive Gesten, bei Tomasello (2008) wird der Begriff genutzt, um auf Gesten zu verweisen, die ohne Lautsprache auskommen, eher synonym zu *pantomimischen Gesten* bei McNeill (1992, 2005).

der bereits beschriebenen Orientierung am Kollektiv des Handelns. Tomasello (2008) konstatiert, dass erst durch *geteilte Intentionalität*, die irreduzibel sozial sei, das Gegenüber als Kandidat*in für kooperatives Handeln angesehen werden könne und dies eine notwendige Voraussetzung allen kollektiven Verhaltens und von Interaktion an sich sei. Kompatibel zu der oben dargestellten Interaktionstheorie, stellt Tomasello (2008) darüber hinaus fest, dass durch Prozesse *geteilter Intentionalität* Interaktionen eine neue Qualität erfahren würden und eben nicht auf Informationsaustausch begrenzt werden könnten (vgl. Tomasello, 2008, S. 72). Für das Verständnis des Gegenübers als potentielle*r Kooperationspartner*in in Interaktionen seien zwei Aspekte zentral: *kognitive Fähigkeiten*, um einen *common ground* zu generieren und *soziale Motivationen*, die vorwiegend auf dem Wunsch des Helfens und des Teilens mit anderen beruhen würden (vgl. Tomasello, 2008, S. 73). Clark (1996) folgend, beschreibt Tomasello (2008) als *common ground*, als gemeinsamen Hintergrund oder als gemeinsamen Aufmerksamkeitsrahmen (vgl. Tomasello, 2008, S. 74) das, was für die Interagierenden für die soziale Interaktion relevant sei und was beide voneinander denken, zu wissen: Die Interagierenden schätzten etwas als potentiell relevant für die Interaktion ein, andere Umstände der Situation dagegen als irrelevant, und zwar auf Grundlage der Annahme dessen, was der*die Andere vermeintlich weiß und seinerseits*ihrerseits als relevant einschätzt:

„[...] that is, what each participant sees as relevant and knows that the other sees as relevant as well – and knows that the other knows this as well, and so on, potentially ad infinitum. [...] Common ground includes everything we both know (and know that we both know, etc.), from facts about the world, to the way rational people act in certain situations, to what people typically find salient and interesting [...].“ (Tomasello, 2008, S. 74f)⁹⁹

Das Besondere an menschlicher Kommunikation sei demnach nicht der Kontextbezug an sich, sondern die spezifische Bedeutung, die Menschen dem Kontext beimessen würden. Bedeutsam bei Tomasello (2008) ist die Betonung der Notwendigkeit des *common grounds*, um die oben beschriebene referentielle und soziale Intention deuten zu können. Dabei hält Tomasello (2008) fest, dass der Referent konstant bleiben, aber auf Grundlage eines anderen *common grounds* die soziale Intention eine völlig verschiedene sein könne. Auch hier kann man also erneut formulieren, dass wir nicht auf Grundlage eines *Ichs*, sondern eines *Wirs* kontextbezogenen Interpretationen vornehmen und nach Tomasello (2008) letztlich dadurch auch erst so etwas wie Weiterentwicklung möglich sei.

„The critical point about common ground is that it takes people beyond their own egocentric perspective on things.“ (Tomasello, 2008, S. 76)

⁹⁹ Dieser *common ground*, wie er hier bei Tomasello (2008) angenommen wird, weist zu den beschriebenen Situationsdeutungen und Rahmungen bei Krummheuer (1992) und den Rahmungen bei Schreiber (2010) Parallelen auf. Auch bei der Beschreibung der Möglichkeit von Gestenübernahmen zwischen Interagierenden in Kapitel 3.3 wurde bereits ein *common ground* bei den Ausführungen zum Ansatz von Holler und Wilkin (2011) beschrieben und mit Krummheuers (1992) und Schreibers (2010) Rahmungen in Verbindung gebracht (vgl. Fußnote 81 in Kap. 3.3). So lässt sich bezüglich der Relation beider Konzepte – des *common grounds* und der *Rahmungen* – formulieren, dass (kollektive) Rahmungen aus einem *common ground* heraus erzeugt werden können bzw. diesen für die Folge auch determinieren.

Tomasello (2008) kommt zu einer Typologie des *common grounds*, in der er unterscheidet, ob dieser auf einer aktuellen Wahrnehmung der Umgebung beruht (gemeinsame Aufmerksamkeit) oder auf vergangene gemeinsame Erlebnisse und Erfahrungen (vgl. Tomasello, 2008, S. 78f). Des Weiteren könne man den *common ground* auf Grundlage von *Top-Down* oder *Bottom-Up* Prozessen typisieren. Ersteres betreffe z. B. die Verfolgung eines gemeinsam gesetzten Ziels und die zur Erreichung des Ziels notwendigerweise zu beachtenden Aspekte. Letzteres könne z. B. das gemeinsame Hören eines lauten Geräusches und das Wissen, dass wir gemeinsam dies gehört haben, umfassen. Zusätzlich müsse man von einem *common ground* ausgehen, der etwa auf kulturelles Wissen beruhe. Je nach Typ variere auch der Grad an Stabilität des *common grounds* und an Explizitheit dessen, was Teil dieses *common grounds* ist. Tomasello (2008) stellt außerdem fest, dass ein umfangreicherer geteilter Hintergrund dazu führe, dass weniger explizit ausgedrückt werden müsse (vgl. Tomasello, 2008, S. 79).¹⁰⁰

Bei Clark (1996), auf dessen theoretische Ausführungen sich Tomasello (2008) u. a. bezieht, werden zwei weitere wichtige Aspekte des *common grounds* deutlich: Er sei einerseits *konstitutiv* für jede Art von kollektiven Tätigkeiten und andererseits würde er *angereichert bzw. generiert durch* diese kollektiven Tätigkeiten.¹⁰¹

„At the same time, with every joint action he and I perform, we add to our common ground. This is how joint activities [...] progress [...]. When my son and I enter a conversation, we presuppose certain common ground, and with each joint action – each utterance, for example – we try to add to it. To do that, we need to keep track of our common ground as it accumulates increment by increment.“ (Clark, 1996, S. 92)¹⁰²

Tomasello (2008) beschreibt als soziale Motivation für Kommunikation unsere grundlegende Kooperation miteinander: Wir würden uns um ein gegenseitiges Verstehen und Verstanden Werden bemühen, würden um Klärung von Missverständlichem bitten und machen deutlich, was wir voneinander verstanden hätten (vgl. Tomasello, 2008, S. 82ff). Als die drei grundlegenden menschlichen Kommunikationsmotive beschreibt Tomasello (2008, S. 82ff) die folgenden:

- 1) *Auffordern/Anfragen*, z. B. durch höfliches Bitten, Vorschlagen, Wünschen und Befehlen. Dabei geht man mehr oder weniger bewusst davon aus, dass das Gegenüber daran

¹⁰⁰ Holler und Wilkin (2011) stellen Ähnliches bezüglich des Gebrauchs von Gesten heraus: Gestenformen würden zunehmend rudimentärer bei umfangreicherem, geteiltem Hintergrund der Interagierenden (vgl. Holler & Wilkin, 2011, S. 140; Kap. 3.3).

¹⁰¹ Diese Doppelrolle des *common grounds* wird in Kapitel 7.1 ausführlicher beleuchtet.

¹⁰² Nicht nur durch die Wahl der Begriffe, sondern auch anhand dieser inhaltlichen Ausführungen fällt auf, dass der *common ground* Überschneidungen mit dem aufweist, was mithilfe des semiotischen Theorierahmens in dieser Arbeit im Sinne Peirce' zunächst als *ground* des Repräsentamens und in Bezug auf Interaktion als *commens* bezeichnet wird. Auch hier geht es darum, den Deutungshintergrund oder *ground* des Repräsentamens zur Erzeugung gemeinsamer Interpretanten (*Cominterpretanten*) zu nutzen. Diese wiederum konstituieren einerseits den *ground* des Repräsentamens und reichern andererseits auch den Deutungshintergrund für den weiteren Zeichenprozess an (vgl. Kap. 7.1).

interessiert ist, mir dabei zu helfen, meine Wünsche, Bitten, Vorschläge, usw. umzusetzen.

- 2) *Helpen durch Informieren*, z. B. durch (unaufgeforderte) Informationen über etwas Bestimmtes, von dem man mehr oder weniger bewusst annimmt, dass diese Informationen für das Gegenüber eine Relevanz haben oder mindestens von seinem*ihrem Interesse sein könnten.
- 3) *Teilen*, z. B. durch das Mitteilen von Gefühlen oder Einstellungen zu bestimmten Dingen, das Kundtun von Meinungen. Dieses Teilen führt dann auch zur Erweiterung und zum Abgleich des *common grounds*.

Tomasellos (2008) Kommunikationsmodell auf Grundlage von Kooperation zeigt mit Blick auf dessen mögliche Anbindung an die dargestellte Interaktionstheorie des Mathematiklernens nach Krummheuer (1992), Krummheuer und Brandt (2001) und des Ansatzes der Partizipation am mathematischen Diskurs nach Sfard (2001, 2008) Schwächen in Bezug auf die interaktive Angleichung potentiell verschiedener individueller Deutungen in interaktiven Aushandlungsprozessen zugunsten einer funktionalen Passung einer vorübergehend beständigen *als geteilt geltenden Deutung*. Solche Aushandlungsprozesse, die in der interaktionistischen Lerntheorie zentral sind und darin durchaus auch als Herausforderung und potentiell auch nicht reibungslose Abläufe beschrieben werden (vgl. Krummheuer, 1992, S. 28), finden in Tomasellos (2008) Theorie zunächst keine Entsprechung und werden offenbar ohne explizit darauf hinzuweisen eher als automatisch ablaufende Prozesse vorausgesetzt bzw. mitgedacht. Zwar verweist er wiederholt auf die grundlegend am sozialen *Wir* ausgerichtete Deutung von Situationen *zuungunsten* individueller Deutungen, geht aber dabei offenbar davon aus, dass diese Deutungsprozesse weitgehend ohne Deutungsdifferenzen verlaufen könnten und keiner expliziten Abstimmung bedürfen. Als Konsequenz dieser Annahme findet dann eine Aushandlung einer *als geteilt geltenden Deutung* im Krummheuer'schen (1992) Sinne zwischen Interagierenden deshalb nicht statt, weil sie sozusagen schon automatisch und unmittelbar erzeugt werden würde. All diese interaktiven Deutungs- und Anpassungsprozesse, die in Krummheuers (1992) und Krummheuers und Brandts (2001) Theorie so ausführlich und als zentral dargestellt wurden, sieht Tomasello (2008) offenbar durch die angenommene Existenz eines *common grounds* als gelöst bzw. dadurch bereits als gegeben an. Krummheuer (1992) betont die Möglichkeiten einer *dienlichen funktionalen Angleichung von Situationsdefinitionen*, aus der eine *als geteilt geltende Deutung* emergieren könne, die wiederum als *Arbeitskonsens* für die Interaktion und deren Fortgang diene, in der auf Grundlage von *Routinen und Standardisierungen* interaktiv *Rahmungen* von den Interagierenden aktiviert werden könnten (vgl. Krummheuer, 1992, S. 34f). Dies wurde bereits weiter oben ausgeführt und auf Schreibers (2010) Erweiterung des Rahmungskonzepts um eine semiotische Perspektive verwiesen (vgl. Kap. 4.1). *Rahmungen* wurden dabei verstanden als Deutungsschemata, die auf gewisse Gewohnheiten oder Konventionen beruhen und von Individuen in Interaktion aktiviert würden (vgl. Schreiber, 2010, S. 59; Krummheuer, 1992, S. 24f). Der bei Tomasello (2008)

angesprochene *common ground* kann diesen Deutungsschemata zugeordnet werden, mindestens kann angenommen werden, dass hieraus *Situationsdeutungen* und *Rahmungen* hervorgehen können. Diese Rahmungen können aber auch gleichzeitig den *common ground* determinieren in Bezug auf zukünftige *Situationsdeutungen*. Sowohl Krummheuer (1992) als auch Tomasello (2008) sprechen davon, dass individuelle Deutungsrestriktionen durch die Kontrastierung mit der interaktiv emergierten *als geteilt geltenden Deutung* bei Krummheuer (1992) oder durch die Erzeugung von weniger an individuellen Relevanzen als vielmehr *am Kollektiv orientierten Deutungen* auf Grundlage einer angenommenen *geteilten Intentionalität* bei Tomasello (2008) überschritten werden könnten und somit so etwas wie Lernen oder Weiterentwicklung möglich werden würde (vgl. Krummheuer, 1992, S. 43; Tomasello, 2008, S. 76). Ebenfalls ein verbindendes Element beider Theorien stellt die Vorstellung eines in Interaktionen handelnden *Kollektivs* dar, was bei Tomasello (2008) als Wunsch und Annahme eines *grundsätzlich kooperativen Gegenübers* beschrieben wird mit entsprechenden sozialen Motiven des *Helfens, Teilens* und *Informierens* (vgl. Tomasello, 2008, S. 82ff) und bei Krummheuer und Brandt (2001) als die *wechselseitig aufeinander abgestimmten* und in Zusammenhang stehenden *Handlungszüge* der Interagierenden, die letztlich dazu führten, dass die Verantwortung für Äußerungen nicht nur bei dem einzelnen Individuum gesehen werden könne, sondern ebenfalls dem *Kollektiv* der Interagierenden zugeordnet werden könnten (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14f u. S. 23).

4.5 Einordnung der dargestellten Ansätze zur sozialen Konstituierung des Mathematiklernens in Bezug auf die vorliegende Arbeit

Im Sinne eines multimodalen Sprachbegriffs (vgl. Kap. 3.2.2) wird Gestik nach Fricke (2012) in der vorliegenden Arbeit als relevant für das System von Sprache angesehen. Folglich ist sie Teil der Äußerungs- und Handlungsteile und damit der Gesprächszüge, die in Interaktionen von den Beteiligten hervorgebracht werden. Sie können, interaktionstheoretisch gedeutet, somit als potentiell konstitutiver Bestandteil von Aushandlungsprozessen und kollektiven Hervorbringungen von *als geteilt geltenden Deutungen* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18) in Interaktionen und den daraus hervorgehenden kollektiven *Rahmungen* verstanden werden. Gesten sind demnach kein Anwendungsfall oder reiner Ausdruck von solchen interaktiven Prozessen kollektiver Bedeutungskonstruktion, sondern sie erzeugen diese in einem komplexen in- und miteinander Wirken mit anderen Ausdrucksmodi, wie Lautsprache, schriftlichen Fixierungen und Handlungen mit. Damit verspricht eine Erweiterung des interaktionstheoretischen Blicks auf das Mathematiklernen mit der Betrachtung von Gesten ein weiter ausdifferenziertes Bild bezüglich des Verstehens solcher Interaktions- und Lernprozesse.

Fetzers (2009, 2019) objektintegrierter Ansatz zur Analyse mathematischer Lehr-Lern-Situationen eröffnet diesbezüglich bereits das Potential, aus der Perspektive der Objekte, die interaktionstheoretische Perspektive weiterzuentwickeln: Die Forschung Fetzers (2009, 2019)

zeigt somit einen möglichen Anknüpfungspunkt für potentiell sich an die vorliegende Arbeit anschließende Untersuchungen und kann als ein mögliches Puzzleteil in der Gesamtschau auf multimodal konstituierte mathematische Lernprozesse verstanden werden. Zudem stützt die erweiterte Betrachtung dessen, was als *Turn* in Interaktionen gelten kann, eine Integration von Gesten in die Vorstellung von aufeinander bezogenen *Turns* im Interaktionsverlauf als Hervorbringungen der Interagierenden. Der Einbezug von Objekten in gestische Argumentationen hat sich dabei nicht nur bereits als empirisch nachweisbar in ersten Analysen gezeigt (vgl. Huth, 2011a, S. 202), sondern macht auch deutlich, dass der Objektgebrauch kein hinreichendes Kriterium sein kann, Handlungen von Gesten abzugrenzen (vgl. Kap. 3.1.3). Dies liegt mutmaßlich im grundlegend multimodalen System von Sprache begründet (vgl. Fricke, 2007, 2012; Kap. 3.2.3).

Die bereits dargestellten Ansätze von Holler und Wilkin (2011) und Kimbara (2006) in Kapitel 3.3 zeigen, dass insbesondere Gesten-Mimikry Einfluss nehmen können auf und Teil werden könnten eines zwischen den Interagierenden erzeugten *common grounds* (vgl. Kap. 3.3). Es lässt sich annehmen, dass durch solche Gestenübernahmen Gestenformen interaktiv etabliert werden, die vorübergehend eine *als geteilt geltende Deutung* aufweisen und damit einen gewissen Grad an Konventionalisierung innerhalb der sie hervorbringenden Interaktionssituation, möglicherweise auch transsituativ, erreichen können. Tomasello (2008) schließlich spitzt die Betrachtung von Gesten zu, indem er diesen eine grundlegende und wegbereitende Bedeutung für die Möglichkeit des Menschen zur Interaktion zuschreibt (vgl. Tomasello, 2008, S. 99). Er arbeitet in Bezug auf diese Interaktionsfähigkeit des Menschen im Rahmen seines Kommunikationsmodells vor allem das Konzept der *geteilten Intentionalität* und des *interaktiven Handelns*, ausgerichtet auf ein *Wir* als Akteur im sozialen Miteinander auf Grundlage eines gemeinsamen *common grounds*, heraus. Gesten als Teil des interaktiven Repertoires können damit auch auf den gemeinsamen *common ground* hinweisen bzw. diesen klären und mitgestalten. Damit werden sie Teil des Repertoires geteilter Deutungs- und Ausdrucksweisen. In einer Forschungsarbeit wie der vorliegenden, in der mathematische Interaktionen Lernender unter besonderer Betrachtung der gestischen und lautsprachlichen Äußerungen auch und vor allem in Relation zueinander analysiert werden, legitimiert eine solche Theorie nach Tomasello (2008) gemeinsam mit den Ansätzen zur sozialen Konstitution des Mathematiklernens (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Sfard, 2003, 2008; Sfard & Lavie, 2005) das Forschungsvorhaben noch einmal in besonderer Weise und unterstreicht dessen potentielle Bedeutsamkeit, um grundlegend zum Verstehen interaktiv konstituierter mathematischer Lernprozesse beizutragen. Es ist in Konsequenz dieser Betrachtung vermutlich gar nicht möglich, mathematische Interaktionen und deren Organisationsstrukturen ohne Einbezug der von den Interagierenden erzeugten Gesten in den Analysen hinreichend zu rekonstruieren und beschreiben zu können.

5 Erkenntnisse zur Rolle von Gestik im Zusammenspiel mit Lautsprache beim Mathematiklernen

Nach den theoretischen Ausführungen zum Zusammenhang von Interaktion und Mathematiklernen und der Herleitung der konstitutiven Rolle, die den Gesten dabei zugeschrieben werden kann (vgl. Kap. 4), soll es im vorliegenden Kapitel nun darum gehen, aufzuzeigen, welche Erkenntnisse in der aktuellen mathematikdidaktischen und psychologischen Literatur zur Rolle von Gestik und Lautsprache bezogen auf das Mathematiklernen vorliegen. Dazu werden einige ausgewählte Ansätze verschiedener theoretischer Ausrichtungen dargestellt, um eine gewisse Bandbreite aufzuzeigen. Theoretisch sind diese verschiedenen Ansätze nicht immer kompatibel zu einer interaktionstheoretischen Sicht auf das Mathematiklernen, wie ich sie in Kapitel 4 beschrieben habe. Alle diese Ansätze nehmen aber das Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache in mathematischen Lehr-Lern-Situationen in den Blick und basieren auf der grundlegenden Annahme eines integrativen Sprachsystems beider Modi. Sie spannen das Feld auf, in dem die vorliegende Arbeit einzuordnen ist und zeigen, welche Erkenntnisse bereits vorliegen.

Die Ansätze sind folgendermaßen zusammengestellt: Zunächst folgen in Kapitel 5.1 Forschungslinien, die Mathematiklernen aus der Perspektive der *Multimodalität* betrachten. Es handelt sich dabei eher weniger um einzelne Arbeiten zum Bereich Gestik im Mathematiklernen, sondern eher um eine grundsätzliche theoretische Ausrichtung. Es werden dabei zunächst Forschungsarbeiten von Arzarello (2006) und Radford (2005, 2007, 2008, 2009) fokussiert. Sie begründen diese theoretische Perspektive und gehen davon aus, dass Lernende und Lehrende verschiedene Ausdrucksmodi – auch als *semiotische Ressourcen* bezeichnet (vgl. Arzarello, Paola, Robutti & Sabena, 2009, S. 97) – im multimodalen Zusammenspiel nutzen, um mathematische Lehr-Lern-Situationen zu gestalten. Radford (2009) unterstreicht dabei die konstitutive Rolle der Gestik im Zusammenspiel mit anderen semiotischen Ressourcen für mathematische Denkprozesse und folgt dem Ansatz der „sensuous cognition“¹⁰³ (Radford, 2009, S. 111ff; Radford, 2013). Arzarello (2006) erweitert die klassische Sichtweise auf semiotische Systeme zugunsten nicht-konventionalisierter Zeichen, wie der Gestik, und beschreibt stattdessen ein semiotisches Zeichenbündel. Er entwickelt mit Paola (Arzarello & Paola, 2007) die Theorie der sogenannten „semiotic games“ (Arzarello & Paola, 2007, S. 17) von Lehrer*innen und Lernenden. Seine Einordnung der Gesten als eine

¹⁰³ In dieser Perspektive versteht Radford (2013) die menschliche Kognition als sinnlich, materiell, kulturell und historisch konstituiert. Sinnliche Wahrnehmung wird von Radford (2013) hierbei als Substrat des Geistes beschrieben (Radford, 2013, S. 141). „[...] Human cognition can only be understood as a culturally and historically constituted sentient form of creatively responding, acting, feeling, transforming, and making sense of the world.“ (Radford, 2013, S. 141). Gleichzeitig bricht diese Sichtweise mit einer dualistischen Einordnung von Körperlichkeit und Materialität einerseits (außerhalb) und Geist und Kognition andererseits (innerhalb) (vgl. Radford, 2013, S. 144f).

Art Vorläufer von Inskriptionen in der Beschäftigung Lernender mit Mathematik betont vor allem die Nähe von Gesten und Inskriptionen im Rahmen eines semiotischen Ansatzes. Die Studien von Krause (2016) und Salle und Krause (2020) lassen sich in diese Forschungstradition einordnen. Krause (2016) untersucht in mathematischen Gesprächen von Oberstufenschüler*innen in Anlehnung an die Forschungen von Arzarello (2006) und Arzarello und Paola (2007) ein sogenanntes *multimodales Zeichen* aus Gesten, Inskriptionen und Lautsprache. Salle und Krause (2020) legen verschiedene Kategorien von Gestenfunktionen an ein Datenbeispiel an, denen sie unterstellen, für das individuelle Mathematiklernen von Bedeutung zu sein. Dabei betrachten sie als typisch bezeichnete mathematische Tätigkeiten, wie z. B. das Bilden und Überprüfen von Hypothesen.

In Kapitel 5.2 folgen Ansätze, die in besonderer Weise den Blick auf den Zusammenhang von Gesten und Diagramme im Peirce'schen Sinne (vgl. Kap. 6) richten. Diese besondere Beziehung wird zwar auch unter Bezug auf Inskriptionen in den Ansätzen von Arzarello (2006) und Krause (2016) angedeutet, bei de Freitas und Sinclair (2012), Sinclair und de Freitas (2014) und Wille (2020) wird den Diagrammen nach Peirce aber explizit eine zentrale Rolle in ihrer Relation zu Gesten im Mathematiklernen zugeschrieben. De Freitas und Sinclair (2012) und Sinclair und de Freitas (2014) beschreiben Diagramme und Gesten als Quellen mathematischer Erkenntnisse. Sie schließen sich theoretisch dem Ansatz der *Embodied Cognition*¹⁰⁴ (vgl. Anderson, 2003; Wilson, 2002) und der Peirce'schen Zeichentheorie bezüglich Ikon, Index und Symbol, sowie seinem Ansatz des diagrammatischen Lernens an.¹⁰⁵ Dabei betonen sie die besondere Nähe von Gesten und der materiellen Welt, der Handlungen und Inskriptionen. Wille (2020) untersucht mathematische Gebärden in der österreichischen Gebärdensprache und fragt hierbei nach der Einflussnahme auf die mathematische Begriffsbildung anhand verschiedener Gebärden und lautsprachlicher Ausdrücke mathematischer Fachsprache bei Gebärdensprachler*innen im Vergleich zu hörenden Sprecher*innen. Hierbei hat sie vor allem den Zeichencharakter in Anlehnung an die Peirce'sche Zeichentheorie im Sinne von indexikalischen und ikonischen Zeichen im Blick.

Forschungen zu ausgewählten mathematischen Situationen werden in Kapitel 5.3 zusammengestellt. Bjuland, Cestari und Borgesen (2007, 2009) untersuchen Gesten und Lautsprache von Schüler*innen und Lehrpersonen bei der Beschäftigung mit verschiedenen

¹⁰⁴ Der Ansatz der „Embodied Cognition“ umfasst nach L. D. Edwards (2009) die Vorstellung, dass das menschliche Denken nicht losgelöst von einer körperlichen Erfahrung der Welt verstanden werden kann: „[...] human thought, including mathematical thinking, is embodied at multiple levels: through imagery, bodily motion and gesture, and through the experience of living, with specific biological capabilities, in a world with particular physical properties.“ (Edwards, L. D., 2009, S. 128) In Wilson (2002) und Anderson (2003) wird dieser Ansatz konform dazu mit der Aufhebung der Trennung von Körper und Geist verbunden. Das Denken wird also weniger als rein geistige und vielmehr mit der Körperlichkeit des Menschen an sich verbundene Tätigkeit interpretiert, die damit auch körperliche Ausdrucksweisen miteinschließt. Im vorliegenden Kapitel werden zahlreiche Ansätze dargestellt, die sich in dieser Theorie verorten.

¹⁰⁵ Die Peirce'sche Semiotik wird in Kapitel 6 ausführlich beschrieben. In Kapitel 5.2 erfolgt als Vorgriff auf die Peirce'sche Theorie bereits eine Beschreibung des Peirce'schen Diagrammbegriffs, um die sich darauf beziehenden Forschungen entsprechend einordnen zu können.

Repräsentationen bzw. dem Zuordnen von veranschaulichten Größen in ein Koordinatensystem. Elia, Gagatsis, Michael, Georgiou und van den Heuvel-Panhuizen (2011) erforschen die Gesten von Kindergartenkindern bei der Beschäftigung mit räumlichen Arrangements. In Elia (2018) werden gleich mehrere Studien im Vergleich zu Gesten von Lernenden bei der Beschäftigung mit ausgewählten mathematischen Problemen in den Blick genommen. Abschließend zu Kapitel 5.3 werden erste Forschungsergebnisse zu kombinatorischen Sequenzen aus Huth (2009, 2013, 2017) kurz dargelegt.

Der Ansatz von Goldin-Meadow (2003) zur Theorie der *Matches* und *Mismatches* von Gestik und Lautsprache beim Lösen mathematischer Probleme und die Studie von Cook und Goldin-Meadow (2006) zu Gestenübernahmen beim Mathematiklernen sind der Forschungstradition der Kognitionspsychologie zuzuordnen. Diese Ansätze werden im Kapitel 5.4 dargestellt. Dabei wird auch Bezug genommen auf Forschungen von McNeill (1992, 2005).

Kapitel 5.5 thematisiert bestehende Befunde zum Gebrauch von Gestik Erwachsener bei der Beschäftigung mit mathematischen Problemen. Hier wird die Arbeit von L. D. Edwards (2009) und Auszüge aus der Forschung von Kiesow (2016) dargestellt. L. D. Edwards (2009) untersucht angehende Lehrpersonen bei der Beschäftigung mit Bruchrechenaufgaben. Kiesow (2016) betrachtet die Mathematik als eine Wissenschaft des Abstrakten¹⁰⁶. Seine Befunde zu Gesten von Mathematikexperten*innen weisen Anknüpfungspunkte zu meinen Forschungsergebnissen auf (vgl. Kap. 5.5, Kap. 10.1 u. Kap. 10.4).

Beendet wird der Teil zu bestehenden Forschungen zu Gesten im Mathematiklernen in Kapitel 5.6 mit der Einordnung der dargestellten Ansätze in Bezug auf meine Forschungsarbeit.

Im letzten Teil von Kapitel 5 erfolgt eine Beschreibung ausgewählter Ansätze aus dem aktuellen mathematikdidaktischen Diskurs zur Bedeutung von Sprache beim Mathematiklernen (vgl. Kap. 5.7). Damit wird fachspezifisch und ergänzend zu Kapitel 3.1.1 nun der Blick auf die Rolle von Sprache in *mathematischen* Situationen gewendet. In der mathematikdidaktischen Forschung werden hierbei zumeist mündliche bzw. gesprochene wie auch schriftlich fixierte

¹⁰⁶ Diese Annahme der *Abstraktheit mathematischer Objekte* lässt sich mit Blick auf Dörfler (2006a, 2006b, 2015) und Schreiber (2010) in Anlehnung an die Peirce'sche Semiotik mit meiner Forschungsperspektive weniger vereinbaren (vgl. einleitende Hinweise nach Kap. 2). Mathematische Zeichen können vielmehr in ihren materiellen Eigenschaften beschrieben werden. Dörfler (2006b) konstatiert, dass die Abstraktheit der Mathematik nicht vorab zugeschrieben werden kann, sondern vielmehr erst *aus der Interpretation*, z. B. von schriftlich fixierten Diagrammen, als Erkenntnis von allgemein Gültigem resultiere (vgl. Dörfler, 2006b, S. 74). Die Bedeutung mathematischer Objekte erschließe sich nicht über eine ihnen zugewiesene Abstraktheit, sondern über ihren Gebrauch im mathematischen Agieren. Nach Schreiber (2010) erzeugen mathematische Darstellungen die durch sie dargestellten mathematischen Objekte in besonderer Weise mit (vgl. Schreiber, 2010, S. 14f). Sie sind damit *nicht nur Darstellung von*, sondern *selbst das mathematische Objekt*. Anders als etwa die Buchstabenfolge *F e n s t e r*, die zwar *für* das Fenster steht, aber das Fenster nicht selbst *ist*, kann nach Schreiber (2010) bspw. das Zahlzeichen 5 nach bestimmten Regeln sofort und ohne Weiteres regelhaft verwendet werden. Es müssen also *die Regeln* der mathematisch möglichen Manipulationen der 5 bekannt sein, um sie in diagrammatischer Weise verwenden zu können. Und dies ist eine notwendige Bedingung des Betriebens von Mathematik, das sich wiederum im Gebrauch der Zeichen erschließt und aus einer Forschungsperspektive letztlich an diesem Gebrauch beobachtet werden kann.

Darstellungen fokussiert. Zur Darstellung werden u. a. Ansätze von Meyer und Prediger (2012), Meyer und Tiedemann (2017), Leiss, Hagen, Neumann und Schwippert (2017) und Prediger, Erath und Moser-Opitz (2019) genutzt.

5.1 Gestik als semiotische Ressource in multimodal gestalteten mathematischen Lehr-Lern-Prozessen

Arzarello (2006) beschreibt in seinem Artikel „Semiosis as a Multimodal Process“ (Arzarello, 2006, Titel) ein multimodales Paradigma (Arzarello, 2006, S. 267), welches später von Arzarello und Paola (2007), Sabena (2008) und Arzarello et al. (2009) aufgegriffen wird. Die theoretische Ausrichtung der Multimodalität beruht hier, anders als bei dem bereits dargestellten linguistischen Forschungskontext von Fricke (2007, 2012; Kap. 3.2.3) nicht auf sprachtheoretischen Analysen, sondern auf Ansätzen der *Embodied Cognition* (vgl. Anderson, 2003; Edwards, L. D., 2009; Wilson, 2002; Fußnote 104, Kap. 5). Körper und Geist werden in dieser Theorie nicht als voneinander getrennte, sondern integrative Systeme verstanden. Dem Körper wird somit eine entscheidende Rolle für die Formung des Geistes beigemessen, weil die sinnliche und motorische Wahrnehmung der Umwelt maßgeblich die kognitive Verarbeitung dieser determiniert.

Sabena (2008) bezeichnet den Körper und seinen Umgang mit Artefakten und Zeichen als zentrale Quellen mathematischer Wissenskonstruktion (vgl. Sabena, 2008, S. 19). Auch bei Radford (2005, 2007, 2008b, 2009) findet man Ansätze eines solchen multimodalen Paradigmas bezüglich der Betrachtung von Gestik und anderen Ausdrucksmodi beim Lernen von Mathematik, die innerhalb dieser Forschungsperspektive häufig als *semiotische Ressourcen* bezeichnet werden (vgl. Sabena, 2008, S. 19). Radford (2005) stellt zur Bedeutung von Gestik beim Lernen fest:

“Gestures matter because, in learning settings, they fulfill an important function: they are important elements in the students’ processes of knowledge objectification. Gestures help the students to make their intentions apparent, to notice abstract mathematical relationships and to become aware of conceptual aspects of mathematical objects.” (Radford, 2005, S. 143)

In diesem Zitat spiegelt sich Radfords (2005) semiotisch-kulturell geprägte Theorie der „knowledge objectification“ (Radford, 2005, S. 143) wider, in der Zeichen aller Art (Gesten, Gesprochenes, Graphen, Formeln, Zeichnungen, usw.) in ihrem Zusammenwirken verstanden werden als eine Möglichkeit der Lernenden, Wissen zu *objektivieren*. Diesen sozialen Prozess beschreibt Radford (2009) als

„[...] *objectification*, i.e. a social process over the course of which something started making sense [...]. Objectifying something is an active process of sense-making that takes place in the interplay of sensuous activity and its continuous revised interpretation.“ (Radford, 2009, S. 119, Hervorhebung im Original)

Radford (2009) belegt dies mit einem Beispiel eines Aha-Moments,¹⁰⁷ bei dem ein Schüler bei der Beschäftigung mit einem Zeit-Wege-Diagramm plötzlich eine Idee zur Interpretation entwickelt und diese auch als solche gestisch und lautsprachlich äußert (vgl. Radford, 2009, S. 119). Dabei würde dieser Schüler nicht etwa die Idee entwickeln und im Anschluss daran diese Idee lediglich noch darstellen, sondern er durchlaufe während dieser Darstellung seiner zunächst noch vagen Erkenntnis ein tieferes Level der Einsicht in die mathematischen Zusammenhänge, so Radford (2009, S. 120). Lernende objektivierten auf diese Weise ihr Wissen, indem ihnen konzeptuelle Aspekte bewusstwürden, die eine solche Generalität aufwiesen, dass sie im Konkreten nicht erfahrbar wären (vgl. Radford, 2005, S. 143).

„[...] knowledge objectification is a process of becoming aware of certain conceptual states of affairs [...]“ (Radford, 2005, S. 144)

Radford (2005) unterscheidet zwischen sogenannten *abstrakten* mathematischen Objekten und *konkreten* mathematischen Tätigkeiten. In diesem Verständnis ermöglichen Zeichen einen Zugang zu den von Radford (2005) als nicht direkt zugänglich betrachteten, weil *abstrakten*, mathematischen Objekten.¹⁰⁸ Bezüglich des mathematischen Denkens sei nach Radford (2009) der multimodale Charakter der Ausdrucksmöglichkeiten der Lernenden entscheidend.

„[...] thinking does not occur solely *in* the head but also *in* and *through* a sophisticated semiotic coordination of speech, body, gestures, symbols and tools. (Radford, 2009, S. 111, Hervorhebungen im Original)

In Anlehnung an den Ansatz der „*sensuous cognition*“ stellt Radford (2009) dabei die Multimodalität des Denkens heraus. Verschiedene Modi werden nicht nur in einer gewissen Gleichzeitigkeit genutzt oder hervorgebracht, um etwas auszudrücken, was längst gedacht ist. Gesten, Lautsprache, der Umgang mit Material, schriftliche Fixierungen, usw. werden im Sinne Radfords (2005, 2009) vielmehr als *konstitutive* Bestandteile eines multisensorisch angelegten Denkens verstanden (vgl. Radford, 2009, S. 113), denen er in deren Zusammenwirken Einfluss auf mathematisches Lernen im Sinne des Objektivierens von Wissen zuschreibt. Der Ansatz ist damit vergleichbar mit der Idee der *Embodied Cognition* (vgl. Fußnote 100, Kap. 4). Radford (2009) betont, dass er die Bedeutung von schriftlichen Symbolen für mathematische Denk- und Erkenntnisprozesse, die er in einer eher klassischen Sichtweise auf Lernen verortet, nicht schmälern möchte, sondern die Perspektive erweitert auf die genuine Rolle, die dabei ebenso Gesten, Handlungen und weitere Arten von Zeichen spielen (vgl. Radford, 2009, S. 112). In der Annahme einer sinnlich konstituierten Kognition geht Radford (2009) davon aus, dass bspw. taktile Erfahrungen und der Sehsinn eng verbunden sind, so dass man etwa ertastete und gesehene Eigenschaften eines Gegenstandes erinnern kann, wenn dieser Gegenstand auch

¹⁰⁷ Im Sinne der Peirce'schen Semiotik würde dies mutmaßlich eher als *abduktiver Schluss* des Lernenden bezeichnet werden, der nach Schreiber (2010) meist mit einem Rahmungswechsel einhergeht (vgl. Schreiber, 2010, S. 145f) und im Zusammenspiel verschiedener Modi zum Ausdruck kommen kann (vgl. Kap. 6.5).

¹⁰⁸ vgl. zur Einordnung der Abstraktheit von mathematischen Objekten einleitende Hinweise nach Kapitel 2 und Fußnote 105, Kapitel 5.

nicht mehr aktuell verfügbar ist. Das Sehen und die Sprache würden stärker auf Distanz zusammenarbeiten, was zur Objektivierung von Wissen über die Welt führen würde. Diese Objektivierung beschreibt Radford (2005) folgendermaßen:

„[...] knowledge objectification is a multi-semiotic mediated activity. It unfolds in a dialectical interplay of diverse semiotic systems. Each semiotic system has a range of possibilities and limitations to express meaning. The conceptuality of mathematical objects cannot be reduced to one of them, not at least in the course of learning, for mathematical meaning is forged out of the interplay of various semiotic systems.“ (Radford, 2005, S. 143f)

Hierbei betont Radford (2005) also vor allem das Zusammenspiel verschiedener semiotischer Systeme für den mathematischen Erkenntnisgewinn. Dabei sind für ihn Gestik, gesprochene Sprache oder schriftliche Fixierungen jeweils ein semiotisches System, das alleine betrachtet nur wenig Einsicht in den mathematischen Lern- und Erkenntnisprozess von Schüler*innen geben könne aufgrund dieses konstitutiven Zusammenspiels verschiedener Systeme im Lernen.

Über das Konzept der Objektivierung von Wissen hinaus beschreibt Radford (2005, 2009) sogenannte „semiotic nodes“ (Radford, 2009, S. 120ff). Diese seien Teile der semiotischen Aktivitäten der Schüler*innen, in denen verschiedene Ausdrucksmodi, wie Handlungen, Gesten, Lautsprache, schriftliche Fixierungen zusammenwirkten und für das Objektivieren von Wissen genutzt würden. Semiotische Knoten seien flexibel und würden in mathematischen Interaktionen durch verwendete Zeichen der Lernenden angereichert. Sie erfahren im Verlauf, konform zum Grad oder der Tiefe an Objektivierung, eine entsprechende Anpassung (vgl. Radford, 2009, S. 122). In Radfords (2007, 2008b) Ansatz wird Artefakten bzw. der uns umgebenden, materiellen Welt besondere Bedeutung beigemessen.

“Artefacts are not merely aids to thinking (as cognitive psychology would have it) nor simple amplifiers, but rather constitutive and consubstantial parts of thinking. We think with and through cultural artefacts [...]“ (Radford, 2007, S. 1784)

Radford (2008b) geht von einer „artifact mediated nature of thinking“ (Radford, 2008b, S. 223) aus, wonach Gegenstände bzw. didaktisch genutztes Material nicht einfach als Hilfsmittel zum Denken genutzt werden, sondern als eine Quelle des Lernens. Die Artefakte transportieren gleichzeitig ein kulturelles und historisches Wissen, das nur in Interaktion mit einem im Umgang versierten Gegenüber und im Gebrauch dieser Artefakte erworben werden könne:

“It is this social dimension which constitutes, for the theory of knowledge objectification, the second essential source for learning.“ (Radford, 2008b, S. 224, Hervorhebung im Original)

In konkreten mathematischen Situationen rückt dieser Ansatz die Betrachtung des den Lernenden angebotenen Materials in einen kultur-historischen Fokus. Material ist also in Radfords (2008b) Sinne nicht nur unter didaktischen und methodischen Gesichtspunkten zu sehen, sondern bringt in die Situation auch ein gewisses *kulturelles Erbe* ein. Dieses kulturelle Erbe wird deutlich in der Art und Weise, wie mit diesem Material in der Situation umgegangen wird. Dabei dient ein versiertes Gegenüber, z. B. die Lehrperson, als eine Art Modell für den

Umgang mit dem Material. In einer mathematischen Situation könnte kontextbezogen auch eine andere Bedeutung von Material ausgehandelt werden, die es bspw. ermöglicht, einen Bleistift ungeachtet seines kulturellen Erbes als Schreibwerkzeug umzudeuten, z. B. als *Gerade*, die zwei Punkte schneidet. Diese Auswahl erfolge nach Radford (2008b) nicht zufällig und der Gebrauch des Bleistifts sei dabei als *metaphorisch* zu bezeichnen: Es wird etwa kein quaderförmiger Radiergummi zur Darstellung einer Geraden gewählt, sondern ein Gegenstand, der die Eigenschaften dieser oder allgemeiner des mathematischen Objekts in besonderer Weise, in einer bestimmten Ähnlichkeit – beim Bleistift in seiner äußeren Gestalt – widerspiegelt.¹⁰⁹

Arzarellos Theorien des „semiotic bundle“ (Arzarello, 2006, S. 267) und des „semiotic games“ (Arzarello & Paola, 2007, S. 17) liegen ebenfalls wie Radfords (2009) Ansatz in der Semiotik begründet. Klassische Perspektiven im Rahmen von semiotischen Ansätzen seien nach Arzarello (2006) begrenzt auf das, was nach Ernest (2006) als „semiotic system“ (Ernest, 2006, S. 69) gelte. Ein semiotisches System beinhalte nach Ernest (2006) drei Aspekte: 1) eine *Menge von Zeichen*, z. B. geäußerte, gesprochene, geschriebene, gezeichnete oder elektronisch encodierte Zeichen; 2) eine *Menge von Regeln der Zeichenproduktion*, welche das Potential enthalten, kreativ Zeichen miteinander zu verbinden, die mehr sind „than the definition and determinants of a well-formed, i.e., grammatically correct, sign.“ (Ernest, 2006, S. 69) und 3) eine *Menge an Beziehungen der Zeichen untereinander* auf Grundlage einer „meaning structure“ (Ernest, 2006, S. 69 u. S. 69f).

Diese Definition eines semiotischen Systems ist nach Arzarello (2006) ausschließlich bezogen auf ein festgelegtes, konventionalisiertes System von Zeichen, wie z. B. die mathematische Formelsprache. Mit Blick auf die multimodale Gestalt mathematischer Interaktionen müsse es aber darüber hinaus möglich sein, auch nicht-konventionalisierte oder weniger formale Zeichen, wie z. B. die Gestik im Rahmen eines solchen semiotischen Ansatzes zu beschreiben. Daher schlägt Arzarello (2006) vor, das theoretische Konstrukt des „semiotic bundle“ (Arzarello, 2006, S. 267 u. S. 269) zu nutzen, welches die Definition semiotischer Systeme aufnimmt und erweitert, so dass die große Varietät der semiotischen Ressourcen, die in mathematischen Interaktionen genutzt werden, innerhalb eines gemeinsamen theoretischen Konzepts beschrieben werden kann. Mit solchen Erweiterungen der klassischen Sichtweise auf semiotische Systeme werde nach Arzarello (2006) auch berücksichtigt, dass der Umgang mit Material weniger algorithmischen Regeln folge als bspw. der Umgang mit algebraischen Formeln. Arzarellos (2006) Konzept des „semiotic bundles“ oder des „bundle of semiotic sets“ (Arzarello, 2006, S. 281) definiert Arzarello (2006) als:

„(i) A collection of semiotic sets.

(ii) A set of relationships between the sets of the bundle.“ (Arzarello, 2006, S. 281)

¹⁰⁹ Darauf wurde bereits in Kapitel 3.1.3 bei der Betrachtung von Zeigegesten hingewiesen, die bspw. durch einen Gegenstand verlängert werden können.

Als „semiotic set“ definiert Arzarello (2006):

- „a) A set of signs which may possibly be produced with different actions that have an intentional character, such as uttering, speaking, writing, drawing, gesticulating, handling an artefact.
- b) A set of modes for producing signs and possibly transforming them [...]
- c) A set of relationships among these signs and their meanings embodied in an underlying meaning structure.“ (Arzarello, 2006, S. 281)

Dabei betont er die Veränderbarkeit und Dynamik bezüglich der Zeichen und deren Beziehungen zueinander in einem semiotischen Bündel, die es über die Zeit durch Aktivitäten eines Subjekts erfahren könne (vgl. Arzarello, 2006, S. 281). Das Konzept des semiotischen Bündels erinnert an die Beschreibung eines semiotischen Knotens, nach Radford (2009), der oben dargestellt wurde. Auch dieser Knoten wurde als Sammlung von Zeichen verschiedener Ausdrucksmodi beschrieben (vgl. Radford, 2009, S. 120ff). Es bleibt offen, was bei Arzarello (2006) genau mit *Subjekt* gemeint ist. Im Sinne einer interaktionstheoretischen Betrachtung des Mathematiklernens, wie sie in Kapitel 4 dargestellt wurde, muss hierbei wohl von einer *Gruppe von Interagierenden* oder dem *Subjekt als partizipierend an einem mathematischen Diskurs* ausgegangen werden.¹¹⁰ Bezüglich des Konzepts des semiotischen Bündels bedeutet dies, dass in der Interaktion die Schüler*innen und die Lehrperson ein *gemeinsames* semiotisches Bündel von Zeichen generieren, gebrauchen und im Sinne einer *neuen Qualität*, die dieses erst durch die Interaktion gewinnen kann, weiterentwickeln. Die Veränderung und Gestaltung eines semiotischen Bündels geschehe nach Arzarello (2006) durch semiotische Aktivitäten, also der Produktion und der Transformation von Zeichen innerhalb eines semiotischen Registers¹¹¹ und der Konversion dieser Zeichen in ein anderes Register (vgl. Arzarello, 2006, S. 281). Arzarello et al. (2009) verweisen direkt auf die Interaktion mit anderen:

„A semiotic bundle is a *system of signs* – with Peirce’s comprehensive notion of sign – that is produced by one or more interacting subjects and that evolves in time. Typically, a semiotic bundle is made of the signs that are produced by a student or by a group of students while solving a problem and/or discussing a mathematical question. Possibly, the teacher too participates in this production, and so the semiotic bundle may include also the signs produced by the teacher.“ (Arzarello et al., 2009, S. 100, Hervorhebung im Original)

¹¹⁰ Die Partizipation an einem mathematischen Diskurs kann auch Phasen der individuellen Auseinandersetzung mit einem mathematischen Sachverhalt beinhalten (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 13). Dies würde sich eher bei einer bereits erworbenen Versiertheit im Fach Mathematik zeigen. Im Lernprozess ist die interaktive Konstituierung mathematischen Lernens zentral. Krummheuer und Brandt (2001) sprechen diesbezüglich von „[...] unausweichlich dialogisch strukturierten Lernprozessen [...]“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14; Kap. 4.2).

¹¹¹ Der Begriff *Register* wird bei Arzarello (2006) ohne explizite Definition verwendet. Zunächst ist der Begriff in seinen Ausführungen mutmaßlich synonym zum Begriff der verschiedenen *Modi* oder *semiotischen Ressourcen* verwendet. Letzteres bezeichnet Arzarello (2006) als „[...] gestures, glances, drawings and extra-linguistic expressions [...]“ (Arzarello, 2006, S. 269) Ebenso zählt Arzarello (2006) in Anlehnung an Bosch und Chevallard (1999, zitiert nach Arzarello, 2006, S. 270) u. a. ein *orales Register* und ein *gestisches Register* auf. Später wird von Arzarello (2006) aber auch das *algebraische System* als Register bezeichnet sowie ein *geometrisches Register* beschrieben (vgl. Arzarello, 2006, S. 272f). Was Arzarello (2006) hier genau mit dem Begriff Register verbindet, bleibt also eher vielfältig.

Nach Arzarello (2006) stellen Gestik und Lautsprache *ein gemeinsames semiotisches Bündel* dar, wobei beide als *semiotic set* gelten würden, aber nur die Lautsprache aufgrund ihrer Systematik und Grammatik auch als *semiotic system* nach Ernest (2006) bezeichnet werden kann. Diese *semiotic sets* stehen nicht isoliert nebeneinander, sondern sind miteinander verwoben und können hier einen hohen Grad an Komplexität aufweisen, was auch abhängig davon ist, wie viele Modi genutzt werden. Arzarello und Paola (2007) liefern schließlich eine nähere Beschreibung eines semiotischen Bündels in Abgrenzung zur klassischen Definition semiotischer Systeme:

„[...] while the classical semiotic systems concern very structured systems, whose rules of sign production and manipulation are very precise algorithm (from the oral and written language to the algebraic or Cartesian register) the semiotic bundle includes all signs produced by actions that have an intentional character (e.g. speaking, writing, drawing, gesticulating, handling an artefact, etc.) and whose modes of production and transformation [...] may encompass also approaches less deterministic and more idiosyncratic than algorithms. A semiotic bundle is a dynamic structure, where such different resources coexist and develop with their mutual relationships.” (Arzarello & Paola, 2007, S. 19)

Demnach sind semiotische Bündel situativ in ihrer Entstehung und kontextgebunden in ihrer Entwicklung bzw. Veränderung über den Verlauf von Interaktionen. Genaue Analysen und Beschreibungen von bspw. gestischen und lautsprachlichen Zeichen sowie deren Beziehung untereinander und ihrer Entwicklung im Interaktionsverlauf seien mithilfe des Konzepts des *semiotic bundles* im Rahmen des multimodalen Paradigmas möglich (vgl. Arzarello & Paola, 2007, S. 100).¹¹² Arzarello et al. (2009) beschreiben auf Grundlage ihrer Theorie solche Analysen, mit denen sie die Zeichen und deren Beziehungen untereinander herausarbeiten. Sie kommen zu drei zentralen Ergebnissen (vgl. Arzarello et al., 2006, S. 106ff):

- 1) Die epistemische und multimodale Natur des generierten und gebrauchten semiotischen Bündels bringe die Lernenden in den analysierten Beispielen zu neuen Einsichten:

„[...] it is the multimodality of the semiotic bundle to guarantee the improvement of students' cognition more than this or that single component of the semiotic bundle.“ (Arzarello et al., 2006, S. 107)

- 2) Im Bündel kann die Produktion sogenannter „personal signs“ (Arzarello et al., 2006, S. 107), etwa in Form von Gesten, und von institutionellen Zeichen beobachtet werden sowie deren Beziehung.

¹¹² Mit der Zeichentheorie nach Peirce (vgl. Kap. 6) ist die Möglichkeit gegeben, sämtliche Zeichen beschreiben zu können, und zwar innerhalb einer gemeinsamen Theorie. Peirce' Zeichenbegriff umfasst sowohl konventionalisierte Zeichen, wie die Lautsprache, als auch nicht-konventionelle Zeichen. Die Zeichenhaftigkeit wird an die Wahrnehmung als Zeichen durch ein Subjekt gebunden. Damit ist fraglich, ob eine Erweiterung mithilfe des *semiotic bundles* im Sinne Arzarellos (2006) für die vorliegende Forschungsarbeit nötig erscheint in Anbetracht der Verwendung von Peirce' Zeichentheorie.

„A sign is institutional if established by an institution [...]; it is personal if it is an idiosyncratic production of the subject.“ (Arzarello et al., 2006, S. 107)

Der Nutzen dieser persönlichen Zeichen bestehe in der Möglichkeit, damit einen Zugang zu institutionellen Zeichen zu bekommen z. B. durch die Integration der Schüler*innen-Zeichen in angemessene mathematische Argumentationen seitens der Lehrperson, welche die institutionellen Zeichen repräsentiere. Gesten könnten ausdrücken, was für Lernende möglicherweise lautsprachlich oder formal (noch) nicht zu formulieren sei.

- 3) Seitens der Lehrperson könne ein sogenanntes „semiotic game“¹¹³ als „teaching style“ (Arzarello et al., 2006, S. 107) initiiert werden: Semiotische Spiele ermöglichten den Lernenden einen Zugang „[...] of the culturally shared meaning of signs.“ (Arzarello et al., 2006, S. 107). Die Lehrperson greife darin die *personal signs* der Schüler*innen auf und integriere sie in eine mathematisch angemessene Beschreibung – *institutionelle Zeichen*. Es sei hierbei nötig, dass die Lehrperson sich der Multimodalität und der Rolle semiotischer Spiele in Lehr-Lern-Situationen bewusstwerde. Dies könne durch bestimmte Analyseformen realisiert werden, die zu einem diagnostischen Blick auf die Lehr-Lern-Situationen führten. So könnten angemessene Lernarrangements durch die Lehrperson entwickelt werden, die Schüler*innen beim Übergang von persönlichen zu institutionellen Zeichen unterstützen.

Als Ergebnis seiner Analysen beschreibt Arzarello (2006) u. a., dass Gesten, die von Lernenden in der Auseinandersetzung mit einem mathematischen Sachverhalt erzeugt werden, im Verlauf schließlich zu Inskriptionen führen und daraus in der Folge neue Gesten entstehen könnten. Auf diese Weise würden die Lernenden Lösungen entwickeln und mathematische Einsichten gewinnen.

„This gesture later generates a written iconic representation, [...] successively enriched by numerical instances [...] and by arithmetic rules [...], expressed through speech and new and old gestures. Gestures, speech, written signs, and arithmetic representations grow together in an integrated way supporting the semiotic activities within the semiotic bundle which enlarges more and more.“ (Arzarello, 2006, S. 293f)

¹¹³ In meiner Forschung habe ich mich zeitweise intensiv mit diesem Ansatz beschäftigt und beschreibe in Huth (2011a) die Erweiterung dieses semiotischen Spiels zwischen Lernendem*r und Lehrendem*r auf die Interaktion zwischen gleichberechtigten Interagierenden, in diesem Falle Schüler*innen, als sogenanntes „semiotic game among equals“ (vgl. Huth, 2011a, S. 240f). Im weiteren Forschungsprozess habe ich dies jedoch nicht weiterverfolgt. Mit der Beschreibung der mathematischen Interaktion als Zeichenprozess in Anlehnung an den Zeichenbegriff nach Peirce (vgl. Kap. 6) sowie dem Ansatz des diagrammatischen Arbeitens (Dörfler, 2006a, 2015, vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2) verwende ich eine umfassende Zeichentheorie, mit der es möglich ist, Zeichenprozesse auf Mikroebene moduspezifisch und modusübergreifend mit den von Schreiber (2010) entwickelten Semiotischen Prozess-Karten rekonstruieren zu können (vgl. Kap. 8.7.2 u. Kap. 9). Die zusätzliche Verwendung des Begriffs und Beschreibung als *semiotic game* erscheint dann weniger zielführend.

Eine weitere Arbeit zu Gesten in dieser Forschungstradition stammt von Krause (2016). Sie knüpft theoretisch an Arzarello (2006) und Radford (2009) an und geht davon aus, dass Gesten im Mathematiktreiben von Lernenden eine zentrale Rolle spielen, und zwar im Besonderen in Interaktionen mit anderen. In einem „pre-explicit stadium of an idea“ (Krause, 2016, S. ix), wie Krause (2016) es nennt, würden Gesten demnach häufig Ideen beschreiben, die noch nicht zugänglich für die Lernenden seien.

Gesten versteht Krause (2016) dabei als Bewegungen der Arme und Hände, die entweder co-expressiv mit der lautsprachlichen Äußerung auftreten oder Teile dieser während einer solchen Äußerung ersetzen. Sie sind nach Krause (2016) in ihrer Bedeutung stets in den verbal gegebenen Kontext eingebettet und nur durch diesen interpretierbar (vgl. Krause, 2016, S. 27 u. S. 37).¹¹⁴ Gesten würden nach Krause (2016) in Anlehnung an McNeill (1992) und Kendon (2004) weniger ein praktisches Ziel verfolgen, sondern vielmehr als Ausdruck erzeugt werden. In der Definition, die von Krause (2016) genutzt wird, werden Gesten daraus folgend auch von Selbstberührungen oder z. B. individuellem Verhalten, wie dem Spielen an Ringen abgegrenzt (vgl. Krause, 2016, S. 26). Darin klingt eine gewisse Unterscheidbarkeit von Handlungen und Gesten an, die allerdings bei Krause (2016) nicht explizit thematisiert oder eingeordnet wird.¹¹⁵

Gesten würden nach Krause (2016) zwei zentrale Aspekte in der mathematischen Auseinandersetzung erfüllen: Zum einen hätten sie *kommunikative Funktion*, weil sie z. B. die Lautsprache unterstützten und vorläufige Ideen Lernender ausdrücken könnten, noch nicht erworbene Begriffe gestisch darstellen würden oder erste Ideen testen könnten. Dies führe zu einer kognitiven Entlastung und könne zudem die Schüler*innen in intensiven Auseinandersetzungsprozessen unterstützten. Gesten ermöglichten den Schüler*innen auf diese Weise in einem gewissen Maße unpräzise bleiben zu können und nicht etwa durch die häufig von Lehrpersonen geforderte Genauigkeit in der Formulierung in ihren fortlaufenden Denkprozessen gehindert zu werden (vgl. Krause, 2016, S. 15f).

„The possibility to express ideas in a premature stadium is thus essential for social learning processes and may be benefited by using communicative function of gestures. In this regard, gestures may ground the shared understanding on visual means of expression rather than on verbal ones.“ (Krause, 2016, S. 16)

¹¹⁴ Eine Argumentation, die in ähnlicher Weise bereits für redebegleitende Gesten bei Fricke (2007, S. 150) zu finden ist (vgl. Kap. 1).

¹¹⁵ Für meine Forschungsarbeit war und ist diese Relation von Gesten und Handlungen immer wieder von Bedeutung. Zahlreiche Forschungen im Bereich Gestik und Mathematiklernen unternehmen hier offenkundig keine Unterscheidung. So beschreiben bspw. Alibali, Nathan und Fujimori (2011) Kategorien von Lehrendengesten, in denen durchaus Gegenstände mit der Hand z. B. in Bewegung versetzt werden (vgl. Alibali, Nathan & Fujimori, 2011, S. 223). Solche Hand-Aktionen werden allgemein wohl eher als Handlungen verstanden. Aus meiner Sicht lohnt sich jedoch eine differenzierte, wenn auch in eine nicht klare Abgrenzbarkeit mündende Betrachtung von Handlungen und Gesten und ihrer Relationen: In Huth und Schreiber (2017) wird die definitorische Abgrenzbarkeit von Handlungen und Gesten bereits diskutiert (vgl. Huth & Schreiber, 2017, S. 85) und in Kapitel 3.1.3 der vorliegenden Arbeit weiter ausdifferenziert.

Zum anderen und zusätzlich zu dieser *kommunikativen Funktion* von Gesten, die häufig auch Lautsprache kompensierten, beschreibt Krause (2016) den *repräsentativen Aspekt* von Gesten: Weil im Gestenraum eine visuelle Repräsentation von mathematischen Objekten geschaffen und verortet werden könne, diene dieser Gestenraum als ein von Inskriptionen nicht zu leistender Ort des Testens von Ideen, die hier dann auch in eher allgemeiner Weise dargestellt werden könnten. In dieser Hinsicht würden Gesten potentiell Inskriptionen vervollständigen um Hypothesen zu erzeugen und zu testen. So könnten Gesten zum Erkenntnisprozess beitragen, weil sie repräsentierten, was nicht repräsentiert sei (vgl. Krause, 2016, S. 16). Allerdings sei nicht sicher annehmbar, dass Gesten stets mathematisches Lernen begünstigten. Krause (2016) weist in diesem Zusammenhang auf Studien hin, die zeigen würden, dass in manchen Fällen die beschriebene Ungenauigkeit von Gesten gar z. B. zum Aufbau nicht adäquater mathematischer Begriffe beitragen könnte (vgl. Krause, 2016, S. 16f).

Krause (2016) möchte klären, wie Gesten in Interaktionen zur Konstruktion von Wissen beitragen (vgl. Krause, 2016, S. x). Dabei nimmt sie eine semiotische Perspektive auf Zeichen im Sinne des Peirce'schen Zeichenbegriffs ein und nutzt darüber hinaus u. a. Arzarellos (2006) Theorie des *semiotischen Bündels*, um im Prozess des sozialen Lernens die Zeichenrelationen, die Krause (2016) folgend *diachron* oder *synchron* im Interaktionsprozess auftreten können, erfassen und beschreiben zu können. Mit *diachron* meint Krause (2016) dabei die serielle Entwicklung von Zeichen über einen gewissen Zeitraum in der Interaktion. *Synchronität von Zeichen* meint den simultanen Gebrauch von Zeichen in verschiedenen Modi (vgl. Krause, 2016, S. 46). Beide Ausprägungen von Zeichenprozessen – *diachron* und *synchron* – werden von Krause (2016) analytisch erfasst. Anhand eines epistemischen Handlungsmodells nach Bikner-Ahsbahs (2008) beabsichtigt Krause (2016) zu beschreiben, wie sich Wissen im Prozess entwickelt (vgl. Krause, 2016, S. 2f). Bezüglich des Lernens lehnt sich Krause (2016) an Theorien der Multimodalität und der *Embodied Cognition* an (vgl. Krause, 2016, S. 37ff, S. 42ff u. S. 49; Fußnote 104, Kap. 5) und ordnet mathematisches Lernen als Konstruktion in sozialer Interaktion ein (vgl. Krause, 2016, S. 35ff). *Multimodalität* versteht Krause (2016) dabei als Zusammenspiel von verschiedenen Ausdrucksmodi bzw. Zeichenarten, wie sie es nennt, die bei der Beschäftigung mit Mathematik verwendet werden, um zu kommunizieren, sich auszudrücken und zu repräsentieren (vgl. Krause, 2016, S. 49). Krause (2016) unternimmt hier keine sprachtheoretische Verortung der Multimodalität, wie es Fricke (2007, 2012) vorsieht (vgl. Kap. 3.2.3).

Zentral für das Mathematiktreiben sei Krause (2016) folgend die Sprache – lautsprachlich oder geschrieben geäußert. Sie sei bewusst erzeugt, der bevorzugte Kommunikationsmodus und in Produktion und Verstehen folge sie konventionellen Regeln. Sprache sei in besonderer Weise bewusst und vertraut für die Kommunizierenden (vgl. Krause, 2016, S. 28ff).

Bezüglich der Funktionen von Zeichen, nutzt Krause (2016) zunächst M. H. G. Hoffmanns (2005) Beschreibung der *repräsentativen* und *epistemischen Funktion* von Zeichen, die stets beide in der Kommunikation realisiert werden würden. Unter der *repräsentativen Funktion* von

Zeichen wird verstanden, dass Zeichen für etwas stehen, das sie repräsentieren. Durch diese repräsentative Funktion könnte dann wiederum am Zeichen *Erkenntnis* gewonnen werden (*epistemische Funktion* von Zeichen), weil man durch den Gebrauch des Zeichens „a meaning behind it“ (Krause, 2016, S. 25, Hervorhebungen im Original) erkennen können, was dazu führe, etwas Neues sehen und erzeugen zu können.

In den Analysen beabsichtigt Krause (2016) insbesondere die Beziehung zwischen „*speech, gesture, and inscriptions*“ (Krause, 2016, S. 49, Hervorhebung im Original) zu betrachten.¹¹⁶ In diesem Zusammenhang beschreibt Krause (2016) ein sogenanntes *multimodales Zeichen*, das aus den genannten drei Modi im diachronen und synchronen Zusammenspiel bestehe:¹¹⁷ Die auf einer tiefen Verwobenheit beruhenden Relationen zwischen verbalem, inskriptionalem und gestischem Zeichen könnten dabei entweder diachron oder synchron in der Interaktion auftreten und bildeten zusammen eine semiotische Komposition (vgl. Krause, 2016, S. 50).

Als Forschungsergebnisse werden von Krause (2016) verschiedene Funktionen von Gesten in Relation zur Lautsprache und zu Inskriptionen beschrieben. Gesten weisen z. B. Krause (2016) folgende „*specifying-features*“ (Krause, 2016, S. 114ff, Hervorhebung im Original) auf, wenn Worte in der lautsprachlichen Erläuterung fehlen würden oder diese unpräzise sei.¹¹⁸

In Anlehnung an die *Mismatch-Theorie* von Goldin-Meadow (2013) beschreibt Krause (2016),¹¹⁹ dass sie in ihren Daten Belege für konkurrierende Ideen in Lautsprache und Gestik finden

¹¹⁶ Als *Inskription* beschreibt Krause (2016) etwas materiell Gegebenes in einem Medium auf Papier oder Computerbildschirm Fixiertes z. B. geschriebene Sprache, Skizzen oder gezeichnete Diagramme (vgl. Krause, 2016, S. 49).

¹¹⁷ Es sei hier darauf hingewiesen, dass die Begriffe *speech* und *verbal* (im Englischen) von Krause (2016) augenscheinlich nicht immer einheitlich verwendet werden. An einer Stelle wird darauf hingewiesen, dass *speech* gesprochen oder geschrieben sein kann (vgl. Krause, 2016, S. 28). An anderer Stelle scheint Krause (2016) *speech* synonym zu *verbal* zu verwenden und damit ausschließlich gesprochene Sprache bzw. Lautsprache zu meinen (vgl. Krause, 2016, S. 50).

¹¹⁸ Diese Befunde überraschen kaum angesichts der bereits vorliegenden Forschungen zur Funktion von Gesten in alltäglicher Kommunikation und unter Betrachtung spezifischer Ausdrucksmöglichkeiten von Gesten (vgl. Fricke, 2007, 2012; Goldin-Meadow, 2003; Gullberg, 2013; Huth, 2011a, 2013, 2014; McNeill, 1992; Kap. 1, 3 u. 5). Mathematische Interaktionen stellen diesbezüglich keine Besonderheit dar. Spezifisch auf das diagrammatische Arbeiten bezogen konnte ich in mathematischen Interaktionssituationen bereits in Huth (2013) und (2014) zeigen, dass Gesten relationale Strukturen des verhandelten mathematischen Diagramms anzeigen, manche mathematischen Inhalte ausschließlich in der Gestik thematisiert werden und gestische Darstellung inskriptional diagrammatisch verwendet werden können (vgl. Huth, 2013). In Huth (2014) wird darüber hinaus ein Beispiel beschrieben, welches zeigt, dass zentrale mathematische Deutungen von Lernenden in manchen Fällen ausschließlich durch die Gestik interpretierbar werden. Unterschiedliche mathematische Deutungen, die sich teilweise ausschließlich anhand des Gestengebrauchs rekonstruieren lassen, führten in diesem konkreten Fall zum Konflikt zwischen den Schüler*innen, der nicht inhaltlich mathematisch, sondern eher interaktional aufgelöst wurde (vgl. Huth, 2014, S. 162ff u. S. 169f).

¹¹⁹ Mutmaßlich versteht Krause (2016) Goldin-Meadows (2013) *Match/Mismatch* Theorie ausschließlich bezogen auf konkurrierende Ideen in Gestik und Lautsprache, die auch die Annahme der Ko-Expressivität von Gestik und Lautsprache als gemeinsames Sprachsystem in Konflikt bringen würde. „That is, gesture does not add information, but presents information that stands in concurrence with the one presented in speech.“ (Krause, 2016, S. 121). Dies ist bei Goldin-Meadow (2013) in deutlich anderer Weise eingeordnet, wenn sie davon spricht, dass Gesten-Lautsprache-Mismatches geradezu aus dem integrativen System von Sprache hervorgehen und sie bezüglich der Überschneidung von in beiden Modi kodierten Informationen von einem Kontinuum ausgeht (vgl. Goldin-Meadow, 2013, S. 31ff; Kap. 5.4).

könne und darüber hinaus die Gestik in manchen Fällen verschiedene Aspekte in Lautsprache und Gestik verlinke. Auf diese Weise werde eine semiotische Komposition erzeugt, die zu einem anderen „*more abstract*“ (Krause, 2016, S. 125, Hervorhebung im Original) Objekt führen könnte. Dabei zeige die Gestik häufig eine führende Rolle, wenn es um die Spezifizierung und das Verstehen des gemeinten mathematischen Objektes gehe (vgl. Krause, 2016, S. 124f).

Bezüglich der Verweismöglichkeiten von Gesten auf das gemeinte mathematische Objekt beschreibt Krause (2016) schließlich drei verschiedene Level:

- 1.) Gesten könnten auf konkret verfügbare Inskriptionen verweisen und durch diese Inskription sei ihre Bedeutung gegeben.
- 2.) Gesten könnten Bedeutung durch ihre Eingebundenheit in das Diagramm erhalten. In diesem Fall würde die Geste selbst zu einer ikonischen Repräsentation.
- 3.) Es sei schließlich möglich, dass Gesten unabhängig zur gleichzeitig auftretenden Inskription selbst in ihrer Bedeutung interpretiert werden könnten. Letzteres bezeichnet Krause (2016) auch als Geste, die losgelöst vom Konkreten sei.

Es gebe dabei Gesten, die eine Flexibilität zwischen Level 1 und 2 aufweisen würden und Gesten, die zwischen Level 2 und 3 eingeordnet werden müssten, weil sie selbst Bedeutung tragen würden, allerdings eine Zuordnung dieser Bedeutung zu einem Diagramm nicht eindeutig möglich sei (vgl. Krause, 2016, S. 134ff). Die oben beschriebene spezifizierende Funktion von Gesten und diese drei Level bezeichnet Krause (2016) als die „*representational features*“ (Krause, 2016, S. 139) von Gesten.

Epistemische Funktion würden Gesten in mathematischen Interaktionen Lernender dann erfüllen, wenn sie zur interaktiven Wissenskonstruktion beitragen. Dies sei vor allem bei sogenannten epistemischen Handlungen, wie Erfassen/Sammeln, Verbinden und Strukturieren der Fall (vgl. Krause, 2016, S. 162).

In diesem Zusammenhang rekonstruiert Krause (2016) „*forming-functions*“ und „*performing-functions*“ (Krause, 2016, S. 162, Hervorhebung im Original) solcher Gesten. Sie zeigt an einem Beispiel wie diese Funktionen der Gesten den epistemischen Prozess begünstigen würden (vgl. Krause, 2016, S. 208ff u. S. 222ff). Erstere (*forming-functions*) erzeugten z. B. ein gestisch umgesetztes sogenanntes „*sourcing out*“ (Krause, 2016, S. 165, Hervorhebung im Original) – eine Verlinkung zwischen dem lautsprachlich beschriebenen mathematischen Objekt und einem auf Bildschirm oder Papier gegebenen Diagramm. Dabei sei es auch möglich, dass die Geste selbst das mathematische Objekt repräsentieren könnte, so dass Gesten hierbei nicht nur indexikalisch gebraucht werden (vgl. Krause, 2016, S. 165). Solche gestisch unterstützten Darstellungsweisen der Lernenden könnten auch den gemeinsamen Deutungshintergrund für die Entwicklung von mathematischen Ideen bereitstellen (vgl. Krause, 2016, S. 168). Neben dem beschriebenen „*sourcing out*“ (Krause, 2016, S. 165, Hervorhebung im Original) rekonstruiert Krause (2016) darüber hinaus als formende Funktionen epistemisch

verwendeter Gesten durch Lernende „*depicting*“ (Krause, 2016, S. 168ff, Hervorhebung im Original): Gestisch würden Relationen ikonisch repräsentiert, die sich z. B. auf einen Teil („*the essentials*“, Krause, 2016, S. 181) eines schriftlich gegebenen Diagramms beziehen könnten. „*Extracting*“ (Krause, 2016, S. 174ff, Hervorhebung im Original) sei zu verstehen als das Herausstellen eines bestimmten Aspekts aus einem Diagramm und „*illustrating generality*“ (Krause, 2016, S. 180ff, Hervorhebung im Original) umfasse rein metaphorische Gesten, die eine Verallgemeinerung einer mathematischen Idee zeigen würden (vgl. Krause, 2016, S. 181).

Als „*performing-functions*“ (Krause, 2016, S. 181) beschreibt Krause (2016) insgesamt sechs verschiedene Funktionen, u. a. das *Fokussieren* zentraler Aspekte durch Gesten. Dabei könnten gestisch zentrale mathematische Aspekte wie durch eine Art Zoom-Funktion im Diagramm im Blick behalten werden, während das Thema der Interaktion kurzfristig wechseln kann. Dies könnte auch in der Folge zum Verlinken verschiedener Aspekte im Diagramm führen, um epistemische Prozesse in Gang zu setzen (vgl. Krause, 2016, S. 185ff). Weitere solche Funktionen seien nach Krause (2016) das gestische *Exemplifizieren* als kurzzeitige Visualisierung z. B. möglicher Fälle; das gestisch umgesetzte *Kontrastieren* als das Visualisieren von möglichen und unmöglichen Fällen, wobei die Verschiedenheit dieser Fälle gestisch herausgestellt werde (vgl. Krause, 2016, S. 195); das *Präzisieren* einer lautsprachlich eventuell noch nicht möglichen oder noch unpräzisen Äußerung durch Gesten (vgl. Krause, 2016, S. 197ff); das *Zusammenfügen* von Bedeutung durch Gesten; und schließlich das *Strukturieren* des verbalen Diskurses durch Gesten, was vergleichbar mit dem Zusammenfügen sei, aber stets metaphorisch die Verbindung zwischen Ausgangsüberlegung und abschließenden Feststellungen gestisch im mathematischen Argumentationsprozess der Lernenden visualisiere (vgl. Krause, 2016, S. 207). Gesten bekommen in Krauses (2016) Darstellungen der *forming-* und *performing-functions* stets eine die Lautsprache unterstützende Rolle zugeschrieben und im Sinne des beschriebenen multimodalen Zeichens (vgl. Krause, 2016, S. 50) beziehen sie sich auf interaktiv erzeugte bzw. verhandelte Inskriptionen, die in den dargestellten Beispielen durch eigene schriftliche Fixierungen oder Darstellungen am Bildschirm gegeben sind.

Aus dem Vergleich des Gestengebrauchs von drei Lernenden Paaren ergebe sich laut Krause (2016) kein offensichtlicher Unterschied im Einfluss der verwendeten Gesten auf den epistemischen Prozess, wenngleich unterschiedliche Funktionen der Gesten und auch unterschiedliche Häufigkeiten dieser im Gebrauch beobachtet werden konnten (vgl. Krause, 2016, S. 227ff u. S. 231). Im vertikalen Vergleich eines Schüler*innen-Paares in verschiedenen Situationen zeige sich nach Krause (2016) die Zentralität der Erzeugung von schriftlichen Inskriptionen als eine Art stabil-beständiges und geteiltes Referenzobjekt, an dem Gesten erzeugt werden könnten (vgl. Krause, 2016, S. 233). Gesten könnten in Relation zu Inskriptionen flexibel bleiben und z. B. verschiedene Fälle des Diagramms darstellen. Insbesondere dieses Zusammenspiel von Inskription als fixierter Teil und Gestik als flexibler Teil der mathematischen Darstellung hebt Krause (2016) als Vorteil hervor:

„[...] this combination of fixing the basic situation in inscription and sourcing out further information by indicating through gesture also seems to benefit argumentation: Gesture provides visual access to concrete cases and by that, supports justifying within these cases. Gestures reduce complexity by grounding the argumentation in the concrete case.” (Krause, 2016, S. 234)

Nicht alle Gesten sind nach Krause (2016) gleich effektiv in Bezug auf die interaktive Konstruktion von mathematischem Wissen. Ihre Effektivität stehe bspw. in Abhängigkeit zur Aufgabe. Ebenso würden die darin gegebenen Repräsentationen Einfluss nehmen, und zwar stärker als die bearbeitenden Individuen selbst (vgl. Krause, 2016, S. 242ff). Gesten sollten daher beim Aufgabendesign mitbedacht werden. Sie sollten insgesamt bei der didaktischen Konzeption von Unterricht in ihrem Potential und ihren Beschränkungen Beachtung finden. Gleichwohl sei die Unbewusstheit gestischer Äußerungen zu bedenken:

„This also makes it evident that an epistemic action solely realized in gesture cannot be seen as necessarily influencing the construction of mathematical knowledge in social interaction. To build on a ‘gesturally gathered’ entity or on a ‘gestural connection’, the meaning of the gesture needs to be made explicit to be taken as shared.” (Krause, 2016, S. 248, Hervorhebungen im Original)¹²⁰

Krauses (2016) Unternehmung der Kategorisierung von Gestenfunktionen bei der mathematischen Wissenskonstruktion zeigt sich breit gefächert und vielfältig. Einzelne Aspekte können mit Blick auf bereits publizierte Studien als bekannt eingeschätzt werden, andere Aspekte erscheinen weniger mathematikspezifische Eigenschaften von Gesten herauszustellen. Es ergeben sich Überschneidungen bei der Zuordnung: Krause (2016) selbst stellt heraus, dass z. B. bei der Zuordnung zu den verschiedenen Leveln bei der Frage der Verweismöglichkeiten auf mathematische Objekte häufig eine flexible Einordnung von Gesten vorkomme. Damit bleibt zu fragen, ob diese Level nicht einer erweiterten oder differenzierenden Beschreibung

¹²⁰ Die Einschätzung von Krause (2016), dass die Einflussnahme von Gesten auf gemeinsam geteilte Deutungen an die Bedingung von Explizitheit gebunden ist, teile ich nicht bzw. sie bleibt hier in ihrer Nachvollziehbarkeit unklar: Warum sollten Gesten nur dann Einfluss auf solche als geteilt geltenden Bedeutungszuschreibungen haben, wenn ihre Bedeutung in expliziter Weise geklärt wird und wie genau soll so eine explizite Bedeutungsklärung von Gesten aussehen? Und: Gilt dies dann auch für die Lautsprache oder andere Ausdrucksweisen der Interagierenden? Prozesse des *groundings* (vgl. Holler & Wilkin, 2011; Kap. 3.3) bzw. der Aushandlung von Deutungen sind doch geradezu geprägt von impliziten Abstimmungen der Interagierenden. Die Interaktion ist wiederum zu verstehen als ein wechselseitiger Prozess, der zur Aushandlung von (vorübergehend stabilisierenden) „als gemeinsam geteilt geltende[n] Deutung[en]“ (Krummheuer, 1992, S. 18) dient. Die Gestikforschung zeigt zudem, dass gerade Gesten beliebig flexibel in die Bewusstheit und möglicherweise dann in die hier von Krause (2016) gemeinte Explizitheit durch Sprecher*innen gerückt werden können (vgl. Kap. 3.1.2). Sicherlich trifft eine gewisse Unbewusstheit von erzeugten Gesten teilweise zu, ist aber aus meiner Sicht auch abhängig von der jeweiligen Äußerungssituation. Bezüglich der Lautsprache würde man wohl kaum behaupten, dass zunächst Bedeutungen von Gesprochenem explizit gemacht werden müssen, um Teil von geteilten Bedeutungszuschreibungen der Interagierenden werden zu können. In meinen Daten (u. a. Kap. 9.3.5) ist zu erkennen, dass manchmal gar kein Explizieren von Bedeutung – weder für verwendete Gesten noch für erzeugte Lautsprache – nötig ist, um den gemeinsamen Deutungshintergrund zu formen. Auch in früheren Analysen konnte ich zeigen, dass eine „taken as shared“ (Krause, 2016, S. 248) Deutung von Gesten, wie es in Krauses (2016) Zitat heißt, nicht immer explizit gegeben sein muss (vgl. Huth, 2014). Und auch das bei Holler und Wilkin (2011) beschriebene *grounding* und der *common ground* sind wohl kaum als ausschließlich explizite Prozesse zu verstehen (vgl. Kap. 3.3).

bedürfen. Wenig kompatibel zur vorliegenden Forschungsarbeit erscheint Krauses (2016) Studie jedoch vor allem im Lichte ihrer bereits zu Beginn ihrer Arbeit ausführlich dargestellten Sicht auf die Mathematik bzw. mathematische Objekte: Als zentrale Lernhürde im Mathematiklernen sieht Krause (2016) nämlich die aus ihrer Sicht unmögliche, direkte Zugänglichkeit mathematischer Objekte aufgrund ihrer Abstraktheit an. Sie seien demnach ausschließlich über Zeichen vermittelt und entzogen sich der direkten Erfassbarkeit durch Lernende (Krause, 2016, S. 1). In diesem Zusammenhang adaptiert Krause (2016) die Beschreibung des Peirce'schen Objekts als *dynamisch* oder *unmittelbar* (Peirce, 1933b, CP 4.536; Kap. 6.2) und nutzt dies als Beleg dafür, dass es einen Unterschied zwischen dem mathematischen Objekt und seiner Repräsentation in Zeichen gebe (vgl. Krause, 2016, S. 22). Für Lernende sei es daher besonders schwierig, zwischen dem durch Zeichen repräsentierten mathematischen Objekt und der Darstellung dieses Objekts durch Zeichen zu unterscheiden. Gleichzeitig sei es zentral, dass die Lernenden sich dieser Unterscheidung bewusst wären. In dieser Sichtweise spiegelt sich ein gewisses Dilemma wider, wie Dörfler (2006b) aufzeigt: Lernende könnten mindestens entmutigt sein, wenn sie zwar nun mit den Darstellungen mathematischer Objekte in Form von mathematischen Zeichen umgehen sollen, jedoch der direkte Zugang zu diesen mathematischen Objekten ihnen als abstrakte Gebilde unerreichbar und verwehrt bleibt. Dörfler (2006b) sieht hierin fachdidaktisch betrachtet geradezu als logische Konsequenz daraus die rein mechanische Anwendung von Algorithmen durch Lernende (Dörfler, 2006b, S. 71). Krause (2016) nimmt die Abstraktheit mathematischer Objekte als grundlegenden Ausgangspunkt ihrer Betrachtung von Zeichen und damit auch von Gesten im Mathematiklernen (vgl. Krause, 2016, S. 2). Dass diese Annahme der Abstraktheit mathematischer Objekte mit Verweis auf Peirce, Dörfler (2006a, 2006b) und Schreiber (2010) und dem diagrammatischen Arbeiten als kreativ-regelhaften Umgang mit mathematischen Zeichen zumindest zu überdenken ist, bleibt hierbei unbeleuchtet. Krauses (2016) Annahme dieser Abstraktheit könnte – weitergedacht – zu folgenden Schlussfolgerungen führen:

Wenn Gesten, verstanden als Zeichen bzw. Darstellung, nicht als mathematische Objekte in Interaktionen Lernender gebraucht werden können bzw. man ihnen diese Fähigkeit bereits zu Beginn jeglicher Untersuchung ihrer Funktion im Mathematiklernen abspricht, weil sie diese mathematischen Objekte lediglich repräsentieren könnten und nicht selbst sind, so können sie allenfalls den Charakter eines reinen Beiwerks im Mathematiktreiben und –lernen erfüllen. Gesten, wie übrigens dann auch alle anderen in mathematischen Diskursen bemühten Ausdrucksweisen, werden dann zu einem *beliebig austauschbaren* Modus im Mathematiklernen, weil es sich lediglich um *die Darstellung* mathematischer Objekte und nicht um *die mathematischen Objekte selbst* handelt. Man müsste dann nicht etwa Gesten im Mathematiklernen zum Gegenstand der wissenschaftlichen Untersuchung machen, sondern im Allgemeinen die Darstellungen der Mathematik, um dann lediglich als gegebene Tatsache zu akzeptieren, dass diese eben auch in verschiedenen Modi zum Ausdruck kommen können. Krause (2016) spricht damit bereits in diesen ersten Seiten ihrer Forschungsarbeit der Gestik in konsequenter Weise ab, eine tatsächlich *konstitutive* Funktion im Mathematiktreiben von

Lernenden erfüllen zu können, weil sie nicht zuerst nach dem Gebrauch der Gesten fragt, sondern durch die von vorneherein getroffene Annahme der Abstraktheit mathematischer Objekte, Gesten nur als Vehikel der Darstellung von Mathematik versteht. Wenn aber Zeichen und damit auch Gesten lediglich vermittelnde Darstellung von nicht anders zugänglichen abstrakten mathematischen Objekten sind, wie es Krause (2016) beschreibt, dann *kann* Gestik kein Teil des Mathematiktreibens sein, sondern bleibt als Modus eine reine und zudem beliebig austauschbare Darstellung von etwas gewissermaßen nie Erreichbarem, nämlich einer Welt der abstrakten mathematischen Objekte. Und dies müsste dann im Übrigen für *alle* Zeichen gelten, also auch für jegliche schriftliche Fixierung, jede Inskription, jede Formel, für jeden erzeugten Beweis und jede mathematische Definition, für jeden mathematischen Satz, schlicht jeden mathematischen Ausdruck ungeachtet seines Gebrauchs und der modusspezifischen Darstellungsmöglichkeiten. All diese Darstellungen erscheinen dann als reine und beliebige Abbildung des eigentlich Zentralen, nämlich der Mathematik selbst. Dagegenstellen lässt sich die Sichtweise, dass die Mathematik ja gerade erst *existiert durch und in* den Zeichen. Anders ließe sich auch nicht die enge Verbindung, ja gar die Existenz der Mathematik mit und in schriftlichen Zeichen (vgl. Dörfler, 2015, S. 43) erklären: Jeder mathematische Satz, jeder Beweis, jeder Zusammenhang lässt sich durch das Zeichensystem der Mathematik in schriftlichen Zeichen darstellen. Und dieses Zeichensystem und seine Regeln basieren auf historischen Aushandlungsprozessen von Mathematiker*innen. Selbst für Dinge, für welche die Regeln dieser Darstellungen gewissermaßen nicht ausreichen, werden schriftliche Zeichen und entsprechende Eigenschaften erfunden oder eingeführt, um dennoch mit ihnen umgehen zu können, so z. B. die Einführung der imaginären Einheit i bei den komplexen Zahlen mit der Eigenschaft $i^2 = -1$, wie Dörfler (2015) ausführt. Entgegen Krauses (2016) Argumentation stellt Dörfler (2015) fest:

„Was dabei als wichtig oder charakteristisch gilt, wird von den Mathematikern ausgehandelt nach unterschiedlichsten Maßstäben und Zielsetzungen. Dann kann es aber sein, dass das Ausgehandelte als Gegebenes erscheint, weil es als ‚Natürlich‘ und eben als Eigenschaft von abstrakten Objekten bezeichnet wird. Mir erscheint es jedoch einfacher und ohne metaphysische Annahmen auch sinnvoller, die Rede von den abstrakten Objekten als eine Beschreibung der hier aufgezeigten Phänomene der multiplen Repräsentationen anzusehen. Diese Phänomene sind demnach nicht die (rational nicht erklärbare) Auswirkung von abstrakten Objekten, sondern diese sind umgekehrt eine (sinnvolle) Reaktion im mathematischen Diskurs auf die Erfahrung mit den von den Mathematikern im Lauf der historischen Entwicklung konstruierten verschiedenen Darstellungen.“ (Dörfler, 2015, S. 41, Hervorhebung im Original)

Auch neuere Forschungen von Krause, wie etwa gemeinsam mit Salle (vgl. Salle & Krause, 2020) beschäftigen sich mit Gesten im Mathematiklernprozess. Salle und Krause (2020) beabsichtigen jedoch in Bezug auf die Funktion von Gesten den individuellen mathematischen Lernprozess zu fokussieren. Dabei werden vor allem sogenannte „kognitive selbst-gerichtete Funktionen von Gesten“ (Salle & Krause, 2020, S. 125) in den Blick genommen. Gesten seien beim individuellen mathematischen Lernen vor allem beim *Strukturieren* bedeutsamer Informationen, beim *Aktivieren* von Bekanntem und Neuem, beim *Manipulieren* von

mathematischen Objekten und *Explorieren* mathematischer Sachverhalte von Bedeutung. Als methodisch herausfordernd stellt sich bei den Forschungen von Salle und Krause (2020) die Reduktion von interaktiven Einflüssen auf den Gestengebrauch heraus. Die Daten umfassen daher Situationen, die individuelle mathematische Beschäftigungen zeigen und mit der Methode des lauten Denkens erhoben sind. Die Proband*innen zeigten laut Salle und Krause (2020) typische mathematische Tätigkeiten im Rahmen der oben aufgeführten kognitiven Funktionen von Gesten (*Strukturieren, Aktivieren Manipulieren, Explorieren*), wie etwa entwickelte oder vorhandene *Hypothesen prüfen und evaluieren, funktionale Zusammenhänge betrachten* und den *Umgang mit unterschiedlichen Darstellungen* (vgl. Salle & Krause, 2020, S. 135ff). Als Untersuchungsergebnisse beschreiben Salle und Krause (2020) eine Verschränkung der kognitiven Funktionen innerhalb dieser typischen drei mathematischen Tätigkeiten, insbesondere beim funktionalen Denken (vgl. Salle & Krause, 2020, S. 154) und bezeichnen dies als möglicherweise typisch für diese Art des mathematischen Agierens. Darüber hinaus vermuten Salle und Krause (2020) insbesondere für das „Aktivieren räumlich-motorischer Informationen“ (Salle & Krause, 2020, S. 154) eine besondere Bedeutsamkeit für das mathematische Denken. Gesten könnten schematisieren und relevante Informationen auf diese Weise fokussiert darstellen. Es stelle sich perspektivisch für weitere Forschungen die Frage, ob sich die gefundenen kognitiven Funktionen von Gesten als musterhaft für die untersuchten Situationen erweisen oder eher individuell auftreten (vgl. Salle & Krause, 2020, S. 155). Aus der Fokussierung auf das individuelle Lernen und der Vermeidung von Interaktion in den untersuchten Daten (vgl. Salle & Krause, 2020, S. 125f) ergibt sich eine eher geringe Relevanz dieser Forschungsperspektive für die vorliegende Arbeit, in der die Interaktion als konstitutives Element des mathematischen Lernens verstanden wird (vgl. Kap. 4).

5.2 Gestik und ihre Beziehung zu Inskriptionen und Diagrammen im mathematischen Lernen

In der vorliegenden Forschungsarbeit ist der Ansatz des diagrammatischen Denkens bzw. Schließens nach Peirce (vgl. u. a. Peirce, 1931, CP I.54) in der Auslegung Dörflers (2006a, 2006b, 2015) und Schreibers (2010) von zentraler Bedeutung. Dies kann zunächst überraschend erscheinen, sind doch Gesten und das, was üblicherweise in Bezug auf die Mathematik als Inskriptionen und Diagramme verstanden wird, scheinbar sehr verschieden in ihrem Charakter als Zeichen bzw. als Relation von Zeichen in ihrem Darstellungssystem. Gleichzeitig ergibt sich hieraus auch ein besonderes Interesse: Lässt sich nämlich rekonstruieren, dass Gesten Bestandteil des diagrammatischen Arbeitens von Lernenden sind oder sie gar die Funktion von Diagrammen zumindest vorübergehend übernehmen können, verweist dies auf die besondere Beziehung von Gesten, Inskriptionen und insbesondere Diagrammen im Peirce'schen Sinne und zeigt darüber hinaus den Stellenwert der Gesten im Mathematiklernen als konstitutiver Bestandteil dessen. In Huth (2013, 2017, 2018, 2020) konnten dafür erste Belege gefunden werden: Es wurden Gesten Lernender in

mathematischen Interaktionen rekonstruiert, die als Bestandteil des diagrammatischen Arbeitens der Schüler*innen beschrieben wurden, weil sie vorübergehend als Inskriptionen dienten und diagrammatisch gedeutet wurden.¹²¹ Daher soll hier nun zunächst der Diagrammbegriff in dem oben zitierten Verständnis dargestellt werden, bevor ich zusätzlich zu den ansatzweise aufgeführten Befunden meiner Forschungsarbeit zur Relation von Gestik und Diagrammen die Ansätze von De Freitas und Sinclair (2012), Sinclair und de Freitas (2014) sowie Wille (2020) vorstelle.

In der semiotischen Sicht von Peirce und daran angelehnt von Dörfler (2006a, 2006b) sind Diagramme und der regelgeleitete Umgang mit diesen Diagrammen als diagrammatisches Schließen bzw. Denken elementare Bestandteile des mathematischen Agierens.

„For mathematical reasoning consists in constructing a diagram according to a general precept, in observing certain relations between parts of that diagram not explicitly required by the precept, showing that these relations will hold for all such diagrams, and in formulating this conclusion in general terms.“ (Peirce, 1931, CP 1.54, erneut zitiert in Kap. 6)

Ein Diagramm wird dabei verstanden als in Relation stehende Inskriptionen und ist nicht notwendigerweise an schriftliche Fixierungen gebunden. Inskriptionen können Schreiber (2010) in Anlehnung an Gravemeijer (2002) folgend auch bestimmte Materialanordnungen sein, die in mathematischen Interaktionen von Schüler*innen diagrammatisch gedeutet werden und an denen dann durch regelhafte Manipulationen Beobachtungen gemacht und mathematische Erkenntnisse gewonnen werden können. In Anlehnung an die Arbeiten von Latour (1986) führt Schreiber (2010) Eigenschaften von (mathematischen) Inskriptionen auf: Sie sind durch ihre materielle Fixierung, z. B. auf Papier oder Bildschirm, mobil und können z. B. per E-Mail versendet werden. Auch durch diese Möglichkeit können sie Teil von Veröffentlichungen werden, sind reproduzierbar und leicht für eine größere Community zugänglich. Während des Versendens bleiben sowohl Struktur als auch Eigenschaften der Inskriptionen erhalten, wobei ihr Maßstab durchaus veränderbar ist und diese Maßstabsveränderungen dabei keinen Einfluss auf ihre Relationen nimmt. Als Möglichkeiten von Inskriptionen in Bezug auf den Mathematikunterricht der Grundschule stellt Schreiber (2010) heraus, dass sie die „Flüchtigkeit der verbal geprägten Interaktionen“ (Schreiber, 2010, S. 29) überwinden würden, sich durch ein hohes Maß an Schriftbasiertheit auszeichneten, daher besonders gut zu einem epistemologisch angelegten mathematischen Diskurs passen würden und im besonderen Maße innerhalb eines kommunikativen Kontextes auftreten (vgl. Schreiber, 2010, S. 29). Diagramme im Peirce'schen Sinne bestehen aus „materiellen Inskriptionen“ (Dörfler, 2006b, S. 74), die regelhafte Relationen aufweisen.

Auch Vogel (2017a) deutet Materialanordnungen von Kindergartenkindern bzw. ihren Umgang damit als diagrammatisch (vgl. Vogel, 2017a, S. 994ff). Sie zeigt an einer mathematischen Spiel- und Erkundungssituation, dass die darin agierenden Kindergartenkinder zunächst aus

¹²¹ Wie sich dies zeigen kann, wird in Kapitel 9 in den Analysen rekonstruiert und in Kapitel 10 weiter ausgeführt.

Holzstäbchen Inskriptionen erzeugen, weil die Stäbchen „wie Striche auf einem Blatt Papier“ (Vogel, 2017a, S. 995) verwendet werden. Ebenso werden die Stäbchen, mit denen auf diese Weise geometrische Figuren gelegt werden, genutzt, um nach gemeinsam entworfenen Darstellungssystemen Diagramme z. B. von Gebäude-Aufrissen zu erzeugen (vgl. Vogel, 2017a, S. 995f).

Dörfler (2006a) betont die Bedeutung diagrammatischer Tätigkeiten im mathematischen Lernprozess und hebt diese als soziale Praxis und Umgang mit Diagrammen hervor (vgl. Dörfler, 2006a, S. 107; Kap. 7.2):

„The very objects of interest, of learning and communication are now perceivable and communicable if math is understood (primarily and initially) as a social practice with, on, about, and through diagrams.“ (Dörfler, 2006a, S. 105, erneut zitiert in Kap. 7.2)

In dieser Sichtweise wird die häufig in mathematikdidaktischen Ansätzen beschriebene Besonderheit mathematischer Objekte als von vorneherein *abstrakt* bezeichnete Objekte, die lediglich in den Zeichen repräsentiert und ausschließlich durch diese vermittelt seien, in Frage gestellt. Eine solche Sichtweise findet man bspw. auch in den im vorliegenden Kapitel zitierten Ansätzen bei Radford (2009), Krause (2016) oder auch L. D. Edwards (2009). Vielmehr zeigen sich Dörfler (2006a, 2006b, 2015) folgend jedoch die mathematischen Objekte als materialisiert und konkret verfügbar in den Diagrammen, die nach den Regeln der Mathematik manipuliert werden können. Die Mathematik versteht Dörfler (2006b) in diesem Sinne dann auch als „techné“ (Dörfler, 2006b, S. 74), eine Art handwerkliche Tätigkeit nach festgelegten Regeln, die aber keinesfalls als Algorithmus einfach zur auswendiggelernten Anwendung kommen:

„Die Fokussierung auf die Diagramme (also die Zeichen, Symbole, Inskriptionen, Formeln, Grafen, etc.) ist keine Betonung des Mechanisch-Algorithmischen, sondern erfordert Kreativität, Fantasie, Ausdauer, Konzentration und Gedächtnis.

Lernen von Mathematik gewinnt so (auch) einen handwerklichen Charakter: Geschick und Erfahrung in der Handhabung von Diagrammen als Werkzeuge und Werkstücke (im Sinne von Aristoteles: mehr techné statt episteme).“ (Dörfler, 2006b, S. 74)

Ein abstraktes Verständnis von Mathematik lässt Dörfler (2006b, 2015) ausschließlich als Deutung mathematischer Zeichen bzw. Objekte zu: Im Diagramm wird Allgemeines erkannt und das Diagramm dann als ein bestimmter Fall des als allgemein gültig Erkannten verstanden. Es ist also erst die *Interpretation* von materiell Verfügbarem – den Diagrammen –, die potentiell zu einer Erkenntnis von allgemeiner mathematischer Gültigkeit führt.

„Diagramme basieren auf materiellen Inskriptionen. Das Abstrakte ist dann eine Sicht auf diese, wenn z. B. Allgemeinheit oder Allgemeingültigkeit zugeschrieben werden (das konkrete Diagramm als ‘Fall von...’). Damit wird Abstraktheit als eine Form der Interpretation von Diagrammen verstehbar und so entmystifiziert (sie ist nun a posteriori und nicht a priori).“ (Dörfler, 2006b, S. 74, Hervorhebung im Original)

Die Regeln des Diagramms sind im jeweiligen Darstellungssystem des Diagramms begründet und basieren auf interaktionalen Aushandlungsprozessen. Sie müssen nicht notwendig immer wieder neu ausgehandelt werden, sondern das Diagramm als möglicherweise auch vorübergehende Fixierung kann unter der Voraussetzung der Kenntnis seiner Lesart in sich anschließenden Interaktionen erneut zum Thema der Aushandlung gemacht werden, aus der dann auch neue Erkenntnisse am Diagramm erkannt und dieses möglicherweise weiterentwickelt werden können. Die diagrammatische Tätigkeit bewegt sich mit Blick auf Lernende meist im Rahmen einer bereits entdeckten und ebenso beschriebenen Mathematik, ist aber aus deren Perspektive und mathematischem Repertoire aus gesehen im Diskurs mit anderen von Kreativität und Entdeckungen von Neuem geprägt, welche die eigenen Deutungskapazitäten potentiell übersteigen können. Diese Kreativität und Entdeckungsmöglichkeiten bewegen sich dabei nicht in irgendeiner, etwa von den Lernenden neu erfundenen Mathematikwelt, sondern im Rahmen bereits bestehender mathematischer Sätze, Definitionen und bereits erzeugter Beweise. Es geht also für Lernende nicht darum, eine neue Mathematik nach eigenen Regeln zu entwickeln, sondern den regelhaften Umgang mit Diagrammen im Gebrauch dieser Diagramme als konstruktive und interaktiv-kreative Tätigkeit im Diskurs mit anderen und durch die zunehmende Ausbildung von Handlungsautonomie innerhalb dieses Diskurses als Gewohnheit auszubilden, um daran weitergehende Einsichten in die Mathematik zu gewinnen. Aus den beschriebenen Gründen verbindet Peirce selbst die Diagramme mit den ikonischen Zeichen und der deduktiven Schlussform¹²² (vgl. Peirce, 1958, CP 8.209).

„Ein *Diagramm* ist ein Repräsentamen, das in erster Linie ein Ikon von Relationen ist und darin durch Konventionen unterstützt wird. Es werden ebenfalls Indices verwendet. Es sollte gemäß einem vollständig konsistenten Darstellungssystem, das auf einer einfach und leicht verständlichen Grundidee aufbaut, ausgeführt werden.“ (Peirce, 2000b, SEM II, S. 98, Hervorhebung im Original)

Zu einer ähnlichen Beschreibung von Diagrammen kommt auch Wille (2020), die deren Komplexität bezüglich des Zeichencharakters mit sowohl indexikalischen als auch symbolischen Zeichen hervorhebt. Dabei dienen Wille (2020) folgend spezifische Darstellungssysteme zur Konstruktion von diesen Diagrammen.

„Schließlich gibt es auch komplexere Zeichen, bei denen Ikone, Indizes und Symbole miteinander verbunden sein können. Ein komplexes Zeichen ist beispielsweise das Diagramm. Ein Diagramm,

¹²² Weil das *diagrammatische Arbeiten* im Peirce'schen Sinne (vgl. Kap. 5.1 u. Kap. 7.2) häufig mit Kreativität verbunden wird und dem Gewinn neuer Erkenntnisse, erscheint zunächst eine Verbindung zur Abduktion als elementare Form des Denkens und Schließens naheliegend (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003a) und die Zuordnung zur Deduktion nicht gleich einsichtig. Es erklärt sich jedoch, wenn man die Sichtweisen verschiedener Mathematiktreibender berücksichtigt: Aus der Perspektive der Lernenden ist *diagrammatisches Arbeiten* in der Auseinandersetzung mit für sie unbekanntem mathematischem Sachverhalten kreativ und mit mathematischen Entdeckungen bzw. für sie neuen Erkenntnissen und abduktiven Schlüssen verbunden. Aus Sicht eines*r Mathematiker*in bewegen sie sich dabei im Rahmen von bereits gewonnenen und z. B. axiomatisch beschriebenen mathematischen Erkenntnissen. Das Vorgehen des*r Mathematiker*in bezüglich dieses mathematischen Sachverhalts ist dann eher als deduktiv zu bezeichnen.

im Sinne von Peirce, ist ein Zeichen, das vorwiegend wegen Konventionen als Ikon von Relationen verwendet wird.“ (Wille, 2020, S. 197)

Es werden nun Studien zur Bedeutung von Gesten im Mathematiklernprozess dargestellt, die u. a. den Peirce'schen Diagramm-Begriff nutzen und die Relation von Diagrammen und Gesten (de Freitas & Sinclair, 2012; Huth, 2013, 2017, 2018, 2020; Sinclair & de Freitas, 2014) bzw. Diagrammen und Gebärden (Wille, 2020) in den Blick nehmen.

Eine dieser Studien stammt von de Freitas und Sinclair (2012). Sie konstatieren, dass in den bestehenden Forschungen zu Gesten und mathematischem Lernen häufig Diagramme und Gesten als externe Repräsentationen betrachten würden von abstrakten mathematischen Konzepten (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012, S. 134). Dies würde die Sicht auf Diagramme als statische und abgeschlossene *Illustrationen von etwas anderem* widerspiegeln. Die Gesten jedoch, die diese Diagramme erzeugten, würden dabei kaum in Betracht gezogen. Im Sinne des Philosophen Châtelet nehmen de Freitas und Sinclair (2012) daher eine andere Perspektive auf Diagramme und Gesten und insbesondere deren Relation ein:

„Diagramming and gesturing are embodied acts that constitute new relationships between the person doing the mathematics and the material world.“ (de Freitas & Sinclair, 2012, S. 134)

Gesten und Diagramme werden also als zentral für die Interaktion des Subjekts mit seiner materiellen Umwelt verstanden. In der Sichtweise von de Freitas und Sinclair (2012) sind sowohl Gesten als auch Diagramme darüber hinaus wesentliche Quellen mathematischer Bedeutung und zeigen eine vergleichbare Mobilität und Potentialität (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012, S. 137). Damit verbunden ist ein erweiterter Blick auf den bestehenden Ansatz der *Embodied Cognition* (vgl. Anderson, 2003; Wilson, 2002; Fußnote 104, Kap. 5), der von den Forscherinnen eingenommen wird (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012). Denken wird als körperliche Aktivität verstanden, die auch über die fleischlichen Grenzen des Körpers hinaus die materielle und soziale Welt mit einbezieht (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012, S. 135f). Der Körper sei dabei Teil eines komplexen materiellen Netzwerkes (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012, S. 136). Mathematik wird dann konsequent ebenso verstanden als eine solche materielle Tätigkeit:

„[...] Mathematics and matter are fused together, and any attempt to deny the materiality of mathematics is a reflection of our desire for an ideal and unsullied mathematical world.“ (de Freitas & Sinclair, 2012, S. 137)

Gesten und Diagramme würden sich dabei nach de Freitas und Sinclair (2012) gegenseitig bedingen: Gesten machten Diagrammatizität erst möglich, während Diagramme neue Möglichkeiten für Gesten eröffnen würden (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012, S. 138). Gesten werden hierbei allerdings von de Freitas und Sinclair (2012) als nicht regelhaft und vielmehr enaktiv, spontan und emergierend beschrieben. Einen potentiell inskriptionalen oder diagrammatischen Charakter im Peirce'schen Sinne der von Lernenden in mathematischen

Interaktionen gebrauchten Gesten als regelhaft in Relation stehende Zeichen (vgl. Huth, 2017, 2018) ziehen de Freitas und Sinclair (2012) nicht in Betracht.

„Gestures, for Châtelet, are elastic and never exhausted; they cannot be reduced to a set of descriptive instructions.“ (de Freitas & Sinclair, 2012, S. 138)

Dies zeigt einen etwas anderen Blick auf Gesten bezüglich der Annahme möglicher Konventionalisierungsprozesse in Interaktionen, wie ihn Fricke (2012) beschreibt, die davon ausgeht, dass Gesten sprachliche Eigenschaften aufweisen und damit auch im Sinne von Peirce unter Umständen potentiell symbolischen Zeichencharakter in der Deutung und dem Gebrauch durch Zeichenleser*innen aufweisen können. Genau dies kann als Hinweis auf die Regelhaftigkeit, die potentielle Grammatikalität und die möglichen sprachlichen Eigenschaften von Gesten verstanden werden (vgl. Kap. 3.2.3). Dabei bezeichnen de Freitas und Sinclair (2012) Gesten häufig mit dem Zusatz „inventive“ (de Freitas & Sinclair, 2012, S. 138), was nicht näher erläutert wird, aber mutmaßlich so zu verstehen ist, dass damit ausschließlich spontan erzeugte Gesten gemeint sind und keine Gesten, die in irgendeiner Weise rekurrend gebraucht werden, wie es Fricke (2012) als Hinweis auf die Konventionalisierung von Gesten beschreibt (vgl. Fricke, 2012, S. 196; Kap. 3.2.3).

Eine zu Peirce, Dörfler (2006a, 2006b, 2015) und Schreiber (2010) ähnliche Zuschreibung der Zentralität von Diagrammen im Betreiben von Mathematik wird von de Freitas und Sinclair (2012) vorgenommen, wenn sie argumentieren:

“Diagrams are more than depictions or pictures or metaphors, more than representations of existing knowledge; they are kinematic capturing devices, mechanisms for direct sampling that cut up space and allude to new dimensions and new structures.” (de Freitas & Sinclair, 2012, S. 138)

Diagramme werden hierbei nicht als bloße Repräsentation von möglicherweise abstrakten mathematischen Objekten gesehen, sondern als mathematische Objekte selbst, um (neue) mathematische Strukturen zu ergründen.

„We will *not* read these diagrams as only representations of mathematical objects (in this instance, possibly two sets of concentric arcs), nor as simply an aid to solving a given problem. Rather, we use Châtelet to help us analyze student diagramming and gesturing as inventive and creative acts by which ‘immovable mathematics’ can come to be seen as deeply material enterprise.“ (de Freitas & Sinclair, 2012, S. 134, Hervorhebungen im Original)

Dabei scheinen Diagramme für de Freitas und Sinclair (2012) hauptsächlich zeichnerisch-schriftlicher Art zu sein (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012, S. 149). In diesem Sinne beschreiben sie, dass Lernende als Vorbereitung der Erstellung von Diagrammen oder beim Zeichnen der Diagramme Gesten erzeugen würden und ebenso, dass aus zu Papier gebrachten Diagrammen neue Gesten der Lernenden entstehen können (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012, S. 149). „Tracking the gestural in the diagram itself“ (de Freitas & Sinclair, 2012, S. 151) beschreiben

sie als zentrales Anliegen ihres Ansatzes, um einen neuen Blick auf *Embodiment* im Mathematiklernen einnehmen zu können.

In einem Artikel von 2014 betrachten Sinclair und de Freitas „the haptic nature of gesture“ (Sinclair & de Freitas, 2014, S. 351, Titel). Darin beschreiben sie die verhältnismäßig neue Technologie der sogenannten Touch-Gesten im Bereich der digitalen Medien und damit einhergehende Veränderungen bei der Betrachtung von Gesten und den Möglichkeiten des mathematischen Lernens (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 354). Diese Veränderungen und die Fokussierung auf die Touchscreen Technologien würden zu einem Neu-Denken der Relation zwischen Körper und Gesten führen (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 352 u. S. 354). Der Begriff der Mediation bzw. Vermittlung zwischen Hand und Bildschirm beschreibe nicht länger in angemessener Weise, was hier möglich sei. Die üblicherweise indirekte Relation zwischen der Nutzung einer Computermaus und damit einhergehenden Veränderungen am Bildschirm würden durch diese Technologien aufgelöst (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 352). Dabei kritisieren sie auch Ansätze zu Gesten und Mathematik, die auf die Betrachtung des menschlichen Körpers begrenzt sind.

„What we find in the literature on mathematics and gesture is a concentrated effort to code these gesture without adequate attention to how new gesturing habits emerge *as the body itself is reconfigured*. In other words, we cannot take for granted what a body can do. As new media emerge, so do new gestures, and these together actualize the contours of a newly assemble body and a newly assembled set of concepts.“ (Sinclair & de Freitas, 2014, S. 354f, Hervorhebungen im Original)

Vielmehr erforschen Sinclair und de Freitas (2014) Gesten hinsichtlich ihrer indexikalischen Dimension und ihrer Materialität und weniger als Repräsentationen von etwas (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 360). Theoretisch nutzen Sinclair und de Freitas (2014) die Gestendimensionen McNeills (1992, 2005, vgl. Kap. 3.1.4) und die Peirce'sche Unterscheidung von Index, Ikon und Symbol (vgl. Kap. 6.1). Hierbei wird das ikonische Zeichen in Bezug auf Ähnlichkeit beschrieben, was auch McNeills (1992, 2005) Definition von ikonischen Gesten entspricht. Zudem wird auf die potentielle Entwicklung von Symbolen aus diesen Ikonen verwiesen in Form von Konventionalisierungsprozessen innerhalb einer Sprachgemeinschaft (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 355). Die indexikalischen Zeichen werden als davon unterschiedlich eingeordnet. Sie seien stark an den Kontext gebunden und zeigten im Peirce'schen Sinne etwas, mit dem sie physisch verbunden seien. Aufgeführt wird das bekannte Beispiel von Peirce: Rauch weist auf Feuer hin oder auf den Gebrauch einer Feuerstelle.

„It is important to note, that, for Peirce, the pointing aspect of indexical signs was only a consequence of their essential material link or connection to their object. Visual Indexical signs, for instance, like the smoke example above, capture this far better, as they entail a visual trace or mark that evokes or refers to that which formed the trace or mark. For instance, the chalk drawing of a parallelogram on a blackboard is often considered to be an iconic reference to a Platonic conception of parallelogram, but it is also an indexical sign that refers to the prior movement of the chalk.“ (Sinclair & de Freitas, 2014, S. 356)

Bemerkenswert ist hierbei die Unterscheidung zwischen Ikon und Index am Beispiel des Parallelogramms: Die Figur des Parallelogramms ist nach Sinclair und de Freitas (2014) einerseits ein *Ikon für die Figur des Parallelogramms* und verweist andererseits *indexikalisch auf die Zeichenbewegung*, die zur Erstellung dieser Figur nötig war. Letzteres würde nach Sinclair und de Freitas (2014) Einschätzung in Studien zum mathematischen Lernen häufig nicht beachtet, weil vornehmlich die vollständig erstellte und fertige Figur fokussiert werde und nicht die Handlung, die diese Figur erst erzeugt. Somit stehe häufig die körperliche Aktivität oder Handlung weniger im Fokus bei der Beobachtung und Beschreibung mathematischer Aktivitäten, obwohl sie maßgeblichen Einfluss auf das Mathematiktreiben nimmt (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 356).¹²³ Diese Fokussierung auf die Bewegung der Hand und ihre Manualität übersteige die häufig in Studien vorgenommene Betrachtung der Gesten als Kode oder Teil eines Sprachsystems und stelle ihre Verbundenheit mit der materiellen Welt heraus. Sinclair und de Freitas (2014) betonen, dass damit auch die Unterscheidung zwischen Handbewegungen in der Luft (Gesten) und Handbewegungen, die graphische Markierungen hinterlassen (Inskriptionen), verschwimmen würde. Die Möglichkeiten der digitalen Medien und der Touch-Gesten Technologien würde zudem eine weitere Ausdifferenzierung dieser Unterscheidung mit sich bringen. Die Autorinnen gehen hierbei davon aus, dass die Erzeugung von Inskriptionen durch Touch-Gesten in Abhängigkeit zu den medialen und wahrnehmungsbasierten Möglichkeiten stehe (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 356f).

Bezüglich des Diagramm-Begriffs berufen sich Sinclair und de Freitas (2014) neben Peirce auf den Philosophen Châtelet, der von einer Unterscheidungsmöglichkeit bei Diagrammen ausgeht: Es gebe einerseits die *Figur*, z. B. eines Parallelogramms, die als Illustration, als Abbildung desselben genutzt wird und andererseits das *Diagramm* des Parallelogramms, das neue Einsichten ermögliche und damit die reine Ähnlichkeit übersteige.¹²⁴

„A diagram is not a pure icon because in the process of reasoning, the diagram is the thing in and of itself – with its past successive acts of inscribing, as well as its future ones. A diagram vibrates with the labour that produced it, inviting the hand in to engage and alter it. A diagram thus remains plastic, never exposing itself fully, and proceeding always by indices and indexations.” (Sinclair & de Freitas, 2014, S. 359)

In Bezug auf Gesten verbinde das Diagramm, ähnlich einer künstlerischen Skizze, Gesten des Begreifens, des Erstellens von Inskriptionen und des Verdichtens. Damit verbunden ist auch eine veränderte Sichtweise auf das Denken, das als „indexation of a physico-mathematical activity“ (Sinclair & de Freitas, 2014, S. 359) verstanden wird, die mit dem mechanischen Akt des Inskribierens auf Papier oder eine Tafel verbunden sei. Mathematische Diagramme seien in diesem Sinne zu verstehen als in der Bewegung langsame Gesten, die vorübergehend auf

¹²³Am Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik der Goethe-Universität Frankfurt am Main entsteht derzeit eine Dissertation von Lara Billion, die Handlungen in digitalen wie analogen mathematischen Settings mit Grundschüler*innen in den Blick nimmt (vgl. Billion, 2021; Billion & Vogel, 2020a, 2020b).

¹²⁴Diese Unterscheidung erscheint hier deutlich verschieden zur Peirce'schen Sichtweise auf Diagramme zu sein (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2).

Papier oder einem Bildschirm festgehalten und stets zur weiteren Manipulation bereit sind und woraus dann neue Gesten entstehen könnten (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 360).¹²⁵ Touch-Gesten Technologien würden zudem einen neuen Blick auf die Koordination von Hand und Auge erlauben. Ihr Ansatz, so beschreiben Sinclair und de Freitas (2014), würde die Betrachtung des Lernens von Mathematik in Relation zu den verschiedenen Medien setzen. Ebenso würden sie betrachten, wie die Mathematik selbst durch die Animation in verschiedenen digitalen Medien verändert wird. Blicke bspw. würden die Hände bzw. Gesten am Bildschirm verfolgen oder wechseln zwischen Bildschirm und anderen Dingen. Hierbei sei zu fragen, wie die Hand an das Auge Rückmeldung gebe oder ob das Auge stets die Hand beobachte bzw. steuere. Das Auge als urteilende und die Hand als rein ausführende Instanz zu betrachten, erfasse diese komplexe Beziehung nicht in ausreichender Weise und es gebe verschiedene Arten der Dominanz in der gegenseitigen Steuerung, die sich im Verlauf auch verändern könnte (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 360f u. S. 363). Die Hand diene dabei in Anlehnung an Streeck (2009, S. 69) als Datensammler durch Berührung und als Basis für zukünftige gestische Kommunikation. Die Funktion von Gestik sei durch die Bezeichnung als Teil des Sprachsystems nicht ausreichend erfasst. Vielmehr seien Gesten mit der materiellen Welt verbunden, sie sind Teil dieser und Teil dessen, wie die Welt gefühlt und wahrgenommen werden kann (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 371). An Beispielen aus ihren Daten, bei denen junge Kinder mit der Applikation *TouchCounts* auf einem Tablet arbeiten (vgl. Touchcounts, www.touchcounts.ca) zeigen Sinclair und de Freitas (2014), dass die Hände der Kinder zunächst zur Erkundung der App genutzt werden, wobei sie der Steuerung des Auges unterstellt seien. Im Anschluss würden sich aber die Hände davon lösen, neue Bedeutung generieren und kommunizieren (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 371).¹²⁶ Mit der App sei es möglich, die Finger nicht nur zeigend zu nutzen, sondern die indexikalische Natur der Gesten herauszustellen, weil durch das Berühren des Bildschirms Spuren hinterlassen würden, die visuell und auditiv erfassbar seien. Ein Beispiel von Sinclair und de Freitas (2014) beschreibt

¹²⁵ Auch Arzarello (2006, vgl. Kap. 5.1) beschreibt Gesten als eine Art Vorläufer von zukünftig schriftlich fixierten Zeichen beim Lernen von Mathematik und arbeitet diese Rolle der Gesten in den Analysen heraus. In den Inskriptionen der Lernenden seien die Gesten fixiert und zeigten die Entstehungsgeschichte dieser Zeichen in einer kompensierten Art und Weise. Über diese Inskriptionen würde dann erneut gesprochen und gestikuliert werden. Gesten führen also Arzarello (2006) folgend zu Inskriptionen und diese dann erneut zu Gesten (vgl. Arzarello, 2006, S. 291ff).

¹²⁶ Die Applikation umfasst bspw. die Funktion, auf den Bildschirm unterhalb einer Linie mit einem oder mehreren Fingern zu tippen, was dazu führt, dass gelbe Kreise mit Ziffern eingeblendet werden in der Reihenfolge der natürlichen Zahlen entsprechend der Anzahl der genutzten Finger. Zeitgleich wird akustisch das Zahlwort erzeugt, das die höchste getippte Zahl wiedergibt. Es ist möglich, nacheinander auf dem Bildschirm zu tippen, die App simuliert die gelben Kreise mit jeweils der Ziffer und erzeugt akustisch die Zahlwortreihe (Fokus auf Ordinalität). Ebenso ermöglicht die App auf einmal mehrere Finger auf den Bildschirm zu setzen, wobei die Gesamtanzahl der so erzeugten gelben Zahlenkreise akustisch ausgegeben wird (Fokus auf Kardinalität). Löst man die Finger vom Bildschirm, kann die App so eingestellt werden, dass die gelben Kreise gewissermaßen nach unten fallen und verschwinden. Bei erneutem Tippen wird dann weitergezählt. In einem anderen Modus können die gelben Kreise eingeblendet bleiben, auch wenn die Finger vom Bildschirm weggenommen werden. Oberhalb der Linie können bestimmte Anzahlen festgehalten werden, indem man z. B. den 5. gelben Kreis über die eingeblendete Linie schiebt. Dort verbleibt er dann. Hier wird dann eher auf das Bündelungsprinzip abgehoben.

einen vierjährigen Jungen, der in der App *TouchCounts* die Zahl sieben erzeugen möchte. Zunächst hebt er dazu nacheinander ohne Berührung des Bildschirms sieben Finger seiner Hände nach oben und setzt sie dann auf den Bildschirm auf. Weil er offenbar die Berührung ungenau ausführt, erzeugt die App das akustische Signal *acht*, worauf hin er die Hände vom Bildschirm nimmt. Er erzeugt erneut die Zahl 7 mit seinen Händen, diesmal nimmt er allerdings auf einmal alle Finger nach oben und setzt sie schließlich sehr vorsichtig auf den Bildschirm auf. Daraufhin wird das Zahlwort *sieben* akustisch von der App ausgegeben (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 367). Es zeigt sich nach Sinclair und de Freitas (2014) hierbei, wie aus einem explorativen Akt ein kommunikativer werde: Der Junge schaffe es, die App zum Erzeugen des Zahlwortes zu bringen, ohne die Zahlwortreihe von Beginn an aufzusagen. Seine Geste erzeuge diese Zahlwortreihe, indem er zunächst die Finger nacheinander nach oben nimmt. Der Junge sei sein eigener Gesprächspartner, seine Hände, Augen und Ohren erzeugten eine neue Konfiguration durch das nachfolgende gleichzeitige Ausstrecken von sieben Fingern. Zudem ermögliche seine Aktion die Imitation dieses händischen Agierens durch andere Kinder. Seine Geste stehe indexikalisch für das Zeigen bzw. Tippen auf den Bildschirm (vgl. Sinclair & de Freitas, 2014, S. 370).

Wille (2020) betrachtet mathematische Gebärden der österreichischen Gebärdensprache. Die Forscherin stellt die Frage nach Unterschieden und Gemeinsamkeiten im mathematischen Begriffslernen von Gebärdensprachler*innen im Vergleich zu Hörenden in der Lautsprache. Dabei nutzt Wille (2020) den Zeichenbegriff nach Peirce und fokussiert in ihren Analysen von gebärdensprachlichen und lautsprachlichen mathematischen Fachbegriffen vor allem deren Charakter als *indexikalische* und *ikonische* Zeichen (vgl. Kap. 6.1), der sich an deren Gebrauch zeige (vgl. Wille, 2020, S. 199). Als Beschreibung von indexikalischen und ikonischen Gebärden nutzt Wille (2020) Kategorien von Kutscher (2010, zitiert nach Wille, 2020, S. 199ff) und untersucht insgesamt 42 mathematische Gebärden, die sie entsprechend zuordnet. Wille (2020) fokussiert dabei, welche innermathematischen Relationen durch die verschiedene Zeichenhaftigkeit der mathematischen Fachgebärden verstärkt werden können und damit potentiell Einfluss auf die mathematische Begriffsbildung haben. Als Beispiel wird u. a. bei der Gebärde FORMEL¹²⁷ diskutiert, ob die Ähnlichkeit zur Gebärde BASTELN und KOMPLIZIERT auf das gemeinsame semantische Feld für komplizierte Dinge verweise und die Vorstellung der Lernenden bezüglich einer mathematischen Formel diesbezüglich beeinflusse. Ebenso wird die Gebärde GLEICHUNG mit den dazu ähnlichen Gebärden GLEICH, GLEICHGEWICHT und GLEICHHEIT sowie EBEN und BRUDER und SCHWESTER betrachtet. Die Gebärden unterscheiden sich teilweise nur im Mundbild (GLEICHUNG und EBEN) oder einem der phonologischen Merkmale von Gebärden (Handform, -bewegung, -orientierung und Ausführungsort, vgl. Kap. 1). Hier fragt Wille (2020):

¹²⁷ Wie üblich werden Gebärden in Majuskeln dargestellt (vgl. Wille, 2020; Keller & Leuninger, 2001).

„[...] ob Gebärdensprechende gegenüber Nicht-Gebärdensprechenden das Waage-Modell bei Gleichungen möglicherweise leichter verinnerlichen und welchen Einfluss die Gebärde auf das Verständnis von Elementarumformungsregeln haben kann [...].“ (Wille, 2020, S. 211)

Wille (2020) leitet aus ihren Analysen mathematischer Fachgebärden der österreichischen Gebärdensprache Konsequenzen für die Gestaltung des mathematischen Unterrichts ab:

„Werden tatsächlich Relationen zwischen mathematischen Begriffen zu anderen Begriffen oder zu mathematischen Verschriftlichungen oder Handlungen an mathematischen Diagrammen im Sinne von Peirce verstärkt, so kann man dies möglicherweise als Stärke beim Lernen nutzen. Werden hingegen Relationen nicht verstärkt, so können diese im mathematischen Unterricht in besonderer Weise aufgegriffen werden.“ (Wille, 2020, S. 212)

5.3 Studien zu Gesten in ausgewählten mathematischen Situationen

In Bjuland, Cestari und Borgersen (2007, 2009) wird die Analyse einer mathematischen Sequenz vorgestellt, die einmal mit Blick auf Lernende (2007) und einmal mit Blick auf Lehrende (2009) ausgewertet wird. Theoretisch folgt die Studie dem Ansatz der *Embodied Cognition* (vgl. Bjuland et al., 2007, S. 1130; Fußnote 104, Kap. 5). Bjuland et al. (2007) gehen davon aus, dass Zeichen eine zentrale Rolle im mathematischen Begründen („mathematical reasoning“, Bjuland et al., 2007, S. 1129) von Lernenden haben. Aus der Perspektive der Schüler*innen und aus der Perspektive der Lehrperson betrachten Bjuland et al. (2007, 2009) den Gebrauch von Gesten in einer mathematischen Situation zur Zuordnung vorgegebener Größenangaben von Personen (Alter und Körpergröße) zu Punkten in einem Koordinatensystem. Der Fokus der Analyse liegt auf der Verwendung von Gesten beim Wechsel von Repräsentationssystemen und der Erzeugung einer mathematischen Begründung (vgl. Bjuland et al., 2007, S. 1129). In ihrer als semiotisch bezeichneten Analyse beschreiben die Forscher*innen zunächst die Aufgabe und stellen heraus, dass hierbei drei semiotische Kategorien repräsentiert seien: 1) die *Zeichnung* von vier Personen, bei denen das Alter, die Körpergröße, das Geschlecht und z. B. das Tragen einer Brille illustriert ist; 2) das *Koordinatensystem*¹²⁸ mit zwei Achsen zu Alter und Körpergröße, vier eingezeichneten Punkten (1 bis 4) und ohne auf den Achsen abgetragene Einheiten; 3) eine *schriftlich dargebotene Frage* für die Schüler*innen mit der Aufforderung, die Personen den Punkten im Koordinatensystem zuzuordnen. Die Schüler*innen sollten ebenso schriftlich die Zahlen 1 bis 4 neben den Personen eintragen. Das mathematische Begründen der Sechstklässler*innen zeigte sich nach Bjuland et al. (2007) im Diskurs u. a. durch Gesten, die sich in enger Koordination mit der Lautsprache über die Aufgabenbearbeitung entwickeln. Hierbei seien vor allem Zeigegesten und Slide-Gesten zu beobachten, die z. B. als Erinnerungsmarker genutzt wurden, um ein Punkt im Koordinatensystem über einen Prozess der Auseinandersetzung gewissermaßen

¹²⁸ Bjuland et al. (2007, 2009) bezeichnen ausschließlich das Koordinatensystem als Diagramm. Sie nutzen offenkundig daher einen anderen Diagramm-Begriff als Peirce und Dörfler (2006a, 2006b, 2015), der hier deutlich weiter gefasst wird (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2).

festzuhalten. Ebenso seien solche Gesten vor allem bei der Betrachtung von zwei Dimensionen in deren Relation zu beobachten und der Verbindung verschiedener semiotischer Repräsentationen, z. B. bei der Verbindung von Abbildung der Personen und dem Koordinatensystem. Es sei insgesamt eine starke Koordination von Gesten und Lautsprache festzustellen. Nach Bjuland et al. (2007) stehen die Gesten der Schüler*innen darüber hinaus in enger Relation mit Diskurs- und Problemlösestrategien. Typische Strategien seien hierbei bspw. Nachfragen, Visualisieren, Zurückblicken und das Betrachten von Extrempunkten (vgl. Bjuland et al., 2007, S. 1130, S. 1134 u. S. 1136f).

Aus der Perspektive der Lehrkraft beschreiben Bjuland et al. (2009) die kommunikativen Strategien, die sie vor allem während der Reflexionsphase mit den Schüler*innen zu der oben beschriebenen Aufgabe rekonstruieren konnten. Auch hierbei seien wieder die drei verschiedenen semiotischen Repräsentationen in Form der gezeichneten Personen, des Koordinatensystems und des geschriebenen Textes (vgl. Ausführungen oben) von Bedeutung. Während die Lehrkraft in der Eingangsphase des Unterrichts (Präsentation der Aufgabe) vor allem Zeigegesten z. B. auf das Koordinatensystem erzeugte und durch kreisende Slide-Gesten dieses mit dem Bild der Personen in Verbindung brachte, nutzte sie ebensolche Gesten bei der Betreuung von Schüler*innengruppen in der sich anschließenden Arbeitsphase (vgl. Bjuland et al., 2009, S. 889f). In der von Bjuland et al. (2009) in besonderer Weise betrachteten Reflexionsphase nutzte die Lehrkraft ähnliche Fragen (*wer?*, *wie?*, *warum?*) als dominante Kommunikationsstrategie wie bei der Aufgabeneinführung, variierte allerdings ihre Gesten: Sie zeigte deutlich weniger Gesten bei der Darstellung bzw. Zusammenführung der Schüler*innenerklärungen im Vergleich zu der Einstiegsphase der Aufgabenerläuterung oder der Betreuung der Lerngruppen in der Arbeitsphase. Dies liege mutmaßlich darin begründet, dass die Lehrperson den Raum für die Schüler*innen öffnen wollte und eher als Koordinator*in in dieser Phase des Zusammentragens von Lösungen zu agieren beabsichtigte (vgl. Bjuland et al., 2009, S. 889f u. S. 891f).

Elia, Gagatsis, Michael, Georgiou und van den Heuvel-Panhuizen (2011) untersuchen den Gestengebrauch in Relation zur genutzten Lautsprache von Kindergartenkindern bei der Beschreibung einer selbst erzeugten Anordnung verschiedener Holzbausteine. Grundlegend wird von der Zentralität von Gesten bei der Beschäftigung mit bzw. der Kommunikation über räumliche Gegebenheiten und dem räumlichen Denken im Allgemeinen ausgegangen (vgl. Elia et al., 2011, S. 1844). Elia et al. (2011) lehnen sich theoretisch an die Arbeiten von L. D. Edwards (2009; vgl. Kap. 5.5) und dem Ansatz der *Embodied Cognition* (vgl. Fußnote 104, Kap. 5) sowie Forschungen von Radford (2009, vgl. Kap. 5.1) an und beschreiben Gesten als zentrale semiotische Ressource und konstitutiven Teil des mathematischen Denkens. Zudem orientieren sich die Forscher*innen bezüglich der Gestendefinition und möglicher Gestendimensionen an McNeill (1992) (vgl. Elia et al., 2011, S. 1842ff; McNeill, 1992; Kap. 3.1.4). Die Aufgabe der untersuchten Kinder bei Elia et al. (2011) umfasste die Übersetzung einer visuell verfügbaren räumlichen Anordnung in eine lautsprachliche

Beschreibung (vgl. Elia et al., 2011, S. 1842) und war eingebettet in einen Spielkontext mit einer erwachsenen Person (Erzieher*in der Kinder). Dabei wird die Transformation von Repräsentationen als zentral in der Entwicklung des mathematischen Denkens eingeordnet (vgl. Elia et al., 2011, S. 1844). Repräsentationen werden nach Elia et al. (2011) verstanden als jegliche Konfigurationen von Dingen, die *für etwas anderes* stehen würden. Die Dinge dieser Konfiguration seien entweder in der Vorstellung oder konkret verfügbar (vgl. Elia et al., 2011, S. 1843). Insgesamt wurde über drei Runden mit den untersuchten Kindern gespielt. Zunächst erzeugte das Kind eine Anordnung hinter einer Holzwand und erläuterte diese im Anschluss der erwachsenen Person. In der zweiten Runde wurden die Rollen des*r Erwachsenen und des Kindes getauscht. Es folgte eine dritte Spielrunde in der gleichen Rollenverteilung wie in der ersten Runde (vgl. Elia et al., 2011, S. 1845f). Als Ergebnisse halten Elia et al. (2011) fest, dass die Kindergartenkinder in Anlehnung an McNeills (1992) Gestendimensionen vor allem *ikonische* und *deiktische* Gesten (vgl. Kap. 3.1.4), häufig in Kombination, nutzen würden, um räumliche Beziehungen von Holzbausteinen und deren Form zu erläutern. Metaphorische Gesten traten eher selten auf (vgl. Elia et al., 2011, S. 1846f), was Elia et al. (2011) mit der damit verbundenen kognitiven Komplexität und dem Entwicklungsstand der Kinder erklären (vgl. Elia et al., 2011, S. 1849). Bezüglich der Relation von Gestik und Lautsprache zeigten sich zum einen übereinstimmende Bedeutungen, teilweise wurde aber auch die Lautsprache durch die Gestik ersetzt, um z. B. zu beschreiben, wie ein Baustein platziert werden muss (vgl. Elia et al., 2011, S. 1847). Dies wird zum einen mit der visuellen Verfügbarkeit der Anordnung direkt vor den Kindern während der Beschreibung erklärt und zum anderen mit der noch fehlenden Fähigkeit von flexiblem Wissen über Satzkonstruktionen zur lautsprachlichen Darstellung räumlicher Relationen (vgl. Elia et al., 2011, S. 1849). In anderen Fällen vervollständigte oder reicherzte die Gestik die Informationen an, die in der Lautsprache kodiert waren (vgl. Elia et al., 2011, S. 1849). Elia et al. (2011) gehen davon aus, dass Gestik, Lautsprache und die Anordnungen der Holzbausteine, verstanden als situativ verfügbare Artefakte, das räumliche Denken der Kinder im Zusammenspiel repräsentierten:

„[...] speech, gestures and the semiotic aspects in the perceptual environment (i.e. the spatial array) were in a dialectic relationship and thus they were all involved in the construction of mathematical knowledge [...]” (Elia et al., 2011, S. 1849)¹²⁹

Eine Einflussnahme der Gesten des*r Erzieher*in auf die kindlichen Gesten konnten Elia et al. (2011) nur bei einem der beiden untersuchten Kinder rekonstruieren. Hierbei wurden die Gesten nicht nur übernommen, sondern verändert, was mit Bezug auf McNeill (1992) das Denken beeinflusst und daher als Hinweis auf den Einfluss von Gesten bei der Entwicklung des räumlichen Denkens bei jungen Kindern eingeordnet wird (vgl. Elia et al., 2011, S. 1850). Dass nur eines der Kinder von den Gesten des*r Erwachsenen beeinflusst wurde, eröffnete die Notwendigkeit, diese Übernahme von Gesten genauer zu untersuchen bezüglich der hier beeinflussenden Faktoren (vgl. Elia et al., 2011, S. 1850).

¹²⁹ Es lassen sich ähnliche Erkenntnisse bereits bei Elia et al. (2011) nachlesen.

In einer Arbeit von Elia (2018) vergleicht sie die Ergebnisse von mehreren Studien im Bereich geometrischer Fähigkeiten von Kindergartenkindern. Eine Studie nutzte bspw. als Datengrundlage eine Geometriestunde im Kindergarten zu zweidimensionalen Formen und der Zuordnung solcher Formen zu entsprechenden Gruppen (Sammlung aller Dreiecke, Kreise, usw.). Eine andere Studie beschäftigte sich mit einer Stunde aus dem Kindergarten zum Konzept der räumlichen Relation *innen* und *außen* (vgl. Elia, 2018, S. 174ff). Theoretisch bezieht sich Elia (2018) u. a. auf die *Objektivierungstheorie* Radfords (2005, vgl. Kap. 5.1), seine Beschreibungen von *semiotischen Kontraktionen* (vgl. Radford, 2008a) und auf Arzarellos (2006) Ansatz des *semiotischen Bündels und Spiels* (vgl. Kap. 5.1). Die *Gestendimensionen* McNeills (2005) dienen ihr ebenfalls zur Einordnung rekonstruierter Gesten.¹³⁰ Als zentrale Eigenschaften von Gesten stellt Elia (2018) heraus, 1.) dass sie mit ihrer *dynamischen Natur* den ebenso dynamischen Charakter mathematischer Bedeutungen unterstützen würden, 2.) dass Gesten *verdichtet, kompakt und gemischt* seien („blended character“ Elia, 2018, S. 161) und dadurch einen wichtigen Beitrag zu mathematischen Aktivitäten Lernender leisten könnten, weil sie verschiedene Aspekte mathematischer Objekte mit einer Handbewegung in die mathematische Situation einbringen, und 3.) dass Gesten zur *Generalisierung mathematischer Aspekte* beitragen könnten. Zentral sei beim Übergang zur Generalisierung die *semiotische Konvergenz*¹³¹ was die schrittweise Koordination von sprachlichen, gestischen und inskriptionalen Ressourcen durch die Lernenden umfasse (vgl. Elia, 2018, S. 161). Bei McNeills (2005) Dimensionen hebt Elia (2018) die *catchment-Dimension*¹³² (vgl. Kap. 3.1.4) hervor als „[...] indication of consistency of visuospatial imagery in learner’s thinking [...]“ (Elia, 2018, S. 161). Geometrie wird als zentraler Bereich der mathematischen Entwicklung eingeordnet und die Gesten mit ihrem visuell-räumlichen Charakter als besonders passend dazu. Sie könnten räumliche Informationen erfassen, transportieren, verarbeiten und die Speicherung räumlicher Inhalte als Bilder im Arbeitsgedächtnis unterstützen (vgl. Elia, 2018, S. 174). Gestik wird darüber hinaus als „[...] indispensable component of children’s communication and thinking in geometry [...]“ (Elia, 2018, S. 162) beschrieben, das dazu diene, abstrakte mathematische Inhalte in eine dynamische Repräsentation zu bringen und die Bewusstheit von Bedeutungen zu fördern. Mithilfe von Gestik könnten geometrietypische semiotische Repräsentationen und Inskriptionen aus Erfahrungen mit konkretem Material im Raum entwickelt werden. Bei den Analysen der aufgeführten Studien beschreibt Elia (2018) z. B. , dass Kinder Gesten von Erzieher*innen aus Instruktionssituationen für vergleichbare Situationen übernehmen würden, so z. B. Zeigegesten beim Konzept von innen-außen, was zuvor durch den*die Erzieher*in als gegenüberliegende Raumpunkte im Gestenraum verortet wurde. Die Gestenübernahmen würden aber nach Elia (2018) weit über reine Repliken

¹³⁰ Diese theoretischen Ansätze werden hier nicht weiter ausgeführt, weil sie an anderer Stelle in der vorliegenden Arbeit bereits dargestellt wurden (vgl. Kap. 3.1.3 u. Kap. 5.1). Es sei an dieser Stelle auf diese Ausführungen verwiesen.

¹³¹ Diesen Begriff übernimmt Elia (2018) von Sabena (2007, zitiert nach Elia, 2018, S. 161).

¹³² Als *catchment* nach McNeill (2005) werden wiederkehrende Gestenformen beschrieben, die von einem*r oder mehreren Sprecher*innen verwendet werden und als stabile Formen Teile des Diskurses verbinden und diesen strukturieren (vgl. Kap. 3.1.4).

hinausgehen: Das beispielhaft beschriebene Kind erweiterte die Erzieher*in-Zeigegeste und nutzte sie in anderen Situationen,¹³³ was darauf hindeute, dass vor allem die Gegensätzlichkeit des thematisierten Konzepts innen-außen erfasst werde (vgl. Elia, 2018, S. 176f). Die Vereinfachung der Zeigegeste und die Loslösung von konkreten Situationen im weiteren Verlauf durch das beobachtete Kind verweise zudem auf eine *semiotische Kontraktion* nach Radford (2008a, S. 90).

In der von Elia (2018) beschriebenen Studie zum Sortieren von zweidimensionalen Formen anhand verschiedener Kriterien wird an einem Transkript der Wechsel von einer dynamischen zu einer statischen Vorstellung von Ecken bzw. Winkeln („angle“, Elia, 2018, S. 172) bei einem Lernenden gezeigt. Die Stunde im Kindergarten wurde als Theaterstück initiiert, in dem Formen-Planeten von einem Alien bereist wurden. Nach Elia (2018) entstand in der Folge ein von der Lehrperson initiiertes semiotisches Spiel, in dem zunächst mithilfe von Gesten und der Lautsprache die Kreisform als dynamische und mehrfach wiederholte runde Form durch das Kind in die Luft gezeichnet bzw. lautsprachlich auf ihre Kreisförmigkeit verwiesen wurde. Die Lehrperson lenkte das semiotische Spiel anschließend auf das Konzept des Winkels bzw. einer Ecke, was zunächst zur lautsprachlichen Beschreibung der Notwendigkeit einer Abbiegung bzw. einer Umkehrung als „turn“ (Elia, 2018, S. 172) seitens des untersuchten Kindes führte. In der Folge bildete das Kind durch einen weiteren Hinweis der Lehrperson und eines zweiten Kindes auf Geraden, eine Geste aus beiden im rechten Winkel aufeinander zeigenden und sich berührenden Zeigefingern. Die Geste stellte damit einen Winkel bzw. eine Ecke dar (vgl. Elia, 2018, S. 172). Erneut sei hier Elia (2018) folgend eine semiotische interpersonale Synchronisation verschiedener Ressourcen von verschiedenen Lernenden zu beobachten (Gesten, Lautsprache), die zur Objektivierung geometrischer Notationen führen könne und die Metaphorik der Geste zeige (vgl. Elia, 2018, S. 173).

“His thinking was decontextualized from the theatre game, detached from the material used and more generalized, as his words and gestures did not make any reference to the particular context but exemplified imaginary and general geometrical objects (e.g., angle). This explains the prevalence of metaphoricity in the child’s gesture.” (Elia, 2018, S. 173)

Die Ergebnisse der von Elia (2018) vorgestellten Studien zeigen, dass Gesten eine essentielle Rolle im geometrischen Denken von jungen Lernenden einnehmen. Gesten sind dabei nach

¹³³ Der*die Erzieher*in stellte ‚in‘ und ‚out‘ gestisch als im Gestenraum verortet Raumpunkte dar (in = links; out = rechts) und beschrieb dabei lautsprachlich den Zustand „in the car“ bzw. „out of the car“ sowie andere Beispiele von Situationen. Alle diese Situationen waren nicht konkret verfügbar, es gab also keine Möglichkeit, etwa in ein Auto ein- oder auszusteigen. Das Kind übernahm diese Zeigegeste und die Raumpunktverortung, übertrug diese Geste aber auf einen Kühlschrank im Raum, zeigte auf diesen für ‚in‘ und in die entgegengesetzte Richtung für ‚out‘. Später nutzte das Kind die Zeigegeste während eines Liedes über räumliche Relationen und erzeugte diese Geste gänzlich ohne Bezug zu einer konkreten oder rein vorgestellten Situation. Die Geste wurde zudem erneut von dem untersuchten Kind erzeugt, als andere Kinder lautsprachlich gemeinsam den Ort eines Gegenstandes im Raum beschrieben, während das Kind selbst teilweise ohne eigene lautsprachliche Äußerung auskam und ausschließlich gestikulierte. Nach Elia (2018) sei dies ein Hinweis auf den Prozess der Objektivierung räumlicher Relationen und die interpersonale Synchronisation verschiedener semiotischer Systeme des Kindes und der Systeme, die von anderen Kindern genutzt werden (Elia, 2018, S. 176f u. S. 178).

Elia (2018) flexibel in ihrem Gebrauch und in der Relation zu anderen Ausdrucksmodi. Charakteristisch sei die interpersonale semiotische Konvergenz. Bezüglich der Objektivierung im geometrischen Denken sei eine komplexe und diese begünstigende Wechselwirkung der semiotischen Ressourcen zu beobachten: der Instrumente und Artefakte, die von der Lehrperson angeboten werden und der semiotischen Ressourcen, die von Kindern erzeugt werden.

„[...] the semiotic contractions that were found for certain concepts, including the transformation of horizontal translation of shapes and the spatial concepts ‘in’ and ‘out’, in children’s embodied and verbal forms of thinking, indicating their increased awareness of these mathematical meanings and a certain level of generality.” (Elia, 2018, S. 179)

Gesten im Zusammenspiel mit anderen semiotischen Ressourcen in verschiedenen Interaktionsformen (z. B. Lernendeninteraktion, Lehrenden-Lernenden-Interaktionen, Unterrichtssequenzen) könnten nach Elia (2018) Einblick geben im Fortschreiten und in potentielle Schwierigkeiten im Lernprozess von räumlicher und ebener Geometrie, um Lernangebote didaktisch in geeigneter Weise und orientiert an den Bedarfen der Lernenden entwickeln zu können.

In Huth (2009) wird die Verwendung von Gesten und Lautsprache von Zweitklässlern bei der Beschäftigung mit einer kombinatorischen Aufgabe betrachtet. Das aus Vorstudien Daten zur vorliegenden Arbeit stammende Beispiel wurde bereits in Kap. I beschrieben und in Huth (2013, 2017) noch einmal aufgegriffen. In Huth (2013) wird unter Hinzunahme eines weiteren Beispiels die Beziehung von Gestik, mathematischen Inskriptionen und den Diagrammen nach Peirce (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2) fokussiert. Es zeigt sich, dass Gestik von Lernenden in der mathematischen Auseinandersetzung vorübergehend als mathematische Inskriptionen verwendet werden kann und/oder sie die Darstellung der Regeln des Diagramms – hier der Permutation von $n=3$ – maßgeblich miterzeugt. Teilweise werden die relationalen Strukturen des Diagramms ebenso wie mathematische Aspekte ausschließlich gestisch dargestellt. Das Mathematiktreiben von jungen Lernenden ist damit von Multimodalität geprägt, wobei die Gestik die Funktion eines reinen sogenannten non-verbalen Beiwerks zur Lautsprache deutlich übersteigt (vgl. Huth, 2013, S. 495; Huth, 2017, S. 479f). Es zeigt sich an diesen ersten Analyseergebnissen, dass Gestik nicht nur in Lernumgebungen der Geometrie zentraler Bestandteil des mathematischen Interagierens im Lernprozess ist, was möglicherweise aufgrund ihres mehrdimensionalen Charakters besonders naheliegt, sondern auch bei der Auseinandersetzung mit kombinatorischen Fragen maßgeblich Anteil an mathematischen Darstellungen Lernender hat.

5.4 Gesten und Lautsprache *Mismatches* als Wegbereiter im (mathematischen) Lernprozess

In der Tradition der Kognitionspsychologie erforscht Goldin-Meadow (2003) Äußerungsereignisse u. a. in mathematischen Situationen, bei denen Gestik und Lautsprache sich überschneidende oder sich nicht überschneidende Informationen übermitteln.¹³⁴ Ersteres nennt Goldin-Meadow (2003) „gesture-speech matches“, Letzteres „gesture-speech mismatches“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 26).¹³⁵ Goldin-Meadows (2003) Ansatz basiert auf der bereits an anderer Stelle dieser Arbeit ausgeführten Annahme, dass Gestik und Lautsprache ein integratives Sprachsystem bilden (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 16f; Kap. 1 u. Kap. 3.2.2), aber Informationen in den einzelnen Modi auf sehr unterschiedliche Weise kodieren werden, so dass Differenzen entstehen können. In Kapitel 3.1 wurde bereits ausführlich beschrieben, welche besonderen Ausdrucksmöglichkeiten Gestik und Lautsprache jeweils aufweisen. Diese Unterschiedlichkeit der Ausdrucksweisen wird erneut bei dem hier beschriebenen Ansatz der *Matches* und *Mismatches* relevant. Wenn Äußerungen produziert werden können, in denen in Gestik und Lautsprache verschiedene Informationen kodiert sind, so kann dies auch ihren spezifischen Möglichkeiten zugeschrieben werden, wie sie Dinge ausdrücken können.

„Word and gesture do not convey identical information, but they work together to more richly specify the same object.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 25)

Bezüglich des Grades der Überschneidung der kodierten Informationen in Gestik und Lautsprache beschreibt Goldin-Meadow (2003) ein Kontinuum, dessen Pole aus *Match* und *Mismatch* bestehen (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 26; Abb. 5.4_1):

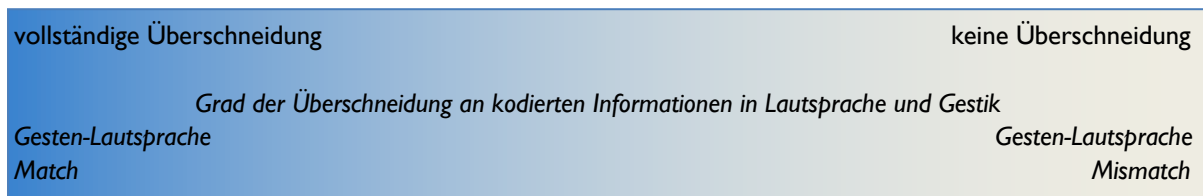


Abb. 5.4_1 Kontinuum von Gesten-Lautsprache *Matches* und *Mismatches* in Anlehnung an Goldin-Meadow (2003)

¹³⁴ Der hier dargestellte Ansatz der *Matches* und *Mismatches* ist der Forschungstradition der Kognitionspsychologie zuzuordnen, die weniger die Interaktion als vielmehr das *einzelne Individuum* in den Blick nimmt. Damit stehen auch weniger (Zeichen)Interpretationen, als viel eher die *Produktion* von Äußerungen, also hier die Gesten- und Lautspracheproduktion, im Vordergrund. Goldin-Meadow (2003) spricht immer wieder von dem *Übermitteln* von Informationen durch Äußerungen oder auch dem *Kodieren* von Informationen in Äußerungen, ohne auf Interpretationsprozesse dieser Äußerungen einzugehen. Ein dazu genutztes Kommunikationsmodell wird nicht explizit genannt. In Kapitel 4 wurde ausführlich dargestellt, dass meine Forschungsarbeit interaktionstheoretisch begründet ist und das Kooperationsmodell nach Tomasello (2008) hier Anknüpfung finden kann. Mit dem genutzten Vokabular von Goldin-Meadow (2003) scheint eher ein Informationsverarbeitungsmodell verbunden zu sein. Ich verbleibe für die Ausführung dieser Theorie in dem ihr eigenen Duktus, um dem Anspruch einer möglichst adäquaten Darstellung gerecht zu werden (vgl. einleitende Hinweise im Anschluss an Kap. 2)

¹³⁵ Im Folgenden werde ich dies kurz als *Matches* oder als *Mismatches* bezeichnen.

Die Beschreibung auf einem Kontinuum zeigt, dass der Grad an Überschneidung nicht in allen Fällen und eindeutig als überschritten und nicht-überschnitten zugeordnet werden kann, sondern ineinander übergeht. Um einer differenzierten Analyse dieser Äußerungsereignisse gerecht zu werden, entwickeln Goldin-Meadow (2003) und ihr Forschungsteam ein bestimmtes Prozedere, das es erlaubt, auf Grundlage einer Sammlung situationsspezifischer Gesten kontextbezogen Interpretationen vorzunehmen (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 35ff).¹³⁶ Das Kontinuum soll auch deutlich machen, dass sich Gestik und Lautsprache, auch wenn sie als *Mismatch* auftreten, stets auf den gleichen Kontext beziehen. Nach Goldin-Meadow (2003) konkurrieren sie nicht zwangsläufig oder drücken Gegenteiliges aus, sondern zeigen eher verschiedene Sichtweisen eines Sachverhaltes. Es ist in Form von *Mismatches* demzufolge offenbar möglich, während eines Kommunikationsaktes verschiedene Dinge, z. B. verschiedene Aspekte eines Problems, und damit auch mehr als in einem Modi möglich wäre, gleichzeitig mithilfe des Zusammenspiels von Gestik und Lautsprache auszudrücken. Als Hypothese formuliert Goldin-Meadow (2003):

„A speaker who has produced a gesture-speech mismatch knows (at some level) the information conveyed in both modalities. However, the speaker has not yet developed a framework – either a knowledge framework over developmental time [...] or a discourse framework over conversational time [...] – within which those pieces can be fitted together.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 29)

Die Formulierung „at some level“ (Zitat oben) impliziert, dass beide Sichtweisen des geäußerten Sachverhalts der*m Sprecher*in nicht notwendigerweise bewusst sein müssen. Goldin-Meadow (2003) geht aber von einer entscheidenden Rolle von *Mismatches* im Lernprozess aus (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 29). Man könnte annehmen, dass das Phänomen der Kodierung verschiedener Aspekte in Gestik und Lautsprache ein Indiz dafür sei, dass es sich um voneinander unabhängige Systeme und eben um kein gemeinsames Sprachsystem von Gestik und Lautsprache handeln könnte. Nach Goldin-Meadow (2003) würden aber verschiedene Aspekte gegen diese Annahme unabhängiger Systeme sprechen: Bei *Mismatch*-Äußerungen würden Gestik und Lautsprache zeitlich koordiniert produziert. Darüber hinaus seien Gestik und Lautsprache bei *Mismatches* semantisch kohärent auf den gleichen Kontext bezogen. Wären Gestik und Lautsprache tatsächlich zwei getrennte Systeme, wären diese Beobachtungen rein zufälliger Art und ebenso wahrscheinlich, wie das Auftreten von zeitlicher und semantischer Inkohärenz. Diese Inkohärenz von Gestik und Lautsprache sei aber im Rahmen der Forschung von Goldin-Meadow (2003) nicht belegbar und auch andere Forschungen bestätigten vielmehr ihre Kohärenz (vgl. Kendon, 2004; McNeill, 1992, 2005). Da

¹³⁶ Bezüglich dieser lexikonartigen Sammlung von Gesten und passenden Interpretationen betont Goldin-Meadow (2003) ausdrücklich, dass dies nicht als klassisches Lexikon von Gesten verstanden werden könne, sondern ausschließlich für diese experimentellen und speziellen Situationen im Rahmen ihrer wissenschaftlichen Untersuchungen genutzt wurde (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 37). „As we have seen, gesture is not a ‘known’ system, with consistent forms associated with consistent meanings.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 37, Hervorhebung im Original). Bei den Forschungen Goldin-Meadows (2003) wurde durch ein mehrstufiges Rater-Verfahren die Reliabilität getestet und als exzellent eingestuft.

auch Kinder im Spracherwerb *Mismatches* erst nach oder während sie auch *Matches* bereits produzieren können¹³⁷ zeigen, geht Goldin-Meadow (2003) davon aus, dass *Mismatches* erst das Produkt oder die Folge der Integration beider Systeme im frühen Spracherwerb sind und kein Beleg für ihre systemisch Trennung (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 31 u. S. 34).

Anhand verschiedener Studien¹³⁸ zeigt Goldin-Meadow (2003), dass *Mismatches* bei Erwachsenen und Kindern, bei Lernenden und Expert*innen, im Lernprozess und in Erzählungen von Erwachsenen auftreten (vgl. Goldin-Meadow, 2003; McNeill, 1992, S. 167) und damit offenbar von allen Sprecher*innen erzeugt würden. Die Forscherin vermutet eine Abhängigkeit des Auftretens von *Mismatches* zum jeweilig subjektiv empfundenen Schwierigkeitsgrad der gestellten Aufgabe und zu Verstehensprozessen (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 39):

„[...] children who mismatch are in a different knowledge state from children who do not mismatch. But producing mismatch is not a personality trait – it reflects a speaker’s knowledge with respect to the particular task [...]. Children move between states of match and mismatch as their understanding of mathematical equivalence changes [...].“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 62)

Zwei Jahre alte Kinder zeigen nach Goldin-Meadow (2003) häufiger *Mismatches*, wenn sie eine Menge von sechs oder mehr Gegenständen zählen. Bei weniger als sechs Gegenständen, erzeugen sie demgegenüber wesentlich weniger *Mismatches*. Bei älteren Kindern verschiebe sich diese Grenze des Schwierigkeitsgrades entsprechend, so Goldin-Meadow (2003). Das Auftreten von *Mismatches* in verschiedenen Altersklassen von Proband*innen in unterschiedlichsten Erhebungssituationen (z. B. Lernen oder Erzählen) lässt nach Goldin-Meadow (2003) den Schluss zu, dass die Produktion von *Mismatches* kein Phänomen eines bestimmten kommunikativen Verhaltens eines Individuums sein kann. Die unterschiedlichen Häufigkeiten von *Mismatches* bei verschiedenen Personen, aber auch bei ein und derselben Person in Abhängigkeit vom Schwierigkeitsgrad der gestellten Aufgabe, verweisen nach Goldin-Meadow (2003) stärker auf einen bestimmten Entwicklungsstand, der dem*r Erzeuger*in von *Mismatches* unterstellt werden kann.

Für die vorliegende Arbeit erscheinen besonders die Erkenntnisse, die Goldin-Meadow (2003) zur Bedeutung von *Mismatches* beim Lernen von Mathematik gewinnen konnte, beachtenswert. Bei ihren Untersuchungen stehen ausgewählte mathematische Situationen im Fokus, wie z. B. das Lösen von Gleichungsproblemen oder klassische Versuche aus der Piaget’schen Forschungstradition zur Invarianz von Mengen oder zum Umschütten von Flüssigkeiten. Zu beachten ist allerdings, dass die Settings experimentell gestaltet sind und einen durch die Untersuchungsbedingungen kontrollierten und stark eingegrenzten mathematischen Aufgabenbereich umfassen. Sie sind dabei weniger mit dem zu vergleichen, was gemeinhin als Unterrichtsgespräch im Mathematikunterricht verstanden werden kann. Es werden keine interaktiven Prozesse oder das Agieren mehrerer Lernender z. B. im Rahmen

¹³⁷ In den Kapiteln 1 und 3 wurde bereits auf die Bedeutung von Gestik im Spracherwerb hingewiesen.

¹³⁸ Goldin-Meadow (2003) gibt einen Überblick über diese Studien (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 34f).

von Problemlöseprozessen fokussiert, sondern mathematische Erläuterungen von einzelnen Individuen weitgehend ohne Einbindung in einen größeren Interaktionskontext untersucht und ausgewertet. Die Frage ist also nicht unbedingt, ob die*der Proband ein Äußerungsereignis als *Mismatch* interpretiert, sondern vielmehr, ob aus Sicht der Forscherin eine Äußerung als *Mismatch* von Gestik und Lautsprache kategorisiert werden kann.

„I am not suggesting that our coding procedure has anything to do with how we process gesture and speech in the real world. But it is a procedure that allows us to detect gesture-speech mismatches in an experimental situation. As such, it makes it possible to explore the communicative and cognitive significance of gesture in a relatively controlled way.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 38)

Es wurde oben bereits ausgeführt, dass bei *Mismatches* in Gestik und Lautsprache offenbar zwei Sichtweisen auf ein Problem oder zwei Aspekte innerhalb einer Äußerung deutlich werden. Church und Goldin-Meadow untersuchten dazu bereits 1986 ob Kinder im Alter von 5-8 Jahren, die bei klassischen Invarianzaufgaben nach Piaget *Mismatches* produzieren, in ihrem Lernpotential von den Kindern im gleichen Alter zu unterscheiden sind, die dabei keine *Mismatches* zeigen (vgl. Church & Goldin-Meadow, 1986, S. 43). Dazu wurde in zwei Studien ein Pre-Post-Test-Setting konzipiert, innerhalb dessen sechs Invarianzaufgaben zu bearbeiten waren. Keines der untersuchten Kinder war zu einer vollständig korrekten Bewältigung des Testes im Pretest in der Lage. Die Kinder wurden anhand des Pretests in *Mismatcher* (drei oder mehr *Mismatch*-Erklärungen im Test) und *Matcher* (weniger als drei *Mismatch*-Erklärungen im Test) aufgeteilt. Nach dem Durchlaufen verschiedener Instruktionssettings – *Training* mit Invarianzaufgaben vs. Beschäftigung mit dem Material *ohne Training* oder Erklärung – wurden die Kinder erneut getestet. Unabhängig davon, welcher Instruktionsgruppe sie angehörten, zeigten Kinder der *Mismatcher*-Gruppe eine signifikant höhere Verbesserung als diejenigen, die vorwiegend *Matches* im Pretest erzeugten. Die *Mismatcher*-Gruppe („discordant children“, Church & Goldin-Meadow, 1986, S. 59) zeigte darüber hinaus eine Inkonsistenz in ihren Erklärungen, die vor allem im gestischen Modus rekonstruiert wurde und dabei ein höheres Level aufwies:

„The discordant children thus appeared to have some understanding of elements central to the equivalence explanation that were not yet integrated into their verbal explanations. This unintegrated information may, in fact, have been the source of the discordant children’s inconsistency.“ (vgl. Church & Goldin-Meadow, 1986, S. 59)

Goldin-Meadow (2003) schlussfolgert daraus, dass die Produktion von Gesten-Lautsprache *Mismatches* von Kindern bei der Beschäftigung mit Invarianzaufgaben ein Zeichen dafür sein könnte, dass diese Kinder besonders effektiv ihnen gegebene Instruktionen für die Weiterentwicklung ihrer Idee von Invarianz nutzen könnten.

„Thus gesture-speech mismatch in a child’s explanations of conservation is an excellent sign that the child is ready to learn conservation.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 41)

Bei der Beschäftigung mit Gleichungsproblemen konnten ähnliche Ergebnisse bei gleichem Untersuchungsdesign gezeigt werden (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 41). Hier wurde zudem deutlich, dass Kinder, die *Mismatches* produzierten auch in der Lage waren, vergleichbare aber für sie neue Aufgaben zu lösen (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 47).

„Again, mismatches predicted who would learn and who would not.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 47)

Goldin-Meadow (2003) konstatiert, dass *Mismatches* ein entscheidender Schritt im Lernprozess darstellen: Kinder zeigten bei der Beschäftigung mit Gleichungsproblemen häufig einen Lernweg von *Matches* mit korrekten oder inkorrekten Strategien über *Mismatches* mit zwei inkorrekten oder einer inkorrekten und einer korrekten Strategie und schließlich hin zur Erzeugung von *Matches* mit einer korrekten Lösungsstrategie (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 51). Dabei erwiesen sich Kinder, die diesen Lernweg beschritten, als robuste Lerner, die langfristig von ihrem so aufgebauten Wissen profitieren.

„These findings suggest that, when gesture-speech mismatch is a step on a child’s path to mastery, learning is deep and robust. They provide the first hint that gesture when taken in relation to speech, may not only reflect learning but also contribute to it.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 54)

Nach Goldin-Meadow (2003) sei bei einem *Mismatch* das Repertoire an Strategien, das zur Verfügung stehe, höher einzuschätzen als bei *Matches* (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 62ff). In ihren Untersuchungen stellt Goldin-Meadow (2003) heraus, dass Lernende die in der Lautsprache ausgedrückten Strategien stets auch gestisch zeigen konnten. Allerdings zeigten sich Strategien, die in der Gestik ausgedrückt wurden, nicht notwendigerweise auch immer im Lautsprachenrepertoire der Lernenden. Daher wird Gestik als Wegbereiter im Lernen eingeschätzt.

Konsistent zu Goldin-Meadows (2003) Untersuchungen, zeigt Graham (1999), dass die Anzahl von *Mismatches*, die beim Zählen produziert werden, variiert je nach Alter und *Komplexität* der Zählaufgabe (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 19). Graham (1999) untersucht die Bedeutung von Gestik beim Zählen verschiedener Mengen in strukturierter und unstrukturierter Anordnung. In einem zweiten Experiment mussten die teilnehmenden Kinder im Alter von 2-4 Jahren das Zählen einer Marionette lautsprachlich und per Zeigegesten als *Match* oder *Mismatch* dargeboten bewerten und erklären, wann sie das Zählen als fehlerhaft einstufen. Graham (1999) weist als Ergebnis ihrer Studie zunächst das Zeigen auf die zu zählenden Dinge als integralen Teil der Entwicklung des frühen Zahlenverständnisses aus. Nahezu alle Kinder zeigten dieses Verhalten. Vornehmlich in der Gestik und weniger in der Lautsprache zeigte sich das Prinzip der Eins-zu-eins-Zuordnung in der Form, dass die Kinder genau einmal auf jedes Ding in der Anordnung zeigten. Dies unterstreiche, dass Gestik im Mathematiklernprozess eine Vorreiterstellung haben könnte und erst danach Strategien auch in der Lautsprache hervorgebracht werden können (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 20). Bei der Bewertung der Zählweise der Marionette zeigte sich, dass ältere Kinder häufiger in der Lage

waren, Gestik *und* Lautsprache einer anderen Person, in diesem Fall einer Marionette, in ihre Bewertung miteinzubeziehen. Dieses Ergebnis unterstreicht Goldin-Meadows (2003) Einschätzung der Gestik als „[...] a learner’s entry into a domain.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 57), wobei Goldin-Meadow (2003) annimmt, dass dies vor allem für Bereiche gelte, in denen die Eigenschaften von Gesten besonders zum Tragen kommen könnten, z. B. bei räumlichen und visuellen Aufgaben, also stärker geometrisch veranlagten Settings.

Auch McNeill (2005) bezeichnet in Bezug auf das Phänomen der *Mismatches* Gestik als „path breaker“ (McNeill, 2005, S. 137).¹³⁹ Er untersucht den Einfluss von *Gestik-Lautsprache-Mismatches* auf den*die Hörer*in (vgl. McNeill, 1992, S. 142ff). Diese Untersuchungen sind insofern für die vorliegende Arbeit relevant, als dass sie nicht so sehr den*die Erzeuger*in von *Mismatches*, sondern vielmehr die Wirkung solcher Äußerungsereignisse auf das Gegenüber in den Blick nehmen. Bisher wurden die Äußerungsereignisse der *Mismatches* ausschließlich bezogen auf das Individuum bzw. die den *Mismatch* produzierende Person betrachtet und rein aus Forscher*innen-Sicht als *Mismatch* oder *Match* eingestuft. Konform zur interaktionstheoretischen Ausrichtung der vorliegenden Arbeit bleibt dabei jedoch offen, ob sich der Einfluss von *Mismatches* auch auf *interaktiver Ebene* rekonstruieren lässt. Hierzu können Untersuchungen zur Hörer*innen-Rolle bei *Mismatches* möglicherweise erste Hinweise geben. Wenn das, was in Interaktionen hervorgebracht wird, als ein *gemeinsames* Produkt der Interagierenden angesehen wird, dann müssten auch *Mismatches* als ein Produkt dieses Kollektivs betrachtet und nicht ausschließlich bei dem*der Erzeuger*in oder dem*der Leser*in des *Mismatches* verortet werden. Möglicherweise nehmen *Mismatches* Einfluss auf den weiteren Fortgang der Interaktion und dies, sowie die Art und Weise dieser Einflussnahme, könnten sich in den Analysen rekonstruieren lassen.¹⁴⁰

McNeill (1992) beschreibt die sogenannten *Mismatch*-Experimente. Hier wurden künstlich generierte *Mismatches* in Nacherzählungen eines Cartoons als Input eingebunden. Diese Nacherzählungen wurden Proband*innen per Videotape präsentiert. Anschließend sollten die Proband*innen selbst den Cartoon nacherzählen (vgl. McNeill, 1992, S. 134ff). Damit fand dieses Experiment außerhalb des Kontextes von Lernen statt, gibt aber dennoch Hinweise darauf, wie *Mismatches* mutmaßlich von Hörer*innen wahrgenommen werden. McNeill (1992) beschreibt insgesamt drei verschiedene Arten von *Mismatches*, die im Experiment verwendet wurden und die sich entweder auf *Raum* oder *Form* bezogen:

¹³⁹ Dies erscheint passend zu frühen Forschungsergebnissen aus meiner Beschäftigung mit Gesten (vgl. Huth, 2009). Hier wurde der Begriff der *Reihenfolge* in einem kombinatorischen Kontext zuerst gestisch ausgedrückt als konstant ausgeführte Flachhandgeste über einer mit Material gelegten Reihenfolge, wenig später wurde dann der Begriff *Reihenfolge* in der Lautsprache durch den*die entsprechende*n Lernende*n erzeugt. Mit Blick auf McNeills (2005) und Goldin-Meadows (2003) Forschung kann man also die Vermutung aufstellen, dass Gestik möglicherweise einen Weg bahnen kann für den Aufbau eines adäquaten mathematischen Vokabulars (vgl. Huth, 2009, S. 230).

¹⁴⁰ In eigenen ersten Untersuchungen konnte ich Hinweise darauf finden, wie *Mismatches* interaktiv aufgegriffen und thematisiert werden (vgl. Huth, 2011a, S. 239ff; Huth, 2014, S. 170). Diese Ergebnisse werden in Kapitel 5.6 dargestellt.

1. *Art und Weise, Form*: Ein solcher *Mismatch* wurde z. B. bei lautsprachlich geäußerten Verben erzeugt, die Bewegung ausdrückten, aber nicht auf die Art und Weise dieser Bewegung verwiesen. Es wurde ausschließlich über die Geste gezeigt, wie ein*e Akteur*in des Cartoons diese Bewegung ausführte.
2. *Anapher, Raum*: Ein*e Akteur*in des Cartoons wurde im *Gestenraum* (vgl. Kap. I, Abb. I_1), z. B. auf der linken Seite verortet. In der weiteren Erzählung wurde dann dieser Raumpunkt der Verortung gewechselt und auf einen Punkt verwiesen, der bereits von einem*r anderen Akteur*in belegt war.
3. *Ausgangspunkt, Raum*: Hier wurde der Ausgangspunkt der Gestenbewegung verändert. Ausgangspunkt der Erläuterung einer Bewegung eines*r Akteur*in des Cartoons war z. B. der*die Erzähler*in des Cartoons selbst. Wenig später wurde jedoch ein anderer Ausgangspunkt der Geste gewählt, obwohl noch zum*r selben Akteur*in im Cartoon erzählt wurde (vgl. McNeill, 1992, S. 135).

Es stellte sich heraus, dass *Mismatches*, die den *Raum* betrafen, offenbar besonders starken Einfluss auf die damit verbundenen Verarbeitungsprozesse der Hörer*innen nahmen. Darüber hinaus war das beeinflussende Element dabei immer den Gesten zuzuschreiben (vgl. McNeill, 1992, S. 136f). Die Verarbeitungsprozesse von *Mismatches* seien von Unbewusstheit und einem Streben nach Reparatur der nicht adäquaten Äußerungsteile geprägt, wie McNeill (1992) beschreibt:

„[...] a gesture-speech mismatch, even if it does not trigger consciousness of gesture as such, could set off an unusual process of interpretation and memory in the listener. This is precisely because the gesture and speech fail to match, and the listener tries to construct a speech and gesture combination where they do match.” (McNeill, 1992, S. 138)

In den weiteren Ausführungen beschreibt McNeill (1992) verschiedene Fälle, wie die Proband*innen die *Mismatch*-Stelle schließlich in ihren eigenen Erzählungen meisterten (vgl. McNeill, 1992, S. 139ff): Es zeigten sich dabei bspw. Referentenfehler als Folge eines *Anapher-Mismatches*, indem zuerst ein*e andere*r und dann der*die eigentlich gemeinte Akteur*in namentlich benannt wurde in Form einer sich unmittelbar anschließenden Reparatur dieses Äußerungsteils in der Lautsprache. Außerdem zeigten sich lexikalische Fehler im Anschluss an einen *Mismatch des Ausgangspunktes* und eine lexikalisch lautsprachliche Umschreibung dessen, was bei einem *Form-Mismatch* im Input ausschließlich in der Gestik übermittelt wurde. Aus diesem Experiment schließt McNeill (1992), dass Gestik und Lautsprache nicht nur für Sprecher*innen ein integratives Sprachsystem bilden würden, sondern dies auch für Hörer*innen gelte.

„When you understand someone you, too, form a single unified combination of imagery and speech. The imagery is an integral part of your comprehension. If the speaker provides gestures, they are taken in – unconsciously – and combined with the verbal stream to recover the conveyed meaning.” (McNeill, 1992, S. 143)

McNeills (1992) Experiment basiert auf künstlich erzeugten, verschieden gearteten *Mismatches* im Input. Goldin-Meadow (2003) konzipierte daher eine Untersuchung, in der Lehrkräften und Studierenden *Mismatches* und *Matches* von Lernenden aus den Experimenten mit mathematischen Gleichungsproblemen und zur Invarianz gezeigt wurden (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 84ff). Diese sollten dann eine Einschätzung der Erläuterungen der Lernenden geben. Die Auswahl der Proband*innen basierte auf der Annahme, dass pädagogisch geschultes Personal (Lehrkräfte) durch die Erfahrung im Umgang mit Lernenden und dem diagnostisch geschulten Blick auf deren Entwicklung besser im Lesen der Gesten abschneiden würde als die ungeschulte Gruppe (Studierende). Bezüglich der Auswirkungen von *Mismatches* auf Hörer*innen konnte herausgestellt werden, dass die Proband*innen bei der Beurteilung dessen, was die Lernenden zum jeweiligen mathematischen Problem erläuterten, bei *Mismatches* auf erheblich mehr Strategien verwiesen, als bei der Beurteilung von *Matches* zu beobachten war. Dabei wussten die beurteilenden Personen nicht, dass es im Experiment um die Gestik, deren Relation zur Lautsprache oder die Beachtung beider Modi in ihrer Beurteilung ging. Die Proband*innen deuteten offenbar ohne diese direkten Hinweise auf die Ausdrucksmodi sowohl die Lautsprache als auch die Gestik der Lernenden. Zudem produzierten die Proband*innen bei der Beurteilung von *Mismatches* selbst mehr *Mismatches*.

„[...] adults react with uncertainty to children who produce mismatches – they attribute knowledge to the child that they did not hear that child express, and they produce their own mismatches which reflect their uncertainty about what the child really knows.” (Goldin-Meadow, 2003, S. 86)

Die Variabilität in den Aussagen der Kinder spiegelte sich also auch in den Erläuterungen der Erwachsenen wider, und zwar in Form von eigenen *Mismatches* und in Form der Erwähnung von mehreren Strategien, über welche die Lernenden mutmaßlich verfügen würden. Zwischen den Einschätzungen durch die Lehrkräfte einerseits und die Studierenden andererseits zeigte sich allerdings kein Unterschied: Dies führt Goldin-Meadow (2003) darauf zurück, dass die Integration von Informationen aus beiden Modalitäten – Gestik und Lautsprache – zur allgemeinen und grundlegenden menschlichen Fähigkeit gehöre zu kommunizieren (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 87). Es sei außerdem nicht davon auszugehen, dass in der Ausbildung der Lehrkräfte der Betrachtung von Gestik besondere Bedeutung beigemessen werde, handelt es sich doch um einen erst relativ jungen Forschungsbereich in der Lernprozess- und Entwicklungsforschung. Insgesamt wurde deutlich, dass viele der Aspekte, welche von den Erwachsenen in deren Einschätzung der Erläuterungen der Lernenden geäußert wurden, ausschließlich auf die Gestik der Kinder zurückzuführen waren. Allerdings wurde auch herausgestellt, dass längst nicht alle Proband*innen in der Lage waren immer oder intensiv auf die Gestik zu achten und diese in ihre Beurteilung mit einzubeziehen.

In einem weiteren Versuch konnte Goldin-Meadow (2003) zeigen, dass in einer unterrichtsnahen Interaktionssituation zwischen Lehrkraft und Schüler*innen ein ähnliches Phänomen zu beobachten war: Die hierbei untersuchten Kinder übernahmen Informationen

zu Gleichungsproblemen aus den Gesten der Lehrkraft aus der Instruktionsphase und konnten diese Lehrkraft-Gesten sogar häufig in der eigenen Lautsprache aufgreifen und erläutern. Daraus schließt Goldin-Meadow (2003):

„The children translated the information the teacher conveyed uniquely in gesture into speech almost all of the time. They were thus not merely miming teacher hand movements – for better or worse, they understood them.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 91)

Cook und Goldin-Meadow (2006) fragen, ob Kinder auf diese Weise durch Imitation von Lehrer*innen-Gesten gegebene mathematische Probleme lösen können (vgl. Cook & Goldin-Meadow, 2006, S. 212). Sie stellen zur Übernahme von Lehrkraft-Gesten durch Lernende fest, dass es hierbei nicht schlicht um die Übernahme von Verhaltensweisen im Sinne des Imitierens gehe. Anders als etwa beim Aus- und Einschalten des Lichtes durch das Drücken eines Schalters, sei es nämlich bei der Übernahme von Gesten, die den Lernenden in Instruktionsphasen präsentiert werden, nötig, zu verstehen, was mit der Geste repräsentiert werde.

„A math teacher’s gestures represent a series of steps that, if taken, lead to a correct solution to the problem. However, the gestures are not themselves the steps. [...] To figure out how to solve the problem, children must not only reproduce the teacher’s gestures, they must also understand what those gestures represent. If children understand the meanings conveyed by the gestures they repeat, producing those gestures might be able to lead to learning.“ (Cook & Goldin-Meadow, 2006, S. 213)

Cook und Goldin-Meadow (2006) beschreiben, dass Gesten, die durch die Lernenden aus der Instruktionsphase der Lehrkraft übernommen und selbst beim Lösen von weiteren Aufgaben gezeigt wurden, insbesondere dann positiven Einfluss auf das Lernen hatten und auch langfristig in Transferaufgaben genutzt werden konnten, wenn die Schüler*innen daraus ihre eigenen Gesten generierten und damit nicht bloß *Imitation*, sondern das *Zueigenmachen* von Verhalten zeigten.

„[...] adding gesture to instruction promotes learning, at least in part, because it encourages learners to produce their own gestures. Interestingly, children in our study spontaneously increased production of the gestures that the instructor produced, but did not increase production further when explicitly asked to copy the instructor’s gestures.“ (Cook & Goldin-Meadow, 2006, S. 227)

Das im Zitat zuletzt genannte Phänomen führen die Forscherinnen u. a. auf die grundsätzliche Schwierigkeit zurück, Gesten bewusst zu steuern und zu überwachen. Bezogen auf den Mathematikunterricht zeigt dies, dass die Vorstellung, Lernenden (mathematische) Gesten explizit als eine Art fachgestisches Lexikon vermitteln zu können, offenbar mindestens mit Schwierigkeiten behaftet ist und es andererseits aber auch nicht darum gehen kann, die Lernenden in der Hauptsache zum Gestikulieren anzuregen unabhängig von der potentiellen Deutung dieser Gesten.

Aus den rezipierten Untersuchungen wird vor allem für Lehr-Lern-Situationen im Bereich Mathematik deutlich, dass Erwachsene wie auch Kinder Gestik und Lautsprache ihres Gegenübers nutzen können, und zwar in einem Prozess der Übernahme von Gesten und Lautsprache. Im Schulkontext wird dies einerseits bei der Diagnose und dem Erkennen dessen, was Lernende möglicherweise in ihrer Lautsprache noch nicht ausdrücken können, wichtig und andererseits, bei der Nutzung von Instruktionen für die eigene Lernentwicklung. Die Tatsache, dass Erwachsene und Kinder nicht immer gleichermaßen Gestik und Lautsprache ihres Gegenübers in die eigene Interpretation mit einbeziehen, könnte nach Goldin-Meadow (2003) dadurch erklärt werden, dass insbesondere bei *Mismatches* auch zwei konkurrierende Informationen zusammentreffen können. Hörer*innen müssten daher über ein Hintergrundwissen oder Bezugssystem verfügen, in dem auch verschiedene Informationen in Gestik und Lautsprache in einem sinnvollen Kontext zusammengefügt werden könnten (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 106). Für Goldin-Meadow (2003) stellt sich die Frage, ob insbesondere Lehrkräfte im Lesen von Gesten geschult werden könnten zugunsten einer verbesserten Diagnosefähigkeit. In Versuchen, die von einem eher informellen Hinweis auf die Beachtung von Gesten bis hin zur expliziten Schulung von Lehrkräften u. a. in den Parametern *Handform* und *Bewegungsrichtung*¹⁴¹ von Gesten reichten, zeigte sich, dass die Fähigkeit der Lehrenden, Gesten von Lernenden zu lesen, signifikant anstieg (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 107f). Besondere Bedeutung misst Goldin-Meadow (2003) der Instruktion des*r Lehrenden bezüglich eines geeigneten Hintergrundwissens oder Bezugssystems bei, um die Gesten und die Lautsprache der Lernenden in einen sinnvollen und beide Modi beachtenden Zusammenhang zu bringen.

„Having such a framework in mind should make it easier for the teacher to process the information coming in from the two modalities. The added benefit is that the teacher can also make the framework explicit to the student – and the framework may be just what the student needs at the particular moment.” (Goldin-Meadow, 2003, S. 108)

Es geht also offenbar auch in der Aus- und Weiterbildung von Lehrenden nicht darum, sie mit Lernenden-Gesten vertraut zu machen und ihnen bspw. eine Art Lexikon als Werkzeug an die Hand zu geben. Es bedarf offenbar vielmehr eines fundierten fachwissenschaftlichen, mathematischen Hintergrunds von Lehrkräften, um auf Grundlage eines möglichst breiten Horizonts die multimodalen Äußerungen der Lernenden bezogen auf ihren mathematischen Gehalt im Interaktionsgefüge in geeigneter Weise wahrnehmen zu können.

Der Vorteil von Gestik im Sinne der Ermöglichung von (Mathematik-)Lernen sieht Goldin-Meadow (2003) darin, ein weiteres Repräsentationsformat von Lerninhalten im Gestenrepertoire anzubieten, das eher visuellen Charakter habe (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 112). Gerade bei *Mismatches* biete die Gestik eine weitere Perspektive auf ein Problem an, was neue Einsichten eröffnen könne. Cook und Goldin-Meadow (2006) vermuten darüber

¹⁴¹ Vgl. in Kapitel I die Ausführungen zu phonologischen Merkmalen von Gebärden, die häufig zur Beschreibung von Gesten adaptiert und auch in der vorliegenden Arbeit verwendet werden.

hinaus, dass in ihrer Untersuchung der Imitation von Lehrkraft-Gesten durch Lernende die Gesten so konstant für alle behandelten Gleichungsprobleme in der Studie gewählt waren, dass es den Lernenden daher besonders leichtfiel, diese für ihren eigenen Lernprozess zu nutzen. Zudem fokussierten die in dieser Studie genutzten Gesten konstant die für das Problem relevanten Aspekte von Gleichheit auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens (vgl. Cook & Goldin-Meadow, 2003, S. 228). Allgemeiner vermuten Cook und Goldin-Meadow (2006), dass Gesten wegen ihres Formats als körperliche Ausdrucksform das Arbeitsgedächtnis entlasten würden und damit kognitive Ressourcen bereitstellen könnten:

„Gesturing while speaking thus eases the burden of speech production, providing a learner with additional cognitive resources that could be used to reflect on, and store, new representations.“
(Cook & Goldin-Meadow, 2003, S. 228)

Des Weiteren sei anzunehmen, dass es sich bei Gesten ähnlich verhalte wie bei selbst ausgeführten Handlungen: Ein Lernender könne Handlungen, die er selbst ausführe, besser behalten als Dinge, die er nur gelesen habe oder erklärt bekomme. Gesten ermöglichten mental bildliche Repräsentationen:

„[...] gesture production encourages formation of an imagistic representation of a problem that complements and solidifies in memory the verbal representation of the problem, which, in turn, facilitates learning.“ (Cook & Goldin-Meadow 2006, 229)

In den Daten Goldin-Meadows (2003) finden sich auch Beispiele, in denen die Gestik in Instruktionen von Lehrenden bei Schüler*innen für Verwirrung sorgte (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 110ff), dennoch sind Cook und Goldin-Meadow (2006) der Meinung, Gestik könne eine Brücke bilden zwischen den Gegenständen in der Welt und den mentalen Modellen dieser Dinge im Denken des*der Lernenden. Dies sei ein weiterer Vorteil von Gestik im Zusammenhang mit Lernprozessen und ein Grund dafür, warum die Hinzunahme von Gestik in mathematischen Lehr-Lern-Situationen für das Lernen unabdingbar sei (vgl. Cook & Goldin-Meadow, 2003, S. 229).

5.5 Der Gestengebrauch Erwachsener bei der Beschäftigung mit Mathematik

Ebenfalls dem *Embodied Cognition* Ansatz (vgl. Anderson, 2003; Wilson, 2002; Fußnote 104, Kap. 5) folgend, stellt L. D. Edwards (2009) ihre Studie zu erwachsenen Mathematiklerner*innen bei der Beschäftigung mit Brüchen dar. Ihr Forschungsanliegen ist verbunden mit der Frage, wie Gesten Bedeutung ausdrücken. Gestik wird dabei einerseits betrachtet als Input für mathematische Ideen und andererseits als zusammengesetzt aus mathematischen Ideen und verschiedenen konzeptuellen Ausprägungen dieser. L. D. Edwards (2009) unternimmt darüber hinaus den Versuch, die Gestendimensionen nach McNeill (1992) für eine angemessene Beschreibung der Funktion von Gesten im Mathematiktreiben zu erweitern. Ähnlich wie Goldin-Meadow (2003) und McNeill (1992) ist

Gestik für L. D. Edwards (2009) keine Begleiterscheinung, sondern Teil der körperlichen Kognition und mit anderen Modi (Lautsprache, Zeichnungen, schriftliche Inskriptionen) sei sie ein Fenster zum mathematischen Denken Lernender, wobei Mathematik als Diskursdomäne verstanden wird, in der hochgradig strukturierte und von L. D. Edwards (2009) als abstrakt bezeichnete Inhalte verhandelt würden (vgl. Edwards, L. D., 2009, S. 128).¹⁴² Aus der kognitiven Linguistik übernimmt L. D. Edwards (2009) die Theorie der *konzeptuellen Integration* von verschiedenen Inputbereichen zu einer neuen Einheit als zentralen Mechanismus zum Aufbau spezifischer Konzepte. Eine *konzeptuelle Integration* beinhalte demnach zum einen die Eigenschaften der beiden Wissensbereiche und zum anderen nutze sie diese und die Relation der beiden Bereiche, um etwas Neues zu erzeugen, das Eigenschaften enthält, die sich weder in dem einen noch dem anderen Inputbereich wiederfinden lassen. Als Beispiel nennt L. D. Edwards (2009) den Zahlenstrahl: Die Inputbereiche seien zum einen *Wissen über Zahlen*, zum anderen *die geometrische Idee einer Linie* oder eines Strahles, die hier zum *Zahlenstrahl* integriert werden würden (vgl. Edwards, L. D., 2009, S. 128 u. S. 129). Gesten seien ebenfalls solche Mischungen von konzeptuellen Ideen, und zwar von Inputbereichen, die nicht abstrakt seien, sondern aus dem unmittelbaren und konkreten, realen Umfeld hervorgehen würden:

„In analyzing a gesture, however, instead of both inputs to the blend being abstract conceptual spaces, the blend that produces a gesture draws on one's immediate physical environment, that is on the affordances offered by the hands, arms body and the surrounding objects and physical space.” (Edwards, L. D., 2009, S. 129)

Bezüglich der Bedeutung von Gestik im Mathematiklernen zitiert L. D. Edwards (2009) u. a. Studien von Arzarello (2006) und Goldin-Meadow (2003) und beschreibt hierbei, dass Gesten und Lautsprache komplementäre Informationen eines Sachverhalts kombinieren könnten, das problemlösende Denken des*r Lernenden unterstützen und häufig einer lautsprachlichen Beschreibung des relevanten mathematischen Konzepts vorausgehen würden. Zudem lehnt sie sich an die *Mismatch*-Theorie nach Goldin-Meadow (2003) an und betont die Bedeutung dieser verschiedenen Informationen in Gestik und Lautsprache als wegbereitend für den mathematischen Lernprozess (vgl. Edwards, L. D., 2009, S. 130; Kap. 5.4). Für L. D. Edwards (2009) ist die Beachtung von Gesten im Lehren von Mathematik unabdingbar für das Verstehen der Denkweisen von Schüler*innen (vgl. Edwards, L. D., 2009, S. 139). Daher untersucht sie zwölf angehende Grundschullehrer*innen in Paar-Interview-Situationen: Zunächst wurden sie nach ihrer Lernbiographie im Bereich Bruchrechnen gefragt bezüglich ihrer darin erfahrenen

¹⁴² Anders als etwa Dörfler (2006a, 2006b, 2015) oder Schreiber (2010), geht L. D. Edwards (2009) von einer gegebenen Abstraktheit der Mathematik oder der mathematischen Objekte aus. Damit verbunden ist häufig die Vorstellung, dass etwa schriftliche mathematische Darstellungen ein dahinterstehendes abstraktes Konzept lediglich repräsentierten, nicht aber selbst das mathematische Objekt seien und damit das mathematische Objekt nie direkt zugänglich sei, sondern nur über Zeichen repräsentiert werde. Dies wird bei L. D. Edwards (2009) als eine Besonderheit der Mathematik hervorgehoben: „Mathematics is one of a small number of human activities in which what we are talking about is primarily abstract.” (Edwards, L. D., 2009, S. 139). In Fußnote 105 in Kapitel 5 wurde diese Annahme bereits in Bezug auf die vorliegende Arbeit eingeordnet. Weitere Ausführungen dazu finden sich in den einleitenden Hinweisen der Arbeit in Anschluss an Kapitel 2.

ersten Instruktionen und den für sie mit den Brüchen verbundenen Schwierigkeiten. Im Anschluss sollten die Proband*innen schriftlich dargebotene Bruchrechenaufgaben lösen z. B. zum Vergleich von Brüchen oder den Grundrechenarten. Zudem sollten sie ihr Vorgehen erläutern. Abschließend wurde nach der Definition eines Bruches und der Art und Weise gefragt, wie Kindern Brüche nähergebracht werden könnten.

Als Ergebnisse ihrer Studie beschreibt L. D. Edwards (2009), dass die Proband*innen *metaphorische* und *ikonische* Gesten im Sinne McNeills (1992) erzeugten (vgl. Kap. 3.1.4). Insbesondere bei den *ikonischen Gesten* trifft L. D. Edwards (2009) eine Unterscheidung hinsichtlich Gesten, die sie als „iconic-physical“ oder „iconic-symbolic“ (Edwards, L. D., 2009, S. 137) bezeichnet. Erstere umfassten *ikonische Gesten*, die im McNeill'schen (1992) Sinne auf konkrete Objekte, Handlungen oder Ereignisse referieren würden. Letztere seien Gesten, die Darstellungen von geschriebenen mathematischen Operationen umfassten. Sie werden auch als Algorithmus in der Luft bezeichnet (vgl. Edwards, L. D., 2009, S. 137). Sie stünden laut L. D. Edwards (2009) im Zusammenhang mit mathematischen *Inskriptionen* (vgl. Kap. 5.2).

„This latter kind of gesture highlights the importance of the symbolic form in these student's thinking about mathematics, and the way that symbolization can form a 'chain' of meanings in this domain.” (Edwards, L. D., 2009, S. 139, Hervorhebung im Original)¹⁴³

Bei der Datenauswertung der schriftlichen Bearbeitungen schließt L. D. Edwards (2009) Zeigegesten aus, die auf die schriftlichen Darstellungen der Studierenden verwiesen („pointing to the paper“ (Edwards, L. D., 2009, S. 131). Ihre Erwartung, dass bei mathematischen Bearbeitungen mehr *metaphorisch* als *ikonische Gesten* erzeugt werden würden, sieht L. D. Edwards (2009) in ihren Daten als bestätigt an. Gesten zeigten im Allgemeinen, so L. D. Edwards (2009), wie Lernende mathematische Konzepte verstehen und sie würden genutzt, um auszudrücken, wie und was gedacht wird. Bezüglich der Darstellung von Brüchen zeigten die Proband*innen häufig zerschneidende oder zerteilende Gesten oder Gesten für Teile bzw. Stücke von etwas Ganzem. Dies sieht L. D. Edwards (2009) als Bestätigung der Bruchvorstellung als Teil eines Ganzen. Darüber hinaus seien manipulierende Gesten an schriftlichen Symbolen rekonstruierbar. Häufig würden Lernende Gesten erzeugen, die den Umgang mit Material in detaillierter Art zeigten zur Darstellung von Brüchen als Erfahrung aus dem eigenen Lernprozess, was Hinweise auf das Verstehen von Brüchen geben könne. Gesten der Art *ikonisch-symbolisch* zeigten darüber hinaus, wie die Lernenden die symbolischen Operationen mit Brüchen verstehen würden, wie sie gleichwertige Brüche vergleichen und wie Nenner und Zähler in Relation stünden (vgl. Edwards, L. D., 2009, S. 139).

Die Studie von Kiesow (2016) betrachtet ebenfalls Gesten von Erwachsenen, genauer von Doktoranden der Mathematik in der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen. Das

¹⁴³ Mit dieser Kette von Bedeutung verbindet L. D. Edwards (2009) u. a. mit Verweis auf Presmeg (2006) die Vorstellung, dass „[...] a sign-signifier pair (for example, a written inscription for a mathematical procedure, and the procedure itself) becomes bound so closely that they function as a signified for a new sign (in this case, the gesture corresponding to the action of writing the inscription).“ (Presmeg, 2006, S. 138)

Mathematiktreiben ist nach Kiesow (2016) zumeist durch den Bezug auf schriftliche Medien geprägt, es gebe jedoch immer wieder Unterbrechungen dieser schriftlichen Fokussierungen, bei denen mithilfe von Gesten kommuniziert werde. Kiesow (2016) interessiert, an welchen Stellen und mit welcher Funktion für die mathematische Interaktion solche gestischen Sequenzen auftreten. Er nimmt dabei zunächst den Standpunkt ein, dass Gesten kein Bestandteil von Prozessen der Verschriftlichung und im Gegensatz z. B. zu Zeichen auch nicht Teil von Texten sein könnten (vgl. Kiesow, 2016, S. 201), wobei er später anhand seiner Daten dazu übergeht, ausgewählte Gesten u. a. als sogenannte „imaginäre Zeichen“¹⁴⁴ (Kiesow, 2016, S. 205ff) einzuordnen und den Mehrwert von Gesten für eine mathematische Auseinandersetzung grundsätzlich hervorhebt.

„Zu bedenken ist, dass jene [die Gesten, Anmerk. M.H.] im Gegensatz zu Zeichen oder Bildern nicht verschriftlicht werden und keinen Bestandteil von Texten bilden. Als Spezifikum von (körper-basierten) Interaktionssituationen erklären sie einen wichtigen Teil des Mehrwertes, den solche Situationen gegenüber rein schriftlichen Kommunikationsformen auch in der Mathematik besitzen.“ (Kiesow, 2016, S. 201)

Aus der Gestenforschung nutzt Kiesow (2016) Kendons (2004) und McNeills (1992) Forschungen mit Verweis auf die modusspezifischen Merkmale von Lautsprache und Gesten. Die beiden Modi seien in diesem Sinne zwar offenbar Teile eines Sprachsystems, auf semiotischer Ebene aber völlig verschieden, so Kiesow (2016, 202). Die Gegenstände der Mathematik seien nach Kiesow (2016) abstrakt und folglich die Kategorie der *metaphorischen Gesten* hier besonders passend (vgl. Kiesow, 2016, S. 203).

„Beide stellen anschaulich lebensweltliche Deutungen abstrakter Konzepte dar: Gesten auf körperlicher und Metaphern auf sprachlicher Ebene.“ (Kiesow, 2016, S. 203)

Und weiter:

„Wird die Mathematik auf diese Weise als System von Metaphern verstanden, die sich sukzessive aufeinander beziehen und sich u.U. auch ineinander verschränken, sind selbst deren abstrakteste Bereiche immer noch in anschaulichen, lebensweltlichen Kategorien erfassbar bzw. existieren sogar nur aufgrund dieser Möglichkeit.“ (Kiesow, 2016, S. 203)¹⁴⁵

Kiesow (2016) rekonstruiert an Beispielen von Interaktionssituationen zwischen Mathematikdoktorand*innen einzelne Gestentypen. Darüber hinaus betrachtet Kiesow (2016) Eigenschaften größerer Gestensequenzen. Als Gestentypen beschreibt er die folgenden:

¹⁴⁴ Eine Kategorie, die mutmaßlich dem nahe kommt, was ich als *inskriptionale Gesten* bezeichnet habe (vgl. Huth 2013, 2017, 2018; Kap. 10).

¹⁴⁵ Zu bedenken ist hierbei, dass die Beschreibung von Mathematik als abstraktes Denkwerk nach Kiesow (2016) eine andere Sichtweise widerspiegelt, als sie in der vorliegenden Arbeit unter Berufung auf Dörfler (2006a, 2006b & 2015) und Schreiber (2010) eingenommen wird (vgl. Fußnote 105, Kap. 5). Kiesow (2016) geht grundlegend von einer Abstraktheit von Mathematik aus (vgl. Kiesow, 2016, S. 203). Er scheint dabei aber auch nicht ganz konsistent zu argumentieren, wenn er ebenso behauptet, dass einige abstrakte Bereiche der Mathematik nur existierten aufgrund der Möglichkeit einer anschaulichen Darstellung (vgl. Kiesow, 2016, S. 203).

1) Imaginäre Zeichen nach Kiesow (2016)

„Imaginäre Zeichen“ sind nach Kiesow (2016) diejenigen Gesten, die „eine Mischform zwischen symbolischen Zeichen und Gesten“ (Kiesow, 2016, S. 205) darstellen. Er meint damit Gesten, die für gewöhnlich schriftlich erzeugte mathematische Zeichen rein gestisch in den Raum zeichnen. Als Beispiel führt er u. a. eine Integralumformung an, die *imaginär* – was nach Kiesow (2016) hier *gestisch* meint – erfolge. Die analysierte Gestensequenz ist einem Gespräch von Doktoranden¹⁴⁶ entnommen, in dem ein Doktorand seine aktuellen Forschungsergebnisse vorstellt. Dazu nutzt er einen Tafelanschrieb, auf den während der Sequenz gestisch verwiesen wird. Es werden darüber hinaus Zeigegesten auf Hilfsvariablen an der Tafel erzeugt, die zu diesem Zeitpunkt noch gar nicht an der Tafel angeschrieben sind, aber dennoch gestisch bereits einen ganz bestimmten Ort im Tafelanschrieb zugewiesen bekommen (vgl. Kiesow, 2016, S. 207f). Zudem nutzt der Sprecher einen Kugelschreiber in seiner Hand, bewegt ihn z. B. wippend auf und ab oder auch als Verlängerung und eine Art „Dozierstab“ (Kiesow, 2016, S. 208), wie Kiesow (2016) beschreibt. Als bemerkenswert stellt Kiesow (2016) bei diesem Beispiel heraus, dass die gestischen Erläuterungen des Doktoranden einem schriftlichen Tafelanschrieb ähneln würden und es sich daher um eine „*Konstruktion und Manipulation eines imaginären Zeichenfeldes*“ (Kiesow, 2016, S. 210, Hervorhebungen im Original) handeln würde. Die Besonderheit hierbei sei die *Gleichzeitigkeit* von gestischen Konstruktionen und Manipulationen daran in Abgrenzung von schriftlichen Konstruktionen:

„Der entscheidende Unterschied zwischen gestisch vollzogenen imaginären und real-materiellen Zeichen besteht nun darin, dass bei ersteren Konstruktion (Erzeugung) einerseits und Referenz, Interpretation und Manipulation andererseits in einen Akt fallen, während beides bei realen Zeichen nacheinander als zwei unterschiedliche Prozesse abläuft. Anders gesprochen: Während reale Zeichen in der Regel *zuerst* erzeugt und *dann* referiert, interpretiert und manipuliert werden, erfolgt beides bei imaginären Zeichen in ein und demselben Akt.“ (Kiesow, 2016, S. 210, Hervorhebungen im Original)

Diese Einschätzung Kiesows (2016) wird weiter unten noch mit Blick auf die vorliegende Forschungsarbeit diskutiert.

2) Objektivierende und objektmanipulierende Gesten und Temporalisierung durch Gesten nach Kiesow (2016)

Diese Gesten ordnet Kiesow (2016) den „figürlichen Gesten“ (Kiesow, 2016, S. 211ff) zu. Als *objektivierende Gesten* werden demnach solche bezeichnet, die das gemeinte mathematische Objekt selbst darstellen bzw. dessen Struktur veranschaulichen (vgl. Kiesow, 2016, S. 213). Als Beispiel führt Kiesow (2016) die mathematische Erklärung einer exotischen Sphäre an, die als siebendimensionales Gebilde topologisch als Kugeloberfläche beschrieben werden kann, während dies differenzialgeometrisch betrachtet nicht möglich sei. Kiesow (2016) beschreibt, dass der Akteur gestisch die Zerlegung der Sphäre darstellt und dabei eine Geste nutze, die

¹⁴⁶ Es handelt sich im Beispiel ausschließlich um Probanden, daher wird hier nur die männliche Form verwendet.

deswegen keine tatsächliche Abbildung als Objektimitierung des gemeinten mathematischen Objektes sei, weil die Komplexität des Gemeinten – die exotische Sphäre – sich jeder „kinästhetischen Darstellbarkeit“ (Kiesow, 2016, S. 213) entziehe. Es wird daher aus Sicht Kiesows (2016) ein gestischer Kniff angewandt:

„Die Größe der kinästhetisch demonstrierten Kugel wird dabei in der gestischen Darstellung des Akteurs so gewählt, dass diese einem kleinen ‚handlichen‘ Gegenstand wie etwa einem Fußball oder einer Melone entspricht. Die gestische Darstellung transformiert das Objekt also; oder anders gewendet: Sie rekonstruiert es neu und zwar in einer Dimension und einer Größe, die dem menschlichen Sinnesapparat und Körperbau zugänglich ist.“ (Kiesow, 2016, S. 213)

Gesten werden hier also offenbar aus Sicht Kiesows (2016) genutzt, um komplexe mathematische Zusammenhänge in einer zugänglichen Weise darzustellen, ggf. dadurch auch zu vereinfachen.

Unter *objektmanipulierenden Gesten* versteht Kiesow (2016) solche, die eine Manipulation an einem mathematischen Objekt darstellen (vgl. Kiesow, 2016, S. 216ff). Als Beispiel werden eine Seminarsituation und die Erläuterungen des Dozenten zu exotischen Sphären angeführt. Dabei wird eine vierdimensionale Kugelschale im ebenfalls vierdimensionalen Raum gestisch so manipuliert, dass die Gestenabfolge eine Ausdehnung dieser Sphäre auf den gesamten vierdimensionalen Raum zeigt, was mathematisch unter bestimmten Bedingungen möglich ist. Der Akteur zeigt zunächst mit der Handkante der flachen ausgestreckten Hand an die Tafel, auf der die gemeinte Sphäre S_3 notiert ist, gestikuliert dann durch eine nach oben mit der Flachhand ausgeführten Bewegung den vierdimensionalen Raum und zieht schließlich seine nach vorne ausgestreckten Arme mit jeweils flachen Händen von innen nach rechts und links außen, was dann die Ausdehnung der Sphäre auf den Raum darstellen soll. Kiesow (2016) vergleicht diese gestische Manipulation der Sphäre mit der Ziehbewegung an einer Ziehharmonika und spricht daher von einer Objektmanipulation in Form einer Rekonstruktion mathematischer Objekte

„[...] als quasi-materielle, quasi-gegenständliche Dinge kleiner, handgreiflicher Größenordnung, die zum Gegenstand haptischer, kinästhetischer und manipulativer Operationen werden.“ (Kiesow, 2016, S. 218)

An solchen Gesten zeige sich auch der zeitliche Aspekt von mathematischen Objekten und ebenso die zeitliche Manipulation von Objekten als Schritte eines Beweises. Der Beweis sei hierbei nicht zu verstehen als eine Operation an rein schriftlichen Zeichen,

„[...] sondern als zeitliche Veränderung, ja sogar manipulative Transformation von Gegenständen, die beinahe so real sind, wie gewöhnliche empirische Gegenstände.“ (Kiesow, 2016, S. 218).

Kiesow (2016) bezieht diese Einschätzung nicht nur auf einzelne Individuen, die ihre mathematische Vorstellung in Gesten ausdrücken, sondern sieht das Kollektiv als Profiteur solcher gestischen Veranschaulichungen:

„Denn was Gesten leisten, ist vielmehr eine intersubjektive Vermittlung und Kommunikation von lebensweltlichen Ideen und Intuitionen, die mit bestimmten mathematischen Objekten und Beweisschritten verbunden sind. Komplizierte Zeichenkombinationen werden dann als Zerlegungen, Drehungen, Expansionen, Schrumpfung o.Ä. lesbar und diese etablieren sich dadurch innerhalb eines Spezialgebietes als kollektive Intuitionen und Anschauungen.“ (Kiesow, 2016, S. 218)

Der zeitliche Aspekt von Gesten ist oben bereits angesprochen und wird von Kiesow (2016) als *Temporalisierung durch Gesten* bezeichnet (vgl. Kiesow, 2016, S. 215). Aus seiner Sicht sind mathematische Objekte gewissermaßen zeitlos oder „außerhalb der empirischen Weltzeit.“ (Kiesow, 2016, S. 215). Dies ist so zu verstehen, dass sich in sämtlichen Wissenschaften die Forschungsgegenstände über die Zeit verändert hätten, dies jedoch nicht für die Mathematik gelte. Objekte der Mathematik wiesen somit keine innewohnende Zeitstruktur auf, so Kiesow (2016, S. 215). Die Matrizendarstellung von Drehungen in schriftlicher Form etwa verliere den dynamischen Charakter des damit dargestellten mathematischen Objekts. Anders als Zeichen oder Bilder könnten Gesten genau diesen zeitlichen, dynamischen Aspekt mathematischer Objekte leisten und veranschaulichen (vgl. Kiesow, 2016, S. 216).¹⁴⁷

3) Figürliche Aspekte von Gestensequenzen nach Kiesow (2016)

Kiesow (2016) betrachtet, anders als bei den objektimitierenden, -manipulierenden und den zeitlich-dynamischen Darstellungen mathematischer Objekte durch Gesten, nun größere Gestensequenzen, die er auch *Kaskaden von Gesten* nennt (vgl. Kiesow, 2016, S. 218ff). In diesen Sequenzen könnten nach Kiesow (2016) durchaus die bereits beschriebenen z. B. objektimitierenden Gesten vorkommen. In den Beispielen wird eine gestische Grundfigur wiederholt oder konstant über die Sequenz erzeugt und damit hantiert. Diese Grundfigur schaffe nach Kiesow (2016) ein „räumliches Grundgerüst“ (Kiesow, 2016, S. 222, Hervorhebung im Original) der Sequenz. Darin werden dann einzelne mathematische Aspekte, die eine hohe Komplexität aufweisen, nicht gestisch dargestellt. Andere mathematische Aspekte werden wiederum durch ihre Darstellung im gestischen Modus quasi-materialisiert. Logisch-begriffliche Aspekte, wie z. B. die Gleichheit oder Verschiedenheit mathematischer Aspekte würden gestisch häufig räumlich umgesetzt. In solchen Fällen werde nach Kiesow (2016) keine wirkliche mathematische Operation, wie etwa eine Drehung oder Streckung räumlich umgesetzt, sondern eine logisch-begriffliche Besonderheit der Ungleichheit bzw. Gleichheit gestisch durch diese räumliche Darstellung hervorgehoben (vgl. Kiesow, 2016, S. 222f).

4) Logisch-begriffliche Aspekte von Gestensequenzen nach Kiesow (2016)

¹⁴⁷ Diese Einschätzung verweist darauf, dass Kiesow (2016) die Beschreibung von schriftlichen mathematischen Darstellungen offenbar nicht mit einer semiotischen Deutung als Diagramme im Peirce'schen Sinne in Verbindung bringt: Nach Peirce würde man wohl eher davon sprechen, dass die Matrizendarstellung von Drehungen diese Dynamik der mathematischen Aspekte eben genau dann beinhalten kann, wenn der*die Zeichenleser*in dieses Diagramm der Drehmatrix genau auf diese Weise deuten bzw. lesen kann und somit mit den damit verbundenen Regeln des Diagramms vertraut ist – und zwar ganz ohne zusätzliche gestische Veranschaulichung der Drehung.

Bei den logisch-begrifflichen Aspekten von Gestensequenzen tritt nach Kiesow (2016) vor allem die inhaltliche Parallelität von Lautsprache und körperlicher Ausdrucksweise hervor, die sich gegenseitig strukturieren und ihre Bedeutung interpretierbar machen würden. Die logische Struktur eines mathematischen Satzes werde in den von Kiesow (2016) verwendeten Beispielen etwa durch das körperliche Agieren des untersuchten Akteurs vollzogen (vgl. Kiesow, 2016, S. 226). Zudem setze er im Datenbeispiel durch den Verweis auf etwas Geschriebenes bei gleichzeitiger Ausführung einer Geste beide Modi so miteinander in Relation, als seien sie gleich (vgl. Kiesow, 2016, S. 226). Räumlich könnten durch Gesten nicht nur verschiedene Objekte deutlich gemacht werden, sondern auch *ein* Objekt in seiner Verschiedenheit hinsichtlich mathematischer Betrachtungen des Objekts *räumlich unterschiedlich* in den Gesten umgesetzt werden (vgl. Kiesow, 2016, S. 227). Verneinungen eines mathematischen Sachverhalts werden gestisch z. B. durch gestisches Durchstreichen erzeugt, was Kiesow (2016) mit einem Verkehrsschild vergleicht, auf dem das verbotene Ereignis durch einen roten Balken durchgestrichen ist.

5) Kalkulative Aspekte von Gestensequenzen nach Kiesow (2016)

Als kalkulative Aspekte von Gestensequenzen werden größere Sequenzen gestischer Darstellungen bezeichnet, die z. B. eine formale Rechenprozedur abbilden (vgl. Kiesow, 2016, S. 231). Dabei setze der Akteur im von Kiesow (2016) aufgeführten Beispiel das Aufmultiplizieren von Pontrjagin-Klassen gestisch als Darstellung einer Art Stapel oder Hügel um, den er von oben mit der Handfläche nach unten gerichtet umfasst oder überstreicht. Es zeigt sich daran, dass gestisch lebensweltliche Bilder erzeugt und genutzt werden, um formale mathematische Prozeduren darzustellen, so Kiesow (2016). Des Weiteren könnten solche Gestensequenzen darauf verweisen, dass Rechenoperationen mehrmals, z. B. für alle zuvor eingeführten Zahlen, durchgeführt werden müssen. Dabei verweist dann eine Geste häufig auf bereits eine zuvor gestisch beschriebene Prozedur, mit der dann weiter manipuliert wird. Manchmal können solche Gesten auch an symbolische Zeichen angelehnt werden, was wiederum ähnlich sei zu den imaginären Zeichen (s. oben), wie Kiesow (2016) anmerkt (vgl. Kiesow, 2016, S. 233).

Kiesow (2016) schlussfolgert aus seinen Analysen zu Gesten mathematisch versierter Erwachsener: Komplizierte mathematische Zusammenhänge und ausgewählte Füllwörter werden gestisch nicht ausgedrückt. Gesten können aber eine quasi-Materialisierung ganz bestimmter mathematischer Konzepte anschaulich erzeugen. Ebenso können sie logisch-begriffliche Sachverhalte durch räumliche Verortungen und Umsetzungen darstellen (vgl. Kiesow, 2016, S. 222 & S. 231). Kiesow (2016) weist auf den „kommunikativen Mehrwert“ (Kiesow, 2016, S. 214) von Gesten hin, den er in ihrer Unmittelbarkeit und Intuitivität vermutet. Die Besonderheit sei die enge Verbundenheit mit dem menschlichen Körper, anders als etwa bei Bildern oder Zeichen, womit er mutmaßlich schriftliche Zeichen meint (vgl. Kiesow, 2016, S. 214). Kiesow (2016) verknüpft in der weiteren Auseinandersetzung die von ihm untersuchten Gesten mit dem Gebrauch von Metaphern in der Mathematik, worauf hier

jedoch nicht näher eingegangen wird. Es erscheint weniger bedeutsam für meine Arbeit, da die Begründung dieser Verbindung nach Kiesow (2016) vornehmlich die von ihm angenommene Abstraktheit mathematischer Objekte ist (vgl. Kiesow, 2016, S. 233ff; Fußnote 105, Kap. 5).

5.6 Einordnung der Ansätze zur Rolle von Gestik im Zusammenhang mit Lautsprache beim Mathematiklernen in Bezug auf die vorliegende Arbeit

Für die in der vorliegenden Arbeit analysierten Sequenzen mathematischer Interaktionen von Zweitklässler*innen ergeben sich aus den dargestellten Ansätzen verschiedene Anknüpfungspunkte. Die aufgeführten Forschungen und theoretischen Ansätze, die in den vorausgehenden Ausführungen dargestellt wurden (vgl. Kap. 5.1 bis Kap. 5.5) sind nicht alle gleich bedeutsam für meine Forschung, zeigen aber eine ausgewählte Bandbreite an Arbeiten, die sich mit Gesten und Mathematiklernen in verschiedenen Disziplinen beschäftigen und vornehmlich solche, die sich in der Mathematikdidaktik verorten lassen.

Das multimodale Paradigma in der Forschungslinie, die von Arzarello (2006) und Radford (2009) vertreten wird, bietet für die vorliegende Arbeit eine weitere Begründung für das Verstehen des Mathematiklernens als grundlegend multimodal geprägt und unterstreicht damit aus mathematikdidaktisch-semiotischer Perspektive die sprachtheoretisch gestützte Sichtweise auf Gesten und Mathematiklernen (vgl. Fricke, 2007, 2012; Kap. 3.2.3). Es soll daher hier zunächst vor allem eine Einordnung dieser Ansätze in Bezug auf die vorliegende Arbeit erfolgen.¹⁴⁸ Radfords (2009) *semiotische Knoten* und das *semiotische Bündel* nach Arzarello (2006) erscheinen m. E. inhaltlich sehr nahe theoretische Begriffe dessen zu sein, was in mathematischen Interaktionen als Zeichenrepertoire von den daran Beteiligten erzeugt und genutzt wird.

Der Ansatz von Radford (2005, 2007, 2008a, 2008b, 2009) mit der Sicht auf Multimodalität als *Bestandteil von Denkprozessen* und nicht nur als Ausdruck dieser Prozesse unterstreicht im Rahmen meiner Forschung einmal mehr die Bedeutung insbesondere von Gestik im Zusammenspiel mit Lautsprache in mathematischen Auseinandersetzungen, eröffnet jedoch auch theoretisch eine erweiterte Perspektive insbesondere in Bezug auf *mathematische Auseinandersetzungen*: Wenn Lernende in mathematischen Interaktionen nur so agieren können, *weil* sie genau auf diese oder jene Weise ihre Gestik in Relation zur Lautsprache nutzen und so im multimodalen Ineinanderwirken verschiedener Modi Äußerungen erzeugen, dann kann ihre Gestik im Sinne Radfords (2005, 2009) nicht nur als *Ausdruck von* verstanden werden, sondern ist vielmehr als *konstitutiver Bestandteil des mathematischen Lernprozesses* zu deuten. Was hierbei offen bleibt ist m. E. der empirische Beleg für diese Annahme der Konstituierung *mathematischen* Lernens durch multimodale Ausdrucksweisen und damit auch

¹⁴⁸ Die ebenfalls in Kapitel 5.1 aufgeführten Forschungen von Krause (2016) und Salle und Krause (2020) wurden bereits in Kapitel 5.1 in Bezug zur vorliegenden Arbeit diskutiert und stehen damit hier weniger im Fokus.

durch Gesten. Radfords (2005, 2009) und auch Arzarellos (2006) Verwendung des Begriffs umfasst wohl am ehesten das, was Fricke (2012) als „empirischen Multimodalitätsbegriff“ (Fricke, 2012, S. 39) bezeichnet: Er umschreibt „[...] beobachtbare kommunikative Praktiken des Zusammenwirkens von lautlichem Sprechen und begleitenden Gesten.“ (Fricke, 2012, S. 39f). Es bleibt also die Frage nach der tatsächlich *fachlichen Dimension* der Gestik insofern offen, als dass man mit Radfords (2005, 2009) Argumentation zunächst die Gestik in sämtlichen Fächern und Bereichen als konstitutiv für Lernprozesse betrachten kann. Das sich daraus ergebende Forschungsdesiderat, also eine Betrachtung der Bedeutung und Funktion der Gesten für die *fachliche, mathematische Auseinandersetzung von Lernenden*, soll mit der vorliegenden Forschungsarbeit in explorativer Weise bedient werden.

Arzarellos (2006) Versuch einer Anbindung der Definition eines *semiotischen Bündels* an die Vorstellung von klassischen *semiotischen Systemen* nach Ernest (2006) eröffnet eine Möglichkeit, an bestehende und in der Semiotik verortete Perspektiven anzuknüpfen und diese in Bezug auf die Betrachtung von Gestik zu erweitern. Zentral für meine Forschungsarbeit erscheint u. a. die Betonung der *Dynamik* von solchen Zeichensammlungen und die Idee der *differenzierten Beschreibung der beteiligten Zeichenmodi* im Zusammenspiel. Beiden Aspekten – der Dynamik und der differenzierten Beschreibung der Zeichenmodi im Zusammenspiel – wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit in der Darstellung der Interaktionen als Zeichenprozesse mithilfe der Semiotischen Prozess-Karten (vgl. Schreiber, 2010; Kap. 8.7.2) Rechnung getragen. Mit diesen Karten wird es möglich, die Zeichen als triadische Relation im Peirce’schen Sinne abzubilden, dabei ihre modusspezifischen Ausdrucksweisen zu berücksichtigen und den Zeichenprozess in seiner Komplexität in hinreichender Weise zu erfassen. Sie erlauben damit eine Rekonstruktion der Zeichenprozesse auf Mikroebene und zeigen in besonderer Weise die Relation von Lautsprache, Gesten und auch potentiell anderer in der Situation erzeugten Darstellungen.

Die Begriffe des *semiotischen Bündels* und des *semiotischen Spiels*, wie sie von Arzarello (2006) eingeführt und verwendet werden, haben sich im Verlauf der Forschungstätigkeit als weniger erkenntniserweiternd erwiesen in Bezug auf das Forschungsanliegen. Dies hat verschiedene Gründe: Die Einführung des *semiotischen Bündels* wird von Arzarello (2006) damit begründet, dass klassische semiotische Ansätze eine zu enge Betrachtung dessen vornehmen würden, was als Zeichensystem gelten kann. Sie würden damit, so Arzarello (2006), zunächst als nicht-konventionalisiert geltende Modi, wie z. B. die Gestik, ausschließen (vgl. Arzarello, 2006, S. 269). Mit der Zeichentheorie nach Peirce (vgl. Kap. 6), seiner triadischen Zeichenrelation und schließlich der von Schreiber (2010) entwickelten Prozess-Karten kann aber genau dies bereits geleistet werden: Sowohl konventionalisierte Zeichen, z. B. die Lautsprache, als auch nicht-konventionalisierte Zeichen, z. B. spontan erzeugte Gesten, können nämlich mit der Peirce’schen Triade innerhalb einer Theorie und eines gemeinsamen Zeichenprozesses beschrieben werden (vgl. Fricke, 2007, S. 182f; Huth & Schreiber, 2017, S. 78). Auch Fricke (2007) führt aus, dass mit der Peirce’schen Zeichentheorie „die Darstellung beliebig

komplexer Zeichenkonfigurationen und Semioseprozesse“ möglich sei (Fricke, 2007, S. 183; Huth & Schreiber, 2017, S. 78). Eine grafische Abbildung dieser Zeichenkonfigurationen und Semioseprozesse leisten die Semiotischen Prozess-Karten (vgl. Kap. 8.7.2). Die Semiose als *semiotisches Spiel* in Anlehnung an Arzarello (2006) zu beschreiben, erscheint daher auch in Folge einer intensiveren Auseinandersetzung mit diesem Ansatz in Huth (2011a, 2014) für die vorliegende Arbeit schließlich als weniger gewinnbringend und letztlich eher als eine Benennung dessen, was mit dem Zeichenbegriff nach Peirce und den Semiotischen Prozess-Karten Schreibers (2010) bereits möglich ist, analytisch zu fassen.

Schließlich kann im Hinblick auf Arzarellos (2006) Beschreibung des *semiotischen Spiels* von Lehrpersonen und Schüler*innen in mathematischen Interaktionen Sfards (2001) Sichtweise angeführt werden. Sie gibt zu bedenken, dass Ansätze, die das Lernen von Mathematik als den Erwerb von fachwissenschaftlich adäquaten Konzepten verstehen, zu einer unvollständigen Sichtweise führen können (vgl. Sfar, 2001, S. 21). Die Betrachtung einer „[...] disparity between learners' private versions and the 'official', 'correct' edition of mathematical concepts“ (Sfar, 2001, S. 21) bilde das Lernen nicht in seiner Gesamtheit ab (vgl. Sfar, 2001, S. 22). Sfar (2001) schlägt vielmehr vor, die Sichtweise auf das Lernen als *Partizipation an mathematischen Diskursen* zu verschieben, um die Bedingungen von Lernen fokussieren zu können (vgl. Kap. 4.3). Das, was in mathematischen Interaktionen emergiere, sei Sfar (2001) folgend nicht auf mathematische Fähigkeiten des Einzelnen zurückzuführen. Demnach ist mit Blick auf die Forschungsergebnisse von Arzarello et al. (2009) zu fragen, ob die darin angesprochenen *personal signs* nicht vielmehr durch *alle* an der Interaktion Beteiligten generiert werden und in Sfards (2001) Worten damit ein dynamisches *Produkt kollektiver Handlungen* sind:

"What was seen so far as an almost direct derivative of one's personal skills and, more often than not, as an outcome of the person's given 'mathematical potential', is now regarded as a product of a collective action. [...] when two people are engaged in communication, it takes the two to produce a failure.“ (Sfar, 2001, S. 44, Hervorhebungen im Original)¹⁴⁹

Zwar wird bei Arzarello et al. (2009) von *den* Schüler*innen und damit auch von einem Kollektiv von Lernenden gesprochen, aber dennoch davon, dass die *personal signs* ausschließlich von den Lernenden produziert würden, denen dann, oft erst mithilfe der Lehrperson, ein Zugang zu *institutionellen* Zeichen ermöglicht werde:

¹⁴⁹ Auf der Grundlage der *Abduktion* nach Peirce als erkenntnisgewinnender Schluss (vgl. Kap. 6.5) kann das, was Sfar (2001) als *gemeinsam generierten Fehler* beschreibt, in der Konnotation als *Fehler* überdacht werden (vgl. Kap. 6.5.3). Würde man immer bereits wahre Hypothesen generieren können, wären weitere Erforschungen des Sachverhaltes, sei es im wissenschaftlichen Kontext oder in Lehr-Lern-Situationen im Sinne mathematischer Tätigkeiten Lernender, überhaupt nicht mehr nötig und das Generieren neuer Einsichten somit weithin unmöglich. Hypothesen jeglicher Art (auch diejenigen, die sich als nicht wahr herausstellen) sind vielmehr Motor mathematischen Lernens und erweisen sich erst in der interaktiven Kontrastierung und dem Ringen um eine Deutungsangleichung der Interagierenden als tragfähig oder als zu verwerfende Annahmen.

„Hence, the teacher designed a suitable environment for supporting the discussion where a more complex semiotic bundle was built and shared in the classroom [...]. This semiotic bundle contained institutional and personal signs (some of which came from the memory of the class), the different inscriptions on the blackboard (graphical and symbolic), as well as the students' and the teacher's words and gestures [...]“ (Arzarello et al., 2009, S. 108)

Unter interaktionstheoretischer Perspektive ist vermutlich eher davon auszugehen, dass das als *interaktiv* generierte Zeichenrepertoire verschiedener Ausdrucksmodi von *allen* an der Interaktion Beteiligten gemeinsam erzeugt und gestaltet wird.

„Das neue Wissen wird in der Interaktion kollektiv konstituiert und nicht etwa als Wissen des Lehrers über die Interaktion an die Schüler vermittelt.“ (Krummheuer, 1992, S. 30, Hervorhebung im Original)

Die Vorstellung von *personal* und *institutional signs* innerhalb eines *semiotic bundles*, die im *semiotischen Spiel* verwendet werden und im Prinzip gleichgesetzt werden mit Schüler*innen-Zeichen (*personal signs*) und Zeichen der Lehrperson (*institutional signs*), ist somit in zweierlei Hinsicht zu hinterfragen: Die Lehrperson wird offenbar im Rahmen des Ansatzes des *semiotischen Bündels* und *Spiels* als vermittelnde Instanz mathematisch konformer Zeichen gesehen. Ihr wird damit zum einen die Rolle einer Art *mathematischen Wahrheitsinstanz* zugeschrieben, die sie möglicherweise nicht immer erfüllen kann. Zum anderen erscheint es so, als könne man mathematisch adäquate Zeichen gewissermaßen situationsunabhängig *lehren* im Sinne einer *Vermittlung* an die Schüler*innen im Rahmen eines semiotischen Bündels verstanden als „teaching style“ (Arzarello et al., 2009, S. 107). Sicherlich gilt die Lehrperson innerhalb einer durch sie didaktisch und methodisch initiierten Lehr-Lern-Situation zunächst als diejenige, welcher die Rolle des versierten Gegenübers zugeschrieben werden kann. Sie weist eine andere, weiter fortgeschrittene, fachlich-mathematische Kompetenz als die Schülerschaft auf. Krummheuer (1992) betont ebenfalls diese fachliche Versiertheit der Lehrperson, merkt aber an, dass in mathematischen Interaktionen nicht die Situationsdefinitionen der einzelnen Individuen zur Aushandlung stünden, sondern dass vielmehr Ziel sei, durch ein Streben nach Kooperation zwischen den Interagierenden eine *gemeinsam als geteilt geltend angesehene Deutung* hervorzubringen. So kann die fachlich adäquate Situationsdefinition der Lehrperson nicht immer wieder neu interaktiv ausgehandelt werden, sondern basiere viel eher auf bereits vorherige Aushandlungs- und Angleichungsprozesse innerhalb ihrer Lernbiographie. Die Lehrperson könne auf diese Weise „[...] Unterrichtsstunden zum selben Stoff relativ einheitlich deuten [...]“ (Krummheuer, 1992, S. 27). Das bedeutet aber nicht, dass ein kontext- und interaktionsunabhängiger mathematischer Inhalt von der Lehrperson als Unterrichtsstoff eingebracht und als solcher an die Schüler*innen *vermittelt* werden kann und dieser dann gewissermaßen garantiert von allen Beteiligten *gleich* gedeutet wird. Vielmehr erfolgen innerhalb mathematischer Interaktionen geradezu interaktiv und nicht individuell evozierte Thematisierungen. Diese können dann danach durch die Lehrkraft aufgrund ihrer fachlichen Versiertheit im mathematischen wie didaktisch-methodischen Bereich reflektierend betrachtet werden. Sie könnte aus

Krummheuers (1992) Sicht hierbei rückblickend einordnen, ob es zu einer Verständigung über die von ihr beabsichtigten, fachlichen Inhalte im Rahmen der Aushandlungsprozesse der Unterrichtssituation gekommen ist (vgl. Krummheuer, 1992, S. 33). In der tatsächlichen Interaktion kann aber die Fokussierung der Lehrkraft auf eine mathematisch adäquaten Deutung nach Krummheuer (1992) dazu führen, dass Interaktionsprozesse auch scheitern können, weil

„[...] zwischen den Beteiligten in ihren Kooperationsbemühungen eine als gemeinsam geteilt geltende Bedeutung hervorgebracht werden muß. Ein Beharren des Lehrers auf seiner fachlich autorisierten Deutung ist in diesem Sinne ‚unkooperativ‘ und würde zumeist den Fortgang der Interaktion gefährden.“ (Krummheuer, 1992, S. 32, Hervorhebungen im Original)

Im Hinblick auf Arzarellos (2006) Ansatz stellt sich darüber hinaus die Frage, ob und in welcher Form die Lehrperson dem Anspruch des Gebrauchs institutioneller Zeichen in der konkreten Situation immer gerecht werden kann, und wie sich solche in der Anlage als asymmetrisch initiierten mathematischen Lehr-Lern-Situationen zwischen Noviz*innen (Schüler*innen) und Expert*innen (Lehrperson) unter der situativen Bedingung von Interaktion gestalten bzw. von den Beteiligten gestaltet werden. Schütte (2009) stellt in seiner Untersuchung die „Implizitheit als vorherrschendes Strukturmerkmal“ (Schütte, 2009, S. 195ff) heraus. Bei der Einführung neuer mathematischer Fachtermini blieben sowohl Bezüge zu bereits bekannten alltagssprachlichen oder fachsprachlichen Begrifflichkeiten, wie auch die Einbettung neuer mathematischer Begrifflichkeiten in ein formalsprachliches Register seitens der Lehrperson häufig implizit und müssten durch die Schülerschaft selbständig und ohne Unterstützung auf Grundlage ihrer bisherigen mathematischen Fähigkeiten integriert werden (vgl. Schütte, 2009, S. 178 u. S. 195). Auch ein Wechsel des Referenzkontextes bei gleichbleibendem, mathematischem Konzept würde bei den von Schütte (2009) untersuchten Unterrichtsepisoden seitens der Lehrperson nicht explizit angezeigt. Zudem zeige sich

„[...] ein Sprachgebrauch, der sich maßgeblich an der mündlichen Alltagssprache orientiert und trotz der Einführung neuer mathematischer Begriffe nicht formalsprachlich geprägt ist.“ (Schütte, 2009, S. 196)

Es ist mit Schüttes (2009) Ergebnissen somit fraglich, ob die Lehrperson in mathematischen Unterrichtsinteraktionen stets eine adäquate Verwendung institutioneller Zeichen, wie bei Arzarello (2006) beschrieben, leisten kann. Dazu passen auch die Ergebnisse von Kiesow (2016) zu den Gesten von mathematischen Experten*innen (vgl. Kap. 5.5): Er beschreibt, dass vor allem komplexe mathematische Sachverhalte gestenlos und vielmehr rein lautsprachlich benannt dargestellt würden. Für den Unterricht ergibt sich damit die Frage, ob Lehrpersonen möglicherweise an Stellen geradezu durch ihre mathematische Versiertheit im Vergleich zur adressierten Schülerschaft Gesten weglassen, obgleich sie für die Schüler*innen an genau diesen Stellen hilfreicher Zeichenmodus sein könnten (vgl. Kap. 10.1 u. Kap. 10.4).

Dazu kommt die Deutungskomplexität, die sich für die Lehrperson in der ad hoc Situation einer Unterrichtssequenz und ihrer gegebenen zeitlich extrem komprimierten

Handlungserwartung ergibt: Sie kann unmöglich zuvor alle möglichen von den einzelnen Schüler*innen eingebrachten mathematischen und potentiell auch weniger mathematischen Deutungen voraussehen und in jeglicher Situation unmittelbar deuten, fachlich adäquat einordnen und hinreichende und fachlich förderliche Impulse passend dazu erzeugen. Dies gelingt sicherlich in Teilen, gleicht jedoch eher einer idealisierten Vorstellung der Möglichkeiten, die Lehrpersonen in der ad hoc Situation des Unterrichts leisten können. Krummheuer (2014) beschreibt bereits für die Interaktion zwischen Kindergartenkindern und einer erwachsenen Person insbesondere die Hervorbringungen eines Kindes als „[...] beyond the canonical expectations of what a child might answer“ (Krummheuer, 2014, S. 78). Der mathematische Beitrag des Kindes erweise sich daher als schwer verständlich für die begleitende erwachsene Person, also für das eigentlich als mathematisch versiert geltende Gegenüber im Sinne von Arzarello et al. (2009). Als Ergebnis für den von Krummheuer (2014) untersuchten Fall einer mathematischen Interaktion zwischen mathematischen Noviz*innen und einer Expert*in hält Krummheuer (2014) u. a. fest:

„[...] initially designed asymmetrical situations of interaction in which an adult is supposed to order, structure, and/or correct, emerge in a rather symmetrical discourse of co-construction. In the case of René we can even assume that he conducts himself in a more adult manner with the capacity of taking over the perspective of the adult.“ (Krummheuer, 2014, S. 81)

Vogler (2020) spricht von sogenannten *manifesten* und *latenten Sinnstrukturen* in Diskursen von Kindergartenkindern und Erzieher*innen, die entsprechende Partizipationsspielräume eröffnen können zugunsten eines Autonomiezuwachses der Kindergartenkinder (vgl. Vogler, 2020, S. 297ff). Die von Vogler (2020) in den Blick genommenen Erzieher*innen-Kind Interaktionen enthielten neben dieser Latenz an Sinnstruktur gleichzeitig ein großes mathematisches Potential, weil die darin angebotenen gehaltvollen mathematischen Argumentationen von den teilnehmenden Kindern als Deutungshintergrund genutzt werden *könnten* – nicht *müssen*. Vogler (2020) spricht hier von der *Möglichkeit* indirekten Lernens (vgl. Vogler, 2020, S. 409). Elementarmathematische Konzepte würden in solchen frühkindlichen Interaktionen von Lernenden mit einem kompetenten Gegenüber (dem*der Erzieher*in) auf einer latenten Ebene emergieren im Sinne eines zunehmenden *Mathematisierens*, wie Vogler (2020) es nennt, während vordergründig alltagsweltliche Aspekte in der Aushandlung manifest würden (vgl. Vogler, 2020, S. 410). Dies könne sich lernförderlich auswirken, weil auf der Ebene der Manifestation Handlungsrouinen interaktiv hervorgebracht werden, die Auswirkungen auf die latente Sinnenebene haben können: *Markierungen*, die innerhalb der Handlungsroutine gesetzt werden, erlaubten es nämlich, auf die latenten Sinnstrukturen zu verweisen. Diese Diskurspraxis in Form einer solchen „*Doppelstruktur aus Routinen*“ (Vogler, 2020, S. 410, Hervorhebungen im Original) könnte Kindergartenkinder dazu befähigen, im Laufe der Zeit an den zunächst latent thematisierten elementarmathematischen Konzepten teilzuhaben und diese im Verlauf dann eigenständig sprachlich zu manifestieren (vgl. Vogler, 2020, S. 410ff). Aber auch Vogler (2020) stellt heraus, dass das Eröffnen solcher frühen mathematischen Lernprozesse im Kindergarten insbesondere an den*die Erzieher*in hohe

Anforderungen bezüglich ihrer Deutungskompetenzen stellt, die möglicherweise auch nicht immer erfüllt werden können (vgl. Vogler, 2020, S. 423ff). Es bleibt die von Vogler (2020) formulierte Forderung einer Integration von Schwerpunkten in der Erzieher*innenausbildung bezüglich der Gestaltung und Begleitung von Diskursen und einer fachmathematisch wie auch mathematikdidaktisch geprägten Aus- und Weiterbildung (vgl. Vogler, 2020, S. 432ff u. S. 438f). Letzteres müsste zumindest für die im Fach studierten und ausgebildeten Grundschullehrkräfte bereits umgesetzt sein. Die Frage, ob sie eine fachlich adäquate Gestaltung mathematischer Lehr-Lernprozesse leisten können im Sinne bspw. des von Arzarello et al. (2009, S. 107) beschriebenen „teaching styles“ des *semiotischen Spiels*, scheint sich dann in der Zusammenschau mit Schüttes (2009) Untersuchungsergebnissen möglicherweise stärker bei der Gestaltung und Begleitung von diskursiven Prozessen im Mathematikunterricht zu entscheiden.

Sáenz-Ludlow (2006) stellt in ihrem Ansatz der „interpreting games“ (Sáenz-Ludlow, 2006, S. 183) in besonderer Weise den Interpretationsprozess von Zeichen heraus. *Interpreting games* erinnern nicht nur begrifflich an die *semiotic games* von Arzarello (2006) und Arzarello et al. (2009), sondern auch in der inhaltlichen Ausdeutung. Allerdings weisen sie einen nicht zu verachtenden Unterschied zu Arzarellos (2006) Konzept auf, nämlich die Betonung der interaktionalen Gleichberechtigung aller Beteiligten:

„The development of mathematical meanings in classroom emerges in sign interpretation (i.e., semiosis) when teachers and students cross the threshold of their own individuality in social interaction. I propose that sign interpretation and sign use are in essence continuous and evolving *interpreting games* in which teacher and students constitute themselves as intentional subjects capable of interpreting linguistic, mathematical, and other kinds of signs. This process of interpretation gives rise to private meanings subject to modification and refinement through a succession of collaborative acts of interpretation and communication.“ (Sáenz-Ludlow, 2006, S. 186, Hervorhebungen im Original)

In dem Ansatz der *interpreting games* wird somit zwar auch an verschiedenen Stellen immer wieder auf „private meanings“ (s. Zitat oben) gegenüber „[...] conventional meanings already established in the community and by the community“ (Sáenz-Ludlow, 2006, S. 186, Hervorhebungen im Original) verwiesen, was ähnlich zu dem erscheint, was von Arzarello et al. (2009) als *personal* und *institutional signs* bezeichnet wird. Bei Sáenz-Ludlow (2006) wird aber im Unterschied zu Arzarello et al. (2009) zum einen die *Bedeutungsaushandlung* betont und darüber hinaus die Teilhabe *aller* Beteiligten an dem, was als konventionalisierte Bedeutung durch diese Gemeinschaft ausgewiesen wird, hervorgehoben. Zum anderen wird auch der Lehrperson, wenn auch auf einem ohne Zweifel anderen fachlichen Level, das Recht zugeschrieben, selbst „private meanings“ (s. Zitat oben) mathematischer Sachverhalte zu generieren, die dann in einem kollaborativen Akt der Interpretation in die Interaktion eingebracht und verfeinert werden. Die Begrifflichkeit macht deutlich, dass es sich hierbei nicht notwendigerweise um mathematisch adäquate Bedeutungszuschreibungen handeln muss. Sáenz-Ludlow (2006) bezeichnet dann auch die kontinuierliche mathematische

Bedeutungskonstruktion in Interaktion als Kern des Lehrens und Lernens von Mathematik.¹⁵⁰ In Bezug auf die Frage nach der Rolle der Lehrkraft als versiertes Gegenüber in mathematischen Interaktionen mit Lernenden spricht sich Sáenz-Ludlow (2006) für ein asymmetrisch-symmetrisches Konzept von Lehr-Lern-Arrangements aus, das vielmehr die Versiertheit der Lehrperson in dem Schaffen und Strukturieren von Lernräumen verortet, in denen Lernende und Lehrende gemeinsam ihre Interpretationen vornehmen und aneinander anpassen, bewerten und verändern, um zu einer kollaborativen mathematischen Bedeutungszuschreibung zu gelangen (vgl. Sáenz-Ludlow, 2006, S. 194):

„The relation should be asymmetric in the preteaching activity as the teacher uses her knowledge to structure the lessons to be taught and the teaching strategies to be used in order to engage students in dialogue to facilitate their thinking strategies, their interpretations and their ways of communicating. However, when the teacher invites dialogue in the classroom, [...] she consciously transforms the asymmetric authoritative teacher-student-relationship into a symmetric one in which both teacher and students collaborate in their teaching-learning experience. [...] Inviting dialogue is to acknowledge students as *acting subjects* rather than *objects* of the teacher's actions.“ (Sáenz-Ludlow, 2006, S. 194f, Hervorhebungen im Original)

Für die vorliegende Arbeit ist also das von Arzarello (2006) und Arzarello et al. (2009) erzeugte Begriffsnetz aus *semiotic bundle* und *semiotic game* insofern weniger relevant, weil zum einen theoretisch durch Peirce und Schreiber (2010) bereits Zeichenprozesse hinreichend in ihrer Komplexität beschrieben werden können, auch ohne solche Begrifflichkeiten. Und, zum anderen, verschiebt sich mit der Theorie der *semiotic games* die Sichtweise stark auf die Initiierung der Fachlichkeit durch die Lehrkraft. In Huth (2018) wird in diesem Sinne dann die Konstruktion von Fachlichkeit vielmehr allen Beteiligten im gemeinsamen, kollaborativen Handeln zugeschrieben und in Huth (2011a, 2011c) mathematische Schüler*innen-Schüler*innen-Interaktionen als *semiotisches Spiel unter Gleichen* eingeordnet, um auf die mögliche symmetrische Strukturierung der fachlichen Teilhabe aller am mathematischen Aushandlungsprozess zu verweisen.

Bezüglich der Beziehung von Gesten und Diagrammen wurden die Arbeiten von de Freitas und Sinclair (2012), Sinclair und de Freitas (2014) sowie Wille (2020) in Kapitel 5.2 vorgestellt. Die Betrachtung dieser besonderen Relation von Geste und Diagramm ist für die vorliegende Arbeit von zentraler Bedeutung, weil sich daran empirisch zeigen lässt, ob Gestik *konstitutiver*

150 In diesem Sinne ist Sáenz-Ludlows (2006) Konzept der „interpreting games“ im Wesentlichen passend zu dem, was ich in Huth (2011a, 2014) in Anlehnung an Arzarellos (2006) *semiotic games* als „semiotic game among equals“ (Huth, 2014, S. 169) bezeichne. Beim *semiotischen Spiel unter Gleichen* (vgl. Huth, 2011a) handelt es sich um ein interaktionell gleichberechtigtes Aushandeln von Deutung und Bedeutung im mathematischen Diskurs, in dem nicht notwendig nur die Lehrperson die Rolle des kompetenten Gegenübers interaktionell erfüllt, sondern Rollenzuschreibung ebenfalls interaktiv Teil des Aushandlungsprozesses sind. Die Idee des Heranführens an die Mathematik, die bei Arzarello und Paolas (2007) *semiotischem Spiel* als Ziel der Lehrperson bezeichnet ist, wird beim *semiotischen Spiel unter Gleichen* als ein gemeinsames Mathematiktreiben mit dem Wunsch nach Erkenntnis gedacht. Ein *semiotic game unter Gleichen* ist damit nicht notwendig an die Präsenz einer Lehrperson gebunden, sondern kann auch von institutionell gleichberechtigten Interagierenden, also z. B. von Schüler*innen, gestaltet sein.

Bestandteil des fachlichen, mathematischen Agierens Lernender sein kann (vgl. Huth, 2013, 2017, 2018, 2020; Kap. 10). Zu überlegen ist diesbezüglich, wie und ob Gesten z. B. diagrammatische Funktion in der mathematischen Auseinandersetzung erfüllen können. Eine vorübergehende materielle Fixierung im gestischen Modus, der ja per se erst einmal flüchtig zu sein scheint, kann dann rekonstruiert werden, wenn sie etwa vorübergehend wie *Inskriptionen* verwendet werden: Dies lässt sich gestisch bspw. über Koventionalisierungsprozesse bestimmter Gestenformen erreichen. Für diese wird dann im Aushandlungsprozess eine als geteilt geltende Deutung vorübergehend festgelegt: Es werden Gesten etabliert, die für das Gleiche Gemeintem rekurrend gebraucht werden und dann in der folgenden Interaktion oder einer sich anknüpfenden neuen Interaktionssituation gewissermaßen reaktiviert und auch weiterentwickelt werden können. De Freitas und Sinclair (2012) beschreiben, dass Gesten Voraussetzung von Diagrammatizität sind, weil die Unterscheidung von Inskriptionen und in die Luft schreibenden Gesten verschwimmt. Gleichzeitig können aus Diagrammen neue Gesten entstehen (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012, S. 137f; Kap. 5.2). Dabei nutzen sie ebenfalls wie ich in der vorliegenden Forschungsarbeit den Diagrammbegriff von Peirce und argumentieren, dass Diagramme nicht reine Repräsentationen von etwas sind, sondern ihre Erstellung von zentraler Bedeutung für mathematische Aktivitäten sind und sie selbst als mathematische Objekte dienen (vgl. de Freitas & Sinclair, 2012, S. 138; Kap. 5.2). Ähnlich in Bezug auf die Beziehung von Gesten und Inskriptionen bzw. dann auch Diagrammen argumentiert auch Arzarello (2006), wenn er beschreibt, dass im mathematischen Auseinandersetzungsprozess von Lernenden aus Gesten Inskriptionen entstehen können und diese Inskriptionen dann wiederum Anlass und Grundlage weiterer auch gestisch gestalteter Interaktionen sein können (vgl. Arzarello, 2006, S. 291ff; Kap. 5.1). In dem Artikel von 2014 beschreiben Sinclair und de Freitas insbesondere mit Blick auf die Touch-Technologien, dass es notwendig sei, die Beziehung von Diagrammen und Gesten unter denen sich daraus neu ergebenden Bedingungen zu betrachten. Der Blick auf digitale Medien, wie er von Sinclair und de Freitas (2014) dabei vorgenommen wird, unterstreicht einmal mehr, dass die Abgrenzbarkeit von Gesten und anderer Ausdrucksmodi, wie z. B. Handlungen einer differenzierten Betrachtung bedarf (vgl. zur Definition von Gesten in Relation zu Handlungen Kap. 3.1.3). Gesten z. B. in Tablet-Applikationen unterscheiden sich von den in der vorliegenden Arbeit im Fokus stehenden spontan während des Sprechens erzeugten Gesten zwar u. a. durch die Berührung des Bildschirms und die Festlegung bestimmter und ausschließlicher, nämlich die Applikation steuernder Gesten, lösen aber dann durch die Bewegung über den Screen am Bildschirm die Simulation einer digitalen Handlung aus, die wiederum zu anderen Gesten am Screen führen kann usw. Es lässt sich also schlussfolgern, dass durch die Touch-Technologien nicht nur, wie Sinclair und de Freitas (2014) behaupten, die Gestenforschung in der Mathematikdidaktik in Bezug auf die Relation von Gesten und Diagrammen neue Sichtweisen einnehmen kann, sondern insgesamt der Blick auf die Frage der Multimodalität und der Blick auf Schnittstellen zwischen den einzelnen Modi in Bezug auf deren Funktion überdacht werden und zu neuen theoretischen Modellierungen

führen kann. Dies ist insofern für die vorliegende Forschung von Relevanz, als dass auch in dem dazugehörigen Forschungsprozess immer wieder Schnittstellen der Modi von Interesse waren (vgl. Huth, 2013, 2017; Vogel & Huth, 2020; Kap. 10.1), um besonders die Funktion von Gesten im Mathematiklernen des Grundschulalters herausarbeiten zu können.

Willes (2020) Forschungen lassen sich weniger zur Gestikforschung im Mathematiklernen zuordnen als vielmehr der Gebärdenforschung in Bezug auf die mathematische Begriffsbildung. Sie nutzt jedoch den gleichen diagrammatischen Blick auf Gebärden, wie er auch in der vorliegenden Arbeit auf Gesten Lernender eingenommen wird. Wille (2020) führt ihre Analysen an mathematischen Fachgebärden in der österreichischen Gebärdensprache durch und fragt dabei nach möglichen Unterschieden aufgrund ihrer Indexikalität oder Ikonizität in Bezug auf mathematische Begriffsbildung im Vergleich zu hörenden Lernenden. Wille (2020) betrachtet zwar somit Gebärden (und keine Gesten, wie in der vorliegenden Arbeit). Ihr Ansatz aber, die *Zeichencharakteristik* – in diesem Falle von Gebärden – als ikonisch oder indexikalisch zu beschreiben und darüber hinaus zu diskutieren, welche Auswirkung diese Art der Zeichenhaftigkeit auf mathematische Begriffsbildungsprozesse und den Umgang mit Diagrammen haben kann, eröffnet eine gewinnbringende Perspektive auf Gesten beim Mathematiktreiben, die in der vorliegenden Arbeit im Fokus stehen. So kann die Rekonstruktion der gestischen Zeichen der Lernenden als im Gebrauch *ikonisch* und *indexikalisch*, möglicherweise auch als *symbolisch* im Sinne von Peirce (vgl. Kap. 6.2) Ansätze für die Analysen in der vorliegenden Arbeit (Kap. 9) bieten und damit eine semiotische Einordnung der von den Lernenden verwendeten Gesten ermöglichen (vgl. Kap. 10).

Die in Kapitel 5.3 aufgeführten Forschungen von Bjuland et al. (2007, 2009), Elia et al. (2011) und Elia (2018) unterstreichen die zentrale Rolle von Gesten in mathematischen Begründungszusammenhängen. Sie geben darüber hinaus erste Hinweise auf mögliche Funktionen von Gesten z. B. beim Wechsel von Repräsentationen, dem Darstellen von räumlichen Relationen und geometrischen Formen oder dem Festhalten zentraler Aspekte in der mathematischen Auseinandersetzung. Weil in der vorliegenden Arbeit auch Sequenzen aus geometrischen Situationen betrachtet werden (vgl. Kap. 9.3.5 u. Kap. 9.3.6), geben solche Studien damit erste Hinweise auf die Bedeutung von Gesten in der Beschäftigung Lernender mit geometrischen Fragen. Sie zeigen darüber hinaus die Bandbreite an Forschungen auf dem Gebiet der Gesten beim Mathematiklernen. Insbesondere in Elia (2018) wird herausgestellt, dass durch den Gebrauch von Gesten Lernende semiotische Repräsentationen und Inskriptionen entwickeln können und dies auch als kollaboratives Erzeugnis in mathematischen Unterrichtsinteraktionen gelingt. Sie zeigt darüber hinaus, dass z. B. die Geste zum Winkel über den Verlauf einer solchen Interaktion eine Entwicklung erfährt und eine gewisse Konventionalität in Bezug auf die Darstellung eines Winkels erreicht, die dazu führen kann, dass sie innerhalb der kleineren Sprachgemeinschaft der untersuchten Lernenden quasi einen mathematischen Begriff des Winkels ausbilden kann.

Die Ausführungen zu eigenen Forschungen mit Bezug auf Huth (2009, 2013, 2017, 2020) zeigen erste Ergebnisse, die sich als Vorläufer zu der vorliegenden Arbeit einordnen lassen. Daran knüpft die hier beschriebene Forschung an und entwickelt diese ersten theoretischen Ansätze und Forschungsergebnisse weiter.

Die Theorie der *Mismatches* von Gestik und Lautsprache beim Lernen von Mathematik, vornehmlich nach Goldin-Meadow (2003), die in Kapitel 5.4 dargestellt wurde, nimmt ausschließlich den individuellen Lernprozess in den Blick. Die *Mismatch*-Forschung in dieser Form unterstellt gewissermaßen einem von außen aus Sicht des*r Forschenden semantisch als verschieden interpretierten Äußerungsereignis aus Lautsprache und Gestik Bedeutung für die mentale Verfassung der*s Sprechenden. Besonders zu Beginn meines Forschungsvorhabens, war jedoch die Rekonstruktion von *Matches* und *Mismatches* von Bedeutung für einen ersten Zugang zu den Daten. Für meine Forschungsarbeit mit interaktionstheoretisch-semiotischer Ausrichtung ist in Bezug auf diese Einordnung dann aber eher zu fragen, welche Auswirkungen *Mismatches* auf interaktionaler Ebene z. B. für das Interaktionsgefüge oder auch den Zeichenprozess haben könnten, ob sie von den Interagierenden in irgendeiner Weise thematisiert oder mit Bedeutung versehen werden und als Zeichen erneut im weiteren semiotischen Prozess aufgegriffen werden.

Im weiteren Forschungsprozess hat sich zudem die Beschreibbarkeit dessen, was als *Match* und in Abgrenzung dazu als *Mismatch* gelten soll, als unzureichend in Bezug auf die Anwendbarkeit auf meine Daten erwiesen. Die Beschreibung, dass ein *Mismatch* zwei inhaltlich verschiedene Informationen in Lautsprache und Gestik beinhalte (vgl. Goldin-Meadow, 2003), stellt sich zwar zunächst als einleuchtend dar. Angesichts der Co-Expressivität beider Ausdrucksmodi bei gleichzeitiger Annahme modusspezifischer Ausdrucksmöglichkeiten (vgl. Kap. 3.1), erscheint jedoch die Wahrscheinlichkeit eines so definierten Äußerungsereignis recht hoch. Die Gestik-Lautsprache-Relation zeichnet sich häufig ja gerade dadurch aus, dass beide Modi auf verschiedene Aspekte eines gemeinsam Gemeinten referieren. Man kann in diesem Zusammenhang die Frage stellen, wie unterschiedlich Gestik und Lautsprache hier tatsächlich sein können oder ob sich ein sogenannter *Mismatch* nicht schlicht durch die verschiedenen Möglichkeiten des Ausdrucks von Gestik und Lautsprache erklären lässt. Darüber hinaus bleiben weitere Fragen offen, z. B. nach der zeitlichen Dimension: Ist bspw. *Gleichzeitigkeit* in Gestik und Lautsprache eine Bedingung, um ein Äußerungsereignis als *Mismatch* zu bezeichnen oder ist nach der Definition von Goldin-Meadow (2003) auch als *Mismatch* einzustufen, wenn bspw. innerhalb einer Erhebungssituation eine Lösungsstrategie *ausschließlich in der Gestik* und eine andere *ausschließlich in der Lautsprache* dargestellt wird, unabhängig davon, ob dies zeitgleich geäußert wird? *Mismatches* werden in den Forschungen von Goldin-Meadow (2003) offenbar hauptsächlich als Kategorie verwendet, um in den Daten Äußerungsereignisse zuzuordnen. Dies bedeutet auch, dass *Mismatches* ausschließlich aus *Sicht der*s Forschenden* als solche identifiziert werden. In eigenen Untersuchungen im Rahmen des vorliegenden Forschungsprojektes konnte ich *Mismatches* verschiedener Funktion in

mathematischen Interaktionen Lernender rekonstruieren (vgl. Huth 2011a, 2014).¹⁵¹ In Huth (2011a) wird ein Beispiel einer mathematischen Interaktion von Lernenden, die sich mit einem Volumenproblem des Würfels beschäftigten, beschrieben (vgl. Huth, 2011a, S. 213ff; Huth, 2014, S. 154f). Ein Würfelkantenmodell der Kantenlänge 9 cm wurde mit einheitlich großen Holzwürfeln der Kantenlänge 3 cm gefüllt. Die Schülerinnen¹⁵² sollten gemeinsam herausfinden, wie viele von den kleineren Holzwürfeln in das große Kantenmodell passen. Zunächst erfolgte die vollständige Füllung des Modells mit Holzwürfeln durch die Schülerinnen. Anschließend äußerte sich eine der beiden wie folgt: „drei Schichten müssen wir jetzt zählen“ mit einer parallel ausgeführten Zeigegeste entlang einer Holzwürfelsäule an einer Kante des gefüllten Würfelkantenmodells nach unten und wieder nach oben. Nach Goldin-Meadows Definition (2003) lässt sich anhand dieser Äußerung ein *Mismatch* identifizieren: Lautsprachlich wird offenbar auf die Vorstellung des Volumens als *Schichten* verwiesen wird, während gestisch eine *Säule* von Holzwürfeln angezeigt wird. Beide Vorstellungen erscheinen aus mathematischer Sicht adäquat für die Bestimmung des Würfelvolumens. In Huth (2011a) wird ebenso die Frage gestellt, ob und wie dieser vermeintliche *Mismatch* auf der Interaktionsebene zwischen den beiden Gesprächspartnerinnen weiter thematisiert wird. Im Rahmen der angeführten Analyse konnte ich zeigen, dass für die den vermeintlichen *Mismatch* erzeugende Schülerin die Vorstellungen von *Schichten* und *Säulen* beim Zählen der Holzwürfel im Kantenmodell keinesfalls verschieden waren: Sie zählte im Anschluss in jeder Holzsäule die jeweils drei aufeinandergestapelten Schichten, erzeugte also aus ihrer Sicht vielmehr einen *Match* als einen *Mismatch*. Für die Interaktionspartnerin führte die Äußerung mit dem Verweis auf Schichten und Säulen zunächst zu einer Irritation, die sich durch eine Äußerung von Unverständnis und der unaufgeforderten Turnübernahme in Form von mehreren Unterbrechungen ihrer Interaktionspartnerin rekonstruieren ließ. Im Fortlauf der Interaktion diente das Äußerungsereignis als eine Art Ideenpool mathematischer Strategien zur Lösung des Volumenproblems. Es gelang schließlich für beide Schülerinnen eine Integration der beiden Strategien *Schichten zählen* und *Säulen zählen* zur Erzeugung eines gemeinsamen Lösungswegs. In Huth (2014) zeigt ein weiteres Beispiel aus einer Geometriesituation,¹⁵³ in der ein aus Bausteinen gebautes Gebäude gemeinsam nachgebaut werden soll, dass *Mismatches* interaktive Relevanz haben können (vgl. Huth, 2014, S. 162ff): Durch einen rein gestisch angezeigten Wechsel des gemeinten Bausteins auf einen anderen Baustein verbunden mit einer lautsprachlichen Äußerung zur Positionierung des letztgenannten Steins, entstehen

¹⁵¹ Im Rahmen eines Forschungsaufenthaltes an der University of Chicago hatte ich die Möglichkeit mit dem Forschungsteam von Prof.in Dr. Susan Goldin-Meadow über die Theorie der *Mismatches* zu diskutieren. Es stellte sich heraus, dass auch hier die Definition dessen, was als *Mismatch* gilt, kontrovers diskutiert und auch verschieden ausgedeutet wird. Beispielsweise ist die Bezeichnung *Mismatch* nicht notwendig an das gleichzeitige Auftreten von Lautsprache und Geste gebunden: Wenn also innerhalb einer Untersuchungssequenz ein*e Proband*in eine Idee ausschließlich in der Lautsprache ausdrückt und eine davon verschiedene Idee ausschließlich in der Gestik geäußert wird, müssen beide Ausdrucksmodi nicht notwendig zeitgleich verwendet werden und dennoch wird dies dann als *Mismatch* bezeichnet.

¹⁵² Es handelt sich um weibliche Lernende, daher wird hier und in der folgenden Beschreibung nur die weibliche Form verwendet.

¹⁵³ Dieses Beispiel wird in den Analysen ausführlich dargestellt (vgl. Kap. 9.3.5).

verschiedene Deutungen über den Nachbau als *Spiegelung* oder als *Verschiebung*. Die Interaktionspartnerin nimmt nämlich eine offensichtlich stärker an der Lautsprache orientierte Interpretation vor, so dass sie die Positionierungsangabe dem zuerst gestisch angezeigten Baustein zuordnet. Auf diese Weise intendiert die eine Schülerin einen *gespiegelten* Nachbau des Originalgebäudes, während die andere auf ein durch *Verschiebung* entstehenden Nachbau beharrt. In Krummheuers (1992) Sinne zeigt sich eine *Deutungsdifferenz* in den *Situationsdefinitionen* beider Interaktionsteilnehmerinnen (vgl. Kap. 4.2). In der Folge der Situation wird zwar eine gemeinsame Lösung des Nachbaus generiert, dieser *Arbeitskonsens* zwischen den Schülerinnen scheint aber aus der einzig möglichen Alternative zu einem Abbruch der Interaktion zu entstehen: Die beiden Mädchen nähern sich nicht inhaltlich in ihren Deutungen an, sondern einigen sich mehr oder weniger auf eine Variante des Nachbaus; eine *funktionale Passung* auf stärker praktikabler als auf inhaltlicher Ebene zugunsten der Aufrechterhaltung der Interaktion (vgl. Huth, 2014, S. 170).

Rückblickend auf diese Versuche der interaktionstheoretischen Ausdeutung der *Mismatch*-Theorie von Goldin-Meadow (2003) dient sie damit vor allem und zunächst als Ausgangspunkt meiner Fokussierung auf die *Funktionen von Gesten im Mathematiklernen*. Sie hat sich aber im weiteren Verlauf als weniger passend für meine Daten erwiesen. Vielmehr betrachte ich nun das, was Goldin-Meadow (2003) mutmaßlich als *Match* bzw. *Mismatch* einordnen würde eher als *Schnittstelle von Gesten zu anderen Modi*. Dabei beschäftige ich mich insbesondere mit der rekonstruierbaren, sich mit anderen Modi überschneidenden oder auch nicht überschneidenden Funktion von Gesten für die jeweils untersuchte mathematische Interaktion der Lernenden. In Huth (2013, 2017) konnte ich erste Schnittstellen zu mathematischen Inskriptionen rekonstruieren. In Vogel und Huth (2020) werden Schnittstellen von Handlungen und Gesten in den Blick genommen, und zwar in Bezug auf deren Funktion, Semantik und Chronologie im Gebrauch der Modi.

Die Studie von L. D. Edwards (2009) und die Forschungsarbeit von Kiesow (2016) betrachten Gesten Erwachsener in mathematischen Auseinandersetzungen. Sie zeigen, dass Gesten nicht nur für den mathematischen Lernprozess junger Lernender, wie sie in der vorliegenden Arbeit betrachtet werden, von Bedeutung sind, sondern auch von mathematisch versierten Erwachsenen verwendet werden. Diese Forschungen unterstreichen den Stellenwert der Gestik insgesamt in Bezug auf mathematische Auseinandersetzungen und zeigen, dass sie nicht nur ein Phänomen des frühen mathematischen Lernprozesses sind. Es stellt sich vielmehr heraus, dass Gesten von zentraler Bedeutung sind, gerade auch mit Blick auf die von Schriftlichkeit geprägte Vorstellung darüber, was Mathematiktreiben auszeichnet. In L. D. Edwards (2009) Studie konnte gezeigt werden, dass Gestik geschriebene mathematische Operationen ausdrückt und damit gewissermaßen als Ersatz von schriftlichen Fixierungen vorübergehend genutzt wird. Darüber hinaus zeigt dieses Ergebnis auch, welche Vorstellungen mit dem dort verhandelten mathematischen Inhalt verbunden wird – hier der Bruchrechnung,

die offenbar für die untersuchten Studierenden mit der durch Gesten realisierten, quasi-schriftlichen Darstellungen der zentralen Bruchrechenregeln verbunden ist.

Die Untersuchung von Kiesow (2016) eröffnet bei theoretisch differenter Sicht z. B. auf Mathematik und ihre Abstraktheit dennoch gewinnbringende Anknüpfungspunkte an meine Forschung: Die verschiedenen Gestenfunktionen, die er in seiner Analyse der Interaktion von Mathematikdoktorand*innen herausstellt, zeigen hier eine große Ähnlichkeit mit den Funktionen, die sich anhand meiner Daten rekonstruieren lassen (vgl. Kap. 10.1 u. Kap. 10.4). Daraus lässt sich schlussfolgern, dass Gesten offenbar eine gewisse Stabilität in der Breite ihrer Funktionen in mathematischen Auseinandersetzungen zeigen, und zwar unabhängig von dem jeweiligen mathematischen Entwicklungsstand der Interagierenden. Kiesows (2016) Ergebnisse beleuchten dabei, anders als die vorliegende Forschungsarbeit den Beginn, eher das Ende eines mathematischen Denkprozesses bzw. mindestens ein weit fortgeschrittenes Stadium der Entwicklung im Bereich von Expert*innen. Kiesows (2016) Schlussfolgerungen bezüglich der Besonderheit gestischer Darstellungen sind deshalb besonders beachtenswert.

Die Ergebnisse, die Kiesow (2016) liefert und interpretiert bedürfen mit Blick auf den theoretischen Rahmen der vorliegenden Arbeit (vgl. Kap. 3, 4, 5 u. 6) jedoch einer differenzierten Betrachtung: Kiesow (2016) beschreibt u. a. Gesten als sogenannte *imaginäre Zeichen* (vgl. Kap. 5.5). Als Beispiel führt er die gestische Darstellung eines Tafelanschriebs zur Umformung eines Integrals an. Hier stellt Kiesow (2016) als entscheidenden Unterschied zwischen gestischer Darstellung und „real-materieller Zeichen“ (Kiesow, 2016, S. 210), wie er sie nennt, also in seinem Verständnis schriftlich fixierte Zeichen, heraus, dass bei der Gestik die *Zeichenerzeugung* und *Zeichenreferenz*, *-interpretation* und *-manipulation* gemeinsam stattfinden würde, während bei schriftlichen Zeichen zunächst selbige erzeugt und erst im Anschluss darauf referiert werden würde (vgl. Kiesow, 2016, S. 210). Dies ist insofern zu hinterfragen, als dass zunächst jeder Zeichenkonstruktionsprozess interaktionstheoretisch und semiotisch betrachtet (vgl. Kap. 4 u. 6) auf einem *Interpretationsprozess* beruht. Die *Zeichenkonstruktion* zeigt, was auf diesen Prozess des Interpretierens schließen lässt oder was analytisch zugänglich ist, um die Interpretation eines Zeichens durch den*die Zeichenerzeugers*in rekonstruieren zu können. Gleichzeitig ist jedes erzeugte Zeichen im semiotischen Sinne nach Peirce eingebunden in einen unendlichen Zeichenprozess aus Zeichenerzeugung, *-referenz* und *-interpretation* (vgl. Kap. 6.2). Die Gleichzeitigkeit dieser Prozesse ist dabei doch völlig unabhängig von dem Medium und dem Modus der erzeugten Zeichen. So wird auch mit einem schriftlichen Zeichen bereits in der Erzeugung gewissermaßen referiert und mathematisch manipuliert ganz im Sinne des diagrammatischen Arbeitens nach Peirce und Dörfler (2006a, 2006b, 2015). Und dies ist auch so, wenn man die Verschriftlichung von Zeichen während des reinen Entstehens, also während des Schreibprozesses beobachtet: Der schriftliche Ausdruck bspw. der n-ten Ableitung einer Funktion kann doch immer als Referenz bzw. Interpretation und Manipulation der Ausgangsfunktion gesehen werden. Es werden also auch hier Bezüge *gleichzeitig* mit der

Erzeugung der eigentlichen Umformung hergestellt und ebenso Manipulationen – also z. B. die Erzeugung von n Ableitungen der ursprünglichen Funktion – vorgenommen. Mit Blick auf die Ergebnisse von Schreiber (2010) zu den schriftlich-grafisch und lautsprachlich gestalteten semiotischen Prozessen, die er bei der Rekonstruktion der Beschäftigung von Schüler*innen mit mathematischen Problemlöseaufgaben beschreibt (vgl. Kap. 4.2 u. Kap. 6.4), ist die Komplexität, dass sich nämlich ein erzeugtes Zeichen nicht nur auf das unmittelbar vorausgehende, sondern auf ein ganzes Konglomerat von vorhergehenden Zeichen – oder Repräsentamen in Peirce' Worten – beziehen kann, wenig überraschend (vgl. Kiesow, 2016, S. 207; Schreiber, 2010, S. 148ff). Natürlich können schriftlich erzeugte und dann auch fixierte Zeichen im Nachgang betrachtet, interpretiert und auch weiter manipuliert werden, jedoch gilt dies auch für Gesten, insbesondere dann, wenn z. B. Konventionalisierungsprozesse erfolgt sind und bestimmte Gesten für etwas bestimmtes Gemeintes gleich und mehrfach, möglicherweise in abgewandelter bzw. manipulierter Form verwendet werden. Dies gilt auch dann, wenn gestisch z. B. im Raum Gegenstände verortet werden – seien sie gedanklich vorgestellt oder konkret verfügbar – darauf in der weiteren gestischen Konstruktion verwiesen wird. Das was Kiesow (2016) hier als besonders herausstellt, weist auf eine gänzlich andere theoretische Einordnung hin, als sie im Rahmen der vorliegenden Forschungsarbeit vorgenommen wird: Kiesow (2016) beachtet m. E. theoretisch nicht die jeweilige Zeichencharakteristik und die Komplexität von Zeichenprozessen im Rahmen einer semiotischen Theorie und arbeitet auch nicht bezüglich interaktiver Prozesse heraus, welche Funktionen hierbei die Gesten z. B. als konventionalisierte und wiederholbare Formen erfüllen können, auch wenn er durchaus auf Stabilisierungsprozesse durch Wiederholungen von Gesten hinweist (vgl. Kiesow, 2016, S. 214). Aus der theoretischen Perspektive der vorliegenden Forschungsarbeit ist mit Blick auf Kiesows (2016) oben zitiertes Ergebnis vielmehr anzunehmen, dass bei der Erzeugung schriftlicher Zeichen und dem sich möglicherweise anschließenden Sprechen und Gestikulieren darüber das Ausdrucksmedium und der Modus gewechselt wird – von der Schrift auf Papier zum gesprochenen Wort oder zu einer in den Raum gezeichneten Geste, während bei gestischen Konstruktionen, über die dann auch weiter gesprochen und gestikuliert werden kann (vgl. gestisch erzeugtes Bauplan-Diagramm in Beispiel 5, Kap. 9.3.6 u. Kap. 10) das Medium und der Modus zumindest bezüglich der Gestik erhalten bleibt.¹⁵⁴ Zudem besteht gewiss der Unterschied, dass schriftliche Zeichen durch ihre Fixierung eine längere Haltbarkeit aufweisen als Gesten. Schrift bleibt bestehen, auch wenn z. B. der*die Schreibende den Raum verlässt und sie ist sozusagen übergeordnet mutmaßlich innerhalb einer größeren Sprach- bzw. Schreibgemeinschaft zu entziffern als dies möglicherweise für redebegleitende Gesten gelten kann. Möglich ist eine längere Haltbarkeit von Gesten dann, wenn sie im Verlauf von Interaktionsprozessen eine Konventionalisierung erfahren haben und ihre Form-Bedeutungs-Relation daher gewissermaßen mobil wird, wiederherstellbar und in der interaktiven Festlegung möglicherweise auch einer emergierten und vorübergehend festgelegten Deutung dieser Gesten auf diese Weise ebenso im

¹⁵⁴ Fricke (2012, S. 36ff u. S. 48ff) grenzt *Multimedialität* von *Multimodalität* ab (vgl. Kap. 3.3).

gemeinsamen Zeichenrepertoire und Deutungshintergrund fixiert sind (*common ground*, vgl. Kap. 6.3 u. Kap. 7.1). Auch Kiesow (2016) weist auf die „zeitliche Stabilität“ (Kiesow, 2016, S. 211) schriftlicher Zeichen, z. B. in Form von Tafelanschriften hin, und behauptet, diese könnten dadurch *sicher* von allen Beteiligten wahrgenommen werden.¹⁵⁵ Zudem stellt er die zeitlichen und kognitiv entlastenden Vorteile der imaginären, gestischen Zeichen heraus. Letzterer Vorteil der kognitiven Entlastung ist dabei so zu verstehen, dass sie nicht in den bereits erzeugten Text bspw. an einer Tafel, eingepasst werden müssen und auch keinen schriftsprachlichen Anforderungen – in diesem Fall der mathematisch schriftlichen Symbolsprache – entsprechen müssen (vgl. Kiesow, 2016, S. 211). Kiesow (2016) schlussfolgert aber auch die Bedeutung der Verschriftlichung von Zeichen beim Betreiben von Mathematik. Dies unterstreicht in besonderer Weise, was er an anderer Stelle ausschließt, nämlich die Nähe oder potentielle Ähnlichkeit von Gesten und mathematischen Verschriftlichungen:

„Die Existenz imaginärer Zeichen zeigt freilich auch, welche zentrale Rolle die Verschriftlichung bei mathematischen Erklärungen einnimmt: Selbst dann, wenn nichts aufgeschrieben wird, wird manchmal eben doch trotzdem etwas aufgeschrieben – und sei es nur imaginär.“
(Kiesow, 2016, S. 211)

5.7 Die Bedeutung von Sprache beim Mathematiklernen – Lautsprache und schriftliche Fixierungen

Im mathematikdidaktischen Diskurs der letzten Jahre und Jahrzehnte steht die Sprache im Mathematiklernen im besonderen Fokus (vgl. u. a. Gellert, 2008; Leiss, Hagen, Neumann & Schwippert, 2017; Maier & Schweiger, 1999; Meyer & Prediger, 2012; Meyer & Tiedemann, 2017; Pimm, 1987; Prediger, 2013; Vogel & Huth, 2010a). Van Oers (2002) hebt hervor, dass die Bedeutsamkeit von Sprache für das Lernen von Mathematik durch sämtliche Autoren anerkannt werde (vgl. van Oers, 2002, S. 35). Während Pimm (1987) in seinem Buch „Speaking mathematically“ (Pimm, 1987, Titel) dies zum zentralen Thema macht und ein sogenanntes *mathematisches Register* (vgl. Pimm, 1987, S. 75ff) zu beschreiben versucht, stellen Maier und Schweiger (1999) stärker die spezielle *Beziehung von Sprache und Mathematik* heraus.

Internationale Vergleichsstudien zur Schulleistung zeigen wiederholt den Zusammenhang von sprachlicher Leistung und fachlichem Lernen auf. Hierbei wird insbesondere für Schüler*innen mit Migrationshintergrund oder aus Familien mit niedrigerem sozio-ökonomischen Status eine Benachteiligung in Bezug auf die sprachlichen Anforderungen des Unterrichts gesehen, so auch des Mathematikunterrichts. Begründet wird dies zumeist mit Herkunft und Sprachbiographie der Lernenden und als Lesekompetenz konzeptualisiert (vgl. Prediger, Wilhelm, Büchter, Gürsoy & Benholz, 2015, S. 78). In der Untersuchung von Prediger et al. (2015) in der

¹⁵⁵ Nach Peirce wird ein Zeichen erst zum Zeichen, wenn es also solches auch wahrgenommen wird (vgl. Kap. 6.1). Dies impliziert, dass nicht alles für jede*n Zeichenleser*in ein Zeichen ist. Tafelanschriften könnten also potentiell auch nicht wahrgenommen werden und damit auch keine Zeichen sein.

Sekundarstufe wird auf die Sprachkompetenz der Lernenden in Bezug auf die Mathematikleistung fokussiert: Dabei wird neben der *kommunikativen Funktion* von Sprache, die u. a. das sinnstiftende Lesen umfasse, Sprache *als kognitives Werkzeug* mit einbezogen. Sprache sei über die Lesekompetenz hinaus beim Mathematiklernen insbesondere zum Aufbau konzeptioneller Vorstellungen von zentraler Bedeutung (vgl. Prediger et al., 2015, S. 80). Prediger et al. (2015) fordern daher in Bezug auf die Sprachkompetenz eine bildungssprachliche Ausdeutung, weil die Bildungssprache „Verdichtungen und Dekontextualisierungen“ (Prediger et al., 2015, S. 80) zum Aufbau tragfähiger kognitiver Vorstellungen bereitstelle. Zusammenfassend zeigen die Autor*innen, dass sich für sprachlich schwache Lernende in Bezug auf bildungssprachliche Fähigkeiten vor allem in den Bereichen des Lesens, der Bewältigung von kognitiven Prozessen z. B. bei der mathematischen Modellbildung und dem konzeptuellen Verständnis Schwierigkeiten nachweisen lassen. Diese Schwierigkeiten belegen zwar eine soziale Benachteiligung, weil eine geringe Sprachkompetenz häufig mit einem geringeren sozio-ökonomischen Status und möglichem Migrationshintergrund erklärt werden würde. Allerdings berge die Fokussierung auf bildungssprachliche Aspekte der Sprachkompetenz gleichzeitig ein Veränderungspotential im konkreten Mathematikunterricht. Die gefundenen sprachlichen Hürden in den Untersuchungsergebnissen seien zudem nicht nur kurzfristig auf die Testsituation zu beziehen, sondern deuteten auf langfristige und sich verfestigende Defizite im sprachlichen Bereich hin, denen es mit geeigneten Förderkonzepten zu begegnen gelte (vgl. Prediger et al., 2015, S. 100f).

Prediger (2013) betrachtet die Sprache vor allem im konkreten Mathematikunterricht. Hier gewinnt sie als *Lernmedium*, *Lerngegenstand* und gleichzeitig auch bereits als *Lernvoraussetzung* Relevanz und stellt in diesem Sinne die am Unterrichtsdiskurs Beteiligten vor potentielle Herausforderungen (vgl. Prediger, 2013, S. 167). Mathematikdidaktisch werden insbesondere lautsprachliche wie auch schriftliche Darstellungen in den Blick genommen im Spannungsfeld der Sprachregister von Alltagssprache, Unterrichts- oder Bildungssprache und mathematischer Fachsprache (vgl. Meyer & Prediger, 2012; Ott, 2016; Schreiber, 2010). Lernende aus bildungsfernen Familien weisen dabei auf die Sprache bezogen deutlich andere Lernvoraussetzungen auf als Schüler*innen, die bereits in ihrem familiären Umfeld etwa bildungssprachliche Erfahrungen sammeln konnten. Für die zuerst Genannten ist dann nämlich auch mit dem Eintritt in die Schule das Register der Bildungssprache stärker noch als für andere Schüler*innen *Lerngegenstand*. Die Gestik hat in dem stattfindenden fachdidaktischen Diskurs zur Bedeutung von Sprache im und ihrer Beziehung zum Mathematiklernen bisher einen eher geringen Stellenwert. Auch relativ neue Veröffentlichungen in diesem Bereich beschäftigen sich mit der Gestik eher als Randphänomen und nicht in expliziter Weise. So wird der Gebrauch von Gesten darin häufig z. B. im Sinne eines einfacheren Sprachgebrauchs verortet und wohl stärker als Beiwerk im Mathematiklernen verstanden (vgl. Leiss et al., 2017; Meyer & Tiedemann, 2017). Gleichzeitig wird der Gestik zumindest stellenweise implizit unterstellt, keine fachsprachlichen Anteile in einem mathematischen Diskurs konstruieren zu können. Sie

wird stärker mit der Alltagssprache als mit mathematischer Fach- oder Bildungssprache verbunden. So stellen Leiss et al. (2017) fest,

„[...] dass Lernende und Lehrende ihren Sprachgebrauch ganz unterschiedlich gestalten können: eher an der *Alltagssprache* mit weiten Bedeutungsfeldern, einfachen Satzstrukturen und Gesten orientiert oder mehrheitlich von der *Fach- und Bildungssprache* mit einer eher schriftförmigen, komplexeren Sprachverwendung geprägt.“ (Leiss et al., 2017, S. 27, Hervorhebungen im Original)

Meyer und Tiedemann (2017) beschreiben am Beispiel eines konkreten Unterrichtsdiskurses zur darin verhandelten Frage zwischen Schüler*innen und Lehrperson, was eine Zeile sei, dass der aufgerufene Schüler eine horizontal ausgeführte Zeigegeste vor seinem Oberkörper erzeuge und damit hin- und herfahre. Die sich anschließende Aufforderung der Lehrkraft an den Schüler, seine Darstellung ausschließlich lautsprachlich ohne Gesten hervorzubringen, erfordere die Überführung einer konzeptionell mündlichen Darstellung in eine konzeptionell schriftsprachliche Darstellung.¹⁵⁶ Auch hier wird der Gestik also implizit gewissermaßen die Möglichkeit abgesprochen, überhaupt konzeptionell schriftliche Darstellungen erzeugen zu können, auch wenn Meyer und Tiedemann (2017) gleichzeitig darauf verweisen, dass in der sich anschließenden rein lautsprachlich ausgeführten Darstellung des Schülers erhebliche Anteile fehlten, weil er die gestischen Äußerungsteile in dem konkreten Beispiel offenbar ersatzlos streicht (vgl. Meyer & Tiedemann, 2017, S. 35).

In ausgewählten, neueren Arbeiten, wie z. B. bei Klose (2019, 2022), wird der Gestik bereits mehr Bedeutung in Bezug auf die Rekonstruktion des untersuchten Gegenstandes beigemessen, auch wenn dieser nicht primär die Gestik von Lernenden umfasst. Klose (2019, 2022) untersucht mathematische Begriffsbildungsprozesse von bilingual unterrichteten Schüler*innen (vgl. Klose, 2019, S. 193ff; Klose, 2022, S. 15f). Lernende stellen dabei gemeinsam einen mathematischen Begriff rein mündlich in einem Podcast dar. Die mathematische Begriffsbildung als aktiv-konstruktiver Prozess hat den Aufbau tragfähiger mathematischen Vorstellungen zum Ziel. Sie umfasst dabei idealerweise nicht nur ein inhaltliches Verständnis des Begriffs, sondern schließt auch die Idee von Beziehungen zu anderen mathematischen Begriffen mit ein (vgl. Klose, 2019, S. 194). Ein mathematischer Begriff soll von Schüler*innen mit Bedeutung gefüllt und schließlich mathematisch adäquat verwendet werden. In der Untersuchung von Klose (2019, 2022) wird daher zum einen das Begriffsverständnis und zum anderen die Verwendung von fachsprachlichen Mitteln der

¹⁵⁶ Dabei berufen sich Meyer und Tiedemann (2017) auf das Modell von Koch und Oesterreicher (1985, vgl. Kap. 3.1.1). Nach diesem Modell lassen sich Äußerungen nicht nur nach ihrer grafischen oder phonischen Gestalt einordnen, also bspw. als schriftliche Äußerung *grafisch* oder als mündliche Äußerung *phonisch*, sondern werden insbesondere nach der Art ihrer *konzeptionellen Beschaffenheit* auf einem Kontinuum zwischen Mündlichkeit und Schriftlichkeit eingeordnet. So lässt sich eine politische Rede zwar medial mündlich zuordnen, entspricht allerdings von ihren konzeptionellen Eigenschaften her eher einem geschriebenen Text. Eine Nachricht unter Freunden über einen Messenger-Dienst ist demgegenüber zwar im Medium Schrift, zeigt aber z. B. durch unvollständige Sätze, Abkürzungen und sprachgemeinschaftstypischen Ausdrucksweisen eine stark mündliche Konzeption.

Schüler*innen fokussiert. In den Analysen werden Gesten der Schüler*innen vor allem im Prozess des Entstehens der Podcasts mit einbezogen und bspw. als Kommunikationsmittel bezeichnet, um „Bedeutung herzustellen bzw. auf den entsprechenden Referenzrahmen zu verweisen“ (Klose, 2019, S. 211) und zur Rekonstruktion des Begriffsverständnisses herangezogen (Klose, 2019, S. 210). Gesten und andere Ausdrucksweisen wie etwa die Lautsprache und die Schriftsprache werden in Bezug auf das Mathematiklernen in interaktionstheoretischen Arbeiten jedoch zumeist als sogenannte *nonverbale* Äußerungsteile verstanden (vgl. Beck & Vogel, 2017, S. 21; Brandt & Naujok, 2010, S. 42; Krummheuer & Naujok, 1999, S. 113; Krummheuer & Brandt, 2001, Anhang), ein Begriff, der in der vorliegenden Arbeit in Anlehnung an McNeill (1985) vermieden wird (vgl. Kap. 3.2.2).

Pimm (1987) beschreibt über die Fähigkeiten zur Sprachproduktion und -rezeption hinaus als sogenannte *subtile linguistische Fähigkeiten* u. a. „communicative competence“ (Pimm, 1987, S. 4). Unter dieser Fähigkeit versteht Pimm (1987) den für den jeweiligen sozialen Kontext angemessenen Gebrauch und das adäquate Verstehen von sogenannten „styles of language“ (Pimm, 1987, S. 4). Wie in Kapitel 3.1.1 ausgeführt, beinhaltet die kommunikative Kompetenz demzufolge auch die Kenntnis, wie man eine Sprache in verschiedenen Kontexten adäquat verwendet. In diesem Verständnis ließe sich auch die mathematische Lautsprache oder die gesprochene Sprache in mathematischen Kontexten als ein bestimmter *Style* der Lautsprache beschreiben, der in einer ganz besonderen sozialen Situation Verwendung findet, im Rahmen der vorliegenden Arbeit in einer primär als mathematisch ausgewiesenen Interaktionssituation von Lernenden.

Maier und Schweiger (1999) weisen darauf hin, dass die Beschreibung der Bedeutsamkeit von Sprache in der Mathematik ein umfangreiches Unterfangen darstelle (vgl. Maier & Schweiger, 1999, S. 10). Die Mathematik bediene sich nicht nur in der Lautsprache ganz besonderer Begrifflichkeiten, um die ihr eigenen Sachverhalte zu beschreiben und in Sprache zu bringen. Mathematische Fachsprache lässt sich dabei zusätzlich in Abhängigkeit davon betrachten, ob sie primär gesprochen oder geschrieben wird. In beiden Modalitäten lässt sie sich zum einen abgrenzen von alltagssprachlichen Beschreibungen und zum anderen von Fachsprachen anderer Disziplinen. Dabei können sich gleiche Begriffe in verschiedenen disziplinären Fachsprachen auf Unterschiedliches beziehen oder auch in der Alltagssprache bzw. dem Alltagsverständnis und der (mathematischen) Fachsprache verschieden genutzt und gedeutet werden. Maier und Schweiger (1999) verweisen in diesem Zusammenhang darauf, dass Fachwörter der Mathematik entweder 1) in der Alltagssprache nicht vorkommen, 2) in der Alltagssprache in ähnlicher Weise genutzt werden oder 3) in der Mathematik eine vom Alltagsverständnis verschiedene Bedeutung zugeschrieben bekommen (vgl. Maier & Schweiger, 1999, S. 29). Zudem gäbe es verschiedene Arten von Fachwörtern, angefangen von Substantiven, Adjektiven und Verben über Zahlwörter oder eine Beziehung ausdrückende Wörter (vgl. Maier & Schweiger, 1999, S. 30ff). Nach Meyer und Prediger (2012) nutzen Bildungs- und Fachsprache ähnliche Begrifflichkeiten und Bedeutungszuschreibungen und sind

sich damit näher als der Alltagssprache. Die Fachsprache in der Mathematik sei in der Kommunikation und Schreibweise geprägt von Festlegungen und zeige spezifische Satzstrukturen, welche die Funktion erfüllen, die fachlichen Inhalte und Definitionen darzustellen. Im Unterricht sei zu beobachten, dass Begriffe der Bildungssprache von Lehrpersonen oft ohne eine Explikation ihrer Bedeutung und Relation zu anderen Begriffen eingeführt werden, während fachsprachliche Ausdrücke im Unterricht eine besondere Markierung erfahren und explizit eingeführt werden würden (vgl. Meyer & Prediger, 2012, S. 4). Die Fachsprache der Mathematik weist spezifische Begriffe auf, die ausschließlich in diesem Register verwendet werden, wie z. B. *Minuend*, *Division*, *Ikosaeder*, und gewöhnlich in der Alltags- und Bildungssprache nicht vorkommen (vgl. Meyer & Prediger, 2012, S.1f). Maier (2004) gibt zu bedenken, dass jedoch einige, sich in den verschiedenen Sprachregistern überschneidende Begrifflichkeiten, potentiell zu verschieden gearteten Deutungsdifferenzen bspw. zwischen Alltags- und Fachsprache führen können. Der Begriff der *Höhe* etwa folge in der Mathematik einer anderen Systematik als im alltäglichen Sprachgebrauch, weil es etwa mathematisch gesehen kein Gegenentwurf, wie *Tiefe* dazu gibt (vgl. Maier, 2004, S. 154).

Auch wenn die Verwendung von fachsprachlichen Begriffen häufig damit verbunden wird, dass ein*e Lernende*r besonders versiert in der mathematischen Sprache und der Mathematik an sich sei, bedarf es der Konstruktion von Bedeutung, um die Begriffe gewissermaßen mathematisch füllen zu können. In Huth (2018) beschreibe ich die Fachlichkeit der Mathematik zudem als gemeinsame Konstruktion aller Beteiligten in schulischen Interaktionssituationen und stelle dabei auch die Rolle der Gestik heraus, die hier als mitkonstituierend rekonstruiert wird (vgl. Huth, 2018, S. 229f).

Neben der Wahl von Begrifflichkeiten unterscheidet sich in der Mathematik auch die *Art und Weise*, Sachverhalte zu beschreiben, von anderen Disziplinen. Mathematische Fachsprache, vor allem im Medium der Schrift, gilt gemeinhin als präzise und stellt ohne große Umschweife oder zusätzliche Beschreibungen zentrale Aspekte bspw. in Form von Formeln, Gesetzen oder Definitionen dar. Fachsprache in der Mathematik beschreiben Barzel und Ehret (2009) wie folgt:

„Eine *Fachsprache* gibt es in allen Wissenschaften, um allgemein anerkannte Erkenntnisse festzuhalten und zu kommunizieren. In der Mathematik ist sie eng verbunden mit einer nochmals verkürzten *Symbolsprache*. Dazu gehören mathematische Zeichen, die beispielsweise in Rechnungen, Formeln und Algorithmen genutzt werden. Die Symbolsprache ist unverzichtbar, um Verfahren und Algorithmen knapp und präzise darzustellen.“ (Barzel & Ehret, 2009, S. 4, Hervorhebungen im Original)¹⁵⁷

¹⁵⁷ Die Bezeichnung von mathematischen *Zeichen* im oben aufgeführten Zitat beziehen sich offenbar hauptsächlich auf schriftliche Darstellungen, wie z. B. mathematische Formeln. Damit unterscheidet sich dieser Zeichenbegriff von demjenigen, der für die vorliegende Arbeit in Anlehnung an die Peirce'sche Semiotik gebraucht wird. Dieser umfasst einen breiteren Zeichenbegriff (vgl. Kap. 6).

Die mathematische Fachsprache versucht dabei mit größtmöglicher Exaktheit alle möglichen verschiedenen Fälle zu berücksichtigen und die Grenzen dessen, was für einen gewissen Sachverhalt gelten soll, bzw. auch nicht gelten soll bspw. durch genaue Definitionen eines Zahlbereichs eindeutig darzustellen. Beweise dienen dann dazu, Begründungen und Argumentationen für den Wahrheitswert solcher Definitionen herzuleiten (vgl. Maier & Schweiger, 1999, S. 24).

„Im Idealfall werden [...] Definitionen von Begriffen aus wenigen, undefiniert vorausgesetzten Grundbegriffen heraus entwickelt, indem jede Definition eines Begriffs nur bereits vorausgehend definierte Fachausdrücke verwendet.“ (Maier & Schweiger, 1999, S. 25)

Schreiber (2010) beforscht unter semiotischer Perspektive chatbasierte Inskriptionen,¹⁵⁸ die von Lernenden in mathematischen Lösungsprozessen erzeugt werden und betont insbesondere die starke Schriftgebundenheit der Mathematik.

„Es ist darüber hinaus wohl meistens gar nicht möglich, über mathematische Sachverhalte zu kommunizieren, ohne dabei etwas schriftlich aufzuzeichnen.“ (Schreiber, 2010, S. 14)¹⁵⁹

Damit betont Schreiber (2010) in besonderem Maße die Bedeutung der schriftlichen Darstellungen in Bezug auf Mathematik und Mathematiklernprozesse, und zwar nicht als Abbild von mathematischen Objekten, sondern als konstituierende Elemente dieser mathematischen Objekte. Er stellt diesbezüglich die „epistemologische Besonderheit“ (Schreiber, 2010, S. 15) mathematischer Zeichen heraus:

„Lesen wir beispielsweise das Wort ‚Baum‘, so ist uns allen klar, dass dieses Wort nicht wirklich ein Baum ist, sondern ein solches Objekte als Symbol oder Zeichen repräsentiert. Sehen wir dagegen das Wort (oder Zeichen) ‚5‘, so können wir unbeschadet diese ‚5‘ auch als den Gegenstand ‚5‘ nehmen.“ (Schreiber, 2010, S. 15, Hervorhebungen im Original)

Es lässt sich festhalten, dass in der Mathematik jeglicher Sachverhalt in schriftlicher Form beschrieben werden kann – selbst solche, die sich nach Kiesow (2016) jeder „kinästhetischen Darstellbarkeit“ (Kiesow, 2016, S. 213; Kap. 5.5) entziehen – so dass Schreibers (2010) Perspektive durchaus nachvollziehbar ist. Auch Ott (2016) betont die schriftlichen Darstellungen in der Mathematik und lehnt sich ebenfalls wie Schreiber (2010) an den Diagrammbegriff nach Peirce in Dörflers (2006a, 2006b, 2015) Auslegung an. Schriftliche

¹⁵⁸ Als *Inskriptionen* werden in diesem Ansatz „[...] verschieden[e] Arten von Modellen, Bildern, Ikonen und Notationen [...]“ (Schreiber, 2010, S. 27) verstanden, die im Rahmen von chatbasierten Settings von einer Schülergruppe gemeinsam erzeugt werden und zu einem Darstellungssystem durch die Interagierenden entwickelt werden können, indem nicht isoliert einzelne Inskriptionen nebeneinanderstehen, sondern durch ausgehandelte und festgelegte Regeln aufeinander bezogen werden. An solchen in Relation stehenden Inskriptionen könnten durch Manipulationen und Beobachtungen Einsichten im Lernprozess gewonnen werden (vgl. Schreiber, 2010, S. 41f). Diese Darstellungssysteme sind Grundlage der Verwendung von Diagrammen (vgl. Dörfler, 2006a), was weiter oben in Kapitel 5.2 bereits ausgeführt wurde. Auch in Kapitel 7.2 wird dieser Ansatz nochmals aufgegriffen.

¹⁵⁹ Vgl. zum vornehmlich als schriftlich angenommenen Charakter mathematischer Zeichen im Sinne Dörflers (2005, 2006a) und Schreibers (2010) und zu einer Einordnung dieser Perspektive bezüglich der Betrachtung gestisch-lautsprachlicher mathematischer Zeichen im Rahmen meiner Forschungsarbeit Kapitel 7.2.

mathematische Darstellungen können nach Ott (2016) regelhaft manipuliert werden. Sie sind „Ausgangspunkt und [...] Wesen allen mathematischen Tuns“ (Ott, 2016, S. 17).

Als schriftliche Fixierung sind mathematische Objekte konkret materialisiert wahrnehmbar und können im Umgang mit diesen Objekten, in der Praxis des diagrammatischen Arbeitens (vgl. Kap. 5.2), zu zentralen Gegenstände des Mathematiklernens und -treibens werden (vgl. Dörfler, 2005, S. 2). Auch Pimm (1987) verweist auf die Wahrnehmung der Mathematik als primär in der Schrift verhaftet Wissenschaft, die ungebräuchliche Symbole stärker als Worte nutze:

„[...] something that is to be done on paper, rather than a means of oral communication.”
(Pimm, 1987, S. 1)

Schütte (2009) stellt einer Betonung der Schriftlichkeit im Mathematiktreiben und -lernen die Bedeutung der Mündlichkeit gegenüber (vgl. Schütte, 2009, S. 50).

„Die mündlichen Sprachmittel stellen im alltäglichen Unterricht der Grundschule das gängige Medium der Kommunikation dar, mit dem Schülerinnen und Schüler kollektiv Bedeutung konstruieren. Somit ist Ersteren das größte Gewicht bei der Schaffung eines günstigen Lernraums zum kollektiven Lernen von Mathematik beizumessen.“ (Schütte, 2009, S. 50)

Für die weitere Diskussion zur Beziehung von Mathematik(lernen) und Sprache, soll zunächst ein Beispiel einer Definition angeführt werden, die als typisch für mathematische Beschreibungen gelten kann und an der man das bisher Dargestellte noch einmal konkretisieren kann: Die – wohlgermerkt *schriftlich* verfasste – Definition einer diskreten uniformen Verteilung von Kersting und Wakolbinger (2008):

„**Diskrete uniforme Verteilung.** Sei S endlich. Dann heißt X *uniform verteilt* auf S , wenn

$$P(X \in A) = \frac{\#A}{\#S} \quad (2.1)$$

für alle Teilmengen $A \subset S$ gilt.“ (Kersting & Wakolbinger, 2008, S. 6, Hervorhebungen im Original)

Zunächst fällt auf, dass diese Definition mit vielen Begrifflichkeiten angereichert ist – *diskret, uniform, Verteilung, endlich*, usw., die alltagssprachlich oder auch in anderen Bereichen andere Interpretationen hervorrufen. Dies ist zunächst auch unabhängig davon, ob diese Begriffe mündlich oder schriftlich geäußert werden. So könnte man sich leicht vorstellen, dass eine solche Definition in mathematischen Lehr-Lern-Situationen höherer Klassenstufen auf diese Weise auch mündlich vorgetragen oder zumindest mit ähnlichen Begriffen umschrieben wird. Würde man im Alltag das Wort *diskret* benutzen, so interpretierte man dies kontextabhängig auf andere Art und Weise, als es hier in einer primär als mathematisch ausgewiesenen Definition zu deuten ist. Mathematisch gesehen kann man *diskret* hier im Sinne einer Verteilung verstehen, die sich auf Werte einer endlichen Menge bezieht. Im Alltag würde man eher bspw. jemanden *diskret* auf einen offenen Hosenstall hinweisen oder sich bei einem Bankbesuch *mit*

Diskretion und damit in einem gewissen Abstand am Schalter anstellen. Zwar sind hier Verbindungen zur mathematischen Vorstellung möglich, im Alltag aber kaum als Interpretation relevant. Auch für die anderen genannten Begriffe aus der Definition und einer Vielzahl weiterer mathematischer Begriffe würden sich solche Betrachtungen finden lassen, die in gewisser Weise ein Spannungsfeld von Fachsprachlichkeit und Alltagssprache aufzeigen (vgl. Vogel & Huth, 2010a), das bereits bei Maier und Schweiger (1999) angesprochen wird. Es wird darüber hinaus deutlich, was mathematisch gesehen als *Satz* gilt, etwa in Abgrenzung eines grammatikalisch wohlgeformten Satzes aus linguistischer Perspektive, also einer anderen wissenschaftlichen Fachdisziplin: Mathematische Sätze basieren auf Beweisen und sind als wahr geltende Theoreme, die häufig auch aus mehreren durch das Satzzeichen des Punktes getrennte Ausdrücke bestehen (vgl. Definition oben). Mathematisch ist der Ausdruck „Sei S endlich.“ (vgl. Zitat oben) eine praktische, präzise Darstellung, eingebunden in den Kontext des Buches. Linguistisch gesehen aber wäre dieser Satz isoliert betrachtet in Bezug auf seine Satzstruktur unvollständig. Es ließe sich für diesen Satz eine im linguistischen Sinne als grammatisch geltende Umschreibung etwa folgender Art finden: *Eine Menge, die als S bezeichnet wird, hat endlich viele Elemente. Oder: Er*sie behauptet, dass S endlich sei.* Dass es sich bei S mathematisch gesehen um eine Menge handelt, ist z. B. aus dem Hinweis „für alle Teilmengen $A \subset S$ “ (vgl. Zitat oben) abzuleiten und basiert auf einem entsprechenden mathematischen Hintergrund des*r Deutenden, einer gewissen mathematischen Deutungsroutine, die durch solche Ausdrücke aktiviert wird. Solche Interpretationen bleiben dabei ausschließlich einer im Bereich mathematischer Symbole oder Symbolfolgen versierten Leser*innenschaft vorbehalten, die auch über solche Deutungsrouninen verfügen (vgl. Krummheuer, 1992, S. 24f; Krummheuer & Brandt, 2001, S. 15). Es lässt sich zudem grundsätzlich feststellen, dass für die Interpretation von Definitionen in der Mathematik der Kontext genutzt wird: Die mathematisch versierte Leserschaft nutzt den mathematischen Kontext des Buches *Stochastik*, um eine sinnvolle Lesart der Definition zu generieren. Fehlt der Kontext und/oder die mathematische Kenntnis darüber, können diese vom*von der Leser*in nicht für die Interpretation der Definition genutzt werden oder es können mehrere mathematische Deutungen – je nach angenommenem, mathematischem Kontext – generiert werden. Dies ist aber gerade eine Stärke der Fachsprache der Mathematik: Sie kann in verschiedenen mathematischen Bereichen für die Beschreibung mathematischer Sachverhalte genutzt werden, wobei die Bereichszugehörigkeit die Deutung mitbestimmt. Verständlichkeit, Prägnanz und Eindeutigkeit von Definitionen, die in der Mathematik durch Fachsprachlichkeit in Form von bestimmten Formulierungen und im schriftlichen Bereich durch Symbole der Formelsprache gewährt werden sollen, gelten dann also auch immer nur bezogen auf eine bestimmte Gemeinschaft von Menschen, die diesem *Style* der Lautsprache (vgl. Pimm, 1987, S. 4), deren Lesarten und kontextabhängigen Ausdeutungen mächtig ist. Das heißt auch, dass die Fachsprache der Mathematik offenbar in irgendeiner Weise *gelernt* werden muss unter Beachtung bereichsspezifischer Deutungsmöglichkeiten in den verschiedenen mathematischen Themenfeldern. Dies findet zunächst vorwiegend im schulischen Kontext statt. Vogel (2006)

stellt in Bezug auf die Frage nach der Bedeutung von Sprache beim Lernen von Mathematik fest:

„Der Mathematikunterricht ist der Ort der Begegnung mit Mathematik und damit der Ort der mathematischen Sprachentwicklung.“ (Vogel, 2006, S. 82)

In Bezug auf eine solche *mathematische Sprachentwicklung* konstatiert Vogel (2006), dass diese eng mit dem Erstspracherwerb verknüpft sei, obwohl sie eine andere Kontextuierung aufweise und sich damit klar von der Erstsprache abhebe (vgl. Vogel, 2006, S. 84). Lernende müssten sich in die Sprachwelt der Fachsprache Mathematik einfinden und würden hierbei durch die Lehrperson als Vermittler*in unterstützt, die durch die Entwicklung einer Unterrichtssprache eine Begegnung zwischen Fachsprache und der Sprachwelt der Lernenden gestaltet (vgl. Vogel, 2006, S. 82). Eine Lehrperson könnte in diesem Sinne mit Blick auf Lehr-Lern-Prozesse die oben aufgeführte Definition einer diskreten, uniformen Verteilung lautsprachlich in anderen Worten formulieren, etwa im Rahmen von bestimmten Lernumgebungen, die interaktive Aushandlungsprozesse unter der Lernenden ermöglichen, verschiedene Veranschaulichungen, Darstellungen und möglicherweise auch Experimente nutzen. Eine didaktisch geprägte Beschäftigung mit einer solchen Definition im Mathematikunterricht muss offenbar nicht weniger als den Versuch unternehmen, Lernenden, die noch auf keine oder eher wenige Routinen in der Fachsprache im Bereich *Stochastik* zurückgreifen können, einen Zugang zur oben aufgeführten Definition zu ermöglichen. Dieser könnte dann zu einer lautsprachlichen, möglicherweise auch mit alltagssprachlichen Formulierungen angereicherten Umschreibung der Definition führen, die man gemeinhin als Teil der *mathematischen Unterrichtssprache* bezeichnen könnte. Eine solche didaktisch aufbereitete Erläuterung mathematischer Sachverhalte und Definitionen könnte Vogel (2006) folgend etwa als ein Bindeglied zwischen mathematischer Fachsprache und Alltagssprache bezeichnet werden.

Gellert (2008) weist darauf hin, dass das Mathematiklernen in der Schule maßgeblich von einer solchen vornehmlich zunächst gesprochenen mathematischen Unterrichtssprache geprägt sei: Sie sei einerseits hauptsächlicher Modus des Schulfaches Mathematik und zeige andererseits ganz bestimmte linguistische Merkmale. Zudem würden beim Lernen von Mathematik zunehmend Prozesse der Argumentation und Begründung hervorgehoben, welche die Bedeutsamkeit einer mathematischen Unterrichtssprache, die sich etwa von der Unterrichtssprache im Sportunterricht durch bestimmte Begrifflichkeiten, Deutungskonventionen und Interaktionsweisen abgrenzen lässt, zusätzlich unterstreiche.

„Students need to develop a complex linguistic competency in order to participate successfully in the mathematics class. On one hand, this competency is bound to the particular situation in which it is developed, that is, the particular interaction of a teacher and the students in the mathematics classroom. On the other hand, this interaction is linguistically oriented at a model of an exalted form of speech [...]“. (Gellert, 2008, S. 140)

Diese etablierte Sprache zu beherrschen bezeichnet Gellert (2008) in Anlehnung an Cummins (2000, zitiert nach Gellert 2008) als *cognitive academic language proficiency* (CALP), die

spezifisch im Bereich der Mathematik nicht nur die Fähigkeit eines mathematischen Vokabulars mit entsprechender Symbolsprache umfasse, sondern auch die linguistische Fähigkeit, einen zusammenhängenden mathematischen Text (schriftlich oder mündlich) innerhalb des sozialen und institutionell geprägten Umfeldes von Schule und Unterricht zu erzeugen (vgl. Gellert, 2008, S. 140f). Van Oers (2002) betont in diesem Zusammenhang die Bedeutung eines tieferen Verständnisses, dass über das reine Anwenden einer Symbolik hinausginge. Er verweist zudem auf die grundlegende Verortung mathematischen Denkens im Symbolgebrauch, der aber nicht gewissermaßen automatisch mathematisches Denken bei Lernenden garantiere oder etabliere.

„The precise relationship between language and mathematics, however, is not a straightforward one. The adoption of mathematical language does not automatically amount to genuine mathematical thinking, as can be witnessed by many generations of pupils who had to focus on computational skills, and who – as a result – learned a mathematics-like vocabulary and mechanic operations without deep understanding. [...] mathematical thinking is excessively dependent on the use of symbols, but cannot be identified with symbol use per se!“ (van Oers, 2002, S. 35)

Der Mathematikunterricht eröffnet (im Idealfall) einen Raum des Lernens, in dem durch die Lehrkraft und die Schüler*innen eine *Kultur des Mathematiklernens*¹⁶⁰ geschaffen werden kann, die geprägt ist von der Art und Weise, wie bspw. mit Aufgaben und mathematischen Problemen oder auch differierenden Lösungen, gerade mit Blick auf Bewertungen, umgegangen wird: ob z. B. eher produkt- oder prozessorientiert gearbeitet wird, welchen Stellenwert das Sprechen über mathematische Lösungswege oder deren verschiedene Darstellungen haben, wie explizit mathematische Begriffe der Fachsprache eingeführt, erarbeitet und Bedeutungen dieser erzeugt werden, usw. Dies ist wiederum geprägt von den individuellen Erfahrungen, Überzeugungen und Einstellungen zum Fach Mathematik und der Art dieses zu unterrichten¹⁶¹, welche die einzelnen Beteiligten in den Mathematikunterricht mitbringen. In Predigers (2001) Sinne, die Mathematiklernen als interkulturelles Lernen beschreibt (vgl. Prediger, 2001, S. 32ff), ist dies geprägt von den Erfahrungen der Schüler*innen und der Lehrer*innen, die sie selbst beim Einfinden in diese Kultur der Mathematik, in ihre Sicht- und Denkweisen, in ihre Art die Welt zu deuten, erleben konnten und davon, inwieweit sie diese spezifischen Perspektiven in ihre eigenen integrieren können (vgl. Prediger, 2001, S. 33). Mathematik im Unterricht wird damit in ganz bestimmter Art und Weise von den Beteiligten wahrgenommen und erfahren,

¹⁶⁰ Prediger (2001) beschreibt Mathematiklernen als *interkulturelles Lernen* und versteht Mathematik als “[...] kulturelles Produkt menschlicher Denktätigkeit [...]” (Prediger, 2001, Titel) Im Lernprozess gehe es um ein vorübergehendes Einfinden der Schülerschaft in die für sie fremde Kultur der Mathematik (vgl. Prediger, 2001, S. 32f). “Mathematikunterricht sollte dazu dienen, dass die Schüler die Mathematik als eine eigene Kultur kennen und verstehen lernen. Dazu sollten sie selbst diese Kultur erleben können, ein Stück weit darin sozialisieren, so dass sie sich in gewissen abgegrenzten Teilbereichen sicher bewegen können. Auch der Erwerb von implizitem Wissen über Vorgehensweisen, Normen und Werte ist für diesen Zweck notwendig [...]” (Prediger, 2001, S. 33) Dieser Ansatz soll hier nicht weiter ausgeführt werden, stellt sich aber in Bezug auf die Betrachtung der Rolle von Sprache beim Mathematiklernen als gewinnbringende Ergänzung heraus, denn sie ist zentraler Teil dieser Kultur des Mathematiklernens.

¹⁶¹ Hierzu gibt es eine breite Forschung zu sogenannten *Beliefs* im Bereich der Mathematik (vgl. u. a. Törner, 1996), die hier aber nicht weiter aufgegriffen werden soll.

z. B. stärker als festgelegtes und zu erlernendes Regelsystem mit bestimmten Algorithmen und speziellen fachsprachlichen Begrifflichkeiten und formalen Aspekten, die es zu beachten gilt, oder auch als gestaltbare Wissenschaft, die mithilfe von Mustern und Strukturen eine ganz besondere Perspektive eröffnet, die Welt zu deuten und zu verstehen. In diesem Sinne prägen Erfahrungen der Agierenden mit Mathematik den Mathematikunterricht und dieser wiederum ihre Erfahrungen mit Mathematik. Häufig wird der Lehrkraft dabei eine bedeutende Rolle zugeschrieben.

„Pupils do not commonly hear or read much explicit mathematics outside the classroom. The teacher conventionally acts to a considerable extent as an intermediary and mediator between *pupil* and *mathematics*, in part by determining the patterns of communication in the classroom, but also by serving as a role model of a ‘native speaker’ of mathematics. As a consequence, one thing that pupils are learning from the teacher, then, is the range of accepted ways in which mathematics is to be communicated and discussed.” (Pimm, 1987, xiii, Hervorhebungen im Original)

Diese *akzeptierte Bandbreite*, wie im (Schul-)Fach Mathematik die Mathematik thematisiert oder über Mathematik kommuniziert und diskutiert werden soll, die Pimm (1987) hier anspricht, wird damit selbst als zentraler Unterrichtsgegenstand hervorgehoben. Die Lehrkraft soll hierbei offenbar die Anforderung eines *native speakers* der mathematischen Fachsprache erfüllen. Schütte (2009) konnte zeigen, dass diese Rollenerwartung seitens der Lehrkraft häufig nicht ausreichend erfüllt werden kann.

„Die Lehrpersonen verwenden entweder vorwiegend alltagssprachliche Begrifflichkeiten oder neue nicht erklärte mathematische Fachtermini. [...] Mathematische Fachtermini werden bei der Einführung von der Lehrperson kaum gebraucht, sondern sollen, wie es scheint, von den Schülerinnen und Schülern allein durch ihre Handlungen benannt und erschlossen werden.“ (Schütte, 2009, S. 176)

Und weiter:

„Beim Herstellen inhaltlicher Bezüge zu den neu zu lernenden mathematischen Begriffen im mathematisch-fachsprachlichen Register lässt sich in allen drei Szenen rekonstruieren, dass Bedeutungen der Begriffe sowie inhaltliche Bezüge zwischen den Begriffen der alltagssprachlichen Begrifflichkeiten von den Lehrpersonen fast nie explizit in den öffentlichen Unterrichtsdiskurs aufgenommen werden und somit implizit bleiben.“ (Schütte, 2009, S. 177)

Demgegenüber stellt Vogler (2020) heraus, dass die Implizitheit, rekonstruiert als latente, nicht manifeste Sinnstrukturen im mathematischen Diskurs, gerade eine Partizipation sehr junger Lernender an mathematischen Interaktionen mit doppelter Struktur – einer manifesten durch alltagsweltliche Deutungen geprägten Handlungsroutine einerseits und einer mathematischen, formalen Argumentation andererseits – ermöglicht (vgl. Vogler, 2020, S. 409ff).¹⁶²

Maier (2004) fordert in diesem Zusammenhang, dass im Mathematikunterricht nicht einseitig mathematische Fachsprache oder Alltagssprache als gegensätzliche Pole verwendet werden,

¹⁶² Auf die Forschungsergebnisse Voglers (2020) wurde bereits in Kapitel 5.6 verwiesen.

denn diese würden Extrempunkte der Ausdrucksweisen im Mathematikunterricht darstellen. Vielmehr sollte es möglich sein, sprachlich gesehen im Zentrum eines vorstellbaren Kontinuums zwischen diesen beiden Polen zu agieren (vgl. Maier, 2004, S. 154).

Pimm (1987) fragt, ob Mathematik als eine Sprache zu verstehen ist, die etwa ähnlich wie eine Zweitsprache erlernt werden könne. Ausdrücklich verweist Pimm (1987) aber darauf, dass er dies als eine Metapher verstanden wissen möchte (vgl. Pimm, 1987, S. 2ff). Mathematik ist demzufolge nicht gleichzusetzen mit einer natürlichen Sprache, wie dem Deutschen oder dem Englischen. Mathematische Begrifflichkeiten könnten nicht wie Vokabeln im mathematischen Lernprozess gelernt werden. Es müsse vielmehr darum gehen, Bedeutungen im Austausch und gemeinsam mit anderen zu erzeugen, mathematische Begriffsbildung also sozial eingebunden und damit auch kontextgebunden zu verstehen und zu ermöglichen, und damit teilzuhaben an einem mathematischen Diskurs.¹⁶³ Dies betont erneut, dass es für den Mathematikunterricht zentrale Aufgabe zu sein scheint, Pimm (1987) folgend einen *Style* nicht nur der Lautsprache, sondern der Interaktion im Mathematikunterricht zu etablieren, der für diese Disziplin konventionell als angemessen gilt (vgl. Pimm, 1987, S. 12). Pimm (1987) beschreibt zwei Hauptgründe für das Sprechen von Schüler*innen im Bildungskontext des Mathematikunterrichts: „*talking for others*“ (Pimm, 1987, S. 23, Hervorhebung im Original) und „*talking for themselves*“ (Pimm, 1987, S. 24, Hervorhebung im Original), wobei beide Arten miteinander in Beziehung stünden.

„By talking, thoughts are externalized to a considerable extent, which makes them more readily accessible to the speaker’s own and other people’s observations. The presence of another person may encourage reflection by the speaker on what has been said, or even provide an excuse for talking aloud, so there is considerable interaction between the two main reasons outlined above.“ (Pimm, 1987, S. 24)

Darüber hinaus wird von Pimm (1987) der Begriff des *mathematischen Registers* eingeführt und dabei etwa von einem Dialekt einer Sprachgemeinschaft abgegrenzt. Ein Register würde in bestimmten Situationen gebraucht, in anderen nicht, und umfasse Begriffe, Strukturen und die dadurch zum Ausdruck gebrachten Bedeutungen und Perspektiven auf die Dinge, um eine bestimmte Funktion zu erfüllen (vgl. Pimm, 1987, S. 75). Dieses gelte es im Mathematiklernprozess zu erwerben und die Verfügbarkeit über ein mathematisches Register zeichne mathematisches Sprechen aus.

„Part of learning mathematics is learning speak like a mathematician, that is, acquiring control over the mathematics register.“ (Pimm, 1987, S. 76)

Ein (mathematisches) Register umfasse damit also mehr als eine Anhäufung bestimmter Begrifflichkeiten, sondern auch die Art und Weise, wie z. B. argumentiert werde oder bestimmte registertypische Ausdrucksweisen, die sozial akzeptiert oder als konventionskonform innerhalb von Interaktionssituationen, in denen das (mathematische)

¹⁶³ In Sfard und Lavie (2005, S. 245ff) werden vier Merkmale eines mathematischen Diskurses beschrieben. Diese werden in Kapitel 4.3 dargestellt.

Register zum Tragen kommt, gelten. Die Fähigkeit, ein bestimmtes Sprachregister in dieser Weise zu beherrschen und der variable Zugang zu verschiedenen situationsangemessenen Registern, z. B. innerhalb des Schulkontextes, seien Teil der Sprachkompetenz (vgl. Pimm, 1987, S. 77).

„The requirements of the expression of mathematical ideas in natural languages lead to the development of mathematics registers in which discourse about mathematical ideas, objects and processes can take place. [...] Once a mathematics register has developed, certain meanings will then be available in the language.” (Pimm, 1987, S. 77)

Charakteristisch für den Aufbau eines mathematischen Registers sei zum einen der Erwerb neuer, mathematikspezifischer Begrifflichkeiten, zum anderen aber auch der Gebrauch entlehnter Begriffe aus der Alltagssprache, die allerdings häufig eine qualitative Umdeutung in der Mathematik erfahren müssten (vgl. Pimm, 1987, S. 77ff). Im Vergleich von Alltagssprache und mathematikspezifischer Sprache seien zudem Verschiebungen innerhalb der grammatischen Funktion möglich: So seien bspw. Zahlwörter des Englischen in der Alltagssprache adjektivisch geprägt, während sie in der Mathematik auch als Nomen gebraucht würden (vgl. Pimm, 1987, S. 81ff). Dies sei nicht immer mühelos für Lernende zu leisten und ein unreflektierter Wechsel zwischen verschiedenen Registern führe zu erheblichen Kommunikationsschwierigkeiten im Mathematikunterricht.

„Most mathematics classes are conducted in a mixture of the registers of ordinary and mathematical English, and failure to distinguish between these two can result in incongruous errors and breakdowns in communication.” (Pimm, 1987, S. 88)

Verboom (2008) macht darauf aufmerksam, dass die Sprache im Mathematikunterricht als Mittel der Erkenntnis und als Mittel der Kommunikation über Mathematik zahlreiche Schwierigkeiten für Lernende insbesondere mit Deutsch als Zweitsprache bereithalte. So seien etwa Wortbilder in Mathematikbüchern als didaktisches Mittel verwendet, um vermeintlich an die Alltagswelt der Schüler*innen und eine eher umgangssprachliche Ausdrucksweise anknüpfen zu können: Begriffe wie *Aufgabenfamilien*, *Partnerzahlen* oder *schöne Päckchen* für operative Aufgaben, Zahlzerlegungen der 10 oder Aufgabenreihen seien jedoch teilweise schwierig zu deuten und evozierten vielfältige Assoziationen, die nicht immer den Kern der mathematischen Idee trafen (vgl. Verboom, 2008, S. 96f). Gleichzeitig verfüge die mathematische Fachsprache über ein hohes Maß an Reduzierung, geringer Redundanzen und eine eigene Art der Sprache etwa bezüglich grammatischer Strukturen (vgl. Verboom, 2008, S. 97).

Vogel und Huth (2010a) stellen der mathematischen Fachsprache die Formulierungen von Lernenden nicht als gegensätzlich, sondern als miteinander verwoben auf einem Kontinuum gegenüber und verstehen

„[...] ‚mathematical language‘ in the broadest sense of the term, that is, constituting all forms of expression accompanying the mathematical cognitive process.” (Vogel & Huth, 2010a, S. 1034, Hervorhebungen im Original)

Lernende würden im Lernprozess mehr und mehr eine mathematische Fachsprache erwerben, die über das Erlernen von reinen Vokabeln und deren linguistisch angemessene Benutzung hinausginge. Es gehe auch darum, Symbole in der konkreten Unterrichtssituation gebrauchen zu können und möglicherweise aus der Alltagssprache bekannte Begrifflichkeiten unter mathematischer Perspektive umzudeuten bzw. deren Deutungen zu erweitern, wie z. B. bei Wörtern wie *gleich*, *weniger* oder *höher* (vgl. Vogel & Huth, 2010a, S. 1035). Vogel und Huth (2010a) beschreiben neben der Lautsprache im Sinne einer multimodalen Perspektive auf Sprache auch andere Ausdrucksmodi der Lernenden, wie das der Gestik als zentral in mathematischen Auseinandersetzungen (vgl. Vogel & Huth, 2010a, S. 1033).

„[...] The children used signs in the form of verbal, gestural and also written expressions to communicate their meaning or interpretation of the given mathematical content.“ (Vogel & Huth, 2010a, S. 1035)

Die Forschung von Vogel und Huth (2010a) liefert Belege dafür, dass sehr junge Lernende bereits mathematische Begrifflichkeiten nutzen und z. B. auch in der Lage sind für konkrete Objekte angemessene und für mathematische Fachsprache typische, prägnante und kurze Bezeichnungen zu finden, die sie in eine alltagssprachlich geprägte Umschreibung integrieren. Sie drücken vor allem klärungsbedürftige mathematische Sachverhalte aus, die noch nicht sicher erworben sind und dann durch die lautsprachliche Darstellung eine Ausformung oder Überprüfung erfahren (vgl. Vogel & Huth, 2010a, S. 1041). Anders als Pimm (1987) stellen Vogel und Huth (2010a) damit stärker das Potential einer Mischung aus mathematischen fachsprachlichen Begrifflichkeiten, die von Lernenden gebraucht werden und ihren noch stärker von der Alltagssprache geprägten Beschreibungen heraus und sehen diese als Pole eines Kontinuums. Mathematische Fachsprache steht damit nicht im Gegensatz zu einer alltäglichen Sprache Lernender, sondern konform zu Maier (2004), stellen Vogel und Huth (2010a) dar, dass sich im Rahmen einer mathematischen Unterrichtssprache sowohl Lernende als auch Lehrende in der Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen auf einem Kontinuum der mathematischen und alltäglichen Sprachmittel bewegen.

„The mathematical technical language is hence the result of many discursive negotiation processes that lead to a formal presentation. The mathematical everyday speech displays a discursive, processual character and serves more for individual formation of concepts and the approach to mathematical concepts.“ (Vogel & Huth, 2010a, S. 1038)

Den dargestellten Ansätzen zur Bedeutung von Sprache in der Mathematik und dem Mathematiklernprozess ist gemein, dass sie diese herausstellen und als zentral sowohl für Expert*innen als auch für Lernende einschätzen. Dabei kann es offenbar weniger darum gehen, die Symbole und Begrifflichkeiten etwa wie Vokabeln zu erlernen, sondern vielmehr deren Bedeutungen und mögliche Deutungsdifferenzen in Fach- und Alltagssprache herauszustellen und zum Inhalt und zum (Unterrichts-)Gegenstand in mathematischen Auseinandersetzungen zu machen, worauf u. a. Verboom (2008) und Weis (2013) hinweisen. Es gehe darum, vielfältige Sprachanlässe zu schaffen, in denen etwa Satzbausteine oder Fachtermini fachlich relevant

eingesübt werden können (vgl. Verboom, 2008, S. 99ff). In diesem Zusammenhang wird häufig auch von einem *sprachsensiblen Mathematikunterricht* gesprochen (vgl. Wessel, Büchter & Prediger, 2018). Wessel et al. (2018) betonen dabei die enge Verzahnung von *fachlichen Inhalten* und *sprachlichen Herausforderungen* im Mathematikunterricht.

„Wichtig ist die gleichzeitige Berücksichtigung fachlicher und zugehöriger sprachlicher Lernziele auf der Ebene der Sprachhandlungen und Sprachmittel.“ (Wessel et al., 2018, S. 4)

Letztgenannte dienen dabei dazu, die Sprachhandlungen in geeigneter Weise, d. h. fachlich adäquat, ausführen zu können und bedienen sich bedeutungsbezogen zugehörigen schriftbasierten Darstellungen oder anderer, z. B. materialbasierter Veranschaulichungen oder zeigen eher formalsprachlichen Charakter (vgl. Wessel et al., 2018, S. 4). Dabei beziehen Wessel et al. (2018) die genannte *sprachliche Sensibilität im Mathematikunterricht* einerseits auf die von den Schüler*innen mitgebrachten sprachlichen Fähigkeiten. Diese werden als vielfältig auf mehreren Ebenen beschrieben: Mehrsprachigkeit, verschieden hoher Grad an Darstellungsbezug, unterschiedliche Darstellungsebenen, differente Voraussetzungen in Bezug auf Sprachregister (Alltags- und Unterrichtssprache im Fach Mathematik). Andererseits zielt das Konzept des *sprachsensiblen Mathematikunterrichts* auf eine fachliche Analyse durch die Lehrperson im Zuge der Unterrichtsplanung für den entsprechenden fachlich zu behandelnden Unterrichtsinhalt. Hierbei unterscheiden Wessel et al. (2018) zwischen *fachlichen Teilzielen*, denen sie *diskursive Sprachhandlungen* zuordnen, dazu *notwendige Sprachmittel* formulieren und den *Stand der Lerngruppe* dazu einschätzen (vgl. Wessel et al., 2018, S. 5). Im konkreten Unterricht empfehlen die Autor*innen auf dem *Mikro-Scaffolding*¹⁶⁴ basierende Maßnahmen, um die Schüler*innen in ihren *Sprachhandlungen* und der *Wahl geeigneter Sprachmittel* unterstützen zu können. Hier werden in einer Liste u. a. Gesten konkret benannt, die offenbar bildlichen Darstellungen zugeordnet und eher in einer unterstützenden Funktion gesehen werden. Dabei bleibt eine Einordnung, wie dies konkret und theoretisch fundiert geschehen kann aus. Es heißt wörtlich: „Gesten oder Bilder nutzen, um Verbalisierung zu unterstützen.“ (Wessel et al., 2018, S. 5). Über das Angebot sprachlicher Mittel im Sinne einer Unterstützung der Lernenden beim sprachlichen Handeln im Mathematikunterricht wird die Motivation von z. B. auch stilleren Schüler*innen sowie das auf Reflexion basierende Einüben von Sprachmitteln und -handlungen betont.

„Nur durch eigenes Sprechen und schriftliches Formulieren können Lernende ihre Möglichkeiten erweitern. Wie bei fachlichen Lerngegenständen ist es auch für das sprachliche Lernen im Fach

¹⁶⁴ Mit dem *Mikro-Scaffolding* sprechen Wessel et al. (2018) auf ein allgemeines Prinzip der Unterstützung im sprachlichen Bereich an (*Scaffolding*, als Idee eines sprachlichen Gerüsts, eines sprachlichen Steigbügels in Mutter-Kind-Diskursen im Spracherwerb bspw.). Sprachgerüste sollen dabei Lernende unterstützen, in ihrer (sprachlichen) Entwicklung voranzuschreiten. Im konkreten Unterricht können erforderliche Sprachhandlungen der Lernenden, zu denen Wessel et al. (2018) z. B. das Erläutern und Begründen von Vorgehensweisen oder das Erklären von Rechenwegen und Bedeutungen zählen, mit dem Angebot von Sprachmitteln, wie z. B. Tabellen, fachsprachlichem Wortschatz, weiterer Darstellungsmittel im Sinne des *Mikro-Scaffolding* unterstützt werden (vgl. Wessel et al., 2018, S. 4).

unerlässlich, Sprachmittel und Sprachhandlungen zu reflektieren, zu systematisieren und einzuüben.“ (Wessel et al., 2018, S. 6)

Darüber hinaus würden sich nach Wessel et al. (2018) Erfolge in einem solchen sprachsensiblen Unterricht im Fach Mathematik erst langfristig einstellen und müssten immer auf die jeweilige Lerngruppe abgestimmt sein.

Als eine hilfreiche, recht konkrete Methode im Unterricht schlagen Verboom (2008) und Weis (2013) die Anlage von sogenannten *Wortspeichern* vor, die zentrale Begriffe und Satzmuster des entsprechend behandelten Themas eingebunden in einen nicht losgelösten, sondern kontextuellen Gebrauch bereitstellen (Verboom, 2008, S. 101; Weis, 2013, S. 9). Dieser Vorschlag lässt sich als *Mikro-Scaffolding* nach Wessel et al. (2018) beschreiben und findet sich auch in dem entsprechenden Aufsatz wieder. Dabei bezeichnen sowohl Weis (2013), als auch Wessel et al. (2018) die Rolle der Lehrkraft als *Sprachvorbild*, die ihr bewusst sein sollte und der u. a. die Aufgabe des Schaffens von zahlreichen Sprechansätzen zukommt. Unter Umständen muss sie auch in der Lage sein, die Äußerungen von Schüler*innen aufzugreifen und in geeignete Sprachhandlungen mit passenden Sprachmitteln überführen können, wenn dies trotz Unterstützung von den Lernenden (noch) nicht geleistet werden kann. Auf diese Weise wird von Lehrenden und Lernenden von einem *mathematischen Style der Interaktion* Gebrauch gemacht, der den konventionellen Anforderungen einer mathematischen Community genügt und es ermöglichen kann, mathematische Objekte konkret in Form von Darstellungen in verschiedenen Ausdrucksmodi zu erfahren, daran Manipulationen vorzunehmen und zu Entdeckungen zu gelangen, die erneut zum Thema der mathematischen Interaktion werden können.

Welche Funktion die Gestik möglicherweise in Relation zu einer solchen mathematischen Lautsprache in mathematischen Interaktionen von Lernenden haben kann, gilt es mit diesen Darstellungen als theoretische Rahmung der Bedeutung von Sprache im Mathematiklernen zu beleuchten. In Kapitel 10.4 sind dann Schlussfolgerungen für den Mathematikunterricht in Bezug auf die Gesten in diesem Sinne und mit Bezug auf die Forschungsergebnisse der vorliegenden Arbeit zu ziehen.

6 Grundlagen der Semiotik nach Charles Sanders Peirce

Im folgenden Kapitel sollen die für die Forschungsarbeit relevanten semiotischen Grundlagen dargestellt werden. Auf diese Weise soll eine semiotische Perspektive eröffnet werden, die es erlaubt, Gestik und Lautsprache zunächst als sprachliche Zeichen beschreiben zu können und im Anschluss daran ihren Gebrauch im mathematischen Interaktionsprozess im Rahmen meiner Analysen (vgl. Kap. 9) herauszuarbeiten. In einer Forschungsarbeit wie der vorliegenden, in der mathematische Situationen von Lernenden als Datengrundlage dienen und das Forschungsinteresse darin begründet ist, wie hier funktional der zeichenerzeugende Modus der Gestik in Relation zur Lautsprache insbesondere von Lernenden gebraucht wird, ist die Grundlegung einer geeigneten Zeichentheorie obligatorisch. Die Semiotik des Philosophen, Logikers und Mathematikers Charles Sanders Peirce (*1839, †1914) bietet sich in besonderer Weise mit ihrem triadischen Zeichenbegriff dafür an und rahmt gleichsam das verwendete zweite Analyseverfahren (vgl. Kap. 8.7.2) – die Semiotische Analyse – theoretisch. Der Gewinn dieser semiotischen Perspektive für die vorliegende Arbeit ist vielschichtig und soll an geeigneten Stellen in diesem Kapitel herausgestellt werden.

Aus der Mathematik als genuin semiotische Disziplin und damit als eine Wissenschaft, die sich einerseits durch die Zentralität der Zeichen auszeichnet (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2006, S. 279ff) und für die andererseits die Interaktion mit anderen konstitutives Element ist (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Kap. 4), ergibt sich der Bedarf eines Zeichenbegriffs, der nicht nur das Zeichen und seine Referenz betrachtet, sondern insbesondere auch die Zeicheninterpretation in den Blick nimmt. Mathematiktreiben ist grundlegend durch den Umgang mit Zeichen und ihrer Interpretation bestimmt. M. H. G. Hoffmann (2006) stellt dazu fest:

„Mathematical activity is performed by means of visible signs, and by interpreting and transforming signs we develop mathematical knowledge.“ (Hoffmann, M. H. G., 2006, S. 279)

Diese Perspektive wurde mit besonderer Betrachtung schriftlicher Zeichen bereits Kapitel 5.2 in meiner Arbeit mit dem Verweis auf das *diagrammatische Arbeiten* in der Darstellung Dörflers (2005, 2006a, 2006b, 2015) und die Arbeit Schreibers (2010) deutlich (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2). Peirce selbst stellt zum mathematischen Denken („mathematical reasoning“, Peirce 1931, CP I.54)¹⁶⁵ fest:

„For mathematical reasoning consists in constructing a diagram according to a general precept, in observing certain relations between parts of that diagram not explicitly required by the

¹⁶⁵ Wie üblich in wissenschaftlichen Publikationen, verwende ich hier wie in der gesamten Arbeit die bekannte Zitierweise der Werke von Peirce, hier also CP für die *Collected Papers*. Die Nummer hier gibt zunächst den Band und dann den Paragraphen an. Eine Liste der zitierten Werke und ihrer Abkürzungen finden sich in den einleitenden Hinweisen im Anschluss an Kapitel 2 und im Literaturverzeichnis.

precept, showing that these relations will hold for all such diagrams, and in formulating this conclusion in general terms.” (Peirce 1931, CP I.54; bereits zitiert in Kap. 5.2)

Zentral an dieser Sicht auf das Betreiben von Mathematik ist also der Umgang mit Diagrammen als Gegenstände der Mathematik und gleichsam als Kernstück dieser Tätigkeit. Alles mathematische Tun findet im regelhaften Gebrauch von Diagrammen statt (vgl. Dörfler, 2006a), die aus in Relation stehenden Inskriptionen erzeugt werden und einer Lesart unterliegen, die ihren Gebrauch bestimmt (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2).

Als Zeichen¹⁶⁶ werden im Rahmen meiner Arbeit nicht nur schriftliche Fixierungen in mathematischen Auseinandersetzungen betrachtet, sondern es kommen sämtliche Arten von Äußerungsweisen als Zeichen in Betracht, gemäß des Forschungsanliegens vornehmlich gestische und lautsprachliche Äußerungen. Diese Ausrichtung findet eine Entsprechung im breitgefächerten Peirce’schen Zeichenbegriff:

„I use the word ‘Sign’ in the widest sense for any medium for the communication or extension of a Form (or feature).“ (Peirce, 1998, EP II, S. 477, Hervorhebungen im Original)

Mit der Peirce’schen Zeichentheorie ist es möglich, eine Vielfalt an potentiell möglichen Zeichen beschreiben zu können. Sie wird in verschiedenen anderen mathematikdidaktischen Arbeiten ebenfalls genutzt (vgl. u. a. Dörfler, 2006a, 2006b, 2015; Huth & Schreiber, 2017, S. 78; Schreiber, 2006, 2010, 2013; Wille, 2020). Fricke (2007) beschreibt verschiedene Gründe, warum Peirce’ umfassender Zeichenbegriff besonders geeignet erscheint, Lautsprache und Gestik innerhalb einer Zeichentheorie beschreiben zu können.¹⁶⁷ Die Forscherin zählt hierbei u. a. die umfassende Betrachtung der Bedeutung durch den Begriff des Interpretanten bei Peirce auf oder seine ontologisch neutrale Definition des Zeichens (vgl. Fricke, 2007, S. 182f). Die Auswahl der genutzten semiotischen Zeichentheorie muss darüber hinaus aber auch mit der in der Arbeit verwendeten grundlegenden interaktionistischen Perspektive (vgl. Kap. 4) auf das Mathematiklernen zur Passung kommen. Schreiber (2010) stellt heraus, dass eine Integration der Peirce’schen Semiotik in eine Interaktionstheorie mathematischen Lernens möglich ist, vor allem aufgrund der Bedeutung des Interpretanten und der Verbindung des *Grounds* des Zeichens bei Peirce mit dem interaktionstheoretischen *Rahmungs*begriff (vgl. Schreiber, 2010, S. 56ff; Schreiber, 2013; Kap. 4.2). Im vorliegenden Kapitel werden daher die für die Forschungsarbeit relevanten Aspekte der Peirce’schen

¹⁶⁶ Wann im Sinne Peirce ein *Zeichen* tatsächlich *als Zeichen* gelten kann, wird später in diesem Kapitel noch deutlich werden.

¹⁶⁷ Auch in Huth und Schreiber (2017) wird dieser Aspekt der Vielseitigkeit des Zeichenbegriffs bei Peirce mit Verweis auf Fricke dargestellt (2007).

Zeichentheorie herausgestellt¹⁶⁸ und dabei die Passung seines Zeichenbegriffs in Bezug auf Gestik und Lautsprache und die Interaktionstheorie des Mathematiklernens beschrieben.

6.1 Auswahl und Grundzüge der Peirce'schen Zeichentheorie

Gestik und Lautsprache werden in der vorliegenden Arbeit in Anlehnung an die dargestellte Gestikforschung als ein integratives Sprachsystem verstanden (vgl. Fricke, 2007, 2012; Goldin-Meadow, 2003; McNeill, 1992; Kap. 3). Mit Blick auf die beiden fokussierten Modi Gestik und Lautsprache wird es mit der Peirce'schen Semiotik möglich, multimodale Zeichen innerhalb einer gemeinsamen Theorie beschreiben zu können, die einerseits konventionalisiert und grammatikalisch beschreibbar sind (z. B. die Lautsprache), andererseits zunächst scheinbar keinem regelhaften System folgen (z. B. die Gestik)¹⁶⁹ (vgl. Fricke, 2007, S. 182). Darüber hinaus wird in einer mathematikdidaktisch orientierten Forschungsarbeit die Frage nach der Besonderheit explizit als *mathematisch* bezeichneter Zeichen bedeutsam. Konkret auf die untersuchten Modi bezogen, ist also danach zu fragen, ob Gesten und lautsprachliche Äußerungen Lernender in mathematischen Interaktionen als solche *mathematischen* Zeichen rekonstruiert und verstanden werden können (vgl. Kap. 7.2).

Zunächst unabhängig von der äußeren, wahrnehmbaren Gestalt, kann im Sinne von Peirce jegliches Geräusch, jeglicher Gegenstand, jegliches geschriebene oder gesprochene Wort, jede Geste und Handlung und sonstige vorstellbare Dinge als Zeichen wahrgenommen werden (vgl. Peirce, 1998, EP II, S. 477). Ein auf diese Weise wahrgenommenes Zeichen erzeugt im Geiste eines*r Zeichenleser*in eine Interpretation des Zeichens. Diese Interpretation des Zeichens kann dann wieder veräußerlicht werden und zu einem neuen Zeichen werden, das interpretiert und diese Interpretation dann wiederum geäußert wird. In diesem Sinne ist der Zeichenprozess nach Peirce niemals zu Ende, sondern kann potentiell immer weiter verlaufen, z. B. im Rahmen von Interaktionen.

„[...] wir teilen uns immer über Zeichen mit, seien es Wörter, Bilder, Texte, Gesten oder was auch immer. (Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 1)

¹⁶⁸ Es ist anzumerken, dass Peirce in beeindruckender Weise darum gerungen hat, eine Semiotik zu entwickeln, die es ermöglicht, alle möglichen Zeichenprozesse beschreiben zu können. Vor diesem Hintergrund und aus dem Anspruch heraus, Peirce' Zeichen in ihrer Repräsentations- und Erkenntnisfunktion beschreiben zu können, ergibt sich eine Vielfalt und Komplexität des Peirce'schen Zeichenbegriffs (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 2), dem ich im Rahmen dieser Arbeit kaum gerecht werden kann. Ich unternehme den Versuch, ausgewählte Aspekte seiner Zeichentheorie an meiner Arbeit orientiert auszuwählen und an entsprechenden Stellen auf die Komplexität vielfältiger und teilweise auch verschieden akzentuierter Zeichendefinitionen von Peirce zu verweisen, unterstützt durch die Nutzung verschiedener ausgewählter Quellen aus dem Schaffensspektrum Peirce'.

¹⁶⁹ In Kapitel 3.2.3 wurde ausführlich der Ansatz von Fricke (2012) dargestellt. Die Sprache wird hierin als grundlegend multimodal betrachtet und insbesondere wird der Gestik eine systemlinguistische Relevanz zugeschrieben (vgl. Fricke, 2012, S. 74; Kap. 3.2.3). Fricke (2012) unternimmt den Versuch einer Integration der Gestik in die bestehende Grammatik der Lautsprache. Damit rückt die Gestik aus der Zuschreibung als ausschließlich nicht-konventionalisiert beschreibbares Zeichensystem heraus.

Die Zeichenhaftigkeit des Zeichens – also das, was es als Zeichen ausmacht – ist dabei nach Peirce nicht a priori gegeben, sondern obligatorisch mit seiner Wahrnehmung *als Zeichen* verbunden. Wird etwas nicht als Zeichen von einem interpretierenden Geiste wahrgenommen, erzeugt es also im Geiste des*r Zeichenlesers*in keinen Interpretanten, so ist es auch kein Zeichen. Ein Zeichen wird also erst *zum* Zeichen, wenn es *als* ein solches Zeichen wahrgenommen wird (vgl. Peirce, 1902, MS 599).

„A sign does not function as a sign unless it is understood as a sign. [...] But what is indispensable is that there should be an interpretation of the sign; that is that the sign should, actually or virtually, bring about a determination of a sign by the same object of which it is itself a sign. This interpreting sign, like every sign, only functions as a sign so far as it again is interpreted, that is, actually or virtually, determines a sign of the same object of which it is itself a sign. Thus there is a virtual endless series of signs when a sign is understood; and a sign never understood can hardly be said to be a sign.“ (Peirce, 1902, MS 599)

Die äußerlich wahrnehmbare Gestalt des Zeichens ist dabei abhängig von der Interpretation des Zeichens, von seiner *Bedeutung*, die dem Zeichen durch ein wahrnehmendes Subjekt zugeschrieben wird.

„[...] denn ein Zeichen ist an seine potentielle Materialisation gebunden, um Gegenstand der sinnlichen Wahrnehmung sein zu können [...].“ (Rohr, 1993, S. 49)

Interaktionstheoretisch gedacht, ergeben sich durch die Abhängigkeit bzw. die Betonung der Zeicheninterpretation und den potentiell nicht endenden Zeichenprozess Anknüpfungspunkte an die semiotische Sicht auf Zeichen (vgl. Schreiber, 2010, S. 56ff): Die Bedeutung eines Zeichens ist auch interaktionstheoretisch *nicht a priori* gegeben, sondern wird in der Interaktion durch die wechselseitige Bezugnahme der Interagierenden aufeinander in einem Prozess des Ringens um Verstehen und Verstanden-Werden *hervorgebracht* und emergiert damit aus Interpretationen und Aushandlungen der Interagierenden, ihren Deutungsaktivitäten, (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Kap. 4.2).

„Man kann [...] diesen Aushandlungsprozess als eine Verkettung von Zeichentriaden verstehen [...], bei welcher der Interpretant einer Person A für Person B ein neues Repräsentamen sein kann, zu dem sie wiederum einen Interpretanten erzeugt; usw.“ (Schreiber, 2010, S. 57)

Emergierende Bedeutungen oder Zeicheninterpretationen im Prozess der Semiose haben interaktionstheoretisch wie auch semiotisch keinen Wahrheitsanspruch, sondern unterliegen einer Deutungsdynamik und zunächst einer Situationsgebundenheit, auch wenn sie das Potenzial von Stabilisierungen über mehrere Interaktionen haben können (vgl. Kap. 4.2). Vertraute Zeichen können z. B. innerhalb einer Zeichengemeinschaft zu bereits im Voraus in der Gruppe etablierten bzw. gemeinsam ausgehandelten Interpretationen führen (vgl. Schreiber, 2010, S. 59). Gemeinsam erzeugte Bedeutungszuschreibungen sind nicht notwendigerweise in jedem der teilnehmenden Individuen repräsentiert, sondern interpersonell auf interaktiver Ebene das dynamische Produkt des Kollektivs aller Interagierenden (vgl. Krummheuer, 1992, S. 29; Kap. 4.2). Die Peirce'sche Semiotik hängt

ebenfalls einer Vorstellung von Bedeutungen als stets zu hinterfragende, vorläufige Produkte einer „[...] Interpretationsgemeinschaft der Erkennenden [...]“ (Rohr, 1993, S. 17) an, die auf bereits vorherigen Erkenntnissen beruhen und potentiell veränderbar oder gar im Peirce'schen Sinne stets von „[...] Fallibilismus gekennzeichnet [sind], der definiert ist als Zweifel an der absoluten Gültigkeit wissenschaftlicher Aussagen [...]“ (Rohr, 1993, S. 11).

„Als je vermittelt wird die Erkenntnissituation anerkannt durch die zentrale Rolle, die Peirce dem Vorverständnis im Erkenntnisprozeß zubilligt. Es gibt keine Erkenntnis, die nicht durch eine vorherige bestimmt wird und diese interpretiert, d. h. es gibt keine *intuitive* Erkenntnis.“ (Rohr, 1993, S. 18, Hervorhebung im Original)

Und weiter konstatiert Rohr (1993) zur Annäherung an eine angenommene Wahrheit:

„Wahrheit, Realität, Wissen und Bedeutung werden als soziale Produkte intersubjektiver Sinnverständigung aufgefaßt [...] und durch den Vorbehalt der Fallibilität als unendlich interpretabel. *Wahrheit* ist aus dieser Perspektive realiter *regulatives* Element öffentlicher Kommunikation, die sich in fallibler, doch wahrheitsapproximativer Konsensbildung auf die idealiter einmal zu erreichende wahre Interpretation zubewegt.“ (Rohr, 1993, S. 18f, Hervorhebungen im Original)

Der Peirce'sche Zeichenbegriff nimmt damit vor allem die von Vorläufigkeit in Bezug auf eine angenommene Wahrheit geprägte *Interpretation von Zeichen* in den Blick. Die Interaktionstheorie geht von nicht a priori vorhandenen Bedeutungen aus und untersucht *kollektive Aushandlungsprozesse*, die eine vorübergehende als geteilt geltende Bedeutung (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18) hervorbringen. Damit fokussieren beide Theorien auf die Emergenz von Bedeutung bzw. Zeicheninterpretationen im Prozess. Der Peirce'schen Theorie kann dabei ein gewisses *soziales Potential* in Bezug auf die Zeicheninterpretationen in Interaktionen unterstellt werden, was sie noch anschlussfähiger an die Interaktionstheorie macht¹⁷⁰, auch wenn es für Peirce mutmaßlich zunächst zweitrangig erscheint, ob Zeichenprozesse individuell im Geiste einer Person oder sozial in Interaktion mehrerer Personen stattfinden. Er betont nicht den*die Interpret*in des Zeichens, also den oder die Zeichenleser*in, sondern vor allem die Zentralität des *Interpretanten* als Korrelat im triadischen Zeichenverständnis. Nicht Gestalt und Referenz des Zeichens, sondern vor allem die Interpretation dessen, was zunächst als Zeichen wahrgenommen wird, erfährt eine zentrale Gewichtung bei Peirce.

¹⁷⁰ Peirce selbst hat auf einen *Cominterpretant* auf Grundlage eines *Commens* oder *Commind* mindestens zweier Interagierender hingewiesen (vgl. Peirce, 1998, EP II, S. 478), wobei er bei seiner Zeichentheorie mit der Annahme der triadischen Gestalt aus *Repräsentamen*, *Objekt* und *Interpretant* dem Zeichen selbst eine aktive Rolle in Bezug auf die Determinierung von möglichen Interpretanten zuweist (vgl. Peirce, 1998, EP II, S. 544). Andere Zeichendefinitionen bei Peirce verweisen aber auch direkt auf Interaktionen, wie die am Anfang dieses Kapitels aufgeführte Beschreibung aus Peirce, 1998, EP II, S. 477. Dabei bleibt häufig ungeklärt, ob sich diese auf die Interaktion mit sich selbst oder einem Gegenüber bezieht. Schreibers (2010) Interpretation des Peirce'schen Zeichenbegriffs schließt eine von Peirce in Betracht gezogene sozialen Bedeutungsaushandlung aus (vgl. Schreiber, 2010, S. 51), während m. E. dies durchaus mit Blick auf Peirce' *Commind* mitbedacht ist.

In Abgrenzung zu anderen Zeichenbegriffen, wie dem dyadischen Zeichenbegriff von Saussure (*1857, †1913; vgl. Saussure, 2001, S. 76ff), liegt die Stärke von Peirce' Theorie damit zum einen in dieser Betonung des Interpretanten und zum anderen in der grundsätzlich *triadischen Konstitution* des Zeichens als Gesamtheit aus *Repräsentamen bzw. Zeichen, Objekt und Interpretant*.

„A Sign, therefore, has a triadic relation to its Object and to its Interpretant.“ (Peirce, 1998, EP II, S. 482)

Es wird über die Betrachtung von Lautbild (*Bezeichnendes* oder *Bezeichnung* bei Saussure, 2001) und der Inhaltsseite (*Bezeichnetes* oder *Vorstellung* bei Saussure, 2001) des Zeichens hinaus der Interpretant des Zeichens gewissermaßen als Motor eines potentiell unendlichen semiotischen Prozesses betrachtet, der selbst als neues Zeichen in den weiteren Prozess von Zeichenerzeugung und -interpretation eingehen kann. Demgegenüber stellt Saussure (2001) die dyadische Struktur des Zeichens, und zwar in Bezug auf eine Vorstellung im Geiste in den Vordergrund:

„Das sprachliche Zeichen vereinigt in sich nicht einen Namen und eine Sache, sondern eine Vorstellung und ein Lautbild.“ (Saussure, 2001, S. 77)

Saussures (2001) Zeichenbegriff ist stark an Sprache – der Lautsprache – orientiert (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 4) und an einem mentalen Bild dessen, was mit dem Zeichen bezeichnet wird. Ähnlich wie bei Peirce wird der Begriff des Zeichens für die Gesamtheit der Dyade genutzt, aber immer unter der Prämisse dieser Dyade:

„Ich schlage also vor, daß man das Wort Zeichen beibehält für das Ganze, und Vorstellung bzw. Lautbild durch Bezeichnetes und Bezeichnung ersetzt [...]“ (Saussure, 2001, S. 78f)

Darüber hinaus betont Saussure (2001) die Beliebigkeit der Verbindung von Bezeichnetem und Bezeichnendem und die Linearität von Zeichen (vgl. Saussure, 2001, S. 79ff). Ersteres begründet er mit der Möglichkeit der von Sprache zu Sprache verschiedenen Bezeichnung von einer gleichen inhaltlichen Vorstellung. Es erscheint schlüssig anzunehmen, dass die Beziehung zwischen Lautbild und Bezeichnetem rein in der gesprochenen oder geschriebenen Sprache arbiträr ist: Die Lautfolge oder das geschriebene Wort *Apfel* erinnert etwa in keiner Weise in seiner Form an die Frucht des Apfels, seinen Geschmack oder andere Eigenschaften. Die Annahme der Interaktionstheorie einer Bedeutungsgenese erst in Interaktion durch die aufeinander bezogenen Deutungsaktivitäten der Interagierenden bezüglich ihrer hervorgebrachten Äußerungen (vgl. Kap. 4), die mit Peirce als Zeichen bezeichnet werden können, stellt jedoch offenbar diese ausschließliche Beliebigkeit von Lautbild und Vorstellung, wie sie von Saussure (2001) angenommen wird, in Frage. Denn schließlich gründen diese Interpretationen auf dem, was als Äußerung überhaupt nur wahrgenommen werden kann: etwas Gesprochenes, etwas Geschriebenes, eine Geste, eine Handlung, usw., aber auch möglicherweise ein Gedanke. Bereits oben wurde auf die Abhängigkeit der Gestalt des Zeichens bei Peirce zum Interpretanten dieses Zeichens hingewiesen. Damit kann

ausschließlich die wahrnehmbare Form der Äußerung – in welchem Modus auch immer erzeugt – Ausgangspunkt des Interpretationsprozesses sein. Es ist bspw. anzunehmen, dass ein mathematischer Sachverhalt gestikuliert, gesprochen, geschrieben oder gehandelt je eine anders geartete Interpretation, oder in Peirce' Worten einen anderen *Interpretanten*, dieses Sachverhaltes hervorruft. So könnte man sich vorstellen, dass *Symmetrie* u. a.

- als *Handlung* z. B. in Form einer dynamischen Erzeugung einer Faltung einer Figur auf ihre deckungsgleiche Abbildung,
- als zweihändige symmetrische Geste und damit pantomimische Darstellung einer symmetrischen Figur,
- als *schriftliche Fixierung* einer Abbildungsvorschrift zu einer Spiegelung an einer Geraden g als Spiegelachse etwa mit Angabe von Bildpunkten und Fixpunkten oder auch
- als *lautsprachliche Beschreibung* gewisser Eigenschaften einer geometrischen Figur dargestellt werden kann.

Diese Darstellungen können bei einer**m* potentiellen Zeichenleser**in* den übergeordneten Interpretanten *Symmetrie* hervorrufen, aber doch auf sehr unterschiedliche Weise, z. B. als Produkt, Prozess, dynamische Bewegung von Spiegelung oder Verschiebung oder als Eigenschaft einer Figur gedacht, usw., je nachdem, wie der Begriff der Symmetrie dabei verwendet wird.

„Die *Bedeutung* eines Begriffs besteht in der Summe der möglichen Konsequenzen bzw. im *Gebrauch*, der von ihm gemacht wird [...]“. (Rohr, 1993, S. 19, Hervorhebungen im Original)

Jede dieser Darstellungen erzeugt damit unterschiedliche Schwerpunkte in der Interpretation und diese Interpretation ist gebunden an die Form der Darstellung: An einer schriftlich fixierten Zeichnung lässt sich – vorausgesetzt ein*e Zeichenleser**in* nimmt sie als Zeichen wahr und verfügt über eine wie auch immer geartete Lesart dieses Diagramms – anderes zur Symmetrie erkennen als an einer lautsprachlichen Beschreibung einer symmetrischen Figur oder der handlungsorientierten Erzeugung einer kongruenten Abbildung usw. Die jeweilige Darstellung bzw. ihr Gebrauch und die Lesart ist dann einerseits nicht mehr beliebig austauschbar, denn sie evoziert unterschiedliche Interpretationen. Andererseits kann der**die* sozusagen *gebrauchsmündige* Zeichenleser**in* alle diese Darstellungen miteinander in Verbindung bringen und – in obigem Beispiel – die Beschreibung von Symmetrie darin erkennen. Somit wird die Darstellung dann *für diese*n* Zeichenleser**in* wiederum gewissermaßen austauschbar. Auch die in Kapitel 3.1 herausgestellten modusspezifischen Ausdrucksmöglichkeiten von Gestik und Lautsprache unterstreichen, dass die Interpretation von gestischen und lautsprachlichen Zeichen und damit ihr Gebrauch u. a. von der Eigenschaft ihrer äußeren Gestalt geprägt sein muss, und dies gilt gewissermaßen auch für schriftliche oder handlungsbasierte Äußerungen. Das Besondere bei mathematischen Darstellungen ist aber sicherlich, dass jeglicher mathematische Sachverhalt in schriftlicher Form, in Sätzen, Definitionen, Algorithmen und Beweisen dargestellt werden kann und dass es hierbei häufig

verschiedene, auch austauschbare, Darstellungen gibt. Dies erklärt auch die spezifische Bedeutung, die den schriftlichen Darstellungen in der Mathematik zugeschrieben werden (vgl. Ott, 2016; Schreiber, 2010).

Nach Peirce determiniert das Zeichen den Interpretanten.

„As a *medium*, the Sign is essentially in a triadic relation, to its Object which determines it, and to its Interpretant which it determines. [...] in its relation to the Interpretant the Sign is *active*, determining the Interpretant [...].“ (Peirce, 1998, EP II, S. 544, Hervorhebungen im Original)

Linearität, wie sie von Saussure (2001) angenommen wird, kann für die hier betrachteten gestischen Zeichen nicht gelten, weil sie vielmehr „komplexe Zeit-Raum-Gestalten“ (Sager, 2005, S. 22) sind, die weniger linearen als vielmehr mehrdimensionalen Charakter haben (vgl. Fricke, 2012, S. 4; Kap. 3.1.2). Zudem betont Schreiber (2010) in Abgrenzung zu einem als linear angenommenen Zeichenprozess dessen Komplexität, die er empirisch an mathematischen Auseinandersetzungen Lernender nachweist (vgl. Schreiber, 2010, S. 148ff). Den Hauptunterschied zwischen der Semiotik nach Peirce und der nach Saussure sieht M. H. G. Hoffmann (2001) ähnlich wie Presmeg (2006) damit im *Interpretanten*, der bei Peirce von zentraler Bedeutung ist, und merkt an, dass jegliche Aspekte der Zeichenbedeutung mit der Zentralität des *Interpretanten* behandelt werden könnten (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 4). Auch Rohr (1993) stellt fest,

„[...] daß in Peirces triadischem Zeichenmodell die Bedeutung nicht mögliches, sondern notwendiges, konstitutives Element ist. Sie wird in der Beziehung des Zeichens und des Objekts zum Interpretanten, zum interpretierenden Bewußtsein, angesiedelt, das Zeichen und Bedeutung untrennbar in einem mentalen Akt erfaßt bzw. erschafft.“ (Rohr, 1993, S. 48)

In Peirce' Zeichentheorie und seinem breit gefächerten Zeichenbegriff, kann selbst ein Gedanke zum Zeichen werden.¹⁷¹ Peirce spricht in diesem Zusammenhang von „thought-signs“ (Peirce, 1934, CP 5.283)

„[...] whenever we think, we have present to the consciousness some feeling, image, conception, or other representation, which serves as a sign.“ (Peirce, 1934, CP 5.283)

Dabei ist die Zeichenhaftigkeit weniger an die Erzeugung des Zeichens, sondern stärker an eine interpretierende Bedingung geknüpft.

„Die Seinsweise eines Zeichens ist die der Interpretation in einem folgenden Zeichen bzw. der Interpretation durch ein folgendes im Verlauf der infiniten Semiose.“ (Rohr, 1993, S. 67)

Zeichenerzeuger*in und Zeichenleser*in können dabei ein und dieselbe Person sein. Zeichenprozesse können somit auch rein im Geiste einer Person ablaufen und sind nicht

¹⁷¹ Genau genommen, ist dies geradezu eine konstitutive Bedingung oder sie zeichnet die grundlegende Existenz des Interpretanten aus, denn er wird laut Peirce (vgl. Peirce, 1932, CP 2.228) im Geiste eines*r Zeichenlesers*in erzeugt. Hier soll aber darauf abgehoben werden, dass auch rein gedankliche Prozesse als Zeichenprozesse im Sinne Peirce' verstanden werden können, in denen Zeichen Interpretanten hervorbringen, die wiederum selbst zum Zeichen werden können.

zwangsläufig immer zwischen zwei oder mehreren Subjekten zu verorten, ein vermeintlich deutlicher Unterschied zur interaktionstheoretischen Perspektive bzw. der darin beschriebenen Aushandlungsprozesse (vgl. Kap. 4).¹⁷²

„Now a sign is something, A, which denotes some fact or object, B, to some interpretant thought, C.“ (Peirce, 1931, CP I.346)

Bei der oben dargestellten Diskussion des dyadischen Zeichenbegriffs nach Saussure (2001) und dem triadisch gedachten Zeichen bei Peirce wurde bereits auf die arbiträre Beziehung von Lautbild und Vorstellung am Beispiel des Wortes *Apfel* verwiesen. Schreiber (2010) grenzt an einem vergleichbaren Beispiel die Besonderheit mathematischer Zeichen von schriftsprachlichen Zeichen ab: Die erwähnte Beliebigkeit könne Schreiber (2010) folgend von mathematischen Zeichen nicht behauptet werden. Das Zahlzeichen 5 könne als solches in mathematischen Operationen gebraucht werden. Schreiber (2010) bezeichnet dies als „[...] epistemologische Besonderheit mathematischer Symbole [...]“ (Schreiber, 2010, S. 15), was er als Argument anführt, dass in der Mathematik Darstellungen keinesfalls beliebig zu sehen seien, sondern das mathematische Objekt gleichsam mitbestimmen durch eben diese gewählte Art der Darstellung (vgl. Schreiber, 2010, S. 15).

M. H. G. Hoffmann (2001) erläutert, wie sich Bedeutungsgenese grundsätzlich in einem Zeichenprozess nach Peirce darstellt, nämlich als Folge von Interpretanten:

„So ist nahe gelegt, dass sich die Bedeutung eines Zeichens nur in einer – im Prinzip unendlichen – Folge von Interpretanten konstituiert.“ (Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 4)

Es wird damit erneut auf den potentiell als unendlich verstandenen Zeichenprozess bei Peirce verwiesen, denn aus Zeichen können durch die Interpretanten stets neue Zeichen hervorgehen, die sich offenbar wahrheitsapproximativ einer angedachten und dabei prinzipiell nicht real erreichbaren finalen Deutung durch diesen Prozess annähern können (vgl. Rohr, 1993, S. 18f).

Der Interpretant bei Peirce ist nicht als Person zu verstehen, sondern als Relata der Zeichentriade, die im Geiste der zeichenlesenden Person durch das Zeichen hervorgerufen wird. Es handelt sich also um einen Gedanken, der potentiell geäußert werden könnte. Die Person, in deren Geiste ein Interpretant durch ein wahrgenommenes Zeichen erzeugt wird, kann als Interpret*in des Zeichens bezeichnet werden. Der Interpretant des Zeichens wird nach Dörfler (2005) damit selbst wieder zu einem auf das Objekt des gelesenen Zeichens bezogenen Zeichen. Voraussetzung dafür ist die Zeichentätigkeit eines Subjekts (vgl. Dörfler, 2005, S. 171). Presmeg (2006) konstatiert, dass für Peirce der Einbezug einer Person als Interpret*in des Zeichens ein „[...] sop to Cerberus [...]“ (Presmeg, 2006, S. 172) sei und nutzt damit auch seine Worte (vgl. Peirce, 1998, EPII, S. 478).

¹⁷² *Vermeintlich* wird deshalb gebraucht, weil auch interaktionstheoretisch Lernen vorübergehend im Selbststudium möglich ist, hier also auch Zeichenerzeuger*in und -leser*in in einer Person vereint gedacht werden können (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 13 u. Kap. 4.2)

„Thus for Peirce, meaning without considering the meaning-maker was adequate for his purpose in pragmatism and logical reasoning.“ (Presmeg, 2006, S. 172)

Die Betrachtung eines Interpretanten reichte Peirce offenbar zunächst für die Darstellung seiner Theorie. Dass hiermit verbunden an eine Person als Zeicheninterpret*in gedacht werden kann, ist mehr eine fakultative Ergänzung zum Verständnis, wie Peirce es selbst ausdrückt (Peirce, 1998, EPII, S. 478). Dies wurde bereits oben bei der Betrachtung des sozialen Potentials der Peirce'schen Zeichentheorie deutlich.

Nach Peirce könne anhand der Untersuchung von Interpretanten Bedeutungen rekonstruiert werden.

„Now the problem of what the 'meaning' of an intellectual concept is can only be solved by the study of the interpretants, or the proper significate effects, of signs.“ (Peirce, 1955, PW, S. 276, Hervorhebungen im Original)

In Anlehnung an Kress (2007) bezeichnet Schreiber (2010) den Interpretanten insbesondere in Bezug auf die Beobachtung von Lernprozessen als „ein[en] empirisch analysierbare[n] Begriff“ (Schreiber, 2010, S. 35), durch dessen Analyse es möglich sei, innere Lernprozesse anhand von äußerlichen Zeichen zu rekonstruieren (Schreiber, 2010, S. 35).

Peirce differenziert das Zeichen anhand von zehn Universalkategorien und im Duktus der Dreigliedrigkeit weiter aus (vgl. Peirce, 1932, CP 2.254ff). Es werden dabei sowohl Repräsentamen, als auch Objekt und Interpretant von Peirce in je drei Kategorien unterschieden, die aufgrund verschiedener Restriktionen in ihrer Kombination zu insgesamt zehn Zeichenkategorien führen (vgl. Peirce, 1932, CP 2.254ff; Peirce, 2000, SEM II, S. 273; Peirce, 1955, PW, S. 115; Fricke, 2007, S. 188ff; Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 11ff; Schreiber, 2010, S. 32ff).

Beim *Repräsentamen* unterscheidet Peirce nach *Quali-*, *Sin-* oder *Legizeichen*. Dabei steht der Begriff *Qualizeichen* oder *Tone* für eine reine Qualität, z. B. das Gefühl von Rot (vgl. Peirce, 1932, CP 2.254). *Sinzeichen* oder *Token* verweisen darauf, dass das Repräsentamen tatsächlich existiert oder verkörpert ist. Fricke (2007) beschreibt bspw. den Artikel *der* als einzelne Äußerung als ein solches Repräsentamen (vgl. Fricke, 2007, S. 189). Als *Legizeichen* oder *Type* bezeichnet Peirce eine Regel oder ein Gesetz (vgl. Peirce, 1932, CP 2.246). Es hat etwas allgemein Gültiges, umschreibt eine Gesetzmäßigkeit. Fricke (2007) führt als Beispiel den Artikel *der* „[...] als Einheit des Sprachsystems“ (Fricke, 2007, S. 189) an.

Der *Interpretant* wird in *Rhema*, *Dicent* oder *Argument* unterteilt, was in etwa als *Wort (Rhema)*, *Satz (Dicent)* und einer *Menge von Sätzen, die in einem argumentativen Zusammenhang stehen (Argument)*, zu verstehen sei (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 15). Als *Rhema*, das weder wahr noch falsch sein könne (vgl. Schreiber, 2010, S. 33), bezeichnet Peirce [...] a Sign of qualitative Possibility [...]“ (Peirce, 1932, CP 2.250). Ein *Dicent* verkörpert das Objekt in seiner aktuellen Existenz (Peirce, 1932, CP 2.251). Ein *Argument* sei ein Zeichen, dass das Objekt in seinem

Charakter als Zeichen repräsentiere und erneut auf Gesetzmäßigkeit basiere (vgl. Peirce, 1932, CP 2.252).

Das Objekt kann schließlich *ikonisch*, *indexikalisch* oder *symbolisch* in die Zeichentriade eingehen, je nachdem, ob sich für das Repräsentamen und sein Objekt eine *Ähnlichkeit*, ein *ausschließlich hinweisender Charakter* oder ein von einer möglichen Ähnlichkeit *unabhängiger symbolischer Charakter* annehmen lasse (vgl. Fricke, 2007, S. 189). M. H. G. Hoffmann (2001) merkt an, dass für ein *Symbol* im Peirce'schen Sinne die Gesetzmäßigkeit insofern zweitrangig sei, als dass es primär darum gehe, mithilfe einer Gewohnheit – oder eines entsprechenden *Grounds* – dieses auch als Symbol zu verstehen und ihm Bedeutung beimessen zu können. So sei das Zeichen π nur dann ein Symbol, wenn ein*e Zeichenleser*in dies als ein solches Symbol deuten könne (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 12f).

„Das ‚Symbol‘ ist für Peirce ausschließlich, was die intelligible *Bedeutung* des hingemalten π determiniert und sein *Verständnis* ermöglicht. Hat es keine Bedeutung oder wird es nicht verstanden, dann ist es kein Symbol.“ (Hoffmann, M. H. G, 2001, S. 13, Hervorhebungen im Original)

Sáenz-Ludlow (2018) beschreibt drei Typen der ikonischen Beziehung zwischen dem Zeichen und seinem Objekt nach Peirce: Diagramm, Bild und Metapher.

„The *icon* is a sign vehicle determined by its Object by partaking in certain characteristics of that Object. In other words, the *icon* is a sign vehicle that bears some sort of resemblance or similarity to its Object.“ (Sáenz-Ludlow, 2018, S. 197, Hervorhebungen im Original)

Das Diagramm bilde skelettartig die Beziehungen zwischen Teilen des gemeinten Objekts ab. In einem Bild wird das gemeinte Objekt in Form von einfachen Qualitäten dargestellt und schließlich in der Metapher durch die Ähnlichkeit zum Objekt in etwas anderem (vgl. Sáenz-Ludlow, 2018, S. 197).

Hier soll ausführlicher auf den *Indexbegriff* nach Peirce eingegangen werden, weil er selbst damit Gesten, und zwar Zeigegesten, verbindet. Die Ausdifferenzierung in alle zehn Kategorien des Zeichens, die Peirce beschreibt, ist für meine Arbeit und den gewählten Forschungsfokus auf die Relation von Gestik und Lautsprache an dieser Stelle weniger bedeutsam und wird daher hier nicht im Detail ausgeführt.

Peirce ordnet Zeigegesten den indexikalischen Zeichen zu:

„I call such a sign an *index*, a pointing finger being the type of the class. The index asserts nothing; it only says "There!" It takes hold of our eyes, as it were, and forcibly directs them to a particular object, and there it stops.“ (Peirce, 1885, S. 181)

Und an anderer Stelle heißt es:

„The index [...] forces the attention to the particular object intended without describing it.“ (Peirce, 1931, CP 1.369)

Peirce beschreibt hier mit dem Zeigen rein indexikalisches, hinweisendes Zeigen. M. H. G. Hoffmann (2001) und Schreiber (2010) greifen diesen Gedanken auf und schreiben dem Zeigen ebenfalls indexikalischen Charakter zu.

„Der Finger zeigt allein auf etwas, ohne etwas Inhaltliches zu behaupten (er behauptet allein, dass das existiert, was er indiziert) und ohne eine Bedeutung zu vermitteln [...]“ (Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 11)

Schreiber (2010) verweist ebenfalls darauf, dass indexikalische Zeichen wie ein Finger auf etwas hinweisen oder zeigen würden, das Ding an sich aber dabei nur in seiner Existenz, nicht aber in seiner Gestalt oder weiteren Eigenschaften beschreiben würde (vgl. Schreiber, 2010, S. 33).

Dazu ist anzumerken, dass der zeigende Finger insofern aus Sicht des*r Zeichenleser*in gewissermaßen etwas zu dem referierten Ding behauptet oder zumindest etwas dazu beschreibt, als dass es bspw. einen Unterschied des Zeigens auf einen riesigen Gegenstand, wie etwa ein Kreuzfahrtschiff, zu dem Zeigen auf einen winzigen Gegenstand, wie ein Stecknadelkopf, geben kann: Im ersten Fall wird mutmaßlich eine große Zeigegeste im Sinne eines ausgestreckten Arms, möglicherweise auch mit einer Flachhand anstatt eines zeigenden Fingers, erzeugt. Im zweiten angenommenen Fall beschränkt sich das Zeigen vermutlich eher auf die klassisch zeigende Hand mit dem Zeigefinger, möglicherweise werden Fingerglieder gekrümmt und der Zeigefinger *so spitz wie möglich* auf das gemeinte Objekt und dessen Raumpunkt ausgerichtet. Die Form des Zeigens verweist also damit auf das gemeinte Objekt und genau genommen behauptet es auch etwas zu diesem Objekt, nämlich im Beispiel etwa zu seiner Größe oder einer ungefähren im Vergleich zu einer sehr genauen Ortsangabe. Zeigen dient damit nicht immer rein der Aufmerksamkeitssteuerung, sondern kann auch mit beschreibenden Aspekten zum gemeinten Gegenstand verbunden sein oder wird zumindest an die jeweilige Zeigesituation angepasst ausgeführt. Auch McNeill (2005) beschreibt bei seinen Gestendimensionen (vgl. Kap. 3.1.4), in welchen er auch das Zeigen aufführt, dass Gesten einer Mehrdimensionalität unterliegen.

„[...] we often find iconicity, deixis, and other features mixing in the same gesture.“ (McNeill, 2005, S. 41)

Es wird also offenbar kontextabhängig eine bestimmte Zeigeform ausgewählt, möglicherweise eben deshalb, weil die ausgewählte Zeigeform besonders praktikabel in Bezug auf das zu Zeigende ist. Ein rein indexikalisches Zeigen stellt damit mutmaßlich eine bestimmte Form, möglicherweise die idealisierte oder standardisierte Form des Zeigens dar.

Kita (2003) führt aus, dass aus Zeigegesten weitere Zeichen entwickelt werden könnten und unterstreicht damit die Zentralität von Zeigegesten.

„For example, a pointing gesture can create an iconic representation by tracing a shape or a movement trajectory [...]“ (Kita, 2003, S. 2)

Fricke (2007) betont, dass Zeigegesten insbesondere redebegleitend Bedeutungskomponenten aufweisen würden, die in der Lautsprache nicht vorhanden sind.

„Obligatorische und fakultative Zeigegesten sind nicht redundant, sondern sie fügen den von ihnen begleiteten Deiktika etwas hinzu. Innerhalb der Lokaldeixis wird der Äußerung eines Verbaldeiktikons wie *hier* [...] durch eine begleitende Zeigegeste, die auf einen Raumpunkt oder eine Entität hinweist, eine Komponente hinzugefügt, die die Äußerung von *hier* selbst nicht aufweist.“ (Fricke, 2007, S. 58, Hervorhebungen im Original)¹⁷³

Darüber hinaus beschreibt Fricke (2007) sogenannte *einfache Zeigegesten*, die entweder auf einen Raumpunkt mit einem entsprechend gemeinten Objekt bzw. einen Raumpunkt *ohne* damit verbundene Entität, oder in eine Richtung weisen würden *ohne* zusätzliche ikonische Komponente (vgl. Fricke, 2007, S. 278ff). Demgegenüber werden „komplexe Zeigegesten mit ikonischer Komponente“ (Fricke, 2007, S. 283) beschrieben.

„Komplexe Zeigegesten sind solche Zeigegesten, die eine Entität nicht nur deiktisch lokalisieren, sondern zugleich ikonisch präsentieren. Es handelt sich um Zeigegesten mit ikonischer Komponente bzw. um ikonische Gesten mit deiktischer Komponente. Welche der beiden Komponenten überwiegt, hängt vom jeweiligen Äußerungskontext ab.“ (Fricke, 2007, S. 283)

In Huth (2014) konnte ich in mathematischen Situationen von Lernenden Zeigegesten rekonstruieren, die mathematische Relationen zwischen Dingen ausdrücken und dabei ein Ding anzeigen, das *im Vergleich zu einem anderen Ding* aufgrund übereinstimmender Eigenschaften betrachtet werden soll (vgl. Huth, 2014, S. 169). Damit ist dieses Zeigen erneut keine reine Aufmerksamkeitssteuerung auf den *einen* angezeigten Gegenstand, sondern wird innerhalb der Interaktion „als gemeinsam geteilt geltende Deutung“ (vgl. Krummeheuer, 1992, S. 18; Kap. 4.2) verwendet, und zwar in der Art einer Vereinbarung zwischen den Interagierenden, nämlich das angezeigte Ding im Vergleich zu dem anderen Ding zu betrachten, also gewissermaßen ikonisch in seiner Ähnlichkeit und Unähnlichkeit abzugleichen. Im mathematischen Sinne emergiert in dieser Lernendeninteraktion mit dem so etablierten Zeigen eine Abbildung der Eigenschaften zwischen den beiden Dingen (vgl. Huth, 2014, S. 169). Hier dient das Zeigen als Verweis auf ein oder zwei im Vergleich zu betrachtende Dinge und erhält durch den in der Interaktion etablierten gemeinsamen Hintergrund der Schülerinnen eine über den indexikalischen Charakter hinausgehende inhaltlich-fachliche Relevanz und auf interaktiver Ebene eine *Rahmungssensitivität*: Der Gebrauch der Geste aktiviert im Verlauf der Interaktion eine vertraute Deutung bzw. *Rahmung* als Zeigen auf ein Ding im Vergleich der mathematisch relevanten – hier raumgeometrischen – Eigenschaften eines anderen Dings. Das *Zeigezeichen* erhält damit trotz seiner Flüchtigkeit als Geste überdauernden Charakter und basiert im Gebrauch auf eine interaktiv vereinbarte Deutungsregel. Es wird mit dieser für die Beteiligten jederzeit rekonstruierbaren und anwendbaren Deutungsregel, vergleichbar zu einem innerhalb einer Sprachgemeinschaft etablierten lautsprachlichen Begriff, zum

¹⁷³ Mit *obligatorischen* Zeigegesten meint Fricke (2007) diejenigen Zeigegesten, die notwendig begleitend zu lautsprachlichen Deiktika geäußert werden *müssen*. *Fakultativ* sind diejenigen Zeigegesten, die begleitend zum lautsprachlichen Deiktikon geäußert werden *können* (vgl. Fricke, 2007, S. 88 u. S. 155).

interaktiven Mittel für das gleiche Gemeinte. Man könnte hier im Peirce'schen Sinne formulieren, dass das zunächst indexikalisch verwendete Zeigen durch interaktive Aushandlungen im Zeichenprozess eine auf einer gewissermaßen interaktiv ausgehandelten Deutungsregel basierende symbolische Dimension im Gebrauch erhält und dabei eine ikonische Abbildung eines raumgeometrischen Objekts fokussiert. Es wird gewohnheitsmäßig verwendet als Zeigen auf einen Stein im Vergleich zu dem an ähnlicher Stelle verbauten Stein im anderen Gebäude. Kadunz (2007) führt aus, dass im Zeigen, im indexikalischen Gebrauch, „[...] Handlung und Herstellung von Inskriptionen zusammentreffen“ (Kadunz, 2007, S. 460) und an diesem Kristallisationspunkt Erkenntnis entstehen könne. Als Beispiel führt er von Schüler*innen modellartig handelnd und später auch grafisch gestaltete Aufgabebearbeitungen an und unterscheidet zwischen dem hinweisenden und dem darstellenden Zeigen. Ersteres weise auf etwas hin, letzteres stelle etwas dar, was zuvor nicht sinnlich zugänglich gewesen wäre (vgl. Kadunz, 2007, S. 461).

Im zweiten konstruierten Beispiel von oben, beinhaltet das groß ausgeführte Zeigen auf ein Kreuzfahrtschiff die *indexikalische*, rein auf das Objekt hinweisende Komponente und durch die große Ausführung gleichzeitig eine ikonische Dimension als Abbildung eines dominanten Merkmals des zu zeigenden Gegenstands. Durch die *Ikonizität* wird das Gemeinte nun nicht mehr austauschbar bzw. unabhängig von dem Zeigen darauf und das Zeigezeichen nicht mehr nur rein *indexikalisch* verwendet, es erhält in Kadunz (2007) Worten beschrieben, eine darstellende Komponente. Schlussfolgernd fasst Kadunz (2007) zusammen:

„[...] in einem solchen Zeigen spielt Unterschiedliches zusammen: Wahrnehmung, Bewegung, Sprache und etwas, das für das Lernen von Mathematik wohl wesentlich ist, das Grafische. Durch das Zeigen erwirtschaften sich die Lernenden gleichsam diesen Mehrwert des Sinnlichen, nämlich eine neue Sicht auf die Frage bzw. Problemstellung.“ (Kadunz, 2007, S. 462)

Die Ausführungen zum Zeigen verbunden mit der Argumentation von Kadunz (2007) verweisen darauf, dass bezüglich der Zeigegesten durchaus ein komplexes Feld hinsichtlich ihrer Funktionen (für das Mathematiklernen) eröffnet wird und sich in der Praxis von Interaktion Zeigegesten häufig nicht ausschließlich als rein *indexikalische* Zeichen darstellen bzw. in der Analyse rekonstruieren lassen, auch wenn sie bei Peirce als Beispiel *indexikalisch* verwendeter Zeichen angeführt werden. Der Einbezug von Zeigegesten durch Peirce selbst in seine Zeichentheorie unterstreicht jedoch nochmals die Betrachtung von Gesten innerhalb dieser Theorie und eröffnet für die vorliegende Arbeit eine weitere Begründung zur Auswahl seiner Semiotik. Sein Index-Begriff, den er auf die zeigenden Gesten bezieht, ist dabei zunächst so zu verstehen, dass ein solcher gewissermaßen idealisierter Index nichts Inhaltliches zu dem referierten Ding aussagt, sondern lediglich darauf hinweist, dass etwas existiert, aber weniger, was etwas ist (vgl. Rohr, 1993, S. 79).

„Ein Index gibt also primär die Existenz seines Objektes an, die es ausweisenden Qualitäten und spezifischen Charakteristika müssen aber über Ikonen und Symbole vermittelt werden.“ (Rohr, 1993, S. 78f)

6.2 Der triadische Zeichenbegriff nach Peirce

In Peirce' Zeichentheorie erscheinen vor allem die Kategorien der Erstheit, Zweitheit und Drittheit als universale und zentrale Elemente (vgl. Peirce, 1931, CP I.343ff; Fricke, 2007, S. 183). Diese Grundprinzipien beschreiben, inwiefern ein Element im Rahmen der Zeichentheorie in Relation zu einem anderen steht.

„It is therefore not surprising to find that beyond the three elements of Firstness, Secondness, and Thirdness, there is nothing else to be found in the phenomenon.“ (Peirce, 1931, CP I.347)

Es sind nach Peirce alle Relationen höherer Ordnung aufgebaut auf triadischen Relationen (vgl. Peirce, 1931, CP I.347). Diese triadische Struktur spiegelt sich auch in Peirce' Definitionen des Zeichens als Gesamtheit aus *Repräsentamen*, *Objekt* und *Interpretant* und in seinen Subklassifikationen des Zeichens wider. Peirce selbst bezeichnet sich in leicht ironischem Ton sogar als ein Opfer, das an „Triadomanie“ (Peirce, 1931, CP I.568) leide. In Peirce' umfangreichen Schriften finden sich zahlreiche Zeichendefinitionen.¹⁷⁴ Den Definitionen gemein ist die Betrachtung der drei Korrelate *Zeichen/Repräsentamen*, *Objekt* und *Interpretant* in ihrer triadischen Beziehung.

„Now the relation of every sign to its object and interpretant is plainly a triad.“ (Peirce, 1931, CP I.292)

Dabei ist anzumerken, dass die Gewichtungen der in den jeweiligen Definitionen genannten Aspekte sich teilweise über die Zeit des Peirce'schen Schaffensspektrums und je nach ihrer Eingebundenheit verschieden akzentuiert darstellen. Diese Verschiedenheit wird im vorliegenden Kapitel an ausgewählten Stellen aufgeführt, aber weniger im Zentrum der folgenden Auseinandersetzung stehen. Hier soll vielmehr eine für meine Arbeit zentrale Zeichendefinition von Peirce dargelegt werden. Diese wird in mathematikdidaktisch orientierten Arbeiten häufig genutzt und erhält damit eine weitere Legitimierung ihrer Verwendung auch in meiner Forschung (vgl. u. a. Dörfler, 2005; Hoffmann, M. H. G., 2001; Kadunz, 2007, 2015; Presmeg, 2006; Schreiber, 2010; Sáenz-Ludlow, 2006). Sie umfasst das folgende, bekannte Peirce Zitat:

„A sign, or *representamen* is something which stands to somebody for something in some respect or capacity. It addresses somebody, that is, creates in the mind of that person an equivalent sign, or perhaps a more developed sign. That sign which it creates I call the *interpretant* of the first sign. The sign stands for something, its *object*. It stands for that object, not in all respects, but in reference to a sort of idea, which I have sometimes called the *ground* of the representamen.“ (Peirce, 1932, CP 2.228, Hervorhebungen im Original)

¹⁷⁴ Robert Marty stellt auf einer Internetseite 76 Definitionen des Zeichens von Peirce zusammen (vgl. Marty, <https://arisbe.sitehost.iu.edu/rsources/76DEFS/76defs.HTM>)

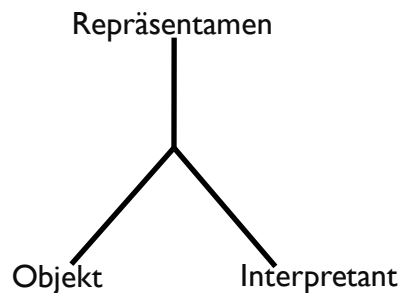


Abb. 6.2_1 Die Peirce'sche Zeichentriade

Wie bereits beschrieben, wird das Zeichen darin bezüglich seiner drei Relata *Repräsentamen*, *Interpretant* und *Objekt* definiert, wobei die Begriffe *Zeichen* und *Repräsentamen* in Peirce's Ausführungen zunächst scheinbar synonym gebraucht werden. Darauf wird weiter unten noch eingegangen. Das aufgeführte Zitat lässt sich so verstehen, dass es offenbar eine wahrnehmbare Form des Zeichens, nämlich sein *Repräsentamen* gibt, das für jemanden in gewisser Hinsicht für etwas – sein *Objekt* – steht. Im Geiste des*r Zeichenleser*in erzeugt das Zeichen einen *Interpretanten*, zu verstehen als eine Interpretation des Zeichens in Bezug auf sein *Objekt*. Über die drei Korrelate hinaus, betont Peirce am Ende des Zitats den sogenannten *Ground* des Repräsentamens. Dieser wird ebenfalls später noch ausführlicher beleuchtet (vgl. Kap. 6.3 u. Kap. 7.1). Es soll hier zunächst genügen, darunter eine Art *Deutungshintergrund* zur Erzeugung eines oder mehrerer *Interpretanten* zu verstehen, der aus Deutungserfahrungen des*r Zeichenleser*in besteht und aus neuen Erfahrungen gespeist wird. Er determiniert laut dem Peirce'schen Zitat (Peirce, 1932, CP 2.228) die Art und Weise, wie das Zeichen für sein Objekt steht.

Häufig wird der Peirce'sche Zeichenbegriff grafisch als eine Triade wie in Abbildung 6.2_1 dargestellt,¹⁷⁵ welche die Relation aller drei Aspekte verdeutlicht und Peirce' Betonung der triadischen Struktur von Zeichen Rechnung trägt (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2001; Schreiber, 2010). Peirce grenzt sich damit deutlich ab von dyadischen Zeichenbegriffen:

„The triadic relation is *genuine*, that is its three members are bound together by it in a way that does not consist in any complexus of dyadic relation.“ (Peirce, 1932, CP 2.274, Hervorhebungen im Original)

Bei Schreiber (2010) erfährt diese Darstellung durch die Hinterlegung mit dem *Ground* des Repräsentamens eine Erweiterung (vgl. Schreiber, 2010, S. 36). Mit dem Begriff *Zeichen* ist bei Peirce häufig die *Gesamtheit* gemeint mit ihren drei Korrelaten *Repräsentamen*, *Objekt* und *Interpretant*. An verschiedenen Stellen nutzt er aber auch die Begriffe *Repräsentamen* und

¹⁷⁵ In einigen Publikationen findet man auch Darstellungen als Dreieck mit den Eckpunkten Zeichen, Objekt und Interpretant (vgl. z. B. Fricke, 2007, S. 186; Rohr, 1993, S. 50 u. S. 63). Dies entspricht aber nicht der Betonung der triadischen Struktur des Zeichens nach Peirce und verdeutlicht in weniger geeigneter Form die Einheit und das aufeinander bezogen Sein aller drei Relata. Es gibt bei Peirce eben keine Beziehung zwischen Repräsentamen und Objekt *ohne* Interpretanten und ebenso nicht zwischen Repräsentamen und Interpretanten *ohne* Objekt oder zwischen Objekt und Interpretanten *ohne* Repräsentamen. Genau dies könnte aber eine Darstellung in Dreiecksform suggerieren.

Zeichen synonym. Nach Peirce ist der Begriff *Repräsentamen* zu begrenzen („confine“ Peirce, 1931, CP I.540) auf die *Operation* eines Zeichens oder seine *Relation* zu einem Objekt für einen Interpreten (Peirce, 1931, CP I.540). Dies deutet auf einen Anwendungsaspekt und ein Verständnis des Repräsentamens stärker als Zeichen- bzw. Repräsentationsmittel hin. Insgesamt erscheint über die vielfältigen Schriften von Peirce aber die Nutzung beider Begriffe – *Zeichen* und *Repräsentamen* – nicht ganz einheitlich. An einer Stelle äußert sich Peirce zum Gebrauch der Begriffe wie folgt:

„I use these two words, *sign* and *representamen*, differently. By a *sign* I mean anything which conveys any definite notion of an object in any way, [...]. Now I start with this familiar idea and make the best analysis I can of what is essential to a sign, and I define a *representamen* as being whatever that analysis applies to. [...] all signs convey notions to *human minds*; but I know no reason why every representamen should do so.“ (Peirce, 1931, CP I.540, Hervorhebungen im Original)

Gerade mit dem letzten Satz wird noch einmal deutlich, dass erst etwas, das als *Zeichen* wahrgenommen wird, tatsächlich *zum Zeichen* werden kann und auch nur dann „[...] convey notions to *human minds* [...]“ (s. Zitat oben, Peirce, 1931, CP I.540). Ein *Repräsentamen* alleine kann dies nicht leisten, sondern erhält gleichsam erst durch seine Wahrnehmung durch eine*n Zeichenleser*in und der Erzeugung eines Interpretanten seine Zeichenhaftigkeit. Die Begriffe *Repräsentamen* und *Zeichen* scheinen also Ähnliches für Peirce zu bedeuten, wobei *Repräsentamen* hier in gewisser Weise offenbar stärker als *Gebrauch* oder *Verwendung* des Zeichens zu sehen ist. In der vorliegenden Arbeit möchte ich die Begriffe *Zeichen* und *Repräsentamen* in gleicher Weise verwenden: *Zeichen* verweist auf die Gesamtheit der drei Relata *Repräsentamen*, *Objekt* und *Interpretant*, wobei *Repräsentamen* *Zeichenmittel* im Zeichenprozess und damit eines der Korrelate in der Zeichentriade meint. Dies wird m. E. auch in der oben aufgeführten und für meine Arbeit grundlegenden Zeichendefinition von Peirce in diesem Sinne deutlich (vgl. Peirce, 1932, CP 2.228).

Das *Repräsentamen* ist dabei das, was als wahrnehmbares Zeichen gelten kann. Der Einfachheit halber, kann man sich dies als äußeres Zeichen oder veräußerlichtes Zeichen vorstellen (vgl. Schreiber, 2010, S. 32), also z. B. als gesprochenes Wort oder auch als Geste, und damit gewissermaßen als Gestalt des Zeichens, wenngleich sich diese Wahrnehmung auch auf einen reinen Gedankengang beziehen kann. ‚Äußerlich‘ ist hier also durchaus als relativ zu betrachten und eher im Sinne von wahrnehmbar, auch gedanklich wahrnehmbar, zu verstehen. Peirce beschreibt nämlich, dass selbst ein Gedanke zu einem neuen Zeichen werden kann, der in einem sogenannten „train of thoughts“ (Peirce, 1934, CP 5.284) dann immer weitere Gedanken durch eine Kette von Interpretationsprozessen der gedanklichen Zeichen hervorbringen könne. Damit wäre ein Zeichenprozess also auch rein mental und damit innerlich im Geiste eines einzelnen Subjekts möglich, wie oben bereits angeführt wurde. Das *Repräsentamen* steht in Bezug auf seinen *Ground* für ein *Objekt* oder referiert auf dieses *Objekt*. Dies gilt auch für den *Interpretanten*, der ebenso auf das *Objekt* bezogen ist, wenn auch

möglicherweise in weiterentwickelter Form, als es für das *Repräsentamen* angenommen werden kann.

Das *Objekt* kann beschrieben werden als etwas, das vermeintlich mit dem Zeichen gemeint ist (vgl. Schreiber, 2010).

„Das ‚object‘ versteht sich als das, was dem Erzeuger des äußerlichen Zeichens vom Beobachter desselben als das ‚Gemeinte‘ unterstellt wird.“ (Schreiber, 2010, S. 32, Hervorhebungen im Original)

Es ist dabei nicht notwendigerweise ein Ding oder Gegenstand bzw. etwas taktil Erfahrbares oder gewissermaßen materialisiertes, wie etwa eine schriftliche Fixierung. Eco (1979) bemerkt zu dem, was das *Objekt* sein kann:

„[...] it is clear that the object is not necessarily a thing or a state of the world but a rule, a law, a prescription: it appears as the operational description of a set of possible experiences.“ (Eco, 1979, S. 181)

Fricke (2007) kommt zu folgenden Einschätzungen zum *Objekt* in der Peirce'schen Triade:

„[...] alles, was zum Gegenstand des Denkens, Fühlens und Wollens, der Wahrnehmung oder auch nur der Vorstellung gemacht werden kann, ist ein mögliches Objekt innerhalb einer Zeichentriade.“ (Fricke, 2007, S. 192)

Als Gedankenexperiment kann man sich Folgendes überlegen: Das, was als *Objekt* nach Peirce von Schreiber (2010), Eco (1979) und Fricke (2007) beschrieben wird, ist genau genommen ihr Interpretant zum *Repräsentamen* der Peirce'schen Ausführungen zum *Objekt*. Nach Schreiber (2010), der davon ausgeht, dass das *Objekt* nach Peirce das sei, was der*die Zeichenleser*in dem*r Zeichenerzeuger*in unterstellt gemeint zu haben, wäre dies nun also das, was er als Zeichenleser dem Zeichenerzeuger Peirce unterstellt, mit dem Begriff *Objekt* gemeint zu haben. Genauso verhält es sich bei Eco (1979) und Fricke (2007), wobei offenbleibt, ob Schreiber (2010), Eco (1979) und Fricke (2007) gegenseitig ihre Ausführungen zum *Objekt* bei Peirce kennen. Alle drei äußern als neues *Repräsentamen* ihren jeweiligen Interpretanten zum *Objekt*, dargestellt in den obigen Zitaten aus den jeweiligen Arbeiten.

Und meine Ausführungen zu dem, was Schreiber (2010) Fricke (2007) und Eco (1979) als neues *Repräsentamen* in Folge ihres Interpretanten äußern bezüglich des *Objekts*, was sie Peirce unterstellen damit gemeint zu haben, wenn er als *Objekt* beschreibt, dass es das sei, was der*die Zeichenleser*in dem*r Zeichenerzeuger*in unterstellt, gemeint zu haben, ist mein als neues *Repräsentamen* geäußertes Interpretant bezüglich des *Objekts*, was ich den Zeichenerzeuger*innen Schreiber (2010), Fricke (2007) und Eco (1979) unterstelle gemeint zu haben, mit dem, was sie Peirce unterstellen gemeint zu haben mit dem *Objekt* als das, was der*die Zeichenleser*in dem*r Zeichenerzeuger*in unterstellt gemeint zu haben, usw.

Der Zeichenprozess nach Peirce stellt sich als unendlich dar und kann mithilfe der Peirce'schen Zeichentriade, wie in Abbildung 6.2_2, grafisch dargestellt werden: Es zeigt sich eine komplexe

Verkettung von Zeichentriaden, die jeweils aus Repräsentamen (R), Objekt (O) und Interpretant (I) bestehen und entsprechend der eben gemachten Ausführungen inhaltlich gefüllt werden. Es geht ein Zeichenprozess voraus und er wird potentiell unendlich weitergeführt, was anhand der jeweils zu Beginn und am Ende der Darstellung eingefügten drei Punkte deutlich wird. So folgen auf eine Zeichentriade, die man Peirce unterstellen kann, drei Zeichentriaden, die man jeweils im Einzelnen Schreiber (2010), Fricke (2007) und Eco (1979) zuordnen kann. Sie sind nebeneinander angeordnet, weil hier nicht bekannt ist, ob Schreiber (2010), Eco (1979) und Fricke (2007) gegenseitig ihre Ausführungen kennen.¹⁷⁶ Schließlich folgt eine Zeichentriade, die man mir zuordnen kann, denn ich erzeuge ja gerade auch wieder ein neues Repräsentamen, das potentiell für eine*n Zeichenleser*in zum Zeichen werden kann, wenn er*sie es als solches wahrnimmt, z. B. in der Rolle des*r Leser*in dieser Forschungsarbeit. Es zeigt sich also ein Zeichenprozess von äußerlich wahrnehmbaren Repräsentamen, die für ein Objekt stehen und bei Zeichenleser*innen einen Interpretanten hervorrufen, der dann wieder als Repräsentamen in eine neue Zeichentriade eingeht, usw.

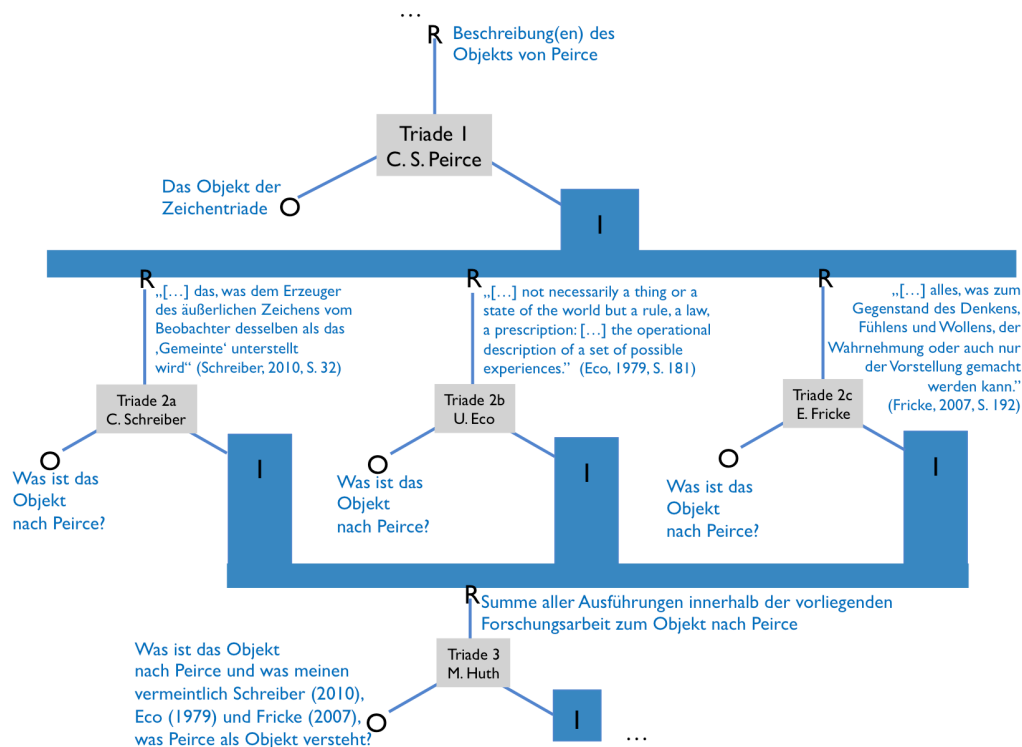


Abb. 6.2_2 Grafisch dargestellter Zeichenprozess zur Bedeutungsgenese des Objektbegriffs nach Peirce

Objekt, Repräsentamen und Interpretant zeigen sich hierbei erneut ausschließlich als in triadischer Relation zueinander beschreibbare Relata des Zeichens.

„[...] denn jedes der drei Glieder einer Zeichenfunktion setzt ja in seiner Funktion die beiden anderen voraus – und zwar gleichzeitig.“ (Rohr, 1993, S. 49)

¹⁷⁶ Dies ist bei Eco (1979) vermutlich gegenüber Fricke (2007) und Schreiber (2010) aufgrund der unterschiedlichen Veröffentlichungsjahre eher nicht anzunehmen, soll hier aber nicht weiter beachtet werden.

Peirce selbst sagt zur Beziehung von *Zeichen* und *Objekt*:

„The Sign can only represent the Object and tell about it. It cannot furnish acquaintance with or recognition of that Object; for that is what is meant in this volume by the Object of a Sign; namely, that with which it presupposes an acquaintance in order to convey some further information concerning it.“ (Peirce, 1932, CP 2.231)

Dies ist m. E. so zu verstehen, dass das Zeichen – äußerlich wahrnehmbar als Repräsentamen der Triade – das Objekt lediglich repräsentieren kann, nicht aber die Kenntnis dessen, was das Objekt ist, bereitstellen kann. Damit das Zeichen weitere Informationen zum Objekt zur Verfügung stellen kann, ist eine wie auch immer geartete Kenntnis über das Objekt Voraussetzung. Der*die Zeichenleser*in oder -interpret*in bedarf also bereits einer Kenntnis über das Objekt. Diese Kenntnis kann wiederum nur im durch das Zeichen erzeugten Interpretanten, der als neues Repräsentamen geäußert werden kann, deutlich werden und speist sich mutmaßlich aus dem im Zitat von Peirce (Peirce, 1932, CP 2.228) angesprochenen *Ground* des Repräsentamens, der später noch aufzugreifen sein wird. Dies wurde auch in den oben zitierten Ausführungen von Rohr (1993) deutlich, die darauf verweist, dass im Peirce'schen Sinne Erkenntnis stets bereits Erkenntnis voraussetzt (vgl. Rohr, 1993, S. 18)

Peirce unterscheidet beim Objekt zwischen *unmittelbarem* und *dynamischem* Objekt (vgl. u. a. Peirce, 1933b, CP 4.536) und würde damit, wie Fricke (2007) konstatiert, nicht auf zwei verschiedene Objekte verweisen, sondern auf ein Objekt, das verschieden thematisiert sei (vgl. Fricke, 2007, S. 192ff). Als *unmittelbares* Objekt bezeichne Peirce das Objekt in der Triade, das durch das Zeichen repräsentiert werde und daher auch abhängig sei von dieser Repräsentation. Das *dynamische* Objekt sei demgegenüber unabhängig von der Repräsentation im Zeichen, sondern bestimme diese. Peirce bezeichnet es auch als „Reality“ (Peirce, 1933b, CP 4.536) oder als „really efficient but not immediately present Object.“ (Peirce, 1958b, CP 8.343). Rohr (1993) stellt das *dynamische* dem *unmittelbaren* Objekt bei Peirce gegenüber und beschreibt:

„Demgegenüber steht das dynamisch wirksame (oder auch reale) Objekt, das das Objekt außerhalb des Zeichens ist und kausal auf dieses einwirkt. Das Zeichen verweist auf das reale Objekt durch eine Andeutung, und genau diese Andeutung ist das unmittelbare Objekt. Das dynamische Objekt hat ein unabhängiges Sein und geht dem unmittelbaren Objekt voraus.“ (Rohr, 1993, S. 55)

Bikner-Ahsbahs (2008) versteht den Begriff des *dynamischen Objekts* bei Peirce als

„[...] Grenzbegriff, der die theoretische Objektauffassung beschreibt, die sich am Ende aller Interpretationsprozesse ergeben würde [...].“ (Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 110)¹⁷⁷

Rohr (1993) führt an, dass die Beschreibungen des dynamischen Objekts bei Peirce Parallelen zu seinem finalen Interpretanten aufweisen, denn beide seien

¹⁷⁷ Diese Objektunterscheidung dient in der vorliegenden Arbeit als Hintergrundwissen und soll daher hier keine weitere Ausführung erfahren. Weiterreichend diskutiert ist dies in M. H. G. Hoffmann (2001).

[...] regulative Prinzipien, unter denen aus einem Kontinuum einzelne Momente und Objekte (der Realität) ausdifferenziert werden.“ (Rohr, 1992, S. 65)

Die Frage danach, was bei Peirce der *Interpretant* des Zeichens ist, wird häufig zunächst mit der *Zeichenbedeutung* beantwortet. Rohr (1993) bezeichnet ihn als

„[...] das unverzichtbare dritte Korrelat der Zeichentriade, über das Träger und Objekt in Beziehung zueinander gesetzt werden – ein Zeichen steht ja zu einem interpretierenden Bewußtsein bzw. ist ganz allgemein interpretierbar, und diese Interpretierbarkeit wird durch den Interpretanten beantwortet.“ (Rohr, 1993, S. 61)

Rohr (1993) beschreibt den *Interpretantenbegriff* bei Peirce verbunden mit einer gewissen Unschärfe. Er werde als *Zeichenbedeutung*, als *das Interpretierende*,¹⁷⁸ als *Zeichenzusammenhang* in dem die Bedeutung des Zeichens durch eine*n Interpreten*in verstanden werde oder auch als *interpretierendes Zeichen* bei Peirce beschrieben. Dem *Interpretanten* sei damit eine doppelte Rolle zugeschrieben, einerseits als *Zeichenbedeutung* und andererseits als auf das Zeichen folgende und dieses interpretierende Zeichen (vgl. Rohr, 1993, S. 61). Dies beruhe auf den grundlegenden Peirce'schen Annahmen, dass Bedeutung ohne Interpretation nicht möglich sei und jede Interpretation eine Zeichentranslation in ein möglicherweise weiterentwickeltes Zeichen darstelle. Gleichzeitig verweist dies auf die Eigenschaft der Unendlichkeit von Zeichenprozessen:

„Jeder Gedanke folgt auf einen anderen und evoziert einen weiteren. Der Interpretant ist also notwendig das interpretierte und das interpretierende Zeichen zugleich. Allgemeiner ausgedrückt: Das Interpretierende muß zugleich selbst interpretiert werden [...]“ (Rohr, 1993, S. 62)

Man kann den *Interpretanten* also zunächst als *Bedeutung* verstehen (vgl. Fricke, 2007, S. 193), die dem Zeichen von dem*r Zeichenleser*in in Bezug auf sein*ihr eigenes Wissen, seine*ihre Erfahrungen und Deutungsroutrinen sowie den Situationskontext beigemessen wird. Nach dem oben aufgeführten Peirce Zitat (1932, CP 2.228) ist das wahrnehmbare *Repräsentamen* (ob im eigenen Geiste als Gedanke oder als äußerlich wahrnehmbarer Ausdruck in jeglicher Form) an jemanden gerichtet und erzeugt in dessen Geiste einen *Interpretanten*. Dieser *Interpretant* ist dann äquivalent zum ersten Zeichen, also dem *Repräsentamen*, oder auch weiterentwickelt zu diesem Zeichen zu sehen.

„But a sign is not a sign unless it translates itself into another sign in which it is more fully developed.“ (Peirce, 1934, CP 5.594)

Peirce subklassifiziert auch den *Interpretanten*. So beschreibt er einen *unmittelbaren*, *dynamischen* und *finalen* Interpretanten (Peirce, 2000c, SEM III, S. 223ff). In der Literatur liegen

¹⁷⁸ In einer Diskussion mit C. Schreiber stellten wir ergänzend zu Rohrs (1993) Ausführungen zum Interpretantenbegriff fest, dass dieser weniger *das Interpretierende* sein könne, wie von Rohr (1993) beschrieben, sondern unserer Auffassung nach vielmehr als das – wenn auch im unendlichen Zeichenprozess – *vorläufige Ergebnis einer Interpretation* verstanden werden muss.

unterschiedliche Meinungen zur Auslegung der verschiedenen Unterteilungen zum *Interpretant* nach Peirce vor (vgl. Fricke, 2007, S. 195), die hier aber nicht näher ausgeführt werden sollen.

Nach Peirce ist der *unmittelbare Interpretant* zu verstehen als eine *unmittelbare Wirkung* auf den*die Zeichenleser*in durch das Zeichen. Er sei derjenige Interpretant, der „[...] explizit oder implizit im Zeichen selbst dargestellt ist“ (Peirce, 2000c, SEM III, S. 216) und

„[...] die unmittelbar relevante, mögliche Wirkung, in ihrer unanalysierten, elementaren Ganzheit. Im Falle eines Zeichens, das von einem Geist interpretiert wird, ist er jene Idee [...], die erfaßt werden muß, damit das Zeichen seine Funktion überhaupt erfüllen kann, wobei diese Idee vollständig und unanalysiert gegenwärtig ist. Er kann eine Gefühlsqualität sein, die mehr oder minder vage ist, oder die Vorstellung einer Anstrengung oder Erfahrung oder eines durch die Stimmung einer früheren Erfahrung wachgerufenen Erlebnisses, und er kann die Vorstellung einer Form sein oder von irgend etwas, das ein allgemeiner Typ ist.“ (Peirce, 2000c, SEM III, S. 224f)

Peirce spricht also im Zusammenhang mit dem *unmittelbaren Interpretant* von einem vorläufigen, vagen, ersten und nicht weiter analysierten Eindruck eines Zeichens, den es bei dem*r Zeichenleser*in hervorruft. Der *dynamische Interpretant* wird dann verstanden als tatsächliche Wirkung auf den*die Zeichenleser*in (vgl. Peirce, 1933b, CP 4.536; Peirce, 2000c, SEM III, S. 225) bzw. als ein „[...] tatsächliches Ereignis, das tatsächlich aus dem Einfluß des Zeichens resultiert [...]“ (Peirce, 2000c, SEM III, S. 224).

„The *Dynamical Interpretant* is the actual effect that it has upon me, its interpreter.“ (Peirce, 1998, EP II, S. 498, Hervorhebungen im Original)

und weiter:

„The *Dynamical Interpretant* is whatever interpretation any mind actually makes of a sign.“ (Peirce, 1998, EP II, S. 499)

Als *finaler Interpretant* wird bei Peirce derjenige beschrieben, der eine Gewohnheit oder eine Art Konvention hervorbringt oder

„[...] die letzte Wirkung des Zeichens, insofern diese von der Beschaffenheit des Zeichens her intendiert oder vorbestimmt ist, welche dabei eine mehr oder minder gewohnheitsmäßige und formale Natur hat.“ (Peirce, 2000c, SEM III, S. 225)

Man kann den *finalen Interpretanten* also etwa als das verstehen, was oben bereits als Wahrheitsapproximation mit Verweis auf Rohr (1993) im Sinne einer finalen Deutung beschrieben wurde. Bedeutsam in Bezug auf mögliche Konventionalisierungsprozesse von gestischen und lautsprachlichen Zeichen in den zu untersuchenden mathematischen Gesprächen von Grundschüler*innen im Rahmen der vorliegenden Arbeit erscheinen beide Klassifikationen des Interpretanten, der *dynamische* und der *finale*. In Anbetracht eines unendlichen Zeichenprozesses, der nicht beendet, sondern vielmehr nur unterbrochen werden kann, erscheint einleuchtend, dass *dynamische Interpretanten* in diesem Prozess beobachtet werden können und es einen *finalen Interpretanten* in diesem Sinne im Prinzip nicht geben kann. Er ist ein hypothetisch anzunehmender Endpunkt eines solchen Zeichenprozesses.

„My Final Interpretant is [...] the effect the Sign *would* produce upon any mind upon which the circumstances should permit it to work out its full effect. [...] the Final Interpretant is the one Interpretative result to which every Interpreter is destined to come if the Sign is sufficiently considered. [...] The Final Interpretant is that toward which the actual tends.“ (Peirce, 1966, S. 413f, Hervorhebung im Original)

Es kann aber vermutet werden, dass es für bestimmte Gesten oder lautsprachliche Äußerungen zumindest vorläufige oder für den Moment der Interaktion geltende *finale Interpretanten* solcher Zeichen gibt, die zwischen den Interagierenden über den Verlauf der Interaktion etabliert werden und möglicherweise ein vorläufiges Ende eines Auseinandersetzungsprozesses mit einem mathematischen Problem markieren. Ich möchte diese *Interpretanten quasi-final* nennen, um die Vorläufigkeit mit Blick auf den unendlichen Prozess der Semiose und die Dynamik in Bezug auf eine potentiell immer mögliche Veränderung von Bedeutung zu betonen. Schreiber (2010) stellt die Wirkungen *finaler Interpretanten* (und meint damit die von mir als *quasi-final* bezeichneten Interpretanten) in Bezug auf Interaktionsprozesse heraus und zeigt an einem Beispiel aus seinen Daten, dass solche *Interpretanten* als Vorlage für folgende Problemlöseprozesse dienen könnten (vgl. Schreiber, 2010, S. 101). Im konkreten Beispiel bei Schreiber (2010) nutzten die Schüler*innen einen zuvor als *final* rekonstruierten *Interpretanten* in einem anderen Lösungsprozess eines vergleichbaren Problems als

„[...] selbst entworfener beziehungsweise bereits als erfolgreich erfahrener Algorithmus [...]. Dies spiegelt sich im linearen semiotischen Prozess ohne Widerstände und Sprünge wider. [...] Die Bearbeitung erscheint dadurch etwas formaler.“ (Schreiber, 2010, S. 101f)

Schreiber (2010) bezeichnet die aus seiner Forschung rekonstruierten Interaktionsverläufe in Bezug auf die Erstellung von Diagrammen und der Entwicklung von gemeinsamen *Rahmungen* dann als besonders erfolgreich, wenn durch einen *abduktiven Schluss* (vgl. Kap. 6.5) der Schüler*innen ein Rahmungswechsel emergiert und das Diagramm sich als *finaler Interpretant* der Schüler*innen rekonstruieren lässt, das dann als Vorlage oder Konvention in einer vergleichbaren Situation dienen kann (vgl. Schreiber, 2010, S. 101f u. S. 145). Dieser Rahmungswechsel, verstanden als eine Veränderung einer gewohnten Deutung, spiegelt die Auffassung Peirce' wider, der die Veränderung von Gewohnheiten zugunsten des Erwerbs neuer Gewohnheiten als Lernprozess herausstellt:

„To learn is to acquire a habit. What makes men learn? Not merely the sight of what they are accustomed to, but perpetual new experiences which throws them into a habit of tossing aside old ideas and forming new ones.“ (Peirce, 1976, NEM IV, S. 142)

In Anbindung an diese Überlegungen zu *quasi-finalen* Interpretanten und deren Wirkung auf zukünftige Zeicheninterpretationen ist die Bedeutsamkeit der Beschreibung weiterer verschiedener Arten von Interpretanten als „*intentional*“, „*effectual*“ und „*communicational*“ (Peirce, 1998, EP II, S. 478, Hervorhebungen im Original) nach Peirce für meine Arbeit herauszustellen.

Als *intentionaler Interpretant* beschreibt Peirce die Determination des Geistes der äußernden Person, also des*r Zeichenerzeugers*in. Der *effectual/wirksame Interpretant* ist beschrieben als Determination des Geistes des*r Zeichenlesers*in. Den *communicational* oder auch „*cominterpretant*“ (Peirce, 1998, EP II, S. 478, Hervorhebungen im Original) beschreibt Peirce als Determination des Geistes, der sich aus dem Geiste des*r Zeichenleser*in und der*s Zeichenerzeuger*in zusammensetzt. Nach Peirce gibt es also so etwas wie einen *gemeinsamen*, gewissermaßen *sozialen* Geist, der zwischen zwei Interagierenden erzeugt werden kann und von Peirce auch „*commens*“ (Peirce, 1998, EP II, S. 478) genannt wird.

„It consists of all that is, and must be, well understood between utterer and interpreter, at the outset, in order that the sign in question should fulfill its function.“ (Peirce, 1998, EP II, S. 478)

Dies verweist unmittelbar auf das *soziale Potential*, das hier stärker als oben als nahezu inhärent in der Peirce'schen Zeichentheorie verstanden werden kann. Es unterstreicht die Möglichkeit der Nutzung dieser Theorie für die Analyse von sozialen Aushandlungsprozessen bzw. Interaktionen, wie sie in der vorliegenden Arbeit vorgenommen wird (vgl. Kap. 8.7 u. Kap. 9).¹⁷⁹

Es wurde bereits mehrfach herausgestellt, dass die Zeichentriade sich nicht auf ein einzelnes, unabhängiges Zeichen bezieht, sondern, wie M. H. G. Hoffmann (2001) beschreibt, dass alles Denken, alle Kommunikation, alle Eingebundenheit in die Welt durch Zeichen vermittelt ist (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 5). Auch Rohr (1993) weist darauf hin, dass nach Peirce' grundlegender These „[...] alles Denken ein Denken in Zeichen [...]“ (Rohr, 1993, S. 53) ist. *Repräsentamen* müssen damit nicht notwendigerweise *äußerlich* wahrnehmbar, also z. B. in Form einer hörbaren lautsprachlichen Äußerung, sein. Diese *äußerliche* Wahrnehmbarkeit, ist sozusagen mehr eine mögliche Eigenschaft des *Repräsentamens*, kann sich aber auch in Form eines mentalen Prozesses als nur für den*die Zeichenerzeuger*in, der*die dann gleichzeitig auch Zeichenleser*in ist, als gedanklich wahrnehmbar darstellen. *Repräsentamen*, ob mental oder äußerlich wahrnehmbar, erzeugen im Geiste eines*r Zeichenleser*in einen (oder mehrere) *Interpretanten*, die in der Folge erneut in eine Zeichenrelation eingehen können. Es ist nachvollziehbar, dass ein Zeichen kein von vorherigen Zeichen unabhängiges, einzelnes Ereignis ist, sondern eingebunden ist in einen potentiell unendlichen und komplexen Zeichenprozess (vgl. Schreiber, 2010, S. 148ff). Jeder erzeugte *Interpretant* kann von dem*r Zeichenleser*in erneut geäußert und damit erneut wahrnehmbar, also zum neuen *Repräsentamen* werden, das wiederum einen weiteren *Interpretanten* auslöst und auf ein *Objekt* bezogen ist. Peirce selbst beschreibt diese *Unendlichkeit der Semiose* folgendermaßen:

„Anything which determines something else (its *interpretant*) to refer to an object to which itself refers (its *object*) in the same way, the interpretant becoming in turn a sign, and so on *ad infinitum*.“ (CP 2.303, Hervorhebungen im Original)

¹⁷⁹ Der *Commens* von Peirce kann theoretisch Anbindung finden an die *Rahmung* bei Krummheuer (1992) und Schreiber (2010) (vgl. Kap. 4.2) sowie den *common ground*, wie er in den Theorien aus der Gestikforschung von Holler und Wilkin (2011, vgl. Kap. 3) oder im Kooperationsmodell von Tomasello (2008) angesprochen ist (vgl. Kap. 4.4). In Kapitel 7.2 soll darauf näher eingegangen werden.

Es gibt unter der breiten Betrachtung dessen, was zum Zeichen werden kann, innerhalb der Peirce'schen Zeichentheorie kein erstes und kein letztes Zeichen. Diese „unlimited semiosis“ (Eco, 1979, S. 193; Sáñez-Ludlow, 2006, S. 188) gilt auch für die bereits angesprochene Verkettung von gedanklichen Zeichen im Geiste eines einzelnen Menschen.

„There is no exception, therefore, to the law that every thought-sign is translated or interpreted in a subsequent one, unless it be that all thought comes to an abrupt and final end in death.“
(Peirce, 1934, CP 5.284)

Es wird an dieser Stelle auch deutlich, warum sich der Zeichenprozess mithilfe der Operationalisierung von Zeichentriaden im Rahmen meiner Analysen prinzipiell nur ausschnittsweise darstellen und rekonstruieren lässt. Da auch die Folge von Gedanken als Zeichenprozess im Peirce'schen Sinne verstanden werden kann, bleiben – mutmaßlich nicht geringfügige – Teile des Zeichenprozesses einer beobachtbaren Interaktionssituation im Verborgenen. Anders gesagt gehen der Gebrauch von Zeichen oder die äußerliche Gestalt von Zeichen als Repräsentamen durch lautsprachliche, gestische, handelnde, schreibende Äußerungen usw. vermutlich immer aus einem inneren Teil eines gesamten Zeichenprozesses hervor. In der Interaktion sind diese gedanklichen Zeichenprozesse, die mutmaßlich bei jedem der am Zeichenprozess bzw. der Interaktion Beteiligten ablaufen, nur durch ihre tatsächlich eingebrachten Äußerungen und die im Rahmen der Analysen vorgenommenen Rekonstruktionen ihrer Deutungszuschreibungen und der interaktiven Aushandlungsprozesse zugänglich. In den Analysen der vorliegenden Arbeit (vgl. Kap. 9) wird aus Sicht der Forscherin der Zeichenprozess rekonstruiert, der somit selbst bereits ein Konglomerat mehrerer in der Situation erzeugter Zeichenprozesse durch die Beteiligten ist. Dieser ist mir als Forscherin in Form von aufgezeichnetem Datenmaterial, das transkribiert wurde, zugänglich, also wiederum selbst in einen Zeichenprozess als Zeichen eingebunden. Die Transkripterstellung selbst stellt auch wieder ein neues Zeichen innerhalb dieses Gesamtprozesses, als eine Art Zwischenschritt in der Aufbereitung des Datenmaterials, dar. Die Vielschichtigkeit dieser Zeichenprozesse, auch auf verschiedenen Ebenen oder in Form von parallel ablaufenden Zeichensträngen (gedanklich, in der Interaktion aus Sicht der Interagierenden, im Analyseprozess aus Sicht der Forscherin, usw.) kann in ihrer Rekonstruktion aufgrund der hohen Komplexität und ihrer möglichen Vernetzungen auch in den Analysen und den Semiotischen Prozess-Karten in Anlehnung an Schreiber (2010) nur angedeutet werden.

Zunächst folgt nun nach einer Beschreibung dessen, was sich unter dem *Ground* des Zeichens nach Peirce verstehen lässt, eine Betrachtung von Forschungen aus der Mathematikdidaktik, welche die Peirce'sche Zeichentriade als Analyseinstrument nutzen. Im Anschluss daran soll dann auf die *Abduktion* als zentrale Schlussform in der Peirce'schen Semiotik eingegangen werden.

6.3 Peirce' *Ground* des Repräsentamens

Bei Peirce' Zeichendefinitionen wird auf den *Ground* des Repräsentamens verwiesen (vgl. Peirce, 1932, CP 2.228). Dieser spielt offenbar eine entscheidende Rolle bei der Deutung des Zeichens. Ein Zeichen steht demnach nicht grundsätzlich für sein Objekt, sondern nur in Bezug auf oder in Abhängigkeit von einem „ground of the representamen“ (Peirce, 1932, CP 2.228), der auch als *Idee* oder *Fundament* von Peirce bezeichnet wird (vgl. Peirce, 1931, CP 1.551; Peirce, 1932, CP 2.228.). Auf diesem *Ground* beruht also offenbar die Interpretationsleistung des*r Zeichenleser*in, also die Deutung des Zeichens in Form der Hervorbringung eines Interpretanten. Ich habe diesen *Ground* daher oben auch als *Deutungshintergrund*, der auf Erfahrungen basiert, bezeichnet. Er beinhaltet die oben angesprochenen Deutungsroutinen (vgl. Kap. 6.2), die auf interaktiven Aushandlungen basieren können. Peirce erläutert, dass *Idee* hier eher alltagssprachlich verstanden werden soll, und zwar mit zeitlichem Bezug: Eine vorherige, bereits vorhandene oder gedachte Idee wird erneut in Erinnerung gerufen, eine Idee eines*r Anderen wird aufgegriffen, es wird eine Zeit lang über etwas Gleichbleibendes nachgedacht und über diesen Zeitraum ist eine Idee präsent, wobei nicht ständig eine neue Idee erzeugt wird, so Peirce (vgl. Peirce, 1932, CP 2.228). Der *Ground* des Zeichens hat also, wenn auch über einen noch so kurzen Zeitraum, ein gewisses Maß an vorübergehender Stabilität und determiniert in diesem Zeitraum auf bestimmte Art und Weise die Zeicheninterpretation(en). Er basiert darüber hinaus offenbar auf vorherigen Erkenntnissen, die im Sinne einer unendlichen Semiose ebenfalls bereits auf vorherigen Erkenntnissen beruhen und von einem *Ground* als Deutungshintergrund gespeist waren. Rohr (1993) hat, wie bereits an anderen Stellen herausgestellt, bereits auf diese hier erkennbare grundlegende Peirce'sche Annahme hingewiesen: Es gibt nach Peirce keine Erkenntnis, der nicht bereits Erkenntnis vorausgeht, die also von bereits vorherigen Erkenntnissen bestimmt ist (vgl. Rohr, 1993, S. 18).¹⁸⁰ Erkenntnisse gehen also offenbar aus diesem *Ground* hervor und gewonnene, weitere oder neue Erkenntnisse gestalten diesen für nachfolgende Zeichenprozesse grundlegend mit. Auf solche vorausgehenden Erfahrungen oder Erkenntnisse weist auch Schreiber (2010) hin, wenn er den *Ground* des Repräsentamens interaktionstheoretisch als *Rahmung* versteht, die aufgrund von als vertraut erkannten Repräsentamen beim Individuum oder bei mehreren Individuen in Interaktionen aktiviert wird (vgl. Schreiber, 2010, S. 59). Als *Rahmungen* versteht Schreiber (2010), wie bereits in Kapitel 4.2 aufgeführt, „[...] als sozial geteilt geltendes, vorhandenes Wissen im Sinne von (Deutungs-)Rahmen“ (Schreiber, 2010, S. 59; Kap. 4.2). Zum *Ground* führt er an, dass er „[...] durch die Konzepte, Theorien, Gewohnheiten und Kompetenzen des Beobachters [Zeichenleser*in] determiniert“ (Schreiber, 2020, S. 36) sei.

Eco (1979) setzt sich ebenfalls mit dem *Ground* bei Peirce auseinander, insbesondere in Bezug auf die Begriffe *meaning* und *interpretant* (vgl. Eco, 1979, S. 180ff). Aus den unterschiedlichen

¹⁸⁰ Ähnliches kann man für die Schlussform der Abduktion nach Peirce (vgl. Kap. 6.5) beschreiben, die im Folgenden noch erläutert wird: Auch abduktive Schlüsse, die zwar genuin etwas Neues beinhalten, beruhen nach Peirce auf bereits Bekanntem (vgl. Peirce, 1958a, CP 7.536).

Definitionen, die Peirce bezüglich dieser beiden letztgenannten Begriffe aufführt, schlussfolgert Eco (1979)

„[...] in reference to different points of view, ground, meaning, and interpretant are in fact the same, since it is impossible to define the ground if not as meaning, and it is impossible to define any meaning if not as a series of interpretants.“ (Eco, 1979, S. 184)

Es wird an verschiedenen Stellen in Peirce' Schriften deutlich, dass die in der Peirce'schen Semiotik genutzten Begriffe *meaning*, *interpretant* und *ground* häufig einen nahen inhaltlichen Bezug aufweisen, was Ecos (1979) Einschätzung erklären kann: In Peirce (1931, CP 1.338) wird der Interpretant als *Idee* umschrieben, in Peirce (1932) CP 2.228 wird der *Ground* oder eine Idee als determinierend in Bezug auf die *Bedeutung* des Zeichens dargestellt und in Peirce (1933b) CP 4.132 führt Peirce aus:

„[...] the meaning of a sign is the sign it has to be translated into.“ (Peirce, 1933b, CP 4.132)

Dies wird wiederum an anderer Stelle als *Eigenschaft* des Interpretanten beschrieben (vgl. Peirce, 1934, CP 5.594). Man kann Eco (1979) hier in Bezug auf die inhaltliche Nähe der Begrifflichkeiten zustimmen. Alle drei Begriffe – *meaning*, *interpretant* und *ground* – sind zentral in Bezug auf das Peirce'sche Konzept von Deutung und Bedeutungsgenese in dem Prozess der unendlichen Semiose und zeigen sich als eng miteinander verwoben: Die *Bedeutung* eines Zeichens wird diesem in Abhängigkeit von einem anzunehmenden *Ground* zugeschrieben und etabliert sich im Zeichenprozess als *Interpretant* des Zeichens, welcher potentiell in den *Ground* weiterer Zeichen im Zeichenprozess eingehen kann und damit folgende Zeichendeutungen determiniert.

M. H. G. Hoffmann (1996) beschreibt den *Ground* des Repräsentamens als das „Allgemeine“ (Hoffmann, M. H. G., 1996, S. 7) und möchte darunter Theorien und Konzepte oder Erfahrungen, die von dem*r Zeichenleser*in als Interpretationshintergrund bei der Deutung des Zeichens genutzt werden, verstanden wissen. Damit wird dem *Ground* oder dem *Allgemeinen* des Repräsentamens ein subjektiver und dynamischer Charakter zugeschrieben, der situationsgebunden zu unterschiedlichen Deutungen, auch bei einem*r Zeichenleser*in, führen kann. Ecos (1979) oben ausgeführte Schlussfolgerung erscheint hierbei einleuchtend, wenn man sich in einem unendlichen Zeichenprozess vorstellt, dass erzeugte Interpretanten mit dem Status *quasi-final* den weiteren Zeichenprozess beeinflussen können, indem sie Teil des *Grounds* werden und in der Folge wiederum als Grundlage neuer Zeicheninterpretationen genutzt werden können. Auch Sáenz-Ludlow (2006) verweist auf die Entwicklung von Zeichen, durch die Generalisierungen und die Annäherung an konventionalisierte mathematische Bedeutungen möglich werde und erinnert damit an M. H. G. Hoffmanns (1996, S. 4) *Allgemeines*, wenn man diesen Begriff so verstehen will, dass er weniger Spezifisches auf eine bestimmte Situation aussagt, sondern generalisierende Aspekte dieser Situation hervorhebt.

„Dieses vermittelnde Allgemeine ist dabei nicht insofern ‚allgemein‘, als es für *alle* Menschen oder gar alle Lebewesen in gleicher Weise gegeben ist, sondern insofern, als es für einzelne

Lebewesen oder Gruppen von Lebewesen in verschiedenen *besonderen* Situationen zu ähnlichen Wahrnehmungen führt.“ (Hoffmann, M. H. G., 1996, S. 7, Hervorhebungen im Original)

Zunächst kontextgebundene Zeichen werden also im Zeichenprozess weiterentwickelt und zu Generalisierungen entfaltet, die dann in der Folge erneut als Deutungsrahmen/-grundlage, also als *Ground* neuer Repräsentamen genutzt werden können.

„From the continuous translation of signs into new signs a concomitant sequence of interpretants evolves giving rise to the emergence of meaning. This process of translation is in itself a process of interpretation through which signs become translated into less contextualized and therefore more generalized signs in the minds of the sign agents (interpreter or intender).“ (Sáenz-Ludlow, 2006, S. 188)

Dies wird auch von Schreiber (2010) in ähnlicher Weise beschrieben (vgl. Schreiber, 2010, S. 101 u. S. 151ff). Er führt aus, dass das *Allgemeine* und die *Rahmung*, eingebunden in ihren jeweiligen forschungstheoretischen Kontext, synonym verstanden werden könnten (vgl. Schreiber, 2010, S. 59). Schreiber (2010) rekonstruiert in seinen Daten schriftlich-grafisch basierter mathematischer Interaktionen Lernender, die er im Sinne von Peirce als semiotische Prozesse versteht, sogenannte „soziale“, „argumentative“ und „mathematische Rahmungen“ (Schreiber, 2010, S. 62).¹⁸¹ Er zeigt, dass diese Rahmungen und insbesondere Rahmungswechsel mit einer Veränderung von Gewohnheiten einhergehen und gleichzeitig Deutungsrahmen für neue Situationen bereitstellen.

Voigt (1994), der im Rahmen der Erläuterungen einer interaktionstheoretischen Perspektive die Mehrdeutigkeit von Objekten im Mathematikunterricht aufgrund von verschiedenem *Hintergrundwissen* beschreibt, meint mit diesem *Hintergrundwissen* vermutlich Ähnliches, wie Peirce mit dem *Ground*, M. H. G. Hoffmann (1996) mit dem *Allgemeinen* und Schreiber (2010) in Anlehnung an Krummheuer (1992) mit *Rahmung*. Voigt (1994) verbindet seinen Begriff des *Hintergrundwissens* auch mit Krummheuers (1992) Rahmungs begriff (vgl. Voigt, 1994, S. 85ff), auf den Schreiber (2010) sich beruft. Voigt (1994) betont dabei Dynamik und Veränderbarkeit dieses angenommenen *Hintergrundwissens*:

„Wenn zuvor von einem Hintergrundwissen die Rede war, ist damit nicht ein festes Wissen gemeint, das sich nicht im Interaktionsprozess ändern würde.“ (Voigt, 1994, S. 88)

Außerdem verweist Voigt (1994) darauf, dass Interaktionspartner*innen ihrem Gegenüber ein möglicherweise vom eigenen abweichendes *Hintergrundwissen* unterstellen und diese Unterstellung wiederum ihre Deutungen und Interpretationen sowie Folgehandlungen beeinflussen würde (vgl. Voigt, 1994, S. 86). Interaktionspartner*innen fragten sich demnach immer nach der möglichen Deutung des Gegenübers auf Grundlage eines nicht direkt verfügbaren und nur angenommenen *gemeinsamen Hintergrundwissens* bzw. eines als solches

¹⁸¹ Diese Rahmungskategorien habe ich in Huth (2011a, S. 234ff) aufgegriffen, allerdings in späteren Arbeiten nicht weiter verfolgt (vgl. Huth, 2014), weil ihre Zuordnung sich in den konkreten Daten als schwierig erwies. Ich bleibe daher bei dem Begriff der *Rahmung*, die dann beschrieben wird, ohne sie einer festen Kategorie zuzuordnen.

dem*r Interaktionspartner*in *unterstellten gemeinsamen Hintergrundwissens*. Dies findet wiederum eine Entsprechung in Tomasellos (2008) Kooperationsmodell, in dem die *geteilte Intentionalität* als zentraler Aspekt menschlicher Kommunikation herausgestellt wird und ebenso auf ein *gemeinsames Hintergrundwissen*, das sich Gesprächspartner*innen im Prinzip gegenseitig ebenso wie eine grundsätzliche Kooperationsbereitschaft unterstellen, verwiesen wird (vgl. Tomasello, 2008, S. 72ff; Kap. 4.4).

Wie die Ausführungen zum „ground of the representamen“ (Peirce, 1932, CP 2.228) zeigen, kann dieser offenbar ein Bindeglied zwischen einigen in der vorliegenden Arbeit verwendeten Theorien darstellen. Schreiber (2010) folgend, gilt dies in jedem Falle für die Semiotik und die Interaktionstheorie. Zu klären bleibt, ob hier auch eine Anbindung herausgearbeitet werden kann zu den verwendeten Theorien der Gestikforschung, die in Kapitel 3.2 beschrieben sind. Dies wird in Kapitel 7 Thema der Auseinandersetzung sein.

6.4 Die Peirce'sche Zeichentriade zur Analyse mathematischer Lehr-Lern-Situationen

In Kapitel 5 wurden Forschungen aus der Mathematikdidaktik vorgestellt, die eine semiotische Perspektive auf Mathematiklernprozesse einnehmen (vgl. Arzarello 2006; Arzarello & Paola, 2007; Arzarello et al., 2009; Sabena, 2008; Sáenz-Ludlow, 2006; Radford, 2005, 2007, 2008a, 2008b, 2009; Wille, 2020). Hier wurden vor allem die Zeichenmodi als *semiotische Ressourcen* in deren Auftreten, Funktion und Relation zueinander in mathematischen Lehr-Lern-Situationen in jeweils unterschiedlicher theoretischer Ausrichtung betrachtet. In der Forschung von Wille (2020) wurden Peirce' Zeichenkategorien *Icon*, *Index* und *Symbol* dazu genutzt, mathematische Gebärden der Österreichischen Gebärdensprache einzuordnen. In den folgenden Ausführungen sollen ebenso semiotische Forschungen zum Mathematiklernen dargestellt werden, und zwar explizit jene, welche die Peirce'sche Zeichentriade als *Analyseinstrument* nutzen. Auch in der vorliegenden Forschungsarbeit wird die Zeichentriade zum einen als theoretische Grundlegung des Zeichenbegriffs (vgl. Kap. 6.2), jedoch auch gleichzeitig als theoretischer Rahmen eines der Analyseinstrumente – der sogenannten *Semiotischen Prozess-Karten* von Schreiber (2010) – im adaptierter Form verwendet (vgl. Kap. 8.7.2), worauf sich diese fokussierte Betrachtung hier gründet.

Bei der Nutzung der Peirce'schen Zeichentriade als Analyseinstrument (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003b), sind vor allem die bereits zitierten Forschungen von Schreiber (2010) und Presmeg (2006) zu nennen. Zudem werde ich zusammenfassend die Ausführungen von Bikner-Ahsbahs (2008) darstellen, die eine etwas andere Fokussierung als Schreiber (2010) vornimmt und die in der Arbeit von Krause (2016) zu Gesten von älteren Schüler*innen aufgegriffen wird.

Schreiber (2010) untersucht chatbasierte mathematische Problemlöseprozesse von Grundschüler*innen, die über Tablets interagieren. Er interessiert sich dabei vornehmlich für die schriftlich-grafischen Darstellungen der Schüler*innen, die sie in einer dafür geeigneten

Chatumgebung zu verschiedenen Problemlöseaufgaben erstellen (vgl. Schreiber, 2010, S. 25). Dabei rekonstruiert Schreiber (2010) u. a. aus seinen Daten die Erstellung von Diagrammen aus Inskriptionen der Schüler*innen und die besondere Bedeutung dieser Diagramme für den mathematischen Lösungsprozess, die er als produktiv einschätzt (vgl. Schreiber, 2010, S. 146).

„Tatsächlich sind dazu auch die schriftlichen Fixierungen während der Bearbeitung für die eigene Seite des Settings eine Erleichterung für den gedanklichen Nachvollzug dieses Entwurfs. Die andere Seite des Settings muss sich allerdings die ‚Geschichte‘, die erzählt wird, aus den schriftlich-grafischen Externalisierungen, also den Inskriptionen und Diagrammen ‚erlesen‘. Um dieses ‚Lesen‘ erfolgreich durchführen zu können, muss die Rahmung übereinstimmen, bzw. die ‚Legende‘ zum Diagramm ‚gelernt‘ worden sein. Dann kann die ‚Geschichte‘ der anderen Seite verstanden werden und die Diagramme sind ohne Zweifel schriftliche Elaborate, die sich in die narrative Strukturierung einer interaktiv hervorgebrachten Problemlösung einfügen.“ (Schreiber, 2010, S. 147, Hervorhebungen im Original)

Auch Schreiber (2010) verwendet für seine Analyse zunächst die Interaktionsanalyse und rekonstruiert basierend auf den daraus gewonnenen und in den Daten hinreichend rekonstruierbaren Deutungen der Interagierenden den Zeichenprozess mithilfe sogenannter Semiotischer Prozess-Karten. Er stellt damit grafisch eine Verkettung von Peirce’schen Zeichentriaden als „komplexen semiotischen Prozess“ (Schreiber, 2010, S. 148) in den Karten dar, der es nicht nur ermöglicht, diesen Prozess abzubilden, sondern aus den Karten – im Peirce’schen Sinne als Interpretanten bzw. neue Repräsentamen – forschungsrelevante Erkenntnisse abzuleiten. Das verwendete Analyseverfahren wird für meine Forschungsarbeit aufgegriffen und entsprechend der fokussierten Gestik-Lautsprache-Relationen adaptiert (vgl. Kap. 8.7). Der Zeichenprozess, den Schreiber (2010) rekonstruiert, verläuft in der Regel weder linear noch einfach strukturiert in Bezug auf die aufeinanderfolgenden Äußerungen – modelliert als Repräsentamen und Interpretanten – und deren Relationen zueinander (vgl. Schreiber, 2010, S. 148f). Die Verbindung zur Interaktionstheorie wird in Schreibers (2010) Arbeit u. a. über das Konzept der *Rahmungen* in Anlehnung an Goffman (1974) und Krummheuer (1992) herausgestellt (vgl. Kap. 4.2). *Rahmungen* werden von Schreiber (2010) aufgegriffen und mithilfe der semiotischen Perspektive und dem Zeichenbegriff nach Peirce mit dem *Ground* verbunden und in Bezug auf die schriftlichen Fixierungen der Schüler*innen rekonstruiert. Die Prozessverläufe der Problembearbeitungen durch die teilnehmenden Schüler*innen werden bei Schreiber (2010) als Zeichenprozess modelliert, in den Semiotischen Prozess-Karten dargestellt und wie folgt in ihrer Komplexität beschrieben:

„Die Triaden beziehen sich zum Teil auf dasselbe Repräsentamen und erzeugen manchmal, trotz gleicher Rahmung, an anderen Stellen wegen unterschiedlicher Rahmungen unterschiedliche Interpretanten. Die Stränge [aus Zeichentriaden im Zeichenprozess, Anm. M.H.] verlaufen auch teilweise parallel, treffen wieder zusammen oder enden einfach, weil sie nicht weiter verfolgt werden.“ (Schreiber, 2010, S. 148)

Als besonderen Gewinn der semiotischen Perspektive und des entwickelten methodischen Verfahrens der Semiotischen Analyse anhand der Semiotischen Prozess-Karten, stellt Schreiber (2010) folgende Ergebnisse seiner Forschung heraus:

- Anhand der Semiotischen Prozess-Karten lassen sich in besonderer Weise Rahmungen und deren Wechsel, besonders als Folge abduktiver Schlüsse (vgl. Kap. 6.5) der Schüler*innen, darstellen (vgl. Schreiber, 2010, S. 150). Abduktive Schlüsse emergieren dabei vornehmlich aus Deutungswiderständen in den Interaktionen (vgl. Schreiber, 2010, S. 152). Mit den Semiotischen Prozess-Karten kann auf Mikroebene rekonstruiert werden, wie Diagramme zu *gemeinsamen* Diagrammen der interagierenden Schüler*innen werden und wie diese auch für andere Problemlöseprozesse genutzt werden können (vgl. Schreiber, 2010, S. 153). Diese Entwicklungen benennt Schreiber (2010) als „[...] Schritt zu einem ‚finalen Interpretanten‘ [...]“ (Schreiber, 2010, S. 150, Hervorhebung im Original), der in der Folge als neue Rahmung für weitere Auseinandersetzungen dienen könnte (vgl. Schreiber, 2010, S. 150).
- Nicht nur gemeinsam entwickelte Inskriptionen sind in Schreibers (2010) Einordnungen für den Lösungsprozess der Schüler*innen besonders produktiv, sondern vor allem auch die Möglichkeit der gegenseitigen Beobachtung der Entstehung dieser Inskriptionen durch die Schüler*innen und die ermöglichte gemeinsame Gestaltung der schriftlich-grafischen Darstellungen.

„Ist dies der Fall, sind die Bedingungen für die Entstehung gemeinsamer Inskriptionen besonders günstig. Dabei kann auch eine schrittweise Weiterentwicklung, im Sinne einer Erweiterung oder Formalisierung stattfinden.“ (Schreiber, 2010, S. 151)

Aus solchen Inskriptionen entwickelte Diagramme, deren „[...] mathematische Aussagekraft besonders hoch ist“ (Schreiber, 2010, S. 151) und anhand derer Einsichten durch eine in die soziale Praxis eingebettete Beobachtung und Manipulation gewonnen werden könnten, führen nach Schreiber (2010) zu einem besonders effektiven und erfolgreichen Lernen, das situationsübergreifende Effekte zeige. Diese hingen mit der durch die Erstellung von Diagrammen einhergehenden Formalisierung zusammen (vgl. Schreiber, 2010, S. 151; Peirce, 1931, CP I.54).

- Die Semiotischen Prozess-Karten ermöglichen auf forschungsmethodischer Ebene nach Schreiber (2010) vergleichende Analysen auch in anderen Bereichen, wie z. B. dem Kommunizieren und Argumentieren als wichtige Lernfelder des Mathematikunterrichts (vgl. Schreiber, 2010, S. 156ff). Schreiber (2010) betont, dass das Analyseinstrument der Semiotischen Prozess-Karten insbesondere für die Analyse schriftlich-grafisch basierter Problemlöseprozesse eingesetzt werden könne, er sich aber eine Analyse gestischer Äußerungen mit den Karten ebenso vorstellen kann (vgl. Schreiber, 2010, S. 153f). Den Einsatz der Karten sieht er als geeignet an für den Einsatz

in der universitären Lehrer*innenausbildung, um mikroanalytisch mathematische Lernbedingungen zu betrachten, aber darüber hinaus auch in allen anderen Phasen der Lehrer*innenbildung (vgl. Schreiber, 2010, S. 154ff).

- Die Semiotische Analyse könnte ein ergänzendes Verfahren zu anderen Analyseformen sein und darüber hinaus vergleichende Analysen von inskriptionsbasierten und vornehmlich mündlichen mathematischen Auseinandersetzungen ermöglichen, so Schreiber (2010) (vgl. Schreiber, 2010, S. 156f).

Presmeg (2006) nutzt ebenfalls die Peirce'sche Semiotik und entwickelt anhand des darin verwendeten Zeichenbegriffs das sogenannte „nested model of semiotic chaining“ (Presmeg, 2006, S. 169). Sie stellt heraus, dass insbesondere die Herstellung von Bezügen zwischen Mathematik und Alltag, verschiedener mathematischer Bereiche, aber auch zu anderen Fächern ertragreich für mathematisches Lernen sei. Daraus ergibt sich nach Presmeg (2006) der Anspruch an die Lehrkraft, Schüler*innen solche Erfahrungen zu ermöglichen (vgl. Presmeg, 2006, S. 163). Ebenso seien der Umgang und das Verständnis mit und von Symbolen, die Presmeg (2006) als Zeichen im Peirce'schen Sinne versteht, und die Teilhabe an einem mathematischen Diskurs zentrale Lernziele des Mathematikunterrichts (vgl. Presmeg, 2006, S. 163). Daher schätzt Presmeg (2006) die Semiotik als besonders geeignetes Werkzeug, um solche Prozesse zu beobachten und zu verstehen und Lernprozesse beschreiben zu können (vgl. Presmeg, 2006, S. 164). Ähnlich wie Schreiber (2010) betont auch Presmeg (2006), dass Zeichenprozesse nicht linear verlaufen würden (vgl. Presmeg, 2006, S. 165). Presmeg (2006) geht aber, anders als Schreiber (2010), nicht von einer möglichen Komplexität z. B. durch das Hervorrufen verschiedener Interpretanten zu einem Repräsentamen oder dem parallelen Verlauf mehrerer Zeichenstränge aus, sondern von einer Verschachtelung und Verkettung (vgl. Presmeg, 2006, S. 170 u. S. 171)

„[...] in which each sign 'slides under' the subsequent signifier“ (Presmeg, 2006, S. 164).

Der Bedeutung und Bedeutungsgenese schreibt Presmeg (2006) insbesondere in mathematischen Diskursen eine zentrale Rolle zu, was sie aus der Betonung des Interpretanten in Peirce' Zeichenmodell ableitet und stärker unter Berücksichtigung des*r Zeicheninterpret*in für die Analyse von Lehr-Lern-Prozessen in ihrer Darstellung als „nested model of semiosis“ aufnimmt (vgl. Presmeg, 2006, S. 171ff). In diesem Modell wird das triadische Zeichen aus Objekt, Repräsentamen und Interpretant im Sinne Peirce' als Objekt der folgenden Zeichentriade verstanden. Dabei kommt Presmeg (2006) in der Darstellung zu ineinander verschachtelten Rechtecken, wobei immer eines dieser Rechtecke eine Zeichentriade umrahmt und diese so angeordnet sind, dass das vorherige Rechteck insgesamt als Objekt des folgenden und diese beiden Rechtecke dann wiederum gemeinsam als Objekt des nächstfolgenden Rechtecks bzw. der nächstfolgenden Zeichentriade in Rechteckform dargestellt, abgebildet werden, usw. (vgl. Presmeg, 2006, S. 171). Anders als bei Schreiber (2010) und meinem analytischen Vorgehen, den Interpretanten als potentiell neues Repräsentamen zu verstehen (vgl. Kap. 6.2 u. Kap. 8.7.2), geht also bei Presmeg (2006) das

Zeichen in seiner triadischen Gestalt als Objekt in eine neue Zeichentriade ein. Das Modell stellt eine Verschachtelung und Kette dieser Verschachtelungen dar, erscheint aber in diesem Aufbau dann als linearer Ablauf. Anhand dieses Modells analysiert Presmeg (2006) mathematische Auseinandersetzungen und merkt an, dass die Anwendung dieser Analyse auf allen mathematischen Levels möglich sei (vgl. Presmeg, 2006, S. 178). Beispielhaft beschreibt sie die Einzelarbeit einer Lehrkraft und eines Lernenden (vgl. Presmeg, 2006, S. 173ff). Hierbei zeigt Presmeg (2006) durch ihr Modell die Verlinkungen der einzelnen Schritte im Auseinandersetzungsprozess.

„The nested model indicates more clearly not only the construction of the mathematical objects involved, but also the interpretive processes that are part of the creation of each sign and its meaning *for the participant* [...].“ (Presmeg, 2006, S. 178, Hervorhebung im Original)

Bikner-Ahsbahs (2008) nutzt den Peirce'schen Zeichenbegriff bzw. verwendet die Triade als Analyseinstrument und sogenannte „semiotische Sequenzanalyse“ (Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 105). Anhand dieser Sequenzanalyse seien mathematische Auseinandersetzungen von Lernenden analytisch effektiv vergleichbar (vgl. Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 105). Sie möchte Erkenntnisprozesse auf diese Weise idealtypisch beschreiben. Krause (2016) greift dieses Analyseinstrument für ihrer Forschungen auf (vgl. Kap. 5.1). Bikner-Ahsbahs (2008) fragt nach sogenannten *interessendichten Situationen* in mathematischen Interaktionen des Mathematikunterrichts und die soziale Herstellung dieser Situationen, sowie allgemeiner nach lernförderlichen und -hinderlichen Bedingungen im Rahmen dieser Interaktionen (vgl. Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 106). In den Daten sucht Bikner-Ahsbahs (2008) nach „[...] Erkenntnishandlungen als den Bausteinen von Erkenntnisprozessen“ (Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 109). Anhand dieser Erkenntnishandlungen könnten Phasen des Bearbeitungsprozesses rekonstruiert werden, die wiederum zur Idealtypenbildung führen (vgl. Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 109). Um die Zeichentriade und deren Korrelate füllen zu können, werden Äußerungen, als Zeichen verstanden und als Repräsentamen gesehen, die einen Interpretanten bei einem*r Zeichenleser*in auslösen und sich auf ein Objekt beziehen. Der Interpretant kann nach Bikner-Ahsbahs (2008) als neues Zeichen in einer weiteren Zeichentriade fungieren und hat ein unmittelbares Objekt, das sich auf das Ursprungsobjekt und dieses erste Zeichen bezieht. Diese Prozesse würden sich anhand interpretativer Verfahren rekonstruieren lassen und seien als Prozesse kollektiver Handlungen verstehbar (vgl. Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 110). In der semiotischen Sequenzanalyse rekonstruiert Bikner-Ahsbahs (2008) dann beispielhaft u. a. an einer Unterrichtssituation einen Zeichenprozess in Form einer linearen Kette von Triaden (vgl. Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 114), das sie als „[...] Diagramm triadisch zerlegter Interakte [...]“ (Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 113) bezeichnet. Weitere Beispiele zum Fortgang dieser Situation mit weiteren Darstellungen des Zeichenprozesses durch die semiotische Sequenzanalyse folgen (vgl. Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 114ff). Bei Bikner-Ahsbahs (2008) semiotischer Sequenzanalyse wird deutlich, dass, anders als bei Schreiber (2010), die Beziehungen zwischen den Objekten der aneinandergereihten Triaden besonders betont werden und in Form von Pfeilen vom vorausgehenden Objekt zum nächsten in der Darstellung

hervorgehoben werden. Ebenso erscheint die Linearität der Zeichenketten bei Bikner-Ahsbahs (2008) trotz ihrer Orientierung speziell an kollektiven Prozessen (vgl. Bikner-Ahsbahs, 2008, S. 113) unhinterfragt, während Schreiber (2010) gerade die komplexe Vernetzung der Zeichentriaden in Interaktionen herausstellt (vgl. Schreiber, 2010, S. 148ff). Bei den Interpretanten finden sich bei Bikner-Ahsbahs (2008) offenbar verschiedene mögliche Deutungen der Zeichen aufgelistet in ihrer Analyse, wobei offenbleibt, welche Deutung für die weitere Analyse als wahrscheinlich angenommen wird und woraus sich diese Auswahl begründet. Ebenso scheinen sich die Objekte ausschließlich auf die jeweiligen Interpretanten zu beziehen, während das Repräsentamen hier eher unbeachtet bleibt. Schreibers (2010) Semiotische Analyse bezieht in den Semiotischen Prozess-Karten, begründet in der triadischen Konstitution des Zeichens, bei der Rekonstruktion der Objekte auch das Repräsentamen mit ein, denn bei ihm sind die Objekte der Triaden:

„[...] eine Art Unterstellung [...], die der Interpret des Repräsentamens zu dem bei ihm hervorgerufenen Interpretanten dem Erzeuger des Zeichens als ‚gemeint‘ zuschreibt.“ (Schreiber, 2010, S. 149, Hervorhebung im Original)

Sie bilden damit in einem längeren grafisch mit den Karten dargestellten Zeichenprozess gewissermaßen eine Mischung aus dem unterstellt Gemeintem und dem tatsächlich Gemeintem durch das Zeichen ab. Auch Presmeg (2006) schreibt, wie oben dargestellt, den Objekten eine zentrale Rolle zu. Diese setzen sich in ihrem Ketten-Modell zur Darstellung des Zeichenprozesses aus den vorherigen Zeichentriaden zusammen (vgl. Presmeg, 2006, S. 170 u. S. 171). Es bleibt unklar, warum nicht der Interpretant als potentiell neu eingebrachtes Repräsentamen den weiteren Zeichenprozess gewissermaßen evoziert, wie es Peirce mehrfach in seiner Zeichentheorie herausstellt (vgl. Peirce, 1932, CP 2.228, CP 2.303 u.v.a.m.), sondern vielmehr das Objekt mutmaßlich treibender Motor des Zeichenprozesses bei Presmeg (2006) zu sein scheint. Die beiden Ansätze von Presmeg (2006) und Bikner-Ahsbahs (2008) schließen zwar eine Art Kontextbezug nicht grundsätzlich aus, ein derart theoretisch ausgearbeitetes Konzept wie der Rahmungsbezug bei Schreiber (2010) findet in den Analysen beider Forscherinnen aber weniger Beachtung, wobei Peirce explizit auf den *Ground* des Repräsentamens bei seiner Zeichendefinition verweist (vgl. Peirce, 1932, CP. 2.228).

„[...] we cannot comprehend an agreement of two things, except as an agreement in some respect, and this respect is such a pure abstraction as blackness. Such a pure abstraction, reference to which constitutes a *quality* or general attribute, may be termed a *ground*.” (Peirce, 1931, CP 1.551, Hervorhebung im Original)

Für meine Forschungsarbeit stellt sich daher der Ansatz von Schreiber (2010) als theoretisch wie methodisch gewinnbringend in verschiedener Hinsicht dar. Die Semiotischen Prozess-Karten modellieren den Peirce'schen Zeichenbegriff in einer besonders reflektierten theoretischen Nähe zur Peirce'schen Ursprungstheorie für die Analysen. Der Rahmungsbezug (vgl. Schreiber, 2010, S. 36f, Kap. 4.2) in Verbindung mit abduktiven Schlüssen (vgl. Kap. 6.5) der Schüler*innen ermöglicht es, zentrale Stellen der mathematischen Auseinandersetzung zu

identifizieren und theoretisch beschreiben zu können. Die Fokussierung grafisch-schriftlicher Fixierungen der Schüler*innen muss eine Erweiterung mit Blick auf die Erforschung von Gestik-Lautsprache-Relationen erfahren, was mit dem Forschungsinstrument der Semiotischen Prozess-Karten von Schreiber (2010) ohne weiteres möglich erscheint. Dies hat nicht nur eine ganz praktische Folge in der Erweiterung der Darstellung der Semiotischen Prozess-Karten um eine gestische Triade, wie sie in Kapitel 8.7.2 beschrieben und in Kapitel 9 in den Analysen umgesetzt wird. Die Erweiterung um die Betrachtung der Gestik öffnet darüber hinaus gewissermaßen das klassische Bild von Mathematik als genuin mit schriftlichen Zeichen verbundenen Wissenschaft (vgl. Dörfler 2006a, 2006b, 2015; Schreiber, 2010) und richtet den Blick auf ein mögliches Verstehen von Gesten in Relation zu lautsprachlichen Äußerungen als eben solche *mathematischen Zeichen* entsprechend Schreibers (2010) Beschreibung der Eigenschaften dieser (vgl. Schreiber, 2010, S. 14f).

Können Gesten in meinen Analysen tatsächlich als mathematische Zeichen rekonstruiert werden, würde diese Verschiebung oder Erweiterung des Blicks auf verschiedene Äußerungsmodi – im Speziellen auf Gestik und Lautsprache – in der Folge auch eine Erweiterung in den bisher aufgeführten Theorien ermöglichen: Aushandlungsprozesse von Interagierenden mit daraus möglicherweise resultierenden gemeinsamen *Rahmungen* aus als geteilt geltenden Deutungen (vgl. Krummheuer, 1992; Kap. 4.2), gemeinsam hervorgebrachte abduktive Schlüsse von Lernenden im Interaktionsverlauf (vgl. Kap. 6.5), das von Dörfler (2005, 2006a, 2006b, 2015) für das mathematische Lernen als zentral herausgestellte und von Schreiber (2010) aufgegriffene diagrammatische Arbeiten (vgl. Dörfler 2005, 2006a, 2015; Schreiber, 2010, S. 41f u. S. 146ff; Kap. 5.2); in all diesen Theorien müsste die Gestik folglich als *genuiner Bestandteil* mitgedacht und als potentiell diese Prozesse determinierende Komponente im mathematischen Lernprozess berücksichtigt werden, und zwar nicht als reiner *Ausdruck von* mathematischen Objekten, sondern potentiell *als diese mathematischen Objekte selbst*, nämlich dann, wenn sich Eigenschaften mathematischer Objekte an Gesten rekonstruieren lassen.

6.5 Abduktion als erkenntnisgewinnende Schlussform nach Peirce

In diesem Kapitel soll die Abduktion als erkenntnisgewinnende Schlussform in Anlehnung an Peirce dargestellt werden. Diese Schlussform wird als die zentrale logische Schlussform von dreien herausgestellt.¹⁸² Wenngleich die Abduktion aus forschungsmethodischer Perspektive (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 80ff) vielfach in dieser Arbeit implizit gegenwärtig ist, soll hier vornehmlich die Perspektive auf Abduktion als Form des Erkenntnisgewinns von Lernenden in den Blick genommen werden. Zur Abduktion in der Forschung werden, soweit passend, ergänzend Anmerkungen erfolgen. In Kapitel 6.4 wurde mit Bezug auf die Arbeiten von Schreiber (2010) herausgestellt, dass abduktive Schlüsse Lernender häufig mit

¹⁸² In frühen Arbeiten nennt Peirce diese Schlussform auch „Retroduction“ (Peirce, 1931, CP 1.65)

Rahmungswechseln einhergehen. Dies könnte sich auch in den Analysen der vorliegenden Arbeit zeigen lassen. Um dafür die nötigen theoretischen Grundlagen zu schaffen, folgen nach einer Darstellung allgemeiner Aspekte zur Abduktion, kurze Ausführungen zum abduktiven Schließen im Forschungsprozess, vornehmlich aber die Beschreibung der Bedeutung von Abduktionen in mathematischen Auseinandersetzungen Lernender. Das vorliegende Kapitel beschränkt sich auf die Abduktion, wenngleich an verschiedenen Stellen Bezüge zur Induktion und Deduktion, vor allem mit Blick auf Peirce' gemeinsame Betrachtung aller drei Schlussformen (vgl. Peirce, 1958b, CP 8.209), hilfreich erscheinen und dann auch erfolgen werden.

6.5.1 Was ist Abduktion?

Die Abduktion kann als das Generieren einer Hypothese aufgrund eines als überraschend oder mindestens erklärungsbedürftig eingestuften Ereignisses beschrieben werden. Dieses überraschende, erklärungsbedürftige Ereignis oder Phänomen kann sowohl im Forschungsprozess bspw. eine nicht erwartete Beobachtung in den Daten sein, aber auch eine Entdeckung von Lernenden z. B. bei der Auseinandersetzung mit einem mathematischen Problem umfassen. Abduktiv muss nun eine Erklärung für diese Beobachtung gefunden werden. Dies geschieht bewusst oder unbewusst in Rückbezug auf ein bereits bekanntes Gesetz oder eine bestehende Theorie, welche nun nicht mehr zur Anwendung kommen kann, weil sie das beobachtete Phänomen nicht hinreichend erklärt. Auf diese Weise kann der Geist eine Erweiterung erfahren. Damit ist Abduktion ein Prozess, der in gewissem Maße einen kreativen Akt beinhaltet, Theorien weiterentwickelt und gleichzeitig auf dem Wissen um nicht vorhandenes Vorwissen beruht.

„Abduction is the process of forming an explanatory hypothesis. It is the only logical operation which introduces any new idea; for induction does nothing but determine a value, and deduction merely evolves the necessary consequences of a pure hypothesis. Deduction proves that something *must* be; Induction shows that something *actually is* operative; Abduction merely suggests that something *may* be.“ (Peirce, 1934, CP 5.151, Hervorhebungen im Original)

Reichertz (2003/2013) formuliert, dass die Abduktion eine besondere Nähe zur qualitativen Induktion aufweise und Peirce selbst beide Schlussformen verwechselt habe (vgl. Reichertz, 2003/2013, S. 18). Die Abduktion sei immer dann gefragt, wenn vorhandenes Wissen an Grenzen stoße und etwas Beobachtetes nicht damit erklärt werden könne. Es sei dann eine geistige Leistung nötig, mit deren Hilfe man „[...] das Unverständliche verständlich macht“ (Reichertz, 2003/2013, S. 18) und dabei eine neue Regel erzeugt. Abduktionen sind dabei jedoch nach Reichertz (2003/2013)

„[...] menschliche und zeichenhafte Konstruktionen und kein Erkennen der ‚wahren‘ Wirklichkeit.“ (Reichertz, 2003/2013, S. 18)

Den Unterschied zwischen Abduktion und qualitativer Induktion sieht Reichertz (2003/2013) genau in dem Neuen, der geistigen Erfindung, die durchaus auch verrückt sein könne, weil

bekannte Regeln über die Welt ausgesetzt werden müssten und neue Regeln erzeugt werden (vgl. Reichertz, 2003/2013, S. 19). Nur dann nämlich, wenn man ohne vorherige Kenntnis oder bestehendes Vorwissen vom „geistigen Blitz“ (Reichertz, 2003/2013, S. 19) getroffen werde, so Reichertz (2003/2013), liege ein abduktiver Schluss vor.

Peirce beschreibt eine Abduktion allgemein wie folgt:

„The surprising fact, C, is observed;

But if A were true, C would be a matter of course,

Hence, there is reason to suspect that A is true.“ (Peirce, 1934, CP 5.189)

Diese drei Sätze können als *Resultat* bzw. *Fakt*, *Gesetz* und *Fall* bezeichnet werden (vgl. Meyer, 2007, S. 40). Als Beispiel einer Abduktion nach Peirce führt Meyer (2007) Keplers Schlussfolgerungen zur Umlaufbahn des Mars an, die auf den Messungen Brahes beruhten (vgl. Peirce, 1931, CP I.71ff). Kepler war davon überzeugt, dass die Planeten in kreisförmigen Umlaufbahnen um die Erde kreisen. Da aber Brahes Messungen zur Position des Mars nicht zu Kreisen als Umlaufbahn passten, zog Kepler schließlich den abduktiven Schluss, der eine neue Idee beinhaltete, dass Planeten und damit auch der Mars um die Sonne auf einer elliptischen Umlaufbahn kreisen müssten (Meyer, 2007, S. 41). Damit erfüllte dieser Schluss die kreative Dimension als Eigenschaft der Abduktion und das Erfinden einer neuen Regel zur Erklärung dessen, was bis dahin nicht erklärbar erschien.

M. H. G. Hoffmann (2003a) beschreibt als abduktives Schließen, in dem eine kreative Dimension enthalten sei,

„[...] denjenigen Prozess, in dem ein Mensch angesichts einer als problematisch oder erklärungsbedürftig empfundenen Erfahrung eine erklärende Hypothese bildet.“ (Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 1)

Die Abduktion führt vom Besonderen zum Allgemeinen und hat den Rang einer Hypothese, die einer Überprüfung bedarf. Der Anteil an Entdeckung und neuen Ideen verweist darauf, dass die Abduktion nicht zwingend wahr ist. Neuen Ideen haftet in einem gewissen Grad das Risiko an, sich, eventuell nach eingehender Prüfung, als nicht wahr herausstellen zu können. Gerade deshalb ist die Abduktion eine Art kreativer Schlüssel zu neuen Erkenntnissen und offenbar erklärt sich hierin auch ihre Einzigartigkeit, etwa in Abgrenzung zu den Schlussformen der Induktion und der Deduktion, die ebenfalls von Peirce beschrieben sind (vgl. Peirce, 1931, CP I.65ff).

„Eine Abduktion ist darin originär, daß sie als einzige Art von Argumenten eine neue Idee in Umlauf bringt.“ (Peirce, 2000a, SEM I, S. 394)

Peirce entwickelte über die Zeit seines philosophischen Schaffens die Definition von Abduktion weiter, von der getrennten Betrachtung von Induktion, Deduktion und Abduktion bis hin zu einer Zusammenschau der drei Schlussformen im Sinne einer Erkenntnistheorie.

„*Abduktion* ist für Peirce der Schluss von Fakten auf eine diese erklärende Hypothese, während *Induktion* allein als der Prozess der Bestätigung von Hypothesen durch Fakten definiert wird.“ (Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 5f, Hervorhebungen im Original)

M. H. G. Hoffmann (2003a) weist darauf hin, dass die frühen Ausführungen Peirce' zur *Abduktion* diese als *logischen Schluss* einordnen, während spätere Arbeiten sie eher als eine *Methode im Forschungsprozess* zum Erkenntnisgewinn beschreiben würden (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 2).

Deduktion ist in diesem Dreischritt von *Abduktion*, *Deduktion* und *Induktion* derjenige Schritt, mithilfe dessen man:

„[...] im Blick auf mögliche experimentelle Situationen aus dieser Hypothese notwendige Konsequenzen ableiten [kann], die dann ‚induktiv‘ getestet werden.“ (Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 16, Hervorhebung im Original)

Meyer (2007) beschreibt *Deduktion* als das Schließen von einem Fall und einem gegebenen Gesetz auf ein Resultat und betont ihren tautologischen Charakter, weil sie eine Aussage über eine Aussage treffe, ohne etwas Neues zu beinhalten (vgl. Meyer, 2007, S. 34).

„Eine *Deduktion* führt, Korrektheit von Gesetz und Fall sowie richtige Anwendung vorausgesetzt, zu sicheren Resultaten. Sie ist ein denknotwendiger und sicherer Schluss.“ (Meyer, 2007, S. 33)

Selbst beschreibt Peirce in seinen späteren Arbeiten dazu das Zusammenspiel der drei Schlussformen *Abduktion*, *Deduktion* und *Induktion* wie folgt:

„The first, which I call *abduction* [...] consists in examining a mass of facts and in allowing these facts to suggest a theory. In this way we gain new ideas; [...] The second kind of reasoning is *deduction*, or necessary reasoning. It is applicable only to an ideal state of things, or to a state of things in so far as it may conform to an ideal. It merely gives a new aspect to the premisses. It consists in constructing an image or diagram in accordance with a general precept, in observing in that image certain relations of parts not explicitly laid down in the precept, and in convincing oneself that the same relations will always occur when that precept is followed out.¹⁸³ [...] The third way of reasoning is *induction*, or experimental research. Its procedure is this. *Abduction* having suggested a theory, we employ *deduction* to deduce from that ideal theory a promiscuous variety of consequences to the effect that if we perform certain acts, we shall find ourselves confronted with certain experiences. We then proceed to try these experiments, and if the predictions of the theory are verified, we have a proportionate confidence that the experiments that remain to be tried will confirm the theory. I say that these three are the only elementary modes of reasoning there are.“ (Peirce, 1958b, CP 8.209, Hervorhebungen im Original)

Hier steht die *Abduktion* zu Beginn eines Forschungs- oder Erkenntnisprozesses. Die *Abduktion* führt aufgrund von Beobachtungen zum Aufstellen einer nicht notwendigerweise

¹⁸³ Es fällt auf, dass *Deduktion* bei Peirce (1958b, CP 8.209) nahezu identisch zum *mathematical reasoning* in Peirce (1931, CP 1.54) beschrieben wird. Mathematisches Denken ist für Peirce folglich ein Beispiel bzw. Anwendungsfall für *Deduktion*.

wahren, vermuteten („to suggest“, s. Zitat oben) Theorie, eine reine Annahme, dass etwas – die beobachteten *Fakten*, wie M. H. G. Hoffmann (2003a, S. 16) es nennt – so sein könnte. Die *Deduktion* leitet nach dem Gebot dieser Theorie, so als wäre sie wahr, mögliche und vielfältige Konsequenzen daraus ab und die *Induktion* überprüft dann experimentell das tatsächliche Eintreten dieser Konsequenzen. Die aufgestellte Theorie lässt sich auf diese Weise bestätigen oder verwerfen.

Eine kritische Auseinandersetzung mit dem Konzept der Abduktion nach Peirce bietet u. a. M. H. G. Hoffmann (1999, 2003a). Er beschreibt verschiedene Probleme, die mit der Abduktion nach Peirce verbunden sind, u. a. die Unterscheidung und Abgrenzung von Abduktion und Induktion (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 2ff; Hoffmann, M. H. G., 1999, S. 271f), auf die auch Reichertz (2003/2013) hinweist. Peirce selbst sagt zu Abduktion und Induktion:

„Abduction makes its start from the facts, without, at the outset, having any particular theory in view, though it is motived by the feeling that a theory is needed to explain the surprising facts. Induction makes its start from a hypothesis which seems to recommend itself, without at the outset having any particular facts in view, though it feels the need of facts to support the theory. Abduction seeks a theory. Induction seeks for facts.“ (Peirce, 1958a, CP 7.218)

Abduktion ist demnach der Weg von Fakten zu Ideen bzw. Theorien oder, wie Rohr (1993) es ausdrückt „[...] von der *Wirkung* auf die *Ursache*“ (Rohr, 1993, S. 90, Hervorhebungen im Original), während Induktion der Weg von Ideen und Theorien zu Fakten ist, um eine statistische Bewertung der Ideen bzw. deren Wahrscheinlichkeit vornehmen zu können (vgl. Peirce, 1932, CP 2.642).

„Every induction tests the conclusion of some abduction, and provides the grounds for supporting it.“ (Peirce, 1932, CP 2.663)

M. H. G. Hoffmann (1999) kommt zu dem Schluss, dass der Nutzen der Unterscheidung Peirce' von Abduktion und Induktion im Folgenden bestehe:

„It is *one* thing to imagine possible representations or interpretations for a set of data, and it is *another* thing to confirm or refute hypothetically assumed representations and interpretations.“ (Hoffmann, M. H. G., 1999, S. 275, Hervorhebungen im Original)

Auch Meyer (2007) weist auf Probleme mit dem Konzept der Abduktion bei Peirce hin (Meyer, 2007, S. 50ff). Hier wird u. a. aufgeführt, dass fraglich bleibe, wie man durch einen Geistesblitz der Abduktion zu einer häufig *richtigen* Hypothese gelangen könnte, außer durch den Vorgang des Ratens und hierbei sei wiederum fraglich, wie man mit recht hoher Treffsicherheit einen wahrscheinlich richtigen Schluss ziehen könne und z. B. einen anderen möglichen Schluss ausklammere. Dies ließe sich im Peirce'schen Sinne nur dadurch erklären, dass jede Abduktion auf vorherigen Erkenntnissen beruhe und doch gleichzeitig etwas Neues

hervorgebracht werde.¹⁸⁴ In den Grundzügen wurde das bereits oben mit Verweis auf Rohr (1993) angesprochen (vgl. Rohr, 1993, S. 18; Kap. 6.1). Meyer (2007) spricht in diesem Zusammenhang von einem „kognitiven Hintergrund“ (Meyer, 2007, S. 51), der Grundlage der jeweiligen Abduktion sei (vgl. Meyer, 2007, S. 51f). Abduktionen basieren also, wie grundsätzlich die Erkenntnis nach Peirce, auf vorhergehenden Erkenntnissen, man könnte auch sagen, auf vorhergehenden Abduktionen. Gleichzeitig führen Abduktionen nach Schreiber (2010) potentiell zu Rahmungswechseln, bestimmen also damit den *Ground* (den „kognitiven Hintergrund“ bei Meyer, 2007, S. 51) für folgende vergleichbare Situationen. Abduktionen werden aufgrund bestimmter zu diesen Abduktionen führenden Interpretanten von Zeichen generiert. Man könnte daher auch sagen, dass Abduktionen letztlich Interpretanten von beobachteten Phänomenen als Zeichen sind. Möglicherweise sind sie dann eine Art von *quasi-finalem Interpretant*, der auf Vorläufigkeit beruht und dabei so lange als wahr gelten kann, bis er anhand von deduktiver Ableitung von Konsequenzen und induktiver Überprüfung dieser widerlegt wird (vgl. Peirce' Prämisse der Vorläufigkeit wissenschaftlicher Erkenntnis, beschrieben in Rohr, 1993, S. 18).

6.5.2 Abduktion als Erkenntnisgewinn im Forschungsprozess

Abduktion stellt insbesondere in der qualitativen Sozialforschung (Reichert, 2003/2013) und daran anknüpfend in der mathematikdidaktischen Unterrichtsforschung eine zentrale Schlussform dar. Krummheuer und Brandt (2001) verweisen auf die Möglichkeit der Theoriegenese mittels Abduktion.

„Durch die Formulierung, d. h. Konstruktion, einer geeigneten theoretischen Alternative wird es möglich, das beobachtete Phänomen als weniger überraschend zu verstehen, also zu erklären.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 80)

Wenn auch die Abduktion aufgrund ihres Risikos, sich als falsch herauszustellen, ein relativ schwacher Schluss sei, beruhen nach Peirce alle wissenschaftlichen Theorien auf Abduktionen (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 80). Bei dem forschungsmethodischen Modell der Abduktion zur Erklärung eines überraschenden Phänomens müsse nach Auswahlkriterien von alternativ erklärenden Hypothesen gefragt werden, die bei Krummheuer und Brandt (2001) auf einer komparativen Analyse gründen (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 81; Kap. 8.7).

Ein Fall oder ein überraschendes Ereignis wird also im Forschungsprozess in den Daten beobachtet, auf eine bestehende Theorie bzw. ein bereits verfügbares Forschungsergebnis

¹⁸⁴ Es stellt sich möglicherweise so dar, dass vor der Erzeugung einer wie hier beschrieben wahrscheinlich *richtigen* Hypothese mutmaßlich bereits, wenn auch nur gedanklich, mehrere andere Schlüsse gezogen wurden. Auch eine Abduktion kann nur aus vorherigen Zeichenprozessen hervorgehen, die vermutlich dann auch bereits in diesem Sinne eine Reihe von *falschen* Schlüssen hervorgebracht haben könnten, bevor man eine mit hoher Wahrscheinlichkeit zutreffende Abduktion erzeugen kann. Möglicherweise sind also alle vorherigen Abduktionen, die sich als falsch herausgestellt haben, nur gedanklich erzeugt worden, bevor eine wahrscheinlich richtige Hypothese als Abduktion überhaupt geäußert wird (persönliche Korrespondenz mit C. Schreiber).

zurückgeführt und mit der Einführung neuer Begriffe eine Hypothese aufgestellt, die das als überraschend eingestufte und beobachtete Ereignis erklären kann. Im weiteren Forschungsprozess und in Anlehnung an die obigen Ausführungen zu Peirce' Konzept der Schlussformen folgen als *Deduktion* die daraus abgeleiteten Konsequenzen. *Induktiv* müssen weitere Beispiele aus den Daten überprüft werden, um den abduktiven Schluss empirisch weiter evaluieren zu können, möglicherweise zu bestätigen oder zu entkräften. Es bedarf in Folge dessen möglicherweise einer Ausdifferenzierung der aufgestellten Theorie(n), eventuell in Abgrenzung zu den bereits verfügbaren Forschungsergebnissen. Sollten sich die *deduktiv* abgeleiteten Konsequenzen in der *induktiven* Überprüfung als *wahr* herausstellen, so würde dies die *abduktiv* erzeugte Hypothese oder Theorie zur Erklärung eines überraschenden Phänomens stützen.

Auf meinen Forschungsprozess bezogen könnte man etwa Folgendes beschreiben: Zu Beginn meiner Forschungsarbeit habe ich die Gestik in mathematischen Gesprächen Lernender als überraschendes Phänomen beobachtet, und zwar aufgrund ihrer Häufigkeit im Gebrauch der Lernenden in mathematischen Interaktionen. Es stand damit als *abduktiver*, überraschender Schluss zu Beginn meines Forschungsprozesses, dass Gesten offenbar bedeutsam in *mathematischen* Interaktionen Lernender sein müssten (und nicht nur für die Interaktion als solches). *Deduktiv* habe ich dann unter Annahme der Richtigkeit dieser Hypothese vielfältige Konsequenzen abgeleitet, z. B. dass sich dann Gesten in dieser Häufigkeit in sämtlichen mathematischen Interaktionen Lernender beobachten lassen müssten, z. B. auch bei Aufgaben aus verschiedenen mathematischen Bereichen. Es müsste sich darüber hinaus zeigen lassen, dass Gesten in diesen besonderen – nämlich mathematischen – Interaktionen nicht nur für den zwischenmenschlichen Austausch von Ideen herangezogen werden wie in allen anderen Interaktionen, sondern dass sie eine *fachliche* Relevanz für die interaktive Aushandlung des mathematisch Bedeutsamen aufweisen. *Induktiv* habe ich schließlich den Versuch unternommen, in den Daten nachzuweisen, dass Gesten nicht nur *Ausdruck* von mathematischen Ideen von Lernenden sind, sondern diese *genuin mitkonstruieren*, sie sozusagen als mathematische Zeichen von den Lernenden verwendet werden. In den Analysen in Kapitel 9 zeigt sich somit vornehmlich¹⁸⁵ der Prozess der *Deduktion*, in den Komparationen und Zusammenstellungen der Ergebnisse dann eher das Vorgehen der *Induktion*. Eine Zusammenstellung dessen, was *induktiv* die Hypothese vom Beginn meines Forschungsvorhabens stützt, lässt sich somit abschließend in Kapitel 10 bei den Forschungsergebnissen nachlesen.

¹⁸⁵ Ich benutze hier *vornehmlich* um deutlich machen zu können, dass die Arbeit an den Daten in der vorliegenden Arbeit stets davon geprägt war, sich gewissermaßen in diesem Dreischritt von Abduktion, Deduktion und Induktion zu bewegen. Der Analyseprozess ist also nicht rein als deduktives Vorgehen zu denken. Vielmehr ist diese Auseinandersetzung mit den Daten von einer spiralförmigen Bewegung innerhalb dieser drei Schlussformen geprägt: Aus einer Analyse können neue bzw. andere abduktive Schlüsse entstehen, die erneut deduktiv weiter verarbeitet und induktiv getestet werden können, andere haben sich vielleicht als nicht haltbar herausgestellt und werden verworfen und wieder andere abduktive Schlüsse werden ausgeschärft und erfahren eine Ausdifferenzierung, um erneut deduktiv und induktiv an den Daten angelegt überprüft zu werden usw.

6.5.3 Abduktion als Erkenntnisgewinn von Lernenden

In der vorliegenden Arbeit soll das Konzept der Abduktion genutzt werden, um vornehmlich erkenntnisgewinnende Momente in den mathematischen Interaktionen von Schüler*innen analytisch beschreiben zu können. Während insbesondere in späteren Darstellungen von Peirce etwa ab 1900 die Abduktion als Form der wissenschaftlichen Erkenntnisgewinnung verstanden wird, wird sie aktuell in der mathematikdidaktischen Forschung häufig zur Beschreibung des Erkenntnisgewinns von Schüler*innen genutzt. In Bezug auf das Lernen von Mathematik finden sich Ansätze, welche die Abduktion mit dem „Entdeckenden Lernen“ (vgl. Meyer, 2007, 2010), dem diagrammatischen Denken und Aspekten des Problemlösens (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003a; Schreiber, 2010) verbinden. Bei Meyer (2007, 2010) wird der Versuch unternommen, die begriffliche Unschärfe in Bezug auf Entdeckungen beim Mathematiklernen, die z. B. als *intuitiv* oder *neugeordnet* beschrieben werden, einerseits mit dem Konzept der Abduktion fassen zu können und andererseits einen Beschreibungsrahmen zu finden für den „[...] Kern des Entdeckens, das Entwickeln einer neuen Idee [...]“ (Meyer, 2010, S. 32). Bei M. H. G. Hoffmann (2003a) steht das diagrammatische Denken als Ermöglichungsrahmen abduktiver Schlüsse von Lernenden im Vordergrund (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 1f u. S. 16ff). Er beschreibt im Sinne von Peirce, dass alles Lernen in Zeichen geschehe und ohne Abduktion nicht möglich sei (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 11 u. S. 7). Aus diesen Annahmen heraus postuliert M. H. G. Hoffmann (2003a), dass der Umgang mit Zeichen und Repräsentationen Voraussetzung für die Möglichkeit des abduktiven Schließens von Lernenden sei (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 1f). Er verweist darauf, dass Peirce die Abduktion als einzige und elementare Form des Denkens bezeichnet hat, woraus geschlossen werden könnte, dass abduktives Schließen oder Denken Bestandteil jeglichen Lernens, auch und im Besonderen des mathematischen Lernens ist, so M. H. G. Hoffmann (2003a). Dies sei keinesfalls immer ein bewusster Vorgang. Letztendlich beschreibe Peirce sogar jegliche Wahrnehmung als einen unbewusst ablaufenden abduktiven Schluss, was auf die Breite der Definition hindeute, wie auch Schreiber (2010) herausstellt (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 5; Schreiber, 2010, S. 43).

Gleichzeitig betont Peirce, dass der Ursprung jeglicher Abduktion zunächst einmal in der *Wahrnehmung* eines Ereignisses als überraschend und erklärungsbedürftig bestehe. Nach M. H. G. Hoffmann (1996) ist die Rolle der Wahrnehmung bei der Abduktion problematisch und er beschreibt daher Wahrnehmung als Grenzfall der Abduktion. Abduktionen basierten immer auf einer Art vorhandenem Vorwissen, das im Falle der Wahrnehmung allein schon durch bspw. körperliche Gegebenheiten, z. B. das Sehen, in gewisser Weise begrenzt bzw. vorbestimmt erscheinen würde (vgl. Hoffmann, M. H. G., 1996, S. 26ff). Das Basieren auf Vorwissen beinhaltet auch, dass der*die abduktiv Schließende bereits eine gewisse Form des Begriffs von einem beobachteten Ereignis haben muss, um dies überhaupt als solches wahrnehmen zu können. M. H. G. Hoffmann (1996) verortet dieses Vorwissen im Konzept „des Allgemeinen“ (Hoffmann, M. H. G., 1996, S. 3), mit dem er auf Peirce' Beschreibung des

Grounds oder *Fundament* (Peirce, 1932, CP 2.228) eines Zeichens verweist (vgl. Hoffmann, M. H. G., 1996; Kap. 6.3). Es sei also vorausgesetzt, dass der*diejenige, der*die einen abduktiven Schluss vollzieht, bereits über eine die überraschende Tatsache erklärende Hypothese verfüge (Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 8).

„Wie wir aber zu dieser Hypothese kommen, bleibt an dieser Stelle offen, oder anders gesagt: Der eigentliche kreative Akt, eine Hypothese für eine erklärungsbedürftige Tatsache zu *finden*, ist ein Prozess, der mit Logik zunächst nichts zu tun hat.“ (Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 8, Hervorhebung im Original)

Meyer (2010) beschäftigt sich in seinem Artikel „Logik und Mystik des (entdeckenden) Lernens“ mit der Problematik, wie Lernende konkret zu neuem Wissen kommen, was bei Peirce weitgehend unbeantwortet bleibe, so Meyer (2010) (vgl. Meyer, 2010, S. 40ff). Abduktion gebe auch bezüglich des Erkenntnisgewinns in der Forschung keine tatsächliche Anleitung zur Bildung von Interpretationen oder Hypothesen für erklärungsbedürftige Phänomene. Für die Schulpraxis hieße das, dass lediglich Bedingungen geschaffen werden könnten, die Lernende zu einer Art Irritation führten und einen geschützten Raum anböten, sodann abduktiv tätig zu werden. Dabei gehe es darum, dass die Lernenden sich mit Unterstützung mit für sie neuen und spannenden mathematischen Phänomenen beschäftigten und durch eigene Schlüsse neue Einsichten und Erkenntnisse gewinnen könnten.¹⁸⁶

Meyer (2010) beschreibt verschiedene Arten der Abduktion: *untercodierte* und *übercodierte* Abduktionen, sowie *kreative* Abduktionen (vgl. Meyer, 2010, S. 49). Mit Blick auf das breite Definitionsspektrum dessen, was als Abduktion nach Peirce gelten kann, erscheint die Annahme von verschiedenen Abduktionen auch in Bezug auf ihren Grad an Kreativität und Innovation schlüssig.

„Es ist offensichtlich, daß nicht alle abduktiven Schlüsse die gleiche kreative Potenz entfalten.“ (Rohr, 1993, S. 110)

Als *untercodiert* bezeichnet Meyer (2010) eine Abduktion dann, wenn z. B. dem*r Lernenden viele mathematische Gesetze bekannt sind und für den besonderen Fall ein plausibles und passendes Gesetz gewählt werden muss. Bei einer *übercodierten* Abduktion wäre das Gesetz bereits bekannt, welches gewählt werden muss, etwa wenn im Unterricht über längere Zeit ein bestimmtes Gesetz behandelt wurde und nun dieses Gesetz in Transferaufgaben seine Anwendung finden soll. Reichertz (2003/2013) würde mutmaßlich beide Arten der Abduktion eher als qualitative Induktion bezeichnen (vgl. Reichertz, 2003/2013, S. 18). Im Falle einer *kreativen* Abduktion aber muss Meyer (2010) folgend das entsprechende Gesetz zunächst noch erfunden werden. Meyer (2010) betont das Entdecken beim Mathematiklernen, insbesondere bei den *untercodierten* und *kreativen* Abduktionen. Dabei unterstreicht Meyer (2010) gleichzeitig, dass auch

¹⁸⁶ Auch Schreiber (2010) befasst sich mit dem abduktiven Schließen von Schüler*innen. Wie bereits dargestellt, verknüpft Schreiber (2010) dabei das Konzept der *Rahmung* mit abduktiven Schlüssen, die er empirisch als Einleitung eines Rahmungswechsels nachweist (vgl. Schreiber, 2010, S. 145).

„[...] übercodierte Abduktionen eine große kognitive Leistung beanspruchen können, wenn das Gesetz zwar leicht zu assoziieren, der Fall aber nicht leicht als Fall eines Gesetzes zu erkennen ist.“ (Meyer, 2010, S. 49)

Dennoch seien vor allem kreative Abduktionen besonders lernförderlich und „[...] prädestiniert für das entdeckende Lernen [...]“ (Meyer, 2007, S. 59.) Meyer (2007) merkt an, dass

„[...] die Bezeichnung einer Abduktion als kreativ, unter- oder übercodiert immer relativ zum Horizont des involvierten kognitiven Systems gesehen werden muss, sei dies das System einer Person (etwa der Schüler im Mathematikunterricht), das einer Forschergemeinschaft oder gar das der gesamten Menschheit.“ (Meyer, 2007, S. 49)

Daraus lässt sich ableiten, dass eine *kreative* Abduktion eines*r jungen Lernenden von einer*m Mathematiker*in hervorgebracht, mutmaßlich eher als *unter-* oder *übercodiert* bezeichnet werden kann. Wie alle Zeichen, ist eben auch der Zeichenprozess, der einen abduktiven Schluss enthält, als in Abhängigkeit stehend zu einem bestimmten *Ground* des Repräsentamens zu sehen, wie Peirce in seiner Zeichentheorie grundlegend festhält (vgl. Peirce, 1932, CP 2.228; Kap. 6.3). Und dieser *Ground* des Repräsentamens ist in Bezug auf eine Person als Zeichenleser*in zunächst als genuin subjektiv anzusehen, auch wenn Schreiber (2010) und Krummheuer (1992) auf interaktiv aktivierte Rahmungen verweisen. Schreibers (2010) gemeinsame Rahmungen einer Gruppe von Interagierenden (vgl. Schreiber, 2010, S. 48ff) gehen mutmaßlich zunächst individuelle Rahmungen voraus, die möglicherweise auch nicht geäußert im einzelnen Individuum verbleiben können und bei Krummheuer (1992) vielmehr als individuelle Situationsdefinitionen verstanden werden (vgl. Krummheuer, 1992, S. 17 u. S. 22ff; Kap. 4.2).

In Meyer (2015) wird die Unterscheidung in die „[...] kognitive Generierung [...]“ (Meyer, 2015, S. 16) eines abduktiven Schlusses und die Plausibilisierung dieses Schlusses vor einer Öffentlichkeit getroffen (vgl. Meyer, 2015, S. 15f). In letzterem Falle würde von dem als Resultat angesehenen überraschenden und zuvor beobachteten Phänomen auf das dies erklärende Gesetz und einen Fall geschlossen werden, um den eigenen Schluss begründet zu erklären und gewissermaßen seine Erzeugung zu verteidigen. Meyer (2015) führt dazu an:

„Abduktiv zu erklärende bzw. bereits erklärte Phänomene sind *an sich* bereits Resultate eines zugrundeliegenden Gesetzes, welches nicht notwendig dem durch die Abduktion vom Individuum assoziierten oder gebildeten Gesetz entsprechen muss, also auch unabhängig von unseren individuellen Erkenntnisleistungen. Aber sie werden als Resultate eines (womöglich auch anderen) Gesetzes *für uns* nur durch unsere Erkenntnisleistungen und damit durch unsere kognitive Perspektive (re-)präsent.“ (Meyer, 2015, S. 15, Hervorhebungen im Original)

Mit Blick auf das Mathematiklernen kann das Konzept der Abduktion nicht nur Einblicke gewähren in die Interpretation und die verschiedenen Arten der Schlussweisen Lernender (vgl. Meyer, 2007), sondern hat auch das Potential, möglicherweise verfestigte Denkweisen bezüglich grundlegender Konzepte zum Mathematiklernen und Mathematikunterricht zu

verändern und in ein neues Licht zu rücken. So kann bspw. der eher defizitär besetzte Begriff des *Fehlers* abduktiv umgedeutet werden (vgl. Kap. 5.6): In der Konsequenz des Konzepts der Abduktion sind es dann nicht *Fehler* im Lernprozess, sondern sich als *nicht wahr* erweisende abduktive Schlüsse von Lernenden. Möglicherweise könnte man sie als abduktive Schlüsse verschiedener Arten, wie Meyer (2010) beschreibt, einordnen. Die Überprüfung solcher abduktiven Schlüsse im Mathematikunterricht könnte dann zum Gegenstand weiterer mathematischer Auseinandersetzung von Schüler*innen werden.

6.5.4 *Rahmung, Ground, Fundament* oder *das Allgemeine* als Voraussetzung und Folge von Abduktionen

Krummheuer und Brandt (2001) betonen bei ihrer Betrachtung der Abduktion im Forschungsprozess:

„Die ermittelte Hypothese ist eine ex-post-facto Hypothese, die ihre Plausibilität daraus gewinnt, dass sie sowohl auf empirischer Analyse als auch auf der Reflexion relevanten theoretischen Vorwissens beruht. Sie ist also nicht nur kreativer Intuition und genialer Spekulation entsprungen.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 80)

Abduktive Schlüsse lassen sich als kreative Akte beschreiben, die nach Peirce auf ein gewisses Maß an Instinkt (vgl. Rohr, 1993, S. 101), aber auch auf Vorwissen und Theorien und damit auf Erfahrung beruhen, die dem abduktiv schließenden Individuum oder der Gemeinschaft der abduktiv Schließenden zur Verfügung stehen. Daraus ergibt sich die Frage, welche Art von Theorien und Vorwissen hierbei angenommen werden können bzw. wie diese zu beschreiben sind.

Peirce' Annahme eines *Grounds* des Repräsentamens wurde oben ausführlich dargestellt. Konsistent zu seiner Theorie, dass alles Denken in Zeichen geschieht und jedes Denken auf vorausgehendem Denken basiere bzw. jede Erkenntnis aus Erkenntnis hervorgebracht werde (vgl. Peirce, 1958a, CP 7.536; Rohr, 1993, S. 101), ist für dieses Denken in Zeichen der jeweilig angenommene *Ground* für die Interpretation des Zeichens maßgeblich und kanalisiert gleichzeitig die Fülle an Interpretationsmöglichkeiten. In der Folge ergibt sich daraus, dass auch Abduktionen auf einem solchen Interpretationsrahmen basieren, der die Interpretationen und damit auch die Hypothesen determiniert.

„Auch hier gilt, daß das abduktiv Angenommene durch das vermittelnde Allgemeine in gewisser Weise ‚determiniert‘ ist.“ (Hoffmann, M. H. G., 1996, S. 20)

Gleichzeitig wird dadurch auch das Maß möglicher Interpretationen und damit auch die Abduktion einschränkt. So lässt sich möglicherweise auch erklären, warum Peirce folgend aus einer Vielfalt möglicher Hypothesen der*die z. B. entsprechend theoretisch geschulte Wissenschaftler*in häufig diejenigen ausschließen kann oder eher selten generiert, die sich in Bezug auf den jeweiligen Wissenschaftskontext als unwahr oder haltlos herausstellen. Im Sinne Peirce' Zeichentheorie sind somit die für das deutende und schließende Subjekt verfügbare

Theorien, die nicht zwingend wissenschaftlicher Natur, sondern durchaus auch alltäglicher auf Erfahrung basierender Art sein können, konstitutiver Teil des von ihm beschriebenen *Ground* oder *Fundament* des Repräsentamens oder der *Rahmung*, wie sie von Schreiber (2010) genannt wird. Der kreative Akt der Abduktion kann dann darin bestehen, die in den aktivierten *Rahmungen* enthaltenen Theorien und Konzepte neu zu denken und in eine neue Relation zueinander zu stellen, um das überraschende Phänomen zu erklären und zu verstehen.

„In der Konfrontation mit einem erklärungsbedürftigen Phänomen errät das erkenntnissuchende Subjekt eine Hypothese, die das in Frage stehende Problem zufriedenstellend erklären könnte. Dies geschieht [...] durch die kreative Restrukturierung von Elementen bekannter Theorien und neuen Elementen. Dabei ruht aber nicht die Vermutung selbst bzw. ihr Inhalt auf instinktiven Grundlagen, vielmehr erklärt Peirce solchermaßen das Vermögen an sich, aussagekräftige bzw. richtige Hypothesen aufstellen zu können.“ (Rohr, 1993, S. 101)

M. H. G. Hoffmann (2003a) verbindet die Schlussform der Abduktion grundlegend mit dem Prozess des Interpretierens.

„Abduktion spielt überall da eine Rolle, wo es um *Interpretation* geht [...]“ (Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 6, Hervorhebungen im Original)

Es geht also darum, Zeichen zu interpretieren, was in alltäglichen, oder auch mit Blick auf die vorliegende Arbeit mathematischen Gesprächen ständig und immer wieder in einem unendlichen Prozess der Semiose im Sinne Peirce' geschieht, welcher Art auch immer die Zeichen sein mögen. Es liegt auf der Hand, dass in Bezug auf Abduktion Hypothesen oder neue Ideen nur auf Grundlage solcher Interpretationen, die wiederum auf dem *Ground* des Repräsentamens beruhen, hervorgebracht werden können. Der Akt der Interpretation kann als hochgradig *subjektiv* im Sinne des *Grounds* des jeweiligen Individuums oder der Gruppe beschrieben werden. Daraus und aus dem Hinweis von Meyer (2007) und Rohr (1993) auf verschiedene Arten von Abduktionen einerseits (vgl. Meyer, 2007, S. 46ff) und deren verschiedenen Grad an kreativem Potenzial andererseits (vgl. Rohr, 1993, S. 110) folgt: Abduktionen sind ebenfalls subjektiv, weil sie auf einem subjektiven oder intersubjektiv ausgehandelten *Ground* des Repräsentamens beruhen. Was als ein überraschender und erklärungsbedürftiger Fakt bezeichnet wird, ist subjektiver Natur, wie auch die auf den *Ground* basierenden Theorien und Konzepte, die dann zur erkenntnisgewinnenden Hypothese herangezogen werden. In Bezug auf einen unendlichen Prozess der Semiose muss somit nicht nur angenommen werden, dass Abduktionen, wie oben bereits erläutert, aus dem *Ground* hervor gehen, sondern auch, dass diese für den folgenden Zeichenprozess gleichzeitig den *Ground* konstituieren und quasi Rüstzeug des*r Zeichenleser*in für weitere Deutungen und mögliche Abduktionen sind. Damit ist der *Ground* nicht nur Voraussetzung, sondern auch Resultat von Abduktionen und unterliegt dabei einem stetigen dynamischen Wandlungs-, Erweiterungs- und Anpassungsprozess.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

Nach der Betrachtung der einzelnen theoretischen Ausgangspunkte soll nun herausgearbeitet werden, wie sich Anknüpfungspunkte zwischen den dargestellten drei Theoriefeldern *Gestikforschung* (Kap. 3 u. Kap. 5), *Interaktionstheorie* (Kap. 4) und *Semiotik* (Kap. 6) beschreiben lassen (vgl. Kap. 7.1). Dabei kann das Konzept des *Grounds* nach Peirce (Peirce, 1932, CP 2.228), der innerhalb dieser Zeichentheorie auch als *Commens* (Peirce, 1998, EP II, S. 478) bezeichnet wird, als verbindendes Element der drei theoretischen Leitlinien der vorliegenden Arbeit – *Gestikforschung*, *Interaktionstheorie* und *Semiotik* – herausgestellt werden. Die Semiotik nach Peirce zeigt sich damit neben ihrem eigenen Stellenwert für den theoretischen Rahmen dieser Arbeit sowohl für den Blick auf Zeichen als auch für das methodische Vorgehen (vgl. Kap. 8) als verbindende Theorie zwischen Gestikforschung und Interaktionstheorie.

Im Anschluss an diese Ausführungen folgt ein Kapitel zum Verhältnis von Gestik und Denken, das schließlich zur Entwicklung bzw. Beschreibung des Forschungsfokus' der vorliegenden Arbeit führt (vgl. Kap. 7.2). Dieses Kapitel steht einerseits für den wissenschaftlichen Entwicklungsprozess der vorliegenden Arbeit und unterlag im Verlauf des Forschungsprozesses immer wieder Anpassungen. Andererseits zeigt es eine Art Zwischenplateau innerhalb der wissenschaftlichen Auseinandersetzung, das gewissermaßen wegbereitend für die sich daran anschließenden analytischen Betrachtungen war. Man könnte auch sagen, dass die darin beschriebenen Überlegungen zur Relation von Gestik und (mathematischem) Denken für meine wissenschaftliche Arbeit ein Wendpunkt in der Betrachtung von Gesten darstellt, weil in den Blick gerückt wird, ob Gesten reines *Abbild der* oder *konstitutiv für* die mathematische Auseinandersetzung der untersuchten Lernenden sind. Daraus wird schließlich das zentrale Forschungsanliegen zum Gebrauch und zur Funktion von Gesten in mathematischen Interaktionen Lernender entwickelt.

Die in Kapitel 7.2 dargestellten Überlegungen sind häufig aus sich an Vorträge anschließenden Diskussionen mit anderen Forschenden entstanden. Sie speisen sich damit aus dem von mir erlebten wissenschaftlichen Diskurs, was ihren Stellenwert für meine Arbeit unterstreicht. Es finden sich Bezüge zu den bereits ausgeführten Theorien, beginnend mit Ansätzen aus der Gestikforschung bis hin zu einem interaktionstheoretischen Blick auf die Beziehung von Gestik und Denken und semiotischen Sichtweisen auf mathematische Zeichen und Diagramme, die hier, meiner Ansicht nach, eine Brücke schlagen können zwischen stärker individuellen Forschungsperspektiven und der Verortung von sozial konstituiertem Mathematiklernen in Interaktionen. Kapitel 7.2 hat für mich den Charakter einer Explikation von theoretischen Überlegungen. Diese Explikation stellt im Rahmen meiner Dissertation eine Vertiefung an einem ganz bestimmten Punkt des Forschungsprozesses dar und zeigt gleichsam einen wissenschaftlichen Reflexions- und Kristallisationspunkt innerhalb dieses Prozesses, aus dem

letztlich der Forschungsfokus für die vorliegende Arbeit entwickelt wird. Dieser wird dann in Kapitel 7.3 in einer übergeordneten und drei weiteren ausdifferenzierenden Forschungsfragen verdichtet.

7.1 Die *Interpretation* und der *Deutungshintergrund* als verbindende Elemente von Gestikforschung, Interaktionstheorie und Semiotik

In allen drei theoretischen Leitlinien, die für die vorliegende Forschungsarbeit grundlegend sind – *Gestikforschung*, *mathematikdidaktische Interaktionstheorie* und *Semiotik* – finden sich Bezüge auf einen (*gemeinsamen*) *Hintergrund als Deutungs- bzw. Interpretationsgrundlage* von Individuen und Interagierenden:

In der Gestikforschung wird darauf verwiesen, dass Gesten innerhalb einer Sprachgemeinschaft als gemeinsame Zeichen für das gleiche Gemeinte Konventionalisierungsprozesse durchlaufen können (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Fricke, 2012, S. 14ff; Kap. 3.2.3). Zudem wird in den Forschungen von Kimbara (2006) und Holler und Wilkin (2011) auf einen *common ground* referiert (vgl. Kap. 3.3), der vor allem durch Gesten-Mimikry und damit durch die Imitation bzw. Übernahme von Gestenformen durch verschiedene Sprecher*innen hervorgebracht wird und dynamischen Prozessen unterliegt. Bei Holler und Wilkin (2011) wird darüber hinaus auf den Prozess des *groundings* verwiesen, der verstanden wird als ein Ringen um und die Erzeugung von Verstehen und Verstanden-Werden unter den Interagierenden und der Emergenz eines solchen *common grounds* (vgl. Kap. 3.3).

In der Forschungstradition der Interaktionstheorie mathematischen Lernens wird von Krummheuer (1992) das Konzept der *Angleichung von Situationsdefinitionen* als *geteilt geltende Deutung* bzw. Vereinbarung der Interagierenden unter dem Aspekt der *Stabilisierung* von solchen Prozessen und potentiell aktivierten *Rahmung* der Beteiligten unter Verweis auf einen prozesshaften Charakter dargestellt (vgl. Krummheuer, 1992, S. 6f, S. 18f u. S. 24; Kap. 4.2). Auch bei Tomassello (2008) wird auf einen *common ground* als gemeinsamer Hintergrund von mindestens zwei interagierenden Individuen bei der Darstellung seines Kooperationsmodells verwiesen (vgl. Tomasello, 2008, S. 77; Kap. 4.4). In Schreibers (2006, 2010, 2013) Ansatz wird ebenfalls die *Aktivierung von Rahmungen* in Interaktionen von Lernenden in Anlehnung an Krummheuer (1992) thematisiert (vgl. Kap. 4.2) und dabei mit der Semiotik nach Peirce verbunden (vgl. Kap. 6).

In der Peirce'schen Semiotik verweist der triadische Zeichenbegriff auf einen sogenannten *Ground* oder das *Fundament* des Zeichens (vgl. Peirce, 1932, CP 2.228; Kap. 6.3), was den Interpretant des Zeichens bestimmt und von M. H. G. Hoffmann (1996) und Schreiber (2010) als *Deutungshintergrund* des Zeichens verstanden wird, verbunden mit dem Begriff des „Allgemeinen“ (Hoffmann, M. H. G., 1996, S. 4ff) und der bereits erwähnten interaktionstheoretisch gewendeten Begrifflichkeit der „Rahmung“ (Schreiber, 2010, S. 59f).

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

Damit spielt zunächst die *Interpretation* von Äußerungen bzw. Zeichen in allen drei Forschungsdisziplinen eine wesentliche Rolle¹⁸⁷ und basiert dabei stets auf einem verschieden bezeichneten *Deutungshintergrund*. Alle diese Begrifflichkeiten des *Deutungshintergrundes* verweisen dabei jedoch zumindest auf ein vergleichbares theoretisches Konzept oder stehen in enger inhaltlicher Beziehung zueinander, auch wenn sie disziplinspezifische Ausdeutungen erfahren. Der *Ground*, der bei Peirce erweitert betrachtet in Bezug auf die Interaktion von mindestens zwei Individuen als „*commens*“ (Peirce, 1998, EP II, S. 478, Hervorhebung im Original) bezeichnet wurde, ebenso wie die *Interpretation* von Äußerungen bzw. Zeichen, stellen sich damit als potentielle Bindeglieder zwischen den drei großen theoretischen Feldern meiner Arbeit dar.

Rahmungen und *Interpretationen* sieht bereits Schreiber (2010) als verbindende Elemente zwischen Interaktionstheorie in Anlehnung an Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001) und der Peirce'schen Semiotik (vgl. Schreiber, 2010, S. 56ff). Mit den *Rahmungen* wird dabei der von Peirce als *Ground* bezeichnete Deutungshintergrund von Zeichen interaktionstheoretisch gewendet und die *Interpretation* spiegelt sich bei Peirce in der Betonung der Erzeugung von *Interpretanten* im Zeichenprozess wider. Der Aushandlungsprozess aus der interaktionistisch geprägten Perspektive auf Mathematiklernen (vgl. Kap. 4) wird bei Schreiber (2010) mit Blick auf Peirce als „[...] Verkettung von Zeichentriaden [...]“ (Schreiber, 2010, S. 57) verstanden. Damit wird erneut ein Anknüpfungspunkt der beiden Forschungsperspektiven deutlich. Auch Presmeg (2006) verweist unter Verwendung des Peirce'schen Zeichenbegriffs darauf, dass die Hervorbringung von *Zeichenbedeutungen* in einen Prozess der Aushandlung eingebunden sei, was damit in sozial konstituierten Situationen, also in Interaktionen stattfinden muss.

„[...] the negotiation of the meaning of signs is precisely the activity of *semiosis* [...]“ (Presmeg, 2006, S. 164, Hervorhebung im Original)

Als *Turn* bzw. *Gesprächszug* in der Interaktionstheorie (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 24) versteht Schreiber (2010) bei Peirce den *Interpretanten*, der als neues Repräsentamen in den weiteren Zeichenprozess eingehen kann und den Peirce selbst in dieser Weise als *Turn* bezeichnet hat (vgl. Peirce, 1932, CP 2.303). Als weiteres Bindeglied der beiden theoretischen Perspektiven wird der *nach vorne offene Verlauf* von Interaktion in Bezug auf die Entwicklung eines Themas gesehen, was Schreiber (2010) folgend dem *unendlichen Prozess der Semiose* bei Peirce entspricht (vgl. Schreiber, 2010, S. 57). Den *komplexen semiotischen Prozess*, den Schreiber (2006, 2010) empirisch herausarbeitet bzw. in seinen Daten rekonstruieren kann

¹⁸⁷ Für einige der betrachteten Forschungen (vgl. Kap. 3 u. Kap. 5) trifft dies nicht uneingeschränkt zu. Es wird bspw. bei den Forschungen von Goldin-Meadow (2003) zu den Gesten-Lautsprache *Matches* und *Mismatches* (vgl. Kap. 5.4) die Interpretation ausschließlich von den Forschenden vorgenommen und die Interaktion in den untersuchten Sequenzen nicht in den Blick genommen. Sowohl Kendon (2004) als auch Holler und Wilkin (2011) oder Kimbara (2006) nehmen aber im Bereich der Gestikforschung auch die *Gesteninterpretation* in Interaktion in den Blick und insbesondere Kendon (2004) stellt die Interpretation des Gegenübers als zentrale Einordnung einer Äußerung als *Geste* heraus (vgl. Kendon, 2004, S. 15; Kap. 3.2.4)

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

(vgl. Schreiber, 2010, S. 148ff; Schreiber, 2013, S. 58f), vergleicht er zudem mit dem „[...] Kernstück jeder Interaktionstheorie, nämlich das der wechselseitig aufeinander abzustimmenden Deutungen [...]“ (Schreiber, 2010, S. 58). Diese beschriebenen Gemeinsamkeiten der zunächst zwei unterschiedlichen Forschungsdisziplinen des Theorierahmens – *Interaktionstheorie* und *Semiotik* – möchte ich für die vorliegende Arbeit übernehmen und um die folgenden Betrachtungen erweitern.

Es ist bereits an anderer Stelle dieser Arbeit darauf verwiesen worden, dass der Zeichenbegriff von Peirce zumindest nicht in erster Linie darauf ausgerichtet zu sein scheint, als sozialer Aushandlungsprozess zwischen Zeichenerzeuger*in und Zeichenleser*in gedeutet zu werden, auch wenn ein diesbezügliches Potenzial im gemeinsam erzeugten *commens* beider Beteiligten zu sehen ist (vgl. Kap. 6.2). Dörfler (2015) weist darauf hin, dass für Peirce Zeichenprozesse auch rein gedanklich und damit *in einem* Individuum verortet stattfinden können. Dabei ist das Denken nach Dörfler (2015) im Sinne von Peirce „unausweichlich“ (Dörfler, 2015, S. 43) an Zeichen gebunden und nur in Zeichen möglich. Auch M. H. G. Hoffmann (2003a) stellt heraus,

„[...] dass Zeichen die grundlegenden Instrumente unseres Weltverstehens sind. Wir kommunizieren nicht nur notwendig mit Zeichen, sondern sie sind diejenigen Mittel, in denen wir deuten, was uns begegnet, und mit denen wir Beziehungen zwischen ansonsten Getrenntem herstellen.“ (Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 11)

Für den mit der Peirce'schen Semiotik verbundenen Anspruch, eine breite Zeichentheorie auf Basis der drei Korrelate zu entwerfen, ist der direkte Bezug zu einem angenommenen *anderen* Gegenüber als Zeichenleser*in theorieinhärent jedoch nicht notwendige Voraussetzung (vgl. Peirce, 1998, EP II, S. 478): Der *Interpretant* als Korrelat der Zeichentriade und nicht der*die Interpret*in ist zentrales Element des Peirce'schen Zeichens. Dieses *triadisch konstituierte Zeichen*, aber weniger sein*e Leser*innen oder sein*e Erzeuger*innen, steht im Zentrum der Peirce'schen Semiotik. Und doch kann gerade durch diese Ergänzung, die Peirce vornimmt – nämlich, dass der Effekt eines Zeichens, durch ein Objekt determiniert *im Geiste einer Person* („upon a person“) erzeugt wird (vgl. Peirce, 1998, EP II, S. 478) – ein soziales Potential der Zeichentheorie ergänzend gedacht werden.¹⁸⁸ Zwar können Zeichenleser*in und Zeichenerzeuger*in ein und dieselbe Person sein, gleichzeitig kann aber darüber hinaus auch ein Zeichen an ein*e andere*n Zeicheninterpret*in gerichtet und damit sozial orientiert gedacht werden („It addresses somebody [...]“ Peirce, 1932, CP 2.228; Kap. 6.2), was Peirce durchaus selbst in diesem Sinne erläutert (vgl. Peirce, 1998, EP II, S. 478). In späten Arbeiten (etwa um 1906) beschreibt Peirce nämlich einen Interpretanten, den er zwischen Zeichenerzeuger*in und Zeichenleser*in als einen *gemeinsamen* Interpretanten dieser verortet: den sogenannten „cominterpretant“ (Peirce, 1998, EP II, S. 478). An gleicher Stelle

¹⁸⁸ Peirce selbst schreibt, dass er die Ergänzung „[...] determines an effect upon a person, which effect I call its Interpretant [...]“ (Peirce, 1998, EP II, S. 478) bezüglich des Zeichens vornehme, weil er an der verständlichen Darstellung seiner breiten Theorie verzweifeln würde. Möglicherweise nutzt Peirce also den expliziten Verweis auf ein soziales Gegenüber als eine Art Vehikel, um zentrale Aspekte seiner Semiotik verständlich darstellen zu können.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

verweist er auf den „commens“ oder „commind“, ein gemeinsamer Geist des*r Zeichenerzeuger*in und des*r Zeichenleser*in als Voraussetzung von Kommunikation, der von dem gemeinsamen Interpretanten determiniert sei. Peirce schildert, wie ein solcher gemeinsamer Geist, der als kollektiver und interaktiv hervorgebrachter Deutungsrahmen von Zeichen als dynamisches Produkt von Aushandlungsprozessen verstanden werden kann, im Verlauf von Interaktion erwachsen könnte:

„No object can be denoted unless it be put into relation to the object of the *commens*. A man, tramping along a weary and solitary road, meets an individual of strange mien, who says, ‘There was a fire in Megara.’ If this should happen in the Middle United States, there might very likely be some village in the neighborhood called Megara. Or it may refer to one of the ancient cities of Megara, or to some romance. And the time is wholly indefinite. In short, nothing at all is conveyed, until the person addressed asks, ‘Where?’ – ‘Oh about half a mile along there’ pointing to whence he came. ‘And when?’ ‘As I passed.’ Now an item of information has been conveyed, because it has been stated relatively to a well-understood common experience. Thus the Form conveyed is always a determination of the dynamical object of the *commind*. By the way, the dynamical object does not mean something out of the mind. It means something forced upon the mind in perception, but including more than perception reveals. It is an object of an actual *Experience*.” (Peirce, 1998, EP II, S. 478, Hervorhebungen im Original)

Das, was also als *Ground* von Peirce (1932, CP 2.228) bzw. hier als *commind* (Peirce, 1998, EP II, S. 478), als *Rahmung* von Schreiber (2010) in Anlehnung an Krummheuer (1992) oder auch als *das Allgemeine* von M. H. G. Hoffmann (1996) bezeichnet wird, weist in Bezug auf die Untersuchung von Interaktionen, auch über die individuellen Deutungsrahmen hinaus, eine *soziale* Komponente auf. Dies ist insbesondere in mathematischen Interaktionssituationen, die primär von der Zentralität der Zeichen in der Mathematik geprägt sind, von besonderer Bedeutung. Sáenz-Ludlow (2006) stellt fest, dass

„any semiotic activity of the individual assumes the existence of social interaction.“ (Sáenz-Ludlow, 2006, S. 185).

Sie betont im Rahmen des Prinzips der Kontinuität, dass es bei Peirce immer um die Kommunikation mit dem Selbst und den Anderen gehe und somit das Individuelle eingebunden sei in das Soziale.¹⁸⁹

„It also means the continuity between the individual and the social, the continuity of the translations of signs into more developed signs, and the continuity of the interdependence between thought and communication.“ (Sáenz-Ludlow, 2006, S. 191)

Schließlich findet man bei M. H. G. Hoffmann (2006) erneut den Hinweis darauf, dass Zeichen primäres Mittel der *Interaktion* in mathematischen Auseinandersetzungen seien:

¹⁸⁹ Schreiber (2010) betont demgegenüber, dass „der Aspekt der sozialen Produktion von Bedeutung im Sinne der Bedeutungsaushandlung [...]“ (Schreiber, 2010, S. 56) bei Peirce’ Zeichenbegriff nicht inbegriffen sei.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

„Moreover, *communication and interaction* in mathematics instruction is necessarily mediated by signs. One learns *by signs and with signs*; signs are in the focus of the social interaction in the classroom.” (Hoffmann, M. H. G., 2006, S. 280, Hervorhebungen im Original)

Die soziale Komponente in der Peirce'schen Zeichentheorie findet damit in seinen späten Arbeiten zum Zeichenbegriff nicht nur über einzelne Aspekte, sondern in der grundlegenden Struktur des *Grounds* des Repräsentamens als *Commind* Anbindung an die dargestellte Interaktionstheorie des mathematischen Lernens (vgl. Kap. 4). Bezogen auf die vorliegende Arbeit können mit der Idee eines gemeinsamen *Grounds* Konventionalisierungsprozesse von Gestik und Lautsprache oder Gestik-Lautsprache-Relationen verbunden werden, was bereits in Kapitel 6.2 Schreiber (2010) folgend als Entwicklung einer Vorlage, anwendbaren Gesetzmäßigkeit oder Konvention für nachfolgende Situationen beschrieben wurde (vgl. Schreiber, 2010, S. 101f, S. 145 u. S. 152). Es lassen sich nämlich die aus Bedeutungsaushandlungen hervorgehenden *als gemeinsam geteilt geltenden Deutungen* bzw. *Arbeitskonsense* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18) als vorläufige kollektive Produkte aus der Angleichung der zunächst stärker individuell geprägten *Situationsdefinitionen* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 28 u. S. 22) im Sinne von Peirce als *quasi-finale Cominterpretanten* der Interagierenden verstehen. Wenn die *quasi-finalen Cominterpretanten* in dieser Form einer etablierten und zu einem gewissen Grad konventionalisierten Gestenform im Peirce'schen Sinne als Gewohnheiten oder Konventionen zu verstehen sind, könnten diese also als *Deutungsrouitinen* für folgende Interaktionen erneut aktiviert werden. Die Eingebundenheit der Zeichen in einen fortlaufenden und potentiell *unendlichen Prozess der Semiose*, den Schreiber (2010) in Bezug auf mathematische Interaktionen als in der Regel komplex strukturiert beschreibt (vgl. Schreiber, 2010, S. 148), kann interaktionstheoretisch als *aufeinander wechselseitig abgestimmte Handlungszüge und Deutungen* der Interagierenden modelliert werden. Die Interagierenden versuchen in einem fortlaufenden Interaktionsprozess ihre Deutungen aneinander funktional anzugleichen und somit den Fortgang der Interaktion zu sichern (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14ff; Kap. 4.2). Auch das Kooperationsmodell nach Tomasello (2008) und seine Vorstellung einer *geteilten Intentionalität* Interagierender lässt sich, verbunden mit dem von Peirce beschriebenen *Commens* oder *Commind*, als eine Art *grundlegendes Gestaltungsprinzip* dieses gemeinsamen Geistes denken. Die Gemeinsamkeiten der Semiotik nach Peirce und der im Rahmen der vorliegenden Arbeit ebenfalls verwendeten Interaktionstheorie nach Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001) können also zusammenfassend an

- der Zentralität der *Interpretation von Zeichen bzw. Äußerungen*,
- den in wechselseitiger Abhängigkeit erzeugten *Interpretanten* der Interagierenden, die interaktiv potentiell *quasi-finale Cominterpretanten* oder *als geteilt geltende Deutungen* hervorbringen auf Grundlage eines gemeinsamen *Grounds*, *common grounds* oder *Comminds* bzw. *funktional angepassten Situationsdefinitionen* als potentielle *Rahmungen* folgender Situationen,

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

- sowie an dem damit verbundenen *unendlichen Zeichenprozess* bzw. dem *Aushandlungsprozess von Bedeutung* in der Interaktion, festgemacht werden.

Die Anbindung der Peirce'schen Zeichentheorie an die in Kapitel 3.2 dargestellten Ansätze der Gestikforschung erscheint ebenso möglich: Hier wird zwar zunächst auf psychologische und linguistische Forschungen verwiesen, die weniger die Interaktion in den Blick nehmen. Sie legen einen anderen Lernbegriff als die Interaktionstheorie des Mathematiklernens (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001) zu Grunde und ebenso selten wird hierbei explizit auf eine Klärung des Zeichenbegriffs verwiesen (vgl. Fricke, 2007, 2013; Müller, 2013). Dennoch kann erneut als verbindendes Element der sogenannte „common ground“ (Holler & Wilkin, 2011, S. 134; Kimbara, 2006, S. 42) herausgestellt werden: Bei Holler und Wilkin (2011) wird in Bezug auf die Übernahme von Gesten unter Interagierenden angenommen, dass diese Gesten-Mimikries auf Grundlage eines „common grounds“ (Holler & Wilkin, 2011, S. 134) erzeugt werden und diesen gleichsam speisen können (vgl. Holler & Wilkin, 2011, S. 135 u. S. 150). Kimbara (2006) versteht den *common ground* ebenso als gemeinsame Basis von Kenntnissen, die von Interagierenden geteilt (vgl. Kimbara, 2006, S. 42) und durch die Übernahme von Gesten zwischen den Interagierenden für die folgende Interaktion dynamisch weiterentwickelt wird. Dadurch würden Gestenformen und -bedeutungen über den Verlauf von Interaktionen etabliert, die den *common ground* für folgende Interaktionen determinierten. Nichts anderes als eine solche Etablierung von Gesten beschreibt Fricke (2007) mit ihren Ausführungen zu möglichen Konventionalisierungsprozessen innerhalb von Interaktionen einer Sprachgemeinschaft (vgl. Fricke, 2007, S. 196). Und gleichzeitig kann man solche Prozesse als Zeichenprozesse im Sinne von Peirce verstehen, innerhalb derer z. B. am Ende einer Interaktionssituation *quasi-finale Cominterpretanten* generiert werden können, die im Prinzip als nichts anderes gedacht werden können, als z. B. eine etablierte Gestenform zwischen Interagierenden, die dann wiederum in sich anschließenden Interaktionen reaktiviert werden kann und dadurch gewissermaßen mobilen und überdauernden Charakter annehmen kann.

Die Beschreibungen eines *common grounds* lassen sich also mit der hier gewählten semiotischen Perspektive verbinden: Es ist hier unter Berücksichtigung der verschiedenen Forschungstraditionen, aus denen diese Sichtweisen auf einen *common ground* stammen, Ähnliches gemeint. Es lässt sich somit annehmen, dass der von Holler und Wilkin (2011) beschriebene *common ground* eng verbunden ist mit dem, was Peirce als *Ground* bzw. auch *Commind* des Repräsentamens beschrieben hat und Schreiber (2010) als *Rahmung* für seine Forschungen verbunden mit der theoretischen Perspektive der Interaktionstheorie in Anlehnung an Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001) ebenfalls mit Blick auf das Peirce'sche Ground-Konzept adaptiert. Holler und Wilkins (2011) Forschungen sind im Bereich der Psychologie zu verorten und nehmen auf Gestik und Lautsprache und auch auf den hier beschriebenen *common ground* eine entsprechend geprägte Perspektive ein. Schreiber (2010) rahmt seine Arbeit interaktionstheoretisch und betrachtet unter dieser Perspektive dann auch Peirce' *Ground* des Repräsentamens als *Rahmung*. Es lässt sich verbindend annehmen,

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

dass *Rahmungen* im Sinne Schreibers (2010, S. 59) aus einem *common ground* heraus erzeugt bzw. aktiviert werden, wenn bekannte Zeichen erkannt werden, darauf beruhen und diesen *common ground* umgekehrt wiederum weiterentwickeln bzw. für folgende Situationen determinieren. Die Prozesse, die bei Schreiber (2010) zu gemeinsamen Rahmungen der Interagierenden führen, sind dabei angelehnt an Aushandlungsprozesse, wie sie in der Interaktionstheorie des Mathematiklernens nach Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001) beschrieben sind. In Hollers und Wilkins (2011) Ansatz wird in diesem Zusammenhang das *grounding* als ein solcher Abstimmungsprozess erwähnt, der als kollaborativer Prozess beschrieben wird (vgl. Holler & Wilkin, 2011, S. 135; Kap. 3.3). Dabei ist gegenseitiges Verstehen nicht im idealen Maße möglich, sondern die Beteiligten einigen sich vielmehr darauf, sich gegenseitig in für den Anforderungszeck hinreichenden Maße und so gut wie möglich verstanden zu haben. Das Resultat dieses *groundings* könnte man also auch mit dem bezeichnen, was Krummheuer (1992, S. 18) als eine *als gemeinsam geteilt geltende Deutung* und daraus resultierend als potentiellen *Arbeitskonsens* der Interagierenden versteht (vgl. Kap. 4.2). Schreiber (2010) u. a. unter Berufung auf Krummheuer (1992, S. 19) führt dazu aus:

„Eine als-geteilt-geltend hergestellte Deutung führt im Interaktionsprozess gemeinhin zu einer vorübergehenden Stabilisierung der je personenbezogenen Situationsdefinitionen. Dieser Zustand im sozialen System der Interaktion wird als ‚Arbeitskonsens‘ [...] bezeichnet.“ (Schreiber, 2010, S. 57)

Die für meine Arbeit relevanten Theorien verschiedener Forschungstraditionen lassen sich auf diese Weise verbinden und verwenden damit zwar verschiedene Begrifflichkeiten, die jedoch inhaltlich vergleichbare Prozesse beschreiben.

Weitere Anknüpfungspunkte ergeben sich mit Blick auf Kendons (2004) anthropologische Perspektive auf Gestik und Lautsprache (vgl. Kap. 3.2.4). Kendons (2004) Frage nach der Interpretation des *Gestik-Lautsprache-Ensembles* und dessen, was vom Gegenüber *als Geste gedeutet* wird, stellt sich als anknüpfbar an die grundlegende Ausrichtung der Interaktionstheorie des Mathematiklernens nach Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001) heraus. Gestik in Relation zur geäußerten Lautsprache lässt sich als ein solches Ensemble im Sinne Kendons (2004) im tatsächlichen Äußerungsereignis beobachten und interpretieren, sowohl aus Sicht der Interagierenden als auch aus Sicht von Forschenden. Interaktionstheoretisch dominiert bei der Analyse von Interaktion die Rekonstruktion der Interpretation von Äußerungen der Beteiligten und die gegenseitige aufeinander bezogene Turn-Organisation im Aushandlungsprozess. Auch bezüglich der Peirce'schen Zeichentheorie können die von Kendon (2004) beschriebenen *Gestik-Lautsprache-Ensembles* Anbindung finden. Werden sie vom Gegenüber als Zeichen wahrgenommen, sind sie in diesem Sinne als *Zeichen* in einem unendlichen Prozess der Semiose (vgl. Kap. 6.2) zu verstehen. Die Interpretation dessen, was überhaupt als Geste von Interagierenden eingeordnet wird, stellt im Peirce'schen Sinne den *Interpretanten* des Zeichens dar, denn er ist das, was durch das wahrgenommene Zeichen im Geiste des*der Zeichenleser*in evoziert wird.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

In allen drei Theorien, der *Gestikforschung*, der *Interaktionstheorie mathematischen Lernens* und der *Semiotik* interessiert damit insbesondere die *Deutung* von Äußerungsereignissen durch das Gegenüber, das Kollektiv im interaktiven Aushandlungsprozess bzw. der dadurch evozierte Interpretant des wahrgenommenen Gestik-Lautsprache Zeichens im Zeichenprozess. Die wahrnehmbaren Äußerungen der Interagierenden bilden damit die Grundlage zur analytischen Rekonstruktion von interaktiven Bedeutungsaushandlungen und Strukturen der interaktiven Bedeutungsgenese bei Krummheuer (1992) und Krummheuer und Brandt (2001), der Interpretanten der Zeichen im semiotischen Prozess bei Peirce und von der Interpretation von Gestik-Lautsprache Äußerungen in ihrem Zusammenspiel und der moduspezifischen Zuordnung bei Kendon (2004).

Ebenfalls in Kapitel 3.1.4 wird das Konzept der *Gestenfamilien* nach Kendon (2004) beschrieben. Diese Bezeichnung steht für eine Art *Sammlung vergleichbarer Gestenformen* mit ähnlicher Bedeutungszuschreibung innerhalb einer Sprachgemeinschaft. Zeichentheoretisch kann hier angenommen werden, dass solche Gesten gewissermaßen den Status von *quasi-finalen Interpretanten* bzw. *Cominterpretanten* abbilden können. Die Sprachgemeinschaft bildet eine Gestenform aus, die rekurrierend in immer ähnlicher Weise gebraucht wird und auf eine vergleichbare Bedeutung und Funktion in diesem Gebrauch verweist. Solche Gestenformen haben damit mutmaßlich Einfluss auf den *Ground* der Zeichen, formen also, wie bereits ausgeführt, den Deutungshintergrund der Zeicheninterpretation mit aus. Interaktionstheoretisch sind sie im Sinne einer *als geteilt geltenden Deutung* für eine gewisse Geste zu verstehen. Aus solchen etablierten Gestenformen können stabile *Rahmungen* der Interagierenden situationsübergreifend hervorgehen (vgl. Kap. 4.3 u. Kap. 6.3). Solche Gesten können also als Anreicherung des „grounds of the representamen“ (Peirce, 1932, CP 2.228) dienen, und zwar bezogen auf ihre Form und Interpretation, die sich in deren Gebrauch zeigen und langfristig über den Aushandlungs- bzw. Zeichenprozess stabilisieren.

Es zeigen sich an diesen Ausführungen die theorieübergreifenden Anknüpfungspunkte zwischen *Interaktionstheorie*, *Semiotik* und *Gestikforschung*. Diese wurden ausgehend vom Konzept des *Grounds* bei Peirce, den er interaktiv als *Commens* beschreibt, und in Bezug auf den übergeordneten Begriff der *Interpretation* sowie den damit verbundenen Prozessen im Interaktionsgeschehen, dargestellt. Es etabliert sich im Verlauf der theoretischen Auseinandersetzung die Semiotik nach Peirce als Bindeglied zwischen den beiden Theoriefeldern *Gestikforschung*, die vornehmlich psychologisch geprägt ist, und der *Interaktionstheorie mathematischen Lernens*, die vor allem die soziale Konstituierung des Lernens hervorhebt. Peirce' weitreichende Zeichentheorie eröffnet in Bezug auf das Forschungsinteresse an Gestik-Lautsprache-Relationen einerseits die Möglichkeit, Gestik und Lautsprache als Zeichen im Zeichenprozess beschreiben zu können und andererseits die Zentralität interpretativer Prozesse aus der Interaktionstheorie durch die bedeutsame Rolle des Interpretanten und des *Grounds* im Zeichenprozess aufzunehmen. Die hier ausgeführte Zusammenschau der möglichen theoretischen Schnittstellen der Ansätze stellt gleichzeitig

meinen *Ground* und in Bezug auf die Leserschaft unseren gemeinsamen *commens* für die im Anschluss an die theoretischen Ausführungen folgenden Analysen und den daraus herausgearbeiteten Ergebnissen meiner Arbeit dar.

7.2 Überlegungen zur Relation von Gestik und (mathematischem) Denken: Forschungsanliegen der vorliegenden Arbeit

Im Forschungsprozess der vorliegenden Dissertation ergab sich immer wieder die Frage nach der Rolle von Gestik bei der Konstruktion insbesondere von mathematischem Lernen, Denken und/oder Wissen.¹⁹⁰ Zunächst zielt das Forschungsinteresse der vorliegenden Arbeit nicht darauf, zu untersuchen über welches mathematische oder anders geartete *Wissen* die Interagierenden verfügen und es soll auch nicht evaluiert werden, was sie durch die Beteiligung an den angebotenen mathematischen Situationen *lernen* etwa im Sinne eines auf Förderung solcher Prozess angelegten Instruktionssettings. Vielmehr soll durch die Analyse der Interaktion mithilfe von Interaktionsanalyse und Semiotischer Analyse rekonstruiert werden, wie Gestik und Lautsprache insbesondere in deren Zusammenspiel von Lernenden in mathematischen Situationen verwendet werden und welche Funktion sie in diesem Gebrauch in und für die mathematische Interaktion erfüllen (vgl. zum Forschungsfokus Kap. 7.3). Dennoch sind diese Fragen nach der Beteiligung und der Art und Weise dieser Beteiligung von Gesten an mathematischen Denk- und Lernprozessen sowie an dem Wissen von Lernenden immer wieder in Diskussionen meiner Arbeit im Anschluss an Vorträge aufgetreten, stets mit dem Blick darauf, welche Rolle dabei die Gesten der Lernenden spielen könnten. Deshalb soll hier der Versuch unternommen werden, sich diesen Fragen zu widmen. Dies soll nicht primär im Sinne einer Beantwortung, sondern stärker mithilfe der Reflexion der vorliegenden

¹⁹⁰ Die vorliegende Arbeit wird durch einen interaktionstheoretischen Begriff des Mathematiklernens gerahmt (vgl. Kap. 4 u. einleitende Hinweise im Anschluss an Kap. 2). Aus dieser theoretischen Fundierung ergibt sich ein *dialogischer* Lernbegriff, wobei das mathematische Lernen durch kollektive Argumentationspraxen als sozial konstituiert verstanden wird. Dies beinhaltet die Annahme „[...] vom Lernen als schrittweise zunehmende Handlungsautonomie im Rahmen von interaktiv stabilisierten Interaktionsstrukturen [...]“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 20). Der Begriff des *Wissens* wird dabei in theoriespezifischer Weise eingeordnet bzw. verwendet: Bauersfeld (2000) spricht von einer unzureichend realisierten Wandlung des Wissensbegriffs. Es handele sich vielmehr um *Aktivierungen aus dem Gedächtnis*, die situationsspezifisch eine Anpassung erfahren und geformt bzw. mit jeder Aktivierung verändert werden (vgl. Bauersfeld, 2000, S. 119). Krummheuer und Brandt (2001) verwenden den Begriff des *Wissens* als verfügbare und abrufbare Strukturen nicht. Vielmehr beschreiben sie das zunehmend autonome Ausführen sämtlicher Handlungsschritte der entsprechend den Lernprozess konstituierenden Argumentationspraxis durch eine*n Lernenden als mathematisches Lernen. *Denken* wird in der vorliegenden Arbeit als Prozess verstanden, der sozial eingebunden ist. Als Prozess rein innerhalb des Individuums verstanden, ließe sich das Denken nicht von außen und damit auch nicht direkt empirisch beobachten. Es können aber Bedingungen im Rahmen von Interaktionen rekonstruiert werden, die Potentiale für mathematisches Lernen eröffnen und Orientierung für auch individuelle Denkprozesse im Sinne einer Frage der “[...] Passung der individuellen Bedeutungszuschreibung zu den hervorgebrachten Ergebnissen der interaktiven Bedeutungsaushandlung [...]“ (Krummheuer, 2011a, S. 31) bieten. Die besondere Rolle der Gestik bei solchen mathematischen Interaktionen herauszuarbeiten, immer mit Blick auf ihre Relation zur Lautsprache und potentiell auch zu anderen Modi, ist übergeordnetes Anliegen der vorliegenden Forschungsarbeit (vgl. Kap. 7.3).

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

theoretischen Mittel geschehen (vgl. Kap. 3, 4, 5 u. 6), um daraus dann den Forschungsfokus der Arbeit ausdifferenzieren und als Forschungsdesiderat begründet entwickeln zu können.

In der theoretischen Betrachtung der Befunde aus der Gestikforschung wurden bereits durch die Beschreibung von Gestenkategoriensystemen mögliche Instrumentarien dargelegt, die es erlauben, einen ersten systematisierenden Blick auf Gesten einzunehmen (vgl. Kap. 3.1.4). Dies kann insofern ein erster Ausgangspunkt der hier ausgeführten Betrachtungen sein, weil mit solchen Gestenkategorien Vermutungen über die Funktion von Gesten im Interaktionsprozess angestellt werden können. Zudem sind die Kategorien empirisch belegt und finden bereits verbreitet Verwendung im Bereich der mathematikdidaktischen Gestikforschung (vgl. Kap. 5). Es können so möglicherweise auch erste Schlüsse gezogen werden auf die Funktion von Gesten bei (mathematischen) Denkprozessen.

Es sollen daher hier zwei ausgewählte und in Kapitel 3.1.4 erläuterte Kategoriensysteme diesbezüglich diskutiert werden: Wenn McNeill (1992) bspw. von *ikonischen Gesten* spricht, so meint er damit Gesten, die eine konkrete Handlung mit einem Gegenstand gestisch nachstellen. Solche Gesten sind nach McNeill (1992) eng verbunden mit dem semantischen Inhalt der begleitend verwendeten Lautsprache (vgl. McNeill, 1992, S. 12). Für mathematische Interaktionen könnte man aus dieser beispielhaft skizzierten Zuschreibung also ableiten, dass jemand mit dieser oder jener Geste, die man als *ikonisch* im McNeill'schen Sinne in den Daten identifizieren würde, mutmaßlich eine mathematische Handlung darzustellen versucht, z. B. das Erzeugen einer Permutation aus n Elementen. Bei Müller (1998) werden als Kategorien beschrieben, dass die Hand in der Ausführung einer Geste *agiert, modelliert, repräsentiert* oder *zeichnet* (vgl. Müller, 1998, 115; Kap. 3.1.4). In diesem Sinne lassen sich möglicherweise in den Daten Gesten finden, bei denen mit einer oder beiden Händen z. B. ein geometrischer Körper *repräsentiert*, im Gestenraum *modelliert*, sein Umriss *gezeichnet* oder eine Handlung damit *agierend* dargestellt wird. Inwiefern dies allerdings interaktiv auch als ein solcher Gebrauch *kollektiv* von den Beteiligten der Interaktion *gedeutet* wird, bleibt bei diesen Kategorienschreibungen sowohl im Sinne McNeills (1992) als auch nach Müller (1998) gewissermaßen *von außen* aus Sicht der forschenden Person und ohne Blick auf interaktive Aushandlungsprozesse weitgehend ungeklärt. Man kann also mit den in der Literatur verfügbaren Gestenkategoriensystemen zwar eine Zuordnung vornehmen, die möglicherweise auch Rückschlüsse auf die Funktion der jeweiligen Geste zulässt, es bleibt aber offen, ob die Lernenden diese Geste nur vermeintlich oder tatsächlich auf diese Weise deuten und verwenden. Mit dem Blick auf eine semiotische Position etwa in Anlehnung an Dörfers (2015) Ausdeutung von Wittgenstein (1984), ergibt sich die Bedeutung von Zeichen – und damit auch von gestischen Zeichen – jedoch in ihrem Gebrauch (vgl. Dörfler, 2015, S. 46f). Diesen gilt es also zu rekonstruieren. Wie Gesten jedoch gebraucht werden, auch in Bezug auf die gleichzeitig geäußerte Lautsprache, ergibt sich nicht aus der Betrachtung einzelner Äußerungsereignisse heraus, sondern vielmehr aus der Rekonstruktion der Interaktion durch die Anwendung der Interaktionsanalyse (vgl. Kap. 8.7.1) und der mikroanalytischen

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

Betrachtung des Zeichenprozesses mithilfe der Semiotischen Analyse (vgl. Kap. 8.7.2). Auf diese Weise erfolgt die Fokussierung auf die Äußerungen und Zeichen in ihrer Einbindung in einen interaktiven Zeichen- bzw. Aushandlungsprozess und damit als Erzeugnisse aus einer komplexen, aufeinander wechselseitig abgestimmten Verwendung von Äußerungen der Beteiligten, Interpretationen und Ko-Konstruktionen (vgl. Brandt & Höck, 2011, 2012; Kap. 4.2) bzw. der Zeichenwahrnehmung, -interpretation und sich daraus ergebender Zeichenerzeugung.

Man muss also aus Sicht der Kategoriensysteme der Gestikforschung nach McNeill (1992) und Müller (1998) fragen, ob die Lernenden eine bestimmte und in den Daten identifizierte Geste bspw. *als ikonische Geste gebrauchen* oder ihre Hand *repräsentierend verwenden*, um zu einer geeigneten Zuordnung zu gelangen. Es bedarf also zunächst einer Verschiebung des Fokus' auf einzelne Gesten, hin zu der Frage ihres *Gebrauchs* im Interaktions- bzw. Zeichenprozess. In einem zweiten Schritt ließe sich dann fragen, wie diese Art der Verwendung von Gesten letztlich so etwas wie mathematisches Denken oder Agieren der Beteiligten zeigt bzw. auch beeinflusst und mitgestalten kann. Erst dann kann man von einer hinreichenden Beschreibung der Bedeutung von Gesten im mathematischen Lernen oder dem mathematischen Agieren von Lernenden sprechen, nämlich wenn man die Funktion der Gesten im Gebrauch mit geeigneten analytischen Mitteln zu rekonstruieren versucht.

Die Beziehung von Gesten und Denken, insbesondere dem Denken in einem mathematischen Kontext, wird in einzelnen der im Rahmen der vorliegenden Arbeit dargestellten mathematikdidaktischen Ansätze bereits in den Blick genommen: So geht bspw. Radford (2009) davon aus, dass mathematisches Denken durch das Zusammenspiel von verschiedenen Ausdrucksmodi konstituiert sei (vgl. Radford, 2009, S. 111; Kap. 5.1). Auch Sabena (2008) kommt in Anlehnung an den Ansatz der *Embodied Cognition* (vgl. Anderson, 2003) zu der Einschätzung der Wichtigkeit des Köpers in Bezug auf das mathematische Denken und Lernen. Dabei werden unter Bezugnahme auf eine semiotische Perspektive der Körper und der Umgang mit Zeichen und Artefakten als die zentralen Quellen mathematischen Wissens beschrieben (vgl. Sabena, 2008, S. 19). Radford (2009) betont, dass Gesten kein reines Fenster seien zu dem, was letztlich rein mental geschehe.

„[...] gestures, as a type of bodily action, are not considered as a kind of window that illuminates the events occurring in a 'black box' – they are not clues for interpreting mental states. They are rather *genuine constituents* of thinking.“ (Radford, 2009, S. 113, Hervorhebungen im Original)

Wenn Gesten genuine Bestandteile des Denkens sind, dann könnte man daraus schlussfolgern, dass anhand der Beobachtung von Gesten auch das Denken beobachtbar wäre, somit durch die Gesten ein Blick auf die sonst nicht zugänglichen, weil rein mentalen, Denkprozesse möglich werden würde.

Das multimodale Paradigma spielt dabei, wie auch bei den Ausführungen von Arzarello (2006), eine zentrale Rolle. Eine theoretische Fundierung erfährt die Multimodalität in diesen

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

Forschungen jedoch m. E. nicht. Sie wird offenbar vielmehr, weil in den Daten beobachtbar, als gegeben vorausgesetzt und beschreibt das, was Fricke (2012) als empirische, an der Performanz beobachtbare Multimodalität bezeichnet (vgl. Fricke, 2012, S. 39f). Die Besonderheit mathematischer Zeichen wird dabei häufig in ihrer vermeintlichen Abstraktheit verortet (vgl. Arzarello, 2006, S. 276; Krause, 2016, S. 1; Radford, 2009, S. 115). Diese Ansicht führt dann zu der von Dörfler (2015) als „didaktische Warnung“ (Dörfler, 2015, S. 39) bezeichneten Aussage, man dürfe Darstellung und mathematisches Objekt an sich nicht verwechseln. Semiotische Sichtweisen auf die Mathematik teilen diese grundsätzliche Annahme der Abstraktheit mathematischer Objekte jedoch nicht (vgl. Dörfler, 2006a, 2006b, 2015; Schreiber, 2010).

Einige Forschungen, die in Kapitel 5 zur Bedeutung von Gestik im Mathematiklernen vorgestellt wurden, basieren auf dem Ansatz der *Embodied Cognition* (vgl. Anderson, 2003; Wilson, 2002; Fußnote 104 in Kap. 5), in dem die Trennung von Körper und Geist überwunden wird und das Denken nicht länger als rein geistige, sondern durch die Möglichkeiten des menschlichen Körpers konstituierte Tätigkeit gedacht wird. Diese Einheit von Körper und Geist bezüglich des Denkens wird auch explizit für das mathematische Denken angenommen (vgl. Edwards, L. D., 2009, S. 128; Kap. 5.5). Weil es aber bei dieser vorausgesetzten Annahme bleibt, sind folgende Fragen m. E. bisher ungeklärt:

Sind Gesten reiner *Ausdruck von Gedanken* oder *genuine Bestandteile* des (mathematischen) Denkens, generieren sie also das Denken mit oder bilden sie es lediglich im Ausdruck ab? Kann ich nur in einer bestimmten Weise (mathematisch) denken, weil ich genau in diesem Moment auf jene Art und Weise gestikuliere oder ist die Gestik vielmehr Ausdruck und lediglich Abbild meiner längst gedachten und mental repräsentierten (mathematischen) Gedanken?

Aus neurokognitiver und psychologischer Sicht werden diese Fragen häufig diskutiert und in der Literatur auch vermeintlich beantwortet (vgl. de Ruiter, 2000; Goldin-Meadow, 2003; McNeill, 1992, 2005; Kap. 3.2). In einigen dieser Ansätze werden theoretische Modelle entwickelt, die angelehnt an Gedächtnis-Modelle die Entstehung und Produktion von lautsprachlichen und gestischen Äußerungen als informationsverarbeitende Prozesse im Gehirn modellieren (de Ruiter, 2000).¹⁹¹ In anderen Ansätzen werden Bezüge zum Denken im Allgemeinen und im Speziellen zum mathematischen Denken hergestellt und empirisch zumeist

¹⁹¹ In Anlehnung an das von Levelt (1989) entwickelte Modell der Produktion von Lautsprache, erweitert de Ruiter (2000) dieses Modell für die Produktion von Gesten und Lautsprache (ausführlich in Kap. 3.2.1). Mit dem Modell wird die Vorstellung eines sogenannten „Conceptualizer“ (de Ruiter, 2000, S. 289) im Gehirn verbunden, in dem lautsprachliche Äußerungen in einer vorsprachlichen Form und Gesten als eine Art bildliche Vorstufe vorliegen. Hierin würden entsprechend der kommunikativen Intention Informationen aus einer generellen Wissensbasis abgerufen, gesammelt und geordnet und zu einer sogenannten „preverbal message“ (de Ruiter, 2000, S. 289) als Output zusammengestellt. Diese lautsprachlichen und gestischen Skizzen würden dann im Äußerungsplaner – lautsprachlich dem „formulator“, gestisch dem „gesture planner“ (de Ruiter, 2000, S. 289 u. S. 297) – in eine Art Bauleitung der Äußerung übersetzt und schließlich an den lautsprachlichen und motorischen Apparat zur Ausführung weitergegeben.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

anhand der Analyse einzelner Äußerungsereignisse interpretiert (vgl. Goldin-Meadow, 2003; McNeill, 1992; vgl. Kap. 5.4).

Das Modell von de Ruiter (2000) zeigt dabei zwar die grundsätzliche Beziehung zwischen gestischer und lautsprachlicher Äußerung auf, es werden hier aber getrennte, wenn auch parallel ablaufende Prozesse vermutet. De Ruiter (2000) betont, dass Gestik und Lautsprache keine lexikalische Verschmelzung oder Zugehörigkeit („lexical affiliates“, S. 291) vorweisen würden, sondern vielmehr eine konzeptuelle, mentale. Nicht anders sei zu erklären, warum häufig lautsprachliche Äußerungen von solchen Gesten begleitet werden würden, die auf *das Bild im Kopf* verweisen und dabei u. U. andere Informationen als die Lautsprache beinhalten.¹⁹² Nach de Ruiter (2000) liege dies in der konzeptuellen mentalen Repräsentation des jeweiligen Äußerungsinhaltes im Gehirn des*r Sprechers*in begründet, die in die Äußerungen einfließe.

Aus diesen Beschreibungen ließe sich also bezogen auf die Beziehung von Gesten und Denken und den hier betrachteten Fragen ableiten, dass Gesten offenbar mindestens Rückschlüsse auf mentale Repräsentationen des*r Gestenerzeugers*in zu bestimmten Situationen eröffnen können. Damit bleibt aber die Frage nach Abbild oder Teil bzw. Bestandteil des Denkens noch immer unbeantwortet und es bleibt die Idee der gewissermaßen beliebigen Austauschbarkeit des jeweiligen Ausdrucksmodus bestehen, weil die spezifisch gestische Beteiligung an Denkprozessen nicht beleuchtet wird. Auf das mathematische Denken bezogen könnte aus de Ruiters (2000) Beschreibungen abgeleitet werden, dass Gesten Einblicke z. B. in mathematische mentale Repräsentationen von Lernenden bieten könnten. Diese Annahme deckt sich mit psychologischen Forschungen etwa von Goldin-Meadow (2003) und ist möglicherweise vor allem dann relevant, wenn mathematischen Repräsentationen lautsprachlich (noch) nicht ausgedrückt werden (können), weil sie z. B. das mathematische Niveau der sich äuernden Person noch übersteigen (vgl. Kap. 5.4). Damit könnten Gesten bei diagnostischen Beobachtungen im Mathematikunterricht von Bedeutung sein¹⁹³, aber auch

¹⁹² Als Beispiel führt de Ruiter (2000) eine lautsprachliche Äußerung an, bei der ein*e Proband*in eine Szene aus einem Cartoon nacherzählt: Eine Bowlingkugel wird darin von einem*r Akteur*in des Cartoons in eine Regenrinne geworfen. Während seiner lautsprachlichen Äußerung, zeigt der*die Proband*in eine pantomimische Geste, welche die Handlung des Werfens der Bowlingkugel nachstellt. Die Geste übermittelt laut de Ruiter (2000) dabei nicht nur die Information, die lexikalisch mit der Information der Lautsprache übereinstimmt, sondern darüber hinaus gebe die Geste Auskunft über Größe der Bowlingkugel, die Position des*r Akteurs*in im Cartoon, das Werfen an sich, und die Bewegung der Kugel nach unten und damit Einblicke in Gedankenbereiche des*r Proband*in, die möglicherweise in der Lautsprache nicht ersichtlich sind (vgl. de Ruiter, 2000, S. 291). Interessanterweise werden vergleichbare Beispiele bei Fricke (2007, 2012) dazu herangezogen, eine zu de Ruiter (2000) verschiedene Sicht auf Gestik und Lautsprache einzunehmen: Gerade weil Gestik einen eigenen semantischen Beitrag leistet, der sich als syntaktische Kategorie im Ausdruck rekonstruieren lässt (z. B. in attributiver Funktion gebraucht), lässt sich nach Fricke (2007) eine systemische Relevanz der Gestik für die Grammatik der Lautsprache ableiten. Die Nachweisbarkeit von sprachlichen Strukturen in der Gestik nutzt Fricke (2007, 2012) als Beleg für das multimodal angelegte System von Sprache (vgl. Kap. 3.2.3). De Ruiter (2000) nimmt dies in seiner Sichtweise als Beleg dafür an, dass es sich um getrennte Systeme handeln müsse. Ich folge hier Frickes (2007) Ansatz.

¹⁹³ *Diagnostisch* ist hier nicht im Sinne von Tests oder anderen Leistungsstandmessungen gemeint, sondern in Form von lernprozessbegleitenden und unterrichtsintegrierten Beobachtungen der Lernenden durch die Lernbegleiter*innen, z. B. die Lehrkraft.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

nur dann, wenn sich dieser Gebrauch der Gesten auch *in der Deutung der Lernenden selbst* rekonstruieren ließe.

Aus der Psycholinguistik leistet McNeill (1992, 2005) mit seinen Büchern „Hand and Mind. What gestures reveal about thought“ und „Gesture & Thought“ ebenfalls einen Beitrag zu der Frage der Beziehung von Denken und Gestik. McNeill (1992) geht davon aus, dass Gesten nicht nur Denken zeigen und abbilden, sondern an der Konstitution des Denkens maßgeblich beteiligt sind (vgl. McNeill, 1992, S. 245ff).

„Gestures occur, according to this way of thinking, because they are part of the speaker’s ongoing thought process. Without them thought should be altered or incomplete.“ (McNeill, 1992, S. 245)

Diese konstitutive Rolle der Gestik bei Denkprozessen begründet er mit der Kontextgebundenheit beider Aspekte:

„[...] gesture can affect thought; this is particularly so for thought as it is shaped by its context.“ (McNeill, 1992, S. 245)

Diskontinuität im Kontext erfordere die Einführung neuer Dimensionen im Denken, was durch eine komplexere Gestik geleistet würde. Gestik könne so die erforderliche Mehrdimensionalität des Denkens durch die Steigerung von Komplexität erbringen. McNeill (1992) bindet diese Perspektive an die Annahme der Dialektik von Lautsprache und Gestik als Teile eines gemeinsamen Prozesses. Er bettet seine Sicht auf Gestik und Denken in seine *Growth Point Theorie*¹⁹⁴ ein, nach der Gestik sich aus einem mentalen Bild entwickle, das zunächst schematisch und kontextgebunden vorliege und erst im Moment des Sprechens gemeinsam mit der Lautsprache seine äußerliche Form erhalte (vgl. Kap. 3.2.2). Damit beschreibt McNeill (1992) Denken, Lautsprache und Gestik als sich gegenseitig durchdringende Aspekte, die sich als Prozess über ein zeitliches Intervall entwickeln und gleichzeitig existieren. Dabei haben, so McNeill (1992), Gestik und Lautsprache verschiedene Auswirkungen auf das Denken: Gestik ermögliche in idiosynkratischer Form eine Unterscheidung des Gedankens von dem vorhandenen Kontext, Lautsprache als linguistische

¹⁹⁴ Als „Growth Points“ (häufig mit GP abgekürzt) beschreibt McNeill (2005, S. 82 u. S. 105ff) Einheiten innerer Sprache in Anlehnung an Vygotskys Konzept der „inner speech“ (McNeill, 2005, S. 82). Ein *growth point* ist nach McNeill (2005) die minimale Einheit der „imagery-language-dialectic“ (McNeill, 2005, S. 105). Anders als innere Sprache sei ein *growth point* immer verbunden mit dem Kontext des Diskurses und beinhalte soziale, interaktive Aspekte. „Functionally, the growth point is where a new verbal idea unit takes form in the stream of the speaker’s experience; external speech reconfigures this idea to fit the demands of language.“ (McNeill, 2005, S. 82) Der *growth point* verbinde ungleiche Arten von kognitiv bildlichen Aspekten mit linguistischem Inhalt. „One way to conceptualize the GP is as an image that is being categorized linguistically – an image with a foot in the door of language, as it were. The combination is called a growth point since it is meant to be the initial form of a thinking-for-speaking unit out of which a dynamic process of organization emerges. It is also called a GP since it is a theoretical unit in which the principles that explain the mental growth of children – differentiation, internalization, dialectic, and reorganization – also apply to realtime utterance generation by adults (and children). A final reason is that a GP addresses the concept that there is a specific starting point for a thought.“ (McNeill, Homepage, http://mcneilllab.uchicago.edu/writing/growth_points.html)

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

Struktur ver helfe dann diesem idiosynkratischen Gedanken eine standardisierte Form für die soziale Kommunikation anzunehmen (McNeill, 1992, S. 248). Mit Blick auf die Mehrdimensionalität des Denkens und der Dialektik von Lautsprache und Gestik seien in der Gestik wie auch in der Lautsprache je verschiedene Facetten des Denkens zu finden.

„There is a synthesis, and at the moment of synthesis language and gesture are combined into one unified presentation of meaning. This is an act of communication, but also an act of thought. Not only the listener but the speaker is affected. That is, the speaker realizes his or her meaning only at the final moment of synthesis. [...] The synthesis – its analytic and holistic qualities – is a single mental representation for the speaker which did not exist until the instant of fusion at the rhythmical pulse. Thus a dialectic implies that the speaker's thought evolves through the course of the utterance-gesture formation and comes, as Vygotsky said, into existence with it.“ (McNeill, 1992, S. 246)

Anders als in dem von de Ruiter (2000) präferierten informationsverarbeitenden Modell, in dem Konzeptualisierung und Formulierung zwei getrennte Prozesse darstellen, betont McNeill (1992) geradezu die gegenseitige Durchdringung von Denken und Äußern.

„[...] there is speaking in thought and thinking in speech. In this dialectic the formulation process changes thought from holistic with analytic elements to analytic with holistic elements. Gestures add individually conceived distinctiveness to the socially regulated linguistic structures.“ (McNeill, 1992, S. 247)

Von einem „Thought-Language-Hand-Link“ (McNeill, 2005, S. 233) spricht McNeill (2005) und ordnet die Bedeutsamkeit von Gestik und „imagery“ (McNeill, 2005, S. 233) mit Blick auf die Evolution von Sprache ein, die seiner Position folgend erst durch Gestik in der Weise, wie sie heute entwickelt ist, im Gehirn des Menschen angelegt werden konnte.

„[...] gesture is not a behavioral fossil, not an ‚attachment‘ to language or an ‚enhancement‘, but is an indispensable part of our ongoing current system of language and was selected with speech in the evolution of this system.“ (McNeill, 2005, S. 233, Hervorhebungen um Original)

McNeill (1992) betrachtet auch Gesten von Mathematiker*innen. Bezeichnenderweise ordnet er diese Betrachtung dem Kapitel „Gestures of the Abstract“ (McNeill, 1992, S. 145ff) zu – etwa in Abgrenzung zu den beiden vorausgehenden Kapiteln „Gestures of the Concrete“ (McNeill, 1992, S. 105ff) und „Experiment on Gestures of the Concrete“ (McNeill, 1992, S. 134ff). Dies lässt darauf schließen, dass er die Mathematik im Bereich des Abstrakten verortet, eine zu der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Sichtweise konträre

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

Perspektive.¹⁹⁵ Die Gesten von Mathematiker*innen sind nach McNeill (1992) deshalb besonders, weil vergleichbare Gestenformen bei verschiedenen Sprecher*innen in verschiedenen Kontexten auftreten und dabei auf ähnliche Bedeutungen und einzelne Begriffe verweisen würden (vgl. McNeill, 1992, S. 164). Zudem würden Mathematiker*innen Gesten erzeugen, die Metaphern für mathematische Ideen seien (vgl. McNeill, 1992, S. 165). Schließlich beschreibt McNeill (1992), dass von Mathematiker*innen häufig Gesten wie Wörter genutzt würden:

„Moreover, the gestures tended to coincide with nominal referring terms rather than with verbs. The narrowed temporal locus plus the tendency to associate with nouns suggests gestures that are not global and synthetic, but rather are segmented more like words.“ (McNeill, 1992, S. 168)

Ähnlich zu McNeills (1992, 2005) Ansatz beschreibt Goldin-Meadow (2003) in ihrem Buch „Hearing Gesture. How our Hands help Us Think“ Gesten als Fenster zum Denken des*r Sprechenden (vgl. Kap. 5.4). Verborgene Gedanken würden durch Gesten sichtbar und diese könnten somit Einblicke liefern in die mentalen Repräsentationen des*r Sprechenden. Außerdem trage die Gestik dazu bei, mentale Entlastungen im Sinne eines geringeren *cognitive loads*¹⁹⁶ zu erreichen (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 150ff), weil lautsprachlich und gestisch zwei verschiedene Informationen codiert werden könnten, die mental dann nicht mehr repräsentiert bzw. gespeichert werden müssten. Dies passt zu den oben dargestellten Ausführungen von McNeill (1992) bezüglich einer Steigerung der Komplexität von Gesten bei mehrdimensionalen Denkprozessen.

„We know that speakers tend to gesture more when the task becomes difficult. They appear to do so, not merely as a reflection of the cognitive effort they are expending, but as a way to reduce that effort. [...] In addition, gesturing reduces cognitive load, not by shifting the load to a store that is not involved in the task at hand, but by actually lightening the load itself. [...] it's clear that gesturing can help free up cognitive resources that can then be used elsewhere.“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 166)

¹⁹⁵ Dass in der vorliegenden Arbeit in Einklang mit Dörfler (2005, 2006a, 2006b, 2015), Schreiber (2010) und Ott (2016) eine andere Sichtweise auf Mathematik eingenommen wird, wurde bereits an verschiedenen Stellen ausgeführt und soll in folgendem Zitat nur kurz erinnert werden: „Die Basis für das mathematische Denken etwa in Beweisen sind demnach die mathematischen Zeichensysteme und die für diese vereinbarten Operationsregeln.“ (Dörfler, 2015, S. 43) In dieser Aussage Dörflers (2015) wird nicht nur die existenzielle Relation der Mathematik zu ihrem Zeichensystem aufgegriffen, sondern darüber hinaus deutlich, dass mathematische Regeln des Operierens vereinbarte und damit in einer Community von Mathematiker*innen ausgehandelte Vorschriften im Umgang mit diesem Zeichensystem sind. Daran lässt sich auch die interaktionstheoretische Sicht auf die Bedingungen mathematischen Lernens und die darin kollektiv erzeugte Zuschreibung von Bedeutung anknüpfen.

¹⁹⁶ Der Begriff *cognitive load* (Chandler & Sweller, 1991; Paas, Renkl & Sweller, 2003; Sweller, 1988) beschreibt die kognitive Belastung beim Lernen. In dieser Theorie wird davon ausgegangen, dass das Arbeitsgedächtnis maßgeblich an der Verarbeitung von Informationen und damit auch am Lernen beteiligt, aber nur begrenzt belastbar ist. Die kognitive Belastung wird subklassifiziert in „*intrinsic cognitive load*“ (Paas et al., 2003, S. 1), die von der Komplexität und der Interaktivität des Lernmaterials an sich ausgeht, in „*extraneous or ineffective cognitive load*“ (Paas et al., 2003, S. 2), die von der Art der Instruktion des Lernmaterials ausgeht und der „*germane or effective cognitive load*“ (Paas et al., 2003, S. 2), die von dem Aufwand des Lernenden, das instruierte Lernmaterial zu verstehen und ein automatisiertes Schema zu erlernen, ausgeht (vgl. Paas et al., 2003, S. 1f, Hervorhebungen im Original). Für eine weitere Ausführung dieses Konzepts sei hier auf Paas et al. (2003) verwiesen.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

Der Ansatz von Goldin-Meadow (2003) beinhaltet also eher die Idee der Abbildung als die der Konstituierung von Gedanken durch Gesten. In Bezug auf das mathematische Denken deutete nach Goldin-Meadow (2003) Gestik häufig auf Übergangsstadien von noch nicht vollständig erworbenen, mentalen mathematischen Repräsentationen hin: Bei sogenannten *Mismatches*, bei denen Gestik und Lautsprache verschiedene Informationen übermittelten (vgl. Kap. 5.4) konnte Goldin-Meadow (2003) Kinder beobachten, die in beiden Ausdrucksmodi verschiedene mathematische Strategien zeigten z. B. beim Lösen von Gleichungen. Wenig später schnitten diese Kinder erfolgreich beim Lösen solcher Gleichungsprobleme ab (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 49ff). Daraus schlussfolgert Goldin-Meadow (2003), dass Gesten in Zusammenhang mit lautsprachlichen Äußerungen beim Lösen bestimmter mathematischer Probleme Hinweise auf Entwicklungsstadien im mathematischen Denken geben könnten (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 47). Im Sinne eines diagnostischen Blicks der Lehrkraft auf Lernende lässt Gestik demnach diejenigen in Erscheinung treten, die in diesen Übergangsstadien besonders offen für Instruktionen und „ready to learn“ (Goldin-Meadow, 2003, S. 41) sind, so Goldin-Meadow (2003).

„One of gesture's most salient features is that it is 'out there', a concrete manifestation of ideas for all the world to see, not just researchers. Gesture could be a signal to parents and teachers that a particular notion is already in a child's repertoire, though not quite accessible. These listeners could then alter their behavior accordingly, perhaps offering instruction in these specific areas. If so, children would be able to shape their own learning environments just by moving their hands. In this way, gesture would not only reflect a child's understanding, but play a role in shaping it as well. Gesture would be part of the mechanisms that brings about cognitive change.” (Goldin-Meadow, 2003, S. 116, Hervorhebung im Original)

Es ist zu bedenken, dass die Untersuchungen von Goldin-Meadow (2003) vornehmlich ohne die Beachtung sozialer Prozesse, also rein auf individuelle Lernprozesse fokussiert durchgeführt, und den Proband*innen darüber hinaus relativ reduzierte bzw. experimentell kontrollierte mathematische Situationen offeriert wurden. Bei den Äußerungsereignissen, die untersucht werden, handelt es sich eher um isoliert betrachtete Einzeläußerungen. Es bleibt dabei offen, welche Auswirkungen *Mismatches* in mathematischen *Interaktionen* z. B. in Gesprächen von Lehrenden und Lernenden haben, die sich im Alltag des Mathematikunterrichts kaum auf einzelne mathematische Probleme reduzieren lassen, sondern möglicherweise verschiedene mathematische Bereiche berühren und sicherlich auch mathematische Problemsituationen mit unterschiedlichem Grad an Offenheit umfassen. Bezogen auf die hier thematisierte Frage nach dem Zusammenhang von mathematischem Denken und Gesten lässt sich schließen, dass Gesten im mathematischen Lernprozess offenbar einen wichtigen Beitrag leisten, dessen Nutzen sich z. B. auch in den diagnostischen Möglichkeiten der Beobachtung von Gesten Lernender durch die Lehrkraft zeigen könnte. Die Frage nach Bestandteil oder Abbild des Denkens kann aber auch mit der Betrachtung dieser psychologisch orientierten Forschung nicht hinreichend geklärt werden.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

Die Hirnforschung leistet mit bildgebenden Verfahren ebenfalls einen Beitrag, was das Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache betrifft: Wachsmuth (2006) beschreibt, dass bei sogenannten Reizwort- und Reizgestentests¹⁹⁷ eine Aktivität im gleichen Hirnareal dokumentiert werden konnte. Gestik und Lautsprache werden folglich im gleichen Hirnareal verarbeitet (vgl. Wachsmuth, 2006, S. 42).

An den dargestellten Modellen und theoretischen Perspektiven auf Gestik und dem (mathematischen) Denken aus psychologischen und mathematikdidaktischen Arbeiten zeigt sich eine Vielfalt, die von der Perspektive auf Gesten eher *als Bestandteile des Denkens* bis hin zur Betrachtung von Gesten *als Abbild des Denkens* reichen. Die Bedeutung und Funktion von Gestik beim (mathematischen) Denken ist aber damit nicht hinreichend zu beantworten, weil die soziale Eingebundenheit des Mathematiktreibens in Aushandlungsprozessen nicht in ausreichendem Maße Beachtung findet. Darüber hinaus ist der *Blick in den Kopf* der Lernenden, um hier etwa Gedanken verfolgen zu können, wohl kaum möglich.

Eine mathematikdidaktische Arbeit, wie die vorliegende, die sich einer interaktionstheoretischen (vgl. Kap. 4) Sicht auf das Mathematiklernen bedient, welche um die besondere Beachtung der darin verwendeten (mathematischen) Zeichen im Sinne der Semiotik nach Peirce (vgl. Kap. 6) bereichert wird, bietet nun verschiedene theoretische Mittel der erkenntniserweiternden Betrachtung. Die Zeichentheorie nach Peirce (vgl. Kap. 6) kann dabei eine Annäherung zwischen Ansätzen leisten, die vornehmlich das individuelle mathematische Denken und Lernen in den Blick nehmen (vgl. u. a. Goldin-Meadow, 2003) und Ansätzen, welche die soziale Konstitution mathematischer Lernprozesse postulieren (vgl. u. a. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Kap. 4.2). Die Semiotik kann darüber hinaus Hinweise geben, die möglicherweise die Frage nach *Bestandteil* oder *Abbild des Denkens* nicht beantworten, jedoch zumindest Aufschluss geben können über die jeweilige *Funktion von Gesten* als Zeichen in mathematischen Zeichenprozessen.

In der ausführlichen Darstellung des Zeichenbegriffs nach Peirce (vgl. Kap. 6.2) wird deutlich, dass Peirce das Zeichen und den Interpretanten des Zeichens als zentrale Elemente seiner Theorie herausstellt. Aus semiotischer Perspektive ist folglich bei der Betrachtung der Bedeutung von Gesten beim Denken nach dem *Interpretant* mathematischer Zeichen zu fragen. Wenn ein Zeichen nach Peirce erst zum Zeichen wird, wenn es als solches von einem Subjekt wahrgenommen wird, so wird die *Bedeutung eines Zeichens* offenbar in Abhängigkeit zu seinem tatsächlichen *Gebrauch* anhand des von dem*r Zeichenleser*in erzeugten Interpretanten dieses *Zeichens im Gebrauch* konstruiert. Wird also der Blick auf die Interpretation von Zeichen in ihrem jeweiligen Gebrauch und somit auch von Gesten in ihrer Funktion in mathematischen Interaktionen verschoben, ergibt sich im Vergleich zu den eingangs aufgeworfenen Fragen ein

¹⁹⁷ Als Reizworttest wird bei Wachsmuth (2006, S. 42) Folgendes beschrieben: Hirnstromsignale von Proband*innen wurden gemessen, als sie Sätze wie ‚Er bestrich das Brot mit Socken‘ hörten. Ebenfalls wurde so verfahren mit Reizgesten: Die Proband*innen bekamen im Input einen Satz z. B. über ein großes Objekt lautsprachlich präsentiert, kombiniert mit einer Geste, die auf ein kleines Objekt verwies.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

etwas anders akzentuierter Fokus: Zunächst ist dann nämlich zu klären, was im eigentlichen Sinne *mathematische Zeichen* auszeichnet bzw. was ein Zeichen zum *mathematischen Zeichen* macht oder – im spezifischen Sinne dieser Arbeit – was eine Geste zu einer *mathematischen Geste* macht. Können Gesten also *mathematische Zeichen* sein oder sind sie reiner *Ausdruck* von mathematischem Denken bzw. stärker als *Reden* bzw. *Gestikulier*en über *Mathematik* oder über *mathematische Objekte* zu verstehen? Sensibilisiert durch diese Überlegungen können dann möglicherweise in den Analysen der vorliegenden Arbeit Gesten der Interagierenden rekonstruiert werden, welche diese Eigenschaften mathematischer Zeichen aufweisen, was sie wiederum folglich als konstituierenden Bestandteil des Treibens von Mathematik auszeichnen würde.

Hinweise zur *Natur* mathematischer Zeichen liefern die Perspektiven von Dörfler (2005, 2006a, 2006b, 2015), Schreiber (2010) und Ott (2016). Mathematische Zeichen sind in diesen Arbeiten als vornehmlich in der Schrift verortet beschrieben (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 5.6). In Anlehnung an Latour und Woolgar (1986) werden schriftliche Fixierungen von Schreiber (2010) zunächst als *Inskriptionen* bezeichnet, als

„[...] Externalisierungen [...] von Lösungsideen- und hinweisen, wobei der kollektive Gesichtspunkt im Vordergrund steht.“ (Schreiber, 2010, S. 27)

Demnach sind *Inskriptionen* zunächst Aufschriebe auf Papier, können aber auch Darstellungen auf dem Bildschirm, Bilder oder Materialanordnungen umfassen (vgl. Schreiber, 2010, S. 27). Latour und Woolgar (1986) unternehmen den Versuch, zu beschreiben, wie wissenschaftliche Erkenntnisse gewonnen werden. Dabei spielen *Inskriptionen* eine zentrale Rolle, weil sie wissenschaftliche Beobachtungen und Untersuchungen z. B. in Form von Modellen und Grafiken festhalten, sie gewissermaßen in etwas Materialisiertes transformieren. Für Latour und Woolgar (1986) sind *Inskriptionen*

„[...] an operation more basic than writing. It is used here to summarize all traces, spots, points, histograms, recorded numbers, spectra, peaks, and so on. (Latour & Woolgar, 1986, S. 88)

Nach Ott (2016) stehen in Anlehnung an Latour und Woolgar (1986) *Inskriptionen* eher am Ende eines Forschungsprozesses (vgl. Ott, 2016, S. 24). Ott (2016) bezieht sich zudem auf die Arbeit von Gravemeijer (2002) und führt aus, dass *Inskriptionen* anders als innere Vorstellungen für mehrere Personen gleichzeitig nutzbar und zugänglich sind (Ott, 2016, S. 24).

Gravemeijer (2002) weist auf einen Unterschied zwischen „signifier“ (Gravemeijer, 2002, S. 18) und *Inskriptionen* hin. Ersteres verweise darauf, wie ein*e Zeichenleserin das Zeichen z. B. auf einem Papier interpretiere und damit sei *signifier* an eine situative Deutung gebunden, während *Inskriptionen* in diesem Sinne zunächst als reine Markierung, z. B. auf Papier, zu sehen sind. So könnten nach Gravemeijer (2002) Kreise auf Papier als *signifier* für Bonbons von einem*r Zeichenleser*in gedeutet werden, jedoch auch je nach Situation dazu verschiedene Deutungen hervorrufen.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

„This distinction enable us to differentiate between the inscriptions as such, their use, and what they signify for the user. Inscriptions constitute a topic of theoretical interests because of the fact that they serve certain purposes and because of the meanings that are attributed to them in social practices.“ (Gravemeijer, 2002, S. 18)

Dörfler (2005) bezeichnet dann als *mathematische* Inskriptionen:

„[...] alle von Mathematikern verwendete, aufgeschriebene oder in Texten gedruckte Formeln, Graphiken, Diagramme, aber auch Wörter und Sätze.“ (Dörfler, 2005, S. 2).

In Krummheuer (2011a) wird die Beziehung von *Inskriptionen* und *Diagrammen* in mathematischen Lernprozessen besonders deutlich:

„Inskriptionen können die konventionelle Zahldarstellung im Dezimalsystem, didaktisch motivierte Veranschaulichungen, individuelle Zeichenerfindungen und vieles mehr sein. Sie werden im Prozess der Bedeutungsaushandlungen eingeführt, erfunden, situativ verändert und weiterentwickelt. In neuern Arbeiten zur Semiotik in der Mathematikdidaktik wird dieser Gesichtspunkt unter dem Peirceschen Begriff des ‚Diagramms‘ bzw. der ‚Diagrammatizität‘ behandelt.“ (Krummheuer, 2011a, S. 39, Hervorhebungen im Original)

Krummheuer (2011a) führt darüber hinaus ebenso an, dass sich bei mathematischen Lernprozessen die Diagrammatizität bzw. das diagrammatische Arbeiten auch an der Verwendung von Materialien, wie z. B. Holzklötzen, zeigen würde, aus denen durch Manipulationen „[...] Darstellungen diagrammatischen Charakters [...]“ (Krummheuer, 2011a, S. 39) erzeugt werden könnten.

Schreiber (2010) stellt Eigenschaften von *Inskriptionen* zusammen. Dabei erscheint zunächst die Betonung ihrer Bedeutung für das Agieren ihres*r Konstrukteurs*in zentral: Sie würden konstruiert und konstruierten gleichzeitig das weitere Agieren (vgl. Schreiber, 2010, S. 27). *Inskriptionen* sind nach Schreiber (2010, S. 27f) von Mobilität geprägt aufgrund ihrer materiellen Fixierung in jeglicher Form, durch die sie versendbar und reproduzierbar werden. Während des Versendens, z. B. per Post oder E-Mail, behalten sie ihre Eigenschaften und haben das Potential veröffentlicht zu werden. Ihr Maßstab ist veränderbar bei gleichzeitiger Relations- und Eigenschaftsinvarianz. Ebenso könnten *Inskriptionen* mit anderen *Inskriptionen* verknüpft werden. Schreiber (2010) betrachtet *Inskriptionen* als Teil der von ihm untersuchten mathematischen Lernendeninteraktionen und beobachtet vor allem diejenigen kollektiv erzeugten *Inskriptionen*, die im Verlauf der mathematischen Interaktion zu Diagrammen im Sinne von Peirce werden (vgl. Schreiber, 2010, S. 28). Er stellt an den Beginn seiner Überlegungen die Feststellung, dass mathematische Tätigkeiten abhängig seien von „[...] schriftbasierten Fixierungen.“ (Schreiber, 2010, S. 14). Inskriptionen und Diagramme als mathematische Objekte sind damit Gegenstände mathematischer Tätigkeit, die zumeist nicht möglich sei, ohne etwas schriftlich zu fixieren (Schreiber, 2010, S. 14). Auch Dörfler (2006a) betont diese dadurch gegebene Gegenständlichkeit und materielle Verfügbarkeit mathematischer Objekte:

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

„The very objects of interest, of learning and communication are now perceivable and communicable if math is understood (primarily and initially) as a social practice with, on, about, and through diagrams.“ (Dörfler, 2006a, S. 105, bereits zitiert in Kap. 5.2)

Anders als bei Ansätzen, wie sie von den oben zitierten Autor*innen (vgl. Arzarello, 2006; Radford, 2009; Krause, 2016) vertreten werden, wird also nicht von einer prinzipiellen unmöglichen direkten Zugänglichkeit und Abstraktheit mathematischer Objekte ausgegangen, die lediglich in Zeichen repräsentiert und abgebildet werden, sondern von mathematischen Zeichen, die sinnlich verfügbar, wahrnehmbar, zugänglich und manipulierbar sind, nämlich als die beschriebenen mathematischen Inskriptionen und Diagramme. Dörfler (2006a) versteht die Mathematik dann auch als „techné“ (Dörfler, 2006a, S. 105), in der mathematische Zeichen nicht nur Darstellung von etwas, möglicherweise Abstraktem sind, sondern gerade durch ihr Dargestellt-Sein im Gebrauch den Status erlangen, selbst die Objekte des Mathematiktreibens zu sein. In Bezug auf das Mathematiklernen und insbesondere einer darin zu verortenden Praxis des *Umgangs mit bzw. Gebrauchs von mathematischen Objekten* konstatiert Dörfler (2005):

„Vor diesem Hintergrund ist produktives Lernen von Mathematik die progressive Teilnahme an einer Praxis des Umgangs mit (mathematischen) Diagrammen aller Art, die dadurch ins Zentrum des Mathematikunterrichts rücken, zum wesentlichsten Thema und Gegenstand aller Lernaktivitäten werden. Die Diagramme (auch Formeln) sind dann nicht mehr bloß Darstellungen und methodisches Mittel, sondern ihre Konstruktion, Analyse, Verwendung, Veränderung und Interpretation machen sie zu autonomen Gegenständen und Mitteln des Denkens und damit auch zu den bestimmenden Gegenständen des Mathematikunterrichts.“ (Dörfler, 2005, S. 2)

Darstellungen im Mathematiktreiben sind also dann *Mittel des Denkens* und zentraler Gegenstand mathematischer Auseinandersetzungen, wenn sie als Diagramme gedeutet konstruiert, analysiert und damit von den Lernenden als solche *gebraucht* werden. Die Bedeutung entsteht also hier nicht in der eigentlichen Darstellung, sondern *im Gebrauch* dieser Darstellung, die, wenn ihre Lesart nicht erkannt oder konstruiert werden kann, „bloß Darstellung und methodisches Mittel“ (s. Zitat oben) bleibt. Damit geht Dörfler (2015) noch einen Schritt weiter als bspw. Schreiber (2010), der schon den Darstellungen im Mathematiktreiben eine (mit-)konstruierende Rolle des mathematisch Dargestellten zuschreibt (vgl. Schreiber, 2010, S. 14f). Als Besonderheit mathematischer Zeichen stellt Schreiber (2010) ihre Unmittelbarkeit heraus, da häufig „die Darstellun[g] selbst als die mathematische Prozedur oder Idee genommen werden kann“ (Schreiber, 2010, S. 14): Das Zahlzeichen 5, so Schreiber (2010), verweise nicht auf irgendetwas, sondern stehe – vorausgesetzt die Lesart dieses Zeichens ist bekannt – für sich selbst; anders als etwa die Buchstabenfolge *Kuh* auf das Tier verweist und nicht selbst das Tier ist und auch nicht dessen Eigenschaften aufweist. Die 5 in ihrer Darstellung als Zahlzeichen könne mit den spezifischen Eigenschaften also als mathematisches Objekt in mathematischen Tätigkeiten verwendet werden, während das Wort *Kuh* etwa weder muhen noch Milch geben kann. Wenn also mathematische Zeichen nicht bloße Darstellung mathematischer Objekte sind, sondern *die*

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

mathematischen Objekte selbst unter der Voraussetzung ihres *Gebrauchs* (Dörfler, 2005, 2015), so zeichnet dies ihre Besonderheit aus. Mathematische Objekte werden dann von dem*r versierten Zeichenleser*in mit der Wahl ihrer Darstellung konstruiert (vgl. Schreiber, 2010, S. 15). Der Umgang mit schriftlichen und schriftähnlichen mathematischen Darstellungssystemen ist in dieser Weise existentiell für die Mathematik, dient der Strukturierung und Manipulation von mathematischen Objekten, um an ihnen Operationen nach bestimmten Regeln durchführen zu können, die dann in der Folge zu anderen, neuen Diagrammen und somit zum mathematischen Erkenntnisgewinn durch diesen Gebrauch von Diagrammen führen können. Für die Mathematik wird die Zentralität von schriftlichen Symbolen, Zeichen und Diagrammen und damit eine starke Betonung von vornehmlich schriftbasierten Inskriptionen hervorgehoben (vgl. Dörfler, 2005, 2006a, 2006b, 2015; Schreiber, 2010), weil es mit ihnen möglich ist, jegliche Mathematik gleichermaßen darzustellen und zu betreiben bzw. zu verwenden. Es liegt damit ein schriftliches mathematisches Zeichensystem vor, das es erlaubt, jeglichen mathematischen Sachverhalt, jeglichen Beweis, alle Zusammenhänge und Eigenschaften von mathematischen Objekten darzustellen und diese Darstellungen unter bestimmten, von Mathematiker*innen über einen historischen Prozess festgelegten Regeln zu verwenden.

Aus dieser Perspektive erscheint es zunächst überraschend, womöglich auch unmöglich, Gesten einen zumindest annähernd vergleichbaren Stellenwert im Betreiben von Mathematik zuzuschreiben und ihnen damit gewissermaßen auch eine konstitutive Rolle im mathematischen Denken nachzuweisen. Es muss also im Rahmen der Analysen der vorliegenden Arbeit und unter Berücksichtigung der beschriebenen Forschungen und Theorien geklärt werden, ob Eigenschaften schriftbasierter mathematischer Objekte auch für zunächst nicht-schriftliche Zeichen, wie die hier besonders in den Blick genommenen Gesten, gelten können. In diesem Sinne würde dann das als mathematische Inskription und Diagramm gelten, was die *Funktion von* mathematischen Inskriptionen und Diagrammen übernehmen kann und dies könnte auch für bestimmte Gesten gelten. Dazu müssten sich in den Daten Hinweise auf solche Gesten rekonstruieren lassen, die also *im Gebrauch dieser gestischen Darstellung die Eigenschaften mathematischer Objekte* im Sinne Schreibers (2010) und Dörflers (2005, 2006a, 2006b, 2015) aufweisen und damit als *mathematische Gesten* und konstitutiv für das Betreiben

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

von Mathematik durch die Lernenden bezeichnet werden können.¹⁹⁸ Nur dann wird die Multimodalität des Mathematiklernens und des -treibens von Lernenden aus der reinen empirischen Beobachtung von Gesten, die Lernende erzeugen, herausgehoben und damit kontrastiert, was Mathematiktreiben – unabhängig welchen Niveaus – im Peirce'schen Sinne auszeichnet. Die *konstitutive* Bedeutung von Gesten für das Lernen von Mathematik bleibt dann nicht reine Beobachtung und angenommene Voraussetzung, wie für einige der in Kapitel 5 dargestellten Forschungen aufgezeigt wurde, sondern wird empirisch an den Daten rekonstruiert und nachgewiesen (oder eben auch nicht), und zwar unter Bezugnahme auf die Eigenschaften mathematischer Objekte und das Mathematiktreiben. Erst dann lassen sich hinreichend empirisch fundierte Aussagen treffen zur tatsächlichen Bedeutung von Gesten im Mathematiklernen und -treiben, was nicht mehr und nicht weniger ist als das Forschungsdesiderat der vorliegenden Arbeit.

In den Daten muss hierzu nach aussagekräftigen Hinweisen gesucht werden: Es könnten sich bspw. Gesten finden lassen, die potentiell Inskriptionen vorbereiten können und bis zu einem gewissen Grad an Komplexität des darin Verhandelten als *mathematische Inskriptionen* selbst fungieren könnten. Damit wäre die Schriftlichkeit nicht als ausschließlicher Modus mathematischer Objekte anzunehmen, sondern zumindest vorübergehend, z. B. auch in Aushandlungen von Mathematiker*innen, könnten Gesten möglicherweise schriftähnlichen Charakter aufweisen.¹⁹⁹

Von Bedeutung sind in Bezug auf diese Überlegungen also vornehmlich solche Gesten, die nicht rein aufmerksamkeitssteuernden oder referentiellen Charakter haben indem sie auf etwas, z. B. das verfügbare Material in der jeweiligen Situation oder etwas, das bereits aufgeschrieben ist verweisen. Vielmehr sollten bei den abschließenden Betrachtungen im Rahmen der Analysen bezüglich der Frage nach *ihrem mathematischen, inskriptionalen und diagrammatischen Charakter* diejenigen Gesten im Fokus stehen, die weniger ausschließlich

¹⁹⁸ Im Sinne des Inskriptionsbegriffs, wie er bei Schreiber (2010) genutzt wird, haben gefilmte Gesten, wie sie in der vorliegenden Arbeit als Originale für die Erstellung der Transkripte als Analysegrundlage dienen und die Transkripte selbst, den Charakter von Inskriptionen, da sie die Eigenschaften dieser erfüllen. Für die Beteiligten an der mathematischen Interaktion gestaltet sich dies aber anders: In der gerade stattfindenden Interaktion sind die Gesten nicht gefilmt und damit übertragbar und fixiert verfügbar, was aber als Charakteristikum von Inskriptionen beschrieben wird (vgl. Schreiber, 2010, S. 27ff). Die Gesten, die in der Interaktion geäußert wurden, werden eher nicht veröffentlicht und sind auch im Verlauf der Interaktion potentiell veränderbar im Sinne der Wiederholung ähnlicher Gesten von auch verschiedenen Sprecher*innen. Einmal Gestikuliertes kann zwar als ungültig markiert werden, ist aber nicht mehr zurückzunehmen. Somit bleiben Gesten zumindest in einer Art *kollektivem Interaktionsprozessgedächtnis* potentiell erhalten. Gleichzeitig lassen sich Gesten aber auch als konventionalisiert zwischen Gesprächspartner*innen etablieren und können z. B. wiederholt genutzt werden um auf ein Objekt zu verweisen (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Huth, 2011a, S. 199; Kap. 3.2.3). Es erscheint also so, als würden Gesten zunächst eher weniger die Eigenschaften von Inskriptionen, wie sie oben nach Schreiber (2010) dargestellt wurden, aufweisen. Möglicherweise können Gesten aber dennoch die Funktionen von Inskriptionen für die Interagierenden zumindest zeitweise übernehmen, und zwar dann, wenn sie auf bestimmte Art und Weise gebraucht werden (vgl. Kap. 10).

¹⁹⁹ In Huth (2013, 2017, 2018) konnte ich bereits erste Hinweise auf solche *inskriptionsähnlichen* Gesten in meinen Daten finden, deren Repräsentanz sich in weiteren Analysen im Rahmen dieser Arbeit (vgl. Kap. 9) erweisen muss.

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

benennen oder referieren, sondern selbst *mathematische Strukturen* in die Situation einführen und damit nicht auf etwas Aufgeschriebenes, etwas am Material usw. verweisen, sondern *selbst das mathematische Objekt* sind, das dann in der Folge manipuliert werden kann.

Sind diese Funktionen von Gesten erfüllt, würden diese mathematischen gestischen Zeichen dann im Sinne Dörflers (2005) zu „Mitteln des Denkens“ (Dörfler, 2005, S. 2) in den mathematischen Interaktionen der Lernenden werden. Damit könnten Gesten als konstitutiver Bestandteil und nicht bloßes Abbild mathematischen Agierens und Denkens eingeordnet werden.

7.3 Forschungsfokus und Leitidee der Analysen aus den drei dargestellten theoretischen Perspektiven

Im vorausgehenden Abschnitt wurde aus den für meine Arbeit relevanten theoretischen Perspektiven der Forschungsfokus ausgeschärft, der nun in Forschungsfragen gefasst werden soll. Aus den dargestellten theoretischen Ausführungen lässt sich eine übergeordnete Forschungsfrage formulieren, die in Bezug auf Gestik-Lautsprache Relationen alle drei großen Theoriefelder meiner Forschungsarbeit vereint und meine Analysen grundlegend leitet:

*Wie nutzen Grundschüler*innen Gestik und Lautsprache, insbesondere in deren Zusammenspiel, um ihre mathematischen Ideen in den interaktiven Aushandlungsprozess einzubringen und über den Verlauf der Interaktion aufzugreifen, möglicherweise weiterzuentwickeln oder auch zu verwerfen?*

Ausdifferenzierung erfährt diese Forschungsfrage in Bezug auf die einzelnen Ansätze, die innerhalb der drei Theoriefelder dargestellt wurden: Die untersuchten mathematischen Interaktionen von Zweitklässler*innen werden als *Zeichenprozesse* im Sinne der Peirce'schen Semiotik verstanden (vgl. Kap. 6), innerhalb derer die von den Schüler*innen genutzte Gestik und Lautsprache als *Zeichen* rekonstruiert werden. Hier können Ansätze aus der Gestikforschung, z. B. McNeills (1992, 2005) und Müllers (1998) *Kategorisierung der Gestik* (vgl. Kap. 3.1.4), eine erste Orientierung in der Beschreibung anbieten. Innerhalb der so verstandenen Zeichenprozesse sind darüber hinaus möglicherweise *Gesten-Mimikries* (vgl. Kimbara, 2006; Kap. 3.3), aber auch *modusübergreifend gegenseitige Zeichenübernahmen* durch die Interagierenden und somit Transformationsprozesse von Zeichen rekonstruierbar im Rahmen ihrer mathematischen, d. h. semiotisch betrachtet *diagrammatischen Tätigkeit*. Gesten- und Lautsprache-Mimikries könnten im Verlauf der jeweils untersuchten Interaktion zu *Konventionalisierungsprozessen* bezüglich gestischer und/oder lautsprachlicher Zeichen führen (vgl. Fricke, 2007, 2012; Kap. 3.2.3), die möglicherweise auf einen regelhaften Gebrauch verweisen können. Es könnten sich auf diesem Weg potentiell auch aus *abduktiven Schlüssen* der Lernenden emergierende *quasi-finale Interpretanten* der Interagierenden rekonstruieren lassen, die sich als eventuell den *Ground* für folgende Zeichenprozesse determinierende interaktiv aktivierte *Rahmungen* beschreiben lassen und als Teil dessen betrachtet werden können, wie die Interagierenden ihr gemeinsames Arbeiten an und mit Diagrammen gestalten

7 Verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien und Entwicklung des Forschungsfokus'

(vgl. Kap. 6, 7.1 u. 7.2). Für die von den Lernenden verwendeten Gesten im Speziellen kann sich so möglicherweise in den Daten eine hinreichende Repräsentanz in Bezug auf ihre *mathematische Zeichenhaftigkeit im Gebrauch* im Peirce'schen Sinne (vgl. Dörfler, 2006a, 2015; Schreiber, 2010; Kap. 7.2) nachzeichnen lassen. Dies geschieht über die Rekonstruktion der *Gestalt und Funktion* der jeweils von den Lernenden verwendeten Gesten in Bezug auf die mathematische Interaktion, um eine empirisch belegte und theoretisch fundierte Beschreibung der Bedeutung von Gesten für das mathematische Agieren junger Lernender herausarbeiten zu können.

Die oben dargestellte, übergeordnete Forschungsfrage kann mit folgenden weiteren die Analysen leitenden Fragen weiter ausdifferenziert werden:

- 1) Welche Funktionen übernehmen insbesondere die verwendeten Gesten in den untersuchten mathematischen Interaktionssequenzen Lernender?
- 2a) Inwiefern lässt sich ein Wiederaufgreifen von eingebrachten lautsprachlichen und/oder gestischen Äußerungen im Interaktionsverlauf nachzeichnen?
- 2b) Kann ein solches Aufgreifen als sprecher*innenübergreifende gegenseitige Übernahme von gestischen und/oder lautsprachlichen Äußerungen zwischen den an der Interaktion Beteiligten rekonstruiert werden?
- 3) Lassen sich auf diese Weise Konventionalisierungsprozesse der gestischen (und lautsprachlichen) Zeichen zeigen, in denen bestimmte Gesten für das gleiche Gemeinte stehen und damit im Sinne von vorübergehend stabilisierten Bedeutungen ausgehandelt werden?

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Das vorliegende Forschungsprojekt lässt sich als qualitative Studie in die rekonstruktive Sozialforschung (vgl. Bohnsack, 2008; Flick, Kardorff & Steinke, 2003) und spezieller in die darauf basierende Interpretative Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik einordnen (vgl. Jungwirth & Krummheuer, 2008; Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Krummheuer & Naujok, 1999; Krummheuer & Voigt, 1991). Im Folgenden wird es darum gehen, die Interpretative Unterrichtsforschung als zugehörig zur rekonstruktiven Sozialforschung zu beschreiben sowie die entsprechenden methodologischen Vorüberlegungen für mein Forschungsprojekt darzustellen. Anschließend werden die konkrete Umsetzung der Studie und die gewählten Methoden beschrieben. Neben der Entwicklung und Anlage der Studie wird dabei der Darstellung des genutzten Erhebungsmanuals der Didaktischen Design Pattern (vgl. Vogel & Wippermann, 2005) in der Adaption von Vogel (2013, 2014) als *mathematische Situationspattern* besondere Bedeutung beigemessen. Bezüglich des Umgangs mit den so erhobenen Daten wird anschließend das in Anlehnung an Sager (2005) entwickelte Transkriptionsverfahren in Partiturschreibweise erläutert und Besonderheiten der Transkription von Gestik in Relation zur gleichzeitig geäußerten Lautsprache herausgestellt. Darüber hinaus werden das Studiendesign erläutert und die teilnehmenden Schüler*innen kurz beschrieben. Die Konturierung der Kombination von Interaktionsanalyse (vgl. Krummheuer, 2011b, 2012; Krummheuer & Brandt, 2001) und Semiotischer Analyse (vgl. Schreiber, 2010) als Analyseverfahren für die erhobenen Daten zielt im letzten Teil besonders auf die Art und Weise des Zusammenspiels dieser beiden Analyseverfahren und die Erweiterungen bzw. Anpassungen bezüglich der Analyse multimodaler Daten innerhalb der vorliegenden Arbeit.

8.1 Rekonstruktive Sozialforschung

Qualitative Forschung beabsichtigt ein Verstehen von sozialer Wirklichkeit und nutzt offene Zugangsweisen und verdichtete und detaillierte Beschreibungen, um Perspektiven der Untersuchten zu berücksichtigen, deren Deutungsweisen und das maßgeblich bestimmende System von Bedeutungszuschreibungen zu rekonstruieren und die für soziale Wirklichkeit konstituierenden Strukturen herauszuarbeiten (vgl. Bohnsack, 2008; Flick et al., 2003, S. 13ff; Kelle, 1997). Die Offenheit der qualitativen Forschung ermöglicht es, Unbekanntes und Überraschendes in den Daten nicht aus dem Datenkorpus auszuschließen, sondern gerade hieran Erkenntnisgewinn festzumachen und auf diese Weise gegenstandsorientierte Theoriegenese aus der Empirie als übergeordnetes Ziel zu verfolgen (vgl. Flick et al., 2003,

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

S. 17 u. S. 24). Diese Offenheit wird durch den Rückgriff auf ein Methodenspektrum erreicht, das, verortet in der Forschungspraxis, eine Anpassung an den jeweiligen Forschungsgegenstand erfährt. Flick et al. (2003) nennen diese „[...] Gegenstandsangemessenheit von Methoden [...]“ (Flick et al., 2003, S. 22) das Kennzeichen qualitativer Forschungspraxis und halten fest:

„Für qualitative Forschung ist typisch, dass der untersuchte Gegenstand und die an ihn herangetragene Fragestellung den Bezugspunkt für die Auswahl und Bewertung von Methoden darstellen [...]“ (Flick et al., 2003, S. 22)

Mit offenen Erhebungsverfahren soll es denjenigen, die im Interesse der Forschung stehen, möglich werden, eigene Interpretationen und Ausdrucksweisen in selbststrukturierender Art und Weise nutzen zu können, um mit der Frage oder dem Problemfeld, das ihnen eröffnet wird, umzugehen. Sie drücken dabei aus, welche Aspekte davon für sie welche Relevanz haben (vgl. Bohnsack, 2008, S. 20). Nach Bohnsack (2008) werden

„[...] auf diesem Wege die Unterschiede zum Relevanzsystem des Forschenden überhaupt erst erkennbar [...]“ (Bohnsack, 2008, S. 21)

Methodische Kontrolle innerhalb der rekonstruktiven Forschung könne auf diese Weise erst entstehen.

„[...] diese Kontrolle gelingt nur, wenn ich den Erforschten Gelegenheit gebe, ihr Relevanzsystem zu entfalten, und dann darauf aufbauend – rekonstruierend – mir die Unterschiede der Interpretationsrahmen vergegenwärtige.“ (Bohnsack, 2008, S. 20)

Da die qualitative Forschung auf eine von den Handelnden in interaktiven Prozessen konstruierte soziale Wirklichkeit fokussiert, die geprägt ist von subjektiven Interpretationen auf Grundlage bestimmter Relevanzsysteme und Erfahrungshorizonte der Teilnehmenden (vgl. Bohnsack 2008; Flick et al., 2003, S. 20), ist sie in die Forschungstradition einer *konstruktivistischen* Perspektive auf die soziale Wirklichkeit einzuordnen, die sie zu rekonstruieren versucht (vgl. Bohnsack, 2008, S. 10). Dabei gilt:

„Der methodische Vorgang der Rekonstruktion ist [...] prinzipiell die Interpretation einer schon interpretierten Wirklichkeit.“ (Krummheuer, 1992, S. 49)

Bohnsack (2008) beschreibt unter dem Titel der „Rekonstruktiven Sozialforschung“ eine Rekonstruktion im doppelten Sinne (vgl. Bohnsack, 2008, S. 10 u. S. 24):

1) Die Rekonstruktion beziehe sich einerseits auf „[...] soziale Wirklichkeiten als Ergebnis beständig ablaufender sozialer Konstruktionsprozesse.“ (Flick et al., 2003, S. 20). Im vorliegenden Forschungsprojekt wird in diesem Sinne eine *Rekonstruktion* der zu analysierenden Interaktion vorgenommen, also der darin von den Interagierenden *konstruierten* Wirklichkeit innerhalb der erhobenen mathematischen Interaktionssituationen. Mögliche Deutungen der an der Interaktion Beteiligten und deren interaktive Aushandlungsprozesse werden im Analyseprozess rekonstruiert und formen so ein auf die Erzeugung von Deutungsalternativen und der Verdichtung und Eingrenzung gestütztes Bild des analysierten Interaktionsprozesses. Es geht damit auch

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

um eine auf den Kontext bezogene und einzuordnende Gesamtbetrachtung, weniger von einzelnen Ereignissen ausgehend, als vielmehr von einem Prozess und einer Fülle von aufeinander bezogenen und Bezug nehmenden Ereignissen (vgl. Bohnsack, 2008, S. 21). Abschließende und zusammenfassende Interpretationen aus den Daten haben im Sinne eines qualitativen Forschungsansatzes keinen allgemeingültigen und zeitlich unbegrenzten Wahrheitsanspruch, sondern spiegeln den aktuellen Stand der Theorie bezogen auf das untersuchte Forschungsfeld wider, der durch Komparation mehrerer solcher Analysen gestützt und möglichst weiterentwickelt wird (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 78).

2) Andererseits beziehe sich Rekonstruktion nach Bohnsack (2008, S. 10 u. S. 24) auf das Alltagshandeln des*r Wissenschaftlers*in. Es geht um eine Rekonstruktion des eigenen Forschungsprozesses auf methodologischer Ebene²⁰⁰

„[...] im Sinne einer Explikation, Systematisierung, Begründung, Einordnung und Absicherung forschungspraktischer Verfahren [...].“ (Bohnsack, 2008, S. 10).

Der Auswertungsprozess unterliege einer ständigen Reflexion und „Rekonstruktion der Forschungspraxis [...]“ (Bohnsack, 2008, S. 10) und der*die Forscher*in ringe darin um die Beantwortung der sich im Zuge der Rekonstruktionen ergebenden Fragen. Bohnsack (2008) beschreibt dies als *praxeologisches Prinzip* (Bohnsack, 2008, S. 187). Methoden und deren methodologische Fundierung werden an die soziale Praxis, das heißt an die Forschungspraxis gebunden und hieran entwickelt.

„[...] Methoden und Methodologien sind auf dem Wege der bzw. in Auseinandersetzung mit einer *Rekonstruktion* der Praxis der empirischen Forschung zu entwickeln.“ (Bohnsack, 2008, S. 189, Hervorhebung im Original)

Durch diese Entwicklung der Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung aus und mit der Forschungspraxis, wird es möglich, die Analyseschritte am Datenmaterial und während der Auswertung anzupassen, weiterzuentwickeln und schließlich als ein Verfahren, das sich bewährt hat, zu etablieren (vgl. Bohnsack, 2008, S. 10). Dies verweist auf das besondere und untrennbare Verhältnis innerhalb der rekonstruktiven Sozialforschung von Theorie und Beobachtung, von allgemeinen Normen und Regeln und deren konkreter Anwendung, das als reflexiv bezeichnet werden kann (vgl. Bohnsack, 2008, S. 29). Kelle (1997) betont die grundsätzliche Ausrichtung qualitativer Sozialforschung als Lieferant von Hypothesen, die nicht deduktiv vor der Arbeit mit den empirischen Daten generiert werden könnten, sondern *aus* der Arbeit mit dem Datenmaterial heraus entwickelt werden *müssten* (vgl. Kelle, 1997, S. 44ff). Da sich die soziale Wirklichkeit durch die darin agierenden Subjekte konstituiere, indem diese auf sozial vermitteltes alltägliches Hintergrundwissen routinemäßig zugreifen könnten, müsse

²⁰⁰ Bohnsack (2008) beschreibt hierbei eine häufig beobachtbare Differenz zwischen tatsächlicher und bspw. in Forschungsanträgen oder -berichten dargestellter Forschungspraxis (vgl. Bohnsack, 2008, S. 24).

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

der*die Forscher*in auf diese Bestände von gesellschaftlichem Alltagswissen zugreifen können, um Bedeutungen innerhalb dieser sozialen Wirklichkeit sinnstiftend verstehen zu können.

„Soziales Alltagswissen ist jedoch einerseits subkulturell fragmentiert und läßt andererseits den Akteuren oftmals vielfältige Interpretationsspielräume, die neue Arten der Regelbefolgung und damit neue soziale Praktiken hervorbringen. Der soziologische Untersucher ist deswegen wesentlich häufiger [...] mit der Untersuchung von Lebensformen befaßt, deren soziale Normen, Regeln und Bedeutungen ihm nicht vertraut sind. Ein deduktives und hypothesengeleitetes Vorgehen erweist sich bei der Erforschung solcher Lebensformen als ungeeignet – der Untersucher kann seine Hypothesen nicht vor der empirischen Phase formulieren, sondern muß sie im Kontakt mit dem Untersuchungsfeld entwickeln, um die Sichtweisen und Interpretationsmuster der Untersuchten angemessen berücksichtigen zu können.“ (Kelle, 1997, S. 53)

Damit bedarf die rekonstruktive Sozialforschung auch anderer Erhebungsinstrumente als hypothesenüberprüfende Verfahren, weil sie auf die Genese von Theorie, und zwar *am* und *bezogen auf* den untersuchten Gegenstandsbereich angelegt ist.

Das in der vorliegenden Arbeit verwendete Analyseverfahren basiert in diesem Sinne auf einem Forschungsprozess, der geprägt ist von einem analytischen Auswählen, Reflektieren und Finden von geeigneten Methoden, die sich in der sozialen Praxis der Analysen bewährt haben. Die von mir untersuchten mathematischen Interaktionssituationen stellen die untersuchte soziale Wirklichkeit dar, die durch die daran Beteiligten konstruiert und in den Analysen zu rekonstruieren versucht wird. Die hierzu angewendeten zwei, im Prozess der Analyse ineinandergreifenden und aufeinander aufbauenden Analyseverfahren, das Verfahren der Interaktionsanalyse einerseits (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer 2011b; Krummheuer & Brandt, 2001) und der Semiotischen Analyse andererseits (vgl. Schreiber, 2010), wurden in einem Forschungsprozess der ständigen Reflexion und Rekonstruktion für das von mir untersuchte Forschungsfeld angepasst und die Art des Ineinandergreifens beider Verfahren für die gegebenen Daten zunehmend ausgearbeitet und geformt. Die folgenden Ausführungen dokumentieren meine Reflexion des Forschungsprozesses in Bezug auf dieses Vorgehen.

8.2 Interpretative Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik

Die Interpretative Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik entstand nach Schulreformen der 1960er und 1970er Jahre und zielt einerseits auf die Überwindung der „[...] theoretischen Engführungen der Ansätze zur Vermittlungspraxis mathematischen Wissens [...]“ (Krummheuer, 2004, S. 113) und andererseits auf eine „[...] Rekonstruktion alltäglicher Unterrichtsprozesse [...]“ (Krummheuer, 2004, S. 112.) Mathematikunterricht soll Krummheuer (2004) folgend im Rahmen des Verständnisses der Interpretativen Unterrichtsforschung primär nicht verbessert werden, sondern zunächst konform zu einer interaktionistischen Perspektive auf Bedeutungsgenese in Interaktion *verstanden* werden (vgl. Krummheuer, 2004, S. 112ff).

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Meine Forschungsarbeit ordne ich innerhalb der rekonstruktiven Sozialforschung diesem Zweig der Interpretativen Unterrichtsforschung zu und stütze mich hierbei speziell auf Arbeiten innerhalb der Mathematikdidaktik, die aus der Tradition der Tätigkeit der Forschungsgruppe am IDM Bielefeld um Prof. Dr. Heinrich Bauersfeld hervorgegangen sind oder sich dieser Forschungslinie zuordnen (Jungwirth & Krummheuer, 2008; Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Krummheuer & Naujok, 1999; Krummheuer & Voigt, 1991).

Krummheuer und Naujok (1999) beschreiben Charakteristika Interpretativer Unterrichtsforschung und stellen u. a. fest, dass dies ein „Sammelbegriff“ (Krummheuer & Najok, 1999, S. 16) in dreierlei Hinsicht sei: Er stehe erstens für den untersuchten Gegenstand, nämlich alltägliche Unterrichtsprozesse, die also im Fokus der Interpretativen Unterrichtsforschung stehen. Zweitens impliziere er einen methodischen Ansatz der Rekonstruktion und drittens stehe der Begriff für einen ganz bestimmten theoretischen Ansatz, der das Lernen und Lehren von Mathematik als sozial konstituierten interaktiven Prozess verstehe (vgl. Krummheuer & Najok, 1999, S. 15f; Kap. 4).

Interaktion und damit auch das Lehren und Lernen von Mathematik ist ein fortwährend konstruktiver Prozess des Interpretierens der Beteiligten, welche durch wechselseitiges aufeinander Bezugnehmen einen Aushandlungsprozess gestalten (vgl. Krummheuer & Voigt, 1991, S. 15; Krummheuer & Naujok, 1999, S. 15 u. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 78).

„Bedeutungen gehen aus den subjektiven und intentional geprägten Sinnzuschreibungen der betroffenen Akteure, den Situationsdefinitionen hervor. Sie sind zudem durch interaktive Aushandlungen zwischen den Beteiligten aufeinander abgestimmt. Interpretative Forschung [...] setzt sich zum Ziel, diese individuellen Sinnsetzungen der Akteure sowie deren interaktive Erzeugung- und Abklärungsprozesse zu verstehen und damit erklärbar zu machen.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 78)

Interpretative Forschung im Rahmen einer interaktionistischen Perspektive auf das Lernen von Mathematik lebt von einem reflexiven Verhältnis von Theoriegenese und Analyse. Dies setzt voraus, dass keine zu überprüfenden Hypothesen an das Datenmaterial herangetragen werden, sondern die Forschungsfrage zu Beginn offen bleibt für eine datenspezifische Schärfung theoretischer Annahmen, die sich für die konkret vorliegenden Daten als tragfähige und robuste Theoriekonstrukte im Verlauf des Analyseprozesses herausstellen (vgl. Krummheuer, 1992, S. 49f).

Zentrale Frage im Rahmen Interpretativer Unterrichtsforschung ist, wie die Beteiligten unterrichtlichen Alltag – hier besonders den alltäglichen Mathematikunterricht – herstellen, wie Aushandlungsprozesse ablaufen, wie also kollektiv die Herstellung der Unterrichtssituation durch die Beteiligten geleistet wird (vgl. Krummheuer & Naujok, 1999, S. 17). Die Beteiligten des Unterrichts stehen unter einem gewissen Handlungsdruck, dem mit Strukturierungen, Typisierungen und dem Minimieren von Zweifeln und Ungewohntem begegnet wird. In Anlehnung an Soeffner (1989, zitiert nach Krummheuer & Naujok, 1999) verweisen

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Krummheuer und Naujok (1999) in diesem Zusammenhang, auf die Verschiedenheit von Alltag und Wissenschaft, in denen jeweils ganz eigene kognitive Stile mit begrenzten Schnittstellen vorherrschen, und die sich in Erfahrung, Handlung und Wissen unterscheiden würden (vgl. Krummheuer & Naujok, 1999, S. 18). Der „kognitive Stil der Praxis“ (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 18) Sorge dafür, dass Subjekte im Alltag handlungsfähig seien. Diese Handlungsfähigkeit im Alltag werde hergestellt, indem sich Interaktionspartner*innen gegenseitig ein gemeinsames Wissen und ein sinnvolles Handeln unterstellen und dies auch gewissermaßen erwarten.²⁰¹ Interaktionen seien geprägt von einer hohen Kontextbezogenheit, die dazu führe, dass Außenstehende, denen dieser Kontext nicht zugänglich ist, Äußerungen nicht oder nur unzulänglich verstehen könnten. Es bleibe im Verlauf von Interaktionen Vieles implizit und werde nicht oder nur unvollständig geäußert, sei dabei aber geprägt von der Möglichkeit prinzipiell ausgedrückt werden zu können (vgl. Krummheuer & Naujok, 1999, S. 18f). Dies begründet sich in einem *gemeinsam geteilten Hintergrund* der Interagierenden, den sie sich gegenseitig unterstellen, auf den sie während der Interaktion bei ihren Konstruktionen und Interpretationen zurückgreifen und diesen gleichzeitig verändern, gestalten, formen und füllen (vgl. Kap. 7.1). Krummheuer und Naujok (1999) fragen in diesem Zusammenhang nach der Repräsentanz der Interpretativen Unterrichtsforschung, die sich daran messen lasse, inwiefern die an den Daten entwickelten theoretischen Begriffe in den Daten in geeigneter und umfassender Art repräsentiert seien (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 23). Es könne innerhalb der Interpretativen Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik nicht darum gehen, eine allgemeingültige und umfassende Theorie zu entwickeln, die sämtliche Phänomene von Unterricht erklären könne (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 105). Vielmehr gehe es um eine sogenannte „lokale Theoriegenese“ (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 22), die bezogen auf den spezifischen Untersuchungsgegenstand und ihre Repräsentanz innerhalb der Daten hinreichende Gültigkeit erreiche.

„In Interpretativer Unterrichtsforschung geht es also darum, daß die entwickelten Begriffe bzw. Konzepte durch die Art der Analyse Repräsentanz für die Interpretationen zum untersuchten Gegenstand gewinnen. Die Frage ist dann, ob ein Konzept in die Interpretation von einem Datenbeispiel paßt oder nicht, weshalb und welche Bedeutung es hat. Statt zu generalisieren [...] versuchen qualitativ Forschende zu spezifizieren.“ (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 23)

Der*die Forscher*in sei im Umgang und der Analyse der Daten von dem aufgeführten Handlungsdruck der Interaktion entlastet, ebenso wie vom Glätten von Unbekanntem oder Zweifelhaftem und könne im „[...] kognitiven Stil der Wissenschaft [...]“ (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 19) methodisch kontrolliert viele verschiedene Lesarten entfalten, um die spezifischen Strukturen und Muster der untersuchten Interaktion herauszuarbeiten und Zweifelhafte geradezu herauszustellen und zu hinterfragen.

²⁰¹ Ähnliches beschreibt Tomasello (2008), der auf das Konzept der *geteilten Intentionalität* von Interagierenden und deren grundsätzliche gegenseitige Unterstellung von kooperativem Handeln verweist (vgl. Tomasello, 2008, S. 72ff; Kap. 4.4)

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Wenngleich es sich bei den von mir untersuchten Situationen nicht um klassische Unterrichtssituationen, etwa im Sinne von Klassengesprächen oder andere alltägliche Arbeitsformen von Mathematikunterricht handelt, sind sie dennoch mit Unterrichtsepisoden des Mathematikunterrichts der Grundschule vergleichbar. Die von mir untersuchten Interaktionen von immer zwei Grundschüler*innen finden außerhalb des Klassenverbandes zeitgleich zum Unterricht in einem Nebenraum des Klassenraumes statt, zeigen aber mögliche Ausschnitte aus dem gemeinsamen Arbeiten von Schüler*innen im Mathematikunterricht der Grundschule: Auch hier ist eine Phase von Partnerarbeit an einem der in meiner Studie verwendeten mathematischen Problemen ein durchaus vorstellbarer Ausschnitt von Unterricht, die bspw. anschließend im Klassenverband besprochen und hier als vorausgegangene Arbeitsphase reflektiert werden könnte. Man sieht in den von mir in den Blick genommenen Sequenzen Ausschnitte alltäglichen Mathematiktreibens von jungen Lernenden im Rahmen der Institution Schule also wie unter einem Vergrößerungsglas.

Innerhalb des methodischen Vorgehens der vorliegenden Arbeit werden Analyseformate genutzt, die auf die Rekonstruktion der untersuchten mathematischen Interaktion der Schüler*innen ausgerichtet sind (vgl. Kap. 8.7). Zentrale Frage in meiner Forschung ist, *wie Grundschüler*innen Gestik und Lautsprache, insbesondere in deren Zusammenspiel nutzen, um ihre mathematischen Ideen in den interaktiven Aushandlungsprozess einzubringen und über den Verlauf der Interaktion aufzugreifen, möglicherweise weiterzuentwickeln oder auch zu verwerfen* (vgl. Kap. 7.3). Es ist also ganz im Sinne der oben dargestellten Interpretativen Unterrichtsforschung Ziel der vorliegenden Arbeit, zu verstehen und erklärbar zu machen, *wie Gestik und Lautsprache von den Schüler*innen dazu genutzt werden, ihre mathematischen Interaktionen zu gestalten und wie die Interaktionspartner*innen dabei gegenseitig die eingebrachten gestischen und lautsprachlichen Zeichen möglicherweise als mathematische Ideen interpretieren, eventuell aufgreifen und potentiell weiterentwickelt erneut nutzen oder auch verwerfen*.

Im Folgenden werde ich zunächst die Methode der Komparation darstellen, die in der vorliegenden Arbeit eine Zusammenschau der analysierten Sequenzen ermöglicht. In meinen Analysen verwende ich darüber hinaus verschiedene Begriffe, die aus der theoretischen Rahmung der vorliegenden Arbeit hervorgehen und zentrale Konzepte innerhalb meiner Forschungstätigkeit sind. Auch diese werden in den folgenden Ausführungen aufgegriffen. Sie stammen aus den drei Bereichen, die das theoretische Gerüst der Arbeit formen: aus der *Gestikforschung* (vgl. Kap. 3), der *Interaktionstheorie des Mathematiklernens* (vgl. Kap. 4) und der *Semiotik nach Peirce* (vgl. Kap. 6). Ich nutze diese Begriffe als theoretische Orientierung, als mein Rüstzeug, um Lesarten methodisch kontrolliert zu erzeugen und in den Analysen Interpretationen vornehmen und vergleichen zu können. Im Sinne der rekonstruktiven Sozialforschung möchte ich damit keine Hypothesen deduktiv an die Daten herantragen, keine

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

vorab ausgeschärften Begriffsdefinitionen, sondern theoretisch sensibilisiert mögliche, theoretische Konzepte vielmehr erst an den Daten und in den Analysen entwickeln.²⁰²

Bei der Darstellung der Entwicklung des Forschungsfokus' (vgl. Kap. 7.3) und den sich daran anschließenden Ausdifferenzierungen wurden zuvor die für meine Forschung relevanten Begriffe aus den drei Theoriefeldern meiner Forschungsarbeit im Zusammenhang und in Bezug auf deren mögliche Verwendung in den Analysen zusammenfassend herausgestellt (vgl. Kap. 7.1 u. Kap. 7.2). Mein Forschungsprozess ist dabei geprägt von einem reziproken Wechselspiel zwischen Theorie und Analyse der Daten. Es zeigten sich im Verlauf dieses Prozesses bezogen auf ausgewählten theoretische Begriffe erste Hinweise in vorläufigen Analysen, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit dann weiterentwickelt wurden und schließlich den weiterhin von Vorläufigkeit und Prozesshaftigkeit geprägten Stand eines im Peirce'schen Sinne *quasi-finalen Interpretanten* (vgl. Kap. 6) erlangen. Kriterium bei den weiteren Analysen ist die hinreichende Repräsentanz von Begriffen in den Daten, verbunden mit einer entsprechenden Offenheit demgegenüber, was in den Daten tatsächlich vorgefunden wird. Begriffe werden dann möglicherweise angemessen angepasst oder auch verworfen.

8.2.1 Das Prinzip der Komparation in der interpretativen Unterrichtsforschung der Mathematikdidaktik und Komparationsdimensionen in der vorliegenden Arbeit

Bohnsack (2008) beschreibt das Prinzip der komparativen Analyse als zentral für die empirische Forschungspraxis (Bohnsack, 2008, S. 188). Im Sinne einer Theorieentwicklung an den empirischen Daten, nennen Krummheuer und Brandt (2001) als Prinzip der Komparation im Rahmen der interpretativen mathematikdidaktischen Unterrichtsforschung

„[...] das Vergleichen von Interpretationen zu verschiedenen beobachteten Realitätsausschnitten [als eine] Haupttätigkeit auf nahezu allen Ebenen der Analyse [...].“
(Krummheuer & Brandt, 2001, S. 77)

Die Methode der Komparation geht im Rahmen des Forschungsstrangs der interpretativen und rekonstruktiven (Unterrichts-)Forschung vor allem auf Arbeiten von Glaser (1965, zitiert

²⁰² Krummheuer und Brandt (2001) beschreiben, dass sie über „sensibilisierende Begriffe“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 12) bezüglich des Verstehens von Prozessen im Unterrichtsgeschehen verfügen, ein Begriff, der auf Blumer (1940, 1954, zitiert nach Kelle, 1997, S. 232ff) zurückgeht. Damit sind Begriffe gemeint, die eine bestimmte Vagheit aufweisen und keiner explizit festgelegten Definition folgen, wie bspw. die Begriffe *Rolle*, *Status*, *Habitus*, usw. *Sensibilisierende Begriffe* können nicht vorab in Form von klar umrissenen Definitionen an das Datenmaterial herangetragen werden, sondern werden gerade erst in der sozialen Realität geklärt und konkretisiert. „Die Vagheit soziologischer Konzepte erweist sich dabei nicht mehr als ein Hindernis für die Erforschung der sozialen Realität. Vielmehr stellt sie eine notwendige Voraussetzung für eine naturalistische Sozialforschung dar. Diese benötigt gerade nicht *definite Konzepte*, d. h. scharf umrissene, wohldefinierte und präzise operationalisierte Begriffe, sondern offene Konzepte, die den Untersucher für die Wahrnehmung sozialer Bedeutungen in konkreten Handlungsfeldern *sensibilisieren*.“ (Kelle, 1997, S. 235, Hervorhebungen im Original) In meiner Arbeit kann man diese Idee der Begriffsentwicklung und -schärfung an den Daten etwa mit dem verbinden, was in Kapitel 10 dann zu einer ersten theoretischen Beschreibung der Rolle von Gesten beim frühen Mathematiklernen führt (vgl. Kap. 10.1 u. Kap. 10.2).

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

nach Kelle, 1997, S. 283ff) und Glaser und Strauss (1967/2017) und ihre Methode der empirisch fundierten Theoriebildung oder *Grounded Theory* zurück. Die stetige Komparation im Forschungsprozess (vgl. Glaser & Strauss, 1967/2017, S. 101ff) stellt eine Lösung der häufig kritisierten kurzen Reichweite von Theoriekonstruktion bei qualitativen Studien dar (vgl. Kelle, 1997, S. 288f). Das Problem, Ergebnisse qualitativer Studien reliabel und damit glaubwürdig und fundiert darzulegen, sei nämlich nicht dadurch zu lösen, dass am Ende eines qualitativen Forschungsprozesses die Generierung von Hypothesen aus den Daten durch vielfältige Beispiele in den Daten begründet würden. Vielmehr plädieren Glaser und Strauss (1967/2017) dafür, Theoriegenese auf die Methode der Komparation bzw. des permanenten Vergleichens, und zwar auf verschiedenen Ebenen im Forschungsprozess (bei der Kodierung des Datenmaterials, bei der Auswahl relevanter Fälle und der Theoriekonstruktion) zu stützen (vgl. Glaser & Strauss, 1967/2017, S. 102ff; Kelle, 1997, S. 288 u. S. 294f).

Dabei scheint als durchgängiges Prinzip die Theorieentwicklung *am* Datenmaterial durch Komparation während des Analyseprozesses und *ohne* zuvor gefasste Festlegungen, die möglicherweise Interpretationen stark steuern könnten. Diese Orientierung am empirischen Material wird mithilfe veränderbarer Kriterien und Kodierungen zur Einordnung der verschiedenen im Datenmaterial entdeckten Ereignisse umgesetzt. Krummheuer und Brandt (2001) verweisen darauf, dass es für das Untersuchen von Unterrichtssituationen durch die

„[...] lernpsychologisch[e] Entwicklungsdynamik der Schülerinnen und Schüle[r], die epistemologische Deutungsvielfalt der Lerninhalte und [die] gesellschaftlich bedingt[e] Ausdifferenzierung von Deutungsmöglichkeiten [...]“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 79)

nicht möglich sei, vorab über hinreichende Theorien zu verfügen, die jeweiligen Unterrichtssituationen zu verstehen. Dadurch erscheine es gar nicht möglich, vorher generierte und festgelegte Kodierungen an das empirische Datenmaterial heranzutragen (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 79).

Nach einer ersten Zuordnung von Ereignissen zu möglichst vielen und verschiedenen Kategorien und einem Vergleich dieser Ereignisse und der entsprechenden Merkmale erfolgt im Rahmen der Komparation die Kontrastierung mit anderen Fällen aus dem Datenmaterial:

„Dabei werden Untersuchungseinheiten miteinander verglichen, die eine oder mehrere interessierenden Kategorien gemeinsam haben und hinsichtlich theoretisch bedeutsamer Merkmale entweder *relevante Unterschiede* oder *große Ähnlichkeiten* aufweisen.“ (Kelle, 1997, S. 297, Hervorhebungen im Original)

Fälle im Datenmaterial, die große Ähnlichkeiten aufweisen, führen dann zu einer Stützung der bisherigen Theoriekonstruktionen, wohingegen Fälle mit relevanten Unterschieden eine mögliche Verallgemeinerung der entstehenden Theorie erlauben würden. Nach Krummheuer und Brandt (2001) können kontrastierende Ausschnitte aus den Daten entweder durch neue Beobachtungen generiert oder durch die Auswahl von entsprechenden Episoden aus dem verfügbaren Datenkorpus gefunden werden (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 83). Die

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

praktische Durchführung einer Komparativen Analyse gliedert sich nach Krummheuer und Brandt (2001) in folgende Unterpunkte, wobei die ersten drei Schritte mehrmals ausgeführt werden, um dann vergleichen zu können:

- „1. Auswahl von Unterrichtsausschnitten für die Komparation,
2. Transkription der Analyseeinheiten,
3. Analyse der Ausschnitte und
4. Durchführung der Komparation.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 83)

In der vorliegenden Forschungsarbeit werden Komparationen von Interpretationen verschiedener Sequenzen aus dem Datenmaterial auf verschiedenen Ebenen durchgeführt:

Es werden zunächst alle Analysen der Sequenzen *eines mathematischen Bereiches* durchgeführt, d. h. es können in den ersten Komparationen die Analysen der Sequenzen aller teilnehmenden Schüler*innen Paare in *der immer gleichen Situation* aus dem *gleichen mathematischen Bereich* betrachtet werden. Es wird also eine Komparation im Bereich *Kombinatorik* und der Situation *Tierpolonaise* durchgeführt sowie eine weitere zu den Ergebnissen aus dem Bereich *Geometrie* anhand der Situation *Bauen* (vgl. zugehörige *mathematische Situationspattern* in Anhang I). Im Anschluss daran ist auf der Metaebene eine Komparation dieser beiden Komparationen möglich, also über beide Komparationen der Analysen (*Kombinatorik* und *Geometrie*) der insgesamt fünf Datenbeispiele in *verschiedenen mathematischen Bereichen*. Innerhalb dieser Meta-Komparation können auch Vergleiche bezüglich der Analysen *eines Schüler*innen Paares* in *den beiden verschiedenen mathematischen Bereichen* gezogen werden. Diese Meta-Komparation erfolgt in der vorliegenden Arbeit in dem der Theoriegenese gewidmeten Kapitel 10. In diesem Sinne ergeben sich als Komparationsdimensionen zum einen der *mathematische Bereich*, der im Vergleich der Analyseergebnisse entweder gleichbleibt (*Kombinatorik oder Geometrie*) oder variiert (*Kombinatorik und Geometrie*). Zum anderen können als Komparationsdimension die einzelnen *Schüler*innenpaare* beschrieben werden, die ebenfalls entweder gleich bleiben in verschiedenen mathematischen Bereichen oder variieren bei gleichem mathematischem Bereich. Die Komparationsdimensionen sind in Tabelle 8.1 noch einmal im Überblick zusammengefasst. Die eingezeichneten Pfeile zeigen die jeweilige Dimension der Komparation an (vgl. Tab. 8.1).

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Schüler*innen- tandem	Tandem 1: Jakob und Claus	Tandem 2: Ayse und Jana	Tandem 2: Maya und Dennis
Mathematischer Bereich			
Kombinatorik	Komparation Kombinatorik (Kap. 9.3.4)		
Geometrie	Komparation Geometrie (Kap. 9.3.7)		

Tab. 8.2.1_I Die Komparationsdimensionen der Analyseergebnisse in der vorliegenden Arbeit

8.2.2 Mathematische Interaktionssituation als Begrifflichkeit

In diesem Kapitel soll die Frage im Mittelpunkt stehen, inwiefern eine im Rahmen meiner Arbeit untersuchte Interaktionssituation, als *mathematisch* bezeichnet werden kann. Diese Frage ist insofern für meine Arbeit von Bedeutung, als dass ich die Erhebungssituationen im Rahmen meiner Studie als *mathematische Interaktionssituationen* von Schüler*innen bezeichne. Den Terminus der *mathematischen Interaktionssituation* nutze ich demnach einerseits, um mein Erhebungssetting benennen zu können. Der Begriff konturiert, was untersucht wird: eine Interaktion, die zu Beginn durch einen *mathematischen* Impuls (das jeweils gegebene mathematische Problem) eröffnet wird, welcher eine potentielle Rahmung als *mathematische* Situation bei den Beteiligten evoziert und daher im Verlauf die Lernenden potentiell *mathematisch* interagieren, ihre auf das gegebene Problem bezogene *mathematischen* Fragen, die sich aus dieser Interaktion entwickeln, zum Thema ihrer Aushandlung machen.

Es lässt sich also zunächst die Perspektive der teilhabenden Lernenden bezüglich der Begrifflichkeit einer *mathematischen Interaktion* einnehmen: Als gemeinsamer Hintergrund kann angenommen werden, dass die Bezeichnung als *mathematische Situation* eine für alle an der konkreten Situation Beteiligten bekannte Benennung im Vorfeld der Erhebungssituation ist. Es wird damit für alle Beteiligten benannt, was nun gemeinsam gemacht, gestaltet, erfahren werden soll. Die anzunehmenden von den beteiligten Schüler*innen erzeugten *Situationsdefinitionen* (vgl. Kap. 4.2), die durch eine solche Einleitung in die jeweilige Erhebungssituation aktiviert werden, dürften geprägt sein von einem gewissen Erfahrungsschatz – dem bereits sozial konturierten *Ground* der Beteiligten zum Terminus *mathematische Situation*, die mit anderen erlebt wird – und einer Erwartungshaltung dessen, was sie in ihrer bisherigen Sozialisation als *mathematische Situation* erfahren haben und als solche deuten, was also für sie eine Situation auszeichnet, die als *mathematisch* bezeichnet werden kann. Diese Deutungen der Schüler*innen werden in der vorliegenden Arbeit innerhalb der Analyse immer wieder Beachtung finden bzw. sie werden implizit oder explizit

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Teil der Rekonstruktion der Interaktionssequenzen sein. Die jeweiligen Erhebungssituationen finden räumlich betrachtet in der Schule statt, was damit verbundene Deutungsmuster evoziert bezüglich dessen, was hier als *mathematische Situation* und *Mathematikunterricht* in der Erfahrungswelt der Institution Schule von den beteiligten Schüler*innen erlebt wird. Damit verbunden sind sicherlich auch bestimmte Erwartungen, die von den Schüler*innen als an sie adressiert interpretiert werden und die sie auch an die Situation und die Teilnehmenden richten.

Aus einer eher theoretisch geprägten Perspektive, eröffnen sich darüber hinaus bezüglich des Begriffs der *mathematischen Interaktionssituation* weitere Überlegungen: Aus interaktionstheoretischer Sicht findet Mathematiklernen in einem und von den Beteiligten kollaborativ hervorgebrachten konstruktiven Prozess von Bedeutungsaushandlung in Interaktion statt (vgl. Kap. 4.2). Dieser Prozess ist determiniert von dem wechselseitig aufeinander bezogenen Interagieren der Beteiligten und ihrer stetigen Interpretationsleistung dieses Interagierens von sich und den anderen in der gegebenen Situation (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 78 u. Kap. 4.2). Demnach ist interaktionstheoretisch das als *mathematische Interaktionssituation* zu bezeichnen, was die Interagierenden in ihrem interaktiven und wechselseitig aufeinander bezogenen Handeln als solche gemeinsam konstruieren. Es gilt dann das als *mathematisch*, was von den Beteiligten der Situation als solches gemeinsam thematisiert wird und dem innerhalb ihrer Interaktion *mathematische* Bedeutung beigemessen wird.

In Kapitel 4.3 wurde ausgeführt, dass Sfard und Lavie (2005) Kriterien aufstellen, die einen mathematischen Diskurs auszeichnen. Dabei werden z. B. die Nutzung *mathematischer Begrifflichkeiten*, die nicht immer dem konventionellen Gebrauch dieser Begriffe entsprechen muss, aufgeführt oder auch *Handlungen an bzw. Manipulation von sogenannten visuellen Mediatoren*, also z. B. Material (vgl. Sfard & Lavie, 2005, S. 245f). Diese Kriterien müssen nach Sfard und Lavie (2005) nicht immer gleichzeitig erfüllt sein. Damit können die in der vorliegenden Arbeit analysierten Sequenzen der Erhebungssituationen als *mathematischer Diskurs* im Sinne Sfard und Lavies (2005) bezeichnet werden, denn in allen Beispielen aus den Daten (vgl. Kap. 9) nutzen die Schüler*innen mathematische Begrifflichkeiten und agieren mit dem gegebenen Material. Ergänzend zu Sfard und Lavies (2005) offenbar ausschließlich auf lautsprachliches und handlungsbasiertes Agieren fokussierte Beschreibungen eines mathematischen Diskurses (vgl. Sfard & Lavie, 2005, S. 245f), erfordert der Forschungsfokus auf Gestik im Rahmen der vorliegenden Arbeit (vgl. Kap. 7.3) eine Erweiterung dieser Perspektive auf die von den Beteiligten hervorgebrachten Gesten. So lässt sich als weiteres Kriterium für die Beschreibung dessen, was einen *mathematischen* Diskurs auszeichnet, die Hervorbringung und der Gebrauch bzw. die Verwendung von *Gesten als potentiell mathematische Zeichen* beschreiben.

Um wiederum beschreiben zu können, was solche *potentiell mathematisch gebrauchten Gesten* auszeichnet, kann die Perspektive der Peirce'schen Semiotik (vgl. Kap. 6) bemüht werden: Aus dieser ergibt sich bei der Frage nach dem Begriff der *mathematischen Interaktionssituation*, bzw.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

dem theoretischen Duktus eher entsprechend nach dem Begriff des *mathematischen Zeichenprozesses*,²⁰³ der Fokus auf die darin verwendeten Zeichen (vgl. Dörfler, 2005, 2006a, 2006b, 2015; Schreiber, 2010). In der Konsequenz ist dann ein *mathematische Interaktionssituation* geprägt von dem Umgang mit solchen *mathematischen Zeichen* (vgl. Huth, 2013, S. 493).

In der vorliegenden Arbeit zeichnet sich damit eine als *mathematisch* ausgewiesene Interaktionssituation durch folgende Kriterien aus:

In der Planung und Erhebung der Studie gilt als *mathematische Interaktionssituation* zunächst das, was ich als Forscherin und (Mit-)Entwicklerin und Gestalterin der Erhebungssituation als solches interpretiere auf Grundlage meines *Grounds*, also meines erfahrungsbasierten Deutungshintergrundes. Im Forschungsprozess kann damit die Rolle der Forscherin als Teil eines größeren Zeichenprozesses im Peirce'schen Sinne (vgl. Kap. 6) verstanden werden. Dieser ist von Interpretationen und wechselseitigen Bezugnahmen der hervorgebrachten Handlungszüge aller Beteiligten geprägt und ist selbst eingebunden in ein Großes und Ganzes von miteinander komplex verwobenen Zeichenprozessen (vgl. Schreiber, 2010, S. 148ff; Kap. 6.1). Die Erhebungssituation, die sich selbst als Zeichenprozess oder Interaktion darstellt, wird dann selbst wiederum zum neuen Zeichen in Form einer Videoaufnahme als Grundlage der Erstellung von Transkripten. Es folgt ein sich anschließender Zeichenprozess der Interpretation und Erzeugung einer Analyse anhand dieser Transkripte und die Erstellung einer daraus erneut als neues Zeichen entwickelten Semiotischen Prozess-Karte, an welcher der Zeichenprozess wiederum unter anderer Perspektive beobachtet werden kann und die selbst dabei wiederum Teil eines Zeichenprozesses, nämlich der wissenschaftlichen Analyse ist. Es ergeben sich also jeweils sich anschließende und miteinander komplex in Relation stehende und verwobene Zeichenprozesse in der Erhebung, Aufbereitung und Analyse der Daten, die von Reflexion und Rückblick auf die Daten geprägt sind und dabei immer wieder transformierte und auch gewissermaßen komprimierte Inskriptionen als Output aus dem Forschungsprozess hervorbringen (vgl. Gravemeijer, 2002; Latour & Woolgar, 1986; Ott, 2016, S. 25; Kap. 7.2).

In der konkreten Erhebungssituation gilt dann das als *mathematische* Interaktionssituation, was von den an meiner Studie beteiligten Schüler*innen als eine solche mit ihrem aus den Erfahrungen als Teil der Lebenswelt *Schule* geprägten Deutungshintergrund kollektiv in der Interaktion hervorgebracht wird. Dazu bedarf es also einer detaillierten Analyse im Sinne einer

²⁰³ Schreiber (2010) führt zur Verbindung der Peirce'schen Semiotik mit der Interaktionstheorie des Mathematiklernens u. a. an, dass der Begriff des *semiotischen Prozesses*, also des *Zeichenprozesses* dem entspricht, was in der Interaktionstheorie als *Bedeutungsaushandlung in Interaktion* verstanden wird (vgl. Schreiber, 2010, S. 57). Dieser Vorstellung schließe ich mich weitgehend an. Aus meiner Sicht reicht hierbei bereits das Verständnis von *Zeichenprozess und Interaktion* als Synonym im je theorieeigenen Duktus aus. Die interaktionstheoretische Vorstellung der *Bedeutungsaushandlung* ist m. E. zwar untrennbar mit der Interaktion verbunden, fokussiert aber bereits mehr auf das, was in der Interaktion kollektiv hervorgebracht wird. Damit ließe sie sich eher mit dem *Zeichengebrauch im Zeichenprozess* gleichsetzen.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Rekonstruktion der gemeinsamen Konstruktionen und Interpretationen der Schüler*innen. Im Sinne Sfard und Lavies (2005) lässt sich dies an der Nutzung *mathematischer Begrifflichkeiten* oder der *Manipulation visueller Mediatoren* und ergänzend an der Verwendung *mathematischer Gesten* im Peirce'schen Sinne festmachen, was dabei interaktionstheoretisch (vgl. Krummheuer, 1992) immer an die jeweilige kontextuell eingebundene interaktive Hervorbringung, semiotisch betrachtet an den Gebrauch solcher Zeichen (vgl. Dörfler, 2015), gebunden bleibt und damit analytisch herauszuarbeiten ist.

8.3 Einordnung und Überlegungen zum Forschungsdesign der Studie – Rückblick auf die Entwicklung des Forschungsprojekts

Im Sinne der oben ausgeführten Methodologie wurde ein qualitatives Forschungsdesign entwickelt, das den damit verbundenen Ansprüchen genügen soll. Die hierfür angestellten Überlegungen werden nun unter besonderer Berücksichtigung der Einordnung der konzipierten Erhebungssituationen dargestellt. Zunächst soll ein Rückblick auf die Entwicklung der vorliegenden Studie umrissen werden, um eine Einordnung der Entscheidungen zur Konzeption der Studie zu ermöglichen.

Die vorliegende Arbeit entstand im Forschungsbereich *Mathematiklernen und Sprache (Multimodalität)* am Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik der Goethe-Universität Frankfurt am Main. Innerhalb dieses Forschungsbereiches standen zunächst übergeordnete Fragen zu Beginn des Arbeitsprozesses im Zentrum des gemeinsamen Interesses der Arbeitsgruppe um Prof.in Dr. R. Vogel, etwa der folgenden Art:

- *Wie sprechen Lernende mathematisch und in mathematischen Situationen?*
- *Welche Bedeutung haben die Äußerungen der Lernenden bezogen auf ihr mathematisches Agieren und wie gestaltet sich dieses individuell und im gemeinsamen Handeln?*
- *Gibt es hierbei Unterschiede in oder Wechsel zwischen den verschiedenen mathematischen Bereichen?*

usw.

Der Sprachbegriff innerhalb des Forschungsteams wurde dabei über die Lautsprache hinaus gefasst und berücksichtigte nahezu von Beginn an auch andere Ausdrucksweisen im Sinne des multimodalen Paradigmas (vgl. Arzarello, 2006; Vogel & Huth, 2010b, S. 177; Kap. 3 u. Kap. 5.1). Um sich dem Verhältnis von Mathematiklernen und Sprache zu nähern, bedurfte es Untersuchungssituationen, in denen verschiedene mathematische Bereiche berücksichtigt werden konnten und die es den darin agierenden Schüler*innen ermöglichen, ihre mathematischen Deutungsweisen in ihrer eigenen Weise auszudrücken. Ziel war es, Situationen zu konzipieren, die ein mathematisches Gespräch zwischen zwei Schüler*innen über ein gegebenes mathematisches Problem evozieren. Bei der Dokumentationsform dieser

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

mathematischen Gespräche als Grundlage für eine sich anschließende Transkription und Analyse, wurden Videoaufzeichnungen gewählt. Diese eröffnen die Möglichkeit, vielfältige Ausdrucksmodi der Lernenden, wie Lautsprache, Gesten, Handlungen an Materialien und schriftliche Fixierungen und deren Entstehung für die Datenauswertung zu dokumentieren.

Um eine Form zu finden, solche mathematischen Situationen mit Blick auf mögliche Forschungsprojekte einheitlich planen und beschreiben zu können, wurde ein Beschreibungsformat dieser Situationen als Adaption der Didaktischen Design Pattern nach Vogel und Wippermann (2005) von Vogel (2014) genutzt, die *mathematischen Situationspattern*. Begründet in der Arbeit mit zukünftigen Grundschullehrkräften im Fach Mathematik im Rahmen von Seminaren an der Universität und in der eigenen früheren Tätigkeit als Grundschullehrerin, zielte das Interesse (zunächst) auf das Untersuchungsfeld *Grundschule*. Im Rahmen der Seminartätigkeit und später auch in der Arbeit im Projekt erStMaL (**early Steps in Mathematics Learning**, vgl. Fußnote 39 in Kap. 2.4) wurden solche mathematischen Situationen konzipiert, die dann mit Lernenden erprobt und anschließend reflektiert wurden. Für Studierende eröffnen sich mit der Konzeption, Beschreibung und Durchführung solcher mathematischen Gesprächssituationen praktische Erfahrungen mit der Planung und Durchführung mathematischer Lehr-Lernarrangements. In Bezug auf die Bedeutung von Sprache beim Lernen von Mathematik und im Sinne des forschenden Lernens (vgl. Peter-Koop & Prediger, 2005) wird es auf diese Weise möglich, solche Prozesse unter der *analytischen Lupe* differenziert zu beobachten.²⁰⁴ Für unser Forschungsteam ermöglichten diese Situationen das Erhebungsinstrument in Form des oben genannten einheitlichen Beschreibungsformats der Situationen weiterzuentwickeln. Dieses Planungs- und Erhebungsinstrument wurde zunächst aufbauend auf die Arbeit von Vogel und Wippermann (2005) als *Didaktische Design Pattern* bezeichnet. Vogel und Wippermann (2005) entwickelten diese *Didaktischen Design Pattern* zur einheitlichen Dokumentation und nutzten sie vornehmlich zur Kommunikation von hochschuldidaktischen Veranstaltungselementen.²⁰⁵

Die fortwährende Überarbeitung und Entwicklung der *mathematischen Situationspattern* begleiteten die Arbeit innerhalb des Forschungsbereiches *Mathematiklernen und Sprache (Multimodalität)* und des erStMaL-Projekts am Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik der Goethe-Universität. Die *mathematischen Situationspattern* (vgl. Kap. 8.4) wurden dann auch als Erhebungsmaterial für die in meiner Arbeit ausgewerteten Daten genutzt. Eine erste Sichtung des so erhobenen Datenmaterials legte nahe, dass die Ausdrucksweisen der

²⁰⁴ Eine solche praktische und forschungsorientierte Auseinandersetzung seitens der Studierenden mit mathematischen Lernprozessen wird explizit in den fachspezifischen Anhängen der Studienordnung des Grundschullehramtes Mathematik der Goethe-Universität Frankfurt am Main in den Vertiefungsmodulen gefordert (vgl. Universität Frankfurt, Fachspezifischer Anhang zur SPoL, https://www.uni-frankfurt.de/87026503/LI_2020_03_19_Mathematik.pdf).

²⁰⁵ Vogel (2013, 2014) folgend werde ich die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Beschreibungsmuster in den weiteren Ausführungen *mathematische Situationspattern* nennen, um hier eine Abgrenzung und Weiterentwicklung zu der Verwendung der *Didaktischen Design Pattern* von Vogel und Wippermann (2005) deutlich zu machen.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Lernenden multimodal und in ihrem Zusammenwirken komplex erzeugt werden und insbesondere das Verhältnis von Gestik und Lautsprache erschien dabei von außergewöhnlicher Bedeutung für die mathematischen Aushandlungen der Lernenden zu sein. Diese erste Beobachtung steht für den Beginn der Forschungstätigkeit innerhalb des hier beschriebenen Forschungsprojektes (vgl. Kap. 1).

Die ausführliche theoretische Einordnung solcher mathematischen Interaktionen wurde bereits in Kapitel 4 in Verbindung mit dem interaktionstheoretischen Lernbegriff dargestellt, der das gewählte Forschungsdesign zusätzlich begründet. Vogel (2013) unterstreicht ebenfalls diese Sichtweise auf das Mathematiklernen, und beschreibt, dass insbesondere Angebote von mathematischen Situationen entweder als explizite Anregung an die Kinder herangetragen werden oder eher subtil in Alltagssituationen bei den Kindern mathematische Problemlöseprozesse auslösen (vgl. Vogel, 2013, S. 209). Darüber hinaus beschreibt Vogel (2014) zum Anliegen der mit *mathematischen Situationspattern* geplanten Situationen:

„The central goal of the mathematical situations [...] is to create an area of action that makes encountering mathematics as a culture possible.“ (Vogel, 2014, S. 228)

Im Zitat beschreibt Vogel (2014) neben dem Begriff der mathematischen Spiel- und Erkundungssituationen *Mathematik als Kultur* und lehnt sich dabei an Prediger (2001) an, die für das Mathematiklernen interkulturelle Situationen²⁰⁶ für zentral hält,

„[...] in which the culture of mathematics meets other parts of cultural life [...]“ (Vogel, 2014, S. 229).

Dies sei nach Vogel (2014) in solchen mathematischen Gesprächssituationen, wie sie als Erhebungsinstrument in der vorliegenden Studie genutzt werden, möglich (vgl. Vogel, 2014, S. 229).

Die im Rahmen meiner Studie entworfenen Untersuchungssettings sind in den mathematischen Bereichen *Geometrie* und *Kombinatorik* verortet. In der vorliegenden Arbeit wurden innerhalb dieser zwei gewählten mathematischen Bereiche jeweils verschiedene Situationen mithilfe der *mathematischen Situationspattern* entwickelt. Diese zwei mathematischen Bereiche bilden mit den Bereichen der *Zahlen und Operationen*, der *Größen und des Messens* und der *Muster und Strukturen* die „big ideas of mathematics“ (Clements &

²⁰⁶ Prediger (2001) entwirft vor dem Hintergrund von Konzepten zum interkulturellen Lernen einen didaktischen Ansatz, Lernhürden bei der Integration von Mathematik als Kultur des formalen Denkens in ein Alltagsdenken zu überwinden (vgl. Prediger, 2001, S. 123ff). Sie spricht von sogenannten „Überschneidungssituationen“ (Prediger, 2001, S. 141) von alltäglichem Denken und dem Denken in einer Kultur der Mathematik, die im Mathematikunterricht ebenso wie die hierbei auftretenden Grenzen und Möglichkeiten der Integration in das Alltagsdenken erfahrbar gemacht und reflektiert werden sollten (vgl. Prediger, 2001, S. 140f).

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Sarama, 2007, S. 463, Hervorhebungen im Original) in Anlehnung an die NCTM Standards.²⁰⁷ Sarama und Clements (2008) beschreiben Mathematik als Wissenschaft der Muster und Strukturen und sehen die fünf mathematischen Bereiche nicht nur als nebeneinander stehende Teilbereiche, sondern betonen insbesondere auch deren reziproke Wechselwirkungen untereinander (vgl. Sarama & Clements, 2008, S. 70). Vogel (2013) beschreibt, dass die entwickelten mathematischen Spiel- und Erkundungssituationen anhand der *mathematischen Situationspattern*

„[...] are not intentionally designed as a learning situation, but as a situation of play and exploration where the child in the situation considers his or her words. This consideration allows different mathematical interpretations to be possible.“ (Vogel, 2013, S. 213)

Mit der Entscheidung für Erhebungssituationen in zwei mathematischen Bereichen im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist die Idee verbunden, kontrastreiche Komparationen der Analyseergebnisse vornehmen zu können. Die folgenden Tabellen 8.3_2 und 8.3_3 verdeutlichen, um welche Situationen es sich handelt und bieten jeweils eine Kurzbeschreibung der damit verbundenen didaktischen und methodischen Planungen. Eine ausführliche Beschreibung der Situationen in Form der beschriebenen *mathematischen Situationspattern* der Situationen *Tierpolonaise* und *Bauen* befindet sich im Anhang I dieser Arbeit. Die Kurzbeschreibung dient hier als Orientierung, um einen Überblick zu erhalten, um was es in der Situation geht.

²⁰⁷ NCTM steht für **N**ational **C**ouncil of **T**eachers of **M**athematics. Im Jahr 2000 wurden von der NCTM Prinzipien und Standards für den Mathematikunterricht herausgegeben, in denen jahrgangsübergreifend mathematische Bereiche formuliert sind. Daran angelehnt finden sich vergleichbare Bereiche in den Bildungsstandards des Kerncurriculums Grundschule für die vierte Jahrgangsstufe (vgl. National Council of Teachers of Mathematics, www.nctm.org; Hessisches Kultusministerium, 2011).

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Kombinatorik
<p><i>Tierpolonaise</i> Es sollen alle Möglichkeiten gefunden werden, drei Elemente (hier Tierfiguren aus Plastik) anzuordnen. Es geht damit um die Permutationen von $n=3$, perspektivisch auch $n+1=4$ Objekten.</p>
<p><i>Mathematischer Gehalt</i> Die Situation gehört dem Bereich der Kombinatorik an. Zentrale Probleme der Kombinatorik beschäftigen sich mit Zählprinzipien, Anordnungen und dem Auswählen aus einer Grundmenge von n Elementen. Für die Art der Auswahl werden verschiedene kombinatorische Figuren beschrieben.</p> <p>Im vorliegenden Fall handelt es sich um die Permutation (permutare, lat.: vertauschen, umstellen) von n Elementen: Jedes Element (hier Tier) muss in der Anordnung (hier Tierpolonaise) vorkommen, darf sich aber nicht innerhalb einer Anordnung wiederholen. Damit stellt die Frage nach der Anzahl und der Art der verschiedenen möglichen Anordnungen der n Elemente das zentrale Problem der Situation dar. Die einzelnen verschiedenen Reihenfolgen der Anordnungen der n Elemente ergeben in ihrer Summe die Anzahl aller möglichen Anordnungen und können mathematisch als Tupel dokumentiert werden. Im Sinne eines Urnenmodells kann die Situation wie folgt veranschaulicht werden: Es werden nacheinander ohne Zurücklegen alle n Elemente aus einer Urne gezogen und die Reihenfolge der unterscheidbaren Elemente notiert. Die Permutationen entsprechen dann den möglichen Reihenfolgen der Züge der n Elemente.</p> <p>Mathematisch formuliert ist eine Permutation von $[n] := \{ 1, \dots, n \}$ eine bijektive Abbildung der Menge $[n]$ auf sich selbst. Die Auflistung aller Permutationen von $[n]$ kann von n auf $n-1$ zurückgespielt werden: Das Element namens n kann auf einen der Plätze $1, \dots, n$ gesetzt werden, damit bleiben für die restlichen $n - 1$ Elemente genau $n - 1$ Plätze zur Besetzung. Bei kleinem n können also durch die Festlegung der Positionen einzelner Elemente bzw. die Vorstellung davon, dass eine Position gleich besetzt bleibt und man dann nur noch über die restlichen $n - 1$ Positionen vertauschen muss, relativ schnell und systematisch alle Permutationen gefunden werden.</p> <p>Aus n Elementen können auf $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - (n - 1))$ verschiedene Arten geordnete n-gliedrige Anordnungen gebildet werden, wobei der letzte Faktor 1 ist. Daran erkennt man auch, dass die Anzahl der Permutationen schnell mit n steigt. In der hier beschriebenen Situation gibt es also zunächst $3!$ mögliche Anordnungen und in der Fortführung des gegebenen mathematischen Problems dann $4!$ mögliche Anordnungen. Werden Bedingungen für die Reihenfolgen festgelegt, sind also z. B. i Elemente in der Ziehung bzw. der Permutation als fest und vorgegeben anzusehen (z. B. alle Reihenfolgen mit einem bestimmten Element in erster Position als Fixpunkt der Permutation), dann ändert sich die Anzahl der möglichen verschiedenen Anordnungen entsprechend und bezieht sich auf die möglichen Permutationen der restlichen $n-i$ Elemente an den entsprechenden Positionen in den Anordnungen. Für das Beispiel bedeutet dies, dass bei $n = 3$ und einer festgelegten Position noch $n-1 = 2$ Plätze/ Positionen bzw. deren Besetzungen permutiert werden können. Bei der Erweiterung $n + 1 = 4$ gibt es bei einer festgelegten Position entsprechend $n + 1 - 1 = n$ Plätze bzw. Besetzungen, die permutiert werden können.</p>

Tab. 8.3_2 Der mathematische Gehalt der geplanten Situation *Tierpolonaise* (Kombinatorik)

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Geometrie
<p><i>Bauen</i></p> <p>Es soll aus einer vorgegebenen Menge von Bausteinen ein Gebäude gebaut werden, das anschließend dem*r Partner*in so erläutert wird, dass diese*r das Gebäude nachbauen kann. Teilweise wird eine Trennwand genutzt, um den Einsatz von Gestik bei der Beschreibung der Bauanleitung zunächst künstlich zu unterbinden.</p>
<p><i>Mathematischer Gehalt</i></p> <p>Die Situation ist dem mathematischen Bereich Geometrie zuzuordnen. Es geht um das Bauen und Nachbauen und damit um die Konstruktion dreidimensionaler Gebilde, also zusammengesetzter geometrischer Körper, aus vorgegebenen Bausteinen (je ein festgelegtes Set aus ®LEGO DUPLO Bausteinen). Die Bausteine geben vor, wie diese geometrischen Körper erzeugt werden können: Sie weisen je nach Größe unterschiedliche Verbindungsstellen auf der Deckfläche auf, die reihenweise angeordnet dafür sorgen, dass die Bausteine bspw. nicht ohne Überlappung und wenigstens bezüglich einer Reihe der Verbindungsstellen übereinander gebaut werden können. Die Verbindungsstellen sorgen für eine stabile und wiederauflösbare Verbindung der Bausteine. Sie können damit nicht etwa diagonal übereinander angeordnet werden. Die Bausteine weisen in der kleineren Version (®LEGO) immer mindestens zwei Verbindungsstellen auf, die in der Situation verwendeten ®LEGO Duplo Bausteine haben mindestens vier Verbindungsstellen, angeordnet in einem 2x2 Raster. Es handelt sich bei den verfügbaren Bausteinen um Quader bzw. Prismen mit viereckiger Grundfläche. Die maximale Anzahl der Verbindungsstellen der in der Situation verwendeten Bausteine sind zwölf, die in 6x2 Reihen angeordnet sind. Die Bausteine stehen bezüglich ihrer Maße jeweils in Relation zueinander, so dass ein Baustein mit zwölf Verbindungsstellen die gleiche Breite und Höhe aufweist wie ein Baustein mit vier Verbindungsstellen und bezüglich der Länge im Verhältnis 1:3 mit einem solchen Viererbaustein steht. Insgesamt weisen alle verwendeten Bausteine die gleichen Maße bezüglich Breite und Höhe auf, während die Länge je nach Anzahl der Verbindungsstellen variiert.</p> <p>Beispielhaft soll hier der Baustein mit vier Verbindungsstellen als Prisma mit quadratischer Grundfläche beschrieben werden: Es handelt sich um einen Hohlkörper, der zur Verbindung der Bausteine eine Art Gerüst im Inneren aufweist. Er ist von sechs Flächen begrenzt, hat zwölf Kanten und acht Ecken. Das verwendete Material (® LEGO DUPLO) gibt vor, dass lediglich die Grundfläche und die Deckfläche des Prismas für die feste Verbindung mit anderen Bausteinen geeignet ist. Es müssen dabei immer mindestens zwei Verbindungsstellen mit dem anderen geometrischen Körper bzw. Baustein verbunden werden. ®LEGO ist ein System mit sämtlichen miteinander über den Maßstab in Relation stehenden Bausteinserien, die bezüglich ihrer Größe angelehnt sind an die Maße eines Backsteines (vgl. https://de.wikipedia.org/wiki/Lego).</p> <p>Die Seitenflächen des Bausteins, die senkrecht auf der Standebene stehen, weisen keine Verbindungsstellen auf, so dass lückenlos nebeneinander gebaut werden kann und die so angeordneten Bausteine durch einen überlappenden Stein von unten oder oben verbunden werden müssen, um eine feste Verbindung aufzuweisen. Eine flächige Ausdehnung ist gegenüber einer Ausdehnung in die Höhe daher nur über zusätzliche Verbindungen, z. B. durch das Bauen auf einer Grundplatte (Grundfläche der Höhe 0 mit Verbindungsstellen, in verschiedenen Größen verfügbar), möglich. Durch das lückenlose Aneinandersetzen der Bausteine kann ein größerer geometrischer Körper aus auf diese Weise neben- und aufeinander verbauten Bausteinen entstehen.</p> <p>Der Nachbau eines zuvor erzeugten dreidimensionalen, aus mehreren Bausteinen zusammengesetzten Originalgebäudes kann mathematisch gesehen als bijektive Abbildung beschrieben werden, die z. B. durch eine Translation entlang eines Vektors oder durch eine Spiegelung des Originalgebäudes an einer Ebene als Kongruenzabbildung erzeugt werden kann. Möglicherweise weist dabei das Originalgebäude selbst bereits Symmetrien auf. Eine Spiegelung evoziert eine Umkehrung der Orientierung. Jedem Punkt P wird ein Bildpunkt P' zugewiesen, wobei die Spiegelebene die Strecke PP' halbiert und senkrecht zu dieser verläuft. Die Art der Kongruenzabbildung und die Symmetrie im Originalgebäude sind in der Situation nicht vorgegeben.</p> <p>Das Originalgebäude liegt als dreidimensionaler geometrischer Körper vor, der (zumindest von dem*r erklärenden Partner*in) von allen Seiten betrachtet werden kann. Mit der Gestalt des Originalgebäudes variiert potentiell der Schwierigkeitsgrad der Erstellung eines Nachbaus, z. B. bei symmetrischen im Unterschied zu asymmetrisch gebauten Gebäuden. Standebene des Originalbaus und Projektionsebene des Nachbaus sind identisch. Beim Nachbau ohne Sicht des*r jeweiligen Partner*in auf das Originalgebäude müssen nachvollziehbare Beschreibungen der verbauten Steine, ihrer Positionen im Gebäude und ihrer Raumlagebeziehung zueinander erzeugt werden. Dabei hat die Bedeutung der Trennwand zwischen den Lernenden, die ihr von den Interagierenden selbst beigegeben wird, Einfluss auf die Gestaltung dieser mathematischen Darstellung. Es müssen zunächst die Orientierung der Bausteine und topologische Beziehungen erkannt und dann als Bauanleitung codiert hervorgebracht bzw. auch wieder umgesetzt werden.</p>

Tab. 8.3_3 Der mathematische Gehalt der geplanten mathematischen Situation *Bauen* (Geometrie)

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Die Auswahl der mathematischen Bereiche *Kombinatorik* und *Geometrie* lässt sich in ihrer Vielfältigkeit möglicher Anwendungen und in Einklang mit den angesprochenen reziproken Wechselwirkungen verschiedener mathematischer Bereiche begründen: *Kombinatorische Probleme* erfordern im Sinne des Prinzips des geschickten Abzählens bspw. häufig Vorgehensweisen aus dem Bereich der *Zahlen und Operationen*, z. B. bei der Bestimmung aller möglichen verschiedenen Kombination oder Variationen von Elementen. Diese könnten aber auch durch systematisches Ausprobieren gefunden werden, was wiederum die Bedeutung der Erkennung von *Muster und Strukturen* als übergreifenden mathematischen Bereich betont.

In der *Geometrie*, wie sie sich in den oben beschriebenen entwickelten Untersuchungssettings zeigt, sind ebenfalls Muster- und Strukturerkennungsprozesse, z. B. für eine geeignete Beschreibung von Bauwerken, vonnöten. Abzählprozesse z. B. von Bausteinen oder Verbindungsstellen von Bausteinen im Bereich der *Zahlen und Operationen* sowie Messprozesse sind ebenso denkbar in der Beschäftigung mit geeigneten Bauanleitungen für Bausteingebäude zur Orientierung und Positionierung entsprechender Bausteine. Damit vereinen die ausgewählten mathematischen Bereiche bzw. die konzipierten Erhebungssettings für die vorliegende Studie Aspekte aus allen fünf „*big ideas of mathematics*“ (Clements & Sarama, 2007, S. 463, Hervorhebungen im Original) und verfügen durch die Offenheit der Situationsgestaltung über das Potential, dass die teilnehmenden Schüler*innen sich in diesen verschiedenen mathematischen Bereichen bewegen können.

Abbildung 8.3_1 zeigt eine Skizze des Aufnahmesettings. Darin sind zwei Kamerapositionen eingezeichnet. Die Frontalkamera (Kamera 1) ermöglicht es, die Situation im Ganzen zu erfassen, während die seitliche Kamera (Kamera 2) auf den Arbeitsbereich der Interagierenden ausgerichtet ist, um insbesondere deren Gestik und Handlungen im Arbeitsbereich erfassen zu können. Für die Erstellung der Transkripte dienen beide Kamerapositionen gegenseitig zur Evaluation des Gehörten und Gesehenen.

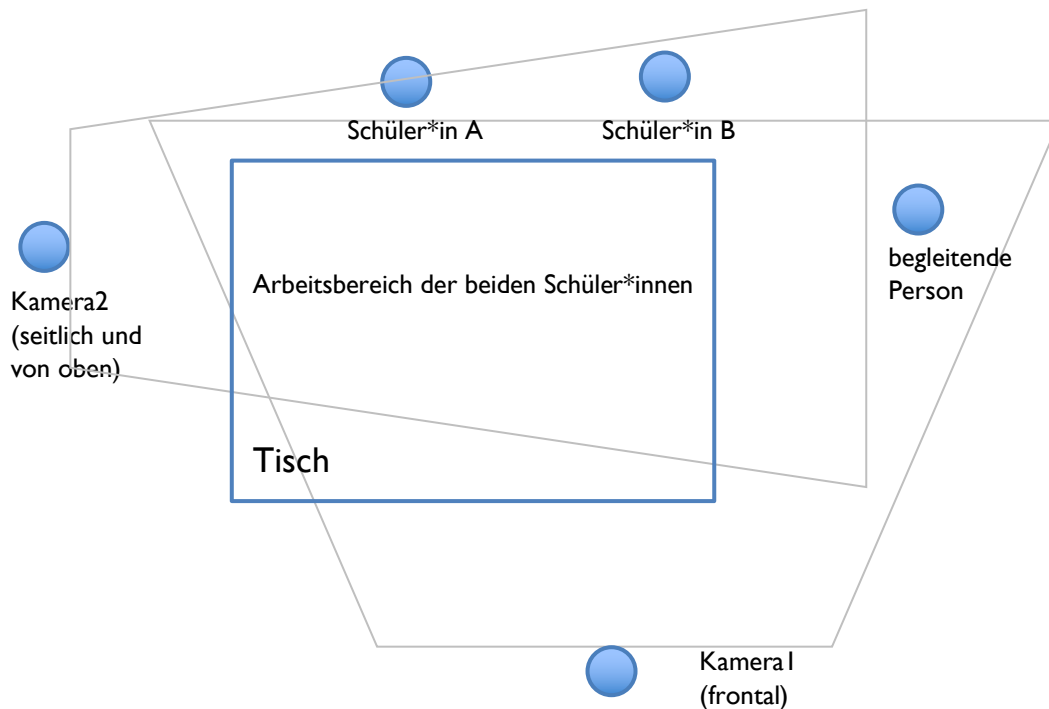


Abb. 8.3_1 Situationsskizze der Erhebungssituationen

8.4 Planungs- und Erhebungsmanual *mathematische Situationspattern*

Die *mathematischen Situationspattern* (Vogel, 2013, 2014) erfüllen im Rahmen meiner Forschungsarbeit zunächst hauptsächlich drei Funktionen, die im Folgenden näher erläutert werden sollen:

- 1) Sie sind *Planungsinstrument* der mathematischen Erhebungssituationen mithilfe festgelegter und für jede Situation gleichen Kategorien, die von einem Team von Entwickler*innen über einen längeren Planungsprozess hinweg gefüllt bzw. geschrieben werden.
- 2) Sie sind ein *Manual*, das zur Vorbereitung auf die Aufnahmesituation von der begleitenden Person und schließlich bei der Erhebung der Daten genutzt werden kann.
- 3) Innerhalb meiner Forschungsarbeit dienen sie darüber hinaus in einem der Erhebung nachgeordneten Prozess zur *Auswahl von geeigneten Sequenzen für die Analyse der Daten*.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Zu 1): *Mathematische Situationspattern als Planungsinstrument* von mathematischen Situationen für die mathematikdidaktische Forschung:

Die *mathematischen Situationspattern* ermöglichen aus der Forschungsperspektive einerseits die Möglichkeit, hinreichend vergleichbare Situationen innerhalb einer Datenerhebung in verschiedenen Settings und durch verschiedene Personen durchführen zu lassen und bieten andererseits den teilnehmenden Lernenden relativ offene mathematische Situationen, in denen sie sich im Austausch mit Anderen aus ihrer Peergroup mit ausgewählten Problemen der Mathematik beschäftigen können, und zwar auf ihre eigene Weise. Die Situationen werden im Voraus der Datenerhebung in der Regel von mehreren Personen des Forschungsteams entwickelt und in Form von *mathematischen Situationspattern* beschrieben. Sie sind damit (vorläufiges) Produkt einer kollektiven Schreib- und Planungstätigkeit, die durch einen intensiven fachdidaktischen Austausch im Team geprägt ist und sich damit aus einer professionell angelegten Interaktion speist. Interaktiv wird damit ein interaktiv konzipiertes mathematisches Setting für Lernende geplant. Das Team von Entwickler*innen der *mathematischen Situationspattern* stellt sicher, dass vielfältige Aspekte, z. B. multimodale Impulse, Materialgestaltungen, erforderliche Überlegungen bezüglich möglicher Situationsabläufe, usw. orientiert an einem Pool von potentiell möglichen mathematischen wie auch alltagsweltlichen Deutungen seitens der Lernenden in der Planung der Erhebungssituationen Berücksichtigung finden. Der Planungsprozess ist dabei zu verstehen als ständiger Reflexionsprozess, der von Schreib- und Besprechungsphasen geprägt ist. Ausgangspunkt jeglicher Planung ist stets der *mathematische Gehalt* der jeweiligen Situation, zunächst verortet in einem der fünf mathematischen Bereiche *Zahlen und Operationen, Muster und Strukturen, Messen und Größen, Geometrie und Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit*. Die vielfältigen zu planenden Aspekte für die Erhebungssituationen basieren auf der didaktischen, fachlichen, theoretischen, pädagogischen und methodischen Expertise der Entwickler*innen, welche individuelle Unterschiede aufweist und in der Kooperation des Teams gewissermaßen die fachwissenschaftliche und fachdidaktische Grundlage und gleichzeitig auch Kontrolle für die Erstellung der Situationen darstellt. Das Team ermöglicht auf diese Weise die Nutzung eines professionellen fachdidaktischen und kollektiv geformten *Common Grounds* (vgl. Kap. 7.1), einen kollektiv erzeugten, professionell geprägten Deutungshintergrund zur Entwicklung der Situation.

Vogel (2012) beschreibt in diesem Sinne, dass mit *mathematischen Situationspattern* einerseits ein *mathematischer Diskurs* geplant und durchführbar wird, andererseits die Pattern selbst *aus einem Diskurs* heraus entstehen:

„Writing the patterns itself follows a discursive process. This means that several people will review the ‚design patterns of mathematical situations‘ over the creation process and thereby lead to a form that can be used for data acquisition.“ (Vogel, 2012, S. 7)

In der vorliegenden Studie werden Sequenzen aus Erhebungssituationen aus den Bereichen *Geometrie* und *Kombinatorik* als Datengrundlage genutzt.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Zu 2): *Mathematische Situationspattern als Manual* zur Vorbereitung und bei der Datenerhebung:

Die *mathematischen Situationspattern als Manual* bieten eine einheitliche Situationsbeschreibung der zentralen Aspekte und sichern eine gewisse Konstanz in der Planung, Beschreibung und Durchführung von Erhebungssituationen zur Erforschung mathematischer Denkentwicklung. So wird es u. a. möglich, Situationen, deren methodisch-didaktische Planung und die konkrete Gestaltung unter entsprechend geschulten Personen aus dem Professionsbereich der Mathematikdidaktik (z. B. angehende Grundschullehrer*innen) zu *kommunizieren*. Sie können die *mathematischen Situationspattern* nutzen, um sich auf die Durchführung der Erhebungssituation mit Lernenden in verschiedenen Altersstufen vorzubereiten. Diese Vorbereitung bedeutet keine absolute Planungssicherheit bezüglich des Verlaufs der jeweiligen Erhebungssituation. Ebenso wird damit nicht eine etwa mit quantitativen Testverfahren vergleichbare Konstanz in der Durchführung angestrebt. Sind die entsprechende Situationsbeschreibung, also die *mathematischen Situationspattern*, und das dafür benötigte Material verfügbar, kann aber eine so geplante und beschriebene Situation in sämtlichen Bildungseinrichtungen des frühen institutionellen Lernens, d. h. z. B. in verschiedenen Grundschulen und Kindergärten von entsprechend geschulten Personen durchgeführt werden, und zwar mit dem Fokus auf den mathematischen Gehalt als Ausgangspunkt der Situation. Die *Pattern* unterstützen die diskursive Gestaltung und Begleitung der mathematischen Situation durch die durchführende Person.

„With the detailed descriptions, the guiding adults gain confidence which open a scope of action for them.“ (Vogel, 2014, S. 224)

Die Schulung in jeder einzelnen so konzipierten und beschriebenen Situation umfasst eine ausführliche Beschäftigung mit dem in den *Pattern* detailliert beschriebenen mathematischen Gehalt, um eine fachdidaktisch fundierte Handlungsfähigkeit bei den Geschulten ausbilden zu können. Diese Handlungsfähigkeit soll dazu beitragen, unter dem Handlungsdruck der dann tatsächlich stattfindenden mathematischen Interaktion, beschrieben als „kognitive[r] Stil der Praxis“ (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 18; vgl. Kap. 8.2), möglichst mathematische Bearbeitungswege der teilnehmenden Lernenden erkennen zu können und daran orientiert Impulse multimodaler Art anzubieten, um eine größtmögliche Partizipation am mathematischen Diskurs zu ermöglichen. Es liegt auf der Hand, dass dies nicht immer in jedem Detail in optimaler Weise gelingen kann. Für die Beschreibungen der Situationen werden innerhalb der *mathematischen Situationspattern* Kategorien gewählt, die einerseits organisatorische Aspekte betreffen, andererseits inhaltliche und gestalterische Aspekte beschreiben. Für die vorliegende Studie werden die folgenden Kategorien genutzt (vgl. Tab. 8.4_4). Organisatorische Aspekte sind grau, inhaltlich-gestalterische Aspekte blau hinterlegt. Die kursiv geschriebenen Fragen im *Pattern* dienen in der Entwicklung als Hilfe zur Beachtung sämtlicher Punkte in der Planung und unterstützen so den Schreibprozess.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Situationsname	Wie kann die Situation benannt werden?
Status der Entwicklung	In welchem Status der Entwicklung liegt die Situationsbeschreibung vor?
Kurzbeschreibung	Wie kann die Idee der Situation kurz beschrieben werden?
Mathematischer Bereich und Beschreibung des mathematischen Gehalts	Welchem mathematischen Bereich ist die Situation zuzuordnen? Wie kann der mathematische Gehalt der Situation angemessen beschrieben werden? Welche fachwissenschaftlichen, mathematischen Aspekte sind wichtig oder potentiell in der Situation möglich?
Ergebnisse aus empirischen Studien zur vorliegenden Situation	Welche empirischen Studien liegen zur gegebenen Situation vor?
Material und Raum	Welches Material wird für die vorliegende Situation benötigt und wie kann es beschrieben werden? Wie muss der Raum beschaffen sein für die Durchführung der vorliegenden Situation?
Beschreibung der Eingangssituation/ des Eingangsimpuls	Wie kann die Eingangssituation der Situation beschrieben werden? Welche Impulse lautsprachlicher und gestischer Art sowie Handlungsimpulse können hier gegeben werden?
Überlegungen zur weiteren Durchführung der Situation	Wie kann die Situation weiter verlaufen? Welche Aspekte könnten von den Lernenden eingebracht, aufgegriffen und weiterverfolgt werden? Welche Impulse könnten sie im Verlauf der Situation unterstützen?
Kameraposition	Wie sollten die Kameras (Kamera 1 und 2) für die Erhebung der Situation positioniert sein?
Variationen der Situation	Welche Variationen im Verlauf der Situation sind denkbar? Wie könnten die Durchführung und möglicherweise auch das Material für diese Variation verändert werden?
Literatur	Welche Quellen wurden für das Verfassen der vorliegenden Situation genutzt?
Optional: Vergleichbare Videos und Situation	Welche vergleichbaren Videos und Situationsbeschreibungen liegen möglicherweise bereits für die Situation vor?

Tab. 8.4_4 Das in der vorliegenden Studie genutzte Beschreibungsraster der *mathematischen Situationspattern*

Wie beschrieben, ist die zentrale Kategorie die *des mathematischen Gehalts* (vgl. Tab. 8.4_4). Dieser ist Ausgangspunkt der Idee und der didaktischen Ausgestaltung der Situation. Zu Beginn des Planungsprozesses wird ausgehend von den Inhalten – dem mathematischen Gehalt des mathematischen Bereichs – ein didaktisch-methodisches Szenario entworfen, das potentiell

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

zentrale mathematische Aspekte daraus anspricht. Es entsteht eine erste Situationsidee bezüglich des mathematischen Problems, das Kern der Auseinandersetzung werden soll. Die Situation erfährt dann im Verlauf des Schreibprozesses ihre Ausgestaltung, bspw. bezüglich eines angemessenen Materialangebots oder Impulsen, wie das mathematische Problem den Lernenden eröffnet werden kann, und zwar orientiert an dem mathematischen Gehalt. Eine detaillierte Beschreibung der mathematischen und damit fachwissenschaftlichen Aspekte speisen im Planungsprozess damit alle weiteren inhaltlich-gestalterischen und didaktischen Überlegungen. Der Planungs- und Schreibprozess ist demnach, ausgehend vom mathematischen Gehalt der Situation, geprägt von einem wechselseitig reflexiven Prozess von Überlegungen zur Gestaltung der Situation und dem mathematischen Gehalt, woraus letztlich die vollständige Situationsbeschreibung als kollektives Schreibprodukt entwickelt wird.

Vogel (2012) formuliert, dass in dieser Form geplante verschiedene mathematische Situationen einen unterschiedlichen Grad an Freiheit für die an der Situation Beteiligten bereithalten, der eng mit dem darin angebotenen Material verknüpft sei.

„The degree of freedom should be described in a variety of manners for the various situations of play and exploration. Every situation shares a need for clearly described mathematical tasks that originates from the respectively selected mathematical domain. Already such shows various degrees of freedom that will be strengthened or weakened by the degree of freedom of the material.“ (Vogel, 2012, S. 4)

Die Freiheit bezieht sich demnach darauf, inwiefern es das in der Situation angebotene Material erlaubt, eigene Wege des Umgangs mit dem mathematischen Angebot zu gehen und wie stark dieses Material eigene Beschäftigungsweisen der Beteiligten potentiell einschränkt oder bereits in eine bestimmte Richtung lenkt, was nicht immer beabsichtigt ist und durchaus von Situation zu Situation variiert. Der Grad an Freiheit, der damit in jeder einzelnen Situation unterschiedlich einzustufen ist, gilt sowohl für die teilnehmenden Lernenden als auch für die sie begleitende Person, die mithilfe der Vorbereitung anhand der *mathematischen Situationspattern* die Situation eröffnet und begleitet. Bei allen Überlegungen bezüglich der auf diese Weise geplanten mathematischen Situationen bleibt eine gewisse Vagheit, eine inhaltliche Ungewissheit, wie Krummheuer (1992) festhält, weil die Interaktion und die darin vorgenommenen Thematisierungen im Kern erst aus dem Interagieren der Beteiligten heraus emergieren (vgl. Krummheuer, 1992, S. 40; Kap. 8.2).

Anliegen der mathematischen Situationen ist es weniger, dass die Lernenden eine möglichst mathematisch *korrekte* Lösung finden oder einen *bestimmten* Lösungsweg einschlagen, der weitgehend vorgegeben ist. Es interessiert vielmehr, wie die Lernenden die angebotenen mathematischen Probleme auf ihre eigene Weise angehen und welche Wege sie interaktiv beschreiten, sich ergebende mathematische Fragen im Verlauf der Interaktion zu thematisieren, Deutungen vorzunehmen und Lösungswege gemeinsam in Gestik und Lautsprache auszuhandeln. Gerade weil die Situationen für die Lernenden dabei zumeist in großen Teilen neue, ihnen bislang mutmaßlich und, im Rahmen der vorliegenden Studie laut

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Aussage der zuständigen Mathematiklehrerinnen, unbekannte mathematische Probleme umfassen, ist anzunehmen, dass die mathematischen Situationen vornehmlich als mathematischer Interaktions- und Erfahrungsraum dienen. Dieser lässt es für die vorliegende Forschungsarbeit zu, anhand von externalisierten Prozessen, d. h. anhand der emergierenden Interaktion, Bedingungen des Mathematiklernens unter der besonderen Perspektive des Zusammenspiels von Gestik und Lautsprache in verschiedenen mathematischen Bereichen beschreiben zu können. Für die teilnehmenden Lernenden dienen sie als Möglichkeit der Partizipation an einem mathematischen Diskurs.²⁰⁸ Die Planung und Beschreibung solcher Situationen in Form der *mathematischen Situationspattern* kann eine Orientierung und ein Werkzeug für die begleitende Person bereitstellen und sie in der Begleitung der Situation unterstützen. Die Situation an sich unterliegt dabei aber gewissermaßen stets der Eigendynamik der Interaktion, in der sich, wie Krummheuer und Brandt (2001) betonen, auch relativ instabile und kurzweilige Deutungen der Beteiligten einstellen können (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 79). Damit sind die Erhebungssituationen auch mit der Planung in Form der mathematischen Situationspattern von Flexibilität und Dynamik bezüglich möglicher Deutungen der Beteiligten in der Interaktion geprägt. Krummheuer (2011a) beschreibt unter dem sogenannten „Allokationsaspekt“²⁰⁹ (Krummheuer, 2011a, S. 65) die durch die Situationspattern geplanten mathematischen Situationen als eine Form des gesellschaftlichen Angebots an Kinder, sich mit mathematischen Inhalten zu beschäftigen und hält fest:

“Auf der situationellen Ebene werden hierdurch Aushandlungsprozesse ausgelöst, die freilich in ihrer Eigendynamik sich weder an den Inhaltsbereich noch an das Aufgabenformat halten müssen.“ (Krummheuer, 2011a, S. 65)

Es treten also in der konkreten mathematischen Erhebungssituation potentiell auch Verläufe auf, die nicht vorher in den mathematischen Situationspattern geplant wurden und auch nicht geplant werden konnten. In der konkreten Situation können sich durchaus Deutungsdifferenzen unter den Beteiligten ergeben, die auch zu krisenhaften Interaktionsverläufen führen können. Diesen wird von den Beteiligten situativ nach Krummheuer (1992) häufig durch die Aktivierung von „[...] musterhaft strukturierten Interaktionsprozessen [...]“ (Krummheuer, 1992, S. 73) begegnet, um auf diese Weise Stabilität und Vertrautheit herzustellen und so den Fortgang der konkreten Interaktion zu sichern (vgl.

²⁰⁸ In Kapitel 4 wurde neben den Kriterien von Sfard und Lavies (2005, S. 245ff), erstens die *Teilhabe an einem mathematischen Diskurs* als konstitutiv für das Betreiben von Mathematik beschrieben und zweitens dieser *Diskurs als Raum des Mathematiklernens* verstanden. Ersteres erklärt, warum Situationen, die einen mathematischen Diskurs von Lernenden evozieren, in einer mathematikdidaktischen Arbeit, die sich aus ihrer Fachspezifik heraus grundsätzlich mit dem Lernen von Mathematik befasst, als Erhebungssituationen konzipiert werden. Letzteres ist nicht primäres Ziel der Erhebungssituation, wird aber weder intendiert noch ausgeschlossen.

²⁰⁹ Unter diesem Allokationsaspekt versteht Krummheuer (2011a) „[...] kulturspezifisch[e], von einer Gruppe oder Gesellschaft bereitgestellt[e] Lernangebot[e] (Allokationsaspekt) [...]“ (Krummheuer, 2011a, S. 65) im Unterschied zu dem, was dann tatsächlich situativ in der Interaktion emergiert. Letzteres wird dann im Unterschied dazu als „Situationsaspekt“ (Krummheuer, 2011a, S. 65) bezeichnet.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Krummheuer, 1992, S. 40ff u. S. 73). Krummheuer und Brandt (2001) halten dabei allerdings Interaktionen, die aus dieser Musterhaftigkeit dann eine Routine entwickeln für weniger optimal in Bezug auf potentielle Lernzuwächse. Diese Einschätzung basiert darauf, dass aus solchen routinemäßig ablaufenden und weitgehend reibungslosen Interaktionen nach Krummheuer und Brandt (2001) ein geringerer Anspruch bezüglich Argumentationen und inhaltlicher Thematisierungen an die Interagierenden erwachsen könne. Die Routine muss dann wieder aufgelöst werden, was z. B. durch das Beharren auf widersprüchliche Lösungen durch die Beteiligten erzeugt wird.

„Durch entsprechende Aufgabenstellungen kann solch ein Aufbrechen der Routine eventuell unterstützt werden.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 73)

Es bedarf dann einer sogenannten „interaktionalen Verdichtung“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 73), welche der Routine entgegensteht. Interaktionen, die eine solche Verdichtung aufweisen, erlauben es für die Beteiligten, Deutungen einander gegenüberzustellen, eigene Deutungen zu überwinden und sich an dem Agieren anderer, möglicherweise bereits autonom handelnder Interaktionspartner*innen zu orientieren, um das eigene Potential der Übernahme von Verantwortung für kollektiv erzeugte mathematische Argumentationen voranzutreiben (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 17ff u. S. 72ff). Die *mathematischen Situationspattern* sollen also gerade nicht dazu führen, was Krummheuer (2011a) als „[...] interaktionalen Gleichfluss [...]“ (Krummheuer, 2011a, S. 40) in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001, S. 56) beschreibt.

„Der interaktionale Gleichfluss stellt eine Minimierung des Energie- und Konfliktpotenzials dar und charakterisiert Interaktionsverläufe, die nahezu reibungslos und konfliktfrei ablaufen. Es emergieren in ihm Lernermöglichkeitsbedingungen, die allerdings als nicht optimal anzusehen sind. Die interaktionale Verdichtung stellt hingegen eine Optimierung dieser Ermöglichungsbedingungen dar. Ihre Interaktionsprozesse sind eher Krisen behaftet und verlaufen weniger reibungslos.“ (Krummheuer, 2011a, S. 40)

Diese Idee einer interaktionalen Eigendynamik, soll durch die mathematischen Situationspattern nicht als möglichst zu vermeidende Eigenschaft von mathematischen Interaktionen umgangen werden. Es soll vielmehr durch die Situationspattern den teilnehmenden Lernenden ein mathematisches Angebot unterbreitet werden, das Raum geben kann für die Emergenz interaktionaler Verdichtungen, wie sie Krummheuer und Brandt (2001) beschreiben. Dies wird in der vorliegenden Forschungsarbeit u. a. dadurch potentiell initiiert, dass z. B. in der mathematischen Situation *Bauen* (Geometrie) eine Trennwand zwischen den Interagierenden aufgebaut wird und so Gestik als Modus des interaktiven Austausches zunächst vermeintlich eingeschränkt wird. Es wird darüber hinaus damit ein Gegenstand in die Sequenz eingebracht, dessen Bedeutung für die mathematische Interaktion ebenso wie der eigentliche mathematische Inhalt der Situation zur Aushandlung zwischen den Interagierenden stehen kann. So ist in der Planung dieser Sequenz durchaus vorgesehen, dass die teilnehmenden Schüler*innen sich auf das Wegnehmen der Trennwand einigen können oder

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

diese anderweitig umgehen²¹⁰ (vgl. mathematisches Situationspattern 2, Anhang I-2).²¹¹ In der Kombinatoriksituation (vgl. mathematisches Situationspattern I, Anhang I-2) ist bspw. vorgesehen, dass eine größere Anzahl an Papierkärtchen zum Nachlegen der Reihenfolgen vorhanden ist als sie für die sechs möglichen Reihenfolgen aus drei Elementen nötig wäre. Zudem ist die Impulsplanung bei beiden mathematischen Situationspattern auf eine möglichst reduzierte Verwendung dieser Impulse durch die begleitende Person ausgerichtet, so dass vornehmlich eine weitgehend selbstgesteuerte Auseinandersetzung der Lernenden erhoben werden kann.

Wie oben ausgeführt, wird in der Planung mit einbezogen, dass erst in der Interaktion kollektiv erzeugt und ausgehandelt wird, was Gegenstand der Aushandlung ist und die Interaktion damit eine gemeinsame Hervorbringung aller Beteiligten ist. Damit wird von einem nicht vorher planbaren interaktiven Potential ausgegangen, das gewissermaßen im Kollektiv der Beteiligten begründet liegt. Die begleitende Person in den hier beschriebenen Situationen kann die mathematischen Situationspattern als Rüstzeug zur Vorbereitung auf die mathematischen Interaktionen mit den Lernenden nutzen, unterliegt dabei jedoch selbst einem situativ gegebenen Handlungsdruck als Beteiligte der Interaktion (vgl. Kap. 8.2, „kognitive[r] Stil der Praxis“ nach Krummheuer & Naujok, 1999, S. 18). Dies hält für die begleitende Person in der Erhebungssituation auch implizit die Freiheit bereit, nicht als *Lehrende* den *Lernenden* etwas *beibringen* zu müssen, sondern sie vornehmlich in ihrer Auseinandersetzung zu begleiten. Vogel (2012) führt aus der Perspektive der begleitenden Person an:

„The guiding adult is confronted with often-difficult task of making concrete decisions about which of the stimuli formulated in the pattern should be used, or better be replaced by more appropriate, spontaneous stimuli.“ (Vogel, 2012, S. 8)

Um dies leisten zu können, ist die fachdidaktische Vorbereitung der Erhebungssituation mit besonderem Fokus auf den mathematischen Gehalt der Situation zu gestalten.

Prinzipiell unterliegen damit alle an der Erhebungssituation in der vorliegenden Studie Beteiligten dem beschriebenen und für das Lernen von Mathematik geradezu konstruktiv-konstitutiven interaktiven Potential. Der Anspruch an die begleitende Person, die mathematischen Situationen mit den Schüler*innen zu gestalten, ist somit komplex und vielschichtig. Gleichzeitig eröffnen die Situationen die Freiheit für die begleitende Person, mathematische Ideen der Lernenden, die nicht in der Situationsbeschreibung bedacht wurden, aufzugreifen und diesen Raum zur Aushandlung zu geben. Das heißt auch, dass beschriebene Impulse in den Situationspattern nicht abgearbeitet, wort-wörtlich und vollständig in den Situationen durch die begleitende Person wiedergegeben werden müssen bzw. sollen.

²¹⁰ In für die vorliegende Studie nicht ausgewählten Sequenzen zeigte sich z. B. stellenweise ein zum*r Partner*in ausgerichtetes Gestikulieren über der Trennwand. Sie blieb also bestehen, es wurden jedoch Methoden entwickelt, sie mindestens kurzfristig zu umgehen, ohne ihre Position zu verändern.

²¹¹ In Beispiel 4 (Ayse und Jana: Bauen – Geometrie) und Beispiel 5 (Maya und Dennis: Bauen – Geometrie) wird in den Analysen in den Kapiteln 9.3.5 und 9.3.6 deutlich, wie unterschiedlich die jeweils Interagierenden mit der Trennwand umgehen.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Vielmehr ist es vor allem die Sensibilisierung für den potentiellen mathematischen Gehalt der Situation, der für die begleitende Person einen fachwissenschaftlich fundierten Orientierungsrahmen bereitstellt. Die im Pattern beschriebenen Impulse dienen als Vorlage, die den angenommenen mathematischen Gehalt geeignet aufgreifen. Das Pattern mit dem mathematischen Gehalt und einem Gerüst des Ablaufs inklusive geeigneter, darauf abgestimmter Impulse, kann als *Ground* der Situation im Peirce'schen Sinne beschrieben werden. Die begleitende Person kann die Situation anfänglich initiieren, indem sie das Material und die Idee der Situation den teilnehmenden Schüler*innen präsentiert und in ihrem Fortgang fachdidaktisch begleitet. Die Rolle der begleitenden Person wird als flexibel und sich dynamisch veränderbar in der Interaktion betrachtet, wie auch die der teilnehmenden Schüler*innen, auch wenn der begleitenden Person fachlich und bezüglich der Durchführung der Situation eine qualitativ zu den Lernenden unterschiedliche Expertise unterstellt werden kann (vgl. Krummheuer, 1992, S. 7). Die begleitende Person ist gewissermaßen Expert*in für die auf dem Papier beschriebene Situation, unterliegt aber in der konkreten Interaktion der kollektiv erzeugten Emergenz dieser Situation.

In den Erhebungssituationen ist zu beachten, dass die Videoaufnahmen der Situationen für die an der Studie teilnehmenden Schüler*innen ungewohnt sind. Dieser Tatsache wird begegnet, indem zu Beginn eine Probeaufnahme mit den Schüler*innen gemacht wird, und sie die Möglichkeit erhalten, diese Aufnahme gemeinsam anzusehen. Durch die Hospitationsphase im Voraus der Datenerhebung in den Klassen der teilnehmenden Schüler*innen, ist in der jeweiligen Situation eine gewisse Vertrautheit zwischen Schüler*innen und der begleitenden Person gegeben. Die teilnehmenden Schüler*innen wissen, dass es in den jeweiligen Situationen darum gehen wird, sich gemeinsam mit einem mathematischen Problem zu beschäftigen. Die Teilnahme ist nicht nur von Seiten der jeweiligen Erziehungsberechtigten, sondern vor allem seitens der Schüler*innen freiwillig und unabhängig von ihrem mathematischen Entwicklungsniveau. Der Fokus auf gestische und lautsprachliche Ausdrucksweisen wird im Voraus der Aufnahmen mit den Teilnehmenden nicht besprochen, um hier einer möglichen Beeinflussung vorzubeugen, z. B. in Form eines unnatürlichen Gesprächsverhaltens. Das Interesse der begleitenden Person an ihrer mathematischen Auseinandersetzung wird sowohl mit den beteiligten Lernenden als auch mit den Erziehungsberechtigten besprochen bzw. schriftlich kommuniziert. Wichtig ist zudem zu Beginn der Situationen mit den teilnehmenden Schüler*innen zu klären, dass sie *gemeinsam* am gegebenen mathematischen Problem arbeiten sollen. Im Rückblick auf die Datenerhebung kann angemerkt werden, dass die Ungewohntheit der Situation, auf Video aufgenommen zu werden, lediglich in der Anfangsphase der ersten Situation erhalten blieb und eine gewisse Gewöhnung an die Begleitung mit Kameras bei nahezu allen teilnehmenden Schüler*innen beobachtet werden konnte. Im Verlauf der Erhebung wurde es zudem für einige der teilnehmenden Schüler*innen ein wichtiges Ritual, selbst die Kameras und Mikrophone einzuschalten, um gewissermaßen den Startpunkt der gemeinsamen Arbeit an einem für sie neuen mathematischen Problem zu markieren. Dennoch ist der experimentelle Charakter der

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Situation zu bedenken. Bezüglich eines potentiellen mathematischen Vorwissens der Schüler*innen gaben die verantwortlichen Lehrpersonen an, dass eine inhaltlich vergleichbare Beschäftigung im Mathematikunterricht nicht stattgefunden hätte.²¹²

Zu 3) *Mathematische Situationspattern zur Auswahl von geeigneten Sequenzen für die Analyse der Daten:*

Innerhalb der *mathematischen Situationspattern* wird ein chronologischer Ablauf der Situation vorgeschlagen, ein Gerüst zur Orientierung. Das heißt, hier wird ein aufeinander aufbauender Verlauf der Situation geplant, der grob etwa von der Präsentation der Aufgabe über eine Bearbeitungsphase bis hin zu einer Reflexionsphase am Ende reicht. Dieser geplante chronologische Verlauf kann dann bei der Betrachtung der Videos mit dem tatsächlichen Verlauf der Situation kontrastiert und dazu genutzt werden in einer ersten Sichtung des Datenmaterials, Phasen bzw. Sequenzen zur Transkription auszuwählen. Diese Kontrastierung und Auswahl ist explizit in Kapitel 9.2 beschrieben und soll daher hier nicht weiter ausgeführt werden, dennoch spielen die *mathematischen Situationspattern* dabei eine bedeutsame Rolle.

8.5 Auswahl der teilnehmenden Schüler*innen und Zuordnung der Erhebungssituationen zu den Schüler*innen-Tandems

Die für die Datenauswertung ausgewählten Situationen wurden an einer Schule im Großraum Frankfurt durchgeführt. Als Einzugsgebiet der Schule zählen Stadtgebiete, die von Familien mit mittlerem bis niedrigem sozio-ökonomischem Status bewohnt werden. Die Schule wird zum Erhebungszeitpunkt von insgesamt ca. 300 Schüler*innen besucht, wovon ca. 70% einen Migrationshintergrund aufweisen, dabei jedoch größtenteils in Deutschland geboren und/oder aufgewachsen sind. Die Leitidee der Schule umfasst insbesondere das gemeinsame Lernen unter Berücksichtigung der Individualität der Schüler*innen. Ca. 8% der Schüler*innen weisen sonderpädagogischen Förderbedarf auf, dem durch den Einsatz von Förderschullehrkräften, von Lehrer*innenteams und dem Angebot von krankengymnastischen, logopädischen und ergotherapeutischen Therapiemöglichkeiten integriert in den Schulalltag begegnet wird. Das Lehrer*innenkollegium besteht aus rund 20 Pädagog*innen, die sich aus Grund- und Förderschullehrer*innen sowie Sonder- und Diplompädagog*innen zusammensetzen. Neben Nachmittagsbetreuungsmöglichkeiten wird an der Schule an drei Nachmittagen pro Woche Muttersprachenunterricht in verschiedenen Sprachen angeboten.

In zwei zweiten Klassen der Schule wurden nach einwöchiger Hospitationsphase in enger Absprache mit den verantwortlichen Klassenlehrerinnen insgesamt vier Schüler*innentandems ausgewählt, mit denen die beschriebenen mathematischen Situationen durchgeführt wurden.

²¹² Verschiedene Studien zur Gestik weisen darauf hin, dass ein vertrauter Inhalt zu weniger oder reduzierten Gesten von Proband*innen führen kann (vgl. Holler & Wilkin, 2011; Tomasello, 2008; Kap. 3.3 u. Kap. 4.4). Daher erscheint dies als eine relevante und vorher zu erhebende Kontextinformation für die Durchführung der Studie.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Weil es nicht im Interesse der Studie lag, Mathematikleistungen zu erfassen, wurden keine standardisierten Tests im Voraus durchgeführt oder die Mathematikleistungen in anderer Form erhoben, um z. B. die Schüler*innenauswahl zu bestimmen. Zur Einschätzung des mathematischen Niveaus der Schüler*innen wurde ausschließlich die professionelle Einschätzung der verantwortlichen Klassen- und Fachlehrerinnen eingeholt. Kriterien für die Auswahl der Schüler*innen zur Teilnahme an der vorliegenden Studie waren davon jedoch unabhängig. Vielmehr zählte die auf Freiwilligkeit basierende Teilnahme der Schüler*innen in Verbindung mit dem Einverständnis der Erziehungsberechtigten und vor allem der ausdrückliche Wunsch der Schüler*innen mit dem*der jeweiligen Partner*in gerne zusammenzuarbeiten.

Die Wichtigkeit der Bereitschaft der teilnehmenden Schüler*innen zur Zusammenarbeit mit dem*der gewählten Partner*in kristallisierte sich aus den Erfahrungen mit den bisher durchgeführten mathematischen Gesprächssituationen mit Lernenden verschiedener Altersklassen als deutlich wichtigstes Kriterium heraus. Diese eher unspezifisch und nicht in meiner Studie in Form von wissenschaftlichen Erhebungen erfasste Beobachtung findet sich dabei in den Untersuchungsergebnissen von J.-A. Edwards (2007) zur Zusammenarbeit von Schüler*innen in mathematischen Auseinandersetzungen bestätigt. J.-A. Edwards (2007) beschreibt eine sogenannte „language of friendship“ (Edwards, J.-A., 2007, S. 1190), die offenbar besonders günstige Bedingungen für die Aushandlung mathematischer Normen bereitstellt. Ihre Untersuchung ist in der Sekundarstufe verortet. Als zentral wird vor allem die Vertrautheit der Gesprächspartner*innen herausgestellt. J.-A. Edwards (2007) formuliert,

„[...] that friends were likely to alter their opinion in favour of the more mature solution, whereas in non-friend pairs, either in the pair was likely to change their opinion. This has implications for friends working in groups in mathematics classrooms, as there may be a parallel in friends opting for the more mathematically different, mathematically sophisticated, mathematically efficient or mathematically elegant solution, whereas non-friends may not do so as readily.“ (Edwards, J.-A., 2007, S. 1191)

Die gemeinsame Aushandlung mathematischer Normen und Bedeutungen wurde in der Untersuchung von J.-A. Edwards (2007) dann besonders begünstigt, wenn Gruppen sich aus Freunden zusammensetzten, und zwar offenbar u. a. dadurch, dass diese Freunde eher in der Lage waren, Lösungsvorschläge kritisch zu beleuchten und die eigene Überzeugung häufiger zu erläutern. Erklärungen und Überprüfungen von gefundenen mathematischen Strategien und Lösungen profitierten dabei auch in besonderer Weise davon, dass die Übernahme von sich als schlüssig erweisender mathematischer Normen zwischen den Beteiligten auf dem aus der Freundschaft heraus etablierten Vertrauen basierte und daher begünstigt war.

„Thus established friendship groups are combining a mutually shared understanding of some established sociomathematical norms [...].“ (Edwards, J.-A., 2007, S. 1198)

Stärker als etwa ein annähernd ähnliches gemeinsames mathematisches Niveau erweist sich also offenbar gegenseitiges Vertrauen unter Freund*innen als eine günstige Bedingung, die es

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

den an den mathematischen Situationen Teilnehmenden ermöglicht, auch vorläufige und ungewöhnliche Gedanken zu äußern und diese gedanklichen (Um-)Wege somit zum Gegenstand von mathematischen Aushandlungsprozessen zu machen. Über die Ergebnisse von J.-A. Edwards (2007) hinaus, lässt sich dieses Auswahlkriterium zusätzlich darin begründen, dass die Schüler*innen so in einer für sie relativ ungewohnten Situation (Videoaufnahme, Neuheit der gegebenen mathematischen Probleme und der begleitenden Person) eine*n vertraute*n Arbeitspartner*in an ihrer Seite wissen, was zu einer für sie potentiell angenehmeren Atmosphäre beitragen kann.

Folgende Tabelle 8.5_5 zeigt, welche Schüler*innen Paarungen bzw. Tandems, welche der für das vorliegende Forschungsprojekt entwickelten mathematischen Situationen im Erhebungszeitraum durchlaufen haben. Es wurden bezogen auf das Geschlecht gemischte wie auch gleichgeschlechtliche Tandems zusammengesetzt.

	Tandem 1 Jakob und Claus	Tandem 2 Ayse und Jana	Tandem 3 Maya und Dennis
Kombinatorik: Tierpolonaise	X	X	X
Geometrie: Bauen	X	X	

Tab. 8.5_5 Die Tandems bzw. Schüler*innen Paare und die von ihnen durchlaufenen Situationen

Tandem 2 und 3 durchliefen jeweils beide Situationen, während aus den Erhebungen von Tandem 1 die Kombinatorik-Situation für die Daten der vorliegenden Studie ausgewählt wurde. Dies liegt zum einen in der zeitlichen Kapazität der Schule begründet, zum anderen in der Einbindung der Erhebung in universitäre Lehrveranstaltungen und in das Projekt erStMaL (**early Steps in Mathematics Learning**, vgl. Fußnote 39 in Kap. 2.3). Die Situationen *Tierpolonaise* und *Bauen* aus den mathematischen Bereichen *Kombinatorik* und *Geometrie* wurden in wenig veränderter Form auch bei der Datenerhebung dieses Projekts verwendet, was eine Anbindung an das Projekt ermöglichte.

Die Beschreibung der teilnehmenden Schüler*innen in Tabelle 8.5_6 beruht einerseits auf der Auskunft der verantwortlichen Lehrerinnen zu den teilnehmenden Schüler*innen. Andererseits wurden teilnehmende Beobachtungen während einer der Erhebung vorausgehenden Hospitationsphase erfasst und hier zusammengestellt. Sie sollen als Orientierung für den*die Leser*in der vorliegenden Forschungsarbeit in Bezug auf die in Kapitel 9 dargestellten Analysen der ausgewählten Sequenzen dienen. Die Namen der Schüler*innen sind, wie üblich, keine Klarnamen. Die farbliche Hinterlegung zeigt die Zugehörigkeit zur gleichen Klasse.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Name Schüler*in	Einschätzung der Lehrpersonen und ausgewählte Beobachtungen
Ayse	<p>Ayse ist zum Zeitpunkt des Erhebungsstartes 7,10 Jahre alt. Sie weist einen arabisch/berberischen Sprachhintergrund auf und spricht Deutsch wie ihre Muttersprache. Sie ist in Deutschland geboren und aufgewachsen. Bei Ayse wurde nach Auskunft der zuständigen Lehrkräfte bezüglich eines Förderbedarfs Lese-Rechtschreib-Schwäche festgestellt. Ayse wirkt im Umgang mit der begleitenden Person offen, und hat ein freundliches Temperament. Sie zeigt sich in den Erhebungssituationen selbstbewusst, interessiert und teilt sich gerne mit. Ayse ist mit Jana befreundet und sitzt auch im Klassenraum neben ihr.</p> <p>Die zuständige Mathematiklehrkraft beschreibt Ayses mathematisches Niveau als durchschnittlich gut bezogen auf das Klassenniveau.</p>
Jana	<p>Jana ist zum Zeitpunkt des Erhebungsstartes 8,1 Jahre alt. Deutsch ist ihre Muttersprache. Auch bei Jana hat man bezüglich des Förderbedarfs eine Lese-Rechtschreib-Schwäche festgestellt. Jana ist ebenfalls offen und tritt in der neuen Situation, auf Video aufgenommen zu werden, während sie ein mathematisches Problem bearbeitet, selbstbewusst auf. Jana ist mit Ayse befreundet und sitzt auch im Klassenraum neben ihr.</p> <p>Die zuständige Mathematiklehrkraft beschreibt Janas mathematisches Niveau als durchschnittlich gut in Bezug auf das Klassenniveau.</p>
Maya	<p>Maya ist zum Zeitpunkt des Erhebungsstartes 7,4 Jahre alt. Ihre Muttersprache ist Deutsch. Sie ist offen, hilfsbereit und geduldig. Es fällt auf, dass sie über ein ausgeprägtes soziales Verhalten gegenüber ihren Mitschüler*innen verfügt. Der neuen Situation gegenüber, mit einer Kamera aufgenommen zu werden, zeigt sich Maya charmant verständnisvoll gegenüber der begleitenden Person. Maya wirkt im Vergleich zu Gleichaltrigen vernünftig, übernimmt Verantwortung für Andere und erfasst schnell auch für sie neue Situationen.</p> <p>Von der zuständigen Mathematiklehrkraft wird Maya als Schülerin mit einem hohen mathematischen Niveau und einem ausgeprägten Sinn für Ästhetik beschrieben.</p>
Dennis	<p>Dennis ist zum Zeitpunkt des Erhebungsstartes 9,2 Jahre alt. Er ist offen und an technischen Dingen interessiert. Nach der ersten Aufnahme besteht er bspw. darauf, die Kameras und Mikrophone selbst einzuschalten und achtet verantwortungsvoll auf deren Funktionstüchtigkeit vor jeder Aufnahme. Dennis nimmt wöchentlich das Angebot einer Ergotherapie in der Schule in Anspruch. Laut Klassenlehrerin wurde bei ihm ein Lernhilfebedarf festgestellt. Dennis Fähigkeit, sich manchmal eher kurz konzentrieren zu können, kann mit Aufmerksamkeit begegnet werden, was ihn häufig zurück in die</p>

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

	<p>Konzentration bringt. Dennis ist stets an den angebotenen mathematischen Problemen interessiert und bringt seine Ideen selbstbewusst ein. Er lässt sich auf die ungewohnte Situation offen und interessiert ein.</p> <p>Die zuständige Mathematiklehrkraft beschreibt Dennis' mathematische Entwicklung als eher unter dem Durchschnitt der Klasse, dabei aber durchaus interessiert und bemüht, geeignete Ideen beizutragen.</p>
Claus	<p>Claus ist zum Zeitpunkt der Erhebung 8,1 Jahre alt. Er ist kommunikativ und aufgeweckt und zeigt einen ausgeprägten Spieltrieb, z. B. mit den Tierfiguren in der Kombinatoriksituation. Er kann sich über kürzere Zeit konzentrieren. Claus und Jakob sind laut eigener Aussage befreundet. Im Umgang miteinander lässt sich beobachten, dass Claus sich an Jakob zu orientieren scheint und ihm mutmaßlich häufiger zustimmt, ohne dies zu überdenken oder seine eigene Einschätzung zu äußern.</p> <p>Die Lehrerin schätzt Claus' mathematische Entwicklung eher unter dem Durchschnitt der Klasse ein.</p>
Jakob	<p>Jakob ist zum Zeitpunkt der Erhebung 8,4 Jahre alt. Er ist offen, vielseitig interessiert und versiert, wirkt dabei ruhig und fokussiert. Er berichtet bspw. von gesehenen Tierdokumentationen im Fernsehen und beschreibt ausführlich, welche Fähigkeiten Tiger besitzen (Kombinatoriksituation mit Tierfiguren). Jakob übernimmt Verantwortung für das Voranschreiten in der mathematischen Situation und scheint den Anspruch zu haben, angebotene mathematische Probleme zur Lösung zu bringen. Seine Aussprache der S-Laute ist nicht immer zielsprachenkonform.</p> <p>Die zuständige Mathematiklehrkraft beschreibt Jakobs mathematisches Niveau als über dem Klassendurchschnitt.</p>

Tab. 8.5_6 Beschreibung der teilnehmenden Schüler*innen

8.6 Transkription der ausgewählten Sequenzen

Für die Transkription der ausgewählten Sequenzen ergibt sich der Anspruch, Gestik angemessen beschreiben zu können. In herkömmlichen Transkripten (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001) wird die Notation von Gestik allgemein im Rahmen von Beschreibungen sogenannter *nonverbaler Äußerungsanteilen* realisiert. Eine Transkription ist nach Krummheuer (1992) im Sinne der „Reduktion der Sinnlichkeit“ (Krummheuer, 1992, S. 52) nötig. Sie ermöglicht wiederholt die kritische Prüfung der vorgenommenen Interpretationen in der Analyse und reduziert die Eindrücke im Sinne einer Verfremdung, um Selbstverständlichkeiten bezüglich des Interaktionsgeschehens wahrnehmen zu können. Bspw. werden in meinen Transkripten keine Lichtverhältnisse oder raumgestalterische Konzepte aufgeführt, weil diese Dinge weniger das Forschungsinteresse berühren. Dahingegen werden Gesten und

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Lautsprache besonders in deren Relation im Transkript berücksichtigt, sowie die Materialanordnungen im Arbeitsbereich der Schüler*innen dokumentiert. Krummheuer (1992) merkt an:

„Transkriptionsverfahren sind also problemorientiert zu entwickeln.“
(Krummheuer, 1992, S. 53)

Als Beispiel für die Transkription von den sogenannten nonverbalen Aktivitäten führen Krummheuer und Brandt (2001) an:

„453 Wayne guck ma \ hier ist doch *auf die Kästchen zeigend* zwölf dreizehn vierzehn [...].“ (Krummheuer & Brandt, 2001, Anhang, I)

Für eine genaue Analyse der Relationen von Gestik und Lautsprache in meiner Arbeit erscheint dies aber nicht hinreichend detailliert genug. Wie im Beispiel deutlich wird, werden die Beschreibungen des Nonverbalen, wie Krummheuer und Brandt (2001) es nennen, häufig im Schriftbild von der lautsprachlichen Äußerung abgehoben, hier z. B. durch eine kursive Schreibweise.

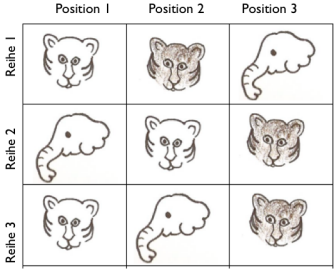
In einer solchen Transkription von gestischen Äußerungsanteilen treten mit Blick auf mein Forschungsinteresse mehrere Schwierigkeiten auf, die an einem Datenbeispiel aus meiner Forschung anhand des Vergleichs einer solchen herkömmlichen Transkriptform zur von mir verwendeten Transkriptpartitur herausgearbeitet werden sollen. Es handelt sich um eine Teiläußerung von Jakob aus dem bereits bekannten Beispiel I²¹³ der Kombinatoriksequenz. Jakob erläutert hier, was seiner Meinung nach gleich und *verkehrt* an zwei gefundenen und von den Schülern nachgelegten Reihenfolgen sei.²¹⁴

Zunächst die Transkriptform in Anlehnung an die oben aufgeführte Weise aus Krummheuer und Brandt (2001) (vgl. Tab. 8.6_7): Die Äußerungsteile, die nach Krummheuer und Brandt (2001) als *nonverbal* bezeichnet werden, sind hier *kursiv* gedruckt. Darunter fallen dann auch die Gesten der Beteiligten.

²¹³ Die Beispiele sind im Rahmen der vorliegenden Arbeit einheitlich durchnummeriert, was vor allem für die nachfolgenden Kapiteln 9 und 10 in den Analysen und der Zusammenstellung der Ergebnisse als Orientierung dient. Das Beispiel von Jakob und Claus aus dem mathematischen Bereich Kombinatorik wird als Beispiel I bezeichnet.

²¹⁴ Es muss hier angemerkt werden, dass es sich dabei untypischerweise um nur *eine* Äußerung aus dem Interaktionsgeschehen handelt. Für gewöhnlich widerstrebt es dem angewandten Analyseverfahren, Äußerungen einzeln zu betrachten. Hier soll aber auch keine umfangreiche Analyse aufgezeigt werden, sondern anhand dieser Äußerung lediglich deutlich werden, welche Vorteile die Transkriptpartitur für mein Forschungsvorhaben bietet.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Agens, Zeilen- nummerierung Zeit	Äußerung <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">von Jakob und Claus gelegte Kärtchenreihen I bis 3</p>
Jakob 02:17	1 2 3 4 5 (.) des (.) is fast gleich mit beiden Zeigefingern in Richtung der oberen drei Kärtchenreihen zeigend, die Hände werden neben den oberen Kärtchenreihen abgelegt halt nur des is gleich / mit dem linken Zeigefinger auf Reihe 3 und mit dem rechten Zeigefinger auf Reihe 1 tippend un die zwei sin verkehrt eine wippende Tippbewegung über den oberen Kärtchenreihen ausführend

Tab. 8.6_7 Transkriptausschnitt, übliche Transkriptionsweise (Beispiel I: Jakob und Claus)

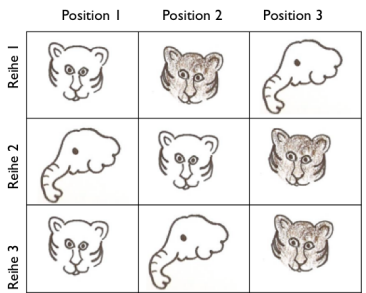
Zunächst erweist sich die genaue Gestalt der Relation von Gestik und Lautsprache auf diese Weise schwerlich in die Interpretationen mit einzubeziehen, da aus der Notation ihre zeitliche Kohärenz nicht klar ersichtlich ist. Es kann eine Festlegung erfolgen, so dass z. B. den lautsprachlichen Äußerungsteilen nachfolgende kursive Ergänzungen immer gleichzeitig zum vorausgehenden lautsprachlichen Teil erfolgen. Dabei müssten dann aber kursiv gehaltene Äußerungsteile, die nicht gleichzeitig zur Lautsprache erfolgen, eine eigene Markierung im Transkript erhalten. Ebenso müsste mit sogenannten nonverbalen Äußerungsanteilen verfahren werden, die gleichzeitig von verschiedenen Akteur*innen der Sequenz hervorgebracht werden.

Es wird aus dieser wohl eher klassischen Transkription darüber hinaus nicht deutlich, was genau und auf welche Weise angezeigt wird: Rein lautsprachlich ist schwerlich zu rekonstruieren, was Jakob hier versucht zu erläutern. Es bedarf also des Einbezugs der Gestik, um zur Rekonstruktion eines oder mehrerer möglicher Sinngehalte zu gelangen. Offen bleibt dabei u. a. welche Reihen konkret Jakob hier mutmaßlich im Vergleich zu betrachten beabsichtigt: Handelt es sich um Reihe eins und zwei, um Reihe eins und drei oder um Reihe zwei und drei oder alle drei Reihen? Ebenfalls bleibt offen, welche Positionen innerhalb der Reihen hier genauer betrachtet werden und was hier konkret als „verkehrt“ bezeichnet wird: Ganze Reihen, die er z. B. aus der Lösungsmenge als „verkehrt“ im Sinne von *nicht korrekt* ausschließen möchte oder einzelne Positionen in den Reihen? Selbstverständlich ließe sich die Transkription dahingehend anpassen und z. B. die Beschreibungen des Nonverbalen detaillierter ausführen. Gleichzeitig wird dann das Transkript aber möglicherweise auch unübersichtlicher und die fehlende Relationsanzeige von Lautsprache und Gestik bleibt bestehen.

Für die Datenaufbereitung im Rahmen des hier beschriebenen Forschungsprojektes wurde daher eine Partiturschreibweise (vgl. Huth, 2011a, S. 216f; Huth & Schreiber, 2017) in Anlehnung an Sager (2005) verwendet und weiterentwickelt, die es möglich macht, diesen

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Ansprüchen – Notation der zeitlichen Relation von Gestik und Lautsprache und detaillierte Beschreibung der Bewegungsabfolge – gerecht zu werden. Sie besteht im Schwerpunkt aus einer gestischen und einer lautsprachlichen Zeile, die in Partiturschreibweise aufeinander bezogen notiert sind. In der folgenden Tabelle (Tab. 8.6_8) wird ein Ausschnitt einer solchen Partitur gezeigt. Darin sind die beschriebenen Zeilen ([ls] für lautsprachlich und [gs] für gestisch) zu sehen. Es wird der gleiche Transkriptausschnitt wie oben abgebildet, nun entsprechend des Vorkommens im Transkript (vgl. Kap. 9.3.1) mit der darin erfolgten Nummerierung. Es handelt sich um einen Ausschnitt der Äußerung 17, und zwar genauer um die Ausschnitte b und c dieser Äußerung, die aus mehreren Äußerungsteilen besteht. Dies ist zu erkennen an der Äußerungsnummerierung, die hier bei 17b beginnt. Mit der Angabe darunter in Klammern (a-g) erkennt man bei jedem so im Transkript aufgeschriebenen Äußerungsteil, dass Jakobs hier im Ausschnitt gezeigte Äußerung insgesamt sieben Teile (a-g) im Transkript umfasst. Die Notation einzelner Äußerungsteile ist zum einen der grafischen Darstellbarkeit im Textverarbeitungsprogramm geschuldet: Es kann nämlich immer nur eine lautsprachliche Zeile gefüllt werden, bevor ein Umbruch erfolgen muss. Nur so ist es möglich, die Bewegungsabfolge der Geste, die hier in Form von Ziffern verbunden mit ----- einzelnen Strichen abgebildet ist, entsprechenden ihrer Relation zur Lautsprache abzubilden. Zum anderen erlaubt diese Transkription aber auch die Darstellung von gleichzeitigen Äußerungen mehrerer Interagierender, und zwar bezogen auf die Gleichzeitigkeit auch nur einzelner Äußerungsanteile.

Äußerungsnummerierung Zeit	Namenskürzel Zeilennummerierung	Äußerung: gestische und lautsprachliche Partitur und Beschreibung der Arm- und Handbewegungen sowie weiterer Körperbewegungen und Positionsangaben
		 <p>von Jakob und Claus gelegte Kärtchenreihen 1 bis 3</p>
17 b (a-g)	J [ls] J [gs]	Des geht des is ne annere (..) des (.) is fast gleich (.) halt nur des is gleich / ----- 0----- 1----- 2----- 3----- 4----- 5----- 6-----
11:17	26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36	Jakob blickt zu Claus, führt beide Hände in Staffelhandform ungefähr auf Brusthöhe zueinander, die Ellenbogen auf der Tischplatte aufgestützt, Handflächen zueinanderweisend (10), unmittelbar anschließend werden die Hände ruckartig auseingeführt, Handrücken zur Raumdeckeweisend, Jakob blickt zu Claus. Die Hände sind nun ca. 40cm voneinander entfernt, Ellenbogen aufgestützt. Jakob blickt zu den Reihen, die Position wird fixiert (11.) Jakob führt die Hände in Staffelhandform mit den Handrücken nach oben in Richtung obere Kärtchenreihen mit leicht abgespreizten Zeigefingern, die Unterarme werden auf der Tischplatte abgelegt, die li Hand wird neben den unteren Kärtchenreihen abgelegt, Finger weisen in Richtung 3. Reihe, die re Hand wird über der 1. Kärtchenreihe gehalten (12). Jakob führt anschließend mit den Zeigefingern beider Hände wippende Tippbewegungen aus, in dem er die Zeigefinger wiederholt einknickt und wieder streckt über den beiden Reihen 1 und 3, die anderen Finger

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

	37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49	bleiben entspannt und leicht geöffnet, er blickt Richtung Claus (13). Jakob blickt Richtung Arbeitsbereich, dreht die Hände jeweils um ca. 45° auf, die re Hand im Uhrzeigersinn, die li Hand gegen den Uhrzeigersinn, die li Handkante liegt auf der Tischplatte auf, der li Zeigefinger ist gestreckt und weist Richtung Kärtchenreihe 3, die re Hand wird in der Luft über der Kärtchenreihe 1 gehalten, der rechte Zeigefinger ist gestreckt und weist Richtung Kärtchenreihe 1, diese Position wird gehalten (14.). Jakob führt den re Zeigefinger auf die 1. Position in der 1. Kärtchenreihe und den linken Zeigefinger zur 1. Position in der 3. Kärtchenreihe und tippt auf diese Positionen (15), nimmt beide Hände in einer ruckartigen Bewegung zurück, die re Hand in Richtung seiner rechten Schulter mit auf dem Tisch aufgestütztem Ellenbogen, Handfläche in Staffelhandform zu Kamera 1 weisend, der li Ellenbogen wird zum Oberkörper zurückgeführt, der li Unterarm liegt auf der Tischplatte auf, die li Hand wird kurz über der Tischplatte in Staffelhandform gehalten, Handinnenfläche zum Tisch gewandt (16)
17 c (a-g)	J[s] J[gs]	und die zwei sin verkehrt (.) weil da is der Tiger in der Mitte und da an Ende -----17-----18-----19-20-----21-----22--23-24-----
11:23	50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72	Jakob führt die Hände in Staffelhandform, Handflächen zur Tischplatte gewandt in Richtung Kärtchenreihen, so dass sie sich nebeneinander über den Kärtchenreihen befinden, er spreizt beide Zeigefinger ab, tippt mit ihnen in Richtung 2. und 3. Position der 1. Reihe, ohne die dort liegenden Kärtchen zu berühren (17), es folgt eine mehrfach tippende Wippbewegung oberhalb der Positionen 2 und 3 der 1. und 3. Reihe in unveränderten Handformen mit beiden Händen und geführt von den Zeigefingern, die Bewegung endet mit einer Fixierung der tippenden Hände über den Kärtchenreihen (18.). Jakob blickt zu den Kärtchenreihen. Er führt die re Hand in Richtung Tischplatte nach unten in G-Handform und tippt sehr schnell und nahezu ohne Berührung auf das Kärtchen auf Position 3, 3. Reihe (19), zieht die re Hand unmittelbar nach oben, die li Hand wird nahezu zeitgleich in G-Handform zur ersten Reihe geführt. Jakob tippt mit dem li Zeigefinger auf das Kärtchen auf Position 2, 1. Reihe (20), die re Hand wird auf ca. 20cm Höhe über den Kärtchenreihen fixiert, Finger sind teilweise angespannt und abgespreizt und weisen zur Tischplatte, der Ellenbogen ist aufgestützt. Jakob führt die li Hand auf gleiche Höhe wie die re Hand, die Finger sind ähnlich wie bei der re Hand teilweise angespannt und abgespreizt, weisen zur Tischplatte (21). Jakob formt mit der re Hand eine G-Handform, führt sie nach unten in Richtung Tischplatte und tippt ohne Berührung auf das Kärtchen auf Position 3, 3. Reihe (22), zieht den re Zeigefinger unmittelbar nach dem Tippen ein, so dass eine Faust entsteht, zieht die re Hand in Faustform in einer ruckartigen zweistufigen Bewegung mit kurzem Stopp nach oben auf ca. 30cm Höhe, so dass die Ellenbeuge nahezu maximal gebeugt ist. Der Daumen ist zuerst abgespreizt, wird dann an den Zeigefinger angelegt, die Handfläche weist zur Kamera. Die li Hand wird zeitgleich auf der Tischplatte in Faustform neben der 5. Kärtchenreihe abgelegt, die Handfläche zur Tischplatte weisend. Die li Hand wird in Richtung Claus verschoben (23, 24).

Tab. 8.6_8 Ausschnitt einer Transkriptpartitur aus Beispiel I (Kombinatorik), Äußerungsteile b und c von Äußerung 17 (Jakob)

Die Ziffernfolge in der gestischen Zeile ist gleichzeitig zu lesen mit der lautsprachlichen Zeile und erfährt unten im Text eine Ausformulierung, was Jakob etwa bei Ziffer 10 und der sich anschließenden Bewegung ----- zu Ziffer 11 als Körperbewegung hervorbringt. Die Länge der Strichfolgen zwischen den Ziffern gibt dabei keinen Hinweis auf die zeitliche Länge der Bewegung, sondern ist maßgeblich an der möglichen grafischen Darstellung im Textverarbeitungsprogramm der gleichzeitig vorgenommenen lautsprachlichen Äußerung orientiert, damit man hier eine Relation im Sprachfluss abbilden kann. Zu Beginn von Äußerung 17b wird also, wie im Transkriptausschnitt oben (vgl. Tab. 8.6_8) aufgeführt, „Jakob blickt zu Claus, führt beide Hände in Staffelhandform ungefähr auf Brusthöhe zueinander, die Ellenbogen auf der Tischplatte aufgestützt, Handflächen zueinander weisend (10)“ gleichzeitig zum Ende der lautsprachlichen

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Äußerung „Des **geht**“ ausgeführt. In der Beschreibung wird immer am Ende der entsprechenden Bewegungsabfolge die Ziffer, hier (10), aufgeführt, auf die sich diese Bewegungsabfolge bezieht, so dass man sie oben zur Partiturzeile zuordnen kann. Man erkennt hier im Beispiel auch, wie umfangreich und entsprechend komplex eine Bewegungsabfolge im gestischen Modus sein kann. Im Krummheuer'schen (1992) Sinne wird hier also ein „Verfremdungseffekt“ (Krummheuer, 1992, S. 52) erzielt, der dazu führt, dass „manches, was dem Interpreten ebenso selbstverständlich erscheint wie den Beteiligten, [...] in der Transkription unerwartet deutlich hervor[tritt].“ (Krummheuer, 1992, S. 53). Sager (2005) verwendet eine solche Partitur und bezeichnet die mit Ziffern markierten Punkte als signifikante Punkte in der Bewegungsabfolge:

„Sie stellen also die semiotisch signifikanten Punkte der Bewegung dar, durch die für die Gesprächspartner bzw. für einen Beobachter die sinnhaft fassbaren Momente der Geste in Relation zum Kontext des verbalen Displays dargestellt werden.“ (Sager, 2005, S. 26)

Es werden zunächst für die Geste bei der Erstellung des Transkriptes Anfangs- und Endpunkt identifiziert (vgl. Kendon, 2004; Kap. 3.1.2). Der Anfangspunkt einer Geste fällt oft mit dem Beginn einer lautsprachlichen Äußerung zusammen, und dabei dann häufig in kurzem Zeitintervall leicht versetzt. Im Transkriptausschnitt oben ist dieser Anfangspunkt nicht abgebildet. Er wird in Anlehnung an Sager (2005) im Transkript mit ° markiert, ebenso der Endpunkt. Für eine gestische Notation mit Anfangs- und Endpunkt und entsprechender semiotischer Signifikanzpunkte ist also im Transkript etwa eine solche, hier idealisiert dargestellte, Zeichenfolge zu sehen: °-----1-----2-----3-----°. Sager (2005) gibt zu bedenken, dass „Extremkine [...] – also Maximalpositionen einer Bewegung“ (Sager, 2005, S. 26) als Anfangs- und Endpunkt nicht immer einfach zu erkennen sind.

„Wenn wir von dem Postulat der Zeitgestalt ausgehen, muss sich jede Geste im Prinzip von ihrem Umfeld durch die Bestimmung eines Anfangs- und eines Endpunktes abgrenzen lassen. Dass dies in der praktischen Analysearbeit nicht immer einfach zu bewerkstelligen ist, ändern nichts an der grundsätzlich sinnvollen analytischen Annahme solcher Grenzpunkte. Denn eine spezifische kommunikative Funktion kann nur einer eindeutig abgegrenzten Passage aus dem *stream of behavior* zugesprochen werden.“ (Sager, 2005, S. 23, Hervorhebungen im Original)

Sager (2005) unterscheidet darüber hinaus auch zwischen der Qualität der Bewegung zwischen den einzelnen Punkten einer Geste z. B. als fließend zusammenhängende Bewegung oder deutlicher Trennung einzelner Bewegungspunkte, was er dann auch in der Notation deutlich macht und z. B. den Unterstrich anstelle von ----- verwendet (vgl. Sager, 2005, S. 28f). In dieser Detailschärfe wird auch das weitere Transkriptsystem von Sager (2005) aufgespannt, in dem er für die einzelnen Signifikanzpunkte z. B. Drehpunkte, Körperachsen und den Winkelgrad der Flexionsmöglichkeiten von Gliedmaßen bestimmt. Für meine Transkriptpartitur übernehme ich die Notation der gestischen Gestalt in Anlehnung an Sager (2005) bezüglich Anfangs-, Endpunkt und semiotischer Signifikanzpunkte, also in folgender beispielhafter Form: °----1----2----3----°. Details zu Bewegungsqualität, Flexionsgrad oder andere Angaben, wie z. B. Drehwinkel und -richtung von bspw. Händen, werden dann in der genauen Beschreibung der

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Bewegungsabfolge dargestellt und nicht zusätzlich durch besondere Zeichen in der Zeichen-Ziffernfolge markiert. Diese Beschreibung richtet sich dabei im Wesentlichen nach den in Kapitel I bereits aufgeführten phonologischen Merkmalen zur Beschreibung von Gebärden: Handform, Handposition, Handbewegung und Handorientierung kann man also in den Beschreibungen nachlesen. Handformen sind zudem in der jeweiligen Transkriptionslegende abgebildet, so dass deutlich wird, was z. B. mit der G-Handform im Text gemeint ist.

Es ergeben sich häufig durch den detaillierten Einbezug von Gesten in die Interpretationen etwas anders geartete Sinnzuschreibungen der Äußerungen der Interagierenden. So kann man z. B. aus der Transkriptpartitur oben (vgl. Tab. 8.6_8) und der darin vorgenommenen, genaueren Beschreibung, was Jakob wie getaktet gleichzeitig zur Lautsprache mit seinen Händen ausführt, als eine mögliche Deutung rekonstruieren, dass mit „*verkehrt*“ zwei Positionen innerhalb der Reihen eins und drei gemeint sein könnten, die *vertauscht* sind und daher die Reihen eins und drei zu Beginn des aufgeführten Ausschnitts auch mutmaßlich als „*fast gleich*“ bezeichnet werden. Jakob erläutert also mutmaßlich hier, was genau an diesen beiden Reihenfolgen gleich ist und was anders. Er könnte damit beschreiben, was sie als voneinander verschiedene und damit zur Lösungsmenge zugehörige Reihenfolgen auszeichnet. Seine Gestik bindet seine lautsprachlichen Äußerungen an die gemeinten Reihen oder Positionen und bietet damit einen Deutungsrahmen dieser lautsprachlichen Äußerungen an. Sie gibt Hinweise auf Jakobs Deutungen, und zwar sowohl darauf, wie seine lautsprachlichen Äußerungen gemeint sein könnten als auch darauf, wie in seinen Augen die Reihenfolgen, die von den Schülern gefunden und mithilfe der Kärtchen nachgelegt wurden, potentiell zu lesen sind, und zwar in Bezug aufeinander. Jakobs Gestik in Bezug auf die Lautsprache und Lautsprache in Bezug auf die Gestik erlauben es damit, zu rekonstruieren, wie Jakob hier vor allem gestisch die relationalen Beziehungen der Darstellungen in Form von Kärtchenreihenfolgen anzeigt, was lautsprachlich begleitet wird (vgl. Kap. 9.3.1 u. Kap. 9.3.4). Jakob bietet damit im Sinne des diagrammatischen Arbeitens in der Beschreibung Dörflers (2005, 2006a, 2006b, 2015; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2) eine Legende für das aus Tierkärtchen gelegte Diagramm an, die vor allem gestisch erzeugt wird: Es wird die Permutation von Positionen in Reihenfolgen gestikuliert, während als Fixpunkte die jeweils ersten Positionen der Reihenfolgen eins und drei angenommen werden. Jakob verweist in diesem Sinne also mutmaßlich hier gestisch auf seine Deutung des Erzeugungsalgorithmus' von möglichen Reihenfolgen in der gesuchten Lösungsmenge durch Permutation der Positionen zwei und drei.

Die Gestik wird in herkömmlicher Transkriptform weniger ausführlich abgebildet. Daraus ergibt sich eine weniger detaillierte Datengrundlage zur Interpretation u. a. ihrer möglichen und potentiell diskursstrukturierenden Funktion bspw. zwischen den konkreten Tipp- und Zeigebewegungen. Diese und möglicherweise auch weitere Funktionen ließen sich anhand einer genaueren Transkription durch die synchronisierte und verlinkte Notation von Gestik und Lautsprache in einem höheren Schärfegrad rekonstruieren, wie auch Sager (2005) ausführt:

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung


„Denn eine genaue funktionale Bestimmung – etwa der Gestik – kann nur dann erfolgen, wenn die Elemente, die funktional klassifiziert werden sollen, als solche in ihrer Ausdrucksqualität erfasst und objektiv bestimmt werden können. Hierzu aber ist eine genaue und detaillierte Beschreibung notwendig, die auf ein objektives und systematisches System zurückgeführt werden kann.“ (Sager, 2005, S. 22)

Am oben aufgeführten Transkriptausschnitt (vgl. Tab. 8.6_8) lässt sich durch diese genaue Beschreibung zeigen, dass Jakob bspw. offenbar häufig gleiche Handformen mit beiden Händen erzeugt, die auf Gleichheit der Reihen oder Positionen innerhalb der Reihen hindeuten könnten. Damit lässt die genauere Transkription der Handformen auch weitere Interpretationen zu bzw. erlaubt es, vorgenommene Deutungen bestätigen oder verwerfen zu können. Ebenso kann rekonstruiert werden, dass etwa ruckartiges Zurückziehen der Hände den Verlauf der Erläuterung Jakobs, wovon hier nur ein Ausschnitt dargestellt wird, rhythmisiert und mit entsprechenden Handbewegungen taktet: Es werden so regelrechte Einheiten der Erläuterung sichtbar, die auf diese Weise gestisch markiert sind. Es kann gezeigt werden, dass Jakob seine Gestik auch nutzt, um einen inhaltlichen Bogen über seine Erläuterung oder Teile davon zu spannen, was möglicherweise seinen Interaktionspartner*innen in ihren Deutungen seiner gestischen und lautsprachlichen Äußerung den Nachvollzug der Äußerung eröffnet. Man erkennt mit der Transkriptpartitur schließlich, wie hoch der Äußerungsanteil der Gestik in dem tatsächlichen Äußerungsereignis ist und bildet damit genauer ab, was das Interaktionserlebnis der in der Sequenz Interagierenden umfasst.

Givry und Roth (2006) weisen darauf hin, dass Interpretationen von Gesten in vielen Fällen dazu beitragen, die Interpretationen der lautsprachlichen Äußerungen in den Analysen anzupassen oder sogar zu verändern (vgl. Givry & Roth, 2006, S. 1092). Sie bezeichnen Gestik als konstitutive Bestandteile der Konzepte Lernender und sehen dies in ihren Datenbeispielen belegt (vgl. Givry & Roth, 2006, S. 1095). Auch wenn in Givry und Roths Studie (2006) stärker das individuelle Lernen einzelner Schüler*innen angesprochen ist und nicht die Interaktion mehrerer Individuen in den Blick genommen wird und sie sich auf Sequenzen aus physikalischen Situationen beziehen, zeigt diese Einschätzung, dass der Einbezug von Gestik in expliziter und detaillierter Form in die Interpretation von Interaktionen in Lehr-Lern-Situationen überaus bedeutsam ist, um solche Prozesse nachvollziehen und verstehen zu können. Daher bedarf es insbesondere in meiner Arbeit auch eines gewissen Stellenwerts der Gestik innerhalb der Transkripte und damit bereits bei der Datenaufbereitung. So können Rückschlüsse auf deren mögliche Funktion und Bedeutung in den Analysen in einem höheren Grad der Detailliertheit und auf Grundlage der Daten gezogen werden. Es wird auf diese Weise möglich, Gesten nicht als reines Beiwerk zur Lautsprache zu betrachten. Gestik und Lautsprache können vielmehr theoriekonform als integratives Sprachsystem (vgl. Kap. 3) bereits eine Entsprechung in der Transkription der zu analysierenden Daten finden. Auch die besonderen Ausdrucksmöglichkeiten beider Modi (vgl. Kap. 3.1) können so adäquat in den Analysen rekonstruiert werden.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Entsprechend der erweiterten Transkriptionsweise muss daher auch die Transkriptionslegende angepasst werden, etwa für meine Arbeit folgendermaßen (vgl. Huth & Schreiber, 2017; Billion, Huth & Möller, 2020, S. 19; Tab. 8.6_9):

Spalte 1	Äußerungsnummerierung und Zeitangabe: Die Äußerungsnummerierung ist bei Äußerungen, die sich über mehrere Zeilen erstrecken mit a, b, c, ... gekennzeichnet. Die Angabe in Klammern zeigt, wie viele Äußerungsteile insgesamt auftreten, also z. B. bezieht sich die Nummerierung 2c (a-d) auf die Äußerung 2, Äußerungsteil c von insgesamt vier Äußerungsteilen a bis d.
Spalte 2	Namenskürzel: J = Jakob, C = Claus, B = begleitende Person; A = Ayse, J = Jana; D =Dennis, M = Maya Partiturschreibweise: [gs] und [ls] für gestische und lautsprachliche Äußerungsanteile, die zeitgleich zu lesen sind. Zeilennummerierung für die Beschreibungen der Körperbewegungen: Bei Äußerungen, die über mehrere Zeilen notiert sind, werden die Zeilen der Beschreibungen der Körperbewegungen fortlaufend nummeriert. Verweise in der Analyse benennen zuerst die Äußerungsnummerierung und anschließend die entsprechende Zeilennummerierung der Beschreibungen der Körperbewegungen, z. B. steht l.13 für Äußerung l, Zeile 13 der körpersprachlichen Beschreibungen. Angabe sich überschneidender Äußerungen mit < bzw. >
Spalte 3	Äußerungen: gestische Zeichen-Ziffernfolge und Lautsprache, notiert als Partitur sowie textliche Beschreibung der Körperbewegungen und Positionsangaben.
°	Anfangs- bzw. Endpunkt einer Geste bzw. Nummerierung der Gestensignifikanzpunkte in der Bewegung; notiert in der gestischen Äußerungszeile, die mit der Beschreibung der Körperbewegungen durch z. B. (°) oder auch (l) im Text verknüpft ist.
l, 2, ..., n	
z. B. l.	Punkt nach ° oder einer Ziffer steht für die Fixierung der entsprechenden Gestenposition.
-----	Zeichen für die Bewegungen zwischen den Signifikanzpunkten der Gesten zur grafischen Synchronisation mit der zeitgleichen Lautsprache, die nicht die Bewegungsdauer abbilden.
re bzw. li	Rechts bzw. links, z. B. re Hand = rechte Hand
fett	Besonders betont gesprochene Äußerungsteile
/ oder \	Stimmhebung oder -senkung
-	Stimme bleibt in der Schwebel
(.) (..) (...)	Angabe der Sprechpause in Sekunden entsprechend der Anzahl der Punkte
(eingeklammert)	Nicht sicher verstehbarer Äußerungsteil, der vermutlich die in Klammern gesetzte Lautfolge umfasst
(unverständlich), (flüstert), ...	Kennzeichnung unverständlicher Äußerungsteile oder Art der Aussprache
gesperrt	Langgezogene Aussprache
Relevante Handformen im vorliegenden Transkriptausschnitt:	
Staffelhand Entspannte Handhaltung ohne Anstrengung der Handmuskeln, z. B.	
	

Tab. 8.6_9 Transkriptionslegende

Wie häufig bei Transkripten, finden sich auch bei den in der vorliegenden Arbeit verwendeten Transkriptpartituren die Nummerierung der Äußerung und die Angabe der Zeit im dazugehörigen Video in der ersten Spalte. Es wurde oben bereits darauf hingewiesen, dass

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

immer nur eine Zeile der Lautsprache pro Äußerungsteil im Transkript abgebildet wird und es daher nötig ist, Äußerungen in einzelnen Teilen, die durch Indizes der kleinen Buchstaben des Alphabets markiert sind, abzubilden. Auch diese Nummerierung befindet sich also in der ersten Spalte des Transkripts, so dass eine Äußerung etwa mit „Ia (a-c)“ nummeriert wird, was hier bedeutet, dass die Notation des Äußerungsteils a der Äußerung I erfolgt, die insgesamt 3 Äußerungsteile a, b und c umfasst.

Die Zeit ist für jede neue Äußerung, orientiert am lautsprachlichen Teil, notiert. Die zweite Spalte gibt Auskunft über den*die Sprecher*in als Namenskürzel, wobei [gs] für die Gestik und [ls] für die Lautsprache der Äußerung steht. Der Buchstabe vor dem in eckigen Klammern angegebenen entsprechenden Ausdrucksmodus stellt ein Kürzel des Vornamens des*der Sprechers*in dar. So zeigt im Transkript oben beispielsweise also J[gs] Jakobs gestische Äußerung an, die nachfolgend in der Zeile als Zeichen-Ziffern-Folge notiert ist. Die Spalte der gesamten Äußerung umfasst dann die zwei Zeilen für die gestische und lautsprachliche Äußerung, die gemäß den theoretischen Ausführungen zum Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache (vgl. Kap. 3.2) und den Ausführungen oben gleichzeitig zu lesen sind. Ergänzend zu dieser Partitur finden sich detaillierte Beschreibungen der Bewegungsabfolge der Arme und Hände und aller weiteren von der transkribierenden Person wahrgenommenen Körperbewegungen unterhalb der lautsprachlichen Zeile. Diese Beschreibung und die Notation der Gestenabfolge, etwa als °----1---2.----°, sind mithilfe von Ziffern, z. B. (1), in Klammern und dem Zeichen für Anfangs- und Endpunkt der Geste (°) verlinkt. Die Notation der gestischen Zeile als Zeichen-Ziffern-Folge in Anlehnung an Sager (2005) bildet die in Kapitel 3.1.2 beschriebene Vorstellung von Gestenphasen nach Kendon (2004) ab. Die Ziffern markieren dementsprechend die einzelnen Punkte der Bewegungsabfolge und umfassen insgesamt den Kern der Geste. Den Anfangs- und Endpunkt der Geste markieren zumeist Rastpositionen der Hände (vgl. Kendon, 2004, S. 111ff). Die Beschreibungen der Bewegungsabfolge stehen immer vor der entsprechenden Ziffer, die den entsprechenden Signifikanzpunkt der Gestenbewegung abbildet. Die Notation der zeitlichen Kohärenz von Gestik und Lautsprache wird auf diese Weise möglich, denn die Ziffern in der Partitur sind so notiert, dass die jeweiligen Signifikanzpunkte der Geste genau über der gleichzeitig lautsprachlich geäußerten Lautfolge stehen. Die Zeichenanzahl zwischen den Ziffern kann variieren und ist dieser Synchronisierung in der Notation verpflichtet. Sie bildet keine zeitliche Länge der Bewegung ab. Die Beschreibungen der Bewegungsabfolge sind zeilenweise nummeriert, damit in der Analyse auf die jeweilige Zeile verwiesen werden kann, etwa in folgender Form: Ia.13 steht für die Beschreibungen, die sich bei Äußerung Ia in Zeile 13 befinden. Empirisch begründet und wie in Kapitel 3.1.3 zur Problematik einer geeigneten Gestendefinition aufgeführt, werden sämtliche vom*von der Transkripteur*in wahrgenommenen Körperbewegungen beschrieben, weil sie potentiell in der Interaktion als Geste gedeutet werden können und ausschließlich analytisch gestützt, also nach der Analyse, einzelne Bewegungen davon ausgeschlossen werden können.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Es kann vorkommen, dass Äußerungen eines*r Sprecher*in über mehrere Zeilen im Transkript notiert werden müssen. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn eine Zeile für die lautsprachliche und/oder gestische Notation nicht ausreicht. Die nächste gestische Zeile startet dann mit der entsprechend folgenden Ziffer, die Äußerung ist mit der gleichen Nummerierung und den oben bereits aufgeführten Indizes a, b, c, ... versehen. In solchen Fällen sind zudem alle Zeilen des Textes der Beschreibung der Bewegungsabfolge, die zu einer Äußerung gehören, mit einer fortlaufenden Nummerierung versehen (vgl. Tab. 8.6_8).

Sich überschneidende Äußerungen von Sprecher*innen sind durch < oder > vor dem Namenskürzel markiert. Die Überschneidungen stellen sich teilweise als sehr komplex dar, weil z. B. ein Modus während einer Äußerung stumm bleiben kann oder häufiger zu beobachten ist, dass bspw. Sprecher*in A etwas lautsprachlich äußert, Interaktionspartner*in B in dieser Zeit beginnt, etwas zeitgleich zu gestikulieren oder am Material eine Manipulation vorzunehmen, eventuell auch ohne lautsprachliche Äußerung, und Sprecher*in A seine*ihre Äußerung dann auch möglicherweise beendet, während Sprecher*in B noch weiter gestikuliert oder handelt und darüber hinaus auch mit einer lautsprachlichen Äußerung einsetzt. Außerdem lassen sich in Interaktionen, wie sie in der vorliegenden Forschungsarbeit untersucht werden, auch Gestenabbrüche oder Gesten mit nicht klar ersichtlichen drei Gestenphasen beobachten, worauf auch bereits Sager (2005) verweist (vgl. Sager, 2005, S. 23).

Der Transkriptionsprozess an sich wurde so gestaltet, dass die Transkripte von einer Person verfasst und von einer zweiten Person überarbeitet wurden, so dass eine möglichst hohe Objektivität der möglicherweise für interpretierende Beschreibungen stärker anfälligen genauen Verschriftlichung der Bewegungsabläufe der Gesten erreicht werden konnte. Es wurden darüber hinaus Beschreibungen gewählt, die räumliche und zeitliche Angaben nutzen und weniger intentional besetzte Darstellungen wie *kurz*, *etwas*, *ein wenig*, *weit* usw., wiewohl dies nicht immer ausbleiben kann. Die Beschreibung der komplexen Bewegungsabfolge von Armen und Händen in den Transkripten lehnen sich an die phonologischen Merkmale an, die in der Linguistik der Deutschen Gebärdensprache genutzt werden, um *Handform*, *Handstellung*, *Ausführungsort* und *Bewegung* zu beschreiben (vgl. Keller & Leuniger, 2004, S. 267ff; Kap. 1.1). Es sollte anhand der Transkripte also möglich sein, zu verstehen, wie die Hand bei der Geste geformt ist, also z. B. Zeigefinger ausgestreckt, Faust usw.; wie die Hand im Raum orientiert ist, also z. B. Handfläche in Richtung Tischplatte oder nach rechts gerichtet; wo die Gestenbewegung ausgeführt wird, z. B. in ca. 30 cm über der Tischplatte vor dem Gesicht in Mundhöhe; und welche Bewegung die Hand ausführt, wird sie z. B. nach oben geführt oder vollzieht eine Drehung nach links/rechts um die Unterarmachse. Die Transkribierweise ist relativ umfangreich und erscheint zunächst komplex, hat sich aber nach einer entsprechenden

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

einleitenden Erläuterung als äußerst praktikabel in Analysesitzungen auch mit im Gebiet der Gestik weniger vertrauten Wissenschaftler*innen erwiesen.²¹⁵

Es wurde bewusst darauf verzichtet, eine Bildfolge etwa in Form von Stills in das Transkript aufzunehmen. Gesten als dynamische Bewegungsabfolgen sind zugunsten einer interpretationsarmen Transkription schwerlich in statische Bilder zu fassen. Erst in der grafischen Darstellung der Semiotischen Analyse, die auf einer bereits durchgeführten Interaktionsanalyse beruht, werden daher in der vorliegenden Arbeit Bilder verwendet (vgl. Kap. 8.7). Der Verzicht auf Bilder bereits in den Transkripten ist zur Vermeidung von vorschnellen Interpretationen am Bild oder an sogar eventuell verlinkten Videoausschnitten notwendige Voraussetzung für eine methodische Kontrolle. Gerade die lineare Beschreibung einer komplexen Raum- und Zeitgestalt (vgl. Sager, 2005, S. 22), wie der Gestik, schafft eine Distanz zum Datenkorpus. Krummheuer (1992) beschreibt, dass ein Transkript eine wiederholte kritische Prüfung der Interpretationen ermögliche, das Geschehen problemorientiert, auf das Forschungsinteresse bezogen reduziere und „[...] die unumgängliche Reduktion der Sinnlichkeit einen positiven Verfremdungseffekt für die Analyse gewohnheitsmäßiger Interaktionsabläufe“ (Krummheuer, 1992, S. 52) habe. Der Vorteil von rein schriftlichen Transkripten ist bei Gesten zusätzlich darin zu sehen, in der konkreten Interaktionssituation sehr schnell stattfindende Bewegungsabläufe der Interagierenden in erheblich verlangsamer Weise im Detail nachvollziehen zu können. Hieraus können dann zunächst verschiedene Lesarten entwickelt und dann zu schlüssigen Interpretationen und Deutungen zusammengeführt werden. Auch die Dominanz lautsprachlicher Äußerungen bei der Interpretation kann so vermieden werden, weil Lautsprache *und* Gestik möglichst genau transkribiert werden, entsprechend des grundsätzlich multimodalen Sprachbegriffs (vgl. Kap. 3.2.3).

²¹⁵ Eingebunden in die Forschungsgruppe am Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik, die u. a. der Forschungstradition der Interpretativen Unterrichtsforschung angehört, eröffnete sich für mich die Möglichkeit, meine Transkripte mit Forscher*innen aus verschiedenen Forschungskontexten zu analysieren, so z. B. beim Treffen des Arbeitskreises der Interpretativen Forschung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM). In solchen Analysesitzungen wurden die Gestenbeschreibungen von der Gruppe häufig dazu genutzt, die Bewegungen exakt nachzustellen und ihre Abläufe mit den eigenen Händen nachzuvollziehen. Dies ermöglichte eine Beschäftigung mit den Gesten, ähnlich wie eine Betrachtung unter einem Vergrößerungsglas, und unterstützte dabei Deutungsvielfalt zu generieren und geeignete Interpretationen zu finden. Das Nachvollziehen einer Gestenbewegung ermöglichte darüber hinaus einen Zugang zum Transkriptsystem und trug zum Verstehen dessen bei, was in der analysierten Interaktion abgelaufen sein könnte. Einige Beschreibungen der Gesten in den Transkripten konnten außerdem während solcher Analysesitzungen zugunsten eines besseren Verständnisses angepasst werden, was die Qualität der Transkription verbesserte. Es erwiesen sich die so entwickelten Transkripte als äußerst hilfreich, denn sie ermöglichten auch Personen mit weniger theoretischem Hintergrund zur Gestik relativ schnell in eines meiner Transkripte einzusteigen und gemeinsam eine Interpretation, auch ohne weitreichende Einführung in die Gestiktheorie, zu entwickeln. Außerdem konnte ich hier auch experimentieren: Es wurden Transkripte mit herkömmlichen Beschreibungen von Gesten analysiert und mit den Analyseergebnissen aus der Arbeit mit dem von mir entwickelten Transkriptsystem verglichen. Dabei zeigte sich der analytische Gewinn, bezogen auf mein Forschungsvorhaben, von solch detaillierten und komplexen Beschreibungen von Gestenbewegungen im Vergleich zu herkömmlichen, stärker die Lautsprache betonenden Transkriptionen.

8.7 Analyseverfahren

Konform zu den theoretischen Grundlagen der Arbeit und im Sinne einer qualitativen Datenauswertung verwende ich in der vorliegenden Arbeit ein Analyseverfahren, das sich in Anlehnung an die Interpretative Unterrichtsforschung und der semiotischen Perspektive in zwei Schritte gliedert: Zunächst wird eine Interaktionsanalyse (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer, 2011b; Krummheuer, 2012; Krummheuer & Brandt, 2001; Krummheuer & Naujok, 1999) durchgeführt, im zweiten Schritt dann eine Semiotische Analyse in Form von sogenannten „Semiotische[n] Prozess-Karten“ (Schreiber, 2010, S. 60; vgl. Schreiber, 2013). Damit verwende ich für die Analysen ein ähnlich kombiniertes Verfahren wie Schreiber (2010, 2013), das im Rahmen meiner Arbeit in Bezug auf multimodale Interaktion angepasst wurde. Die beiden Verfahrensweisen der Interaktionsanalyse und der Semiotischen Analyse und insbesondere ihr Ineinandergreifen im Analyseprozess werden im vorliegenden Kapitel Kern der Darstellung sein.

In meiner Datenauswertung spiegeln sich mit den ausgewählten beiden Verfahren die zentralen theoretischen Perspektiven meiner Forschungsarbeit wider: Die Interaktionsanalyse ist im Rahmen der Interpretativen Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik entwickelt worden (vgl. Krummheuer, 1992). Mit ihr kommt insbesondere die interaktionstheoretische Perspektive auf das Lernen von Mathematik in der Analyse zum Tragen (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Krummheuer & Naujok, 1999; Kap. 4). Die Semiotische Analyse ist in ihren Grundzügen der Semiotik nach Peirce (vgl. Kap. 6) entlehnt und nutzt die Semiotischen Prozess-Karten aus einer ebenfalls in der interaktionistischen Forschungstradition entstandenen Arbeit von Schreiber (2010). In beiden Analyseverfahren wird es möglich, Gestik und Lautsprache als *gemeinsames Sprachsystem* und unter Berücksichtigung ihrer *je spezifischen Ausdrucksmöglichkeiten* zu betrachten. Als ein forschungsmethodisches Ziel der vorliegenden Arbeit ist damit auch die Weiterentwicklung insbesondere des so angewandten zweiteiligen Analyseverfahrens zu nennen: In der Interaktionsanalyse wird es mithilfe der entwickelten Gestik-Lautsprache Transkriptpartitur möglich, dem gestischen Modus eine prominente Rolle in der Rekonstruktion der untersuchten Interaktion zuteil werden zu lassen. In der Semiotischen Analyse werden Gestik und Lautsprache je als Triaden dargestellt, die aufeinander bezogen sind. Es werden auf diese Weise die Semiotischen Prozess-Karten nach Schreiber (2010) für die Analyse multimodaler Zeichenprozesse erweitert, indem zwei Triaden zu einem Triadenpaar zusammengefügt eine Äußerung abbilden mit jeweils einem lautsprachlichen und einem gestischen Äußerungsteil. Die Auswahl der Sequenzen aus dem Datenmaterial (vgl. Kap. 9.1) wird an der Methode der Komparativen Analyse (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 77ff; Kap. 8.2.1) orientiert.

8.7.1 Interaktionsanalyse

Die Interaktionsanalyse als sequenzanalytisches Verfahren lehnt sich in ihren Grundzügen an die ethnomethodologische Konversationsanalyse an und wurde entwickelt, um

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Aushandlungsprozesse im Mathematikunterricht zu untersuchen (vgl. Krummheuer, 1992, S. 49). Aus theoretischer Sicht steht die Interaktionsanalyse

„[...] in einem unauflösbaren Verhältnis zum [...] interaktionistischen Ansatz.“
(Krummheuer, 1992, S. 49)

Sie unterscheidet sich von der ethnomethodologischen Konversationsanalyse vor allem in ihrem zentralen Interesse an der *thematischen Entwicklung* von Interaktionen im Mathematikunterricht (vgl. Krummheuer, 2012, S. 234). Bevor die Charakteristiken der Interaktionsanalyse und das konkrete Verfahren näher beschrieben werden, wird im Folgenden wegen ihrer grundlegenden Bedeutung und Parallelen zur Interaktionsanalyse zunächst die ethnomethodologische Konversationsanalyse kurz dargestellt, auch wenn diese nicht direkter Bestandteil meines analytischen Vorgehens im Rahmen dieser Arbeit ist.

Bergmann (2003a, 524ff) folgend verschafften zahlreiche empirische Studien der ethnomethodologischen Konversationsanalyse (im Folgenden auch EK) eine anerkannte und profilierte Stellung im Rahmen mikrosoziologischer Forschungen. In ihren grundsätzlichen Annahmen geht die EK davon aus, dass die in der sozialen Wirklichkeit handelnden Subjekte in einem fortlaufenden Prozess diese durch wechselseitig aufeinander bezogene symbolische Handlungen herstellen, indem sie die soziale Ordnung und ihre aktuelle Situation stetig analysieren und interpretieren und sich um Verständlichkeit und Angemessenheit ihres eigenen Handelns in Koordination mit dem Handeln ihrer Handlungspartner*innen bemühen (vgl. Bergmann, 2003a, S. 525). Der Ethnomethodologie gehe es laut Bergmann (2003b)

„[...] nicht um die Rekonstruktion eines stillen, inneren Verstehens im Sinne einer Nachvollzugshermeneutik, sondern darum, den im Handeln selbst dokumentierten Prozess des Verstehens-und-sich-verständlich-Machens zu beobachten und im Hinblick auf seine Strukturprinzipien zu beschreiben.“ (Bergmann, 2003b, S. 125)

Mithilfe der EK soll herausgearbeitet werden, welchen konstitutiven Strukturen und Mechanismen diese Prozesse folgen, also welche *Methoden* – wie der Name beinhaltet – von den Handelnden genutzt werden, um dies zu leisten.

„Gesellschaftliche Wirklichkeit [vollzieht sich] erst im alltäglich-praktischen Handeln, soziale Ordnung ist [...] ein fortwährendes Erzeugnis von Sinnzuschreibungen und Interpretationsleistungen.“ (Bergmann, 2003a, S. 527)

In dieser Ausprägung fokussiert die EK also alltägliche Konversation mit dem Ziel

„[...] soziale Formen und Prozesse in ihrer inneren Logik und Dynamik zu begreifen und zu bestimmen, welche methodischen Ressourcen erforderlich sind, um eine Äußerung in ihrem Sinngehalt erkennbar zu machen, in den Gesprächsverlauf einzubinden, situativ abzustimmen, zu kontextualisieren, wahrzunehmen und zu beantworten.“ (Bergmann, 2003a, S. 528f)

Äußerungen von Interagierenden sind stets kontextbezogen, d. h. auf den von ihnen fortwährend analysierten und interpretierten Kontext durch das Heranziehen von Alltagswissen abgestimmt. Diese Kontextgebundenheit wird von den Interagierenden

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

anhaltend wechselseitig dargelegt und umfasst nach Bergmann (2003a) eine Fülle von für die Interagierenden Bedeutsamem. Bergmann (2003a) nutzt dafür den Begriff der „*kontextsensitiven Akteure*“ (Bergmann, 2003a, S. 529, Hervorhebungen im Original). Weil die EK über die Beziehung von Äußerungskontext und Äußerung hinaus davon ausgeht, dass Äußerungen *sequenziell* einen Kontext für die unmittelbar nachfolgenden Äußerungen erzeugen, stellt sie ein sequenzanalytisches Verfahren dar.

In ihrer grundlegenden Orientierung offen und um möglichst ohne vorgefasste theoretische Hypothesen an das Datenmaterial heranzutreten, widerstrebt es dem Ansatz der EK, festgelegte methodische Regeln für ihre Vorgehensweise zu formulieren. Damit soll dem Anspruch begegnet werden, Methoden nicht mechanisch und generalisiert an den Daten anzuwenden, sondern gleichsam aus ihnen heraus und an ihnen diese Methoden zu entwickeln. Es lassen sich aber Bergmann (2003a) folgend einige Prinzipien aus konversationsanalytischen Arbeiten herausarbeiten, die bereits bei der Frage dessen ansetzen, was als *Daten* angesehen wird. Es geht der EK darum, möglichst nicht vorinterpretierte Daten zu analysieren, bspw. in Form von Rekonstruktionen eines nicht wiederherzustellenden sozialen Geschehens. Daher greift sie auf Ton- und Bildaufzeichnungen zurück, die möglichst genau und nicht bereinigt von etwa dialektalen Einschlägen oder Versprechern oder auch scheinbaren Nebengeräuschen, wie etwa einem Räuspern, transkribiert werden. Es wird davon ausgegangen, dass jegliche Vorkommnisse im Verlauf von Interaktionen – und seien sie auch auf den ersten Blick noch so vernachlässigbar – wie z. B. Räusperer, Versprecher, Intonationen, Unterbrechungen im Redefluss, Stockungen, Überlappungen, usw., von Bedeutung sein könnten für ein Verstehen der Konstruktionsprinzipien des sozialen Gefüges durch die an ihm Beteiligten. Es lässt sich somit als methodische Prämisse der EK formulieren, dass kein Element in einem möglichst nah an den Rohdaten erstellten Transkript von zufälliger Art und damit aus der Untersuchung auszuschließen ist. Dies wird als Leitsatz der „*Order at all Points*“ (Sacks, 1984, zitiert nach Bergmann, 2003a, S. 532) bezeichnet.

„Jedes Textelement wird zunächst – auch wenn dies dem Common Sense des Forschers widerspricht – als Bestandteil einer sich reproduzierenden Ordnung betrachtet und in den Kreis möglicher relevanter Untersuchungsphänomene einbezogen.“ (Bergmann, 2003a, S. 532)

Ein solches Textelement, gleich welcher Gestalt, kann im methodischen Vorgehen der EK als ein mögliches Ordnungselement im Interaktionsverlauf herausgearbeitet werden. Es interessieren hierbei die generativen Prinzipien, welche dieses Element als solches in der Interaktion etablieren. Im weiteren Verlauf der EK wird das herausgearbeitete Ordnungselement als Problemlösung verstanden, die von den Beteiligten angewandt wird, um die soziale Organisation des Interaktionsgeschehens sicherzustellen. Die EK fragt danach, in welcher Ausprägung die an der Interaktion Beteiligten dieses Ordnungselement nutzen, um das Interaktionsgeschehen zu meistern – ob sie bspw. die selbst erzeugten formalen Prinzipien als Orientierung nutzen, an verschiedenen Stellen bestimmte Prinzipien möglicherweise unterlaufen und wie sie dies tun. Eine Untersuchung von Mehan (1979), die sich an der EK

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

orientiert, konnte bspw. als ein solches Ordnungselement von Interaktionen im lehrergelenkten Unterricht eine dreischrittige Interaktionssequenz herausarbeiten (vgl. Mehan, 1979, S. 52ff) Diese umfasst *initiation*, *reply* und *evaluation*. Sie stehen in einer paarweisen Beziehung zueinander („adjacency pairs“ Mehan, 1979, S. 50),²¹⁶ wobei *initiation* und *reply* das erste dieser Paare und gleichzeitig den ersten Teil des zweiten Paares bilden, das durch *evaluation* komplettiert wird (vgl. Mehan, 1979, S. 52ff u. S. 54, auch beschrieben in Becker-Mrotzek & Vogt, 2001, S. 27ff).²¹⁷

In der Interaktionsanalyse werden nun grundlegende Leitgedanken der EK genutzt. Bei der Rekonstruktion des Interaktionsgeschehens werden aber, wie oben bereits erwähnt, die inhaltlich-thematischen Entwicklungen in Aushandlungsprozessen des Mathematikunterrichts fokussiert. Die Interaktionsanalyse stellt in diesem Sinne eine Weiterentwicklung der EK dar (vgl. Krummheuer, 2011b, S. 1).

„Hintergrund zur Entwicklung dieses Verfahrens war u. a. die Einsicht, dass im Unterricht der fachliche Inhalt nicht außen vor steht und durch geschicktes Unterrichten den Schülern nahegebracht wird. Vielmehr wird der Inhalt in der Unterrichtsinteraktion erzeugt und er ist deswegen für die Schüler nur in der Weise erfahrbar, wie er in der konkreten Situation ‚thematisiert‘ wird. Man spricht deshalb auch von dem ‚Thema‘ der Stunde und weniger vom Inhalt.“ (Krummheuer, 2011b, S. 1, Hervorhebungen im Original).

Ebenso wie bei der EK wird bei der Interaktionsanalyse davon ausgegangen, dass durch wechselseitig aufeinander bezogene Handlungen der Beteiligten im Interaktionsverlauf Bedeutungen hervorgebracht, miteinander verhandelt, aneinander angeglichen, verändert, usw. werden. Auf diese Weise bringen die Interagierenden in einem Prozess von Bedeutungsaushandlung „gemeinsam geteilt geltende Deutungen“ (Krummheuer, 1992, S. 18; Krummheuer & Naujok, 1999, S. 68) hervor. Vergleichbar bei EK und Interaktionsanalyse ist über die grundlegende soziologische Ausrichtung bezüglich einer durch die Beteiligten erzeugten Wirklichkeit hinaus u. a. die theorieoffene Herangehensweise an die Daten, die es ermöglicht, *Theoriegenese am Datenmaterial* zu betreiben. Ebenso ist die Art und Weise der Datenaufbereitung der (in den meisten Fällen) Videoaufnahmen in Form von möglichst nah an den Rohdaten erstellten Transkripten vergleichbar. Diese werden bei der Interaktionsanalyse am Forschungsinteresse orientiert aufgearbeitet (vgl. Krummheuer, 1992, S. 52f). Als Interpretationsmaximen stellt Krummheuer (1992) heraus, dass die methodische Vorgehensweise bei der Interaktionsanalyse nicht streng standardisiert gesehen werden kann und die Einzigartigkeit der jeweiligen Situation Beachtung finden sollte. Es handele sich bei der Beschreibung der einzelnen Schritte des analytischen Vorgehens um einen Leitfaden, der es

²¹⁶ Es handelt sich hierbei um einen Begriff, den Mehan (1979) von Sacks, Schegloff, and Jefferson (1974, zitiert nach Mehan, 1979, S. 50) übernimmt.

²¹⁷ Als Beispiel aus den Daten wird in Mehan (1979) eine Frage einer Lehrperson vorgestellt (*initiation: Who knows whose namecard this is? (holds up namecard)*), die mit einer Antwort eines*r Schülers*in beantwortet wird (*reply: Mine (raises hand)*), auf die wiederum eine diesen Dreischritt abschließende Bemerkung der Lehrerin folgt (*evaluation: Ah, if you see, if it's your namecard don't give the secret away. If you...*) (Mehan, 1979, S. 69, auch zitiert in Becker-Mrotzek & Vogt, 2001, S. 30).

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

ermöglichte, eine schlüssige und transparente Argumentation aus der Analyse abzuleiten und zu überprüfen, ob alle Interpretationsmaximen beachtet wurden (Krummheuer, 1992, S. 53). Auch hier kann man Parallelen zur EK feststellen, die ebenfalls kein streng abzuarbeitendes methodisches Rezept an die Hand gibt.

Theoretisch fußt das Verfahren der Interaktionsanalyse auf dem symbolischen Interaktionismus (Blumer, 1969, zitiert nach Denzin, 2003, S. 136ff) und der bereits beschriebenen interaktionstheoretischen Perspektive auf Mathematiklernprozesse (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Krummheuer & Naujok, 1999; Kap. 4). Zentrale Annahmen des symbolischen Interaktionismus stellt Denzin (2003) heraus. Der Begriff *symbolischer Interaktionismus* beziehe sich einerseits darauf, dass Menschen ihr soziales Umfeld *sprachlich* und damit symbolisch gestalten und andererseits darauf, diese sprachliche Gestaltung vornehmlich in Interaktion stattfindet. Diese ist dadurch geprägt, dass Menschen im Sinne eines gemeinsamen Handelns im wechselseitig aufeinander bezogenen Agieren soziale Wirklichkeit kollektiv generieren (vgl. Denzin, 2003, S. 137). Grundannahmen des symbolischen Interaktionismus umfassen zudem die Erzeugung und Veränderung von Bedeutungen der Dinge in sozialer Interaktion durch interpretative Handlungen der selbstreflexiven Individuen. Auf diese Weise erzeugen Menschen ihre Erfahrungswelt, deren Bedeutung Ergebnis von Interaktionen ist und die durch selbstreflexives Handeln gestaltet wird. Intraindividuelle Interaktion, die Interaktion mit dem eigenen Ich, stehe dabei in enger Beziehung mit der Interaktion mit Anderen und beeinflusse diese, so Denzin (2003). Die Mitglieder der Gesellschaft formen diese Interaktion durch soziale Handlungen zwischen den Polen von Formierung und Auflösung, von Konflikt und Verschmelzung. Bedeutungen würden durch komplexe Interpretationsprozesse erzeugt in einem sogenannten *Kreislauf der Kultur* und seien weder a priori objektiv gegeben noch in einem Objekt enthalten, sondern entstünden durch den Umgang mit diesem Objekt und den Deutungsaktivitäten durch die Interagierenden (vgl. Denzin, 2003, S. 138f), eine Argumentation, die sowohl an die interaktionstheoretische wie auch an die semiotische Perspektive zur Bedeutung von Zeichen im Gebrauch Anschluss findet (vgl. Kap. 4 u. Kap. 6).

Krummheuer und Naujok (1999) beschreiben für die Interaktionsanalyse folgendes Vorgehen (vgl. Krummheuer & Naujok, 1999, S. 68ff), das im Anschluss erläutert wird:

- „1) Gliederung der Interaktionseinheit
- 2) Allgemeine Beschreibung
- 3) Ausführliche Analyse der Einzeläußerungen – Interpretationsalternativen (re-)konstruieren
- 4) Turn-by-Turn-Analyse
- 5) Zusammenfassende Interpretation.“ (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 68)

Zu 1) *Gliederung der Interaktionseinheit*: Die zu analysierenden Datenausschnitte werden in kleinere Einheiten gegliedert, was nach verschiedenen Kriterien, orientiert am Forschungsprozess, geschehen kann. Es können z. B. fachdidaktische Kriterien an die Daten

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

angelegt werden im Umfang einer Arbeitsphase oder auch interaktionstheoretische in Bezug auf bspw. das Auf- oder Abtreten eines*r Interaktanten*in.

Zu 2) *Allgemeine Beschreibung*: Es erfolgt eine allgemeine Beschreibung dessen, was *auf den ersten Blick* in der zu analysierenden Sequenz geschieht. Diese Beschreibung zielt auf eine erste und noch grobe Erfassung des Sinngehalts des gewählten Datenausschnitts. Krummheuer und Naujok (1999) beschreiben die Charakteristik dieses Analyseschrittes folgendermaßen:

„Sie [die allgemeine Beschreibung] ist zu denken als an eine aufgeklärte, an schulischen Angelegenheiten interessierte und mit dem Kulturkreis vertraute Allgemeinheit gerichtet.“ (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 69).

Krummheuer (1992) bezeichnet die Grundlage einer solchen allgemeinen Beschreibung als „Alltagswissen“ (Krummheuer, 1992, S. 56) des*der Interpret*in bzw. Forscher*in. Einerseits sei es notwendig, diese Beschreibung zu leisten, um ein Verstehen der Situation erst zu ermöglichen. Beobachter*in und Beobachtete teilten sich eine gemeinsame Lebenswelt, vor deren Hintergrund eine solche Beschreibung möglich sei. Es bestehe allerdings andererseits durch diesen Schritt einer ersten Beschreibung die Gefahr, einer voreingenommenen Sichtweise bei der nachfolgenden Generierung von Deutungsalternativen. Auf diese Weise würde möglicherweise unreflektiertes Alltagswissen zur Anwendung kommen. Durch das schriftliche Festhalten der allgemeinen Beschreibung schaffe der*die Forschende aber eine Distanz zu seiner eigenen ersten Einschätzung der Situation und zusätzlich sei eine Einhaltung der Interpretationsmaximen hilfreich, einer möglichen voreingenommenen Haltung gegenüber dem Datenmaterial entgegenzuwirken (vgl. Krummheuer, 1992, S. 56).

Zu 3) *Ausführliche Analyse der Einzeläußerungen – Interpretationsalternativen (re-)konstruieren*: Zu den Einzeläußerungen im Transkript werden konform zur Gesprächsorganisation sequenziell nach ihrem Auftreten in den Daten Deutungsalternativen generiert. Als Einzeläußerung in der vorliegenden Arbeit gelten sowohl rein gestische als auch rein lautsprachliche Äußerung oder solche Äußerungen, die ein Zusammenspiel beider Modi zeigen. Aufgrund der im theoretischen Teil der Arbeit diskutierten Frage, wann Äußerungen als Gesten oder Handlungen an Objekten bzw. dem angebotenen Material gedeutet werden und wie komplex das Zusammenwirken dieser beiden Modi in der Interaktion sein kann (vgl. Kap. 3.1.3), werden in den Transkripten prinzipiell alle Körperbewegungen aufgenommen und zunächst in der Analyse als potentielle Gesten behandelt. Bei Einzeläußerungen, die nur in einem Modi hervorgebracht werden, ist es bei der Generierung von Deutungsalternativen manchmal auch lohnenswert in der Analyse darüber nachzudenken, was gerade nicht – z. B. im stummen Modus – ausgedrückt wird. Hieraus sind z. B. Rückschlüsse dahingehend möglich, wie die Interagierenden wann eine Äußerung in einem Modus als hinreichend verständlich für ihre Interaktionspartner*innen einschätzen. Es sind im Sinne des komplexen multimodalen Zusammenwirkens der beiden Ausdrucksmodi Gestik und Lautsprache in Interaktionen häufig Verschachtelungen und Überlappungen von Äußerungen oder Äußerungsteilen zu beobachten. Dabei kann möglicherweise erst während der Analyse rekonstruiert werden, wie genau sich

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

die Einheit einer Körperbewegung darstellt. In solchen Fällen kann es sein, dass das Transkript an dieser Stelle angepasst wird, weil hier möglicherweise die Transkription zu grob oder unverständlich war. Dies ist konform zu einem möglichen Vorgehen, das Krummheuer und Brandt (2001) beschreiben (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 88f).

Krummheuer und Naujok (1999) halten fest, dass die Erzeugung von alternativen Interpretationen nach vorne, d. h. auf den folgenden Interaktionsverlauf bezogen, offenbleiben und Plausibilisierungen nur auf Grundlage des bereits auf diese Weise analysierten Aushandlungsprozesses, also im Rückblick, vorgenommen werden dürfen (vgl. Krummheuer & Naujok, 1999, S. 69). Bei der Erzeugung von Deutungsalternativen sei nach Krummheuer (1992) kein Aspekt der Situation unbedeutend oder ein rein zufälliges Nebenprodukt, das aus dem Datenkorpus ausgeschlossen werden kann, sondern im Einklang mit der oben dargestellten EK für die Analyse potentiell relevant (vgl. Krummheuer, 1992, S. 57). Krummheuer und Naujok (1999) merken an, dass es vorteilhaft sein könne, Kontextvariationen in Form von Gedankenexperimenten vorzunehmen, um geeignete Interpretationsalternativen erzeugen zu können. Dies ermögliche auch eine Distanz von eventuell zunächst offensichtlichen und von Alltagswissen geleiteten Sinnzuschreibungen. Kontextvariationen könnten „[...] der Aufdeckung von Selbstverständlichkeit dienen“ (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 69). Krummheuer (1992) weist darauf hin, dass die Erzeugung von alternativen Interpretationen auf der Grundlage der theoretischen, fachdidaktischen und methodischen Erfahrungen des*der Forschenden vorgenommen werden (vgl. Krummheuer, 1992, S. 56). Diese Feststellung verweist darauf, dass methodische Kontrolle nicht darin bestehen kann, *theorieleer* die Datenanalyse anzugehen. Dies ist im Allgemeinen schon deshalb nicht möglich, weil sich, wie oben bereits erwähnt, forschende und untersuchte Person eine gemeinsame Lebenswelt teilen, in deren Wirklichkeit beide als Konstrukteur*innen, Interpret*innen, und auf Grundlage eines wie auch immer gearteten möglicherweise auch gemeinsamen Erfahrungshorizonts agieren. Vielmehr geht es bei der Erzeugung von Deutungsalternativen um eine Bewusstmachung und ein Explizieren dieser vom Alltagswissen und dem wissenschaftlichen Hintergrund geprägten Theorien, die der*die Forschende an das Datenmaterial heranträgt, gerade um methodisch kontrollieren zu können, dass eine größtmögliche Offenheit bezogen auf die Theoriegenese aus den Daten heraus gewährleistet ist.

„Bei dem Arbeitsschritt der ausführlichen Analyse von Einzeläußerungen und der Konstruktion von Interpretationsalternativen werden zuhandene theoretische Modelle herangezogen und auf ihre Erklärungsmächtigkeit überprüft.“ (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 70)

In der vorliegenden Arbeit wird bei jeder Einzeläußerung stets mit der Gestik begonnen, verschiedene Interpretationen zu erzeugen. In einem weiteren Schritt wird dann unter Hinzunahme der Lautsprache das Deutungsspektrum für die Gestik möglicherweise untermauert, erweitert, verändert, verworfen oder auf weniger Alternativen eingegrenzt. Dies bedeutet auch, dass die Lautsprache innerhalb einer Einzeläußerung nie ohne die gleichzeitig

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

geäußerte Gestik oder die bereits generierten Deutungsalternativen zur Gestik betrachtet wird. Die Forschungsperspektive ist damit bei der Deutung der Lautsprache gewissermaßen immer bereits orientiert durch die Interpretationsalternativen des gestischen Äußerungspendants der entsprechenden Einzeläußerung. Diese Form der Analyse ist gewählt, um die Dominanz der Lautsprache in der Interpretation zu kontrollieren und der Gestik eine prominente Rolle bei der analytischen Betrachtung zu geben. In der Erfahrung mit Datenanalysen zeigt sich, dass für gewöhnlich und offenbar unbewusst der Lautsprache eine dominierende Rolle bei der Erzeugung von Deutungsalternativen zugeschrieben wird. In gemeinsamen Interpretationssitzungen, z. B. im Rahmen der Herbsttagungen des Arbeitskreises Interpretative Forschung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM), hat sich daher das Vorgehen mit dem Fokus zunächst auf die Gestik in doppelter Weise als geeignete erwiesen: Die Konzentration auf den gestischen Ausdrucksmodus und die zunächst ausschließlich dazu aufgestellten Deutungsvariationen zeigten dabei eine hohe Passung mit der im Anschluss erfolgenden Kontrastierung mit dem lautsprachlichen Modus. Die Betonung der Gestik in der gewählten analytischen Vorgehensweise eröffnet den Blick auf einen Teil der Äußerung, der bei den Interagierenden in der konkreten Interaktionssituation durch visuell wahrnehmbare Bewegung und Kompositionen aus diesen Bewegungen auf sich aufmerksam machen kann. Der*die Forschende ist jedoch bei der Datenanalyse auf das Transkript angewiesen. In diesem werden durch die textliche Beschreibung der Gestenbewegungen Lautsprache *und* Gestik in das *gleiche Medium* überführt und erfahren eine Verfremdung zugunsten einer Distanz zum Datenmaterial. Die Erfahrung des Visuellen wird weitgehend auf das Lesen eines Textes reduziert. Das im theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit als gemeinsam bezeichnete Sprachsystem von Gestik und Lautsprache wird also in der Analyse zunächst künstlich getrennt, wobei die Analyse auf ein einheitliches Medium *Text* zurückgreift. So werden Deutungsalternativen generiert, die beide Modi in angemessener Weise berücksichtigen und schließlich wieder zusammenführen. Dadurch werden gleichzeitig die Deutungsalternativen evaluiert. Die Analyse bleibt dabei offen für möglicherweise verschiedene Deutungen von Gestik und Lautsprache. Es ist also durchaus möglich, dass durch Hinzunahme des lautsprachlichen Äußerungsteils neue Deutungsalternativen generiert werden, die zuvor bei der Betrachtung der Gestik noch nicht aufgestellt wurden oder werden konnten. In solchen Fällen besteht eine Zusammenführung der Deutungen von Gestik und Lautsprache eben auch darin, verschiedene Deutungen für den jeweiligen Modus aufrechtzuerhalten und in der weiteren Analyse auf deren Bestand hin zu überprüfen.

Zu den einzelnen erzeugten Interpretationsalternativen werden abschließend für Schritt 3 der Interaktionsanalyse Folgeszenarien entworfen: Wenn Person B die gestische und lautsprachliche Äußerung von Person A auf diese oder jene Weise deutet, was könnte dann im Folgenden geschehen? Bewähren sich diese Entwürfe dann im weiteren Voranschreiten der Analyse tatsächlich, kann hieran eine gestützte Interpretation der Situation erfolgen (Krummheuer & Naujok, 1999, S. 70).

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Zu 4) In der *turn-by-turn Analyse* bewähren sich sequenzanalytisch erzeugte Deutungsalternativen, die für die weitere Analyse bestehen bleiben, während andere ausgeschlossen werden können. Krummheuer und Naujok (1999) beschreiben diesen Schritt der *turn-by-turn Analyse* folgendermaßen:

„Man analysiert die auf A folgende Äußerung B und vergleicht die erarbeiteten Deutungsalternativen mit den für den Redezug A entwickelten. [...] Hierbei kann man prüfen, ob sich etwas von den für A entwickelten Deutungen bewährt.“
(Krummheuer & Naujok, 1999, S. 70)

Auf diese Weise werden Deutungsalternativen ausgeschlossen oder aber es müssen neue Deutungen generiert werden. Krummheuer (1992) konstatiert, dass die *turn-by-turn Analyse* dazu genutzt werde, „[...] die Bedeutung einer Handlung aus den Reaktionen der anderen Beteiligten [...]“ zu erschließen, um „[...] die interaktive Konstitution von Bedeutungen zu rekonstruieren“ (Krummheuer, 1992, S. 58). In der Regel bleiben nach der *turn-by-turn Analyse* mehrere Deutungsstränge, die sich bewährt haben, bestehen. Die *turn-by-turn Analyse* ist nach Krummheuer (1992) zwar auf Reduktion, nicht aber auf Eindeutigkeit einer einzigen Interpretation des Aushandlungsprozesses angelegt (vgl. Krummheuer, 1992, S. 58).

Zu 5) In einer *zusammenfassenden Interpretation* stellt man die Deutungen zusammen, die sich in der *turn-by-turn Analyse* bewährt haben und schafft eine abschließende, argumentativ aus den Daten gestützte und schlüssige Gesamtinterpretation der analysierten Sequenz, was nicht gleichbedeutend mit einer *einzig wahren Interpretation* zu sehen ist. Es können durchaus mehrere Interpretationsstränge bestehen bleiben, die als solche markiert werden. Auf die Zusammenfassung kann eine Theoriegenese erfolgen (vgl. Krummheuer, 1992, S. 58ff; Krummheuer & Naujok, 1999, S. 71).

Krummheuer und Naujok (1999) weisen darauf hin, dass ein flexibles Bewegen zwischen den einzelnen fünf Schritten der Interaktionsanalyse Teil der methodischen Arbeit darstellt und unter ausreichender Berücksichtigung aller Interpretationsmaximen gewinnbringend für die Analysen sein kann (vgl. Krummheuer & Naujok, 1999, S. 71). Aufgrund des Umfangs einer vollständigen Interaktionsanalyse und der textlichen Fülle ihrer Darstellung, stößt man bei der schriftlichen Fixierung und dem Lesen einer solchen Analyse durchaus an Grenzen, was häufig in Veröffentlichungen dazu führt, dass nur der fünfte Schritt dargestellt wird (vgl. Krummheuer & Naujok, 1999, S. 71). Krummheuer (1992) konstatiert, dass eine reduzierte Darstellung das Problem einer ebenfalls reduzierten oder nicht gewürdigten Empirie mit sich bringe, der allerdings eine Schlüsselfunktion im interaktionistischen Ansatz zukomme. Konform zu Krummheuer (1992) wird daher auch in der vorliegenden Arbeit eine pragmatische Lösung des Darstellungsproblems angestrebt (vgl. Krummheuer, 1992, S. 61): Schritt 3 und noch stärker Schritt 4 werden in der vorliegenden Arbeit zu einem gemeinsamen Schritt in den Analysen der Beispiele zusammengefasst. Dies ist effektiv in Bezug auf die Lesbarkeit der Analyse und kommt einer reduzierten Darstellung entgegen, ohne dabei von

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

der Empirie losgelöste und daher schwer nachvollziehbare Interpretationsergebnisse zu präsentieren (vgl. Krummheuer, 1992, S. 61).

8.7.2 Semiotische Analyse

Nach der Interaktionsanalyse (Kap. 8.7.1) erfolgt im zweiten Schritt des Analyseverfahrens in der vorliegenden Forschungsarbeit eine Semiotische Analyse. Die Erweiterung um ein weiteres Verfahren ist durchaus üblich und in der Anlage der Interaktionsanalyse perspektivisch vorgesehen. Auch Krummheuer und Naujok (1999) schlagen mögliche ergänzende Analysen im Anschluss an eine Interaktionsanalyse vor (vgl. Krummheuer & Naujok, 1999, S. 71), jedoch andere als der hier gewählte semiotische Blick auf die Daten.²¹⁸ Die Semiotische Analyse wurde in der vorliegenden Arbeit in einer multimodalen Anpassung der Semiotischen Prozess-Karten von Schreiber (2010, 2013) weiterentwickelt (vgl. Schreiber, 2010, S. 60ff; Schreiber, 2013, S. 61ff). Für das Analyseverfahren wird die Zeichentheorie von Peirce (vgl. Kap. 6) genutzt, die damit nicht nur theoretisch die vorliegende Arbeit rahmt, sondern auch ein Verfahren bereitstellt, den Zeichenprozess auf Mikroebene abbilden bzw. rekonstruieren zu können. Auch in anderen mathematikdidaktischen Arbeiten werden Methoden beschrieben, die das Peirce'sche Zeichenmodell zur Darstellung semiotischer Analysen nutzen. Es wurde bereits auf den Ansatz von Bikner-Ahsbals (2008) und der darin vorgestellten „semiotischen Sequenzanalyse“ (Bikner-Ahsbals, 2008, S. 105ff) und Presmegs (2006) Forschungen mithilfe des „nested model of semiotic chaining“ (Presmeg, 2006, S. 169) hingewiesen (vgl. Kap. 6.4). Fricke (2007) nutzt in einem anderen disziplinären Kontext die Zeichentriade von Peirce innerhalb ihres Vorschlags zu Neukonzeption der Linguistik der Lokaldeixis der deutschen Sprache (vgl. Fricke, 2007, S. 200ff; Kap. 3.2.3). Von Fricke (2007) wird dabei keine triadische Struktur, sondern eine Dreiecksdarstellung verwendet und vornehmlich einzelne Zeichen, weniger ein Zeichenprozess betrachtet. Fricke (2007) nutzt zwei und mehrere zusammenhängende Dreiecke zur Darstellung für die gesprochene sprachliche Äußerung und die sie begleitende Geste, die sie u. a. über ein gemeinsames Objekt verbindet (vgl. Fricke, 2007, S. 202).

Schreiber (2010) nutzt die von ihm entwickelten Semiotischen Prozess-Karten als „[...] Beschreibung des komplexen semiotischen Prozesses [...]“ (Schreiber, 2010, S. 61). Darüber hinaus werden in den Semiotischen Prozess-Karten die Darstellung der triadische Zeichenrelation nach Peirce und die Idee der Rahmung von Zeichendeutungen grafisch umgesetzt (vgl. Schreiber, 2013, S. 62). Grundlage stellt auch bei Schreiber (2010, 2013) eine Interaktionsanalyse der jeweils ausgewählten Datensequenz dar. Hierbei wird der grafische Gewinn der Darstellung des Zeichenprozesses als Semiotische Prozess-Karte betont, in der sich die Komplexität dieses Prozesses in der Anordnung der Triaden zeigt. Die von Schreiber (2010, 2013) entwickelten und für seine Forschung genutzten rahmentheoretischen Ansätze

²¹⁸ Krummheuer und Naujok (1999) schlagen etwa die Argumentationsanalyse nach Toulmin vor (vgl. Krummheuer & Naujok, 1999, S. 70ff; Kap. 4.2)

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

in Anlehnung an die Rahmen-Analyse nach Goffman (1974), das Konzept der Stabilisierung von Situationsdefinitionen als Rahmungen nach Krummheuer (1992) und den Peirce'schen *Ground* des Repräsentamens, dienen auch in der vorliegenden Arbeit als Grundlage (vgl. Peirce, 1932, CP 2.228; Schreiber, 2010, S. 62; Kap. 6.3). Der *Ground* nach Peirce wurde in Kapitel 7.1 bereits als verbindendes theoretisches Konstrukt herausgestellt. Die Semiotischen Prozess-Karten werden zur Darstellung des komplexen semiotischen Prozesses und in der vorliegenden Arbeit unter besonderer Berücksichtigung der Multimodalität von mathematischen Interaktionen Lernender verwendet. Mit Schreibers (2006, 2010, 2013) Semiotischer Analyse ist zum einen die Komplexität von Zeichenprozessen bezüglich Verschachtelungen und der Erzeugung von mehreren Interpretanten zu einem Repräsentamen hinreichend belegt und dargestellt, zum anderen bedient sich Schreiber (2010) bei seiner Forschungsarbeit theoretisch neben der Semiotik nach Peirce auch der Interaktionstheorie des Mathematiklernens (Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Kap. 4.2). Die von ihm entwickelten Prozess-Karten stellen damit ein besonders passendes Instrument auch für meine Datenanalyse dar. Es ist für die in der vorliegenden Arbeit verwendete Analyse erforderlich, die Semiotischen Prozess-Karten im Sinne einer bereits hinreichend beschriebenen Multimodalität der Sprache (vgl. Kap. 3) anzupassen. Daraus ergibt sich eine Komplexität auf Ebene der verwendeten Modi, die sich in der grafischen Darstellung widerspiegeln sollte. Gestik und Lautsprache als jeweilig verwendete Zeichen sollten im Prozess in deren Relation betrachtet werden können.

Der semiotische Prozess, der von Schreiber (2010) als komplex bspw. in Bezug auf die mehrschichtige Erzeugung von Interpretanten beschrieben wird (vgl. Schreiber, 2010, S. 148 ; Kap. 6.4), erfährt in den in der vorliegenden Arbeit verwendeten semiotischen Prozess-Karten daher eine Erweiterung auf multimodaler Ebene: Gestik und Lautsprache werden in der Konsequenz der Einordnung als sprachliche Zeichen als ein gemeinsames Sprachsystem in zwei aufeinander bezogenen Triaden dargestellt, deren Relation sich in einem gemeinsamen Interpretanten im Peirce'schen Sinne zeigt. Dieses Verfahren ermöglicht es, insbesondere modusübergreifende Ideen, die in die Interaktion eingebracht werden, im Verlauf des semiotischen Prozesses auf multimodaler Ebene zu verfolgen. Solche „Zeichenwanderungen“ (Vogel, persönliche Korrespondenz) zwischen den Modi Gestik und Lautsprache und in der Nutzung durch verschiedene Beteiligte an der Situation können auf diese Weise nachvollzogen und analysiert werden. Möglich wird damit die Rekonstruktion der Etablierung von gemeinsamen Zeichen im komplexen semiotischen Prozess, welche durch die interagierenden Schüler*innen auf Grundlage eines Aushandlungsprozesses potentiell kooperativ erzeugt werden. Nach und bereits während der Erstellung der grafischen Darstellung des komplexen semiotischen Prozesses in Form von Semiotischen Prozess-Karten kann an diesen Darstellungen die Relation von gestischen und lautsprachlichen Zeichen detailliert in ihrem Auftreten im Verlauf der Interaktion untersucht werden. Dies ist möglich, weil zwei Triaden – eine gestische und eine lautsprachliche – in Relation zueinander verbunden dargestellt werden und eine Kette solche Triaden die untersuchte Interaktion verstanden als

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Zeichenprozess abbilden. Die Semiotische Analyse schafft damit eine theoretisch im Vergleich zur Interaktionsanalyse anders akzentuierte und gerade durch ihren grafischen Charakter auch erweiterte Darstellung dessen, was in der Interaktionsanalyse herausgestellt wurde. Sie erlaubt im zweigliedrigen Analyseverfahren eine Betrachtung der Ergebnisse unter semiotischer Perspektive mit verschiedenen Beobachtungsschwerpunkten: Es können z. B. *Rahmungen* und ihre Wechsel im Zeichenprozess verfolgt und ebenso *Zeichenwiederholungen* modusintern und modusübergreifend sowie Mimikry-Äußerungen unter den Interagierenden beobachtet werden. Durch die besondere Form der Darstellung eröffnet die Semiotische Analyse mithilfe der Peirce'schen Zeichentriade und der Abbildung des komplexen semiotischen Prozesses in Form der Karten den Blick auf Unterschiede und Gemeinsamkeiten im Zeichengebrauch von Gestik und Lautsprache im fortlaufenden Zeichenprozess.

Zur Erläuterung der in der vorliegenden Arbeit genutzten Semiotische Prozess-Karten, soll hier zunächst noch einmal die Peirce'sche Zeichentriade und das die triadische Relation erläuternde Zitat von Peirce aufgeführt werden. Beides ist in Kapitel 6.2 ausführlich beschrieben:

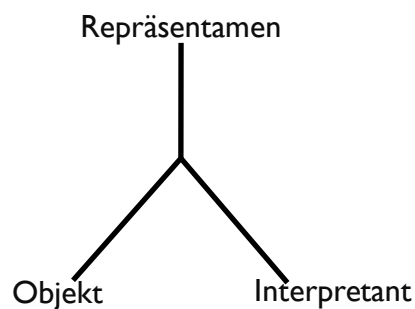


Abb. 8.7.2_2 die Peirce'sche Zeichentriade (s. Abb. 6.2_1)

„A sign, or *representamen* is something which stands to somebody for something in some respect or capacity. It addresses somebody, that is, creates in the mind of that person an equivalent sign, or perhaps a more developed sign. That sign which it creates I call the *interpretant* of the first sign. The sign stands for something, its *object*. It stands for that object, not in all respects, but in reference to a sort of idea, which I have sometimes called the *ground* of the representamen.“
(Peirce, 1932, CP 2.228, Hervorhebungen im Original; bereits zitiert in Kap. 6.2).

Es werden auf Grundlage des jeweiligen Transkriptes und der Interaktionsanalyse alle hörbaren und sichtbaren und damit alle lautsprachlichen und potentiell gestischen Äußerungen als Zeichen, genauer Repräsentamen, nach Peirce verstanden und in den Triaden jeweils abgebildet. Damit entsteht pro Äußerung eines*r Interagierenden also ein Triadenpaar aus gestischer und lautsprachlicher Triade. Die gestische Triade steht dabei immer rechts, die lautsprachliche Triade links. Die Rekonstruktion von Repräsentamen (R), Objekt (O) und Interpretant (I) ist gestützt auf die Interpretationen aus der Interaktionsanalyse und somit bereits Resultat einer auf Rekonstruktion basierenden Analyse. Es entsteht somit eine Darstellung, die in chronologischer Abfolge von oben nach unten und von links nach rechts

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

die in der Interaktion erzeugten gestischen und lautsprachlichen Einzeläußerungen in Form von miteinander in Relation stehenden Triaden abbildet. Abbildung 8.7.2_3 zeigt beispielhaft zunächst einen Ausschnitt einer solchen Semiotischen Prozess-Karte, der zum besseren Verständnis nur eine Äußerung umfasst. Erneut wird das bereits bekannte Beispiel von Jakob und Claus aus dem mathematischen Bereich der Kombinatorik verwendet.²¹⁹

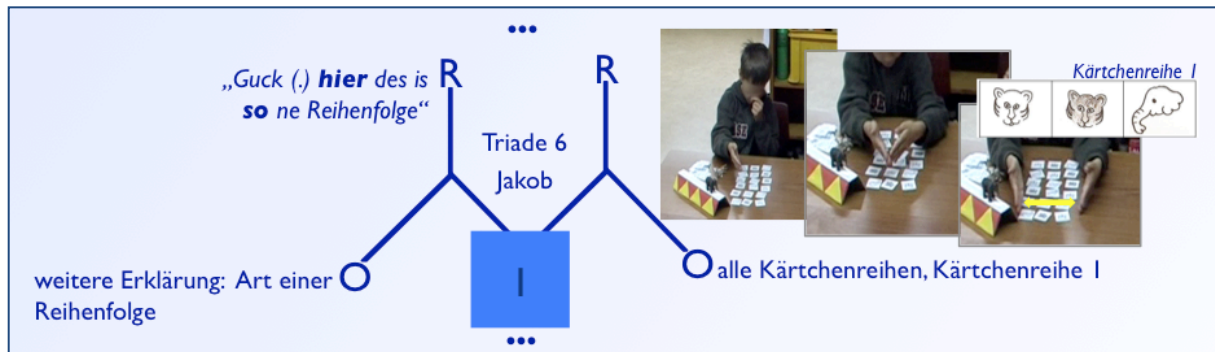


Abb. 8.7.2_3 Ein Ausschnitt aus Beispiel I von Jakob und Claus in der Darstellung einer Semiotischen Prozess-Karte

Dargestellt ist eine Äußerung von Jakob, der lautsprachlich: „Guck (.) **hier** des is **so** ne Reihenfolge“ (Triade 6, Abb. 8.7.2_3) hervorbringt. Diese lautsprachliche Äußerung wird links in der lautsprachlichen Triade als Repräsentamen abgebildet. Im rechten gestischen Teil der Triade wird die gestische Äußerung in Form einer Bildfolge und ergänzenden Hinweisen wie etwa eine Abbildung der Kärtchenreihe I (*weißer Tiger, brauner Tiger, Elefant*) zum besseren Verständnis, auf was Jakob seine Geste mutmaßlich ausrichtet, als Repräsentamen dargestellt. Die Bildfolgen sind von links nach rechts zu lesen, teilweise können sie auch mehrere Reihen an Bildern umfassen, je nachdem wie umfangreich sich die Gestenbewegung in der Rekonstruktion abbilden lässt. Auch wenn es sich um ein Triadenpaar aus lautsprachlicher und gestischer Triade handelt, also genaugenommen um zwei Triaden, wird je ein Triadenpaar der Einfachheit halber als *Triade X*, versehen mit entsprechendem Namen des*der Zeichenerzeuger*in und fortlaufender Nummerierung im Verlauf des dargestellten Zeichenprozesses bezeichnet, hier also *Triade 6 Jakob*. Die Zuordnung des Namens der sich jeweils äuernden Person zu den Triaden und die Aufteilung in modusspezifische Triaden stellt eine Erweiterung entsprechend des Einbezugs des gestischen Äußerungsapparates und der Zuordnung zu einzelnen Sprecher*innen im Vergleich zu den Semiotischen Prozess-Karten von Schreiber (2010) dar. Er fasst mehrere Sprecher*innen und lautsprachliche wie schriftlich-grafische Äußerungen in einer Triade zusammen und untersucht im Kern die Verwendung von mathematischen Inskriptionen im mathematischen Problemlöseprozess (vgl. Schreiber, 2010, S. 60ff). Für mein Forschungsanliegen ist es von grundlegender Bedeutung, eine Zuordnung der sich äuernden Person und die modusspezifische Aufteilung in gestische und lautsprachliche Triaden vorzunehmen und damit das von Schreiber (2010) entwickelte

²¹⁹ vgl. zur Beschreibung des Beispiels Kapitel I und Kapitel 9.3.1 in der vorliegenden Arbeit.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Verfahren im Sinne des praxeologischen Methodenverständnisses (vgl. Bohnsack, 2008, S. 187; Kap. 8.2) an meine Daten und meinen Forschungsfokus anzupassen. Nur so wird es im Rahmen meiner Forschung möglich, genau zu verfolgen, wie die teilnehmenden Grundschüler*innen in welchem Modus Zeichen in die Interaktion einbringen und wie sie im Verlauf des komplexen Zeichenprozesses möglicherweise diese entwickeln, verändern, verwerfen und eventuell modus- und/oder sprecher*innenübergreifend weitergeben (vgl. zum Forschungsfokus Kap. 7.3).

Die Nummerierung der Triaden erfolgt von oben nach unten und von links nach rechts, wobei zeitgleiche Äußerungen verschiedener Sprecher*innen als nebeneinander stehende Triaden abgebildet werden und diese dann immer die gleiche Nummerierung versehen mit Indizes (Kleinbuchstaben) von links nach rechts in Leserichtung tragen.

Da der Zeichenprozess im Sinne Peirce potentiell unendlich ist (vgl. Peirce, 1934, CP 5.284; Kap. 6.2), wird durch die jeweils drei Punkte ... zu Beginn und zum Ende einer jeden Semiotischen Prozess-Karte aufgezeigt, dass es sich bei dem jeweils einleitend oder abschließend dargestellten gestischen und lautsprachlichen Zeichen nicht um ein *erstes* und/oder ein *letztes* Zeichen handeln kann. Wie bereits mehrfach beschrieben, gehen Zeichen potentiell aus vorherigen Zeichen hervor, es handelt sich um einen unendlichen komplexen semiotischen Prozess (vgl. Schreiber, 2010, S. 37ff; Kap. 6.4), der in den Semiotischen Prozess-Karten dann als Ausschnitt daraus dargestellt wird. Jakob erzeugt also im Beispiel oben aus seinem Interpretanten zu einem vorherigen Zeichen, möglicherweise eines*r anderen anwesenden Interaktanten*in, ein potentiell neues Zeichen für eine*n oder mehrere mögliche*n Zeichenleser*innen: Er äußert seinen Interpretanten in Form eines lautsprachlichen und gestischen Ausdrucks. Dieser Interpretant wird damit zu einem potentiell wahrnehmbaren (neuen) Zeichen für eine*n denkbare*n Zeichenleser*in. Der*die Zeichenleser*in macht das Zeichen durch die Wahrnehmung als solches erst zu einem Zeichen und äußert potentiell seinen Interpretanten erneut als Repräsentamen, was in einer folgenden Triade abgebildet wird. Das Objekt wird mithilfe der Erkenntnisse aus der Interaktionsanalyse rekonstruiert. Es lässt sich als Orientierung in der Analyse nach dem Objekt wie folgt fragen: Was unterstellt der*die Zeichenleser*in dem*der Zeichenerzeuger*in mit dem Zeichen gemeint zu haben? (vgl. Schreiber, 2010, S. 32; Kap. 6.4). Das Objekt ist damit gewissermaßen ein Konglomerat aus mit dem Objekt Gemeintem und der Interpretation des Zeichens durch den*die Zeichenleser*in.

Um das Objekt im obigen Beispiel nachvollziehen zu können, wird der folgende Ausschnitt einer Semiotischen Prozess-Karte in der folgenden Abbildung noch einmal erweitert dargestellt (vgl. Abb. 8.7.2_4). Das erweiterte Beispiel zeigt auch den von Schreiber (2010, S. 148) beschriebenen komplexen semiotischen Prozess in seiner Darstellung in den Karten. Darüber hinaus wird hier deutlich, wie Triaden in den Analysen der vorliegenden Forschungsarbeit nebeneinander angeordnet werden, wenn mehrere

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Zeichenerzeuger*innen sich gleichzeitig äußern (vgl. Triade 4a u. 4b, Abb. 8.7.2_4). Die Abkürzung B z. B. bei Triade 4a steht für die begleitende Person.

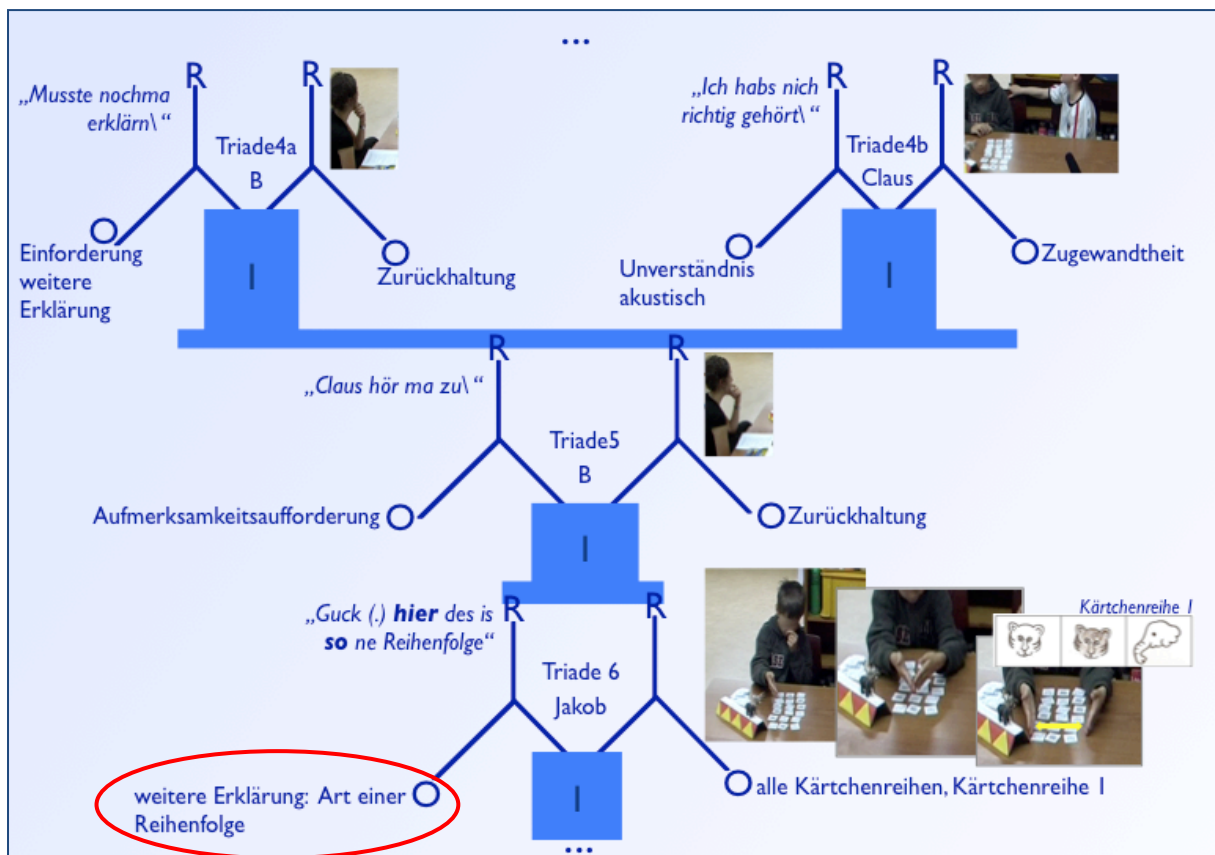


Abb. 8.7.2_4 Ausschnitt der Semiotischen Prozess-Karte aus Beispiel I (Jakob und Claus: Kombinatorik)

Das Objekt im Falle des gezeigten Beispiels in Triade 6 wird als *[weitere Erklärung: Art einer Reihenfolge]* angegeben (s. eingekreiste Markierung in Abb. 8.7.2_4). Jakob als Zeichenleser unterstellt also dem*den vorherigen Zeichenerzeuger*innen, gemeint zu haben, dass eine weitere Erklärung zur Art einer Reihenfolge oder allgemeiner zu den gefundenen Reihenfolgen erforderlich ist. Wie auch in der Interaktionsanalyse, ist es in der Semiotischen Analyse möglich, Plausibilisierungen aufgrund des bereits analysierten und dargestellten Prozesses vorzunehmen. Es lässt sich für Triade 6 annehmen, dass sie sich auf den vorherigen Zeichenprozess und damit auf eine Gruppe von vorausgegangen Zeichen bezieht und somit das Zeichen von Jakob aus diesem Prozess heraus erzeugt wird. Sein Interpretant bzw. hier das äußerlich wahrnehmbare Zeichen, das Repräsentamen, ist also Ergebnis nicht nur der einen isolierten Triade 5 unmittelbar zuvor. Die Komplexität des Zeichenprozesses drückt sich auch darin aus, dass neue Zeichen aufgrund von einer Gruppe von vorherigen Zeichen erzeugt werden (Schreiber, 2010), sich also hier Jakobs Triade 6 bzw. sein erzeugter Interpretant, das daraus geäußerte Repräsentamen und das Objekt vermutlich mindestens aus den Triaden 4a, 4b und 5 speisen. Man kann also den Interagierenden sozusagen eine Art *Zeichenprozess-Wissen* unterstellen über den bisherigen Verlauf der Interaktion, was bei den

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Beteiligten mehr oder weniger detailliert und bewusst verfügbar sein mag, hier aber die komplexe Vernetzung von Zeichenprozessen deutlich macht. So kann sich ein aktuell von einem*r Zeichenerzeuger*in eingebrachtes Zeichen auf den gesamten oder einen Teil des vorherigen Zeichenprozesses im Rahmen der aufgezeichneten Erhebungssituationen beziehen bzw. aus diesem heraus emergieren.²²⁰ Schreiber (2010) zeigt in seinen Darstellungen der Semiotischen Prozess-Karten, dass Repräsentamen aus Teilprozessen des vorherigen Zeichenprozesses heraus emergieren können, sich also nicht nur unmittelbar auf eine einzelne vorherige Triade beziehen, sondern Ergebnis eines Konglomerats an Triaden sein können (vgl. Schreiber, 2010, S. 63 u. S. 61; Kap. 6.4).

Da sich der Inhalt des Objekt-Teils der Triade bereits auf die Interaktionsanalyse stützt, kann man davon absehen, verschiedene mögliche Objekte zu benennen im Sinne von Deutungsalternativen innerhalb der Analyse. Die Rekonstruktion einer sich bewährenden Interpretation ist durch die Interaktionsanalyse bereits auf Grundlage verschiedener Deutungsalternativen durchgeführt worden. Sind mehrere Deutungen dessen, was als Objekt bzw. als dem*r Zeichenerzeuger*in durch der*die Zeichenleser*in unterstellte Bedeutungszuschreibung gelten kann, als Ergebnis der Interaktionsanalyse geblieben, werden diese entsprechend abgebildet.

Der Interpretant, der zu den Zeichen erzeugt wird, ist zunächst nicht zugänglich. Wie Peirce beschreibt, erzeugt das Zeichen *im Geiste* des*r Zeichenlesers*in ein äquivalentes oder weiterentwickeltes Zeichen (vgl. Peirce, 1932, CP 2.228; Kap. 6.2), den Interpretanten. Er kann lediglich über ein möglicherweise daraus veräußerlichtes neues Zeichen, ein Repräsentamen, wahrnehmbar werden, indem also der*die Zeichenleser*in seinen*ihren Interpretanten auf diese Weise preisgibt und dieser damit erneut zum Zeichen für jemanden werden kann. In den von mir erstellten Semiotischen Prozess-Karten werden die lautsprachliche und die gestische Triade über einen gemeinsamen Interpretanten verbunden. Gestik und Lautsprache werden in der Interaktion als ein gemeinsames Sprachsystem (vgl. Kap. 3) verwendet und auch in ihrem Zusammenspiel von einem*r möglichen Zeichenleser*in potentiell *gemeinsam* wahrgenommen und damit *gemeinsam* interpretiert. Sie gehen also, möglicherweise zu verschieden gewichteten Teilen, gemeinsam in den Interpretanten des*der Zeichenlesers*in ein. Kendon (2004) stellt zum Zusammenwirken von Gestik und Lautsprache fest:

²²⁰ Ein solches Verständnis des Emergierens von Zeichen erinnert an den bei Krummheuer und Brandt (2001) beschriebenen kollektiven Prozess der Hervorbringung von Gesprächszügen im Rahmen der Interaktionstheorie (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 23; Kap. 4.2). Zeichen haben offenbar insbesondere in Zeichenprozessen, an denen mehrere Individuen beteiligt sind, eine kollektive Orientierung: Sie werden aus dem Zeichenprozess und damit aus einer Gruppe vorheriger Zeichen erzeugt, stehen somit nicht nur in Abhängigkeit des*der aktuellen Zeichenlesers*in und -erzeugers*in, sondern werden aus diesem gemeinsam erzeugten und erlebten Zeichenprozess auch potentiell als kollektive Hervorbringung aus diesem Prozess verstehbar.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

„The relationship between word and gesture is a *reciprocal* one – the gestural component and the spoken component *interact* with one another to create a precise and vivid understanding.“
(Kendon, 2004, S. 174, Hervorhebungen im Original)

Es erscheint also einerseits weder möglich noch andererseits sinnvoll, hier zwei Interpretanten anzunehmen. Die weitere Analyse anhand der Semiotischen Prozess-Karten ermöglicht dann aber gerade durch die Darstellung in Form der zwei Triaden Rückschlüsse bezüglich einer möglichen Dominanz eines Modus' in der Interpretation durch eine*n bzw. mehrere Zeichenleser*innen.

Der gemeinsame Interpretant von Gestik und Lautsprache führt in der Folge der Interaktion zu einem möglichen neu geäußerten Zeichen eines*r oder mehrerer Zeichenleser*innen und kann dann zum neuen Zeichen im weiteren semiotischen Prozess für eine*n Zeichenleser*in werden. So wird der Zeichenprozess als ein komplex miteinander verwobener und verschachtelter Prozess in einer zumeist nicht linearen Folge von Triaden in den Semiotischen Prozess-Karten dargestellt.

Die in der Interaktionsanalyse herausgearbeiteten Rahmungen werden in die Semiotischen Prozess-Karten ebenfalls eingefügt, und zwar durch eine farbliche Hinterlegung des jeweils gleich gerahmten Teils des Zeichenprozesses (vgl. Schreiber, 2010). So werden Rahmungswechsel und gleichbleibende Rahmungen in der Darstellung deutlich.

8.7.3 Konturierung des Zusammenspiels beider Analyseverfahren

Wie die bisherigen Ausführungen zeigen, entstehen mithilfe der Interaktionsanalyse als textbasierte Analyse detaillierte Beschreibungen der emergierenden Interaktion. Die Analyse trägt damit zu einem Verstehen dessen bei, welche „als gemeinsam geteilt geltende Deutung[en]“ (Krummheuer, 1992, S. 18) der Beteiligten im Verlaufe der Interaktion hervorgebracht und wie diese ausgehandelt werden (vgl. Krummheuer, 1992, S. 49ff; Krummheuer & Naujok, 1999, S. 68ff; Krummheuer & Brandt, 2001, S. 89ff; Kap. 4.2). Im Rahmen meiner Forschungsarbeit zeigt die Interaktionsanalyse, wie die Interagierenden bei diesen Aushandlungsprozessen Gestik und Lautsprache im Zusammenspiel nutzen.

In der Semiotischen Analyse werden Gestik und Lautsprache in der jeweiligen Semiotischen Prozess-Karte als aufeinander bezogene Zeichen betrachtet und im Sinne der Zeichentheorie nach Peirce (vgl. Kap. 6) in einem fortlaufenden Zeichenprozess grafisch in Form der erläuterten zwei in Relation stehenden Triaden dargestellt. Es stehen damit zwei Analyseverfahren zur Verfügung, die durch die oben dargestellten unterschiedlichen Charakteristiken insbesondere in ihrem Zusammenwirken gewinnbringend für die vorliegende Arbeit sind. Im Folgenden soll dargestellt werden, wie genau diese beiden Analysen ineinandergreifen und es sollen die Vorzüge dieses Zusammenspiels herausgearbeitet werden.

Die Semiotische Analyse ist zunächst chronologisch im Verlauf des Analyseprozesses der Interaktionsanalyse nachgeordnet und basiert auf dieser, was eine hierarchische Struktur der

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

beiden Verfahren deutlich macht. Es ist sozusagen für die Erstellung der Semiotischen Analyse im Rahmen dieser Arbeit obligatorisch, zunächst eine Interaktionsanalyse durchzuführen, um sich einem Verstehen der analysierten Situation annähern zu können und zentrale Erkenntnisse aus der Interaktionsanalyse in der Semiotischen Analyse aufgreifen zu können.

Die Interaktionsanalyse ist eine *textbasierte* Form der Analyse, die ihrerseits bereits *textliche*, also verschriftlichte Daten in Form von Transkripten als Analysegrundlage nutzt. Ihr Vorgehen wurde bereits ausführlich beschrieben (vgl. Kap. 8.7.1) und soll hier nur erinnernd kurz zusammengefasst werden: Nach einer Gliederung des gewählten Ausschnitts aus den Daten anhand des Transkriptes und einer allgemeinen Beschreibung dessen, was dort im Sinne eines ersten Eindruckes vermeintlich geschieht, werden zu den einzelnen gestischen und lautsprachlichen Äußerungen verschiedene Lesarten und Interpretationen erzeugt, die im Sinne von Krummheuer und Brandt (2001) nicht maximal explizit sind, sondern

„[...] auf dem Hintergrund fachdidaktischer Wissensbestände von Schüler- und Lehreräußerungen und des Alltagsverstandes ein Spektrum plausibler Deutungsalternativen [...]“
(Krummheuer & Brandt, 2001, S. 90)

umfassen. In der turn-by-turn Analyse bewähren sich dann (häufig auch mehrere) Interpretationen, die abschließend zusammengefasst werden. In der vorliegenden Arbeit ist die Interaktionsanalyse im Umgang mit Gestik und Lautsprache über die bewusst primäre und von der Lautsprache zunächst getrennte Betrachtung des Ausdrucksmodus der Gestik darauf angelegt schließlich eine Zusammenschau der Deutungsalternativen von Gestik und Lautsprache zu generieren, auch wenn dies bedeutet, dass für Gestik und Lautsprache zunächst und möglicherweise auch nur vorläufig verschiedene Deutungsalternativen bestehen bleiben. Ein Abgleich, möglicher Ausschluss und/oder eine Erweiterung von generierten Deutungsalternativen für die Gestik, die sich möglicherweise bei der Betrachtung der Lautsprache als nicht mehr haltbar erweisen, führt zu dieser Zusammenschau.

In der Semiotischen Analyse wird mithilfe der Semiotischen Prozess-Karten eine Analyse erstellt, die neben dem *textbasierten* Transkript und Erkenntnissen der Interaktionsanalyse, auf *Bildmaterial* zurückgreift, nämlich auf die Videos der Erhebungssituationen. Das Bildmaterial wird mithilfe der in der Interaktionsanalyse gewonnenen Erkenntnisse und anhand der Transkripte aufbereitet und zusammengestellt. Auf diese Weise entstehen Bildfolgen der von der diese Karten erstellenden Person wahrgenommenen Körperbewegungen. Die Semiotischen Prozess-Karten werden dann mithilfe solcher erstellten Bildfolgen und den lautsprachlichen Äußerungen aus den Transkripten entwickelt und erfüllen damit im Analyseprozess mehrere Funktionen:

- Semiotische Prozess-Karten sind in ihrem Entstehungsprozess als Folge aus der Interaktionsanalyse zunächst *Analyseinstrument zweiter Ordnung* eines im Video und dem Transkript dokumentierten und im Rahmen der Interaktionsanalyse bereits analysierten Zeichenprozesses.

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

- Als (vorläufiges) Endprodukt schließlich dienen sie als *Darstellung dieser Analyse*, die gerade durch diese besondere Darstellung dann als *Analyseinstrument dritter Ordnung* genutzt werden kann, um den Zeichenprozess zu untersuchen. Hierbei sind Sprünge zwischen Triaden, Vor- und Rückschau zu einzelnen Triaden oder auch Gesamtbetrachtungen mehrerer Triaden typisch und dienen dazu, Muster zu erkennen, Ähnlichkeiten aufzudecken, auf Überraschendes zu stoßen, Beziehungen von Triaden und von Gestik und Lautsprache zu erkennen, die „Zeichenwanderungen“ (Vogel, persönliche Korrespondenz) zwischen den Modi verfolgen zu können, Rahmungswechsel herauszustellen und im weiteren Zeichenprozess zu beobachten, usw.
- Die Arbeit mit dieser ersten Version der Semiotischen Prozess-Karten als *Analyseinstrument dritter Ordnung* kann neben dem Hauptanliegen des Erkenntnisgewinns wiederum dazu genutzt werden, die *Darstellung der Analyse*, also die Semiotische Prozess-Karte an sich, zu überarbeiten und zu optimieren. Es resultiert eine (vorläufige) Endversion der Semiotischen Prozess-Karte.

Die analytische Arbeit bei der Semiotischen Analyse ist nicht strikt trennbar, etwa in einzelne Phasen, sondern ist als reflexiver und fortwährender Prozess zu sehen, der von Rückschritten und dem Voranschreiten im Analyseprozess geprägt ist. In diesem gehen die einzelnen Funktionen der Semiotischen Prozess-Karten ineinander über und existieren teilweise auch gleichzeitig mit dem Ziel, sich einer vorläufigen Endversion der Semiotischen Prozess-Karte und damit der Semiotischen Analyse anzunähern.

Erkenntnisse aus der Semiotischen Analyse können darüber hinaus zu einer *Rückschau auf die durchgeführte Interaktionsanalyse* führen: Prinzipiell kann man bei jeder in der Semiotischen Analyse gewonnenen Erkenntnis fragen, ob sich das beobachtete Äußerungsereignis auch in der Interaktionsanalyse *mithilfe des gewonnenen Erkenntnishorizonts aus der Semiotischen Analyse* rekonstruieren lassen kann. Zu dieser Rekonstruktion ist man offenbar erst in der Lage, wenn man die Semiotische Analyse zumindest begonnen oder vorläufig durchgeführt hat. Das heißt, es ergibt sich insgesamt ein in sich hochgradig reflexiver, teilweise auch spiralförmig ablaufender Analyseprozess, der sich aus der hierarchischen Struktur der beiden aufeinander aufbauenden Analyseverfahren (erst Interaktionsanalyse, dann Semiotische Analyse) heraus im zweiten Analyseschritt (Semiotische Analyse) entfaltet und damit gleichzeitig diese hierarchische Struktur an verschiedenen Stellen gewissermaßen aufzubrechen scheint. Die Erkenntnisse aus den beiden Verfahren – Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse – setzen sich im Verlauf des Analyseprozesses wie Mosaiksteine zu einem Gesamtbild zusammen und vervollständigen im Ergebnis schließlich gegenseitig das Bild der analysierten Situation aus den jeweilig theoriespezifischen Perspektiven.

Die verschiedenen Darstellungsformen der beiden Analysen in Textform (Interaktionsanalyse) und in grafischer Form (Semiotische Prozess-Karten), sind nicht nur *Darstellung von den*

8 Methodologie und Methode: Interaktionsanalyse und Semiotische Analyse als Verfahren der rekonstruktiven Sozialforschung

Analysen, sondern *sind konstitutiv* für die Analysen in der vorliegenden Arbeit. Sie spiegeln mit ihrer jeweiligen Charakteristik und der Art des Ineinandergreifens gewissermaßen das untersuchte Zusammenspiel von Lautsprache und Gestik, von Textbasiertheit auf der einen und bildlich-grafischer Natur auf der anderen Seite, wider und bieten sich gerade aus dieser Charakteristik heraus in besonderer Weise für die Erforschung von Gestik und Lautsprache in mathematischen Lernendeninteraktionen an.

9 Empirie: Gestik und Lautsprache in mathematischen Gesprächen Lernender

In einer qualitativ orientierten empirischen Forschungsarbeit, wie der vorliegenden, stellt sich in Bezug auf einen forschungsmethodisch geeigneten Umgang mit der Fülle der erhobenen Daten als Videomaterial die Frage nach der Auswahl von Sequenzen aus den Situationen des Datenkorpus zur Transkription für die Analysen. Dies soll zunächst in diesem Kapitel beschrieben werden.

Daran anschließend werden die so extrahierten Sequenzen als Beispiele 1 bis 5 analysiert und bezüglich des gewählten Theorierahmens der vorliegenden Forschungsarbeit eingeordnet. Die Analysen leitet zunächst die folgende übergeordnete Forschungsfrage (vgl. Kap. 7.3):

*Wie nutzen Grundschüler*innen Gestik und Lautsprache, insbesondere in deren Zusammenspiel, um ihre mathematischen Ideen in den interaktiven Aushandlungsprozess einzubringen und über den Verlauf der Interaktion aufzugreifen, möglicherweise weiterzuentwickeln oder auch zu verwerfen?*

9.1 Auswahl der Situationen aus dem Datenkorpus

Krummheuer (1992) beschreibt innerhalb des Verfahrens der Interaktionsanalyse (vgl. Kap. 8.7.1), dass aus einem vollständigen Transkript einer Situation, z. B. einer Unterrichtsstunde, die zu analysierende Sequenz – er nennt es Episode – für die Analyse ausgewählt werden muss (vgl. Krummheuer, 1992, S. 54). Dies ist für die vorliegende Arbeit insofern nicht möglich, als dass der Aufwand der Transkripterstellung (vgl. Kap. 8.6) aufgrund des differenzierten und die Bewegungsabfolge des Körpers erfassenden Verfahrens für eine vollständige Transkription zu hoch erscheint. Mit Blick auf die Komplexität gestischer und anderer Körperbewegungen, die im Transkript einer genauen und gleichzeitig möglichst interpretationsarmen Beschreibung bedürfen, ist es daher effektiv, nicht vollständig alle erhobenen Situationen zu transkribieren, sondern eine theoretisch begründete Auswahl von Sequenzen in Transkripten aufzubereiten. Daher muss eine Verfahrensweise gewählt werden, die es ermöglicht, bereits in den Videos zunächst Phasen aus den einzelnen Erhebungssituationen einzugrenzen, aus denen dann wiederum Sequenzen ausgewählt und transkribiert werden können. Es werden für die vorliegende Arbeit Daten aus zwei verschiedenen mathematischen Bereichen genutzt – *Kombinatorik* und *Geometrie*. In diesen Bereichen liegen in der Kombinatorik drei mathematische Situationen, in der Geometrie zwei mathematische Situationen mit verschiedenen Schüler*innentandems zur Analyse vor.

Mit der Erhebung der mathematischen Bereiche *Geometrie* und *Kombinatorik* wird dabei zunächst bereits eine der Datenaufbereitung vorgeschaltete Auswahl getroffen, die einerseits einen in mathematikdidaktischen Studien zur Bedeutung von Gestik verhältnismäßig häufig

gewählten Bereich (Geometrie) umfassen (vgl. Kap. 5), andererseits einen Bereich, der in der Forschung zur Gestik eher unterrepräsentiert ist, wenngleich er im Mathematikunterricht verschiedenste Bereiche berührt (Kombinatorik), wie z. B. Zahlen und Operationen, Muster und Strukturen oder Geometrie (vgl. Neubert, 2013). Neubert (2013) stellt zum Stellenwert der Kombinatorik in der Grundschule fest, dass dieser Bereich zwar bei Wahrscheinlichkeitsaufgaben zum Tragen komme, aber:

„Wirkliche kombinatorische Überlegungen kommen eher selten vor, zum Beispiel bei der Untersuchung verschiedener Summen beim Würfeln mit zwei Würfeln.“ (Neubert, 2013, S. 689)

Laut der verantwortlichen Lehrkräfte waren kombinatorische Aufgaben mit den an meiner Studie teilnehmenden Schüler*innen bisher noch nicht explizit Inhalt des Mathematikunterrichts. Die Kombinatorik stellt damit im Rahmen meiner Studie mutmaßlich ein bisher eher weniger vertrauter mathematischer Bereich für die Lernenden dar. In der Tierpolonaise-Situation ist zwar das kombinatorische Problem der Permutation für die Lernenden zugänglich und motivierend als Anordnung von Tieren auf einem Podest gestaltet, gleichzeitig dürfte die damit verbundene mathematische Frage nach *allen möglichen* Reihenfolgen eher neuartig für die Lernenden sein.

Mit der Wahl der Bauen-Situationen wurde in der Ausgestaltung des mathematischen Bereichs *Geometrie* demgegenüber der Fokus auf eine Situation gelegt, die für an der Studie teilnehmenden Lernenden ihrem Alter entsprechend mutmaßlich vertraut in Bezug auf die Materialauswahl (LEGO® DUPLO® Bausteine) und des Agierens damit ist (Bauen). Möglicherweise ist dabei jedoch das genaue Nachbauen von einem zuvor gebauten Gebäude nach Vorgabe eher untypisch für eine alltägliche Spielsituation der Kinder mit dem Material.

Die erhobenen Situationen können unter der methodischen Prämisse der Vergleichbarkeit und der Repräsentativität, wie Krummheuer (1992, S. 54ff) es beschreibt, als beispielhaft für mathematisches Lernen bzw. Agieren bezeichnet werden. Sie zeigen sowohl Passagen des „**interaktionalen Gleichflusses**“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 56, Hervorhebung im Original), als auch Phasen, in denen Widerstände entstehen und strittige Punkte zur Aushandlung kommen, in denen die Interagierenden letztlich um eine „als gemeinsam geteilt geltende Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18) ringen und „in dessen Verlauf [sich] mannigfaltige Gelegenheiten zu **interaktionalen Verdichtungen** auf tun.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 56, Hervorhebung im Original).

„Normalität‘ wird hier also nicht wie selbstverständlich vollzogen, sondern explizit ausgehandelt. Die Außergewöhnlichkeit der ‚Krise‘ ist also gerade nicht ein Grund, diese Episode wegen fehlender ‚Repräsentativität‘ für die Analyse abzulehnen. Allerdings empfiehlt es sich, vergleichbare und für die Beteiligten unproblematisch verlaufende Episoden ergänzend zu untersuchen.“ (Krummheuer, 1992, S. 55f, Hervorhebungen im Original).

Der Datenkorpus der vorliegenden Studie umfasst folgende Videodaten:

- *Kombinatorik – Tierpolonaise der Tandems 1, 2 und 3*: Die Situation wurde von allen drei an der Studie teilnehmenden Tandems durchlaufen. Sie ermöglicht damit einen Vergleich aller teilnehmenden Schüler*innen-Paarungen im gleichen mathematischen Bereich und der gleichen Situation. Alle drei Tandems gehen dann auch anscheinend auf den ersten Blick vergleichbar mit dem mathematischen Problem der Permutation um: Es werden zunächst Tieranordnungen auf dem Podest gestellt, dann mit den Tierkärtchen nachgelegt und schließlich verhandelt, wann, warum oder ob alle aus drei Tieren möglichen Reihenfolgen gefunden sind. Die *Tierpolonaise* hat darüber hinaus für die vorliegende Arbeit eine zentrale Funktion: Sie wurde als Ausgangsbeispiel in der vorliegenden Arbeit mit einer ausgewählten Sequenz des Schülertandems Jakob und Claus thematisiert (vgl. Kap. 1 u. Kap. 2.2) und dient in den theoretischen Kapiteln häufig zur Explikation theoretischer Begrifflichkeiten in den Daten.
- *Geometrie – Bauen der Tandems 2 und 3*: Mit Blick auf diese Situationen wird es möglich, Tandem 2 und 3 in beiden mathematischen Bereichen und in verschiedenen Situationen analytisch zu betrachten. Dabei erzeugt Tandem 2 asymmetrische Bauten, während Tandem 3 symmetrische Bauten erstellt. Dies ermöglicht inhaltlich eine Kontrastierung verschiedener Umgangsweisen mit demselben mathematischen Problem.

Der Datenkorpus ermöglicht somit horizontale (innerhalb eines Bereiches und einer Situation) und vertikal angelegte (über zwei verschiedene Bereiche in verschiedenen Situationen) Komparationen der Analysen (vgl. Kap. 8.2.1). Diese Komparationsdimensionen sind in Tabelle 9.1_1 noch einmal aufgeführt und mit Pfeilen markiert.

	Tandem 1 Jakob und Claus	Tandem 2 Ayse und Jana	Tandem 3 Maya und Dennis
Kombinatorik	<i>Tierpolonaise</i> Beispiel 1	↑ <i>Tierpolonaise</i> Beispiel 2	↑ <i>Tierpolonaise</i> Beispiel 3
Geometrie		↓ <i>Bauen</i> Beispiel 4	↓ <i>Bauen</i> Beispiel 5

Tab. 9.1_1 Mögliche Komparationsdimensionen, die sich aus der Auswahl ergeben

An die Analysen der einzelnen Beispiele 1 bis 5 (vgl. Kap. 9.3.1 bis 9.3.3 u. Kap. 9.3.5 bis Kap. 9.3.6) schließen sich daher folgende Komparationen an:

1. Die Komparation über *drei verschiedene Tandems* in der *gleichen Situation* und dem *gleichen mathematischen Bereich* (Kap. 9.3.4) → *Tierpolonaise im mathematischen Bereich Kombinatorik* (vgl. *horizontaler Pfeil in der Kombinatorik-Zeile in Tab. 9.1_1*).
2. Die Komparation von *zwei verschiedenen Tandems* in der *gleichen Situation* und dem *gleichen mathematischen Bereich* → *Bauen im mathematischen Bereich Geometrie* (vgl. Kap. 9.3.7) (vgl. *horizontaler Pfeil in der Geometrie-Zeile in Tab. 9.1_1*)

In Kapitel 10.1 werden dann aus diesen beiden horizontal angelegten Komparationen die zentralen Forschungsergebnisse der vorliegenden Arbeit herauskristallisiert und zur Genese einer theoretischen Beschreibung der Bedeutung von Gesten beim Mathematiklernen verwendet. Damit wird eine Meta-Komparation der Komparationen aus den Kapiteln 9.3.4 und 9.3.7 vorgenommen, die schließlich zu aus den Daten gewonnenen theoretischen Begrifflichkeiten führt (vgl. Kap. 10.2) und aus den in Tabelle 9.1_1 vertikal angezeigten Vergleichen der Analyseergebnisse der Beispiele hervorgeht.

Es ist im Sinne der Komparation als methodologisches Prinzip (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 77ff; Kap. 8.2.1) auf diese Weise möglich, insgesamt fünf unterschiedliche Beispiele miteinander zu kontrastieren und dabei Sequenzen zu vergleichen, welche den Datenkorpus in hinreichender Weise repräsentieren und sowohl krisenhafte als auch unauffällig erscheinende Verläufe in die Analysen mit einbeziehen.

9.2 Sequenzauswahl innerhalb der ausgewählten Situationen

Um Kriterien zu finden, die eine Auswahl von Sequenzen aus den fünf betrachteten mathematischen Situationen forschungsmethodisch und theoretisch begründet zulassen, können erneut die drei theoretischen Leitlinien meiner Forschungsarbeit bemüht werden:

So kann es aus Sicht der *Gestikforschung* (vgl. Kap. 3), mit Blick auf die spezifischen Studien zur Bedeutung von Gestik beim Mathematiklernen (vgl. Kap. 5) und bezüglich des entwickelten Forschungsfokus' (vgl. Kap. 7) zunächst sinnvoll erscheinen, Sequenzen auszuwählen, in denen die Beteiligten offenkundig eine Vielzahl von Gesten nutzen und gleichzeitig lautsprachliche Darstellungen erzeugen. Dieses Kriterium ist jedoch nur scheinbar forschungsmethodisch und theoretisch sinnvoll: Als einziges und vorherrschendes Kriterium für die Auswahl stünde es nämlich der komparativen Idee der hinreichenden Repräsentanz der potentiell aus den Analysen generierten theoretischen Begriffen in den Daten entgegen (vgl. Brandt & Krummheuer, 2000, S. 198; Kap. 8.2). Strebt man an zu untersuchen, wie Grundschüler*innen Gesten in Relation zur Lautsprache nutzen, um in mathematischen Interaktionen ihre mathematische Ideen zu verhandeln, so, wie es das Anliegen der vorliegenden Forschungsarbeit ist (vgl. Kap. 7.3), würde man mit diesem Kriterium möglicherweise in zweierlei Hinsicht keine für die untersuchte Wirklichkeit repräsentative Sequenzen wählen können: *Erstens*, weil man auf diese Weise zu gar keiner Auswahl kommen kann, weil es ja so sein könnte, dass der Gestengebrauch mehr oder weniger *immer* gegeben ist, oder *zweitens*, weil man damit nur Ausschnitte aus den Daten wählen würde, in denen tatsächlich Gesten erzeugt würden, während man andere außer Acht ließe.

Es könnte also, so sein, dass Gesten *immer* von Lernenden in den mathematischen Interaktionen verwendet werden, etwa vergleichbar zu ihrer Lautsprache, die im Verlauf mal mehr und mal weniger hervorgebracht wird, aber eben immer gewissermaßen Mittel der Interaktion ist. Dann könnte die reine *Gestenverwendung* in Relation zur Lautsprache kein

Kriterium für eine Auswahl liefern, weil auf diese Weise erneut *alle* Sequenzen für die Analyse in Betracht kämen. Oder es könnte so sein, dass Gesten nur an *bestimmten* und eben nicht allen Stellen im interaktiven Auseinandersetzungsprozess gebraucht würden. Das Kriterium führte dann also dazu, dass Sequenzen aus dem Datenkorpus von vorneherein ausgeschlossen würden, in denen möglicherweise *kein* Gestengebrauch zu beobachten wäre. Dann jedoch würde man in den Daten Gesten sehen, *weil* man nur genau solche Ausschnitte zur Analyse ausgewählt hätte, in denen Gesten gebraucht würden. Somit könnten die in Kapitel 7.3 aufgestellten Forschungsfragen nicht beantwortet werden. Es könnte vielmehr lediglich rekonstruiert werden, was in aus den Daten ausgewählten Sequenzen in Bezug auf den Gestengebrauch vorliegt, in denen a priori klar ist, dass überhaupt Gesten gebraucht werden.

Die analysierten Daten würden in beiden Fällen somit nicht hinreichend die untersuchten Wirklichkeitsausschnitte (vgl. Brandt & Krummheuer, 2000, S. 198) widerspiegeln, weil man entweder erneut vor der Herausforderung stünde, ein eingrenzendes Kriterium für die Sequenzauswahl finden zu müssen oder weil man schon von vorneherein und nicht analytisch gestützt durch die Datenauswahl nur diejenigen Daten überhaupt auswerten würde, die auch Gesten zeigten.

Orientierte man sich zur Sequenzauswahl rein an der *Peirce'schen Semiotik* (vgl. Kap. 6) als eine theoretische Leitlinie der Arbeit, so ließe sich zunächst einmal anführen, dass hier mathematisches Lernen allgemeiner als *Gebrauch von Zeichen* beschrieben und spezifisch mit dem *diagrammatischen Arbeiten* Lernender verbunden wird (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2; Dörfler, 2015). Zudem könnte nach Hinweisen auf *abduktive Schlüsse* im Peirce'schen Sinne (vgl. Kap. 6.5) in den Daten gesucht werden, weil diese wiederum, wie Meyer (2010) mit Blick auf Lernende ausführt, auf die Hervorbringung einer mathematischen Idee verweisen würden (vgl. Meyer, 2010, S. 59; Kap. 6.5.3) und somit auf Ausschnitte, die mathematikdidaktisch von besonderem Forschungsinteresse sind.

Der *reine Zeichengebrauch* wäre dabei jedoch aus vergleichbaren Gründen wie der Gestengebrauch kein geeignetes Kriterium für die *Sequenzauswahl*, weil dabei zu fragen ist, wann tatsächlich *keine* Zeichen im Peirce'schen Sinne in den erhobenen Daten verwendet werden. Es wäre erneut nicht möglich, dadurch zu einer Auswahl der Daten zu kommen.

Am *diagrammatischen Arbeiten* der Lernenden könnte man sich durchaus bei der Auswahl von Sequenzen zur Analyse orientieren: Es ließe sich in den Videos nach Sequenzen zu suchen, in denen die Lernenden mutmaßlich ein solches *diagrammatisches Arbeiten* zeigen. Damit wäre allerdings bereits die Videosichtung zur Sequenzauswahl erneut in hohem Maße interpretativ geprägt und würde gewissermaßen eine vorgefertigte Kategorie an die Daten anlegen, nämlich dann nur solche Sequenzen für die Analysen zu wählen, in denen diagrammatisch gearbeitet wird. Andere Sequenzen, die potentiell kein solches Arbeiten zeigen würden, vielen erneut aus dem Datenkorpus heraus, was wiederum das analytische Bild verfälschen und die Forschungsergebnisse durch die Datenauswahl in hohem Maße beeinflussen könnte. Es drängt

sich zudem grundsätzlicher die Frage auf, ob sich *diagrammatisches Arbeiten* durch die reine Sichtung von Videomaterial *vor* der Analyse überhaupt sicher identifizieren ließe. Viel eher ist wohl anzunehmen, dass dies erst *in* der Analyse rekonstruiert und als solches beschrieben werden kann.

Bezüglich der *abduktiven Schlüsse* in den Videos kann ähnliches vermutet werden: Es könnte z. B. nach Stellen gesucht werden, an denen die Schüler*innen eine prägnante mathematische Lösung ungeachtet ihrer tatsächlich mathematischen Adäquatheit hervorbringen. Aber auch diese Sichtweise auf und Auswahl von Videodaten ist interpretativ stark überfärbt und widerspricht der Idee der interpretativen Sozialforschung, die Analyse zunächst weitgehend ohne festgelegte Kategorien anzugehen.

Als dritte theoretische Leitlinie der vorliegenden Forschungsarbeit bleibt schließlich, die *Interaktionstheorie mathematischen Lernens* (vgl. Kap. 4), um zu einer hinreichend repräsentativen Auswahl an Sequenzen aus dem Datenkorpus zu gelangen. Dies erscheint schon deshalb sinnvoll, weil sie doch diejenige unter den drei theoretischen Leitlinien ist, die neben der theoretischen Rahmung gleichzeitig eine in ihr theoretisch verankerte Methode, nämlich die in die Interpretative Forschung eingebettete Interaktionsanalyse, bereitstellt.²²¹

Führt man sich die zentralen Begriffe dieser Theorie in Anlehnung bspw. an Krummheuer (2011a) erneut vor Augen, wird darin davon ausgegangen, dass ...

- 1) ... sowohl *mathematisches Lernen*, als auch das jeweilige *mathematische Thema* der Interaktion im Rahmen der *thematischen Entwicklung als interaktiv konstituierte Hervorbringungen* aller Beteiligten verstanden werden;
- 2) ... mathematisches Lernen des Individuums somit an die Bedingung geknüpft ist, an *kollektiven Argumentationen in Interaktionen zu partizipieren* und
- 3) ... sich ein Fortschreiten im mathematischen Lernprozess vornehmlich durch die Zunahme von *autonomer Teilhabe an diesen kollektiven mathematischen Argumentationen* und an der Übernahme von Verantwortung dafür zeigen lässt (vgl. Krummheuer, 2011a, S. 27f; Kap. 4.2).

Es bietet sich in diesem Sinne an, Sequenzen auszuwählen, welche ausschnittsweise und hinreichend repräsentativ die interaktiv emergierende mathematische Themenentwicklung der jeweiligen Erhebungssituation widerspiegeln. Dabei lässt sich annehmen, dass in solchen Sequenzen potentiell auch die „[...] konstitutive soziale Bedingung der Möglichkeit des Lernens [...]“ (Krummheuer, 2011a, S. 27) als Partizipation an kollektiven mathematischen Argumentationen vom Interaktionsgefüge bereitgestellt wird. Es interessieren entsprechend

²²¹ Zwar stellt auch die Semiotik mit den Semiotischen Prozess-Karten von Schreiber (2010) eine theoretisch verankerte Analyseverfahren bereit, die in meiner Arbeit genutzt wird (vgl. Kap. 8.7 u. Kap. 9), allerdings basiert diese Analyse stets bereits auf einer zuvor durchgeführten Interaktionsanalyse (vgl. Kap. 8.7.1) und ist ihr damit nachgeordnet, wenn auch Rückbezüge möglich sind.

des Forschungsfokus' dabei Sequenzen, die weniger eine erste Annäherung an z. B. das angebotene Material oder das gegebene mathematische Problem an sich zeigen, sondern eher bspw. die Entwicklung einer oder mehrerer Lösungsidee abbilden oder auch rückblickend eine/mehrere zuvor entwickelte Lösungsidee/n betrachten. Doch, wie sind diese in den Videodaten zu finden, basiert doch die Beschreibung der mathematischen Themenentwicklung ebenso auf analytischen Rekonstruktionen? Hierbei können die *mathematischen Situationspattern* (vgl. Vogel, 2012, 2013, 2014; Kap. 8.4) als Planungsinstrument der Erhebungssituation herangezogen werden. Sie zeigen in diesem Sinne einen *allokativen Aspekt*, die konkrete Erhebungssituation umfasst dann die *situationelle Entwicklung* dieser ursprünglichen Planung (vgl. Krummheuer, 2011a, S. 65; Kap. 8.4). Der intendierte Verlauf der Situation und die im Video dokumentierten tatsächlich stattgefundenen Interaktionen können auf diese Weise also kontrastiert werden. So lassen sich Phasen in den Erhebungssituationen eingrenzen, in denen mutmaßlich mathematische Ideen von den Lernenden eingebracht werden, zur Aushandlung stehen und/oder rückblickend reflektiert werden.

Für die Auswahl geeigneter Sequenzen aus den videografierten Erhebungssituationen, werden daher in der vorliegenden Forschungsarbeit die folgenden Kriterien angelegt:

- 1) ein stärker *strukturelles, auf den Ablauf der Situationen bezogenes Kriterium*, das es zunächst erlaubt, Phasen im intendierten und tatsächlichen Verlauf der Situation zu identifizieren und
- 2) ein *inhaltlich-mathematisches auf der Gestaltung durch die Interagierenden basierendes Kriterium*, das schließlich zur Sequenzauswahl führt.

Zu 1) Das erste und eher strukturelle Kriterium ist einerseits bezogen auf den anhand der *mathematischen Situationspattern* geplanten, intendierten Ablauf (vgl. Kap. 8.4; Anhang I) und andererseits auf den situativ in der Interaktion emergierenden Verlauf der konkreten Erhebungssituationen. Es kann auf der Makroebene verortet werden und führt zu einer Reduktion der jeweiligen Situation auf eine/mehrere für den Forschungsfokus relevante *Phase/n* im Auseinandersetzungsprozess der Schüler*innen. Hierbei ist es in Anbetracht des übergeordneten Forschungsfokus (vgl. Kap. 7.3) günstig, eine Phase zu wählen, in der eine *Ideendichte* angenommen werden kann. Die Suche nach einer *Ideendichte* wird dabei methodisch in der Weise verstanden, dass je eine Phase aus der jeweiligen Situation ausgewählt wird, in welcher nach einer ersten Sichtung des Videomaterials etwas verhandelt wird, was für die Interagierenden mutmaßlich mindestens anteilig Kern des mathematisch Bedeutsamen in der Situation ist. Dabei ist die Auswahl unabhängig davon, ob sich dieses Verhandelte mit dem intendierten mathematischen Gehalt in den *mathematischen Situationspattern* (vgl. Kap. 8.4; Anhang I) deckt und ebenso, ob diese Aushandlungsprozesse zielführend im Sinne einer (gemeinsamen) Erzeugung einer (mathematischen) Lösung sind oder stärker Verläufe zeigen, die schließlich zu keiner oder auch einer mathematisch inadäquaten Lösung führen. Das heißt, die Beschreibungen in den *mathematischen Situationspattern* und der darin formulierte

potentielle mathematische Gehalt der Situation können einen Anhaltspunkt bieten, in der tatsächlichen Interaktion nach Phasen zu suchen, an denen ein von den Interagierenden mutmaßlich als zentraler mathematischer Gehalt ausgewiesener Aspekt verhandelt wird. Dies muss aber nicht zwangsläufig deckungsgleich sein. Im Sinne der Interaktionstheorie mathematischen Lernens (vgl. Kap. 4) wird das *mathematisch Relevante* als Teil der mathematischen Themenentwicklung der Interaktion ja vielmehr erst *in* dieser Interaktion durch die Beteiligten in einem gemeinsamen wechselseitig aufeinander bezogenen Prozess konstruiert. Es ist daher nötig, bei der Durchsicht der Videos den in den *mathematischen Situationspattern* beschriebenen mathematischen Gehalt als einen Horizont von potentiell möglichen und für das mathematische Problem der Situation relevanten, aber nicht notwendigerweise tatsächlich thematisierten mathematischen Aspekten zu betrachten, dabei aber vornehmlich offen und orientiert zu sein für und an der Emergenz von mathematischen Themen in den Aushandlungsprozessen der Interagierenden in der konkreten Situation, die sich davon auch unterscheiden können.

Zu 2) Um Sequenzen aus diesen Phasen des Bearbeitungsprozesses auswählen zu können, die hinreichend repräsentativ für die untersuchten Wirklichkeitsausschnitte sind, können nun theoriekonform zur Interaktionstheorie mathematischen Lernens (Krummheuer, 1992, S. 40ff u. S. 73; Krummheuer & Brandt, 2001; Kap. 4.2) Sequenzen in der Interaktion ausgewählt werden, in denen dem ersten Anschein nach etwas zur Diskussion steht, in der die *Routine der Interaktion*, wie Krummheuer (1992) es nennt, aufgebrochen wird, in denen sich die Interagierenden offenkundig uneinig sind bzw. in denen in der Interaktion deutlich wird, dass etwas strittig erscheint. Damit werden Sequenzen fokussiert, die weniger interaktiven Gleichfluss als vielmehr strittige Ausschnitte zeigen (vgl. Krummheuer, 2011a, S. 40).

Es kann darüber hinaus nach Sequenzen in den Videos gesucht werden, die von allen oder einzelnen Beteiligten genutzt werden, ihre Sichtweise(n) darzulegen oder den Anderen diese schlüssig zu erläutern. Hier könnten auch explizite Aufforderungen oder Rückfragen durch an der Interaktion Beteiligte Marker sein, die im Video identifiziert werden können (bspw. *erklär mal, das verstehe ich nicht, warum... , wie kommst Du auf... , usw.*). Mutmaßlich lassen sich in den Darstellungen der Schüler*innen im Anschluss an solche lautsprachlichen Marker mathematische Argumentationen rekonstruieren, die Handlungsautonomie der (oder einzelner) Schüler*innen zeigen könnten.

Schließlich können Sequenzen in Betracht kommen, in denen die Schüler*innen etwas Überraschendes, scheinbar aus dem Nichts heraus, hervorbringen – und dies muss nicht notwendigerweise lautsprachlich hervorgebracht sein, sondern kann ebenso bspw. im gestischen Modus erzeugt werden oder eine nicht erwartete Handlung mit dem Material beinhalten. Überraschend entweder, weil es sich z. B. deutlich mit dem deckt, was als mathematisch versierte Lösung des gegebenen Problems in den *mathematischen Situationspattern* ausgewiesen ist und das zu erwartende mathematische Niveau der Lernenden überschreitet oder weil etwas verhandelt wird, was sich deutlich von dem im Pattern

beschriebenen mathematischen Gehalt unterscheidet und bspw. einen gänzlich anderen mathematischen oder auch alltäglichen Bereich anspricht. Beides könnte ein Hinweis auf die Hervorbringung eines *abduktiven Schlusses* (Kap. 6.5.1 ff) sein, der z. B. mathematisch konform oder auch überraschend anders zu dem erscheint, was mit dem angebotenen Problem in der Planung durch die *mathematischen Situationspattern* verbunden wurde oder auch einen Schluss umfasst, der sich eher einer weniger mathematischen als vielmehr alltagsweltlichen Deutung zuordnen lässt.

In Bezug auf das angestrebte Analyseverfahren ist dieses Vorgehen der Phasen- und schließlich Sequenzauswahl vergleichbar mit dem ersten Schritt der Interaktionsanalyse (vgl. Krummheuer, 1992, S. 54; Kap. 8.7.1). Es wird eine Gliederung der Situation und eine Auswahl einer Episode bzw. Phase vorgenommen. Während bei Krummheuer (1992) dies an einer bereits vollständig transkribierten Situation erfolgt, wird die Gliederung in meiner Arbeit anhand der Planung in den mathematischen Situationspattern und der tatsächlich emergierenden Erhebungssituation angelegt. Das der hier angewandten Gliederung zugrundeliegende Prinzip bzw. Kriterium kann als methodisch-didaktisch bezeichnet werden, weil es die Phasen des Bearbeitungsprozesses fokussiert. Krummheuer (1992) beschreibt eine solche erste Gliederung als vorläufig, nicht eindeutig oder lückenlos, sondern versteht sie als ersten Anhaltspunkt (vgl. Krummheuer, 1992, S. 54f), was hier ebenso gelten kann. Das zweite Kriterium fokussiert dann die darin ablaufenden interaktiven Prozesse und ermöglicht eine Sequenzauswahl aus diesen Phasen aufgrund einer ersten allgemeinen Beschreibung eines Teils der entsprechenden Phase bspw. als auf den ersten Blick erkennbare krisenhafte Interaktion, als Erklärungsblock aufgrund eines strittigen Aspekts, als Reflexionsprozess des eigenen Vorgehens, usw.

In den folgenden Abbildungen (vgl. Abb. 9.2_1 u. Abb. 9.2_2) werden die Verläufe der Situationen daher zunächst *allokativ* und *situationell* gegenübergestellt. Die Verlaufsgrafiken sind von oben nach unten entsprechend der eingezeichneten Pfeilrichtung zu lesen. Der links abgebildete Strang zeigt den Verlauf, der auf Grundlage der mathematischen Situationspattern (vgl. Anhang I) angenommen werden kann (*allokativ intendierte Phasen*). Der zweite Strang rechts zeigt den tatsächlichen Verlauf der jeweiligen Situationen in der konkreten Interaktion anhand der Videoaufnahme (*situativ emergierende Phasen*). Es ergeben sich folgende Phasenverläufe der einzelnen Situationen aus den *Situationspattern* und den Videodaten:

Situationsverlaufsstränge: Kombinatorik – Tierpolonaise

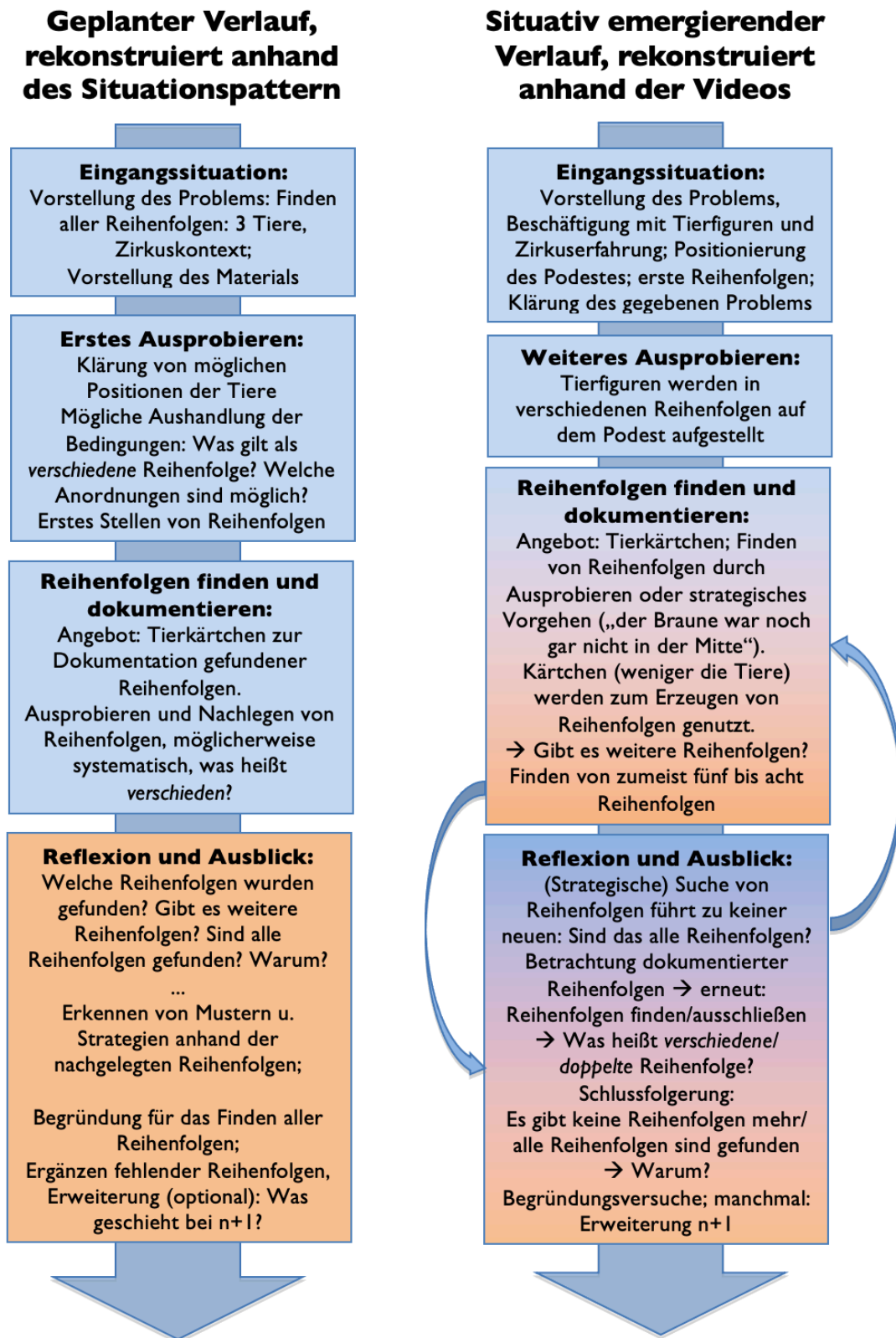
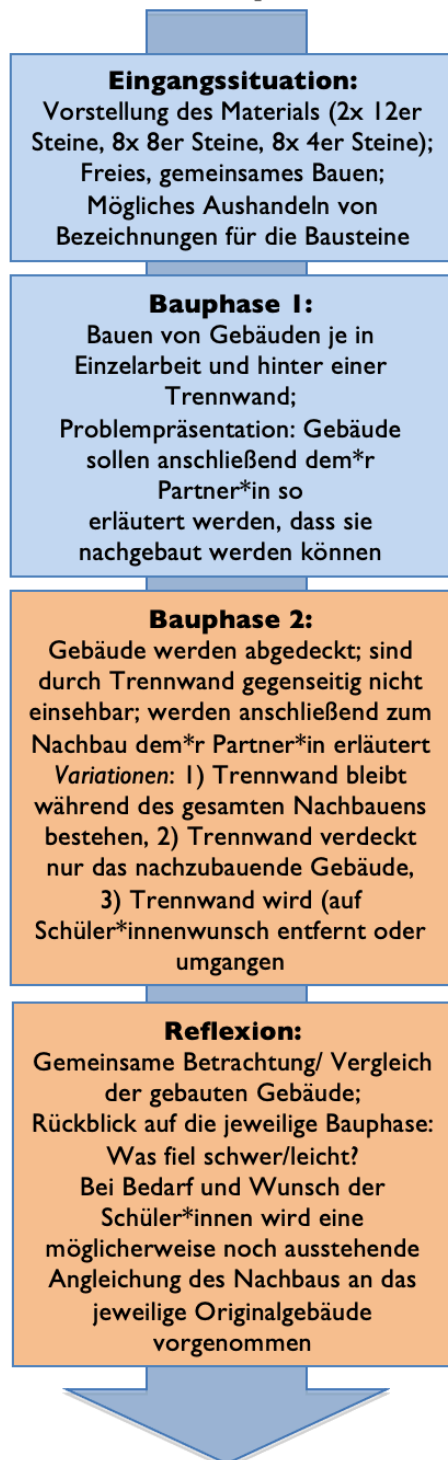


Abb. 9.2_1 Verlaufsstränge der Situation *Tierpolonaise* (Kombinatorik)

Situationsverlaufsstränge: Geometrie – Bauen

Geplanter Verlauf, rekonstruiert anhand des Situationspattern



Situativ emergierender Verlauf, rekonstruiert anhand der Videos

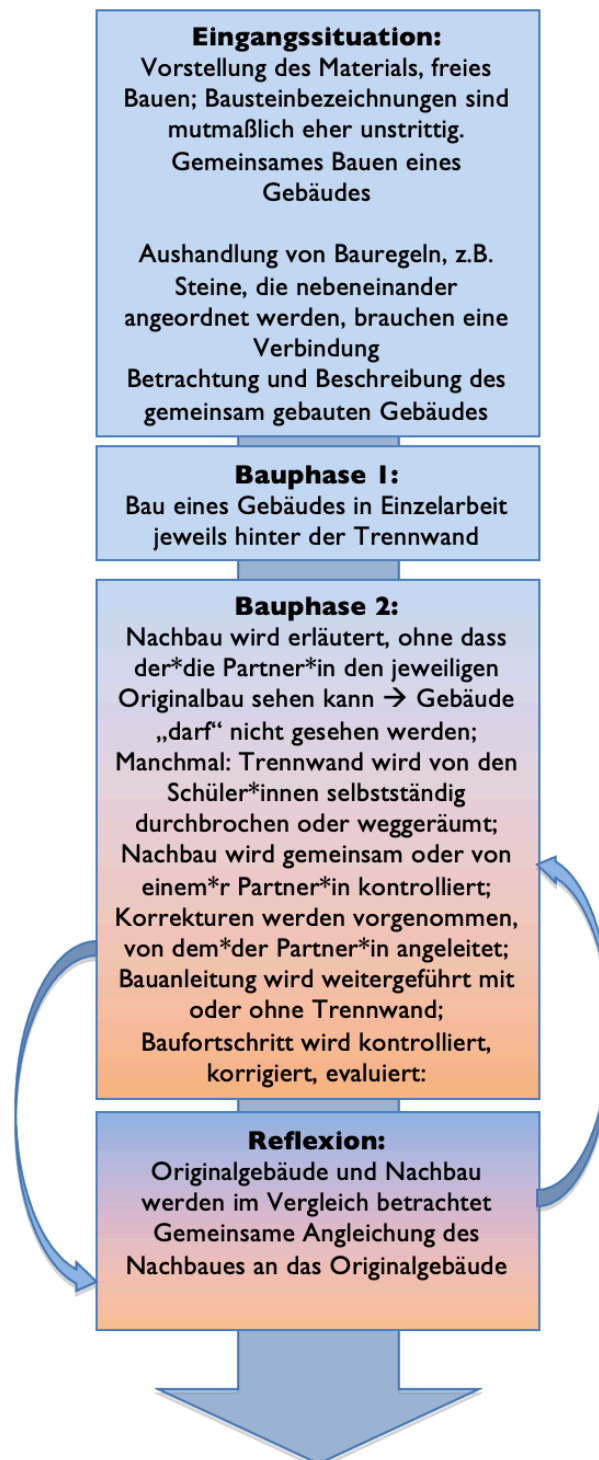


Abb. 9.2_2 Verlaufsstränge der Situation *Bauen* (Geometrie)

Es lassen sich die in den *mathematischen Situationspattern* geplanten, intendierten Verläufe (jeweils linke Spalte der Abb. 9.2_1 u. Abb. 9.2_2) allgemein für alle drei Tandems beschreiben. Hier ist zunächst perspektivisch zu vermuten, dass sich insbesondere in den innerhalb der Verlaufsstränge orangefarben hinterlegten Phasen Sequenzen finden lassen sollten, in denen eine mathematische Ideendichte auftreten wird, weil hier z. B. eine Strategieentwicklung für die Problemlösung angedacht oder eine Reflexion eingeplant ist. Diese intendierten Verläufe bieten einen ersten Anhaltspunkt, um in den konkreten Videos identifizierte Phasen besonders in den Fokus zu rücken und nach geeigneten Sequenzen für die Analysen zu suchen.

Die Beschreibungen der tatsächlich emergierten Interaktionsverläufe der Tandems (jeweils rechte Spalte in Abb. 9.2_1 u. Abb. 9.2_2) beruhen auf Grundlage der Sichtung der einzelnen Videos und sind hier zugunsten der Übersichtlichkeit für alle drei Tandems zusammengefasst dargestellt. Hierbei zeigen sich zunächst im rein organisatorisch/chronologischen Ablauf keine erheblichen Abweichungen von dem intendierten und in den mathematischen Situationspattern geplant und beschriebenen Ablauf. Es kann z. B. in allen konkreten Situationen, wie auch in der Planung beschrieben, eine Eingangssituation erkannt werden, in der die Beteiligten sich mutmaßlich mit dem Material und dem mathematischen Problem vertraut machen. Es folgen dann jedoch weniger klar abgrenzbare und eher in einem spiralförmigen Verlauf zu denkende Arbeitsphasen, die bereits reflexive Elemente beinhalten, sich also mit Reflexionsphasen im Verlauf abwechseln bzw. ineinander übergehen und dann am Ende eher von einer Reflexionsphase beendet werden. Dies wird in den Verlaufsgrafiken in den Abbildungen 9.2_1 und 9.2_2 durch den Farbverlauf (blau nach orange und umgekehrt) und die seitlichen Blockpfeile deutlich, die einen spiralförmigen Verlauf andeuten sollen.

Aus der Gegenüberstellung von einerseits intendierten und geplanten Verläufen und den tatsächlichen Verläufen kristallisierten sich schließlich Phasen heraus, die mutmaßlich eine *Ideendichte* aufweisen. Die orangefarben hinterlegten Phasen bzw. die Phasen mit Farbverlauf von blau nach orange und umgekehrt in den Strängen der tatsächlichen Situationsverläufe zeigen diejenigen an, die durch eine solche zunehmend phasenverengende Auswahl herausgestellt werden konnten und in denen es nun gilt, Sequenzen für die Analysen auszuwählen. Es sind eher Phasen gegen Mitte bzw. Ende einer gesamten Erhebungssequenz. Dies ist damit zu begründen, dass hier bereits eine erste Auseinandersetzung mit dem Material aber auch mit dem gegebenen mathematischen Problem seitens der Schüler*innen stattgefunden hat, anfängliche Fragen zum Problem oder Material zumeist geklärt sind und vermutet werden kann, dass in den so identifizierten Phasen nun eine inhaltlich-thematisch vertiefende und möglicherweise auch krisenbehaftete Auseinandersetzung erfolgt.

Für die letztliche Sequenzauswahl aus den so herausgestellten Phasen der Interaktionen in den tatsächlichen Verläufen, wird das zweite Kriterium genutzt: Dieses stärker theoretisch angelegte Kriterium ist angelehnt an den aufgezeigten Theorierahmen der Arbeit und bietet in Bezug auf den Forschungsfokus (vgl. Kap. 7.3) hinreichend Material zur Beantwortung. Es führt bei jeder begründet ausgewählten Erhebungssituation zu einer Auswahl einer geeigneten

Sequenz aus den mithilfe des ersten Kriteriums herausgearbeiteten *ideendichten Phasen* im Problemlöseprozess. Dabei erweisen sich theoriekonform solche Sequenzen als besonders geeignet für die Analysen, die eine krisenhafte und/oder problembehaftete oder auch außergewöhnliche Auseinandersetzung der Beteiligten an der Situation zeigten. Es stehen Sequenzen im Analysefokus, die im Sinne Krummheuers (2011a) stärker einer sogenannten *interaktionalen Verdichtung* als dem *interaktionalen Gleichfluss* zuzuordnen sind (vgl. Krummheuer, 2011a, S. 40).²²²

Es werden folgende Sequenzen für meine Analysen ausgewählt:

- Sequenzen, in denen ein*e oder beide teilnehmenden Schüler*innen mutmaßlich explizit Unmut über oder Einspruch bzw. Bedenken bezüglich des aktuellen Vorgehens äußern als Hinweis auf strittige Punkte und krisenhafte Verläufe im Aushandlungsprozess:

Beispiele aus den Videosichtung:

1) Jana in der Situation *Bauen* (Beispiel 4: Geometrie):

Lautsprache: „**Ehy** (unverständlich) des ist **richtig** ich hab **geguckt**!“

Gestik: Jana deckt offenbar mit beiden flachen Händen ihr Gebäude ab

(in Transkript 4 schließlich als Äußerung 14 bezeichnet, vgl. Kap. 9.3.5)

2) Erneut Jana in der Situation *Bauen* (Beispiel 4: Geometrie):

Lautsprache: „Du machst **alles** was **falsches** ab!“

Gestik: Jana führt ihre Hände nach außen, lässt sie hörbar auf den Tisch fallen, versetzt dann einen Stein am Nachbau

(in Transkript 4 schließlich als Äußerung 24 bezeichnet, vgl. Kap. 9.3.5)

²²² Als *interaktionale Verdichtung* beschreibt Krummheuer (2011a) durchaus krisenhafte Sequenzen im Interaktionsverlauf, die besonders günstige Lernbedingungen für das Mathematiklernen bereitstellen. Es handelt sich dabei um Momente, in denen Argumentationsformate zur Bewältigung der Krisen durch die Interagierenden genutzt werden. Dadurch werde es für die Beteiligten möglich, zunehmend Verantwortung für mathematische Argumentationen zu übernehmen bis hin zur selbstständigen Hervorbringung dieser. Solche Argumentationen umfassen z. B. Schlüsse von gegebenen Aussagen, die von den Lernenden gezogen und hinreichend begründet werden können (vgl. Krummheuer, 2011a, S. 40; Kap. 4.2).

- Sequenzen, in denen offenbar explizit ein Missverstehen von einem*r oder mehreren Beteiligten angesprochen wird, ebenfalls als Hinweis auf strittige Punkte und krisenhafte Verläufe im Aushandlungsprozess:

Beispiel aus den Daten:

Maya in der Situation *Bauen* (Beispiel 5: Geometrie):

Lautsprache: „Nein\ **oh** nich **so** Dennis\ **daneben**\ (...+)“

Gestik: Maya bewegt den Oberkörper nach unten, den Kopf hin und her, führt beide Hände auf der Tischplatte nebeneinander, betrachtet dann den Originalbau

(in Transkript 5 schließlich als Äußerung II bezeichnet, vgl. Kap. 9.3.6)

- Sequenzen, in denen die Situation von den in den *Situationspattern* vermuteten oder in anderen vergleichbaren Situationen rekonstruierten Thematisierungen der Interagierenden oder intendierten Verläufen abweicht.

Beispiele aus den Daten:

1) Jana und Ayse in der Situation *Bauen* (Beispiel 4: Geometrie)

Das Tandem entscheidet sich, die Trennwand zu entfernen. Es erweist sich anschließend im situationellen Verlauf als allokativ nicht erwartete, situationell allerdings offenbar größere Herausforderung für das Tandem, auch *ohne* die Trennwand gemeinsam einen Nachbau des Originalgebäudes zu erzeugen, wengleich beide Schüler*innen uneingeschränkt Sicht und Zugang zum Originalbau haben.

2) Jana in der Situation *Bauen* (Beispiel 4: Geometrie):

Lautsprache: „Könnte man ne **Stadt** machen“

Gestik: Jana umrahmt mit ihren Händen den von ihr erstellten Nachbau/hält Nachbau fest

(in Transkript 4 schließlich als Äußerung 5b bezeichnet, vgl. Kap. 9.3.5)

- Sequenzen, in denen ein*e oder mehrere Beteiligte eine *außergewöhnliche* Lösungsidee oder Erklärung für eine Lösung äußern oder ein *überraschendes* Vorgehen zeigen. *Außergewöhnlich* oder *überraschend* kann dies sein, weil es z. B. von den in der Planung bedachten möglichen Lösungsideen, Erklärungen und Vorgehensweisen der Lernenden abweicht z. B. bezüglich des mathematischen Bereichs. Es könnte auch sein, dass die geäußerte Lösungsidee, die Erklärung oder das gezeigte Verhalten der an der Situation Beteiligten passgenau dem vorher beschriebenen mathematischen Gehalt der Situation entspricht, dies aber in Bezug auf das Alter und die mathematische Denkentwicklung auf eine überraschende Expertise

der Lernenden hinweist. Ebenso ist es möglich, dass die Lösungsidee, Erklärung oder das Verhalten im Rahmen des mathematischen Kontextes zwar möglich, aber auf eine eher alltagsbezogene Deutung der Situation verweist.

Beispiele aus den Daten:

1) Jakob in der Situation *Tierpolonaise* (Beispiel 1: Kombinatorik):

Lautsprache: „S **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten\“

Gestik: Jakob bleibt weitgehend unverändert in seiner Körperposition, zeigt keine Bewegung

(in Transkript 1 schließlich als Äußerung 4 bezeichnet, vgl. Kap. 9.3.1)

2) Jana in der Situation *Tierpolonaise* (Beispiel 2: Kombinatorik):

Lautsprache: „Zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**\ Jetzt haben wir alle Reihen\“

Gestik: Jana tippt bei den gefundenen Reihenfolgen auf die in jeweils untereinanderliegenden Reihenfolgen immer gleich besetzten zweiten Positionen²²³

(in Transkript 2 schließlich als Äußerung 13d u. 19 bezeichnet, vgl. Kap. 9.3.2)

3) Dennis und Maya in der Situation *Tierpolonaise* (Beispiel 3: Kombinatorik)

Nach einer Weile des mutmaßlichen Überprüfens *einer* Reihe auf ihr Vorhandensein in der Lösungsmenge, äußert Dennis:

Lautsprache: „Dann ham ma alle\“

Gestik: Dennis scheint Reihe 7 in eine bestimmte Anordnung zu bringen, geht dann in eine Rastposition mit seinen Händen an den nachgelegten Reihenfolgen

(in Transkript 3 schließlich als Äußerung 16a bezeichnet, vgl. Kap. 9.3.3)

und Maya daraufhin:

Lautsprache: „Ja \ schätz ich auch\“

Gestik: Maya scheint in Reihe 7 Kärtchen in ihren Positionen zu verändern, führt dann eine Handbewegung über die Tischplatte aus und geht in eine Art Rastposition über

(in Transkript 3 schließlich als Äußerung 17 bezeichnet, vgl. Kap. 9.3.3)

²²³ Für die Gesten werden hier lediglich vorläufige Beschreibungen dessen vorgenommen, was in den Videos auf den ersten Blick mutmaßlich zu sehen ist. Die Beschreibungen sind daher wesentlich weniger ausführlich als die Beschreibung der Körperbewegungen im jeweiligen Transkript in Kapitel 9.

Im Sinne einer Theoriegenese und in Bezug auf erste Befunde im Rahmen der vorliegenden Forschungsarbeit versprechen diese Sequenzen potentiell explizite Klärung, Angleichung und Aushandlung von Zeicheninterpretationen und Bedeutungszuschreibungen dieser Zeichen durch die Beteiligten. Missverständnisse, das Nicht-Verstehen, außergewöhnliche Lösungsideen, Erklärungen und Verhaltensweisen sowie Unmutäußerungen und Irritationen der Gesprächspartner*innen könnten Anzeichen für, auf interaktionaler Ebene im Sinne Krummheuers (2011a, S. 40), dicht verlaufende Episoden bzw. Sequenzen sein in Bezug auf die Einbringung und Verhandlung von Ideen durch die Lernenden.

9.3 *Tierpolonaisen und Bausteingebäude* – empirische Betrachtung mathematischer Interaktionen von Jakob und Claus, Maya und Dennis sowie Jana und Ayse

In der vorliegenden Arbeit werden insgesamt fünf nach den obigen Kriterien ausgewählte Sequenzen als Datenbeispiele analysiert: Drei Beispiele stammen aus dem mathematischen Bereich der *Kombinatorik*, zwei aus dem mathematischen Bereich der *Geometrie*. Die ersten drei Sequenzen wurden aus den Kombinatoriksituationen ausgewählt und umfassen die Beispiele 1 bis 3: Es arbeiten Claus und Jakob, Ayse und Jana sowie Maya und Dennis jeweils zu zweit zusammen. Die weiteren zwei Sequenzen wurden aus den Geometriesequenzen ausgewählt. Beispiel 4 zeigt eine Sequenz aus Ayses und Janas Bauen-Situation, Beispiel 5 umfasst eine Sequenz, die von Maya und Dennis gestaltet ist.

Die ausführlichen Interaktionsanalysen sind aufgrund ihres Umfangs im Anhang der vorliegenden Arbeit zu finden (vgl. Anhang 2). Hierbei wurde Äußerung für Äußerung analysiert, indem bei jeder Äußerung zunächst nur die Gestik betrachtet wurde, um Deutungsalternativen zu generieren und im Anschluss dann die Lautsprache. Dieses Vorgehen ermöglicht die Umsetzung einer nach vorne verlaufsoffenen Turn-by-Turn Analyse entsprechend des Verfahrens der Interaktionsanalyse (vgl. Kap. 8.7.1).

Im vorliegenden Kapitel werden umfangreiche Zusammenfassungen der Interaktionsanalysen präsentiert. Sie zeigen eine gewisse Ausführlichkeit, sind jedoch bereits aus den ersten Analysen entwickelt, komprimieren einzelne Aspekte und bringen die in der ausführlichen Analyse nacheinander erzeugten Deutungen von Gesten und Lautsprache bereits zusammen.

Vor jedem Beispiel erfolgen stets Hinweise zum jeweiligen Transkript und zur Situation, aus der die entsprechende Sequenz ausgewählt wurde. Anschließend wird das Transkript abgebildet. Es gilt dabei eine einheitliche Transkriptionslegende für alle Beispiele, die in Kapitel 8.6 aufgeführt ist (vgl. Tab. 8.6_9). Nach der zusammenfassenden Interaktionsanalyse erfolgt die jeweilige Semiotische Analyse zum jeweiligen Beispiel. Diese beginnt stets mit der Abbildung der Semiotischen Prozess-Karte, worauf orientierende Hinweise dazu folgen. Alle im Rahmen der Arbeit erstellten Semiotischen Prozess-Karten sind mehrseitig und für die

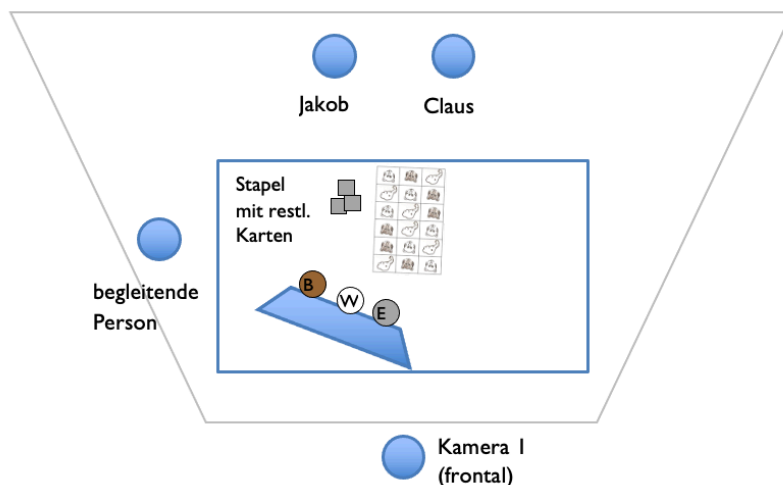
Beispiele entsprechend von 1 bis 5 durchnummeriert. Soll nur auf eine Seite einer Semiotischen Prozess-Karte verwiesen werden, so erfolgt dies mit Angabe ihrer zugewiesenen Nummerierung und der Seitenzahl z. B. folgendermaßen: SPK5-4. Die Zahl 5 steht dann also für die Semiotische Prozess-Karte Nummer 5 des fünften Beispiels aus den Daten. Die mit Bindestrich abgesetzte 4 steht für die dann gemeinte vierte Seite dieser Semiotischen Prozess-Karte. Für die begleitende Person in den untersuchten mathematischen Interaktionssituationen wird häufig B als Abkürzung verwendet. Äußerungen von Lernenden, die vor allem in den Analysen (vgl. Kap. 9.3.1 bis Kap. 9.3.7) oder als Belegstellen in Kapitel 10 aufgeführt werden, sind konform zum jeweiligen Transkript wie folgt bezeichnet: Äußerung 13c.08ff steht für die dreizehnte Äußerung und hier die Zeilen 08 und folgende der Beschreibung der körpersprachlichen Äußerungen. Das kleine c steht in diesem Fall für Teil c der Äußerung 13. Dies ist nochmals in der für diese Arbeit geltende Transkriptionslegende (vgl. Kap. 8.6) und im Abkürzungsverzeichnis im Anschluss an Kapitel 2 erläutert.

Transkriptspezifisch werden zusätzlich zur Transkriptionslegende Handformen abgebildet, die innerhalb des jeweiligen Transkripts bzw. den Beschreibungen der körpersprachlichen Ausdrücke verwendet werden. Möglicherweise erfolgen auch spezifische Materialdarstellungen für die jeweiligen Transkripte, um eine Orientierung des*r Leser*in zu ermöglichen. Bei jeder Sequenz wird zu Beginn ein Foto aus dem Video gezeigt, das die originale Anfangssituation darstellt. Anschließend an das Transkript erfolgt dann die Analyse: Jede Analyse gliedert sich in eine zusammenfassende Interaktionsanalyse, eine Semiotische Analyse mit Semiotischer Prozess-Karte und orientierenden Hinweisen dazu. Sie schließt jeweils mit einer theoretischen Einordnung der auf diese Weise analysierten Sequenz. Zunächst erfolgen die Analysen der drei Kombinatoriksequenzen mit einer anschließenden Komparation der Analyseergebnisse. Darauf folgen die beiden Analysen der Geometriesequenzen, die ebenso mit einer Komparation abgeschlossen werden. Die im theoretischen Teil der Arbeit aufgeführten Ansätze bzw. drei theoretischen Leitlinien der Forschungsarbeit – *Gestikforschung*, *Interaktionstheorie des Mathematiklernens* und *Peirce'sche Semiotik* (vgl. Kap. 3, 4, 5 u. 6) – werden als Orientierung und Sensibilisierung für die Analysen genutzt (vgl. dazu auch der dargestellte Forschungsfokus, Kap. 7.3). Im Anschluss an die Analysen im vorliegenden Kapitel erfolgt in Kapitel 10 die Darstellung der Zusammenstellung der Ergebnisse als Meta-Komparation der Komparationen und daran anschließend und daraus hervorgehend die Theoriegenese.

9.3.1 Beispiel I: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem I: Jakob und Claus

Einleitende Hinweise zu Transkript I

In der ausgewählten Sequenz (Minute 10:10-11:43, vgl. Ausschnitte dieser Analyse in einer Vorversion in Huth, 2013, 2020) interagieren Jakob (7 Jahre), Claus (7 Jahre) und die begleitende Person B miteinander. Sie beschäftigen sich mit dem mathematischen Problem, alle Möglichkeiten bzw. Reihenfolgen zu finden, wie auf einem Podest im Zirkus eine Tierpolonaise aus drei Tieren gebildet werden kann (Permutation von $n=3$ Elementen). Als Material stehen den Schülern²²⁴ Plastikfiguren, ein Podest aus Pappe und Legekärtchen aus Papier mit den abgebildeten Tierköpfen zur Dokumentation gefundener Reihenfolgen zur Verfügung. Die Figuren umfassen einen braunen Tiger, einen weißen Tiger und einen Elefanten, wobei sich die beiden Tigerfiguren lediglich in der Farbe unterscheiden. Das Transkript beginnt als die beiden Schüler insgesamt bereits sechs Reihenfolgen vor sich auf dem Tisch mit den Papierkärtchen nachgelegt haben. Es handelt sich dabei um alle möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen. Claus versucht nun, weitere Tierpolonaisen auf dem Podest mit den Plastikfiguren zu stellen. Jakob äußert dazu spätestens nach der Besetzung der jeweils zweiten Position in der von Claus gestellten Tierpolonaise „ham wir schon“ (= *haben wir schon*). Dieser Ablauf – Aufstellen durch Claus, Kommentierung von Jakob – geschieht durchaus öfter. Zu Beginn des folgenden Transkripts hat Claus auf dem Podest die Reihenfolge *Elefant – weißer Tiger – brauner Tiger* von links nach rechts aus Sicht der Schüler gestellt (vgl. Abb. 9.3.1_3).



B **W** **E** stehen für brauner Tiger, weißer Tiger, Elefant

Abb. 9.3.1_3 Situationsskizze Beispiel I

²²⁴ Hier wird nur die maskuline Form verwendet, weil es sich um zwei Jungen handelt.

Abbildung 9.3.1_4 zeigt ein Foto vom Beginn der ausgewählten Sequenz. Jakob trägt den dunklen Pullover, Claus das weiße T-Shirt.



Abb. 9.3.1_4 Originalfoto aus der Situation zu Sequenzbeginn (Beispiel I)

Folgende sechs Reihenfolgen liegen aus Sicht der Schüler vor ihnen auf dem Tisch (vgl. Abb. 9.3.1_5). In der Abbildung sind die Reihen und die Spalten bezeichnet, in der konkreten Situation liegen dort nur die Tierkärtchen entsprechend vor den beiden Schülern.
















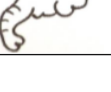




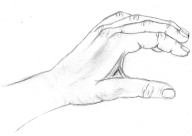







	1. Position	2. Position	3. Position
1. Reihe			
2. Reihe			
3. Reihe			
4. Reihe			
5. Reihe			
6. Reihe			

Abb. 9.3.1_5 Die sechs von Jakob und Claus gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen

Es gilt die einheitliche Transkriptionslegende (vgl. Kap. 8.6). Zusätzlich sind folgende Handformen im Transkript benannt (vgl. Tab. 9.3.1_2):

<p><i>Staffelhand</i> Entspannte Handhaltung ohne Anstrengung der Handmuskeln, z. B.</p> 	<p><i>G-Hand</i> Zeigende Handformen, prototypisch mit dem Zeigefinger und angewinkelten restl. Fingern z. B.</p> 	<p><i>C-Hand</i> Aus dem Fingeralphabet der Deutschen Gebärdensprache entlehnt, bildet ein C nach, weniger Muskelanspannung als bei Greifhand z. B.</p> 
--	---	--

<p><i>Faust</i> Jegliche Art von Fäusten, unabhängig davon, welche Position der Daumen oder die Hand einnehmen z. B.</p> 	<p><i>O-Hand</i> Aus dem Fingeralphabet der Deutschen Gebärdensprache entlehnt, bildet mit Daumen und Zeigefinger ein O-nach z. B.</p> 	<p><i>Spreizhand</i> Alle Finger sind gestreckt und abgespreizt, Anspannung der Finger Muskulatur z. B.</p> 
<p><i>Gebetshände verschränkt</i> Die Hände sind wie zum Gebet gefaltet, die Finger ineinander verschränkt z. B.</p> 	<p><i>Gebetshände flach</i> Die Hände sind wie zum Gebet gefaltet. Die Hände liegen flach mit den Handflächen aneinander z. B.</p> 	<p><i>Dachhände</i> Die Hände formen ein Dach, die Fingerspitzen berühren sich, Handballen sind ca. 15cm voneinander entfernt z. B.</p> 
<p><i>Flachhand</i> Die Hand ist flach ausgestreckt, der Daumen zumeist angelegt, die Finger weitestgehend geschlossen. z. B.</p> 		

Tab. 9.3.1_2 Handformen, die im Transkript I verwendet werden

Transkriptausschnitt

Äußerung Zeit	Namenskürzel Zeilennummerierung	Äußerung: gestische und lautsprachliche Partitur und Beschreibung der Arm- und Handbewegungen sowie weiterer Körperbewegungen und Positionsangaben
l a (a-d)	<C[ls] <C[gs]	(unverständlich) das das das (..) ah/ °-----1---2---3---4---5-----6.
10:10	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12	Claus steht li von Jakob am Tisch, und zwar so, dass er Jakob berührt. Claus hat den Kopf gesenkt, Blick Richtung Kärtchenreihen gerichtet. Die li Hand liegt flach auf der Tischplatte auf Höhe seiner Schulter auf, die Finger weisen zu den Kärtchenreihen, der Handballen liegt an der Tischkante. Claus hält die re Hand in G-Handform an seinem Mund, und zwar so, dass der Zeigefinger am re Mundwinkel anliegt. Er startet mit seiner li Hand (°) hebt sie auf ca. 20cm an und formt eine G-Handform, führt sie in Richtung Kärtchenreihen, die re Hand verbleibt am Mundwinkel, er tippt mit der li Hand in der Luft in Richtung der Kärtchenreihen, zuerst auf Höhe der 1. Positionen (1), dann tippt er in unveränderter Körperposition nach re auf Höhe der 2. Positionen (2), anschließend tippt er nach li auf Höhe der 1. Positionen (3). Claus zieht die Hand ca. 5cm in unveränderter Handform in Richtung seines Oberkörpers (4). Ruckartig legt er die li Hand ungefähr mittig neben den Kärtchenreihen ab, und zwar so, dass die Hand flach auf der Tischplatte aufliegt, Handfläche zur Tischplatte gewandt, die Finger sind gespreizt und weisen

9 Empirie: Beispiel I – Tierpolonaise, Tandem I: Jakob und Claus

	13 14 15 16 17	von den Kärtchen weg nach li. Er beugt seinen Oberkörper nach vorne, die re Hand führt er gleichzeitig zum Podest und umfasst von oben den braunen und den weißen Tiger gleichzeitig und hebt diese an (5). Er bewegt die re Hand samt der Tigerfiguren nach li über den Elefanten und umfasst diesen mit Zeige-, Mittelfinger und Daumen von oben, fixiert diese Position und dreht sich zu Jakob (6.)
2	<J[ls] <J[gs]	s gibt (.) hoarr °----- °
10:13	1 2 3 4 5 6	Jakob sitzt am Tisch, bewegt mit der re Hand die Kärtchen im Kartenstapel der restlichen Tierkärtchen, der li Ellenbogen ist auf dem Tisch, das Kinn auf der li Hand auf dem Handrücken aufgestützt. Die Finger der li Hand hängen nach unten in Richtung Tischplatte. Jakob blickt vor sich auf den Tisch. Er startet (°), dreht seinen Kopf nach re, hebt mit der re Hand ein Tierkärtchen auf ca. 5cm an (1), lässt es wieder fallen, blickt nach unten, neigt seinen Kopf nach re, die Hände verbleiben in unveränderter Position, re im Kärtchenstapel, li am Kinn (°)
1 b (a-d) 10:16	>C[ls] >C[gs] 18	Hallo/ Claus verbleibt in unveränderter Körperposition
3	>B[ls] >B[gs]	Gibts noch eine/
10:16	1 2 3 4 5	B sitzt am Tisch, Beine übereinandergeschlagen, der re Unterarm liegt auf ihrem re Oberschenkel auf, Handfläche in Staffelhandform auf dem Oberschenkel aufliegend. Der li Ellenbogen ist auf dem re Oberschenkel aufgestützt, die li Hand befindet sich in Faustform am linken Mundwinkel, das Kinn ist auf dem li Handballen aufgestützt. B blickt in Richtung Schüler und Arbeitsbereich, neigt ihren Kopf nach li
4	J[ls] J[gs]	S gibt nur sechs Möglichkeiten\
10:18	1 2	Jakob hebt seinen Kopf, blickt zu B, verbleibt sonst in unveränderter Körperposition. Jakob senkt den Blick und den Kopf nach re. Er bewegt dabei weiter seine re Hand im Kartenstapel
1 c (a-d) 10:21	<C[ls] <C[gs] 19 20 21	Hä/ Claus bewegt sich aus seiner fixierten Körperposition zu Jakob blickend heraus und richtet seinen Oberkörper auf, dreht sich nach li frontal zur Kamera, blickt geradeaus, behält in der re Hand die Tierfiguren auf dem Podest, die li Hand verbleibt neben den Kärtchenreihen liegen
5	<B[ls] <B[gs]	Warum weißt du das/ (.) warum denkst du das/ °----- -----°
10:21	1 2 3 4	B startet (°) und richtet ihren Kopf auf. Sie blickt zu Jakob und verändert ihre li Handform indem sie die Faust auflöst und Zeigefinger und Daumen vor ihrem Mund zusammenführt (1), umfasst dann mit der li Hand ihr Kinn und stützt ihren Kopf in dieser Weise auf die Hand, der Kopf wird etwas nach re geneigt (°)
6	>J[ls] >J[gs]	Weil wir schon alle haben \
10:23	1 2 3	Jakob bleibt in unveränderter Körperposition, bewegt die re Hand immer noch im Kartenstapel, die li Hand ist in Staffelhandform am bzw. unterhalb des Kinnes angelegt. Er blickt zu B
1 d (a-d) 10:23	>C[ls] >C[gs] 22 23 24 25 26 27	--7-----8-----° Claus senkt seinen Kopf und blickt zum Podest, verbleibt mit der li Hand unverändert neben den Kärtchenreihen. Die re Hand, in der sich bereits brauner und weißer Tiger befinden, hebt die Elefantenfigur vom Podest wenige Zentimeter an (7), stellt sie auf Position 2 auf dem Podest ab, blickt zu Jakob (8). Claus führt seine re Hand mit den Tigerfiguren zu seinem Oberkörper, in dem er die Hand um 180° im Uhrzeigersinn dreht, so dass die Figuren darauf liegen. Handfläche zur Raumdeckeweisend. Er blickt zu Jakob, dann zu den Tigerfiguren (°)
7 a (a-c)	<B[ls] <B[gs] 1	Mhm/ (...) B bewegt ihren Kopf hoch und wieder runter

9 Empirie: Beispiel I – Tierpolonaise, Tandem I: Jakob und Claus

10:27		
8 a (a-b)	<C[ls] <C[gs]	Zeig mal\ (.) (flüstert) eins zwei drei (flüstert unverständlich weiter) (...) °-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8-----9-----10-----°
10:27	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	Claus startet (°) und zieht die li Hand zu sich heran, so dass sie an der Tischkante flach auf der Tischplatte liegt, die Finger weisen zur Kamera, führt gleichzeitig die re Hand über hinten in einer bogenförmigen Bewegung auf seinen Kopf weiter die Tigerfiguren haltend, blickt zum Arbeitsbereich (1), versetzt die li Hand ca. 5cm weiter in Richtung Kärtchenreihen, dreht sie zeitgleich um 90° nach li und formt eine Staffelhand, die weiterhin auf der Tischplatte aufliegt, gleichzeitig wird die re Hand mit den Tigerfiguren über vorne auf den Tisch vor Jakob geführt, die Tierfiguren werden direkt neben dem Stapel der restlichen Kärtchen fallen gelassen, so dass sie zwischen gelegten Kärtchenreihen und dem Kartenstapel liegen (2), die re Hand wird nach li in Richtung Kärtchenreihen bewegt. Claus formt eine G-Handform mit der re Hand und tippt mit dem re Zeigefinger auf das Kärtchen auf Position 1 der 1. Kärtchenreihe (3), tippt auf das Kärtchen auf Position 2, 1. Reihe (4), tippt auf das Kärtchen auf Position 3, 1. Reihe (5), führt die re Hand in der Luft in ca. 5cm Höhe in G-Handform nach li, tippt auf das Kärtchen auf Position 1, 2. Reihe (6), tippt in der Luft in ca. 5cm Höhe auf das Kärtchen auf Position 2, 2. Reihe (7), tippt in der Luft auf Position 3, 2. Reihe (8), führt die re Hand in der Luft in G-Handform nach li, tippt in der Luft auf Position 1, 3. Reihe (9), zieht die Hand in der Luft in einer konstanten Bewegung in G-Handform nach re über die 3. Reihe bis Position 3 (10)
7 b (a-c)	<B[ls] <B[gs]	Ich glaub dem Claus is das noch nich so klar\ °-----1-----°
10:30	2 3	B startet mit ihrer li Hand am Mund (°), ihre Hand wird unter das Kinn geführt (1), der Kopf wird darauf abgestützt (°)
7 c (a-c)	>B[ls] >B[gs]	kannst du ihm das nochmal erklären/ -----°
10:32	4	B neigt ihren Oberkörper nach vorne, bleibt ansonsten in unveränderter Körperposition
8 b (a-b)	>C[ls] >C[gs]	(unverständlich) -----11-----12-----13-----14-----15-----16-----17-----°
10:32	17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27	Claus bewegt die re Hand in G-Handform in der Luft nach li über Position 1, 4. Reihe und zieht sie in einer konstanten Bewegung in der Luft nach re bis Position 3, 4. Reihe (11), Claus verfährt ebenso über den Reihen 5 und 6, in dem er in G-Handform von re nach li seinen re Zeigefinger in der Luft darüberführt (12, 13). Er bewegt anschließend die re Hand in G-Handform über hinten in einer bogenförmigen Bewegung auf seinen Kopf, löst die G-Handform auf, kratzt sich dort (14), führt die re Hand über vorne zum Tisch zurück, formt eine G-Handform und führt seinen re Zeigefinger auf das Kärtchen auf Position 2, 1. Reihe (15), rückt das Kärtchen ca. 3cm nach re (16), wechselt den Finger und nutzt nun seinen Mittelfinger, rückt das Kärtchen ca. 3cm nach li (17), blickt zu Jakob, führt die re Hand zu seiner auf dem Tisch aufgestützten li Hand, legt sie in Staffelhandform daneben ab, Handfläche zur Tischplatte weisend. Claus ist nach vorne gebeugt und blickt Jakobs Hand nach (°)
9 a (a-e)	>J[ls] >J[gs]	Guck hier (.) °-----1-----°-----1-----2-----°
10:34	1 2 3 4 5 6 7 8	Jakob schaut zu Claus, startet (°) und führt seine re Hand vom Mund weg zum Kartenstapel, auf dem die restlichen Tierkärtchen liegen neben seine bereits dort liegende li Hand, beide Hände sind in Staffelhandform (1°). Er blickt nach unten und startet erneut (°). Jakob führt beide Hände so vor seinen Oberkörper, dass sie symmetrisch in Staffelhandform mit der Handinnenfläche zueinander weisen, die Unterarme sind auf der Tischkante aufgestützt. Er formt zweimal mit beiden flachen Händen ein Dach vor seinem Oberkörper, die Hände berühren sich an den Fingerspitzen, während die Handballen ca. 10cm voneinander entfernt sind. Er fixiert jeweils die Dachhände kurz (1., 2.)
9 b (a-e)	J[ls] J[gs]	e hier da (.) des is so (.) und e des is so (.) -----4-----5-----6-----7-----8-----9-----10-----11-----°
10:38	9 10 11 12	Jakob bewegt seine li Hand mit ausgestrecktem Zeigefinger in Richtung obere Kartenreihe, die re Hand liegt auf dem Tisch vor dem Oberkörper, Handrücken nach oben, Staffelhandform, der re Unterarm ungefähr entlang der Tischkante aufliegend. Jakob zeigt mit dem li Zeigefinger auf Position 1, 1. Reihe der Kärtchen und fährt in einer konstanten Bewegung einmal mit dem li

9 Empirie: Beispiel I – Tierpolonaise, Tandem I: Jakob und Claus

	13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23	Zeigefinger in der Luft entlang der 1. Reihe nach re zu Position 3, fixiert hier die Geste und bewegt den Zeigefinger etwas näher an die Position 3 heran (4.). Er führt den li Zeigefinger wieder zurück zu Position 1 und fährt zweimal mit dem li Zeigefinger von li nach re über die 1. Reihe, wobei er bei dem ersten Mal ungefähr bei Position 2 aufhört (5), beim zweiten Mal bis Position 3 den Finger darüber zieht (6). Jakob nimmt die Zeigehand ca. 10cm hoch, führt sie in Richtung seines Oberkörpers und bleibt mit dieser li Hand ungefähr mittig über den Kärtchenreihen in der Luft stehen in G-Handform (7.). Jakob bewegt die li Hand in G-Handform zu Position 1, 3. Reihe, tippt auf das dort liegende Kärtchen (8), tippt in der Luft auf Position 2, 3. Reihe und Position 3, 3. Reihe (9, 10), Jakob nimmt die Zeigehand ca. 10cm hoch, führt sie etwas in Richtung seines Oberkörpers, streckt auch den Mittelfinger aus. Die Hand bleibt ungefähr mittig über den Kärtchenreihen in der Luft stehen (11.)
9 c (a-e)	J[ls] J[gs]	Un wenn du des Gleiche wie da halt dann machst dann geht des net -----12-----13-----14-----15-----16-----17-----18-----
10:43	24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46	Jakob dreht die li Hand in der Luft entlang der Achse des Unterarms um ca. 90° gegen den Uhrzeigersinn, die Finger sind teilweise ausgestreckt und teilweise angewinkelt, der Unterarm liegt aufgestützt auf der Tischkante auf, der Rest des li Unterarms ist ca. 5cm über der Tischplatte angehoben, die li Hand in der Verlängerung ist in ca. 10cm Höhe über den Kärtchenreihen, die Handfläche weist zu B (12), die re Hand wird etwas zeitversetzt angehoben, der Ellenbogen bleibt aufgestützt, der Unterarm befindet sich ca. 5cm über der Tischplatte, die Hand wird um die Achse des Unterarms um ca. 110° im Uhrzeigersinn gedreht, die Hand wird in Staffelform gehalten (13). Jakob legt die li Hand mit der Handkante, Handinnenfläche in Richtung B gewandt, li neben den unteren 3 Kärtchenreihen ab, zeitgleich wird die re Hand in unveränderter Handform in der Luft nach re außen geführt in ca. 15cm Höhe (14). Die re Hand wird zu den Kärtchenreihen geführt und über den Positionen 2 und 3 der 1. Reihe mehrmals hin und her bewegt, und zwar so, dass der Handrücken zur Kamera weist und die Finger auf die 1. Reihe gerichtet sind. Zeitgleich wird die li Hand um ca. 90° entlang der Unterarmachse im Uhrzeigersinn gedreht, der Unterarm ist unverändert aufgestützt, die li Hand formt eine G-Handform und tippt zweimal in der Luft auf Position 1, 3. Reihe (15, 16). Die re Hand wird zu einer Flachhand geformt und um die Unterarmachse um ca. 90° im Uhrzeigersinn gedreht, so dass die Handfläche nach li weist, die Hand wird etwas abgesenkt, aber weiterhin in der Luft ca. 10cm über der Tischplatte gehalten, die Finger weisen von re in Richtung Kärtchenreihen. Die li Hand wird mit teilweise angespannten Fingern li neben den Kärtchenreihen auf dem Handballen aufgestützt, Handfläche zur Tischplatte weisend (17.), anschließend wird die li Hand gegen den Uhrzeigersinn gedreht um die Unterarmachse um ca. 90°, die Finger bleiben unverändert teilweise angespannt und abgespreizt, beide Hände stehen sich nun mit den Handflächen zueinander weisend nahezu symmetrisch gegenüber (18.)
9 d (a-e)	<J[ls] <J[gs]	Un des geht jetzt (.) weil die weißen sin ja gleich un des is ja umgetauscht (..) un des geht dann -----19--20--21-----22-----23-----24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-----34-----
10:48	47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63	Jakob formt beidhändig eine G-Handform mit ausgestrecktem Zeigefinger, dreht beide Hände um die Unterarmachse, li um ca. 90° im Uhrzeigersinn, re um ca. 90° gegen den Uhrzeigersinn, Handrücken weisen zur Raumdecke. Jakob hält in der Luft die li Hand neben Position 1, 3. Reihe, die re neben Position 3, 3. Reihe (19), bewegt die re Hand in Richtung 1. Reihe, tippt mindestens zweimal mit dem li Zeigefinger auf Position 1, 3. Reihe und mit dem re Zeigefinger auf Position 1, 1. Reihe (20, 21) und knickt dann, die Hände in der Luft über diesen Positionen haltend, jeweils das erste Fingerglied des Zeigefingers einige Male ein und streckt die Zeigefinger wieder (22). Jakob verändert die li Hand zu einer Spreizhand, die re Hand bleibt in G-Handform, beide Hände werden jeweils etwas nach li und re außen geführt, bleiben aber über den Kärtchenreihen in der Luft. Die re Hand wird ca. 30° im Uhrzeigersinn gedreht, die li Hand ca. 30° gegen den Uhrzeigersinn, so dass die Handflächen zueinander weisen (23). Jakob schaut zu B, formt auch li eine G-Handform, beide Hände werden zu Kärtchenreihe 3 geführt, dort tippt Jakob nacheinander zuerst mit dem re Zeigefinger auf Position 3, 3. Reihe, mit dem li Zeigefinger auf Position 2, 3. Reihe (24, 25), dann führt er beide Zeigefinger zeitlich etwas versetzt zur 1. Reihe, tippt dort in ähnlicher Weise auf die Positionen 3 und 2, zuerst re dann li (26, 27). Jakob tippt dann mit li auf Position 2, 3. Reihe, mit re auf Position 3, 1. Reihe (28, 29), zeigt mit li in Richtung Position 2, 1. Reihe anschließend mit re auf Position 3, 3. Reihe (30, 31), zeigt mit li in Richtung

9 Empirie: Beispiel I – Tierpolonaise, Tandem I: Jakob und Claus

	64 65 66 67 68 69 70 71	Position 2, 3. Reihe und mit re auf Position 3, 1. Reihe, diese Position fixiert Jakob (32, 33.). Anschließend führt Jakob beide Hände auf gleicher Höhe über den Kärtchenreihen in ca. 30cm Abstand zueinander nebeneinander, dreht sie jeweils um die Unterarmachse nach außen, li um ca. 90° gegen den Uhrzeigersinn, re um ca. 110° im Uhrzeigersinn, beide Hände in G-Handform, wobei auch andere Finger als der Zeigefinger zusätzlich angespannt und ausgestreckt sind. Die Arme bewegen sich während der Handdrehung ca. 40cm auseinander, werden angehoben, so dass beide Ellenbogen wenig angewinkelt sind und beide Arme in der Luft gehalten werden. Jakob schaut zu B (34)
10	<B[ls] <B[gs]	Mhm/ -----
10:53	1	B hebt und senkt ihren Kopf, bleibt ansonsten in unveränderter Körperposition
9 e (a-e)	J[ls] J[gs]	Un wenn man zwei selbe macht dann dann isses unlogisch wer des dann nehmt (.) -----35-----36---37-----38-----39-----°
10:55	72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88	Jakob blickt zu den Kärtchenreihen, führt beide Arme zurück auf die Tischplatte, Unterarme auf der Tischkante aufgestützt, der Blick folgt den Armen, die Hände werden mit abgespreizten Fingern li und re neben die 5. Reihe geführt, die Handflächen zueinander gewandt, die Fingerspitzen der kleinen Finger und der Ringfinger berühren jeweils die Tischplatte, die Hände stehen sich symmetrisch gegenüber (35), Jakob dreht beide Hände nach innen, so dass die Handrücken zur Raumdecke weisen und führt die re Hand an das Kärtchen, das auf Position 3, 6. Reihe liegt, berührt es mit seinen Fingerspitzen, die li Hand wird unterhalb der Position 2, 6. Reihe in der Luft gehalten in Staffelhandform (36), beide Hände werden jeweils nach außen gedreht, die Handflächen weisen zueinander, beide Hände werden symmetrisch vor den Oberkörper gehalten, die Unterarme liegen auf dem Tisch auf, die Hände sind in Staffelhandform (37), die Hände werden in dieser Handform nach innen gedreht, so dass die Handrücken zur Raumdecke weisen. Sie werden auf der Tischplatte aneinander in Faustform abgelegt, Handfläche zur Tischplatte weisend, Jakob blickt zu Claus (38), die li Hand wird in Staffelhandform angehoben, die Handfläche zur Kamera gewandt, die re zeitgleich um ca. 80° im Uhrzeigersinn um die Unterarmachse gedreht, man sieht die Handfläche (39) und sofort werden beide Hände wieder zurück geführt, die li Hand wird von oben auf der re Hand abgelegt, so dass die Finger der li Hand die Finger der re Hand umfassen, der Blick bleibt auf Claus gerichtet (°)
11	J[ls] J[gs]	Also gibts nur sechs Möglichkeiten °----- -----°
11:01	1 2 3 4 5	Jakob startet aus dieser Position (°), blickt zu den Kärtchenreihen, löst die re Hand aus der von li umfassten Position. Die re Hand wird in Flachhandform in Richtung Kärtchenreihen geführt, die Finger weisen in Richtung der Kärtchenreihen, die Hand wird so im Uhrzeigersinn gedreht, dass die Handfläche zu Claus weist (1), anschließend wird die re Hand zurück zur li Hand geführt und auf dieser abgelegt, Jakob blickt zu Claus (°)
12	C[ls] C[gs]	Was (.) was hast du gesagt/ °----- -----°
11:04	1 2 3 4	Claus startet (°) und steht Jakob zugewandt, die li Hand auf dem Tisch, die re auf Jakobs Stuhllehne abgestützt, er setzt sich hin, dabei wird die li Hand vom Tisch unter die Tischplatte geführt und ist nun für die Kamera nicht mehr zu sehen (1) die re Hand verbleibt auf Jakobs Stuhllehne (°)
13	J[ls] J[gs]	Hooarr/ -----
11:08	1 2	Jakob verdreht die Augen, belässt seine Hände unverändert, bewegt seinen Kopf von Claus weg in einer bogenförmigen Bewegung nach re und senkt den Kopf ab mit Blick zu B
14	<B[ls] <B[gs]	Musste nochmal erklärn -----
11:09	1	B macht eine Kreisbewegung mit ihrem Kopf. Bleibt ansonsten unverändert in ihrer Position
15	<C[ls] <C[gs]	Ich habs nich richtig gehört\ °----- -----°
11:09	1 2	Claus startet (°), hebt seine re Hand an (1), bewegt sie etwa 5cm weiter in Richtung Jakob, rutscht gleichzeitig auf dem Stuhl zu Jakob, legt die re Hand auf der Stuhllehne Jakobs ab (2),

9 Empirie: Beispiel I – Tierpolonaise, Tandem I: Jakob und Claus

	3 4	lässt sie anschließend runter sinken, so dass sie für die Kamera nicht mehr zu sehen ist. Claus sitzt Jakob zugewandt und blickt ihn an (°)
16	>B[ls] >B[gs]	Claus hör ma zu\ -----
11:11	1	B bleibt in ihrer Körperposition unverändert
17 a (a-g)	>J[ls] >J[gs]	Guck (.) hier (.) des is so ne Reihenfolge (.) des is so ne Reihenfolge °-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8-----9-----
11:11	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25	Jakob startet (°) und führt seine li Hand an die Nase, umfasst diese mit Zeigefinger und Daumen. Gleichzeitig wird seine re Hand mit samt dem aufgestützten Unterarm ca. 10cm angehoben und in Richtung Kärtchenreihen geführt. Jakob formt re eine Flachhand, die Handfläche ist nach li gewandt, die re Hand wird seitlich von re über die 3. Positionen der Kärtchenreihen geführt und dort abgesenkt, bleibt aber in der Luft, der Unterarm wird auf dem Tisch aufgelegt, der Blick nach unten in Richtung Kärtchenreihen gerichtet (1). Jakob verschiebt seinen re Arm in Richtung obere Kärtchenreihen, beugt den Oberkörper nach vorne, die re Hand verbleibt in unveränderter Handform, er senkt die Hand über den oberen Kärtchenreihen ab. Die li Hand verbleibt in der Luft. Gleichzeitig wird die li Hand von der Nase weg in Richtung Kärtchenreihen geführt und flach ausgestreckt (2). Jakob formt aus beiden Händen in der Luft mittig über der 1. Reihe ein auf dem Kopf stehendes Dach, indem die Fingerspitzen der beiden flach ausgestreckten Händen zueinander geführt werden, die Handballen in ca. 15cm Abstand zueinanderstehen (3). Jakob bewegt die Hände in einer konstanten Bewegung in ca. 5cm Höhe über der 1. Reihe auseinander mit unveränderten Handformen jeweils nach re bzw. li außen über der 1. Reihe (4) und senkt die Hände dann ab, so dass die Fingerspitzen jeweils die Tischplatte li und re neben der 1. Reihe berühren, die Handflächen weisen zueinander, die Daumen zur Kamera (5). Jakob hebt die Hände auf ca. 15cm über der 2. Reihe an, führt sie erneut zu einem auf dem Kopf stehenden Dach mittig über dieser 2. Reihe zusammen (6), bewegt beide Hände in einer konstanten Bewegung nach li und re außen voneinander weg (7) und führt sie unmittelbar anschließend herab auf die Tischplatte, so dass die Fingerspitzen der Hände jeweils li bzw. re neben der 2. Reihe die Tischplatte berühren, die Handflächen weisen zueinander (8). Jakob blickt zu Claus, dreht dabei die li Hand nach außen und lässt den Handrücken teilweise auf die Tischplatte absinken, gleichzeitig wird die li Hand von den Kärtchenreihen ca. 5cm nach li verschoben (9)
18	>B[ls] >B[gs]	----- °--1-----2-----°
11:13	1	B startet (°) und löst die aufgestützte Position auf, verschiebt ihre re Hand an ihren li Oberarm (1), fährt einmal nach unten (2) und wieder nach oben, verbleibt in dieser Position (°)
17 b (a-g)	J[ls] J[gs]	Des geht des is ne annere (..) des (.) is fast gleich (.) halt nur des is gleich/ -----10-----11-----12-----13-----14-----15-----16-----
11:17	26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43	Jakob blickt zu Claus, führt beide Hände in Staffelhandform ungefähr auf Brusthöhe zueinander, die Ellenbogen auf der Tischplatte aufgestützt, Handflächen zueinanderweisend (10), unmittelbar anschließend werden die Hände ruckartig auseinandergeführt, Handrücken zur Raumdeckeweisend, Jakob blickt zu Claus. Die Hände sind nun ca. 40cm voneinander entfernt, Ellenbogen aufgestützt. Jakob blickt zu den Reihen, die Position wird fixiert (11.) Jakob führt die Hände in Staffelhandform mit den Handrücken nach oben in Richtung obere Kärtchenreihen mit leicht abgespreizten Zeigefingern, die Unterarme werden auf der Tischplatte abgelegt, die li Hand wird neben den unteren Kärtchenreihen abgelegt, Finger weisen in Richtung 3. Reihe, die re Hand wird über der 1. Kärtchenreihe gehalten (12). Jakob führt anschließend mit den Zeigefingern beider Hände wippende Tippbewegungen aus, in dem er die Zeigefinger wiederholt einknickt und wieder streckt über den beiden Reihen 1 und 3, die anderen Finger bleiben entspannt und leicht geöffnet, er blickt Richtung Claus (13). Jakob blickt Richtung Arbeitsbereich, dreht die Hände jeweils um ca. 45° auf, die re Hand im Uhrzeigersinn, die li Hand gegen den Uhrzeigersinn, die li Handkante liegt auf der Tischplatte auf, der li Zeigefinger ist gestreckt und weist Richtung Kärtchenreihe 3, die re Hand wird in der Luft über der Kärtchenreihe 1 gehalten, der rechte Zeigefinger ist gestreckt und weist Richtung Kärtchenreihe 1, diese Position wird gehalten (14.). Jakob führt den re Zeigefinger auf die 1. Position in der 1. Kärtchenreihe und den linken Zeigefinger zur 1. Position in der 3.

9 Empirie: Beispiel I – Tierpolonaise, Tandem I: Jakob und Claus

	44 45 46 47 48 49	Kärtchenreihe und tippt auf diese Positionen (15), nimmt beide Hände in einer ruckartigen Bewegung zurück, die re Hand in Richtung seiner rechten Schulter mit auf dem Tisch aufgestütztem Ellenbogen, Handfläche in Staffelhandform zu Kamera I weisend, der li Ellenbogen wird zum Oberkörper zurückgeführt, der li Unterarm liegt auf der Tischplatte auf, die li Hand wird kurz über der Tischplatte in Staffelhandform gehalten, Handinnenfläche zum Tisch gewandt (16)
17 c (a-g)	J[s] J[gs]	und die zwei sin verkehrt (.) weil da is der Tiger in der Mitte und da an Ende -----17-----18-----19-20-----21-----22-23-24-----
11:23	50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72	Jakob führt die Hände in Staffelhandform, Handflächen zur Tischplatte gewandt in Richtung Kärtchenreihen, so dass sie sich nebeneinander über den Kärtchenreihen befinden, er spreizt beide Zeigefinger ab, tippt mit ihnen in Richtung 2. und 3. Position der 1. Reihe, ohne die dort liegenden Kärtchen zu berühren (17), es folgt eine mehrfach tippende Wippbewegung oberhalb der Positionen 2 und 3 der 1. und 3. Reihe in unveränderten Handformen mit beiden Händen und geführt von den Zeigefingern, die Bewegung endet mit einer Fixierung der tippenden Hände über den Kärtchenreihen (18.). Jakob blickt zu den Kärtchenreihen. Er führt die re Hand in Richtung Tischplatte nach unten in G-Handform und tippt sehr schnell und nahezu ohne Berührung auf das Kärtchen auf Position 3, 3. Reihe (19), zieht die re Hand unmittelbar nach oben, die li Hand wird nahezu zeitgleich in G-Handform zur ersten Reihe geführt. Jakob tippt mit dem li Zeigefinger auf das Kärtchen auf Position 2, 1. Reihe (20), die re Hand wird auf ca. 20cm Höhe über den Kärtchenreihen fixiert, Finger sind teilweise angespannt und abgespreizt und weisen zur Tischplatte, der Ellenbogen ist aufgestützt. Jakob führt die li Hand auf gleiche Höhe wie die re Hand, die Finger sind ähnlich wie bei der re Hand teilweise angespannt und abgespreizt, weisen zur Tischplatte (21). Jakob formt mit der re Hand eine G-Handform, führt sie nach unten in Richtung Tischplatte und tippt ohne Berührung auf das Kärtchen auf Position 3, 3. Reihe (22), zieht den re Zeigefinger unmittelbar nach dem Tippen ein, so dass eine Faust entsteht, zieht die re Hand in Faustform in einer ruckartigen zweistufigen Bewegung mit kurzem Stopp nach oben auf ca. 30cm Höhe, so dass die Ellenbeuge nahezu maximal gebeugt ist. Der Daumen ist zuerst abgespreizt, wird dann an den Zeigefinger angelegt, die Handfläche weist zur Kamera. Die li Hand wird zeitgleich auf der Tischplatte in Faustform neben der 5. Kärtchenreihe abgelegt, die Handfläche zur Tischplatte weisend. Die li Hand wird in Richtung Claus verschoben (23, 24).
17 d (a-g)	J[s] J[gs]	Da is der Elefant in der Mitte und da an Ende (..) und des- darum gibts keine gleiche 25-----26-----27-° °-----1-----2-----3-----4-----
11:28	73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93	Jakobs li Hand bleibt unverändert liegen, die re Hand wird zu den Kärtchenreihen geführt, der Ellenbogen bleibt aufgestützt, Jakob formt eine G-Handform und tippt auf das Kärtchen auf Position 2, 3. Reihe (25), Jakob formt eine Faust, führt die re Hand ruckartig auf Schulterhöhe, Ellenbeuge ist nahezu maximal gebeugt (26), führt sie anschließend in G-Handform auf Position 3, 1. Reihe, blickt zu Claus (27), führt die re Hand in Faustform ruckartig nach oben, so dass die Ellenbeuge nahezu maximal gebeugt ist, die re Hand befindet sich in ca. 30cm Höhe, der Daumen ist an dem Zeigefinger angelegt, die Handfläche weist zu Claus, zeitgleich wird die li Hand in Faustform von der Tischplatte angehoben, der Unterarm bleibt weiterhin auf der Tischplatte liegen (°). Jakob startet erneut und blickt zu den Kärtchenreihen (°), die re Hand wird ca. 15cm nach unten in Richtung Tischplatte geführt, anschließend geöffnet und nach re außen bewegt, so dass die re Handfläche für Claus zu sehen ist, der Handrücken in Richtung B weist, die Finger sind ähnlich einer Staffelhand geformt und leicht abgespreizt. Zeitgleich öffnet Jakob die li Hand, der li Unterarm bleibt auf der Tischplatte aufliegend, die li Hand liegt mit der Handkante bzw. dem kleinen Finger auf der Tischplatte auf, die Handfläche weist zu B bzw. zu seiner re Hand, die Handform gleicht der re Handform (1). Jakob führt die re Hand nach unten auf die zwischen restlichem Kartenstapel und den nachgelegten Reihenfolgen auf der Seite liegende braune Tigerfigur, umfasst diese mit der gesamten Hand von oben, gleichzeitig wird die li Hand mit der Handfläche in Staffelhandform auf der Tischplatte abgelegt, Jakob blickt nach unten (2) Jakob hebt die Tigerfigur ca. 10cm an, dreht sie in der re Hand so, dass ihre Füße zur Tischplatte weisen und stellt sie auf den Tisch vor sich ab, umfasst sie weiterhin von oben mit der re Hand (3). Er verschiebt die braune Tigerfigur näher an seine Oberkörper und etwas nach re (4)

9 Empirie: Beispiel I – Tierpolonaise, Tandem I: Jakob und Claus

17 e (a-g)	<J[ls]	E z wenn man zwei Möglichkeiten zweimal macht dann isses ja unlogisch (.)
	<J[gs]	-----5-----6----7-----8-----
11:33	94	Jakob hebt die li Hand an und führt sie mit weiterhin auf der Tischkante gestütztem Unterarm nach re, umfasst die weiße Tigerfigur, die zwischen nachgelegten Reihenfolgen und dem restlichen Kartenstapel steht, mit der li Hand von oben (5) und verschiebt sie etwas näher an seinen Oberkörper heran und nach re, so dass sie genau neben der braunen Tigerfigur steht. Beide Tigerfiguren sind mit dem Gesicht in Richtung B ausgerichtet und stehen genau nebeneinander auf dem Tisch vor Jakobs Oberkörper (6). Jakob bewegt beide Hände zeitgleich von den Tigerfiguren weg in Richtung seines Oberkörpers, die Unterarme sind beide auf der Tischkante abgelegt. Die Hände werden in O-Handform zueinander geführt und flach mit den Handflächen in Gebetshaltung aneinander gelegt in ca. 10cm Höhe (7). Anschließend werden die Gebetshände mit den Fingern miteinander verschränkt und auf der Tischkante abgelegt, so dass die Unterarme nahezu hinter der Tischplatte verschwinden und Jakobs Hände vor seiner Brust an der Tischkante gehalten werden. Diese Handposition wird fixiert. Jakob schaut Claus' Hand hinterher (8.)
	95	
	96	
	97	
	98	
	99	
	100	
	101	
	102	
	103	
	104	
105		
106		
19	<C[ls]	Tsch tsch tsch (<i>unverstl.</i>)
	<C[gs]	°--1----2----3-----4----5---°
11:36	1	Claus startet (°) und dreht sich mit seinem gesamten Körper zu B, blickt auf die Kärtchenreihen. Führt seine re Hand in C-Handform zu den Kärtchenreihen. Er tippt mit der C-Handform in der Luft auf Position 3, 6. Reihe (1), dann auf Position 2, 6. Reihe (2), auf Position 1, 6. Reihe (3), bewegt die Hand in Staffelhandform nach vorne ungefähr mittig über die gesamten Kärtchenreihen, tippt zweimal mit allen Fingern wie in einer Greifbewegung nach unten in Richtung Kärtchenreihen (4, 5), zieht die re Hand anschließend nach oben, die Handfläche weist kurz zur Kamera, die Hand ist flach gehalten und wird in einer bogenförmigen Bewegung nach hinten zu seinem Oberkörper geführt, verschwindet hinter der Tischplatte und ist für die Kamera nicht mehr zu sehen, Claus neigt sich mit seinem Oberkörper zu Jakob und blickt weiterhin auf den Arbeitsbereich (°)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	17 f (a-g)	
J[gs]		-----9-----°
11:38	108	Jakobs Hände werden nach unten geführt und verschwinden in zwei Stufen vollständig hinter der Tischplatte, sind für die Kamera nicht mehr zu sehen (9, °), Jakob bewegt den Kopf hin und her, schaut zu Claus, schaut anschließend auf den Arbeitsbereich
	109	
	110	
17 g (a-g)	J[ls]	sein sondern sechs
	J[gs]	
11:43	111	Jakob schaut zu Claus, bleibt ansonsten in unveränderter Körperposition

Tab. 9.3.1_3 Transkriptausschnitt Beispiel I

Zusammenfassende Interpretation der Interaktionsanalyse

Zu Beginn der analysierten Transkriptsequenz scheint Claus etwas an den gefundenen sechs Reihenfolgen zu überprüfen. Er tippt diese in der Luft teilweise ab (vgl. Äußerung Ia.7ff)²²⁵ und betrachtet sie offenbar näher, möglicherweise zunächst, um zu sehen, ob die gerade auf dem Podest stehende Reihenfolge – aus Sicht der Schüler in Leserichtung: *Elefant, weißer Tiger, brauner Tiger* – bereits nachgelegt wurde. Mit Blick auf die der ausgewählten Sequenz vorausgehenden Situation wurde als Deutung in der ausführlichen Interaktionsanalyse (vgl. Anhang 2-1) für Claus' Agieren angenommen, dass es für ihn zentrales Thema zu sein scheint, weitere Reihenfolgen zu finden. Dies beabsichtigt er mutmaßlich auch im Folgenden, denn er

²²⁵ Zur Erinnerung: Äußerung Ia.7ff steht hier für Teil a von Äußerung I, Zeile 7ff der Beschreibungen der körpersprachlichen Äußerung (vgl. Kap. 8.6).

umgreift die Tierfiguren auf dem Podest (vgl. Äußerung 1a.14ff), möchte sie vielleicht neu anordnen. Weder die vorausgehende Situation, in der Claus bereits verschiedene Reihenfolgen auf dem Podest gestellt hat und Jakob jede dieser Reihenfolgen als bereits vorhanden bezeichnete, noch die aktuelle ausführlichere Betrachtung der bereits gefundenen und nachgelegten sechs Reihenfolgen scheinen Claus in seiner Absicht, weitere Reihenfolgen finden zu wollen, zu beeinflussen. Für Claus bleibt offenbar die *Rahmung*²²⁶ des Suchens von Reihenfolgen weiterhin aktiviert.

Jakob unterbricht diese Aktion von Claus mit einem deutlich betonten Ausspruch „s gibt (.) **hoarr**“ (Äußerung 2). Gleichzeitig scheint er sich von dem Arbeitsbereich und Claus abzuwenden (vgl. Äußerung 2.4), der mittlerweile – wohl aufgrund von Jakobs Äußerung – in seiner Position mit den Händen an den Tierfiguren verharrt und zu Jakob schaut. In der ausführlichen Interaktionsanalyse (vgl. Anhang 2-1) wurde vermutet, dass Jakob sich über die Beharrlichkeit von Claus ärgern könnte, immer weitere Reihenfolgen finden zu wollen und mit seinem Ausspruch auch eine gewisse Gereiztheit zum Ausdruck bringt. Das Abwenden schafft Distanz, auch zu dem, was Claus gerade tut, so als wolle Jakob dafür keine Verantwortung übernehmen. Vermutlich ist für Jakob bereits an dieser Stelle in der Interaktion deutlich geworden, was er in Äußerung 4 dann auf die Frage von B „gibts noch eine!“ (Äußerung 3) als Schlussfolgerung zunächst ohne weitere Erklärung oder Kommentierung in den Raum stellt: „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten“. Mit einer dazu fehlenden weiteren Erklärung, etwa, warum er davon ausgeht, erzielt Jakob eine eventuell von ihm auch in dieser Weise beabsichtigte Reaktion seiner Interaktionspartner*innen: Aufmerksamkeit aufgrund einer mindestens erklärungsbedürftigen These, die einer Überprüfung standhalten müsste. Claus scheint zunächst keine Idee zu haben, was Jakob damit meinen könnte, denn er reagiert unmittelbar deutlich mit einem fragenden und betonten „**hä!**“ (Äußerung 1c) und dem Blick in die Kamera bzw. in einen Bereich außerhalb des Arbeitsbereichs der Schüler. B könnte ebenso überrascht sein bzw. nachdenklich, was sich u. a. auch daran zeigt, dass sie ihren Zeigefinger und Daumen vor dem Mund wie eine Art Zuspitzung auf das Wesentliche oder auch als Ausdruck von Nachdenklichkeit oder fehlender Worte zusammenführt (vgl. Äußerung 5.2) und eine gleich zweimal formulierte Frage an Jakob zu richten scheint: „Warum weißt du das/ (.) warum denkst du das!“ (Äußerung 5). Sie verändert – man könnte auch sagen *korrigiert* – ihre Formulierung von

²²⁶ Mit dem Begriff der *Rahmung* beziehe ich mich hier wie im Folgenden auf die Darstellungen der Ansätze von Krummheuer (1992) und Schreiber (2010) in den Kapiteln 4.2 und 7.2; bei den auf diese Analysezusammenfassung folgenden Semiotischen Analyse diesbezüglich immer auch auf Peirce' *Ground* des Repräsentamens (vgl. Kap. 6.3 u. Kap. 7.2). Es ist dazu anzumerken, dass innerhalb meiner Analysen nur ausgewählte, auf das konkret Verhandelte bezogene Rahmungen der Interagierenden beschrieben werden. Dabei ist davon auszugehen, dass die jeweiligen Interagierenden noch weitere, auch mehrere übergeordnete Rahmungen zeitgleich oder ineinander übergreifend aktivieren, z. B. könnte man Claus und Jakob zusätzlich eine Schul- und Mathematikunterrichts-Rahmung unterstellen oder auch B eine didaktisch-methodische Rahmung oder eine Rahmung bezüglich der Erzeugung von Daten für Analysen von Mathematiklernprozessen usw. Mehr als von einzelnen Rahmungen ist also viel eher von einer Fülle von auch ineinander verschachtelten Rahmungen auszugehen, die bei den Interagierenden gleichzeitig aktiviert werden. Sie sind als subjektiv unterschiedlich zu verstehen, je nachdem wie sich der entsprechende Erfahrungshintergrund der Personen gestaltet.

wissen zu *denken*, um vermutlich auch für Claus alternative Interpretationen offen zu halten. Zunächst zu *denken*, dass etwas ist, könnte etwa im Sinne von *davon ausgehen, aber nicht definitiv wissen* gedeutet werden und schafft den Raum dafür, dass es auch durchaus anders sein könnte. Weiß man etwas, schafft dies gewissermaßen Tatsachen, weil man dann mutmaßlich begründete Belege dafür anbringen kann. Die erste Frage von B impliziert gleichzeitig eine gewisse Zustimmung, während die zweite Frage eine Bewertung von Jakobs zuvor hervorgebrachter Äußerung eher offenlässt.

Jakob versucht im Folgenden mit seinen insgesamt zwei ausführlichen Erläuterungen seine Erkenntnisse bezüglich der Anzahl von genau sechs Reihenfolgen, die aus drei Tieren erzeugt werden können, darzustellen. Dabei kann ihm ein *Rahmungswechsel* unterstellt werden, den er ebenso zum Ausdruck bringt. Dieser Rahmungswechsel von dem *Suchen nach weiteren Reihenfolgen* zu der *Erkenntnis, dass alle Möglichkeiten gefunden sind*, erfordert offenbar aus Bs Sicht mindestens eine weiterreichende Erklärung, die sie mit ihren Fragen in Äußerung 5 beabsichtigt von Jakob zu erhalten. Jakobs mutmaßlicher Versuch einer Antwort auf Bs Fragen in Äußerung 6 in Form einer mit *weil* eingeleiteten Begründung „weil wir schon alle **haben**“ scheint dabei die Erwartung von B nicht zu erfüllen oder zumindest keine hinreichende Erklärung seiner Schlussfolgerung für B zu sein (vgl. Äußerung 7a u.7b). Claus versucht offenbar zur gleichen Zeit, sich selbst eine Erklärung an den Reihenfolgen zu erarbeiten, die er lautsprachlich mit „**zeig** mal\ (,)“ (Äußerung 8a) einleitet. Diese Äußerung richtet er zunächst wohl an sich selbst, denn er scheint gleich darauf etwas an den Reihen zu zeigen. Offenbar geht er davon aus, dass daran Jakob seine Erkenntnis gewonnen haben könnte, die er nun mutmaßlich nachvollziehen will. Seine Gestik des Führens der rechten Hand mit samt der sich darin befindlichen Tigerfiguren auf seinen Kopf, kann hier als Nachdenken und dem Suchen nach Gedanken gedeutet werden. Claus bewegt damit sein Material, mit dem er mutmaßlich gerade noch etwas im Arbeitsbereich machen wollte, heraus aus diesem Bereich und verlagert seinen Aktionsraum der Hände auf den Kopf. Vergleichbar ist diese Geste etwa mit einem Kratzen am Kopf oder dem Führen einer Hand an die Stirn z. B., wenn jemand innehalten und einen Moment nachdenken muss, etwa über das, was er gerade wahrnimmt. Möglicherweise kann Claus also Jakobs Äußerung 4 hier noch nicht einordnen oder nachvollziehen und beabsichtigt nun, an den Reihen eine sinnvolle Deutung von Jakobs Äußerung entwickeln zu können. Vielleicht deshalb besinnt sich Claus in der Folge auf eine mutmaßlich ihm vertraute Rahmung für die Bewältigung von unbekanntem mathematischen Problemen, bei denen es um eine Anzahl (vgl. Jakobs Äußerung 4 „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten“) zu gehen scheint: Claus bewegt sich offensichtlich nun stärker im mathematischen Bereich der Zahlen und Operationen und beginnt damit, die Kärtchen oder Positionen von der ersten Reihe und der ersten Position beginnend abzuzählen, indem er zunächst auf jede einzelne Position oder jedes einzelne gelegte Kärtchen tippt (vgl. Abb. 9.3.1_6).

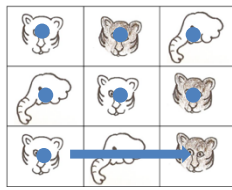


Abb. 9.3.1_6 Tipp- und Zeigebewegungen von Claus über den Reihen eins bis drei, Äußerung 8a

Ab der zweiten Position der dritten Reihenfolge führt er dann konstante Zeigebewegungen über den Reihen aus (vgl. Äußerungen 8a.10ff, 8a.15ff u. 8b.17ff) und scheint in flüsternder Weise und somit für seine Interaktionspartner*innen zunehmend weniger hörbar, mit seiner Gestik eine gesprochene Zahlenfolge an die Kärtchen und dann auch an die Reihen zu binden. Der Wechsel vom Tippen auf einzelne Positionen oder Kärtchen einerseits zum Entlangfahren mit dem Zeigefinger über ganze Reihen andererseits kann darauf hinweisen, dass Claus eine Irritation erlebt, wenn er bei der ersten Position der dritten Reihenfolge im Zählvorgang bei sieben angekommen sein könnte, obwohl Jakob doch von sechs Möglichkeiten in Äußerung 4 gesprochen hatte. Die Anzahl von sieben stellt hier also möglicherweise für Claus einen Widerspruch zu dem zuvor von Jakob Geäußerten dar, was an dem Wechsel der Gestik nachvollziehbar zum Ausdruck kommen könnte. Claus hat mit dem konstanten Streichen bzw. Entlangfahren über den Reihen potentiell die Möglichkeit, die Anzahl sechs in den Reihenfolgen wiederzufinden, nämlich dann, wenn er nun noch einmal den Zählprozess nicht der einzelnen Positionen, sondern der Reihenfolgen beginnen würde, und zwar von der ersten Reihenfolge an. Er unternimmt aber vorerst keinen solchen zweiten Zählversuch.

Jakob lässt in der Interaktion einen Verweis auf das, auf was sich konkret seine Äußerungen 4 und 6 beziehen (sollen), offen. Es kann ihm unterstellt werden, dass er als gemeinsamen übergeordneten Deutungsrahmen das gegebene mathematische Problem und damit das Finden aller voneinander verschiedenen Reihenfolgen aktiviert, die aus drei Tieren erzeugt werden können. Diesen gemeinsamen Hintergrund scheinen in der ausgewählten Sequenz der Interaktion alle drei Interagierenden vorauszusetzen bzw. er beruht möglicherweise auf vorherigen Aushandlungsprozessen und aktivierten Rahmungen von mathematischen Situationen bei allen Beteiligten. Sie unterstellen sich mutmaßlich gegenseitig in der ausgewählten Sequenz den Wunsch der Entwicklung einer adäquaten und von allen akzeptierten Lösung, als gemeinsam zu verfolgendes Ziel. Diese Vereinbarung scheint als *übergeordnete gemeinsame Rahmung* der Beteiligten aktiviert zu sein (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18, S. 34 u. S. 38; Schreiber, 2010; Kap. 4.2). Dabei scheint aber Claus an einer anderen Stelle im Lösungsprozess zu stehen als Jakob, was zu einer *Rahmungsdifferenz* im

Aushandlungsprozess der beiden Schüler, eingefasst in dieser übergeordneten Rahmung des Findens einer Lösung, führt.²²⁷

In der weiteren Interaktion scheint Äußerung 4, vermutlich in Zusammenhang mit Äußerung 6, das zentrale Thema der weiteren Auseinandersetzung zu sein. Jakob generiert mutmaßlich als Folge der vermeintlich rhetorisch konturierten Frage von B in Äußerung 7c „kannst du ihm das nochmal erklären“ eine erste Erklärung für seine Erkenntnis über die sechs Möglichkeiten, wobei weder er noch B darauf einzugehen scheinen, was Claus an den Reihenfolgen versuchte zu zählen oder zu zeigen. Claus' Absichten, die mit diesem Zählprozess verbunden waren, werden hier und in der gesamten weiteren Sequenz nicht mehr von seinen Interaktionspartner*innen, etwa durch Nachfragen, aufgegriffen, sondern B scheint vielmehr durch ihre Aufforderung zu einer Erklärung zunächst den Erkenntnissen Jakobs einen zentralen Stellenwert für die Interaktion zuzuweisen. Möglicherweise schätzt sie Jakobs Äußerung als zielführend bezüglich des gemeinsamen Lösungsprozesses ein.

In dem darauffolgenden ersten größeren Äußerungskomplex der Äußerung 9 (a-e) kommt Jakob offenbar dem Wunsch Bs nach einer weiteren Erklärung nach, richtet sich dabei aber zunächst gezielt an Claus, den er zuerst zum *Gucken* auffordert (vgl. Äußerung 9a). Jakob fokussiert dabei vor allem die Reihenfolgen eins und drei innerhalb dieser ersten Erklärung (vgl. Abb. 9.3.1_7).

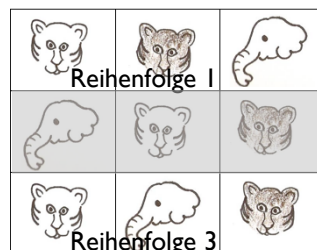


Abb. 9.3.1_7 Jakobs und Claus' gefundene und nachgelegte Reihenfolgen eins, zwei und drei

Dabei nutzt er lautsprachlich die dritte Person Singular „**des** is **so** (.)“ und e **des** is **so** (.)“ (Äußerung 9b) und scheint sich zunächst auf Tatsachen, nämlich dass etwas so und so ist, zu beziehen, die sich möglicherweise besonders leicht anhand der Reihenfolgen nachvollziehen

²²⁷ Der Begriff der *Rahmungsdifferenz* stammt von Krummheuer (1992) (vgl. Kap. 4.2): Er beschreibt *Rahmungsdifferenzen* in Schüler*innen-Lehrer*innen-Interaktionen hauptsächlich auf den unterschiedlichen fachlichen Stand von Schüler*innen und Lehrenden bezogen. In diesem Zusammenhang spricht Krummheuer (1992) auch von eher *übergeordneten* Rahmungen, die von den Beteiligten mehr oder weniger geteilt würden und zu einem Arbeitskonsens führen, wie hier im Beispiel etwa das gemeinsame Ziel, alle voneinander verschiedene Reihenfolgen der Anordnung von drei Elementen zu finden und damit das gegebene mathematische Problem zu lösen. *Rahmungsdifferenzen* beschreibt Krummheuer (1992) dann bezogen auf diese übergeordneten Rahmungen in Anlehnung an Goffman (1974), der „[...] verdeutlicht, daß in der Interaktion ‚Klammern‘ gesetzt werden, außerhalb derer eine gemeinsam geteilt geltende Rahmung vorherrscht und innerhalb derer Aushandlungsprozesse auf der Basis von Rahmungsdifferenzen stattfinden.“ (Krummheuer, 1992, S. 38, Hervorhebung im Original).

lassen. Erst unter Einbezug der gleichzeitig dazu ausgeführten Zeigegesten (vgl. Äußerung 9b.11ff) wird deutlich, welche Reihenfolgen Jakob mit seiner Äußerung mutmaßlich jeweils meint, nämlich die erste und die dritte Reihenfolge. Gestisch leitet er zunächst durch eine Handform in die Erklärung ein, die Dachhände (vgl. Äußerung 9a.5ff), indem er seine beiden flachen, gestreckten und zueinander gewandten Hände zu einem spitzzulaufenden Dach formt, wobei sich beide Hände an den Fingerspitzen berühren. Dieses *Dach* sammelt bzw. spitzt gewissermaßen die Aufmerksamkeit auf das nun Folgende zu, verweist damit auf Konzentration und die Zentralisierung der Gedanken. Jakob tippt im Folgenden auf die einzelnen Positionen der fokussierten Reihenfolgen, wobei er die erste Reihe insgesamt dreimal mit einer tippenden und zeigenden Geste betont (vgl. Äußerung 9b.12ff). Die Gestik scheint, anders als die Lautsprache, damit offenbar nicht nur eine einzelne Reihenfolge, sondern spezieller die sich darin befindlichen Positionen anzuzeigen und damit auch genauer zu definieren, was Jakob hier lautsprachlich mit „des is so“ meint. Sein Ausspruch könnte etwa durch „des is so [aufgebaut]“ ergänzt gedacht werden. Außerdem wird durch die Gestik auch deutlich, wie Jakob hier genau Reihenfolgen betrachten möchte, nämlich nicht nur in ihren einzelnen Positionen, sondern vornehmlich in ihrer jeweiligen *Positionsfolge*, also offenbar stärker bezogen auf den Aufbau der jeweiligen Reihenfolge durch erste, zweite und dritte Position. Durch das mehrmalige Anzeigen der ersten Reihe möchte Jakob mutmaßlich sicherstellen, dass Claus und B die von ihm fokussierte Reihe auch tatsächlich als zentral für die folgende Erklärung registrieren und seine Ausführungen zunächst hier verorten. Es könnte auch sein, dass Jakob selbst zunächst eine damit möglicherweise vergleichbare Reihe suchen muss, vielleicht um seine Erklärung gleich verständlich darstellen zu können, und durch das mehrmalige Zeigen gewinnt er zunächst hier Zeit, diese Reihe zu finden. Zeige- und Mittelfinger scheinen die beiden Reihen eins und drei dann schließlich gewissermaßen festzuhalten (vgl. Äußerung 9b.21ff), vermutlich weil Jakob daran seine weitere Erläuterung festmachen möchte oder sie als eine Art Zwischenbilanz im Prozess des Erklärens ausweist und sichert. Es kann vermutet werden, dass Jakob nicht nur deshalb bei der ersten und dritten Reihenfolge seine Erklärung beginnt, weil er selbst erkennt, dass diese beiden Reihen aufgrund ihrer gleichen Besetzung der ersten Positionen besonders geeignet für eine Erklärung der Anzahl von insgesamt sechs Reihenfolgen sind, sondern mutmaßlich entwickelt er die Fokussierung auf diese Reihen auch aus Claus' Äußerung 8 heraus, in der dieser bis zur ersten Position der dritten Reihe jede Position, angefangen von der ersten Position in der ersten Reihe, in Leserichtung abtippte (vgl. Äußerungen 8a.10ff u. 8b.17ff). Jakob imitiert gewissermaßen Claus' Zeigegesten, greift dessen Zeichen auf und integriert sie in den Einstieg seiner eigenen Erklärung. Dass Claus ausgerechnet bei Position eins in der dritten Reihe dann zu einer zeigenden Geste über den weiteren Reihen wechselte (vgl. Äußerung 8a.15f), könnte Jakobs Aufmerksamkeit darauf gelenkt haben, dass die ersten Positionen in der ersten und dritten Reihenfolge gleich, nämlich mit dem weißen Tiger, besetzt sind. Jakobs Gesten könnte man also auch als ein Aufgreifen und eine Weiterentwicklung von Claus' Gesten verstehen, möglicherweise auch, um Claus' mithilfe seiner eigenen Äußerungsweise mit einzubeziehen.

Beide Schüler greifen in dieser Deutung auf ein ähnliches Äußerungs- und auch Referenzrepertoire zurück.

Jakob scheint in Äußerung 9c zunächst ein rein lautsprachlich ausgedrücktes Gegenbeispiel zu einer möglichen Reihenfolge hypothetisch zu entwerfen, dass er an die Reihen eins und drei bindet und beschreibt dies wie folgt: „und wenn du des Gleiche wie da halt dann machst dann geht des net“ (Äußerung 9c). Die Reihen eins und drei unterscheiden sich in der Besetzung der zweiten und dritten Position und könnten durch eine einfache Vertauschung dieser Positionen ineinander übergeführt werden. Jakob beschreibt hier also an Reihen, die sich unterscheiden, dass etwas Gleiches – eine gleiche Positionsbesetzung – *nicht gehen* würde. In der ausführlichen Interaktionsanalyse (vgl. Anhang 2-1) wurde herausgearbeitet, dass Jakob hier mutmaßlich die Gleichheit der beiden Reihenfolgen eins und drei bezogen auf die Besetzung der zweiten und dritten Position als *nicht gehend* (vgl. Äußerung 9c) im Sinne der zu generierenden Lösungsmenge von verschiedenen Reihenfolgen beschreibt. Gleichheit zieht er diese Reihen heran, um Unterschiedlichkeit als Bedingung für die Reihenfolgen in der Lösungsmenge herauszuarbeiten, und zwar beispielhaft an zwei Reihenfolgen, die in der ersten Position gleich, in der zweiten und dritten Position aber unterschiedlich besetzt sind. Seine Formulierung als wenn-dann-Kausalität unterstützt eine solche Deutung der Beschreibung von hypothetisch angenommenen Besetzungen der Positionen, die er dann als *nicht gehend* ausschließt.

Im Anschluss beschreibt Jakob, was in seinen Augen demgegenüber offenbar *geht*, also mutmaßlich der Lösungsmenge des gegebenen mathematischen Problems entspricht, nämlich die Reihen eins und drei in ihrer tatsächlichen aktuellen Gestalt mit einer gleich besetzten ersten Position und den vertauschten zweiten und dritten Positionen: „un des geht jetzt (.) weil die weißen sin ja gleich un des is ja umgetauscht (..) un des **geht** dann“ (Äußerung 9d). Die Lautsprache ist hier so strukturiert, dass der Ausspruch „des geht jetzt“ bzw. „des **geht** dann“ die Begründung dafür gewissermaßen einrahmt. Sowohl gestisch als auch lautsprachlich verweist Jakob hier mathematisch betrachtet auf die Vertauschung bzw. auf die Permutation von n Elementen ($n=3$), wobei sich feststellen lässt, dass die Gestik obligatorisch ist, und zwar nicht nur deshalb, weil es sonst schwerfallen würde, Jakobs lautsprachliche Ausführungen deuten zu können, sondern weil die Gestik die Funktion der Zuordnung der Lautsprache zu den gemeinten Reihen und Positionen erst übernimmt (vgl. Äußerungen 9d.50ff u. 9d.59ff). Als Tippbewegung mit den Zeigefingern beider Hände Jakobs ergibt sich an dieser Stelle folgendes Bild (vgl. Abb. 9.3.1_8):

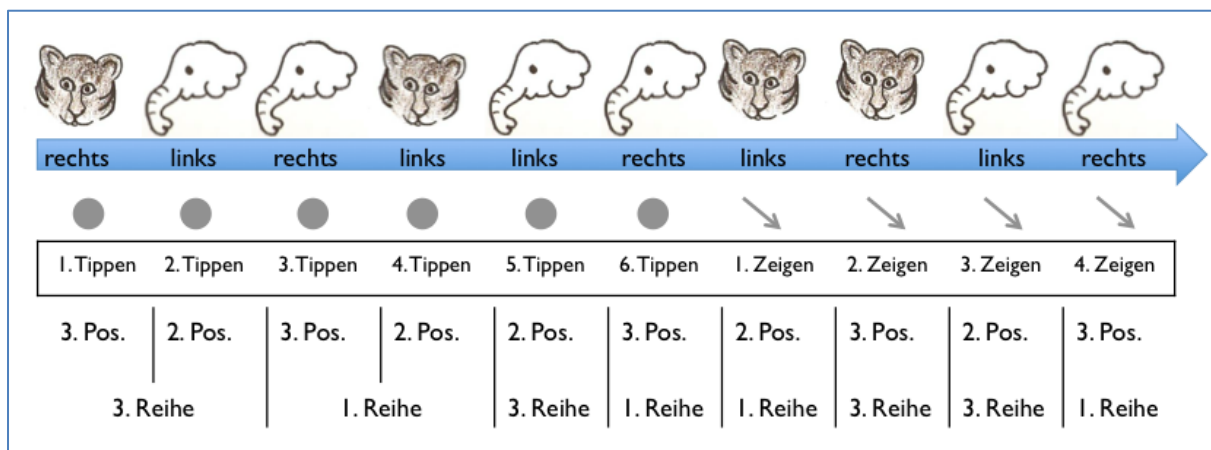


Abb. 9.3.1_8 Die Tipp- und Zeigebewegung Jakobs über den Reihen eins und drei in Äußerung 9d

Die Tipp- und Zeigebewegung Jakobs zeigt vergleichbare Strukturen der Reihen eins und drei, vornehmlich bezogen auf die Positionen zwei und drei der beiden Reihenfolgen. Die Relationen werden durch die Abfolge des Tippens und Zeigens deutlich von Jakob herausgestellt. Der Wechsel von Tippen auf Zeigen verweist einerseits auf eine Verallgemeinerung, andererseits auf eine stärkere Betonung des Vorgangs des Vertauschens, der hier durch die Permutationsgeste angezeigt wird (vgl. ausführliche Interaktionsanalyse I, Anhang 2-1).

Die anderen beiden Interaktionsteilnehmer*innen B und Claus lassen Jakobs Ausführungen bislang weitgehend unkommentiert. Lediglich B bringt ein „mhm/“ in Äußerung 10 hervor, das vermutlich für Zustimmung und Aufmerksamkeit steht und ihr zurückhaltendes Verhalten zusätzlich zu ihrer unveränderten Körperposition (vgl. Äußerung 10.1) unterstreicht. Bs Äußerung soll Jakob vielleicht auch motivieren für weitere Ausführungen. Jakob deutet dies vielleicht eher so, dass beide Interaktionspartner*innen eine Wiederholung der Erklärung benötigen, denn er stellt nun im Prinzip das, was er in Äußerung 9c bereits konkret an den Reihen 1 und 3 verortet beschrieben hat, in etwas allgemeinerer Weise dar: „un wenn man zwei selbe macht dann dann isses unlogisch wer des dann nehmt (.)“ (Äußerung 9e). Symmetrische Handformen und ähnliche Gesten beider Hände Jakobs im Äußerungskomplex 9 (vgl. Äußerungen 9e.74ff u. 9e.80ff) werden als Repräsentation für Gleichheit und den Verweis auf allgemein gültige Aussagen in der ausführlichen Interaktionsanalyse gedeutet (vgl. Anhang 2-1). Das anschließende Ablegen der Hände übereinander vor dem Oberkörper (vgl. Äußerung 9e.86ff) gibt einen Hinweis darauf, dass Jakob nun mit seiner ersten Erklärung zu einem Ende kommen möchte. Seine Schlussfolgerung wiederholt er dazu noch einmal in Äußerung 11 „also gibts nur sechs Möglichkeiten“ und leitet diese quasi aus den zuvor gemachten Ausführungen ab. Es handelt sich um eine fast identische Wiederholung von Äußerung 4, was die Zentralität dieser Aussage und der damit im Prinzip regelrecht eingerahmten Erklärung unterstreicht.

In Äußerung 12: „was (.) was hast du gesagt!“ und Äußerung 15: „Ich hab's nicht richtig gehört!“ stellt Claus sein Nicht-Verstehen heraus und begründet im Nachgang offenbar akustisch, warum er Jakobs Ausführungen nicht folgen konnte, während ihm von Jakob und B mutmaßlich eher mangelnde Aufmerksamkeit unterstellt wird (vgl. Äußerungen 13 u. 16). Weder B noch Jakob interpretieren Claus' Äußerung 12 als inhaltliche Nachfrage, etwa nach dem, was Jakob mit sechs Möglichkeiten gemeint haben könnte. Und auch Claus scheint zumindest eine mögliche Absicht in dieser Richtung nicht weiter aufzugreifen. B fordert Jakob in diesem Abschnitt der Interaktion deutlich auf, noch einmal eine Erklärung zu erzeugen (vgl. Äußerung 14) und zeigt dabei eine kreisende Kopfgeste (vgl. Äußerung 14.1), die vermutlich für Wiederholung oder einen Neuanfang bezüglich einer solchen Erläuterung steht. Vor allem Claus und B scheinen an diesem Punkt der Interaktion darauf bedacht, diese bzw. die als übergeordnet angenommene Rahmung unbedingt aufrechtzuerhalten. Die übergeordnete Rahmung rückt sozusagen thematisch in den Vordergrund, weil die Verständigung auf einen weiteren gemeinsamen Arbeitskonsens in diesem kurzen Abschnitt wichtiger erscheint als die eigentliche inhaltliche Auseinandersetzung. Bei Claus zeigt sich an Äußerung 15, dass er sich ungefragt offenbar dazu verpflichtet fühlt, seine Äußerung 12 zu begründen. B fordert in Äußerung 16 Claus zum Zuhören auf, um möglicherweise Jakob gegenüber gewissermaßen fair zu bleiben und sozusagen von beiden Schülern etwas einzufordern: von Jakob eine zweite Erklärung, von Claus ungeteilte Aufmerksamkeit. Jakob zeigt sich erneut etwas genervt oder gereizt, was sich an seinem Ausspruch „**hoarr!**“ (Äußerung 13) und in der abwendenden Körperbewegung im Prinzip als Wiederholung von Äußerung 2 rekonstruieren lässt. Die Interaktion scheint hier offenbar in Bs und vielleicht auch Claus' Augen potentiell abrechnen zu können, weil sie eventuell befürchten, Jakob könnte zu keiner weiteren Erläuterung bereit sein. Sie ringen mehr oder weniger darum, dass Jakob in den gemeinsamen Arbeitskonsens einer weiteren Erklärung zugunsten der übergeordneten Rahmung der gemeinsamen Lösung des gegebenen mathematischen Problems einwilligt.

Jakob beginnt in dem zweiten großen Äußerungskomplex 17 anschließend eine weitere Erklärung, in der er sowohl lautsprachlich als auch gestisch Wiederholungen aus der ersten Erklärung nutzt, aber auch an ganz bestimmten Stellen Variationen vornimmt. Zum einen könnte Jakob davon ausgehen, dass Claus und auch B seiner Erklärung besser folgen können, wenn die zweite Erklärung auf den gemeinsamen Hintergrund oder die gemeinsame Erfahrung der ersten Erklärung aufbaut. Sie stellt im Peirce'schen Sinne u. a. den *Ground* oder auf die Interaktion bezogen den *Commens* (vgl. Kap. 6.3 u. 7.2) für die zweite Erklärung dar. Wiederholungen schaffen Vertrautheit und ermöglichen potentiell einen Zugang durch bereits bekannte Darstellungen in Gestik und Lautsprache. Zum anderen möchte Jakob vielleicht durch die Variationen bewerkstelligen, dass Claus und B an entscheidenden Stellen eine alternative Form der Darstellung zu möglicherweise in der ersten Erklärung für sie schwer verständlichen Aspekten erhalten.

Erneut beginnt Jakob seine Erklärung mit „guck (.) **hier** (.) des is **so** ne Reihenfolge (.) des is **so** ne Reihenfolge“ (Äußerung 17a). Betonungen und Pausen tragen wiederholt zur Strukturierung und dem Herausstellen zentraler Aspekte, die gestisch synchronisiert angezeigt werden, bei. Ebenso verortet Jakob auch seine zweite Erklärung an den oberen Reihen, diesmal fokussiert er die erste und zweite Reihe, die rein gestisch angezeigt werden, und ergänzt in seiner Lautsprache den Begriff *Reihenfolge*. Vielleicht deutet Jakob Claus' Abtippen der Positionen in den Reihenfolgen 1 bis 3 und das anschließende weitere Anzeigen der Reihen drei, vier, fünf und sechs, verbunden mit dem lautsprachlichen Aufzählen der Zahlwortreihe (vgl. Äußerungen 8a u. b) als Zählvorgang der einzelnen Kärtchen oder Positionen und ergänzt deshalb den Begriff Reihenfolge zusätzlich mit auffällig die Gesamtheit betonenden Gesten. Möglich ist, dass Jakob hier unterschwellig die bereits beschriebene *Rahmungsdifferenz* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 38; Kap. 4.2) zwischen Claus und ihm wahrnimmt, auch wenn er diese nicht direkt thematisiert oder aktiv aufzulösen versucht: Während Jakob in Äußerung 4 und 6 vermeintlich auf *Reihenfolgen* referieren wollte, könnte Claus aufgrund des gleichzeitigen Suchens im Kartenstapel durch Jakob stärker die *einzelnen Positionen* oder *Kärtchen* als zentral gedeutet haben und daher mit seinem Zählprozess auf der Suche nach *sechs Kärtchen oder Positionen* gewesen sein anstatt nach *sechs Reihenfolgen*.

Wurden die Dachhände in der ersten Erklärung von Jakob als Verweis auf eine Art Sammlung oder als Repräsentation der Zuspitzung auf das Wesentliche genutzt (vgl. Äußerung 9a.5ff), verwendet Jakob sie nun darüber hinaus in einer effizient an den mathematischen Inhalt seiner Erläuterung angepassten Weise. Er formt sie nämlich auf dem Kopf stehend, als eine Art Blickführungs-Fokus fast im Sinne eines Kameraobjektivs (vgl. Äußerung 17a.10ff). Das Dach wird im Anschluss an das Anzeigen der ersten Reihenfolge über dieser Reihe gleichmäßig mit beiden Händen nach links und rechts geöffnet (vgl. Äußerungen 17a.13ff u. 17a.20ff). Auf diese Weise werden die ersten und die zweiten Reihenfolgen ganz gezielt und in ihrer jeweiligen Gesamtheit durch die Dachhände fokussiert und weniger bezogen auf ihren Aufbau oder die einzelnen Positionen. Jakob gestikuliert und benennt den Begriff *Reihenfolge* oder das, was er darunter versteht oder hier verstanden wissen möchte: Eine Gesamtheit, die sich in der Dokumentationsform der Schüler über eine Zeile erstreckt und dabei alle drei Positionen umfasst. Jakob übernimmt also Gesten aus seiner ersten Erklärung und etabliert sie in angepasster und weiterentwickelter Form als Referenz auf mathematisch Wesentliches.

Im weiteren Verlauf fährt Jakob mit seiner Erläuterung fort. Er führt offenbar aus, warum die Reihenfolge eins und zwei in der Lösungsmenge vorkommen können: „des **geht** des is ne **annere** (..)“ (Äußerung 17b), wobei er mit „**annere**“ mutmaßlich Reihenfolge zwei in Bezug auf Reihenfolge eins meint in hessischem Dialekt gesprochen. Anders als bei der ersten Erklärung beginnt hier Jakob also nicht mit einer Art Gegenbeispiel zu einem möglichen Element der Lösungsmenge, sondern mit einem Fall von unterschiedlichen Reihenfolgen, die seiner Meinung nach in die Lösungsmenge gehören: „des **geht**“ (Äußerung 17b). Im Anschluss thematisiert Jakob außerdem, warum seiner Meinung nach „**fast gleich**[e]“ (Äußerung 17b) Reihenfolgen

zur Lösungsmenge gehören und zeigt dabei die erste und dritte Reihenfolge an, die er bereits in der ersten Erklärung zum Zentrum seiner Darstellung machte. Er konkretisiert in Äußerung 17c und d, was er in Äußerung 17b mit „**fast gleich**“ zu meinen scheint. Dazu erläutert er „halt nur **des is gleich**/ un die zwei sin verkehrt (.)“ (Äußerungen 17b u. 17c). Gleichzeitig zeigt er gestisch an, was gleich ist, nämlich die Besetzung auf Position eins. Ebenso zeigt er an, was „verkehrt“ ist und erläutert hier mutmaßlich gestisch gleichzeitig auch, was er hier unter „verkehrt“ versteht. Er führt eine ähnliche zweihändige wippende und tippende Permutations-Gestik aus (vgl. Äußerung 17c.53ff) wie bei Äußerung 9d.58ff, scheint aber weniger exakt in der Bewegungsausführung vorzugehen, vermutlich, weil er auf bereits bestehende Erfahrungen aus der ersten Erläuterung setzt und diese quasi als gemeinsamen Hintergrund seinen Interaktionspartner*innen unterstellt. Die Gestenreihenfolge verweist auf die Relationen der Positionen zwei und drei in den Reihen eins und drei. Die Variation in der Lautsprache von „umgetauscht“ (Äußerung 9d) in seiner ersten Erklärung zu „verkehrt“ (Äußerung 17c) erscheint weniger geeignet, weil der Begriff *verkehrt* auch im Sinne von *fehlerhaft* verstanden werden könnte. Dies ist möglicherweise der Grund dafür, warum Jakob in der Folge noch einmal lautsprachlich genauer ausführt und gestisch verortet, was er unter „verkehrt“ (Äußerung 7c) versteht: „weil da is der Tiger in der Mitte und da an Ende da is der Elefant in der Mitte und da an Ende (.)“ (Äußerungen 17c u. 17d). In der ersten Erklärung wurde das eher zusammengefasst und allgemeiner beschrieben (vgl. Äußerung 9d). Bei Äußerungen 17b und c beginnt Jakob erneut vermehrt damit, die einzelnen Positionen bzw. den Aufbau der Reihenfolge durch eine erste, eine mittlere und eine Endposition zu beschreiben, und zwar sowohl gestisch als auch lautsprachlich, was er bei Äußerung 17a und dem Beginn von Äußerung 17b scheinbar eher noch vermieden hat, als er die gesamten Reihenfolgen betrachtete und diese ebenso gestisch wie lautsprachlich auch als Gesamtheit markierte (vgl. Äußerung 17a.10ff). Das Ende seiner zweiten Erläuterung führt Jakob wieder zurück zu gleichen Reihenfolgen, die er erneut in einer wenn-dann-Kausalität aus der Lösungsmenge, diesmal als *unlogisch* bezeichnet, ausschließt: „e z wenn man zwei Möglichkeiten zweimal macht dann isses ja unlogisch (.)“ (Äußerung 17e). Die Tigerfiguren, die zeitgleich zusammengeschoben und genau nebeneinander ausgerichtet werden, verweisen in ihrer Gestalt und Positionierung metaphorisch auf die Gleichheit von Reihenfolgen (vgl. Äußerung 17e.97ff). Sie werden nicht in ihrer in der Situation zugewiesenen Funktion als Elemente einer Reihenfolge genutzt, sondern innerhalb der gestischen Argumentation im Sinne des multimodalen Paradigmas integriert und umgedeutet und aufgrund ihrer Eigenschaft der annähernden Gleichheit – sie unterscheiden sich lediglich in der Farbe – für die anschauliche Darstellung der Erläuterungen Jakobs ausgenutzt (vgl. Huth, 2011a, S. 202). Die Figuren stehen für gleiche Reihenfolgen, weil sie die gleiche Gestalt haben, können aber auch für „**fast gleich[e]**“ (Äußerung 17b) Reihenfolgen stehen, weil sie sich farblich unterscheiden, und eignen sich damit für die von Jakob gewählte Veranschaulichung im doppelten Sinne.

In Äußerung 19 bringt nun Claus noch einmal eine Äußerung ein und erzeugt gestisch eine C-Handform, mit der er die sechste Reihenfolge abtippt, und zwar von der dritten Position aus beginnend, also *weißer Tiger, brauner Tiger, Elefant* (vgl. Äußerung 19.2ff u. Abb. 9.3.1_9).

Möglicherweise wechselt er hier also die Leserichtung oder fokussiert einen anderen Aspekt der Reihenfolge.

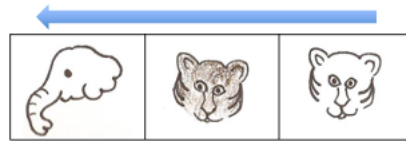


Abb. 9.3.1_9 Jakobs und Claus' gefundene und nachgelegte Reihenfolge sechs

Die Handform greift modusübergreifend mutmaßlich Jakobs Äußerung „e z wenn man zwei Möglichkeiten zweimal macht“ auf, denn die C-Handform aus Daumen und restlichen Fingern kann zwei repräsentieren. Es könnte sein, dass die veränderte Leserichtung dafürsteht, dass Claus hier nicht festgelegt ist und daher die sechste Reihe abtippt, weil diese in umgekehrter Leserichtung eine gleiche Reihenfolge zu der von Jakob angezeigten Reihenfolge eins darstellen würde. Vielleicht ist Claus hier irritiert, weil Jakob gleiche Reihenfolgen eigentlich ausgeschlossen hat, für Claus aber die erste und sechste Reihenfolge einmal von links aus und einmal von rechts aus gelesen gleiche Reihenfolgen darstellen. Gleichzeitig benutzte Jakob ja in beiden Erklärungen die Beschreibung „umgetauscht“ (vgl. Äußerung 9d u. 17c) bzw. „verkehrt“ um die Vertauschung von Positionen zu beschreiben. Vielleicht bezieht Claus dies hier auf ganze Reihenfolgen, die umgekehrt, also entgegen der eigentlichen Leserichtung, gelesen werden sollen. Dies zeigt insgesamt ein konsistentes Bild: Claus' Fokussierung zu Beginn stärker auf einzelne Positionen führte mutmaßlich zu einer unterschiedlichen Deutung zu der von Jakob, die nun möglicherweise durch die Hinweise auf Reihenfolgen als Gesamtheit in Jakobs zweiter Erklärung von Claus versucht wird aufzulösen, indem er also stärker die Reihenfolgen insgesamt betrachtet, und zwar einmal von rechts und einmal von links gelesen. Die abschließende Greifbewegung von Claus über allen Reihen könnte vielleicht als Zusammenfassung gemeint sein, eventuell in Bezug auf das, was gerade von Jakob erklärt wird. Es wäre auch denkbar, dass Claus hier eine reine Übersprungshandlung zeigt oder lediglich deutlich machen möchte, dass er auch Teil der Situation ist, auch etwas an den Reihen zeigen kann. Es eröffnet ihm vielleicht einen Zugang zur Partizipation an der mathematischen Auseinandersetzung, was ihm bisher möglicherweise eher schwergefallen ist. Möglich wäre schließlich ebenso, dass Claus sich von dem Tippen über den Reihen hier erhofft, mehr Aufmerksamkeit seiner Interaktionspartner*innen und Interesse an seinen Ideen zu erhalten, die er vielleicht nur weniger deutlich ausführen kann als etwa Jakob. Er könnte auch beabsichtigen, Zugang zu Jakobs Sichtweise auf die Reihen gewinnen zu wollen und dessen Erklärung dann vielleicht besser verstehen zu können. Die Lautsprache mit „tsch tsch tsch (unverständlich)“ könnte sowohl etwa für *nein, nein, nein, das sehe ich anders* wegen der geänderten Leserichtung stehen, als auch eine rein rhythmisierende Begleitung der Gestik sein.

In Äußerung 17f und 17g argumentiert Jakob dann erneut mit der Anzahl der Reihenfolgen. Er kommt hier auf insgesamt sieben Reihenfolgen, weil er vermutlich durch den von ihm beschriebenen Algorithmus des Erzeugens von zwei vergleichbaren Reihenfolgen mit der ersten Position als Fixpunkt und den zweiten und dritten Positionen permutiert auf sechs

Reihenfolgen kommen würde plus eine gleiche Reihenfolge, die er ausschließt: „Dann isses ja sieben aber zwei is ja unlogisch also kannstes net nur se e dann kanns net sieben sein sondern **sechs**.“ Gestisch verweist er währenddessen eher bereits auf den Abschluss seiner Ausführungen, indem er in eine Ruheposition kommt.

Semiotische Analyse

In der folgenden Darstellung wird zunächst der erste Teil der Semiotischen Prozess-Karte gibt nur sechs Möglichkeiten genauer beschrieben. Diese Beschreibung umfasst die Triaden 1a bis 7 und dient als Lesehilfe für die Karte. Für den darauffolgenden Zeichenprozess, der in den Triaden 8 bis 26 dargestellt ist, sowie für alle folgenden Semiotischen Prozess-Karten im empirischen Teil meiner Arbeit, werden weniger die gesamten Prozessverläufe als vielmehr einzelne Aspekte im Zeichenprozess hervorgehoben und in Bezug auf die dargestellten Theorien und den herausgearbeiteten Forschungsfokus eingeordnet.

Dieses Vorgehen hat verschiedene Gründe: Die Semiotischen Prozess-Karten sind eine äußerst komplexe und zugleich aufgrund ihres grafischen Charakters überaus kompakte und detailreiche Darstellung der Interaktion, modelliert als Zeichenprozess. Es ist daher sinnvoll, den Leser*innen der vorliegenden Arbeit zunächst eine Orientierung zu geben und sie durch die ersten Triaden mit einer genaueren Beschreibung zu leiten. Gleichzeitig können die Semiotischen Prozess-Karten, wenn ihre Lesart vertraut ist, als Beobachtungsinstrument und gewissermaßen als informationsdichtes Diagramm im Sinne Dörflers (2005, 2006a) dienen (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2). Ich verstehe die Semiotischen Prozess-Karten dabei im metaphorischen Sinne als Landkarten oder Stadtpläne, in denen eine Vielzahl von Informationen grafisch dargestellt sind und, vorausgesetzt man ist des Kartenlesens mächtig, an denen der*die Kartenleser*in Verschiedenes über die beobachtete Interaktion als Zeichenprozess erfahren und fokussieren kann. Ähnlich etwa einer gezielten Suche nach Museen oder bestimmten Orten auf einem Stadtplan, kann man an den Semiotischen Prozess-Karten etwa nach bestimmten Gestenformen, „Zeichenwanderungen“ (persönliche Korrespondenz mit R. Vogel) und damit nach Transformationsprozessen von Zeichen oder auch Veränderungen von Rahmungen im Zeichenprozess suchen. Die Semiotischen Prozess-Karten orientieren den*die Leser*in in Bezug auf die Struktur des Zeichengebrauchs im Ausschnitt des dargestellten Zeichenprozesses. Sie sind ein Orientierungsplan, der einen Ausschnitt des Zeichenprozesses²²⁸ in seiner Komplexität zeigt und ein Nachvollzug der Wege darin ermöglicht. Wie bei Landkarten verlieren sich durch die Darstellung Informationen z. B. über Bewegung oder auch Dreidimensionalität der Zeichenprozesse. Die grafische Darstellung mit Bildfolgen zu den bereits analysierten Gesten ermöglicht es aber gerade durch diese Reduktion, zentrale Aspekte und, metaphorisch gesprochen, *Sehenswürdigkeiten* oder

²²⁸ Zeichenprozesse lassen sich m. E. immer nur ausschnittsweise darstellen, weil nicht veräußerlichte Zeichenprozesse im Verborgenen bleiben können und man wohl eine weitaus komplexere Struktur aller gleichzeitig ablaufenden aber auch größtenteils nicht beobachtbaren oder zugänglichen Zeichenprozesse in den Gedankengängen der Interagierenden annehmen muss.

Meilensteine des Zeichenprozesses in ihrer strukturellen Tiefe detailliert betrachten zu können und den Zeichengebrauch in beiden Modi differenziert und in deren Zusammenspiel modusübergreifend verfolgen zu können.

Semiotische Prozess-Karte s gibt nur sechs Möglichkeiten

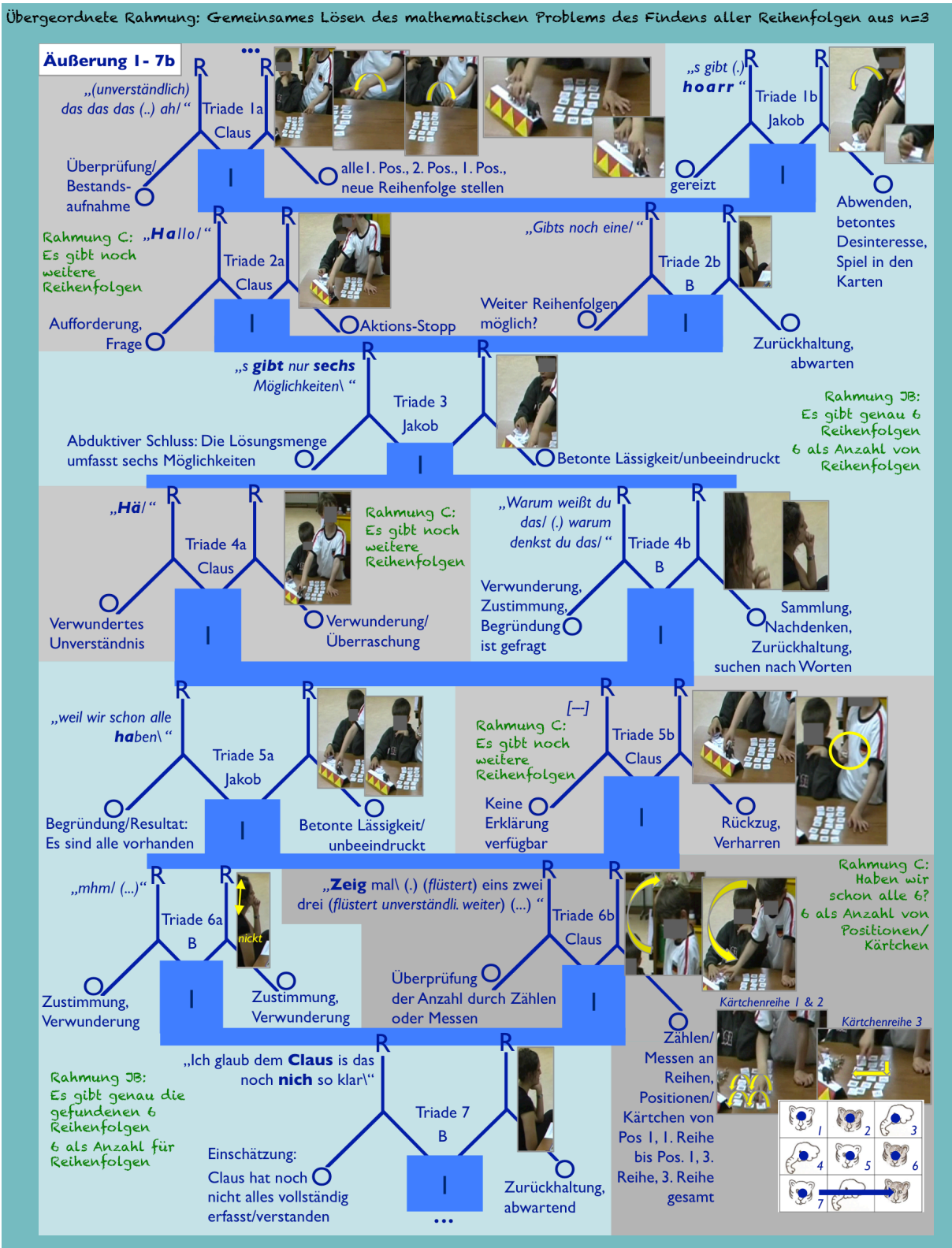


Abb. 9.3.1_10 SPK I-I (Semiotische Prozess-Karte I, Seite I)

9 Empirie: Beispiel I – Tierpolonaise, Tandem I: Jakob und Claus

Übergeordnete Rahmung: Gemeinsames Lösen des mathematischen Problems des Findens aller Reihenfolgen aus $n=3$

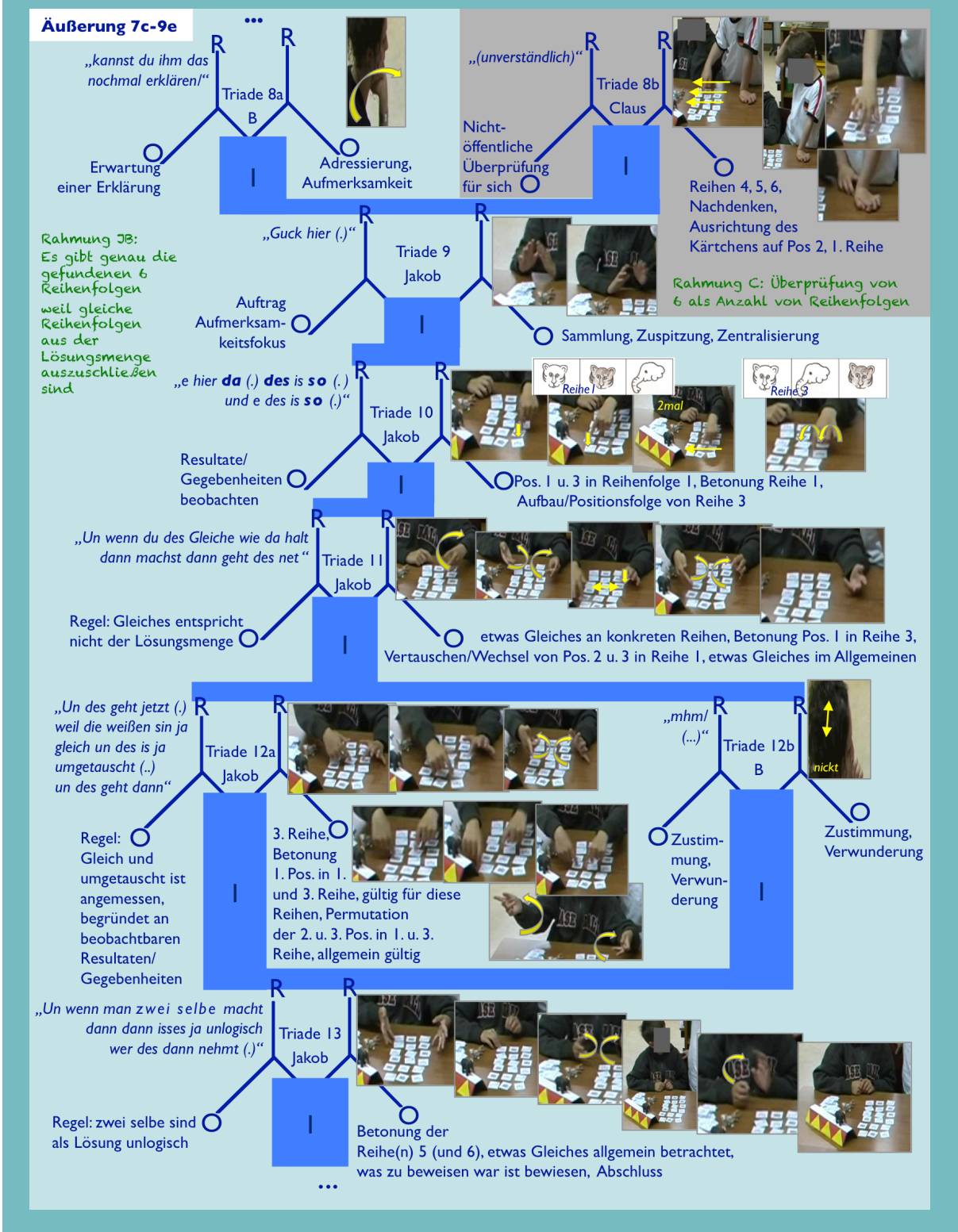


Abb. 9.3.1_11 SPK 1-2 (Semiotische Prozess-Karte I, Seite 2)

9 Empirie: Beispiel I – Tierpolonaise, Tandem I: Jakob und Claus

Übergeordnete Rahmung: Gemeinsames Lösen des mathematischen Problems des Findens aller Reihenfolgen aus $n=3$

Äußerung 11-18

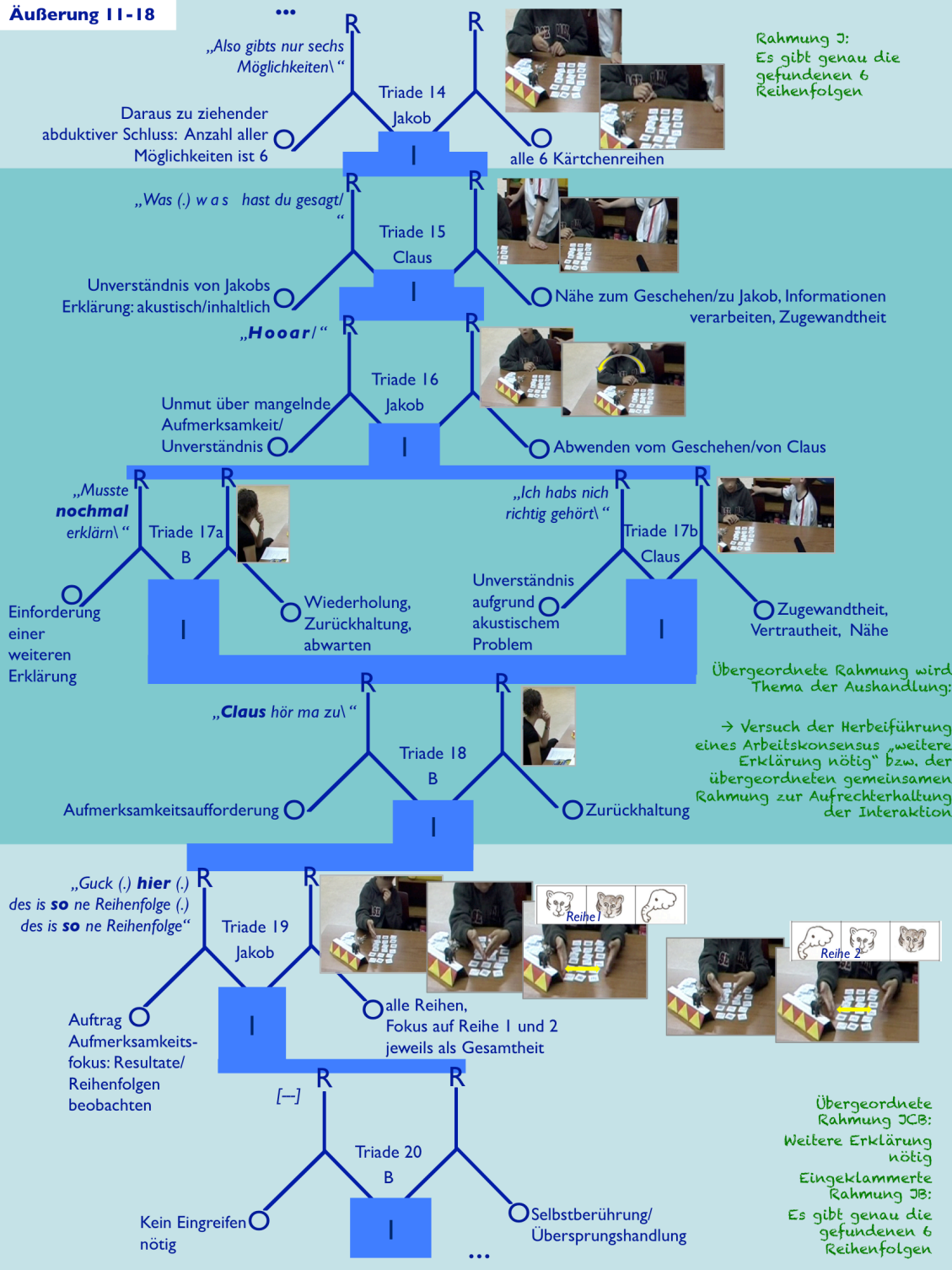


Abb. 9.3.1_12 SPK I-3 (Semiotische Prozess-Karte I, Seite 3)

Übergeordnete Rahmung: Gemeinsames Lösen des mathematischen Problems des Findens aller Reihenfolgen aus $n=3$

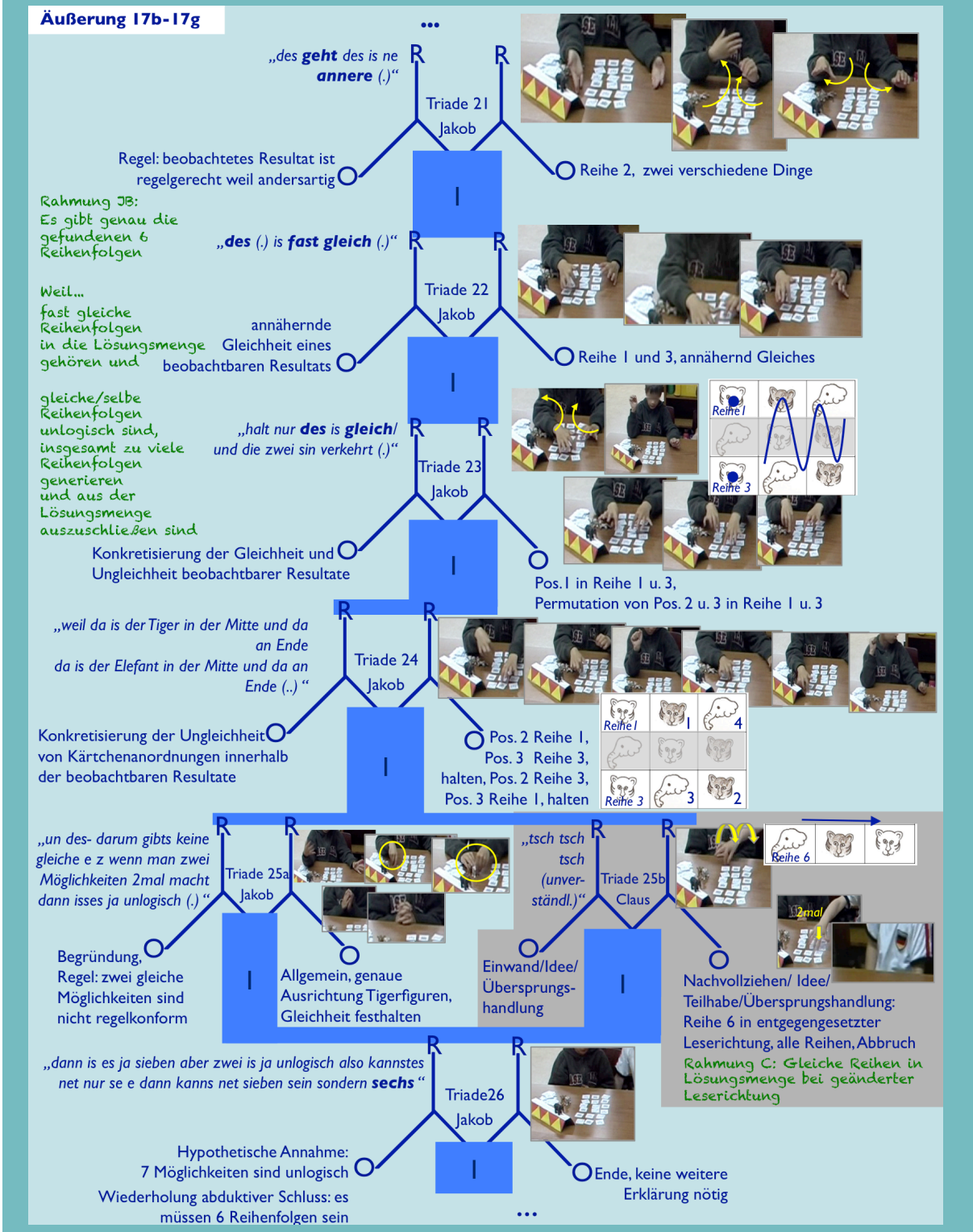


Abb. 9.3.1_13 SPK I-4 (Semiotische Prozess-Karte I, Seite 4)

Orientierende Hinweise zur Semiotischen Prozess-Karte s gibt nur sechs Möglichkeiten²²⁹

Die Semiotische Prozess-Karte s gibt nur sechs Möglichkeiten beginnt mit den ersten Äußerungen im Transkript (Äußerungen I bis 7b), hier dargestellt in Form von Triaden (1a bis 7) im Sinne des Peirce'schen Zeichenbegriffs (vgl. Kap. 6.2). In Triade 1a (vgl. Abb. 9.3.1_10) wird Claus' erste Äußerung abgebildet. Er erzeugt als lautsprachliches Repräsentamen „(unverständlich) das das das (..) ah!“, während gestisch ein Tippen auf der Höhe der ersten Positionen, der zweiten Positionen und erneut der ersten Positionen sowie ein Umfassen der Tierfiguren auf dem Podest zu beobachten ist. Als lautsprachliches Objekt kann eine Überprüfung oder Bestandsaufnahme, z. B. bezüglich der bereits gefundenen Reihenfolgen oder der auf dem Podest stehenden Reihenfolge, angenommen werden. Gestisch wird währenddessen konkreter angezeigt, welche Reihenfolgen oder welche Aspekte Claus hier fokussieren könnte: alle ersten Positionen und alle zweiten Positionen. Das Umfassen der Tierfiguren und das gleichzeitige „ah!“ verweisen auf das Objekt, dass er eine neue Idee bzw. Reihenfolge, die er möglicherweise aus der Betrachtung der gefundenen Reihenfolgen entwickelt hat, darstellen möchte.

Zeitgleich zu dieser Triade 1a kann im Zeichenprozess Triade 1b von Jakob rekonstruiert werden, der Claus hier ins Wort fällt bzw. dessen Agieren mit dem lautsprachlichen Repräsentamen „s gibt (.) **hoarr**“ und dem körpersprachlichen Abwenden vom Geschehen kommentiert. Offenbar erzeugt Claus' Verhalten bei Jakob den Interpretanten, dass Claus neue Reihenfolgen finden möchte. Dies erscheint für Jakob durch seine vermutlich bereits vorhandene Erkenntnis bezüglich aller sechs möglichen Reihenfolgen wenig sinnvoll. Im gestischen Objekt kann damit auch ein Abwenden durch die Bewegung des Körpers und ein fast schon betontes Desinteresse an Claus' Agieren rekonstruiert werden, indem Jakob in den Karten zu spielen scheint oder zumindest für seine Interaktionsteilnehmer*innen dieses Spiel vorgibt zu spielen. Jakob scheint also zunächst durch sein lautsprachliches Repräsentamen Gereiztheit und Ärger auszudrücken, im nächsten Moment bremst er sich aber offenbar ein. Mit dem Spielen im Kartenstapel könnte er beabsichtigen, so tun zu wollen, als sei ihm das Agieren Claus' regelrecht gleichgültig, weil er sich mit dem Spiel oder einem Suchen in den Karten beschäftigt zeigen möchte.

In Triade 2a hat Claus offenbar eine Ahnung entwickelt, dass Jakob einen wichtigen Einwand haben könnte. Diese zeigt sich an seinem Interpretanten, der wiederum über das gestische und lautsprachliche Repräsentamen zum Ausdruck kommt. Mit „**hallo!**“ scheint eine Aufforderung zur Erklärung etwa von Jakobs Abwenden oder eine Frage verbunden zu sein, was Jakob hier äußern wollte. Dies lässt sich als Objekt der lautsprachlichen Triade abbilden. Gleichzeitig verharrt Claus zunächst in seinem Agieren mit den Tierfiguren und schaut zu Jakob als gestisches Repräsentamen. Mutmaßlich verhält sich Claus so, weil er Jakob aufgrund seines Einwandes direkt ansprechen möchte.

²²⁹ Die Semiotischen Prozess-Karten aller Beispiele sind benannt nach sich aus der Analyse als prägnant erwiesenen Schüler*innen-Äußerungen.

B erzeugt aus den Triaden Ia und Ib einen Interpretanten, der sich als Repräsentamen in Triade 2b zeigt. Ihr lautsprachliches Repräsentamen umfasst die Äußerung „gibts noch eine!“, was als Frage nach möglichen Reihenfolgen im Objekt rekonstruiert werden kann. Gestisch hält sich B zurück, wartet möglicherweise ab und traut den Schülern offenbar zu, diese Frage ohne ihr Eingreifen oder eine Unterstützung zu verhandeln. Mit dem lautsprachlichen Repräsentamen greift sie mutmaßlich Jakobs lautsprachliches Zeichen aus Triade Ib auf „s gibt **hoarr**“ und formuliert es um zu „gibts noch eine!“.

In Triade 3 bringt Jakob schließlich seinen Interpretanten, vermutlich aus der gesamten vorausgehenden Situation, ein, der sich als lautsprachliches Repräsentamen „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten!“ und der gestisch betonten Lässigkeit des weiteren Spiels in den Karten zeigt verbunden mit einem Blick zu B. Dieser *abduktive Schluss* (vgl. Kap. 6.5), den Jakob hier hervorbringt und rein im lautsprachlichen Modus äußert, ist die zentrale Erkenntnis des gesamten analysierten Ausschnitts des Zeichenprozesses und beeinflusst die Handlungszüge der Beteiligten in der Folge maßgeblich. Die betonte Lässigkeit in der Gestik unterstreicht zusätzlich die Bedeutsamkeit der als Tatsache hervorgebrachten lautsprachlichen Äußerung Jakobs. In der Interaktionsanalyse wurde herausgearbeitet, dass Jakob mit dem Begriff *Möglichkeiten* hier die Reihenfolgen meint, die aus der Permutation von drei Elementen erzeugt werden können.

Claus' Interpretant zur Triade 3 bringt er als neues Repräsentamen in Triade 4a hervor. Sowohl lautsprachlich als auch in seiner Körperbewegung kann man hier Verwunderung und Überraschung, aber auch Unverständnis als Objekt rekonstruieren. Der abduktive Schluss von Jakob aus Triade 3 scheint also für Claus mindestens überraschend und zunächst nicht nachvollziehbar zu sein. Dies resultiert vermutlich aus der *Rahmungsdifferenz*, die man hier den Schülern unterstellen kann: Während Jakob offenbar bereits erkannt hat, dass es nur sechs Reihenfolgen geben kann, ist Claus aktuell noch mit dem Finden weiterer Reihenfolgen beschäftigt.

Bs Äußerung in Triade 4b zeigt im lautsprachlichen Repräsentamen mit den Fragen „warum weißt du das/ (.) warum denkst du das!“ ebenfalls eher Verwunderung, aber gewissermaßen auch Zustimmung und die Frage nach einer Begründung für diese Feststellung Jakobs aus Triade 3, was im Objekt zu sehen ist. Gestisch hält sich B zurück, wobei die Zuspitzung von Daumen und Zeigefinger über dem Mund auch als Nachdenken oder Ringen um die richtigen Worte im Objekt rekonstruierbar ist. Möglicherweise ist der Schluss von Jakob aus Triade 3 für B ebenfalls überraschend und sie muss erst nachdenken, wie sie nun reagieren kann. Ihre rein lautsprachlich geäußerten Fragen verweisen in diesem Sinne auch auf Unsicherheit. Die Art und Weise der Fragen von B impliziert den Wunsch nach einer Begründung, die B sich von Jakob zu erhoffen scheint. Aufgrund ihrer anzunehmenden mathematischen Versiertheit bezüglich des gegebenen mathematischen Problems kann man B hier eine gemeinsame Rahmung mit Jakob unterstellen. Gleichzeitig erkennt man an der Art der Fragen auch eine didaktische Färbung, denn insbesondere die mutmaßlich als eine Korrektur zur ersten Frage

hervorgebrachte zweite Frage „warum denkst du das/“ lässt Raum für andere Deutungen bzw. Sichtweisen auf das mathematische Problem, z. B. von Claus.

In Triade 5a kommt Jakob der impliziten Aufforderung einer Begründung seiner Aussage aus Triade 4b von B offenbar nach, denn er erzeugt als lautsprachliches Repräsentamen „weil wir schon alle **haben**“ und blickt zu B, adressiert also seine Begründung an sie. Mit „alle“ meint Jakob hier mutmaßlich die Reihenfolgen aus drei Tieren und bezieht dies damit sehr wahrscheinlich auf die sechs bereits nachgelegten Kärtchenreihenfolgen, die vor den Schülern auf dem Tisch liegen. Immer noch zeigt Jakob körpersprachlich eine betonte Lässigkeit oder (vermeintliche) Beschäftigung mit dem Kartenstapel, so als sei ihm alles bereits überaus klar, als wäre es trivial und nicht mehr weiter zu überdenken oder als wäre für ihn alles eher nebensächlich und beiläufig, was hier mathematisch verhandelt wird.

Claus äußert sich in Triade 5b lautsprachlich nicht, vermutlich, weil er über keine Erklärung für Jakobs Erkenntnis aus Triade 3 verfügt oder weil er immer noch erstaunt ist über Jakobs Äußerung des Schlusses, dass es nur sechs Möglichkeiten gäbe. In der gestischen Triade kann man eher einen Rückzug aus dem Arbeitsbereich als Objekt annehmen. Offenbar hat Claus also seine Absicht, weitere Reihenfolgen auf dem Podest zu stellen, die ihm in Triade 1a noch unterstellt wurde, nun geändert und scheint eher abzuwarten.

In Triade 6a erzeugt B vermutlich als Interpretant aus den Triaden 5a und 5b eine nickende Kopfbewegung und lautsprachlich zeitgleich „mhm/ (...)“, was beides auf Zustimmung und ebenso Verwunderung verweist, wie im Objekt rekonstruiert. Damit beabsichtigt sie mutmaßlich eine weiter ausdifferenzierte Erklärung Jakobs oder ist unschlüssig, wie sie auf Jakobs offensichtliche Adressierung an sie durch seinen Blick reagieren kann.

Claus' Interpretant – vermutlich mindestens als Folge von Triade 5a erzeugt – scheint sich eher in einer eigenen Aktion an den Kärtchenreihen als Repräsentamen zu äußern. Er beabsichtigt möglicherweise für sich eine Erklärung, mutmaßlich für Jakobs Schluss aus Triade 3, an den Kärtchenreihen zu finden. Er spricht mehr oder weniger zu sich selbst, wenn er mit zunehmend leiser werdender Stimme äußert „**zeig** mal\ (.) (flüstert) eins zwei drei (flüstert unverständlich weiter) (...)“. Im gestischen Repräsentamen, in dem er zunächst die Tigerfiguren und seine rechte Hand auf den Kopf führt und anschließend zurück auf den Tisch, erscheint ein Nachdenken als Objekt rekonstruierbar. Die Tigerfiguren legt Claus dann eher unbeachtet aber dennoch bei Bedarf schnell erreichbar neben den Kärtchenreihen beim restlichen Kartenstapel ab und wendet sich in tippender Weise den Kärtchenreihen zu. Dabei beginnt er von Position eins in der ersten Reihe die ersten beiden Reihen positionsweise abzutippen, jeweils in Leserichtung. Bei der dritten Reihe beginnt er dann nach dem Tippen auf die erste Position in konstanten Zeigebewegungen entlang der dritten Reihe zu zeigen und dann in Triade 8b auch entlang der restlichen Reihen vier, fünf und sechs. Im lautsprachlichen Objekt von Triade 6b kann ein Zählprozess vermutet werden. Da Jakob in Triade 3 von sechs „Möglichkeiten“ und in Triade 5a von „alle“ gesprochen hat, kann man Claus hier eine

Überprüfung dieser Anzahl an allen nachgelegten Kärtchenreihen unterstellen. Dabei zählt er die einzelnen Positionen oder Kärtchen von oben links beginnend der Reihe nach ab. In der Interaktionsanalyse wurde als mögliche Deutung aufgestellt, dass Claus sich hier mehr oder weniger in einen vertrauten mathematischen Bereich der Zahlen und Operationen begibt oder sich darauf besinnt, dass Abzählen zunächst eine geeignete Zugangsmöglichkeit zu einem unbekanntem mathematischen Problem sein kann. Einzig die Gestik gibt hier einen Hinweis darauf, wie Claus hier Jakobs Äußerungen aus Triade 3 und 5a zu deuten scheint. Dabei wird eine *Rahmungsdifferenz* der Schüler deutlich: In der Semiotischen Prozess-Karte wird Jakob (und auch B) die Rahmung JB (= Rahmung von Jakob und B) unterstellt: *Es gibt genau die gefundenen sechs Reihenfolgen, sechs als Anzahl von Reihenfolgen*. Claus hingegen rahmt die Situation zu Beginn offenbar noch stärker mit dem Suchen weiterer Reihenfolgen, was in der Semiotischen Prozess-Karte mit Rahmung C (= Rahmung von Claus) beschrieben ist: *Es gibt noch weitere Reihenfolgen*. Ab Triade 6b kann man Claus dann potentiell eine mehr oder weniger als Weiterentwicklung zu bezeichnende Rahmung unterstellen: *Haben wir schon alle sechs?* in Verbindung mit *sechs als Anzahl von Positionen/Kärtchen*, die er dann offenbar abzuzählen beginnt und das vornehmlich flüsternd für sich selbst, also weniger öffentlich für die anderen Beteiligten. Es bleibt hier offen, was genau Claus mit der Anzahl von sechs verbindet und möglicherweise ist das auch für ihn das, was er mit dem Abzählen an den Kärtchenreihen klären möchte. Es ist für Claus hier möglicherweise gar nicht klar, was mit „Möglichkeiten“ im lautsprachlichen Teil von Triade 3 von Jakob gemeint sein könnte: Kärtchen, Reihenfolgen, Positionen oder auch etwas ganz anderes.

In Triade 7 nimmt B dann offenbar eine Einschätzung des aktuellen Stands der Dinge vor, indem sie Claus unterstellt noch nicht alles verstanden zu haben und drückt dies lautsprachlich im Repräsentamen mit „ich glaub dem **Claus** is das noch **nich** so klar“ aus, während sie sich körpersprachlich betont zurückhaltend gibt mit weiterhin aufgestütztem Arm, also offenbar ohne geplante Aktion. Bs Interpretant speist sich mutmaßlich aus den Triaden 5a, 5b und 6b, bei denen sie die Äußerungen der Schüler als Zeichen so deutet, dass Jakob zwar eine Erklärung hervorgebracht hat, diese aber von Claus weniger verstanden wurde. Letzteres leitet B hier vermutlich aus dem Abzählprozess an den Kärtchenreihen durch Claus in Triade 6b ab. Sie fragt nicht nach, was Claus in Triade 6b tun möchte, sondern beabsichtigt offenbar stärker Jakobs Behauptungen aus Triade 3 und 5a zu thematisieren. Möglicherweise versteht sie auch nicht, was Claus an den Kärtchenreihen zählt und übergeht daher gewissermaßen die Thematisierung dieser Aktion. Die Fokussierung auf Jakobs Ausdeutung der Situation zeigt sich auch an den farbigen Hinterlegungen in der Semiotischen Prozess-Karte, welche die Rahmungen abbilden: Es zeigt sich eine deutlich dominante Färbung von Jakobs und auch Bs Rahmung über den gesamten Zeichenprozess.

In dieser ersten Passage der Semiotischen Prozess-Karte s gibt nur sechs Möglichkeiten werden verschiedene Aspekte bezogen auf die dargestellten Theorien der Gestikforschung (vgl. Kap. 3 u. 5), der Interaktionstheorie des Mathematiklernens (vgl. Kap. 4) und der Semiotik

(vgl. Kap. 6) sowie dem in Kapitel 7 dargestellten Forschungsfokus deutlich. Diese zentralen Stellen sollen nun noch einmal genauer beschrieben werden, bevor die weitere Semiotische Prozess-Karte betrachtet wird:

In dem Ausschnitt der Semiotischen Prozess-Karte zeigt sich, wie sich gleichzeitige Äußerungen im Zeichenprozess als mit einem Index versehende Triaden nebeneinander angeordnet darstellen lassen. Solche Triadenreihen erzeugen für den nachfolgenden Zeichenprozess mutmaßlich gemeinsame Interpretanten bzw. Interpretanten, die aus Triaden von zwei Interaktionsteilnehmer*innen erzeugt werden. Es lässt sich demnach um die multimodale Perspektive auf die beiden explizit in eigenen Triaden abgebildeten Modi Lautsprache und Gestik erweitert der von Schreiber (2010) rekonstruierte komplexe semiotische Prozess (vgl. Schreiber, 2010, S. 148) bestätigen und darüber hinaus multimodal betrachten. Äußerungen, die als Zeichen interpretiert werden, erzeugen potentiell auch bei verschiedenen Zeichenleser*innen – hier Claus, Jakob und B – verschiedene Interpretanten, die dann erneut als Repräsentamen geäußert werden können. Gestik und Lautsprache als Zeichen wahrgenommen, evozieren dabei mutmaßlich gemeinsam den Interpretanten, der im Geiste des*r Zeichenleser*in erzeugt wird, und können dabei diesen potentiell in verschiedener Dominanz determinieren, was in den folgenden Ausführungen an weiteren Beispielen aus den Daten zu konkretisieren sein wird.

In dem von Jakob erzeugten gestischen Zeichen in Triade Ib lässt sich ein Bezug herstellen zu dem, was Goffman (1974) als *Modulation* bezeichnet hat (vgl. Goffman, 1974, S. 40ff). Als eine solche Modulationsform wird das *so-Tun-als-ob* (vgl. Goffman, 1974, S. 48) beschrieben, ein Verhalten, das bspw. das Spiel als Zeitvertreib umfasst und eine Handlung in einen Rahmen stellt, in dem es nicht die praktischen Konsequenzen nach sich zieht, wie sie in der Regel bei dem tatsächlichen Agieren in dieser Weise zu erwarten wären. Hier bei Jakob ließe sich in diesem Sinne vermuten, dass er keine Motivation hat, seine Erkenntnis, die er in Triade Ia mutmaßlich zum Teil lautsprachlich bereits hervorbringt, zu erläutern, weil er vielleicht Claus als zu dominant beim Agieren im Arbeitsbereich einschätzt oder ihm ein Verständnis der Erkenntnis oder auch eine ausreichende Aufmerksamkeit nicht zutraut. Die *Modulation* Jakobs im Goffman'schen (1974) Sinne kann daher wie folgt beschrieben werden: Jakob gibt vor, mit dem Kartenstapel beschäftigt zu sein, z. B. ein bestimmtes Kärtchen zu suchen, ohne dies tatsächlich zu beabsichtigen, ohne also tatsächlich als Folge ein bestimmtes Kärtchen finden zu wollen. Damit eröffnet er sich selbst einen Rückzugsort für seinen möglichen Ärger über das immer weitere Suchen von Claus nach weiteren Reihenfolgen. Es wäre auch möglich, dass Jakob davon ausgeht, mit seiner Erkenntnis bezüglich der bereits gefundenen sechs Reihenfolgen auf kein Gehör oder kein Verständnis bei seinen Interaktionspartner*innen zu stoßen. Gleichzeitig könnten seine Interaktionspartner*innen sich von Jakobs *Modulation* derart täuschen lassen und erst gar nicht eine weitere Erklärung einfordern, weil er ja vermeintlich mit dem Suchen oder Spiel im Kartenstapel beschäftigt ist. Auch in der Gestikforschung ist beschrieben, dass Interagierende in der Lage sind, Gesten zu erzeugen, die

andere bewusst täuschen sollen (vgl. Kendon, 2004, S. 9 u. S. 15; Kap. 3.1.2). Dies könnte etwa der Fall sein, wenn zwei vertraute Interagierende einer dritten Person gegenüber eine Geste ausführen und verhindern wollen, dass diese*r die Geste als solche deutet. Die miteinander vertrauten Interagierenden sind dann in der Lage so zu tun, als würden sie sich bspw. über das Gesicht wischen, um nur einer ausgewählten Gruppe der Eingeweihten im Raum die tatsächlich beabsichtigte Deutung ihrer Bewegung als Geste zugänglich zu machen. Auch Jakob könnte in diesem Sinne hier die Geste des Suchens im Kartenstapel seinen Interaktionspartner*innen vortäuschen, um bspw. seine Abwertung oder sein Desinteresse am Agieren von Claus zu verschleiern und sich aus der Verantwortung einer Erklärung seiner Erkenntnis oder der gemeinsamen Verantwortung, eine Lösung zum gegebenen Problem zu generieren, zu ziehen. Es wäre aber auch möglich, Jakob eine grundsätzliche Absicht des Erzeugens von Aufmerksamkeit gerade durch sein gezeigtes betontes Desinteresse zu unterstellen. Er beabsichtigt möglicherweise, seine Interaktionspartner*innen zu einer Rückfrage bezüglich seines Verhaltens oder seiner Äußerung zu bewegen, um sich die ungeteilte Aufmerksamkeit zu sichern.

Es zeigt sich bereits in diesen ersten zusammenhängenden Triaden eine potentielle *Rahmungsdifferenz* der Beteiligten, die oben bereits angesprochen wurde. Dabei kann man als *übergeordnete gemeinsame Rahmung* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 38; Kap. 4.2) annehmen, dass alle Interagierenden beabsichtigen, eine Lösung zum gegebenen mathematischen Problem des Findens aller Reihenfolgen der Anordnung von drei Tieren auf einem Podest hervorzubringen und die Interaktion als solche voranzutreiben und aufrechtzuerhalten. Im Aushandlungsprozess lässt sich dann aber innerhalb dieser übergeordneten Rahmung eine *Rahmungsdifferenz* im Sinne Krummheuers (1992) rekonstruieren: Claus sucht vermeintlich nach weiteren Reihenfolgen und geht davon aus, dass er diese z. B. durch ein Verstellen der Figuren auf dem Podest erzeugen kann. Damit kann ihm mutmaßlich bis Triade 5b die Rahmung, *es gibt noch weitere Reihenfolgen*, unterstellt werden. In Triade 6b wird diese Rahmung mutmaßlich erweitert oder weiterentwickelt als Resultat von Claus' Zeicheninterpretationen von Jakobs Triaden 3 und 5a. Nun scheint als Rahmung von Claus eher *haben wir schon alle sechs?* vermutlich verbunden mit *sechs als Anzahl von Positionen oder Kärtchen* aktiviert zu sein. Dies zeigt sich am Zählprozess an den Kärtchenreihenfolgen. Hier wird durch die Gestik eine weitere *Rahmungsdifferenz* deutlich und kann aus analytischer Sicht als sich aus dem Zeichenprozess ergebend erklärt werden: Claus interpretiert die von Jakob in Triade 3 benannten „Möglichkeiten“ und in Triade 5b beschriebenen „alle“ mutmaßlich stärker als *Positionen* oder *Kärtchen*, vermutlich vornehmlich deshalb, weil Jakob über den Verlauf des Zeichenprozesses von Triade 1a an bis Triade 5c in dem restlichen Kartenstapel spielt und damit Kärtchen in besonderer Weise zu betonen scheint. Es dominiert hier möglicherweise also für Claus eher das gestische Agieren Jakobs als Deutungsrahmen, nämlich das Spiel in den Karten und damit die einzelnen Kärtchen. Von Jakob selbst werden aber offenbar stärker die bereits gefundenen sechs Reihenfolgen in ihrer jeweiligen Gesamtheit betrachtet. Seine Lautsprache bindet er nicht an den Kartenstapel, in dem er spielt, sondern an die nachgelegten

Kärtchenreihenfolgen, ohne diese etwa gestisch explizit anzuzeigen. Jakob scheint den in Triade 3 geäußerten abduktiven Schluss als dominierende Rahmung seiner Sichtweise auf die Situation möglicherweise sogar bereits zu Beginn der Sequenz aktiviert zu haben. In der Semiotischen Prozess-Karte wird diese Rahmung Jakobs wie folgt beschrieben: *Es gibt genau sechs Reihenfolgen*, wobei Jakob, anders als Claus, *sechs als Anzahl von Reihenfolgen* deutet. B kann aufgrund ihrer anzunehmenden mathematischen Versiertheit bezüglich des gegebenen mathematischen Problems ebenfalls diese Rahmung unterstellt werden, wenn sie in Triade 2b „gibts noch eine/“ oder in Triade 4b „warum weißt du das/ (.) warum denkst du das/“ als lautsprachliche Repräsentamen hervorbringt. Es kann bei B aber auch eine gewisse pädagogisch-didaktische Färbung der Rahmung rekonstruiert werden, denn ihre Frage in Triade 2b könnte einerseits zu dem Interpretanten führen, dass es noch *mindestens eine weitere* Reihenfolge geben muss oder auch zu dem Interpretanten, dass es *keine* Reihenfolge mehr gibt. B beabsichtigt damit mutmaßlich eine vermittelnde Funktion zwischen den aktivierten Rahmungen der Schüler zu erfüllen und möchte mit ihren Fragen möglicherweise den Raum für Ausdeutungen in beide Richtungen eröffnen. Man kann ihr dabei unterstellen, dass sie über die Kenntnis verfügt, dass es keine weiteren Reihenfolgen mehr gibt und sie hier in didaktischer Absicht handelt, vermutlich um beide Schüler zur weiteren Auseinandersetzung über den in Triade 3 eingebrachten abduktiven Schluss zu motivieren.

Im weiteren Verlauf lassen sich noch weitere zentrale Aspekte des Zeichenprozesses an der Semiotischen Prozess-Karte beobachten:

Jakob startet mit seiner ersten Erklärung in Triade 9 (vgl. Abb. 9.3.1_11) und markiert diesen Start hier, wie auch den Beginn seiner zweiten Erklärung in Triade 19 mit dem lautsprachlichen Repräsentamen „guck hier (.)“ und zu einem Dach geformten Händen in der Gestik. Dieser sich wiederholende Beginn steht in beiden Modi in deren Zusammenspiel für eine Sammlung, eine Fokussierung der Aufmerksamkeit und eine Zuspitzung auf das Zentrale und in der Folge Dargestellte. Die erste Erklärung wird über die Triaden 10, 11, 12a, 13 und 14 entwickelt und entspricht in hohem Maße dem, was in Kapitel 5 mit Bezug auf Peirce theoretisch als Abduktion beschrieben wurde: Es handelt sich bei „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten“ in Triade 3 um einen überraschenden Schluss, der dann noch einmal begründet von Jakob erläutert wird, und zwar, indem er über *Resultate* und *Regeln* bzw. *Gesetze* den *Fall*, dass es bei drei anzuordnenden Elementen nur sechs Möglichkeiten geben kann, erläutert. In Triade 10 lässt sich das lautsprachliche Zeichen als für das Objekt der Beobachtung von Resultaten stehend rekonstruieren. Jakob verweist mit „e hier **da** (.) **des** is **so** (.)“ und *e des is so* (.)“ auf einzelne Dinge, während er im gestischen Repräsentamen auf mehrere Dinge zu zeigen scheint. Lautsprachlich kann man ihm eine Referenz auf Reihenfolgen als Gesamtheit unterstellen, die er gestisch allerdings stärker mit der Betonung einzelner Positionen bzw. der Positionsfolgen innerhalb der Reihenfolgen eins und drei anzeigt. Möglicherweise greift Jakob hier Claus' tippende Gestik aus Triade 6b auf und entwickelt sie für sein Anliegen weiter, entweder sozusagen als didaktischen Kniff, um Claus den Zugang zur Erklärung zu erleichtern oder weil er hier selbst

nur durch das Aufgreifen von Claus' Zeichen einen Zugang zu einer Erklärung seines eigenen Schlusses findet, die er gleichzeitig darstellt und dabei erst zu entwerfen scheint. In Triade II erscheint eine Art Regel oder Gesetz in der Lautsprache, das im Prinzip eine Vorschrift für die Gestalt der Reihenfolgen enthält, nämlich dass etwas Gleiches – hier also gleiche Reihenfolgen innerhalb der Lösungsmenge – *nicht geht* bzw. *gehen*, also nicht der mathematischen Lösung entsprechen. Gestisch lässt sich beobachten, dass auch hier die Gleichheit durch gleiche und nahezu symmetrische Handformen aufgegriffen wird, und zwar zunächst auf konkrete Reihenfolgen bezogen, nämlich unmittelbar über diesen ausgeführt. Anschließend am Ende der Gestenbewegung in Triade II: Hier wird die Geste der Gleichheit eher in allgemeinerer Form ausgeführt über den gesamten Reihenfolgen. Das Ausführen einer Gleichheits-Geste rahmt damit die Gestenbewegung. An Triade II wird deutlich, dass hier eine Interpretation des Zeichens die Betrachtung beider Modi obligatorisch vorauszusetzen scheint, denn sonst bleibt insbesondere bei der reinen Betrachtung der Lautsprache ein sehr weiter Deutungsbereich dessen bestehen, was hier vermeintlich darzustellen versucht wird. Betrachtet man die gefundenen und nachgelegten sechs Reihenfolgen als *Diagramm* im Sinne Dörflers (2005, 2006a), so bindet die Gestik sozusagen die Lautsprache an das, was gemein ist und stellt gleichzeitig eine Art Legende oder Lesart zum Diagramm der Reihenfolgen bereit (vgl. Huth, 2013, S. 495). Die Gestik zeigt deren regelhafte Verbindung.

In Triade I2a lässt sich sowohl in der Lautsprache als auch in der Gestik eine gleiche Form zu Beginn und zum Ende des Repräsentamens von Jakob beobachten: Lautsprachlich wählt er zweimal eine ähnliche Formulierung: „und des geht jetzt (.) [...] und des **geht** dann“. Gestisch öffnet er nach der Betonung der dritten Reihe und der Position eins in den Reihen drei und eins die Hände nah an den Reihen und ebenso öffnet er die Hände weitläufiger am Ende der Gestenbewegung. In der Lautsprache kann man erneut eine Art Regel rekonstruieren oder eine Begründung, die an die beobachtbaren Resultate – die Reihenfolgen – gebunden und so konkretisiert wird. Gestisch greift Jakob dies jeweils auf und zeigt an, was er lautsprachlich erläutert. Im lautsprachlichen Repräsentamen nutzt Jakob den Begriff „umgetauscht“, der gestisch in einer Permutations-Geste an den Reihenfolgen bzw. den entsprechenden Positionen zwei und drei in der ersten und dritten Reihe konkretisiert und damit auch definiert wird.

Triade I3 umfasst dann erneut den Verweis auf Gleichheit. Im lautsprachlichen Repräsentamen wird dies nun mit dem Begriff „zwei selbe“ umschrieben und bezieht sich hier mutmaßlich erneut auf die Reihenfolgen innerhalb der Lösungsmenge, die bei Gleichheit nun als „unlogisch“ bezeichnet werden, was als Regel im Objekt aufgeführt ist. Gestisch lassen sich erneut gleiche Handformen bei beidhändig ausgeführten Gesten als Verweise auf Gleichheit oder auf Dasselbe im Objekt rekonstruieren, und zwar in allgemeinerer Form offenbar eher an alle sechs Reihenfolgen als an spezifische dieser Reihenfolgen gebunden. Die Handbewegung am Ende, das Zeigen der leeren Handfläche, könnte im mathematischen Sinne als eine Art klassische Beweisschlussformel im Objekt benannt werden, etwa als *was zu beweisen war*.

In Triade 14 (vgl. Abb. 9.3.1_12) erfolgt eine Wiederholung des abduktiven Schlusses, der von Jakob lautsprachlich mit „also“ als Folge aus dem Vorausgehenden eingeleitet wird, während er im gestischen Repräsentamen die Flachhand in Richtung aller Reihenfolgen streckt, was im Prinzip die Lautsprache hier an das Diagramm, und zwar an alle sechs Reihenfolgen abschließend bindet. Der abduktive Schluss rahmt im wörtlichen Sinne die erste Erklärung Jakobs.

In den Triaden 15 bis 18 wird dann offenbar auch für die Beteiligten die bereits aus analytischer Sicht rekonstruierte *Rahmungsdifferenz* zumindest spürbar, wenn auch nicht, im Sinne einer bewussten Auflösung, thematisiert. Claus gibt zu verstehen, dass er nichts von dem, was Jakob zuvor äußerte, gehört habe. Jakob reagiert mit dem bereits eingangs in der Sequenz gezeigten Verhalten von Triade 1b, nämlich mit dem Abwenden vom Arbeitsbereich im gestischen Repräsentamen von Triade 16. Es fällt der Gegensatz von Claus' gezeigter Zugewandtheit und dem offensichtlich damit verbundenen Versuch auf, eine Vertrautheit zwischen ihm und Jakob herzustellen im Objekt von Triade 15 in Abgrenzung zum Objekt von Triade 16 und dem Abwenden von Jakob. In der Interaktionsanalyse wurde der Transkriptabschnitt bis zur Triade 18 als Versuch vornehmlich von B und Claus interpretiert, die Interaktion aufrecht zu erhalten. Es scheint so, als müsste hier insbesondere Jakob davon überzeugt werden, einer Art Arbeitskonsens mit B und Claus zuzustimmen bezüglich einer weiteren Erklärung. Das Agieren der Beteiligten im Zeichenprozess stellt sich in diesem Abschnitt als ein Ringen um die Herbeiführung oder Aufrechterhaltung der übergeordneten Rahmung aufgrund der wahrgenommenen, wenn auch vielleicht für sie zunächst nicht konkret greifbaren oder gar erklärbaren *Rahmungsdifferenz* dar. Die übergeordnete Rahmung des Findens einer gemeinsamen Lösung für das gegebene mathematische Problem rückt sozusagen in den Vordergrund und wird Gegenstand der Aushandlung bis ein Arbeitskonsens erreicht wird.

In Triade 19 beginnt Jakob seine zweite Erklärung. Hierzu wurde bereits in der Zusammenfassung der Interaktionsanalyse herausgestellt, dass er seine eigenen Formulierungen und Gesten, also seine eigenen Zeichen aus der ersten Erklärung teilweise erneut aufgreift oder sie variiert und anpasst. So findet sich in dem Objekt der gestischen Triade 19 nun ebenfalls die Betrachtung der Reihenfolge als Gesamtheit, was durch die Variation der Dachhände auf dem Kopf stehend und als Fokus genutzt über den entsprechenden Reihen ausgeführt im Repräsentamen gezeigt wird. Lautsprachlich ergänzt Jakob den Begriff der *Reihenfolge*, möglicherweise aus der Erfahrung heraus, dass die Wortwahl „Möglichkeiten“ im lautsprachlichen Repräsentamen von Triade 3 bereits zu Deutungsdifferenzen zwischen Claus und ihm führte (vgl. Triade 6b). Jakob nutzt im Vergleich in Triade 10 den Begriff der *Reihenfolge* (noch) nicht im lautsprachlichen Repräsentamen. Darin verweist er zusätzlich gestisch auch stärker auf Positionen oder deren Abfolge, was möglicherweise zu Claus' explizit geäußertem Nicht-Verstehen (vgl. Triade 15) beiträgt. Beide Modi, Gestik und Lautsprache, werden also nun ab Triade 19 variiert. Dazu werden Zeichen aufgegriffen und weiterentwickelt und als sich wiederholende Zeichen verwendet. Sie bringen

für Jakob möglicherweise bereits eine gewisse Vertrautheit bezüglich seiner Rahmung mit sich und erfahren so für ihn und möglicherweise auch für seine Interaktionspartner*innen die Anbahnung einer Konventionalisierung (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Huth, 2011a, S. 199). Mindestens haben sie das Potential als konventionalisierte Zeichen aus dem Zeichenprozess hervorzugehen, wenn auf interaktiver Ebene diese Zeichen weiter als gemeinsame Zeichen etabliert werden und z. B. in vergleichbar gerahmten Situationen erneut verwendet werden.

Die zweite Erklärung, die sich über die Triaden 19 bis 26 (vgl. Abb. 9.3.1_12 u. Abb. 9.3.1_13) erstreckt, ist ebenso wie die erste Erklärung geprägt durch den Verweis auf Resultate (vgl. Triade 22) und regelhafte Strukturen des Diagramms der sechs nachgelegten Reihenfolgen (vgl. Triade 21 u. Triade 25a), um den abduktiven Schluss zu begründen bzw. zu belegen. Zusätzlich ergänzt Jakob seine Erklärung um die Anzahl der Reihenfolgen (sieben), die er dann durch die Erzeugung einer doppelten Reihenfolge in Triade 26 im lautsprachlichen Repräsentamen als „unlogisch“ bezeichnet. In Triade 24 zeigt er im gestischen Repräsentamen in der Bewegung der nach oben geführten Faust mit aufgestütztem Ellenbogen eine rekurrierende Rhythmisierung des Gesagten aus der lautsprachlichen Triade und markiert damit semantische Einheiten innerhalb seiner Erklärung.

Claus erzeugt in Triade 25b (vgl. Abb. 9.3.1_13) das lautsprachliche Repräsentamen „tsch tsch tsch (*unverständlich*)“, was gewissermaßen eine Rhythmik der Gestik unterstreicht, aber auch für einen Einwand, etwa im Sinne von *nein, nein, nein, das sehe ich anders* o.Ä. stehen könnte. Gestisch tippt er mit einer C-Handform die Reihe sechs der Kärtchenreihen ab, was als Interpretant aus Jakobs Triade 25a erzeugt worden sein könnte. Claus gestikuliert in gegensätzlicher Leserichtung von rechts nach links. Es wurde in der Interaktionsanalyse herausgestellt, dass die Flexibilität in der Leserichtung möglicherweise über die gesamte Sequenz die Deutungen und Rahmungen von Claus beeinflusst und in Triade 25a dazu führen könnte, dass Claus davon ausgeht, dass die Reihen eins und sechs gleich sind, was Jakob gerade in Triade 25a kurz zuvor ausgeschlossen hatte. Die Äußerungen 9d und 17c, die in der Semiotischen Prozess-Karte in den Triaden 12a und 23 abgebildet sind und die von Jakob erzeugt die Begriffe „umgetauscht“ bzw. „verkehrt“ im lautsprachlichen Repräsentamen enthalten, könnten diese Deutung Claus' der *umgetauschten* Leserichtung zusätzlich evoziert haben. Damit könnte sich eine weitere *Rahmungsdifferenz* bezüglich der Leserichtung der Reihenfolgen zeigen, die in der Folge zwischen Jakob und Claus Thema ihrer Aushandlung sein könnte. Denkt man diese mögliche Flexibilität in der Leserichtung bei Claus weiter, so ist nachvollziehbar, dass er nicht versteht, was Jakob erläutert, weil für Claus Reihenfolge eins damit gleich sein könnte zu Reihenfolge sechs und es daher für ihn unklar erscheinen könnte, warum Jakob gleiche Reihen aus der Lösungsmenge ausschließt und gleichzeitig behauptet, dass nun alle sechs möglichen Reihenfolgen gefunden sind. Claus bricht seine Gestenbewegung mehr oder weniger ab und äußert sich vorerst lautsprachlich hier nicht weiter, wodurch eine weiter eingrenzbar Rekonstruktion seiner Rahmung offenbleiben muss und möglicherweise von seinen Interaktionspartner*innen als Zustimmung gedeutet wird.

Theoretische Einordnung der herausgearbeiteten Analyseergebnisse

Sowohl die Interaktionsanalyse als auch die Semiotische Analyse zeigen zunächst die besonderen Ausdrucksmöglichkeiten von Gestik und Lautsprache und ihr spezifisches Zusammenwirken zur Erzeugung von Interpretationen der Äußerungen bzw. Zeichen. Die Interaktionsanalyse ermöglicht eine tiefgreifende Betrachtung der aufeinander bezogenen Handlungszüge der Interagierenden aufgrund der Erzeugung und Eingrenzung von Deutungsmöglichkeiten. Dies ist durch die nach vorne offene Interpretation und die Möglichkeit der Herstellung von Rückbezügen in der Deutungserzeugung möglich, und zwar zunächst anhand der Gestik, die dann in Bezug auf die Lautsprache zusammengeführt interpretiert wird. Es zeigt sich an diesem ersten Analyseschritt für das hier betrachtete Beispiel eine thematische Orientierung an Jakobs Deutungen, Ideen und eine prominente Stellung seiner Rahmung bezüglich der gefundenen sechs möglichen Reihenfolgen über den Interaktionsverlauf. Dies lässt sich aus dem gemeinsamen Agieren aller Beteiligten rekonstruieren. In der Semiotischen Prozess-Karte lassen sich Gestik und Lautsprache getrennt oder auch aufeinander bezogen betrachten zu jedem Zeitpunkt im Verlauf des Zeichenprozesses und es können auf diese Weise auch strukturelle Zusammenhänge, Einheiten im komplexen semiotischen Zeichenprozess, das Aufgreifen und mögliche Weiterentwickeln von Zeichen auch modusübergreifend nachvollzogen werden. Zudem erlaubt die grafische Darstellung einen Überblick über die Gesamtsituation und verschiedene Beobachtungen auf Mikroebene anhand der einzelnen Triaden.

Im Sinne Sfard und Lavies (2005) kann die beobachtete Interaktion bzw. der Zeichenprozess als *mathematischer Diskurs* bezeichnet werden (vgl. Kap. 4.3 u. Kap. 8.2.2.). Jakob und Claus verwenden mathematikspezifische Begrifflichkeiten, z. B. „Reihenfolge“ (Äußerung 17a) oder die Benennung der Zahlwortreihe (vgl. Äußerung 8a), nutzen visuelle Mediatoren, z. B. die Tierfiguren oder die gelegten Kärtchenreihen, die sie zum Teil diagrammatisch deuten und verwenden akzeptierte Narrationen, wie z. B. die Berufung auf Regeln zur Erzeugung von Reihenfolgen in Jakobs Erklärung (vgl. Äußerung 9e u. 17e). Es lassen sich auch bspw. an Jakobs beiden Erklärungsblöcken Routinen und Muster erkennen, die z. B. Rückschlüsse darüber erlauben, wie aus Sicht Jakobs offenbar eine mathematische Erklärung aufgebaut sein sollte, was sich mutmaßlich aus seinen Erfahrungen diesbezüglich speist.

In der Interaktionsanalyse zeigt sich, dass insbesondere im Verlauf der ersten Erklärung von Jakob seine Gestik und der Bezug zu einem als den Interagierenden gemeinsam zu unterstellenden Hintergrund in Form einer übergeordneten Rahmung des gegebenen mathematischen Problems für eine nachvollziehbare Interpretation obligatorisch sind. In der Lautsprache bedient sich Jakob Lokaldeiktika und Konjunktionen „e hier **da** (.) **des** is **so** (.) und e des is **so** (.)“ (Äußerung 9b) bzw. eher weniger konkreten Beschreibungen „Un wenn du des Gleiche wie da halt dann machst dann geht des net“ (Äußerung 9c) oder auch „weil die weißen sin ja gleich un des is ja umgetauscht“ (Äußerung 9d), die (Zeige-)Gesten notwendig für eine an das Verhandelte gebundene Deutung voraussetzen (vgl. dazu die sogenannte

Zeigegestennotwendigkeit, beschrieben von Fricke, 2012; Kap. 3.2.3). Der zentrale abduktive Schluss „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten“ (Äußerung 4) wird in der Lautsprache durch Jakob hervorgebracht, die Erklärung über die Herleitung über Resultate und Gesetze zu diesem Schluss eher durch die Gestik dominiert, in dem sie ausführt, was die Lautsprache als eine solche beobachtbare Gegebenheit oder auch Regelmäßigkeit innerhalb des Algorithmus' zur Erzeugung von Reihenfolgen ausweist. Betrachtet man Jakobs Schlussfolgerung als die Schlussform der Abduktion im Peirce'schen Sinne (vgl. Kap. 6.5), so wäre diese als eine kreative Schlussform beschreibbar, die von Resultaten und dem Berufen auf ein Gesetz zum Beschreiben eines Falles führt. Genaugenommen macht Jakob hier nichts anderes, wenn er von Resultaten: „e hier **da** (.) **des** is **so** (.) und e **des** is **so** (.)“ (Äußerung 9b) oder auch „dann geht des net“ (Äußerung 9c) und „un des geht jetzt [...] un des **geht** dann“ (Äußerung 9d) unter Berufung auf ein Gesetz: „un wenn man zwei selbe macht dann dann isses unlogisch wer des dann nehmt (.)“ (Äußerung 9e) auf einen Fall schließt und diesen als insbesondere für seine Interaktionspartner*innen scheinbar überraschende Schlussfolgerung erneut äußert: „also gibts nur sechs Möglichkeiten“ (Äußerung 11). Nach Meyer (2007) kann man hier von einer *kreativen Abduktion* sprechen (vgl. Meyer, 2007, S. 49; Kap. 6.5.3), weil man davon ausgehen kann, dass das Gesetz Jakob nicht bekannt war, sondern erst von ihm erfunden bzw. entwickelt werden musste.

Bedeutsame Gesten von Claus sind zunächst die Tipp- bzw. Zeigegesten in Äußerung 8a und b bzw. den Triaden 6b und 8b, sowie die Gesten am Ende der analysierten Sequenz in Äußerung 19 bzw. Triade 25b. Hieran zeigt sich seine differente Deutung bezüglich Jakobs hervorgebrachtem Schluss über die sechs Möglichkeiten (vgl. Äußerung 4), den Claus offenbar zunächst stärker auf einzelne Positionen oder Kärtchen bezieht. Ebenso zeigt sich am Ende der Sequenz potentiell eine Rahmung bei Claus, die darauf schließen lässt, dass er die Leserichtung der gelegten Reihenfolgen flexibel deuten und damit von gleichen Reihenfolgen innerhalb der Lösungsmenge ausgehen könnte.

Zentrale Gesten innerhalb der Erklärungen Jakobs sind zunächst die *Dachgesten* zu Beginn beider Erklärungen und die *Permutationsgesten* (vgl. Äußerung 9a u. 17a bzw. Triade 9 u. 19). Ebenso ist die Einbindung der Tigerfiguren in seine gestische Argumentation ein beachtenswertes Äußerungsereignis (vgl. Äußerung 17e bzw. Triade 25a), das gewissermaßen eine Sonderstellung mit Blick auf die diskutierte Definition von Gesten in Abgrenzung zu Handlungen mit Material erhält (vgl. Kap. 3.1.3). Es unterstreicht die enge Verzahnung von Handlungen an z. B. angebotenen Dingen und Gesten und kann als Stützung der Annahme eines grundlegenden multimodalen Paradigmas von Sprache herangezogen werden: Jakob scheint wegen der Einbindung von Dingen – hier den Tierfiguren – zunächst eine Handlung auszuführen, die jedoch aufgrund der rekonstruierten Deutungen vermutlich eher als *metaphorische Geste* im Sinne McNeills (1992) beschrieben werden kann: Die im Verlauf der Interaktion durch das gegebene mathematische Problem und die Handlungszüge der Interagierenden zugeschriebene Funktion der Tigerfiguren wird im Moment der von Jakob

hervorgebrachten Äußerung aufgebrochen bzw. umgedeutet. Die annähernde Gleichheit und parallele Anordnung der Figuren, in die sie Jakob bringt, wird als Repräsentation von Gleichheit bzw. Ungleichheit von Reihenfolgen genutzt, um seine Argumentation zu veranschaulichen. Die *Dachgeste* Jakobs in der ersten Erklärung lässt sich nach McNeill (1992) ebenso als *metaphorische Geste* beschreiben (vgl. Kap. 3.1.4): Die Hände formen ein Dach, das als Metapher für die Sammlung von Gedanken oder die Zuspitzung auf das Wesentliche steht. In der zweiten Erklärung lässt sich die Weiterentwicklung der *Dachgeste* als Kameraobjektiv und Fokussierung auf die Reihen eins und zwei in McNeills (1992) Klassifikation der Gesten ebenso als *metaphorisch* beschreiben, darüber hinaus aber auch in ihrer weiteren Ausführung des Auseinanderführens über den Reihen als mit *ikonischer Dimension* versehene Geste, welche die Gestalt einer Reihenfolge als Gesamtheit beschreibt. Ebenso erfährt die *Dachgeste* durch ihre Wiederholung als Einleitung der jeweiligen Erklärungsblöcke durch Jakob den Status eines *catchments* im Sinne McNeills, (1992, S. 164ff; vgl. Kap. 3.1.4): Es handelt sich bei der *Dachgeste* um eine wiederkehrende Handform als Merkmal des *catchments* in variierten Gestenausführung – einmal mit der Spitze nach obenweisend, einmal auf dem Kopf stehend – das strukturierende Funktion im Diskurs übernimmt und Einheiten in der Darstellung Jakobs markiert (vgl. Abb. 9.3.1_14).



Abb. 9.3.1_14 Jakobs Dachgeste in der ersten Erklärung (links) und variiert in der zweiten Erklärung (rechts) mit der Handform als wiederkehrendes Merkmal

Einen ähnlichen Charakter weisen auch Jakobs wiederholten Gesten des Öffnens der sich gegenüberstehenden, nahezu symmetrisch ausgeführten Zweihandgesten auf (z. B. Äußerung 9e bzw. Triade 13; Äußerung 17b bzw. Triade 22; Äußerung 17d bzw. Triade 25a), die einmal konkretere lautsprachliche Aussagen an bestimmte Kärtchenreihen binden, an anderer Stelle eher allgemeinere oder weniger konkrete Aussagen bezüglich der Gesamtlösung der Kärtchenreihen einrahmen. Die *Permutationsgeste* zeigt im Sinne McNeills (1992) eine *ikonische Dimension*, denn sie stellt die Handlung des Vertauschens in einer zweihändigen Geste dar. In der Klassifikation Müllers (1998, 2013) lässt sich die *Dachgeste* eher als *repräsentierende Geste* beschreiben, die das Dach selbst als Metapher des zentralen Gedankengangs durch die beiden Hände darstellt. Die *Permutationsgeste* wäre als *Agieren der Hand* zu beschreiben, weil eine Handlung (Vertauschen) ohne konkrete Gegenstände mit den Händen ausgeführt wird (vgl. Kap. 3.1.4).

Die *Permutationsgeste* erfährt insbesondere in der zweiten Erklärung eine Art Verkürzung, weil sie eingebunden ist in einen bereits etablierten gemeinsamen *Ground* im Peirce'schen Sinne oder *Commens* der Interagierenden (vgl. Kap. 6.3), den gewissermaßen die erste Erklärung

(mit-)generiert. Gesten mit *catchment-Charakter* im Sinne McNeills (1992) können zur Etablierung eines *common grounds* zwischen Interagierenden beitragen und gestalten und formen diesen sozusagen als gemeinsamen Deutungsrahmen stetig während der Interaktion (vgl. Kap. 3.1.4 u. Kap. 3.3). In der analysierten Interaktion ist diese Etablierung eines gemeinsamen *common grounds* bezüglich der annehmbaren übergeordneten gemeinsamen Rahmung der Erzeugung einer Lösung zum gegebenen mathematischen Problem zwischen den Interagierenden bereits weit fortgeschritten. In der Semiotischen Prozess-Karte wird dies jeweils als Rahmen um die gesamten Triaden einer Seite angezeigt. Es lässt sich aber auch erkennen, dass verschiedene *Rahmungsdifferenzen* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 38; Kap. 4.2) sozusagen eingefasst in dieser übergeordneten Rahmung, insbesondere zwischen Claus und Jakob, bestehen und einer Aushandlung bedürfen. Außerdem lässt sich bei den Äußerungen 12 bis 16 der Interaktion bzw. den Triaden 15 bis 18 des in der Semiotischen Prozess-Karte dargestellten Zeichenprozesses erkennen, dass auch die übergeordnete Rahmung des gemeinsamen Erzeugens einer Lösung neu verhandelt werden muss bzw. ein *Arbeitskonsens* (vgl. Krummheuer, 1992, 33f; Kap. 4.2) bezüglich einer zweiten Erklärung zwischen den Interagierenden vereinbart werden muss, um die Interaktion weiter bewältigen zu können.

Was ebenso rekonstruierbar erscheint, ist die offenkundig auf Jakobs Gestik ausgerichtete Orientierung von Claus zu Beginn. Es kann angenommen werden, dass aufgrund der doch eher rudimentären Lautsprache Jakobs besonders in der ersten Erklärung die Orientierung an Jakobs Agieren und seiner Gestik eine besonders effektive Interaktionsstrategie für Claus darstellt, um Jakobs Ausführungen folgen zu können. Claus' Deutungen zeigen dabei eine Differenz zu dem auf, was offenbar Jakob auszudrücken versucht. Dies wurde als *Rahmungsdifferenz* in Anlehnung an Krummheuer (1992) in beiden Analysen herausgearbeitet (vgl. Krummheuer, 1992, S. 38). In der Semiotischen Prozess-Karte lässt sich die Rahmungsentwicklung über den gewählten Ausschnitt des Zeichenprozesses aufgrund der farblichen Hinterlegungen in besonderer Weise überblicken. Es kann daran relativ schnell, sozusagen auf einen Blick, erkannt werden, dass Jakobs Rahmung der gefundenen sechs Reihenfolgen als Lösung des gegebenen mathematischen Problems eine Dominanz in der Thematisierung durch die Interagierenden erfährt, während Claus' Rahmungen und Deutungen weitgehend unbeachtet bleiben und vielmehr als Missverstehen oder Unaufmerksamkeit durch seine Interaktionspartner*innen gedeutet werden. Jakobs Gestik referiert vor und während der ersten Erklärung stärker auf die Vorstellung von Reihenfolgen als bestehend aus Kärtchen oder aufeinanderfolgende Positionsbesetzungen, in dem er zunächst im Kartenstapel spielt und anschließend Kärtchen oder Positionen innerhalb der gelegten sechs Reihenfolgen abtippt (vgl. Äußerung 4, 6 u. 9b bzw. Triaden 3, 5a u. 10). Claus versucht sich bereits vor dem Start der ersten Erklärung von Jakob an den gelegten Kärtchenreihen abzuleiten, was Jakob mit seiner Äußerung 4 („s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten“), gemeint haben könnte. Claus zählt hier die einzelnen Kärtchen ab und wechselt erst zum Anzeigen ganzer Reihen als er beim siebten Kärtchen in seinem Zählvorgang angekommen sein dürfte, das auf Position eins der dritten

Reihe liegt. Claus erscheint dies aufgrund Jakobs Aussage über sechs Möglichkeiten vermutlich nicht stimmig zu erscheinen.

Jakobs Gestik und Lautsprache zeigen rückblickend auf beide Erklärungsblöcke regelkonforme und nicht-regelkonforme Reihenfolgen bezogen auf die als übergeordnet rekonstruierte Rahmung des Findens einer Lösung zum gegebenen mathematischen Problem, alle möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen der Permutation von $n=3$ zu finden. Dabei scheint die Gestik hier die Funktion zu übernehmen, maßgebliche Vorstellungen von Jakob darzustellen, bspw. bezüglich des Begriffs der *Reihenfolgen* oder der *Permutation* und der strategischen Nutzung von *Fixpunkten* zur Erzeugung aller Reihen. Ebenso ist es die Gestik, die zu sinnhaften Interpretationen seiner lautsprachlichen Erklärungen führen kann. Betrachtet man die von den Schülern gefundenen und dokumentierten sechs Reihenfolgen als *mathematisches Diagramm* (vgl. Dörfler, 2005, S. 2; 2006a; Schreiber, 2010, S. 28; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2), so fungiert die Gestik hier als der vornehmliche Modus, in dem die relationalen Beziehungen innerhalb des Diagrammes angezeigt werden, also seine Legende und Lesart bereitgestellt wird. Diese Legende gibt Aufschluss darüber, wie die Inskriptionen – hier also die einzelnen Reihenfolgen – in Relation zu den anderen Reihenfolgen zu lesen sind bzw. welche Strukturen hier erkennbar werden. Ebenso verweist die Gestik im Zusammenspiel mit der Lautsprache auf in der Lösungsmenge erlaubte und nicht-erlaubte Manipulationen bzw. Permutationen innerhalb des Diagramms (vgl. Huth, 2013, S. 495). Es zeigt sich daran offenbar die enge Beziehung von Gestik und Inskriptionen, die sich auf den ersten Blick weniger vermuten lässt (vgl. Kap. 7.2). Gesten übernehmen hier die Darstellung von relationalen Beziehungen innerhalb des Diagramms und zeigen, wie die einzelne Inskription in Relation zu anderen Inskriptionen und schließlich als das Diagramm der nachgelegten Reihenfolgen gelesen werden muss.

Bei den Darstellungen der Ansätze aus der Gestentheorie in Kapitel 3.2 der vorliegenden Arbeit wurde ausgeführt, dass aus linguistischer Sicht Fricke (2012) die Multimodalität von Sprache u. a. an der sogenannten *Code-Integration* und *Code-Manifestation* in beiden Modi – Gestik und Lautsprache – begründet sieht (vgl. Kap. 3.2.3). In Bezug auf die vorliegende Arbeit kann dieser linguistische Ansatz Frickes (2012) erweitert auf die Frage nach der *Multimodalität mathematischer Zeichen* gedacht werden. Am Beispiel der *Permutationsgeste* Jakobs (vgl. Äußerung 9d u. 17e bzw. Triade 12a u. 23) und dem gleichzeitigen lautsprachlichen Ausdruck „umgetauscht“ bzw. „verkehrt“ ließe sich die Theorie etwa folgendermaßen für die Mathematik bzw. den Prozess der mathematischen Denkentwicklung, in dem sich Jakob und Claus befinden, adaptieren: Betrachtet man Jakobs *Permutationsgestik* und seine diesbezügliche Lautsprache „umgetauscht“ bzw. „verkehrt“ und seine Gestik als *mathematisches Zeichen der Permutation* im Sinne einer dynamischen Vorstellung der Vertauschung (Gestik) und des Resultats dieses Vorganges (Lautsprache), lässt sich argumentieren, dass in beiden Modi dieses mathematische Zeichen unter Beachtung der jeweiligen Ausdrucksspezifika hervorgebracht wird. Die Gestik zeigt hier die Besonderheit gegenüber der Lautsprache oder auch möglicher

mathematischer Inskriptionen, dass sie dreidimensional anzeigen kann, wie der Vorgang der Permutation als Vertauschung verstehbar bzw. vorstellbar ist. Sie verweist damit auch pantomimisch auf eine mögliche Handlung, nämlich die der Vertauschung der Kärtchen. Mathematikdidaktisch betrachtet evoziert die Gestik sozusagen die Entwicklung eines Begriffs bzw. einer Vorstellung zu dem, was als „umgetauscht“ oder „verkehrt“ lautsprachlich und mathematisch nicht ganz adäquat bezeichnet wird im Sinne einer Permutation. Die Gestik verweist dabei nicht nur auf vergleichbare Aspekte wie die Lautsprache, sondern definiert diese sozusagen und hebt eher auf den Vorgang der Permutation ab. Man kann damit von einer *Code-Integration der Permutation in beiden Modi*, in der Gestik und der Lautsprache, sprechen, was im Sinne der Theorie Frickes (2012) ein Baustein des Nachweises eines nun als multimodal zu bezeichnenden Mathematiktreibens junger Lernender zu werten wäre. Bezüglich der *Code-Manifestation* im Sinne Frickes (2012) lässt sich dann weiter fragen, ob Eigenschaften mathematischer Zeichen in der betrachteten Gestik und Lautsprache rekonstruierbar sind. In Bezug auf Schreibers (2010) Ausführungen zu dem, was er als epistemologischen Charakter vornehmlich schriftlicher mathematischer Zeichen beschreibt (vgl. Schreiber, 2010, S. 15), könnte man übertragen auf Jakobs Lautsprache davon ausgehen, dass der Begriff „umgetauscht“ oder „verkehrt“, mit der er die Permutation von zwei Positionen beschreibt, weniger die Eigenschaft eines solchen mathematischen Zeichens aufweist, weil die genutzten Begriffe lediglich für Vertauschung stehen, diese aber nicht tatsächlich sind. Die Bezeichnung rein in der geäußerten Lautsprache ist der Verweis auf, aber nicht das mathematische Objekt der Permutation selbst. Es kann aber sehr wohl festgestellt werden, dass die gezeigte Permutationsgestik diese Eigenschaft aufweist: Die Vertauschungsgestik zeigt sozusagen tatsächlich den Vorgang des Vertauschens im Diagramm an, und zwar regelkonform zu seinen immanenten mathematischen Strukturen (Fixpunkt und vertauschbare Positionen, Gleichheit und Verschiedenheit von Reihen) und der regelhaften Manipulationen, die im Diagramm der Reihenfolgen möglich sind, um zu einer mathematisch adäquaten Lösungsmenge zu gelangen.

In der Gestentheorie werden sich wiederholende Gesten als *Mimikry* bezeichnet (vgl. Holler & Wilkin, 2011; Kimbara, 2006; Kap. 3.3). Solche Prozesse des Aufgreifens von Zeichen bzw. Gesten oder lautsprachlichen Äußerungen über den Verlauf einer Interaktion oder eines Zeichenprozesses auch von verschiedenen Interagierenden lassen sich in Anlehnung an Fricke (2007) als zunehmende Konventionalisierung von Gesten beschreiben, die innerhalb einer solchen Sprachgemeinschaft wiederholt genutzt werden können und sich potentiell als eine Art Gewohnheit der Sprechenden in ihren Äußerungen zeigen (vgl. Kap. 3.2.3). Sie werden dann als gleiche oder ähnliche Handformen verwendet, um auf etwas gleiches Gemeintes oder Ähnliches zu verweisen.

Ein vergleichbarer Gebrauch lässt sich in Bezug auf die Gestikulation und die gleichzeitig geäußerte lautsprachliche Bezeichnung „Reihenfolge“ durch Jakob rekonstruieren: Während die Lautsprache in der zweiten Erklärung prägnant den Begriff *Reihenfolge* nutzt, der auf eine solche verweist, diese aber nicht selbst beinhaltet, zeigt die Gestik Jakobs damit verbundene

Vorstellungen an oder das, was Jakob gerade fokussieren möchte: Reihenfolgen in ihrer *Positionsabfolge* (Erklärung 1) oder Reihenfolgen in ihrer *Gesamtheit* (Erklärung 2). Jakobs Gestik verweist damit auf erweiterte oder andere mathematisch relevante Aspekte als die Lautsprache über den thematisierten mathematischen Begriff hinaus und evoziert gleichzeitig erneut eine Vorstellung dessen, was man unter dem Begriff verstehen kann. Das mathematische Zeichen zeigt sich in beiden Codes – Gestik und Lautsprache – sowohl integriert als auch insbesondere in der Gestik manifestiert. Damit ließe sich eine grundlegende Multimodalität mathematischer Zeichen in der Übertragung dieser linguistischen Theorie Frickes (2012) zumindest im Entwicklungsprozess des mathematischen Denkens, in dem sich Jakob und Claus befinden, nachweisen. Wiederholungen im Sinne eines Gesten-Mimikries etablieren auch potentiell einen *gemeinsamen Hintergrund* oder auch im Peirce'schen Sinne den *Ground* bzw. *Commens* innerhalb der Interaktion, der es erlaubt, vertraute Deutungen bzw. Rahmungen zu reaktivieren aufgrund wiedererkannter Gesten als vertraute Repräsentamen (vgl. Schreiber, 2010, S. 59). Im Sinne Kendons (2004) etabliert sich auf diese Weise eventuell auch eine *Gestenfamilie* der *Dachhände*, die immer dann von Sprechenden der Sprachgemeinschaft zum Einsatz kommen könnte, wenn eine Zuspitzung bzw. Konzentration auf Wesentliches erfolgen soll. Ebenso könnten die sich wiederholt öffnenden Hände Jakobs (vgl. Äußerung 9e bzw. Triade 13, Äußerung 17d bzw. Triade 22, Äußerung 17d bzw. Triade 25a) zur Anzeige von konkreten oder allgemeinen Aspekten bezüglich der sechs gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen als *Gestenfamilie* eingeordnet werden.

In Bezug auf die Theorie der *Matches* und *Mismatches* nach Goldin-Meadow (2003) wäre es möglich, Jakobs Äußerungen 4, 6 und auch 9b in der Deutung von Claus als eine Art *Mismatch* zwischen Gestik und Lautsprache im Sinne Goldin-Meadows (2003) zu rekonstruieren (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 26; Kap. 5.4): In Äußerung 4 spricht Jakob von „Möglichkeiten“, in Äußerung 6 erwähnt er lediglich „alle“ und spielt gestisch zeitgleich im Kartenstapel. Es bleibt möglicherweise für Claus unklar, ob Jakob die einzelnen Karten oder ganze Reihenfolgen meint. In Äußerung 9b verweist Jakob lautsprachlich eher auf einzelne Elemente „des is so (.)“ und „e des is so (.)“ (Äußerung 9b), während er gestisch stärker die Positionen in Reihenfolge eins und drei abtippt, also mehrere Elemente herausstellt. Diese Äußerungsereignisse als *Mismatch* interpretiert, könnte in der Folge bei Claus einerseits zur Irritation führen, andererseits seine Deutung, die man aus Claus' Äußerung 8 (a-b) ableiten kann, bestärken, dass mit „sechs Möglichkeiten“ *Positionen* oder *Kärtchen* gemeint sind. Jakob macht aus einer möglicherweise entwickelten Ahnung über diese differente Deutung mit dem Begriff *Reihenfolge* in Äußerung 17a lautsprachlich besonders deutlich, was er meint. Gleichzeitig variiert Jakob seine Gestik und verändert sie im Vergleich zur ersten Erklärung vom Tippen zum Anzeigen als eine konstante Bewegung mit der sich annähernd wiederholenden Gestenform der *Dachhände* (vgl. Äußerung 17a.10ff) – jetzt auf dem Kopf stehend – aus der ersten Erklärung (vgl. Äußerung 9a.5ff). Er erzeugt damit in Goldin-Meadows (2003) Sinne einen *Match*, aus seiner Sicht interpretierbar als Reparatur aus der eigenen Deutung seiner

ersten Erklärung heraus.²³⁰ Es fällt im Vergleich von erster zu zweiter Erklärung auf, dass Jakobs zweite Erklärung weniger Äußerungsereignisse enthält, die potentiell als *Mismatch* in den Deutungen seiner Interaktionspartner*innen rekonstruiert werden könnten. Dies kann mutmaßlich damit erklärt werden, dass dieser zweite Äußerungskomplex eine bereits weit fortgeschrittene Phase im mathematischen Lösungsprozess Jakobs zeigt. Es handelt sich um eine ihm zunehmend vertrautere Idee oder Erkenntnis, die er hier zweimal darstellt. Sie stellt damit weniger ein sogenanntes Übergangsstadium im Denkprozess dar, wie es Goldin-Meadow (2003) bezüglich der *Mismatches* annimmt (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 54), sondern zeigt mutmaßlich eher einen bereits abgeschlossenen Erkenntnisprozess Jakobs.

Ebenso kann die Theorie des *semiotic bundles* (Arzarello, 2006, S. 267) und des *semiotic games* (Arzarello & Paola, 2007, S. 17) herangezogen werden (vgl. Kap. 5.1), um die analysierte Sequenz theoretisch einzuordnen. An verschiedenen Stellen lässt sich rekonstruieren, dass Jakob Gesten oder referierte Reihenfolgen von Claus aufgreift, z. B. zu Beginn seiner ersten Erklärung, die er an den zuvor von Claus abgetippten ersten drei Reihenfolgen verortet. Es kann zudem vermutet werden, dass Claus z. B. in Äußerung 19 in seiner gestisch gezeigten C-Handform Jakobs lautsprachlichen Verweis auf die Anzahl zwei aus Äußerung 17e aufgreift und bezüglich seiner Absichten modusübergreifend äußert. Schließlich macht der Vergleich aus der ersten und der zweiten Erklärung deutlich, dass Jakob Formulierungen und Gesten aus seiner ersten Erklärung aufgreift und weiterentwickelt nutzt bei der zweiten Darstellung. Beide Schüler nutzen also offenbar einen gemeinsam dynamisch über den Verlauf der Interaktion erzeugten Pool an Gesten und lautsprachlichen Äußerungen, der in der dargestellten Theorie von Arzarello (2006) und Arzarello und Paola (2007) in Kapitel 5.1 der vorliegenden Arbeit als *semiotisches Bündel* von Zeichen beschrieben werden kann (vgl. Arzarello, 2006, S. 267). Jakob und Claus spielen folglich ein sich in der Interaktion entwickelndes *semiotisches Spiel* (vgl. Arzarello & Paola, 2007, S. 17), genauer ein *semiotisches Spiel unter Gleichen* (vgl. Huth, 2011a, S. 226f; Huth, 2014, S. 169 u. ausführlich zu diesem theoretischen Ansatz Kap. 5.1). Im Rahmen eines solchen Spiels können Zeichenrepertoires gestaltet bzw. entwickelt und darin wiederkehrende Zeichen etabliert werden, die dann auch übergeordnet auf bereits ausgehandelte als gemeinsam geteilt geltende Deutungen (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18; Kap. 4.2) verweisen. In diesem Spiel scheinen sich auch erst in der konkreten Interaktionssituation die Rollenverhältnisse bezüglich der mathematischen Versiertheit zu klären. Jakobs Agieren kann im Sinne der Interaktionstheorie als Verweis auf eine zunehmende Handlungsautonomie und Verantwortungsübernahme für seine mathematische Argumentation gedeutet werden (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Brandt, 2001; Kap. 4.2). Claus versucht möglicherweise durch seine Beiträge eher eine Partizipation am mathematischen Diskurs, wobei Jakobs Agieren als Orientierung dienen könnte, aber auch umgekehrt. Arzarello und Paola (2007) beschreiben das *semiotische Spiel* ausschließlich im Rahmen von

²³⁰ Dieses Verhalten zeigten auch Studienteilnehmer*innen der sogenannten *Mismatch-Experimente* von McNeill (1992), die *Mismatches* im Input präsentiert bekamen (vgl. McNeill, 1992, S. 138; Kap. 5.4). Sie nahmen dann in der Folge häufig eine Reparatur der *Mismatch-Stelle* in der eigenen Performanz vor.

mathematischen Unterrichtssituationen zwischen Schüler*innen und Lehrkraft, wobei der Lehrperson relativ ausschließlich die Rolle des*r mathematischen Expert*in zugeschrieben wird. Bei Jakob und Claus sind von außen betrachtet die zugewiesenen Rollen zunächst gleich: Es handelt sich um Lernende, die in der institutionell vorgegebenen Hierarchie auf einer Ebene stehen und denen das gegebene mathematische Problem unbekannt sein dürfte. Erst im Verlauf der Interaktion bzw. des Zeichenprozesses und durch die sich entwickelnde strukturelle Gestalt dieser, erscheint Jakob die Rolle des mathematisch Versierten zu übernehmen und auch zugewiesen zu bekommen, wobei in einzelnen Abschnitten der ausgewählten Sequenz ihm durchaus unterstellt werden kann, dass er Claus' Gesten aufgreift, z. B. zu Beginn der ersten Erklärung, die er an den ersten Reihenfolgen ansetzt, welche Claus kurz zuvor deutlich positionsweise abtippte.

9.3.2 Beispiel 2: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 2: Ayse und Jana

Einleitende Hinweise zu Transkript 2

In der ausgewählten Sequenz (Minute 07:59-09:04) interagieren Ayse (7 Jahre), Jana (8 Jahre) und die begleitende Person B miteinander. Sie beschäftigen sich ebenso wie Jakob und Claus (Beispiel 1) mit dem kombinatorischen Problem des Findens aller Reihenfolgen aus drei Elementen (Tierpolonaise aus drei Tieren; Permutation von $n=3$ Elementen). Als Material stehen den Schülerinnen die bekannten Plastikfiguren, ein Podest aus Pappe, Legekärtchen aus Papier mit den abgebildeten Tierköpfen zur Dokumentation gefundener Reihenfolgen und leere lilafarbene DIN A4 Blätter zur Verfügung, auf denen die Kärtchen angeordnet werden können.²³¹ Der Transkriptausschnitt beginnt, als die Schülerinnen²³² bereits fünf Möglichkeiten gefunden, nachgestellt und nachgelegt haben. Kurz zuvor haben die beiden Mädchen aus ihrem Blickwinkel in Leserichtung von links nach rechts auf dem Podest die Anordnung *weißer Tiger – brauner Tiger – Elefant* (im Folgenden auch WBE) gestellt, wobei die Tierfiguren alle nach rechts schauen. Dazu haben die Schülerinnen in Leserichtung von links nach rechts die Anordnung EBW mit den Kärtchen auf das DIN A4 Blatt als 5. Reihenfolge gelegt. Anschließend verändern sie diese gelegte 5. Reihenfolge zu WBE. Beide Mädchen stehen nun am Tisch angelehnt, auf dem gearbeitet wird. Die noch nicht verwendeten Tierkärtchen liegen auf sortierten Stapeln vor der begleitenden Person B auf dem Tisch (vgl. Abb. 9.3.2_15).

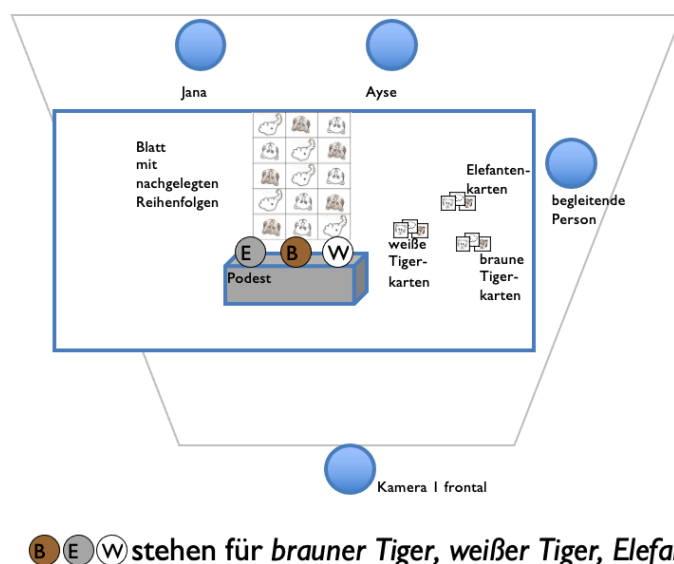


Abb. 9.3.2_15 Situationskizze Beispiel 2

²³¹ Diese dienen vor allem für die Kameraaufnahmen als zur Tischplatte kontrastierender Hintergrund.

²³² Es wird die feminine Form verwendet, weil es sich um zwei Schülerinnen handelt.

Abbildung 9.3.2_16 zeigt den Beginn der Sequenz. Jana trägt den schwarz-grau gestreiften Pullover, Ayse den weiß-grau gestreiften Pullover.

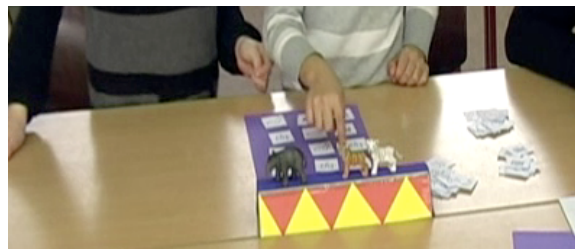


Abb. 9.3.2_16 Originalfoto aus der Situation zu Sequenzbeginn (Beispiel 2)

Folgende fünf Reihenfolgen liegen aus Sicht der Schülerinnen vor ihnen auf dem Tisch (vgl. Abb. 9.3.2_17). Wie in Beispiel 1 sind auch hier in der Abbildung die Reihen und die Spalten bezeichnet, in der konkreten Situation liegen dort nur die Tierkärtchen entsprechend vor den beiden Schülerinnen ohne Bezeichnungen der Positionen oder Reihen.


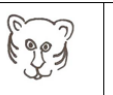











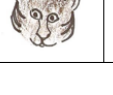
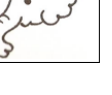






	1. Position	2. Position	3. Position
1. Reihe			
2. Reihe			
3. Reihe			
4. Reihe			
5. Reihe			

Abb. 9.3.2_17 Die fünf von Ayse und Jana zu Beginn der Sequenz gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen

Es gilt die einheitliche Transkriptionslegende (vgl. Kap. 8.6). Zusätzlich sind folgende Handformen im Transkript benannt (vgl. Tab. 9.3.2_4):

<p><i>Staffelhand</i> Entspannte Handhaltung ohne Anstrengung der Handmuskeln, z. B.</p> 	<p><i>G-Hand</i> Zeigende Handformen, prototypisch mit dem Zeigefinger und angewinkelten restl. Fingern z. B.</p> 	<p><i>Greifhand</i> Fortführung der Staffelhand durch Anspannung der Fingermuskulatur z. B.</p> 
--	---	--

9 Empirie: Beispiel 2: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 2: Ayse und Jana

<p><i>Faust</i> Jegliche Art von Fäusten, unabhängig davon, welche Position der Daumen oder die Hand einnehmen z. B.</p> 	<p><i>Kreuzarme</i> Die Arme sind miteinander verschränkt und werden vor dem Oberkörper gehalten. Dabei ist entweder der rechte oder der linke Arm oben. z. B.</p> 	<p><i>Flachhand</i> Die Hand ist flach ausgestreckt, der Daumen zumeist angelegt, die Finger weitestgehend geschlossen. z. B.</p> 
--	--	--

Tab. 9.3.2_4 Handformen, die im Transkript 2 verwendet werden

Transkriptausschnitt

Äußerung Zeit	Namenskürzel Zeilennummerierung	Äußerung: gestische und lautsprachliche Partitur und Beschreibung der Arm- und Handbewegungen sowie weiterer Körperbewegungen und Positionsangaben
1a (a-b) 07:59	A[ls] A[gs] 1 2 3 4 5 6	Das hatten wir schon gehabt °----- ----- A steht am Tisch, Hüften bzw. Bauch berühren die Tischkante, beide Arme angewinkelt. Die li Hand liegt in Faustform, Handrücken weist zur Raumdecke, auf der Tischkante dicht am Körper. Der re Arm und die re Hand liegen in ähnlicher Position ebenfalls an der Tischkante, Handrücken weist zur Raumdecke, die re Hand liegt dicht am Körper und ist um ca. 45° in Richtung J gedreht, der Blick As ist auf den Arbeitsbereich gerichtet. A startet (°) und führt die re Hand in G-Handform in Richtung obere drei Kärtchenreihen (I.), fixiert diese Position in ca. 5cm Höhe über diesen Reihen
2 08:01	<J[ls] <J[gs] 1 2 3 4 5 6 7	Nein/ °----- ----- J steht am Tisch, ihre Hüfte berührt die Tischkante. Der re Arm ist nahezu gestreckt, die re Hand liegt in Staffelhandform auf der Tischplatte re außerhalb des Arbeitsbereiches auf, Handfläche zur Tischplatte weisend, die Finger weisen nach re außerhalb des Arbeitsbereiches. Der li Unterarm ist angewinkelt und befindet sich zwischen den Schülern, der Ellenbogen weist hinter Jana, die li Hand ist entspannt, die Finger gekrümmt. Die li Hand wird unmittelbar über der Tischkante gehalten, und zwar so, dass die Handfläche nach re weist. Zeigefinger und Daumen berühren sich an den Fingerkuppen. Die li Handkante mit dem kleinen Finger liegt nahezu auf der Tischkante. Janas Blick ist auf die Kärtchenreihen gerichtet
1b (a-b) 08:01	<A[ls] <A[gs] 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18	-2--3---4--5--6---7--8--9---10--11--12---13---14-----° A bewegt ihre Zeigehand nach re, indem sie zweimal in der Luft über den Positionen 2 und 3 tippt (2, 3), dann führt sie ihre Zeigehand nach li Richtung 1. Position und eine Reihe unter der eben abgetippten und tippt in der Luft auf Höhe der 1. Position (4), tippt nach re über die 2. Position (5), tippt nach re über die 3. Position (6), führt Zeigehand nach li Richtung 1. Position einer Kartenreihe darunter, tippt über 1. Position (7), tippt nach re über die 2. Position (8), tippt nach re über die 3. Position (9), führt die Zeigehand nach li über der 1. Position der Kärtchenreihe unterhalb der eben abgetippten Reihe, tippt über der 1. Position (10), tippt nach re über der 2. Position (11), tippt nach re über der 3. Position (12), führt die Zeigehand nach li über die 1. Position der nächst unteren Kärtchenreihe, tippt über der 1. Position (13), tippt nach re über der 2. Position (14), löst die Handform auf und führt gleichzeitig die re Hand zu Tischkante. Legt sie in Staffelhandform darauf ab, der Handballen liegt an der Tischkante an, die Finger liegen auf der Tischplatte auf, der Handrücken weist zur Raumdecke, die Hand ist ca. 45° zu Jana gedreht, der Blick bleibt auf den Kärtchenreihen (°)
3 08:05	<J[gs] <J[ls] 1 2 3 4	Braunen Tiger hattn wir (.) erst da in der Mitte (.) °----- -----2-----3----- J startet mit den in Staffelhandform auf dem Tisch abgelegten Händen (°), die li Hand formt eine G-Handform mit gestrecktem Zeigefinger. Die Hand wird um 180° gegen den Uhrzeigersinn gedreht, der Handrücken weist nun zur Tischplatte, die restlichen Finger werden etwas geöffnet. Die li Hand wird vom Tisch angehoben, zeigt in der unteren Kärtchenreihe auf die 2. Position (1), wird unmittelbar

9 Empirie: Beispiel 2: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 2: Ayse und Jana

	5 6 7 8 9 10 11	anschließend in einem kleinen Bogen nach oben in Richtung Podest/braune Tigerfigur bewegt, dabei wird die Zeigehand aufgelöst zu einer Flachhand, die einmal nach unten in Richtung Kärtchenreihen wippt und wieder nach oben geführt wird (2). Die li Hand wird zurückgeführt, Handrücken weiter zur Tischplatte weisend, wird zur G-Handform mit ausgestrecktem Zeigefinger verändert. Jana tippt mit li auf die 2. Position in der letzter Kärtchenreihe (3). Die li Hand wird zurückgeführt, gleichzeitig um 180° im Uhrzeigersinn gedreht, die Hand formt eine Staffelhandform, wird mit der Handfläche an den Bauch gelegt, der Handrücken weist zur Kamera 1, Blick bleibt auf den Kärtchenreihen (°)
4a (a-b)	>J[ls] >J[gs]	Oh °-1--2--3--°
08:09	1 2 3 4 5 6 7	J startet mit beiden Händen in Staffelhandform (°) hebt beide angewinkelte Arme gleichzeitig an und bewegt die Hände in Richtung Podest, stockt in der Luft ca. 30cm über den Kärtchenreihen (1.), bewegt beide Hände und Arme kurz nach innen zueinander und unten in Richtung Kärtchenreihen, stockt erneut (2), bewegt beide Arme und Hände ca. 50cm auseinander, die Hände stehen sich annähernd symmetrisch in der Luft gegenüber, Handflächen zueinander gewandt, Staffelhandform. Jana bewegt ihren Oberkörper zurück und führt gleichzeitig ihre Arme und Hände zusammen, hält sie in Staffelhandform, Handflächen zum Körper gewandt an ihrem Bauch, der Blick ist auf die Kärtchenreihen gerichtet (°)
5	>A[ls] >A[gs]	Ey wie sn\ °-1-----2-----3-----°
08:10	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14	A startet mit beiden Händen in Staffelhandform auf der Tischplatte aufliegend, Handfläche zur Tischplatte gewandt (°), hebt beide Hände an, dreht die re Hand ca. 90° im Uhrzeigersinn, die li Hand ca. 90° gegen den Uhrzeigersinn, so dass die Handflächen zueinander weisen und bewegt die Hände gleichzeitig an die unteren beiden Ecken des DINA4 Blatts, auf dem die Kärtchenreihen liegen, die Fingerspitzen berühren jeweils die li und re Ecke des Blattes (1). Ayse dreht das Blatt mit beiden Händen ca 10° im Uhrzeigersinn, dabei wird die re Hand ca. 45° gegen den Uhrzeigersinn gedreht, so dass der Handrücken zu sehen ist, Daumen und Zeigefinger der re Hand verbleiben an der re Ecke des Blattes. Die li Hand wird ca. 45° gegen den Uhrzeigersinn gedreht, so dass die Handfläche sichtbar wird, Zeigefinger und Mittelfinger der li Hand liegen auf der Tischplatte auf und weisen auf die li Ecke des Blattes, der Daumen und der kleine Finger der li Hand sind ebenfalls abgespreizt (2). Ayse schaut zu den übrigen Kärtchenstapel, dreht dabei die li Hand um ca. 135° im Uhrzeigersinn, so dass der Handrücken zur Raumdecke weist, die Hand verbleibt an der li unteren Ecke des Blattes, Ayse schaut zu B, schaut zu den Kärtchenreihen (3). Ayse hebt mit beiden Händen, und zwar immer mit Zeigefinger und Daumen die beiden unteren Ecken des Blattes ca. 2cm an, lässt li los, re verbleibt am Blatt die Ecke haltend (°)
4b	>J[ls] >J[gs]	Oh (.) oh (lacht) °-1--2-3-4-° °-1--2--3-----4-----5-----°
08:11	8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34	J startet unmittelbar in Staffelhandform (°), hebt beide Arme an und führt sie mit dem Handrücken zur Raumdecke weisend in Richtung Tierfiguren, umfasst mit der re Hand von oben die Elefantenfigur, der re Zeigefinger ist abgespreizt, mit li die weiße Tigerfigur von oben, der li Zeigefinger ist abgespreizt (1), hebt mit der re Hand die Elefantenfigur und mit der li Hand die weiße Tigerfigur an (2), die li Hand wird mit der weißen Tigerfigur zum Oberkörper geführt und vor dem Oberkörper gehalten, gleichzeitig stellt Jana mit der re Hand die Elefantenfigur aus ihrer Sicht li außen auf das Podest (3). Jana stellt mit der li Hand die weiße Tigerfigur aus ihrer Sicht re außen auf das Podest, legt zeitgleich die re Hand re neben Podest und Kärtchenreihen auf der Tischplatte in Staffelhandform ab, der Handrücken weist zur Raumdecke, der re Unterarm und der re Handballen sind auf der Tischplatte aufgelegt (4). Sie zieht ihre li Hand in Richtung ihres Oberkörpers, der Blick wird auf die Kärtchenreihe gerichtet. Die Fingerkuppen der re Hand werden auf die Tischplatte abgesenkt, Jana richtet sich im Oberkörper auf und legt li Hand an der Tischkante in einer entspannten Faustform mit der Handfläche zur Tischplatte weisend ab (°). J startet unmittelbar (°), hebt beide Arme an und führt beide Hände sie mit dem Handrücken zur Raumdecke weisend in Richtung Tierfiguren auf dem Podest, umfasst von oben mit der re Hand die weiße Tigerfigur, mit der li Hand von oben die Elefantenfigur (1), hebt mit der li Hand die Elefantenfigur auf ca. 20cm über dem Podest an und führt sie etwas in Richtung ihres Oberkörpers (2). Jana führt die Elefantenfigur ganz zu ihrem Oberkörper zurück, hält sie vor ihrem Bauch, während sie mit der re Hand die weiße Tigerfigur anhebt und nach li führt und li außen auf dem Podest abstellt (3). Jana führt die re Hand zu li Hand und umfasst die Elefantenfigur von oben mit der re Hand (4). Die li Hand wird in Staffelhandform mit der Handfläche zur Raumdecke weisend vor dem Bauch gehalten, der li Ellenbogen ist 90° angewinkelt, gleichzeitig stellt Jana die Elefantenfigur mit ihrer re Hand re außen auf das Podest ab (4). Jana zieht re Hand zurück zu ihrem Oberkörper, beide Hände berühren sich und werden nach unten zu Tischkante geführt, li Hand und Arm verschwinden hinter und unter dem Tisch, der re Unterarm und die re Hand werden auf der Tischplatte abgelegt in Faustform vor dem Oberkörper, die Handkante liegt auf der Tischplatte auf, der Daumen ist nach oben weisend leicht abgespreizt, Jana lacht und schaut zu B (5), Jana schaut zu den Kärtchenreihen, beugt den Oberkörper nach vorne, zieht ihren Stuhl mit der li Hand an den Tisch heran (°)
6	>B[ls] >B[gs]	°-----1-----°
08:17	1 2	B lächelt und startet (°), führt ihre li Hand vom Nacken zur Tischplatte und formt Kreuzarme (1) hebt ihren Oberkörper etwas an, bewegt ihn dann nach unten, schaut auf die Kärtchenreihen (°)

9 Empirie: Beispiel 2: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 2: Ayse und Jana

7	>A[ls]	Mach des halt einfach- (unverständlich) b a a a
	>A[gs]	°---1---2---3---4---5---
08:18	1	A startet und schaut auf die Kärtchenreihen (°), beide Hände werden auf ca. 5cm Höhe in Staffelhandform angehoben und ca. 10 cm nach vorne in Richtung Podest geführt (1). Beide Hände werden unmittelbar anschließend wieder zurückgeführt und li und re neben den unteren Kärtchenreihen abgelegt (2), die Hände werden erneut in Staffelhandform angehoben, Handflächen zur Tischplatte weisend, beide Hände werden ca. 10cm nach vorne in Richtung Podest über die Kärtchenreihen geführt (3) und unmittelbar anschließend wieder zurückgeführt und an den unteren Ecken des DIN A4 Blattes abgelegt, die re Hand in Staffelhandform, der Handrücken weist zur Raumdecke, die li Hand wird mit der Handkante auf der Tischplatte abgelegt, die Handinnenfläche weist nach re, Zeigefinger und Mittelfinger der li Hand bewegen sich, Blick ist Richtung Kärtchenreihen gerichtet (°).
	2	A blickt weiter zu den Kärtchenreihen und startet erneut (°), formt li eine Flachhand und legt sie direkt an der Tischkante flach ab, Handrücken zur Raumdecke weisend, die Finger sind in Richtung Podest/Kärtchenreihen ausgerichtet. Die re Hand wird gleichzeitig angehoben und um ca. 135° im Uhrzeigersinn gedreht. Ayse formt eine Flachhand, so dass die Handfläche sichtbar wird und führt die re Hand mittig über die Kärtchenreihen auf Höhe der auf dem Podest stehenden braunen Tigerfigur (1).
	3	Ayse führt die re Hand zurück zu ihrem Oberkörper, dreht sie gleichzeitig um ca. 110° gegen den Uhrzeigersinn, so dass der Handrücken zur Raumdecke weist (2), führt beide Hände gleichzeitig li und re an die unteren Ecken des DIN A4, berührt es mit den Fingerspitzen (3), hebt es beidhändig an den Ecken ca. 2cm an, das Blatt formt einen Bogen und die Kärtchen darauf verrutschen. Ayse legt das DIN A4 Blatt wieder ab (4) und beginnt damit, mit beiden Händen die Legekärtchen auf die Ursprungspositionen auf dem Blatt zu verschieben und schließlich mit Jana die Kärtchenreihen in unveränderter Anordnung nach oben auf dem DIN A4 Blatt zu verschieben (5)
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	18	
	19	
	20	
	21	
8	>J[ls]	(Nein) du kannst (unverständlich) (...)
	>J[gs]	°-----1-----2---
08:20	1	J startet (°), führt die re Hand in Richtung obere Kärtchenreihe und legt sie in Staffelhandform, Handrücken zur Raumdecke weisend, neben den beiden oberen nachgelegten Reihen in Staffelhandform ab, die Fingerspitzen berühren ein auf der 3. Position liegendes Kärtchen. Die li Hand wird zeitgleich hinter dem Tisch hervorgeholt und angehoben. Jana führt die li Hand in Staffelhandform, Handrücken zur Raumdecke weisend in einer bogenförmigen Bewegung in Richtung obere Kärtchenreihen, berührt mit den Finger li außen ein Kärtchen, das auf der 1. Position auf dem DIN A4 Blatt liegt (1), beginnt damit, die Legekärtchen auf dem Blatt zu verschieben (2)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
9	>B[ls]	Habt ihr die schon/
	>B[gs]	
08:21	1	B schaut auf Aktionen der Schülerinnen, bleibt unverändert in Kreuzarmposition mit re oben
10a (a-b)	J[ls]	Nein/ (unverständlich) Du kannst das auch so machen (.) ganz so/ (.) dann passen noch welche hin\
	J[gs]	-----3-----4-----5-----6-----7-----8-----9-----
08:22	1	Jana führt die li Hand in unveränderter Handform auf ein Kärtchen auf der 2. Position und verschiebt dieses (3). Jana hebt beide Hände in Staffelhandform ca. 5cm an, Handfläche zu den Kärtchenreihen weisend. Beide Hände werden eine Reihe unterhalb der eben verschobenen Reihe geführt und verschieben dort die Kärtchen auf den Außenpositionen 1 und 3 nach oben auf dem DIN A4 Blatt (4).
	2	Jana bewegt ihre li Hand nach re und verschiebt auch das Kärtchen auf der 2. Position nach oben auf dem DIN A4 Blatt (5) verfährt so auch bei der nächsten darunter liegenden Reihe (6, 7) und der darunter liegenden Reihe (8, 9)
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
11	<B[ls]	Mmh\
	<B[gs]	°---1-----2-----3-----4-----5-----6°
08:29	1	B startet aus Kreuzarmen (°), führt die li Hand zum Podest und greift es am auf sie gerichteten li Ende mit der gesamten Hand an (1), zieht das Podest zu sich, der li Unterarm liegt auf der Tischplatte auf (2).
	2	Die re Hand wird in Richtung des Podests in Staffelhandform geführt, die Handfläche weist zu Kamera l.
	3	Auf Höhe der auf dem Podest stehenden Elefantenfigur berühren die Fingerspitzen der re Hand das Podest seitlich (3) und schieben das Podest ca. 5cm in Richtung Kamera l (4). B bewegt die re Hand vom Podest in Richtung obere Kärtchenreihe auf dem DIN A4 Blatt und umfasst mit der re Hand das verschobene Kärtchen von Position 3 der 1. Reihenfolge, rückt dieses auf seine ursprüngliche Position und ebenso das Kärtchen von Position 1 der 1. Reihenfolge (5). Bs li Hand verbleibt am Podest und zieht es ca. 5cm zu sich heran (6), schiebt mit der re Hand einen der Kartenstapel mit den übrigen Karten ca. 2cm näher zu Ayse (6). Bs Hände werden zurück zum Oberkörper geführt und in Kreuzarme gelegt, li über re Arm (°)
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
10b	<J[ls]	Jetzt passt noch hin
	<J[gs]	-----10-----11-----°
08:33	8	Jana verfährt ebenso bei der 5. Kärtchenreihenfolge (10, 11). Sie startet aus dem Zurechtrücken (°), legt li Hand vor sich auf der Tischplatte mit dem Unterarm entlang der Tischkante ab, so dass die Hand unter der re Achsel verschwindet, die re Hand wird zeitgleich in Faustform zur re Wange geführt (1). J bewegt ihren Oberkörper nach unten, stützt sich auf den re Ellenbogen mit der Wange an der re Faust ab und liegt nun seitlich mit Oberkörper zu den Kärtchenreihen gewandt auf der Tischplatte auf (°)
	9	
	10	
	11	
	12	

9 Empirie: Beispiel 2: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 2: Ayse und Jana

12	<A[ls]	O k a y \
	<A[gs]	°-----1-----2-----3-----4-----°
08:36	1	A startet aus dem Zurechtrücken der Legekarten (°), richtet ihren Oberkörper auf, führt beide Hände in
	2	Staffelhandform zurück in Richtung ihres Oberkörpers und legt sie an der Tischkante ab, die Handflächen
	3	zur Tischplatte weisend, der Blick ist nach li unten gerichtet (1), beide Hände werden mit dem
	4	Handballen an der Tischkante anliegend flach angehoben, so dass einen Teil der Handfläche und der
	5	Fingerinnenseite zu sehen ist, und zwar zunächst die re Hand mit gestreckten Fingern, dann ebenso die li
	6	Hand (2, 3). Anschließend trommelt Ayse in unveränderter Handposition mit den Fingern beider Hände
	7	abwechselnd auf die Tischplatte (4). Beide Hände verbleiben schließlich in dieser Position und
	8	trommelnden Bewegung, Ayses Blick ist Richtung Arbeitsbereich gerichtet (°)
13a	>J[ls]	Em \
(a-d)	>J[gs]	°-----1-----2-----3-----4-----°
08:37	1	J startet (°) und löst ihre re Hand vom Kopf, richtet ihren Oberkörper etwas auf und wendet ihn nach re,
	2	die li Hand und der li Unterarm bleiben auf dem Tisch liegen, wobei sich der Winkel zwischen
	3	Oberkörper und Unterarm etwas erweitert. Jana streckt ihren re Arm nach li aus, die li Hand wird zu
	4	einer Faust geformt, die nach re weist. Jana bewegt gleichzeitig den Oberkörper nach li (1), greift mit der
	5	re Hand ein Legeplättchen von dem Kärtchenstapel, der vor Ayse und B liegt, schaut dabei auf das Podest
	6	über ihre re Schulter, schnickt beim Anheben eines Kärtchens ein weiteres Kärtchen von diesem Stapel
	7	auf den von ihre aus weiter re liegenden Kartenstapel (2). Jana bewegt die re Hand mit der Karte nach re
	8	vor ihren nach re gewandten Oberkörper, so dass sie darauf schauen kann, hält die Karte mit
	9	angewinkeltem Ellenbogen in ca. 10cm Höhe über der untersten Kärtchenreihe, die auf dem DIN A4 Blatt
	10	liegt und schaut nach unten auf das Kärtchen in ihrer Hand. Die Hand wird so gehalten, dass der
	11	Handrücken zur Kamera l weist (3). Jana bewegt den re Arm im Ellenbogen angewinkelt nach li zu den
	12	Kärtchenreihen und legt eine Elefantenkarte unterhalb der 1. Position der 5. Reihe auf das Blatt (4)
14	>B[ls]	°-----1-----2-----3-----4-----°
	>B[gs]	°-----1-----2-----3-----4-----°
08:39	1	B startet (°), verschiebt ihre re Hand aus der Kreuzarmposition zum li Handgelenk und umfasst dieses,
	2	neigt ihren Kopf nach li und blickt auf Janas Agieren (1). B blickt auf die Kartenstapel vor sich und führt
	3	die re Hand mit dem Handrücken zur Raumdecke weisend in Staffelhandform zu den Kartenstapeln, hebt
	4	die eben von J beim Nehmen einer Karte auf einen anderen Stapel geschickte Karte an und legt sie
	5	zurück auf den Ursprungsstapel dieser Karte zwischen Ayse und B (2). B schiebt den Stapel mit den
	6	Elefantenkarten ca. 3cm näher zu Ayse, den Stapel mit den braunen Tigerkarten anschließend ca. 3cm in
	7	Richtung Kamera l (3,4). B zieht ihre re Hand zurück zu ihrem Oberkörper und legt die re Hand an die
	8	vor ihre mit dem Unterarm entlang der Tischkante liegende linke Hand flach an, so dass die re
	9	Handfläche auf dem li Handrücken seitlich anliegt (°)
15	>A[ls]	En Elefant /
	>A[gs]	°-----1-----°
08:43	1	Ayses Blick ist in Richtung Arbeitsbereich gerichtet, beide Hände liegen weitgehend unverändert weiter
	2	an der Tischkante (°) und werden mehrmals etwa 3cm abwechselnd mit den Fingern angehoben (1) und
	3	wieder auf den Tisch abgesenkt (°)
13b	J[ls]	-----5-----6-----7-----8-----°
	J[gs]	-----5-----6-----7-----8-----°
08:44	13	J bewegt den re Arm nach re in Richtung Kärtchenstapel, stockt über dem Kärtchenstapel, auf dem die
	14	weißen Tigerkarten liegen (5), streckt den re Arm weiter aus über den Kartenstapel, auf dem die
	15	braunen Tigerkarten liegen (6), greift mit der re Hand ein Kärtchen aus diesem Stapel (7), führt den re
	16	Arm mit einer braunen Tigerkarte zurück zum DIN A4 Blatt (8), legt ihren re Unterarm parallel zur
	17	Tischkante auf die Tischplatte auf und legt in Verlängerung mit der re Hand die braune Tigerkarte
	18	unterhalb der 2. Position der 5. Reihe auf das DIN A4 Blatt und fixiert mit dem Blick auf die
	19	Kärtchenreihe diese Position kurze Zeit (°)
16	<B[ls]	°-----1-----2-----°
	<B[gs]	°-----1-----2-----°
08:46	1	B startet (°) und bewegt die re Hand zu dem Kartenstapel aus dem J eben eine braune Tigerkarte
	2	genommen hat (1), legt die Flachhand darauf und verschiebt den Stapel ca. 3cm in Richtung Ayse (2),
	3	führt Hand zu ihrem Oberkörper zurück und formt aus beiden Unterarmen und Händen eine
	4	Kreuzarmposition (°). B zieht ihre Mundwinkel nach unten und hebt und senkt ihren Kopf
13c	<J[ls]	Guck (lacht) hee hee hee
	<J[gs]	°-----1-----2-3-----4-5-6-----7-8-----9-----10-----11-----°
08:50	20	J startet aus dieser Position neu (°) und bewegt die re Hand in G-Handform mittig über die
	21	Kärtchenreihen zu Reihe 1 über die 2. Position (1), fährt mit dem Zeigefinger in der Luft zur 2. Position
	22	von Reihe 2 (2), wieder zurück über Position 2 der Reihe 1 (3), anschließend über Position 2 in Reihe 2
	23	(4), bewegt dann den re Zeigefinger bogenförmig nach hinten über die 2. Position der 3. Reihe (5), fährt
	24	mit dem Zeigefinger über die 2. Position in Reihe 4 (6), über Position 2 in Reihe 3 (7). Jana bewegt den re
	25	Zeigefinger bogenförmig nach hinten über die 2. Position von Reihe 5 (8), fährt über die 2. Position in
	26	Reihe 6 (9), nimmt dann re Zeigehand nach oben in Richtung ihres Gesichtes, blickt zu B, streicht sich mit

9 Empirie: Beispiel 2: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 2: Ayse und Jana

	27 28 29 30	dem re Zeige- und Mittelfinger eine Haarsträhne hinter das re Ohr, blickt zu den Kartenstapeln vor B (10). Jana führt die re Hand zum Kartenstapel mit den weißen Tigerkärtchen und senkt ihre Fingerspitzen auf den Stapel ab, blickt zwischen B und Kamera I in einen Bereich außerhalb des Aufnahmebereichs, fixiert diese Position (11.)
17	<B[ls]	Was siehst du da/
08:51	<B[gs] I	B zieht ihre Mundwinkel nach unten, bleibt ansonsten in unveränderter Körperposition.
13d	J[ls]	Zweimal die zweimal die und zweimal die \
08:53	J[gs] 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41	---12---13---14-----15---16-----17---18-----° J blickt zu den Kärtchenreihen, führt ihre re Hand nach re neben die Kärtchenreihen auf dem DINA4 Blatt, legt den re Unterarm auf der Tischplatte ab, die re Hand ist mit dem Handballen aufgestützt in Staffelhandform re ungefähr neben der 2. Kärtchenreihe, der Zeigefinger ist nach unten auf die Kärtchenreihen ausgerichtet (12). Jana formt re eine G-Handform und bewegt die Hand in Richtung erste Kärtchenreihe, sie tippt mit dem re Zeigefinger auf die 2. Position in Reihe 1 (13), tippt unmittelbar auf die 2. Position in Reihe 2, zieht die re Hand hoch und fixiert sie kurz in der Luft über der Reihe (14.), tippt auf die 2. Position in Reihe 3 (15), tippt unmittelbar auf die 2. Position in Reihe 4, zieht die re Hand hoch und fixiert sie kurz in der Luft über der Reihe (16.), tippt auf die 2. Position in Reihe 5, schaut zu B (17), tippt unmittelbar auf die 2. Position in Reihe 6, zieht die re Hand hoch und fixiert sie kurz in der Luft über der Reihe (18.), führt die re Hand zum li Ellenbogen, hält sie dort auf dem Handballen aufgestützt in Staffelhandform, so dass der Handrücken zur Raumdecke weist, blickt auf die Kärtchenreihen (°)
18	B[ls]	Aha/
08:56	B[gs] I	B zieht Mundwinkel nach unten, hebt und senkt ihren Kopf, sonst weiterhin unverändert.
19	<J[ls]	Jetzt haben wir alle Reihen\
08:58	<J[gs] I 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15	°----1----2-----3----4----5-----6-----7---° J startet aus oben beschriebener Position (°), blickt zum Podest, entlang der Kärtchenreihen, bewegt ihren re Arm nach re über die Kartenstapel der restlichen Karten, verändert die Staffelhandform zur Greifhand, stockt (1), zieht die re Hand bogenförmig zurück, formt eine G-Handform und legt den re Zeigefinger an die Nase bzw. re Wange an (2), schaut nach unten auf die unteren Kärtchenreihen, bewegt den re Arm nach re in Richtung Kartenstapel der restlichen Karten, formt eine Greifhand über dem Kartenstapel mit den Elefantenkärtchen, der vor Ayse liegt (3), bewegt die re Hand in unveränderter Handform zum Kartenstapel mit den weißen Tigerkärtchen (4), nimmt eine weiße Tigerkarte in die re Hand (5), bewegt die re Hand mit der weißen Tigerkarte nach re zur untersten Reihe 6 auf dem DINA4 Blatt, richtet ihren Oberkörper auf und dreht ihn zu Ayse, so dass sie seitlich mit ihrer re Hüfte am Tisch steht, stützt die re Hand zunächst neben die untere Kartenreihe mit dem Handballen (6) und legt dann die Karte auf Position 3 in Reihe 6 ab, der Blick ist auf Kartenreihen gerichtet (7). Jana nimmt die re Hand zurück in Richtung Oberkörper, legt sie kurz mit dem Unterarm entlang der Tischkante vor sich ab, neigt unmittelbar ihren Oberkörper nach unten zum Tisch, führt die re Hand nach oben in ihren Nacken und stützt sich auf den re Ellenbogen auf dem Tisch auf, die li Hand legt sie vor ihrem Oberkörper mit dem Unterarm auf der Tischplatte auf, legt die flache li Hand mit der Handinnenfläche an ihre re Brust an (°)
20	<A[ls]	mja\ ja\
09:04	<A[gs] I 2 3 4 5	°----- -----° Ayse schaut auf den Arbeitsbereich gerichtet, sie startet (°) und hebt beide Hände in Flachhandform an (1), trommelt mehrmals hörbar mit den flachen Händen auf die Tischplatte und bewegt dann die Hände li und re an die unteren Ecken des DINA4 Blattes, und zwar so, dass die re Hand in Greifhandform von oben auf der Ecke aufliegt, die li Hand liegt flach auf der li Ecke, die Finger sind in Richtung Kärtchenreihen ausgerichtet (°)

Tab. 9.3.2_5 Transkriptausschnitt Beispiel 2

Zusammenfassende Interpretation der Interaktionsanalyse

Zentrale Frage zu Beginn der analysierten Interaktionssequenz von Jana, Ayse und B scheint zu sein, ob die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge *weißer Tiger – brauner Tiger – Elefant* (VBE) bereits gefunden wurde oder nicht. Es besteht über die gesamte Sequenz implizit offenbar ein Konsens darüber, dass die Kärtchen dokumentieren, welche Reihenfolgen schon gefunden wurden, was mit „gehabt“ oder „haben“ von Reihenfolgen ausgedrückt wird (vgl. Äußerung I, 9, 20). Die Kärtchenreihen sind nach dem Legen offensichtlich nicht veränderbar, was ihren Dokumentationscharakter unterstreicht.

Veränderungen der Reihungen werden über die Sequenz ausschließlich am Podest bzw. den Tierfiguren auf dem Podest vorgenommen (vgl. Äußerung 4b.9ff u. 4b.23ff).

Gleich zu Beginn der Sequenz äußert sich Ayse, vermutlich zu der aktuell auf dem Podest stehenden Reihenfolge, die sie offenbar als bereits in den Kärtchenreihen dokumentiert einschätzt: „das hatten wir schon gehabt“ (Äußerung 1a). Es erscheint unwahrscheinlicher, dass Ayse ihre Äußerung ausschließlich auf die Kärtchenreihen bezieht und damit ohne Beachtung der Reihenfolge auf dem Podest hervorbringt, um z. B. auf doppelte Reihen hinzuweisen. Kurz zuvor wurde nämlich mit den Tieren auf dem Podest hantiert, bis von Ayse selbst die aktuelle Reihung WBE auf dem Podest aufgestellt wurde. Es wäre damit nachvollziehbar, dass die unmittelbar darauffolgende Äußerung hier von Ayse zumindest zum Teil auf die Podest-Reihenfolge bezogen ist. Es erscheint darüber hinaus als wahrscheinlichste Deutung, weil Jana auf den geäußerten Widerspruch in Äußerung 2 in Äußerung 3 ebenfalls die Kärtchenreihenfolgen und die Podest-Reihenfolge in Relation setzt und daraufhin kein Widerspruch oder einer anders deutbare Erläuterung von Ayse geäußert wird. Man kann vermuten, dass Ayse sich bei der Überprüfung, ob die Reihenfolge auf dem Podest bereits in den Kärtchenreihen dokumentiert ist, an der Besetzung der ersten Position orientiert, weil sie auf Höhe der oberen Kärtchenreihen zeigt und in Äußerung 1b dann nach rechts weitertippt, so als habe sie bereits die erste Position angezeigt. Die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge ist in Leserichtung aus Sicht der Schülerinnen von links nach rechts in der ersten Position mit dem weißen Tiger besetzt, was auch für die dritte Kärtchenreihe festgestellt werden kann. Demnach wäre eine mögliche Interpretation, dass Ayse vorerst davon auszugehen scheint, dass die Besetzung der ersten Position einer Reihe aus drei Positionen, zu genau *einer* möglichen Reihenfolge führt und sie deshalb hier diese Aussage in Verbindung mit dem Zeigen trifft. Nach ihrem deutlichen Widerspruch in Äußerung 2, stellt Jana mit ihrer Gestik in Äußerung 3 eine Beziehung zwischen gestellter Reihenfolge auf dem Podest und der fünften gelegten Kärtchenreihenfolge her (vgl. Äußerung 3.3f, 3.5ff. u. 3.8f) und betont hierin besonders die mittlere Position. Janas Widerspruch in Äußerung 2 „nein“, der zunächst nicht weiter von ihr ausgeführt oder erklärt wird, führt möglicherweise in Ayses Interpretation zu der Idee, die Kärtchenreihen in irgendeiner Form zu überprüfen oder zumindest sich damit beschäftigt zu zeigen, um sich z. B. nicht zu einem möglichen Nicht-Verstehen bekennen zu müssen. Ayse tippt zunächst zweimal nach rechts offenbar entlang einer Kärtchenreihenfolge und dann, ohne lautsprachliche Äußerung, entlang der weiteren Kärtchenreihen, wobei sie immer auf der ersten Position links beginnt und dann weiter nach rechts tippt. Auf diese Weise tippt sie pro Reihe dreimal, rutscht dann eine Reihe nach unten und tippt erneut alle drei Positionen ab. So verfährt sie bis zur letzten Reihenfolge. Offenbar liest sie die Kärtchenreihen also in Leserichtung von links nach rechts und weist somit vermutlich der ganz links liegenden Karte immer Position eins zu, während die ganz rechts liegende Karte offenbar Position drei zugewiesen bekommt. Das Tippen markiert deutlich die einzelnen Positionen innerhalb der Reihen, betont aber auch die Lesart von Ayse reihenweise bezüglich der einzelnen Reihen, was durch die Anordnung der

Kärtchen zusätzlich unterstützt wird und aus ihrem Beginn des Tippens pro Reihe immer wieder auf der ganz linken Position abgeleitet werden kann. Das Tippen könnte Zählen sein, während Ayse bspw. gedanklich die Zahlwortreihe äußern könnte. Ebenso könnte es sich als Messvorgang herausstellen, bei dem Ayse z. B. überprüft, ob in jeder Reihe eine Kärtchenreihe der Länge drei gelegt ist. Beides würde zumindest zunächst überraschend erscheinen in Bezug auf das kombinatorische Problem des Findens aller Reihenfolgen und dem offenbar aktuell verhandelten Problem einer bereits gefundenen oder noch nicht gefundenen Reihenfolge, was nun zu überprüfen ist. Möglich ist, dass Ayse in einer Situation, in der sie sich mit einer vermeintlichen Erkenntnis ihrerseits aus Äußerung 1a „das hatten wir schon gehabt“ mit einem Widerspruch durch ihre Interaktionspartnerin Jana konfrontiert sieht („nein!“ aus Äußerung 2), nach vertrauten Rahmungen sucht bzw. diese aktiviert. Sie könnte daher in einen vermutlich relativ vertrauten mathematischen Bereich des Zählens oder auch des Messens wechseln, um möglicherweise so einen Zugang zu Janas Sichtweise oder dem verhandelten Problem zu gewinnen. Wenn man der Annahme nachgeht, dass Ayse durch die Besetzung von einer Position davon ausgeht, dass die restliche Reihenfolge eindeutig bestimmt ist, dann wäre es auch möglich, dass sie durch ihr Tippen dies hier reihenweise überprüft und möglicherweise auch zu einer veränderten Einsicht kommen könnte, da bereits in den gelegten fünf Kärtchenreihen zweimal erste Positionen gleich besetzt sind (Reihe zwei und vier, Reihe drei und fünf). Dazu äußert sich Ayse hier lautsprachlich jedoch nicht.

Die Überprüfung der Kärtchenreihen in dieser Form erfüllt auf interaktionaler Ebene verschiedene Funktionen: Ayse erscheint beschäftigt mit der gegebenen Situation, was sie gewissermaßen von der Auseinandersetzung mit Janas Widerspruch aus Äußerung 2 mindestens vorübergehend befreit. Im Gegenteil könnte Ayse dadurch, dass sie sich hier lautsprachlich nicht erklärt, Jana (oder auch B) in die Situation des Nachfragens bringen, nämlich danach, was Ayse hier genau tut bzw. überprüft. Gleichzeitig eröffnet eine Überprüfung zur Feststellung, ob z. B. in jeder Reihe drei Karten liegen oder wie sich genau die Reihenfolgen zusammensetzen zwar zunächst möglicherweise keine unmittelbare Lösung des aktuell verhandelten Problems (Reihenfolge auf dem Podest „schon gehabt“ oder nicht?), Ayse besinnt sich hierbei aber auf das bereits Erreichte, nämlich die Kärtchenreihenfolgen, und schafft sich dadurch eventuell einen neuen Zugang zur noch nicht aufgelösten Unstimmigkeit. Sollte das Tippen entlang der Reihenfolgen in jeder Reihe dazu dienen, sich hier lediglich beschäftigt mit dem Problem zu zeigen oder als eine Art Übersprungshandlung, verschaffte dieses Verhalten für Ayse Zeit. Diese könnte Ayse nutzen, um inhaltlich Janas „nein!“ aus Äußerung 2 nachvollziehen zu können, möglicherweise ohne sich durch eine Nachfrage bei Jana als unwissend offenbaren zu müssen. Es bleibt in der ausführlichen Analyse offen, was hier genau Ayses Anliegen ist, da sie sich lautsprachlich nicht dazu äußert und Jana offenbar im Anschluss eine Erklärung ihres Widerspruchs aus Äußerung 2 anbietet, ohne auf Ayses Tippen weiter einzugehen. Dieses wird in der Folge der Interaktionssequenz nicht weiter von ihren Interaktionspartnerinnen oder von ihr selbst thematisiert.

In der nächsten Äußerung deutet Jana bereits an, was später noch weiter thematisiert wird, nämlich die Besetzung der mittleren Position „braunen Tiger hatten wir (.) erst **da** in der Mitte (.)“. Diese Äußerung lässt darauf schließen, dass Jana zumindest bereits eine Idee dazu entwickelt hat, dass der braune Tiger öfter in der Mitte sein kann. Sie wählt in ihrer Äußerung, die gewissermaßen eine nachträgliche Erklärung ihres Widerspruchs aus Äußerung 2 darstellen könnte, die mittlere und damit unstrittige Position der Reihenfolgen, während Position eins und drei verschieden – je nach gewählter Leserichtung und ob auf dem Podest oder in den Kärtchenreihen – gedeutet werden können. Ihr zeitgleiches Zeigen lokalisiert das lautsprachlich geäußerte und innerhalb dieses Modus’ undefinierte „**da**“ an der von ihr gemeinten mittleren Position in der fünften Kärtchenreihe und stellt damit die Lautsprache in einen sinnvollen Kontext. „Erst“ wird hier gedeutet im Sinne von *erst einmal – und nicht mehrere Male*. Diese Deutung erscheint wahrscheinlicher als die Deutung im Sinne von *bereits einmal – deshalb ist nun eine andere Besetzung der Mitte nötig*, weil Jana vorher Ayses Feststellung aus Äußerung 1 („das hatten wir schon gehabt“) widersprochen hat und *bereits einmal* vermutlich eher eine Zustimmung nahelegen würde.

Jana greift mit der Betonung der mittleren Position Ayses Ausdrucksweise aus Äußerung 1a auf und entwickelt diese weiter: Auch Ayse verortete ihre Äußerung 1a an der Podest-Reihenfolge. Jana wählt ebenfalls die Podest-Reihenfolge und hier vor allem die Besetzung der mittleren Position, was zunächst deshalb einleuchtend erscheint, weil diese anders als die Positionen eins und drei, unabhängig von der Leserichtung ist. Dabei erzeugt Jana lautsprachlich eine zu Ayses Äußerung gegensätzliche Feststellung: Während Ayse davon auszugehen scheint, dass die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge offenbar bereits dokumentiert ist „das hatten wir schon gehabt“ (Äußerung 1a) und dies mutmaßlich an der Besetzung der ersten Position mit einem weißen Tiger festmacht, ist Janas Äußerung 3 anders interpretierbar. Sie geht offensichtlich davon aus, dass der braune Tiger öfter als einmal die gleiche Position besetzen kann und dennoch unterschiedliche Reihenfolgen entstehen. Dabei zeigt sie auf die mittlere Position der fünften Kärtchenreihe und auch auf den braunen Tiger auf dem Podest, bevor sie zum Zeigen auf die mittlere Position der fünften Kärtchenreihe wieder zurückkehrt, was hier ihre Äußerungen gewissermaßen gestisch einrahmt.

Die Betrachtung der Kärtchenreihe fünf führt offenbar bei Jana in der Folge zu einer Art Irritation, die sie mit „oh“ (Äußerung 4a) ankündigt und diesen Ausdruck auch noch weitere zweimal wiederholt (vgl. Äußerung 4b) während sie die erste und dritte Position auf dem Podest vertauscht (vgl. Äußerung 4b.9ff u. 4b 22ff). Möglich ist, dass hier eintritt, was oben schon beschrieben wurde: Die Zuweisung der Positionen eins und drei bedarf der Bestimmung der Leserichtung der Reihenfolge. So ist es aktuell möglich, die auf dem Podest stehende Reihenfolge entweder aus Sicht der Schülerinnen in Leserichtung wahrzunehmen und damit den weißen Tiger auf die erste Position zu setzen. Gleichzeitig ist es möglich, sich an den Blickrichtungen der Tiere zu orientieren, und den Elefanten auf der ersten Position zu

sehen (vgl. Abb. 9.3.2_18). Die verschiedenen Lesarten könnten an dieser Stelle bereits die Rahmungsdifferenzen von Ayse und Jana erklären, die sich durch das Hervorbringen der Feststellung Ayses (vgl. Äußerung 1a) und darauffolgend am Widerspruch (vgl. Äußerung 2) und der Erklärung in Äußerung 3 von Jana zeigt.

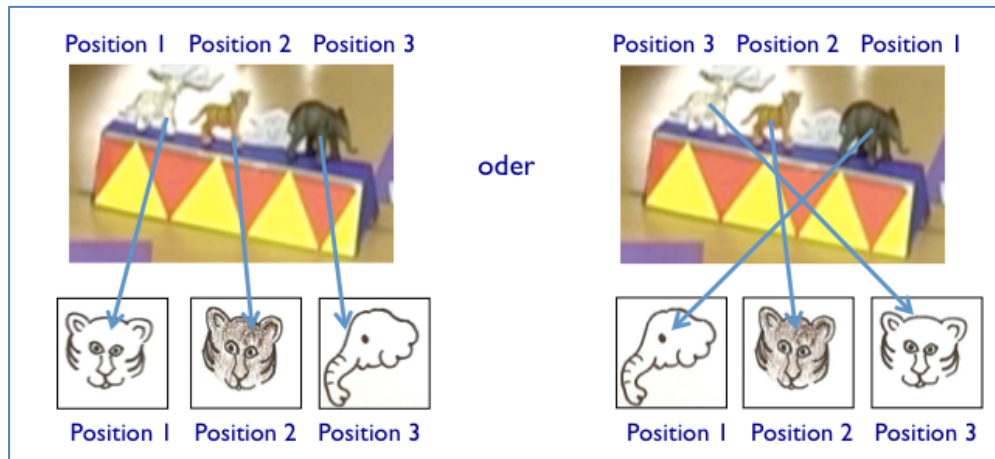


Abb. 9.3.2_18 Zwei Lesarten der Reihenfolgen bzw. Positionszuordnungen

Abbildung 9.3.2_18 zeigt die verschiedenen möglichen Lesarten der Podest-Reihenfolge aus Sicht der Schülerinnen: Vermutlich unterstützt durch die spezielle Anordnung des Materials im Arbeitsbereich (das DINA4 Blatt zur Dokumentation der Reihenfolgen liegt direkt unterhalb des Podests und der Blick der Plastikfiguren auf dem Podest ist nach rechts gerichtet), eröffnet sich die Deutungsproblematik bezüglich der Positionen eins und drei. Vermutet werden kann, dass Jana in Äußerung 4a und 4b die unterschiedliche Deutungsmöglichkeit, welches Tier an erster und dritter Position steht auf dem Podest und in den Kärtchenreihen zumindest in dem konkreten Prozess des Vertauschens auffällt und sie vorübergehend unsicher ist, ob die auf dem Podest stehende Reihenfolge durch Kärtchenreihe fünf tatsächlich abgebildet wird oder nicht. Da die Kärtchenreihen offenbar übereinstimmend zwischen den Schülerinnen als Dokumentationsform gedeutet werden und damit möglicherweise für Jana eine gewisse Unveränderbarkeit mit ihnen verbunden ist, tauscht sie auf dem Podest in Äußerung 4b vorübergehend Elefant und weißen Tiger, stellt aber unmittelbar wieder die ursprüngliche Reihung her. Dies unterstreicht ihre Unsicherheit oder auch die (noch) vorhandene Flexibilität in der Leserichtung.

Zwischen den Äußerungen 4a und 4b von Jana betrachtet Ayse nochmals die Kärtchenreihen und äußert lautsprachlich: „ey wie sn!“, was als unvollständige Frage gedeutet werden kann und sich auf die Anordnung der Kärtchenreihen bzw. der Kärtchen in den einzelnen Reihen beziehen könnte. Ayse möchte möglicherweise hier klären, wie die Positionen in den Kärtchenreihen von den Reihenfolgen auf dem Podest abgebildet sind und ist eventuell ebenfalls von den zwei möglichen Lesarten bzw. auch Janas Widerspruch aus Äußerung 2 irritiert, weil dieser nicht zu Ayses Deutung der Reihenfolgenpositionen passt. Ayse kann man unterstellen, dass sie die Podest-Reihenfolge von links nach rechts liest ebenso wie die

Kärtchenreihenfolgen. Dies kann deshalb vermutet werden, weil in Äußerung 1b ihr Abtippen der Reihenfolgen immer links bei den Kärtchen begann und sie damit offenbar der linken Karte Position eins in den gelegten Reihenfolgen zuweist. Die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge wäre in dieser Deutung bereits in Kärtchenreihenfolge fünf abgebildet.

In der folgenden Phase scheint es darum zu gehen, mehr Platz für die noch ausstehenden zu findenden Kärtchenreihen auf dem DIN A4 Blatt zu schaffen (vgl. Äußerungen 7 bis 12), denn hier verschieben die Schülerinnen Kärtchenreihen nach oben und es entsteht unter der Kärtchenreihe fünf freie Fläche. Zudem stellt Jana in Äußerung 10a fest „dann passen noch welche hin“ und meint damit vermutlich mehrere Kärtchen oder ganze Kärtchenreihen. Dies wiederholt sie noch einmal paraphrasiert in Äußerung 10b mit dem Ausspruch „Jetzt passt noch hin“, wobei sie offensichtlich hier in Einzahl spricht und damit *eine* Kärtchenreihe meinen könnte, möglicherweise auch eine ganz bestimmte, die sie schon kennt und nun noch nachlegen möchte. B fragt inmitten der Zurechtrück-Aktion der beiden Schülerinnen „habt ihr die schon?“ (Äußerung 9). Damit beabsichtigt sie möglicherweise eine inhaltliche Fokussierung der beiden Schülerinnen auf das gegebene Problem, nämlich z. B. auf die Frage, ob die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge bereits gelegt wurde oder ob schon alle Reihenfolgen gefunden sind. Vielleicht unterstellt B den Schülerinnen ein gedankliches Abgleiten ausschließlich in das Zurechtrücken der Kärtchenreihen und versucht auf diese Weise ihre Aufmerksamkeit auf die mathematische Auseinandersetzung zu richten. Erneut werden von B gelegte Reihenfolgen als „gehabt“ bezeichnet, was den Dokumentationscharakter der Kärtchenreihen unterstreicht und zwischen den Interaktionspartnerinnen unstrittig als ähnlich gedeuteter Ausspruch im Sinne einer „als gemeinsam geteilt geltenden Deutung“ (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18; Kap. 4.2) erscheint. Die Frage von B eröffnet in der Folge dann eine Art Parallel-Interaktion zwischen B und Jana, während diese eigentlich mit Ayse die Anordnung der Kärtchenreihen auf dem DIN A4 Blatt zum Thema macht. So entstehen kurzfristig offenbar zwei Interaktionsstränge aus Äußerung 7, 8, 10a und 10b zwischen Ayse und Jana orientiert am Platzschaffen auf dem DIN A4 Blatt und aus Äußerung 9, 10a und 11 zwischen B und Jana ausgerichtet auf die Frage „habt ihr die schon?“, die Jana verneint und B mit „mmh“ kommentiert.

Nachdem das Platzschaffen von den Schülerinnen abgeschlossen scheint, markiert Ayse offenbar in Äußerung 12 mit „okay“ den Beginn einer erneut an der Lösung des Problems orientierten Beschäftigung mit den Kärtchenreihen. Dies wird auch offensichtlich von Jana auf diese Weise interpretiert, denn sie fängt an, eine 6. Kärtchenreihe mit einer Elefantenkarte auf der ersten Position (nach) zu legen. Offenbar verbleibt Ayse dabei eher in einer Beobachterinnenposition und spricht die gelegte Karte mit (vgl. Äußerung 15). Möglicherweise resultiert dies daraus, dass die Schülerinnen die Reihenfolge auf dem Podest bzw. welches Tier die erste und welches die dritte Position besetzt und die entsprechende Abbildung in Form der Kärtchenreihen unterschiedlich deuten und Ayse daher hier eher abwartet, ohne sich ganz aus dem Geschehen herauszunehmen. Es könnte auch sein, dass

dieses Mitsprechen (Äußerung 15) eine Art Beteiligung oder Versuch Ayses ist, sich Janas Deutung der Reihenfolgen anzunähern, ohne durch eine explizite Nachfrage ihre eventuell davon verschiedene Interpretation oder auch ihr mögliches Nicht-Verstehen preiszugeben. Möglicherweise übernimmt hier Jana die Aktion bzw. das Legen der Kärtchenreihe, weil zu Beginn Ayse äußerte „das hatten wir schon gehabt“ woraufhin ihr Jana widersprochen hatte (vgl. Äußerung 1a u. 2). Das Nachlegen könnte dann eventuell eine Art weitere Erklärung dieses Widerspruches sein, ohne dass Jana offenbar das Bedürfnis verspürt, darauf noch einmal genauer einzugehen oder ihre Deutung explizit z. B. durch eine lautsprachliche Erläuterung darzulegen.

In Äußerung 13c kommt es offenbar im Zuge des Legens der zweiten Karte in Reihe sechs (brauner Tiger auf die zweite Position) bei Jana zu einer Entdeckung, die sie hauptsächlich gestisch anzeigt, während sie lautsprachlich offenbar eine Ausdrucksweise wählt, die vornehmlich Interesse und Aufmerksamkeit der Interaktionspartner*innen wecken soll und auch eine Nachfrage provozieren kann. Die Gestik übernimmt hierbei auch die Verortung im Arbeitsbereich, was Jana lautsprachlich durch „guck (*lacht*) hee hee hee“ ausdrückt. Damit wird das Gucken der Interaktionspartnerinnen gestisch gelenkt auf das, was für Jana offenbar so zentral ist, dass sie dies vor dem Legen der dritten und damit letzten vervollständigenden Karte in der sechsten Kärtchenreihe mitteilen möchte. In Verbindung mit der Lautsprache entsteht mit dem Zeigen über die jeweils mittleren Positionen der Reihen eins und zwei, drei und vier und fünf und sechs, die paarweise in der zweiten Position gleich besetzt sind, eine Art Rhythmik („hee hee hee“ + dreigliedriges hin- und her-Zeigen über je ein Reihen- bzw. Positionspaar), welche die Entdeckung zusätzlich hervorhebt. Es ist erneut die mittlere Position der Reihenfolgen, die als prominent ausgewiesen wird und an der Jana offenbar ihre Entdeckung festmacht. Sie fungiert dabei als Fixpunkt der Permutation, die Jana zuvor in Äußerung 4b tatsächlich mit den Tierfiguren auf dem Podest ausgeführt hat. Das Zeigen in dieser Rhythmik hält Jana für offenbar so aussagekräftig, dass aus ihrer Sicht zunächst keine weitere lautsprachliche Erläuterung nötig wird. Vielleicht positioniert Jana ihre Erkenntnis auch auf diese Weise, um eine Nachfrage ihrer Interaktionspartnerinnen zu provozieren und die Aufmerksamkeit für ihr Verhalten zu sichern.

Den Job des Nachfragens erfüllt B in Äußerung 17 mit „was siehst du da“, eine Frage, die hier offenbar auch ohne direkte Adressierung von Jana in der Folge als an sie gerichtet interpretiert wird. In Äußerung 13d konkretisiert Jana dann offenbar ihre Beobachtung bzw. Entdeckung mit einer erneuten Rhythmik von Gestik und Lautsprache. Sie variiert dabei diesmal ihre gestischen und lautsprachlichen Ausdrucksweisen: Gestisch tippt sie pro Reihenpaar auf die erste und zweite, dritte und vierte und fünfte und sechste Reihenfolge jeweils auf die zweite Position, wobei eine Fixierung der Zeigehand bzw. eine Pause in der Tippbewegung den Übergang zum nächsten Reihenpaar markiert. Lautsprachlich äußert sie das, was sie gestisch bereits in Äußerung 13c durch die Rhythmik ihres Zeigens und Sprechens angedeutet hat: „zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**“ und verweist hier sehr

wahrscheinlich auf die immer zweimal vorkommende gleiche Besetzung der zweiten Position entsprechend für die Kärtchenreihen eins und zwei mit dem weißen Tiger („zweimal **die**“), die Reihen drei und vier mit der Besetzung durch den Elefant („zweimal **die**“) und in den Reihen fünf und sechs mit dem braunen Tiger auf zweiter Position („und zweimal **die**“). Eine Musterhaftigkeit zeigt sich hier sowohl in der Wiederholung von „zweimal **die**“, als auch in der gleichzeitig erzeugten Gestik und es werden genau diese musterhaften Gesten und die Lautsprache dazu genutzt, eine Musterhaftigkeit an den gefundenen Reihenfolgen anzuzeigen.

Während B dann abschließend dazu ein „aha!“ in Äußerung 18 hervorbringt, was Zustimmung aber auch einen ironisch gefärbten Unterton vermuten lässt oder auf die Erfüllung einer Erwartung hinweisen könnte, führt diese Entdeckung bei Jana offenbar zur Äußerung eines abduktiven Schlusses, der trotz ihrer dargestellten Entdeckung in Äußerung 13c und 13d zumindest von außen betrachtet überraschend erscheint: „Jetzt haben wir alle Reihn!“. Dieser Schluss rahmt die ausgewählte Sequenz mit dem Einstieg durch Ayses „das hatten wir schon gehabt!“ hier gewissermaßen ein und markiert einen zentralen Abschluss in der Auseinandersetzung der Schülerinnen. Jana beantwortet damit in Verbindung mit der aktuell im Arbeitsbereich hergestellten Anordnung der Kärtchenreihenfolgen im Prinzip die übergeordnete Rahmung der Situation als Frage nach dem Finden aller möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen, die sich aus drei Elementen (Tieren) erzeugen lassen. Ayse stimmt zunächst offenbar der Auswahl eines Kärtchens durch Jana zu, denn sie kommentiert ihr Greifen nach diesem Kärtchen mit „mja!“, wobei mit dem „m“ vor dem „ja“ eine gewisse Unsicherheit ausgedrückt wird. Das anschließende „ja!“ betont gesprochen und mit Stimmensenkung ist dann vermutlich eine Zustimmung zu Janas abduktivem Schluss in Äußerung 19. Offenbar traut Ayse Jana hier zu, einen geeigneten Schluss zu ziehen, auch wenn es möglich wäre, dass Ayse selbst noch nicht ganz klar ist, warum dies so ist oder wie Jana zu diesem Schluss gekommen ist. Die Stimmensenkung drückt zwar Sicherheit in Ayses Zustimmungsausäußerung aus, dies könnte aber auch aus einer geringer werdenden Motivation bezüglich einer weiteren Beschäftigung herrühren. Das „ja!“ beschließt am Ende der ausgewählten Sequenz einen gemeinsamen Arbeitskonsens bezüglich des gemeinsam Erreichten.

Semiotische Analyse

Semiotische Prozess-Karte Zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**

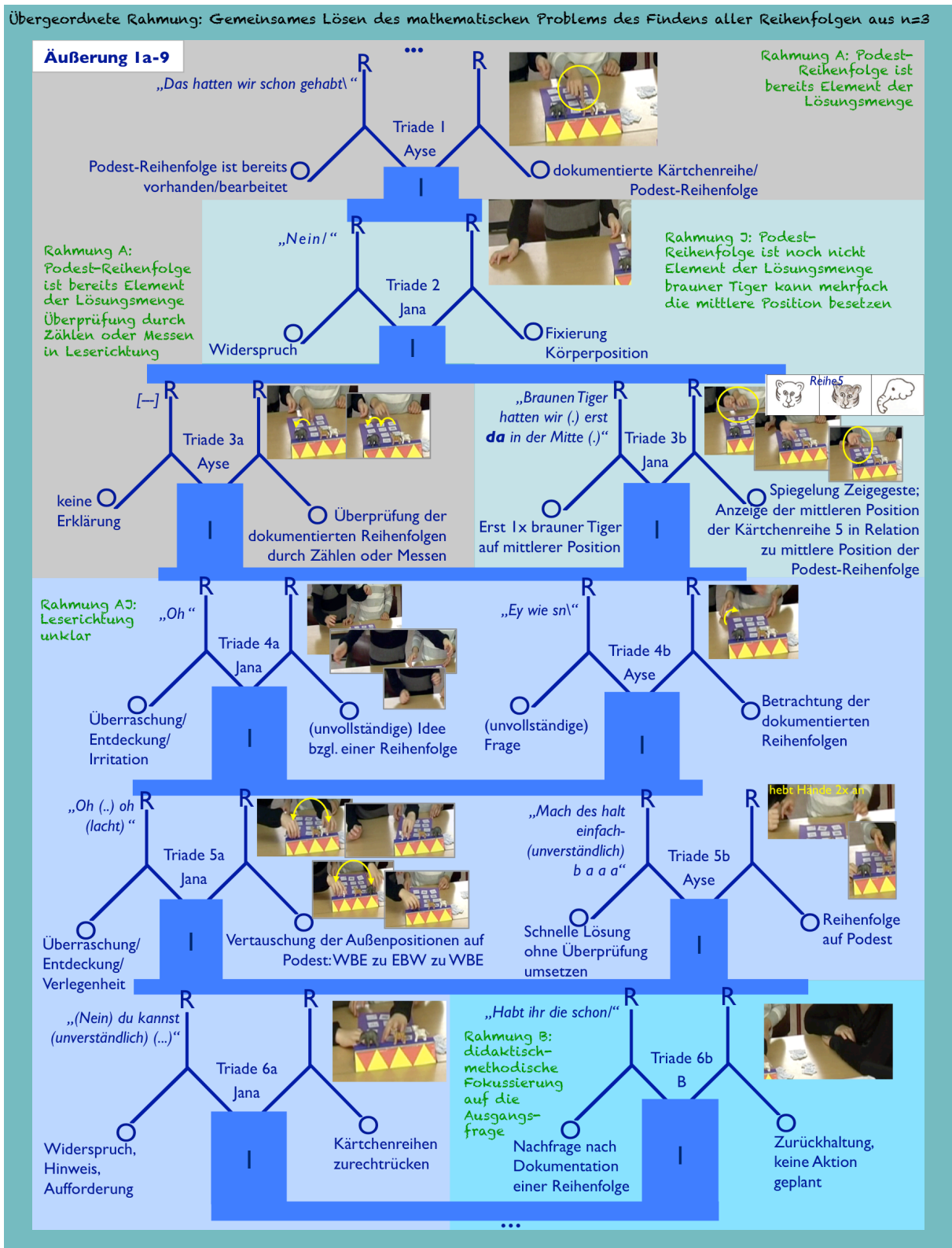


Abb. 9.3.2_19 SPK2-I (Semiotische Prozess-Karte 2, Seite 1)

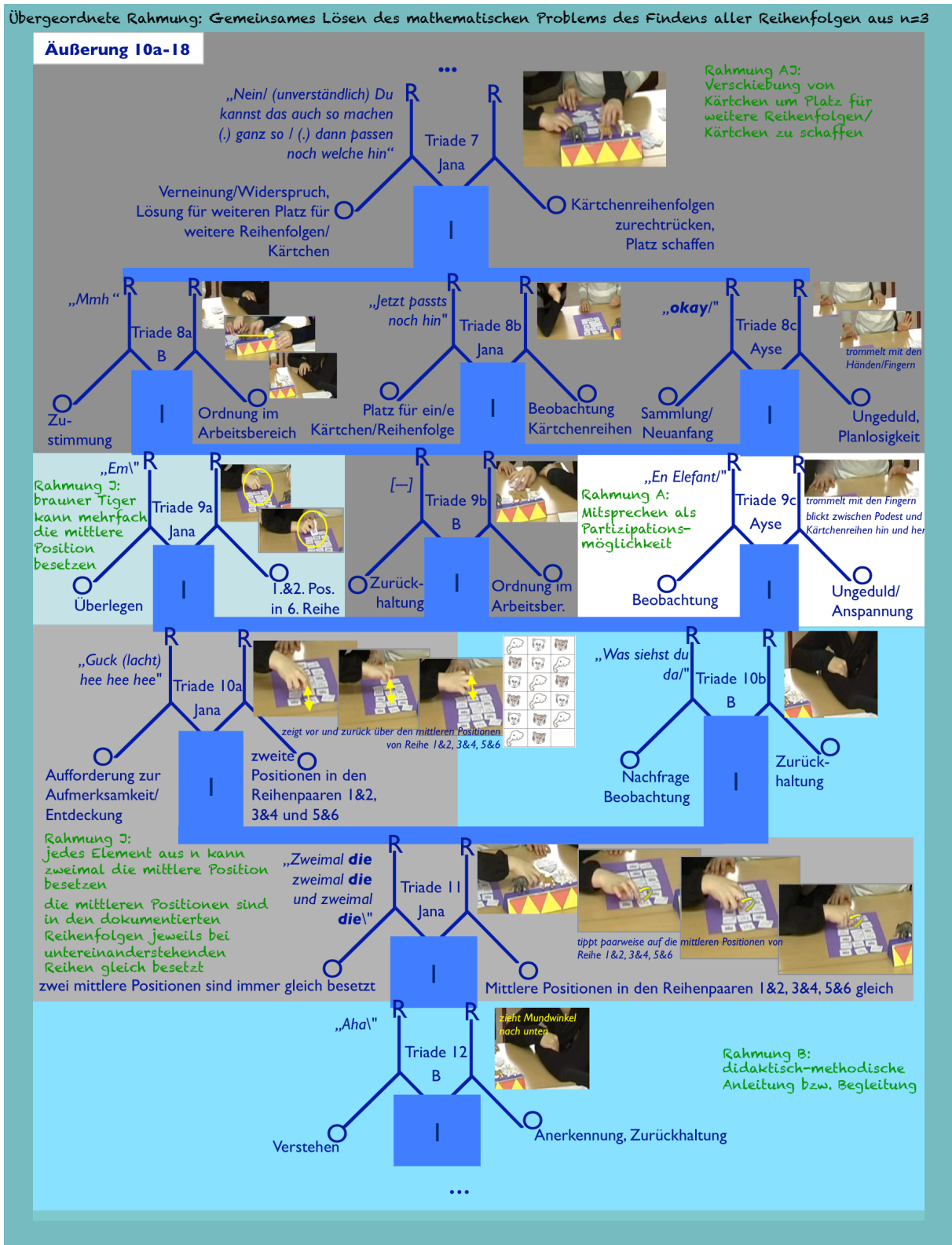


Abb. 9.3.2_20 SPK2-2 (Semiotische Prozess-Karte 2, Seite 2)

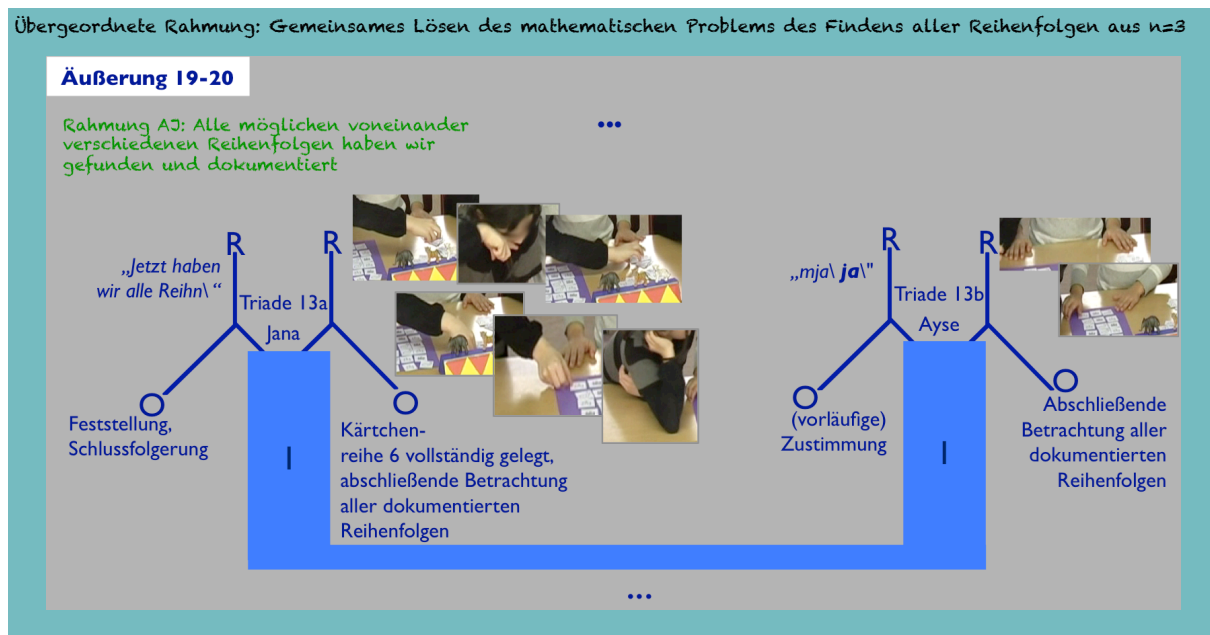


Abb. 9.3.2_21 SPK2-3 (Semiotische Prozess-Karte 2, Seite 3)

Orientierende Hinweise zur Semiotischen Prozess-Karte Zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**

An der Semiotischen Prozess-Karte Zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die** lässt sich zunächst erkennen, dass eingefasst in die übergeordnete Rahmung der Interagierenden des Findens aller Reihenfolgen, die als eine Art Arbeitskonsens das grundsätzliche Vorgehen zu bestimmen scheint, Rahmungen von Jana und Ayse differieren. Zudem lassen sich auch zeitweise gemeinsame Rahmungen und Rahmungswechsel der Beteiligten im Verlauf des rekonstruierten Zeichenprozesses erkennen. Gleich zu Beginn erscheint eine Rahmungsdifferenz zwischen Janas und Ayses Sicht auf die Dinge vorzuliegen, die sich anhand der eingangs durch Ayse eingebrachten Feststellung „das hatten wir schon gehabt“ in Verbindung mit einem Zeigen auf die oberen dokumentierten Reihenfolgen oder die Podest-Reihenfolge (vgl. Triade I, Abb. 9.3.2_19) und der Reaktionen Janas darauf (vgl. Triade 2 u. 3b) rekonstruieren lässt. Janas Interpretant, der sich als neues Repräsentamen in Triade 2 zeigt, erscheint zunächst als deutlich formulierter Widerspruch in der Lautsprache, der durch eine unveränderte Körperposition und insbesondere einer fixierten Handposition noch unterstrichen wird. Damit wird deutlich, dass Jana eine andere Sichtweise als Ayse hat, die sie aber hier zunächst noch nicht weiter ausführt. In Triade 3b erzeugt Jana dann in ihrer Geste ebenfalls eine Art Konterpart zu der Gestik, die Ayse in Triade I zeigte: Jana führt die Zeigegeste eher untypisch mit nach oben weisender Handfläche aus und zeigt deutlich den braunen Tiger an – einmal in der zuletzt gelegten 5. Kärtchenreihenfolge und einmal in der aktuellen Podest-Reihenfolge, verlinkt also auch diese beiden Darstellungen. Damit spiegelt Janas Geste in der Form und teilweise auch im Ort der Ausführung Ayses Zeigegeste aus Triade I und verweist damit gleichzeitig in dieser Spiegelung auf die gegensätzliche Meinung Janas. Im Zusammenspiel mit der Lautsprache in Triade 3b „braunen Tiger hatten wir (.) erst **da** in

der Mitte (.)“ betont Jana deutlich die mittlere Position der Podest-Reihenfolge und der dokumentierten 5. Reihenfolge, die beide mit dem braunen Tiger besetzt sind. Ebenso stellt Jana eine Relation zwischen den mittleren Positionen dieser beiden Reihen her und durch die Formulierung in der Lautsprache mit „erst **da**“ lassen sich zwei Annahmen über Janas Sichtweise formulieren:

- a) Jana betrachtet die aktuell auf dem Podest gestellte Reihenfolge und die fünfte Kärtchenreihenfolge als zwei verschiedene Reihenfolgen, denn sie verneint Ayses Feststellung aus Triade I und führt ihre gestische und lautsprachliche Äußerung in Triade 3b offenbar als Begründung für ihren Widerspruch an.
- b) Jana geht offenbar davon aus, dass die mittlere Position zweimal vom braunen Tiger innerhalb der Reihenfolgen der Lösungsmenge besetzt werden darf.

Beide Schülerinnen scheinen von unterschiedlichen Kriterien auszugehen, wie bewertet werden kann, ob eine gestellte Reihenfolge bereits dokumentiert ist oder nicht. Jana orientiert sich an der mittleren Position (vgl. Triade 3b), die offenbar aus ihrer Sicht mehr als einmal gleich besetzt werden kann, um unterschiedliche Reihenfolgen zu erzeugen. Für Ayse ist entweder mutmaßlich die gleiche Besetzung der ersten Position ausreichend für die Bewertung dafür, ob Reihenfolgen bereits erzeugt sind oder sie nimmt eine Eins-zu-Eins-Zuordnung spaltenweise zwischen Podest-Reihenfolge und gelegter fünfter Reihenfolge vor, so dass sie zu dem Ergebnis kommt, diese beiden Reihenfolgen sind identisch. Ihre Kriterien scheint Ayse noch einmal zur Überprüfung heranzuziehen, vermutlich als Folge aus Janas deutlichem Widerspruch in Triade 2: Ayse überprüft die dokumentierten Reihenfolgen entweder durch Messen der Länge der einzelnen Reihenfolgen oder dem Zählen der Positionen innerhalb der Reihenfolgen oder über alle Reihenfolgen (vgl. Triade 3a). In den Triaden 4a bis 6a scheint den Schülerinnen, möglicherweise zunächst ohne tatsächlich inhaltlichen Nachvollzug, deutlich zu werden, dass es hilfreich sein könnte, die Leserichtung der Reihenfolgen auf dem Podest und in der Dokumentationsform zu klären. Dies ist zumindest von Ayse mutmaßlich in ihrer unvollständigen Frage beabsichtigt (vgl. Triade 4b). Jana fokussiert scheinbar zunächst stärker ihre Sichtweise, noch ohne direkten Abstimmungsversuch mit Ayse (vgl. Triaden 4a u. 5a). In ihrem lautsprachlichen Repräsentamen lässt sich Überraschung im Objekt möglicherweise aufgrund der Entdeckung rekonstruieren, dass die Vertauschung des Elefanten und des weißen Tigers auf dem Podest je nach Leserichtung der Reihenfolgen keine oder auch erhebliche Relevanz hat, um zu bewerten, ob die gestellte Reihenfolge schon nachgelegt ist oder nicht. Die von Jana hier tatsächlich mit den Plastikfiguren vorgenommene Vertauschung verweist bereits auf den Algorithmus zur Erzeugung von Reihenpaaren, den sie später in Triade II (vgl. Abb. 9.3.1_21) als eine zentrale Entdeckung sowohl in der Lautsprache als auch in der Gestik erläutert: Die mittlere Position kann als Fixpunkt der Permutation in zwei Reihenfolgen der Lösungsmenge gleich besetzt sein. In Triade 6b scheint B sich vermutlich in methodisch-didaktischer Absicht in die Situation einzubringen und könnte mutmaßlich mit ihrer Frage in

der lautsprachlichen Triade die Schülerinnen zur weiteren Auseinandersetzung mit der Podest-Reihenfolge oder den dokumentierten Reihenfolgen bewegen wollen. Dabei kann man ihr in der Rahmung unterstellen, dass sie beide Sichtweisen der Schülerinnen – Podest-Reihenfolge ist bereits dokumentiert oder nicht – vermutlich mithilfe des Formulierungsformats der Frage einbeziehen und hier eine Art vermittelnde Funktion beider Deutungsweisen übernehmen möchte.

Es folgt eine Phase im Zeichenprozess (vgl. Triade 7 bis 8c, Abb. 9.3.2_20), in der die Schülerinnen und auch B damit beschäftigt scheinen, den Arbeitsplatz zu ordnen, nachdem einige Kärtchenreihen verrutscht sind. Mindestens Jana ist beim Wiederherstellen der Ordnung der Kärtchenreihen offenbar auch der Meinung, damit gleich weiteren Platz für weitere Reihenfolgen oder auch Kärtchen schaffen zu können, dem sich auch Ayse ohne dies zu hinterfragen anschließt. Ayse endet in Triade 8c mit einem Trommeln der Finger auf dem Tisch im gestischen Repräsentamen, das im Objekt als Ungeduld aber auch Planlosigkeit darüber rekonstruiert werden kann, wie es nun weiter gehen könnte. Das lautsprachliche Repräsentamen verweist hier ebenso auf eine Art Sammlung oder Neuanfang oder eine Taktung bezüglich dessen, was bisher geschafft wurde oder auch was nun anzugehen ist.

Jana hat offenbar eher bereits einen Plan entwickelt, denn sie startet mit dem Legen einer 6. Kärtchenreihenfolge, bei der sie sich offenbar an der Reihung auf dem Podest orientiert. Janas Vorgehen hier stützt die oben getroffene Annahme a), dass Jana die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge und die fünfte Kärtchenreihe nicht als identisch betrachtet, sondern beide Reihen aus verschiedenen Richtungen zu lesen scheint: die gelegte fünfte Reihenfolge in Leserichtung von links nach rechts, also als WBE und die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge von rechts nach links entsprechend der Blickrichtung der Tierfiguren als EBW. Für Ayse kann weiter angenommen werden, dass ihre Leserichtung für beide Reihenfolgen-Formen – sowohl auf dem Podest als auch bei den dokumentierten Reihen – von links nach rechts ausgerichtet ist. Dies erklärt ihre Deutung vom Beginn, dass die gestellte Reihenfolge bereits gefunden sei und wird gestützt durch ihr in Triade 9c gezeigtes hin und her Schauen zwischen Podest-Reihenfolge und sechster Kärtchenreihenfolge bzw. dem Mitsprechen von Janas Agieren, so als sei sie auf der Suche nach Gemeinsamkeiten oder einem Anhaltspunkt zum Nachvollzug von Janas Sichtweise. Ayse überlässt hier möglicherweise Jana das Vorgehen, weil Ayse nicht weiß, warum sie eine aus ihrer Sicht bereits nachgelegte Reihenfolge nun noch einmal nachlegen soll, oder weil sie Jana unterstellt, dass sie genau weiß, was nun zu tun ist. Das Mitsprechen ist eine Möglichkeit für Ayse, sich dennoch an der Situation zu beteiligen und sich möglicherweise durch die Orientierung an Janas Agieren Zugang zu verschaffen zu dem, was Jana tut. Ayse versucht sich hier gewissermaßen der Rahmung Janas in der ihr größtmöglichen Weise anzupassen, ohne diese inhaltlich tatsächlich nachvollziehen oder durchdringen zu können. Es lässt sich als Vermutung aufstellen, dass Ayses Interaktionserfahrung an dieser Stelle greift und diese es ihr ermöglicht, mutmaßlich auch zunächst ohne inhaltliche Einsicht dennoch an einer

Erklärung ihres Gegenübers teilzuhaben durch eine Orientierung am Handeln Janas (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 17f; Kap. 4.2). Ayse kann sich auf diese Weise offenbar insoweit auf eine gemeinsame Rahmung einlassen, als dass sie sich selbst zurücknimmt und etwa eine Art Kooperations-Rahmung aktiviert, die Jana gleichzeitig das Knowhow zuschreibt, einen in Bezug auf das gegebene mathematische Problem adäquaten Weg einzuschlagen, dem Ayse zumindest für einen gewissen Zeitraum auch ohne inhaltlichen Nachvollzug pragmatisch durch Mitsprechen folgen kann. Auch Jana geht in diesem Teil der Interaktion bzw. des Zeichenprozesses sicherlich davon aus, dass ihr Weg zielführend ist. Dieser kann somit dann als gemeinsame Rahmung hier sowohl Jana als auch Ayse unterstellt werden. Damit schützt sich Ayse auch davor, ihr mögliches Unwissen preiszugeben, gibt die Verantwortung an Jana ab und beteiligt sich gleichzeitig hinreichend, um eventuell doch noch Janas Vorgehen nachvollziehen und verstehen zu können.

Beim Nachlegen der aktuellen Podest-Reihenfolge und mutmaßlich auch aus der bisherigen Auseinandersetzung mit der Podest-Reihenfolge und der Frage, ob diese bereits dokumentiert ist oder nicht, macht Jana dann eine für die Situation bedeutsame Entdeckung, die sie erneut an der von ihr bereits eingangs betonten, mittleren Position festzumachen scheint. Sie äußert ihre Entdeckung, nachdem sie die mittlere Position der nun sechsten dokumentierten Reihenfolge nachgelegt hat und noch bevor sie die dritte Position mit einem Kärtchen besetzt. Es kann daher Jana eine gewisse Unmittelbarkeit zugeschrieben wird, eine Entdeckung möglichst sofort und ohne Zeitverzug, etwa durch das Fertigstellen der aktuellen Handlung, zu äußern. In Triade 10a zeigt Jana im gestischen Repräsentamen in ihrer von einer sich dreimal wiederholenden Bewegung geprägten Gestik die mittleren Positionen von zwei jeweils untereinander liegenden Reihenfolgen an. Sie erkennt hier also möglicherweise zum einen, dass sich mutmaßlich eher zufällig ein Muster innerhalb der Anordnung der Kärtchenreihenfolgen bezüglich der mittleren Positionen ergeben hat: Kärtchenreihe eins und zwei, drei und vier sowie fünf und sechs sind jeweils in der mittleren Position gleich besetzt und liegen auf dem DIN A4 Blatt jeweils untereinander. Zum anderen findet Jana vermutlich ihre bereits in Triade 3b lautsprachlich und gestisch geäußerte Feststellung bezüglich der Besetzung der mittleren Position mit dem braunen Tiger bestätigt und kann eventuell genau deshalb dieses sich optisch aus den gelegten Reihenfolgen ergebende Muster einordnen.

Nach einer vor dem Hintergrund einer didaktisch-methodischen Rahmung erzeugten Frage Bs nach dem, was Jana hier erkannt zu haben glaubt, äußert Jana in der lautsprachlichen Triade 11 ebenso musterhaft wie das, was sie damit mutmaßlich zu beschreiben versucht: „zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die!**“ und zeigt eine nur leichte Variation ihrer Gestik aus Triade 10a. Sie optimiert hier offenbar die Lautsprache im Vergleich zu Triade 10a, wobei die Gestik vergleichbar, aber durchaus präziser durch Tippen wiederholt wird. Die Gestik ist in Triade 10a bereits ähnlich musterhaft und gewissermaßen rhythmisch strukturiert und erfordert offenbar weniger Veränderung im Sinne einer Optimierung, sondern eher im Sinne

einer präziseren Anzeige und vielleicht auch genaueren Verortung der Lautsprache an den Reihen bzw. Positionen.

Erneut tritt B dann eher didaktisch-methodisch zustimmend und zurückhaltend auf, bis Jana dann in Triade 13a (vgl. Abb. 9.3.2_21) nach der Vervollständigung von Kärtchenreihe sechs mit einem weißen Tigerkärtchen auf der dritten Position den abduktiven Schluss zu ziehen scheint: „Jetzt haben wir alle Reihn“, wobei sie sich in ihrer Körperhaltung dadurch ausweist, dass sie sich aus dem Arbeitsbereich zurückzieht und eher abschließend das Geschaffte betrachtet. Man kann Jana hier unterstellen, dass sie vielleicht eher intuitiv aus ihrer Beobachtung aus Triade 10a und 11 heraus erkennt, dass alle möglichen sechs voneinander verschiedenen Reihenfolgen gefunden sind, ohne dass sie dies genauer erläutert.

Theoretische Einordnung der herausgearbeiteten Analyseergebnisse

Auch bei dieser analysierten Transkriptsequenz lässt sich die beobachtete Interaktion bzw. der Zeichenprozess als mathematischer Diskurs im Sinne von Sfard und Lavie (2005) einordnen (vgl. Kap. 4.3). Jana eröffnet nach Krummheuer und Brandt (2001) offenbar eher Orientierung durch ihr Agieren und zeigt zunehmend Handlungsautonomie, während Ayse sich stärker durch ein *Teilsein* an der Situation Zugang zum mathematisch Verhandelten verschafft (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 17f). Insbesondere Jana nutzt im Sinne Sfard und Lavies (2005) mathematisch besetzte Begrifflichkeiten, wie z. B. „Mitte“ (Äußerung 3 bzw. Triade 3b), „zweimal“ (Äußerung 13d bzw. Triade 11) oder „Reihn“ (Äußerung 19 bzw. Triade 13a). Beide Schülerinnen beschäftigen sich mit den visuellen Mediatoren in Form der Tierfiguren und der Kärtchenreihen und verwenden als akzeptierte Narrationen z. B. Kurzformen (vgl. Äußerung 13d bzw. Triade 11) oder Abstraktionen (vgl. Äußerung 1a bzw. Triade 1). Routinen und Muster lassen sich in der Form rekonstruieren, dass die Schülerinnen sich spezifisch für einen mathematischen Diskurs nicht etwa mit den Fähigkeiten von Tigern, Elefanten oder dem Spiel mit den Plastikfiguren beschäftigen, sondern diese nutzen, um eine Lösungsmenge zu generieren und alle möglichen Reihenfolgen zu finden, die drei Tiere hintereinander anzuordnen. Dies könnte man vielleicht auch als mathematikaufgaben-spezifische Rahmung der Schülerinnen umschreiben, die mutmaßlich in übergeordneter Weise von den Schülerinnen in der Situation aktiviert wird und dazu führt, dass sie ganz bestimmte Dinge fokussieren, während sie z. B. die Fähigkeiten von Tigern in dieser speziellen Situation eher als Randerscheinung unbeachtet lassen. Solche Rahmungen basieren sicherlich auf Erfahrungen bezüglich der Mathematik bzw. dem Fachunterricht, wie sie von Jana und Ayse bereits im schulischen Umfeld gemacht wurden.

Bezüglich des Zusammenspiels von Gestik und Lautsprache lässt sich zeigen, dass die Gestik häufig erst deutlich macht, was die Schülerinnen meinen und ihre lautsprachlich formulierten Eindrücke und Sichtweisen an die Kärtchenreihenfolgen bzw. die Podest-Reihenfolge binden (vgl. u. a. Äußerung 1a bzw. Triade 1; Äußerung 3 bzw. Triade 3b; Äußerung 13c bzw. Triade 10a). Zudem stellt die Gestik hierbei nahezu ausschließlich die Relation zwischen

Podest-Reihenfolge und den gelegten Kärtchenreihen her, und zwar nicht nur in dem Sinne, dass sie anzeigt, dass eine solche Relation besteht, sondern auch *inwiefern*, nämlich bspw. über die von Jana als zentral markierte mittlere Position des braunen Tigers als Fixpunkt der Kärtchenreihenfolge fünf und der Podest-Reihenfolge (vgl. Äußerung 3 bzw. Triade 3b). In Bezug auf die in den Analysen rekonstruierten unterschiedlichen Rahmungen zeigt alleine Ayses Gestik, dass sie offenbar anders als Jana die Podest-Reihenfolge und die Kärtchenreihenfolgen von links nach rechts zu lesen scheint und sich sicher hieraus eine Differenz in der Deutung der ersten und dritten Positionen in den dokumentierten Reihen und der Reihenfolge auf dem Podest zwischen den beiden Schülerinnen ergibt.

Eine bedeutungsvolle Geste der untersuchten Sequenz ist zum einen die Zeigegeste zu Beginn, die zuerst von Ayse über den oberen Kärtchenreihen auf diese oder auch die Podest-Reihenfolge weisend ausgeführt wird mit dem Handrücken zur Raumdecke gewandt (vgl. Äußerung 1a bzw. Triade 1). Diese Geste wird von Jana nach ihrem lautsprachlichen Widerspruch, der zunächst von einer im Prinzip eingefrorenen Körperposition in Äußerung 2 bzw. Triade 2 begleitet wird, aufgegriffen, und zwar in der Ausführung als Kontrapunkt zu Ayses Gestik: Jana führt die Zeigegeste eher untypisch mit der Handfläche zur Raumdecke und damit spiegelsymmetrisch zu Ayses gezeigter Gestik aus, und zwar ungefähr am gleichen Ausführungsort, nämlich u. a. auf die Podest-Reihenfolge weisend (vgl. Äußerung 3 bzw. Triade 3b). Die Gestik zeigt hier also über die Variation in der Handorientierung trotz des ähnlichen oder gleichen Referenzpunktes der Podest-Reihenfolge an, dass Jana anderer Meinung ist als Ayse. Insbesondere das gestische Zeichenrepertoire der Schülerinnen wird hier in adäquater Weise an die Äußerungssituation angepasst, um gleichzeitig inhaltliche Standpunkte zum thematisch Verhandelten deutlich zu machen. Solche und weitere gemeinsamen Zeichen der an der Interaktion bzw. dem Zeichenprozess Beteiligten, wie z. B. die Bezeichnung von dokumentierten Reihenfolgen als *gehabt* (vgl. Äußerung 1 bzw. Triade 1, Äußerung 9 bzw. Triade 6b, Äußerung 19 bzw. Triade 13a) und der offenbar implizit für alle Beteiligten gegebene Status der Kärtchenreihenfolgen als unveränderbare Dokumentationsform bilden für die analysierte Sequenz das gemeinsame *semiotische Bündel* zur Gestaltung ihres *semiotischen Spiels* (vgl. Arzarello, 2006, S. 267; Arzarello & Paola, 2007, S. 17; Kap. 5.1). Dieses Spiel kann hier erneut als *semiotic game among equals* oder *semiotisches Spiel unter Gleichen* (Huth, 2011a, S. 226f; Huth, 2014, S. 169; Kap. 5.6) bezeichnet werden, weil B weniger in Erscheinung tritt, sondern vielmehr didaktisch und methodisch ihre Impulse zu rahmen scheint. Es scheint stärker Jana hier durch die beobachtbare zunehmende Übernahme von Handlungsautonomie bis hin zur Positionierung des abduktiven Schlusses am Ende der Situation (vgl. Äußerung 19 bzw. Triade 13a) die Rolle der mathematisch Versierten zu übernehmen. Auch Ayses von Zurückhaltung und Anpassung geprägtes Verhalten in der analysierten Sequenz unterstreicht diese Rollenverteilung zwischen den Schülerinnen, die sich aber nicht durch eine vorherige Festlegung seitens etwa institutioneller Gegebenheiten erklären lässt, sondern erst im

Verlauf der analysierten Sequenz durch das aufeinander bezogene Agieren der Beteiligten innerhalb der Interaktionssituation emergiert.

Weitere bedeutsame Zeichen lassen sich im Verlauf der Interaktion bzw. des Zeichenprozesses herausstellen. Hierbei lässt sich insbesondere von Jana eine fast durchgehende Betonung der mittleren Position, insbesondere bei der Podest-Reihenfolge aber auch dann bei allen dokumentierten Kärtchenreihenfolgen über den Verlauf der Interaktion bzw. des Zeichenprozesse rekonstruieren. Gleichzeitig kann ihre Entwicklung hin zum zunächst einmal als nicht weiter erklärten abduktiven Schluss, alle Reihen zu haben (vgl. Äußerung 19 bzw. Triade 13a), über den Interaktionsverlauf bzw. den Zeichenprozess und die einzelnen Äußerungen in ihrer Lautsprache und Gestik detailliert dokumentiert werden: Jana scheint dabei ganz im Sinne der Abduktion nach Peirce (vgl. Kap. 6.5) von einem *Resultat* und ein *Gesetz* zum *Fall* vorzugehen:

Resultat bzw. Fakt: „braunen Tiger hatten wir (.) erst **da** in der Mitte (.)“ + Zeigegeste auf mittlere Position in Kärtchenreihe fünf und Podest-Reihenfolge in Äußerung 3 bzw. Triade 3b

Gesetz: „guck (lacht) hee hee hee“ + hin- und herzeigende Geste zwischen den mittleren Positionen der paarweise untereinander liegenden Kärtchenreihenfolgen eins und zwei, drei und vier, fünf und sechs in Äußerung 13c bzw. Triade 10a

„zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**“ + tippende Zeigegeste auf mittlere Positionen der paarweise untereinander liegenden Kärtchenreihenfolgen eins und zwei, drei und vier, fünf und sechs in Äußerung 13d bzw. Triade 11

Fall: „Jetzt haben wir alle Reihn“ + Rückzug aus dem Arbeitsbereich, Beobachtungsposition in Äußerung 19 bzw. Triade 13a

Bereits zu Beginn in Äußerung 3 bzw. Triade 3b erkennt man sowohl in der Lautsprache als auch in der Gestik also eine Orientierung an der mittleren Position, die Jana dann im Verlauf als Fixpunkte von jeweils zwei untereinanderliegenden Kärtchenreihenfolgen erkennt. Gestisch bringt Jana bereits hier die Relation zwischen der dokumentierten fünften Reihenfolge und der Podest-Reihenfolge zum Ausdruck. Sie betrachtet diese beiden Reihen nicht als identisch, sondern als miteinander in Relation stehend über die gleiche Besetzung der mittleren Position des braunen Tigers, was sie lautsprachlich benennt und hier gleichzeitig darauf verweist, dass der braune Tiger „erst **da**“ in der Mitte sei. Dies gibt einen Ausblick darauf, dass der braune Tiger offenbar aus Janas Sicht öfter als einmal die mittlere Position besetzen kann in den Reihenfolgen der Lösungsmenge. Janas Fokussierung der mittleren Position stellt sich vor allem dahingehend als besonders geeigneter Ansatzpunkt heraus, weil diese Position unabhängig von der Leserichtung gleich besetzt bleibt. Die Leserichtung ist dann in der Folge durchaus strittig bzw. wird von den Schülerinnen verschieden gedeutet (vgl. Äußerung 1a bzw. Triade 1, Äußerung 1b bzw. Triade 3a,

Äußerung 5 bzw. Triade 4b u. Äußerung 4b bzw. Triade 5a). Während Ayse offenbar eine Idee darüber zu entwickeln scheint, dass die Leserichtung unklar oder weniger definiert ist zwischen den beiden Schülerinnen (vgl. Äußerung 5 bzw. Triade 4b), geht Jana auf Ayses unvollständige Frage nicht ein, sondern beschäftigt sich vielmehr mit der Leserichtung über die tatsächliche Ausführung der Vertauschung der ersten und dritten Position auf dem Podest, was sie mit einem Lachen kommentiert und schließlich die Figuren in die Ausgangsanordnung zurück führt (vgl. Äußerung 4b bzw. Triade 5a). Erneut wird durch diese Vertauschung die mittlere unveränderte Position, die durch den braunen Tiger besetzt ist, betont. Ayses Interpretation dieser Aktion von Jana, die sie in Äußerung 7 bzw. Triade 5b ausdrückt, scheint eher dahingehend deutbar, dass sie nach einer schnellen und unkomplizierten Lösung zu suchen scheint und Jana dazu bringen möchte, etwas „einfach“ zu machen. Dazu zeigt sie gestisch auf die Reihenfolge auf dem Podest, die Jana in Ayses Augen offenbar hier „einfach“ in irgendeiner Weise umsetzen soll, um sich hier nicht weiter daran aufzuhalten. Die Phase des Zurechtrückens der Kärtchenreihen nachdem diese verrutscht sind, scheint zunächst eher auf die Organisation des Arbeitsbereiches ausgerichtet zu sein. Hier kann man allen Beteiligten eine gleiche oder aneinander angepasste Rahmung diesbezüglich unterstellen und vielleicht weniger eine inhaltliche Auseinandersetzung. Was man hieran aber erkennen kann ist, dass Jana offenbar eher intuitiv oder auch aus einer bereits tieferen Einsicht bezüglich des gegebenen mathematischen Problems heraus davon ausgeht, dass mehr Platz auf dem DINA4 Blatt benötigt wird, um mindestens eine weitere Reihenfolge legen zu können. Jana verfolgt hier also sehr wohl eine auf die Lösung des Problems ausgerichtete Absicht. In Äußerung 13a bzw. Triade 9a startet Jana dann auch mit dem Nachlegen vermutlich der aktuell auf dem Podest stehenden Reihenfolge, die sie auf dem Podest offenbar von rechts nach links liest und in den Kärtchenreihen dann in der üblichen Leserichtung von links nach rechts dokumentiert. Nach dem Legen der bereits vorher mehrmals betonten mittleren Position in der sechsten Kärtchenreihenfolge scheint Jana dann auch genau hieran die entscheidende Entdeckung zu machen der paarweise untereinander liegenden gleich besetzten zweiten Positionen innerhalb der Reihen. In Äußerung 13c bzw. Triade 10a erweitert Jana offenbar ihren Blick von der einzelnen Reihe sechs auf die gesamten nachgelegten Reihen, die sie in Relation zueinander setzt und schließlich als Diagramm deuten kann, das aus miteinander in Beziehung stehenden einzelnen Inskriptionen – den paarweise angeordneten Reihenfolgen – besteht (vgl. zu Diagramm und Inskription Dörfler, 2005, 2006a, 2006b, 2015; Schreiber, 2010; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2). Ihre Entdeckung bringt sie sowohl gestisch als auch lautsprachlich zum Ausdruck und fordert auch ihre Interaktionspartnerinnen mit einem nicht direkt adressierten „guck“ auf, die Aufmerksamkeit auf diese Entdeckung zu richten. In Äußerung 13d bzw. Triade 11 greift Jana ihr gestisches Repräsentamen aus Äußerung 13c bzw. Triade 10a noch einmal auf und verändert es vom über den Reihen und Positionen Hin- und Herzeigen zu einem paarweisen Tippen auf die jeweils mittleren Positionen der ersten und zweiten, der dritten und vierten und der fünften und sechsten Kärtchenreihen. Diese Veränderung der Gestik ist als

Weiterentwicklung zu einer genaueren Anzeige dessen zu verstehen, was Jana hier deutlich machen möchte. Die Präzisierung im Anzeigen ist ebenso lautsprachlich zu beobachten: Jana führt hier eine prägnante Beschreibung dessen aus, was sie beobachtet hat: „zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**“, wobei sie das betont gesprochene „**die**“ durch die Gestik definiert und im Diagramm der dokumentierten Reihenfolgen anzeigt. Die zunehmende Genauigkeit lässt sich vermutlich aus dem Interpretant Janas bzw. ihrer Deutung zu Triade 10b bzw. Äußerung 17 ableiten, in der B lautsprachlich die Frage hervorbringt, was Jana dort sehe. Über die Gestik stellt Jana in Äußerung 13d bzw. Triade 11 erneut die Relation der Reihenfolgen paarweise und auch des Verhältnisses der sich so ergebenden drei Reihenpaaren zueinander heraus. Die Gestik ist nämlich beim Wechsel zu einem neuen Reihenpaar stets geprägt von einem kurzen Fixieren über den Reihen in der Luft und ist damit erneut von einer Rhythmik in der Rhythmik der Geste an sich geprägt. Jana greift ihre eigenen Zeichen auf und adaptiert sie entsprechend der Anforderung, nämlich zu erläutern, was sie dort sieht. „Jetzt haben wir alle Reihn“ folgt schließlich als abduktiver Schluss, geäußert von Jana in Äußerung 19 bzw. Triade 13a, nachdem sie Kärtchenreihe sechs vollständig nachgelegt hat. Es bleibt die Vermutung, dass Jana diesen Schluss vielleicht nicht vollständig erklären könnte, sondern sie mehr über den Verlauf des Zeichenprozesses und mit der Auseinandersetzung der Fixpunkte auf den mittleren Positionen bzw. der Mustererkennung im erzeugten Diagramm einen Instinkt entwickelt zu haben scheint, wie die vollständige Lösungsmenge aussehen muss. Ayse macht über den Verlauf der Interaktion in Lautsprache und Gestik häufig eher Nachdenken über ein mögliches weiteres Vorgehen deutlich und versucht sich Zugang zu Janas Sichtweise zu verschaffen. Dabei nimmt sich Ayse offenbar eher zurück und überlässt Jana den Arbeitsbereich, ohne z. B. auf Begründungen für Einwände oder ihre eigene Sichtweise zu bestehen. Vielleicht basiert diese Form der Zusammenarbeit auf eine Art Freundschaftscode bzw. Kooperations-Rahmung der beiden Schülerinnen als *Commens* im Peirce’schen Sinne (vgl. Kap. 6.3 u. Kap. 7.1) bezüglich des gemeinsamen Lösens mathematischer Probleme, den bzw. die sie sich gegenseitig gewähren und auch im Agieren unterstellen. Am Ende zeigt Ayse in Äußerung 20 bzw. Triade 13b eine zunächst zögerliche, dann aber doch überzeugte Zustimmung in der Lautsprache bzw. ihrem lautsprachlichen Repräsentamen: „mja\ ja“. Dies äußert Ayse vielleicht eher um einen ihr inhaltlich weniger zugänglichen, jedoch interaktiv auf diese Weise herbeiführbaren Arbeitskonsens zu erreichen, fertig zu werden und etwas Neues anzugehen bzw. weiter zu machen. Ayse könnte hier erneut auf Grundlage des gemeinsamen *Commens* (vgl. Kap. 6.3) agieren und sich aus ihrer potentiell vorhandenen Erfahrung heraus mit Jana in mathematischen Situationen darauf verlassen, dass Jana eine hinreichend geeignete Lösungsidee entwickelt hat, ohne dass ein Beitrag Ayses oder auch ihr vollständiges und inhaltliches Nachvollziehen nötig wäre. Jana greift ihre eigenen Zeichen erneut auf. Es lässt sich hier vermutlich weniger von bereits innerhalb der Sprachgemeinschaft der drei Interagierenden etablierten Zeichen sprechen, die konventionalisierten Charakter aufweisen (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Kap. 3.2.3) und dennoch haben diese Zeichen von Jana sicherlich

z. B. im Fortgang der Interaktion ein gewisses Potential, sich zu solchen zunehmend konventionalisierten Zeichen zwischen den Interagierenden zu entwickeln. Diese könnten in ihrer Funktion als quasi-finale Interpretanten unter semiotischer Perspektive auch zur Aktivierung einer ähnlichen oder gemeinsamen Rahmung bei den Interaktionspartnerinnen (vgl. Schreiber, 2010; Kap. 4.2) aufgrund eines auf diese Weise etablierten *commens* im Sinne Peirce (vgl. Kap. 6.3) führen.

Die Lautsprache Janas scheint zunächst mit „hee hee hee“ in Äußerung I3c bzw. Triade I0a und dann auch in Äußerung I3d bzw. Triade I1 eine Rhythmik für die Gestik anzubieten und fungiert hier im Prinzip wie eine Art Beat-Geste im Sinne McNeills (1992) aber im Lautsprachen-Modus, also als beat-gebender lautsprachlicher Ausspruch für die Geste (vgl. McNeill, 1992, S. 15f; Kap. 3.1.4). Diese Erkenntnis evoziert offenbar den durch Jana dann am Ende der Sequenz geäußerten abduktiven Schluss, dass alle Reihenfolgen gefunden sind (vgl. Äußerung I9 bzw. Triade I3a). Bedeutsam erscheint bei dieser bereits ausführlich beschriebenen durchgängigen Betonung der mittleren Position stets das Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache: Die Gestik bindet die Lautsprache an die gemeinten Reihen und zeigt Relationen zunächst zwischen Podest-Reihenfolge und der nachgelegten 5. Kärtchenreihenfolge. Schließlich erweitert Jana ihren Blick auf alle gelegten Kärtchenreihenfolgen und erkennt diese im Sinne Dörflers (2005) und Schreibers (2010) als zusammenhängende Inskriptionen bzw. Diagramm, dessen Lesart sie gestisch markiert und lautsprachlich beschreibt. In der Semiotischen Prozess-Karte wird dies auch anhand eines entscheidenden Rahmungswechsels in der analysierten Sequenz deutlich, der sich von einer Betrachtung zu Beginn von eher einer bzw. zwei Reihenfolgen verändert zu einer allgemeineren Sichtweise auf alle Reihenfolge der mathematisch adäquaten Lösungsmenge und deren impliziten Zusammenhänge bezüglich der Besetzung der zweiten Positionen als Fixpunkte in untereinanderliegenden Reihenpaaren.

In Bezug auf die Theorie der Gesten-Lautsprache *Matches* und *Mismatches* nach Goldin-Meadow (2003) und deren Betrachtung aus der Perspektive der Interaktion (vgl. Kap. 5.4) ließe sich beispielhaft Janas Gestik und Lautsprache zu Beginn der analysierten Sequenz als *Mismatch* deuten: Sie bringt zunächst lautsprachlich einen deutlichen Widerspruch offenbar zu Ayses Äußerung I1a bzw. Triade I1 hervor (vgl. Äußerung 2 bzw. Triade 2) und äußert dann lautsprachlich weiter „braunen Tiger hatten wir (.) erst **da** in der Mitte (.)“ in Verbindung mit einer zu Ayses zuvor gezeigten Geste gespiegelten Zeigegestenbewegung zur mittleren Position der fünften Kärtchenreihenfolge, zur mittleren Position der Podest-Reihenfolge und zurück zur mittleren Position der fünften Kärtchenreihenfolge. Jana verneint also zunächst Ayses Aussage und zeigt dann im Prinzip den braunen Tiger in *zwei verschiedenen Reihenfolgen* gestisch an, während sie lautsprachlich eher nur auf *eine Reihenfolge* oder ein einmaliges Vorkommen des braunen Tigers verweist. Im Sinne der Theorie von Goldin-Meadow (2003) ließe sich dieses Äußerungsereignis bereits als *Mismatch* deuten. Interaktionstheoretisch betrachtet ergibt sich aber ein etwas anderes Bild: In Janas Interpretation ihrer eigenen

Äußerungen stellt das, was sie hier auszudrücken versucht sicherlich weniger ein *Mismatch* in dem Sinne dar, dass hier verschiedene, womöglich konkurrierende Dinge gesagt und gezeigt werden. Vielmehr führen diese Äußerungen Janas (Äußerung 2 u. 3) offenbar in der Folge bei ihrer Interaktionspartnerin Ayse bzw. im Rahmen der Interpretation dieser Äußerungen zu einer Irritation, die sich aus der Deutungsdifferenz dessen erklären lässt, wo für die beiden Schülerinnen die erste Position und die dritte Position auf dem Podest und dann als Abbildung in den Kärtchenreihen zu verorten sind. In Ayses Interpretation bzw. ihrem Interpretant von Janas Äußerungen zeigt sich ein Wechsel vermutlich aus der Irritation heraus in einen relativ vertrauten mathematischen Bereich des Zählens oder des Messens (vgl. Äußerung 1b bzw. Triade 3a) und im gesamten weiteren Verlauf eine betonte Zurückhaltung oder Orientierung am Agieren Janas verbunden mit einem ihr zu unterstellenden Nicht-Verstehen, wie Jana etwa in Äußerung 13aff die sechste Kärtchenreihe überhaupt erzeugen und dann den abduktiven Schluss äußern kann, dass alle Reihen gefunden sind. Der *Mismatch* ist hier also aus interaktionstheoretischer Perspektive mehr in der Interpretation Ayses zu verorten oder sogar als Deutungsdifferenz auf interaktionaler Ebene zwischen den beiden Schülerinnen und weniger bei der aus Forscherinnen Sicht beobachtbaren einzelnen Äußerung der Interaktionsteilnehmerin Jana. Es bleibt zu hinterfragen, ob sich diese Irritation oder Differenz in der Deutung für Ayse im Verlauf der analysierten Sequenz tatsächlich auflöst oder sie mehr in der Aktivierung einer auf Abschluss und Fortführung ausgerichteten Kooperations-Rahmung und im Vertrauen auf Janas mathematisches Knowhow bezüglich des gegebenen mathematischen Problems am Ende ihre Zustimmung äußert (vgl. Äußerung 20 bzw. Triade 13b).

9.3.3 Beispiel 3: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 3: Maya und Dennis

Einleitende Hinweise zu Transkript 3

In der ausgewählten Sequenz (Minute 22:15-24:15, vgl. Ausschnitte als Vorversion dieser Analyse in Huth, 2017) interagieren Maya (7 Jahre), Dennis (8 Jahre) und die begleitende Person B miteinander. Auch in dieser Sequenz umfasst das mathematische Problem die Frage nach der Anzahl möglicher Permutationen von n Elementen, hier von Tieren auf einem Podest im Zirkus. Als Material stehen den Schüler*innen die Plastiktierfiguren, ein Podest aus Pappe, Legekärtchen aus Papier mit den abgebildeten Tierköpfen zur Dokumentation gefundener Reihenfolgen und lilafarbene DIN A4 Blätter als Unterlage zur Verfügung. Der Transkriptausschnitt beginnt als die zwei Schüler*innen bereits sieben Reihenfolgen gefunden haben. Diese Reihenfolgen wurden von den Schüler*innen in der Regel so erzeugt, dass sie zunächst mit den Tierfiguren auf dem Podest gestellt und dann mit den Kärtchen nachgelegt wurden. Gerade beginnen die Schüler*innen damit, die bereits gefundenen Reihenfolgen zu betrachten. Dennis schaut auf die Kärtchenreihen und hat den Kopf auf seinen Händen auf dem Tisch abgelegt, während Maya seitlich auf dem Tisch sitzt und zunächst ebenfalls auf die Kärtchenreihen schaut (vgl. Abb. 9.3.3_22).

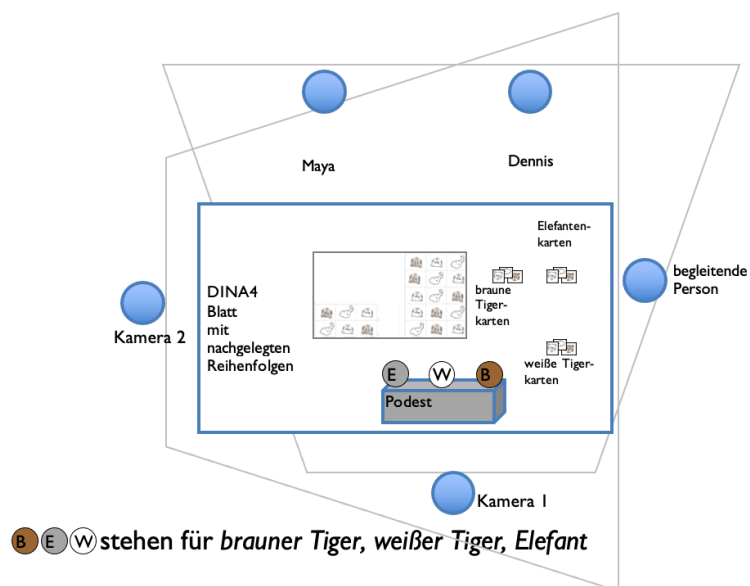


Abb. 9.3.4_22 Situationskizze Beispiel 3

Abbildung 9.3.3_23 zeigt den Beginn der Sequenz. Dennis trägt den grünen Pullover, Maya sitzend auf dem Tisch, trägt Jeans und einen orangefarbenen Pullover. Die gefalteten Hände rechts im Bild stammen von B.











Abb. 9.3.3_23 Originalfoto aus der Situation zu Sequenzbeginn (Beispiel 3)

Folgende sieben Reihenfolgen liegen aus Sicht der Schüler*innen in zwei Spalten vor ihnen auf dem Tisch. Wie bei Beispiel 1 und 2 sind auch hier in der Abbildung die Reihen und die Spalten bezeichnet, in der konkreten Situation liegen dort nur die Tierkärtchen entsprechend vor den beiden Schüler*innen auf den lilafarbenen DIN A4 Blättern.

	1. Position	2. Position	3. Position		1. Position	2. Position	3. Position
1. Reihe				6. Reihe			
2. Reihe				7. Reihe			
3. Reihe							
4. Reihe							
5. Reihe							

Abb. 9.3.3_24 Die sieben von Maya und Dennis zu Beginn der Sequenz gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen

Es gilt die einheitliche Transkriptionslegende (vgl. Kap. 8.6). Zusätzlich sind folgende Handformen im Transkript benannt:

<p><i>Staffelhand</i> Entspannte Handhaltung ohne Anstrengung der Handmuskeln, z. B.</p> 	<p><i>G-Hand</i> Zeigende Handformen, prototypisch mit dem Zeigefinger und angewinkelten restl. Fingern z. B.</p> 	<p><i>Faust</i> Jegliche Art von Fäusten, unabhängig davon, welche Position der Daumen oder die Hand einnehmen z. B.</p> 
<p><i>Greifhand</i> Fortführung der Staffelhand durch Anspannung der Fingermuskulatur z. B.</p> 	<p><i>Gebetshände verschränkt</i> Die Hände sind wie zum Gebet gefaltet, die Finger ineinander verschränkt z. B.</p> 	<p><i>O-Hand</i> Aus dem Fingeralphabet der Deutschen Gebärdensprache entlehnt, bildet mit Daumen und Zeigefinger ein O-nach z. B.</p> 
<p><i>Flachhand</i> Die Hand ist flach ausgestreckt, der Daumen zumeist angelegt, die Finger weitestgehend geschlossen z. B.</p> 	<p><i>Schaufelhand</i> Die Hand ist geöffnet und gekrümmt wie eine Schaufel, die Handfläche weist typischerweise nach oben z. B.</p> 	

Tab. 9.3.3_6 Handformen, die im Transkript 3 verwendet werden

Transkriptausschnitt

Äußerung Zeit	Namenskürzel Zeilennummerierung	Äußerung: gestische und lautsprachliche Partitur und Beschreibung der Arm- und Handbewegungen sowie weiterer Körperbewegungen und Positionsangaben
1 22:17	M[ls]	Dennis guck ma\ ob jeder schon ma in der Mitte zweimal war\
	M[gs]	°----- -----°
1 2 3 4 5 6 7	1	Maya sitzt mit dem Rücken zur Kamera gedreht auf dem Tisch, hat die Arme und Hände im Schoß liegen, der Kopf wird nach rechts zu Dennis gerichtet. Aus dieser Position startet Maya (°), der re Ellenbogen bleibt auf dem Oberschenkel aufgestützt, Maya bewegt den re Unterarm nach oben bis die re Hand auf Höhe von Mayas Gesicht ist, Handinnenfläche zum Gesicht weisend, Handrücken zu Dennis weisend. Zeige- und Mittelfinger der Hand sind gestreckt, während der gebeugte Daumen den gebeugten Ringfinger und den kl. Finger umfasst (1). Maya schaut B an. Nun führt Maya den Arm wieder zurück in die Ausgangslage auf ihren Schoß (°)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
2 22:21	B[ls]	Wieso/
	B[gs]	°----- -----°
1 2 3 4	1	B hat die Hände vor sich auf dem Tisch in verschränkter Gebetshände-Haltung liegen, die Unterarme sind im Ellenbogengelenk angewinkelt und liegen parallel zur Tischkante auf dem Tisch auf. B schaut auf die Kärtchenreihen mit nach vorne gebeugtem Oberkörper. B richtet den Oberkörper auf und schaut zu Maya, diese Position bleibt fixiert
	2	
	3	
	4	
3a (a-b)	M[ls]	Weil- (.) wenn wenn jetzt der Schneetiger in der Mitte is und dann kann der da und der da \
	M[gs]	°-----1-----2-----3-----4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	1	Maya startet aus der sitzenden Position (°), dreht den Oberkörper um ca. 30° um die Körpermitte nach re, mit der li Hand streift sich Maya die Haare hinter das li Ohr, der re Arm wird Richtung Kärtchenreihe 6 geführt, der Ellenbogen bleibt dabei angewinkelt, mit dem Daumen der re Hand drückt Maya auf das weiße Tigerkärtchen auf Position 2 in Reihe 6, der Handrücken weist zur Kamera, die re Hand wird auf den ersten beiden Fingerglieder von Zeige-, Mittel-, Ring- und kleinem Finger auf der Tischplatte aufgestützt, diese Position wird fixiert (1). Nun bewegt Maya die re Hand in gleichbleibender Haltung zur Position 1 in Reihe 6, ihr Daumen tippt auf das braune Tigerkärtchen auf Position 1 in Reihe 6 (2). Maya zieht die re Hand ca. 10 cm parallel zum Verlauf der Kartenreihe in Richtung Position 3 in Reihe 6 und tippt mit dem Daumen in gleicher Handhaltung auf das dort liegende Elefantenkärtchen (3), M bildet eine Greifhand und führt sie re neben die Kärtchenreihen (4)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
4 22:29	<B[ls]	Mmh/
	<B[gs]	°----- -----°
1 2	1	B verbleibt in der gleichen Position wie in Äußerung2 fixiert. Der Kopf senkt sich um ca. 2 cm nach unten und hebt sich direkt wieder in die Ausgangsposition zurück
	2	
3b (a-b)	<M[ls]	und da kann mers aber noch mal umgekehrt machen\ (.) so \
	<M[gs]	°-----5-----6-----7-8-----9---10----11----12---13---°
12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26	12	Maya bewegt ihre re Hand in gleicher Haltung mit angewinkelten Fingern, die auf den ersten beiden Fingergliedern auf dem Tisch aufgestützt sind zur Position 3 in Reihe 6, ergreift mit Zeigefinger und Daumen die dort liegende Elefantenkarte (5), mit der li Hand greift Maya nach der braunen Tigerkarte auf Position 1 in Reihe 6, der li Arm ist ausgestreckt, der re Arm ist mit dem Unterarm auf dem Tisch abgelegt (6), Maya hebt mit li die braune Tigerkarte auf Position 1 Reihe 6 an (7), bewegt die li Hand zur Position 3 in Reihe 6 und die re Hand mit der Elefantenkarte gleichzeitig auf Position 1 in Reihe 6, behält die Karten in den Händen und fixiert diese Position (8). Maya tauscht die Karten zurück in die ursprüngliche Position, so dass die braune Tigerkarte wieder auf Position 1 in Reihe 6 liegt und die Elefantenkarte auf Position 3 in Reihe 6 (9). Maya rückt mit dem li Daumen die braune Tigerkarte zurecht (10), führt die li Hand zur Position 3 in Reihe 7, rückt die dort liegende braune Tigerkarte zurecht (11), nimmt die Elefantenkarte auf Position 2 in Reihe 7 mit dem Daumen und Zeigefinger der li Hand (12) lässt sie wieder auf ihre Position fallen (13), die li Hand wird auf Mayas Schoß zurückgeführt, die re Hand bewegt sich in Staffelhandform auf der Handkante bzw. dem kleinen Finger auf der Tischplatte aufgelegt ca. 10cm in Richtung Kamera l von den Kärtchenreihen weg (°)
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	18	
	19	
	20	
	21	
	22	
	23	
	24	
	25	
26		

9 Empirie: Beispiel 3: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 3: Maya und Dennis

5	<B[ls]	Aha/
	<B[gs]	
22:33	1	Bs Kopf senkt sich um ca. 1 cm nach unten.
6	<D[ls]	Dann hatten wirs aber\(.) nicht\
	<D[gs]	
22:34	1 2 3 4	Dennis hat die Unterarme im Ellenbogengelenk angewinkelt vor sich auf dem Tisch aufliegen, die li Hand liegt über der re Hand, der Kopf ist mit dem Kinn auf den Händen aufgestützt, der Blick ist auf die Kärtchenreihen gerichtet. Dennis richtet sich mit dem Oberkörper auf, so dass das Kinn nicht mehr auf den Händen aufliegt, der Blick Richtung Kärtchenreihen gerichtet
7	>B[ls]	Und das heißt für den Schneetiger der ist zweimal in der Mitte\ oder/
	>B[gs]	°--1--°
22:41	1 2 3	B startet aus der Gebetshaltung (°) führt ihre li Hand in ihren Nacken, der Arm ist auf dem Ellenbogen aufgestützt (1), die re Hand wird hinter die Tischkante geführt und ist für die Kamera nicht mehr zu sehen, B hebt und senkt ihren gesamten Oberkörper etwas (°)
8	>M[ls]	Ja\
	>M[gs]	°-----1--2-----3-----°
22:41	1 2 3 4 5 6 7 8 9	Maya startet mit der re Hand (°) und bewegt sie in G-Handform mit ausgestrecktem Zeigefinger in Richtung Kärtchenreihen, legt den re Zeigefinger auf Position 3 in Reihe 6, richtet sich gleichzeitig mit dem Oberkörper auf (1) hebt den Zeigefinger an und legt in gleich wieder ab (2) zieht die re Hand nach re außen weg von den Kärtchenreihen, legt sie flach auf die Tischplatte, die Finger sind in Richtung Kärtchenreihen gerichtet, der Blick auf die Kärtchenreihen, Maya stützt sich auf der re Hand ab (3). Maya schaut zu B, bewegt den Kopf mehrmals hoch und runter, zieht die re Hand vom Tisch in Richtung ihres re Oberschenkels, legt sie flach darauf ab, Handrücken zur Raumdeckeweisend, die Hand verschwindet aus dem Kamerasichtfeld (°)
9	<B[ls]	Mhm\ (...) m des ja vielleicht ganz klug da ma zu gucken
	<B[gs]	
22:45	1 2	B bleibt in ihrer Position unverändert, zieht die Mundwinkel nach unten, schiebt die Unterlippe nach vorne und bewegt Kopf mehrmals ein wenig hoch und runter
10a (a-b)	<D[ls]	oder/ (..) so\ (...+)
	<D[gs]	°--1--2--3--4--5--6--°
22:47	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15	Dennis startet aus der oben beschriebenen Position (°). Seine re Hand führt er über Reihe 7, Handrücken zur Raumdeckeweisend, der Zeigefinger kommt auf Position 1, der Mittelfinger auf Position 2 zu liegen. Die li Hand liegt entspannt auf der Tischplatte in unveränderter Position auf (1). Nun zieht Dennis die beiden Tierkarten mit den Fingern der rechten Hand ca. 3 cm zu sich (2), schiebt mit dem Mittelfinger die Elefantekarte über die weiße Tigerkarte (3). Mit Zeige- und Mittelfinger der re Hand schnickt Dennis die Elefantekarte nach li weg von der weißen Tigerkarte, so dass die Karten von Dennis aus gesehen in der Reihenfolge Elefantekarte-weiße Tigerkarte vor ihm unterhalb von Reihe 7 liegen (4), Dennis schiebt mit den Fingerkuppen des re Zeige- und Mittelfingers die weiße Tigerkarte auf Position 2 in Reihe 7 (5), mit den Fingerkuppen des li Zeige- und Mittelfingers die Elefantekarte auf Position 1 in Reihe 7 (6). Nun zieht Dennis den li Unterarm zurück in Richtung seines Oberkörpers, legt die li Hand in Faustform und mit dem Unterarm aufliegend entlang der Tischkante ab, die re ist Hand aufgestützt auf dem Ellenbogen, wird auf Kopfhöhe zurück geführt und stützt diesen an der re Seite der Stirn mit den mittleren Fingergliedern ab, der Blick ist auf die Kärtchenreihen gerichtet (°)
10b (a-b)	D[ls]	(leise) (ob) wir des scho- hatten/
	D[gs]	
22:56	16	Dennis runzelt die Stirn, verbleibt ansonsten in unveränderter Körperposition
11	B[ls]	Hattet ihr des schon/
	B[gs]	
22:57	1	B bleibt in unveränderter Körperposition.
12	<D[ls]	Mh (.) mh- m/
	<D[gs]	°-1--2-----°
22:59	1 2 3 4 5	Dennis Kopf neigt sich um ca. 2 cm nach unten. Dennis zieht die Augenbrauen hoch. Dennis startet aus der aufgestützten Position (°), bewegt die li Hand in G-Handform mit ausgestrecktem Zeigefinger in Richtung Kärtchenreihen und zeigt auf die Elefantekarte auf Position 1 in Reihe 5. Dennis fixiert diese Position, berührt mit Zeige- und Mittelfinger die Karte an ihrer unteren re Ecke (2). Dennis zieht die li Hand zurück in die vorherige Position

9 Empirie: Beispiel 3: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 3: Maya und Dennis

	6 7	mit aufgelegtem Unterarm vor seinem Oberkörper, die Hand ist in Staffelhandform auf der Tischplatte aufgelegt, Handinnenfläche zur Tischplatte gewandt (°)
13	<M[ls] <M[gs]	ähäh \ (...) oder doch hatten wir \ (...+) (jetzt) wieder zurück- °-----1-2-3-4-----5-6-----7-°
23:02	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23	Maya startet auf dem Tisch sitzend, beide Hände im Schoß, den Kopf nach re unten geneigt, Blick in Richtung Kärtchenreihen. Sie zieht die re Schulter hoch und senkt gleichzeitig den Kopf zur re Schulter. Maya entspannt die re Schulter und richtet den Kopf auf, nickt minimal. Nun dreht Maya ihren Oberkörper weiter zum Arbeitsbereich, greift mit der re Hand nach der weißen Tigerkarte auf Position 2 in Reihe 7 (1), mit der li Hand ergreift sie die Elefantenkarte auf Position 1 in Reihe 7 (2). Maya nimmt die Elefantenkarte mit li hoch und führt sie etwas in Richtung ihres Oberkörpers (3), sie führt die re Hand mit der weißen Tigerkarte in Richtung Position 1 Reihe 7 (4), legt die Elefantenkarte auf Position 2 in Reihe 7 (5) und bewegt die re Hand mit der weißen Tigerkarte über Position 1 Reihe 7. Maya führt die li Hand gleichzeitig in Flachhandform, Handfläche zur Tischkante gerichtet, unterhalb der Elefantenkarte, so dass die Fingerspitzen die Karte am unteren Rand berühren und verschiebt die Karte ca. 1cm nach oben (6). Maya legt mit der re Hand die weiße Tigerkarte auf Position 1 in Reihe 7, so dass sie die Karte abrollend zuerst mit dem unteren Teil auflegt und dann langsam den Rest der Karte über den Daumen abrollend auf den Tisch auflegt (7), dann zieht M die Hände aus dem Arbeitsbereich heraus, stützt sich re auf dem Unterarm auf der Tischplatte re neben dem DIN A4 Blatt ab, re Hand ist zu den Kärtchen gerichtet und liegt in Staffelhandform auf der Tischplatte auf (8), die li Hand wird zum Kopf geführt, greift von li über den Kopf zu den Haaren am re Ohr und streicht die Haare ergreifend über die Haare in Flachhandform an den Hinterkopf. Maya belässt diese Hand in den Haaren am Nacken und umfasst die Haare als Zopf, gleichzeitig dreht Maya ihren Oberkörper nach links und stützt sich auf den re Unterarm auf, der auf der Tischplatte aufliegt, die Handkante der re Hand ist auf der Tischplatte abgelegt, die Hand wird in Staffelhandform gehalten, Handrücken zur Tischplatte weisend. Maya schaut auf den Arbeitsbereich (°)
14	>D[ls] >D[gs]	M so/ (...+) °---1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-----15-16-----°
23:13	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23	Dennis startet (°) und führt die re Hand vom Kopf weg in Staffelhandform zu Reihe 7, legt seinen re Zeigefinger auf die Elefantenkarte auf Position 2 in Reihe 7 und den re Mittelfinger auf die braune Tigerkarte auf Position 3 in Reihe 7 (1), zieht beide Karten ca. 3cm nach unten in seine Richtung (2), hebt die re Hand an und legt auf die Elefantenkarte die Fingerkuppen von Zeige- und Mittelfinger (3), schiebt die Karte mit den beiden Fingern nach re unter die braune Tigerkarte auf Position 3 in Reihe 7 (4), bewegt Zeige- und Mittelfinger in gleicher Weise auf die braune Tigerkarte auf Position 3 in Reihe 7 (5), schiebt diese Karte nach li auf Position 2 in Reihe 7 und hebt die re Hand an (6), bewegt Zeige und Mittelfinger der re Hand auf die Elefantenkarte und schiebt diese in gleicher Weise auf Position 3 in Reihe 7 (7). Dennis bewegt die re Hand nach li über die Reihe 7 und zeigt dabei mit dem re Mittelfinger auf die braune Tigerkarte, die auf Position 2 in Reihe 7 liegt, mit dem re Zeigefinger auf die weiße Tigerkarte, die auf Position 1 in Reihe 7 liegt (8). Dennis schiebt mit Zeige- und Mittelfinger die weiße Tigerkarte auf Position 1 in Reihe 7 ca. 3cm nach unten in seine Richtung (9), schiebt mit dem re Mittelfinger die braune Tigerkarte von Position 2 in Reihe 7 nach li auf Position 1 in Reihe 7 (10), bewegt re Zeige- und Mittelfinger zur weißen Tigerkarte unterhalb der Position 1 in Reihe 7 und schiebt diese nach re und oben in Richtung Position 2 in Reihe 7 (11), rückt die dabei verschobene Elefantenkarte auf Position 3 in Reihe 7 mit dem re Zeige- und Mittelfinger zurecht (12), rückt die weiße Tigerkarte auf Position 2 in Reihe 7 zurecht (13), rückt die braune Tigerkarte auf Position 1 in Reihe 7 zurecht (14), rückt die weiße Tigerkarte auf Position 2 in Reihe 7 zurecht (15), rückt die Elefantenkarte auf Position 3 in Reihe 7 zurecht (16), in Reihe 7 liegt nun von den Kindern aus gesehen von li nach re: brauner Tiger-weißer Tiger-Elefant. Dennis rückt weiter an den Kärtchen in Reihe 7 herum, ohne dass die Kärtchen in ihren Positionen verändert werden (bis °)
15	>M[ls] >M[gs]	Ja/ hatten wir schon \ (.) guck °-1-2-----3-4-----5-6-°
23:22	1 2 3 4 5 6 7	Maya startet aus auf dem re Unterarm aufgestützt, die li Hand in den Haaren am Nacken und in den Haaren spielend (°), hebt den re Unterarm an und verändert die re Hand zur G-Form, führt den re Zeigefinger zur Position 3 Reihe 6 (1). Maya fährt mit dem re Zeigefinger in einer konstanten Bewegung in ca. 1cm Höhe über Reihe 6 bis zur Position 1 (2), dann bewegt sie gegen den Uhrzeigersinn kreisförmig ihren Zeigefinger zweimal über der Reihe 6, annähernd auch Reihe 7 auf Höhe der ersten beiden Positionen (3, 4) und landet dann mit dem re Zeigefinger auf Position 2 in Reihe 6 (5), tippt nochmals auf dieses Kärtchen (6), nun führt

9 Empirie: Beispiel 3: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 3: Maya und Dennis

	8 9 10	Maya die re Hand weg von den Kärtchenreihen in Staffelhandform mit dem Handrücken zur Kamera weisend. Die re Hand wird oberhalb der Kärtchenreihen auf dem Tisch abgelegt, so dass der Handrücken zur Kamera weist (°)
16a (a-b)	<D[ls] <D[gs]	Dann ham ma alle\ °-----1-----2-----3-----4---5--6--7--8--9--10-----11-----
23:26	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18	Dennis startet mit der re Hand bei Reihe 7 (°), er legt die Fingerkuppe des re Zeigfingers auf die braune Tigerkarte auf Position 1 in Reihe 7, den re Mittelfinger auf Position 2 in Reihe 7 (1), schiebt mit dem re Zeigefinger die braune Tigerkarte von Position 1 in Reihe 7 ca. 3cm nach unten in seine Richtung und nach re unter Position 2 Reihe 7 (2), hebt die li Hand auf dem Ellenbogen aufgestützt an und bewegt sie in Richtung Kartenreihen, schiebt die braune Tigerkarte während dessen weiter nach re unter Position 3 in Reihe 7 (3), Zeige- und Mittelfinger der li Hand werden auf die weiße Tigerkarte auf Position 2 in Reihe 7 gelegt (4). Dennis schiebt mit der re Hand die braune Tigerkarte ca. 3cm nach oben auf Position 3 in Reihe 7, belässt die Finger auf der Karte (5.), schiebt anschließend die weiße Tigerkarte mit der li Hand auf Position 1 in Reihe 7 (6), berührt mit den re Fingerkuppen von Zeige- und Mittelfinger die braune Tigerkarte (7), mit den li Fingerkuppen von Zeige- und Mittelfinger die weiße Tigerkarte (8), nimmt die li Hand nach oben ungefähr auf Schulterhöhe in Staffelhandform, Handinnenflächen zur Tischplatte gerichtet (9) und legt sie dann vor sich mit dem Unterarm auf der Tischplatte entlang der Tischkante aufliegend vor seinem Oberkörper in Staffelhandform ab, die re Hand berührt mit den Fingerkuppen von Zeige- und Mittelfinger die braune Tigerkarte (10) und wird dann in einer Flachhandgeste nach li bewegt und Dennis berührt mit den Fingerkuppen von Zeige- und Mittelfinger die weiße Tigerkarte auf Position 1 in Reihe 7 (11)
17	<M[ls] <M[gs]	Ja \ schätz ich auch\ °-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----°
23:28	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13	Maya richtet den Oberkörper auf und setzt sich gerade hin (°), die li Hand verschwindet auf dem Schoß und ist nicht mehr sichtbar, Maya bewegt die re Hand in Greifhandform re neben das DINA4 Blatt, auf dem die Kärtchenreihen liegen, die Handfläche ist zu den Kärtchenreihen gerichtet, der kleine Finger/die Handkante liegt auf der Tischplatte auf, die Hand befindet sich auf Höhe der Reihe 7 (1). Maya ergreift mit dem Daumen und Zeigefinger der re Hand die Elefantenkarte von Position 3 in Reihe 7 (2), bewegt ihre Hand samt Karte nach re und legt sie neben das DINA4 Blatt mit der Karte zwischen Daumen und Zeigefinger haltend ab (3.). Maya führt die re Hand mit der Elefantenkarte in einem Bogen zur Position 2 in Reihe 7 und legt sie dort ab (4). In Reihe 7 liegt nun weißer Tiger-Elefant-brauner Tiger. Nun zieht M die re Hand nach rechts erneut neben das DINA4 Blatt (5) und fährt mit der re Hand über den Tisch zu ihrem Po (6) und wieder über den Tisch in die entgegengesetzte Richtung weg von ihrer Sitzposition an die gegenüberliegende Tischkante, dort verbleibt die Hand in O-Handform, die Fingerkuppen berühren die Tischplatte (°)
18	<B[ls] <B[gs]	Nach was habt ihr jetzt geguckt/ -----
23:32	1	B bleibt in der Position wie oben beschrieben, hebt ihren Kopf an, Blick auf Kärtchenreihen
16b (a-b)	D[ls] D[gs]	Wir ham glaube alle\ -12---°
23:36	19 20 21 22	Dennis führt die re Hand zu seinem Gesicht, der Ellenbogen ist aufgestützt, die Hand berührt seine Nase mit Zeige- und Mittelfinger (12), die re Hand wird auf die bereits auf dem Tisch aufliegende li Hand abgelegt, Unterarm liegt ebenfalls auf dem Tisch entlang der Tischkante auf, Dennis bewegt seinen Kopf nach li in Richtung B, blick nach unten (°)
19	M[ls] M[gs]	(leise) Ja -----
23:38	1	Maya blickt zu B, bleibt unverändert in ihrer Körperposition
20	B[ls] B[gs]	Zeig mal wie viele sinds jetzt/ °-----1-----2-----°
23:39	1 2 3 5 6	B startet mit der re Hand (°) und legt den re Mittelfinger, auf dem der re Zeigefinger aufliegt auf die li untere Ecke des DINA4 Blattes, auf dem die Kärtchenreihen liegen (1). B dreht das DINA4 Blatt mit der li unteren Ecke bzw. ihrem Mittelfinger als Drehpunkt um ca. 20° im Uhrzeigersinn (2), danach führt B die re Hand in die Ausgangsposition zurück und legt sie vor sich auf dem Tisch ab, der re Unterarm liegt entlang der Tischkante (°)
21	D[ls] D[gs]	Sieben Stück\ °---1---2-3-4---°

9 Empirie: Beispiel 3: Kombinatorik – Tierpolonaise, Tandem 3: Maya und Dennis

23:41	1 2 3 4 5 6 7 8	Dennis startet mit der re Hand (°) und führt diese mit ausgestrecktem Zeige- und Mittelfinger in der Luft über die Tierkarte der Position I in Reihe I, der Handrücken weist zur Raumdecke (1). Dennis tippt dort zweimal in der Luft nach unten in Richtung dieser Position I in Reihe I (2,3). Nun spreizt Dennis die Finger der re Hand, besonders Zeige- und Mittelfinger etwas und streckt sie und fährt über die Kärtchenreihen in ungleichmäßigen Bewegungen nach unten in seine Richtung ca. bis Reihe 5 (4). Dennis zieht die re Hand zurück und stützt den re Ellenbogen auf den Tisch. Mit der re Seite des Gesichts lehnt Dennis sich an den Handrücken der re Hand, welche im Handgelenk nach unten geklappt ist (°)
22	B[ls] B[gs]	Mmh\ -----
23:44	1	B bleibt in der Position wie oben beschrieben, neigt den Kopf nach li
23	D[ls] D[gs]	Nämlich fünf plus zwei/ °--- -----2---3-----°
23:45	1 2 3 4 5 6 7 8	Dennis startet aufgestützt auf der re Hand, der li Unterarm vor sich auf dem Tisch abgelegt (°), hebt Mittel-, Zeigefinger und Daumen der li Hand an (1), dann hebt Dennis die gesamte li Hand an und bewegt sie in Richtung Kärtchenreihen I bis 5, hält sie in Staffelhandform, Handrücken zur Raumdeckeweisend über diesen Reihen (2), die Hand wird in der Luft nach unten und oben geführt, dann wird die li Hand zu einer Flachhand gestreckt und angehoben, so dass die Kamera die Handinnenfläche sehen kann (3), in dieser Form wird die li Hand dann in Richtung Oberkörper zurückgeführt und vor Dennis flach auf dem Tisch abgelegt, der li Unterarm liegt entlang der Tischkante. Dennis blickt zu B und hebt das Kinn an (°)
24	B[ls] B[gs]	Mmh\ (.) (leise) (lächelt) genau\ -----
23:48	1	B bleibt in der Körperposition unverändert, der Kopf hebt und senkt sich zweimal deutlich
25	D[ls] D[gs]	Sieben \ -----
23:50	1 2 3 4	Dennis wendet den Kopf zu den Kärtchenreihen und verbleibt in unveränderter Körperposition. Anschließend senkt er seinen Kopf auf die auf dem Tisch liegende li Hand, so dass das Kinn den Handrücken berührt. Dennis wendet den Kopf nach li und schaut nach unten
26	>M[ls] >M[gs]	drei plus zwei plus (zwei)- °-- ° -----
23:51	1 2 3	Maya legt sich seitlich auf den Tisch, dem Geschehen zu gewandt und aufgestützt auf ihrem re Unterarm. Maya startet aus der liegenden Position (°), der re Unterarm wird angewinkelt, so dass er ganz an ihrem Oberkörper anliegt und von der Kamera nicht mehr gesehen wird (1°)
27	>B[ls] >B[gs]	und warum gibts sieben/ (...) warum gibts nicht mehr/ °----- -----° -----
23:52	1 2 3 4 5	Aus der Endposition wie oben beschrieben (°), blickt B zunächst zu Maya, richtet dann den Oberkörper auf, löst sich aus der aufgestützten Haltung und streicht mit der li Hand über den gesamten re Arm nach unten (1), endet mit dem li Arm im Schoß, der re Unterarm liegt so auf der Tischplatte auf, dass die Hand eingeknickt im Handgelenk über die Tischplatte Richtung Oberkörper hängt, re und li Hand umschließen sich (°)
28	>D[ls] >D[gs]	----- -----
23:54	1 2 3	Dennis richtet sich mit dem Oberkörper auf, die re Hand führt er ans re Ohr und umfasst dieses von hinten, die li Hand verbleibt unverändert vor ihm auf dem Tisch, der Blick wird in Richtung B gewandt
29	M[ls] M[gs]	Weil wir nur drei Tiere haben\ °--- -----2-----° -----
23:57	1 2 3 4 5 6	Maya startet aus der oben beschriebenen Endposition (°) und dreht den re Unterarm im Uhrzeigersinn über die Tischplatte um ca. 90° weg von ihrem Oberkörper, öffnet die Hand in Schaufelform, Handfläche nach oben, die Hand ist von der Tischplatte angehoben (1). Maya klappt die Finger ein, so dass eine Faust entsteht (2). Sie dreht die re Hand und den re Unterarm gegen den Uhrzeigersinn über die Tischplatte an ihren Oberkörper in die Ausgangsposition (°)
30	B[ls] B[gs]	Aha\ des musste jetzt noch ma genauer erklären\ -----
24:00	1 2	B blickt zu Maya, formt spitze Lippen, bewegt den Kopf ruckartig nach hinten und oben, bleibt ansonsten in der Körperposition unverändert

31a (a-b)	M[ls]	Wenn wir noch ein Tier mehr haben/ (.) dann könnten wir noch andere Reihen machen\
	M[gs]	°----- -----°
24:04	1	Maya startet (°) und richtet den Oberkörper auf, stützt sich mit dem gestrecktem re Arm auf der re Hand in Staffelhandform, Handrücken zur Raumdecke weisend, auf den Tisch auf (1), dabei dreht sie sich so, dass die Kamera ihre re Körperseite sehen kann. Die Fingerkuppen der aufgestützten re Hand werden zunächst ca. 20cm entlang der Tischkante in Mayas Richtung bewegt und dann bogenförmig über den Tisch in Richtung ihres Gesäßes geführt. Die re Hand stoppt ca. 20cm vor Mayas Po bzw. Rücken auf der Tischplatte, die Finger sind gespreizt, der Handballen ist in der Luft, die Fingerkuppen auf der Tischplatte aufgesetzt (°)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
32	B[ls]	Mmh\
	B[gs]	°--- ---°
24:09	1	B startet (°) blickt zu Maya und richtet dabei ihren Oberkörper auf, lässt den re Arm hinter den Tisch absinken (1), li Hand und li Arm liegen im Schoß, B blickt nach unten (°)
	2	
31b (a-b)	M[ls]	Dann könnte nämlich noch ein Tier noch weiter zum Beispiel vorne sein-
	M[gs]	°----- -----2-----3-----4-----5-----6-----°
24:10	8	Maya startet (°) und hebt dir re Hand vom Tisch ab, formt eine Faust und bewegt die Hand unmittelbar seitlich an ihr Gesäß, legt die Hand mit den Fingermittegliedern in Faustform auf den Tisch auf (1). Nun führt Maya die Hand von sich aus gesehen diagonal nach vorne re über die Tischplatte ungefähr bis zur Tischkante (2) und dann in einer bogenförmigen Bewegung an ihr Gesäß zurück und diagonal nach vorne bis zur Tischkante, der Handrücken weist zur Kamera (3). Dort drückt der Daumen der re Hand für ca. 1 sec auf den Tisch, die restliche Hand ist angehoben (4), dann streckt Maya den Zeigefinger aus, die Fingerkuppe berührt die Tischplatte (5) und zieht diesen über den Tisch langsam zurück zum Daumen, bis sich die beiden Finger fast berühren (6). Danach kippt die re Hand nach li hinten und zwischen Daumen und Zeigefinger entstehen ca. 2 cm Platz. Diese Haltung bleibt fixiert. Maya schaut zu B (°)
	9	
	10	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	

Tab. 9.3.3_7 Transkriptausschnitt Beispiel 3

Zusammenfassende Interpretation der Interaktionsanalyse

In der analysierten Sequenz haben die Schüler*innen Maya und Dennis bereits 7 Reihenfolgen gefunden und mit den Tierkärtchen auf zwei DIN A4 Blättern nachgelegt, so dass aus der Perspektive der Lernenden auf dem linken DIN A4 Blatt fünf Reihenfolgen liegen und rechts zwei, wobei die vierte und die siebte Reihenfolge die gleiche Tierabfolge zeigen (vgl. Abb. 9.3.3_25).



Abb. 9.3.3_25 Die doppelt vorkommende Kärtchenreihenfolge (vier und sieben) von Maya und Dennis aus Sicht der Schüler*innen

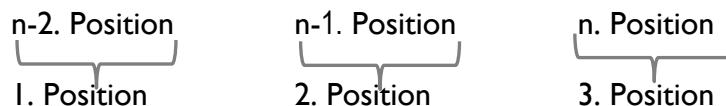
Dies wird von den Schüler*innen im Verlauf der Sequenz zumindest nicht explizit thematisiert, wenn auch die siebte Kärtchenreihenfolge zur Erzeugung offenbar weiterer Reihenfolgen mehrmals verändert wird. Damit bekommt diese Reihe mutmaßlich und zumindest vorübergehend offenbar die Funktion zugewiesen, als eine Art *Testreihe* z. B. zur Erzeugung neuer Reihenfolgen zu dienen.

Die Sequenz lässt sich aus analytischer Sicht zunächst überblicksartig in drei thematische Abschnitte gliedern, die hier zusammengefasst werden und dann eine detailliertere Betrachtung erfahren:

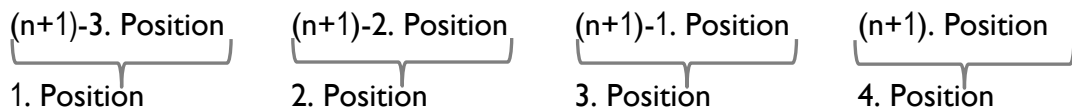
- 1) Im ersten Teil der Interaktion beschäftigen sich Maya und Dennis offenbar mit den bereits gefundenen Reihenfolgen, erkennen Systematiken (vgl. Äußerung 1, 3a und 3b) und versuchen an den bereits gelegten Kärtchenreihenfolgen durch Manipulationen, vornehmlich der siebten Kärtchenreihenfolge, noch weitere Reihenfolgen zu finden, oder die bereits nachgelegten Reihenfolgen anhand der neu erzeugten Reihen aus Reihenfolge sieben zu überprüfen (vgl. Äußerungen 10a bis 15). Dieses Probieren und Suchen nach weiteren oder zu überprüfenden Reihenfolgen wird schließlich von einem sich wiederholenden abduktiven Schluss, der von Dennis in Äußerung 16a und 16b geäußert wird, abgeschlossen. Maya bestätigt Dennis dabei jeweils (vgl. Äußerung 17 u. 19). Zu diesem abduktiven Schluss erfolgen zunächst keine weiteren Erläuterungen durch die Lernenden.
- 2) Im anschließenden Teil der analysierten Sequenz scheint durch einen Impuls von B in Äußerung 20 der Bereich der Zahlen und Operationen an Bedeutung zu gewinnen. Maya und Dennis bestimmen die Anzahl der bereits gefundenen Reihenfolgen mit sieben²³³ und erzeugen systematisch und mutmaßlich bezogen auf ihre jeweilige Perspektive auf die gefundenen Reihenfolgen Zahlzerlegungen zur sieben mit zwei bzw. drei Summanden. Diese Zahlzerlegungen erfahren zunächst keine explizite Einordnung oder Erklärung im Sinne eines Bezugs zum gegebenen mathematischen Problem. Die ermittelte Anzahl von sieben Reihenfolgen führt offenbar in der weiteren Sequenz mindestens bei Maya zu einer über das gegebene mathematische Problem hinausführenden Idee und der Erzeugung von Reihenfolgen aus $n+1=4$.
- 3) Im dritten abschließenden Teil der Sequenz wird die Idee Mayas, warum es mit drei Tieren nicht mehr als die gefundenen sieben Reihenfolgen geben kann, zum Thema der Aushandlung. Maya klärt darüber hinaus, wie Reihenfolgen mit einem zusätzlichen vierten Tier aus den bereits bestehenden, drei Tiere umfassenden Reihenfolgen systematisch durch das Generieren einer neuen vorderen, $(n+1)-3$. Position erzeugt werden könnten.

²³³ Aus der Permutation von 3 Elementen können $n! = 6$ mit $n = 3$ Reihenfolgen erzeugt werden. Dass sich dies nicht mit dem hier vorläufigen Ergebnis von sieben von Maya und Dennis deckt, ist für die Analyse hier weitgehend unerheblich. Die Beobachtung, dass Maya und Dennis ausgerechnet eine doppelt gelegte Reihenfolge nutzen, um daran Veränderungen vorzunehmen und diese dann in Bezug zur Lösungsmenge versuchen einzuordnen, lässt die Vermutung zu, dass die beiden möglicherweise implizit bereits die Idee entwickelt haben, dass diese siebte Reihenfolge eine Sonderstellung in der Gesamtmenge der von ihnen erzeugten Reihenfolge haben könnte.

Positionen in Reihenfolgen aus $n=3$



Positionen in Reihenfolgen aus $n+1=4$



Die drei thematischen Abschnitte der Sequenz sollen nun ausführlicher betrachtet werden:

zu 1) Zu Beginn des ersten thematischen Abschnitts der analysierten Sequenz beleuchten die Schüler*innen Maya und Dennis offenbar implizit die Frage, welche Reihenfolgen sie bereits gefunden haben oder wie sich diese genau zusammensetzen, denn Maya steigt in die Sequenz mit einem Beobachtungsauftrag an Dennis ein: „Dennis guck mal ob jeder schon ma in der Mitte zweimal war“ (Äußerung I). Maya orientiert sich hier mit dem Begriff der *Mitte* mutmaßlich an der mittleren Position der gefundenen Kärtchenreihenfolgen und sie ist offenbar der Ansicht, dass diese Position innerhalb aller möglichen zu erzeugenden Reihenfolgen aus drei Tieren potentiell je zweimal mit jedem Tier besetzt werden kann. Die mittlere Position könnte von Maya deshalb gewählt werden, weil sie unabhängig von der Leserichtung einer Reihenfolge als mittlere Position bezeichnet werden kann. Sie schafft dadurch Dennis gegenüber die größtmögliche Voraussetzung, dass er sie verstehen kann. Wahrscheinlich wird die Bezeichnung der Mitte von Maya als relativ unstrittig eingeschätzt. Betrachtet man sich die bisher nachgelegten Kärtchenreihen der beiden Schüler*innen, fällt auf, dass (möglicherweise eher zufällig oder auch eventuell von Maya hier erkannt) immer zwei Reihenfolgen untereinander liegen, die in der mittleren Position gleich besetzt sind. So könnte man hier Reihenpaarungen von erster und zweiter Reihenfolge, dritter und vierter Reihenfolge und fünfter und sechster Reihenfolge erkennen bzw. vornehmen mit jeweils einem Fixpunkt in der mittleren Position. Es ist in der Anordnung der Kärtchenreihenfolgen vor Maya und Dennis ein Seitenumbruch zwischen fünfter und sechster Reihenfolge zu erkennen, der die Wahrnehmung dieses Musters eventuell erschweren könnte. Maya könnte hier aber durchaus dieses Muster in der Anordnung der Reihenfolgen sehen, auf das sie Dennis möglicherweise auch durch ihren Beobachtungsauftrag aus Äußerung I aufmerksam machen möchte. Es bleibt in der analysierten Sequenz letztlich aber offen, ob Maya oder auch Dennis diese besondere Anordnung der Reihenfolgen tatsächlich erkennen, denn sie wird weder gestisch noch lautsprachlich explizit thematisiert im weiteren Verlauf.

Maya formuliert den Beobachtungsauftrag in Äußerung I wie eine Art Impuls für Dennis, dessen Blick auf die Kärtchenreihenfolgen von Maya möglicherweise als etwas ratlos gedeutet wird. Man könnte Maya hier eine fast schon lehrerinnenhafte Rolle bescheinigen, die sie in einer möglicherweise bewusst pädagogischen oder didaktischen Absicht agieren

lässt, um Dennis zu integrieren oder ihm das Gefühl zu geben, teil zu haben an der mathematischen Auseinandersetzung und potentiell einen entscheidenden Beitrag leisten zu können. Maya formuliert dabei den Beobachtungsauftrag so, dass er nicht alles über ihre zu unterstellende Erkenntnis preisgibt und dennoch fokussiert auf das hier mathematisch relevante Konzept des Fixpunktes in Permutationen: Maya führt etwa keine Begründung an, warum dies wichtig sein könnte, wie sie darauf kommt oder warum sie die mittlere Position wählt, obwohl sie dies vielleicht erklären könnte. Damit verrät sie gewissermaßen nicht zu viel über eine mögliche mathematisch adäquate Lösung des gegebenen Problems, unterstützt aber gleichzeitig Dennis nahezu im Sinne einer mathematikdidaktisch begründeten Impulsplanung. Dennis hat potentiell über dieses von Maya angeleitete Betrachten der bereits gefundenen Reihenfolgen die Möglichkeit, selbst eine Erkenntnis bezüglich einer Begründung oder eines Erzeugungs-Algorithmus' für alle möglichen verschiedenen Reihenfolgen zu entwickeln oder zumindest das oben angesprochene Muster in der Anordnung der Reihenfolgen als mathematisch relevant zu erkennen.

Gestisch zeigt Maya mit Zeige- und Mittelfinger mutmaßlich die Anzahl zwei an, was sich aufgrund der zeitlichen Synchronisierung mit der Lautsprache („zweimal“ + Geste, Äußerung I.4f) wahrscheinlich auf die Häufigkeit des Besetzens der mittleren Positionen bezieht. Damit verweisen hier Lautsprache und Gestik mutmaßlich auf Ähnliches, wobei die Gestik an dieser Stelle sicherlich eher eine die Lautsprache unterstreichende und betonende Rolle erfüllt, um die Bedeutsamkeit der Anzahl von zwei herauszustellen. Maya nutzt nicht etwa Daumen und Zeigefinger, so wie es beim Abzählen an der Hand häufig üblicherweise zum Anzeigen der Zwei umgesetzt wird, sondern eine vergleichbar gut sichtbare einhändige Geste mit ungefähr gleich großen Fingern: dem Zeige- und dem Mittelfinger. Damit signalisiert Maya möglicherweise auch die Gleichwertigkeit der potentiell so aufgebauten zwei Reihenfolgen mit dem gleichen Tier in der mittleren Position innerhalb der Lösungsmenge. Maya hebt hier weniger die Abfolge der Reihenfolgen innerhalb der nachgelegten Reihen als Dokumentation hervor, etwa deren paarweises Untereinanderliegen mit gleich besetzter mittlerer Position. Dies überlässt sie vielleicht bewusst Dennis als mögliche Erkenntnis bei der Betrachtung der Reihenfolgen nach ihrem Impuls. Maya stellt aber mit ihrem Beobachtungsauftrag auch eine Systematik heraus, die es erlauben würde, alle möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen der Länge $n=3$ als Lösungsmenge zu erzeugen und auch anhand von bereits nachgelegten und damit dokumentierten Kärtchenreihenfolgen zu identifizieren. Dabei könnte potentiell eine paarweise Anordnung der Reihenfolgen bei der Überprüfung der Reihen in dieser Weise unterstützen, ist aber nicht notwendige Erkenntnisvoraussetzung. Deutet man die gelegten Kärtchenreihenfolgen als mathematisches Diagramm im Peirce'schen Sinne (vgl. Dörfler, 2005, S. 172; Dörfler, 2006a, S. 103; Peirce, 2000c, SEM III, S. 225; Schreiber, 2010, S. 27f; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2), das aus miteinander in Relation stehenden Inskriptionen – den einzelnen Reihenfolgen bzw. Positionen als Reihenfolgen – besteht, benennt Maya hier also das mathematisch relevante, eine solche mögliche Relation ausmachende Merkmal: Ein Fixpunkt in einer Position,

während die anderen Positionen permutiert werden. Dieses Merkmal zeigt einen möglichen Weg auf, wie die gefundenen Reihenfolgen in Bezug auf das gegebene mathematische Problem eingeordnet und evaluiert werden könnten. Maya kann hier also offenbar ihren Blick eher auf alle bereits gefundenen Reihenfolgen und deren Relation zueinander richten. Sie betrachtet also mutmaßlich das Diagramm aller gelegten Reihenfolgen stärker in seiner Gesamtheit, untersucht es auf seine Musterhaftigkeit und mathematische Struktur hin und betrachtet es weniger rein auf einzelne Reihenfolgen bezogen.

Im weiteren Verlauf der Sequenz schaltet sich B ein, die scheinbar Maya und Dennis die Auseinandersetzung an dieser Stelle nicht allein überlassen möchte. So, als fürchte sie, dass Mayas Auftrag begründungslos stehen bleiben könnte, schreitet B lautsprachlich unmittelbar und noch bevor Dennis etwas tun oder äußern kann ein. Sie fragt „wieso/“ (Äußerung 2), was mutmaßlich an Maya gerichtet eine Rückfrage bezüglich einer Begründung zu ihrem Beobachtungsauftrag darstellt. Damit formuliert sie eine Begründungspflicht gegenüber Maya und evoziert eine Erfüllung dieser Erwartung. Gleichzeitig hält sich B zumindest körpersprachlich aus dem Arbeitsbereich heraus. Die körpersprachliche Zurückhaltung Bs ist fast durchgängig in der analysierten Sequenz zu beobachten und ist vermutlich so zu deuten, dass sie diese betonte Zurückhaltung insbesondere gegenüber den Schüler*innen signalisieren möchte. Es wird noch deutlich werden, dass ihr diese Zurückhaltung an verschiedenen Stellen im Verlauf der analysierten Sequenz nicht immer auch tatsächlich gelingt.

Dennis äußert keinerlei Widerspruch oder Einspruch gegenüber Mayas Beobachtungsauftrag aus Äußerung 1. Es scheint so, als rahmten beide Schüler*innen – und vermutlich auch B – die Situation übergeordnet u. a. fokussiert auf das gemeinsame Lösen des gegebenen, zunächst mutmaßlich für Maya und Dennis unbekanntes, mathematischen Problems des Findens aller Reihenfolgen aus drei Tieren. Dieser gemeinsamen *Mission* ordnen sie möglicherweise auch persönliche Befindlichkeiten unter, denn Dennis könnte sich durchaus darüber beschweren, warum Maya ihn beauftragt und nicht selbst die Kärtchenreihen überprüft, wenn sie doch offenbar über diesbezügliche Erkenntnisse verfügt. Möglicherweise beherrscht eine implizite und von Edwards, J.-A. (2007) als „language of friendship“ (Edwards, J.-A., 2007, S. 1190; vgl. Kap. 8.5) bezeichnete Umgangsform der Schüler*innen miteinander die gemeinsame Auseinandersetzung mit dem gegebenen mathematischen Problem. In diesem Sinne werden solche gegenseitigen Aufträge unter der Prämisse einer gemeinsamen Lösungsfindung in mathematischen Situationen möglicherweise eher legitimiert und akzeptiert, wenngleich sie ein vermeintliches Gefälle in Status (Lehrerin-Maya und Schüler-Dennis) und/oder mathematischer Versiertheit manifestieren. Diese Sprache der Freundschaft erlaubt es mutmaßlich jedoch, solche Aufforderungen stärker als zuträglich zum gemeinsam verfolgten Ziel zu deuten und weniger als gegenseitige Arbeitszuweisung etwa aus Bequemlichkeit oder aus einer Überlegenheit heraus. Gleichzeitig ermöglicht Maya Dennis auf diese Weise die Teilhabe an ihrer eigenen Auseinandersetzung mit dem

mathematischen Problem und verschafft ihm an einer zentralen Stelle und bezüglich einer zentralen mathematischen Idee der Fixpunkte einen Zugang zur Erkenntnis diagrammatischer Strukturen im möglicherweise für ihn noch wenig zugänglichen Diagramm aller Reihenfolgen. Maya steuert Dennis' Beobachtung, indem sie sagt, nach was man im Diagramm schauen kann, um dessen Regelmäßigkeit erkennen zu können.

In den folgenden Äußerungen emergiert die Interaktion vordergründig offenbar stärker zwischen Maya und B (vgl. Äußerung 3a bis 9), während Dennis zunächst eher im Hintergrund für sich zu agieren und vielleicht auch stärker zu sich selbst zu sprechen scheint (vgl. Äußerung 6). In den Äußerungen 3a und 3b deutet Maya Bs „wieso!“ (Äußerung 2) offenbar als an sich gestellte Frage, die mit einer Begründungserwartung zu ihrem vorherigen Beobachtungsauftrag aus Äußerung 1 verbunden ist. Maya begründet in den Äußerungen 3a und 3b nicht etwa, wieso sie berechtigt sein könnte, Dennis gegenüber einen solchen Beobachtungsauftrag auszusprechen, sondern argumentiert ganz im Sinne der oben angenommenen übergeordneten und vermutlich gemeinsam aktivierten Rahmung gestisch wie lautsprachlich mit Bezug auf das gegebene mathematische Problem.

Gestisch wählt Maya dabei eine Reihe aus, die von allen gut sichtbar ist (Kärtchenreihenfolge 6, vgl. Abb. 9.3.3_26) und passt offenbar auch ihre Handform des Zeigens mit dem Daumen an diese Gegebenheiten der Perspektiven aller Beteiligten auf diese Reihen an.



Abb. 9.3.3_26 Die nachgelegte Kärtchenreihenfolge sechs von Maya und Dennis aus ihrer Perspektive

Gestik und Lautsprache arbeiten dabei in besonders aufeinander abgestimmter Weise zusammen und betonen mathematisch bedeutsame Aspekte, auf die Maya hier offensichtlich referiert. Der Daumen wird dazu zunächst auf die mittlere Position gedrückt (vgl. Äußerung 3a.4). Maya beginnt also erneut mit der Position, die sie in Äußerung 1 als Fixpunkt in möglichen Permutationen ausgewiesen hat. Dazu erzeugt sie lautsprachlich eine durch ein langgezogenes „weil- (.)“ eingeleitete Begründung, in der sie die mittlere Position als besetzt durch den „Schneetiger“ bezeichnet. Die anderen beiden Positionen, die sie in der weiteren Äußerung ebenso mit dem Daumen abtippt – zuerst die erste Position und dann die dritte Position von Kärtchenreihenfolge sechs – werden synchron dazu lautsprachlich mit „dann kann der **da** und der **da**“ beschrieben. Es zeigt sich also lautsprachlich eine explizite Benennung der mittleren Position durch einen eigens von den Schüler*innen bereits im Voraus der hier analysierten Sequenz eingebrachten Begriff („Schneetiger“), während die vertauschbaren Positionen eins und drei bei einem Fixpunkt der mittleren Position beide in gleicher Weise schlicht mit „der **da**“ bezeichnet werden. Gestisch wie auch lautsprachlich

beschreibt Maya die Reihenfolge sechs nicht in ihrem grundsätzlichen Aufbau beginnend bei der ersten Position, sondern weist die von ihr offenbar als zentral herausgestellte, unstrittige mittlere Position als Fixpunkt aus („Schneetiger in der Mitte“ + Druck mit dem Daumen auf dieses Kärtchen, vgl. Äußerung 3a.4). Maya nutzt eine wenn-dann-Formulierung, um ihre lautsprachliche Erklärung auszuführen, was den Beispielcharakter der gewählten Reihenfolge sechs unterstreicht, den sie hier mutmaßlich annimmt. Diese Formulierung in sozusagen typisch mathematischer Manier verweist auf einen Fall, der hier beschrieben wird und der beispielhaft für ein mathematisches Phänomen herangezogen wird – hier die systematische Permutation von drei Elementen mit einem Fixpunkt in der mittleren Position. Maya wählt also offenbar aus dem Diagramm eine geeignete, als Beispiel dienende Reihenfolge aus, an der sie ihre allgemein formulierte Erkenntnis konkret verdeutlichen möchte. Diese Begründung wird vermutlich bestätigend von B kommentiert (Äußerung 4) und von Maya in Äußerung 3b offenbar weiter ausgeführt. Maya vertauscht in Äußerung 3b offenbar probeweise oder zur Verdeutlichung ihrer gestischen Darstellung eines Beispiels zur Besetzung der mittleren Position mit dem weißen Tiger die Positionen eins und drei der sechsten Kärtchenreihenfolge (vgl. Äußerung 3b.17ff). Sie hebt dazu vorübergehend die bisherige Unveränderbarkeit der Kärtchenreihen auf und weist das bisher Dokumentierte zumindest zur Darstellung von etwas Beispielhaftem als manipulierbar aus. Die Vertauschung führt Maya jedoch lediglich in einer *als-ob-Positionierung* durch, denn sie hält die Kärtchen über den vertauschten Positionen eins und drei, ohne sie jedoch tatsächlich dort abzulegen. Damit zeigt sie hier durch ihre Handlung modellartig an, wie es sein *könnte*, wenn der weiße Tiger als Fixpunkt die zweite Position innerhalb von zwei auf diese Weise möglichen Permutationen *besetzen würde*, und zwar an einer ausgewählten Kärtchenreihenfolge, die sie durch die Vertauschung in eine andere vorübergehend überführt. Zeitgleich erläutert Maya dies auch lautsprachlich und benennt die Vertauschung der Positionen eins und drei mit einem langgezogen und betont ausgesprochenen „**umgekehrt**“. Im Prinzip beschreibt Maya also in den Äußerungen 3a und 3b beide Fälle der Permutation mit einem Fixpunkt in Position zwei am Beispiel des weißen Tigers bzw. der Kärtchenreihenfolge sechs. Den bereits gelegten Fall der Permutation *brauner Tiger – weißer Tiger – Elefant* zeigt sie gestisch mit dem Daumen tippend an dem aus den Kärtchenreihen bestehenden Diagramm bzw. einer Kärtchenreihenfolge des Diagramms an, während sie den zweiten Fall der Permutation mit den vertauschten Positionen eins und drei modellartig als Handlung zumindest vorübergehend durch ein Halten der Kärtchen über den Positionen andeutet. Schließlich stellt sie erneut die Ausgangsreihung von Kärtchenreihenfolge sechs her und unterstreicht damit die Funktion des Diagramms als Dokumentation aller gefundenen Reihenfolgen. Die Handlung Mayas verweist hier auf mögliche Manipulationen am Diagramm, die sie in Form von einer vorübergehenden Veränderung einer beispielhaften Reihe anzeigt und somit die Relationen der einzelnen Inskriptionen im Diagramm herausstellt. Eine endgültige Veränderung von Kärtchenreihenfolge sechs mit vertauschten Positionen eins und drei könnte allein schon deshalb für Maya nicht nötig sein, weil Kärtchenreihenfolge fünf genau

diese zweite mögliche Anordnung mit dem weißen Tiger auf Position zwei anzeigt, was sie potentiell erkannt haben könnte. Durch Mayas Handlung wird hier deutlich, wie Reihenfolgen mit der Strategie eines Fixpunktes ineinander übergeführt werden können durch die regelhafte Veränderung der Materialanordnung. Damit betont sie den Prozess und die Relation der Reihen und weniger das sich daraus ergebende Produkt der beiden Reihenfolgen. Maya könnte alternativ auch auf Reihenfolge sechs und fünf verweisen, scheint aber entweder Reihenfolge fünf nicht als solche dazu passende Reihe zu erkennen oder beabsichtigt besonders den beschriebenen Prozess darzustellen, um die regelhaft in Relation stehenden Reihenfolgen und die Möglichkeit des Ineinander Überführens zu betonen.

Die darauffolgende erneute Zustimmung Bs in Äußerung 5 wird neben dem Senken des Kopfes lautsprachlich durch ein „aha!“ ausgedrückt, das anders als Bs vorheriges „mmh!“ aus Äußerung 4 mutmaßlich eher Überraschung signalisiert. Es soll vermutlich auch zeigen, dass Maya in Bs Augen etwas Wichtiges erkannt hat. Man kann B in der analysierten Sequenz neben der gemeinsamen übergeordneten Rahmung, die sie mit den Schüler*innen bezüglich des Findens einer gemeinsamen Lösung zum gegebenen mathematischen Problem vermutlich teilt, auch die Aktivierung einer didaktisch-methodischen Rahmung und ebenso eine gewisse mathematische Versiertheit zumindest auf das von ihr selbst in die Situation eingebrachte mathematische Problem unterstellen. Unter diesen Prämissen sind Bs in die analysierte Sequenz eingebrachte Äußerungen einzuordnen und zu deuten.

Dennis bewertet mit seiner nun folgenden Äußerung 6 möglicherweise Mayas Darstellung der Permutation aus den Äußerungen 3a und 3b. Er bringt Äußerung 6 gleichzeitig zu Bs Zustimmung hervor. Es bleibt, nicht zuletzt wegen einer nicht erzeugten Gestik, hier offen, welche Reihenfolgen Dennis genau meint, wenn er „dann hatten wirs aber\(.) **nicht**“ äußert. Möglicherweise bezieht er sich auf Mayas gezeigte Reihenfolgen mit dem weißen Tiger in der mittleren Position. Es wäre aber auch denkbar, dass er die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge eher unabhängig von Mayas vorheriger Äußerung so bewertet. Dennis könnte nun die gelegten Kärtchenreihen nicht mehr als unveränderbar ansehen, sondern stärker als *Testreihen* für weitere Reihenfolgen deuten, nachdem Maya die Manipulierbarkeit dieser gelegten Reihen mit ihren Äußerungen 3a und 3b herausgestellt hat.

Offenbar gehen weder B noch Maya vorerst auf Dennis' Äußerung 6 ein. Möglicherweise haben sie seinen Beitrag gar nicht wahrgenommen, weil sie auf das von ihnen Verhandelte bezüglich der Besetzung der mittleren Position durch den „Schneetiger“ (Äußerung 3a) fokussiert sind. B könnte Dennis' Äußerung 6 (vorerst) bewusst ignorieren, um nicht den Fokus auf die von Maya eingebrachte Idee zu verlieren, die B vielleicht als besonders bedeutsam in Bezug auf das gegebene mathematische Problem einordnet. Dazu würde auch passen, dass sich B zwar körpersprachlich zurückhaltend, jedoch durchaus lautsprachlich in Äußerung 7 ausschließlich zu Mayas eingebrachter Idee zu äußern scheint. Mit „und das heißt für den Schneetiger der ist zweimal in der Mitte\ oder!“ scheint B eine Zusammenfassung oder einen Schluss aus Mayas bisherigen Äußerungen hervorzubringen und sie hier im Prinzip zu

paraphrasieren. B nutzt nun auch die Bezeichnung des weißen Tigers als *Schneetiger*, übernimmt damit einen in der Interaktion etablierten Begriff der Lernenden. Mutmaßlich möchte B hier eine in ihren Augen zentrale Erkenntnis von Maya noch einmal deutlich für alle, vielleicht insbesondere für Dennis, wiederholen, um diese zu betonen und zu sichern. Dabei schließt sie ein „oder!“ an, was scheinbar die Diskussion für weitere Meinungen dazu öffnen soll und gleichzeitig ihre vorschnelle Schlussfolgerung relativiert, so als seien auch noch andere Deutungen möglich. B könnte sich auf diese Weise auch eine Reflexion von Dennis und Maya über die von Maya eingebrachte Idee erhoffen.

Auf die Bestätigung Mayas im Anschluss in Äußerung 8 erfolgt dann erneut von B in Äußerung 9 ein mutmaßlich didaktisch-methodischer Versuch, die Idee Mayas bezüglich der Besetzung der mittleren Positionen als zentralen Auftrag zu etablieren. B bewertet wahrscheinlich den von Maya eingebrachten Vorschlag aus Äußerung 1, denn sie verwendet eine ähnliche Wortwahl („gucken“). B scheint hier, wie auch in ihrer Äußerung 7, der Meinung zu sein, ihr wichtige Aspekte noch einmal explizit für beide Lernenden formulieren zu müssen mit „mhmm (...) m des ja vielleicht ganz **klug** da ma zu gucken“ (Äußerung 9). Vielleicht ist B der Meinung, dass Dennis sich bisher zu wenig zu dieser Idee von Maya geäußert hat oder insgesamt zu sehr mit seiner eigenen Vorgehensweise beschäftigt ist, die B möglicherweise als weniger adäquat in Bezug auf eine Lösungsentwicklung einschätzt. Mit ihren Formulierungen versucht B offenbar stets andere Ideen zwar gewissermaßen vermeintlich ebenso zuzulassen, drängt aber implizit doch stark auf die weitere Auseinandersetzung mit der Idee der Besetzung der mittleren Positionen. Das Verfolgen dieser Idee bezeichnet sie dann hier mutmaßlich auch als besonders kluges Vorgehen, möglicherweise um zu evozieren, dass Dennis und Maya genau hier weiterarbeiten. Sie fragt etwa nicht danach, was Dennis' Idee ist oder welche Vorschläge er noch zu machen hätte oder wie er Mayas Idee in Bezug auf die Entwicklung einer gemeinsamen Lösung einschätzt. Diese Bewertungen nimmt B offenbar lieber selbst vor und möchte so eventuell garantieren, dass dieser Gedanke weiterverfolgt wird und als „**klug**“ erkannt Ausgangspunkt der weiteren Betrachtung sein kann.

An dieser gewissermaßen rekonstruierbaren Vehemenz Bs scheint sich Dennis im weiteren Verlauf der analysierten Sequenz nicht zu stören. Vielmehr verfolgt er offenbar den von ihm ins Auge gefassten Gedanken, die bereits gelegte Kärtchenreihenfolge sieben so zu verändern, dass sie entweder als Testreihe zur Überprüfung der bereits gefundenen Reihenfolgen dient oder selbst doch noch Teil der Lösungsmenge werden kann.

Es könnte sein, dass Dennis verschiedene Dinge für sich erkannt hat, nämlich a) dass Kärtchenreihenfolge sieben eine Dopplung zu einer bereits bestehenden Kärtchenreihenfolge darstellt und deshalb besonders geeignet für Versuche ist, weitere Reihenfolgen zu finden und die bereits gefundenen Kärtchenreihenfolgen mithilfe dieser veränderten Reihe sieben gewissermaßen als Schablone zum Abgleich zu überprüfen. Es wäre aber auch durchaus möglich, dass Dennis b) erkannt hat, dass es nur sechs

Kärtchenreihenfolgen geben kann und nur aufgrund Mayas und Bs aktueller Verhandlung der mittleren Positionen in Verbindung mit Mayas *als-ob* Veränderung der sechsten Reihenfolge in Äußerung 3b nun doch zunehmend die Vermutung entwickelt hat, dass es doch noch weitere Reihenfolgen geben könnte. Diese Vermutung möchte er vielleicht jetzt durch Veränderungen an Kärtchenreihe sieben überprüfen. Die siebte Kärtchenreihenfolge ist ohnehin in der mittleren Position mit Blick auf alle gelegten Kärtchenreihenfolgen bereits zum dritten Mal mit dem Elefanten besetzt, was nicht zu Mayas Beobachtungsauftrag aus Äußerung 1 („Dennis guck mal ob jeder in der Mitte schon zweimal war“) passt. Dies könnte Dennis wahrgenommen haben und möchte deshalb hieran seine Versuche umsetzen. Und schließlich wäre es auch möglich, dass c) Dennis Reihe sieben mithilfe von Veränderungen daran doch noch in die Lösungsmenge integrieren möchte. Er könnte, vielleicht auch mehr aus einem Instinkt heraus, erkennen, dass Reihenfolge sieben, anders als alle anderen Reihen, in ihrer originalen Reihenfolge nicht in die Lösungsmenge passt und sich daher in besonderer Weise für weitere Versuche eignet.

Zu der Annahme eines *Versuchs*, den Dennis hier an der Kärtchenreihenfolge sieben durchzuführen scheint, passt auch sein stärker offenbar als Selbstgespräch gestalteter lautsprachlicher Ausspruch „oder/ (..) so\ (...+)“ und die schrittweise langsame oder auch überlegte Verschiebung der Kärtchen auf Position eins und zwei in Reihe sieben bis schließlich die Reihenfolge *Elefant – weißer Tiger – brauner Tiger* in der Perspektive der Lernenden entsteht. Es scheint so, also ob erst während dieser langsamen Verschiebung überhaupt die Idee entsteht, wie die auf diese Weise veränderte Reihenfolge aussehen könnte. In diesem Fall würde Dennis zunächst irgendeine Reihenfolge zu legen versuchen, die ihm quasi erst bei der Verschiebung deutlich wird im Sinne eines *Trial-and-Error*-Verfahrens oder vielmehr aus seiner Handlung am Material heraus entsteht. In diesem Falle ließe er sich quasi auch ein stückweit gedanklich durch sein Tun und die Möglichkeiten des gegebenen Materials – mehrfach verschiebbare Kärtchen – leiten. Dennis könnte aber auch die Absicht haben, eine Reihenfolge zu erzeugen, in der die von Maya und B zuvor verhandelte Bedingung des weißen Tigers in der mittleren Position erfüllt ist. Gleichzeitig könnte er vorhaben, eine zur Kärtchenreihenfolge sechs, an der Maya zuvor manipulierte, verschiedene Reihung zu erzeugen, die dennoch diese Bedingung der mittleren Positionsbesetzung mit dem weißen Tiger erfüllt. Dennis erzeugt also möglicherweise eine Abbildung der Reihenfolge, die Maya in Äußerung 3b als eine vorübergehende mögliche Vertauschung der Positionen eins und drei anzeigte. Mutmaßlich versucht Dennis aber auch als weitere Deutungsmöglichkeit die Podest-Reihenfolge abzubilden und tut dies in umgekehrter Leserichtung, eventuell weil Maya vorher in Äußerung 3b davon gesprochen hatte („und dann kann mers aber noch mal **umgekehrt** machen\ (.) so“, Äußerung 3b).

Die Deutungsmöglichkeiten sind an dieser Stelle auch mit der Betrachtung des weiteren Verlaufes schwerlich einzugrenzen, denn Dennis ergänzt in einer scheinbar nachdenklichen und körpersprachlich eher auf Konzentration schließenden relativ unveränderten Position

lautsprachlich leise „(ob) wir des scho- hatten/“ (Äußerung 10b) und scheint dabei erneut eher zu sich selbst zu sprechen. Vermutlich bezieht er sich mit seiner Lautsprache „des“ (vermutlich „das“ mit hessischem dialektalem Einschlag) auf seine eben erzeugte Reihenfolge und überprüft mit seinem Schauen auf die Kärtchenreihen, ob diese bereits nachgelegt wurde bzw. in der Lösungsmenge vorhanden ist. Als wahrscheinlich stellt sich also zumindest Dennis' oben unterstelltes Versuchen des Erzeugens einer weiteren Reihenfolge aus Kärtchenreihenfolge sieben heraus. Dieser von ihm mutmaßlich aktivierten Rahmung, weitere Reihenfolgen erzeugen zu wollen und möglicherweise so für sich zu klären, ob es überhaupt noch weitere Reihenfolgen geben kann, scheinen sich B und Maya im weiteren Verlauf der Interaktion zunächst anzunähern.

In der weiteren Sequenz fragt B bei Dennis nicht nach, was er grundsätzlich mit der Verschiebung beabsichtigt, sondern greift seine eher an sich gestellte Frage offenbar auf und formuliert sie an beide Schüler*innen in unveränderter Körperhaltung „hattet ihr des schon/“ (Äußerung 11). B zeigt hier wiederholt eine Art Lehrerecho von dem, was sie in diesem Fall Dennis unterstellt, hier zu tun oder gemeint zu haben. Sie scheint der Meinung zu sein, die von ihm eher leise formulierte Frage müsste noch einmal deutlich und in angemessener Lautstärke für alle hörbar wiederholt werden. B versteht sich hier möglicherweise erneut als Sprachrohr, um Gedanken bzw. Ideen, die von den Schüler*innen geäußert werden, unmittelbar nach deren Einbringen aufzugreifen und zur Diskussion zu stellen, zumindest ihre eigene Interpretation oder Unterstellung davon, was Dennis und/oder Maya gemeint haben könnten. Dabei lässt B in solchen Momenten kaum Raum für eine Interaktion der Schüler*innen untereinander, sondern fühlt sich offenbar stetig dafür verantwortlich, eingreifen zu müssen, so als würde sie fürchten, die Situation könnte ansonsten nicht die ihrer Meinung nach zentralen Aspekte des gegebenen mathematischen Problems beleuchten.

Dennis scheint dies aber auch an dieser Stelle nicht zu stören, sondern er beschäftigt sich offenbar weiterhin mit einer genauen Betrachtung der Kärtchenreihenfolgen, die er zunächst augenscheinlich mit einem eher angedeuteten Kopfschütteln durchschaut, was auch als Hin- und Herschauen zwischen den beiden DIN A4 Blättern gedeutet werden könnte. Dennis bewegt nach dem lautsprachlichen Ausspruch „mh (.) mh-m/“ (Äußerung 12) seine Zeigehand offensichtlich zu Kärtchenreihenfolge fünf (vgl. Abb. 9.3.3_27), wobei er mit dem Zeigen auf die erste Position vermutlich die gesamte Reihe anzeigen möchte.



Abb. 9.3.3_27 Die nachgelegte Kärtchenreihenfolge fünf der Schüler*innen

Diese Reihenfolge bildet die gleiche Reihung ab, die Dennis kurz zuvor in Äußerung 10a aus Kärtchenreihenfolge sieben erzeugte, was er hier mutmaßlich ebenso wie Maya in einer sich mit dieser Äußerung 12 von Dennis überschneidenden Äußerung 13 erkennen könnte. Maya ergreift kurz vor dem gestischen Anzeigen der fünften Kärtchenreihenfolge durch Dennis den lautsprachlichen Turn und verneint offenbar zunächst die im Raum stehende Frage, ob die Reihenfolge *Elefant – weißer Tiger – brauner Tiger* bereits gelegt wurde (vgl. Äußerung 13). Kurz nachdem Dennis allerdings die fünfte Reihe gestisch anzeigt, äußert Maya lautsprachlich weiter „oder doch hatten wir\ (...+) (jetzt) wieder zurück“. Sie könnte also aufgrund seiner indexikalisch gedeuteten Gestik ihre Meinung geändert haben und erkennt nun auch, dass Kärtchenreihenfolge fünf bereits die gleiche Abfolge der Tiere zeigt. Anschließend sorgt Maya mit dem Zurücklegen der Kärtchenreihenfolge sieben in ihre Ursprungsabfolge *weißer Tiger – Elefant – brauner Tiger* für die Sicherung des Ausgangszustandes, worauf sie lautsprachlich wie auch gestisch verweist. Das abrollende Ablegen der weißen Tigerkarte auf Position eins wurde in der ausführlichen Interaktionsanalyse (vgl. Anhang 2-3) am ehesten als ein Nachdenken von Maya gedeutet, so als sei ihr der nächste (Spiel-)Zug ihres Vorgehens noch nicht ganz klar und sie generiert hier quasi Zeit zum Nachdenken, in dem sie etwas Banales – das Ablegen eines Kärtchens – vermeintlich besonders genau auszuführen beabsichtigt. Gleichzeitig behält sie sich damit etwa das Turn- und Handlungsrecht. Dennis äußert keinen Widerspruch, sondern ist offenbar mit Mayas Aktion des Zurücklegens in die Ausgangsreihung einverstanden. Rückblickend kann man an dieser Stelle vermuten, dass Dennis und Maya offenbar an Reihenfolge sieben versuchen zu klären, ob es noch weitere Reihenfolgen gibt oder beabsichtigen sie so zu verändern, dass sie doch in die Lösungsmenge passt, wobei das Ausschlusskriterium zu sein scheint, ob die Reihe bereits vorhanden, also nachgelegt ist. Zumindest scheinen sie hier in einem von Kooperation geprägten gemeinsamen Arbeiten die Frage von Dennis aus Äußerung 10b und möglicherweise auch von B aus Äußerung 11 auf diese Weise zu deuten und aktuell zu verhandeln. Dennis ist damit entweder davon abgerückt oder hatte nie vor, die Podest-Reihenfolge in umgekehrter Reihenfolge nachzulegen, wie oben noch als weitere Deutungsmöglichkeit seiner Verschiebungen an Reihenfolge sieben vermutet wurde. Mayas Idee der mittleren Position als Fixpunkt wird hier zumindest nicht mehr explizit angesprochen, wenngleich sie auch indirekt das Agieren von Maya und Dennis weiter beeinflussen könnte.

Im weiteren Verlauf versucht Dennis erneut auf ähnliche Weise wie in Äußerung 10a schrittweise aus Kärtchenreihenfolge sieben eine weitere Reihenfolge zu erzeugen. Dazu nutzt er im Prinzip ein zweistufiges, aber in der Art des schrittweisen Verschiebens vergleichbares Manipulieren an den Karten bis die Reihenfolge *brauner Tiger – weißer Tiger –*

Elefant entsteht. Diese Reihenfolge könnte möglicherweise in seinen Augen das Potential haben, eine noch nicht gelegte Reihenfolge zu zeigen, denn er fragt dann erneut offenbar danach, ob es sich dabei um eine neue Reihenfolge handeln könnte „m so/ (...+)“ (Äußerung 14). Dies ist zumindest mutmaßlich Mayas Interpretation seiner mit der Verschiebung aus Äußerung 10a vergleichbaren schrittweisen Vorgehensweise und der Erzeugung der Reihenfolge, denn sie zeigt gestisch Kärtchenreihenfolge sechs in einer konstanten Zeigebewegung von rechts nach links über der Reihe sechs an, führt eine Art kreisende Bewegung über dieser Reihenfolge sechs aus und tippt schließlich zweimal auf deren mittlere Position. Zeitgleich äußert sie „ja/ hatten wir schon\ (.) guck“ (Äußerung 15). Dies ist offenbar an Dennis gerichtet und soll mutmaßlich eine Aufforderung ausdrücken, Kärtchenreihenfolge sechs als gleich zur gerade erzeugten Reihung aus Kärtchenreihenfolge sieben zu erkennen, wobei Maya konsistent zu ihrem vorherigen Argumentieren die mittlere Position gestisch betont. Diese gestische Betonung soll möglicherweise für Dennis einen Beobachtungspunkt für das Erkennen der Gleichheit der Reihen aufzeigen. Maya leitet hier also mutmaßlich zum wiederholten Male die von ihr geforderte Betrachtung der Kärtchenreihenfolgen durch Dennis mit der Fokussierung der mittleren Position an. Möglicherweise geht Maya hier erneut mit einer fast schon didaktischen Absicht vor, um Dennis einzubeziehen und zu einer eigenen Erkenntnis zu leiten, über die sie selbst bereits längst verfügen könnte (vgl. Äußerung 1 u. Äußerung 15). Die kreisende Bewegung über Reihenfolge sechs zuvor steht möglicherweise bereits ebenfalls für eine Wiederholung und kreist im wörtlichen Sinne das Beobachtungsfeld ein bevor gestisch genauer angezeigt wird, wo geschaut werden kann. In Äußerung 1 war die Anleitung vornehmlich lautsprachlich verfügbar, während hier offenbar nun stärker Mayas Gestik Dennis' Beobachtungsfokus zu steuern versucht.

Im Anschluss an diese Zeit des offensichtlich erfolglosen Versuchs, aus Kärtchenreihenfolge sieben eine weitere, neue Reihenfolge zu erzeugen, bringt Dennis dann in Äußerung 16a eine etwas überraschende Schlussfolgerung ein: „Dann ham ma alle“. Damit bezieht er sich vermutlich auf alle möglichen Reihenfolgen, die aus drei Tieren erzeugt werden können und bietet damit eine Lösung des gegebenen mathematischen Problems bzw. zumindest der im Raum stehenden Frage an, ob es noch weitere Reihenfolgen geben kann neben den bereits gefundenen. Diese Ansicht wird von Maya in Äußerung 17 offenbar zunächst zumindest vorsichtig geteilt „ja\ schätz ich auch“ (Äußerung 17). Auch auf Bs Nachfrage in Äußerung 18 nach einem Beobachtungsmerkmal, das vermutlich erklären soll, wie sie dies nun erkannt haben wollen, wird der Schluss noch einmal von Dennis paraphrasiert wiederholt „Wir ham glaube alle“ (Äußerung 16b) und von Maya bejaht „(leise) ja“ (Äußerung 19), wobei Dennis' Formulierung etwas zurückhaltender mit „glaube“ versehen ist im Vergleich zu Äußerung 16a. Es erfolgt keine weitere Erklärung seitens der Schüler*innen, z. B. wie sie diese Erkenntnis nun gewonnen haben könnten. Diese Stelle in der analysierten Sequenz zeigt einen entscheidenden Rahmungswechsel der beiden Schüler*innen vom Versuch, Reihenfolgen zu erzeugen hin zu der Erkenntnis, dass alle möglichen Reihenfolgen gefunden sein müssen, auch

wenn sie dies hier vielleicht vorerst noch nicht explizit erklären oder genauer begründen könnten oder möchten. Mayas geäußerte Idee aus Äußerung 1, die mittlere Position immer zweimal mit dem gleichen Tier zu besetzen, könnte für Dennis dazu gedient haben, diese Erkenntnis hier zu entwickeln. Dies kann aber hier nur vermutet werden, weil er sich explizit dazu nicht äußert. Beobachtbar ist, dass er offenbar nach seinem vorherigen Verschieben und Manipulieren von Reihenfolge sieben nun diesen Schluss äußert. Möglicherweise erwuchs diese Erkenntnis also auch aus dem mutmaßlich eher unsystematischen Probieren heraus. Maya könnte man unterstellen, dass sie mit ihrer eingangs geäußerten Idee potentiell zu der Erkenntnis, alle Reihenfolgen gefunden zu haben, hätte kommen können und möglicherweise wird ihre Zustimmung in Äußerung 17 und 19 auch von dieser anfänglichen Idee mitgetragen.

Danach beginnt ein thematisch neuer Abschnitt im Verlauf der Interaktion, der mehr oder weniger durch Bs Nachfrage nach der Anzahl der gefundenen Reihen zunächst stärker in den mathematischen Bereich der Zahlen und Operationen einzuordnen ist.

zu 2) B steigt hier mit einem Impuls zur Bestimmung der Anzahl der gefundenen Reihenfolgen durch die Schüler*innen ein, so als könne diese Anzahl eine Bestätigung des Schlusses liefern. Während B mit ihrem offensichtlichen Betrachten der bisher gelegten Kärtchenreihenfolgen und dem lautsprachlichen Ausspruch „zeig mal wie viele sinds jetzt“ (Äußerung 20) mutmaßlich beabsichtigt, dass die Schüler*innen die Anzahl von sieben gefunden Kärtchenreihenfolgen nochmals überdenken, interpretieren Maya und Dennis Bs Frage nach der Anzahl der Kärtchenreihenfolgen offenbar anders. Sie orientieren sich nun stärker am Bereich der Zahlen und Operationen und beginnen Zahlzerlegungen zur sieben zu erzeugen, was Dennis zunächst durch seinen Vorschlag *fünf plus zwei* in Äußerung 23 eröffnet. Zunächst zählt Dennis offenbar in Äußerung 21 die Kärtchenreihenfolgen ab und erkennt hier mutmaßlich ihre besondere Anordnung (fünf Reihenfolgen links auf dem DINA4 Blatt und zwei Reihenfolgen rechts aus seiner Sicht auf den Arbeitsbereich). Er zeigt eine dazu passende Gestik: Er scheint die ersten beiden Reihenfolgen reihenweise oberhalb der ersten Positionen tippend abzuzählen, öffnet dann seine rechte Hand über allen fünf links liegenden Reihen. Die geöffnete Hand könnte für die Anzahl von fünf stehen mit den ausgestreckten fünf Fingern, mutmaßlich weil Dennis bereits hier die Anzahl fünf erfasst hat. Am Ende dieser Bewegung benennt Dennis dann auch die Anzahl der Kärtchenreihenfolgen mit dem lautsprachlichen Ausspruch „**Sieben Stück**“ und in Äußerung 23 dann schließlich die zur Anordnung der Reihen passende additive Zahlzerlegung *fünf plus zwei*. Nach einer offensichtlich deutlichen Bestätigung Bs in Äußerung 24 wiederholt Dennis seine Anzahl nochmals in Äußerung 25 und Maya benennt ebenfalls eine additive Zahlzerlegung zur sieben diesmal mit drei Summanden: *drei plus zwei plus zwei* (vgl. Äußerung 26). Vielleicht spiegelt diese Zerlegung eher Mayas seitliche Perspektive auf die gelegten Kärtchenreihenfolgen wider, die man aus ihrer Sicht durchaus als dreier Bündel und zwei zweier Bündel betrachten könnte (vgl. Abb. 9.3.3_28).

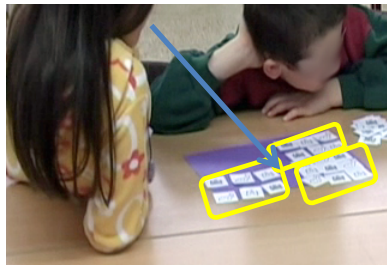


Abb. 9.3.3_28 Mayas Blick auf die Reihen (Pfeil) bei Minute 23:52 mit einer möglichen Zahlzerlegung der Anzahl aller Reihenfolgen aus ihrer Sicht

Maya und Dennis interpretieren vermutlich Bs Zustimmungen in den Äußerungen 22 und 24 als Bestätigung im Finden von Zahlzerlegungen, ohne diese oder den Nutzen solcher Zerlegungen für das gegebene mathematische Problem weiter in Frage zu stellen. Scheinbar bringen sie die Zahlzerlegungen hier auch zunächst weniger mit dem eigentlichen Finden aller Reihenfolgen aus drei Tieren zusammen. Dies ändert sich offenbar zumindest bei Maya im thematisch dritten Abschnitt der analysierten Sequenz.

Zu 3) Nach einem weiteren Impuls von B bezüglich der Anzahl von sieben und der Frage danach, warum es nicht mehr Reihenfolgen gibt (vgl. Äußerung 27) begründet Maya offensichtlich die Anzahl der gefundenen Reihenfolgen damit, dass die Grundmenge von drei Tieren maßgeblich die Anzahl der daraus potentiell zu erzeugenden Reihenfolgen bestimmt „weil wir nur drei Tiere haben“ (Äußerung 29). Sie zeigt zeitgleich eine Schaufelhand (vgl. Äußerung 29.2f). Diese Handform könnte etwa für etwas Gegebenes stehen, das zunächst unveränderbar erscheint und markiert Mayas lautsprachliche Äußerung als durch diesen Umstand erzeugte Bedingung (drei Tiere vorhanden): Dass aktuell nur 3 Tiere verfügbar sind evoziert gleichsam die Anzahl der daraus möglichen Reihenfolgen. Maya beschreibt damit etwas, das von der Situation bzw. dem Material vorbestimmt genau auf diese Weise gegeben ist. Nach einer weiteren Äußerung Bs („Aha\ des musste jetzt noch ma genauer erklärn“, Äußerung 30), die offenbar eine Erklärung dazu einfordert, erzeugt Maya in Äußerung 31a und 31b eine lautsprachliche Erklärung: „wenn wir noch ein Tier mehr haben/ (.) dann könnten wir noch andere Reihen machen“ (Äußerung 31a) und „dann könnte nämlich **noch** ein Tier **noch** weiter zum Beispiel **vorne** sein-“ (Äußerung 31b). Sie zeigt dabei eine komplexe gestische Darstellung dessen, was sie damit zu meinen scheint: Gestisch entnimmt und projiziert Maya hier offenbar durch eine gestische Schiebebewegung von den nachgelegten Reihenfolgen ausgehend eine beispielhafte Kärtchenreihenfolge aus der erzeugten Lösungsmenge aller Kärtchenreihenfolgen hinter sich auf die Tischplatte und zeigt an dieser imaginierten Kärtchenreihenfolge mögliche Manipulationen an, die bei einem erweiterten mathematischen Problem um ein weiteres Tier potentiell möglich wären. Gestisch wird also aus dem bestehenden Diagramm aller Tierkärtchenreihenfolgen eine dieser Reihenfolgen beispielhaft entnommen. Dabei bleibt die zuvor mithilfe der Dokumentation der Tierkärtchen im Verlauf der Interaktion ausgehandelte Sichtweise auf das, was als Reihenfolge gilt gleich: Die

Relationen der Positionen zueinander, die Struktur und der Aufbau der Reihenfolge, z. B. auch, wo „vorne“ und „hinten“ zu sein scheint, ist in der gestischen Darstellung Mayas einer solchen Reihenfolge unverändert zu den bereits dokumentierten Reihenfolgen der Länge drei. Maya beschreibt anschließend nicht nur in der Lautsprache, sondern vor allem auch in einer komplexen Bewegungsabfolge ihrer Gestik eine systematische Erzeugung weiterer Reihenfolgen mit einem vierten Tier aus dieser einen bereits gefundenen Kärtchenreihenfolge aus drei Tieren, die sie hier rein gestisch auf die Tischplatte hinter sich verschoben hat. Sie erweitert also die Grundmenge n auf $n+1$ und markiert auch lautsprachlich eine neue vordere Position als eine Art Fixpunkt-Position eines neuen, vierten Tieres (vgl. Äußerungen 31a und 31b). Ihre unterstellte gedankliche Leistung, wie ein viertes Tier in die bereits bestehenden Kärtchenreihen der Länge $n=3$ integriert werden könnte durch die Erzeugung einer neuen Position „vorne“ als $(n+1)-3$. Position, entfaltet sich gewissermaßen in ihrer Gestik und wird in den von Maya ausgewiesenen Gestenraum auf den Tisch gezeichnet. Maya entwickelt aus dem bestehenden sichtbaren und tatsächlich verfügbaren Diagramm im Arbeitsbereich der Schüler*innen – den nachgelegten Kärtchenreihenfolgen als Gesamtheit betrachtet – ein erweitertes Diagramm, das sie gestisch auf den Tisch zeichnet und daran mögliche systematische Manipulationen zur Erzeugung weiterer Reihenfolgen aus der Grundmenge von $(n+1)=4$ zeigt und als potentiellen Handlungsplan für den Fortgang der mathematischen Situation entwirft. Im Detail betrachtet scheint Maya zunächst mit einem Bogen, den sie aus den zusammengeführten Fingerkuppen ihrer rechten Hand gewissermaßen etwas erfassend oder zusammenhaltend auf den Tisch zeichnet, etwas zu umfassen oder einzukreisen. Vermutlich schiebt sie mit dieser Bewegung eine Reihenfolge aus der bestehenden Lösungsmenge der nachgelegten Reihenfolgen auf die freie Fläche auf dem Tisch hinter sich heraus und umkreist diese in ihrer Gestalt bogenförmig mit der Gestik als auf dem Tisch liegend. Maya führt dann die Hand aus der aufgestützten und angespannten Position zunächst erneut hinter ihren Rücken (vgl. Äußerung 31a.5) und bewegt sie anschließend in einer ruckartigen Bewegung von sich aus gesehen nach vorne links im Bogen über den Tisch. Damit würde sich der bereits vorher ausgeführte Bogen in entgegengesetzter Richtung wiederholen, wobei die Hand nun in den Arbeitsbereich geführt wird, so als würde sie etwas, eine vierte Position oder ein weiteres Tier oder Tierkärtchen hinter ihrem Rücken hervorholen. Die erneute bogenförmige Bewegung könnte auch einen Zusammenhang zwischen einer möglichen ersten und letzten Position innerhalb einer Reihenfolge anzeigen. Konkrete Positionen innerhalb dieser erweiterten Reihenfolge werden durch den Druck des Daumens an einer bestimmten Stelle auf der Tischplatte im Anschluss an die bogenförmige Bewegung verortet (vgl. Äußerung 31b.13). Vermutlich wird so auch die Zentralität dieser Position hervorgehoben. Anhand der Handform mit Zeigefinger und Daumen, die womöglich ein Kärtchen an seinen Kanten umfassen, wird in der ausführlichen Interaktionsanalyse (vgl. Anhang 2-3) vermutet, dass Maya eher die Kärtchenreihen im Blick hat als die konkreten Tierfiguren: Zeigefinger und Daumen verweisen als pantomimische Darstellung der tatsächlichen Handlung auf das

Ergreifen eines Kärtchens, die anschließende Öffnung des Daumens und des Zeigefingers wird als Umschreibung des Umrisses oder als Halten eines Tierkärtchens gedeutet.

Maya spricht im Konjunktiv über ein fiktives und aktuell nicht gegebenes Ereignis, spezifiziert dieses mit ihrer Gestik in den Äußerungen 31a und 31b und zeigt eine systematische Strategie auf, aus Reihenfolgen der Länge $n=3$, Reihenfolgen der Länge $(n+1)=4$ zu erzeugen. Sie argumentiert hier mit dem Begriff des konkreten „Tiers“, das vorne stehen könnte, verweist damit lautsprachlich potentiell eher auf die konkreten Tierfiguren, während sie gestisch offensichtlich stärker Tierkärtchen in den Blick genommen hat. Damit verbindet sie beide Darstellungen der Reihen: Die konkrete Positionierung von Tierfiguren auf dem Podest mit der Darstellung der so erzeugten Reihen in Form des Diagramms aus Kärtchen. Lautsprachlich wird eher auf die konkreten Positionen oder deren Besetzung verwiesen z. B. auf dem Podest und mit den Tierfiguren, während die Gestik im Zusammenspiel zeitgleich stärker auf die Dokumentation dieser Positionsbesetzungen anhand der Anordnung der Tierkärtchen, also stärker auf die dazu erstellten Inskriptionen referiert. Die recht komplex strukturierte Gestenbewegung mit Blick auf die Lautsprache könnte man insgesamt so deuten, dass Maya zunächst in den Gestenraum auf die freie Tischfläche eine fiktive, der Lösungsmenge entnommene Reihe zeichnet bzw. projiziert und bogenförmig die räumliche Ausdehnung dieser Reihe umspurt. Anschließend holt sie gewissermaßen hinter ihrem Rücken gestisch ein imaginiertes Tierkärtchen als viertes Element hervor, umkreist erneut die Reihengestalt in entgegengesetzter Richtung und legt das Kärtchen beispielhaft vor die aus drei Elementen bestehende Reihe, so dass eine neue Position entsteht und die Reihe systematisch erweitert wird. Diese ließe sich wie folgt in ihren Positionen darstellen:

($n+1$)-3. Position ($n+1$)-2. Position ($n+1$)-1. Position ($n+1$). Position

Die vordere Position wird dabei explizit von Maya als Beispiel benannt, also als *mögliche* Erweiterung. Man könnte diese lautsprachliche Äußerung 31b Mayas demnach auch so deuten, dass in Mayas Vorstellung ein weiteres Tier potentiell auch jede andere Position innerhalb einer so erzeugten Reihenfolge der Länge $(n+1)=4$ besetzen könnte. Die Wahl, zunächst eine weitere Position an einem Rand der Reihe, von Maya aus betrachtet *vorne*, zu besetzen könnte auf der adäquaten Strategie beruhen, bereits bestehende Reihenfolgen aus drei Elementen zu nutzen, um hieraus die Reihenfolgen mit vier Elementen systematisch und vor allem effektiv erneut anhand der Idee eines Fixpunktes zu erzeugen, wobei dabei dann immer die vordere Position mit dem vierten, weiteren Tier, besetzt werden könnte. Es ist zu vermuten, dass Maya hier diese Strategie bereits in einer ersten Idee darstellt und sie könnte sie potentiell auch in der fortlaufenden Sequenz weiterentwickeln und anwenden. Maya bleibt also ihrer anfangs geäußerten Fixpunkt-Idee treu und entwickelt sie in adäquater Weise weiter.

Semiotische Analyse

Semiotische Prozess-Karte Dann ham ma alle

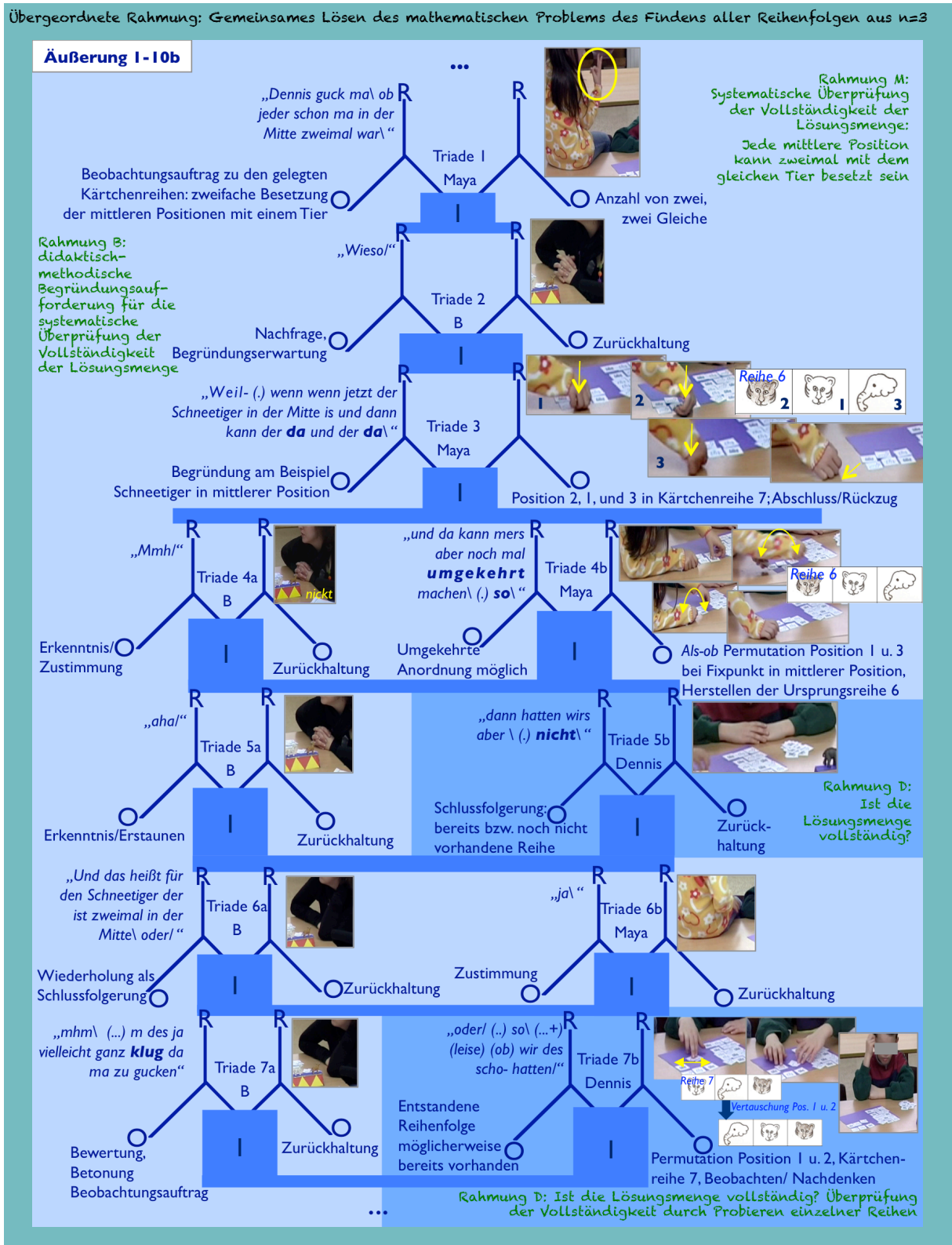


Abb. 9.3.3_29 SPK3-I (Semiotische Prozess-Karte 3, Seite I)

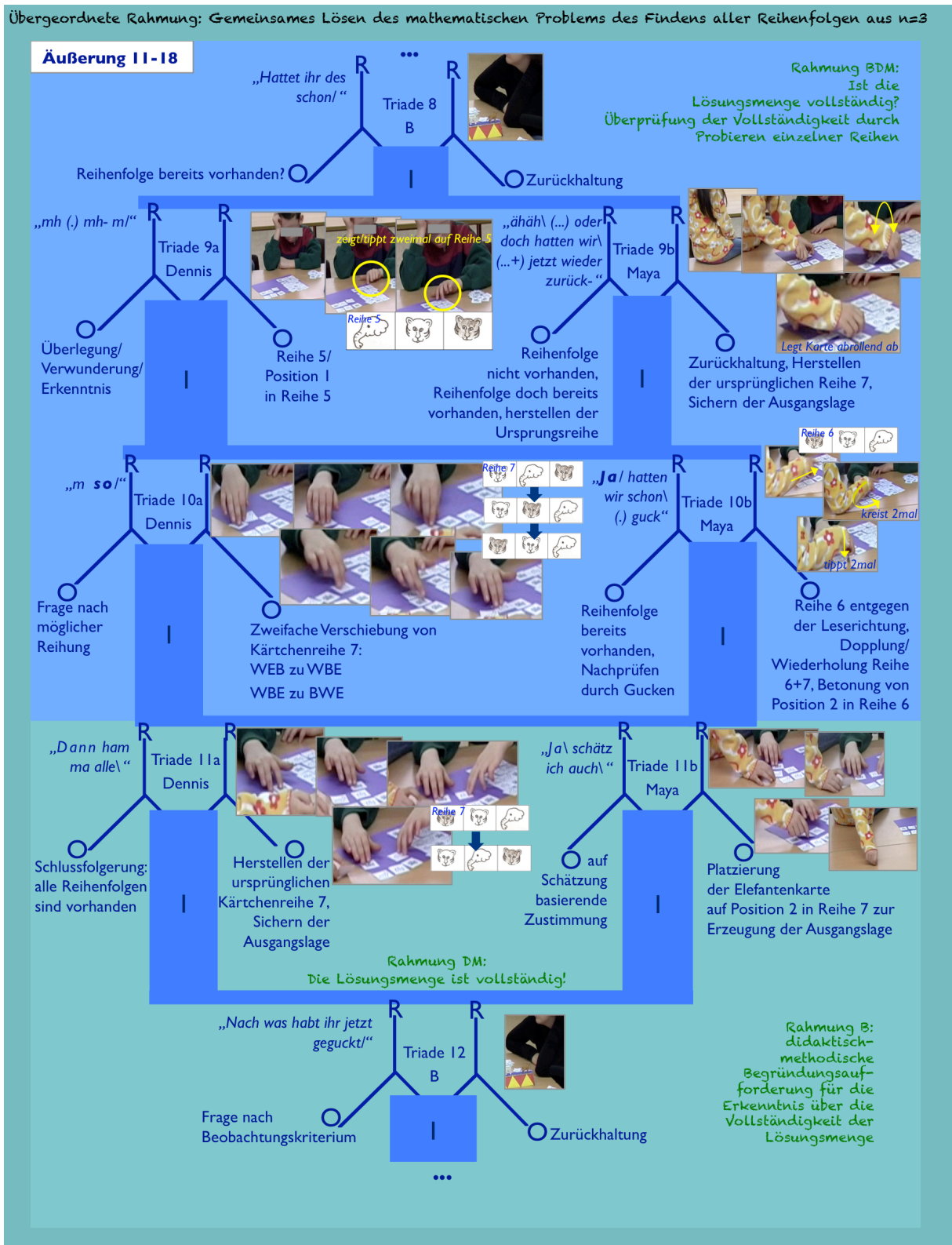


Abb. 9.3.3_30 SPK3-2 (Semiotische Prozess-Karte 3, Seite 2)

Übergeordnete Rahmung: Gemeinsames Lösen des mathematischen Problems des Findens aller Reihenfolgen aus $n=3$

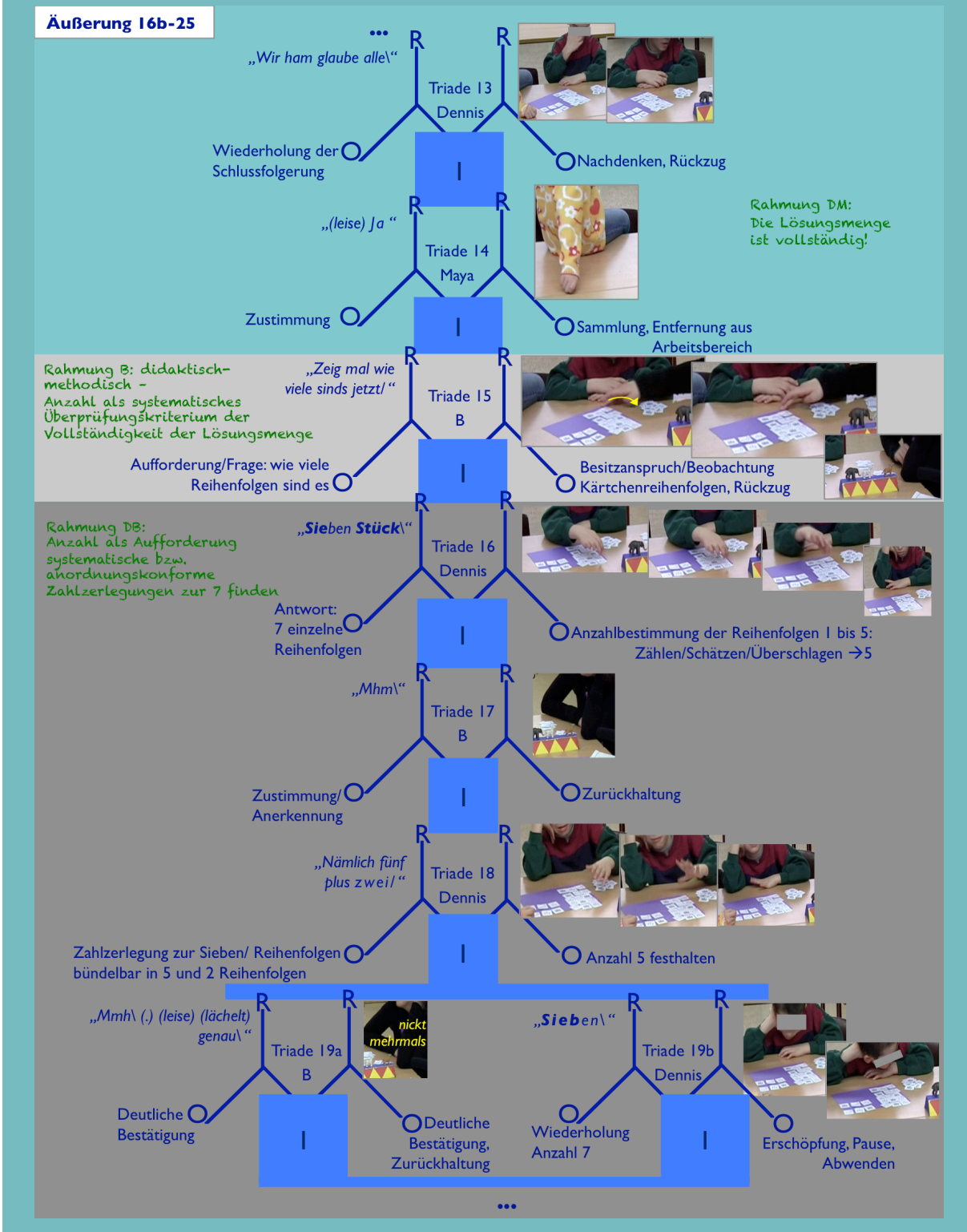


Abb. 9.3.3_31 SPK3-3 (Semiotische Prozess-Karte 3, Seite 3)

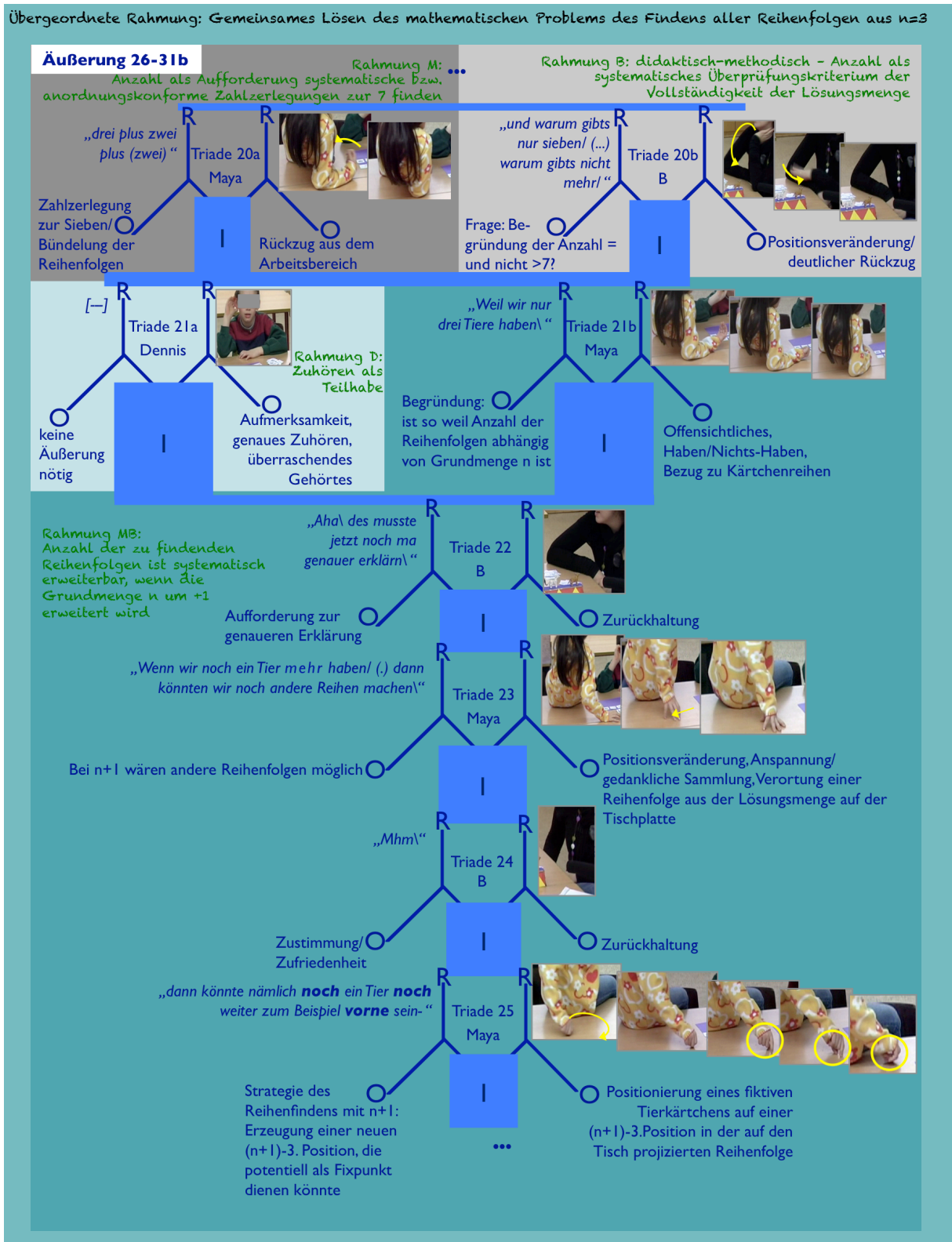


Abb. 9.3.3_32 SPK3-4 (Semiotische Prozess-Karte 3, Seite 4)

Orientierende Hinweise zur Semiotischen Prozess-Karte

Auch die Semiotische Prozess-Karte Dann ham ma alle zeigt im Überblick über den Verlauf des Zeichenprozesses die in der Zusammenfassung der Interaktionsanalyse oben beschriebenen thematischen Abschnitte, die sich hier u. a. an der Dominanz einzelner Rahmungen über ganze Abschnitte des dargestellten Prozesses rekonstruieren lassen.

Zu Beginn scheinen B und Maya, ausgehend von Triade I, in der Maya im lautsprachlichen Repräsentamen den Beobachtungsauftrag an Dennis richtet, und hierbei gestisch im Repräsentamen die Anzahl von 2 anzeigt, über die darin implizit verfügbare Erkenntnis Mayas den Zeichenprozess weitgehend zu gestalten. Dies zeigt sich u. a. in der Semiotischen Prozess-Karte an den farbig markierten Rahmungen, bei denen zu Beginn etwa bis Triade 7a vornehmlich die Rahmung von Maya und B im Vordergrund zu stehen scheint. Diese Rahmung umfasst die von Maya in Triade I eingebrachte Erkenntnis, dass eine systematische Überprüfung der gefundenen Reihenfolgen anhand der Besetzung der mittleren Position bzw. die zweifache Besetzung dieser mit je einem Tier innerhalb der gefundenen Reihenfolgen möglich ist. B kann man zusätzlich eine didaktisch-methodisch geprägte Rahmung unterstellen, die sich z. B. an Triade 2a an der mit einer Begründungserwartung verbundenen Frage im lautsprachlichen Repräsentamen beobachten lässt oder am zusammenfassenden Lehrerecho im Sinne einer Wiederholung von Mayas Äußerungen im lautsprachlichen Repräsentamen von Triade 6a zeigt.

Was sich zudem beobachten lässt in diesem ersten Abschnitt des semiotischen Prozesses von Triade I bis etwa 7a, ist die Darstellung Mayas. In Triade I äußert Maya eher implizit und vornehmlich lautsprachlich eine Art mathematische Regel, die sie in der als Diagramm zu deutenden Lösungsmenge der nachgelegten Kärtchenreihenfolgen erkannt zu haben scheint: Es soll von Dennis geschaut werden, ob jedes Tier zweimal in der Mitte war, was implizit die Annahme enthält, dass jedes Tier potentiell die mittlere Position innerhalb aller möglicher Reihenfolgen zweimal besetzen kann. Diese Regel formuliert Maya hier als ein Beobachtungsauftrag an Dennis, der die zweifache Besetzung der mittleren Positionen durch je ein Tier anhand der Kärtchenreihen überprüfen soll. Damit lässt Maya auch noch offen, ob dies tatsächlich in den nachgelegten Reihenfolgen der Fall ist oder ob dies überhaupt zulässig, lösungskonform, effektiv o.Ä. ist. Im Anschluss an Bs Rückfrage in Triade 2 „wieso!“ stellt Maya in Triade 3 und 4b zwei Fälle beispielhaft für ihre dargelegte Regel oder ihr entwickeltes Gesetz dar, und erläutert im Prinzip zwei Reihenfolgen mit der Besetzung der mittleren Position durch die weiße Tigerfigur, die sie an der Lösungsmenge zeigt und ineinander überführt. Dazu nutzt sie sowohl lautsprachliche als auch gestische Darstellungen. Die bereits bestehende sechste Kärtchenreihenfolge wird dabei im gestischen Repräsentamen beginnend mit der mittleren, zuvor bereits als zentral ausgewiesenen Position, abgetippt. Der sich potentiell daraus ergebende zweite Fall eines Fixpunktes mit dem weißen Tiger in der Mittelposition wird daran anschließend als eine als-ob-Positionierung kurzzeitig modellartig angezeigt und dann wieder in die Ursprungsreihung

zurückgeführt. In den lautsprachlichen Repräsentamen formuliert Maya dazu „Weil- (.) wenn wenn jetzt der Schneetiger in der Mitte is und dann kann der **da** und der **da**“ (Triade 3) und „und da kann mers aber noch mal **umgekehrt** machen\ (.) **so**“ (Triade 4b) und verweist dabei ebenso lautsprachlich auf die zwei möglichen Fälle bei gleicher Besetzung der mittleren Position. Die feste mittlere Position wird dabei explizit benannt „Schneetiger“ (Triade 3) und auch durch eine fixierte Geste markiert (Triade 3). Die vakanten Positionen eins und drei werden einheitlich als „der **da** und der **da**“ (Triade 3) beschrieben, sowie die Permutation dieser als Handlung modellartig im gestischen Repräsentamen gezeigt und im lautsprachlichen Repräsentamen benannt „**umgekehrt** machen\(.)“ (Triade 4b).

Dennis scheint den ersten Teil des Zeichenprozesses stärker danach zu deuten, ob bereits alle möglichen Reihenfolgen gefunden sein könnten bzw. ob die Lösungsmenge vollständig ist. In den Triaden 5b und 7b überprüft er offenbar zunächst, ob eine bestimmte Reihenfolge bereits nachgelegt wurde, um dann durch ein relativ aufwendiges Verschieben der Kärtchenreihe sieben offenbar den Versuch zu unternehmen, weitere Reihenfolgen zu generieren. Dennis betrachtet vornehmlich einzelne Reihen – hier die Kärtchenreihe sieben – die er als Testreihe für das Finden weiterer nutzt. Die Veränderung der Reihung wird mutmaßlich auch durch die speziellen Eigenschaften der verfügbaren Materialien – hier die mehrfach verschiebbaren Tierkärtchen – beeinflusst. Dafür spricht sowohl die Art der Verschiebung, die in Triade 7b im gestischen Repräsentamen als kleinschrittiges Vorgehen abgebildet ist, als auch das eher als Selbstgespräch gestaltete lautsprachliche Repräsentamen dieser Triade.

Im weiteren Zeichenprozess fällt auf, dass B und Maya ungefähr ab Triade 7b offenbar Dennis' Rahmung zu teilen scheinen oder sich eher daran orientieren, was er in die Situation einbringt. Jedenfalls aktivieren sie bis Triade 10b (vgl. Abb. 9.3.3_30) mutmaßlich ebenso die Rahmung, offensichtlich durch Versuch und Irrtum bzw. dem Erzeugen und Abgleichen einzelner Reihen, überprüfen zu wollen, ob die Lösungsmenge vollständig ist. Die Idee Mayas, die mittleren Positionen auf zweifache Besetzung mit dem gleichen Tier zu überprüfen, wird weder von Maya noch von B hier explizit weiter thematisiert. Vielmehr erfolgt nach Bs Triade 8 und ihrer Paraphrasierung von Dennis' lautsprachlichem Repräsentamen aus Triade 7b durch „hattet ihr des schon!“ (lautsprachliches Repräsentamen Triade 8) ein gemeinschaftliches Erzeugen und Überprüfen von Reihen durch Dennis und Maya. Dabei kann man ihnen ein hoch kooperatives und aufeinander abgestimmtes Arbeiten unterstellen, das sogar so weit geht, dass sie in den Triaden 9a und 9b sozusagen einen *gemeinsamen Mismatch* (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 26; Kap. 5.4) aus der Gestik von Dennis und der Lautsprache von Maya erzeugen, was sich noch einmal besonders an der Semiotischen Prozess-Karte zeigen lässt: Dennis zeigt im gestischen Repräsentamen auf Kärtchenreihenfolge 5, welche die gleiche Reihenfolge wie die von ihm in Triade 7b erzeugte Reihung aufweist. Maya äußert zeitgleich dazu im lautsprachlichen Repräsentamen „ähäh\ (...)“ (Triade 9b), also mutmaßlich eine Verneinung der im Raum stehenden Frage, ob die

veränderte Kärtchenreihenfolge sieben bereits vorhanden ist. Dieser gemeinsam erzeugte *Mismatch* (vgl. Goldin-Meadow, 2003; Kap. 5.4) führt dann in Mayas lautsprachlichem Repräsentamen von Triade 9b zu einer sich unmittelbar anschließenden Korrektur ihrer eigenen Äußerung, während sie im gestischen Repräsentamen dafür sorgt, die Ausgangssituation bei Kärtchenreihe sieben wiederherzustellen.

In Triade 10a zeigt Dennis im gestischen Repräsentamen eine erneute, kleinschrittig strukturierte Verschiebung von Kärtchenreihe sieben, bei der er diesmal in zwei Etappen zunächst Position zwei und drei und anschließend Position eins und zwei vertauscht, so dass die Reihenfolge *brauner Tiger – weißer Tiger – Elefant* entsteht. Diese wird dann von Maya in Triade 10b als „hatten wir schon!“, also als bereits vorhanden, ausgewiesen. Zeitgleich zeigt Maya diese bereits vorhandene Reihenfolge sechs gestisch an, und zwar entgegen der Leserichtung mit einer konstanten Bewegung über der Reihenfolge, die sie damit offenbar im Ganzen betrachtet haben möchte und weniger in ihrem Aufbau nach Positionen. Die kreisende Bewegung verweist im Objekt der Triade mutmaßlich auf eine Dopplung bzw. Wiederholung und wird über der Reihe sechs, möglicherweise zusätzlich auch über Reihe sieben, ausgeführt. Am Ende dieser eher ganzheitlichen Geste über Reihe sechs bzw. über den Reihen sechs und sieben zeigt Maya dann noch einmal gezielt auf die mittlere Position von Kärtchenreihe sechs, was konsistent zu ihrer vorherigen Fokussierung der Mittelpositionen (vgl. Triade 1 u. 3) erscheint. Sie möchte damit mutmaßlich auch Dennis einen Anhaltspunkt zum Vergleichen der beiden Kärtchenreihenfolgen geben und zeigt die zweite Position als Orientierungspunkt und/oder Repräsentation der ganzen Reihe an.

In Triade 11a bringt Dennis den diese Phase des Findens abschließenden *abduktiven Schluss* (vgl. Peirce, 1934, CP 5.151; Kap. 6.5) im lautsprachlichen Repräsentamen hervor „dann ham ma alle“, den Maya in Triade 11b bestätigt und dem auch auf Nachfrage von B in Triade 12 keine weitere explizite Erklärung folgt. Vielmehr wiederholt Dennis den *abduktiven Schluss* (vgl. Kap. 6.5) in Triade 13 noch einmal etwas abgeschwächt mit einem „glaube“ versehen im lautsprachlichen Repräsentamen, worauf erneut eine Bestätigung durch Maya in Triade 14 hervorgebracht wird. Der abduktive Schluss erscheint überraschend, weil man zuvor Dennis ein mehr oder weniger versuchsweises und möglicherweise weniger zielgerichtetes oder systematisches Vorgehen beim Erzeugen weiterer Reihenfolgen unterstellen konnte: Seine Veränderungen von Kärtchenreihenfolge sieben erscheinen im lautsprachlichen Repräsentamen häufig eher als Selbstgespräch und als Frage an sich, ob die erzeugte Reihe bereits vorhanden sei und ebenso wirkt die im gestischen Repräsentamen gezeigte schrittweise Verschiebung so, als würden die letztlichen Reihungen erst während des Prozess' dieser Verschiebung entstehen.

Rückblickend auf den bisherigen Zeichenprozess lassen sich nun Dennis' Erzeugen von weiteren Reihungen aus Kärtchenreihenfolge sieben in Triade 7b und 10a und der von ihm geäußerte, interaktiv hervorgebrachte abduktive Schluss in Triade 11a aber durchaus als systematisches Vorgehen betrachten und beschreiben: Ausgehend von dem von Maya mehr

oder weniger implizit eingebrachten Gesetz oder der Regel, jede mittlere Position zweimal innerhalb der Lösungsmenge mit einem Tier zu besetzen (vgl. Triade 1), erzeugt auch Dennis in Triade 7b und 10a jeweils eine Reihenfolge, welche die mittlere Position als Fixpunkt mit dem weißen Tiger besetzt ausweist. Maya führte ebenso einen Beweis ihrer anfangs eingebrachten Regel in den Triaden 3 und 4b im Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache anhand von zwei möglichen Fällen der gleichen Besetzung der mittleren Position durch den weißen Tiger an. Es wäre also durchaus möglich, dass Dennis sich möglicherweise ohne lautsprachlichen Hinweis darauf hieran orientiert und die sich daraus ergebenden Fälle anhand des Beispiels der weißen Tigerfigur durch eigenes Ausprobieren erzeugt, um vielleicht besser verstehen oder nachvollziehen zu können, was genau Maya meint und in Triade 3 und 4b darstellt. Man könnte also den bisherigen Zeichenprozess in dieser Lesart als ein kollektiv hervorgebrachtes abduktives Schließen der Schüler*innen deuten. Dies lässt sich genauer so beschreiben, dass zunächst ein Gesetz eingebracht wurde, das an einem Fall oder zwei Fällen jeweils in Einzelarbeit von beiden Schüler*innen nachvollzogen und daraus schließlich von Dennis der abduktive Schluss geäußert wurde, dass nun alle Reihenfolgen gefunden sein müssen.

Im sich anschließenden Zeichenprozess (vgl. Abb. 9.3.3_31) gewinnt für Maya und Dennis dann offenbar der Bereich der Zahlen und Operationen an Bedeutung. Mutmaßlich wird dies durch Bs eingebrachtes lautsprachliches Repräsentamen und der damit verbundenen Betrachtung der Reihenfolgen in Triade 15 in den Interpretanten der Schüler*innen evoziert. Man kann B hier unterstellen, dass sie eine didaktisch-methodische Rahmung aktiviert. Vor diesem Hintergrund versucht sie offenbar, den Schüler*innen implizit durch ihr lautsprachliches Repräsentamen „zeig mal wie viele sinds jetzt!“ (Triade 15) ein systematisches Überprüfungskriterium anzubieten, wie sie ihren abduktiven Schluss aus den Triaden 11a, 11b, 13 und 14 an den gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen begründen könnten. Sie hebt dabei mehr oder weniger geeignet auf das Kriterium der Anzahl ab. Möglicherweise erzeugt B selbst dazu den Interpretanten, dass die Schüler*innen über die ungerade Anzahl von sieben Reihenfolgen bei drei Tieren, die angeordnet werden sollen, erkennen könnten, dass eine Reihenfolge doppelt in der aktuell von den Schüler*innen erzeugten Lösungsmenge vorkommt. Mayas und Dennis' Interpretant dazu zeigt sich allerdings eher in dem Finden von Zahlzerlegungen zur sieben (vgl. Triade 18 u. 20a), nachdem zunächst von Dennis in Triade 16 offenbar durch eine gestisch gezeigte Misch-Strategie aus Abzählen und Schätzen oder auch Überschlagen die Anzahl von sieben ermittelt wurde und im weiteren Verlauf auf Bestätigung von B getroffen ist (vgl. Triade 17). Das gestische Repräsentamen, das Dennis in Triade 18 hervorbringt, zeigt, dass er offenbar die fünf, die der Anzahl der Reihenfolgen auf dem links liegenden DIN A4 Blatt entspricht, zunächst von der rechten Hand aus Triade 16 übernimmt. Er greift damit sein eigenes Zeichen gestisch erneut auf. Diesmal zeigt er die Anzahl fünf jedoch, die gleichzeitig den ersten Summanden seiner lautsprachlich geäußerten Zahlzerlegung darstellt, gestisch mit der linken Hand. Die fünf erscheint deutlich repräsentiert durch die starke Anspannung der

gespreizten Finger und die zusätzliche Fixierung dieser Handhaltung auch beim Ablegen vor sich auf dem Tisch nach dem Rückzug der Hand von den Reihen (vgl. gestisches Repräsentamen in Triade 18). Von den beiden Summanden, die Dennis als Zahlzerlegung der sieben in Triade 18 äußert, ist die Fünf der Summand, der sich als Anzahl mutmaßlich eher quasi-simultan aus tippendem Zählen und Überlegen ermitteln lassen würde (vgl. Triade 16), während sich die Anzahl von zwei Reihenfolgen auf dem rechts liegenden DIN A4 Blatt vermutlich auf einen Blick von Dennis erfassen lässt. Die beiden Summanden fünf und zwei in Triade 18 repräsentieren damit offenbar Dennis' Sicht auf die Reihenfolgen, stehen für die Anordnung der Reihenfolgen auf den DIN A4 Blättern und einer der Summanden wird zusätzlich gestisch mit der linken Hand angezeigt. Dieses händische Anzeigen liegt mit Blick auf die anzunehmende Sozialisation mit der Hand als Repräsentant der fünf gewissermaßen auf der Hand. Mayas eingebrachte Zahlzerlegung in Triade 20a (vgl. Abb. 9.3.3_32) könnte ihre Perspektive auf die gefundenen Reihenfolgen repräsentieren. Es ergibt sich an dieser Stelle eine Rahmungsdifferenz zwischen B, die mutmaßlich auf die Überprüfung der Anzahl der Reihenfolgen hinauswollte, und den Schüler*innen, die eher die Rahmung zu aktivieren scheinen, systematische Zahlzerlegungen zur sieben zu finden, welche die aktuelle Materialanordnung im Arbeitsbereich widerspiegeln.

In Triade 20b startet B offenbar einen erneuten Versuch, die Schüler*innen zur Reflexion über die Anzahl von sieben in Bezug auf die gefundenen Reihenfolgen und das gegebene mathematische Problem anzuregen, wenn sie im lautsprachlichen Repräsentamen „und warum gibts nur sieben/ (...) warum gibts nicht mehr!“ hervorbringt. Dieser Versuch evoziert bei Maya offenbar den Interpretanten, lautsprachlich mit der begrenzten Anzahl der Grundmenge zu argumentieren „weil wir nur drei Tiere haben!“ (Triade 21b) und in der Folge einen Vorschlag zu entwickeln, wie mehr Reihenfolgen erzeugt werden könnten (vgl. Triade 23 u. 25). Es geht Maya in ihrer Deutung des bisherigen Zeichenprozesses also nicht darum, die gefundene Anzahl in Bezug auf das gegebene mathematische Problem zu überdenken, sondern vielmehr das Problem so zu variieren, dass mehr als diese sieben Reihenfolgen erzeugt werden können. Dabei erscheint insbesondere ihre gestische Darstellung verbunden mit ihrem lautsprachlichen Repräsentamen in Triade 23 u. 25 auf einen bemerkenswerten Interpretanten zu verweisen: Maya entwickelt offenbar das gegebene mathematische Problem weiter und zeichnet gestisch ein aus dem bestehenden Diagramm – der gefundenen sieben Reihenfolgen – ausgelagerten Teil dementsprechend weiter auf der Tischplatte. Diese wird zum Gestenraum, den Maya zunächst durch einen gestisch angezeigten Bogen umreißt und in den sie durch die Darstellung ihrer Gestik eine imaginierte Reihenfolge zeichnet, an der Maya eine $(n+1)$ -3. Position neu definiert, im Gestenraum verortet und mit einem gestisch im Umriss angezeigten vierten Kärtchen belegt (vgl. gestisches Repräsentamen in Triade 25). Diese gestische Darbietung Mayas wurde bereits in der zusammenfassenden Interaktionsanalyse oben detailliert beschrieben und wird im folgenden Abschnitt noch einmal theoretisch eingeordnet. In dieser Idee Mayas verbindet sich gleichsam die Idee des

Fixpunktes mit der Überlegung bezüglich Anzahl an Elementen und daraus resultierende Reihenfolgeanzahlen ohne Wiederholung.

Theoretische Einordnung der herausgearbeiteten Analyseergebnisse

In beiden durchgeführten Analysen lassen sich vergleichbare thematische Abschnitte im Interaktionsverlauf bzw. dem Zeichenprozesses rekonstruieren. Während in der Interaktionsanalyse zunächst überblicksartig drei thematische Abschnitte herausgearbeitet wurden, erfahren diese in der Semiotischen Prozess-Karte Dann ham ma alle durch die stärkere Betonung der den Beteiligten unterstellten aktivierten Rahmungen eine weitere Ausdifferenzierung. Dies wird in der Semiotischen Prozess-Karte u. a. auch an den farbigen Hinterlegungen im Überblick erkennbar: Der in der Interaktionsanalyse herausgearbeitete thematische Abschnitt zu Beginn, in dem es offenbar um die Überprüfung der bereits generierten Lösungsmenge bzw. die Frage über deren Vollständigkeit geht, zeigt sich bezüglich der Rahmungen weiter ausdifferenziert. Offenbar dominiert zunächst eher die von Maya aktivierte Rahmung bezüglich einer systematischen Überprüfung der mittleren Positionen in der Situation, zumindest für sie und B. Später in diesem ersten Abschnitt der Interaktion bzw. des Zeichenprozesses steht scheinbar dann aber eher die von Dennis vermutlich von Beginn an aktivierte Rahmung für alle Beteiligten im Vordergrund. Diese Rahmung basiert zunächst auf dem Erstellen und dem anschließenden Ausschließen von erzeugten Reihenfolgen anhand von Manipulationen an bestehenden Reihen. Beide Ansätze der Schüler*innen – sowohl Mayas offensichtlicher Plan einer systematischen Überprüfung der Lösungsmenge, als auch Dennis' zunächst anscheinend unsystematisches Probieren – führen letztlich dazu, dass Reihenfolgen betrachtet werden, die in der mittleren Position einen durch die weiße Tigerfigur besetzten Fixpunkt aufweisen. Der in der Interaktionsanalyse zusammengefasste erste thematische Abschnitt wird dann von einem deutlichen Rahmungswechsel abgeschlossen, in dem ein abduktiver Schluss von Dennis geäußert und von Maya bestätigt wird („dann ham ma alle“ bzw. „wir ham glaube alle“ in Äußerung 16a u. 16b bzw. Triade 11a u. 13; „ja \ schätz ich auch“ sowie „ja“ in Äußerung 17 u. 19 bzw. Triade 11b u. 14).

Es wurde bereits in der Semiotischen Analyse herausgestellt, dass der abduktive Schluss mutmaßlich u. a. auf dem in Äußerung 1 bzw. Triade 1 von Maya lautsprachlich hervorgebrachten Beobachtungsauftrag beruhen könnte. Dieser Beobachtungsauftrag „Dennis guck ma ob jeder schon ma in der Mitte zweimal war“ + einhändige Zweifinger-Geste, ähnlich dem Peace-Zeichen (Äußerung 1 bzw. Triade 1) führt zunächst offenbar bei Maya dazu, dass sie zu ihrer darin integrierten Fixpunkt-Idee der mittleren Position entsprechende Fälle in der Lösungsmenge aufzeigt (vgl. Äußerungen 3a u. 3b bzw. Triaden 3 u. 4b). Veränderungen an Kärtchenreihe sechs werden von Maya hier nur vorübergehend gezeigt und dann wieder in die Ausgangssituation überführt. Dennis scheint zunächst eher unsystematisch die Kärtchenreihe sieben zu verändern und während dieser Verschiebungen der Kärtchen eher ungeplant auf weitere Reihen zu stoßen, die er anschließend mit der Lösungsmenge

abzugleichen scheint. Diese Versuche Dennis führen aber letztlich dazu, dass Fälle von Mayas Regel aus Äußerung I bzw. Triade I erzeugt werden. Rückblickend könnte man Dennis also durchaus einen solchen Plan und eine solche Systematik auch schon während der Verschiebung unterstellen, wenn er nämlich die Fixpunkt-Idee von Maya als eine Art Regel der Reihenerzeugung hier befolgt.

Im sich daran anschließenden thematischen Abschnitt wird die Situation von den Schüler*innen wohl hauptsächlich im Bereich der Zahlen und Operationen gerahmt. Während B offenbar den Versuch unternehmen möchte, durch die Überprüfung der Anzahl der gefundenen Reihenfolgen, die Schüler*innen zum Ausschluss doppelter Reihen aus der Lösungsmenge anzuleiten, interpretieren Maya und Dennis den Impuls aus Äußerung 20 bzw. Triade 15 als Aufforderung, Zahlzerlegungen zur sieben zu finden. Diese spiegeln in den Bündelungen bzw. gewählten Summanden die jeweilige Sicht der Beiden auf die gefundenen Reihenfolgen wider. Der weitere Versuch Bs in Äußerung 27 bzw. Triade 20b, die Anzahl der gefundenen Reihenfolgen wohl als Reflexionsanlass über diese zu etablieren, führt in der Interpretation Mayas zu einer Erweiterung des mathematischen Problems um ein viertes Tier. Dazu stellt Maya anschließend Vermutungen über weitere Reihenfolgen in Äußerung 31a u. 31b bzw. Triade 23 u. 25 an. Während B in Äußerung 27 bzw. Triade 20b die Frage stellt „warum gibts nicht mehr!“ und damit mutmaßlich die Reihenfolgen meint, entwirft offensichtlich Maya eine Idee dazu, welche Bedingungen des gegebenen mathematischen Problems verändert werden müssten, damit es mehr als sieben Reihenfolgen geben kann.

Die analysierte Interaktion bzw. der betrachtete Zeichenprozess kann nach der Definition von Sfard und Lavie (2005) als *mathematischer Diskurs* beschrieben werden (vgl. Kap. 4.3 u. Kap. 8.2.2). Wie auch bei den anderen bisher analysierten Kombinatorik-Sequenzen kann man im Interagieren der Schüler*innen Maya und Dennis den Gebrauch *mathematikspezifischer Begrifflichkeiten*, *akzeptierter Narrationen*, die Verwendung *visueller Mediatoren* und das *Agieren nach Mustern und Routinen* beobachten.²³⁴ Maya etwa äußert lautsprachlich bspw. die Begriffe „zweimal“ und „Mitte“ (vgl. Äußerung I bzw. Triade I). Dennis und Maya benutzen Zahlworte und die Bezeichnung des Rechenzeichens Plus, wie etwa in den Äußerung 23, 25 oder 26 bzw. den Triaden 18, 19b oder 20a. Beide Schüler*innen verwenden wenn-dann-Formulierungen (vgl. Äußerung 3a u. 3b bzw. Triade 3 u. 4b) oder treffen mögliche Voraussagen (vgl. Äußerung 31a u. 31b bzw. Triade 23 u. 25), wie sie insbesondere im Bereich der Kombinatorik als Teilbereich der Stochastik typischerweise gemacht werden können. Ebenso nutzen beide Schüler*innen darüber hinaus das angebotene Material im Sinne Sfard und Lavies (2005) als *visuelle Mediatoren* bspw. zur Dokumentation ihrer gefundenen Reihenfolgen. Dieses Material erfährt innerhalb des Interaktionsverlaufes bzw. des Zeichenprozesses auch Umdeutungen, wenn z. B. Dennis mutmaßlich wohlüberlegt

²³⁴ In Kapitel 4.3 wird erläutert, was im Sinne von Sfard und Lavie (2005) unter einem mathematischen Diskurs zu verstehen ist. Hier soll noch einmal erinnert werden, dass mit *visuellen Mediatoren* die Verwendung von Material, aber auch schriftlichen Inskriptionen gemeint ist (vgl. Sfard & Lavie, 2005, S. 245ff; Kap. 4.3).

die doppelt vorkommende Kärtchenreihe sieben nutzt, um daran – und nicht (mehr) an den Plastiktierfiguren auf dem Podest – Veränderungen vorzunehmen und weitere Reihenfolgen zu erzeugen (vgl. Äußerung 10a u. 14 bzw. Triade 7b u. 10a). Die bisherige Unveränderbarkeit der nachgelegten, zur Dokumentation genutzten Reihenfolgen wird hier zeitweise aufgehoben und ihre Dokumentationsfunktion von Dennis an Reihenfolge sieben erweitert. Er nutzt diese Reihe sozusagen als *Testreihe* zur Erzeugung weiterer Reihenfolgen, um vermutlich die Vollständigkeit der Lösungsmenge zu überprüfen. Bezüglich der *visuellen Mediatoren* im Sinne von Sfard und Lavie (2005; Kap. 4.3) sind zudem Mayas Äußerungen 31a u. 31b bzw. Triaden 23 u. 25 zu betrachten: Hier generiert Maya mit ihrer Gestik eine Projektion eines Ausschnitts der bestehenden Dokumentationsform der Kärtchenreihen der Länge drei auf die Tischplatte hinter sich und erweitert in diesem gestisch somit abgebildeten Diagramm-Ausschnitt oder neuen Diagramm die Länge dieser imaginierten und gestikulierten Reihenfolge um eins. Sie setzt dies um, indem sie eine neue vordere (n+1)-3. Position generiert und dort auch gestisch ein fiktives Kärtchen umfasst bzw. ablegt (vgl. gestisches Repräsentamen in Triade 25). Es zeigt sich an dieser Äußerung ein besonderes Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache: Maya nutzt eine wenn-dann-Kausalität in der Lautsprache (*akzeptierte Narration* nach Sfard und Lavie, 2005) und verweist hier bereits auf „noch andere Reihen“ (Äußerung 31a bzw. Triade 23) in der Mehrzahl, also auch auf *mehr als eine* weitere Reihe. Maya zieht also nicht den möglicherweise vereinfachten Schluss, die Grundmenge n+1 könnte zu noch *einer* weiteren Reihenfolge führen, sondern geht von mehreren Reihen aus, die sich auf diese Weise erzeugen lassen könnten. Wie genau die Reihenfolgen entstehen könnten, wird dann vor allem gestisch an Mayas Äußerung deutlich und lautsprachlich mit „dann könnte nämlich **noch** ein Tier **noch** weiter zum Beispiel **vorne** sein-“ (Äußerung 31b bzw. Triade 25) umschrieben. Die zunächst eher undefinierte örtliche Angabe „noch weiter zum Beispiel **vorne** sein-“ wird durch die Gestik an einem Raumpunkt auf der Tischplatte innerhalb der darauf projizierten Reihenfolge konkretisiert und dadurch erst gewissermaßen in den dazu möglichen Interpretationen eingegrenzt: Maya umfasst durch ihre Handhaltung des auf den Tisch drückenden Daumens mit dem ausgestreckten Zeigefinger (vgl. gestisches Repräsentamen in Triade 25) ein fiktives Tierkärtchen auf einer durch ihre vorherige bogenförmige Bewegung über die Tischplatte neu erzeugten (n+1)-3. Position, die gleichsam durch diese Belegung mit einer fiktiven Karte einerseits konkretisiert wird, aber andererseits auch zu einer allgemeinen Annahme führt, die lautsprachlich durch „zum Beispiel“ markiert wird. Es handelt sich also um eine beispielhafte Belegung bzw. Erweiterung um eine Position für etwas, was allgemein gültig sein könnte – die systematische „zum Beispiel **vorne**“ Erweiterung der Reihe um eine Position. Dabei macht Maya durch ihre Handhaltung und die Bewegungsabläufe deutlich, dass sie ein *viertes Kärtchen* und nicht etwa eine vierte Plastikfigur in eine *Kärtchenreihe* legt. Sie argumentiert lautsprachlich und gestisch an einer fiktiven imaginierten Reihenfolge, die sie aus den bereits dokumentierten Reihenfolgen beispielhaft herauszuholen scheint. Die verfügbaren *visuellen Mediatoren* – die inskriptional verwendeten Kärtchenreihenfolgen, die einzelnen Kärtchen, das Diagramm der Reihenfolgen

als solches – werden also in einer komplexen gestischen Darstellung von Maya erweitert. Ihr visueller Charakter wird dabei ausschließlich durch diese gestische Darstellungsform beibehalten. Sie sind somit gewissermaßen *quasi-visuell* als gestische Bewegungsspuren und verortete, imaginierte *quasi-materielle* Objekte im Raum bzw. auf dem Tisch als Bereich für diese Darstellung verfügbar. Die Reihe aus $n+1$ wird durch die Gestenabfolge Mayas im Gestenraum erzeugt.

In beiden Analysen wurden die einzelnen Reihenfolgen als Inskriptionen und in ihrer Gesamtheit auch als Diagramm im Sinne von Peirce (Peirce, 1931, CP 1.54; Peirce, 2000b, SEM II, S. 98), Dörfler (2005, S. 172; Dörfler, 2006a, S. 102; Dörfler, 2015) und Schreiber (2010, S. 27ff) eingeordnet und verstanden (vgl. Kap. 5.2, u. Kap. 7.2). Die *materielle Fixierung* von Inskriptionen, wie sie von Schreiber (2010) als Merkmal aufgeführt wird (vgl. Schreiber, 2010, S. 27f; Kap. 7.2), ist hier mit Blick auf Mayas Gestik ebenso wie die *Mobilität* von Inskriptionen wie folgt zu betrachten: Gesten weisen zunächst einmal offensichtlich eher keine materielle Fixierung oder Mobilität auf. Sie sind vielmehr, wie in Kapitel drei der vorliegenden Arbeit beschrieben, offenbar *flüchtige* Gestalten, die zwar so etwas wie eine Bewegungsspur im Gestenraum hinterlassen, aber hier, anders als schriftliche Aufzeichnungen, weitgehend nicht materiell fixiert sind. Mayas Gestik weist aber in ihrem Gebrauch dennoch *inskriptionalen Charakter* auf: Sie entnimmt nämlich dem bestehenden und materiell fixierten Diagramm einen Teil bzw. eine Reihenfolge, projiziert diese gestisch auf die Tischplatte, erweitert die Inskription entsprechend der neuen Bedingung $(n+1)=4$ und zeigt daran ihre Beobachtungen und mögliche Manipulationen an, die der Regel folgen, eine neue vordere Position mit einem vierten Tier zu besetzen und auf diese Weise systematisch „noch andere Reihen“ (Äußerung 31a bzw. Triade 23) zu erzeugen. Gleichzeitig wird daran auch deutlich, wie Maya sich die Relationen zwischen Permutationen von drei Elementen zu Permutationen von vier Elementen vorstellt. Es erinnert als mathematisch *vereinbarte Narration* an die ersten Schritte eines Beweises im Sinne der vollständigen Induktion: Was für n gezeigt ist, soll nun für $n+1$ gezeigt werden. Damit entnimmt Maya dem Diagramm der Kärtchenreihenfolgen eine Inskription und entwirft daran eine Weiterentwicklung, die dazu führt, dass Maya ein weiteres Diagramm entwickelt und gestisch auf den Tisch aufzeichnet. Mayas Mathematiktreiben an dieser Stelle entspricht dem, was bspw. bei Dörfler (2006a) in Anlehnung an Peirce als *diagrammatisches Arbeiten* beschrieben ist (vgl. Dörfler, 2006a, S. 102f; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2). Es wäre im weiteren Verlauf der Interaktion oder zu einem späteren Zeitpunkt möglich, Mayas Gestik als z. B. schriftbasierte Inskription materiell zu fixieren bzw. aus Mayas Gestik eine solche Inskription auf Papier zu entwickeln, die dann Reihenfolgen der Länge $n+1$ zeigt. Die Gestik übernimmt im Moment der Darstellung die *Funktion einer Inskription*. Es scheint für Maya die Gestik an sich bedeutsam und es ist ihr Modus der Wahl, möglicherweise gerade aufgrund der gegebenen Ausdrucksmöglichkeiten der Gestik (vgl. Kap. 3.1.2). Die von Schreiber (2010) aufgeführte *Mobilität* als Eigenschaft von Inskriptionen (vgl. Schreiber, 2010, S. 27) kann Mayas Gestik bereits dadurch zugeschrieben werden, weil sie als Teil der Daten der vorliegenden Arbeit auf Video

aufgezeichnet und damit potentiell an anderem Orte wieder abspielbar wäre. Diese Videoaufnahme ist aber im Sinne von der dadurch gewonnenen potentiellen Mobilität der Geste unabhängig von der Situation zwischen den Schüler*innen und ausschließlich bezogen auf die Forschende zu sehen. Die Schüler*innen haben ja tatsächlich keinen Zugriff auf das Video. Die *Mobilität* dieser gestischen Inskription für die Schüler*innen in der Situation ist gegeben, weil sie einerseits z. B. im Fortgang der Interaktion einen gewissen Grad an Konventionalisierung erfahren könnte (vgl. Fricke 2007, 196; Huth 2014, 196; Kap. 3.1.3 u. Kap. 3.2.3), z. B. dann, wenn Dennis diese Geste aufgreift und möglicherweise daran weiter im Arbeitsbereich gearbeitet wird. Sie ist durch Maya materialisiert im Arbeitsbereich gezeichnet und kann weiterbearbeitet werden. Es könnte daraus im weiteren Verlauf zudem tatsächlich eine mit den Papierkärtchen dokumentierte Erweiterung von Reihenfolgen um ein Element erfolgen. Ein solcher Gebrauch der Geste könnte dazu führen, dass die Schüler*innen sie als etabliertes Zeichen wiederholt nutzen, um bspw. auf die erweiterte Permutation von $(n+1)=4$ zu verweisen oder daran diese Erweiterung im Sinne von mehreren solchen Reihen weiterentwickeln.

Der erste Teil der Geste von Maya verweist also gewissermaßen auf ein Zwischenergebnis des Zeichenprozesses der beiden Schüler*innen im Peirce'schen Sinne, einen *quasi-finaler Interpretant* (vgl. Peirce, 2000c, SEM III, S. 225; Schreiber, 2010, S. 101f; Kap. 6.2), die Reihenfolge der Länge drei, die beispielhaft aus dem bereits bearbeiteten Diagramm aller Reihenfolgen der Länge drei herausgeschoben wird. Die folgende gestische Erweiterung an dieser Reihe um eine vordere Position verweist dann hier auch auf die Mobilität des Diagramms, das *quasi-materiell fixiert* durch die Geste erweitert wird. Auf diese Weise kann sie potentiell auch das gestalten, was in Gestikforschung, Interaktionstheorie und Semiotik als sogenannter *common ground* aus *grounding-Prozessen* zwischen Interagierenden hervorgehend (Holler & Wilkin, 2011, S. 135; Kap. 3.3) oder auch nach Peirce als *commens* bezeichnet wurde (vgl. Holler & Wiklin, 2011, S. 134ff; Krummheuer, 1992, S. 6f u. S. 18f; Peirce, 1998, EP II, S. 478; Tomasello 2008, S. 77; Kap. 6.2 u. Kap. 7.1). Die beispielhaft auf die Tischplatte projizierte Reihenfolge der Länge drei, an der regelgeleitet eine Erweiterung um eins gestisch vorgenommen wird, ist damit elementarer Teil des gemeinsamen Deutungsrahmens der Interagierenden. Maya entnimmt etwas als gemeinsam geteilt Geltendes (vgl. Krummheuer 1992, S. 18) und erweitert es um ihre Idee der neuen vorderen Position. Ist diese Idee in der Folge potentiell interaktiv etabliert, kann auch dies wiederum den gemeinsamen Deutungsrahmen erweitern.

Die Betrachtung der nachgelegten Kärtchenreihenfolgen als Inskriptionen und in der Gesamtschau als mathematisches Diagramm im Peirce'schen Sinne (vgl. Dörfler 2006a, S. 103; Peirce, 2000c, SEM III, S. 225; Schreiber, 2010, S. 27f; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2) lässt über diese Anwendung von Eigenschaften von Inskriptionen auf Mayas Gestik hinaus Rückschlüsse bezüglich der Bedeutung von Gesten als mathematische Zeichen zu. Wenn mathematische Objekte nicht unabhängig zu ihrer Darstellungsweise sind und mathematische Objekte z. B.

schriftlich materialisiert sind (vgl. Schreiber, 2010, S. 14f; Dörfler, 2005, S. 172; Dörfler, 2006a, S. 103), so kann man für Mayas Gestik im Umkehrschluss annehmen, dass sie hier gestisch nicht auf etwas Abstraktes verweist, sondern durch ihre Darstellung das mathematische Objekt der erweiterten Reihe um eine $(n+1)$ -3. Position selbst in ihrer inskriptional gebrauchten Gestik Gestalt annimmt. Maya *schreibt* das bestehende Diagramm – die bereits gefundenen Kärtchenreihen – mit ihrer Gestik fort und zeigt, welche Relationen sie zwischen der Grundmenge n und der sich daraus ergebenden Anzahl an Permutationen sieht am mathematischen Objekt einer Reihenfolge mit $(n+1)$ Positionen bzw. mit $(n+1)$ zu besetzenden Plätzen. Die Gestik erweist sich hier als konstitutiver Teil des Betreibens von Mathematik. Sie erzeugt die mathematischen Objekte und materialisiert sie als gezeichnete und erweiterte Reihenfolge(n).

Aus den Analysen heraus lassen sich auch Beobachtungen bezüglich des Zusammenspiels von Lautsprache und Gestik beschreiben und mithilfe weiterer Theorien modellieren: In Bezug auf die von Fricke (2012) dargestellte *Code-Integration* und *Code-Manifestation* als Nachweis der grundlegenden Multimodalität von Sprache (vgl. Fricke, 2012, S. 4, S. 47 u. S. 75; Kap. 3.2.3) lässt sich die Theorie für die untersuchte mathematische Sequenz adaptieren: Zentrale mathematische Aspekte in Bezug auf das gegebene mathematische Problem werden sowohl in der Lautsprache als auch in der Gestik, und in der hier untersuchten Interaktion an einer Stelle auch in Form einer Handlung, dargestellt. Maya nutzt in Äußerung 3a u. 3b bzw. Triade 3 und 4b ihre Gestik und Lautsprache sowohl als Darstellung für den Fixpunkt der Permutation auf der mittleren Position als auch für das Konzept der Vertauschung. Der Druck des Daumens auf die mittlere Position und die Fixierung dieser (vgl. Äußerung 3a.4ff) soll hier als Fixpunkt-Geste bezeichnet werden. Die Besetzung dieser Position wird von Maya gleichzeitig lautsprachlich beschrieben als „wenn jetzt der Schneetiger in der Mitte ist“ (Äußerung 3a bzw. Triade 3). Dabei wird die Fixierung einer Position zunächst ausschließlich in der Geste (Druck mit dem Daumen) deutlich. Auf die Positionen eins und drei wird mit dem Daumen im Anschluss nur getippt (vgl. Äußerung 3a.8ff), was im Gegensatz zur vorherigen Fixpunkt-Geste einen deutlich anderen Charakter aufweist. Lautsprachlich wird dieses Tippen mit „und dann kann der **da** und der **da**“ (Äußerung 3a bzw. Triade 3) begleitet. Die Besetzungen von Position eins und drei werden nicht mehr mit dem konkreten Tier benannt, sondern austauschbar mit einem lokalen Adverb umschrieben. Daran lässt sich zeigen, dass auch in der Lautsprache eine Unterscheidung von Fixpunkt und austauschbaren Besetzungen vorgenommen wird, die aber möglicherweise weniger als die Druck-Geste die Charakteristik des Festhaltens unterstreicht. In Äußerung 3b beschreibt Maya dann schließlich lautsprachlich „und dann kann mers aber noch mal **umgekehrt** machen\ (.) **so**“ (Äußerung 3b bzw. Triade 4b), wobei die Betonung einerseits auf dem Adjektiv *umgekehrt* und andererseits auf dem Adverb *so* liegt. Zeitgleich werden bei „**so**“ durch Maya die Kärtchen auf Position eins und drei vertauscht, über den jeweils ausgetauschten Positionen kurz gehalten und dann wieder zurückgeführt (vgl. Äußerung 3b.17ff). Man kann also von einer *Code-Integration* des mathematischen Konzepts des Fixpunktes und des Vertauschens in

beiden Modi – in der Lautsprache und in der Gestik – sprechen. Die *Code-Manifestation* aus Fricke (2012) linguistischer Theorie lässt sich als das Manifestieren mathematikspezifischer Strukturen in beiden Modi als mathematisches Agieren übertragen. Diese lässt sich am hier analysierten Beispiel an der oben ausführlich besprochenen mit *inskriptionalem Charakter* und im Sinne des *diagrammatischen Arbeitens* gebrauchten komplexen Gestenabfolge von Maya am Ende der Sequenz belegen (vgl. Ausführungen oben) zur Erweiterung der Reihenfolgen um eine jeweils vordere Position. In der Übertragung der linguistischen Theorie Fricke (2012) ließe sich damit auf das Beispiel bezogen eine Multimodalität im Mathematiklernprozess aufzeigen: Beide Modi stellen mathematische Objekte dar und in beiden Modi lassen sich mathematische Strukturen als manifestiert rekonstruieren. Das Mathematiktreiben der Lernenden zeigt sich damit als multimodales Agieren im Lernprozess.

Im Interaktionsverlauf bzw. Zeichenprozess zeigt sich zudem die u. a. in Kapitel 3.1.3 der vorliegenden Arbeit diskutierte enge Verzahnung von Gestik und Handlung: Während die bestehende sechste Kärtchenreihenfolge von Maya gestisch durch Drücken und Tippen auf die einzelnen Positionen hervorgehoben wird unter besonderer Betonung des Fixpunktes (vgl. Äußerung 3a.4ff), wird die mit diesem Fixpunkt verbundene weitere mögliche Reihenfolge in einer *als-ob*-Positionierung handelnd modellartig vorgeführt, um gleich darauf wieder den Ausgangszustand der Reihe herzustellen (vgl. Äußerung 3b.17ff). Damit wird das kombinatorische Konzept der Vertauschung im Modus der Handlungen ausgeführt, während die tippende Gestik zuvor auf Position eins und drei bereits aufgrund des hintereinander Ausführens der Tippbewegung als Verweis auf deren Austauschbarkeit gedeutet werden kann.

Es zeigen sich im Verlauf der ausgewählten und analysierten Sequenz weitere Stellen, an denen das Zusammenspiel von Gestik, Handlung und Lautsprache besondere Bedeutung erhält. Als Beispiel hierfür können die Äußerungen 10a bis 17 bzw. die Triaden 7b bis 11b angeführt werden: In diesem Abschnitt der Interaktion bzw. des Zeichenprozesses verschiebt Dennis Kärtchenreihenfolge sieben, offenbar um weitere Reihenfolgen zu erzeugen. Damit möchte er entweder eher unsystematisch neue Reihenfolgen finden oder auch Mayas vorher dargestellte Fälle der Besetzung der mittleren Position mit dem weißen Tiger nachstellen und auf diese Weise die bereits gefundenen Reihenfolgen auf ihre Vollständigkeit hin untersuchen. In Äußerung 10a u. 10b bzw. Triade 7b erzeugt Dennis die Reihenfolge *Elefant – weißer Tiger – brauner Tiger*. Er fragt sich offenbar vornehmlich selbst „(ob) wir des scho- hatten/“ (Äußerung 10b bzw. Triade 7b). Es scheint so, als würde er während bzw. durch die Verschiebung die Reihe erst erzeugen, möglicherweise nur mit der Idee vor Augen, die mittlere Position mit dem weißen Tiger zu besetzen. Es könnte hier also das eine Rolle spielen, was Fetzer (2009, 2019) mit ihrem Ansatz der Objekte als Partizipierende in mathematischen Interaktionen (vgl. Kap. 5.1) beschrieben hat: Das gegebene Material, die Objekte im Arbeitsbereich gestalten als nicht-menschliche Agierende die Interaktion mit. Sie determinieren durch ihre besonderen Materialeigenschaften die Vorgehensweise der

Beteiligten und stellen den Rahmen bereit, innerhalb dessen Dennis' Aktion hier bedeutsam für das gemeinsame übergeordnete Ziel der Entwicklung einer Lösung zum gegebenen mathematischen Problem ist und interpretierbar wird. Maya lässt sich auf sein Vorgehen des Versuchens und Ausschließens ein und bewertet seine so erzeugte Reihenfolge in Äußerung 13 bzw. Triade 9b. Auch wenn Dennis sie hier nicht direkt adressiert, etwa anspricht, stimmt sie ihr weiteres Agieren auf diese vorausgehende Handlungsabfolge von Dennis ab. Dennis scheint zeitgleich ausschließlich gestisch seine gestellte Frage selbst zu beantworten, indem er auf Kärtchenreihenfolge fünf deutet, die eine Dopplung zur von ihm erzeugten Reihenfolge darstellt. Bemerkenswert ist mit Blick auf den im theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit dargestellten Ansatz der *Matches* und *Mismatches* (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 26; Kap. 5.4), dass hier offenbar die Kooperation der Schüler*innen so weit geht, dass sozusagen ein *gemeinsamer Mismatch* von Dennis und Maya erzeugt wird: Während Dennis gestisch die doppelte Reihenfolge fünf durch ein zweifaches, also ebenso doppeltes Tippen anzeigt, verneint Maya lautsprachlich, dass die eben erzeugte Reihenfolge bereits vorhanden ist „ähäh(...)" (Äußerung 13 bzw. Triade 9b). Mayas Lautsprache drückt also etwas anderes, hier sogar eher Gegenteiliges zu Dennis' zeitgleicher Gestik aus. Auf diesen *Mismatch* folgt bei Maya unmittelbar anschließend eine lautsprachliche Korrektur ihrer eigenen Verneinung „oder doch hatten wir (...+) jetzt wieder zurück-" (Äußerung 13 bzw. Triade 9b). Möglicherweise erzeugt sie diese Korrektur aufgrund der Beobachtung von Dennis' Geste und aus einer durch den gemeinsam erzeugten *Mismatch* entstehenden Irritation heraus, die potentiell zur Reflexion über eine mögliche Auflösung dieser führt. Nach einer weiteren Veränderung der Kärtchenreihenfolge sieben zur Anordnung *brauner Tiger – weißer Tiger – Elefant* in Äußerung 14 bzw. Triade 10a durch Dennis, die erneut durch Maya kommentiert wird (vgl. Äußerung 15 bzw. Triade 10b), äußert Dennis dann den kollektiv erzeugten abduktiven Schluss, dass sie alle Reihenfolgen gefunden haben müssten (vgl. Äußerung 16 bzw. Triade 11a). Wie selbstverständlich arbeiten die Schüler*innen hier im wörtlichen Sinne Hand in Hand um die Ausgangssituation bzw. die Ursprungsreihung von Kärtchenreihenfolge sieben wieder herzustellen (vgl. Äußerung 16 u. 17 bzw. Triade 11a u. 11b): Maya legt das Elefantenkärtchen auf die mittlere Position zurück während Dennis die restlichen beiden Kärtchen wieder auf die Ursprungspositionen zurückschiebt. Sie agieren hier hochgradig kooperativ und das ohne eine explizite bspw. lautsprachliche Abstimmung darüber, was möglicherweise auf einer „language of friendship" (Edwards, J.-A., 2007, S. 1190; vgl. Kap. 8.5) zwischen Maya und Dennis basiert und zugunsten der übergeordneten gemeinsamen Rahmung geschieht, eine Lösung zum gegebenen mathematischen Problem zu entwickeln. Zunächst scheinbar vorhandene *Rahmungsdifferenzen* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 37ff; Kap. 4.2), wie sie sich z. B. zu Beginn der analysierten Sequenz offenbar zwischen Maya und Dennis zeigen (vgl. Semiotische Prozess-Karte Dann ham ma alle), werden an dieser Stelle in der Weise aufgelöst, dass sich hier Maya an Dennis' Rahmung und Vorgehensweise offenbar stärker anzupassen oder daran zu orientieren scheint. Aus dem gemeinsamen Agieren etabliert sich mutmaßlich dann eine Routine, die sich so beschreiben

lässt, dass Dennis Reihenfolge sieben verändert und Maya überprüft, ob die so entstandene Reihenfolge bereits in den dokumentierten Kärtchenreihenfolgen vorkommt (vgl. Äußerungen 10a bis 17 bzw. Triaden 7b bis 11b). Dabei nutzt Maya Hinweise von Dennis (vgl. Äußerung 12) um selbst ihre Einschätzungen zu reflektieren und potentiell auch zu revidieren.

Es wurden bereits ausführlich bedeutsame Gesten im Verlauf der analysierten Interaktion bzw. dem Zeichenprozess besprochen: Mayas Fixpunkt-Geste zu Beginn in Äußerung 3a bzw. Triade 3, Dennis' zweifaches Tippen auf die fünfte Kärtchenreihenfolge in Äußerung 12 bzw. Triade 9a zum Anzeigen des doppelten Vorkommens dieser Reihe in der Lösungsmenge sowie die komplexe Gestenbewegung Mayas am Ende der Sequenz in Äußerung 31a und 31b bzw. Triade 23 und 25, wobei deren *inskriptional-diagrammatische Charakter* in Anlehnung an Peirce' Zeichentheorie und Dörfners (2006a) und Schreibers (2010) Ausführungen herausgestellt wurde.

Im Sinne der Gestenkategorien nach McNeill (1992, 2005) und Müller (1998), die in Kapitel 3.1.4 der vorliegenden Arbeit ausführlich dargestellt wurden, sollen nun noch weitere zwei ausgewählte Gesten der Schüler*innen eine theoretische Einordnung erfahren: Mayas Gestik aus Äußerung 15 bzw. Triade 10b und Dennis Gestik aus Äußerung 21 u. 23 bzw. Triade 16 und 18:

Mayas Äußerung 15 bzw. Triade 10b weist die sechste Kärtchenreihenfolge offenbar als doppelt zu der Kärtchenreihe aus, die Dennis in Triade 10a erzeugte. Gestisch zeigt Maya dazu die sechste Kärtchenreihe an, und zwar entgegen der Leserichtung, also von Position drei aus in einer konstanten Bewegung über die gesamte Reihe. Sie betrachtet hier offenbar die Kärtchenreihenfolge weniger im Aufbau von Position eins beginnend, sondern als Ganzes, als Abbildung oder auch Synonym zu der von Dennis generierten Reihenfolge. Die zunächst klassische Zeigegeste zeigt im Sinne McNeills (1992, 2005) neben der *deiktischen* auch eine *ikonische Dimension*, indem Maya die Reihenfolge in ihrer Gestalt als Gesamtheit nachfährt. *Indexikalisch* verknüpft die Geste die sechste Reihenfolge mit der von Dennis erzeugten Reihenfolge. Als *Metapher* für Wiederholung könnten die anschließenden kreisenden gestischen Bewegungen über der Reihenfolge sechs und möglicherweise auch Reihenfolge sieben gedeutet werden. Die zweifache Tippgeste am Ende der Bewegung auf die mittlere Position der sechsten Kärtchenreihenfolge zeigt gleich mehrere Besonderheiten: Man könnte Maya hier ein Aufgreifen von Dennis' Zeichen aus Äußerung 12 bzw. Triade 9a unterstellen. Auch Dennis tippte zweimal auf Kärtchenreihenfolge fünf, was mutmaßlich auf deren doppeltes Vorkommen in der Lösungsmenge verwies. Diese Deutung des Anzeigens einer Dopplung kann hier auch für Mayas Gestik aufgeführt werden. Damit würde Maya also Zeichen ihres Gesprächspartners Dennis aufgreifen und sie an einer Stelle verwenden, an der es zentral ist, ihn von ihrer Einschätzung zu überzeugen: Sie ist der Meinung, die aktuell fragliche und von Dennis fokussierte Reihe ist bereits in der Lösungsmenge vorhanden und teilt Dennis dies auch lautsprachlich mit. Maya versucht gestisch, mutmaßlich beabsichtigt mit

den von Dennis übernommenen Zeichen, ihre Sichtweise deutlich zu machen. Sie übernimmt dabei Dennis' Zeichen nicht rein in deren äußerlichen Gestalt des Tippens, sondern auch in der Zeichendeutung, die sie mutmaßlich ihm unterstellt gemeint zu haben. Darüber hinaus setzt Mayas Tippbewegung ausgerechnet an der mittleren Position der Reihenfolge sechs an. Damit könnte sie zeitgleich ihre eigenen Zeichen aus dem vorausgehenden Zeichenprozess aufgreifen und die Fixpunkt-Idee somit weiterentwickeln und mit dem Ansatz von Dennis verbinden: Sie betont von Beginn an die mögliche zweifache Besetzung der mittleren Position (vgl. Äußerung 1, 3a u. 3b bzw. Triade 1, 3 u. 4b), die aber anscheinend von Dennis zunächst zumindest nicht explizit aufgegriffen wird und zeitweise wohl eher im Hintergrund bedeutsam bleibt. Maya könnte nun an einer Stelle, an der Dennis' Vorgehen vorrangig den Aushandlungsprozess zu bestimmen scheint mit einer Form von Gesten-Mimikry (vgl. Holler & Wilkins, 2011; Kap. 3.3) seiner Zeichen ihre eigene Idee noch einmal explizit in Verhandlung bringen wollen und verbindet daher seine Idee mit der ihrigen über die gestische Anzeige der mittleren Position. Deutet man also Mayas konstantes Anzeigen von Reihenfolge sechs, die kreisende Bewegung über Reihe sechs (und sieben) und ihr zweifaches Tippen auf die mittlere Position am Ende der Gestenfolge als Hinweis auf die gesamte Reihenfolge, der an einer für Maya zentralen und auch die räumliche Mitte des gemeinten Objektes Reihenfolge umschreibenden Stelle ausgeführt wird, so ließe sich diese Gestenfolge im Sinne Müllers (1998) Kategorien als *zeichnende Geste* mit *kohäsiver Dimension* oder *catchment Funktion* nach McNeill (1992, 2005) beschreiben (vgl. McNeill, 1992, S. 16f; McNeill 2005, S. 41 u. S. 164ff): Es handelt sich um eine konstante nachzeichnende Bewegung über der Reihe (*zeichnende Geste*), und das Tippen auf die mittlere Position bzw. der Fixpunkt *Mitte* steht potentiell für die Gesamtheit der Reihe. Die Geste bringt darüber hinaus Mayas Fixpunkt-Idee erneut in den Vordergrund (*kohäsive Dimension, catchment*).

Etwas diffiziler gestaltet sich die Einordnung der zweifach kreisenden Bewegung mit dem zeigenden Finger über Reihenfolge sechs, wie sie von Maya nach dem Nachzeichnen der Reihe und vor dem Tippen auf die mittlere Position gezeigt wird, wenn man sich ausschließlich an Müllers (1998, 2013) Kategorien orientiert (vgl. Müller, 1998, S. 115ff; Müller, 2013, S. 712ff; Kap. 3.1.4): In den Analysen wurde herausgearbeitet, dass diese doppelte Kreisbewegung durch die Wiederholung und die Form der mit dem Finger gezeichneten Kreisfigur über der Reihe im Zusammenspiel mit der zeitgleich geäußerten Lautsprache „ja/ hatten wir schon\ (.) guck“ (Äußerung 15) auf das doppelte Vorhandensein der gemeinten Reihe in der Lösungsmenge verweist. Fraglich bleibt nach Müllers (1998, 2013) Beschreibungen, ob es sich bei dem Konzept der *Wiederholung* oder *Dopplung*, auf das hier mutmaßlich verwiesen wird, um ein nicht materiell verfügbares Objekt handelt, das durch die Geste in den Gestenraum *gezeichnet* wird oder darin durch die Hand *modelliert* wird oder ob es sich gar um eine *agierende* Geste handelt, die den Vorgang der Wiederholung als gleiche, kreisförmige Bewegungsabfolge darstellt. Man könnte sogar die Kategorie des *Repräsentierens* nach Müller (1998) bemühen, wenn man Mayas Hand in dieser Sequenz als quasi-

materialisiertes Objekt der *Wiederholung* oder *Dopplung* betrachtet, das durch die Möglichkeiten der Handbewegung hier dargestellt wird (vgl. Müller, 1998, S. 119; Kap. 3.1.4).

Gegenseitig aufgegriffenen Zeichen, die inhaltlich potentiell einzelne Teile des Diskurses im Interaktionsfluss verbinden können (vgl. Kap. 3.1.4), wie dies für das Tippen von Maya in Äußerung 15.6f gezeigt werden konnte, könnten in dieser Theorie gedeutet hier auch das gestalten, was ich in Anlehnung an Arzarello und Paola (2007) in Huth (2011c) als „semiotic game among equals“ (Huth, 2011c, S. 3ff) bezeichnet habe (vgl. Kap. 5.1). Die Schüler*innen entwerfen in der Interaktion ein gemeinsames Repertoire an Zeichen, das sie nutzen, um den Aushandlungsprozess und das gegebene mathematische Problem zu gestalten. Sie zeigen dabei an verschiedenen Stellen, dass sie hochgradig kooperativ zusammenarbeiten zugunsten der übergeordneten Rahmung der Entwicklung einer Lösungs idee (vgl. Ausführungen oben) und es keine vorab festgeschriebene oder im Voraus zugewiesene Rollenverteilung etwa im Sinne eines*r Experten*in und eines*r Novizen*in gibt. Diese emergiert und etabliert sich vielmehr ebenso wie das zur Verfügung stehende Zeichenrepertoire im Verlauf des Zeichenprozesses und scheint in der hier analysierten Sequenz überaus flexibel zu sein: Während Maya zu Beginn offenbar eher die Rolle einer fast schon anleitenden Lehrperson mit ihrem Beobachtungsauftrag an Dennis übernimmt (vgl. Äußerung 1), dominiert im weiteren Verlauf offenbar eher Dennis' zuerst aktivierte Rahmung des Suchens nach weiteren Reihenfolgen und er ist dann auch derjenige, der den abduktiven Schluss äußert, alle Reihenfolgen gefunden zu haben. Am Ende der Sequenz scheint wieder eher Mayas Fixpunkt-Idee präsent zu sein, die Grundmenge zu erweitern und so weitere Reihenfolgen mit der Erzeugung einer $(n+1)$ -3. Position zu erhalten. Gemeinsam verwendete Zeichen bergen in dieser Interaktion von Maya und Dennis dann immer auch das Potential, auf diese Weise Bestand über den Verlauf der Interaktion zu erhalten. Sie werden potentiell genutzt, um wiederholt auf Ähnliches zu verweisen, erfahren so einen gewissen Grad an Konventionalisierung (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Kap. 3.1.3 u. Kap. 3.2.3) und gestalten dabei gleichzeitig den *common ground* (vgl. Kap. 6.3 u. Kap. 7.2) als einen gemeinsamen Deutungshintergrund, der die stärker individuell gefärbten Situationsdefinitionen der Schüler*innen durch die Einbettung in die soziale Situation bzw. die Interaktion mit anderen einerseits determiniert und gleichzeitig andererseits auch durch die Aktivierung daraus erwachsender gemeinsamer Rahmungen selbst wiederum erweitert wird.

9.3.4 Komparation der Analysen der Beispiele 1 bis 3 im mathematischen Bereich Kombinatorik

In den nun folgenden Ausführungen sollen im Querschnitt alle drei Analysen der Interaktionssequenzen aus dem mathematischen Bereich der Kombinatorik im Vergleich betrachtet werden ²³⁵ (vgl. Komparationsdimensionen, Kap. 8.2.1). Die vorliegende Komparation wird von dem übergeordneten Forschungsfokus meiner Arbeit geleitet (vgl. Kap. 7.3):

*Wie nutzen Grundschüler*innen Gestik und Lautsprache, insbesondere in deren Zusammenspiel, um ihre mathematischen Ideen in den interaktiven Aushandlungsprozess einzubringen und über den Verlauf der Interaktion aufzugreifen, möglicherweise weiterzuentwickeln oder auch zu verwerfen?*²³⁶

Der Vergleich soll anhand von ausgewählten Gesichtspunkten und über alle drei Beispiele (Kombinatorik: Beispiel 1, 2 und 3)²³⁷ gezogen werden. Diese lassen sich aus den Analysen ableiten und beleuchten zentrale Punkte der Interpretationen der drei Sequenzen, wodurch eine strukturierte vergleichende Betrachtung möglich wird.

Die ausgewählten Gesichtspunkte der Komparation sind:

1. Die *vergleichende Betrachtung von Gesten*, die in den einzelnen oder allen drei Sequenzen jeweils von den Interagierenden erzeugt werden;
2. Die *Beschreibung der Funktionen* dieser rekonstruierten Gesten in den drei Sequenzen;
3. Der *Vergleich von Rahmungen und Rahmungsdifferenzen*, die über den Verlauf der Interaktion emergieren. Dabei werden auch damit in Verbindung stehende *abduktive Schlüsse* (vgl. Peirce 1934, CP 5.151 u. CP 5.18; Kap. 6.5) betrachtet, die von den Schüler*innen innerhalb der analysierten Sequenzen hervorgebracht werden, und zwar unter Beachtung der jeweiligen Entstehens-Situation im Verlauf der Interaktion.

Alle drei betrachteten Interaktionssequenzen der untersuchten Schüler*innen-Tandems (im Folgenden auch Beispiel 1, 2 und 3 genannt) entstanden im mathematischen Bereich der Kombinatorik und alle darin agierenden Schüler*innen beschäftigen sich mit demselben mathematischen Problem der Permutation von drei Elementen. Dies ist eingekleidet in einen

²³⁵ Hier wie im Folgenden bezieht sich der Vergleich auf die aus der Analyse gewonnenen Interpretationen. Es werden also nicht die Sequenzen, sondern vielmehr die Analyseergebnisse der jeweiligen Sequenzen miteinander verglichen.

²³⁶ Die ausdifferenzierenden weiteren Forschungsfragen zu diesem übergeordneten Forschungsfokus (vgl. Kap. 7.3) werden in Kapitel 10 in Bezug auf die Forschungsergebnisse eingeordnet.

²³⁷ Die Beispiele sind insgesamt entsprechend ihrer Darstellungsreihenfolge innerhalb der vorliegenden Arbeit durchnummeriert: In der Kombinatorik werden Beispiel 1 (Jakob und Claus), Beispiel 2 (Jana und Ayse) und Beispiel 3 (Maya und Dennis) betrachtet. In der Komparation zur Geometrie wird die Nummerierung zugunsten einer geeigneten Zuordnung fortgesetzt (Beispiel 4: Jana und Ayse und Beispiel 5 Maya und Dennis).

Zirkuskontext und dem Erstellen von Reihenfolgen in Form von Tierpolonaisen auf einem Podest (vgl. mathematisches Situationspattern I, Anhang I-1).

Es handelt sich zunächst mit Blick auf die organisatorischen Gegebenheiten um vergleichbare mathematische Interaktionen: Sie wurden jeweils von zwei Schüler*innen aus jeweils zweiten Klassen²³⁸ und der begleitenden Person (B) im Laufe eines Schulvormittags durchlaufen (vgl. Kap. 8). Dabei fanden die Aufnahmen in einem separaten Raum statt und wurden anhand eines mathematischen Situationspattern im Voraus geplant und in der Durchführung gestaltet (vgl. Anhang I-1). Das jeweilige Situationspattern wurde als Orientierungshilfe für die begleitende Person in den jeweiligen Situationen bei der Arbeit mit den Schüler*innen genutzt (vgl. Kap. 8.4).

Zum ersten Gesichtspunkt – vergleichende Betrachtung von erzeugten Gesten: Eine erste Beobachtung bezüglich des Gebrauchs von Gesten lässt sich zunächst über alle drei untersuchten Situationen in Bezug auf den Bereich der Kombinatorik nachzeichnen. Die gezeigten Gesten der Schüler*innen umfassen nicht nur das Spektrum von aufmerksamkeitssteuernden oder rein die Lautsprache unterstützenden bzw. unterstreichenden und damit zur Lautsprache weitgehend redundanten Gesten. Vielmehr nutzen die Schüler*innen in allen Beispielen insbesondere ihre Gesten, um für die Situation bedeutsame mathematische Zusammenhänge und ihre Deutungen von etwas Bestimmtem und für sie mathematisch Relevantem darzustellen. Dies deckt sich auch mit früheren Forschungsergebnissen (vgl. u. a. Huth, 2011a, 2011b, 2011c, 2013, 2014). Zu nennen sind in der vorliegenden vergleichenden Betrachtung der drei Beispiele aus der Kombinatorik etwa *Fixpunktgesten*, *Permutationsgesten* und solche Gesten, welche auf die Deutung dessen verweisen, was die Schüler*innen in dem jeweiligen Moment des Äußerungsereignisses unter einer *Reihenfolge* verstehen oder diesbezüglich betonen möchten. Um hier einen Überblick zu erhalten, werden im Folgenden die gebrauchten Gesten im Vergleich jeweils in einer Tabelle als Bildfolgen²³⁹ aufgeführt und im Anschluss näher erläutert (vgl. Tab. 9.3.4_8 bis 9.3.4_16). Es fällt auf, dass die oben genannten Gesten (*Fixpunktgesten*, *Permutationsgesten* und *Reihenfolgegesten*) in den einzelnen Sequenzen durchaus unterschiedlich von den Interagierenden ausgeführt werden, auch wenn sich über alle drei Sequenzen diese Gesten finden lassen. Diese Beobachtung legt den Schluss nahe, dass sich Gesten in kombinatorischen Interaktionen Lernender offenbar nicht etwa in festgelegten Gestalt-Bedeutungs-Lexika – z. B. spezifisch für diesen mathematischen Bereich oder problemspezifisch – sammeln lassen, sondern vielmehr determiniert sind von interaktionalen Emergenzen und ganz bestimmten, gerade relevanten und kollektiv hervorgebrachten Bedeutungszuschreibungen zu mathematischen Aspekten. In ihrer tatsächlichen Ausführungsgestalt sind sie darüber hinaus sicherlich auch etwa von individuellen










²³⁸ Jedes Schüler*innen-Paar stammte dabei aus der gleichen zweiten Klasse.

²³⁹ Die Bildfolgen in den Tabellen sind den jeweiligen Semiotischen Prozess-Karten (Kap. 9.3.1 bis Kap. 9.3.3) entnommen und daher analytisch gestützt ausgewählt.

Ausdrucksweisen beeinflusst. Was aber durchaus vergleichbar erscheint, ist ihr eigentliches Auftreten, und zwar an offenbar von dem gegebenen mathematischen Problem abhängigen, zentralen Stellen im Interaktionsverlauf. Ebenso vergleichbar ist ihr Verweis auf bestimmte Deutungen vergleichbarer mathematischer Aspekte, die offenbar immer wieder in den drei betrachteten Kombinatorik-Sequenzen für die Beteiligten an Bedeutung gewinnen.²⁴⁰ Den oben genannten Gesten der Schüler*innen kann man somit spezifisch auf das gegebene mathematische Problem bezogen eine inhaltliche Tiefe und allgemein-mathematisch eine fachspezifische Dimension zuschreiben. Bemerkenswert ist das durchaus flexible Gestenrepertoire, das die Schüler*innen beim gestischen Ausdruck ihrer Deutungen von Permutation, Fixpunkt und Reihenfolge zeigen. Dies soll in den folgenden Tabellen ebenso wie die Gestengestalt an sich im Überblick über alle drei Beispiele deutlich werden. Es lässt sich an den Tabellen insgesamt erkennen, dass sowohl der*die gleiche Schüler*in *verschiedene* Gesten bspw. zur Reihenfolge zeigt, als auch, dass die Schüler*innen *eigene* Gesten oder die *Gesten ihres*r Interaktionspartners*in* aufgreifen und dabei auch variieren.

²⁴⁰ Die häufig geäußerte Vermutung bei Tagungen im Anschluss an meinen Vortrag, dass vor allem in Situationen, in denen geometrische Aspekte und Funktionen Thema der mathematischen Auseinandersetzung sind, Gesten erzeugt würden, können mit dem von mir gefundenen variablen kombinatorischen Gestenrepertoire der Schüler*innen nicht in dieser Eindeutigkeit bestätigt werden. Solche Annahmen stützen sich mutmaßlich oft auf die Gestaltungsmöglichkeit von Gesten, die dadurch vermeintlich besonders geeignet erscheinen, etwa dreidimensionale Körper darstellen oder räumliche Relationen ausdrücken zu können. Es gibt zahlreiche Studien zur Rolle von Gestik bei der Beschäftigung mit einem geometrischen Problem (vgl. Arzarello & Paola, 2007; Elia u. a., 2011; Kim et al., 2011; Sabena, 2008; Kap. 5). Ich konnte dagegen keine Studien bei der Recherche finden, die kombinatorische Situationen bezüglich des Gestengebrauchs analysieren.

Fixpunktgesten: Jakob und Claus: Beispiel 1

 Reihe 1		
 Reihe 2		
 Reihe 3		

Die gefundenen und nachgelegten Reihen eins, zwei und drei²⁴¹ von Jakob und Claus aus ihrer Sicht

Jakobs *Fixpunktgeste*:



Erneute spätere Ausführung der *Fixpunktgeste*:




















→ *Fixpunkt* angezeigt durch gleichzeitiges, beidhändiges Tippen auf gleich besetzte Positionen mit anschließender kurzer Pause in den Reihen eins und drei

Tab. 9.3.4_8 Jakobs *Fixpunktgesten* (Kombinatorik: Beispiel 1)

Bei den *Fixpunktgesten* im ersten Beispiel (Kombinatorik: Beispiel 1, vgl. Tab. 9.3.4_8) tippt Jakob beide Male in einer beidhändigen parallel ausgeführten Zeigegeste auf die ersten Positionen der Reihen eins und drei. Er greift in der späteren Ausführung erneut sein eigenes Zeichen weitgehend unverändert auf und zeigt gleichzeitig zwei verschiedene Reihenfolgen innerhalb aller gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen an. Parallel äußert er lautsprachlich: „un des geht jetzt (.) weil die weißen sin ja gleich und des is ja umgetauscht (..) un des geht dann“ (Äußerung 9d bzw. Triade 12a). Er bezeichnet die Positionsbesetzungen als „gleich“ und zeigt eine ebenso gleiche Zeigegeste mit beiden Händen an.

²⁴¹ Die nachgelegten Reihenfolgen werden hier wie in der gesamten vorliegenden Arbeit als *Reihen*, *Kärtchenreihen*, *Reihenfolgen* bzw. *Kärtchenreihenfolgen* bezeichnet und meinen dann immer, wenn der Begriff nicht explizit anders eingeordnet ist, die mit Kärtchen nachgelegten Reihenfolgen, die von den Schüler*innen erzeugt wurden und vor ihnen ihm Arbeitsbereich liegen.

Fixpunktgesten: Jana und Ayse: Beispiel 2

Reihe 1			
Reihe 2			
Reihe 3			
Reihe 4			
Reihe 5			
Reihe 6			

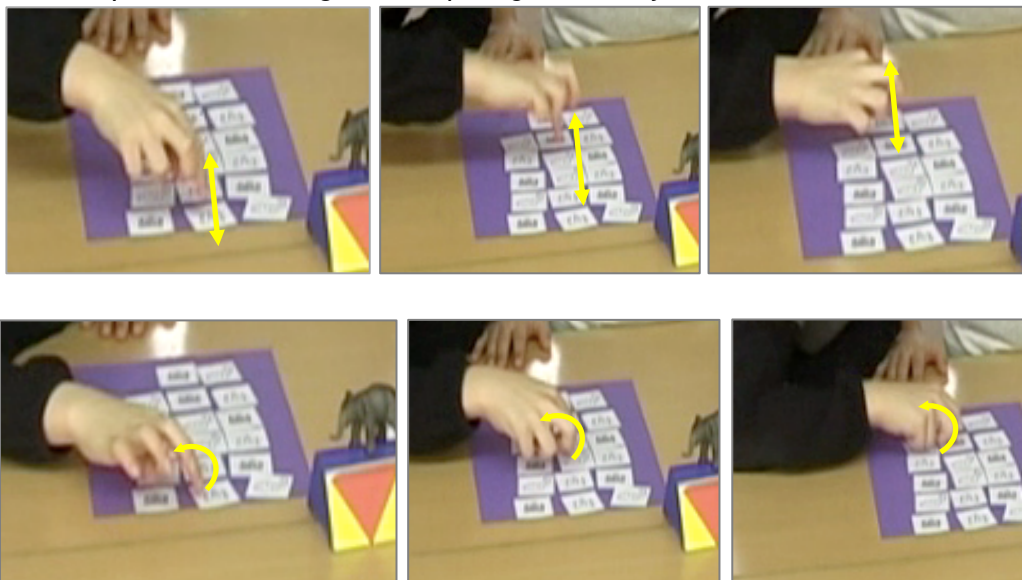
Die gefundenen und nachgelegten Reihen eins bis sechs von Jana und Ayse aus ihrer Sicht

Janas *Fixpunktgeste* an Reihenfolge fünf:



→ Anzeige des *Fixpunktes* in der mittleren Position der fünften Reihe durch Jana als gespiegelte Zeigebewegung der Interaktionspartnerin Ayse, anschließend mit einer Flachhandgeste an der Podest-Reihenfolge und schließlich in der Wiederholung der Zeigegeste auf die mittlere Position der fünften Reihe als Ausdruck der Relation bezüglich der Fixpunkte beider Reihen (Podestreihenfolge und fünfte Kärtchenreihenfolge)

Erneute spätere Ausführungen der *Fixpunktgeste* durch Jana:

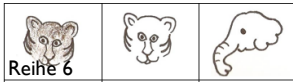


→ Gestische Anzeige der Reihenrelation als rhythmische Hin- und Herbewegung und als Tipp-Pausen-Rhythmik über der mittleren *Fixpunktposition* paarweise über alle Reihen

Tab. 9.3.4_9 Janas *Fixpunktgesten* (Kombinatorik: Beispiel 2)

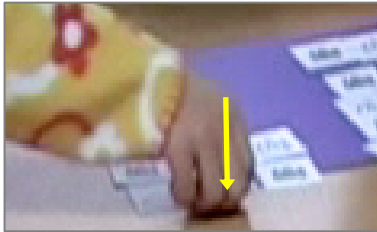
Jana in Beispiel 2 (Kombinatorik: Beispiel 2, vgl. Tab. 9.3.4_9) spiegelt zum Anzeigen des Fixpunktes zunächst die Zeigegeste ihrer Interaktionspartnerin Aysel und greift damit deren Zeichen in einer Variation auf. Das Aufgreifen der Geste verweist nicht nur auf die Ko-Konstruktion (vgl. Brandt & Höck, 2011, 2012; Kap. 4.2) der Interaktionspartnerinnen bezüglich eines anzunehmenden gemeinsamen Zeichenrepertoires, sondern macht in der Variation auch einen gegensätzlichen Standpunkt Janas zu Aysels Sichtweise deutlich. Jana variiert das von Aysel übernommene Zeichen als Spiegelung, mutmaßlich also als inhaltlich gegengleiche Erzeugung und konträren Standpunkt zu Aysels Äußerung. Dabei bleiben die Handform und der Ausführungsort als gleichbleibende Merkmale erhalten. Der Fixpunkt dient Jana zur Verortung der Relation zwischen der aktuellen Podest-Reihenfolge und der zu diesem Zeitpunkt betrachteten fünften Kärtchenreihenfolge. Die Hand wird beim Anzeigen des vergleichbaren Fixpunktes in der Podest-Reihenfolge zur Flachhand geöffnet und dann erneut als Zeigehand auf die mittlere Position der fünften Kärtchenreihenfolge ausgeführt. Lautsprachlich äußert Jana zeitgleich: „nein/ braunen Tiger hatten wir (.) erst **da** in der Mitte (.)“ (Äußerung 3 bzw. Triade 3b). In der späteren Ausführung der Fixpunktgeste wird der Fixpunkt erneut als Relation zwischen zwei paarweise untereinander liegenden Reihenfolgen innerhalb der Lösungsmenge aber auch als verbindendes, konstruierendes Merkmal der Lösungsmenge von Jana angezeigt. Dabei entwickelt Jana eine Gesten-Rhythmik, die in zwei Varianten ausgeführt wird: Einmal als Hin- und Herbewegung über den mittleren Positionen der jeweils zwei in Relation stehenden Reihenfolgen und einmal als Tipp-Pausen-Rhythmik erneut über diesen mittleren Positionen jeweils von oben nach unten über den nachgelegten Reihenfolgen. Lautsprachlich äußert Jana dazu „guck (lacht) hee hee hee“ (Äußerung 13c bzw. Triade 10a) und bei der Variation der Gesten-Rhythmik: „zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**“ (Äußerung 13d bzw. Triade 11). Sie verweist also gestisch wie lautsprachlich mit einem *Muster in der Äußerungsweise* – dreimalige Wiederholung der jeweiligen Gestenrhythmik und lautsprachlich „hee“ bzw. „zweimal **die**“ – auf ein *Muster in den nachgelegten Reihenfolgen*, das sie hier als zentral erkannt hat.

Fixpunktgesten: Maya und Dennis: Beispiel 3



Die gefundene und nachgelegte Reihe sechs von Maya und Dennis aus ihrer Sicht

Mayas Fixpunktgeste:



→ Anzeige des Fixpunktes durch Drücken mit dem Daumen auf die mittlere Position in Reihe sechs

Erneute spätere Ausführungen der Fixpunktgeste Mayas:



→ Anzeige des Fixpunktes durch wiederholtes Tippen mit dem Zeigefinger auf die mittlere Position in Reihe sechs



→ Anzeige des Fixpunktes durch Drücken mit dem Daumen auf eine neu erzeugte vordere Position in einer beispielhaften aus dem Diagramm aller Reihenfolgen extrahierten Reihe auf der Tischplatte

Tab. 9.3.4_10 Mayas Fixpunktgesten (Kombinatorik: Beispiel 3)

Mayas Anzeige des Fixpunktes (Kombinatorik: Beispiel 3, vgl. Tab. 9.3.4_10) wird durch den Druck des Daumens besonders betont. Im Zusammenspiel mit der Lautsprache wird ebenso eine Formulierung gewählt, die den Fixpunkt explizit benennt „Schneetiger in der Mitte“ (Äußerung 3a bzw. Triade 3), wobei die austauschbaren Positionen mit ebenso austauschbaren lautsprachlichen Bezeichnungen belegt sind: „dann kann der **da** und der **da**“ (Äußerung 3a bzw. Triade 3). Im Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache wird hier also

die Darstellung der Permutation erzeugt, und zwar unter besonderer Berücksichtigung von Fixpunkt und Permutationszyklen.

Permutationsgesten: Jakob und Claus: Beispiel I

Jakobs *Permutationsgeste* über den gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen eins und drei (vgl. zu den Reihen von Jakob und Claus die Abbildungen in Tab. 9.3.4_8):



→ Anzeige der *Permutation* durch Tippen tippt auf die ersten beiden Positionen der Reihenfolgen eins und drei und anschließend mehrmals hin und her über den Positionen zwei und drei dieser beiden Reihen

Erneute spätere Ausführung der *Permutationsgeste* durch Jakob:
(die Bilder sind hier als Folge in Leserichtung zu verstehen über zwei Zeilen)



→ *Permutation* als Abtippen der vertauschbaren Positionen über den Reihen eins und drei nach der Fixpunktgeste auf die ersten Positionen der beiden Reihen

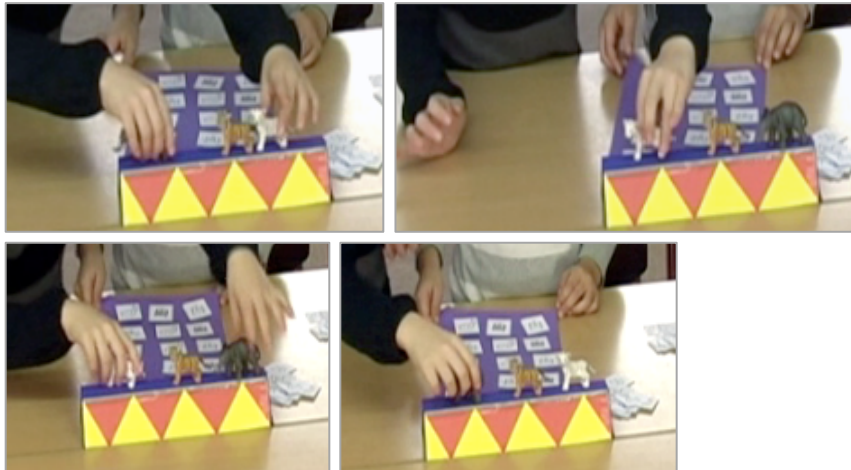
Tab. 9.3.4_11 Jakobs *Permutationsgesten* (Kombinatorik: Beispiel I)

Bei der Darstellung der *Permutation* (vgl. Tab. 9.3.4_11 bis 9.3.4_13) lässt sich erkennen, dass Jakob (Kombinatorik: Beispiel I, vgl. Tab. 9.3.4_11) eine *Geste* zeigt, die vor allem die Vertauschbarkeit der entsprechenden Positionen betont. Die *Geste* gestaltet sich in beiden Ausführungen jeweils als Folge von beidhändigen parallel ausgeführten abwechselnden Zeigebewegungen auf die entsprechend gemeinten Positionen, die den Prozess des Vertauschens dynamisch nachzeichnen. Dabei scheint Jakob alle gefundenen Reihen als Gesamtheit zu betrachten und hieraus ausgewählt an zwei aus seiner Sicht möglicherweise besonders gut zu vergleichenden Reihen eins und drei zu zeigen, dass hier die zweite und dritte Position vertauscht sind. Lautsprachlich äußert Jakob zeitgleich „un des geht jetzt (.) weil

die weißen sin ja gleich und des is ja umgetauscht (..) un des geht dann“ (Äußerung 9d bzw. Triade 12a). Die Geste von Jakob ist in der zweiten Ausführung eine Wiederholung der ersten Gestenbewegung und zeigt kaum Variationen bis auf den zeitlichen Umfang der Ausführung, was die Permutation besonders betont. Jakob greift hier seine eigenen Zeichen auf und führt sie erneut aus. Das Zeichen hat das Potential, sich auf diese Weise in seinem Gestengebrauch als Permutationsgeste zu etablieren.

Permutationsgesten: Jana und Ayse: Beispiel 2

Janas Permutationsgeste (die Bilder sind hier wieder als Folge zu verstehen über zwei Zeilen)

















→ Permutation angezeigt als Umpositionierung von Tierfiguren auf dem Podest mit Fixpunkt in der mittleren Position und Wiederherstellen der Ausgangsreihenfolge (Handlung)

Tab. 9.3.4_12 Janas Permutationsgeste (Kombinatorik: Beispiel 2)

Jana (Kombinatorik: Beispiel 2, vgl. Tab. 9.3.4_12) führt die Permutation als Handlung aus: Sie vertauscht auf dem Podest die äußeren beiden Tiere auf den Positionen eins und drei und stellt anschließend wieder die Ausgangsreihung auf dem Podest her. Damit erzeugt sie zwei über den Fixpunkt in der mittleren Position in Relation stehende Reihen und zeigt, wie sie ineinander übergeführt werden können. Jana betont den Prozess und führt die Handlung an einer einzelnen prominenten Reihe, nämlich derjenigen auf dem Podest aus. Lautsprachlich äußert Jana co-expressiv „oh (..) oh (lacht)“ (Äußerung 4b bzw. Triade 4a) und verweist damit mutmaßlich auf ihre Überraschung über dieses beobachtbare ineinander Überführen der Reihen.

Permutationsgesten: Maya und Dennis: Beispiel 3

Reihe 1			Reihe 6		
Reihe 2			Reihe 7		
Reihe 3					
Reihe 4					
Reihe 5					

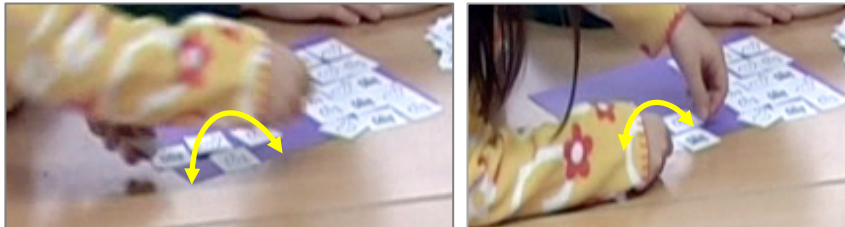
Die gefundenen und nachgelegten Reihen eins bis sieben von Maya und Dennis aus ihrer Sicht

Mayas Permutationsgeste:



→ Permutation als Abtippen der vertauschbaren äußeren Positionen in Reihe sechs nach dem Drücken mit dem Daumen auf die mittlere Position als Fixpunktgeste (Bild 1)

Erneute spätere Ausführung der Permutationsgeste Mayas:



→ Permutation gezeigt als eine Vertauschung bzw. als-ob-Positionierung der äußeren Kärtchen von Reihe sechs und Rückführung in die Ausgangsreihung mit Fixpunkt in der mittleren Position (Handlung)

Dennis' *Permutationsgeste*:

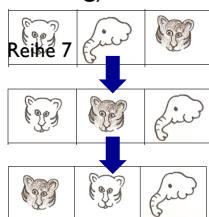


→ *Permutation* als Vertauschen der ersten beiden Kärtchen in Reihe sieben (Handlung)

Erneute spätere Ausführung der *Permutation* durch Dennis (die Bilder sind als Folge in Leserichtung zu verstehen über zwei Zeilen):



→ *Permutation* als schrittweise Umpositionierung (zunächst Position zwei und drei, dann Position eins und zwei) von Tierkärtchen innerhalb der doppelt vorkommenden Reihenfolge sieben in der Lösungsmenge (Handlung)



Tab. 9.3.4_13 Mayas und Dennis' Permutationsgesten und -handlungen (Beispiel 3)

Maya (Kombinatorik: Beispiel 3, vgl. Tab. 9.3.4_13) macht ihre Permutationsgeste an einer einzelnen Reihenfolge fest (Reihenfolge sechs) und tippt bei der Anzeige der vertauschbaren Positionen eins und drei auf die entsprechend dort liegenden Kärtchen. Bei der Anzeige des Fixpunktes in der mittleren Position zeigt sie mit dem Drücken des Daumens das Festhalten der Positionsbesetzung an. Dies führt sie vermutlich auf diese Weise aus, um zu betonen, dass sie hier auf etwas Verschiedenes verweisen möchte, einmal auf den Fixpunkt und einmal auf vertauschbare Positionen. Wie erwähnt, erzeugt sie lautsprachlich eine Entsprechung in der Wahl der Formulierung: Der Fixpunkt wird benannt, während die anderen beiden Positionen mit austauschbaren Bezeichnungen versehen werden. Sie äußert „Weil- (.) wenn

jetzt der Schneetiger in der Mitte is und dann kann der **da** und der **da**“ (Äußerung 3a bzw. Triade 3). In dieser ersten Ausführung betrachtet Maya weniger den Prozess, sondern eher das Ergebnis dieser bestimmten Anordnung der Kärtchen in einer Reihe. In der späteren Ausführung der Permutation zeigt Maya eine Handlung und betont nun offenbar stärker den Prozess des ineinander Überführens: Sie hebt die beiden Kärtchen auf den Positionen eins und drei in der Reihenfolge sechs an, vertauscht sie und hält sie kurzzeitig in dieser Vertauschung über der jeweils anderen Position, um sie dann wieder in die Ausgangsreihung zu bringen. Dazu äußert sie lautsprachlich: „und da kann mers aber noch mal **umgekehrt** machen\ (.) **so**“ (Äußerung 3b bzw. Triade 4b) und betont damit in ihrer Handlung und der Lautsprache die Vertauschbarkeit von Positionen bei gleicher Besetzung einer der drei Positionen zur Erzeugung von Reihenfolgen. Sie formuliert hier also eine Art Erzeugungsvorschrift bei einer gleichen Positionsbesetzung.

Dennis (Kombinatorik: Beispiel 3) zeigt eine Permutationshandlung, indem er in der gewissermaßen als Probereihe etablierten nachgelegten siebten Reihenfolge die Kärtchen schrittweise verschiebt und so Positionen austauscht. In diesem Abschnitt der analysierten Sequenz versuchen die beiden Schüler*innen gerade herauszufinden, ob es weitere Reihen geben kann. Dennis geht dabei recht systematisch vor, zunächst vertauscht er nur zwei Positionen in Reihenfolge sieben und lässt die erste Position gleich besetzt und erst in einem nächsten Schritt vertauscht er nochmals Position eins und zwei. Wenn er davon ausgeht, dass Reihenfolge sieben in ihrer ursprünglichen Reihung bereits in der Lösungsmenge vorhanden ist, erscheint dieses Vorgehen sinnvoll, weil nicht unsystematisch etwa die gesamte Reihe aufgelöst und dann in irgendeiner Weise neu erzeugt wird, sondern weil er so beobachten kann, was sich verändert, wenn er auch zunächst nur zwei und dann erneut zwei weitere Positionen tauscht. Er erzeugt auf diese Weise schrittweise eine in allen Positionen anders besetzte Reihenfolge im Vergleich zur Ausgangsreihung. Wenn man also mutmaßlich auf der Suche nach einer neuen Reihenfolge ist, die es noch nicht in der Lösungsmenge gibt, ist dies durchaus ein nachvollziehbares, und allem Anschein nach auch wohlüberlegtes, Vorgehen, das Dennis hier zeigt.

Reihenfolgegesten: Jakob und Claus: Beispiel I

Jakobs Reihenfolgegeste (s. zu den Reihen von Jakob und Claus die Abbildung in Tab. 9.3.4_8):



→ Reihenfolge ausgedrückt als Abfolge einer wiederholten, konstanten Zeigebewegung und als Abtippen einzelner Positionen in Leserichtung entlang der Reihen eins und drei

Erneute spätere Ausführung der Reihenfolgegeste Jakobs:



→ Reihenfolge als Aufspannen der wiederholten Dachgeste²⁴² als Fokus auf die Reihen eins und drei. Gestisches Aufspannen und Rahmen der jeweiligen Gestalt der Reihenfolge nach links und rechts und abschließender Betonung ihres Gesamtumfangs.

Claus' Reihenfolgegesten:



→ Reihenfolge als Abtippen einzelner Positionen in Leserichtung über den zwei oberen Reihen

Erneute spätere Ausführung der Reihenfolgegeste Claus':



→ Reihenfolge ausgedrückt als wiederholte und konstante Zeigebewegung in Leserichtung entlang der Reihen drei bis sechs

Tab. 9.3.4_14 Jakobs und Claus' Reihenfolgegesten (Kombinatorik: Beispiel I)

²⁴² Jakob führt zuvor bereits eine vergleichbare Dachgestik zu Beginn seiner ersten Erklärung aus, die hier als Wiederholung in Variation und im Fokus auf die Reihenfolgen ausgeführt wird.

Bezüglich der Reihenfolgengesten lässt sich bei Jakob (Kombinatorik: Beispiel I, vgl. Tab. 9.3.4_14) zunächst ein mehrfaches konstantes Anzeigen von Reihe eins beobachten, die er offenbar in Relation zu Reihe drei setzt und in ihrer Gesamtheit betrachtet. Reihe drei wird dann in ihrem Aufbau als Abtippen der Positionen von Position eins beginnend in Leserichtung angezeigt. Lautsprachlich äußert er dazu: „e hier **da** (.) **des** is **so** (.) und e des is **so** (.)“ (Äußerung 9b bzw. Triade 10). Gestisch gestaltet sich das Anzeigen der beiden Reihen eins und drei bei Jakob hier also eher als Mischform aus konstanten Zeigebewegungen und dem Abtippen einer Reihe, während er lautsprachlich zweimal die gleiche Formulierung wählt. Diese gleiche lautsprachliche Formulierung verweist mutmaßlich auch auf die Gleichwertigkeit dieser beiden betrachteten Reihenfolgen innerhalb der Lösungsmenge, die Mischform der Geste verweist mutmaßlich eher auf die Verschiedenartigkeit der angezeigten Reihenfolgen. Man kann hier also im Sinne Goldin-Meadows (2003) Forschung von einem *Mismatch* zwischen Lautsprache und Gestik ausgehen (vgl. Kap. 5.4), wobei nicht die Unterschiedlichkeit der beiden Ideen über zwei Reihenfolgen (als gleichwertig in der Lautsprache, als verschieden in der Gestik) zentral für das Erfassen der mathematischen Idee ist, sondern eher Jakobs Einsicht, wie diese beiden Sichtweisen auf zwei vergleichbare Reihenfolgen *zusammenpassen*, um eine Erzeugungsvorschrift für Reihenfolgen entsprechend der Lösungsmenge für die Permutation von $n=3$ hervorzubringen: Bei dem Vergleich der beiden Reihenfolgen sind also beide Ideen in beiden Modi wichtig, denn man muss erkennen, was vergleichbar bzw. gleichwertig ist und andererseits was verschieden daran ist und wie das Gleiche und das Verschiedene der beiden Reihen jeweils und in Bezug aufeinander zur Lösungsmenge passt.

Es lässt sich zudem bei Jakob die sogenannte Dachgestik rekonstruieren (vgl. Tab. 9.3.4_14). Diese ist in Tabelle 9.3.4_14 nur in der zweiten Ausführungsvariante dargestellt als Dachgestik II. In der ersten Ausführung als Dachgestik I (vgl. Abb. 9.3.4_33), wird sie zu Beginn der ersten Erklärung von Jakob hervorgebracht und wurde in der Analyse als Sammlung und Konzentration gedeutet.



Abb. 9.3.4_33 Dachgestik I von Jakob

In dieser ersten Ausführung weist die Dachgestik I, möglicherweise anders als die Gesten zu Permutation oder Fixpunkt, stärker diskursstrukturierende Funktion auf. Die Geste zeigt gleichzeitig mutmaßlich eine gewisse individuell typische Ausdrucksweise Jakobs, denn er nutzt diese Geste beide Male zu Beginn seiner Erklärungen. An diesen Stellen im Interaktionsverlauf sind für ihn vermutlich eine gedankliche Sammlung und inhaltliche

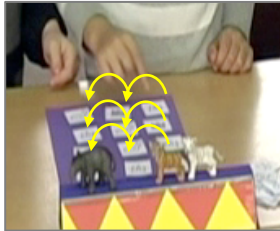
Zuspitzung sowie Konzentration und eine Bündelung von Aufmerksamkeit zentral, was durch die Hände als Spitzdach zum Ausdruck gebracht wird und so in der Analyse rekonstruiert wurde (vgl. Kap. 9.3.1) Bei der ersten Dachgeste äußert Jakob: „guck hier (.)“ (Äußerung 9a bzw. Triade 9), was diese Deutung unterstreicht. Die Handform bleibt als sich-wiederholendes Merkmal in der Variation der Ausführung bei Dachgestik II bestehen. Die zweite Ausführung erhält dann jedoch eine inhaltlich-fachliche Dimension, indem sie einen aufmerksamkeitssteuernden Fokus auf die mittlere Position der Reihe in Form der Dachspitze ausrichtet und die anschließende Öffnung der Hände nach links und rechts außen über der Reihenfolge die Gesamtheit der Reihe gestisch einrahmt, nachdem sie deren Gestalt von der mittleren Position aus gewissermaßen in den Raum aufspannt. Lautsprachlich lässt sich ebenso diese inhaltliche Bedeutung nachzeichnen, nachdem als erhaltendes Merkmal die Eingangsformulierung bleibt und dann auf den Begriff der *Reihenfolge* verwiesen wird: „guck (.) **hier** des is **so** ne Reihenfolge (.) des is **so** ne Reihenfolge“ (Äußerung 17a bzw. Triade 19). Die Dachgestik II lässt sich somit zumindest in ihrer Variation als Reihenfolgengeste einordnen, erhält aber durch die erste Ausführung eine Art Sonderstellung in der hier beschriebenen Gestensammlung über alle Kombinatorik-Sequenzen. Man kann daran erkennen, wie über den Verlauf der Interaktion gestische Zeichen wieder aufgegriffen werden, dabei eine erweiterte fachliche Deutung erfahren können und sich dies auch klar an der Variation in der Ausführung der Geste und der Lautsprache nachzeichnen lässt, die nun anders als in der ersten Erklärung den Begriff der *Reihenfolge* aufgreift.

Claus' Reihenfolgegesten (Kombinatorik: Beispiel I, vgl. Tab. 9.3.4_14) sind offenbar je nachdem, was konkret betont werden soll, entweder als auf die einzelnen Positionen innerhalb einer Reihe tippende Bewegung ausgeführt oder als konstante Zeigebewegung über ganzen Reihen. Möglicherweise steht also einmal stärker der Aufbau der einzelnen Reihen von der ersten Position aus in Leserichtung im Vordergrund, während bei der konstanten Anzeige der Reihen durch eine durchgehende Zeigebewegung mutmaßlich stärker ihre Gesamtheit betont werden soll. Claus zeigt keine Gestenbewegung über alle oder verschiedene Reihen, um z. B. ausgewählte in Relation zu setzen, sondern betrachtet sie offenbar insgesamt und/oder reihenweise in Leserichtung. Ein in Relation Setzen der Reihenfolgen findet also weniger über den Vergleich von Positionsbesetzungen in verschiedenen Reihen statt, sondern möglicherweise hier eher über das Zählen reihenweise, eventuell aller verwendeter Kärtchen/Positionen. Zeitgleich äußert Claus lautsprachlich: „**Zeig** mall (.) (flüstert) eins zwei drei (flüstert unverständlich weiter) (...)“ (Äußerung 8a bzw. Triade 6b), was auf einen Zählprozess, möglicherweise auch verstanden als eine Art Bestandsaufnahme, wie in der Analyse rekonstruiert, verweist. Zunächst wird vermutlich ein Zählen der jeweiligen Reihenlänge oder aller Kärtchen bzw. Positionen in allen Reihen angestrebt und später dann beim Wechsel zu konstanten Zeigebewegungen ein Zählen der Reihen als jeweilige Gesamtheit. In der Analyse wurde vermutet, dass Claus hier in den nachgelegten Reihenfolgen die Anzahl von sechs versucht wiederzufinden, die zuvor von

Jakob in Bezug auf alle möglichen Reihen geäußert wurde. Die konstanten Zeigebewegungen über den Reihenfolgen von Claus starten dann auch, nachdem er insgesamt sechs Positionen oder Kärtchen abgetippt hat, so als sei er irritiert, dass er nun doch mehr als sechs an den Positionen oder auch Reihen zählen kann.

Reihenfolgendesten: Jana und Ayse: Beispiel 2

Ayses Reihenfolgegeste (s. zu den Reihen von Jana und Ayse die Abbildung in Tab. 9.3.4_9)



→ Reihenfolge angezeigt als Abtippen von einzelnen Positionen über sämtliche Reihen in Leserichtung als Messen oder Zählen der Reihenlänge oder der Kärtchenanzahl einer oder aller Reihen

Tab. 9.3.4_15 Ayses Reihenfolgegeste (Kombinatorik: Beispiel 2)

Ayse (Kombinatorik: Beispiel 2, vgl. Tab. 9.3.4_15) tippt vergleichbar mit Claus (Kombinatorik: Beispiel 1, Tab. 9.3.4_14) in Leserichtung die Reihen positionsweise ab. Sie scheint hier ganz ähnlich wie Claus die Reihen in ihrem Aufbau zu betrachten. Zeitgleich wird lautsprachlich nichts geäußert, was zunächst viele Deutungsoptionen eröffnet, aber am wahrscheinlichsten wohl ein Hinweis auf einen nicht-öffentlichen Zählprozess sein könnte (vgl. Kap. 9.3.2). Man kann hier ebenfalls eine Vergleichbarkeit zu Claus' Gebrauch der Reihenfolgendeste vermuten. Die Deutung, Reihenfolgen nicht als Einheiten zu betrachten, sondern stärker deren Positionen oder Anzahl an Positionen zu fokussieren über alle Reihen, verweist in beiden Sequenzen damit auf eine Sicht auf die Reihenfolgen, die zwar Relationen zwischen diesen herausstellt, jedoch weniger auf den qualitativen Vergleich von Reihenfolgen abzielt. Die quantitative Ermittlung der Anzahl der Kärtchen oder Positionen über alle Reihen könnte insofern Hinweise auf die Vollständigkeit aller möglichen Reihen liefern, als dass man bei sechs Reihenfolgen dann von insgesamt achtzehn Positionen oder Kärtchen ausgehen könnte. Diese Deutung bleibt in den Analysen lediglich im Bereich des Möglichen, weil sich weder Claus noch Ayse dazu weiter äußern.

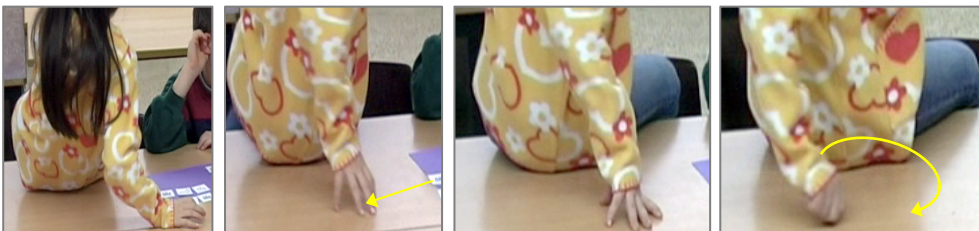
Reihenfolggesten: Maya und Dennis: Beispiel 3

Mayas Reihenfolgegeste (s. zu den Reihen von Maya und Dennis die Abbildung in Tab. 9.3.4_13):



→ Anzeige von Reihenfolge als konstante Zeigegeste über der Reihe sechs entgegen der Leserichtung und zweimaliges Tippen auf die mittlere Position, mutmaßlich als Zeigen auf die gesamte Reihenfolge

Erneute spätere Ausführung der Reihenfolgegeste Mayas:



→ Gestische Entnahme einer fiktiven Reihenfolge als Gesamtheit aus der bestehenden Lösungsmenge und Projektion dieser auf die Tischplatte mit gestisch angezeigtem Umriss ihrer ungefähren Länge als bogenförmige Gestenbewegung zur neuen vorderen Position einer Reihenfolge aus $n+1$ bzw. Erweiterung des Diagramms aller gefundenen Reihenfolgen

Tab. 9.3.4_16 Mayas Reihenfolgegesten (Kombinatorik: Beispiel 3)

Mayas Reihenfolggesten (Kombinatorik: Beispiel 3, vgl. Tab. 9.3.4_16) sind, anders als bei Claus (Kombinatorik: Beispiel 1) und Ayse (Kombinatorik: Beispiel 2), zunächst nicht in Leserichtung ausgeführt. Hier soll offenbar stärker die gerade betrachtete Reihe sechs in ihrer Gesamtheit und weniger in ihrem Aufbau betont werden und sicherlich kann auch Mayas Position für die Umkehrung der Leserichtung mitbestimmend sein. Zudem benutzt Maya das Tippen auf die von ihr über die gesamte Sequenz fokussierte mittlere Position, die sie mehrmals an anderer Stelle als Fixpunkt ausweist, hier mutmaßlich um die gesamte Reihe anzuzeigen. Die mittlere, unstrittige Position repräsentiert hier also offenbar Reihe sechs insgesamt und gibt gleichzeitig einen Hinweis auf eine Position innerhalb dieser Reihe, die als Ausgangspunkt des Vergleichs mit einer anderen Reihe herangezogen werden kann. Maya äußert hier lautsprachlich: „Ja / hatten wir schon \ (.) guck.“ (Äußerung 15 bzw. Triade 10b). Das Tippen und „guck“ erweisen sich gleichermaßen als aufmerksamkeitssteuernd, wobei die Geste in der Lage ist, zeitlich effektiv und präzise den Ort anzuzeigen, an dem geguckt werden soll. Die spätere Ausführung einer Reihenfolgegeste von Maya gestaltet sich gänzlich anders als dieses erste Anzeigen von Reihenfolge sechs (vgl. Tab. 9.3.4_16). Maya entnimmt der bestehenden Lösungsmenge gestisch eine Reihe und platziert oder projiziert sie gewissermaßen auf die Tischplatte hinter sich, um daran in der Folge mögliche

Manipulationen im Sinne der Erweiterung der zu permutierenden Elemente $n+1$ anzuzeigen. Die bogenförmige Geste umreißt die Reihenfolge der um ein Element erweiterten Länge $n=4$ in ihrer Gestalt und Ausbreitung auf dem Tisch und wird ebenso nicht in Leserichtung ausgeführt. Lautsprachlich betont Maya die Erweiterung des gegebenen mathematischen Problems ($n+1$): „wenn wir noch ein Tier mehr haben/ dann könnten wir noch andere Reihen machen!“ (Äußerung 31a bzw. Triade 23) und „dann könnte nämlich **noch** ein Tier **noch** weiter zum Beispiel **vorne** sein.“ (Äußerung 31b bzw. Triade 25). Die Komplexität und mögliche Deutung dieser Äußerung wurden ausführlich in der Interaktionsanalyse und der Semiotischen Analyse, sowie der theoretischen Einordnung (vgl. Kap. 9.3.3; Anhang 2-3) diskutiert. Es zeigt sich daran die zentrale Rolle der Gestik bei der Einbringung, Entwicklung und Darstellung bedeutsamer mathematischer Ideen der Interagierenden. Die Fixpunkt-Idee wird von Maya hier aufgegriffen und an die vordere, neue Position verrückt. Auf diese Weise ließen sich systematisch Vierer-Reihenfolgen erzeugen aus den gefundenen Dreier-Reihenfolgen.

Zum zweiten Gesichtspunkt – Funktion der erzeugten Gesten: Im Vordergrund der Betrachtung, steht nun, welche Funktion die von den untersuchten Lernenden hervorgebrachten Gesten, vor allem im Rahmen ihres diagrammatischen Arbeitens, haben (vgl. zum diagrammatischen Arbeiten Dörfler, 2006a, 2006b, 2015; Schreiber, 2010; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2). Betrachtet man die gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen in den drei hier komparierten Analysen der Kombinatorik-Sequenzen als mathematisches Diagramm im Peirce'schen Sinne, lässt sich vor allem eine zentrale Funktion der verwendeten Gesten der Schüler*innen über alle drei analysierten Sequenzen herausstellen: *Sie zeigen Relationen, regelhafte Manipulationen und zentrale Beobachtungen an diesem Diagramm an.* Es lassen sich einzelne Reihenfolgen als Inskriptionen verstehen, die durch die Gesten der Schüler*innen miteinander in Relation gesetzt werden. Aufgrund der Gestik lässt sich damit rekonstruieren, dass die nachgelegten Reihenfolgen in ihrer Gesamtheit und ihrer Relation eine diagrammatische Deutung durch die Lernenden erfahren. Damit zeigen die Gesten, wie das Diagramm der gefundenen Reihenfolgen zu lesen ist. Die Gesten übernehmen aber in ihrer Funktion darüber hinaus auch selbst Eigenschaften mathematischer Zeichen, z. B. bei den Permutationsgesten oder den Fixpunkt- und Reihenfolgegesten – sie sind selbst (Teil der) mathematische(n) Darstellung und zeigen gleichzeitig wie diese Darstellung zur Lösung des gegebenen mathematischen Problems verwendet wird: z. B. die *Permutation als Vertauschung*, den *Fixpunkt als auf sich abgebildete feste Position* bei der Permutation der drei Elemente oder auch die *Reihenfolge als drei Positionen aufeinanderfolgend* oder als *Gesamtheit einer bestimmten Länge $n=3$* . Die Gesten sind damit konstitutiver Bestandteil des mathematischen Agierens und Argumentierens der Schüler*innen.

In der Analyse der Sequenz des zweitens Beispiels der Kombinatorik (Jana und Ayse) verweist Janas gespiegelte Zeigegeste ihrer Interaktionspartnerin Ayse auf die Relation der fünften Reihenfolge zur aktuellen Podestreihenfolge (vgl. Äußerung 3 bzw. Triade 3b u. Tab. 9.3.4_9). Damit wird das Diagramm vorübergehend erweitert bzw. zwei Diagramme

werden in Relation gesetzt: die nachgelegten Reihenfolgen und die Materialanordnung auf dem Podest. In der Sequenz von Maya und Dennis (Beispiel 3) erweitert Maya das Diagramm. Hierbei extrahiert sie gestisch eine Reihenfolge und projiziert sie auf die Tischplatte hinter sich: Sie stellt dabei die ungefähre Reihenfolgenlänge gestisch durch eine bogenförmige Bewegung dar (vgl. Äußerung 31b.11ff bzw. Triaden 23 u. 25 u. Tab. 9.3.4_16). Anschließend erläutert sie lautsprachlich mit dem Verweis auf die Beispielhaftigkeit, wie Reihen mit einem weiteren, vierten Tier aus den bereits gefundenen Reihenfolgen erzeugt werden könnten und zeigt gestisch diese erweiterte, neue Position $(n+1)-3$ an, indem sie hier rein gestisch ein neues imaginiertes Kärtchen platziert. Das Diagramm der nachgelegten Reihenfolgen wird sozusagen gestisch erweitert bzw. im eigentlichen Sinne gewechselt von den konkret nachgelegten Kärtchenreihenfolgen zu einem rein gestischen Diagramm, das in Relation zum bestehenden Diagramm der nachgelegten Kärtchenreihenfolgen zu sehen ist. Mayas Gestik zeigt hier *diagrammatische Funktion*, weil sie mit ihrer Gestik in der Lage ist, eine Inskription hier funktional zumindest vorübergehend zu ersetzen und strukturell in ihrer Gestik die Eigenschaften eines mathematischen Diagramms zu übernehmen. Der mathematische Erkenntnisgewinn wird am gestischen Diagramm durch gestische Transformationen angezeigt und damit allein durch die Gestik erst möglich und interaktiv verhandelbar.

Schaut man sich die in den Tabellen 9.3.4_8 bis 9.3.4_16 aufgeführten Gesten im Überblick an und kennt das jeweils verhandelte mathematische Problem, den mathematischen Bereich, das verfügbare Material, usw., evozieren die von den Schüler*innen gezeigten Gesten, auch ohne die zeitgleich geäußerte Lautsprache, einen Deutungsrahmen, der es bis zu einem gewissen Grad ermöglicht, sie situationsbezogen als außenstehende Person interpretieren zu können. Dies kann als Stützung für die Annahme gesehen werden, dass es sich bei der Verwendung von Gesten in mathematischen Situationen nicht um reines interaktionales Beiwerk ohne fachliche Qualität handeln kann, sondern ihnen eine eigene Bedeutung in der mathematischen Auseinandersetzung der Lernenden zugeordnet werden muss. Insbesondere die hier ausgeführten Überlegungen zum *inskriptionalen* und *diagrammatischen Charakter* von Gesten lassen den Schluss zu, dass die Gesten der Schüler*innen konstituierender Teil ihres mathematischen Agierens sind und nicht nur auf mathematische Objekte verweisen, sondern selbst die Eigenschaften und Funktionen mathematischer Zeichen übernehmen können. Es ist darüber hinaus in vielen Momenten gar nicht möglich, die hervorgebrachte Lautsprache der Schüler*innen ohne ihre Gesten im mathematischen Sinne zu deuten bzw. nachzuvollziehen, was für sie von mathematischer Bedeutung bzw. ausgehandelter mathematischer Gehalt ist.

Zum dritten Gesichtspunkt – Vergleich von Rahmungen und Rahmungsdifferenzen und abduktive Schlüsse: In allen Sequenzen kommt es zu einem *abduktiven Schluss* der Schüler*innen, der in der vorliegenden Arbeit theoretisch in Anlehnung an Peirce (vgl. u. a. Peirce, 1934, CP 5.151 u. CP 5.189; Kap. 6.5) gerahmt wird. Der jeweilige abduktive Schluss steht innerhalb der Sequenzen chronologisch betrachtet an verschiedenen Stellen: Während bei Jakob und Claus

(Beispiel 1) der abduktive Schluss zu Beginn der Sequenz steht, wurden mit den beiden weiteren Sequenzen Beispiele ausgewählt, die den abduktiven Schluss der Schüler*innen bei Dennis und Maya (Beispiel 3) ungefähr in der Mitte des analysierten Interaktionsprozesses sowie am Ende der ausgewählten Sequenz bei Jana und Ayse (Beispiel 2) zeigen. Dies ermöglicht in der vergleichenden Betrachtung auch einen differenzierten Nachvollzug der Entstehens- bzw. der auf den abduktiven Schluss folgenden Situationen innerhalb der jeweiligen Sequenzen. Den Abduktionen der Schüler*innen gemein ist der auf das mathematische Problem bezogene Schluss bezüglich der Vollständigkeit aller möglichen Reihenfolgen, die im Rahmen des gegebenen mathematischen Problems aus drei Tieren erzeugt werden können. Somit bedient der jeweilige abduktive Schluss im Prinzip das, was den Beteiligten in den Situationen als übergeordnete je gemeinsame Rahmung unterstellt wurde: Das gemeinsame Lösen des gegebenen mathematischen Problems des Findens aller Reihenfolgen der drei Tiere (vgl. die in den jeweiligen Semiotischen Prozess-Karten aufgeführte übergeordnete Rahmung, Kap. 9.3.1, 9.3.2 u. Kap. 9.3.3).

Im Detail betrachtet, gestalten sich die abduktiven Schlüsse der Schüler*innen wie folgt: Während Jakob (Beispiel 1) in Äußerung 4 bzw. Triade 3 „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten“ hervorbringt, sprechen sowohl Dennis (Beispiel 3) in Äußerung 16a bzw. Triade 11a („dann ham ma alle“) als auch Jana (Beispiel 2) in Äußerung 19 bzw. Triade 13a („jetzt haben wir alle Reihn“) davon, *alle* bzw. *alle Reihen* zu *haben*. Diese lautsprachlichen Äußerungen dienen in der Analyse als Schlüsseläußerungen bzw. Hinweis auf einen möglichen abduktiven Schluss der Lernenden, der in Folge des Auffindens solcher Äußerungen auch in allen drei Sequenzen rekonstruiert werden konnte. Gestisch wird zeitgleich zu diesen lautsprachlichen Äußerungen bei Jakob (Beispiel 1) ein Spielen mit den Händen in den übrigen Karten beobachtet, gedeutet als Übersprungshandlung und Betonung der Trivialität seiner Erkenntnis. Dennis (Beispiel 3) und Jana (Beispiel 2) scheinen gerade noch damit beschäftigt zu sein, ihre Arbeiten an den Kärtchenreihen zu beenden und die oben aufgeführten lautsprachlichen Äußerungen dann als tatsächlichen Abschluss ihrer Tätigkeiten hervorzubringen. Alle drei abduktiven Schlüsse lassen sich theoriekonform als ein *kreativer Schluss* in Anlehnung an Meyer (2010) einordnen: Es handelt sich um Schlüsse, die als Entwicklung vom Besonderen (einzelne Reihenfolgen finden) zum Allgemeinen (alle möglichen Reihenfolgen gefunden) rekonstruiert werden können und die dabei zeigen, dass das zugehörige Gesetz aus Sicht der Schüler*innen zuerst noch erfunden werden muss (vgl. Meyer, 2010, S. 49; Kap. 6.5.3). Man kann den Schüler*innen laut Auskunft der verantwortlichen Lehrkräfte in der Kombinatorik im Allgemeinen und auf das gegebene Problem bezogen im Speziellen unterstellen, dass sie hier über keine Vorkenntnisse aus unterrichtlichen Erfahrungen verfügen (vgl. zur Beschreibung der teilnehmenden Schüler*innen Kap. 8.5). Das, was hier als Gesetz bezeichnet wird, auf das sich die Schüler*innen beziehen, dürfte sich damit ebenso ihrer bisherigen Kenntnis entziehen und sie entwickeln erst im Prozess der Auseinandersetzung mit dem gegebenen mathematischen

Problem Ideen im Aushandlungsprozess, in dem letztlich ihre abduktiven Schlüsse emergieren.

Der von Jakob geäußerte abduktive Schluss in Beispiel 1 ließe sich dabei vermutlich nach Meyer (2015) als abduktiver Schluss einordnen, der in der Öffentlichkeit der Situation vor B und Claus plausibel anhand von Gesetz und Fall von Jakob verteidigt wird (vgl. Meyer, 2015, S. 15f u. Kap. 6.5.3). Es ist zu vermuten, dass Jakobs Schluss zunächst aus dem Interaktionsverlauf unmittelbar vor dem Start der analysierten Transkriptsequenz heraus entsteht. Aus den orientierenden Hinweisen zum Transkript (vgl. Kap. 9.3.1) lässt sich erkennen, dass Jakob dabei offenbar beobachtet und kommentiert, wie Claus versucht, weitere Reihenfolgen auf dem Podest zu stellen. Diese werden von Jakob spätestens nach der Besetzung der zweiten Position als bereits vorhanden eingestuft. Jakobs Erzeugung des abduktiven Schlusses ließe sich nach der allgemeinen Darstellung von Peirce (vgl. Peirce, 1934, CP 5.189) mutmaßlich auf folgende Weise beschreiben:

Jakob beobachtet das für ihn überraschende Phänomen, dass alle Reihen, die Claus als neue Reihen auf dem Podest erzeugen möchte, bereits in der Lösungsmenge der bisher gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen vorhanden sind.

Es kann daher keine weiteren Reihenfolgen mehr geben, weil jeder Versuch, eine neue Reihenfolge zu erzeugen, eine bereits in der Lösungsmenge vorhandene Reihenfolge hervorbringt.

Jakob: „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten“ (Jakobs Äußerung 4 bzw. Triade 3), „weil wir schon alle haben!“ (Jakobs Äußerung 6 bzw. Triade 5a).

Die analysierte Sequenz umfasst den Prozess, wie Jakob diesen Schluss für die anderen Interaktionsteilnehmer*innen plausibel begründet darstellt. Eine solche Unterscheidung von der Erzeugung eines abduktiven Schlusses und dessen Plausibilisierung vor einer Öffentlichkeit – hier B und Claus – ist bei Meyer (2015) beschrieben (vgl. Meyer, 2015, S. 15f; Kap. 6.5.3). Jakob stellt seine Plausibilisierung in insgesamt zwei Erklärungen an den Reihen eins und zwei bzw. eins und drei anhand von Gegebenheiten der Lösungsmenge dar und formuliert Regeln (vgl. z. B. Äußerung 9c, 9d, 17a-f bzw. Triade 12a, 13, 21-26), die seine Darstellung stützen. Die entsprechende ausführliche Analyse bzw. die Zusammenfassung dieser Analyse (vgl. Kap. 9.3.1; Anhang 2-1) legt nahe, dass man Jakob hier unterstellen kann, erst während dieser Plausibilisierung bzw. Erklärung die Regel auch für sich zu entwickeln bzw. zu (er)finden.

Der abduktive Schluss in Beispiel 2 (Jana und Ayse) zeigt weniger Janas plausible Darstellung dieses Schlusses vor B und Ayse, sondern mutmaßlich eher die Erzeugung und schließlich Hervorbringung dieses Schlusses aus Janas und Ayses Beschäftigung mit den Reihenfolgen heraus. In der Situation vor der Äußerung von Jana, nun alle Reihen zu haben, sorgen beide Schüler*innen durch das Verschieben von bereits fünf gefundenen Reihenfolgen nach oben

auf dem als Unterlage genutzten DIN A4 Blatt offenbar für mehr Platz, um eine oder mehrere Reihenfolgen noch ergänzen zu können. Jana macht daran anschließend ihre Entdeckung von Musterhaftem an der Anordnung der nachgelegten Reihen durch die in der Tabelle oben aufgeführte Gesten-Rhythmik deutlich (vgl. Tab. 9.3.4_9). Diese Entdeckung ließe sich in diesem Fall als überraschendes Phänomen deuten, das Jana an den Reihenfolgen beobachtet und zunächst im Schwerpunkt über ihre Gestik (vgl. Äußerung 13c.21ff bzw. Triade 10a) anzeigt, während sie lautsprachlich „Guck (lacht) hee hee hee“ (Äußerung 13c bzw. Triade 10a) hervorbringt. Gestisch wird durch eine rhythmische Hin- und Herbewegung und nach der Nachfrage von B in Äußerung 17 bzw. Triade 10b durch eine paarweise über den Reihen ausgeführte Tipp-Pausen-Rhythmik (vgl. Äußerung 13d.34ff) der Fixpunkt in der mittleren Position von untereinanderliegenden Reihenfolgen von Jana erkannt bzw. auf diese Weise angezeigt. In Äußerung 13d bzw. Triade 11 äußert Jana dazu lautsprachlich: „zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**“. Den abduktiven Schluss, der von Jana in der Kombinatoriksequenz hervorgebracht wird, könnte man nach Peirce (vgl. Peirce, 1934, CP 5.189; Kap. 6.5) somit wie folgt aus der gemeinsamen Interaktion emergierend beschreiben:

Jana beobachtet zunächst das überraschende Phänomen in der Anordnung der Reihenfolgen, dass paarweise untereinander liegende Reihenfolgen in der mittleren Position mit demselben Tier besetzt sind → Fixpunkte.

Wenn in allen bisher gemeinsam gefundenen Reihenfolgen je zwei dieser Reihenfolgen mit dem gleichen Tier in der mittleren Position besetzt sind und damit immer zwei Positionen vertauschbar sind, könnte es sich um alle Reihenfolgen handeln, die sich finden lassen.

Jana: „jetzt haben wir alle Reihen“ (Äußerung 19 bzw. Triade 13a)

Dieser Schluss bleibt dann auch zunächst ohne weitere Erläuterungen bestehen und bildet nach einer explizit lautsprachlich geäußerten Zustimmung der Interaktionspartnerin Aysel den Abschluss der analysierten Sequenz.

Der abduktive Schluss in Beispiel 3 lässt sich anhand von Dennis' lautsprachlicher Äußerung 16a bzw. Triade 11a „Dann ham ma alle“ identifizieren und dann mit Blick auf die Entstehens- und Folgesituation innerhalb der Sequenz rekonstruieren: Der Äußerung geht der Versuch Dennis' voraus, aus der von ihm und Maya gefundenen und nachgelegten siebten Kärtchenreihenfolge eine weitere Reihenfolge zu erzeugen, die noch nicht in der Lösungsmenge vorkommt. Beide Male erzeugt Dennis eine Reihenfolge, die den weißen Tiger in der mittleren Position zeigt. Unklar bleibt in der Analyse, ob Dennis' Versuche eine Systematik zugrunde liegt oder nicht. In jedem Fall nutzt er eine zuvor *gemeinsam* erzeugte Anordnung des Materials und scheint Reihenfolge sieben als eine Art Probereihe zu identifizieren, an der er jetzt möglicherweise noch einmal klären möchte, ob sich neue, d. h. zur bisherigen Lösungsmenge verschiedene, Reihenfolgen finden lassen. Man könnte auch

formulieren, dass Dennis hier überhaupt nur durch dieses zuvor *gemeinsam erzeugte Diagramm* der Reihenfolgen in der Lage ist, dieses Experimentieren an Reihenfolge sieben durchzuführen. In seiner Umsetzung in der Sequenz scheint es so, als würde er eher während des Verschiebens der Tierkärtchen *irgendeine/eine zufällig* zur siebten Kärtchenreihenfolge verschiedene Reihe erzeugen wollen oder er möchte Schritt für Schritt beobachten, was geschieht, wenn er diese oder jene Position innerhalb der Reihenfolge anders besetzt. Mit Blick auf seine Besetzung der mittleren Position mit dem weißen Tiger könnte es sich aber auch um eine systematische Erzeugung in Folge der von Maya vorher gezeigten zwei Fälle von weißem Tiger in der mittleren Position in Äußerung I, 3a und 3b bzw. Triade I, 3 und 4b handeln. Damit würde sich die Vermutung eines interaktiv-kollaborativen Ursprungs dessen, was hier von Dennis als Hauptakteur hervorgebracht wird, nochmals verstärken. Es bleibt dabei offen, ob Dennis sich hier nachahmend an Maya orientiert oder selbst für sich noch einmal beabsichtigt, Reihenfolgen zu erzeugen, die in der mittleren Position mit dem weißen Tiger besetzt sind, um Mayas Einlassung aus Äußerung I bzw. Triade I besser nachvollziehen zu können. Bei dem hier betrachteten abduktiven Schluss handelt es sich in Anlehnung an Meyer (2015) um die Generierung dieses Schlusses und nicht um die Plausibilisierung desselben (vgl. Meyer, 2015, S. 15f u. Kap. 6.5.3). Gleichzeitig ist anzumerken, dass ungeachtet der Rolle von Dennis als derjenige, der Äußerung I 6a bzw. Triade I 1a als auditiv wahrnehmbares Äußerungsereignis hervorbringt, der damit verbundene abduktive Schluss aus einem hochgradig sozial aufeinander abgestimmten interaktiven Prozess erwächst. Er lässt sich wie folgt nach Peirce' (vgl. Peirce, 1934, CP 5.189; Kap. 6.5) allgemeiner Darstellung beschreiben:

Dennis beobachtet das für ihn überraschende Phänomen, dass seine Versuche, die gemeinsam erzeugte Reihenfolge 7 durch Veränderung ihrer Anordnung in die Lösungsmenge einzupassen, scheitern.

Wenn aus Reihenfolge 7 keine neue, zu den bereits gefundenen Reihenfolgen verschiedene Reihe mehr erzeugt werden kann, wäre es nicht überraschend, dass all diese Versuche, neue Reihen zu finden, scheitern, weil alle Reihen gefunden sein könnten.

Dennis: „Dann ham ma alle!“ (Äußerung I 6a bzw. Triade I 1a).

In der Deutungsvariante, dass Dennis systematisch die Veränderungen an Reihenfolge sieben vornimmt und sich dabei an Mayas Äußerungen zur Besetzung der mittleren Position mit dem gleichen Tier, hier dem weißen Tiger, orientiert, ließe sich der Schluss emergierend aus dem interaktiven Prozess wie folgt beschreiben: Er ist in diesem Sinne ein Konglomerat aus Dennis' Beobachtungen an den Reihenfolgen und seiner Wahrnehmung und Interpretation von Mayas Einlassungen bezüglich der Besetzung von mittleren Positionen in den Reihenfolgen der Lösungsmenge. Maya gibt ja bereits in Äußerung I bzw. Triade I mit ihrem an Dennis formulierten Beobachtungsauftrag implizit den Hinweis, dass alle mittleren

Positionen innerhalb der gefundenen Reihenfolgen zweimal mit dem gleichen Tier besetzt sein müssen. Dies zeigt sie dann auch am Beispiel des weißen Tigers in der mittleren Position in Äußerung 3a u. 3b bzw. Triade 3 und 4b. Der abduktive Schluss könnte in dieser Deutung wie folgt beschrieben werden:

Dennis beobachtet an Reihenfolge sieben in Folge von Mayas Hinweisen auf die Besetzung der mittleren Positionen, das für ihn überraschende Phänomen, dass sich tatsächlich nur zwei Reihenfolgen finden lassen, welche den weißen Tiger in der mittleren Position als Fixpunkt besetzen und diese beiden Reihenfolgen sind bereits in der Lösungsmenge vorhanden.

Wenn alle Reihenfolgen gefunden wären, dann wäre es selbstverständlich, dass sich nur zwei Reihenfolgen erzeugen ließen, welche das Merkmal des weißen Tigers in der mittleren Position zeigen würden und es wäre ebenso selbstverständlich, dass diese Reihenfolgen bereits in der Lösungsmenge vorhanden wären.

Dennis: „Dann ham ma alle!“ (Äußerung 16a bzw. Triade 11a).

Alle abduktiven Schlüsse aus den Kombinatorik-Sequenzen (Beispiel 1, 2 u. 3) gehen theoriekonform mit einem inhaltlichen Rahmungswechsel einher, der vergleichbar im Verlauf aller drei analysierten Interaktionssituationen die Entwicklung von dem Versuch des Findens weiterer Reihenfolgen hin zu der Erkenntnis, alle Reihenfolgen gefunden zu haben, zeigt. Schreiber (2010) verweist darauf, dass sich solche Rahmungswechsel anhand von rekonstruierten abduktiven Schlüssen von Schüler*innen in mathematischen Auseinandersetzungen zeigen lassen (vgl. Schreiber, 2010, S. 145; Kap. 6.2). Dabei spielen in allen drei hier vergleichend betrachteten Beispielen offenbar systematische Erkenntnisse der Schüler*innen anhand der gefundenen Reihenfolgen eine Rolle, die sich in den verschiedenen Beispielen differenziert zeigen: Während Jakob in Beispiel 1 den abduktiven Schluss systematisch an den gefundenen Reihenfolgen begründet, indem er plausibel Reihenfolge eins, zwei und drei auf Gemeinsamkeiten in Form von aufeinander abgebildeten Fixpunkten und Unterschiedlichkeiten in Form von Vertauschungen untersucht und daraus im Prinzip ein Erzeugungsalgorithmus aller Reihen entwickelt, stellt sich dies in den beiden anderen Beispielen etwas anders dar. Beispiel 2 zeigt, wie Jana eine Fixpunkt-Systematik an der besonderen Darstellung paarweise untereinander in den gefundenen Reihenfolgen erkennt und daraufhin von außen betrachtet relativ überraschend schlussfolgert, alle Reihen gefunden zu haben, ohne ihre Erkenntnis explizit und begründet mit diesem Schluss direkt in Verbindung zu bringen. Möglicherweise kann sie hier (noch) nicht so dezidiert, wie etwa Jakob in Beispiel 1, den abduktiven Schluss begründen oder erklären. Der abduktive Schluss in Beispiel 3 bei Dennis und Maya ist mutmaßlich als Konglomerat aus dem Versuch des Findens neuer Reihenfolgen unter dem Einfluss der bereits zu Beginn eingebrachten möglichen systematischen Beobachtung der Besetzung der mittleren Positionen heraus entstanden. Nach der Äußerung der Schlussfolgerung durch Dennis, nun alle Reihen zu

haben in Äußerung 16a bzw. Triade 11a, scheint für die Schüler*innen zunächst ohne weitere Begründung diese thematische Klammer im Interaktionsverlauf abgeschlossen zu sein und sie beschäftigen sich mit weiteren Aspekten des gegebenen Problems.

An Beispiel 3 lässt sich der abduktive Schluss als Beleg dafür anführen, was in der Interaktionstheorie von Krummheuer und Brandt (2001) als sogenannte „kollektive Argumentation“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 18) bezeichnet wird. Dennis und Maya erzeugen „[...] in der Gesamtheit ihrer Handlungen eine Argumentation [...]“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 18), die sich hier an dem abduktiven Schluss zeigen lässt. Es handelt sich nicht um eine isolierte Einzelleistung eines Schülers, z. B. Dennis, der etwa ausschließlich für seine Hervorbringung verantwortlich ist. Vielmehr erzeugen Maya und Dennis hochgradig kooperativ mit ihren aufeinander bezogenen Einbringungen in die Sequenz gemeinsam das, was hier als möglicher abduktiver Schluss rekonstruiert werden kann. Er ist, wie es bei Krummheuer und Brandt (2001) heißt, „[...] etwas anderes als die Summe der den Äußerungen der Beteiligten zuschreibbaren individuellen Dispositionen.“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 15 u. vgl. Kap. 4.2) und geht durch die interaktionale Eingebundenheit und dem dadurch freiwerdenden kooperativen Potential weit darüber hinaus.

In der Emergenz aller drei *abduktiven Schlüsse* aus den Beispielen ist insbesondere das Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache bedeutsam: Die in die Sequenzen eingebrachten zentralen mathematischen Ideen der Schüler*innen zu Fixpunkten, Permutation und zu Reihenfolgen werden insbesondere in dem Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache ausgedrückt, wobei der Gestik eine entscheidende Rolle zuteilwird, die weit über eine reine Illustration von bereits erkannten Aspekten hinausgeht. Der Modus der Gestik scheint nicht eine Spielart oder eine zusätzliche Möglichkeit oder Alternative zu der eventuell gerade nur nicht verfügbaren Lautsprache zu sein. Vielmehr ist ihr eine eigene mathematisch-fachliche Tiefe und Bedeutung zuzuschreiben. Es wird darüber hinaus in den vergleichend betrachteten Beispielen häufig erst durch die Gestik deutlich, wie die Lautsprache gedeutet werden kann (vgl. Jakobs Permutationsgesten aus Beispiel 1) und sie zeigt mathematisch relevante Aspekte auf, die lautsprachlich gar nicht vorkommen oder anhand der Lautsprache mutmaßlich gar nicht in dieser Weise zu interpretieren wären (vgl. Janas Fixpunktgesten aus Beispiel 2). Gestik ist nicht nur eine andere, etwa lautsprachlich jederzeit ersetzbare Ausdrucksweise, sondern als *Modus der Wahl* der Interagierenden offenbar konstitutiver Bestandteil interaktional kollektiv emergierender mathematischer Ideen der Lernenden. Diese mathematischen Ideen zeigen sich nicht nur im Sinne etwa der von Fricke (2012) beschriebenen *Code-Integration* (vgl. Fricke, 2012, S. 4; Kap. 3.2.3) ebenso in der Gestik wie in der Lautsprache. *Code-Integration* wird bei Fricke (2012) als Nachweis von Multimodalität im engeren Sinne wie folgt beschrieben (vgl. Fricke, 2012, S. 4; Kap. 3.2.3): In den Lautsprachen-Code, der hier als Modus bezeichnet wird, wird eine Geste integriert, so dass sie funktional oder strukturell z. B. ein lautsprachliches Wort ersetzen kann. Übertragen auf die Mathematik könnte man von einer *Code-Integration* sprechen, wenn also eine Geste die

Funktionen mathematischer Zeichen übernimmt; anders formuliert: Die Geste wird in den mathematischen Code integriert. Als *Code-Manifestation* beschreibt Fricke (2012) den Nachweis von sprachstrukturellen Eigenschaften bei Gesten (vgl. Fricke, 2012, S. 4; Kap. 3). Übertragen lässt sich formulieren, dass sich für bestimmte von den Schüler*innen gebrauchte Gesten Eigenschaften mathematischer Zeichen nachweisen lassen müssten, um von einer *Code-Manifestation* zu sprechen. Die mathematischen Ideen der Schüler*innen, die in den hier betrachteten Analysen in den Blick genommen werden, erfahren eine solche Manifestation häufig ausschließlich im Modus *Gestik*, der dadurch für das Verstehen der untersuchten mathematischen Interaktionen unabdingbarer Bestandteil der analytischen Betrachtung im Rahmen dieser Arbeit ist.

9.3.5 Beispiel 4: Geometrie – Bauen, Tandem 2: Ayse und Jana

Einleitende Hinweise zu Transkript 4

In der ausgewählten Geometrie-Sequenz (Minute 19:48-21:04, vgl. Ausschnitte dieser Analyse in einer Vorversion in Huth, 2014) interagieren Ayse (7 Jahre), Jana (8 Jahre) und die begleitende Person B miteinander. Mathematisches Problem ist das Bauen und gegenseitige Nachbauen von Bausteingebäuden aus einem vorgegebenen Repertoire von LEGO® DUPLO® Bausteinen nach einer vom*in der Partner*in erläuterten Bauanleitung und ohne das jeweilige Originalgebäude zu kennen. Den Schülerinnen steht ein festgelegtes Repertoire an Bausteinen zur Verfügung: acht 4er Steine, acht 8er Steine und zwei 12er Steine²⁴³ (vgl. Abb. 9.3.5_34). Im Verlauf der Situation stehen diese Bausteine in mehreren verschiedenen, aber je einfarbigen Sets zur Verfügung, um die Originalgebäude der Schülerinnen²⁴⁴ dokumentieren und gleichzeitig Nachbauten dieser Gebäude anfertigen zu können mit einem immer gleichen Repertoire an Bausteinen.

Als Einstieg in die Situation bauen die Schülerinnen zunächst gemeinsam ein Gebäude, in dem alle zur Verfügung stehenden Steine einer Farbe verbaut werden sollen. Anschließend wird eine Trennwand als Sichtschutz aufgebaut und die Schülerinnen bauen, ausgestattet mit unterschiedlich farbigen Sets der oben genannten Bausteine, jeweils ein Gebäude, in dem erneut alle zur Verfügung stehenden Steine verbaut werden sollen. Gegenseitig können sie während und nach dem Bauen ihre so entstehenden Originalgebäude nicht sehen. Im Anschluss daran sollen die Originalgebäude gegenseitig anhand von Erläuterungen der jeweiligen Partnerin nachgebaut werden, so dass die Nachbauende das Originalgebäude nicht sehen kann, die Erklärende aber freie Sicht auf ihr eigenes und zu erklärendes Originalgebäude hat. Die Trennwand zwischen den Schülerinnen schirmt gegenseitig den Arbeitsbereich ab, kann aber auch von den Schülerinnen umgangen oder ganz entfernt werden. Das Transkript stammt aus einem Teil der Bauen-Situation von Ayse und Jana, in welchem von dem Originalgebäude von Ayse (hier wie im Folgenden als Bau I bezeichnet) ein Nachbau (hier wie im Folgenden als Bau 2 bezeichnet) zunächst von Jana erstellt werden soll. Kurz vor dem Beginn der folgenden Sequenz ist der erste Versuch von Jana, Ayses Originalgebäude Bau I anhand der gegebenen Erklärungen nachzubauen, offenbar nicht erfolgreich verlaufen oder scheint mindestens nicht den Erwartungen der Schülerinnen zu entsprechen. Während dieses ersten Versuchs, konnte Jana Bau I von Ayse nicht sehen, da beide Arbeitsbereiche durch die Trennwand separiert waren. Ayse demgegenüber hatte stets die Möglichkeit, ihr Originalgebäude Bau I zu betrachten, jedoch Janas Nachbau nicht. Das Transkript beginnt, als beide Schülerinnen entscheiden, die Trennwand zu entfernen und

²⁴³ Die Steine sind nach der Anzahl ihrer Verbindungsstellen auf der oberen Seitenfläche bezeichnet. Ein 8er Stein hat acht Verbindungsstellen, die in 2x4 Reihen auf der oberen Seitenfläche angeordnet sind.

²⁴⁴ Hier wird erneut nur die weibliche Form verwendet, weil es sich um zwei Schülerinnen handelt.

mit freier Sicht auf das Originalgebäude Bau I nun gemeinsam Bau 2 so zu verändern, dass er einer kongruenten Abbildung von Bau I entspricht.

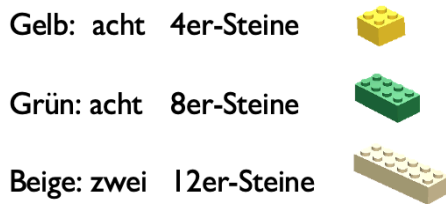


Abb. 9.3.5_34 Die in der Situation verfügbaren Bausteine²⁴⁵

Abbildung 9.3.5_35 zeigt das Originalgebäude Bau I von Ayse. Auch die Unterseite mit entsprechenden Steinnummerierungen und den Seitenflächenbezeichnungen ist abgebildet, weil diese zu Beginn der ausgewählten Sequenz von Ayse betrachtet wird.

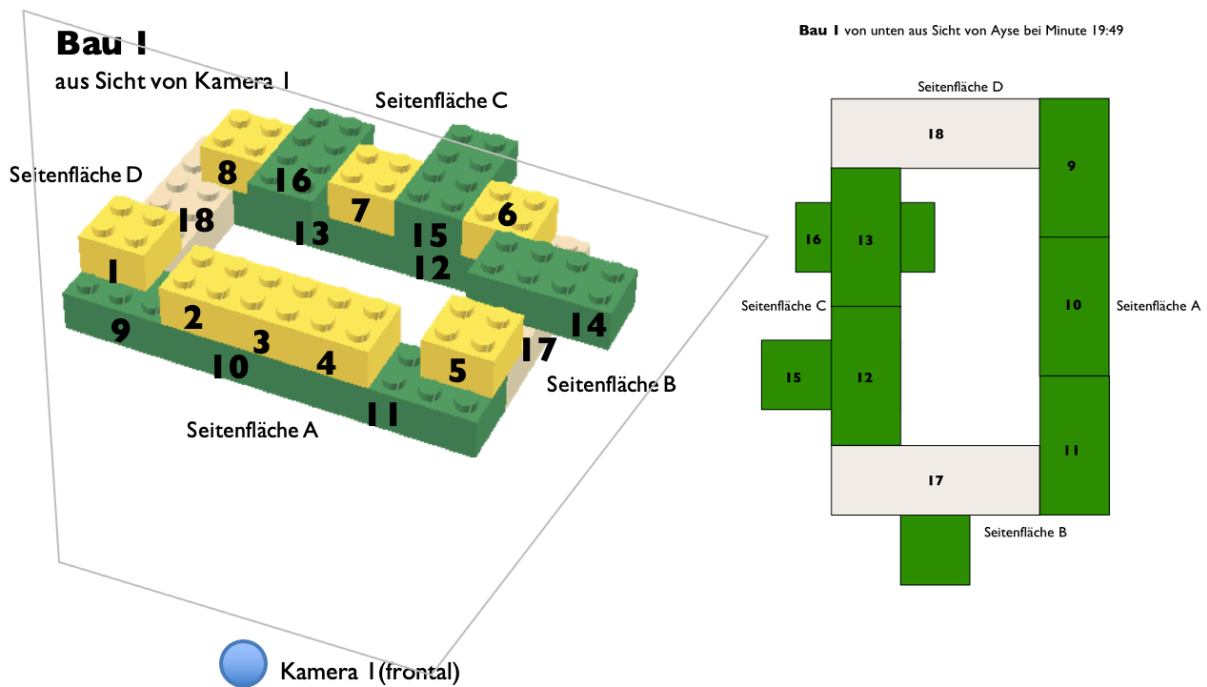


Abb. 9.3.5_35 Bau I (in der Sequenz einfarbig blau) aus Sicht von Kamera I (links) und von unten aus Sicht von Ayse (rechts) bei Minute 19:49

²⁴⁵ Die Abbildungen der Gebäude und der einzelnen Steine sind mit dem Programm LEGO® Digital Designer erstellt und werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit mit freundlicher Erlaubnis der LEGO® GmbH verwendet. In der Situation selbst hatten alle Bausteine eines Sets die gleiche Farbe. Bau I war vollständig mit blauen Bausteinen gebaut, Bau 2 mit grünen. Die unterschiedlichen Farben in den hier aufgeführten Abbildungen zeigen die Übergänge zwischen den Bausteinen an, die einfarbig nicht sichtbar wären. Sie sind also nur für die Analyse verschiedenfarbig abgebildet. Die jeweiligen Schüler*innen in den Geometrie-Situationen verfügen über einfarbige Sets.

Abbildung 9.3.5_36 zeigt Bau 2 zu Beginn der Sequenz. Die ausgewählte Sequenz umfasst nun den Teil der Interaktion, in dem dieser Nachbau an den Originalbau Bau 1 angepasst werden soll. Zwei 8er Bausteine sind zu diesem Zeitpunkt noch nicht in Bau 2 verbaut.

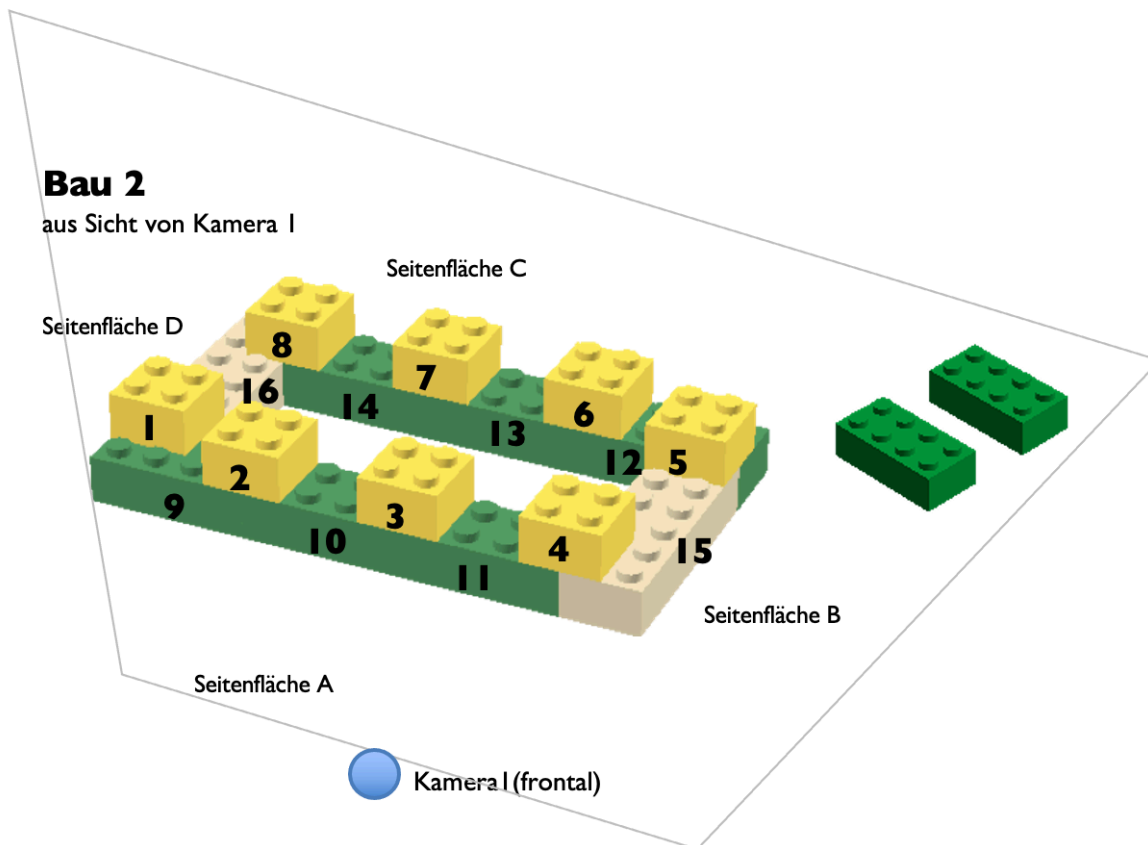


Abb. 9.3.5_36 Nachbau von Jana (Bau 2, in der Sequenz einfarbig grün) zu Beginn der Sequenz

Die Seitenflächen von Bau 1 und Bau 2 werden im Transkript mit den entsprechend in den Abbildungen vorgenommenen Seitenflächenbezeichnungen benannt, bspw. steht S.C für Seitenfläche C. Die Kanten werden entsprechend bezeichnet, z. B. steht K.BC für die Kante von Seitenfläche B und C. Die Steine werden ebenfalls entsprechend ihrer Nummerierung in den Abbildungen 9.3.5_35 und 9.3.5_36 benannt.

In der Situationsskizze in Abbildung 9.3.5_37 ist zu erkennen, wie die Bauten in Relation zueinander zu Beginn der Sequenz auf dem Tisch bzw. im Arbeitsbereich vor den Schülerinnen stehen.

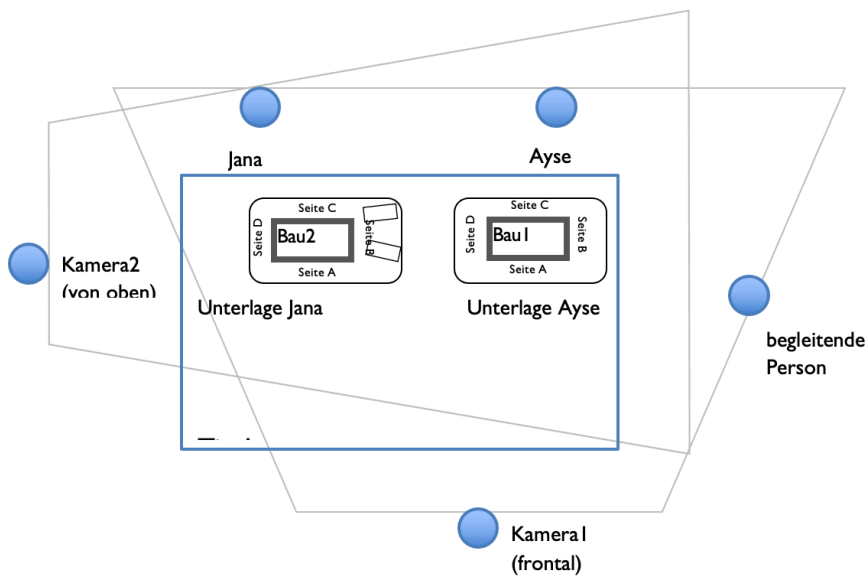

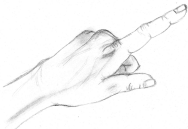



Abb. 9.3.5_37 Situationskizze Beispiel 4



Abb. 9.3.5_38 Originalfoto aus der Situation zu Sequenzbeginn. Jana trägt die helle Strickjacke, Ayse das gestreifte Shirt (Beispiel 4)

Es gilt die einheitliche Transkriptionslegende (vgl. Kap. 8.6). Zusätzlich sind folgende Handformen im Transkript benannt:

<p><i>Staffelhand</i> Entspannte Handhaltung ohne Anstrengung der Handmuskeln, z. B.</p> 	<p><i>G-Hand</i> Zeigende Handformen, prototypisch mit dem Zeigefinger und angewinkelten restl. Fingern z. B.</p> 	<p><i>Greifhand</i> Fortführung der Staffelhand durch Anspannung der Fingermuskulatur z. B.</p> 
--	---	--

<p><i>Faust</i> Jegliche Art von Fäusten, unabhängig davon, welche Position der Daumen oder die Hand einnehmen z. B.</p> 	<p><i>Spreizhand</i> Alle Finger sind gestreckt und abgespreizt, Anspannung der Finger Muskulatur z. B.</p> 	<p><i>Flachhand</i> Die Hand ist flach ausgestreckt, der Daumen zumeist angelegt, die Finger weitestgehend geschlossen. z. B.</p> 
--	---	--

Tab. 9.3.5_17 Handformen, die im Transkript 4 verwendet werden

Transkriptausschnitt

Äußerung Zeit	Namenskürzel Zeilenummerierung	Äußerung: gestische und lautsprachliche Partitur und Beschreibung der Arm- und Handbewegungen sowie weiterer Körperbewegungen und Positionsangaben
1 19:48	A[ls]	°-----2-----3-----°
	A[gs]	
1 19:48	1	A setzt sich auf ihren Stuhl, der Oberkörper ist J zugewandt (°). A führt ihr li Hand zu Bau I, Handrücken weist zur Raumdecke. A umfasst mit der li Hand von oben S.C (1), hebt Bau I ca. 12 cm von der Unterlage ab und dreht ihn, mit gleichzeitiger Bewegung in Richtung ihres Oberkörpers, um ca. 180° im Raum und gleichzeitig um ca. 90° in der Ebene im Uhrzeigersinn, so dass S.B nahezu parallel zur Tischkante vor A verläuft, die Handbewegung bei der Drehung gleicht dem Verlauf einer α-förmigen Linie (2), A fasst zeitgleich mit der Drehung des Baus mit der re Hand an S.A, so dass die beiden Hände Bau I in zueinander gespiegelter Handform wie ein Buch halten (3). A blickt auf die Unterseite von Bau I (°)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
2 19:49	<B[ls]	Und jetzt/ °----- -----°
	<B[gs]	
	1	
	2	
	3	
3 19:50	<J[ls]	Des muss °----- -----°
	<J[gs]	
	1	
	2	
	3	
4 19:51	<A[ls]	Eins/ (sehr leise) (z w e i d r e i) °----- -----° °-- -----2---3---4---5---6---7---°
	<A[gs]	
	1	
	2	
	3	
	4	
5		

9 Empirie: Beispiel 4: Geometrie – Bauen, Tandem 2: Ayse und Jana

	7 8 9 10 11 12 13	Steine 17 und 12 (1), sie tippt im Uhrzeigersinn auf den nächsten Übergang der Steine 12 und 13 (2). A öffnet die Hand zur Spreizhand und tippt mit dem gestreckten Mittelfinger im Uhrzeigersinn auf den nächsten Übergang der Steine 13 und 18 (3), tippt auf den nächsten Übergang der Steine 18 und 9 (4), tippt auf den nächsten Übergang der Steine 9 und 10 (5), tippt auf den nächsten Übergang der Steine 10 und 11 (6). A fixiert den Mittelfinger an der Kante von S.A und S.B auf Stein 11 (7.). Sie berührt mit dem Zeigefinger den Übergang der Steine 11 und 17, fixiert diese Position und blickt in Richtung Bau 2 (°.)
5a (a-b)	<J[ls] <J[gs]	(Tad e) mein Haus ist fertig\ °-----1-----2-----3-----
19:55	1 2 3 4 5 6 7 8 9	J startet in der oben beschriebenen Position, li Hand zwischen beiden Unterlagen auf der Tischplatte aufliegend, re Hand vor ihrem Oberkörper in Faustform an die Tischkante gestützt, Blick auf Bau 2 gerichtet (°). J führt beide Hände mit den Handinnenflächen zueinander gewandt in Flachhandform an S.B und S.D von Bau 2 (1), hebt diesen ca. 2 cm von der Unterlage ab und kippt ihn gleichzeitig ca. im 45° Winkel zur Ebene der Tischplatte im Raum in Richtung ihres Gesichtes (2), bewegt Bau 2 in ca. 30cm Höhe zur Tischoberfläche auf ihre Augenhöhe, kippt ihn um ca. 45° zurück, so dass er parallel ausgerichtet zur Tischplatte auf dieser Höhe gehalten wird, bewegt Bau 2 in der Luft ca. 3cm in Richtung A und B, blickt auf Bau 2, fixiert diese Position (3.)
6 19:58	>B[ls] >B[gs] I	Hast aber noch nicht alle verbaut\ ----- B bleibt in unveränderter Körperposition
5b (a-b)	>J[ls] >J[gs]	könnte man ne Stadt machen\ -----
19:58	10 11	J führt Bau 2 auf die Unterlage und stellt ihn dort auf der nahezu identischen Position wie zuvor ab, die Hände verbleiben mit den Handflächen an S.B und S.D, Blick auf Bau 2 (°.)
7 20:00	>A[ls] >A[gs]	Warte\ du hast das hier °-----1-----° °-----1-----2-----3-----°
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21	A startet mit Bau 1 in der li Hand wie oben beschreiben (°), dreht Bau 1 so, dass er mit der Unterseite in Richtung Tischplatte weist (1) und stellt ihn mit der li Hand an der oberen von ihr aus gesehenen re Ecke der Arbeitsunterlage schräg ab, so dass die K.BC in As Richtung weist. A bewegt zeitgleich ihre re Hand in Staffelhandform in Richtung Bau 2 bzw. J und legt ihren Unterarm mit der Hand in Staffelhandform und der Handinnenfläche in Richtung Kamera Iweisend auf Js li Oberarm ab (°). Aus dieser Position startet A unmittelbar erneut (°) dreht die re Hand um ca. 90°, so dass die Handfläche zur Tischplatte weist. A bewegt zeitgleich beide Arme mit in 90° angewinkelten Unterarmen und den Händen in Staffelhandform, Handinnenflächen in Richtung Tischplatteweisend, in Richtung Bau 2, bewegt sich dabei mit ihrem Oberkörper mit der Bewegung der Arme mit und richtet sich aus der Sitzposition auf, A stützt sich mit der re Hand in Staffelhandform, Handfläche in ca. 45° zur Ebene der Tischplatte zu S.C von Bau 2weisend mit der Handkante zwischen J und Bau 2 auf der Tischplatte auf (1), führt die li Hand über S.C von Bau 2 und tippt einmal zwischen den Steinen 7 und 8 mit dem Zeigefinger (2), zieht die li Hand in Staffelhandform in Richtung S.B zurück, ist mit beiden Ellenbogen auf die Tischplatte aufgestützt, beide Unterarme sind nahezu parallel zur Tischplatte, berühren diese aber nicht, die Fingerspitzen der li Hand werden an S.B von Bau 2 geführt, der li Unterarm liegt nahezu auf der Tischplatte auf, die re Hand wird zeitgleich zurückgezogen in Richtung K.BC und verbleibt dann in Staffelhandform und auf dem Handgelenk aufgestützt angewinkelt mit der Handfläche ca. 1cm über dem Stein 6 von Bau 2, der Blick ist nach unten auf den Bereich der K.BC gerichtet (3). Die li Hand wird um ca. 180° gedreht, die Handfläche weist zur Raumdecke, die Fingerspitzen bleiben an S.B von Bau 2 (°)
8 20:01	>J[ls] >J[gs]	Dippee dipp °-----1-----2-----3-----4-----°
	1 2 3 4	J startet mit beiden Handflächen an S.B und S.D nach dem Abstellen von Bau 2 (°), berührt mit dem Zeigefinger der li Hand Stein 5, führt gleichzeitig ihren re Zeigefinger auf Stein 8, die anderen Finger sind leicht angewinkelt die Position wird kurz fixiert (1.), J tippt nacheinander gegen den Uhrzeigersinn auf die Steine 16 mit dem re Mittelfinger (2), auf Stein 1 mit dem re

9 Empirie: Beispiel 4: Geometrie – Bauen, Tandem 2: Ayse und Jana

	5 6 7 8 9 10 11	Zeigefinger (3) auf Stein 2 mit dem re Mittelfinger (4). Jana führt die re Hand senkrecht zur Tischplatte nach oben in Richtung ihres Kopfes und stützt sich anschließend mit dem Kopf auf diese Hand, die re Handfläche wird seitlich an die re Stirnseite/Schläfe geführt, der Ellenbogen ist auf der Tischplatte aufgestützt, gleichzeitig zieht J die li Hand vom Bau zurück, ergreift einen noch nicht verbauten 8er-Stein, der zwischen ihr und A auf dem Tisch liegt und hält ihn in der re Hand, schaut kurz darauf, dann wieder zu Bau 2. Diese Haltung bleibt ca. 4 sec fixiert, der Stein wird in der Hand bewegt (°)
9	<A[ls] 20:07 <A[gs]	°-----1-----2-----°
	1 2 3 4 5 6 7	A startet (°) und führt beide Hände mit Zeige-, Mittelfinger und Daumen an Stein 5 von Bau 2. Die li Hand wird seitlich von S.B aus an Stein 5 geführt, die re Hand von oben (1). A löst Stein 5 mit der re Hand (2), hebt ihn ungefähr auf Augenhöhe an und stellt Stein 5 an die K.BC unmittelbar neben Bau 2 auf den Tisch. A belässt die re Hand an Stein 5, umfasst ihn und blickt zu Bau 1, die li Hand verbleibt an der Stelle an Bau 2, an dem zuvor Stein 5 verbaut war. A lehnt sich mit dem Oberkörper nach li zu Bau 1, der Blick auf S.B von Bau 1 gerichtet, richtet sich mit dem Oberkörper auf, Blick verharret auf Bau 1 (°)
10	<J[ls] 20:07 <J[gs]	°-----1-----°
	1 2 3 4 5 6 7 8 9	J startet zeitgleich mit A in der oben beschriebenen Position mit dem noch nicht verbauten 8er Stein in der li Hand, den Kopf auf die re Hand aufgestützt (°). J führt mit der li Hand den 8er Stein unter den Tisch, so dass er für die Kameras nicht mehr zu sehen ist. J holt den Stein hinter der Tischplatte in einer bogenförmigen Bewegung hervor und platziert ihn zwischen Stein 2 und 3 mit der längeren Seite senkrecht zur S.A und mit zwei Reihen der Verbindungsstellen nach außen überstehend auf Bau 2, drückt ihn mit geschlossenen Fingern mit ihren Fingerkuppen von oben fest an, dabei wird ihr li Ellenbogen in die Luft geführt und bildet mit ihrer li Schulter eine gerade Linie (1). J bleibt re mit dem Kopf aufgestützt, blickt in Richtung des weiteren noch nicht verbauten 8er Steins auf dem Tisch (°)
11	>A[ls] 20:12 >A[gs]	(leise) Das (.) is- °-----1-----2---3---4---5---6---°
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	A startet aus der Position wie oben beschrieben, der Blick ist auf Bau 1 gerichtet (°). Sie führt die re Hand zu Stein 14 an Bau 1 (1), in der Bewegung berühren sich die li Hand von J und die re Hand von A. Die li Hand von A folgt der re Hand und wird neben Stein 14 an Bau 1 S.B geführt. Die re Hand wird mit dem Unterarm auf der Tischplatte aufliegend und in G-Handform mit dem Zeigefinger zeigend auf Stein 17 abgelegt und in dieser Position fixiert, die Handfläche zur Tischplatte weisend (2.). Die re Hand umfasst Stein 14 mit Daumen, Zeige- und Mittelfinger von oben, löst ihn von Bau 1 so, dass er um ca. 45° zur Ebene der Tischplatte nach oben gekippt wird (3) der Kopf wird gesenkt mit Blick unter den Stein 14. A verringert insgesamt drei mal das Kippen um ca. 10° und erweitert es anschließend wieder auf 45°(4,5,6), setzt Stein 14 an seine ursprüngliche Position, drückt ihn mit den drei Fingern von oben an (°)
12	>J[ls] 20:12 >J[gs]	°-----1-----2---3---4---5-----6-----7-----°
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13	J startet re weiter aufgestützt, die li Hand befindet sich an dem gerade zwischen die Steine 2 und 3 gesetzten 8er Stein, der Blick ist auf den noch verbleibenden noch nicht verbauten 8er Stein gerichtet (°). Sie führt ihre li Hand zu diesem auf der Tischplatte liegenden Stein (1), ergreift ihn von oben (2) und führt ihn über Bau 2, schaut ihn an und dreht ihn in der Luft um 90° in der Ebene im Uhrzeigersinn (3). Sie setzt ihn zwischen Stein 3 und 4 auf Bau 2 senkrecht zur S.A., so wie sie den vorherigen 8er Stein gesetzt hat mit zwei Reihen Verbindungsstellen nach außen überstehend, drückt ihn mit den Fingerkuppen der li Hand fest (4), führt dann die li Hand an den an der K.BC liegenden 4er Stein (ursprünglich Stein 5) und ergreift ihn, hebt ihn an (5) und führt ihn zwischen die Steine 6 und 7 an Bau 2 (6), drückt den 4er Stein an dieser Stelle fest, schaut zeitgleich zu Bau 1. (7) J schaut auf ihre li Hand, hebt sie vom eben gesetzten 4er Stein ab (A umfasst zeitgleich Js li Hand von oben), J formt zeitgleich eine Faust und legt die li Hand mit der Handfläche zur Tischplatte weisend auf dem Tisch nahe der Tischkante zwischen der S.C an der K.BC und ihrem Oberkörper, Blick in Richtung As Hände an Bau 2 (°)

9 Empirie: Beispiel 4: Geometrie – Bauen, Tandem 2: Ayse und Jana

13	>A[ls]	
	>A[gs]	°-----1-----°-----2-----°-----3-----°-----4-----°-----5-----6-----7-----°-----8-----9-----10-----11-----°
20:18	1	Aus der oben beschriebenen Position startet A mit beiden Händen an Stein 14 an Bau 1 (°)
	2	und bewegt die re Hand in Staffelhandform mit dem gesamten Arm in Richtung Js li Arm, die li
	3	Hand folgt der re Hand in Faustform in ca. 20cm Höhe von der Tischplatte angehoben, die re
	4	Hand umfasst von oben das li Handgelenk von J, die li Hand wird zeitgleich in Greifhandform
	5	mit der Handkante des kleinen Fingers auf der Tischplatte aufliegend an der K.BC von Bau 2
	6	abgelegt, der Handrücken weist zu Kamera 1 (1). A hebt Js Handgelenk mit der re Hand an
	7	und führt es von dem von J noch umfassten 4er Stein zurück in Richtung Js Oberkörper (°)
	8	A startet aus dieser Position unmittelbar neu (°) und bewegt beide Hände in Staffelhandform in
	9	Richtung S.A von Bau 2 an den in Äußerung 12 von J gesetzten 8er Stein zwischen Stein 3 und
	10	4 an Bau 2, die li Hand umfasst die K.AB von Bau 2, die re Hand umfasst den besagten 8er
	11	Stein von oben, diese Position wird fixiert (1.), anschließend der Blick zu Bau 1 gerichtet (°)
14	J[ls]	Ehy/ (unverständlich) des ist richtig\ ich hab geguckt/
	J[gs]	°-----1-----°-----2-----°-----3-----°-----4-----°-----5-----6-----7-----°-----8-----9-----10-----11-----°
20:21	1	J startet aus der oben beschriebenen aufgestützten Position re mit auf der Tischplatte in
	2	Faustform an K.BC aufliegender li Hand (°), führt beide Hände in Flachhandform über Bau 2,
	3	die Hände werden symmetrisch zueinander gemeinsam flach über Bau 2 geführt (1), werden
	4	auf Bau 2 abgelegt. Die Finger weisen in Richtung Kamera 1 und zueinander, wobei Js li Hand
	5	direkt an As li Hand auf Bau 2 aufliegt. J wendet den Blick zu Bau 1 (°)
15	>A[ls]	Ja\ (hier) un jetz- nee aber nich rischtisch\ guck\ (.) (unverständl.) in der Mitte ein (bisschen)
	>A[gs]	°--1--2-----3-----4-----5-----6-----7-----°-----8-----9-----10-----11-----12-----13-----14-----15-----16-----17-----18-----19-----20-----21-----22-----23-----24-----25-----26-----27-----28-----°
20:24	1	A startet mit beiden Händen auf Bau 2, schaut zu Bau 2 (°). A schaut zu Bau 1, löst beide
	2	Hände von Bau 2, bewegt sie in Staffelhandform in Richtung Bau 1. Bau 1 steht schräg oben re
	3	auf As Unterlage, die K.BC weist auf A. A legt die li Hand flach an die K.AB von Bau 1 an, so
	4	dass die Fingerkuppen S.A berühren, die Handkante liegt mit dem kleinen Finger auf der
	5	Tischplatte auf, Handfläche zu Bau 1 gerichtet. Gleichzeitig führt A ihre re Hand in G-
	6	Handform in Richtung Bau 1 und legt ihren Zeigefinger auf Stein 15 von oben ab (1), nun dreht
	7	sie den Bau 1 um ca. 55° gegen den Uhrzeigersinn, indem die li Hand durch Krümmung der
	8	oberen Fingerglieder die Drehung umsetzt, die re Hand bleibt in der beschriebenen
	9	Zeigeposition auf Stein 15 aufgelegt (2). Bau 1 steht nun so vor A, dass S.B und die Tischkante
	10	parallel zueinander sind. A greift mit der li Hand an K.AD, berührt mit den Fingerkuppen S.D,
	11	die re Hand verbleibt auf Stein 15, umfasst diesen seitlich an der S.C (3), A dreht Bau 1 erneut
	12	um ca. 40° gegen den Uhrzeigersinn, wobei diesmal beide Hände an Bau 1 drehen (4).
	13	Anschließend fasst A mit der li Hand flach an S.D, die re Hand löst sich von Bau 1, bleibt in
	14	Flachhandform mit der Handkante und dem kleinen Finger auf der Tischplatte aufliegend,
	15	Handinnenfläche zu Bau 1 gerichtet, zwischen den beiden Unterlagen neben Bau 1 liegen (5), A
	16	dreht erneut um ca. 30° gegen den Uhrzeigersinn an Bau 1, diesmal ausschließlich durch
	17	Drücken mit der li Hand an S.D (6), greift dann mit der li Hand an K.CD und umfasst diese (7),
	18	dreht Bau 1 erneut um ca. 50° gegen den Uhrzeigersinn mit der li Hand, die re Hand verbleibt
	19	auf der Tischplatte zwischen den Unterlagen aufliegend, so dass schließlich das Gebäude mit
	20	der K.DA auf sie gerichtet vor ihr steht (°). Aus dieser Position startet A unmittelbar erneut
	21	und richtet sich mit dem Oberkörper auf (°). A bewegt die li Hand in einer Spreizhand mit
	22	stark abgespreiztem Zeigefinger auf Stein 16 zu und tippt 3mal auf diesen Stein (1,2,3). A hebt
	23	die li Hand ca. 10cm mit gleicher Handform nach oben an und tippt 5mal mal auf Stein 16,
	24	wobei beim letzten Tippen mit Zeige- und Mittelfinger gleichzeitig getippt wird (4,5,6,7). Blick
	25	und Oberkörper werden während des 5maligen Tippens auf Bau 2 gerichtet, die re Hand wird
	26	währenddessen zurückgezogen in Richtung ihres Oberkörpers in Staffelhandform, Handfläche
	27	zur Tischplatte weisend. A bewegt sich in Richtung J, so dass sie J mit dem re Unterarm an
	28	deren li Oberarm berührt (°)
16	>J[ls]	
	>J[gs]	°-----1-----2-----3-----4-----°
20:25	1	J startet mit beiden Händen flach auf Bau 2 aufliegend, Blick auf Bau 1 gerichtet (°), hebt die re
	2	Hand in Staffelhandform mit der Handfläche zur Tischplatte weisend ca. 10cm vom Bau 2 an,
	3	führt sie zurück in Richtung ihres Oberkörpers, die li Hand fasst von oben auf Stein 4 mit

9 Empirie: Beispiel 4: Geometrie – Bauen, Tandem 2: Ayse und Jana

	4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15	Zeige-, Mittelfinger und Daumen (1), die re Hand wird zum 8er Stein geführt, der zwischen dem Stein 2 und 3 von J eingebaut wurde und umfasst diesen mit Zeigefinger und Daumen von oben, gleichzeitig führt J die li Hand mit den Fingerkuppen von Daumen, Mittel- und Zeigefinger auf Stein 3 und der Fingerkuppe des kleinen Finger auf den zwischen Stein 3 und 4 eingesetzten 8er Stein (2). J richtet den Blick zu Bau 1, löst gleichzeitig mit der re Hand den 8er Stein, der zwischen Stein 2 und 3 eingebaut ist, die li Hand drückt von oben in unveränderter Position auf Stein 3 und 4 (3). J setzt den mit re umfassten 8er Stein unmittelbar darauf wieder fest auf Bau 2, und zwar so, dass nach außen und nach innen je eine Reihe der Verbindungsstellen überstehen (4). J lockert die li Hand aus der auf Stein 3 und 4 drückenden Position, hält sie in unveränderter Handform mit der Handfläche auf Bau 2 weisend über diesen, führt die re Hand zeitgleich an den Kopf, stützt ihren re Ellenbogen auf und streicht sich eine Haarsträhne aus dem Gesicht. Ihr Blick richtet sich auf Bau 2 (°)
17	20:31	<p><A[ls] des da hab is in der Mitte gemacht\ (unverständl.) (.) so\</p> <p>°-----1-----2-----3-----4-----°</p> <p><A[gs]</p> <p>1 A startet mit beiden Händen in Staffelhandform in Richtung Bau 2 bzw. J (°), legt die re Hand von oben auf Js li Hand, so dass As Handfläche auf Js Handrücken aufliegt. A umfasst Js Hand mit Daumen und restlichen Fingern. As führt ihre li Hand über die K.AB von Bau 2 (1). Sie umfasst mit der li Hand K.AB von Bau 2, die re Hand von A fährt in einer Wischbewegung über den Handrücken von J in Richtung Js li Oberarm/Oberkörper (2), As re Hand umfasst in Äußerung 12 zw. Stein 3 u. 4 gesetzten 8er Stein an Bau 2 (3), löst ihn und versetzt ihn um eine Reihe der Verbindungsstellen nach innen, so dass nach innen und nach außen nun je eine Reihe Verbindungsstellen überstehen. Sie drückt ihn fest (4), zieht die Hände zurück vor ihren Oberkörper an Bau 1, die li Hand seitlich an K.DA, die re Hand in Staffelhandform von oben auf S.A, blickt zu Bau 1, blickt zu Bau 2 (°)</p>
18	20:33	<p><J[ls] Nein aba des- (.) des war (doch) in der Mitte\</p> <p>°-- --°</p> <p><J[gs] °-----1-----2-3-4-5-----°</p> <p>1 J startet (°) und zieht die li Hand von Bau 2 zurück in Richtung ihres Oberkörpers (1), stützt den li Ellenbogen auf und hält die li Hand in Staffelhandform, Handfläche zu Bau 2 weisend über Bau 2, Blick auf Bau 2 gerichtet, re bleibt ihre Hand an den Haaren am Kopf (°)</p> <p>2 J startet aus dieser Position (°), führt beide Hände von oben auf Bau 2, die li Hand wird auf Stein 4 mit den Fingerkuppen abgelegt, nahezu zeitgleich die re Hand in G-Handform mit ausgestrecktem Zeigefinger von oben auf den zwischen Stein 2 und 3 gesetzten 8er Stein, die restlichen Finger der re Hand sind angewinkelt (1). Die li Hand wird von oben auf Stein 3 geführt und drückt mit den Fingerkuppen auf diesen, die re Hand löst zeitgleich den 8er Stein, der zwischen Stein 2 und 3 platziert war ca. 0,5cm nach oben ab, dabei umgreift die re Hand diesen Stein vollständig (2). J blickt auf Bau 1, setzt den 8er Stein in ihrer re Hand fest an Bau 2 an, und zwar so, dass er mit zwei Reihen Verbindungsstellen nach außen übersteht und innen bündig abschließt (3). J blickt auf Bau 2, löst die re Hand vom 8er Stein, in dem sie eine Flachhand formt und sie langsam vom Stein nach oben abhebt auf ca. 5cm Höhe über dem Stein. J löst die li Hand von Bau 2 und führt sie in Staffelhandform in Richtung S.B., zeitgleich wird die re Hand aus der Flachhand zu einer G-Handform verändert mit ausgestrecktem Zeigefinger und gestaffelt gehaltenen restlichen Fingern. J tippt mit dem re Zeigefinger zweimal auf den eben versetzten 8er Stein (4, 5). Beide Hände werden li und re neben das Gebäude an S.B und S.D geführt, dabei verbleibt die re Hand in der Luft und wird in der Bewegung von der Zeigeform in eine Spreizhandform übergeführt, der re kleine Finger berührt fast die Tischplatte, die re Hand wird schräg mit der Handfläche zu Bau 2 weisend in dieser Spreizhandform gehalten, die li Hand wird seitlich an S.B in Greifhandform abgelegt, der Blick ist auf Bau 2 gerichtet (°)</p>
19	20:37	<p>A[ls] so/</p> <p>A[gs] °-----1-----°</p> <p>1 A startet wie oben beschrieben (°), umfasst mit der li Hand die K.CD, bewegt ihren Kopf in Richtung J und blickt weiter auf Bau 2, umfasst mit der re Hand S.A von Bau 1, und zwar so, dass der Daumen oben aufliegt und die restlichen Finger flach von unten S.A umfassen (1), A hebt Bau 1 mit beiden Händen auf ca. 20 cm Höhe von der Unterlage an und führt Bau 1 in Richtung Bau 2, blickt während dieser Bewegung auf Bau 1. A stellt Bau 1 auf Bau 2, so dass</p>

9 Empirie: Beispiel 4: Geometrie – Bauen, Tandem 2: Ayse und Jana

	6 7 8	S.A von Bau 2 unter S.C von Bau 1, S.D von Bau 2 unter S.B von Bau 1, usw. steht. Die li Hand bleibt an K.CD von Bau 1, die re Hand an S.A von Bau 1, der Oberkörper wird Richtung J geneigt, der Blick ist auf die S.A von Bau 1 bzw. die S.C von Bau 2 gerichtet (°)
20	>J[ls]	Und jetzt fehlt aber hier noch-
20:38	>J[gs]	°----- -----°
	1 2 3 4 5 6 7 8	J startet aus der Position wie oben beschrieben, beide Hände li und re neben Bau 2 (°), die re Hand wird auf eine Höhe von ca. 15cm über der Tischplatte angehoben in Staffelhandform, Handfläche zu den beiden Bauten weisend, die li Hand wird in Richtung K.BC von Bau 2 geführt und hält diese seitlich mit den Fingerspitzen (1). Anschließend führt J beide Hände li und re an die Seitenflächen der beiden übereinander stehenden Bauten 1 und 2 in Staffelhandform, die Handflächen sind jeweils zum Gebäude hin gewandt, wobei der li Zeigefinger Stein 14 von Bau 1 berührt, Zeige- und Mittelfinger seitlich an Stein 1 von Bau 2 zum Liegen kommen. J senkt den Blick nach li unten und nach oben auf beide Bauten (°)
21	>B[ls]	
20:38	>B[gs]	
	1 2	B verbleibt in der oben beschriebenen Arm-/Handposition, neigt ihren Kopf und Oberkörper mit Blick auf beide Bauten nach li, richtet sich auf, beugt den Kopf nach re
22	<A[ls]	(Ah)\ (..) ppff\
20:41	<A[gs]	°-----1-2-3-----°
	1 2 3 4 5 6 7 8 9	A startet wie oben beschrieben mit beiden Händen an Bau 1 (°), hebt Bau 1 mit der li Hand an K.CD von Bau 2 ab (1) und stellt ihn überlappend zwischen den beiden Unterlagen der Arbeitsbereiche ab, die K.DA von Bau 1 zeigt auf A, die re Hand befindet sich in Staffelhandform neben S.C von Bau 2 (2), die li Hand wird von Bau 1 in Staffelhandform, Handfläche zum Tisch weisend wegbewegt an S.C von Bau 2, umfasst diese, zeitgleich umfasst die re Hand mit Daumen, Zeige- und Mittelfinger Stein 7 von Bau 2 (3). A löst Stein 7 von Bau 2 ab, dabei flippt der Stein aus der Hand und fällt re neben J auf den Boden, As re Hand wird flach vor J auf der Tischplatte abgelegt an dem Punkt, an dem der Stein zuletzt den Tisch berührte beim Herunterfallen, A macht eine Grimasse, ihr Blick ist auf diese Stelle gerichtet (°)
23	<B[ls]	
20:42	<B[gs]	°----- -----°
	1 2 3 4 5 6 7 8 9	B presst die Lippen aufeinander und zieht sie ein, neigt Oberkörper und Kopf nach li, belässt li Unterarm auf der Tischplatte vor ihr aufliegend, die Hände sind mit beiden Handflächen zueinander gewandt ineinandergelegt (°). B steht auf, der Oberkörper bleibt in der nahezu gleichen Position, der Blick ist auf das Geschehen mit den beiden Bauten gerichtet, B setzt sich wieder hin, streckt die Arme nach vorne aus, die Hände umfassen sich gegenseitig mit zueinander gewandten Handflächen. Die Ellenbogen bilden jeweils zwischen Ober- und Unterarm einen Winkel von ca. 100°, die Unterarme sind auf der Tischplatte aufgelegt (1) der Blick ist auf das Geschehen gerichtet, B hebt die Hände sich weiter umfassend ca. 1cm an und senkt sie wieder ab und verbleibt in dieser Position (°)
24	>J[ls]	Du machst alles was falsches ab\ (leise) das muss
20:45	>J[gs]	°----- ---° °-----1-----2-3-----°
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14	J startet wie oben beschrieben mit der re Hand re und der li Hand li an den S.B und S.D von Bau 2 (°), bewegt beide Hände in einer symmetrischen, nach oben ausgeführten, bogenförmigen Bewegung jeweils nach außen, wobei Js li Hand in Staffelhandform mit der Handinnenfläche zur Tischkante weisend am Rand ihrer Unterlage hörbar fallen gelassen und dort abgelegt wird, während die re Hand an der re Tischkante, aber noch auf der Tischplatte ebenfalls hörbar fallen gelassen und dort in gleicher Handform wie die li Hand abgelegt wird (1). Während dieser Bewegung werden beide Handgelenke soweit in Richtung Js Oberkörper zurück bewegt, dass sie an der Längsseite des Tisches vor Js Oberkörper auf der Tischkante aufliegen, der Blick wird während der Bewegung auf Bau 1 gerichtet (°) Sie startet erneut aus dieser Position (°), blickt zu Bau 2, führt beide Hände in Staffelhandform, Handfläche zur Tischplatte weisend zu Bau 2, die re Hand an Stein 1 von Bau 2, der mit Daumen und Zeigefinger umfasst wird, die li Hand dahinter mit den Fingerkuppen auf Stein 16 von Bau 2 gestützt. J fixiert diese Position kurz (1.). J blickt zu Bau 2, löst mit der re Hand Stein 1 an Bau 2 und hebt ihn ca. 2cm an, setzt ihn, ohne ihn festzudrücken, an der gleichen

9 Empirie: Beispiel 4: Geometrie – Bauen, Tandem 2: Ayse und Jana

	13 14 15 16 17 18 19	beide Hände in Staffelhandform jeweils re und li auf die K.BC (li Hand) und die K.CD (re Hand) von Bau 2 (2). J hebt die re Hand in einer Flachhand nach oben, so dass man die Handinnenfläche von Kamera 1 aus sehen kann (3) und lässt die re Hand flach auf die K.CD hörbar herunter fallen (4). Anschließend wird die re Hand nach re bewegt, umschließt mit Daumen, Zeige- und Mittelfinger Stein 8 seitlich von der K.CD von Bau 2 aus, der Blick von J ist auf diese Hand gerichtet, die li Hand wird von K.BC gelöst, angehoben und nach re bewegt und mit Zeige- und Mittelfinger zwischen Stein 8 und Stein 7 an Bau 2 abgelegt (°)
29	<B[ls] 20:59 <B[gs]	°-----1-----2-----°
	1 2 3 4 5 6 7	B startet wie oben beschrieben (°), beugt ihren gesamten Oberkörper nach re, die re Hand wird auf dem re Oberschenkel abgelegt (1), die li Hand bleibt mit einer Flachhand und Handinnenfläche zur Tischplatte weisend auf der Tischplatte aufgestützt, der Blick ist unter den Tisch in Richtung der Beine von A und J gerichtet, der li Ellenbogen bildet den höchsten Punkt (2), dann richtet sich B auf, setzt sich gerade mit Blick auf die Bauten hin, die Hände nach vorne ausgestreckt mit Unterarmen auf dem Tisch aufliegend, die Hände liegen übereinander (re über li), beide Handflächen zur Tischplatte gewandt (°)
30	A[ls] 21:01 A[gs]	Warte- hier\ °---1-----2-----°
	1 2 3 4 5 6 7	A startet in der oben beschriebenen Position (°), umfasst Bau 1 von oben mit der re Hand an S.C, mit der li Hand an S.A (1), hebt Bau 1 an und führt Bau 1 mit beiden Händen über Bau 2, legt ihn dort ab, so dass S.C von Bau 1 auf S.A von Bau 2, S.B von Bau 1 auf S.D von Bau 2, usw. zum Liegen kommt (2). As li Hand verbleibt an S.A von Bau 1, die re Hand wird in Staffelhandform auf den Tisch abgelegt, so dass die Handkante mit dem kleinen Finger auf der Tischplatte aufliegt, die Handfläche zu den Bauten weist, ungefähr auf Höhe der K.DA von Bau 2, der Kopf wird nach re mit Blick auf die beiden Bauten gebeugt (°)
31	<B[ls] 21:02 <B[gs]	°-----1-----2-----°
	1 2 3 4 5 6	B startet wie oben beschrieben (°), steht auf und lehnt sich mit dem gesamten Oberkörper und aufgestützten flach auf der Tischplatte aufliegenden symmetrischen Händen und gestreckten Armen über den Tisch in Richtung der Bauten. Die li Hand weist mit den Fingern in Richtung Kamera 1, die li Hand in die entgegengesetzte Richtung. Die Oberschenkel werden an die Tischkante vor B angelehnt, der Blick ist auf die Bauten gerichtet (1). B lehnt sie sich in dieser Position nach li mit dem Kopf und dem Blick auf die Bauten
32	<J[ls] 21:04 <J[gs]	(aber) iii- hier is noch so eins\ °-----1-----2-----3-----4-----°.
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	J startet wie oben beschrieben, beide Hände an Bau 2 (°), führt die re Hand nach außen in Staffelhandform, die Handfläche zum Gebäude gerichtet und belässt sie mit der Handkante und dem kleinen Finger auf der Tischplatte aufliegend neben S.D von Bau 2, die li Hand wird von ihrer Position in der Lücke zwischen Stein 8 und 7 nach oben in einem Bogen hinter den Gebäuden hervor bewegt in Staffelhandform und in ähnlicher Weise wie die re Hand an S.B von Bau 2 geführt (1). Zeigefinger und Daumen der re Hand umfassen Stein 14 an S.B von Bau 1, der Blick ist nach re unten gerichtet, die li Hand liegt mit der Handkante auf dem Tisch auf, wobei die Fingerspitze des Daumens Stein 1 von Bau 1 berührt, die Fingerspitzen des Zeige- und Mittelfingers Stein 18 von Bau 1, die Fingerspitze vom Ringfinger Stein 4 von Bau 2 und die Spitze des kleinen Fingers Stein 15 von Bau 2 (2), J lehnt sich mit dem Oberkörper und dem Kopf nach re, schaut seitlich von S.B von Bau 1 aus auf die übereinanderstehenden Bauten. Die li Hand verbleibt wie beschrieben an den beiden Bauten angelegt, die re Hand wird mit leicht abgespreizten Fingern seitlich von S.B von Bau 1 aus an Stein 14 von Bau 1 geführt, dieser wird mit Zeige-, Mittelfinger und Daumen seitlich umfasst (3). Die re Hand wird anschließend nach unten in Richtung Tisch an den Übergang von Stein 9 und 16 von Bau 2 geführt, darauf wird der Zeigefinger auf S.D von Bau 2 von oben abgelegt (4), anschließend richtet sich J auf und blickt auf beide Bauten, die Hände bleiben in den jeweiligen Positionen fixiert (°)
33	>B[ls] 21:07 >B[gs]	Was isn anders bei dem grünen Haus als bei dem blauen/ °-----1-2-----3-----°.
	1	B startet wie oben beschrieben stehend am Tisch (°), läuft zwei Schritte nach rechts und vorne

9 Empirie: Beispiel 4: Geometrie – Bauen, Tandem 2: Ayse und Jana

	2 3 4 5 6 7 8 9	um die Tischecke herum, versetzt ihre Hände nacheinander – erst links, dann rechts – in unveränderter flacher Handform näher an die Gebäude der Schülerinnen heran, neigt zeitgleich ihren Oberkörper nach vorne und schaut von oben auf die beiden Bauten. Ihr linkes Bein streckt sie nach hinten aus (1,2). B richtet ihren Oberkörper wieder etwas auf, so dass sie nun an der Tischecke steht und über den ursprünglichen Arbeitsplatz von Ayse geneigt nach unten in Richtung der beiden Gebäude schaut, versetzt während des Aufrichtens ihre li Hand in unveränderter Handform in Richtung ihrer Oberschenkel auf dem Tisch, so gedreht, dass die Finger auf ihre Beine weisen (3). In dieser Position bleibt sie fixiert (°.)
34	>A[ls] 21:09 >A[gs]	Em- °---1-----2-----3--°
	1 2 3 4 5 6 7 8	A startet wie oben beschrieben (°), hebt Bau 1 von Bau 2 ab (1) und führt ihn nach re neben Bau 2 in Richtung Kamera 1, führt dabei ihre re Hand in Staffelhandform an Bau 1 an S.C und umfasst diese mit der gesamten Hand von oben (2). A stellt Bau 1 so im Arbeitsbereich von Jana ab, dass beide Bauten genau nebeneinander stehen, Seitenfläche C von Bau 1 direkt neben Seitenfläche A von Bau 2 (3). Ayse führt beide Hände in Richtung ihres Oberkörpers von den Seitenflächen C und A von Bau 1 weg in Staffelhandform und legt sie vor sich auf der Tischplatte ab, Handflächen zur Tischplatte weisend, die Finger auf Bau 1 gerichtet, Blick in Richtung beide Bauten (°)
35	<J[ls] 21:12 <J[gs]	das\ (leise) s s s so/ °-1---2---3---4---5---6---7---8---9-----10-----11-----12-----°
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	J startet wie oben beschrieben (°), öffnet li ihre Finger in eine abgespreizte Position. Die Hand wird in dieser Weise an unveränderter Stelle schräg im Handgelenk auf dem Tisch aufgestützt über S.B von Bau 2 gehalten, Handfläche zu Bau 2 weisend (1). Jana hebt ihre re Hand von S.D von Bau 2 in Staffelhandform ca. 10cm über den Bau an, formt eine G-Hand und führt den Zeigefinger von oben auf Stein 14 von Bau 1, tippt von oben darauf (2), tippt anschließend von oben auf den Steinübergang von Stein 9 und 16 an Bau 2 (3), tippt von oben auf Stein 5 von Bau 1 und auf Stein 14 von Bau 1 (4, 5), tippt von oben auf den Übergang von Stein 9 und 16 von Bau 2 (6), tippt von oben auf Stein 5 von Bau 1 (7), tippt von oben auf den Übergang von Stein 9 und 16 von Bau 2 (8), tippt von oben auf Stein 5 von Bau 1 (9), führt die re Hand in Staffelhandform zu Stein 8 von Bau 2, umfasst diesen von oben und löst in ab (10). Setzt den eben abgelösten Stein 8 von Bau 2 auf Stein 16, so dass Stein 16 und 14 in Bau 2 nicht mehr verbunden sind und zwischen der K.CD von Bau 2 und Stein 8 zwei Reihen Verbindungsstellen frei bleiben (11), hebt ihre Hände in Staffelhandform vom Gebäude ca. 5cm ab in Richtung ihres Oberkörpers (12), legt die li Hand vor sich in Staffelhandform, Handfläche zur Tischplatte weisend auf dem Tisch ab, die Finger weisen zu Kamera 2, die re Hand wird zeitgleich an Bau 2 geführt in G-Handform und mit dem Zeigefinger auf dem gerade eben versetzten Stein 8 von oben abgelegt. Diese Position bleibt fixiert, Blick auf Bau 2 gerichtet (°.)
36	<A[ls] 21:13 <A[gs]	°-1-2-3-----4-5-6---°
	1 2 3 4 5	Aus der oben beschriebenen Position startet Ayse mit der re Hand (°), bewegt sie in G-Handform zu Bau 1, hebt den Zeigefinger an und tippt dreimal von oben auf Stein 14 von Bau 1 (1, 2, 3), bewegt ihren Finger weiter auf Stein 14, so dass der Zeigefinger ganz auf dem Stein aufliegt und tippt anschließend erneut zweimal (4, 5, 6). Der Finger verbleibt in dieser Position auf Stein 14 und wird fixiert (°.)

Tab. 9.3.5_18 Transkriptausschnitt Beispiel 4

Zusammenfassende Interpretation

Im vorliegenden Transkriptausschnitt arbeiten Ayse und Jana gemeinsam daran, den Nachbau (Bau 2, vgl. Abb. 9.3.5_36) des Originalgebäudes (Bau 1, vgl. Abb. 9.3.5_35) so zu verändern, dass er einer kongruenten Abbildung von Bau 1 entspricht. Beide Schülerinnen haben dabei freie Sicht auf beide Gebäude und versuchen nun, den bereits bestehenden Bau 2

entsprechend der Vorlage (Bau 1, Originalbau) anzupassen. Dabei scheinen die Schülerinnen über verschiedene Deutungen zu verfügen, wie dieses Vorhaben umgesetzt werden kann: als Translation entlang eines Vektors oder Spiegelung an einer Ebene. Gleichzeitig besteht über den Verlauf der hier analysierten Sequenz offenbar Einigkeit darüber, dass *Gucken* eine geeignete Strategie zum Abgleich der beiden Gebäude darstellt, etwa zum Erkennen von Unstimmigkeiten. Die Schülerinnen nutzen im Verlauf sowohl nicht angeleitetes Schauen, indem z. B. auf dieses in der Lautsprache verwiesen wird ohne Definition eines konkreten Beobachtungspunktes (vgl. Äußerung 14), als auch durch die Gestik gerichtetes Schauen, für das sie somit ganz explizit einen Ort der Aufmerksamkeit markieren (vgl. Äußerung 15). Zudem lassen sich über den gesamten Verlauf die Blickbewegungen der Schülerinnen zwischen den beiden Bauten beobachten (vgl. z. B. Äußerung 3.1, Äußerung 4.13, Äußerung 9.4ff, Äußerung 18.10 o. Äußerung 24.9ff). Man kann feststellen, dass Jana über die ausgewählte Sequenz ausschließlich zwischen den beiden Bauten hin und her guckt und dabei hauptsächlich bei Bau 2 verbleibt, während Ayse sich durchaus beiden Bauten auch mit ihren Händen zuwendet und ebenfalls hin und her schaut. Eine weitere Strategie des Abgleichs der beiden Bauten wird offenbar durch *Übereinanderstellen* von Bau 1 auf Bau 2 etabliert in Äußerung 19 und 30. Ebenfalls scheint Einigung darüber zu bestehen, dass *Tippen* auf bestimmte Steine an den Bauten häufig die Beachtung des jeweiligen Pendants am anderen Bau mit einbezieht.

Ayse scheint ihr Gebäude Bau 1 zu Beginn der Sequenz zunächst in Einzelteilen analysieren zu wollen, denn sie dreht ihn um 180° im Raum, so dass sie auf die Unterseite bzw. den Grundriss schaut (vgl. Abb. 9.5.3_35). Möglicherweise geht sie so vor, um dann an Bau 2 abzugleichen, ob sich hier eine Entsprechung finden lässt oder eine Anpassung vorgenommen werden muss. Bau 1 wird noch häufiger im Verlauf der Sequenz von Ayse sowohl in der Ebene als auch im Raum gedreht, die Unterseite betrachtet, Steine oder deren Übergänge werden abgetippt. Ayse nimmt auch Veränderungen an Bau 2 vor. Anhand der Äußerungen 1, 4 und 11 lässt sich vermuten, dass Ayse die erste und zweite Schicht in Bau 1 im Zusammenhang sieht oder mindestens als voneinander abhängig einschätzt, denn sie betrachtet die Unterseite von Bau 1 (vgl. Äußerung 1 u. 4) und löst dann einen Stein unvollständig vom Originalgebäude ab, gerade so, dass sie ihn kippen und darunter schauen kann (vgl. Äußerung 11). Es ließe sich anhand von betrachteten Steinübergängen in der ersten Schicht des Gebäudes die Position des darübersetzten Steins ermitteln, was Ayses Absicht zu Beginn der Sequenz beschreiben könnte, wenn sie das Gebäude auf den Kopf dreht und die Unterseite betrachtet. Jana scheint über die gesamte Sequenz stärker auf ihren Bau 2 fixiert zu sein und eher über Blicke auf Bau 1 einen Abgleich zu Bau 2 vorzunehmen. Einzelne 8er Steine, die noch nicht in Bau 2 verbaut sind, platziert sie auch ohne lautsprachliche Erläuterung offenbar nach eigener Deutung in Bau 2 (vgl. Äußerung 10 u. 12). Dabei scheint sie stärker auf das zweite Stockwerk von Bau 2 (und Bau 1) zu fokussieren, möglicherweise ohne die Option in Betracht zu ziehen, den Grundriss bzw. das erste Stockwerk des Nachbaus ebenso in ihre Anpassungsversuche mit einzubeziehen. Die

Position von Bau 2 im Arbeitsbereich belässt Jana dabei weitgehend unverändert und nimmt am Gebäude weder Drehungen im Raum noch in der Ebene vor. Erste Hinweise auf Deutungsunterschiede der beiden Schülerinnen bezüglich der Festlegung, wie *genau* die beiden Bauten in Beziehung gesetzt werden, also z. B. auch, welche Seitenflächen an Bau 2 welchen Seitenflächen von Bau 1 im kongruenten Nachbau schließlich entsprechen sollen, ergeben sich bereits aus den Äußerungen 4 bis 10 bei der Bearbeitung von Seitenfläche A von Bau 2. Es zeigen sich weitere Differenzen innerhalb der den Schülerinnen zu unterstellenden übergeordneten Rahmung der gemeinsamen Angleichung von Bau 2 als kongruente Abbildung von Bau 1: In Äußerung 13ff scheint strittig zu sein, ob die kongruente Abbildung von Bau 1 als Verschiebung oder Spiegelung erstellt werden soll bzw. als orientierungstreue oder orientierungsverändernde Abbildung. Die Unterschiedlichkeit bezüglich des Grundrisses der beiden Bauten wird in der ausgewählten Transkriptsequenz nicht explizit von den Schülerinnen thematisiert, möglicherweise weil sie nicht erkannt oder als nicht relevant eingeschätzt wird.

In den folgenden Ausführungen sollen nun diese zusammenfassenden Beschreibungen der Sequenz detaillierter erläutert werden:

Zu Beginn der Sequenz fokussiert Ayse zunächst die Unterseite von Bau 1 und zählt hier Steinübergänge oder nimmt einen Messvorgang vor, wie viele Steine in die Abmessungen ihres Gebäudes passen. Dabei fordert sie zunächst ohne direkte Adressierung lautsprachlich mit „warte!“ (Äußerung 1) mutmaßlich Jana dazu auf, vorübergehend innezuhalten, z. B. bis sie etwas überprüft, ausprobiert oder umgesetzt hat, vermutlich um die erforderliche Aufmerksamkeit, Konzentration und Ruhe dafür zu sichern. Im Anschluss äußert sie die Zahlwortreihe eher vor sich hin sprechend (vgl. Äußerung 4). Bei diesen ersten Äußerungen verbindet Ayse verschiedene Ausdrucksmodi: Handlungen am Material (Drehen und Anheben des Gebäudes), ihre Gestik (Tippen auf die Steinübergänge oder Steine) und die Lautsprache (äußern des Beginns der Zahlwortreihe). Die Gestik Ayses bildet mit ihrer Lautsprache eine Rhythmik: Jedem Tippen wird offenbar ein Zahlwort zugeordnet, wobei die Lautsprache schließlich nur noch leise oder vermutlich in Gedanken weiter geäußert wird und die Gestik offenbar als Rhythmik für Kontinuität und Gleichmäßigkeit im Zähl- oder Messprozess sorgt. Die Lautsprache wird mithilfe der Gestik an die gemeinten Objekte gebunden und somit in einen sinnvollen Kontext gestellt. Ohne die Gestik wäre das Nennen der Zahlwortreihe in Anbetracht des geometrischen Problems der Erstellung eines Nachbaus zumindest nicht unmittelbar naheliegend. Dabei führt erst die kombinierte Betrachtung von Gestik und Lautsprache in Relation zu dem verfügbaren Material und des anzunehmenden Deutungsrahmens der Situationsbeteiligten (gemeinsame Angleichung von Bau 2 als kongruente Abbildung von Bau 1 als übergeordnete Rahmung, vgl. zugehörige Semiotische Prozess-Karte unten), zu einem umfassenderen Bild, was hier vermeintlich geschieht: Ayse nutzt einen möglicherweise für sie vertrauten mathematischen Bereich – den Bereich der Zahlen und/oder des Messens – um das geometrische Problem stärker zu

strukturieren und ein systematisches Vorgehen zu entwickeln für ein Problem, an dem sie mit ihrer Partnerin Jana offenbar im Voraus der hier analysierten Sequenz mindestens ins Stocken geraten ist. Dies scheint hier eine erste Strategie zu sein, Bau I von Grund auf zu analysieren, um seine geometrische Konstruktion auf diese Weise nachvollziehen und potentiell in Bau 2 abbilden zu können.

Während also Ayse offenbar den Versuch startet, systematisch den Nachbau von Bau I durch eine möglicherweise zählende Analyse des Grundrisses anzugehen, deutet Jana die Situation in dieser Phase eher als eine Art Spielsituation: Ihr aus LEGO® DUPLO® Bausteinen generiertes Gebäude (Bau 2) wird in Janas lautsprachlicher Darstellung zum „Haus“, aus dem in ihrer Vorstellung auch eine „Stadt“ werden kann (Äußerung 5a u. 5b). Jana erreicht dadurch einerseits, sich vorübergehend einer Rahmung im mathematischen Sinne zu entziehen, die sich im Voraus möglicherweise als anspruchsvoll erwiesen hat. Eventuell hat Ayse eine Idee verfolgt, die Jana nicht verstehen könnte oder nachvollziehen kann. Andererseits kann Jana so Aufmerksamkeit für ihr Tun und ihr Gebäude Bau 2 erreichen und möglicherweise auch ein Abrücken Ayses von deren aktueller Strategie bewirken, ohne einen Beitrag im Sinne einer mathematischen Auseinandersetzung leisten zu müssen.

Nach einem Kommentar zu Jana seitens der begleitenden Person B, der als eine Bedingung oder Regel zu deuten ist, alle Steine verbaut haben zu müssen, bevor ein Gebäude als „fertig“ (Äußerung 5a) bezeichnet werden könne (vgl. Äußerung 6), beginnt offenbar auch Jana erneut, einen stärker mathematisch gerahmten Abgleich zwischen Bau I und Bau 2 herzustellen, der vornehmlich aus einem vergleichenden Betrachten beider Bauten zu bestehen scheint. Bs Einwand wird hier also mutmaßlich von Jana so gedeutet, die noch verbliebenen 8er Steine nicht nur *irgendwie* noch in Bau 2 zu verbauen, wie Bs Einwand auch hätte interpretiert werden können, sondern in Relation zu Bau I geeignete Positionen in Bau 2 für die noch nicht verbauten 8er Steine zu finden. Dabei orientiert sich Jana über die im Verlauf der Situation zwischen den Schülerinnen etablierte Strategie des *Schauens* oder *Guckens* als Abgleich zwischen Bau I und Bau 2, und findet so offenbar auch Stellen an Seitenfläche A von Bau 2, an denen sie die noch nicht verbauten 8er Steine einsetzt. Auffällig ist, dass B mit ihrer Äußerung 6 nicht die mathematisch begründete und in Bezug auf das gegebene Problem zentrale Bedingung einbringt, dass Bau 2 noch keinen kongruenten Nachbau von Bau I zeigt und deshalb Janas *Haus* noch nicht fertig sein könne. B verweist ausschließlich auf das Verbauen aller Steine in Bau 2. Möglicherweise kann B auf diese Weise einen Raum für die Partizipation Janas eröffnen, der für Jana einen erneuten Zugang zu einer mathematisch orientierten Auseinandersetzung mit Bau 2 schafft, nachdem sie zu Beginn der Situation sich weniger einbringen konnte bzw. ihr vielleicht auch weniger der Zugang zu Bau I möglich war (vgl. die von Jana wegführende Kippbewegung von Bau I durch Ayse in Äußerung 4).

Jana verlässt ihre spielerische Rahmung nicht oder zumindest nicht vollständig, denn in Äußerung 8 *läuft* sie geradezu über ihr Gebäude mit den Fingern in Verbindung mit dem

lautsprachlichen Ausdruck „Dippee dipp“ (Äußerung 8). Was zunächst auch als spielerische Übersprungshandlung gedeutet werden kann, erweist sich jedoch in der weiteren Analyse als möglicherweise auf das mathematische Problem bezogener Beitrag: Jana stoppt nämlich genau an der Stelle, an der sie wenig später den ersten 8er Stein an Bau 2 im Abgleich mit Bau 1 platziert.

Ayse wendet sich in Äußerung 7 von ihrem Bau 1 ab und Bau 2 zu, wobei sie zwischen Stein 7 und Stein 8 tippt (Äußerung 7.9ff). In Äußerung 9 löst Ayse den 4er Stein 5 von Bau 2 – möglicherweise, weil an der für Ayse vergleichbaren Position in Bau 1 ein 8er Stein platziert ist. In diesem Sinne deutet Ayse hier mutmaßlich den Vergleich von Bau 1 und Bau 2 in der Weise, dass für sie Seitenfläche A an Bau 2 auch Seitenfläche A an Bau 1 entspricht, und sich ebenso alle anderen Seitenflächen B, C und D an den beiden Bauten jeweils entsprechen.

Offenbar ohne explizite lautsprachliche oder auch gestische Absprache über eine Festlegung der beiden Schülerinnen, wie die beiden Bauten konkret in Relation gesetzt werden sollen, scheint Jana eine andere diesbezügliche Deutung vorzunehmen: Sie ergreift in Äußerung 8 nach ihrem Fingerlauf über Bau 2 bis zu Stein 2 an Seitenfläche A (vgl. Äußerung 8.3ff) einen noch nicht verbauten 8er Stein und positioniert ihn – mutmaßlich als Abbildung von Seitenfläche C von Bau 1 – zwischen den Steinen 2 und 3 an Bau 2 (vgl. Äußerung 10.3ff). In Äußerung 12.4ff platziert Jana den zweiten verbliebenen 8er Stein zwischen Stein 3 und 4 an Seitenfläche A von Bau 2. Eine erste rekonstruierbare Deutungsdifferenz der beiden Schülerinnen besteht also offenbar darin, wie die Beiden die Gebäude aufeinander abbilden: Ayse möchte mutmaßlich Seitenfläche C von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau 1 anpassen, während Jana Seitenfläche C von Bau 1 auf Seitenfläche A von Bau 2 abbildet. Es scheint zwischen den Schülerinnen bis zu diesem Zeitpunkt im Verlauf der Sequenz aber noch weitgehend offen bzw. nicht gemeinsam festgelegt zu sein, wie die Abbildung von Bau 1 grundsätzlich erzeugt wird: als Drehung, Spiegelung, Verschiebung oder auch als eine Verkettung von Kongruenzabbildungen.

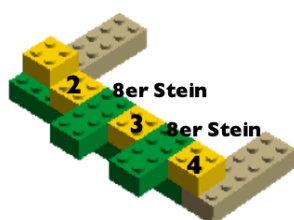
Beide Schülerinnen äußern ihre Strategien, geplante nächste Handlungen und eigene Deutungen in diesem ersten Teil der analysierten Sequenz im lautsprachlichen Modus eher rudimentär (vgl. z. B. Äußerung 3 „des muss“, Äußerung 7 „warte/ du hast das hier“ oder auch Äußerung 11 „(leise) das (.) is-“). Potentielle Sinnzuschreibungen dieser Äußerungen sind häufig erst über die sie begleitenden Gesten oder auch Handlungen mit den Steinen möglich. Nur auf diese Weise, lässt sich z. B. die oben angesprochene erste Deutungsdifferenz nachzeichnen bezüglich des in Beziehung Setzens der beiden Gebäude. Man kann unterstellen, dass Jana und Ayse ihr jeweiliges Vorgehen zu Beginn der Sequenz insoweit miteinander abstimmen, als dass beide offenbar über Raum zum Ausprobieren und Entwickeln eigener Strategien verfügen im Rahmen der übergeordneten Ausrichtung auf die Angleichung von Bau 2 an Bau 1 als kongruenten Nachbau. Ebenso ist gemeinsam

mutmaßlich die übergeordnete Rahmung aktiviert, den Originalbau (Bau 1) als Bau 2 nachzubauen.

Jana zeigt sich im Fortgang der Sequenz zunächst eher geduldig bezüglich des Eingreifens Ayses an dem ursprünglich ihr zugeordneten Bau 2 und lässt sogar zu, dass ihre Hand von Bau 2 durch Ayse weggehoben wird (vgl. Äußerung 13.6f). Man muss an dieser Stelle anmerken, dass Jana ursprünglich mit dem Nachbau, also dem Erzeugen von Bau 2 beschäftigt war, und zwar anhand der von Ayse erzeugten Bauanleitung. Schließlich entscheiden die Schülerinnen gemeinsam, zusammen am Nachbau zu arbeiten, möglicherweise weil sie den Nachbau bis zu diesem Zeitpunkt als nicht dem Originalbau entsprechend interpretierten. Dabei blieb die Zuordnung bzw. Positionierung der Bauten im jeweiligen Arbeitsbereich der Mädchen unverändert: Bau 1 steht als Originalbau nach wie vor direkt vor Ayse, Bau 2 befindet sich im Arbeitsbereich von Jana. Möglicherweise aufgrund von Janas Positionieren der noch nicht verbauten 8er Steine in Bau 2 an Seitenfläche A und der dadurch veränderten Materialanordnung im Arbeitsbereich, ergibt sich eine Umdeutung Ayses bezüglich der Relation der beiden Gebäude zueinander: Im folgenden Teil der Sequenz (Äußerung 13 bis 18) fokussieren nämlich mutmaßlich nun beide Schülerinnen die Anpassung der Seitenfläche A von Bau 2 an die Seitenfläche C von Bau 1. Ayse erweist sich in dem bisherigen Abschnitt der ausgewählten Sequenz als eher flexibel bezogen auf ihre diesbezüglichen Deutungen, denn sie wechselt offenbar ohne größere Probleme oder explizite Erläuterungen von ihren bisherigen Interpretation der Relation der beiden Gebäude als Verschiebung zu dem Vorhaben, Seitenfläche A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau 1 anzupassen und damit eine Spiegelung zu erzeugen. Möglicherweise ist Ayse auch noch nicht festgelegt, was ihre Idee der Abbildung betrifft oder sie orientiert sich bewusst an Jana, weil sie ihr zutraut, eine geeignete Abbildung zu erzeugen. Durch die wie auch immer motivierte Abstimmungen des aufeinander bezogenen Agierens der beiden Schülerinnen hier, bringen sie offenbar gemeinschaftlich eine aufeinander abgestimmte Deutung hervor, wie sie nun Bau 1 auf Bau 2 abbilden wollen.

Nach Äußerung 12 zeigt sich dann zunächst folgendes Bild der oberen Stockwerke beider Seitenflächen C und A von Bau 1 bzw. Bau 2 im Vergleich (vgl. Abb. 9.3.5_39):

Seitenfläche A von Bau 2



Seitenfläche C von Bau 1

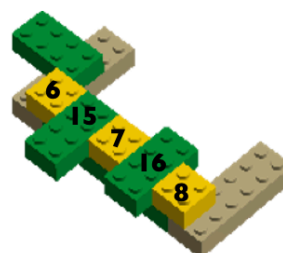


Abb. 9.3.5_39 Seitenfläche A von Bau 2 (links) als Versuch einer kongruenten Abbildung von Seitenfläche C von Bau 1 (nach Äußerung 12, ca. bei Min 20:18)

Im Zuge der Angleichung der differenten Deutungen umfasst Ayse in Äußerung 13.8ff den von Jana in Äußerung 12 platzierten 8er Stein an Bau 2, der zwischen Stein 3 und 4 positioniert ist. Bei Jana führt dieses Umgreifen Ayses zu einem deutlichen Protest in Äußerung 14, den sie lautsprachlich hervorbringt und gestisch offenbar dafür sorgt, dass es nicht zu weiteren Manipulationen von Ayse am Bau 2 kommen kann. „**Ehy** (unverständlich) des is **richtig** ich hab **geguckt**“ (Äußerung 14) wird durch eine beidhändige Geste begleitet, die Bau 2 symmetrisch und nahezu gänzlich abdeckt: Beide Hände von Jana werden zu einer Fläche geformt, über Bau 2 geführt und dort gehalten bzw. nahezu abgelegt. Mit ihrer Geste *blockiert* Jana damit gewissermaßen den gesamten Bau 2 vorübergehend für alle Beteiligten, schirmt ihn sowohl vor Manipulationen als auch vor Blicken ab, auch wenn *Gucken* eine durchaus gängige und interaktiv etablierte Vergleichsstrategie der Schülerinnen bezüglich der Gebäude im Verlauf der analysierten Interaktion ist. Jana ist sich bezüglich der Korrektheit ihrer Positionierung des von Ayse umfassten 8er Steins an Bau 2 offenbar sehr sicher und bezeichnet diese mutmaßlich mit ihrer Äußerung 14 als „**richtig**“. Sie möchte offenbar unbedingt und auch durch ihre betonte Aussprache unterstützt verhindern, dass Ayse nun daran etwas verändert. Die Formulierung verweist darauf, dass es in den Augen Janas grundsätzlich offenbar *richtige* und *falsche* Positionierungen von Steinen im Nachbau gibt, die sich durch vergleichendes *Gucken* zwischen den Bauten in diese Kategorien von richtig und falsch einordnen lassen („ich hab **geguckt**“, Äußerung 14).

Die anschließende Zeigegeste von Ayse auf Stein 15 von Bau 1, die dort auch über die folgende Drehung als Drehzentrum fixiert wird (Äußerung 15.6ff), und die weitere Beschäftigung der Schülerinnen mit den 8er Steinen an Seitenfläche A von Bau 2 legen die Deutung nahe, dass sich offenbar über die Positionierung dieser 8er Steine ein Anknüpfungspunkt für ein aufeinander stärker explizit lautsprachlich abzustimmendes Agieren der Schülerinnen an Seitenfläche A von Bau 2 ergibt. Sie scheinen eine Einigung hervorzubringen, die darin zu bestehen scheint, Seitenfläche A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau 1 anzugleichen. Abbildung 9.3.5_40 zeigt Bau 1 vor und nach der Drehung $D_{M, w(\alpha)}$ mit $w(\alpha) \approx 175^\circ$ durch Ayse. Die Ausrichtung der Gebäude im Arbeitsbereich wird dadurch in Bezug auf die von den Schülerinnen erzeugte Einigung der Vergleichbarkeit der beiden Bauten angepasst und kann als Bestätigung dieser analytischen Rekonstruktion angenommen werden.



Abb. 9.3.5_40 Bau 2 (grün) und Bau 1 (blau) links im Bild vor und rechts im Bild nach der Drehung $D_{M, w(\alpha)}$ mit $w(\alpha) \approx 175^\circ$ von Bau 1 durch Ayse in Äußerung 15 ab Min. 20:24

Im Verlauf der Situation manifestiert sich eine weitere Deutungsdifferenz der beiden bezüglich der Frage, ob ein orientierungstreuer oder nicht-orientierungstreuer kongruenter

Nachbau von Bau 1 erstellt werden soll. Besonders deutlich wird die Deutungsdifferenz, als Ayse einen Wechsel des Referenten von Stein 15 auf Stein 16 ausschließlich gestisch vornimmt und lautsprachlich nicht explizit markiert (vgl. Äußerung 15.6ff u. 15.22ff). Es wird hier sozusagen die Ausdeutung der oben beschriebenen und kollektiv etablierten Einigung *Seitenfläche C von Bau 1 wird abgebildet auf Seitenfläche A von Bau 2* verhandelt: Konkret scheint in dem Abschnitt der Sequenz geklärt zu werden, wie die beiden fokussierten Seitenflächen nun *genau* in Relation zueinander gesetzt werden müssen. Diese Frage wird offenbar über die Aushandlung der Positionierung der beiden 8er Steine zwischen den Steinen 2 und 3 bzw. Steinen 3 und 4 an Seitenfläche A von Bau 2 thematisiert. Es lässt sich erneut die vorausgehende Vermutung stützen, dass Ayse offenbar eine *Verschiebung* als Abbildung von Bau 1 anzustreben scheint, während Jana offenbar eher eine *Spiegelung* von Bau 1 fokussiert. Es bleibt hier allerdings offen, ob Jana nach Äußerung 16 *nicht erkennt*, dass das zweite Stockwerk von Bau 2 an Seitenfläche A aktuell eine Spiegelung des zweiten Stockwerks der Seitenfläche C von Bau 1 darstellt, oder ob es für sie *keine Relevanz* hat in Bezug auf das gegebene mathematische Problem des Erstellens eines kongruenten Nachbaus von Bau 1. Für Ayse demgegenüber erscheint eine orientierungstreue kongruente Abbildung von Bau 1 nicht nur erstrebenswert, sondern offenbar aus ihrer Sicht auch die einzige Lösung zu sein, die sie als *richtig* einschätzt (vgl. Äußerung 15 u. 17).

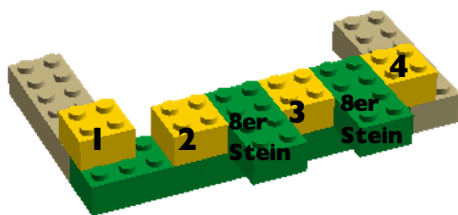
Die Seitenverkehrtheit des Nachbaus des zweiten Stockwerks von Bau 1 in Form von Seitenfläche A an Bau 2 führt dazu, dass Ayse eine Positionskorrektur des 8er Steins an Bau 2 vornimmt, der zwischen Stein 3 und 4 platziert ist, und zwar so, dass sie nun offenbar hier ihren Hinweis „in der Mitte ein (bisschen)“ (Äußerung 15) umsetzt: Der 8er Stein wird von Ayse so platziert, dass er nach innen und außen je mit einer Reihe an Verbindungsstellen übersteht, so wie Jana bereits zuvor den 8er Stein zwischen Stein 2 und 3 an Bau 2 versetzt hat. Ayse setzt hier die lautsprachlich eingebrachte Idee „in der Mitte“ (Äußerung 15) in ihrer Handlung um, und zwar an dem Stein, den sie mutmaßlich mit ihrem Tippen auf Stein 16 an Bau 1 in Äußerung 15.22ff meinte und gestisch markierte. Dies erläutert sie auch lautsprachlich und nimmt nun explizit die Referenz auf das Pendant von Stein 16 von Bau 1 an Bau 2 vor, indem sie formuliert: „des da hab is in der Mitte gemacht“ (Äußerung 17) und den 8er Stein, der von Jana zwischen Stein 3 und 4 an Bau 2 platziert wurde (vgl. Äußerung 12.5f), versetzt (vgl. Äußerung 17.6ff). Jana lässt diesmal Ayses Handlung zu. Sie deckt bspw. nicht erneut Bau 2 mit ihren flachen Händen ab, wie sie es etwa in Äußerung 14 gezeigt hat. In Äußerung 18 tippt Jana zunächst auf den 8er Stein zwischen Stein 2 und 3 an Bau 2 und übernimmt hier gestisch die Markierung des für sie nun zentralen 8er Steins, die auch Ayse zuvor schon genutzt hat. Jana selbst versetzt nun diesen 8er Stein an Bau 2 so, dass er nach außen um zwei Reihen an Verbindungsstellen übersteht und äußert lautsprachlich „nein aba des-(-) war (doch) in der Mitte“ (Äußerung 18), so als sei vorher schon alles genau so gewesen, wie Ayse es nun in ihrer Kritik an Bau 2 eingefordert hat.

Die lautsprachliche Bezeichnung „in der Mitte“ aus Äußerung 15 von Ayse wird hier nun auch lautsprachlich von Jana aufgegriffen und in ihre Argumentation für ihre eigene Deutung der Positionierung der 8er Steine integriert. Diese Stelle zeigt, dass Jana offenbar nun in der Lage ist, beides – also die *orientierungstreue Verschiebung* wie auch die *gespiegelte Abbildung* von Bau I – als zufriedenstellende Lösung der Angleichung von zwei Seitenflächen zwischen den Bauten ansehen zu können und sich Ayses Deutung anzuschließen scheint. Eventuell formuliert Jana deshalb hier „nein aba“ (Äußerung 18) im Sinne eines lautsprachlichen Widerspruchs zu Ayse, weil sie ihr gegenüber kein Zugeständnis machen möchte oder weil für Jana dies genau so *richtig* war und sie den Einwand Ayses nicht ganz nachvollziehen kann. Dennoch entscheidet sie sich aber dazu, den Stein, der eigentlich ihrer Meinung nach bereits Ayses Bedingung *in der Mitte* erfüllte, nun zu versetzen. Es scheint so, als ob für Jana vorerst inhaltlich nicht nachvollziehbar aufgelöst wird, warum für Ayse relevant ist, *welcher* der 8er Steine *in der Mitte* platziert ist oder als ob es Jana gleichgültig sein könnte bzw. beides für sie *richtig*. Möglicherweise trägt hier eine gewisse Vertrautheit der beiden Gesprächspartnerinnen dazu bei, dass sie hier zwar gegenseitig keine inhaltliche Einigung darüber erlangen, warum nun genau welcher der 8er Steine *in der Mitte* zu platzieren ist, um eine Abbildung von Seitenfläche C von Bau I zu erzeugen. Es lassen sich aber durchaus mutmaßlich auf Kooperation basierende Zugeständnisse im Rahmen der für sie möglichen Lösungen rekonstruieren, die eine Einigung zwischen den beiden Schülerinnen zugunsten der Aufrechterhaltung der weiteren Interaktion erzeugen: Jana erlaubt Ayse trotz des vorausgehenden Abschirmens (Äußerung 14) selbst an Bau 2 etwas zu verändern und sie traut hier offenbar trotz ihres Widerspruchs oder Protests (vgl. Äußerung 18) Ayse in einem gewissen Maße zu, eine geeignete Lösung generiert zu haben, auch wenn Jana sich dieser Lösung möglicherweise eher zur Erfüllung gewissermaßen interaktiv vorhandener Zwänge anschließt. Mit interaktiven Zwängen ist hier etwa das Glätten von möglichen Differenzen zwischen Jana und Ayse gemeint, um die Interaktion weiter gemeinsam gestalten zu können: Krummheuer und Brandt (2001) beschreiben den „individuellen Zuwachs an Handlungsautonomie“ als „Indikator erfolgreichen Lernens“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 73). *Interaktionaler Gleichfluss*, also das Interagieren in musterhaften Verläufen, eröffne jedoch weniger Lernmöglichkeiten, wohingegen *interaktionale Verdichtungen* eine höhere Aufmerksamkeit der Beteiligten und eine Abstimmung der Handlungszüge erfordere (vgl. Kap. 4.2). Reibungslose Interaktionsverläufe in Routinen bieten weniger Möglichkeiten mathematischen Lernens. Hingegen können Interaktionen, in denen Schüler*innen zu „sich widersprechenden Lösungen“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 73) kommen, solche gleichförmigen Verläufe aufbrechen und dazu führen, dass etwas fachlich Strittiges verhandelt wird. Man kann hier also dieser Theorie folgend mutmaßen, dass keine der Beteiligten etwa den strittigen Punkt der Frage der Kongruenzabbildung aufgreift und damit die Gelegenheit zur Verdichtung der Interaktion gewissermaßen verpasst. Dies geschieht möglicherweise deshalb, um Streit zwischen den Schüler*innen zu vermeiden und die Interaktion *um des lieben Friedens Willen* weiterführen zu können. Wie Höck (2020) beschreibt, könnte hier auch

die Vertrautheit der Interaktionspartnerinnen Ayse und Jana dazu führen, dass sie ihren mathematischen Lösungsweg nicht mehr hinterfragen (vgl. Höck, 2020, S. 103f). Mit Blick auf Tomasellos (2008) Theorie der geteilten Intentionalität (vgl. Kap. 4.4) kann hier gemutmaßt werden, dass insbesondere Jana hier zugunsten eines sozial handelnden *Wir*s ihre Deutung hintenanstellt und sich sozusagen zugunsten dieses kooperativen Handelns in Interaktion Ayses Deutung anschließt, nicht ganz ohne Protest, aber dennoch in der Sache. Dies kann Jana hier möglicherweise auch ohne eine wirkliche Auflösung im Sinne einer inhaltlichen Einsicht in die Gründe Ayses zugunsten des gemeinsamen übergeordneten Vorhabens der Erzeugung einer Lösung des gegebenen Problems zugunsten des Interaktionsflusses akzeptieren. Es ist nicht unbedingt sicher, ob dadurch geeignete Räume zur Weiterentwicklung mathematischer Sichtweisen der Schülerinnen emergieren. Hier führt aber auch diese weniger inhaltliche als vielmehr soziale Abstimmung miteinander dennoch dazu, dass am Ende dieses Abschnitts nach Äußerung 18 der Sequenz die Angleichung der Seitenflächen A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau I im Sinne einer orientierungstreuen Abbildung offenbar für die Schülerinnen als abgeschlossen gilt, denn keine äußert weitere Zweifel oder Kritik daran.

Die nachfolgenden Abbildungen (Abb. 9.3.5_41 bis Abb. 9.3.5_43) zeigen die Entwicklung der Positionierung der 8er Steine an Seitenfläche A von Bau 2, beginnend bei Äußerung 12, die nach Äußerung 18 dann abgeschlossen zu sein scheint:

Bau 2



Bau I

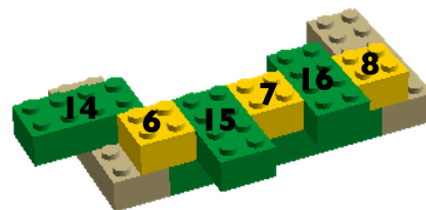
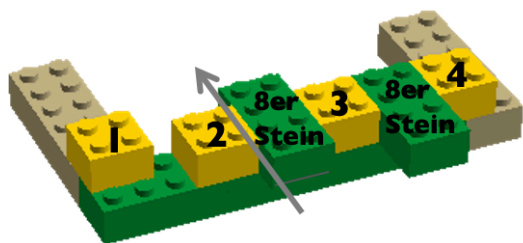


Abb. 9.3.5_41 Seitenfläche A von Bau 2 (links) im Vergleich zu Seitenfläche C von Bau I (rechts) nach Äußerung 12: Jana hat an Bau 2 beide 8er Steine mit zwei Reihen Verbindungsstellen nach außen überstehend positioniert

Bau 2

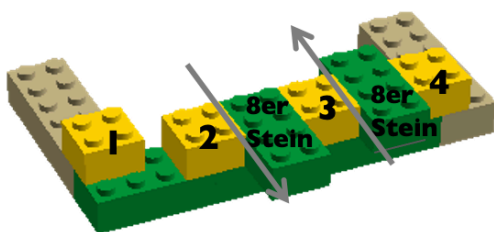


Bau I



Abb. 9.3.5_42 Seitenfläche A von Bau 2 (links) im Vergleich zur Seitenfläche C von Bau I (rechts) nach Äußerung 16: oberes Stockwerk als Spiegelung (ausgenommen Stein 1 bzw. 14)

Bau 2



Bau I (unverändert)

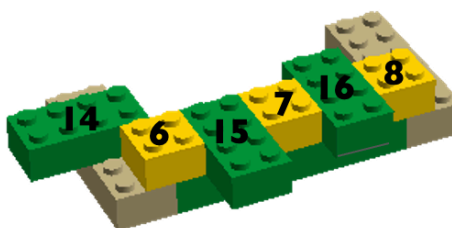


Abb. 9.3.5_43 Seitenfläche A von Bau 2 (links) im Vergleich zur Seitenfläche C von Bau I (rechts) nach Äußerung 18: oberes Stockwerk als Verschiebung (ausgenommen Stein 1 bzw. 14)

Im folgenden Teil der ausgewählten Sequenz bringt Ayse zunächst über eine Handlung eine neue mathematische Strategie des Vergleichens beider Bauten ein: Sie scheint einen Kongruenzabgleich durch das Übereinanderstellen der Gebäude vornehmen zu wollen. Dies stellt eine Erweiterung der bisherigen Strategie des *Guckens* als Vergleichsmöglichkeit der Gebäude dar. Jana lässt sich offenbar darauf ein. Für sie ist der Strategiewechsel offenbar weder abstimmungsbedürftig noch inhaltlich strittig. Sie äußert lautsprachlich „und jetzt fehlt aber **hier** noch-“ (Äußerung 20), wobei Jana gestisch die Stelle an Bau I und 2 markiert, an der aktuell an Bau I ein 4er Stein (Stein 1) verbaut ist, während ein entsprechendes Pendant an Bau 2 (noch) fehlt. Eine Weiterarbeit an dieser Erkenntnis ist zunächst aber offenbar nicht unmittelbar möglich, da in der weiteren Sequenz eine Art Disput zwischen den beiden Schülerinnen emergiert, der zunächst zur kurzfristigen Unterbrechung von Janas Aktion an Bau 2 im Abgleich mit Bau I führt: Nach dem Abstellen von Bau I wendet sich Ayse der Seitenfläche C von Bau 2 zu und beabsichtigt nun offenbar hier eine Angleichung. Als sie dabei

einen Stein löst, der dann herunterfällt, führt dies zu einer sehr deutlichen und betonten Kritik an Ayse durch Jana, die äußert: „Du machst **alles** was **falsches** ab\ (leise) **das** muss“ (Äußerung 24). Dies erscheint geradezu als ein Urteil über Ayses gesamtes bisheriges Vorgehen. Jana versetzt aber dann Stein I von Bau 2 an die von ihr in Äußerung 20 offenbar angezeigte Stelle an Seitenfläche B von Bau 2, und zwar genau in der Position, in der dort ursprünglich Stein 5 platziert war. Die relativ deutliche Zurechtweisung in der Lautsprache Janas löst offenbar Unsicherheit bei Ayse aus, die sich daran zeigt, dass Ayse den gerade von Bau 2 gelösten 4er Stein an Seitenfläche C zwar aufhebt und im Bau positioniert, aber noch nicht festdrückt, so als könne sie für die Korrektheit der Positionierung keine Verantwortung übernehmen oder möchte sich diesbezüglich erst Janas Zustimmung sicher sein. Der Stein steht nun auf einer minimal veränderten Position auf Bau 2 auf, nämlich mit einer Reihe Verbindungsstellen Abstand zum bisher lückenlos anschließenden 4er Stein neben Stein 6. Ayse dreht sogar noch einmal den 4er Stein in der Ebene in der Luft bevor sie ihn erneut an dieser Stelle absetzt, was bei einem solchen Stein mit quadratischer Grundfläche zu keiner relevanten Lageveränderung im Raum führt. Sie zweifelt offenbar selbst an der Platzierung, indem sie eine Art Selbstgespräch „ne-“ (Äußerung 25) führt. B bringt sich in die Situation mit einer weiterführenden Frage ein „wo stimmts jetzt noch nich!“ (Äußerung 26), was offenbar dazu führt, dass Ayse ihr Vorhaben mit dem 4er Stein abzurechnen scheint. Mit dem erneuten Anheben und Drehen von Bau I an Seitenfläche A markiert Ayse nun im besonderen Maße die drei 4er Steine 2, 3 und 4 gestisch und verweist auch lautsprachlich auf diese drei Steine. Die Rhythmik der Gestik referiert dabei einerseits auf die spezielle Anordnung der drei 4er Steine an Bau I, andererseits zeigt die fixierende Geste am Ende der Bewegung auf den Steinen auch die Kompaktheit dieses 3er Blocks an 4er Steinen und deren genaue Position auf Bau 2 an.

Jana scheint sich und ihren Bau 2 erneut zu verteidigen, so wie sie es schon in Äußerung 18 zur Platzierung eines 8er Steins an Bau 2 gezeigt hat: „**Ja**\ da warn doch drei\ dann hast du eins abgemacht“ (Äußerung 28). Die Formulierung mit *du* weist offenbar erneut Ayse eine gewisse Verantwortung oder gar Schuld am aktuellen Stand des Nachbaus zu. Jana zeigt dabei anhand der Betonung zu Beginn ihrer Äußerung und der Zuweisung zu Ayse eine hohe Sicherheit bezüglich ihres Vorgehens und ihres Baus 2. Sie übernimmt aus Ayses Hand den besagten 4er Stein, um diesen an Seitenfläche C von Bau 2 an seiner ursprünglichen Position sodann fest zu drücken. Ayse äußert keinen Widerspruch gegen Janas offenbar direkt an sie adressierte Zuschreibung, möglicherweise weil sie einem erneuten Disput mit Jana aus dem Weg gehen möchte oder weil sie ihr hier zustimmt und zutraut, eine adäquate Einschätzung der Situation und der korrekten Steinposition vorzunehmen. Man könnte hier erneut anführen, dass die beiden mutmaßlich eine Glättung von Streitigkeiten einer fachlichen Abstimmung über Steinpositionen vorziehen. In der weiteren Sequenz strebt Ayse erneut einen Vergleich durch Übereinanderstellen der Gebäude an (Äußerung 30), den Jana offenbar dazu nutzt, sich der bis jetzt noch nicht angepassten Seitenfläche D von Bau 2 zuzuwenden. Jana äußert: „(aber) iii- **hier** is noch so eins“ (Äußerung 32) und meint damit mutmaßlich mit

Blick auf ihre Gestik nun Stein 14 an Bau 1, der in Bau 2 an Seitenfläche D aktuell noch kein Pendant aufweist.

In den letzten Äußerungen der ausgewählten Sequenz bringt B zunächst einen Impuls ein, der mutmaßlich eher allgemeiner formuliert ist und bezogen auf die Gesamtheit der beiden Gebäude auf deren Unterschiedlichkeiten abzuheben scheint: „Was isn **anders** bei dem grünen Haus als bei dem blauen/“ (Äußerung 33). Auffällig erscheint dabei ihre Wortwahl, die B hier mutmaßlich an Janas vorübergehende Alltagsrahmung (vgl. Äußerungen 5a u. 5b) anlehnt mit der Begriffswahl *Haus*. Während dieser Äußerung stellt Ayse Bau 1 neben Bau 2 ab, und zwar so, dass Seitenfläche A von Bau 1 direkt neben Seitenfläche A von Bau 2 steht. Ayse hat offenbar zunächst keine Antwort auf Bs Frage: Sie bringt „em-“ (Äußerung 34) wie überlegend hervor und legt zeitgleich die Hände vor sich auf dem Tisch in Staffelhandform ab, als würde sie sich zumindest vorübergehend vom Arbeitsbereich zurückziehen. Jana dagegen scheint ihre Idee aus Äußerung 32 hier noch einmal vorbringen zu wollen, äußert lautsprachlich betont und überzeugend „das!“ (Äußerung 35) und tippt auf Stein 14 an Bau 1. Es entsteht dann ein mehrfaches Hin- und Hertippen zwischen den beiden Bauten von Jana, in dessen Verlauf Ayse mutmaßlich eine zusätzliche Erkenntnis bezüglich Stein 8 an Bau 1 gewinnt. Entweder vertippt sich Jana nämlich beim diesem Hin- und Hertippen oder es ist eine Folge von Ayses Besetzung von Stein 14 an Bau 1 durch eine Tippgeste, so dass Jana plötzlich auch auf Stein 5 von Bau 1 zu tippen beginnt während sie zwischen Bau 1 und Bau 2 hin und her tippt. Während des Prozesses des Tippens entwickelt sie offenbar die Betrachtung von Stein 5 an Bau 1 als Pendant von Stein 8 an Bau 2, den sie nach insgesamt acht Tippbewegungen zwischen den Bauten potentiell als Folge ihrer Erkenntnis neu positioniert. Dabei scheint sie sich diesbezüglich aber nicht ganz sicher zu sein und lässt nach einem kurzen Rückzug vom Stein ihren Finger auf Stein 8 an Bau 2 liegen, so als wolle sie weiter daran hantieren. Die Relation von Steinen und Positionen an den beiden Bauten wird hier also direkt über die Gestenbewegung angezeigt, und den fast schon rhythmischen Wechsel zwischen den Steinen und der Stelle an Bau 2, an der ein 8er Stein platziert werden muss. Ayse scheint Janas Tippen auf Stein 14 an Bau 1 zu imitieren und setzt ungefähr aber der zweiten Tippgeste Janas mit ein, ausschließlich auf diesen Stein mit ihrem Zeigefinger zu weisen. In der ausführlichen Analyse (vgl. Anhang 2-4) wurde dieser Imitation das Potential zugeschrieben, Ayse einen Zugang zu Janas Perspektive und dem aktuellen Tun zu gewähren. Das Tippen von Ayse zeigt an, dass sie Teil der Situation ist und sich ebenso mit einer gestischen Beantwortung von Bs vermeintlicher Frage aus Äußerung 33 einbringen kann, wenn auch möglicherweise als Imitation von Jana und nach der zuvor offenbar zunächst vorhandenen Ratlosigkeit (vgl. Äußerung 34).

Semiotische Analyse

Semiotische Prozess-Karte des da hab is in der Mitte gemacht

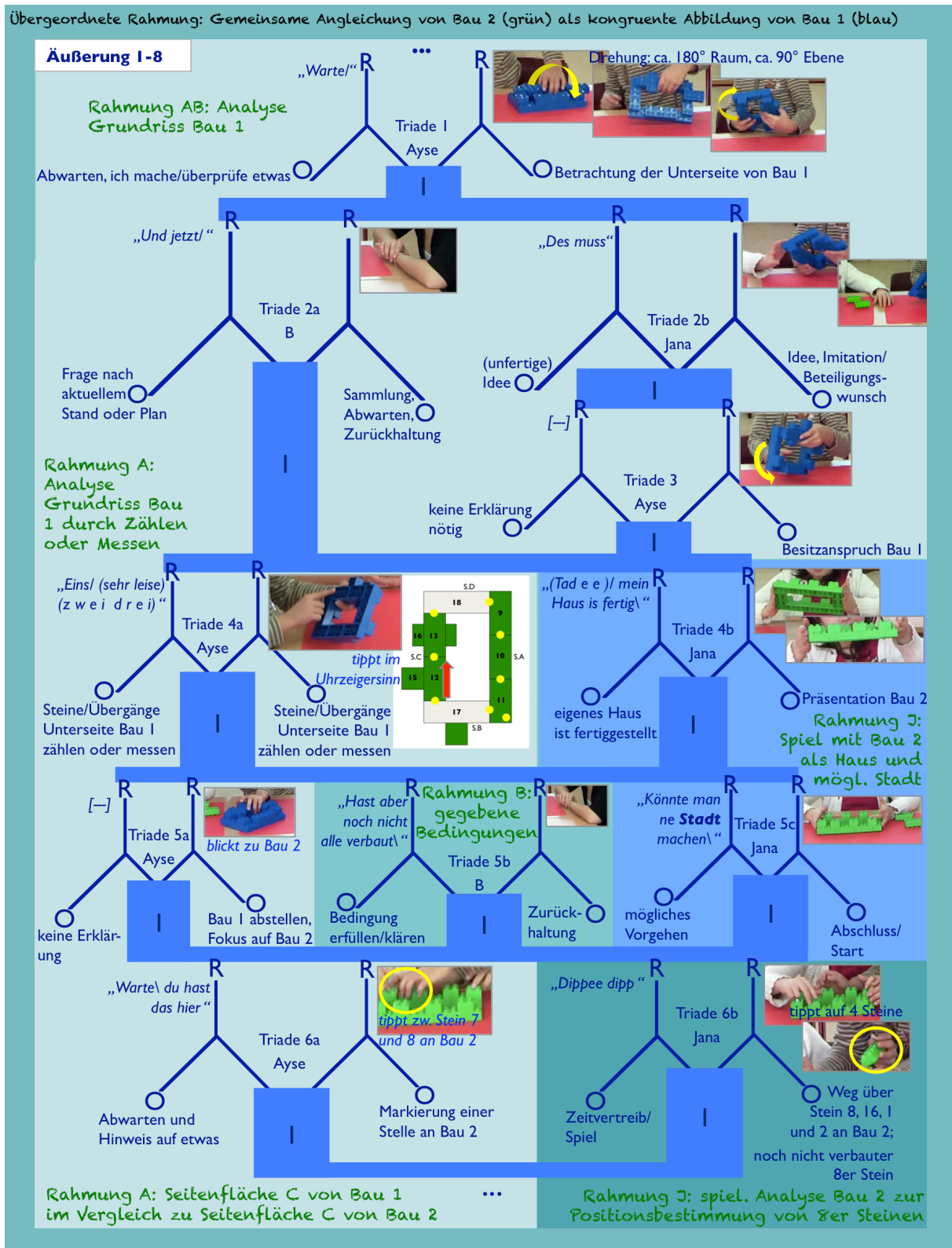


Abb. 9.3.5_44 SPK4-I (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite I)

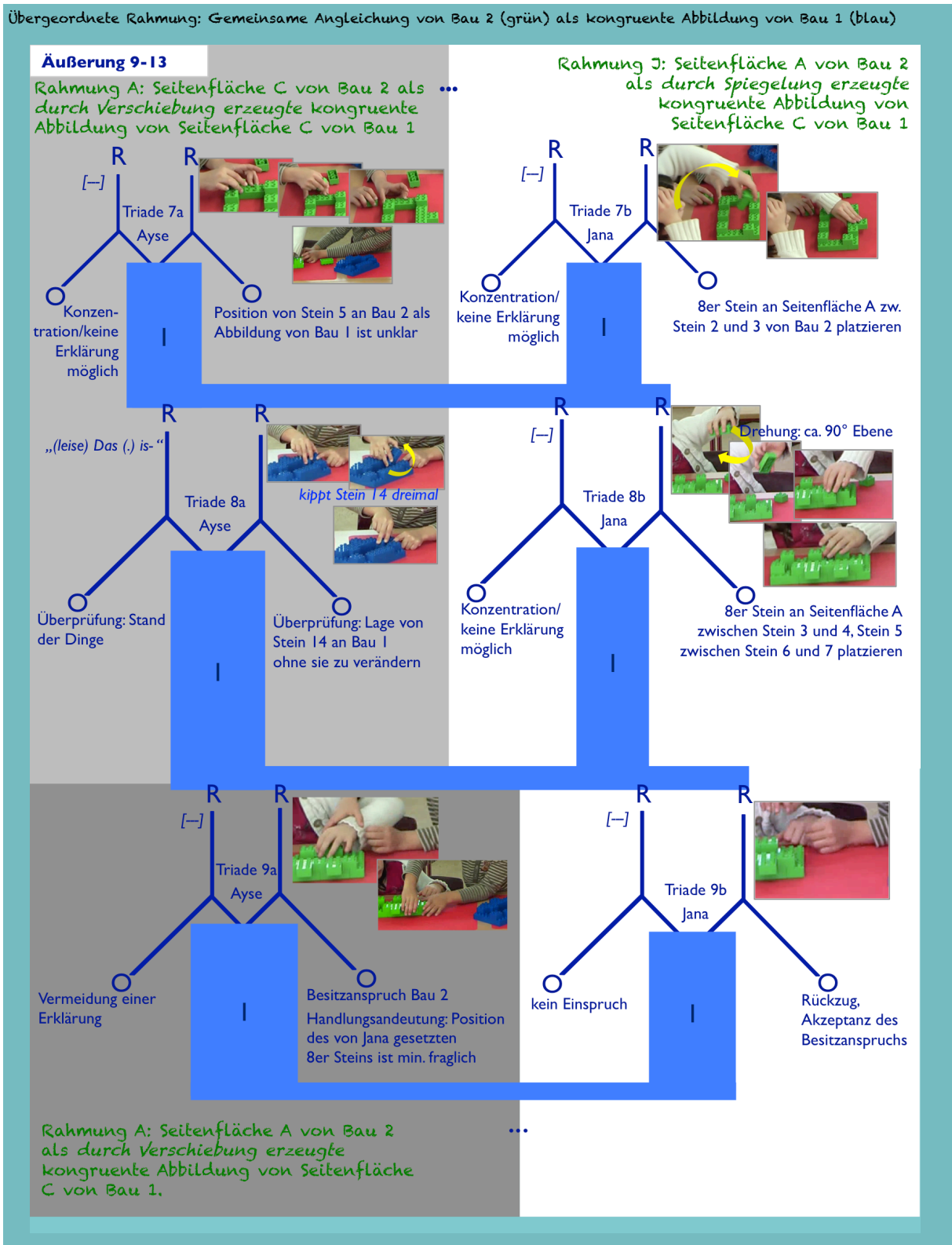


Abb. 9.3.5_45 SPK4-2 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 2)

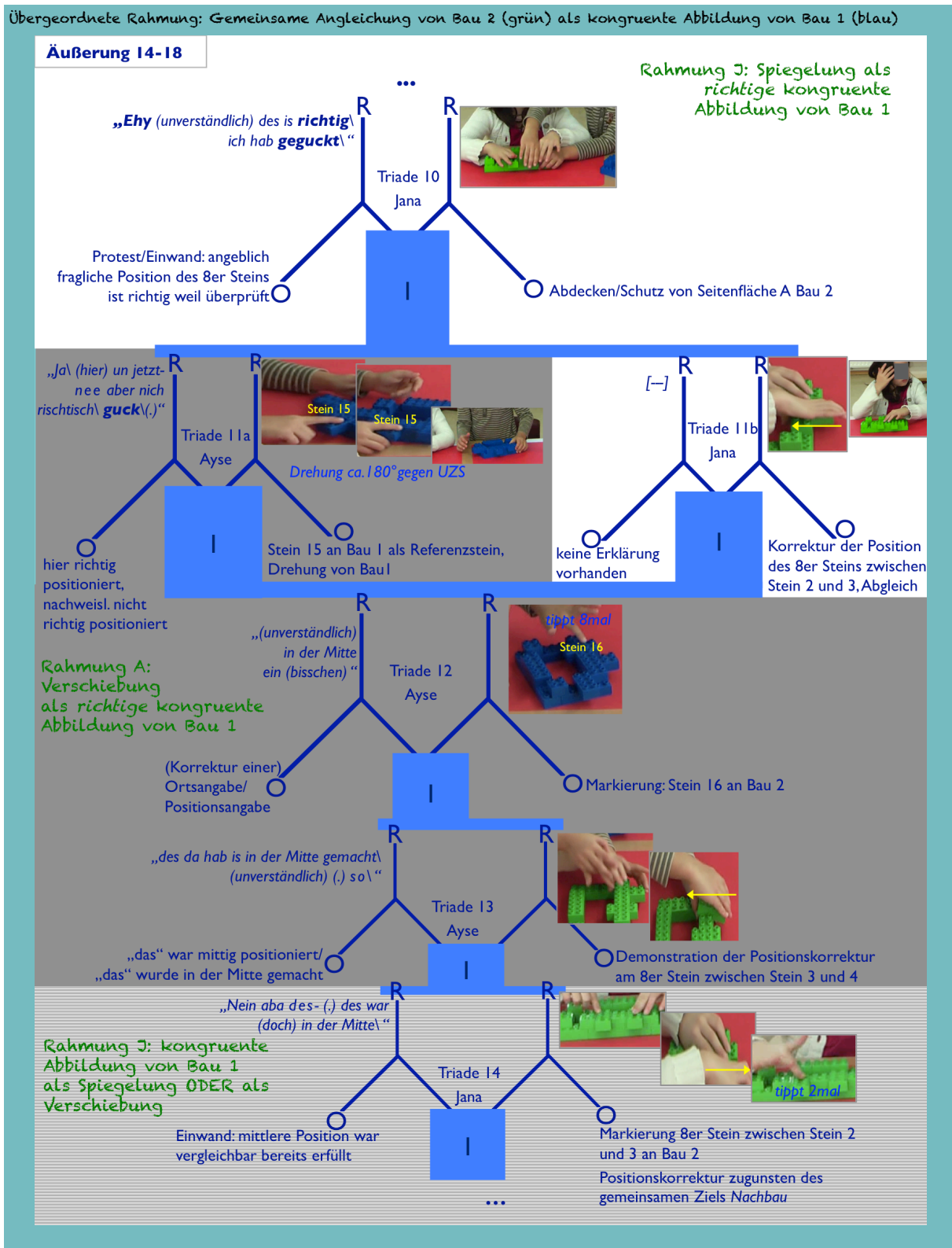


Abb. 9.3.5_46 SPK4-3 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 3)

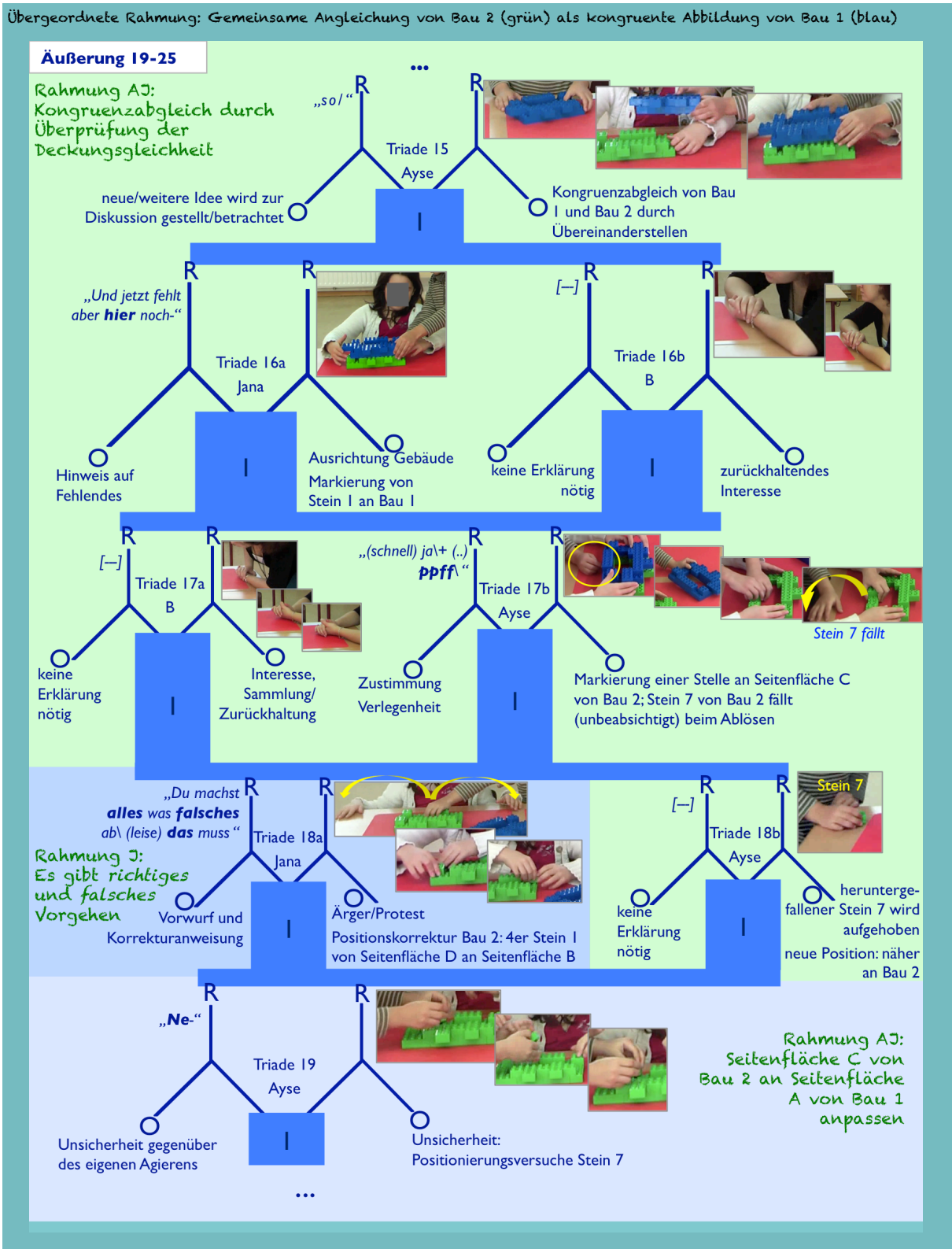


Abb. 9.3.5_47 SPK4-4 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 4)

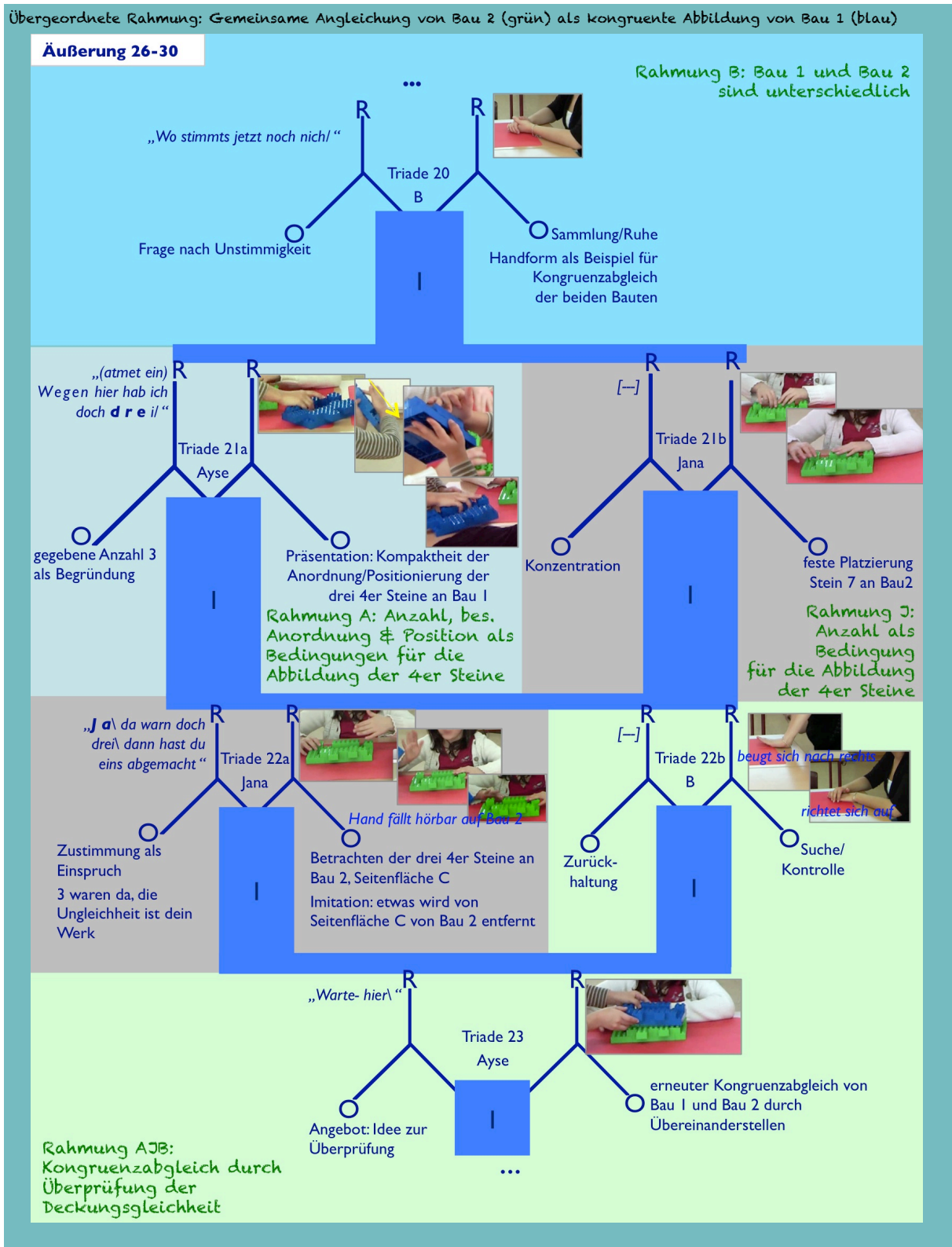


Abb. 9.3.5_48 SPK4-5 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 5)

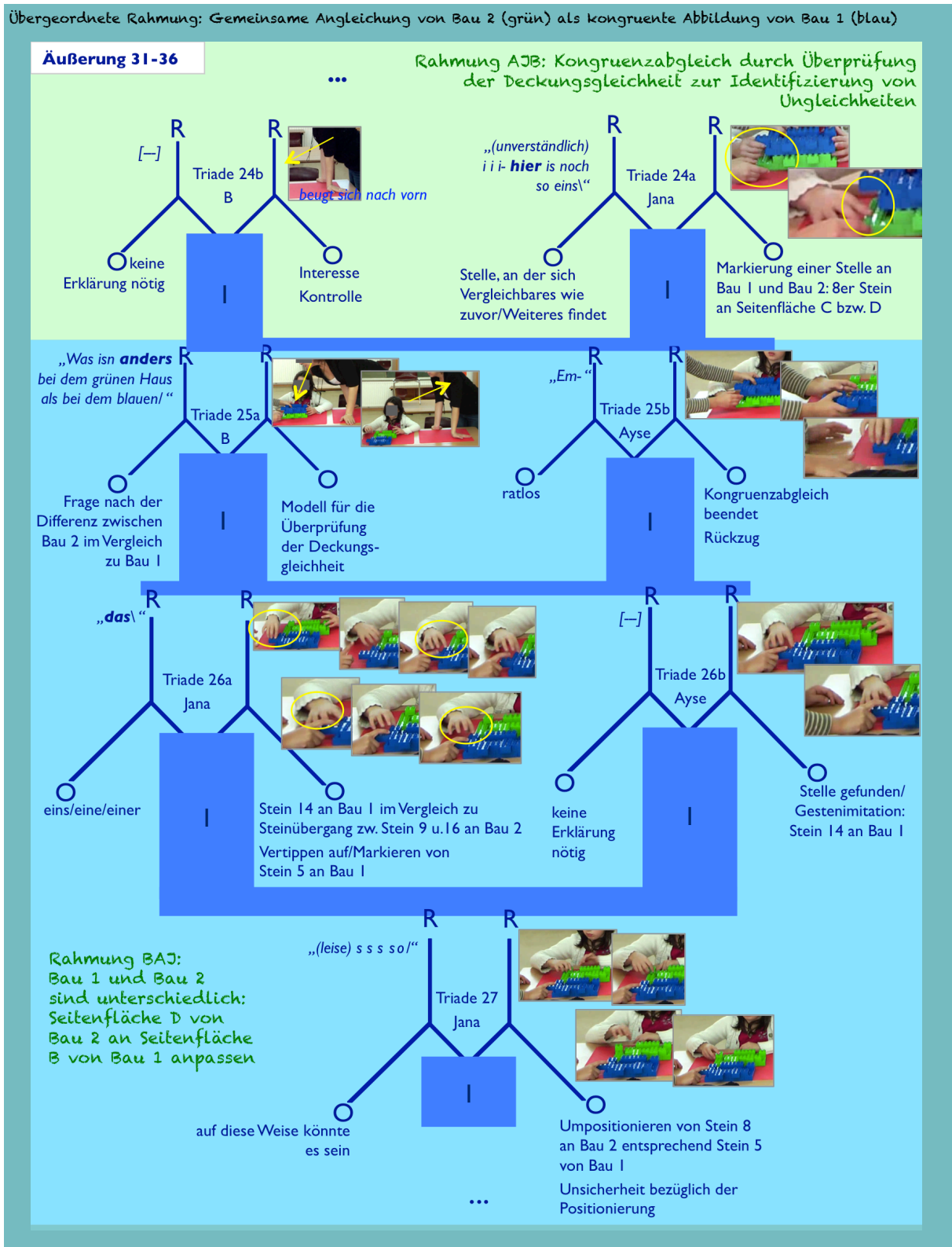


Abb. 9.3.5_49 SPK4-6 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 6)

Orientierende Hinweise zur Semiotischen Prozess-Karte

An der Semiotischen Prozess-Karte Des da hab is in der Mitte gemacht ist im Überblick anhand der farblichen Hinterlegungen ersichtlich, wie sich im Zeichenprozess wiederholt Rahmungsdifferenzen der beiden Schülerinnen zeigen, wie diesbezügliche Einigungen hervorgebracht werden und im Fortgang weitere Differenzen in den Rahmungen auftreten. Diese Rahmungsdifferenzen wurden bereits in der ausführlichen Interaktionsanalyse und der oben aufgeführten Zusammenfassung dieser erläutert und können hier noch einmal grafisch anhand der farblichen Hinterlegungen erfasst werden.

Triade I bildet Ayses erste Äußerung in der hier analysierten ausgewählten Sequenz ab: Im gestischen Teil der Triade wird eine Drehung von Bau I, sowie ein Festhalten an den Seitenflächen A und C von Bau I von Ayse vorgenommen. Ayse betrachtet die Unterseite von Bau I als möglichen Zugang zur Konstruktion und der Beschaffenheit von Bau I. Lautsprachlich äußert Ayse das Repräsentamen „warte!“, das sich im Objekt als Aufforderung zum Abwarten auf Ayses nun folgende Aktion rekonstruieren lässt. Ayse deutet mutmaßlich die Situation im Sinne der übergeordneten und allen Beteiligten unterstellten Rahmung des Versuchs einer Problemlösung zur Erzeugung eines kongruenten Nachbaus von Bau I als Anpassung von Bau 2. Eingebettet in diese Rahmung kann man ihr hier detaillierter die Rahmung der Analyse des Grundrisses von Bau I unterstellen.

Im weiteren semiotischen Prozess zeigt sich, dass Ayses Zeichen zu mehreren Interpretanten führt, die sich als neue Repräsentamen in den beiden Triaden 2a und 2b von der begleitenden Person B und Jana zeigen und in der Folge auch erneut als Zeichen interpretiert werden.

In Triade 2a zeigt sich als Repräsentamen von B „und jetzt!“, was sich mutmaßlich auf das Objekt des weiteren Vorgehens oder auch des Nutzens der Drehung von Bau I durch Ayse bezieht und die Reaktion auf das in Triade I von Ayse geäußerte „warte!“ in Verbindung mit der Drehung von Bau I zeigt. Gestisch bleibt B fixiert in ihrer zurückhaltenden Position. Bei Jana löst Ayses Äußerung bereits eine Weiterführung aus: Sie bezieht sich mit ihrem Repräsentamen „des muss“ in Triade 2b offenbar auf eine vermeintlich neue, anscheinend eher unfertige oder nicht näher ausgeführte Idee, wobei die Lautsprache mutmaßlich aufgrund des gleichzeitigen Geschehens im gestischen Modus eher abubrechen scheint. Es kann daher im Objekt neben der Jana unterstellten Idee ebenso der möglicherweise auch ausschließliche Wunsch nach Beteiligung und/oder eine Imitation von Ayses Agieren an Bau I aus Triade I rekonstruiert werden. Jana möchte sich eventuell so einen Zugang zum Geschehen verschaffen. Die Objekte in Gestik und Lautsprache überschneiden sich an dieser Stelle in Bezug auf eine anzunehmende Idee, die Jana hier möglicherweise auch nur angedeutet und nicht zu Ende überlegt, anbringen möchte. Ayse scheint mit Janas Eingreifen an Bau I nicht einverstanden zu sein: Janas Greifen nach Seitenfläche A von Bau I löst bei Ayse in Triade 3 mutmaßlich die Deutung aus, dass Jana ihr hier zuvorkommen könnte oder etwas an Bau I

umsetzen könnte, während Ayse ihre Aktion daran noch gar nicht abgeschlossen hat. Daher wird hier im gestischen Teil der Triade 3 eine Kippbewegung von Bau I weg aus dem Aktionsradius von Jana deutlich. Als Objekt kann Ayse der Besitzanspruch bezüglich Bau I unterstellt werden, der lautsprachlich ohne Erklärung möglicherweise zur Vermeidung einer Auseinandersetzung mit Jana begleitet wird. Es zeigt sich hier, dass Janas Lautsprache in Triade 2b mutmaßlich aufgrund der Kippbewegung von Ayse und mit der Geste Janas in Richtung Bau I abgebrochen wird und ihre mögliche Idee hierzu auch offenbar im weiteren Verlauf nicht mehr weiter aufgegriffen wird. Ayse sichert sich hier erfolgreich das Turnrecht bezüglich einer Aktion an Bau I.

Die Gleichzeitigkeit von Äußerungen im Auseinandersetzungsprozess der Beteiligten führt erneut zur Erzeugung von mindestens zwei beobachtbaren Interpretanten, die sich als neue Repräsentamen rekonstruieren lassen. In Triade 4a zeigt Ayse einen Zählprozess durch Tippen (gestischer Teil der Triade) und äußert zeitgleich Zahlwörter (lautsprachlicher Teil der Triade), was sich im Objekt als Zählen der Steinübergänge oder Messen der zu verbauenden Steine an der Unterseite von Bau I rekonstruieren lässt. Man kann Ayse die Aktivierung einer vertrauten Rahmung unterstellen: *Zählen als Zugang zu einem mathematischen Problem*, das für sie möglicherweise im Bereich der Geometrie besonders schwierig erscheint, nämlich die Erzeugung eines kongruenten Nachbaus von Bau I. Gleichzeitig produziert Jana als neues lautsprachliches Repräsentamen „(Tad e e) / mein Haus is fertig“ und zeigt gestisch dazu passend die Präsentation ihres Gebäudes Bau 2. Jana lässt sich hier, möglicherweise als Folge der im Voraus nicht möglichen Aktion an Bau I (Triade 2b u. 3), auf eine eher spielerische und im Alltag verortete Rahmung der Situation ein. Diese Rahmungsdifferenz der Schülerinnen wurde bereits in der Interaktionsanalyse herausgearbeitet und kann nun in der Semiotischen Analyse bestätigt werden: Aus Janas Sicht wurde ihr die möglicherweise eher am mathematischen Problem orientierte Auseinandersetzung oder ein Beitrag dazu in Triade 3 durch die von ihr wegweisende Kippbewegung von Bau I verwehrt, so dass Jana nun vor einem anderen Hintergrund die Situation für sich mutmaßlich versucht positiv spielerisch zu deuten, ohne sich z. B. auf einen Streit oder eine Diskussion um das Handlungsrecht an Bau I mit Ayse einzulassen. Jana besinnt sich auf ihren Bau 2 und sieht ihn offenbar unabhängig von Bau I nun als *Haus* an, das sie als *fertig* bezeichnet. Hier ist anzunehmen, dass sie nicht wirklich von einem Wohnhaus ausgeht, sondern eher ein Spielhaus fokussiert. Diese Deutung ist mutmaßlich auch von ihren zu unterstellenden Erfahrungen mit LEGO® DUPLO® Häusern in ihrer bisherigen Sozialisation geprägt. Vorübergehend scheint hier für Jana die gemeinsame Rahmung als mathematisches Problem der Anpassung von Bau 2 als kongruenter Nachbau von Bau I in den Hintergrund zu treten.

In Triade 5c setzt sich diese Einschätzung der Rahmung Janas offensichtlich fort: Als lautsprachliches Repräsentamen äußert sie „Könnte man ne **Stadt** machen“ als eine Art Vorschlag für das weitere Vorgehen, das sich im Objekt rekonstruieren lässt. Gestisch zeigt

sich eher ein Abschluss der vorherigen Aktion, nämlich der Präsentation ihres Baus 2, den sie nun abstellt und weiterhin mit ihren Händen einrahmt. Jana verbleibt also in der alltäglichen, eher spielerischen Rahmung, die sie hier aktiviert, möglicherweise auch bewusst als Gegenpool zu Ayses Ausrichtung auf das gegebene mathematische Problem der Erstellung eines Nachbaus von Bau I. In Triade 5b unternimmt offenbar B den Versuch, Jana zur weiteren Auseinandersetzung mit ihrem Bau 2 anzuregen und bringt ihren Interpretanten zum aktuellen Geschehen als lautsprachliches Repräsentamen „Hast aber noch nicht alle verbaut!“ hervor. Hier kann man als Objekt eine Bedingung für das Fertigstellen von Bau 2 annehmen: B bringt gewissermaßen anknüpfend an Janas spielerische Überlegungen zu Bau 2 eine zumindest auf das gegebene mathematische Problem bezogen nicht hinreichende Bedingung ein, die eine weitere Beschäftigung Janas mit Bau 2 mutmaßlich implizieren soll. B versucht also möglicherweise Jana damit zu motivieren, dass noch nicht alle Steine verbaut sind. Dabei verweist B eventuell absichtlich nicht darauf, dass Janas Bau 2 auch in anderer Hinsicht noch keiner Problemlösung im Sinne einer kongruenten Abbildung von Bau I entspricht. B hebt ausschließlich auf die Bedingung des Verbauens aller Steine ab, möglicherweise weil sie der Meinung ist, Jana auf diesem Weg eher einen erneuten Zugang zum mathematischen Problem zu eröffnen. B könnte hier davon ausgehen, dass die Anpassung des Nachbaus als kongruente Abbildung von Bau I für die Schülerinnen eine nicht zu unterschätzende Herausforderung darstellt, mutmaßlich auch deshalb, weil es bereits einen Bau 2 gibt, der nicht neu aufgebaut, sondern verändert werden muss, um Bau I zu entsprechen. B könnte daher hier nach einer Aufgabe für Jana suchen, die sie als erreichbar einschätzt und sie gleichzeitig zu einer erneuten Aktivierung der gemeinsamen übergeordneten Rahmung der Erzeugung eines kongruenten Nachbaus von Bau I hinführen kann. B beruft sich dazu auf mutmaßlich für alle Beteiligten vertraute und verfügbare Bedingungen des gegebenen mathematischen Problems und wählt daraus eine aus, die eine überschaubare Herausforderung für die Schülerin darstellt: Es sollen zunächst alle Steine verbaut werden. Möglicherweise möchte B erst im Anschluss auf die Veränderung von Bau 2 zu einer kongruenten Abbildung von Bau I motivieren. Gestisch zeigt B keine Äußerung, was ihre Zurückhaltung unterstreicht. Ayse stellt in dieser Zeit ihren Bau I ab (vgl. Repräsentamen in Triade 5a). Offenbar ist sie mit der Betrachtung der Unterseite fertig und/oder lässt sich von Janas Vorschlag, eine Stadt zu machen, davon abbringen. Lautsprachlich äußert Ayse hier nichts. Als Rahmung kann vorerst die vorherige Rahmung von Ayse weiter angenommen werden, da sich für einen Rahmungswechsel ins Spielerische (noch) keine belastbaren Anzeichen rekonstruieren lassen.

In Triade 6a wird von Ayse im lautsprachlichen Repräsentamen „Warte\ du hast das hier“ geäußert, während sie gestisch eine Stelle an Bau 2 durch eine deiktische Geste zwischen Stein 7 und 8 markiert. Lautsprachlich greift Ayse damit ihr Zeichen „warte“, diesmal mit einer Stimmensenkung versehen, aus Triade I auf. Mit Blick auf den vorherigen Zeichenprozess verweist Ayse hier auf eine Stelle an Bau 2, an der potentiell ein noch nicht verbauter 8er Stein platziert werden könnte. Sie generiert in dieser Lesart ihren Interpretanten möglicherweise eher aus dem Hinweis von B heraus, noch nicht alle (Steine) verbaut zu

haben aus Triade 5b. Ayse liest den Hinweis von B mutmaßlich als Zeichen, diese Steine noch verbauen zu müssen und sucht vermutlich als Schluss daraus nun nach potentiellen Stellen dafür. Es ist darüber hinaus davon auszugehen, dass ihr Interpretant weitreichender determiniert ist durch die gesamte vorherige Situation, also potentiell auch durch Janas Vorschlag, eine Stadt zu machen aus Triade 5c. Möglicherweise interpretiert Ayse dies als kurzes Abschweifen von Jana und bietet mit dem Suchen einer Stelle, an der ein 8er Stein an Bau 2 platziert werden könnte, einen möglichen Wiedereinstieg von Jana in eine eher auf das mathematische Problem bezogene Rahmung der Situation. In Triade 6b zeigt sich sehr deutlich, dass eine Interpretation der Lautsprache in Relation zur gleichzeitig geäußerten Gestik weitreichende Einblicke erlaubt: Jana erzeugt als lautsprachliches Repräsentamen einen Ausspruch, der als Zeichen einer Spielerei oder eines Zeitvertreibs interpretierbar wäre, ganz im Sinne ihrer vorherigen Rahmung als Spiel. Erst im Zusammenspiel mit ihrer Geste, die eine Art Fingerlauf über die Steine 8, 16, 1 und 2 an Bau 2 zeigt und schließlich in einem Umfassen eines noch nicht verbauten 8er Steins endet, wird deutlich, dass auch Jana offenbar auf der Suche nach einer dafür passenden Stelle an Bau 2 ist. Insofern schafft Jana möglicherweise für sich eine Entlastung in einer nach außen hin eher spielerischen Deutung der Situation, um für das mathematische Problem, das aktuell vordergründig das Platzieren der noch nicht verbauten 8er Steine erfordert, eine Lösung und gleichzeitig einen Wiedereinstieg in eine mathematisch geprägte Auseinandersetzung mit der Situation zu finden. Es lässt sich also in der Semiotischen Prozess-Karte ein Rahmungswechsel bei Jana von spielerisch/alltäglich zu einer möglicherweise stärker auf das mathematische Problem ausgerichtete Rahmung anhand Janas spielerischer Analyse von Bau 2 zur Identifizierung einer potentiellen Position für die verbliebenen 8er Steine rekonstruieren.

In den Triaden 7a bis 10 (vgl. Abb. 9.3.5_45) wird im Zeichenprozess eine Rahmungsdifferenz innerhalb der übergeordneten Rahmung der Anpassung von Bau 2 als kongruenter Nachbau von Bau 1 bei beiden Schülerinnen deutlich. Diese lässt sich an der offenbar unterschiedlichen Art der beiden Schülerinnen zeigen, wie sie Bau 1 und Bau 2 in Relation setzen. Dieser Abschnitt im Zeichenprozess scheint zudem eher von einem Nebeneinanderarbeiten der Schülerinnen geprägt zu sein: Beide generieren hier Repräsentamen, die mutmaßlich stärker aus den Interpretanten zu den jeweils eigenen vorher geäußerten Zeichen resultieren. Die lautsprachlichen Triaden bleiben zudem häufig leer, was mutmaßlich die jeweilige Konzentration der beiden Schülerinnen auf ihr eigenes Agieren zeigt und als Beleg dafür gesehen werden kann, dass sie weniger miteinander in Interaktion treten.

Konsistent zu der Ayse bereits zuvor unterstellten Rahmung, Seitenfläche C an Bau 2 an Seitenfläche C an Bau 1 anpassen zu wollen (vgl. Triade 6a), scheint sie nun damit beschäftigt, Seitenfläche B von Bau 2 an Seitenfläche B von Bau 1 anzupassen: Sie löst zunächst Stein 5 von Bau 2 und damit einen 4er Stein von Bau 2, mutmaßlich um in der weiteren Sequenz hier etwa einen noch nicht verbauten 8er Stein vergleichbar mit Seitenfläche B von Bau 1 zu

verbauen. Jana setzt währenddessen einen 8er Stein an Seitenfläche A von Bau 2 zwischen die Steine 2 und 3 (vgl. Triade 7b) und den weiteren noch nicht verbauten 8er Stein zwischen Stein 3 und Stein 4 an Seitenfläche A von Bau 2 (vgl. Triade 8b). Es emergiert hierbei eine Rahmungs-differenz der beiden Schülerinnen, die über die Art und Weise, wie die beiden Bauen bezüglich ihrer jeweiligen Seitenflächen in Relation gesetzt werden hinaus auch die Frage eröffnet, ob eine kongruente Abbildung von Bau I als Verschiebung (eher Ayses zu unterstellende Rahmung) oder Spiegelung (eher Janas zu unterstellende Rahmung) und damit als orientierungstreue oder -verändernde Abbildung erzeugt werden soll. Bemerkenswert ist dabei, dass Ayse offenbar zunächst in Triade 6a eine Stelle an Seitenfläche C von Bau 2 identifiziert, an der ein potentieller 8er Stein als Abbildung von Seitenfläche C von Bau I gesetzt werden könnte und dann in den Triaden 7a und 8a weiterhin damit beschäftigt scheint, Bau 2 in dieser Weise in Relation zu Bau I zu setzen, diesmal über die Anpassung von Seitenfläche B von Bau 2 an Seitenfläche B von Bau I. In Triade 9a allerdings scheint sie auch ohne weitere explizite Absprache mit Jana ihre Rahmung zu verändern, so dass Ayse nun auch anscheinend übergangslos wechselt zur Anpassung von Seitenfläche A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau I. Möglicherweise zugunsten der übergeordneten Rahmung der Erzeugung einer kongruenten Abbildung von Bau I über die entsprechende Angleichung von Bau 2 sind die Schülerinnen hier in der Lage, eine gemeinsame Rahmung als Auflösung der Rahmungs-differenz zu erzeugen, mutmaßlich um den Fortgang der Interaktion zu sichern. Es könnte aber auch sein, dass Ayse sich noch nicht festgelegt hat, welche Seitenfläche an Bau 2 nun welcher Seitenfläche an Bau I entsprechen soll und hier flexibel wechselt in ihrer Beschäftigung mit dem Problem der Anpassung von Bau 2 an Bau I.

Im weiteren Zeichenprozess der Triaden 10 bis 14 (vgl. Abb. 9.3.5_46) scheint sich die Deutungsdifferenz bezüglich Spiegelung oder Verschiebung weiter zu manifestieren. Das von Jana zuvor erzeugte Repräsentamen in Triade 8b, wird von Ayse als Zeichen wahrgenommen und evoziert bei ihr offenbar den Interpretanten, dass dieser Stein in seiner Platzierung mindestens fraglich ist. Sie zeigt im gestischen Repräsentamen in Triade 9a eine angedeutete Handlung, die als eine geplante Positionsvariation des 8er Steins von Jana gedeutet wird (vgl. Triade 10). Jana erzeugt hier einen Interpretanten, der sich als deutlicher Protest lautsprachlich und gestisch zeigt. „**Ehy** (unverständlich) des is **richtig**\ ich hab **geguckt**!“ in der lautsprachlichen Triade 10 unterstreicht die Überzeugung Janas, dass offenbar der von Ayse in Triade 9a umfasste 8er Stein bereits „**richtig**“ gesetzt ist und nicht mehr verändert werden sollte. Jana beabsichtigt mutmaßlich in jedem Fall die von Ayse in Triade 9a angedeutete potentielle Handlung zu unterbinden. Gestisch zeigt Jana hier eine symmetrische, beidhändige und abdeckende Geste vornehmlich über Seitenfläche A von Bau 2, was dazu führt, dass weder *Gucken* als bisher interaktiv etablierte Vergleichsstrategie zwischen den beiden Bauten, noch eine Handlung, etwa seitens Ayse, daran möglich ist. Als Rahmung ist hier Jana die Fokussierung einer Spiegelung von Bau I oder mindestens des oberen Stockwerks von Seitenfläche C von Bau I zu unterstellen, die sie als *richtige*

kongruente Abbildung einschätzt und auf Seitenfläche A von Bau 2 abbilden möchte. Es zeigen sich die Unterschiedlichkeiten und die Möglichkeiten der Ausdrucksmodi Gestik und Lautsprache: Während die Lautsprache dazu genutzt wird, den Unmut und Protest zu äußern und zudem eine Begründung liefert, warum dieser Einwand gerechtfertigt ist, stellt die Gestik eine zumindest sehr effektive, wenn auch kurzfristige Lösung bereit: Sie deckt einfach das Gebäude ab. Ayse kreierte daraufhin einen Interpretanten in Triade I Ia, der sich als neues Repräsentamen in der Lautsprache zeigt: „Ja\ (hier) un jetzt- nee aber nich rischtisch\ **guck**(,)“ beinhaltet zunächst Zustimmung, aber im Verlauf der Äußerung auch die Bezeichnung als „nich rischtisch“ offenbar einer Steinposition oder des gesamten Baus 2. Die Äußerung erscheint widersprüchlich und in ihrer von Ayse zugedachten Bedeutung unklar, weil hier offenbar zunächst zugestimmt wird, um dann doch etwas als „nich rischtisch“ zu bezeichnen. Möglicherweise möchte sie Jana nicht direkt widersprechen, um einer Auseinandersetzung aus dem Weg zu gehen und stimmt daher zunächst zu, um dann doch darzustellen, was in ihren Augen nicht richtig ist. Im gestischen Triadenteil I Ia kann zum einen der Widerspruch aufgelöst und zum anderen rekonstruiert werden, was bzw. dass Steine/Steinpositionen gemeint sind und zudem wird deutlich, welche dies in Relation zu Bau 2 sein könnten: Ayse produziert ein Zeigen auf Stein 15 an Bau 1 und dann eine Drehung von Bau 1, bis er in der gleichen räumlichen Ausrichtung wie Bau 2 erscheint bezogen auf die Abbildung von *Seitenfläche C von Bau 1* auf *Seitenfläche A von Bau 2*. In der Folge führt dies zu einer weiteren Äußerung eines Interpretanten von Ayse bezüglich dessen, wie offenbar die Position des markierten Steines korrigiert werden muss: „(unverständlich) in der Mitte ein (bisschen)“ (lautsprachliche Triade I 2). In der Geste kann man eine Änderung des Referenten beobachten, die allerdings lautsprachlich nicht explizit gemacht wird. Als gestisches Repräsentamen wird ein energisches Tippen auf Stein 16 an Bau 1 gezeigt. Da lautsprachlich kein expliziter Referentenwechsel auf Stein 16 beobachtet werden kann, wäre aus Sicht von Jana die Deutung nachvollziehbar, dass sich die Positionskorrektur „in der Mitte ein (bisschen)“ auf den in Triade I Ia markierten Stein 15 an Bau 1 bzw. sein Pendant an Bau 2 bezieht. Ayses Rahmung bezüglich der Erzeugung eines kongruenten und orientierungstreuen Nachbaus von Bau 1 als Verschiebung scheint sich hier zu manifestieren. Gleichzeitig setzt aber Jana bereits in Triade I Ib den 8er Stein, den sie zwischen Stein 2 und 3 an Bau 2 positionierte, um: Sie platziert ihn „in der Mitte“, nämlich so, dass nach außen und innen jeweils eine Reihe an Verbindungsstellen übersteht. Damit nimmt Jana die von Ayse eingebrachte Positionsveränderung an dem 8er Stein an Bau 2 bereits während Ayses diesbezüglicher Äußerung vor, den Ayse ja auch mit ihrem Tippen auf Stein 15 an Bau 1 in Triade I Ia vermeintlich markierte. Jana generiert also offenbar aus dem lautsprachlichen und gestischen Repräsentamen von Ayse aus Triade I Ia noch während dieser Äußerung einen Interpretanten, der (noch) nicht den ausschließlich in der Geste gezeigten Referentenwechsel auf Stein 16 an Bau 1 in Triade I 2 berücksichtigt. Jana versetzt auf diese Weise zunächst hier nicht den 8er Stein „in die Mitte“, der von Ayse dafür vorgesehen war. Gleichzeitig führt die Umpositionierung Janas zu einem kongruenten Nachbau von Bau 1 als

Spiegelung. Es entsteht an Bau 2 mit dem Versetzen des 8er Steins zwischen Stein 2 und 3 *in die Mitte* eine spiegelverkehrte Abbildung des zweiten Stockwerks von Seitenfläche C von Bau 1 (vgl. Abb. 9.3.5_42). Aus der Interaktionsanalyse ist ersichtlich, dass dieser Teil der Interaktion als zentraler Punkt im Aushandlungsprozess der beiden Schülerinnen rekonstruiert werden kann. Auf der interaktionalen Ebene manifestiert sich eine Deutungsdifferenz, die sich an Janas offenbar stärker an der Lautsprache Ayses ausgerichteter Interpretation zeigen lässt und mutmaßlich durch den fehlenden expliziten Referentenwechsel in Ayses Lautsprache als Interpretant hervorgerufen wird. In der Semiotischen Analyse lässt sich in den lautsprachlichen Objekten der Triaden 11a und 12 nachzeichnen, dass kein Wechsel des Referenten stattfindet bzw. eine entsprechende Deutung genauso wahrscheinlich erscheint wie die Deutung, Ayses lautsprachliche Hervorbringungen bezögen sich alle auf einen Stein bzw. eine Steinposition.

Im weiteren Verlauf erkennt Ayse offenbar die zu ihrer eigenen Deutung verschiedene Interpretation Janas, was den vermeintlich gemeinten Stein angeht, wenn sie dies auch möglicherweise nicht nachvollziehen kann. Denn Ayse zeigt in Triade 13 im Prinzip eine Korrektur an, welchen Stein sie meinte: In der lautsprachlichen Triade äußert Ayse ihren Interpretanten als neues Repräsentamen „des da hab is in der Mitte gemacht\ (unverständlich) (.) so“, während sie in der gestischen Triade das Versetzen vornimmt und den 8er Stein, der zwischen Stein 3 und 4 an Bau 2 platziert war nun *in die Mitte*, also so positioniert, dass nach außen und innen je eine Reihe an Verbindungsstellen überstehen. Es bleibt dabei offenbar weiterhin die Rahmung der Erzeugung eines kongruenten orientierungstreuen Nachbaus von Bau 1 bei Ayse bestehen im Sinne einer Translation.

Jana erzeugt in Triade 14 ein Repräsentamen zu ihrem Interpretanten, indem sie zunächst auf den 8er Stein, der zwischen Stein 2 und 3 an Bau 2 platziert ist, tippt. Anschließend versetzt sie diesen nach außen, so dass er innen bündig abschließt und nach außen mit zwei Reihen an Verbindungsstellen übersteht. Diese Handlung beendet sie mit einer zweifachen deiktischen Geste auf diesen Stein. Das Tippen rahmt hier offenbar ihre Handlung des Versetzens ein und imitiert ein bereits vorher von Ayse gezeigtes Instrument zum Markieren von wichtigen Steinen (vgl. Triade 11a u. 12). Die Positionskorrektur findet sich dann auch als Objekt in der Semiotischen Prozess-Karte rekonstruiert und ist zugunsten der übergeordneten Rahmung der Erzeugung eines kongruenten Nachbaus von Bau 1 einzuordnen. In dem lautsprachlichen Teil der Triade formuliert Jana eine Gegenposition zu Ayse: „Nein aba des- (.) des war (doch) in der Mittel“, folgt aber dennoch offenbar den Ausführungen Ayses bezüglich der Steinpositionierungen der 8er Steine an Seitenfläche A von Bau 2. Jana bleibt an dieser Stelle also dabei, dass auch in der spiegelverkehrten Variante von Seitenfläche C von Bau 1 als Abbildung auf Seitenfläche A von Bau 2 der hier thematisierte 8er Stein bereits entsprechend des Hinweises von Ayse aus den Triaden 12 und 13 platziert war. Jana gelingt es durch die Kombination mit ihrer Handlung bei ihrer Meinung zu bleiben, nämlich dass auch ein spiegelverkehrter Nachbau von Bau 1 offenbar in ihren Augen *richtig* ist. Gleichzeitig erreicht

sie aber durch ihre Handlung eine Einigung und Abstimmung bezüglich der Rahmung und Ayses Sicht auf den Nachbau, ohne explizit Ayse zustimmen zu müssen. Dies entlastet Jana einerseits von einem Abrücken ihrer Meinung, trägt aber andererseits auf interaktionaler Ebene dazu bei, den Konflikt über die korrekte Platzierung der 8er Steine zwischen den Schülerinnen zugunsten der übergeordneten Rahmung beizulegen, so dass niemand explizit nachgeben muss, sondern eine gemeinsame Einigung über die Anordnung des Materials mithilfe einer Handlung gefunden wird, die in der Folge von beiden Schülerinnen angenommen werden kann und eine Weiterarbeit ermöglicht.

Triade 15 markiert einen Strategiewechsel (vgl. Abb. 9.3.5_47): Die Schülerinnen nehmen nun offenbar einen Kongruenzabgleich der beiden Bauten vor, den sie durch die Überprüfung der Deckungsgleichheit der beiden Gebäude umsetzen. Dieses Übereinanderstellen, das vornehmlich von Ayse initiiert wird, scheint von Jana unmittelbar als neue und effektive Strategie zur Identifizierung von ungleichen Stellen an den beiden Bauten akzeptiert zu werden (vgl. Triade 16a). Bislang wurde vornehmlich über Blicke und der expliziten lautsprachlichen Beschreibung oder Aufforderung zum *Gucken* der Abgleich zwischen beiden Bauten vorgenommen (vgl. Triade 5a, 7a, 10 u. 11a). Jana identifiziert offenbar zunächst eine Stelle in der Nähe der Kante von Seitenfläche B und C von Bau 2, die sie mit dem lautsprachlichen Repräsentamen „und jetzt fehlt aber **hier** noch-“ bespricht. Gestisch könnte die Anzeige auch auf Stein 14 an Bau 1 ausgerichtet sein, denn hier platziert Jana ihre linke Hand. Dies wurde aber in der Interaktionsanalyse aufgrund der Interpretation der Folgeäußerung 24 ausgeschlossen. Jana setzt nämlich darauffolgend ein Pendant zu Stein 1 von Bau 1 in Bau 2 ein, und zwar auf den Übergang von Stein 12 und 15 (vgl. ausführliche Interaktionsanalyse 4, Anhang 2-4). Ayse löst in Triade 17b einen 4er Stein von Seitenfläche C von Bau 2. Damit scheint sie hier von einer Anpassungsnotwendigkeit auszugehen. Ihr fällt dabei der 4er Stein aus der Hand auf den Boden, was von Jana in Triade 18a vorwurfsvoll und pauschal bewertend lautsprachlich mit „du machst **alles** was **falsches** ab\ (leise) **das** muss“ kommentiert wird. Jana platziert zwischenzeitlich Stein 1 von Bau 2 an Seitenfläche D von Bau 2, und zwar exakt an die gleiche Position, an der ursprünglich zu Beginn der analysierten Sequenz Stein 5 positioniert war. Neben der mutmaßlich weiterhin aktivierten Rahmung der beiden Schülerinnen, Bau 2 als kongruente Abbildung von Bau 1 anzupassen, kann man hier Jana zusätzlich die Rahmung unterstellen, dass es diesbezüglich offenbar *falsches* und *richtiges* Vorgehen gibt, was möglicherweise durch ihre bisherigen Erfahrungen mit Problemlösungen in der Mathematik geprägt ist.

Im weiteren semiotischen Prozess (vgl. Abb. 9.3.5_48) fokussieren beide Schülerinnen dann offenbar Seitenfläche C von Bau 2, die als Abbildung von Seitenfläche A von Bau 1 angepasst werden soll. Dabei stehen vornehmlich die drei 4er Steine im zweiten Stockwerk von Bau 2 im Fokus. Eine erneute Rahmungsdifferenz wird insbesondere bei den Triaden 21a und 21b deutlich: Während für Ayse offenbar die besondere Anordnung, Position und insbesondere auch die Kompaktheit der drei 4er Steine zentral zu sein scheinen, rahmt Jana die Situation

mutmaßlich eher so, dass als zentrale Bedingung der Abbildung der 4er Steine ihre Anzahl vordergründig wichtig ist. Ayses lautsprachliche Triade 21a könnte diese Rahmung von Jana zusätzlich hervorrufen, denn hier äußert Ayse: „(atmet ein) wegen hier hab ich doch **drei**!“. Schaut man sich aber den gestischen Triadenteil 21a von Ayse an, so lässt sich eine relativ komplexe Gesten-Handlungs-Folge beobachten: Zunächst zeigt Ayse eine Art Präsentationsgeste der drei gemeinten 4er Steine an Seitenfläche A von Bau I, bei der sie Bau I anhebt und dann beide Hände gewissermaßen die drei Steine einrahmen, und zwar indem sie von oben und von unten flach die 4er Steine halten. Im Anschluss markiert Ayse die 4er Steine zweimal: einmal als ein durch Pausen rhythmisiertes Tippen auf die Steine angefangen von Stein 2 und beim zweiten Mal als eine Fixierung mit drei Fingern, dem Zeigefinger, dem Ring- und dem Mittelfinger, die nacheinander von Stein 4 aus beginnend auf die drei Steine aufgesetzt und in dieser Position gehalten werden. Damit wird bereits zu Beginn auf die Kompaktheit dieses dreier Päckchens aus 4er Steinen verwiesen, während anschließend stärker ihre Position und Anordnung im Bau I betont wird. Die fixierte Geste am Ende verweist in diesem Festhalten, das auch beim Abstellen von Bau I beibehalten wird, noch einmal auf deren Kompaktheit als Dreierpack an Seitenfläche A von Bau I und ebenfalls darauf, dass sie lückenlos nebeneinander verbaut sind, ähnlich wie die darauf zeigenden Finger nebeneinander an der Hand angeordnet sind.

Jana zeigt zunächst in Triade 21b die Positionierung des heruntergefallenen Steins 7 an Seitenfläche C von Bau 2 direkt neben den bereits dort verbauten zwei 4er Steinen und drückt am Ende der Gestenbewegung auf die drei 4er Steine von oben, so als wolle sie sich bezüglich des festen Sitzes der Steine nochmals vergewissern. Sie bringt als Interpretant in Triade 22a lautsprachlich das betonte Repräsentamen hervor, dass es doch drei – vermutlich 4er Steine – gewesen seien, aber Ayse selbst einen Stein davon abgelöst habe (Stein 7 in Triade 17b) und beruft sich damit vornehmlich ebenfalls auf die Anzahl. Im gestischen Teil der Triade 22a scheint Jana die 4er Steine noch einmal möglicherweise abschließend an Bau 2 zu betrachten. In der Folgebewegung führt sie ihre linke Hand flach nach oben und lässt sie hörbar auf Bau 2 fallen. In Relation mit der gleichzeitig geäußerten Lautsprache kann man Jana hier unterstellen, dass sie mit dieser Gestenbewegung das Ablösen von Stein 7 durch Ayse in Triade 17b nachstellt oder imitiert und mit dem hörbaren Herabfallen der Hand auch ihren Unmut darüber passend zur Lautsprache zum Ausdruck bringt. Die Hand repräsentiert dabei Stein 7, der abgelöst wird und anschließend fällt. Mit Blick auf Ayses unsichere Positionierungsversuche von Stein 7 nach dem Herabfallen in Triade 19 und im Zusammenhang mit ihrer lautsprachlichen und gestischen Beschreibung der drei in Bau I verbauten 4er Steine an Seitenfläche A, kann man ihr unterstellen, dass sie möglicherweise erkannt hat, dass die 4er Steine bezogen auf die Seitenlänge von Bau I eher mittig platziert werden müssen. Möglicherweise war das Ayses Intention beim Ablösen von Stein 7 in Triade 17b und dem Versuch der Platzierung in Triade 19, auch wenn dies schon aufgrund des verschiedenen Grundrisses der Gebäude ohnehin eine Herausforderung darstellen würde. Da Jana aber stärker auf die Anzahl der drei Steine und möglicherweise auch auf ihr

lückenloses nebeneinander Verbautsein in Bau 2 abhebt (vgl. Triade 21b u. 22a), scheint für sie die in Abstimmung mit Bau 1 versuchte Positionierung der 4er Steine in Bau 2 entweder nicht entscheidend zu sein in Bezug auf die Angleichung von Bau 2 als kongruente Abbildung von Bau 1 oder sie hat (noch) nicht erkannt, dass die aktuelle Position der 4er Steine an Bau 2 einer solchen kongruenten Abbildung nicht entspricht.

Erneut durch ein „warte-“ lautsprachlich eingeleitet, initiiert in Triade 23 Ayse wiederholt das Übereinanderstellen der beiden Bauen zur Überprüfung der Deckungsgleichheit. Möglicherweise beruft sie sich damit auf eine bereits zuvor getestete und als effektiv eingeschätzte Strategie, mit der im vorausgehenden Zeichenprozess auch schon beide Schülerinnen umgehen konnten (vgl. Triade 15 u. 16a) oder sie erkennt vielleicht auch mehr intuitiv, dass es Unterschiedlichkeiten im Grundriss der Gebäude gibt. Diese Unterschiede wären in einem Vergleich der Bauten durch Übereinanderstellen erkennbar.

In diesem letzten Teil des Zeichenprozesses bis Triade 27 scheint Seitenfläche B von Bau 1 und die von den Schülerinnen als Pendant angesehene Seitenfläche D von Bau 2 Ausgangspunkt für weitere Angleichungen von Bau 2 zu sein. Offenbar wird von Jana gestisch wie auch lautsprachlich bereits in Triade 24a auf einen 8er Stein an Seitenfläche B von Bau 1 hingewiesen. Dieser Stein 14 steht dann offenbar zunächst im Fokus bei den Triaden 26a und 26b. Man kann in der Semiotischen Prozess-Karte nachzeichnen, wie Jana hier zunächst durch ein mögliches Vertippen beim Anzeigen von Stein 14 an Bau 1 und der vergleichbaren Stelle an Bau 2 über diesen Stein hinaus die Idee entwickelt, dass auch Stein 8 an Bau 2 als Pendant von Stein 5 an Bau 1 in Janas Augen einer Anpassung bedarf, die sie dann in Triade 27 zumindest versucht umzusetzen. Die Tippabfolge der Geste in Triade 26a evoziert also offenbar in der Dynamik des Bewegungsverlaufs eine weitere Erkenntnis über eine Anpassungsnotwendigkeit von Bau 2 als Abbildung von Bau 1, was Jana dann als Interpretant erzeugt und als neues Repräsentamen in Triade 27 hervorbringt.

Theoretische Einordnung der herausgearbeiteten Analyseergebnisse

In den hier dargestellten Analysen treten die verschiedenen *Rahmungsdifferenzen* (Krummheuer, 1992, S. 37ff; Kap. 4.2) der beiden Schülerinnen besonders hervor, die über den Verlauf der analysierten Sequenz rekonstruiert werden können. Im Sinne Krummheuers (1992) kann man dabei mutmaßlich von einer *übergeordneten gemeinsamen aktivierten Rahmung* aller Beteiligten ausgehen (vgl. Krummheuer, 1992, S. 38; Kap. 4.2), die in der Semiotischen Prozess-Karte als farbige äußere Einrahmung mit der *gemeinsamen Angleichung*

von Bau 2 (grün) als kongruente Abbildung von Bau 1 (blau) deutlich wird.²⁴⁶ Innerhalb dieser übergeordneten Rahmung zeigen sich im analysierten Beispiel bei Jana und Ayse eingeklammerte Aushandlungen über die rekonstruierten *Rahmungsdifferenzen* (vgl. Krummheuer, 1992, S. 38). Diese Aushandlungsprozesse der Schülerinnen münden in einer kollektiv hervorgebrachten Angleichung von *Rahmungen* zugunsten der übergeordneten *Rahmung*. Im Überblick lassen sich die Emergenzen der *Rahmungen* und *Rahmungsdifferenzen* besonders deutlich in der Semiotischen Prozess-Karte anhand der farblichen Hinterlegungen im Verlauf des Zeichenprozesses erkennen. Hierin lassen sich auch im theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit beschriebene *quasi-finale Interpretanten* (vgl. Kap. 6.2) der Schülerinnen rekonstruieren.

Zu Beginn der ausgewählten Sequenz scheint Ayse die Analyse des Grundrisses von Bau 1 in einem ihr mutmaßlich vertrauten Bereich des *Zählens* oder des *Messens durch Zählen* zu fokussieren und als *Rahmung* zu aktivieren (vgl. Äußerungen 1 u. 4 bzw. Triaden 1 u. 4a), während Jana stärker eine spielerische, dem *Alltag nahe Rahmung* der Situation vorzunehmen scheint. Ayse wechselt offenbar in einer sich als schwierig gestaltenden Situation in einen ihr vertrauten mathematischen Bereich. Jana bezeichnet ihr Gebäude Bau 2 als *Haus*, aus dem man eine *Stadt* machen könnte (vgl. Äußerungen 5a u. 5b bzw. Triaden 4b u. 5c). Sie bewegt sich damit mutmaßlich im Bereich der sogenannten *Modulation*, die bei Goffman (1974) beschrieben ist (vgl. Goffman, 1974, S. 40ff; Kap. 4.2). Hierbei wird eine Aktivität, die bereits in einer gewissen Hinsicht bzw. bezogen auf einen Kontext sinnvoll erscheint, diesem enthoben und neu interpretiert (vgl. Goffman, 1974, S. 40ff). Dabei verliert diese Aktivität insbesondere bei der *Modulation als Spiel* etwa die Konsequenzen, die damit in einer tatsächlich ernstzunehmenden Situation verbunden wären. Jana wechselt also, anders als etwa Ayses Wechsel in den mathematischen Bereich des *Zählens* bzw. *Messens*, eher in eine *Alltagsrahmung*. Dies wird an einer Stelle im Interaktionsverlauf deutlich, an der Jana die Teilhabe der Erzeugung einer Angleichung von Bau 2 als kongruente Abbildung von Bau 1 vorübergehend verwehrt bleibt, etwa weil es für sie eine aktuell zu große mathematische Herausforderung darstellt oder durch das Interaktionsgeschehen – das von ihr weggewandte

²⁴⁶ Diese übergeordnete Rahmung ließe sich mit Blick auf die gesamte Situation und über den analysierten Ausschnitt hinaus erweitert denken als eingefasst in die wiederum übergeordnete Rahmung der *Erstellung eines kongruenten Nachbaus von Bau 1*. Solche *übergeordneten Rahmungen* ermöglichen nach Krummheuer (1992) „[...] Verständigung trotz unterschiedliche[r] fachlich bestimmter Rahmungen [...]“ (Krummheuer, 1992, S. 38) von Beteiligten in mathematischen Interaktionen (vgl. Kap. 4.2). Dies kann auch in der vorliegenden und analysierten Sequenz beobachtet werden: Innerhalb des offensichtlich gemeinsamen Vorhabens, der Erzeugung eines kongruenten Nachbaus von Bau 1 als Bau 2 und hier spezieller der Angleichung von Bau 2 als eine solche kongruente Abbildung, erzeugen Jana und Ayse verschiedene Deutungen einzelner Umstände und Ereignisse. Der Aushandlungsprozess verläuft nicht immer konfliktfrei, jedoch scheinen sie interaktiv immerzu auf diese übergeordnete Rahmung ausgerichtet zu sein, wodurch ein Fortgang der Interaktion angesichts durchaus strittiger Perspektiven möglich wird. Krummheuer (1992) verweist in diesem Zusammenhang explizit darauf, dass individuelle Erfahrungen erste Deutungen der jeweils Beteiligten determinierten, diese Deutungen einerseits aber stets als im Prozess zu sehen sind und nicht unumstößlich feststehend und dabei gleichzeitig immer auch schon interaktiv orientiert sind, weil die Beteiligten mögliche Interpretationen ihrer Interaktionspartner*innen vorgreifen (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18; Kap. 4.2).

Kippen von Bau I durch Ayse aus Janas Aktionsradius heraus in Äußerung 4.1f. Jana entnimmt vorübergehend dem Kontext der mathematischen Auseinandersetzung ihr eigenes Gebäude und moduliert es als *Haus* und *Stadt*. Dies deutet sie dann nicht als tatsächliches *Haus* einer realen *Stadt* im Sinne eines Wohngebäudes oder einer Stadt als urban strukturierte und mit entsprechender Infrastruktur versehene Ansammlung von Wohngebäuden, Geschäften, Freizeitmöglichkeiten, Büros und Industrie. Vielmehr *tut* sie so, als ob ihr Gebäude, das klassischerweise zunächst nicht an ein Haus erinnert, im spielerischen Sinne ein Haus *wäre* und entwickelt die Idee, dass man eine Stadt *machen könnte*. Vermutlich gehören ihre Ideen von *Haus* und *Stadt* im Spiel zusammen und sind mutmaßlich auch deshalb für Jana naheliegend, weil ihr ein solches Spiel mit dem in der Situation verwandten Material der Bausteine, die zu Häusern zusammengesetzt werden, aus ihrer bisherigen Sozialisation vertraut ist. Sie enthebt ihren Bau 2 damit zumindest vorübergehend auch der offenbar zuvor gemeinsam aktivierten Rahmung, die Baustein-Gebäude in Bezug auf ihre geometrische Beschaffenheit und damit mathematisch orientiert als Originalbau und kongruente Abbildung als Nachbau zu deuten. Der mathematische Kontext würde bei der Bezeichnung des Nachbaus als „fertig“ (Äußerung 5a bzw. Triade 4b) die Konsequenz nach sich ziehen, dass die fokussierte Angleichung von Bau 2 als kongruente Abbildung von Bau I gescheitert wäre. Diese Konsequenz wird im spielerischen Kontext, der diesen Umgang mit dem Gebäude erlaubt, vorübergehend ausgesetzt.

Im weiteren Verlauf (vgl. Äußerung 8 bzw. Triade 6b) gelingt es Jana offenbar über diese *Modulation* eine erneut stärker auf das gegebene mathematische Problem bezogene Rahmung zu aktivieren, die als *Analyse von Bau 2 zur Positionsbestimmung von noch nicht verbauten 8er Steinen* in der Semiotischen Prozess-Karte beschrieben ist. Dabei lässt ihr Vorgehen auf den ersten Blick erneut einen spielerischen Eindruck beim Laufen der Finger über Bau 2 entstehen. Ihr relativ zielstrebiges Positionieren der 8er Steine unmittelbar anschließend zeigt aber, dass sie hier offenbar genau bis zu der Stelle über Bau 2 gelaufen ist, an der sie im Anschluss den ersten noch nicht verbauten 8er Stein setzt. Anhand ihrer Handlungen und gleichzeitigen Blickfolgen kann man Jana unterstellen, dass sie sich nun also offensichtlich erneut damit beschäftigt, eine Angleichung von Bau 2 als kongruenten Nachbau von Bau I zu erzeugen. Damit verlässt Jana mutmaßlich also wieder den *Kontext des Alltags* und nutzt ihren spielerischen Umgang mit dem Gebäude als Zugang zu einer stärker an den geometrischen Eigenschaften der Bauten orientierten Beschäftigung, versucht sich mutmaßlich sogar an einer erneuten Angleichung von Bau 2 an Bau I.

An dieser Stelle in der analysierten Sequenz und im weiteren Verlauf erweist sich innerhalb der oben beschriebenen gemeinsamen und eher übergeordneten Rahmung insbesondere die Frage, *wie genau* die beiden Bauten in Relation gesetzt werden als strittig zwischen den beiden Schülerinnen. Hier zeigt sich eine *Rahmungsdifferenz*, die sich bereits in Äußerung 7 bzw. Triade 6a durch Ayses Interpretation der Äußerung 6 bzw. Triade 5b der begleitenden Person B im Ansatz rekonstruieren lässt: Ayse setzt offenbar Seitenfläche C von Bau 2 in

Relation zur Seitenfläche C von Bau 1 und möchte hier eine Anpassung bezüglich noch nicht verbauter 8er Steine vornehmen. Sie sucht nämlich offensichtlich nach einer Stelle an Bau 2, an der ein 8er Stein verbaut werden kann und markiert gestisch die Stelle zwischen Stein 7 und 8 an Seitenfläche C von Bau 2. Auf die noch nicht verbauten Steine hat B in Äußerung 6 hingewiesen. Das ihr unterstellte beabsichtigte Positionieren von 8er Steinen in Bau 2 entspricht mutmaßlich also Ayses Deutung dieser Äußerung von B. Zeitgleich setzt Jana bereits die noch nicht verbauten 8er Steine an Seitenfläche A von Bau 2 ein. Sie bildet offenbar, anders als Ayse, Seitenfläche C von Bau 1 auf Seitenfläche A von Bau 2 ab. Zugunsten der *übergeordneten Rahmung* scheinen die Schülerinnen im weiteren Verlauf allerdings ohne analytisch rekonstruierbare Absprachen dazu in der Lage, ihre Rahmungen aneinander anzugleichen, so dass ungefähr ab Äußerung 13 bzw. Triade 9a unstrittig erscheint, dass Seitenfläche C von Bau 1 auf Seitenfläche A von Bau 2 abgebildet wird. Während Ayse in Äußerung 8 bzw. Triade 7a Stein 5 von Bau 2 löst und anschließend offenbar die genaue Lage von Stein 14 an Bau 1 überprüft (vgl. Äußerung 11.6ff bzw. Triade 8a), um möglicherweise zu eruieren, wie ein 8er Stein an Seitenfläche B von Bau 2 als Abbildung von Stein 14 an Seitenfläche B von Bau 1 positioniert werden muss, schafft Jana bereits durch ihre Handlungen in den Äußerungen 10 u. 12 bzw. Triaden 7b und 8b Tatsachen, indem sie die noch nicht verbauten 8er Steine an Seitenfläche A von Bau 2 offensichtlich als Abbildung von Seitenfläche C von Bau 1 positioniert. Die Beobachtung des Ergebnisses dieser Positionierung mutmaßlich in Äußerung 13 bzw. Triade 9a durch Ayse führt offenbar dazu, dass für sie die Positionierung mindestens eines 8er Steines noch nicht ganz klar zu sein scheint, was aber von Jana in Äußerung 14 bzw. Triade 10 relativ deutlich als „richtig“ bezeichnet und gestisch geradezu vor Veränderungen abgeschirmt wird. Dabei zeigt Jana eine symmetrische Geste mit ihren beiden Händen über Bau 2, die möglicherweise bereits ein Vorgriff auf ihre Deutung von Bau 2 als kongruente *gespiegelte* Abbildung von Bau 1 darstellt: Die Hände stehen dafür, wie Bau 1 und Bau 2 in Relation gedeutet werden, nämlich als symmetrische Figur. Im Anschluss dreht Ayse dann Bau 1 so, dass er eine ähnliche räumliche Orientierung wie Bau 2 aufweist, insbesondere in Bezug auf die Vergleichbarkeit von Seitenfläche C von Bau 1 mit Seitenfläche A von Bau 2 (vgl. Äußerung 15 bzw. Triade 11a). Auf diese Weise scheint Ayse hier Janas Deutung, wie Bau 1 und Bau 2 in Relation gesetzt werden müssen, sozusagen durch eine entsprechende Handlung (Drehung von Bau 1) in Kombination mit relationalen Zeigegesten (mehrfaches Tippen auf Stein 15 bzw. 16) zu bestätigen. Die Schülerinnen erzeugen in einem hochgradig aufeinander abgestimmten gemeinschaftlichen Agieren die Angleichung ihrer zunächst *differenten Rahmungen* hin zu der *kollektiven Rahmung* der Anpassung von Seitenfläche A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau 1, was mutmaßlich Brandt und Höck (2011, 2012) folgend als kollektive Hervorbringung im Sinne einer *Ko-Konstruktion* von Jana und Ayse angesehen werden kann (vgl. Brandt & Höck, 2011, S. 253ff; Brandt & Höck, 2012, S. 1ff; Kap. 4.2 u. Kap. 8.5). Es handelt sich weniger um klar zuschreibbare Einzelleistungen der Schülerinnen, aus denen hier eine Rahmungsangleichung hervorgeht, sondern vielmehr trotz oder gerade

wegen ihrer differenten Deutungen scheint ihr Agieren in hohem Maße aufeinander abgestimmt und nahezu ineinander über zu gehen bei dem Ringen um ein gemeinsames Sinnstiften und der gemeinschaftlich erzeugten *kollektiven Deutung* der Situation.

Man kann hier auch beobachten, wie das gegebene *Material-Setting* die Rahmungen der Beteiligten offenbar zu beeinflussen scheint: Jana verändert durch die Platzierung der 8er Steine an Seitenfläche A von Bau 2 die materiellen Gegebenheiten der Situation, und zwar so, dass Ayse u. a. durch diese Veränderungen des Material-Settings die Rahmungsangleichung in Form der Drehung in Verbindung mit relationalen Zeigegeesten ebenso vorantreiben kann. Dieses Vorgehen erfährt mit dem in Kapitel 4.2 skizzierten Ansatz von Fetzer (2009, 2019) zur Integration von Objekten als Partizipierende an mathematischen Interaktionen einen theoretischen Bezug. Die Schülerinnen Jana und Ayse erzeugen einerseits durch das gegenseitig in hohem Maße aufeinander abgestimmte Agieren in diesem Abschnitt der Sequenz und andererseits aber auch gerade durch die Bezugnahme auf das verfügbare Material und dessen spezifische sich verändernde Anordnung im Arbeitsbereich die kollektive Rahmung der Anpassung von Seitenfläche A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau 1.

Es ergibt sich unmittelbar anschließend eine erneute *Rahmungsdifferenz* der beiden Schülerinnen: Jana scheint eine kongruente Abbildung als *Spiegelung* bezüglich des zweiten Stockwerkes von Bau 2 an Seitenfläche A zu intendieren während Ayse offensichtlich stärker die Erzeugung der Abbildung als *Translation* und damit orientierungstreu rahmt. Jana könnte diese Deutung bereits durch die symmetrische Zweihand-Gestik in Äußerung 14 bzw. Triade 10 zum Ausdruck gebracht haben. Innerhalb dieser verschiedenen, mutmaßlich noch eher von individuellen Deutungen und gegenseitig antizipierter und unterstellter Interpretationen geprägten *Rahmungen* werden dann auch die *Spiegelung* oder die *Verschiebung* von Jana und Ayse jeweils bezogen auf die Positionierung der 8er Steine als *richtig* bzw. *nicht richtig* (vgl. Äußerungen 14 u. 15 bzw. Triaden 10 u. 11a) bezeichnet. Am Ende des Aushandlungsprozesses über die, wie Ayse und Jana sagen, *richtige* Positionierung der 8er Steine an Seitenfläche A von Bau 2 scheint sich nun erneut eine *Angleichung ihrer Rahmung* rekonstruieren zu lassen (vgl. Äußerung 18 bzw. Triade 14). Dabei nutzt offenbar Jana insbesondere das Zusammenspiel von Lautsprache und Gestik (vgl. Kap. 1 u. Kap. 3), um hier einerseits auf der Ebene ihres sozialen Status innerhalb der Situation keine Zugeständnisse bezüglich Ayse machen zu müssen und andererseits doch die Anpassung der 8er Steine entsprechend Ayses Hinweisen vorzunehmen: Die Positionskorrekturen der 8er Steine setzt Jana nämlich bereits entsprechend Ayses Vorgaben um, während sie gleichzeitig mit „nein aba des- (.) des war (doch) in der Mitte!“ (Äußerung 18) gewissermaßen einen Widerspruch dazu und damit auch zu ihrem eigenen Handeln äußert. Es wirkt so, so als sei es für Jana in Bezug auf eine mathematisch adäquate Lösung irrelevant, *welcher* Stein der beiden 8er Steine in der entsprechenden mittleren Position an Seitenfläche A von Bau 2 platziert ist. Möglicherweise ist diese Wirkung auch von Jana intendiert, um an dieser Stelle

im Interaktionsverlauf nicht preisgeben zu müssen, dass es in ihren Augen sehr wohl von Bedeutung ist, welcher 8er Stein mittig auf Bau 2 platziert wird. Die Erzeugung eines kongruenten Nachbaus von Bau 1 könnte Janas Erwartungen an die gemeinschaftliche Arbeit aber auch erfüllen, unabhängig davon, ob Orientierungstreue in der Abbildung von Bau 1 gegeben ist oder nicht. Jana unternimmt hier mutmaßlich keinen Versuch einer inhaltlichen Klärung der verschiedenen Deutungen, wie ein Nachbau erzeugt werden soll. Ebenso wenig wie für Ayse könnte dies für Jana keine Relevanz haben oder mindestens eine geringere, als die Wahrung der eigenen Authentizität innerhalb des Interaktionsgefüges und der Bewertung ihres eigenen Beitrages als ebenso geeignet wie Ayses in Bezug auf die Lösung des gegebenen Problems. Die Anpassung von Bau 2 durch Jana bezüglich der Positionierung der 8er Steine an Seitenfläche A scheint hier mehr ein stilles Zugeständnis gegenüber Ayse zugunsten der übergeordneten gemeinsamen Rahmung zu sein.

Im folgenden Teil der analysierten Sequenz scheinen sich die Schülerinnen nun den weiteren Seitenflächen von Bau 2 zuzuwenden. Es zeigt sich eine *Rahmungsdifferenz* bezüglich der Anpassung von Seitenfläche C von Bau 2 an Seitenfläche A von Bau 1 und den dort verbauten 4er Steinen. Ayse betont lautsprachlich ausschließlich deren Anzahl, gestisch erzeugt sie aber eine komplexe Bewegungsabfolge, die sowohl Position, besondere Anordnung als auch die Kompaktheit der 4er Steine als Dreierpack betont. Zudem verweisen Ayses Positionierungsversuche aus Äußerung 25 bzw. Triade 19 von Stein 7 an Seitenfläche C von Bau 2 bereits darauf, dass sie offensichtlich die ursprüngliche Positionierung der drei 4er Steine an Bau 2 mindestens in Frage stellt. Mutmaßlich hat Ayse hier eine Idee darüber entwickelt, dass die 4er Steine an Seitenfläche A von Bau 1 so auf dem unteren Stockwerk von Bau 1 angeordnet sind, dass zu den Seitenflächen B bzw. D die gleiche Anzahl an Reihen von Verbindungsstellen abzählbar sind. Dies möchte sie möglicherweise auch an Bau 2 umsetzen. Offenbar schafft sie es hier aber (noch) nicht, eine entsprechende Positionierung tatsächlich vorzunehmen, denn sie drückt den Stein nicht fest an und überlässt ihn im Weiteren Jana (vgl. Äußerung 27 bzw. Triade 21a). Die daraus deutlich werdende, eher ganzheitliche Betrachtungsweise der Bauten, auch mit Blick auf das untere Stockwerk, erscheint konsistent zu Ayses bisherigem Vorgehen: Sie zeigte bereits in ihrer ersten Äußerung innerhalb der analysierten Sequenz, dass sie auch das untere Stockwerk von Bau 1 potentiell in die Anpassungsbemühungen von Bau 2 mit einbezieht, während Jana sich eher ausschließlich mit der zweiten Ebene von Bau 2 zu befassen scheint. Jana fokussiert lautsprachlich in Äußerung 28 bzw. Triade 21b u. 22a offenbar die Anzahl der 4er Steine und setzt die lückenlose Anordnung dieser an Seitenfläche C von Bau 2 um, die sie auch gestisch durch Druck der flachen Hand von oben auf die drei Steine noch einmal markiert. Dabei scheint für sie aber offenbar weniger relevant, *wo genau* die 4er Steine auf der Seitenfläche C von Bau 2 im Vergleich zu Seitenfläche A von Bau 1 angeordnet sind bzw. die vorherige Positionierung von Stein 7 wird von ihr nicht hinterfragt, verändert oder angepasst, sondern der 4er Stein wird an genau der gleichen Stelle wie zuvor platziert (vgl. Äußerung 28.5f bzw. Triade 21b).

Im gesamten Verlauf der analysierten Sequenz lassen sich multimodale Äußerungen der Schülerinnen rekonstruieren. Diese bestätigen zunächst die theoretischen Ausführungen zur Perspektive der Multimodalität in mathematikdidaktischen Forschungen, welche u. a. die Gestik in den Blick nehmen (vgl. Arzarello, 2006; Arzarello & Paola, 2007; Givry & Roth, 2006; Radford, 2009; Kap. 5.1). Es lässt sich daran aber zusätzlich zeigen, wie eng die Verzahnung von Lautsprache und Gestik im aufeinander bezogenen Agieren der Beteiligten ist und auch teilweise zwischen Gestik und Handlung sein kann, was ebenso in der Theorie betrachtet wurde (vgl. Kap. 3 u. Kap. 3.1.3). Dies lässt sich z. B. an der verhandelten Steinposition der 8er Steine an Seitenfläche A von Bau 2 beispielhaft rekonstruieren: *In der Mitte* wird als Beschreibung der Position eines 8er Steines *lautsprachlich* durch Ayse eingebracht und durch ihre *Gestik* an den gemeinten Steinen verortet (vgl. Äußerung 15 bzw. Triade 12). Diese Positionsbeschreibung wird begleitend in der *Handlung* von Jana aufgegriffen (vgl. Äußerung 16 bzw. Triade 11b), dann in Bezug auf den ursprünglich von Ayse gemeinten Stein *lautsprachlich* und in der *Handlung* durch Ayse in Äußerung 17 bzw. Triade 13 erneut gezeigt und schließlich in Äußerung 18 bzw. Triade 14 von Jana als *lautsprachliche Begründung* ihrer bisherigen *Rahmung* des Nachbaus als nicht-orientierungstreue Abbildung herangezogen, während sie *handelnd* an Bau 2 die Korrektur entsprechend der nun angeglichenen Rahmung als orientierungstreuen Nachbau umsetzt.

Es lässt sich an der ausgewählten Sequenz an diesem Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache auch zeigen, dass sich häufig erst durch den Einbezug des gestischen Modus Bedeutungszuschreibungen und gemeinsam erzeugte Rahmungen der Beteiligten rekonstruieren lassen. Auf diese Weise verfestigt sich mindestens der Eindruck, erst durch die *Relation* von Lautsprache und Gestik ein umfassenderes Bild dessen erhalten zu können, was in der Situation geschieht und verhandelt wird, welche Deutungen die Beteiligten erzeugen und was als *gemeinsame Rahmungen* aktiviert zu sein scheint. Diese analytischen Erkenntnisse verweisen auf die im theoretischen Teil rezitierte Annahme eines integrativen Sprachsystems von Gestik und Lautsprache, das vornehmlich in der Gestikforschung fokussiert wird (vgl. Goldin-Meadow, 2003; McNeill, 1992, 2005; Müller, 1998; Kap. 3). Das multimodale und integrative Sprachsystem, das von allen Beteiligten verwendet wird, scheint sich hier insbesondere auf *interaktiver Ebene* zu bestätigen. Anhand dessen lässt sich zeigen, dass Gestik offenkundig nicht nur ein Teil dessen ist, was die Schülerinnen in der Situation äußern oder hervorbringen. Vielmehr scheint die Gestik der Interagierenden in der vorliegenden und analysierten Sequenz ein *konstitutiver Teil von Situationsdefinitionen* und insbesondere auch im Verlauf von Aushandlungsprozessen aneinander angeglichenen *Rahmungen* der Beteiligten zu sein und damit ist sie offenbar von grundlegend *struktureller* Bedeutung bei der Bewältigung der hier untersuchten mathematischen Interaktionen. Gestik erzeugt diese Strukturen offenbar mit, drückt sie aus und wird insbesondere auch bei der Interpretation des gegenseitig aufeinander bezogenen Agierens der Beteiligten in Relation zur Lautsprache herangezogen, um Rahmungen zu evozieren, anzugleichen, zu bestätigen oder auch in Frage stellen zu können.

In Bezug auf den im theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit aufgeführten Ansatz der *Code-Integration* und *-Manifestation* nach Fricke (2012) im Rahmen der Darstellung linguistischer Perspektiven in der Gestikforschung (vgl. Kap. 3.2.3), kann in Folge dieser Ergebnisse der Datenanalyse die Adaption dieser linguistischen Theorie in eine mathematikdidaktische Betrachtung der Rolle von Gestik im Rahmen der vorliegenden Arbeit erweitert werden: Die Überlegung geht dabei über die Adaption der Annahme eines multimodal ausgerichteten Mathematiklernens im Rahmen der bisher analysierten Beispiele aus der Kombinatorik hinaus. Sie ergänzt diese Erkenntnisse, indem insbesondere auch die gemeinsame Hervorbringung von *Rahmungen* der Beteiligten unter den Vorzeichen von Multimodalität betrachtet wird. Fricke (2012) zunächst rein linguistisch ausgerichteter theoretischer Ansatz bezieht sich auf das System von gesprochener Sprache. Die Forscherin zeigt funktional und systematisch, dass nicht nur eine multimodale Betrachtungsweise dieses Systems möglich ist, etwa unter bestimmten theoretischen Voraussetzungen, wie etwa die Annahme eines integrativen Sprachsystems, sondern dass dieses Sprachsystem in den linguistisch beschreibbaren Eigenschaften als grundlegend multimodal konstituiert bezeichnet werden *muss* (vgl. Fricke, 2012; Kap. 3.2.3). In dem hier analysierten Datenbeispiel von Jana und Ayse lässt sich rekonstruieren, dass die Gestik nicht nur konstitutiver Bestandteil des Mathematiktreibens der Lernenden ist, sondern dass Gestik offenkundig insbesondere interaktional systemische Bedeutung innerhalb von Aushandlungsprozessen und bei der Aktivierung von *Rahmungen*, besonders auch von gemeinsamen *Rahmungen* in der mathematischen Auseinandersetzung zugewiesen bekommt. Damit ist es möglich, Fricke (2012) folgend einerseits Sprache als grundsätzlich multimodal strukturiert und funktional in diesem Sinne gebraucht zu beschreiben, und darüber hinaus andererseits die hier untersuchten mathematischen Interaktionen als *multimodal konstituiertes System* zu betrachten.

Auch funktional übernimmt die Gestik offenbar innerhalb von der hier untersuchten mathematischen Interaktion eine entscheidende Rolle: Bezüglich des Zusammenspiels von Lautsprache und Gestik lässt sich im hier betrachteten Datenbeispiel z. B. eine Stelle im Verlauf der analysierten Interaktion beschreiben, die zeigt, wie Gestik und Lautsprache auf interaktionaler Ebene offenkundig die Interpretation des Gegenübers in unterschiedlicher Weise und in unterschiedlichem Wirkungsgrad determinieren. Bei Jana bspw. führt die offensichtlich stärkere Beachtung der Lautsprache von Ayse etwa ab Äußerung 14 bzw. Triade 10 bis Äußerung 18 bzw. Triade 14 mutmaßlich dazu, dass sie den Referentenwechsel in der Gestik von Ayse weniger in ihre Interpretation mit einbezieht und ihr mutmaßlich dadurch die inhaltliche Einsicht in die verschiedenen Perspektiven der beiden Schülerinnen verwehrt bleibt oder dies nicht thematisiert werden kann. Ayse hingegen nimmt gestisch einen Referentenwechsel zwischen zwei Steinen vor, nämlich von Stein 15 auf Stein 16 an Bau I, der im lautsprachlichen Modus nicht expliziert wird (vgl. Äußerung 15 bzw. Triade I Ia). Ein Modus übernimmt also ausschließlich die Funktion des Referentenwechsels, während der andere Modus keinen Hinweis auf den Wechsel des gemeinten Steines

aufweist. Damit unterstellt Ayse hier offenkundig auch ihrer Interaktionspartnerin, stets die Gestik in die Deutung der Situation miteinzubeziehen. Die sich anschließende Aushandlung, welcher Stein nun in der als „in der Mitte“ (Äußerung 15, 17 u. 18) bezeichneten Weise an Bau 2 positioniert werden muss (vgl. Äußerungen 16 bis 18 bzw. Triaden 11b bis 14), verläuft zunächst krisenhaft und mündet in einer Einigung, die mutmaßlich zugunsten der *übergeordneten und gemeinsam aktivierten Rahmung* von den beiden Schülerinnen hervorgebracht wird. Diese Einigung löst dabei mutmaßlich die Deutungsdifferenz nicht auf, schafft aber die Grundlage für die Bewältigung der weiteren Interaktion. Die Gestik zeigt sich damit also als bedeutsam für die aktuell aktivierte Rahmung der Interagierenden bzw. steuert diese mit und gibt Hinweise auf individuelle und von den Interagierenden als *geteilt geltende Deutungen* (Krummheuer, 1992, S. 18) gemeinsam erzeugte Interpretationen. Inhaltlich werden gestisch Manipulationen von Steinen und Positionsbesetzungen in den Bauten erzeugt und darüber hinaus auch beide Bauten miteinander verlinkt.

Mit Blick auf Theorien der Gestikforschung (vgl. Kap. 3.2 u. Kap. 5), lässt sich innerhalb der hier untersuchten Sequenz auf die Theorie der *Mismatches* (vgl. Goldin-Meadow, 2003, S. 26ff; McNeill, 1992, S. 134ff; Kap. 5.4) verweisen. Nach McNeills (1992) Beschreibungen verschiedener *Mismatch-Arten* handelt es sich bei der eben diskutierten Äußerung von Ayse auf interaktionaler Ebene um einen sogenannten *Raum-Mismatch* (vgl. McNeill, 1992, S. 135), denn der Referent wird lautsprachlich nicht explizit verändert, z. B. durch die lautsprachliche Benennung eines anderen Steins, sondern ist rein gestisch realisiert. Dies wird aber offenkundig in die Deutung durch die Gesprächspartnerin Jana nicht einbezogen. Man kann mutmaßlich davon ausgehen, dass für Ayse kein *Mismatch* vorliegt, weil sie den Referentenwechsel anzeigt, wenn auch ausschließlich gestisch. Damit ist aber vermutlich aus ihrer Sicht die Konsistenz ihrer Äußerung gegeben. In Janas Deutung der Situation entsteht aber offensichtlich ein *Mismatch*, weil für sie an dieser Stelle die Lautsprache Ayses stärker ihre Interpretation beeinflusst. Die unspezifischen Bezeichnungen von Steinen in der Lautsprache „ja hier“ und „nich rischtisch“ aus Äußerung 15 werden von Ayse auch beim Wechsel des Gemeinten in Triade 12 beibehalten, während gestisch eine Veränderung des Referenten (von Stein 15 auf Stein 16 an Bau 1) stattfindet. Weil Jana dies aber offensichtlich nicht in ihre Interpretation mit einzubeziehen scheint, ergibt sich für sie eine mutmaßlich widersprüchliche Aussage von Ayses Äußerung. Dieser Widerspruch wird aufgelöst, indem Jana offenkundig unter Wahrung des eigenen Status' eine Anpassung ihres Vorhabens vollzieht. Es werden hier also der *Mismatch* und auch die Deutungsdifferenz auf einer eher systemregulierenden Ebene und weniger inhaltlich auf Verstehen der jeweils anderen Perspektive ausgerichtet aufgelöst.

Ausgewählte Gesten aus dem Verlauf der analysierten Sequenz lassen sich zu McNeills (1992, 2005) und Müllers (1998, 2013) Gestendimensionen bzw. -kategorien zuordnen (vgl. Kap. 3.1.4). So lässt sich zunächst Janas symmetrische und beidhändig ausgeführte Abdeck-Geste aus Äußerung 14 bzw. Triade 10 als *ikonische Geste* nach McNeill (1992, 2005)

bezeichnen, weil sie ein Dach oder eine Abdeckung nachformt (vgl. McNeill, 1992, S. 12ff; McNeill, 2005, S. 38ff). Möglicherweise ließe sich auch eine *metaphorische Dimension* annehmen: Die Hände über Bau 2 könnten die Symmetrie der Abbildung von Bau 1 auf Bau 2 metaphorisch darstellen, die durch den abschirmenden Charakter ein Eingreifen an Bau 2 vorübergehend unmöglich macht und sozusagen als *Metapher für Symmetrie* oder eine *symmetrische Abbildung* stehen könnte. Diese wird materialisiert in der spezifischen Form der Hände. Nach Müller (1998) stellt sich die Geste als *agierend* und/oder *repräsentierend* dar: Die Hände *agieren* als Abdeckung von Bau 2 und/oder *repräsentieren* Symmetrie (vgl. Müller, 1998, S. 116ff).

Darüber hinaus lässt sich Ayses Kombination aus Zeigen auf Stein 15 bzw. 16 und Drehen von Bau 1 bei Äußerung 15 bzw. Triade 11a und 12 nach McNeill (1992) als *deiktische Geste* beschreiben. Die Geste erhält durch das Festhalten und damit durch die Markierung des Drehzentrums zu Beginn der Drehung darüber hinaus aber auch eine *ikonische Dimension* und durch das wiederholte, mit der Lautsprache rhythmisch synchronisierte Tippen am Ende auf Stein 16 eine *Beat-Dimension* (vgl. McNeill, 1992, S. 12ff; McNeill, 2005, S. 39). Die Geste stellt gewissermaßen das Drehzentrum durch das Festhalten des Zeigefingers auf Stein 15 dar und betont in besonderer und rhythmisch auf die Lautsprache abgestimmter Weise anschließend Stein 16. In Müllers (1998, 2013) Einordnung lässt sich diese Geste als *agierend* mit *repräsentierendem* oder möglicherweise auch *modellierendem* Charakter beschreiben, also eine *Tipp-Geste*, die gleichzeitig das Drehzentrum *repräsentiert* oder *modelliert* (vgl. Müller, 1998, S. 116ff; Müller 2013, S. 713). An Ayses Geste lässt sich zudem ein innerhalb der Sequenz von den Schülerinnen etabliertes und zu einem gewissen Grad konventionalisiertes Zeichen beobachten, weil mutmaßlich eine „als gemeinsam geteilt geltende Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18; Kap. 4.2) darüber besteht, dass damit nicht nur der jeweils gestisch angezeigte Stein an Bau 1 gemeint ist, sondern dieser Stein in Bezug auf sein Pendant an Bau 2. Die Schülerinnen etablieren also ein Zeichen, das ihnen ermöglicht, einem Stein an Bau 2 als Pendant eines angezeigten Steines an Bau 1 dessen Eigenschaften zuzuordnen und z. B. als noch fehlend zu markieren oder – allgemeiner – ihn im Vergleich betrachten zu können und/oder den Anpassungsbedarf an Bau 2 anzuzeigen. Aus semiotischer Perspektive zeigt sich hieran offenbar so etwas wie ein *quasi-finaler Interpretant* (vgl. Kap. 6.2), der potentiell Teil des gemeinsamen Deutungshintergrundes oder *common grounds* (vgl. Kimbara, 2006, S. 42; Kap. 3.3 u. Kap. 7.2) der Schülerinnen in der Situation wird. Jana greift in Äußerung 18 bzw. Triade 14 Ayses Zeigen auf Steine offenbar auf, möglicherweise auch als Imitation der Anzeigestrategie, indem Jana wiederholt auf den 8er Stein zwischen Stein 2 und 3 an Bau 2 tippt (vgl. Äußerung 18.5f u. 18.15ff). Erneut in Kombination mit einer Handlung, nämlich dem Versetzen des angezeigten 8er Steins, wird die *Beat-Dimension* einer Geste in eine *deiktische Geste* integriert (McNeill, 2005, S. 40f). Das Tippen als etabliertes Zeichen der beiden Schülerinnen auf einen Stein als Anzeige dieses Steines und seines Pendants an Bau 2 wird hier genutzt, um an einem Stein an Bau 2 die bereits umgesetzten Eigenschaften entsprechend seines Originalbildes an Bau 1 zu verorten.

Es lassen sich innerhalb der analysierten Sequenz noch weitere solche etablierten Zeichen der Schülerinnen rekonstruieren, die zwischen den Modi wechseln und den Status eines vorerst *quasi-finalen Interpretanten* (vgl. Kap. 6.2) als Teil des erzeugten und gebrauchten *common grounds* (vgl. Kimbara, 2006, S. 42) der Schülerinnen erlangen: *In der Mitte* als Positionsbeschreibung fehlender Steine an den Bauten wird ausgehandelt und *Gucken* sowie *Übereinanderstapeln* als Strategien zum Kongruenzabgleich der Bauten mehrfach verwendet. Diese Zeichen erfahren offenbar über den Verlauf der Interaktion einen gewissen Grad an Konventionalisierung (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Huth, 2011a, S. 199; Kap. 3.2.3). Sie beruhen mutmaßlich auf „als gemeinsam geteilt geltenden Deutung[en]“ (Krummheuer, 1992, S. 18; Kap. 4.2) der Schülerinnen und nehmen damit mutmaßlich Einfluss auf aktivierte Rahmungen. Sie gestalten gewissermaßen den gemeinsamen *common ground* (Kimbara, 2006, S. 36; Kap. 3.3, Kap. 6.3 u. Kap. 7.2) oder *commens*, wie dieser gemeinsam etablierte Deutungshintergrund bei Peirce genannt wird (vgl. Peirce, 1998, EP II, S. 478; Kap. 6.3). In der Situation wird dieser ständig durch den wiederholten Gebrauch und die Etablierung dieser Zeichen und der gemeinsamen Interpretationen mit- bzw. neugestaltet und determiniert damit auch Folgedeutungen. Die *übergeordnete Rahmung* von Jana und Ayse, zusammen Bau 2 an Bau 1 als kongruente Abbildung angleichen zu wollen, ermöglicht strittige Aspekte und Rahmungsdifferenzen innerhalb dieser übergeordneten Rahmung auszuhandeln. Auf diese Weise werden auch immer wieder trotz oder gerade wegen strittiger Perspektiven auf Bau 1 in Relation zu Bau 2 *Angleichungen von Rahmungen* möglich bzw. diesbezügliche *Ko-Konstruktionen* (vgl. Brandt & Höck, 2011, 2012) von Jana und Ayse hervorgebracht, die das weitere Bewältigen der Interaktionssituation sichern.

Janas und Ayses aufeinander bezogenes Agieren in der Situation kann im Rahmen des Ansatzes des *semiotic games* nach Arzarello und Paola (2007, S. 17; Kap. 5.1) erweitert als *semiotic game unter Gleichen* (Huth, 2011a, S. 226f) beschrieben werden: Die Aushandlung der Rollenzuweisung (mathematische Versiertheit, Deutungshoheit, Orientierung im Agieren), lässt sich über den Verlauf der Sequenz als flexibel rekonstruieren und Rahmungsangleichungen sind mutmaßlich auch deshalb möglich, weil gegenseitig Zeichen der jeweils Anderen zur Etablierung der eigenen Deutungen aufgegriffen werden. Ayse und Jana lässt sich dabei eine „*language of friendship*“ (Edwards, J.-A., 2007, S. 1190; Kap. 8.5) unterstellen, die mutmaßlich garantiert, dass bspw. auch relativ deutliche Schuldzuweisungen (vgl. Äußerung 24 bzw. Triade 18a) zugunsten der übergeordneten gemeinsamen Rahmung akzeptiert und in ihrer Schärfe nicht weiter thematisiert werden. Der Bezug zu einer mathematischen Auseinandersetzung innerhalb der Sequenz rückt etwa nicht durch Besitzansprüche an den Bauten oder gerechtfertigte oder ungerechtfertigte Kritik oder die entsprechende Art und Weise der Anbringung dieser in den Hintergrund. Es scheint zudem so, dass Ayse gestisch über Strategien der Körperberührung mit der ihr offenbar äußerst vertrauten Interaktionspartnerin Jana verfügt, die sie eventuell in der vorliegenden Sequenz anwendet, um lautsprachliche Auseinandersetzungen mit Jana zu vermeiden, wenn sie z. B. in Äußerung 13 bzw. Triade 9a Janas Hand von Bau 2 mehr oder weniger entfernt. Solche

gegenseitigen Eingriffe bzw. die gleichsam vorhandene Akzeptanz von solchem interaktiven Agieren im Aushandlungsprozess auf beiden Seiten zeugt von einer kollektiv auf die gemeinsame Rahmung ausgerichtete aufeinander abgestimmte Arbeitsweise der beiden Schülerinnen, die nicht nur rein lautsprachlich hervorgebracht wird, sondern insbesondere auch durch Gesten immer wieder Aushandlung, Stabilität und Entwicklung erfährt.

9.3.6 Beispiel 5: Geometrie – Bauen, Tandem 3: Maya und Dennis

Einleitende Hinweise zu Transkript 5

In der ausgewählten Sequenz (Minute 11:20-12:52, vgl. Ausschnitte dieser Analyse in einer Vorversion in Huth, 2017, 2018) interagieren Maya (7 Jahre), Dennis (8 Jahre) und die begleitende Person B miteinander. Das mathematische Problem umfasst das Bauen und – nach Bauanleitung des*der Partnerin – das Nachbauen eines Bausteingebäudes aus einem vorgegebenen Repertoire von LEGO® DUPLO® Bausteinen in drei verschiedenen Größen. Den Schüler*innen stehen, wie in der analysierten Sequenz 4 auch, die folgenden Bausteine zur Verfügung:²⁴⁷ acht 4er Steine, acht 8er Steine und zwei 12er Steine (vgl. Abb. 9.3.6_50, wie auch Abb. 9.3.5_34). Auch hier stehen diese Bausteine in mehreren verschiedenen farbigen Sets zur Verfügung. So können die Originalgebäude der Schüler*innen erhalten bleiben und Nachbauten dieser Gebäude angefertigt werden.

Zunächst bauen die Schüler*innen gemeinsam ein Gebäude, in dem alle zur Verfügung stehenden Steine einer Farbe verbaut werden sollen. Anschließend wird eine Trennwand als Sichtschutz aufgebaut und die Schüler*innen bauen, ausgestattet mit unterschiedlich einfarbigen Sets der oben genannten Bausteine, jeweils ein Gebäude aus allen Bausteinen, die sie zur Verfügung haben. Gegenseitig können sie während und nach dem Bauen ihre so entstehenden Originalgebäude nicht sehen. Im Anschluss daran sollen die Originalgebäude gegenseitig anhand von Erläuterungen des*r jeweiligen Partners*in nachgebaut werden, so dass der*die Nachbauende das Originalgebäude nicht sehen kann, der*die Erklärende aber freie Sicht auf das eigene und nun zu erklärende Originalgebäude hat. Die begleitende Person B kennt beide Gebäude der Schüler*innen. Die Trennwand steht zwischen den beiden Schüler*innen und verdeckt zum Einstieg in das Transkript Mayas Gebäude vor Dennis, so dass er das nun von ihm nachzubauende Originalgebäude von Maya (hier wie im Folgenden als Bau I bezeichnet) nicht sehen kann. Der Transkriptausschnitt beginnt als Maya damit startet, Dennis ihr Gebäude zu beschreiben. Dabei kann Maya Dennis und seine Arbeitsunterlage samt Nachbau (Bau 2) sehen, weil die Trennwand relativ weit auf dem Tisch nach vorne geschoben ist. Dennis hat vor sich alle Steine in blau liegen und noch nichts gebaut. Vor Maya und weit vorne auf der Tischplatte steht ihr Bau I in grün relativ nahe an der Trennwand.

²⁴⁷ Die Steine sind nach der Anzahl ihrer Verbindungsstellen auf der oberen Seitenfläche bezeichnet. Ein 8er Stein hat acht Verbindungsstellen, die in Reihen der Form 2x4 auf der oberen Seitenfläche angeordnet sind.

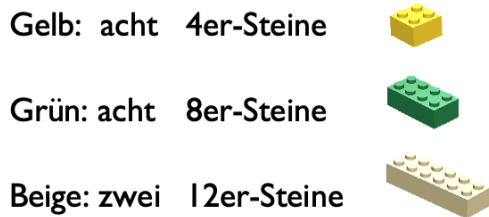


Abb. 9.3.6_50 Die in der Situation verfügbaren Bausteine²⁴⁸

In Abbildung 9.3.6_51 ist Mayas Originalbau (Bau I) zu Beginn der Situation aus Sicht von Maya zu erkennen. Man sieht hier, dass es sich um einen in der äußeren Gesamtgestalt ebenensymmetrischen Bau handelt. Die eingezeichnete Spiegelebene ist nur in der Abbildung angedeutet und in der tatsächlichen Sequenz nicht zu sehen. Im unteren Stockwerk erkennt man, dass es sich um eine Verschiebung handelt und keine Spiegelung.

Maya schiebt das Gebäude an der Stelle, an der sich die beiden gelben 4er Steine des Gebäudes berühren (Verlauf Spiegelebene in Abb. 9.3.6_51), mindestens einmal im Verlauf des Transkriptausschnitts auseinander. Das Gebäude ist hier unverbunden, d. h. die gelben 4er Steine berühren sich an einer Seitenfläche, jedoch ohne fest verbaute Verbindung etwa durch einen Deckstein oder durch einen unterhalb verbauten Stein.

Die Bezeichnungen der Seitenflächen und der beiden Teile des Gebäudes in Abbildung 9.3.6_51 unterstützen eine einheitliche Bezeichnung im Transkript. Die Seitenflächen von Bau I werden demnach bspw. als S.C für Seitenfläche C bezeichnet. Die Kanten werden entsprechend als z. B. K.BC für die Kante von Seitenfläche B und C bezeichnet. Diese Bezeichnungen sind nur in der Analyse, nicht für die Lernenden angegeben.

²⁴⁸ Die Abbildungen der Gebäude und der einzelnen Steine sind mit LEGO® Digital Designer erstellt und werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit mit Erlaubnis der LEGO® GmbH verwendet. In der Situation selbst hatten alle Bausteine eines Sets stets die gleiche Farbe. Bau I war vollständig mit grünen Bausteinen gebaut, Bau 2 mit blauen Steinen. Die unterschiedlichen Farben in den hier aufgeführten Abbildungen zeigen die Übergänge zwischen den Bausteinen an, die einfarbig nicht sichtbar wären. Sie sind also nur für die Analyse verschiedenfarbig abgebildet. Die jeweiligen Schüler*innen in den Geometrie-Situationen verfügen über einfarbige Sets.

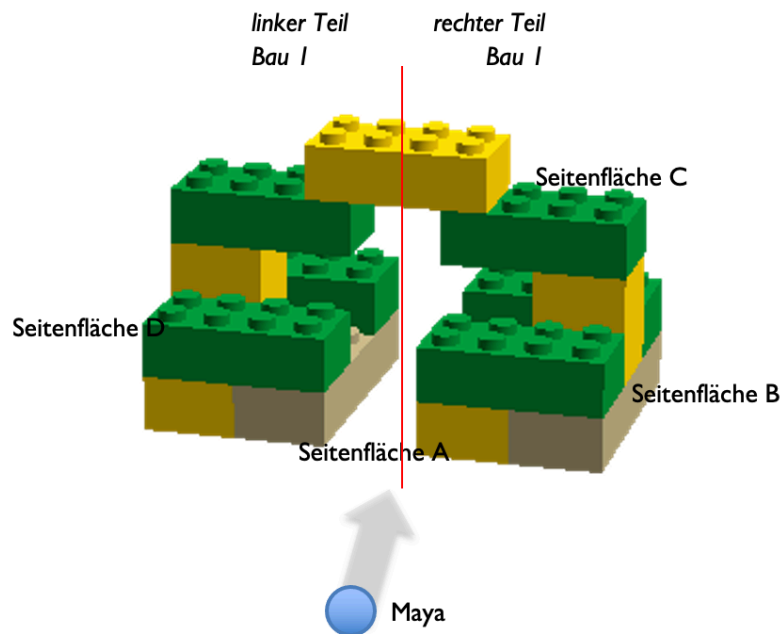


Abb. 9.3.6_51 Der Originalbau Bau I von Maya aus ihrer Perspektive

Bau 2 als Nachbau von Bau I, der von Dennis erstellt werden soll, ist zum Zeitpunkt des Beginns der Sequenz noch nicht angefangen.

Abseits des Geschehens steht abgedeckt das von Dennis erstellte Originalgebäude (vgl. Abb. 9.3.6_52) Es wird zwar im gewählten Transkriptausschnitt von den Interagierenden nicht thematisiert, dennoch könnte es für die Nachvollziehbarkeit einzelner Deutungen hilfreich sein, zu sehen, wie Dennis seinen Bau I gebaut hat. Zu beachten ist hier wieder, dass das Gebäude für die Schüler*innen einfarbig war und die unterschiedlichen Farben der Bausteine in den Abbildungen nur zeigen sollen, wie genau welche Steine wo verbaut wurden.

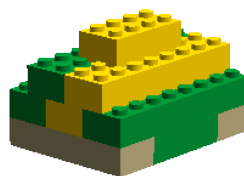


Abb. 9.5.6_52 Das von Dennis erstellte Originalgebäude

Die Schüler*innen bauen jeweils auf einer Silikonunterlage, die vor ihnen auf dem Tisch liegt, um die Lautstärke der Bausteine auf dem Tisch zu reduzieren. Abbildung 9.5.6_53 zeigt die Situationsskizze zu Beginn des Transkriptes.

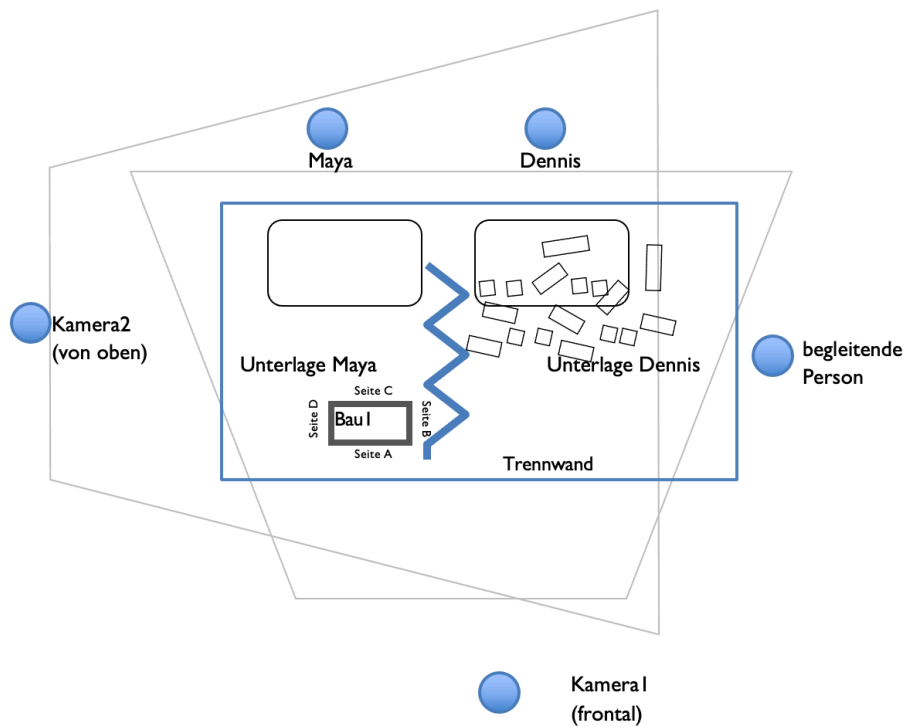


Abb. 9.5.6_53 Situationskizze Beispiel 5

Abbildung 9.5.6_54 zeigt schließlich ein Originalfoto vom Beginn der Transkriptsequenz. Maya trägt den hellen Pullover, Daniel den grün-roten Pullover.

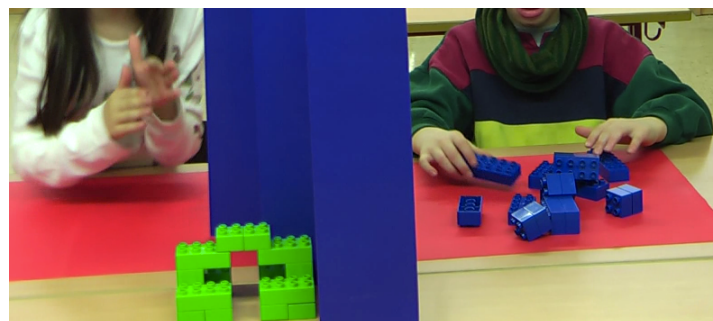







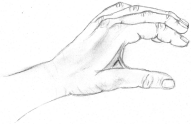


Abb. 9.5.6_54 Originalfoto aus der Situation zu Sequenzbeginn (Beispiel 5)

Es gilt die einheitliche Transkriptionslegende (vgl. Kap. 8.6). Zusätzlich sind folgende Handformen im Transkript benannt:

<p><i>Staffelhand</i> Entspannte Handhaltung ohne Anstrengung der Handmuskeln, z. B.</p> 	<p><i>G-Hand</i> Zeigende Handformen, prototypisch mit dem Zeigefinger und angewinkelten restl. Fingern z. B.</p> 	<p><i>Greifhand</i> Fortführung der Staffelhand durch Anspannung der Fingermuskulatur z. B.</p> 
<p><i>Faust</i> Jegliche Art von Fäusten, unabhängig davon, welche Position der Daumen oder die Hand einnehmen z. B.</p> 	<p><i>O-Hand</i> Aus dem Fingeralphabet der Deutschen Gebärdensprache entlehnt, bildet mit Daumen und Zeigefinger ein O-nach. z. B.</p> 	<p><i>Gebetshände flach</i> Die Hände sind wie zum Gebet gefaltet. Die Hände liegen flach mit den Handflächen aneinander z. B.</p> 
<p><i>Flachhand</i> Die Hand ist flach ausgestreckt, der Daumen zumeist angelegt, die Finger weitestgehend geschlossen. z. B.</p> 	<p><i>C-Hand</i> Aus dem Fingeralphabet der Deutschen Gebärdensprache entlehnt, bildet ein C nach, weniger Muskelanspannung als bei Greifhand z. B.</p> 	

Tab. 9.5.6_19 Handformen, die im Transkript 5 verwendet werden

Transkriptausschnitt

Äußerung Zeit	Namenskürzel Zeilennummerierung	Äußerung: gestische und lautsprachliche Partitur und Beschreibung der Arm- und Handbewegungen sowie weiterer Körperbewegungen und Positionsangaben
l a (a-b)	<M[ls] ----- <M[gs]	Okay °--l--
11:20	1 2 3 4 5 6 7	M startet aus einer aufgestützten Position ihrer beiden Ellenbogen auf dem Tisch, der Blick ist nach oben gerichtet, die Hände sind in Gebetsform vor ihren Mund gehalten, die beiden Zeigefinger berühren die Lippen (°), die beiden Hände werden in Gebetsform nach vorne und unten in Richtung Tisch und weg von Ms Gesicht geführt und dabei voneinander entfernt, und zwar so, dass die re Hand in Staffelhandform mit in 90° angewinkeltem Ellenbogen über dem Tisch gehalten wird, Handfläche zur Tischplatte gewandt. Die li Hand wird in Richtung Ms Kopf geführt, M blickt nach vorne in Richtung Kamera l (l)

9 Empirie: Beispiel 5: Geometrie – Bauen, Tandem 3: Maya und Dennis

2	<B[ls]	okay/
	<B[gs]	
11:20	l	B steht auf und ist während der gesamten folgenden Sequenz nicht mehr zu sehen.
l b (a-b)	M[ls]	Auf der rechten- u auf der linken sind die zwei große (...)
	M[gs]	--2-3---4-----5-----°
11:22	8	M blickt nach unten vor sich, führt die li Hand zum li Ohr und streicht die Haare hinter dieses
	9	Ohr zurück, dann führt M ihre re Hand ans re Ohr und streift ihre Haare dort zurück.
	10	Zeitgleich mit dem Zurückstreifen der Haare richtet M ihren Oberkörper bis zu den
	11	Oberschenkeln auf, sie kniet auf ihrem Stuhl (2, 3). M senkt beide Hände und Arme vom Kopf
	12	in Richtung Unterlage ab, so dass sie vor ihrem Bauch in Flachhandform in ca. 2 cm Höhe über
	13	der Unterlage gehalten werden, die Handflächen sind zueinander gerichtet (4). Nun legt M die
	14	re Hand mit der Handkante bzw. dem kleinen Finger auf dem Tisch ab, rollt über den
	15	Handrücken die Hand nach re auf, so dass die Handinnenfläche nach oben zeigt und der
	16	Handrücken auf dem Tisch aufliegt und spreizt den re Daumen in ca. 45° von der Hand nach
	17	re ab, so dass er in Richtung Kamera 2 zeigt. M blickt in Richtung Kamera 1 (5). M dreht die re
	18	Hand nach li, sodass die Handinnenfläche zur Unterlage zeigt. Beide Hände werden in
19	Greifhandform auf dem Tisch vor Maya abgelegt, Handflächen zum Tisch gewandt (6). Die li	
20	Hand verbleibt dort. Die re Hand wird nach re außen an die untere re Ecke der Unterlage	
21	bewegt, dort in Staffelhandform, Handfläche zum Tisch weisend abgelegt. M blickt nach unten	
22	und li, der Kopf bleibt geradeaus gewandt (°)	
3	D[ls]	So \ (.) und dann/ (...+)
	D[gs]	°---1---2-----°
11:27	l	D bewegt mit der re und der li Hand je einen 12er Stein in seinem Arbeitsbereich mehrfach
2	hin und her in verschiedene Positionen. D startet auf diese Weise mit beiden Händen an den	
3	12-er Steinen (°), legt mit der re Hand den 12er Stein, den er bereits in der re Hand hatte, vor	
4	seinem Oberkörper mit der Längsseite im rechten Winkel zur Tischkante auf der Unterlage ab	
5	(1). Mit der li Hand richtet er den zweiten 12er Stein in ca. 12 cm Abstand zum anderen Stein	
6	entfernt parallel dazu aus (2), die Fingerspitzen beider Hände verbleiben auf den beiden 12-er	
7	Steinen von oben aufgelegt. D bewegt die 12er Steine, ohne ihre Position im Arbeitsbereich zu	
8	verändern, indem er sie mehrfach anhebt und hin und her bewegt (°)	
4 a (a-b)	M[ls]	Dann (.) kommt daneben so ein Achter und ein Vierer \
	M[gs]	°---1---2-3-----4-----5-----6-----°.
11:31	1	M blickt nach li unten, startet und beugt sich nach vorne über den Tisch (°), führt beide Hände
	2	zu Bau 1, die re Hand wird mit der Handkante/dem kleinen Finger auf der Tischplatte abgelegt,
	3	die Handinnenfläche an S.B angelehnt, der Daumen ist nach oben abgespreizt, die li Hand wird
	4	an S.A von Bau 1 herangeführt (1). Mit beiden Händen rückt M den von ihr aus gesehenen re
	5	Teil des Baus um ca. 2 cm nach re und direkt wieder zurück in die Ausgangsposition (2, 3).
	6	Während die Finger beider Hände an S.A bzw. S.B von Bau 1 anliegen, bewegt M den Kopf in
	7	Richtung Bau 1. Anschließend bewegt sich M zurück, richtet sich mit dem Oberkörper auf,
	8	blickt in Richtung Kamera 1, die Hände werden von Bau 1 gelöst. M führt die li Hand in
	9	Staffelhandform und mit angewinkeltem Ellenbogen zurück vor ihren Oberkörper und hält sie
	10	in ca. 15cm Höhe über dem Tisch, mit der re Hand formt sie eine G-Handform und der re
	11	Zeigefinger wird ungefähr mittig auf der Unterlage platziert. M blickt in Richtung dieser G-
	12	Hand (4). Nun zieht M die Fingerkuppe des re Zeigefingers ca. 3,5 cm über die Unterlage in
	13	Richtung ihres Oberkörpers und fixiert den Endpunkt dieser Bewegung (5.). M hebt die
	14	Fingerspitze des re Zeigefingers vom Tisch ab und führt sie in ca. 1 cm Höhe über der
	15	Unterlage ca. 4 cm nach vorne in Richtung Kamera 1, formt eine O-Handform und setzt die
	16	Fingerkuppen auf der Unterlage ab (6). Anschließend werden beide Hände zurück zum
	17	Oberkörper geführt und in Staffelhandform mit den Handflächen zum Tisch weisend auf die
	18	Tischkante aufgelegt. Diese Haltung bleibt für ca. 9 sec beibehalten (°)
4 b (a-b)	<M[ls]	damits genauso groß wird\ af auf (.) beide Seiten\
	<M[gs]	
11:39	19	Die Endposition der Hände wird beibehalten. M blickt Richtung Kamera 1, nach li auf Bau 2 mit
	20	unveränderter, gerader Ausrichtung ihres Kopfes. M wendet sich nach re, blickt nach re oben

9 Empirie: Beispiel 5: Geometrie – Bauen, Tandem 3: Maya und Dennis

5	<D[ls]	So\
	<D[gs]	°-----1-----2-----3-----4---°
11:39	1	D startet und bewegt die re Hand in Staffelhandform nach vorne zu den herumliegenden noch nicht verbauten Steinen, die li Hand bleibt zunächst in Staffelhandform auf dem linken 12er Stein aufgelegt (°). D greift mit einer Greifhand von oben einen 8er Stein (1) und bewegt ihn zwischen die beiden bereits vor ihm ausgerichteten 12er Steine. Er legt ihn dort ab, so dass er mit der Längsseite parallel zur Tischkante ausgerichtet ist (2). Nun bewegt D die re Hand in Staffelhandform auf den von ihm aus gesehenen re 12er Stein, die li Hand liegt in Staffelhandform von oben auf dem von D aus gesehenen li 12er Stein (3). D schiebt beide 12er Steine in Richtung des eben abgelegten 8er Steines, so dass sich alle drei Steine berühren und eine U-Form aus Sicht von Kamera 1 entsteht (4). Er belässt die Hände unverändert auf den 8er Steinen aufliegend (°)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
6	M[ls]	Nein\ nicht so/
	M[gs]	
11:42	1	M blickt zu Bau 2 in Ds Arbeitsbereich, bewegt den Kopf hin und her. Die Position der Hände, wie oben beschrieben, bleibt beibehalten
	2	
7	D[ls]	So\
	D[gs]	°-5--6--7-°
11:44	1	D startet (°) und bewegt die li Hand über den gerade gesetzten 8er Stein und hebt diesen mit Daumen und Mittelfinger der li Hand aus der Mitte der beiden 12er Steine heraus (5). Er übergibt den Stein oberhalb des re 12er Steins an die re Hand (6). Mit der re Hand legt D den 8er Stein in der gleichen Ausrichtung und auf gleicher Höhe wie er in der Mitte lag, re an den von ihm aus betrachteten re 12er Stein an (7). Die re Hand verbleibt am 8er Stein, der re Unterarm liegt auf der Tischkante auf. Die li Hand steht in ca. 5 cm Höhe über der Unterlage, den Ellenbogen auf die Tischkante aufgestützt in der Luft über dem li 12er Stein in Staffelhandform, Handinnenfläche zum Tisch gewandt (°)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
8	<M[ls]	Mhmhme\ (.) so dass es genauso lang ist wie das andere\ (..)
	<M[gs]	°-1-----2-----°.
11:46	1	M bewegt den Kopf hin und her, der Blick ist zu Ds Arbeitsbereich gerichtet. Nun startet M aus dieser Position, blickt nach re vorne und dreht den Kopf um ca. 45° nach re (°). Sie hebt beide Hände als sich gegenüberstehende Flachhände auf Brusthöhe an, die Handinnenflächen zueinanderweisend, die Hände stehen ca. 6 cm auseinander, die Finger weisen in Richtung Kamera 1 (1). Nun hebt und senkt M die beiden Hände ca. sechsmal in kurzer Zeit um jeweils ca. 3 cm hoch bzw. runter, ohne die Position, Ausführungsort und Handform zu verändern. M blickt nach re vorne (2). Nun senkt M beide Hände in Richtung Tisch ab und umfasst mit Daumen und Zeigefinger beider Hände die jeweils zu M liegenden Ecken der Unterlage und hebt diese um ca. 1 cm an. Dabei blickt M nach re. Diese Haltung bleibt fixiert. M rollt die Lippen ein und presst sie aufeinander. Sie wendet den Kopf nach vorne, blickt nach unten li, wippt mit dem Oberkörper auf und ab (°)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
9 a (a-b)	<D[ls]	(so/)
	<D[gs]	°--1-2-----3-----4-----5---6---
11:47	1	D hebt mit dem Daumen, dem Zeige- und Mittelfinger der re Hand den eben gesetzten 8er Stein erneut an (1), bewegt ihn nach links über den re 12er Stein hinweg in Richtung der Mitte zwischen den beiden 12er Steinen, ohne dabei dessen Ausrichtung zu verändern (2). nun bewegt D den 8er Stein über den re 12er Stein und dreht ihn dabei gleichzeitig im Uhrzeigersinn um 90°, so dass er sich in der gleichen Ausrichtung über dem re 12er Stein befindet (3). D setzt den 8er Stein auf dem re 12er Stein auf, so dass beide Steine genau aufeinander stehen und bündig an der Seitenfläche, die zu Kamera 1 weist, abschließen. Die re Hand bleibt am 8er Stein diesen von oben umfassend (4). D blickt nach re, hebt den 8er Stein mit Daumen und Mittelfinger der re Hand an und klappt ihn dabei im Raum um nahezu 90°, so dass die Unterseite des Steins nach li weist (5), klappt den Stein zurück und setzt ihn auf den 12er Stein in gleicher Weise wie vorher auf (6), drückt ihn fest an
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
10	<B[ls]	Super macht ihr des\
	<B[gs]	

9 Empirie: Beispiel 5: Geometrie – Bauen, Tandem 3: Maya und Dennis

11:51	I	B ist während der gesamten Sequenz nicht zu sehen
9 b (a-b)	D[ls]	
	D[gs]	7-----8-9-10-11-12-13-°
11:53	12	Nun bewegt D seine li Hand in Staffelhandform nach vorne, umgreift mit Daumen, Zeige- und
	13	Mittelfinger einen weiteren 8er Stein von oben und hebt in von der Unterlage an (7), führt
	14	diesen Stein zur re Hand, dreht ihn dabei um 90° im Raum, so dass er senkrecht zur
	15	Tischplatte nach oben weist und mit der Unterseite in Richtung Trennwand/Kamera 2 in ca.
	16	20cm über der von Dennis aus gesehenen re Seite von Bau 2. Beide Ellenbogen von D sind auf
	17	der Tischplatte aufgestützt, die re Hand fasst in Staffelhandform an die Unterseite des Steins
	18	von re (8), D übernimmt den Stein in die re Hand, die li Hand bleibt am Stein (9), D führt den
	19	Stein nach unten in Richtung Bau 2, dreht ihn bei der Bewegung nach unten um 180° nach links
	20	und 90° im Raum nach unten, so dass die Unterseite des Steins in Richtung Tischplatte weist
	21	und der Stein im 90° Winkel zu den 12er Steinen über Bau 2 zwischen den beiden 12er
	22	Steinen gehalten wird mit beiden Händen li und re an der jeweils kurzen Seite des 8er Steins
	23	(10). D bewegt den Stein mit beiden Händen nach li über den linken 12er Stein, dreht ihn in
	24	der Ebene um 90°, so dass er in der gleichen Ausrichtung wie der 12er Stein ist (11) und setzt
25	ihn auf diesem 12er Stein auf, und zwar genauso wie er zuvor den anderen 8er Stein auf den re	
26	12er Stein gesetzt hatte (12). Die re Hand hält den 8er Stein dabei an der kurzen Seite, die	
27	nahe Ds Oberkörper ist mit Daumen und Zeigefinger von oben fest, die li Hand wird nahezu in	
28	einer Flachhandform an die andere kurze Seite des 8er Steins geführt von oben/vorne, so dass	
29	der Handrücken zu Kamera 1 weist. D drückt den Stein fest, indem die re Hand von oben in	
30	Staffelhandform mit Daumen, Zeige- und Mittelfinger drückt und die li Hand von oben auf dem	
31	Stein abgelegt wird, wobei Zeige- und Mittelfinger der li Hand an der kurzen Seitenfläche des	
32	8er Steins, die zur Kamera 1 weist, gehalten werden (13). Die re Hand wird anschließend in	
33	Staffelhandform mit der Handfläche zur Tischplatteweisend zum Kinn geführt und der Kopf	
34	mit dem Kinn auf dem re Handrücken abgestützt. Die li Hand bleibt in Staffelhandform auf dem	
35	von D aus gesehenen li Teil von Bau 2 aufgelegt (°)	
11	<M[ls]	Nein\ oh nicht so Dennis\ daneben \ (...+)
	<M[gs]	°-----1---2-----3---°
12:00	1	M blickt zu Ds Arbeitsbereich. Aus der Position wie oben beschrieben, lässt M ihren
	2	Oberkörper in sich zusammensinken, während der Kopf um ca. 5 cm nach unten gesenkt wird.
	3	Nun dreht M den Kopf nach re und bewegt mehrmals hin und her. M blickt nach unten vor
	4	sich, startet mit beiden Händen von den Ecken der Unterlage aus (°), bewegt sie in
	5	Staffelhandform und mit zueinander nach innen gerichteten Handinnenflächen aufeinander zu
	6	ungefähr auf Bauchhöhe, führt sie zusammen und dabei nach li (1), setzt sie mit der
	7	Handkante/den kleinen Fingern auf die Unterlage auf. Beide Daumen weisen nach oben und
	8	berühren sich seitlich, während die restlichen Finger staffelhandförmig leicht gekrümmt sind
	9	und die Fingerkuppen beider Hände zueinander weisen (2.) Diese Haltung bleibt für ca. 2 sec
	10	fixiert, wobei die Finger leicht auseinander geführt werden und dann wieder zueinander mit
	11	leichter Berührung an den Fingerkuppen. Dann rückt M mit gleichbleibender Handhaltung um
12	ca. 30 cm auf dem Tisch nach vorne, legt die Unterarme auf dem Tisch ab und schaut auf Bau 1	
13	(3). Nach dem Aufsetzen der Hände auf dem Tisch, legt M beide Hände in Staffelhandform	
14	nebeneinander auf der Unterlage ab mit der Handinnenfläche auf der Tischplatte, die	
15	Fingerkuppen verbleiben genau an der Kante der Unterlage und heben dort wiederholt diese	
16	Unterlage an, der Blick ist auf Bau 1 gerichtet (°)	
12	<D[ls]	
	<D[gs]	°-----1--2--3--4-----5--6-----7--8--9--10---°
12:02	1	D startet aus der oben beschriebenen Position (°), greift mit der li Hand den li 12er Stein und
	2	den auf diesem sitzenden 8er Stein von oben mit einer Greifhand (1) und hebt diesen von ihm
	3	aus gesehenen li Teil von Bau 2 an, führt ihn in Richtung re Hand (2). Diese übernimmt die
	4	Steine mit Daumen und Zeigefinger an der kurzen Seite, die zu Ds Oberkörper gewandt ist
	5	(3). D zieht mit der li Hand den 8er Stein von dem 12er Stein nach oben und li ab und hält ihn
	6	ca. 10 cm oberhalb des von ihm aus gesehenem linken Teil von Bau 2 (4). Nun legt D den 12er
	7	Stein mit der re Hand in die ursprüngliche Position li parallel zum anderen re liegenden 12er
	8	Stein (5) und legt den 8er Stein in seiner li Hand li außen neben den eben abgelegten 12er

9 Empirie: Beispiel 5: Geometrie – Bauen, Tandem 3: Maya und Dennis

	9	Stein, und zwar so, dass er mit seiner Längsseite an dem 12er Stein anliegt (6).
	10	D führt die re Hand nach re an den von ihm aus betrachteten re Teil von Bau 2 an den re 12er
	11	und 8er Stein von oben in einer Greifhand, hebt diesen Teil des Baus 2 an (7), stellt ihn wieder
	12	ab und führt gleichzeitig die li Hand an diesen Teil von Bau 2 (8). Die re Hand umgreift den re
	13	verbauten 8er Stein weiterhin von oben, während die li Hand hinter der re Hand auf dem 12er
	14	Stein zum Liegen kommt und auf diesem mit den Fingerkuppen aufgestützt wird. Die re Hand
	15	löst den 8er Stein (9) und legt ihn anschließend re außen neben den re 12er Stein so, dass die
	16	Längsseite des 8er Steins am re liegenden 12er Stein anliegt (10). D führt anschließend die li
	17	Hand an den von ihm aus gesehenen li Teil von Bau 2, so dass beide Hände li und re in
	18	Staffelhandform an Bau 2 seitlich an- bzw. teilweise aufliegen (°)
13 a	<B[gs]	Guck mal was die Maya erklärt\
(a-b)	<B[ls]	
12:07	1	B ist während der gesamten Sequenz nicht zu sehen
13 b	>B[ls]	Maya erklär s ihm noch ma\ (.) weil er hats noch nicht verstanden\
(a-b)	>B[gs]	
12:09	2	B ist während der gesamten Sequenz nicht zu sehen
14	>D[ls]	
	>D[gs]	°-----1-----2-----3-----4°
12:10	1	D startet li und re an den 8er Steinen von Bau 2 (°) und schiebt mit beiden Händen die beiden
	2	Teile von Bau 2 zueinander, so dass die Lücke zwischen den 12er Steinen verschwindet und
	3	nun alle Steine von Bau 2 lückenlos nebeneinander liegen (1). Nun schiebt D die Steine
	4	auseinander, so dass eine Lücke zwischen den beiden 12er Steinen entsteht, hebt die beiden
	5	Teile von Bau 2 dabei leicht an und umfasst mit beiden Händen jeweils den 8er Stein und den
	6	12er Stein gleichzeitig von oben, bringt die Steine so in ihre vorherige Position (ca. 8 cm
	7	auseinander liegend) (2). Die re Hand wird zu den li liegenden Steinen (8er und 12er) geführt,
	8	kommt auf dem 12er Stein zum Liegen (3). Beide Hände richten nun den 8er und 12er Stein
	9	auf der li Seite so aus, dass sie an ihrer kurzen Seite, die zur Kamera 1 gerichtet ist, bündig
	10	nebeneinander liegen (4). Die Hände verbleiben in dieser Position am von D aus gesehenen li
	11	Teil von Bau 2. D blickt zu Ms Arbeitsbereich (°)
15 a	>M[ls]	Du musst die zwei langen neh'm'n/
(a-c)	>M[gs]	°-----1-----2-----3-----
12:14	1	M dreht sich um ihre Körperachse nach li zu D, blickt auf seinen Arbeitsbereich und startet
	2	mit beiden Händen (°). Sie werden flach in Gebetshandform zusammengeführt (1). Die li Hand
	3	führt M dann zu ihrem li Auge und streift sich über die li Gesichtshälfte (2), die re Hand wird
	4	flach über die Tischkante zurück zum Oberkörper und nach li in Richtung Trennwand und in
	5	Staffelhandform mit der Handfläche zum Tisch weisend vor Ms Oberkörper geführt. M bewegt
	6	sich in Richtung D ungefähr auf Höhe der Trennwand (3)
15 b	<M[ls]	Dennis/ und dann machst du die so hin (so)\ einfach so hin(tun)\ (.) hast du\
(a-c)	<M[gs]	-----4-----5-6-7-8-9-----
12:15	7	Die li Hand wird von M zur Tischplatte geführt und M lehnt sich gleichzeitig nach li in Richtung
	8	Dennis. Beide Hände werden in Staffelhandform zueinander gedreht, so dass die
	9	Handinnenflächen zueinander weisen und die Daumen nach oben zeigen. Beide Hände stehen
	10	in ca. 15 cm Entfernung zueinander (4). Nun klappt M beide Hände um ca. 90° nach innen,
	11	sodass die Daumen zueinander zeigen. Alle Finger sind abgespreizt, die Finger sind angespannt,
	12	die Fingerkuppen berühren nicht die Tischplatte, weisen aber in diese Richtung (5). Beide
	13	Hände werden in dieser Position zu einer O-Handform zusammengeführt, Daumen und
	14	Zeigefinger werden ca. 3cm voneinander entfernt, so dass beidhändig jeweils eine C-Handform
	15	entsteht, gleichzeitig dreht M ihre Hände um ca. 45° in der Ebene nach re bzw. li außen, so
	16	dass die Daumen in Richtung Kamera 1 weisen. Beide Hände sind in ca. 12 cm Abstand
	17	zueinander etwa 3 cm über der Tischplatte in der Luft (6). Nun senkt M beide Hände in
	18	Richtung Tischplatte ab und führt sie gleichzeitig ca. 3cm nach vorne (7). In gleichbleibender
	19	Handhaltung zieht M nun die Hände um ca. 8 cm zu sich heran mit Berührung der Unterlage
	20	(8). Die mittleren Fingerglieder werden eingeknickt, so dass annähernd eine Greifhand mit
	21	ausgestelltem Zeigefinger und Daumen entsteht, was fixiert wird. M blickt zu Ds

9 Empirie: Beispiel 5: Geometrie – Bauen, Tandem 3: Maya und Dennis

	22	Arbeitsbereich (9.)
16	<D[ls]	
12:19	<D[gs]	°----- -----°
	1	D startet aus oben beschriebener Position (°) und führt beide Hände zu den 12er Steinen
	2	jeweils li und re, streckt Daumen, Zeige- und Mittelfinger so aus, dass sie den maximalen
	3	Abstand zueinander haben und berührt die 12er Steinen mit den Fingerkuppen des Daumens,
	4	des Zeige- und Mittelfingers von oben (1). D legt die Hände li und re an den jeweiligen 8er
	5	Steinen von Bau 2 ab, indem er die jeweilige Hand in Staffelhandform halb auf dem Tisch und
	6	halb auf dem entsprechenden 8er Stein ablegt (°)
15 c	>M[ls]	und dann nimmst du die und legst die in die Mitte rein \ (.)
(a-c)	>M[gs]	-----10----- -----12-----13--14--°
12:20	23	M bewegt sich nach li in Ds Arbeitsbereich, die li Hand bleibt wie oben beschrieben auf dem
	24	Tisch liegen, die re Hand wird in ca. 10cm Höhe über dem Bau nach li in Richtung Bau 2
	25	geführt in O-Handform, Daumen und Zeigefinger weisen zur Raumdecke (10). In dieser
	26	Position wird die Hand mit dem Unterarm in einer schnellen Bewegung wenige Zentimeter
	27	nach unten und wieder nach oben bewegt in Richtung des re vor Dennis liegenden 8er Steins
	28	(11), anschließend wird die Hand nach unten in Richtung Bau 2 und in einem Bogen seitlich an
	29	den vor dem Bau 2 liegenden Steinen vorbei zwischen die beiden 12er Steine geführt. M dreht
	30	am Ende dieser Bewegung die re Hand so, dass der Handrücken nach oben zeigt und Daumen
	31	und Zeigefinger nun nach unten Richtung Bau 2 weisen (12). Die Hand wird in gleicher Form
	32	abgesenkt und im Handgelenk eingedreht (13). Dann werden Daumen und Zeigefinger über
	33	dem von D aus gesehenen re 12er Stein von Bau 2 ungefähr in Steinbreite geöffnet, so dass
	34	Daumen und Zeigefinger ca. 3cm auseinander stehen (14). Anschließend wird die re Hand
	35	zurückgeführt in den Arbeitsbereich von M und auf ihre Unterlage im unteren li Viertel der
	36	Unterlage in Greifhandform mit der Handinnenfläche zur Tischplatte gewandt abgelegt, der
	37	Blick bleibt auf Bau 2 gerichtet (°)
17	>D[ls]	
12:21	>D[gs]	°-----1-----2-----3-----4-----°
	1	D startet wie oben beschrieben an Bau 2 (°), dreht mit der re Hand den von ihm aus
	2	gesehenen re 8er Stein um ca. °45° nach re in der Ebene, so dass zwischen dem re 12er Stein
	3	und dem re 8er Stein ein Winkel von ca. 45° entsteht, gleichzeitig nimmt er mit der li Hand
	4	den li 8er Stein in einer Greifhandform in die Hand und hebt ihn ca. 10cm von der Unterlage
	5	ab. Beide Unterarme sind auf der Tischkante aufgelegt (1). Mit der re Hand nimmt D den re
	6	liegenden 8er Stein (2), hebt ihn an und legt ihn zwischen die beiden 12er Steine, und zwar so,
	7	dass er mit der Längsseite parallel zur Tischkante liegt und ein 90° Winkel zwischen 12er und
	8	8er Stein entsteht (3). Li hält D den anderen 8er Stein in der Hand, beide Hände werden jetzt
	9	li und re außen an die 12er Steine geführt, die D nun in die Mitte schiebt, so dass sie genau an
	10	dem eben abgelegten 8er Stein lückenlos anliegen (4). Die Hände werden dann von Bau 2
	11	abgehoben in ca. 5cm über dem Bau mit den Handflächen zu Bau 2 gewandt gehalten. Die li
	12	Hand hält weiterhin den 8er Stein (°)
18	<M[ls]	(unverständlich) nich so \ sondern so dass es genauso lang ist wie des andere \ (.) genau \
12:25	<M[gs]	°-----1-----2-----°
	1	M belässt die li Hand wie oben beschrieben. Mit re startet sie in Richtung Bau 2 (°), die re
	2	Hand wird seitlich gehalten, so dass die Handkante/der kleine Finger zum Tisch weist. Die
	3	Handhaltung zeigt erneut eine O-Handform. In dieser Handform wird die re Hand über Bau 2
	4	geführt (1), dann öffnen M Daumen und Zeigefinger ca. 3cm von einander in C-Handform. Die
	5	re Hand wird um 90° gegen den Uhrzeigersinn in der Ebene gedreht und zwischen beiden 12er
	6	Steinen gehalten (2). Die Hand wird zurückgeführt und in Staffelhandform vor dem
	7	Oberkörper in Ms Arbeitsbereich auf der Unterlage abgelegt. Die Handinnenfläche liegt nahezu
	8	auf der Tischplatte auf, der Blick bleibt auf Bau 2 gerichtet. Der Kopf senkt und hebt sich (°)
19	<D[ls]	
12:27	<D[gs]	°----1-----3-----4-----°.
	1	D startet (°) und ergreift mit der re Hand mit Daumen, Zeige- und Mittelfinger den 8er Stein,
	2	der zwischen den 12er Steinen liegt und hebt ihn an (1), dreht ihn in der Luft um 90°, so dass
	3	er die gleiche Ausrichtung hat, wie die 12 er Steine (2), legt ihn zwischen den 12er Steinen ab

9 Empirie: Beispiel 5: Geometrie – Bauen, Tandem 3: Maya und Dennis

	4 5 6 7 8 9	(3), erfasst ihn erneut und richtet ihn genau aus, so dass er in der Mitte zwischen den beiden 12er Steinen liegt. Dann nimmt er die re Hand in Staffelhandform zurück und hält sie in der Luft neben Bau 2, Handinnenfläche zum Tisch gewandt, der Unterarm ist auf der Tischkante aufgestützt. Die li Hand mit dem anderen 8er Stein in der Hand wird zum Kopf geführt. D stützt seinen Kopf an der Stirn mit der li Hand ab, der Ellenbogen ist auf der Tischplatte aufgesetzt. Diese Haltung bleibt fixiert (°)
20	>M[ls] >M[gs]	(so) das musst du dann so schiebn\ und den musst du ein bisschen weiter nach da - schiebn\ °-----1-----2-----3-----4-----°
12:32	1 2 3 4 5 6 7	M startet erneut, lässt ihre li Hand liegen, blickt weiter in Richtung Bau 2 (°), führt die re Hand an den 8er Stein zwischen den beiden 12er Steinen an Bau 2 und umfasst ihn mit Daumen, Zeige- und Mittelfinger von oben (1). M schiebt den Stein von sich aus gesehen nach re lückenlos an den re 12er Stein heran (2). M zeigt mit dem Zeigefinger und den restlichen angewinkelten Finger der re Hand auf den li 12er Stein von Bau 2 (3). Sie zeigt anschließend nach li (4). Nun zieht M die re Hand zurück und legt sie in Faustform, Handrücken nach oben weisend auf der Unterlage vor sich in ihrem Arbeitsbereich ab (°)
21 a (a-b)	>D[ls] >D[gs]	°-----1-----2-----3-----4-----5-----°
12:35	1 2 3 4 5 6 7 8 9	D startet (°), die li Hand wird mit dem 8er Stein vom Kopf in Richtung Bau 2 geführt, die re Hand wird dazu genommen, so dass beide Hände den 8er Stein links und re an seiner Längsseite über Bau 2 halten (1), die re Hand übernimmt den Stein und stellt ihn zwischen dem li 12er Stein und dem bereits liegenden 8er Stein zwischen den beiden 12er Steinen ab (2), die li Hand wird neben den li 12er Stein geführt und dort in Staffelhandform abgelegt (3), die re Hand ist am eben abgelegten 8er Stein. Die li Hand wird an den li liegenden 12er Stein geführt (4). D ergreift den li 12er Stein und stellt ihn nach links ca. 4cm entfernt von den eben abgelegten 8er Stein ab, die re Hand bleibt in Staffelhandform über den 8er Steinen und diese Position bleibt fixiert (5.)
22	<M[ls] <M[gs]	und der da muss dann auch noch da dran\ °-----1-----2-----°
12:39	1 2 3 4	M startet mit re (°), führt die re Hand über Bau 2 mit ausgestrecktem Zeigefinger, weist auf den 8er Stein, den D gerade zwischen dem li 12er Stein und dem rechts liegenden 8er Stein abgelegt hat (1). M führt re Zeigefinger zum li 12er Stein und zeigt darauf (2), zieht die re Hand zurück und legt sie in Faustform auf die Unterlage vor sich in ihrem Arbeitsbereich ab (°)
21 b (a-b)	<D[ls] <D[gs]	°-----6-----7-----8-----°
12:39	10 11 12 13 14 15	D schiebt mit der li Hand den von ihm aus gesehenen li 12er Stein ca. 2cm nach re, die li Hand verbleibt an diesem Stein (6). D führt dann die re Hand zu dem 8er Stein, der zuletzt abgelegt wurde und hebt diesen an (7), setzt ihn weiter nach links genau am li 12er Stein ab (8), die li Hand bleibt neben dem li 12er Stein in Staffelhandform auf dem Tisch liegen, die re Hand wird an die re Schläfe in Faustform geführt und der Kopf darauf abgestützt, der re Ellenbogen ist auf der Tischplatte aufgestützt (°)
23	<B[ls] <B[gs]	Mmhm\ °-----°
12:41	1	B ist während der gesamten Sequenz nicht zu sehen
24	M[ls] M[gs]	Und dann kommen hier Vierer dran\ (...+) °-----1-----2---3-----°
12:43	1 2 3 4 5 6 7 8 9	M bewegt ihren Oberkörper nach re in Ihren Arbeitsbereich und startet mit der re Hand (°). Die re Hand wird nach vorne in Richtung Bau 1 bewegt und dort in Faustform, Handinnenfläche zur Tischplatte gewandt, abgelegt (1), M blickt auf Bau 1, hebt den li Arm an und streckt diesen nach li. M blickt nach li mit nach li gewendetem Oberkörper. Mit ausgestrecktem Zeigefinger zeigt M zuerst auf die re und dann auf die li Lücke an Bau 2, die jeweils hinter den beiden 8er Steinen entstanden sind (3,4). M zieht die re Hand zurück in Staffelhandform vor ihren Oberkörper, legt diese auf der Tischplatte ab, Handfläche zum Tisch weisend an der re unteren Ecke ihrer Arbeitsunterlage. Auch die li Hand wird in Ms Arbeitsbereich zurückgezogen. M legt sie vor sich mit einer Flachhand auf der Tischplatte auf,

	10 11	Handfläche zum Tisch weisend an der unteren li Ecke der Arbeitsunterlage. Die Finger von Ms li Hand weisen in Richtung D bzw. Bau 2 (°)
25	D[ls] D[gs]	°---1---2---3---4---5---6---°
12:46	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	D startet aus der aufgestützten Position (°), bewegt seine re Hand in Richtung weitere liegende Steine vor Bau 2, ergreift eine Anordnung aus zwei übereinander gebauten 4er Steinen (1). D führt die 4er Steine vor seinen Oberkörper, die li Hand wird dazu genommen, beide Ellenbogen sind aufgestützt. Die 4er Steine werden über Bau 2 gehalten (2), die re Hand hält die Unterseite der 4er Steine fest, die li Hand zieht den oberen 4er Stein ab und führt ihn in einem Bogen nach li außen (3). Ddie re Hand dreht den 4er Stein, den sie festhält so, dass die Unterseite Richtung Tischplatte weist und setzt ihn hinter dem von D aus gesehenen re 8er Stein ab, so dass der re 12er Stein genauso lang ist wie der danebenliegende 8er Stein mit dem eben abgelegten 4er Stein (4). Ds re Hand richtet den eben abgelegten 4er Stein aus, die li Hand setzt den anderen 4er Stein li genauso an den li 8er Stein, sodass auch hier 12er und 8er mit 4er Stein genau nebeneinander liegen (5). Die re Hand bleibt in Staffelhandform und mit dem Handballen auf der Tischplatte aufgestützt über der re Seite von Bau 2 stehen, die li Hand wird an die li Seite von Bau 2 geführt und richtet die Steine aus (6). D re Handfläche wird an die Stirn geführt, Ellenbogen aufgestützt und der Kopf an der Handinnenseite abgelegt, die li Hand wird in Faustform li neben Bau 2 gehalten, der Unterarm liegt auf der Tischplatte auf, die Hand wird in ca. 1cm Höhe in der Luft gehalten (°)
26	M[ls] M[gs]	(leise) genau\
12:53	1 2	M verbleibt in unveränderter Position, blickt zu Ds Arbeitsbereich, blickt nach vorne in Richtung Kamera I

Tab. 9.3.6_20 Transkriptausschnitt Beispiel 5

Zusammenfassende Interpretation der Interaktionsanalyse

In der ausgewählten und analysierten Sequenz arbeiten die Schüler*innen Maya und Dennis, entsprechend des zugehörigen mathematischen Situationspatterns (vgl. Anhang 1-2), an einem kongruenten Nachbau des unteren Stockwerks von Bau I (Mayas Gebäude). Während Maya vornehmlich offensichtlich schrittweise Bauanweisungen gibt und dabei mit dem unteren Stockwerk beginnt, versucht Dennis diese Anweisungen in seinem Arbeitsbereich umzusetzen und hier einen Nachbau von Bau I zu erzeugen. Zu Beginn der Sequenz lässt sich den beiden Schüler*innen eine übergeordnete Rahmung unterstellen, die durch die Besonderheit der situationellen Vorgaben geprägt ist: Zwischen Maya und Dennis ist eine Trennwand platziert, die mittlerweile so verschoben ist, dass sie gegenseitig den Arbeitsbereich einsehen könnten. Maya kennt Bau I, hat ihn selbst erstellt und auch während ihrer Erläuterung permanent potentiell Zugriff darauf, Bau I somit mindestens immer im Blickfeld. Gleiches gilt im Prinzip für B: Sie hat den Bau zwar nicht mit erstellt, kennt aber ebenso seine Gesamtgestalt. Für Dennis ist Bau I demgegenüber gänzlich unbekannt und er kann ihn auch während der Situation nicht sehen, weil die Trennwand Bau I aus Dennis' Perspektive verdeckt.

Es lässt sich daher eine individuell ausdifferenzierte übergeordnete Rahmung für die Sequenz den beiden Schüler*innen unterstellen, die etwa für Maya *Erklärung für Dennis einer Bauanleitung (des ersten/unteren Stockwerks) von Bau I, die er mündlich verstehen kann* lauten

könnte und für Dennis *Verstehen und Ausführen einer Bauanleitung durch Maya von Bau 1, die vornehmlich mündlich hervorgebracht wird*. Die Annahme der Betonung der Mündlichkeit in beiden Rahmungen lässt sich insbesondere an dem rekonstruierbaren Bemühen der Schüler*innen rekonstruieren und stützen, nicht in den Arbeitsbereich des bzw. der Partners*in zu schauen, vor allem zu Beginn der analysierten Sequenz: Besonders Maya scheint bemüht, nach vorne oder gar nach rechts zu blicken und ihre gestischen Erläuterungen ausnahmslos unmittelbar vor sich auf der Arbeitsunterlage, vermeintlich stärker für sich als für Dennis, auszuführen (vgl. Blickrichtungen von Maya u. A. in Äußerung 1a, 1b, 4a, 4b u. 8). Zeitweise scheint es so, als wolle Maya nicht zeigen, dass sie dennoch Einblick in Dennis' Arbeitsbereich hat. Offensichtlich interpretieren Maya und Dennis den an sie gestellten Auftrag einer Erläuterung des eigenen Gebäudes für den*die Partner*in hervorzubringen auch oder vor allem in Anbetracht der Trennwand so, dass das gegenseitige Schauen in den jeweils anderen Arbeitsbereich nicht erlaubt bzw. gewissermaßen verboten ist. Fraglich ist, ob Maya in dieser ersten Phase der Sequenz auch für Dennis gestikuliert, der mit dieser besonderen Darstellung in Mayas Arbeitsbereich zwar potentiell die Möglichkeit hätte, Mayas Gesten und die begleitenden lautsprachlichen Hinweise in Handlungen umzusetzen, aber gleichzeitig möglicherweise auch angenommenen Restriktionen (Trennwand und der ihr zugeschriebenen Bedeutung) der Situation unterliegt. Die übergeordneten Rahmungen erfahren in Bezug auf diese erste Deutung eines Verbots des gegenseitigen Schauens in den Arbeitsbereich im Verlauf der analysierten Sequenz eine Veränderung, was im Folgenden weiter ausgeführt wird. Etwa ab Äußerung 13a von B „guck mal was die Maya erklärt!“ bewegt sich Maya nämlich offenbar immer stärker in Richtung Dennis' Arbeitsbereich, zunächst gestikulierend ungefähr auf Höhe der Trennwand, bis sie schließlich direkt an Bau 2 ihre Gesten anbringt (vgl. etwa ab Äußerung 15c), und in Äußerung 20 sogar selbst einen Stein innerhalb von Bau 2 verschiebt, also auch verändernde Steinanordnungen an Bau 2 vornimmt.

Zunächst aber soll das untere Stockwerk von Bau 1 zum besseren Verständnis betrachtet werden: Es besteht aus insgesamt sechs Steinen (vgl. Abb. 9.3.6_55), deren Anordnung in den hier analysierten Äußerungen Thema der Aushandlung ist und dabei mehrfach verändert wird. In der tatsächlichen Situation war der Originalbau einfarbig in grün. In der Abbildung sind die Steine unterschiedlich gefärbt, um ihre Abgrenzung voneinander deutlich machen zu können.

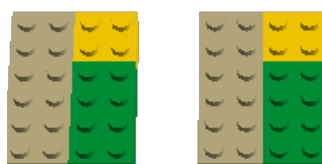


Abb. 9.3.6_55 Grundriss Stockwerk I von Mayas Bau 1 von oben und aus Sicht von Kamera I (frontal)

Man erkennt an dieser Abbildung, dass Bau I aus zwei Teilen besteht, die durch eine Translation aufeinander abgebildet werden können. Maya wird dies in der analysierten Sequenz als spiegelsymmetrische Abbildung erläutern. Dies ist für die Gestalt von Bau I aufgrund der äußerlich symmetrischen Form (vgl. Abb. 9.3.6_51) unerheblich und wird in der gesamten analysierten Sequenz von den Schüler*innen nicht thematisiert oder möglicherweise von Maya auch in der Weise nicht erkannt, wahrgenommen oder auch als irrelevant eingestuft. Dennis verfügt über zu wenig Informationen über den Originalbau als dass er dies erkennen könnte. Für das, was in der Sequenz verhandelt wird, erscheint es eher unerheblich, weil für Dennis nur das zugänglich ist, was Maya ihm über Bau I mitteilt und sie mutmaßlich orientiert an der symmetrischen Gesamtgestalt von Bau I auch das untere Stockwerk als aufeinander spiegelsymmetrisch abgebildete zwei Teile deutet.

Über den Verlauf der Interaktion lässt sich insgesamt und zunächst ein Muster in der Struktur der Interaktion erkennen: Dieses Muster besteht offenbar darin, dass Maya eine Arbeitsanweisung zum nächsten Bauschritt lautsprachlich und gestisch zum Ausdruck bringt, während Dennis diesen beschriebenen Schritt an Bau 2 umzusetzen versucht. Im Anschluss an die Umsetzung eines Bauschrittes kommentiert Maya diese Interpretation Dennis' in irgendeiner Art und Weise und/oder formuliert den nächsten Bauschritt. Innerhalb diesem sich wiederholenden Ablauf erscheint Dennis eher zurückhaltend oder abwartend, in weiten Teilen auch ohne lautsprachlichen Beitrag (vgl. ab Äußerung 9b), was gewissermaßen seine situationsbedingte Rolle beschreibt. Maya bringt sowohl lautsprachlich als auch gestisch ihre Beschreibungen der Bauanleitung zum Ausdruck und scheint implizit nicht davon abstrahieren zu können, dass zwar für sie ihre Gestik direkt vor sich gut zugänglich und einsehbar ist, aus Dennis' seitlicher Perspektive darauf und wegen der Trennwand und der Interpretation der Aufgabe diese Anweisungen nicht unbedingt genutzt werden für seine Interpretation der Situation. Es ist zu Beginn mindestens fraglich, ob Dennis Mayas Anweisungen in beiden Modi wahrnehmen und ebenso für seine Interpretation nutzen kann. Die Situationskizze zum Transkript (vgl. Abb. 9.3.6_53) zeigt, dass Mayas Arbeitsbereich auf Höhe der Arbeitsunterlage, auf der sie maßgeblich gestikuliert, aus der Sitzposition von Dennis potentiell einsehbar ist, während Bau I und damit das Originalgebäude über den Verlauf der Sequenz lediglich von Maya gesehen werden kann. Auffällig im eben beschriebenen strukturellen Muster der Interaktion erscheinen ab Äußerung 6 wiederholt deutliche Einwände von Maya, die sie offensichtlich gegen Dennis' Bauweise hervorbringt. In der Folge führen diese Einwände Mayas in Kombination mit einer Aufforderung seitens B an Maya, noch einmal zu erklären (vgl. Äußerung 13a u. 13b), dazu, dass Dennis offenbar alternative Deutungen der Bauanleitungsschritte Mayas erzeugt, die Anordnungen der Bausteine entsprechend seiner Interpretationen wiederholt verändert und diese veränderten Anordnungen dann wiederum von Maya kommentiert werden.

Mayas Erläuterungen über den Verlauf der Sequenz sind offensichtlich implizit geprägt durch die gegebene ebenensymmetrische Gesamtgestalt von Bau I, auch wenn der Aufbau der

Steine zumindest im unteren Stockwerk keine Spiegelung, sondern eine Verschiebung darstellt: Maya verwendet häufig symmetrische Gesten z. B. in beidhändig vergleichbaren Handformen, -positionen, -bewegungen und -orientierungen (vgl. Äußerung 1b.11ff, 8.3ff, 11.4ff u. 15b.8ff) und/oder verweist lautsprachlich auf zwei Seiten, an denen offenbar etwas in Bau 2 umgesetzt werden soll (vgl. Äußerung 1b, 8 u. 18). Die lautsprachlichen Formulierungen Mayas erweisen sich dabei zunächst anscheinend auf wenige Informationen reduziert bzw. mit abstrahierenden Bezeichnungen versehen: Steine werden als „zwei große“ (Äußerung 1b) oder „**Achter**“ und „**Vierer**“ (Äußerung 4a) bezeichnet und Maya nutzt wenig einleitende oder überleitende Formulierungen, wie z. B. *nimm als erstes ...*. Sie spricht Dennis zu Beginn auch nicht direkt, z. B. durch Nennung seines Namens, an. Die Adressierung könnte aufgrund der gegebenen Situation für die Beteiligten implizit gegeben sein und bedarf offenbar keiner expliziten Absprache. Die Gestik Mayas hinterlässt den Eindruck, dass sie vor allem merkmalswiedergebend in Bezug auf die Steingestalt ausgewählt wird: Maya zeichnet häufig die Steine nach und projiziert durch ihre Gestenbewegung gewissermaßen einen Bauplan in ihren Arbeitsbereich bzw. auf die vor ihr liegende Arbeitsunterlage auf dem Tisch. Dabei wird auf verschiedene Merkmale der Steine abgehoben, wie z. B. deren Länge oder längliche Gestalt (vgl. Äußerung 4a.12ff), deren Lage im Raum bzw. im von Maya auf diese Weise gestikulierten Bauplan (vgl. Äußerung 15b.17ff), deren Breite (vgl. Äußerung 18.4ff) oder deren quadratische Grundfläche und kompakte Form (vgl. Äußerung 4a.12ff). Es werden von Maya insbesondere bei dem Verweis auf 4er Steine auch Gesten gezeigt, die darauf schließen lassen, dass ihre Hände jeweils Steine repräsentieren im Sinne Müllers (1998) Gestenkategorisierung (vgl. Kap. 3.1.4), wie z. B. in Äußerung 4a.15ff. Maya drückt in ihrer Gestik auch räumliche Relationen der Steine zueinander aus (vgl. z. B. Äußerung 11.4ff). Ihre Gestik steht in dieser Phase häufig für quasi-Objekte, die aktuell in ihrem Arbeitsbereich nicht materiell verfügbar sind und durch die Wahl des Ausdrucksmodus der Gestik eine vorübergehende Materialisierung erfahren mit der Möglichkeit der Darstellung einer dreidimensionalen Form. Gleichzeitig wird durch die Gestenbewegung das Erstellen von Bau I nachgestellt, und zwar sequenziert bzw. schrittweise, so dass Maya einen Bauanleitungsschritt gestikuliert und im nächsten Schritt den nächsten usw. Damit werden gewissermaßen zuvor ausgeführte Handlungen des tatsächlichen Bauens mit Material in Gesten übersetzt, während die Gestik hier in einer Doppelfunktion einerseits diese Bauhandlungen nachstellt und andererseits teilweise auch das Material der Bausteine selbst darstellt. Dabei werden als nicht zentral angesehene Informationen weggelassen zugunsten der Merkmale, die Maya für ihren Bauplan als entscheidend markieren möchte oder von denen sie der Meinung ist, dass sie für die Steinauswahl und -anordnung durch Dennis hinreichende Informationen liefern. Dies führt auch dazu, dass Maya in einem Raum agiert, der gerade *durch* die Flüchtigkeit ihrer Gestenbewegung mitgestaltet wird, nämlich in der Weise, dass jeder von ihr neu erläuterte Schritt zwar in einen imaginierten Bauplan eingezeichnet wird, damit Bezug zum vorausgehenden Schritt hat, aber gleichzeitig auch gewissermaßen isoliert dargestellt ist. Ihre

Bauplan-Erläuterung bekommt eine zeitliche Dimension, die der Relation der Bausteine untereinander im Gebäude Rechnung trägt. Die Bauplan-Gestenabfolge schafft einen thematischen Bogen in ihrer Darstellung und erlaubt es gleichzeitig, einzelne Bauschritte isoliert nacheinander zu betrachten. Maya muss dabei aufgrund des Fehlens des Materials als konkrete Bausteine nur ungefähr genau sein, um ihre Gestik an die vorausgehenden Gesten anzuschließen. Dennis hingegen hat dabei immer wieder die Aufgabe, an bereits aus dem vorherigen Schritt in seinem Arbeitsbereich angeordnete und materiell tatsächlich vorhandene Steine weitere Steine anzufügen, und zwar genau so, wie Maya es vermeintlich erklärt. Hier ist also durch das Material keine Flüchtigkeit oder auch nur ungefähre Genauigkeit im Nachbau gegeben, anders als bei Mayas gestischem Nachbau. Von Dennis wird erwartet, dass er an tatsächlich verfügbare Steine weitere materiell tatsächlich verfügbare Steine genau und entsprechend Mayas Erläuterung anbaut. Die isolierte Betrachtung einzelner Bauschritte ist dadurch für ihn stets geprägt durch das, was bereits in seinem Arbeitsbereich tatsächlich sicht- und fühlbar aufgebaut ist. Die Relation zu den anderen Steinen kann bei Dennis, anders als bei Maya, nicht kurzfristig ausgeblendet werden, sie wird durch die bereits gegebene Materialanordnung in der Interaktion als Turn eines*r nicht-menschlichen Interaktionsteilnehmers*in relevant, wie in Fetzers (2009, 2019, vgl. Kap. 4.2) Ansatz beschrieben.

Durch das durch Flüchtigkeit geprägte gestische Nachbilden von Bau I in ihrem Arbeitsbereich, stellt Maya nicht nur eine flüchtige Relation zwischen einzelnen Bausteinen im Bauplan her, sondern auch eine Relation zwischen den beiden Bauten, erzeugt gewissermaßen einen Link zwischen Bau I und Bau 2, der in der gestikulierten Projektion des Bauplans zu einer dreidimensionalen, schrittweisen und flüchtigen Darstellung wird. Sie verbindet semiotisch betrachtet das Diagramm des Originalbaus über ein gestisches Diagramm des Bauplans mit dem entstehenden Diagramm des Nachbaus und stellt dabei vor allem die Regelmäßigkeit des Originaldiagramms (Bau I) heraus, die sie im Bauplan versucht zu projizieren als Vorlage zur Erstellung des Nachbaus Bau 2. Über die Gestik werden alle drei Diagramme – Originalbau Bau I, gestischer Nachbau von Maya und Nachbau Bau 2 von Dennis – in einem Darstellungssystem verbunden. Die vornehmlich gestische Darstellung von Maya ist geprägt von einer Prozesshaftigkeit in der Bewegungsabfolge, so als erinnere Maya das tatsächliche Bauen von Bau I und stelle dies nun gestisch als Pantomime bzw. Abbildung dieser Bauhandlungen in ihrem Gestenraum dar. Sie gestikuliert möglicherweise einerseits, um ihre Bauanleitungsschritte vorübergehend Gestalt annehmen zu lassen, und eventuell ist es ihr andererseits gar nicht anders möglich, ihre Bauanleitung überhaupt ohne eine solche gestikulierten Handlungsabfolge hervorzubringen. Die gestische Darstellung könnte als kognitive Entlastung im Ablauf und der Beschreibung dessen dienen, was sie hier leisten muss. Lautsprachlich und gestisch erzeugt Maya häufiger räumliche Relationen, z. B. Richtungsrelationen (vgl. Äußerung 1b) und topologische Relationen (vgl. Äußerung 15c), sowie Längenrelationen (vgl. Äußerung 8), wobei hier Gestik und Lautsprache nicht immer synchron auf die gleichen Relationen verweisen. Lautsprachlich äußert Maya bspw.

„Mh~~h~~me\ (.) so dass es genauso lang ist wie das ~~andere~~\ (..)“ (Äußerung 8), was auf eine Ordnungsrelation der Länge verweist, während sie durch ihre Gestik aus zwei parallel und symmetrisch gehaltenen Händen in Staffelhandform, die mit den Handinnenflächen zueinander weisen, eher die räumliche Lage und topologische Relationen mutmaßlich von Steinen zueinander (parallel, symmetrisch, nebeneinander, gleiche räumliche Ausrichtung, etc.) ausdrückt. Sicherlich lässt sich hier die jeweilige Spezifik der Ausdrucksmodi erkennen (vgl. Kap. 3.1), die besonders in den dreidimensionalen Möglichkeiten der Gestik zu sehen sind. Gleichzeitig sind solche lautsprachlichen und gestischen Erläuterungen durch Maya offenbar für Dennis eher vielfältig interpretierbar, mutmaßlich auch deshalb, weil er möglicherweise davon ausgeht, dass er die Gestik nicht sehen *darf* aufgrund der Konzeption der Situation mit der Trennwand. Man könnte auch formulieren, dass Dennis hier mutmaßlich Informationen in Mayas Anleitung für sich ergänzen oder auch glätten muss, um die vielfältig möglichen Interpretationen einzugrenzen. Diese Ergänzung erfolgt mutmaßlich auf Grundlage eines von Dennis angenommenen geteilten Deutungshintergrunds mit Maya und den interaktiven Mechanismen, die bspw. bezüglich einer *geteilten Intentionalität* (vgl. Tomasello, 2008, Kap. 4.3) in der Interaktion greifen. Dennis könnte ja z. B. in seine Interpretation miteinbeziehen, was Maya aus seiner Sicht über Bau I wissen müsste und welche Informationen ihm diesbezüglich fehlen. Er könnte sich auch bewusst oder unbewusst daran orientieren, wie er seinen Originalbau gebaut hat (vgl. Abb. 9.3.6_52) und z. B. Symmetrie als Eigenschaft voraussetzen. Sicherlich eher implizit unterstellen sich hier beide gegenseitig die übergeordnete Rahmung, den Wunsch, die geforderte Aufgabe zu erfüllen und die Intension, mit den eigenen Äußerungen und/oder Handlungen dem zu entsprechen, was der jeweils andere vom Gegenüber erwartet.

Auf Äußerung 8 folgend bietet Dennis die Interpretation an, die 8er Steine jeweils in vergleichbarer räumlicher Ausrichtung *auf* den 12er Steinen zu platzieren. Eventuell rührt diese Interpretation daher, dass Maya in Äußerung 4b nicht von einer Längenrelation, sondern allgemeiner von „genauso groß“ spricht, was Dennis hier möglicherweise als Hinweis auf die Höhe des Gebäudes deutet. Häufig bleibt Maya relativ vage in Bezug auf ihre jeweiligen Bezugspunkte: Für sie erscheint die symmetrische äußere Gesamtgestalt von Bau I möglicherweise nicht erwähnenswert, weil diese Erfahrung mutmaßlich Teil des von ihr angenommenen Deutungshintergrundes ist. Zwar hat Dennis seinen Originalbau auch als symmetrischen dreidimensionalen Bau erzeugt, allerdings weiß er damit nicht automatisch, dass auch Maya symmetrisch gebaut hat. Für Dennis bleibt diese Information zur Gesamtgestalt im Verborgenen, weil er diesen Deutungshintergrund mit Maya zumindest nicht explizit z. B. durch eine Absprache teilt. Konkret auf Bau I bezogen, weisen sie unterschiedliche Erfahrungen auf: Maya kennt die Zusammensetzung und äußere Gesamtgestalt, Dennis verfügt zunächst nur über die Information, dass alle Bausteine, die auch er zur Verfügung hat, in Bau I verbaut sind. Potentielle Unklarheiten sind für Dennis ebenso wie sein Voranschreiten im Nachbau im Prinzip abhängig von der schrittweisen Vorgehensweise, die Maya in ihrer Bauanleitung vorgibt und auch von der durch die

angebotene Situation vorgegebenen Rollenverteilung. Der Deutungshintergrund und einzelne Bezugspunkte für Dennis bleiben daher an manchen Stellen des Interaktionsverlaufs mutmaßlich vage und seine Deutungen diesbezüglich vielfältig. Zwar verweist Maya fast durchgängig auf zwei Seiten, auf etwas, das *genauso groß* oder *genauso lang* wie etwas anderes gebaut oder angeordnet werden muss – ihre Bauanleitung ist also mutmaßlich durch die symmetrische Gestalt von Bau I geprägt. Es bleibt dabei aber gänzlich unausgesprochen, dass die Gesamtgestalt symmetrisch ist und häufig mindestens unklar, was konkreter Bezugspunkt ist: *die zwei Teile von Bau I* oder auch *einzelne Steine*, die zueinander ausgerichtet werden sollen? Mutmaßlich evoziert also der Unterschied im verfügbaren Deutungshintergrund,²⁴⁹ über den die Schüler*innen hier verfügen, die Deutungsdifferenzen bezüglich einzelner Äußerungen im Interaktionsverlauf und es zeigen sich durch eine gewisse Stabilität dieses Hintergrunds über den Verlauf Rahmungsdifferenzen, die weiter unten noch an einzelnen Äußerungen differenziert dargestellt werden (vgl. Abb. 9.3.6_59 bis Abb. 9.3.6_63).

Dennis' Versuche der Umsetzung von Mayas Anweisungen sind im Verlauf der Interaktion vor allem durch häufige Umordnungen und Umpositionierungen geprägt. Er erzeugt vor dem Hintergrund der deutlichen Einwände Mayas immer wieder Deutungsalternativen zu den Anordnungsbeschreibungen, die Maya ihm anbietet. Dabei ließen sich einzelne Interpretationen durch den stärkeren Einbezug des einen oder anderen Modus erklären, aber es bleibt weiterhin unklar, inwieweit Dennis überhaupt Mayas Gestik in dieser Phase der Aushandlung nutzt, weil er möglicherweise weiter davon ausgeht, dass er ihren Arbeitsbereich nicht einsehen darf und ausschließlich mündlich erzeugte Äußerungen nutzen darf.

Betrachtet man die Interaktion im Detail, lassen sich Rekonstruktionen der einzelnen Deutungen der beiden Schüler*innen vornehmen: Zu Beginn der ausgewählten Szene macht sich offenbar Maya bereit für die Erklärung, wie Bau 2 als Nachbau von Bau I gebaut werden muss, indem sie „okay“ äußert und sich die Haare aus dem Gesicht streift. Dies wird als Signal für Konzentration auf das Kommende und Abstreifen des Gewesenen gedeutet. Dennis sitzt vor seinem Arbeitsbereich, die Hände an den vor ihm ungeordnet liegenden Bausteinen, die ihm zur Verfügung stehen. Mutmaßlich signalisiert er durch diese Warteposition seine Bereitschaft, nun die Steine entsprechend Mayas Anweisungen anzuordnen. B steht zu Beginn auf und entfernt sich aus dem Sichtfeld der Kamera. Sie tritt in der weiteren Sequenz nur durch lautsprachliche Beiträge in Erscheinung.

²⁴⁹ Interagierende verfügen mutmaßlich immer über einen unterschiedlichen Deutungshintergrund aufgrund ihrer unterschiedlichen Erfahrungen, wobei sich bestimmte Angleichungen des Deutungshintergrundes rekonstruieren lassen und in Interaktionen relevant werden, was in der vorliegenden Arbeit mit einem gemeinsamen Deutungshintergrund bezeichnet wird. In Mayas und Dennis' Fall bleiben möglicherweise z. B. Aushandlungen bezüglich bestimmter Bezugspunkte oder explizite Verweise auf z. B. die symmetrische Gesamtgestalt von Bau I aus, so dass sich die Erzeugung eines gemeinsamen Deutungshintergrundes bezogen auf die erforderliche Bauanleitung offenbar als äußerst anspruchsvoll erweist und von zahlreichen unterschiedlichen Interpretationen dessen, was gemeint sein könnte, geprägt ist.

Maya beginnt ihre Bauanleitung mit folgendem ersten Bauschritt (vgl. Abb. 9.3.6_56):

Maya lautsprachlich: „Auf der rechten- u auf der linken sind die zwei **große**\(...)“ (Äußerung 1b).

zeitgleiche Gestik Mayas:



Abb. 9.3.6_56 Mayas Äußerung 1b

Dabei ist sie offenbar bemüht, ihren Blick geradeaus oder auf ihren Arbeitsbereich ausgerichtet darzustellen. Trotzdem ausgeführte Blicke in Dennis' Arbeitsbereich, versucht sie offenbar zu verschleiern, indem sie ihren Kopf weiter geradeaus ausgerichtet belässt, während sie nach unten und links zu schauen scheint (vgl. Äußerung 1a.7 u. 1b.8 u. 21f). In Verbindung mit der gezeigten Geste (vgl. Abb. 9.3.6_56) lassen sich hier folgende Aspekte rekonstruieren: Maya beginnt ihre Erläuterung mit dem lautsprachlichen Hinweis auf rechts und links, womit vermutlich auch auf die zwei Seiten von Bau I referiert wird. Ebenso gibt sie an, was sich dort befindet. Es handelt sich um eine statische Beschreibung eines Ist-Zustandes unter Angabe einer Richtungsrelation, lautsprachlich realisiert durch die Verwendung von rechts und links. Diese Richtungsrelation zeigt sie auch gestisch durch ein Zeigen mit dem Daumen nach rechts an, so als würde sie sich in ihrem Arbeitsbereich zunächst orientieren und gewissermaßen eine Art Koordinatensystem festlegen, in welchem ihr Bauplan erstellt und gelesen werden muss. Die abschließende Handhaltung (vgl. Abb. 9.3.6_56) zeigt einerseits den Abschluss des ersten Bauschrittes in einer Warte-Position der Hände, andererseits spiegelt die Handhaltung aber auch die Position der zwei großen Steine in Bau I wider. Mit der Bezeichnung „zwei **große**\(...)“ sind mutmaßlich die zwei größten verfügbaren Steine gemeint, nämlich die 12er Steine im Bausteinrepertoire der Schüler*innen. Es handelt sich um eine Bezeichnung, die einen gewissen Grad an Abstraktion beinhaltet. Es ist etwa das Wort *Steine* ausgespart, ebenso wie *Seite* in Mayas lautsprachlicher Formulierung. Die lautsprachliche Äußerung erweist sich als für Maya offenbar auf wesentliche und wenige Angaben reduziert und betont das Identifizierungsmerkmal der *Steingröße* in Abhängigkeit zum verfügbaren Steinrepertoire. In der Gestik spiegelt sich die statische Beschreibung der Lautsprache wider: Die Hände werden in einer Art Ruheposition krallenförmig mit der Handfläche zur Tischplatte gewandt vor Maya abgelegt, und zwar so, dass sie ein symmetrisches Gebilde repräsentieren. Sie könnten hier auch für die zwei 12er Steine in Bau I stehen.

Dennis interpretiert Mayas Äußerung 1b offenbar als die Angabe zur Platzierung der 12er Steine in Bau I. Er setzt diese Steine in Äußerung 3 in seinem Arbeitsbereich als Anfang von Bau 2 in Relation zu einander ein (vgl. Abb. 9.3.6_57).



Abb. 9.3.6_57 Dennis' Interpretation von Äußerung 1b in Äußerung 3

Diese Umsetzung begleitet Dennis mit der lautsprachlichen Äußerung: „so\ und dann/(...+)“ (Äußerung 3) und zeigt damit mutmaßlich seine Bereitschaft für weitere Anweisungen an, wobei „so\“ die Positionierung der 12er Steine in seinem Arbeitsbereich begleitet. Er setzt offenbar die Richtungsrelation rechts-links, die von Maya in Äußerung 1b hervorgebracht wurde, als räumliche Relation der beiden 12er Steine um, die er parallel und symmetrisch zueinander ausrichtet und jeweils links und rechts vor sich legt. Dabei nimmt er einen ungefähren Abstand der beiden Steine zueinander an, auf den Maya lautsprachlich nicht explizit verwiesen hat. Möglicherweise resultiert dieser Abstand aus Mayas Gestenbild am Ende von Äußerung 1b.17f und dem Abstand ihrer Hände zueinander. Die räumliche Ausrichtung der Steine mit der kurzen Seite zu Kamera Iweisend entscheidet Dennis offenbar intuitiv. Sie entspricht dem, wie auch Maya gebaut hat. Mutmaßlich daher werden hier zunächst keine Deutungsdifferenzen deutlich.

In Äußerung 4a bringt dann Maya die für die folgende Aushandlung zentrale Äußerung ein, wie Dennis weiterbauen soll. Zunächst schaut sie vermutlich an Bau I nach und startet dann ihre Erläuterung gestisch und lautsprachlich. Sie äußert lautsprachlich „Dann (.) kommt daneben so ein **Achter** und ein **Vierer**“ (Äußerung 4a) und synchronisiert dies mit ihrer Gestik, indem sie eine Zeigebewegung bei „**Achter**“ und eine O-Handform²⁵⁰ bei „**Vierer**“ ausführt, während sie diese Worte betont. Mit der Einleitung „dann“ schließt Maya ihre lautsprachliche Äußerung an Dennis' Äußerung 3 an. Gestisch zeigt sich, dass Maya offenbar die Länge von Steinen bzw. deren längliche Gestalt mit ihrer rechten Hand nachfährt, um hier mutmaßlich auf einen 8er Stein zu verweisen, während sie einen 4er Stein so darstellt, dass sie Daumen und die restlichen Finger zu einer O-Handform zusammenführt und damit die Hand als Repräsentant des Steins in ihre gestische Beschreibung des Bauplans einbaut. Mit Mayas Gestik wird deutlich, wie der 8er Stein mutmaßlich ausgerichtet sein muss, nämlich mit seiner Längsseite parallel zu der Längsseite der bereits gesetzten 12er Steine. Sie reduziert hier die räumlichen Ausdehnungen des dreidimensionalen Objektes 8er Stein auf seine Länge bzw. die der längsten Seite(n) in Form einer Idealisierung und Fokussierung auf ein Identifizierungsmerkmal. Die anschließende O-Handform verweist auf Größe, Form und Kompaktheit eines 4er Steins. Es scheint so, als würde Maya zunächst nur die rechte bzw. eine Seite von Bau 2 erläutern. Sie variiert damit ihre Gestik von anfangs symmetrischen Zweihandgesten, die mutmaßlich auf beide Seiten von Bau I verweisen, zu einer

²⁵⁰ Die Handform-Bezeichnungen sind in Tab. 9.3.6_19 und in Kap. I, Tab. I_1 nachzulesen.

Einhandgeste. Dies spiegelt sich auch in der Lautsprache wider: Maya formuliert „ein **Achter**“ und „ein **Vierer**“, die „daneben“ platziert werden müssen. Möglich ist, dass sie hier gewissermaßen effektiv gestikuliert und spricht: Da sie mutmaßlich als eine Art beständiges Merkmal die Symmetrie der Gesamtgestalt von Bau I bei ihren Erklärungen in ihre Deutungen einzubeziehen scheint, könnte sie hier für eine Seite von Bau I gestikulieren und sprechen, was dann für beide Seiten gelten und umgesetzt werden soll. Einen expliziten Hinweis darauf für Dennis spart sie hier (noch) aus. Als Bezugspunkt für die topologische Angabe „daneben“ dient mutmaßlich einer oder die beiden zuvor gesetzten 12er Steine, was aber ebenso lautsprachlich nicht explizit gemacht wird. Betrachtet man ihre Gestik zuvor und die aktuelle Gestik als Gesamtheit bzw. gemeinsamer Teil einer Bauanleitung, ist diese Relation nur in der Erinnerung an die zuvor geäußerte Gestik in der aktuellen Situation präsent. Maya beruft sich hier also mutmaßlich auf ein vor allem durch die Gestik mitgestaltetes gemeinsames Interaktionsgedächtnis von ihr und Dennis, wenn sie von „daneben“ spricht und den Stein gestisch dementsprechend platziert.

Die Verortung der Gesten im eigenen Arbeitsbereich durch Maya, die mutmaßlich für Steine stehen oder auf ein Identifizierungsmerkmal von Steinen verweisen, wird wie folgt umgesetzt: Maya führt zuerst eine Art Zeigebewegung mit dem Zeigefinger in Richtung ihres Oberkörpers aus und startet damit ungefähr in der Mitte ihrer Arbeitsunterlage. Anschließend setzt sie die O-Handform auf der Arbeitsunterlage auf, und zwar unmittelbar vor dem Punkt, an dem sie ihre vorherige Zeigebewegung begonnen hat. Damit verweist sie gestisch auf eine Steinanordnung, die eine gespiegelte Abbildung der tatsächlichen Anordnung der Steine in Bau I aus Sicht von Maya zeigt. Abbildung 9.3.6_58 verdeutlicht die Anordnung des 8er und des 4er Steins in Bau I im Vergleich zu Mayas Gestik an dieser Stelle. Auf der linken Seite ist der von Maya hier anzunehmende gemeinte Teil des unteren Stockwerks von Bau I dargestellt. Der Pfeil zeigt Mayas Blickrichtung auf diesen Teil von Bau I. In der Abbildung auf der rechten Seite ist die Gestik Mayas dargestellt und mit den aus der Analyse rekonstruierten Darstellungen der entsprechenden Steine transparent animiert:

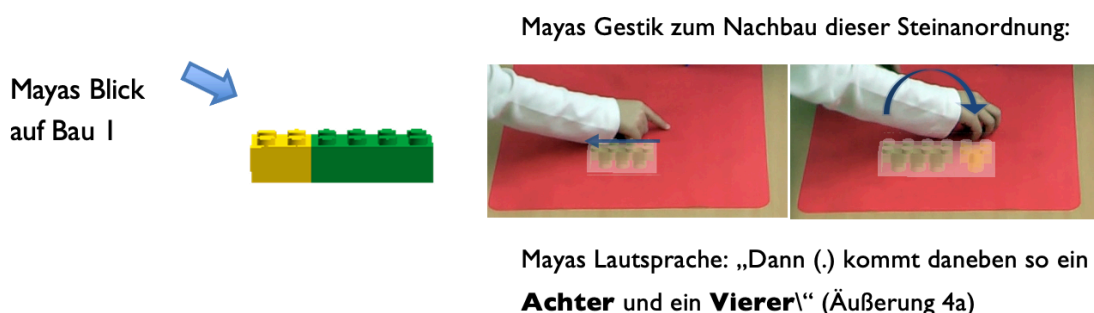


Abb. 9.3.6_58 Ausschnitt des unteren Stockwerks des Originalgebäudes Bau I (links, der Pfeil zeigt Mayas Blickrichtung) und Äußerung 4a von Maya (rechts)

Maya erläutert (möglicherweise mit Absicht) so, als säße ihr Dennis als Adressat ihrer Erläuterungen gegenüber und würde aus dieser Perspektive Bau 2 erstellen können. Es ist

aber auch möglich, dass ihr die räumliche Anordnung der Steine hier nicht bewusst ist oder für sie mit Blick auf die symmetrische Gestalt des Gesamtgebäudes irrelevant erscheint bzw. nicht auffällt. Auch hier wieder der Hinweis, dass die Steine in der tatsächlichen Situation einfarbig sind. Man könnte also in Mayas Position leicht übersehen, wie genau nun 8er und 4er Stein gemeinsam in Reihe angeordnet sind. Maßgeblich für Mayas Äußerung hier könnte einerseits eher die Art der Steine sein (8er und 4er Stein gemeinsam in einer Reihe) und andererseits, dass sie „daneben“, also neben einem z. B. zuvor definierten Bezugspunkt oder auch nebeneinander, angeordnet werden sollen, nicht unbedingt ihre exakt mit Bau I übereinstimmende Anordnung im Sinne einer identischen Abbildung, die sie hier vielleicht durch die Monochromie der Steine nicht erkennt.

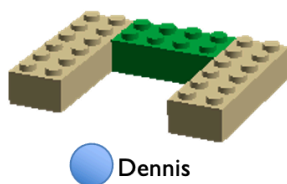
Die lautsprachliche Äußerung 4b zeigt eine Weiterführung von Mayas Äußerung 4a und verweist auf eine Bedingung für die eben erläuterte Anordnung der Steine: „damits genauso groß wird“. Maya verweist hier also offenbar auf eine zunächst nicht näher definierte Ordnungsrelation bezüglich Größe. Es bleibt offen, ob es sich auf die Ausprägung des Gebäudes in die Höhe bezieht oder auf bspw. Steinlängen und damit möglicherweise auf Seitenlängen des Gebäudes. Der Zusatz „af auf (.) beide Seiten“ (Äußerung 4b) verweist mutmaßlich auf die Symmetrie des Gebäudes, könnte aber auch der Hinweis darauf sein, dass einer oder beide der gesetzten 12er Steine und die daneben angeordneten 8er und 4er Steine in Relation zueinander so ausgerichtet werden müssen, dass sie bündig abschließen und die Ausdehnung ihrer nicht näher definierten addierten Größe mit der des 12er Steines vergleichbar ist. Gestisch setzt Maya *einen* 8er und *einen* 4er Stein in den Bauplan ein, eventuell als effektive und reduzierte Darstellung beider Seiten von Bau I, die dann durch die Lautsprache als für beide Seiten des Gebäudes geltend definiert wird.

In den folgenden Abbildungen (Abb. 9.3.6_59 bis Abb. 9.3.6_63) wird chronologisch der Verlauf der sich an die Äußerungen 4a und 4b von Maya anschließenden Phase der Interaktion der Schüler*innen anhand des veränderten Baus 2 dargestellt. Links sind dabei Dennis' Äußerungen aufgeführt und rechts die jeweilige Anschlussäußerung Mayas. Offenbar ist die Wahl der Steine in dieser Phase der Interaktion (8er Steine) zwischen den beiden Schüler*innen unstrittig. Dies könnte im Unterschied zu der äußeren Gesamtgestalt von Bau I durchaus als Teil ihres gemeinsamen und geteilten Deutungshintergrund bezeichnet werden: Beide verfügen über das gleiche Steinrepertoire und meinen offenbar mit Bezeichnungen wie *Achter* auch den gleichen Stein. Beiden ist dabei bekannt, dass das gleiche Steinrepertoire zur Auswahl steht. Es lässt sich unterstellen, dass Beide aus ihrer Sozialisation heraus über Bauerfahrungen mit dieser Art der Bausteine verfügen und auch die Bezeichnungen daraus resultieren. Die Art und Weise der Anordnung der Steine wird allerdings verschieden gedeutet und wird zum zentralen Thema der Aushandlung. Dabei zeigen sich Dennis' Interpretationen von Mayas lautsprachlichen und gestischen Äußerungen hauptsächlich über Handlungen an Bau 2, indem er diesen manipuliert mithilfe der verschiedenen Positionierungen von zwei 8er Steinen. Er geht hier in gewisser Weise effektiv

vor, indem er scheinbar zunächst mit einem 8er Stein die von Maya gemeinte Position auszuloten versucht und dann ab Äußerung 9b einen weiteren 8er Stein hinzunimmt, mutmaßlich um die zweite Seite von Bau 2 gleich mit zu erstellen.

Die einzelnen alternativen Steinanordnungen nach Äußerung 4a und 4b von Maya, die Dennis im Verlaufe dieser Phase der Interaktion erzeugt, zeigen auf verschiedene Weise und in unterschiedlichem Maße durchaus eine jeweils mögliche und plausible Interpretation dessen, was Maya meinen könnte. Sie scheinen aber nie Mayas Erwartung und damit mutmaßlich tatsächlich dem Gemeinten zu entsprechen.

Lautsprachliche Äußerung 5 – Dennis: „So!“
zeitgl. Anordnung der Steine durch Dennis
aus seiner Perspektive:



Lautsprachliche Äußerung 6 – Maya:



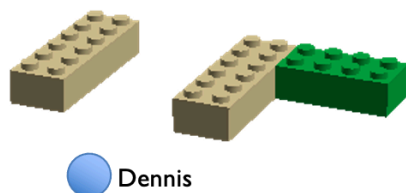
„Nein\ nicht so!“

Abb. 9.3.6_59 Die Äußerungen 5 (Dennis) und 6 (Maya)

Die in Abbildung 9.3.6_59 aufgeführte erste Version der Steinanordnung von Bau 2 von Dennis erfüllt neben der Wahl eines 8er Steins auch die Bedingung, dass etwas „daneben“ (Äußerung 4a) gesetzt werden soll. Dennis wählt eine mittlere Position des eingesetzten 8er Steines, was insofern schlüssig erscheint, als dass Maya den Bezugspunkt von „daneben“ lautsprachlich und gestisch zumindest aktuell nicht explizit angegeben hat. Auf diese Weise sitzt der 8er Stein also *neben* den zuvor bereits offenbar entsprechend Mayas Vorstellungen verbauten beiden 12er Steinen. Dennis orientiert seine Interpretation mutmaßlich an Mayas Lautsprache, denn anhand ihrer Gestik hätte die Ausrichtung des 8er Steines mit der längsten Seite parallel zu den bereits gelegten 12er Steinen anhand der Zeigebewegung in Äußerung 4a.10ff auf andere Weise interpretiert werden können. Die Zeigegeste von Maya könnte von Dennis aber auch als Ausdruck eines bereits gesetzten 12er Steines gedeutet worden sein, neben den nun ein 8er Stein gesetzt werden soll. Eventuell hätte Dennis in dieser Deutung zwar Gestik und Lautsprache von Maya beachtet, nicht aber die Synchronität der beiden Modi. Diese hätte nämlich zur Zuordnung *Zeigegeste* → *8er Stein* und *O-Handform Geste* → *4er Stein* führen können. Wenn Dennis Mayas Zeigegeste aus Äußerung 4a wahrgenommen und in seine Interpretation miteinbezogen hätte, dann wäre die räumliche Ausrichtung des 8er Steines, wie sie von Dennis gewählt wird, zumindest auf diese Interpretation aus beiden Modi rückführbar: Wenn er nämlich Mayas O-Handform in Äußerung 4a.14f als Umfassen der Breite eines 8er Steines deuten würde, z. B. durch Daumen und Zeigefinger an den jeweils gegenüberliegenden längeren Seitenflächen des Bausteines, so ließe sich die Ausrichtung der Längsseite des 8er Steines im rechten Winkel zur Längsseite der 12er Steine durchaus erklären. Daumen und Zeigefinger würden dann den

8er Stein gegenüberliegend an den Längsseiten umfassen. Der Verweis auf die Größenrelation *genauso groß*, wie er von Maya in Äußerung 4b lautsprachlich in Bezug auf beide Seiten des Baus geäußert wird, ist mutmaßlich durch die Anordnung der 12er Steine erfüllt. Dennis baut offenbar ein symmetrisches Gebäude, ohne dass Maya in expliziter Weise auf die symmetrische Gesamtgestalt des Gebäudes verwiesen hat, auch wenn sie vornehmlich symmetrische Gesten zeigt und auch lautsprachlich auf zwei Seiten verweist. Dies könnte darin begründet sein, dass auch Dennis' Originalbau symmetrisch gebaut wurde (vgl. Abb. 9.3.6_52), was sich möglicherweise mit der Erfahrung und der Möglichkeiten des Erfassens einer symmetrischen Gestaltung der eigenen Umwelt erklären lässt oder auch einem ästhetischen Empfinden, das stärker auf Symmetrie ausgerichtet ist (vgl. Franke & Reinhold, 2016, S. 59f). Symmetrien im Bauen und Nachbauen einzuhalten bzw. zu beachten zeugt zudem von einer gewissen Effektivität in Bezug auf die geforderte mathematische Herausforderung. Eventuell beabsichtigt Dennis hier den Hinweis auf „**Vierer**“ aus Äußerung 4a von Maya in Form eines Gebäudes mit viereckiger Grundfläche umzusetzen, wenn er z. B. für die unmittelbar anschließende Handlung plant, einen weiteren 8er Stein ähnlich des bereits gesetzten 8er Steins zwischen die 12er Steine zu platzieren genau an den jeweils anderen zu ihm weisenden Enden. Er nimmt jedoch mutmaßlich aufgrund von Mayas Einwand in Äußerung 6 eine Umpositionierung des bereits gesetzten 8er Steines vor:

Lautsprachliche Äußerung 7 – Dennis: „So“
zeitgl. Anordnung der Steine durch Dennis
aus seiner Perspektive:



Lautsprachliche Äußerung 8 – Maya:

„Mhmhme\ (.) so dass es genauso
lang ist wie das **andere**\ (..)“

zeitgl. gestische Äußerung 8.5ff:

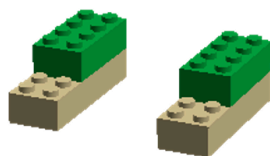


Abb. 9.3.6_60 Die Äußerungen 7 (Dennis) und 8 (Maya)

Die Bauvariante in Abbildung 9.3.6_60 von Dennis ist ähnlich wie zuvor in Bezug auf die Angaben Mayas aus Äußerung 4a und 4b einzuordnen: Dennis variiert hier die Positionierung des 8er Steines in Bezug auf den rechts liegenden 12er Stein und belässt Ausrichtung und Position des 8er Steins am 12er Stein gleich, setzt ihn aber von sich aus betrachtet rechts an (vgl. Äußerung 7.3ff). Für Dennis könnte also insbesondere der Hinweis auf „daneben“ aus Äußerung 4a zentral sein, während er den Verweis auf die Größenrelation (vgl. Äußerung 4b) entweder nicht umsetzen kann oder möchte oder diesen in seiner Variante und den möglicherweise geplanten Folgehandlungen an Bau 2 als bereits bedacht betrachtet. Dennis' Variante führt in der Folge offenbar dazu, dass Maya ihre Äußerung 4b in Äußerung 8 noch einmal aufgreift und nun nicht mehr die Formulierung „genauso groß“ als Verweis auf eine möglicherweise allgemeinere Größenrelation, sondern „genauso lang“ nutzt.

Damit nimmt Maya offenbar eine Paraphrasierung von Äußerung 4b vor: „(.) so dass es genauso lang ist wie das **andere**\\(.)“ (Äußerung 8). Sie definiert hier die zunächst nicht näher spezifizierte Größenrelation offenbar als Längenrelation. Als Bezugspunkt gibt Maya „das **andere**“ an (vgl. Äußerung 8), was auf den 12er Stein oder auf den linken Teil von Bau 2 verweisen könnte. Ihre synchrone Geste dazu zeigt eine symmetrische und sich mehrmals wiederholende, rhythmische Zweihandgestik mit beiden flachen Händen zueinander gewandt, die sich relativ schnell auf und ab bewegen (vgl. Äußerung 8.5f). Diese Geste ist aus Mayas Sicht als Verweis auf die Lage von Steinen, insbesondere auf Parallelität und Symmetrie in den beiden Teilen von Bau 1 bzw. Bau 2 zu deuten. Aus Dennis' Perspektive könnte dies auch auf ein Bauen in die Höhe verweisen, weil die Hände sich nach oben und nach unten im Raum bewegen und somit entlang einer angenommenen Dimension in die Höhe, etwa eines Gebäudes, ausgeführt werden. Die Geste Mayas greift eine Handform und Bewegung aus Äußerung 1b.11ff wiederholend auf. Damit werden Lautsprache und Gestik aus einer vorherigen Äußerung verwendet, wenn auch weiter ausdifferenziert: „genauso groß“ aus Äußerung 4b wird zu „genauso lang“ in Äußerung 8. In der Gestik zeigt sich, dass die erneut aufgegriffene Geste aus Äußerung 1b.11ff hier zwar in Bezug auf die gemeinten Steine mutmaßlich von Maya uminterpretiert wird, der Verweis auf deren räumliche Relation aber offensichtlich als rekurrierendes Merkmal beibehalten wird. Dennis erstellt mutmaßlich aufgrund von Mayas erneutem Einwand in Äußerung 8 eine weitere Variante der Steinanordnung (vgl. Äußerung 9a), die nun auch stärker an Mayas Gestik orientiert sein könnte (vgl. Abb. 9.3.6_61):

Lautsprachliche Äußerung 9a – Dennis: „(so)“
zeitgl. Anordnung der Steine durch Dennis
aus seiner Perspektive:



Lautsprachliche Äußerung 11 – Maya:
„**Nein**\\ oh nicht **so** Dennis\\
daneben\\(...+)“

zeitgl. gestische Äußerung 11.4ff:



Abb. 9.3.6_61 Die Äußerungen 9a (Dennis) und 11²⁵¹ (Maya)

„Genauso groß“ (Äußerung 4b) und möglicherweise auch „genauso lang“ (Äußerung 8) könnte Dennis in Bezug auf die Gebäudehöhe interpretieren, eventuell weil auch Mayas Gestik in Äußerung 8.5ff eine Bewegung nach oben und unten zeigte und damit eventuell eher als Verweis auf die Ausprägung in die Höhe gedeutet wird. Beide Teile von Bau 2 sind in Dennis' Variante zudem genauso lang, ebenso die verbauten 12er Steine und nun auch die darauf

²⁵¹ Äußerung 10 „**Super** macht ihr des\\“ wird von B hervorgebracht und ist hier nicht aufgeführt, weil sie nicht unmittelbar die Beschreibung von Gebäuden oder Teilen davon umfasst und mutmaßlich stärker eine pädagogische Absicht zur Motivation beinhaltet. Sie soll die Schüler*innen mutmaßlich in ihrem Vorgehen bestärken. Eventuell lässt sich aber diesbezüglich Mayas relativ starke Verneinung zu Beginn der lautsprachlichen Äußerung 11 mit erklären, weil sie eventuell zu B einen Gegenpol aufmachen möchte, um klarzustellen, dass sie hier nichts „**super**“ (Äußerung 10 von B) findet.

platzierten 8er Steine. Die Bedingung „daneben“ (Äußerung 4a) ist erfüllt durch die Anordnung der beiden Teile von Bau 2, die nebeneinanderstehen. Dennis' Bau 2 ähnelt in der Form zu diesem Zeitpunkt Mayas in Äußerung 8 gezeigter rhythmischer Gestik. Vierer Steine sind (noch) nicht berücksichtigt, möglicherweise weil hier zunächst die Positionierung des/der 8er Steine(s) strittig und daher aushandlungsbedürftig erscheint, bevor 4er Steine ins Spiel kommen können.

In Mayas Äußerung 11 betont sie erneut die räumliche Relation „**daneben**“, die sie bereits in Äußerung 4a angeführt hat und nun deutlich betont ausspricht. Für Maya könnte dies also ein zentrales Kriterium sein, das offenbar in ihren Augen noch nicht von Dennis umgesetzt wurde. „**Daneben**\ (...+)“ (Äußerung 11) wird erneut ohne weitere Richtungsangabe, z. B. links/rechts oder der genauen Beschreibung des Bezugspunktes hervorgebracht. Mutmaßlich bezieht sich Maya hier wieder auf die Art und Weise, wie Steine oder ganze Bauteile in Bezug zueinander in Bau 2 angeordnet werden müssen. Die lautsprachliche Äußerung, versehen mit einem betonten und langgezogenen „**oh**“ und der direkten Ansprache an Dennis unterstreicht die Stärke der Ablehnung mutmaßlich von dem, was Maya in Dennis' Arbeitsbereich sieht und verweist auch auf ein gewisses Maß an Gereiztheit bzw. Unzufriedenheit seitens Maya. Sie zeigt erneut eine symmetrische Geste, die wie zuvor ebenso mutmaßlich auf zwei Seiten oder Steine von Bau 1 bzw. 2, deren Parallelität und Symmetrie zueinander hinweist. Das Auseinanderführen und erneute Zusammenführen der Hände betonen ein Nebeneinander anstatt ein Aufeinander der Steine, auch wenn die Handhaltung erneut die Interpretation des Bauens in die Höhe evozieren könnte. Die Handhaltung ist eine wiederholte und erneut aufgegriffene Geste aus Äußerung 1b.11ff und 8.5ff, allerdings ist die rhythmische Bewegung ausgespart und der Ausführungsort auf die Tischplatte verlegt, möglicherweise um an dem Ort zu bleiben, an dem auch gebaut wird und gewissermaßen Ruhe und Stabilität in die Bauanleitung und -ausführung zu bringen. Damit nimmt Maya der Geste auch eine gewisse Dynamik, möchte also vielleicht eher auf die statische Anordnung als auf den Bauprozess bzw. die konkrete Handlung der Steinpositionierung verweisen und damit auch das in die Höhe Bauen durch Dennis möglicherweise eher wieder zur Fläche hin zurückführen.

Keine lautsprachliche Äußerung 12 – Dennis
zeitgl. Anordnung der Steine durch Dennis
aus seiner Perspektive:

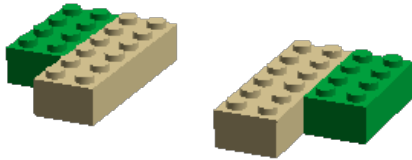


Abb. 9.3.6_62 Die Äußerung 12 (Dennis)

Die letzte von Dennis erzeugte Anordnungsvariante in dieser Phase der Interaktion berücksichtigt schließlich sowohl die Bedingung „daneben“ (aus Äußerung 4a u. 11), als auch den Hinweis, etwas auf beiden Seiten von Bau 2 gleich lang bzw. groß zu machen. Dennis erzeugt eine symmetrische Anordnung der Steine. Beide Teile von Bau 2 kann man als gleich lang bzw. gleich groß bezeichnen. Auch bei dieser Variante von Dennis' Bauweise sind 4er Steine (noch) nicht berücksichtigt. Dies ist bereits die vierte Variante, die Dennis als Interpretation von Mayas Äußerungen 4a und 4b, sowie Äußerung 8 anbietet, was ihn durchaus als relativ geduldig und gewissermaßen auch kreativ in Bezug auf die Vielfältigkeit seiner Deutungen auszeichnet. Mayas Einwände wirken über den Verlauf dieser Phase eher etwas ungeduldig. Sie vermag nicht im Stande zu sein oder auch nicht die Absicht verfolgen, ihre Erläuterungen in grundsätzlicher Art anzupassen, indem sie z. B. ausdifferenziertere Beschreibungen Dennis anbietet. Diese könnten dazu beitragen, einen gemeinsamen Deutungshintergrund zu erzeugen und zu stabilisieren, auch ohne, dass beide Bau 1 kennen.

Die hier zuletzt betrachtete Variante (vgl. Abb. 9.3.6_62) von Dennis zur Steinanordnung im unteren Stockwerk von Bau 2 erfüllt offenbar nicht die Erwartungen von B: In Äußerung 13a und 13b bringt sie sich lautsprachlich in das Geschehen ein und bewertet offensichtlich Dennis' Auffassungsgabe, nachdem sie Dennis auffordert, zu *gucken* was Maya erklärt. Es könnte sich dabei um eine Beurteilung des gesamten bisher stattgefundenen Nachbauprozesses handeln und wäre in dieser Lesart dann nicht ausschließlich auf die letzte Variante Dennis' bezogen. Die Teiläußerung „guck mal“ deutet darauf hin, dass B sowohl den Einbezug von Lautsprache als auch von Gestik (und Handlung) bei der Aushandlung, wie gebaut werden muss, als wichtig erachtet und dass sie dies hier offenbar Dennis (und Maya) mitteilen möchte. Damit klärt B auch, mutmaßlich eher unbewusst, die für Maya und Dennis möglicherweise fragliche Vorgabe zu Beginn, ob sie gegenseitig in den Arbeitsbereich schauen dürfen oder nicht. Gleichzeitig scheint es so, als traue B Dennis offenbar nicht zu, dass er aktuell eine von B als *richtig* einzuschätzende Lösung der Steinanordnung generieren kann. In Äußerung 13b beurteilt B darüber hinaus relativ deutlich Dennis' Fähigkeit des Verstehens, uns zwar offenbar von allen bisherigen Bauanweisungen, indem sie anmerkt, dass Maya nochmal erklären soll, weil Dennis „es“ noch nicht verstanden habe. Mit „es“ könnte hier die Art zu Bauen oder die Bauanleitung insgesamt gemeint sein. B verweist weder auf

akustische oder visuelle durch die Trennwand gegebene Schwierigkeiten noch betont sie explizit eine beschränkte Auffassungsgabe von Dennis, erläutert aber auch nicht, an was sie dieses unterstellte Nicht-Verstehen festmacht. In der ausführlichen Analyse (vgl. Anhang 2-5) wurde vermutet, dass B in Mayas vorausgehenden Äußerungen eine zunehmende Gereiztheit wahrnimmt, wodurch sie sich hier dazu entscheiden könnte, offensichtlich zunächst relativ ausschließlich Dennis' die Verantwortung für den bisherigen Stand des Nachbaus zuzuschreiben. Mutmaßlich möchte B hier Maya für eine weitere Erläuterung motivieren und dabei Mayas Bereitschaft nicht gefährden. Daher kritisiert sie nicht Maya, sondern eher Dennis. Es könnte auch sein, dass B Mayas Erläuterungen als angemessen einschätzt und Dennis' Interpretationen tatsächlich als unzulänglich ansieht. Die Äußerung Bs bringt Dennis in eine Situation, in der er sich zumindest inhaltlich wenig verteidigen kann: Er ist der Einzige in der Interaktionssituation, der Bau I nicht kennt bzw. nie betrachten konnte. Damit fehlt ihm schlichtweg der Deutungshintergrund, um z. B. beurteilen zu können, ob sein Nachbau zumindest in Teilen mit dem Originalbau Bau I übereinstimmt. Er verbleibt in der Rolle des Ausführenden und ist darauf angewiesen, wie Maya erläutert, wie sie (und B) seine Nachbau-Versuche in Bezug auf die Vorlage des Baus einschätzen und welche Rückmeldungen er dazu erhält.

Im weiteren Verlauf zeigt sich bei Dennis offenbar Unsicherheit, die an seiner Handlung deutlich wird: Er schiebt die platzierten Steine zunächst zusammen und dann doch wieder auseinander (vgl. Äußerung 14.1ff u. Äußerung 14.4ff). Dies könnte auch eine Übersprungshandlung in einer Art Warteposition sein. Maya beginnt, vermutlich auf Bs Äußerung 13b hin, offenbar mit einer neuen Erläuterung, die im weiteren Verlauf als eher kleinschrittig bezeichnet werden kann (vgl. Äußerungen 15a-c, 18, 20 u. 22). Sie beginnt dabei in Äußerung 15a noch einmal mit einer Beschreibung, die mutmaßlich die Platzierung der 12er Steine umfasst (vgl. Abb. 9.3.6_63) und bewegt sich nun deutlich in Richtung Dennis' Arbeitsbereich, indem sie auf Höhe der Trennwand gestikuliert und sich zu ihm hin mit ihrem Oberkörper auszurichten scheint (vgl. Äußerung 15a.1 u. 15a.5f).

Maya:

„Du musst die zwei langen nehmen/ und dann machst du die **so** hin (so)\ einfach so hin(tun)\ (.)“

zeitgl. geäußerte Gestik:



Abb. 9.3.6_63 Mayas Äußerung 15a

Maya erkennt vermutlich mit dem Ausspruch „**hast** du!“ (Äußerung 15b), dass Dennis das, was sie aktuell zu erklären versucht, bereits umgesetzt hat. Sie variiert ihre Erläuterungen mit Gesten, die sie direkt an Steine von Bau 2 bindet (Äußerung 15c.20ff), und formuliert: „und dann nimmst du **die** und legst die **in** die Mitte **rein**!“ (Äußerung 15c). Damit rückt sie noch näher an Dennis heran und agiert vornehmlich mit deiktischen Gesten direkt an Bau 2. Während sie „**die**“ lautsprachlich äußert, führt sie in O-Handform eine Art Zeigegeste auf einen noch nicht verbauten 8er Stein aus (vgl. Äußerung 15c.25ff), den sie hier offenbar als Repräsentant einer Steingruppe, einer gewissen Art („**die**“), also z. B. mit acht sichtbaren Verbindungsstellen, versteht. Eine ähnliche Formulierung wählte Maya bereits in Äußerung 15b („und dann machst du die **so** hin“, Äußerung 15b), wobei sie sich damit mutmaßlich auf „die zwei langen“ (Äußerung 15a) aus Äußerung 15a bezog, während sie in Äußerung 15c die Zeigegeste für die Verortung von „**die**“ wählt. Zudem geht es Maya offenbar durch die Betonung des „**so**“ in Äußerung 15b vornehmlich um die Art und Weise, wie die Steine hingelegt werden müssen, was sie wiederum gestisch ausdrückt (vgl. Äußerung 15b.13ff). Damit zeigt sich eine Synchronität von betonter Lautsprache und Geste, die selbst darstellt, wie gebaut bzw. angeordnet werden muss (vgl. Äußerung 15a) und darüber hinaus mit einer in O-Handform ausgeführten Zeigegeste gemeinte Steine identifiziert (vgl. Äußerung 15c).

Dennis produziert in der weiteren Sequenz erneut die oben in Abbildung 9.3.6_59 gezeigte erste Variante, die er bereits in Äußerung 5 erzeugt hatte (vgl. Äußerung 17ff). Dies erscheint insofern überraschend, als dass diese bereits von Maya in Äußerung 6 abgelehnt wurde. Möglicherweise erinnert Dennis sich nicht mehr, dass diese Anordnung schon einmal nicht Mayas Vorstellung entsprochen hat. Maya bringt erneut einen lautsprachlichen Einwand vor („nich **so**“) (Äußerung 18), den sie mit dem bereits bekannten Zusatz „sondern so dass es genauso lang ist wie des andere\ (.) genau“ (Äußerung 18) und einer Bestätigung versieht. Damit wiederholt sie Äußerung 8 nahezu vollständig und nutzt eine bekannte Formulierung zu Beginn („nich **so**“), etwa vergleichbar mit den Äußerungen 6 und 11. Mit „genau“ bringt Maya nun zum weitgehend ersten Mal auch so etwas wie Zustimmung Dennis' gegenüber zum Ausdruck.

Beide Schüler*innen zeigen wenig Varianz in ihren Handlungen und lautsprachlichen Äußerungen in dem Ringen um einen gemeinsamen Deutungshintergrund, wie hier die 12er, 8er (und 4er) Steine im unteren Stockwerk von Bau 2 als kongruente Abbildung von Bau 1 verbaut werden sollen. In Mayas Gestik aber wird eine Veränderung deutlich: Sie zeigt direkt über Bau 2 die nötige Drehung des 8er Steines um 90° in der Ebene gestisch an, stellt also gestisch eine Handlung pantomimisch nach, während sie die gleiche lautsprachliche Formulierung wie in Äußerung 9 wählt. Dennis setzt daraufhin eine Drehung am 8er Stein um 90° um, was erneut zu einer Zustimmung Mayas führt („genau“ in Äußerung 20).

Im Anschluss verändert sich die Art, wie angeleitet und nachgebaut wird: Maya bietet eine Art Modellhandlung an der rechten Seite von Bau 2 an, die sie mit „(so) das musst du dann so

schieben\ und den musst du ein bisschen weiter nach **da-** schiebn\“ (Äußerung 20) begleitet. Offensichtlich dienen solche Modellhandlungen jetzt direkt an Bau 2 dazu, den fehlenden gemeinsamen Deutungshintergrund gewissermaßen zu kompensieren, und zwar durch möglichst kleine Schritte, die direkt am Gebäude verortet werden und nicht mehr durch einen oben beschriebenen Link bzw. Bauplan in Mayas Arbeitsbereich angezeigt werden. Maya schließt mit ihrem Vorgehen die Lücke zwischen dem rechten 8er und dem rechten 12er Stein und zeigt beim zweiten Teil ihrer Äußerung auf den linken 12er Stein. Dies ermöglicht Dennis offenbar in der Folge, ohne weiteren expliziten Hinweis von Maya, einen weiteren 8er Stein zwischen dem linken 12er Stein und dem rechten Steinpaar aus 8er und 12er Stein zu platzieren. Das Agieren von Dennis wirkt wie ein Einschub, der Dennis’ etwas Autonomie über sein eigenes Handeln verleiht. Maya hatte nämlich lediglich auf die Verschiebung des 12er Steins nach links verwiesen, ohne dabei den weiteren 8er Stein zu erwähnen. Dennis ist offenbar in der Lage, aus der Art und Weise, wie Maya die Bauweise erläutert, hier zu schlussfolgern, dass auf der linken Seite ebenfalls ein 8er Stein verbaut werden muss. Möglicherweise eröffnet Mayas relativ kleinschrittiges Vorgehen und nun Anbieten einer Modellhandlung für Dennis die Partizipation am Nachbau von Bau 2 insofern, als dass er neben der Ausführung der angezeigten Bauschritte auch selbst schlussfolgern kann, wie weitere Steine, hier ein weiterer 8er Stein, verbaut werden müssen. Explizit lautsprachlich wurde ein weiterer 8er Stein lediglich in Äußerung 15c erwähnt, als Maya in der Mehrzahl auf „**die**“ 8er Steine lautsprachlich und gestisch verwies. Für die letztendliche Positionierung dieses 8er Steines bedarf es dann aber offenbar erneut eines Hinweises durch Maya, nämlich dass der Stein an den linken 12er Stein herangerückt werden muss (vgl. Äußerung 22). Diesen Hinweis setzt Dennis anscheinend um: Er schiebt den 12er Stein weiter nach rechts in Richtung des eben gelegten 8er Steins und hebt diesen anschließend an, um ihn so zu versetzen, dass er schließlich lückenlos am linken 12er Stein anliegt (vgl. Äußerung 21b.10ff).

Nach einem offenbar seitens der Schüler*innen wenig beachteten „mmhm\“ von B (Äußerung 23), scheint Maya die 4er Steine, die sie bereits in Äußerung 5 erwähnt hat, in den Blick zu nehmen. Ihre Betrachtung von Bau 1 lässt darauf schließen, dass sie sich vergewissert, wie die 4er Steine verbaut werden müssen, bevor sie dann an Bau 2 jeweils mit einer Zeigegeste anzuzeigen scheint, wo Dennis diese platzieren soll. Währenddessen formuliert sie lautsprachlich „und dann kommen **hier** Vierer dran\(...+)“ (Äußerung 24). Das Deiktika *hier* wird durch die Geste präzise bestimmt und an Bau 2 gebunden, genauer an zwei Stellen hinter den beiden 8er Steinen (vgl. Äußerung 24.5f). Die Zeigegeste ist hier obligatorisch, weil lautsprachlich der Ort *hier* nicht weiter bestimmt ist. Dennis verbaut daraufhin jeweils einen 4er Stein hinter dem rechten und linken 8er Stein, und zwar genau an den Stellen, auf die Maya gestisch in Äußerung 24.4f hingewiesen hat.

Betrachtet man den nun entstandenen Stand des Nachbaus (Bau 2), erfüllen sich mutmaßlich in Mayas Augen alle in Äußerung 4a und 4b bereits angesprochenen Bedingungen: Es sind

8er und 4er Steine jeweils neben 12er Steinen verbaut, und zwar so, dass diese als Einheit aus jeweils einem 8er und einem 4er Stein genauso lang sind wie die 12er Steine. Zudem gibt es in Bau 2 nun zwei zueinander symmetrische Teile, die folglich ebenfalls die gleiche Größendimensionen aufweisen.

Offenbar ist dabei für Maya die Tatsache, dass die Abbildung des ersten Stockwerks in Bau 2 als spiegelsymmetrische Figur erzeugt ist statt einer Verschiebung wie im Originalbau, weniger relevant. Es könnte auch sein, dass sie dies aufgrund der symmetrischen Gesamtgestalt von Bau 1 und der Monochromie der Steine im Bau, was die Übergänge fast unsichtbar macht, nicht wahrnimmt oder genauer überprüft. Gleichzeitig nutzt Maya damit das Merkmal der Symmetrie des Gesamtgebäudes in ihren Erläuterungen als Orientierung, was sich an Ihren Äußerungen zeigen lässt, auch wenn sie dies für Ihren Interaktionspartner Dennis lautsprachlich nicht deutlich macht, sondern vornehmlich in ihrer Gestik ausführt. Ebenensymmetrie scheint für Maya und später dann auch für Dennis in der Umsetzung der Anleitung ein deutliches und dominantes Merkmal der Bauten zu sein, welches die Erzeugung einer gemeinsamen Deutung bezüglich der Steinanordnung im 1. Stockwerk gegen Ende der analysierten Sequenz unterstützt. Möglicherweise steht für Maya dabei mehr die gesamtsymmetrische Gestalt des Gebäudes im Vordergrund. Dies leitet ihre Interpretationen und Konstruktionen, während für Dennis Symmetrie eher schrittweise an einzelne Steinanordnungen bzw. Steinrelationen gebunden bleibt. Er kennt das Gesamtgebäude nicht und Maya nimmt in der ausgewählten Sequenz auch lautsprachlich keinen expliziten Verweis auf die Ebenensymmetrie der Gesamtgestalt von Bau 1 vor. An andere Stelle (vgl. Äußerung 6 und nachfolgende Interpretationsalternativen von Dennis, Abb. 9.3.6_59 bis Abb. 9.3.6_63) führte dieses Merkmal der Symmetrie möglicherweise durch die unterschiedlichen Voraussetzungen, die beide Schüler*innen über Bau 1 mitbringen, offenbar auch dazu, dass Maya Anweisungen komprimiert und zentrale Informationen reduziert an Dennis weitergibt, so dass er vielfältige mögliche Anordnungen der Steine erzeugen muss, um auszuloten, was Maya mit ihren Ausführungen genau meinen könnte. Diese Anordnungen weisen, wie oben detailliert gezeigt, einzeln betrachtet zumindest in Teilen Übereinstimmungen mit dem auf, was Maya mutmaßlich intendierte. Erst mit der Variation in der Gestik Mayas, die zunächst näher zu Dennis' Arbeitsbereich gerückt und dann direkt an Bau 2 ausgeführt wird (ab Äußerung 15c), wird es für beide Schüler*innen offenbar möglich, eine gemeinsame Anordnung der Steine zu erzeugen. Sie generieren dabei im Prinzip einen neuen gemeinsamen Deutungshintergrund oder legen diesen fest, nachdem sie zuvor über offensichtlich recht unterschiedliche Voraussetzungen z. B. über die Gestalt von Bau 1 verfügten. Der gemeinsame Deutungshintergrund der Schüler*innen ist dann primär geprägt von einer veränderten Aufgabenstellung: Beide Schüler*innen agierten anfänglich so, als würden sie unbedingt versuchen wollen zu vermeiden, in den Arbeitsbereich des*r jeweils anderen zu schauen. Die Blickrichtungen insbesondere bei Maya erscheinen zu Beginn der analysierten Sequenz so, als würde sie fast wie in einer Prüfungssituation heimlich ihren Blick in Dennis' Arbeitsbereich schweifen

lassen, um dann demonstrativ in Richtung Kamera 1 oder sogar teilweise ganz nach rechts von Dennis weg, mutmaßlich eher in Richtung Kamera 2, zu blicken (vgl. u. A. Äußerungen 1a.7, 1b.8 u. 1b.21f, 4b.19f, 8.2 u. 8.9ff). Nun gehen beide Schüler*innen offenbar davon aus, dass es durchaus erlaubt ist, gemeinsam an Bau 2 zu arbeiten. Ihren Aktionsbereich verlagert Maya dann auch ab Äußerung 15a immer weiter in Richtung Dennis' Arbeitsbereich, bis sie am Ende ganz an Bau 2 agiert und hier eng an die gemeinten Steine direkt gebundene Zeigegesten und gar Modellhandlungen ausführt (vgl. u. A. Äußerungen 15a.1 u. 15a.5f, 15b.7f u. 15c.23, 20.3f). Maya variiert hierbei nicht nur die Art ihrer Gestik im Vergleich zum Beginn der Sequenz, sondern rückt auch ab von der anfänglichen Verfahrensweise, in ihrem eigenen Arbeitsbereich Bau 2 gestisch nachzubilden. Am Anfang nutzte sie eine parallele Geste mutmaßlich zur Darstellung der beiden gemeinten 12er Steine (vgl. Äußerung 1b.11ff). In Äußerung 15a beschreibt sie dann vornehmlich zunächst lautsprachlich, welche Steine Dennis nehmen soll und meint auch hier mutmaßlich die beiden 12er Steine. Gestisch beschreibt sie dann in Äußerung 15b.8-20 die räumliche Relation, flächige Anordnung, Breite/Form, Abstand und parallele Lage der Steine zueinander im Raum.

Gegen Ende der Sequenz schließt sich offenbar auch für Maya das Kapitel des Nachbaus des unteren Stockwerks von Bau 1 in Dennis' Arbeitsbereich, indem Sie leise mit „genau!“ Dennis' Bauweise zu bestätigen scheint. Es ist nun ein Produkt (unteres Stockwerk, Bau 2) entstanden, das gewissermaßen den Stand der bisherigen Aushandlungen als Materialanordnung, als den Regeln entsprechendes Diagramm und als Einigung, auf dessen Grundlage weiter gearbeitet werden kann, widerspiegelt und im Prinzip den erwirkten Arbeitskonsens der beiden Schüler*innen in Gestalt der für beide annehmbaren kongruenten Abbildung des ersten Stockwerkes von Bau 1 in Form des ersten Stockwerkes von Bau 2 zeigt.

Semiotische Analyse

Semiotische Prozess-Karte Dann (...) kommt daneben so ein **Achter** und ein **Vierer**

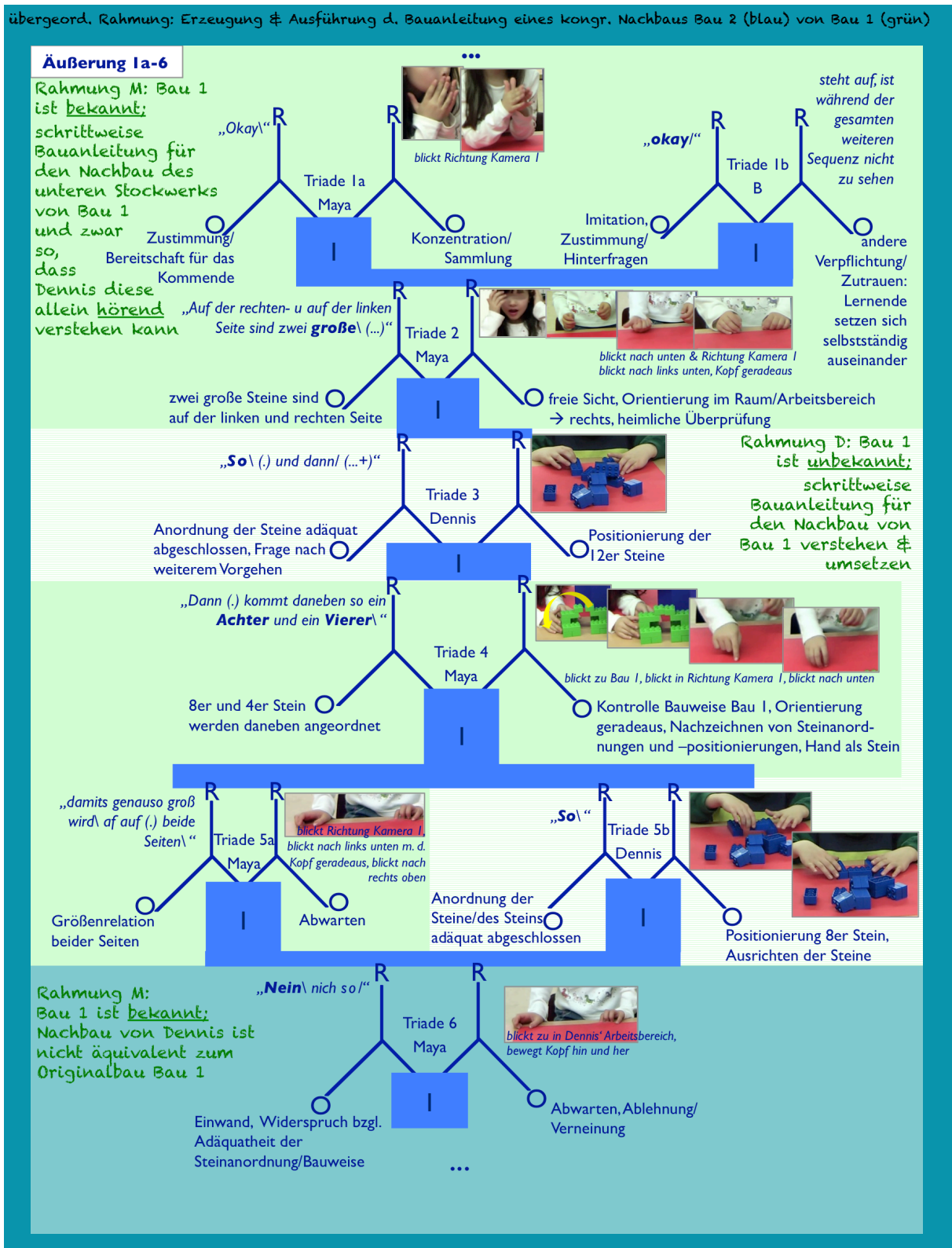


Abb. 9.3.6_64 SPK5-I (Semiotische Prozess-Karte 5, Seite 1)

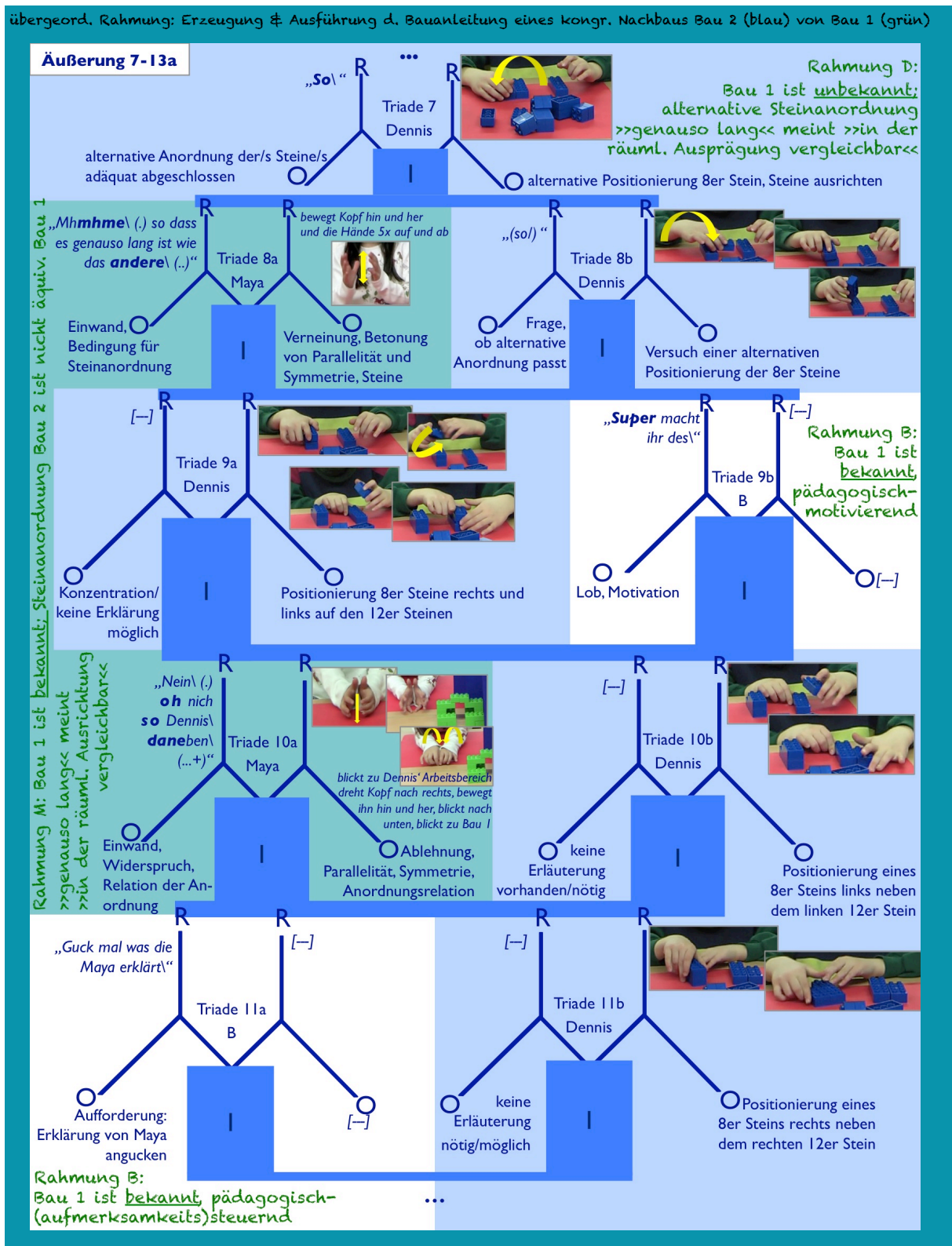


Abb. 9.3.6_65 SPK5-2 (Semiotische Prozess-Karte 5, Seite 2)

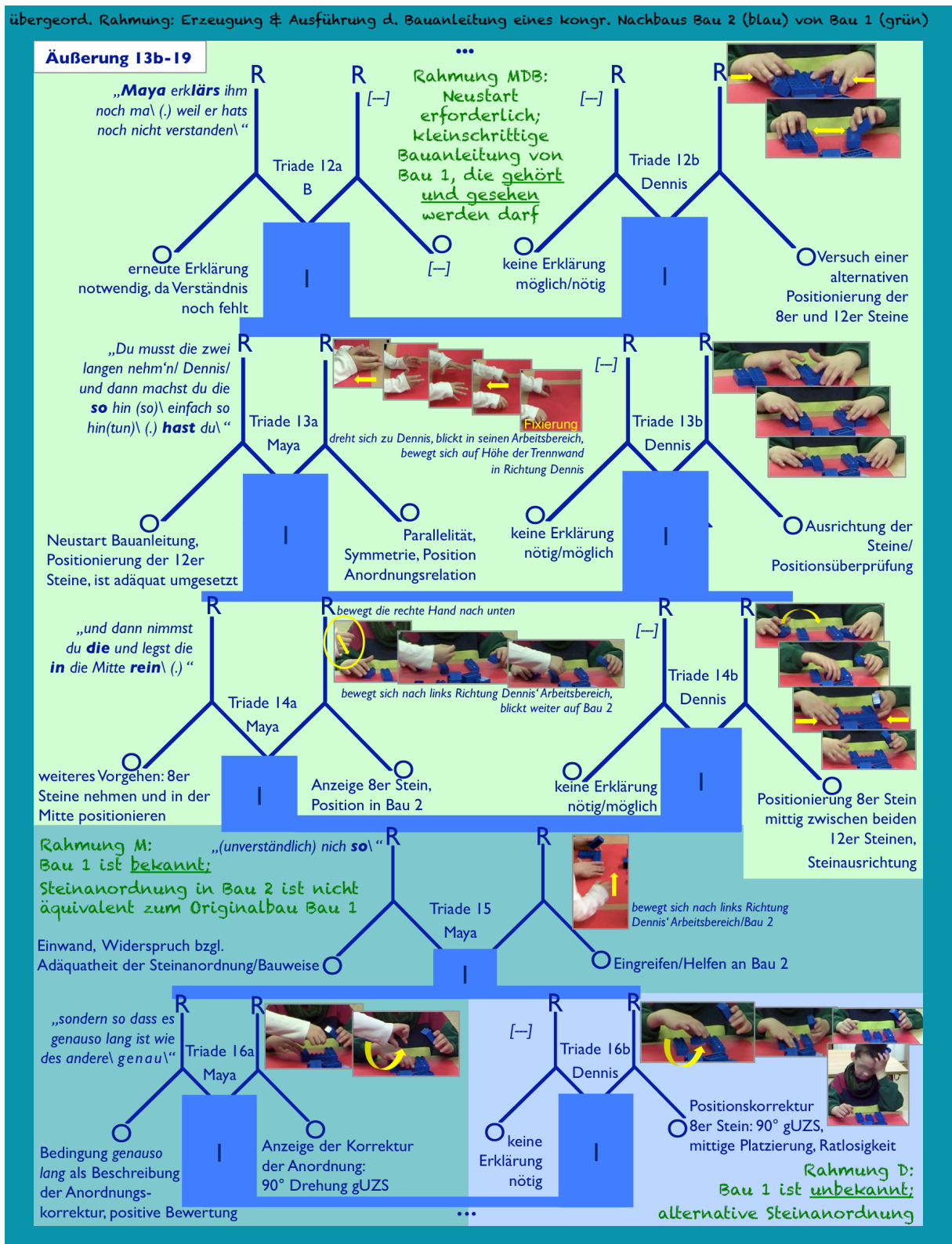


Abb. 9.3.6_66 SPK5-3 (Semiotische Prozess-Karte 5, Seite 3)

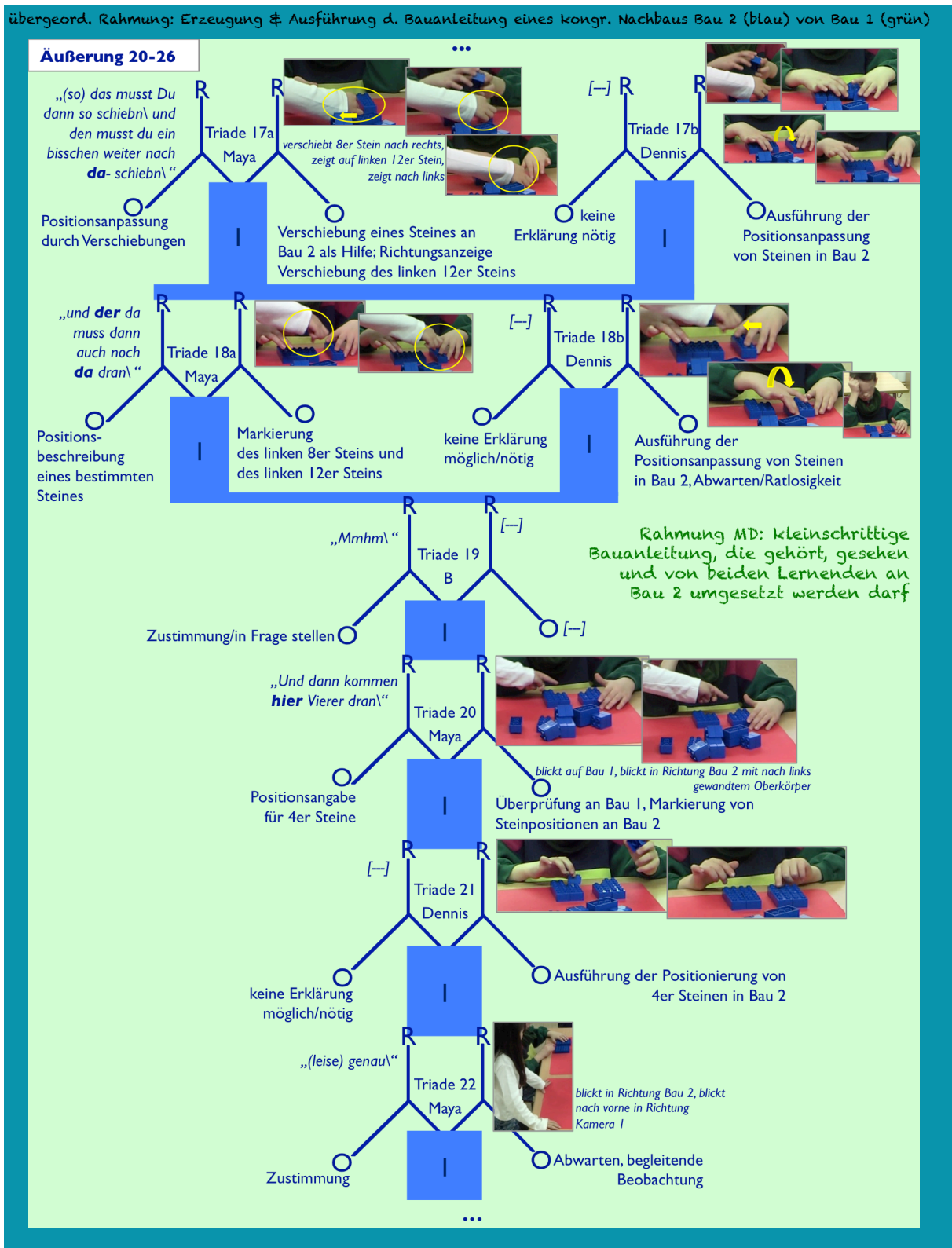


Abb. 9.3.6_67 SPK5-4 (Semiotische Prozess-Karte 5, Seite 4)

Orientierende Hinweise zur Semiotischen Prozess-Karte

In der Semiotischen Prozess-Karte Dann (.) kommt daneben so ein **Achter** und ein **Vierer** lässt sich im Besonderen das Ringen der beiden Schüler*innen Maya und Dennis um eine Anpassung der Deutungen – letztlich um eine geteilte Rahmung – im Verlauf der analysierten Sequenz erkennen. Besonders an dieser Situation ist, dass situationsbedingt eine vorgegebene Rahmungsdimension der Bekanntheit bzw. Unbekanntheit von Bau I bei Maya und Dennis vorliegt. Diese Differenz zeigt sich auch in der durchgeführten Interaktionsanalyse als in Teilen bestimmendes Moment der Interaktion (vgl. Ausführungen oben): Während Maya als diejenige, die Bau I erstellt hat und jederzeit über freie Sicht auf dieses Gebäude verfügt, diesen Bau in seinen räumlichen Dimensionen kennt und jederzeit überprüfen kann, wie einzelne Steinanordnungen etwa im ersten Stockwerk umgesetzt sind, ist für Dennis Bau I und im Speziellen das im vorliegenden Zeichenprozess verhandelte erste Stockwerk dieses Baus, nicht nur gänzlich unbekannt, sondern darüber hinaus auch im Verlauf der Sequenz nie sichtbar oder anders zugänglich als über Mayas Beschreibungen.

Mit Blick auf diese gewissermaßen vorprogrammierte Rahmungsdimension lässt sich für den Zeichenprozess für beide Schüler*innen zu Beginn eine gemeinsame, als übergeordnet zu betrachtende Rahmung rekonstruieren, die sich im Verlauf dann verändert: In der Semiotischen Prozess-Karte (vgl. Abb. 9.3.6_64 bis Abb. 9.3.6_67) ist diese erste gemeinsame übergeordnete Rahmung als *Erzeugung und Ausführung einer Bauanleitung eines kongruenten Nachbaus von Bau I* beschrieben und könnte etwa in Bezug auf das erste Stockwerk dieses Baus für den analysierten Zeichenprozessausschnitt als Teil der Gesamtsituation ausdifferenziert werden. Dabei bezieht sich die *Erzeugung* dieser Bauanleitung auf die Sicht von Maya, während die *Ausführung* bzw. Umsetzung dieser Anleitung sich eher auf Dennis' Agieren in der analysierten Sequenz bezieht. Diese Rollenverteilung ist situationsbedingt vorbestimmt, weil in dem analysierten Ausschnitt der Interaktion Maya die Erklärende und Dennis der Nachbauende ist.²⁵² Die Veränderung dieser gemeinsamen übergeordneten Rahmung bezieht sich vor allem auf die Deutung der Bedingungen, die an die Aufgabe der Schüler*innen geknüpft sind: Während zu Beginn beide offenbar versuchen, so wenig wie möglich und fast demonstrativ nicht in den Arbeitsbereich des*r jeweils anderen zu blicken, verlagert sich schließlich Mayas Agieren bis in Dennis' Arbeitsbereich und dem eigenen Ausführen einer Handlung an Bau 2 gegen Ende der Sequenz (vgl. u. A. Triade 2, 5a, 13a, 14a, 17a, 18a, 19).

Man kann Maya und Dennis darüber hinaus eine gemeinsame Rahmung bezüglich dessen unterstellen, wie eine zunächst stark mündlich geprägte Bauanleitung aufgebaut sein kann, nämlich offenbar schrittweise bezüglich der Beschreibung der Anordnung einer überschaubaren Anzahl an Bausteinen mit anschließender Umsetzung dieses Bauschritts und der folgenden Äußerung einer Erwartung eines weiteren Bauanleitungsschritts. Letztere wird

²⁵² Die Gesamtsituation ist so angelegt, dass durchaus ein Rollenwechsel vorgenommen wird, dass also Dennis ebenso sein Gebäude Maya erklärt (vgl. Mathematische Situationspattern, Anhang 1-2).

im analysierten Zeichenprozess zumeist mit lautsprachlichen Hinweisen, etwa wie in Triade 3: „**so**\ (.) und dann/ (...+)“, zum Ausdruck gebracht, auf die dann eine Art Evaluation und möglicherweise auch Korrektur der Umsetzung des entsprechenden Bauschrittes folgt, wie bspw. im lautsprachlichen Teil der Triade 8a von Maya: „**Mhahme**\ (.) so dass es genauso lang ist wie das **andere**\ (..)“. Dieser sich wiederholende Ablauf etwa bis Triade 10b wurde in der Zusammenfassung der Interaktionsanalyse als emergierendes Muster der Interaktion beschrieben, das Maya und Dennis hier gemeinsam erzeugen und das von dem Wechselspiel aus *Bauanleitungsschritt* (Maya, z. B. Triade 2) – *Umsetzung und optionaler Hinweis auf Fertigstellung der Umsetzung* (Dennis, z. B. Triade 3) – *Evaluation* (Maya, z. B. Triade 6) *und/oder neuer Bauanleitungsschritt* (Maya, z. B. Triade 4) – usw. sowie von einer darin sich manifestierenden Rollenverteilung geprägt ist, die sich als *Anweisende* (Maya) und *Ausführendem* dieser Anweisungen (Dennis) beschreiben lässt.

An der Semiotischen Prozess-Karte 5 lässt sich diesbezüglich modusspezifisch rekonstruieren, dass Dennis an Bau 2 in Form von Handlungen (in Relation stehende Steinanordnungen) versucht, Mayas lautsprachlich und gestisch hervorgebrachte Bauanleitung umzusetzen. Im Duktus der semiotischen Theorie und mit Blick auf das *diagrammatische Arbeiten* nach Peirce (vgl. Dörfler, 2006a; Dörfler, 2006b, Dörfler, 2015; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2) lässt sich formulieren, dass Mayas vorübergehend gestisch materialisiertes Diagramm – sie zeigt gewissermaßen pantomimisch den Bauprozess – durch Handlungen von Dennis in ein potentiell permanentes materialisiertes Diagramm der Steinanordnung modusübergreifend als Zeichentransformationsprozess von einem in den anderen Modus übersetzt wird. Es zeigen sich z. B. in Triade 4 und 5a Mayas lautsprachliche Anweisung „dann (.) kommt daneben so ein **Achter** und ein **Vierer**\ damits genauso groß wird\ af auf (.) beide Seiten\“ mit der entsprechenden verortend zeigenden und in O-Handform den gemeinten Baustein vorübergehend materialisierenden Gestik (vgl. Abb. 9.3.6_64). Diese Anweisung versucht Dennis offenbar in Triade 5b umzusetzen, indem er zwischen die beiden bereits positionierten 12er Steine einen 8er Stein mit der Längsseite im rechten Winkel zur Längsseite der 12er Steine positioniert und mit einem prosodisch betont hervorgebrachten „**so**“ kommentiert (vgl. Triade 5b). Gestik wird also hier in eine Handlung an Bau 2 umgesetzt, während Maya in ihrer Erläuterung ein Gebäude in ihrem Arbeitsbereich gestisch entstehen lässt und sozusagen schrittweise einen Bauplan von Bau 1 auf diese Weise zu erstellen versucht. Diese gestische Projektion durch Maya in den eigenen Arbeitsbereich wurde bereits als Link zwischen den beiden Bauten in der zusammenfassenden Interaktionsanalyse oben beschrieben. Ab Triade 6 erzeugt Maya wiederholt Einwände gegen Dennis' Bauweise. Die Rahmungsdifferenz zwischen Maya und Dennis bezüglich der Bekanntheit von Bau 1, die in der Semiotischen Prozess-Karte an den verschiedenen den Schüler*innen zugeordneten Rahmungen deutlich wird, ist nun von erheblicher Relevanz, während sie etwa bei den Triaden 1a bis 5a noch eher irrelevant zu sein scheint: Hier ist es mutmaßlich zunächst deshalb unerheblich, ob Bau 1 beiden Schüler*innen bekannt ist, weil Mayas Anweisungen von Dennis' in scheinbar auch von ihr erwarteter Weise umgesetzt werden.

Dies ändert sich etwa ab Triade 5b bzw. 6: Nach einem lautsprachlichen Einwand Mayas in Triade 6 als Repräsentamen und einer darauffolgenden alternativen Steinanordnung durch Dennis als erneut geäußertes Interpretant in Triade 7, wiederholt Maya diesen Einwand in Triade 8a sowohl lautsprachlich als auch körpersprachlich im Repräsentamen: „Mhmhm\ (.) so dass es genauso lang ist wie das andere“, verbunden mit einem Kopfschütteln und einer sich wiederholenden besonders betonten Gestik. Maya zeigt eine bewegte, symmetrisch und parallel ausgeführte beidhändige Gestik, die im Objekt mutmaßlich auf die räumliche Relation der gemeinten Steine verweist, und in einem möglichen Interpretanten zu diesem Zeichen die Höhenausprägung durch die Auf- und Abbewegung (vgl. gestischen Teil von Triade 8a) als Merkmal des Verbauens der Steine hervorheben könnte. Für Maya meint hier aber ihr Hinweis „genauso lang“ (Triade 8a) mutmaßlich eher, dass etwas in der räumlichen Ausrichtung vergleichbar ist: hier also der 8er Stein bzw. die 8er Steine und die räumliche Ausrichtung mit der Längsseite parallel zur Längsseite des/r bereits verbauten 12er Steine/s. In Dennis' erzeugtem Interpretanten zu diesem lautsprachlichen und gestischen Zeichen von Maya (vgl. Triade 8b u. 9a) steht mutmaßlich eher die vergleichbare räumliche Ausprägung, etwa in der Dimension *Höhe* im Vordergrund, wenn er die 8er Steine in Triade 8b und 9a jeweils *auf* den beiden 12er Steinen platziert.

In Triade 10a erzeugt Maya ein neues lautsprachliches und gestisches Zeichen, das mutmaßlich ihren Interpretanten zu Dennis' Bauweise in die Höhe zeigt. Sie äußert lautsprachlich einen deutlich formulierten Einwand und zeigt gestisch dann eine bemerkenswerte Variation ihrer Gestik aus Triade 8a: Die beidhändige parallel und symmetrisch ausgeführte Geste mit beiden Handflächen zueinander gerichtet führt sie zwar mit der gleichen Handform aus, den Ausführungsort aber verändert Maya: In Triade 8a führte sie die Geste vor ihrem Oberkörper und damit in ca. 20-30cm Höhe über der Tischplatte aus, während sie nun in Triade 10a ihre Hände mit den Handkanten auf der Tischplatte aufsetzt und zusätzlich die Auf- und Abbewegung vermeidet. Anhand der Handhaltung könnte vermeintlich erneut ein Bauen in die Höhe interpretiert werden, weil die Hände mit der Handkante orthogonal auf der Tischplatte stehen und in die Höhe ragen, während für Maya mit dieser Handhaltung mutmaßlich eher auf die Form und räumliche Ausrichtung der damit gemeinten Steine verwiesen werden soll. Am Ende der Gestenbewegung klappt Maya dann ihre Hände um 90° jeweils nach innen und variiert damit ihre Handform zu einer Flachheit, möglicherweise also, um eine Interpretation eines einstöckig gemeinten Bauwerks bei Dennis zu evozieren. Sie klappt die möglicherweise hier konträr zu ihrer Idee interpretierte Höhendimension gestisch in die flächige Ausrichtung. Die räumliche Relation der Hände im gestischen Repräsentamen konkretisiert hier mutmaßlich, wie der Verweis „**daneben**“ als räumliche Relationsangabe gemeint ist: Mayas Gestik könnte also den Interpretanten beim Zeichenleser Dennis (und Maya selbst) hervorrufen, dass die gemeinten Steine bezogen auf ihre Längsseite parallel zueinander ausgerichtet und gewissermaßen flächig, d. h. hier für die dreidimensionalen Bausteine mit Höhe $h=1$, angeordnet werden müssen. Diese Interpretation ist ausschließlich anhand der

Gestik zu erzeugen, was nach Frickes (2012) Ansatz als *Code-Integration* (vgl. Kap. 3.2.3) der Gestik in den anzunehmenden mathematischen Code zu bezeichnen wäre, weil die mathematische, raumgeometrische Information ausschließlich gestisch codiert ist. Zudem berühren sich die Hände, die hier vermutlich für die Objekte der Steine stehen, und verweisen damit darauf, dass auch die Steine nicht mit einem Abstand, sondern lückenlos nebeneinandergesetzt werden müssen. Eine solche Anordnung entspricht offenbar auch dem, was Dennis zu Mayas Zeichen als Interpretant erzeugt: In den Triaden I0a und I1b lässt sich im gestischen Teil der Triaden beobachten, dass Dennis die auf die 12er Steine gesetzten 8er Steine von diesen löst und jeweils außen lückenlos neben die 12er Steine ansetzt, und zwar mit den Längsseiten parallel zu den Längsseiten der 12er Steine ausgerichtet. Die Seitenflächen der längsten Seiten der beiden Bausteinarten berühren sich, ähnlich wie die Hände.

B interpretiert die Situation offenbar durch die vermehrt hervorgebrachten Einwände von Maya so, als sei ein Neustart einer Erklärung erforderlich und fordert von Dennis im lautsprachlichen Repräsentamen von Triade I1a „guck mal was die Maya erklärt“, während sie sich in Triade I2a an Maya mit der Aufforderung „**Maya erklär**s ihm noch mal \ (.) weil er hats noch nicht verstanden“ zu richten scheint. Diese Äußerungen wurden in der ausführlichen Analyse als Versuch gedeutet, Maya für eine neue Erklärung zu motivieren, wobei die Verantwortlichkeit für dieses Erfordernis aus Bs Sicht offenbar ausschließlich Dennis zugeordnet wird („weil er hats noch nicht verstanden“). Mayas und Dennis' Rahmung der Bedingungen, die an die Aufgabe geknüpft sind, verändert sich im Anschluss an diese Äußerung Bs mutmaßlich in dem Sinne, als dass nun Maya sich weiter in Dennis' Arbeitsbereich bewegt und quasi die Prämisse aufgibt, absichtlich nicht in seinen Arbeitsbereich zu blicken. Dies könnte von Bs Aufforderung in Triade I1a herrühren: „guck mal“, was evoziert, dass man gegenseitig auch sehen *darf*, was der andere in seinem Arbeitsbereich tut.

Maya scheint der Aufforderung einer neuen Erklärung in der Folge unter veränderten Bedingungen nachzukommen: In Triade I3a startet sie sowohl gestisch als auch lautsprachlich offenbar erneut mit der Beschreibung der Anordnung der beiden 12er Steine und zeichnet wieder gestisch einen Bauplan in ihren Arbeitsbereich. Dabei agiert sie ungefähr auf Höhe der Trennwand, hat sich also deutlich in Richtung Dennis bewegt. Sie möchte mutmaßlich evozieren, dass Dennis ihre Gestik in die Erzeugung des Interpretanten zu ihren Zeichen einbezieht. Während Maya zu Beginn des Zeichenprozesses stärker für sich zu gestikulieren scheint, gestikuliert sie nun möglicherweise zwar weiterhin auch für sich, aber vornehmlich auch für Dennis. An der Ausführung der Gestik lässt sich Lage, flächige und räumliche Ausrichtung, räumliche Relation zueinander und ungefähre Position im Gebäude der beiden mutmaßlich gemeinten 12er Steine erkennen, während lautsprachlich relativ unspezifisch die Art der Anordnung der Steine mit „und dann machst du die **so** hin (so) \ einfach so

hin(tun)\ (.)“ (lautsprachlicher Teil, Triade 13a) beschrieben wird. Mathematisch zentrale Aspekte werden also vornehmlich in der Gestik hervorgebracht.

Ab Triade 14a ändert sich dann offenbar erneut der Ausführungsort der gestischen Erläuterungen Mayas, die nun direkt an Bau 2 agiert und hier bspw. auf Steine zeigt, die dann in Bau 2 angeordnet werden müssen. Dennis führt offenbar weiter die Bauanleitung entsprechend seiner erzeugten Interpretanten aus, die sich als Umsetzung von Mayas Erläuterungen in Form von Handlungen an Bau 2 zeigen (vgl. Triaden 14b, 16b, 17b, 18b, 21).

In Triade 16a bestätigt sich offenbar die vorher angenommene Interpretation Mayas von „genauso lang“ als vergleichbar zu den bereits gesetzten Steinen längs ausgerichtet. Sie zeigt, auf welche Weise der von Dennis im gestischen Repräsentamen von Triade 14b gesetzte 8er Stein gegen den Uhrzeigersinn gedreht werden muss, um der von ihr gemeinten Anordnung zu entsprechen. Die Gestik führt hier pantomimisch, modellhaft über dem entsprechenden 8er Stein vor, wie er ergriffen und gedreht werden muss (vgl. gestischer Teil der Triade 16a). Daumen und Zeigefinger umfassen dabei den Stein in seiner Breite und führen dann die Drehung mit dem gesamten Unterarm aus, so als habe Maya tatsächlich den Stein in der Hand.²⁵³ In Triade 16b wird dieses Zeichen von Maya durch Dennis aufgegriffen und – gewissermaßen als handelnde Kopie ihrer Gestik – die Handlung durch Dennis konkret am 8er Stein ausgeführt. Maya erzeugt direkt an Bau 2 ihre Anweisungen, wobei die Gestik modellhaft vorführt, was umgesetzt werden muss. Dieses kleinschrittige Vorgehen führt soweit, dass Maya in Triade 17a sogar selbst einen 8er Stein in Bau 2 verschiebt, so dass er lückenlos am 12er Stein anliegt. Damit erzeugt Maya hier keine Geste etwa als Modell für die Handlung Dennis', sondern führt selbst eine Handlung aus, die wiederum als Modell einer Handlung dienen kann, die Dennis dann offenbar symmetrisch an dem anderen Teil von Bau 2 ausführen soll. Diese Modellhandlung wird von Maya durch Zeigen in Triade 18a an den entsprechenden Steinen verortet und von Dennis in Triade 18b in einer eigenen Handlung am von Maya angezeigten Stein umgesetzt. Die beiden Schüler*innen, deren Interagieren bisher u. A. durch die unterschiedlichen Rahmungen (*Bau 1 ist bekannt* für Maya bzw. *Bau 1 ist unbekannt* für Dennis) geprägt war, erzeugen hierbei ein kooperativ abgestimmtes Agieren an Bau 2, welches beiden ermöglicht, einen neuen gemeinsamen Arbeitsbereich zu nutzen, nämlich Bau 2. Während Maya in der ersten Erklärung und zu Beginn der zweiten Erklärung gestisch ihr Gebäude als ein von Flüchtigkeit geprägten Bauplan in ihren Arbeitsbereich gezeichnet hat, an dem Sie weitere Manipulationen vornahm, Steine gestisch einbaute und dabei die Hand auf verschiedene Dinge verwies – Form, Länge, Relation von Steinen – oder gar einen Stein repräsentierte (vgl. Triaden 2, 4, 10a), verändert sich dies nun.

²⁵³ Nach Weidinger (2016) handelt es sich hierbei also um eine „*Imaginary Object*“ pantomimische Geste (vgl. Weidinger, 2016, S. 65f). Das Objekt wird imaginiert und ist nicht Teil des eigenen Körpers. Diese Gestenform der Pantomime wird von Weidinger (2016) eher älteren Kindern zugeordnet (vgl. Kap. 1).

Maya gibt zugunsten eines gemeinsamen Arbeitsbereiches ihren gestisch erzeugten Link zwischen den beiden Bauten Bau 1 und Bau 2 in ihrem Arbeitsbereich auf und wendet sich Dennis' Arbeitsbereich und dem dort entstehenden Bau 2 zu, der dann gewissermaßen zur Grundlage ihrer Bauanleitung wird. Zuvor diente ihr gestischer Bauplan gewissermaßen als Vehikel des Bauplanes, nun ist Bau 2 das gemeinsame und permanent verfügbare, materialisierte Gedächtnis dieses Bauplans. Im Handlungsergebnis (Bau 2) sind die Handlungen, die zu dieser besonderen Steinanordnung führen, implizit gegeben. Maya könnte dadurch kognitive Entlastung erfahren, weil sie einzelne Bauschritte nun nach deren Umsetzung mit konkretem Material nicht mehr weiter erinnern muss – es existiert ja nun eine daraus resultierende überdauernde Materialanordnung – während sie beim gestischen Bauplan die zuvor ausgeführte Gestik zu einem gewissen Grad erinnern musste, um die folgende Gestik als nächsten Bauschritt in Relation zu den vorherigen Bauschritten anschließen zu können.

Am Ende des Zeichenprozesses in Triade 21 setzt Dennis schließlich die 4er Steine in Bau 2 mutmaßlich als Interpretant aus Triade 20 ein und Maya schließt die gemeinsame Erzeugung des ersten Stockwerks in Bau 2 mit einer lautsprachlichen Bestätigung dessen, was sie sieht, ab: „genau“ (lautsprachliches Repräsentamen, Triade 21). Bau 2 zeigt zu diesem Zeitpunkt eine Steinanordnung, die offenbar sowohl Mayas Erwartungen der Umsetzung ihrer Bauanleitung für Stockwerk I von Bau 1 entspricht als auch für Dennis einen annehmbaren Ausgangspunkt für die weitere Interaktion bietet.

Theoretische Einordnung der herausgearbeiteten Analyseergebnisse

Beide Analysen – die Interaktionsanalyse und die Semiotische Analyse – zeigen die *Veränderung der Rahmung* in Bezug auf die von den Schüler*innen angenommenen Bedingungen, die an die Aufgabenstellung geknüpft sind: Maya und Dennis scheinen zu Beginn der analysierten Sequenz beide die Aufgabe so zu interpretieren, dass ein gegenseitiges Einsehen des jeweils anderen Arbeitsbereiches nicht erlaubt ist. Dies ergibt sich mutmaßlich aus der Materialvorgabe der Trennwand zwischen den beiden Arbeitsbereichen. Zu Beginn scheint die Bauanleitung aus Mayas Sicht damit so an Dennis weitergegeben zu werden, dass er diese vornehmlich *hörend* verstehen soll. Sie scheint demonstrativ darauf zu achten, nicht in seinen Arbeitsbereich zu blicken. Schaut sie doch einmal zu Bau 2, macht es den Anschein als *tarne* sie dieses Schauen gewissermaßen, in dem sie ihren Kopf nach vorne ausrichtet, so als blicke sie weiter in diese Richtung, während sie offenbar tatsächlich nach unten und links in Dennis' Arbeitsbereich schaut (vgl. z. B. Äußerung 1b.21f bzw. Triade 2). Dennis agiert in seinem Arbeitsbereich und begibt sich weitgehend in die Rolle des Ausführenden, die ihm situationsbedingt zugewiesen ist. In der gesamten Sequenz formuliert er dabei lautsprachlich keinerlei Rückfragen an Maya, bezogen auf bestimmte Steine oder deren Anordnungen. Vielmehr wiederholt er die lautsprachliche Äußerung „so“, häufig verbunden mit einer Stimmensenkung oder auch einer Stimmhebung (z. B. Äußerung 3 bzw. Triade 3, Äußerung 5 bzw. Triade 5b, Äußerung 9a bzw. Triade 8b) nach der Ausführung eines Bauschrittes. Dies

wurde als Hinweis darauf gedeutet, dass er den entsprechenden Bauanleitungsschritt ausgeführt hat und nun bereit für einen weiteren ist, seltener auch als Rückfrage, ob seine Anordnungen der Steine auf diese Weise Mayas Vorstellung entspricht (vgl. Äußerung 9a bzw. Triade 8b). In den Analysen wurde dieses Vorgehen auch als Muster in der Interaktion rekonstruiert, das offenbar beiden Schüler*innen vertraut erscheint oder auch den Arbeitskonsens beider für den Einstieg in den Nachbau bildet: Maya gibt einen überschaubaren Bauschritt vor, der von Dennis anschließend umgesetzt wird, daraufhin folgt optional eine Evaluation durch Maya und anschließend der nächste Schritt, usw.

Dieses gemeinsame Agieren ist von der situationsbedingten *Rahmungsdifferenz* geprägt, die bald zu Kontroversen bezüglich der Interpretation, wie die Steine angeordnet werden müssen, führt: Maya kennt Bau I und kann ihn während der Sequenz jederzeit weiter betrachten, für Dennis ist Bau I jedoch unbekannt und nicht sichtbar. Während Maya in ihrem Arbeitsbereich gestisch einen Bauplan von Bau I als Link zwischen den beiden Bauten zeichnet, interpretiert Dennis zu Beginn vornehmlich Mayas lautsprachliche Darstellungen und versucht sie, in Handlungen an Bau 2 umzusetzen. Er ist auf diese Angaben Mayas angewiesen als Zugang zu Informationen über Bau I, die ihm ein Nachbauen ermöglichen sollen. Dabei wird an ihn die Anforderung gestellt, im weiteren Fortschreiten weitere Steine in bereits bestehende materiell verfügbare bereits vorgenommene Steinanordnungen einzupassen, während Maya in ihrem gestischen Bauplan schrittweise weitere Gesten an kurzfristig und flüchtig verfügbare, nur durch ihre Gestik vorübergehend quasi-materialisierte Steinanordnungen ansetzt. Dennis Agieren erfordert mutmaßlich ein passgenaueres Arbeiten, weil die von ihm bereits gesetzten Steine weiter präsent sind. Maya steht vor der Herausforderung, von ihrer Perspektive auf Bau I und ihren Kenntnissen zu der Gestalt und Struktur zu abstrahieren und für Dennis mitzudenken, welche Informationen er für den Nachbau brauchen könnte, und zwar so, dass er zumindest zu Beginn der Sequenz ihre Ausführungen vornehmlich hörend verstehen und umsetzen kann. Zudem muss sie vorausgegangene Bauschritte kognitiv präsent halten oder erinnern, um daran anknüpfend gestisch weiterbauen zu können. Ihre eigene Bauplan-Gestik hat also für Maya hier einen situativ überdauernden Charakter und bildet gewissermaßen thematisch eine Klammer in der Interaktion.

Mayas Gestik ist mutmaßlich entsprechend ihrer Rolle als Erläuternde präserter als Dennis' gestische Äußerungen innerhalb der analysierten Sequenz. Mayas Gestik im ersten Teil dient – vermeintlich stärker für sie selbst als für Dennis – als Link zwischen den beiden Gebäuden Bau I und Bau 2 und übernimmt die Funktion eines gestischen Nachbaus bzw. Bauplan, der ihr Orientierung innerhalb der eigenen Bauanleitung zu geben scheint und einerseits die kognitive Leistung der Erinnerung und aufeinander Bezogenheit ihrer Gestik erfordert, andererseits kognitiv gerade durch die Möglichkeiten der dreidimensionalen Darstellung der Gestik entlastend wirken kann. Im Sinne der Gesten-kategorien von McNeill (1992) lässt sich ihre Gestik hier vornehmlich der *ikonischen Dimension* zuordnen (vgl. McNeill, 1992, S. 12ff;

Kap. 3.1.4): Nicht verfügbare Objekte im Gestenraum werden durch die Gestik dargestellt. Nach Müller (1998, 2013; Kap. 3.1.4) *repräsentieren* die Gesten Mayas hier einerseits Steine (vgl. Äußerung 4a.13ff bzw. Triade 4), andererseits zeigt Maya Gesten, die Steine bzw. Anordnungen von Steinen als Bauplan *nachzeichnen* (vgl. Äußerung 4a.10ff bzw. Triade 4) oder ein markantes, gerade bedeutsames Merkmal der Steine, wie ihrer Breite oder Länge, hervorheben. Später in Äußerung 18.4ff bzw. Triade 16a zeigt Maya eine Drehbewegung über Steinen von Bau 2, was nach Müller (1998) als *Agieren der Hand* im Sinne des Nachstellens einer Handlung und nach McNeill (1992) erneut als *ikonische Geste* mit Verweis auf eine Handlung eingeordnet werden kann. Nach Weidingers (2016) Untersuchung zur Bedeutung pantomimischer Gesten im Spracherwerbsprozess kann dies als „*Imaginary Object*“ Pantomime verstanden, was auf Mayas Fähigkeit hindeuten kann, dass sie in der Lage ist, Merkmale bzw. Eigenschaften von Dingen zu selektieren und gestisch darzustellen (vgl. Weidinger, 2016, S. 65f u. S. 73ff; Kap. 1).

Mayas Gestik als Bauplan verweist auf die Anordnung gemeinter Steine in Bau I, deren räumliche Relation zueinander, die Lage und Position im Raum. Sie gestikuliert meist reduziert auf ein äußerliches Merkmal der Steine, z. B. deren längliche Ausprägung. Ihre Hände repräsentieren durchaus auch selbst Objekte, gemeinte Steine z. B. mit der O-Handform in Äußerung 4a.15f bzw. Triade 4. Dennis' übersetzt Mayas lautsprachliche Anweisungen im ersten Teil der Interaktion in Handlungen – die Ausführung der Bauanleitung. Es kommt also zu einer modusübergreifenden Transformation der Zeichen von einem Modus in den anderen Modus. Dies ist bspw. in der Semiotischen Prozess-Karte von Triade 2 zu Triade 3 zu beobachten: Maya formuliert im lautsprachen Teil der Triade 2 „auf der rechten- u auf der linken Seite sind zwei große(...)“, was Dennis im gestischen Teil von Triade 3 als parallele, symmetrische Anordnung der beiden 12er Steine umsetzt. Bei der Transformation von Zeichen aus Mayas gestischem Modus in eine Handlung von Dennis entstehen dann aber in der Folge offenbar Schwierigkeiten bzw. sie wird nicht umgesetzt (vgl. Triade 4 zu Triade 5b): Dennis könnte durch die situative Anordnung der Arbeitsbereiche zwar Mayas Bauplan-Gesten einsehen, scheint dies aber nicht zu tun oder die Gesten weniger für seine Interpretationen zu nutzen, mutmaßlich weil auch er davon ausgeht, dass dies in den Vorgaben der Aufgabe gar nicht erlaubt ist. Es sind nahezu keine Blicke seinerseits in Mayas Arbeitsbereich zu beobachten (vgl. Tab. 9.3.6_20).

Es wird hier für Maya und Dennis offenbar zunächst nötig, auszuhandeln, welche Zeichen überhaupt bzw. welche Modi – lautsprachlicher, gestischer, handelnder, möglicherweise auch inskriptionaler Modus – innerhalb der Interaktion gebraucht bzw. genutzt werden dürfen. Es wird ausgehandelt, wie verwendete Zeichen gestaltet werden dürfen bzw. beschaffen sein müssten, um die Aufgabe unter Beachtung der gegebenen Bedingungen (Bekanntheit bzw. Unbekanntheit von Bau I; gegenseitiges Schauen in den Arbeitsbereich ist mutmaßlich nicht erlaubt), bewältigen zu können. Dabei greifen Maya und Dennis offenbar auf verschiedene Modi zurück und transformieren auch Zeichen in andere Modi: Maya nutzt insbesondere zu

Beginn offensichtlich stärker für sich Gestik *und* Lautsprache zur Darstellung der Bauanleitung, während Dennis hier mutmaßlich hauptsächlich Mayas *lautsprachliche Zeichen* nutzt und diese in *Handlungen* an Bau 2 transformiert. Vermutlich als Interpretation des lautsprachlichen Zeichens von B in Äußerung 13a bzw. Triade 11a: „Guck mal was die Maya erklärt“, bewegt sich Maya dann in Dennis' Arbeitsbereich, greift ihre eigenen gestischen und lautsprachlichen Zeichen auf und variiert bzw. erweitert die Gestik bezüglich Ausführungsart und -ort und ebenso die Lautsprache bezüglich einer offenbar genaueren Formulierung (vgl. Zusammenfassende Interpretation der Interaktionsanalyse oben): Sie gestikuliert und formuliert lautsprachlich in Äußerung 15a und b bzw. Triade 13a kleinschrittiger oder mehr ausdifferenziert als in Äußerung 1b bzw. Triade 2. Dabei bewegt sie sich in Richtung Dennis' Arbeitsbereich, während Maya in Äußerung 1b bzw. Triade 2 noch ausschließlich in ihrem Arbeitsbereich agierte.

Die Bewegung Mayas in Richtung, und schließlich ganz in Dennis' Arbeitsbereich wurde in beiden Analysen in zwei Schritten deutlich: Zunächst der eben beschriebene Schritt ungefähr bis auf Höhe der Trennwand bei Äußerung 15a und b bzw. Triade 13a. In diesem ersten Schritt behält Maya die gestische Erzeugung eines Bauplanes bei (vgl. Abb. 9.3.6_63). In einem weiteren Schritt bewegt sich Maya dann aber schließlich ganz in Dennis' Arbeitsbereich, gestikuliert direkt an Bau 2 und bindet ihre lautsprachlichen Anweisungen häufig mit Zeigegesten an konkrete Steine bis hin zu einem eigenen Eingreifen an Bau 2 in Form einer Steinverschiebung (vgl. Äußerung 20.3 bzw. Triade 17a). Aus semiotischer Perspektive auf das *diagrammatische Arbeiten* beim Mathematiklernen (vgl. Dörfler, 2006a; Schreiber, 2010; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2) lässt sich dies beschreiben als ein Wechsel zwischen Mayas gestisch erzeugtem Diagramm des *Bauplanes* in ihrem Arbeitsbereich, das für sie als Link zwischen den beiden Bauten Bau 1 und Bau 2 diente, hin zum Diagramm *Bau 2* in Dennis' Arbeitsbereich, an dem Maya dann auch selbst manipuliert. Die Gestik Mayas übernimmt im Diagramm *Bauplan* zunächst die Funktion von Inskriptionen, zeigt damit vorübergehend und in ihrer Flüchtigkeit *inskriptionalen Charakter*. Mayas Bauplan-Gesten in dieser inskriptionalen Funktion erweisen sich als „[...] Externalisierungen [...] von Lösungsideen und -hinweisen [...]“ (Schreiber, 2010, S. 27) und weisen die von Schreiber (2010) beschriebenen inskriptionseigenen Merkmale auf (vgl. Schreiber, 2010, S. 27f):

Die von Maya genutzten gestischen Inskriptionen zur Darstellung des Bauplanes erweisen sich als *mobil*, indem sie wiederholt auftreten. Sie sind damit rekonstruierbar in Mayas Zeichenrepertoire: Maya zeichnet zunächst gestisch den Bauplan in ihrem Arbeitsbereich, wiederholt den Bauplan dann im gestischen Modus teilweise auf Höhe der Trennwand, um schließlich die Bauschritte an Bau 2 modellartig und gemeinsam mit Dennis am konkreten Material umzusetzen. Dabei weist die Darstellung der Bauschritte *Eigenschafts- und Relationstreue* auf. Die genutzten inskriptionalen Gesten werden selbst zum mathematischen Objekt (Bauplan), das im Rahmen des *diagrammatischen Arbeitens* der beiden Schüler*innen regelkonform zur Vorgabe von Bau 1 manipuliert, beobachtet, erstellt wird. Man kann hier

den Originalbau Bau 1, den gestischen Bauplan von Maya und den Nachbau Bau 2 von Dennis als ein in Relation stehendes System mehrerer Diagramme oder als ein gemeinsames größeres Diagramm verstehen, bei dem situationsspezifisch diese verschiedenen Teile mehr oder weniger ins Zentrum der interaktionalen Aushandlung rücken: Zunächst wird Bau 1 mit dem gestischen Nachbau in Mayas Arbeitsbereich abgebildet (bzw. Stockwerk I von Bau 1) und dann ein erneut gestisch begonnener Bauplan auf Höhe der Trennwand gestisch erzeugt. Mit dem abschließenden Wechsel zum permanent verfügbaren Diagrammteil in Form des Nachbaus Bau 2 in Dennis' Arbeitsbereich verändern sich dann auch die Gesten: Sie sind nicht mehr Teil des nun in Bausteinen erstellten Diagramms, sondern zeigen daran die nötigen Manipulationen an, um einen kongruenten Nachbau von Bau 1 zu erzeugen. Dabei weisen die verschiedenen Diagrammteile für sich selbst jeweils eine relationale Struktur auf, also z. B. die räumlichen Relationen der Materialanordnung, die Maya gestisch umsetzt. Gleichzeitig dienen die Diagrammteile untereinander als Relation zum jeweils anderen Teil – das gestische Diagramm als Link zwischen Bau 1 und Bau 2 – als gegenseitige Abbildung im Sinne einer Verschiebung und ebenso gegenseitig als eine Art Proberaum oder Testbetrieb für die jeweils andere Abbildung im Gesamtgefüge des Diagramms: Es wird an Bau 1 etwas nachgeschaut, was dann im gestischen Diagramm umgesetzt wird, Dennis versucht dies nachzubauen mit den Bausteinen und Maya evaluiert schließlich diesen Bauschritt. Mayas Gestik wird damit im Verlauf der Interaktion bzw. des Zeichenprozesses *diagrammatisch gebraucht* oder ist *selbst das Diagramm* (Bauplan) oder zeigt nötige Manipulationen am Diagramm (Bau 2) an: Einzelne Gesten (Inskriptionen) werden in Relation zueinander gesetzt, indem weitere Steine gestisch hinzu gezeichnet oder eingesetzt werden und die Gestik verweist auf relationale Strukturen der Steine in Bezug auf deren Anordnung im Raum (vgl. u. A. Äußerungen 1b, 4a, 15a u. 15b bzw. Triaden 2, 4, 13a). In der Gesamtheit ergibt sich das Bild eines größeren Diagrammgefüges oder Diagramms aus mehreren Teilen, nämlich aus einem permanent verfügbaren Diagramm (Bau 1) als taktil erfahrbare Materialanordnung, als gestisches Diagramm, das wiederholt erzeugt Bau 1 kongruent abbildet und schließlich als das permanent verfügbare materielle Diagramm des Nachbaus Bau 2, zu dem schließlich gewechselt wird.

Weil Mayas Gesten hier als Diagrammteil oder Diagramm des Bauplans vorübergehend *inskriptionale Funktion* aufweisen, nämlich wie ein auf Papier gezeichneter Bauplan verwendet werden und zentrale geometrische Eigenschaften des Originalbaus in weiten Teilen ausschließlich in der Gestik hervorgebracht werden, ließe sich hier im theorieerweiternden Sinne des Ansatzes von Fricke (2012) von einer *Code-Integration* und *Code-Manifestation* sprechen: Die Gestik kann *funktional* mathematische Inskriptionen *übernehmen* und dient dabei *selbst als mathematisches Objekt mit entsprechenden Eigenschaften*. Mayas Gestik ist in ihrer Flüchtigkeit nicht Bau 1, sondern bildet diesen Bau gestisch als Bauplan in ihrem Arbeitsbereich ab. Die Gestik wird inskriptional und diagrammatisch gebraucht.

Als Herausforderung erweist sich aufgrund der *Rahmungsdifferenz* (Bau I bekannt bzw. unbekannt), wie beide Schüler*innen dieses erzeugte Diagramm *Bauplan* lesen und in einer aufeinander kollektiv abgestimmten Weise deuten können. Dennis fehlen z. B. mutmaßlich Informationen über Gesamtgestalt, Struktur oder grundsätzlichem Aufbau von Bau I im Gegensatz zu Maya, die beide Bauten – Bau I und Bau 2 – kennt. Damit ist ihm die Legende, die Lesart des Diagramms nicht zugänglich. Darüber hinaus geht er möglicherweise davon aus, dass er situationsbedingt Mayas gestischen Diagramm gar nicht sehen bzw. nutzen darf. Offenbar ist deshalb ein Wechsel zum Diagramm *Bau 2* erforderlich. Die *Rahmungsdifferenz* bezüglich der Kenntnis oder Unkenntnis über Bau I zwischen den beiden Schüler*innen und ihre situationsspezifische Rollenverteilung als *Erklärende Expertin für Bau I* (Maya) und *Unwissender Nachbildner von Bau I* (Dennis) stellen sich von da an gewissermaßen nicht mehr als schwer überwindbare Hürden im Aushandlungsprozess dar, sondern ermöglichen geradezu beiden eine Teilhabe an der gemeinsamen Konstruktion von Bau 2 (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 17f; Kap. 4.2): Maya ist die Expertin für Bau I und ihr kleinschrittiges Agieren direkt an Bau 2 eröffnet Dennis im letzten Abschnitt der analysierten Sequenz *Teil zu sein* dieser kollektiven Hervorbringung (Nachbau Bau I) bis hin zur Modellhandlung (vgl. Äußerung 20.3 bzw. Triade 17a), die Dennis eine Orientierung an Mayas Handeln für ein eigenes Agieren an Bau 2 bietet.

9.3.7 Komparation der Analysen der Beispiele 4 und 5 im mathematischen Bereich Geometrie

Es erfolgt in diesem Abschnitt die komparative Analyse (vgl. Kap. 8.2.1) der Interpretationen aus den Analysen der beiden Geometrie-Sequenzen (vgl. Kap. 9.3.5 u. Kap. 9.3.6). Damit erfolgt der Vergleich der Analyseergebnisse der Sequenz von Jana und Ayse (Geometrie: Beispiel 4)²⁵⁴ mit den Ergebnissen der Analyse der Sequenz, die von Maya und Dennis (Geometrie: Beispiel 5) mit dem Bauen und Nachbauen von LEGO® DUPLO® Gebäuden gestaltet wurde. Der in Kapitel 7.3 der vorliegenden Arbeit dargestellte Forschungsfokus leitet auch diese vergleichende Betrachtung der Analyseergebnisse im mathematischen Bereich Geometrie:

*Wie nutzen Grundschüler*innen Gestik und Lautsprache, insbesondere in deren Zusammenspiel, um ihre mathematischen Ideen in den interaktiven Aushandlungsprozess einzubringen und über den Verlauf der Interaktion aufzugreifen, möglicherweise weiterzuentwickeln oder auch zu verwerfen?*²⁵⁵

Der Vergleich wird auch hier anhand von ausgewählten Gesichtspunkten gezogen. Diese umfassen analog zur Komparation der Analysen im mathematischen Bereich der Kombinatorik:

1. Die *vergleichende Betrachtung von Gesten*, die in den einzelnen oder beiden Sequenzen von den Interagierenden erzeugt werden;
2. Die *Beschreibung der Funktionen dieser rekonstruierten Gesten* in den beiden Sequenzen;
3. Der *Vergleich von Rahmungen und Rahmungsdifferenzen*, die über den Verlauf der Interaktion emergieren.²⁵⁶

Bei beiden analysierten Sequenzen handelt es sich um die Beschäftigung der Schüler*innen-Paare mit dem Nachbau eines zuvor selbst erstellten LEGO® DUPLO® Gebäudes, das von dem*r jeweiligen Partner*in nachgebaut werden soll unter Verwendung eines andersfarbigen, gleichen Bausteinrepertoires. Während der Bauphase der jeweiligen Originalgebäude zu

²⁵⁴ Die Beispiele sind insgesamt entsprechend ihrer Darstellungsreihenfolge innerhalb der vorliegenden Arbeit durchnummeriert: In der Kombinatorik wurden Beispiel 1 (Jakob und Claus), Beispiel 2 (Jana und Ayse) und Beispiel 3 (Maya und Dennis) betrachtet. In der Komparation zur Geometrie wird die Nummerierung zugunsten einer geeigneten Zuordnung fortgesetzt: Hier werden die Analysen von Beispiel 4 (Jana und Ayse) und Beispiel 5 (Maya und Dennis) verglichen.

²⁵⁵ Die ausdifferenzierenden weiteren Forschungsfragen zu diesem übergeordneten Forschungsfokus (vgl. Kap. 7.3) werden in Kapitel 10 in Bezug auf die Forschungsergebnisse diskutiert.

²⁵⁶ Bei den Analysen der Geometrie-Sequenzen zeigten sich die Rahmungen und Rahmungsdifferenzen als prominente Entwicklungen in den Interaktionsverläufen, weshalb hier diese Aspekte in erster Linie betrachtet werden. Abduktive Schlüsse traten zunächst weniger prominent als bei den Kombinatorik-Sequenzen auf. Dies liegt mutmaßlich daran, dass sich bei der Kombinatoriksituation stärker die Entwicklung *einer bestimmten Lösungsidee* zum gegebenen Problem rekonstruieren ließ. Bei der Geometrie-Sequenz ist die Anlage der Situation etwas anders gewählt: Es wird nicht *die Lösung* für ein mathematisches Problem gesucht, sondern vielmehr eine Aufgabe zum Bauen und Nachbauen angeboten (vgl. mathematisches Situationspattern, Anhang 1-2).

Beginn der Situation diente eine Trennwand zwischen den Arbeitsbereichen dazu, dass die Schüler*innen gegenseitig ihre Gebäude nicht sehen konnten (vgl. zugehöriges mathematisches Situationspattern, Anhang I-2).

Bei der von Jana und Ayse gestalteten Situation (Geometrie: Beispiel 4) entschieden die beiden Schülerinnen gemeinsam, diese Trennwand zu entfernen. Jana hatte zu diesem Zeitpunkt bereits teilweise Ayses Gebäude (Bau 1) als Bau 2 nachgebaut. Beide Schülerinnen streben in der analysierten Sequenz (Geometrie: Beispiel 4) gemeinsam ohne Trennwand eine Angleichung von Bau 2 als kongruenten Nachbau von Bau 1 an, weil sie offenbar zu diesem Zeitpunkt der Meinung sind, diese Aufgabe mit Trennwand nicht weiter bewältigen zu können.

Bei Maya und Dennis (Geometrie: Beispiel 5) zeigt die ausgewählte Sequenz einen Teil aus der Situation, in dem Dennis versucht, Mayas Gebäude nachzubauen. Dabei startet Maya ihre Bauanleitung anhand des unteren Stockwerks ihres Baus (Originalgebäude, Bau 1) und erläutert Dennis einzelne Bauschritte. Die Trennwand wird dabei zunächst als Abtrennung zwischen den beiden Arbeitsbereichen der Schüler*innen interpretiert, wobei Maya sich im Verlauf der Sequenz immer weiter in Dennis' Arbeitsbereich bewegt, bis sie schließlich selbst eine Steinpositionierung an Bau 2 vornimmt (vgl. Kap. 9.3.6; Anhang 2-5). Ein gegenseitiges Einsehen der Arbeitsbereiche ist zu jeder Zeit in der ausgewählten Sequenz möglich, wobei die Trennwand Mayas Gebäude vor Dennis' Augen abschirmt. Sie wird zudem von den Schüler*innen mindestens zu Beginn der analysierten Sequenz im Sinne eines Verbots des gegenseitigen Schauens in den jeweils anderen Arbeitsbereich interpretiert.

Die beiden zu vergleichenden Analysen basieren auf Sequenzen, die sich in Bezug auf das Vorhandensein bzw. die Bedeutungszuschreibung der Trennwand auf den ersten Blick unterschiedlich gestalten. Es ist darüber hinaus festzuhalten, dass Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4) innerhalb der ausgewählten Sequenz beide Gebäude jederzeit sehen können, während für Dennis in Beispiel 5 das Originalgebäude abgedeckt bzw. verborgen hinter der Trennwand bleibt, er also über keinerlei Kenntnis bezüglich des Aussehens und des Aufbaus des Originalgebäudes verfügt.

Zum ersten Gesichtspunkt – Vergleich der erzeugten Gesten: In der Sequenz von Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4) lassen sich vornehmlich Zeigegesten im Gestenrepertoire beobachten, und zwar im Schwerpunkt tippende oder auch positionsanzeigende²⁵⁷ Zeigegesten. Häufig werden die tippenden Zeigegesten verwendet um Dinge – z. B. bereits verbaute Steine oder Steinübergänge – zu zählen oder auch etwas auszumessen durch

²⁵⁷ Tippende Zeigegesten werden hier verstanden in Abgrenzung zu etwa richtungsweisenden Zeigegesten oder solchen, die z. B. Umrisse einer bestimmten Form nachzeichnen. Tippen wird demnach hier verstanden als eine kurze oder auch mit kurzer Fixierung ausgeführte Berührung z. B. einer bestimmten Stelle an einem Gebäude oder auch das in der Luft Abtippen von bestimmten Dingen ohne Berührung. Häufig werden die tippenden Zeigegesten in Beispiel 4 wiederholt von den beiden Schülerinnen auf dieselbe Stelle oder denselben Stein ausgeführt.

Zählen (Ayse). Bei Jana lässt sich anhand ihrer tippenden Zeigegesten auch ein Ausloten von Positionen beobachten, an welchen Stellen in ihrer Interpretation weitere Steine platziert werden müssen (vgl. Äußerung 8 bzw. Triade 6b; Abb. 9.3.7_68). Solche Zeigegesten werden von beiden Schülerinnen zudem häufiger wiederholend ausgeführt, um möglicherweise eine Position besonders zu betonen im doppeldeutigen Sinne, nämlich sowohl bestimmte Steinpositionen als auch die eigene Überzeugung davon, dass hier etwas am entsprechenden Bau verbaut oder auch (anders) positioniert werden muss.

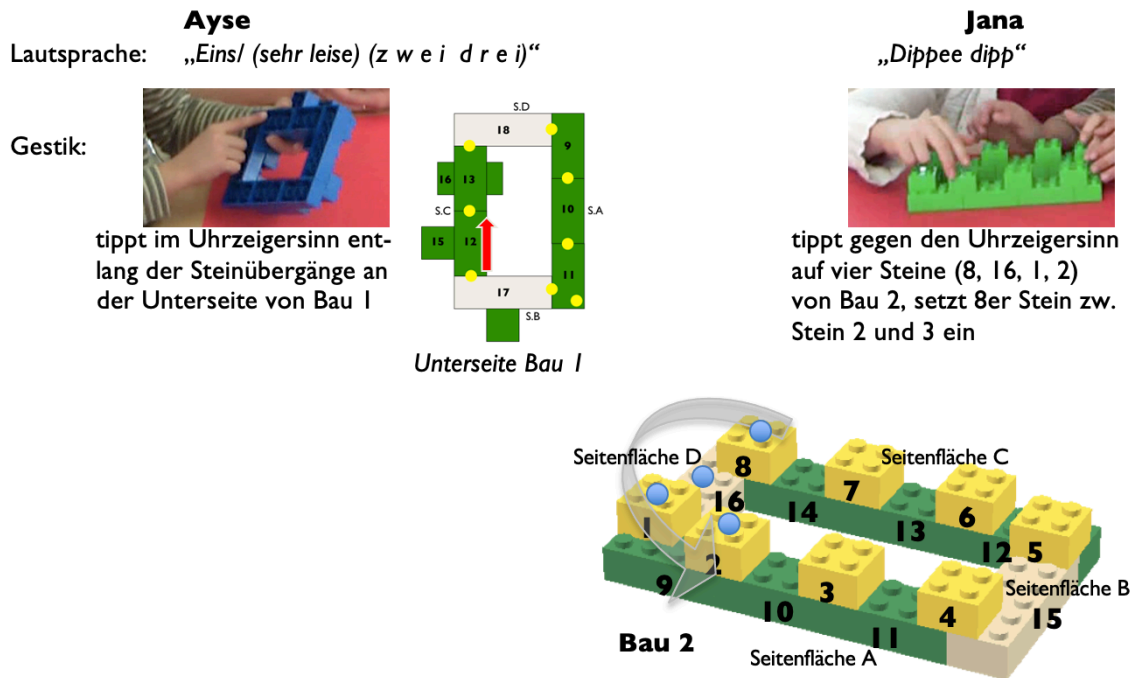


Abb. 9.3.7_68 Ausgewählte tippende Zeigegesten von Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4) (vgl. Äußerung 4 bzw. Triade 4a u. Äußerung 8 bzw. Triade 6b)

Zudem wird im ersten Teil der ausgewählten Sequenz (Geometrie: Beispiel 4) deutlich, dass Ayses tippende Gesten vor allem darauf verweisen, wie sie beide Bauten in Relation zueinander setzt: In Äußerung 7.13f bzw. Triade 6a tippt sie zwischen Stein sieben und acht von Bau 2. Ihr Entfernen von Stein fünf von Bau 2 zusammen mit dem Blick auf Seitenfläche B von Bau 1 (vgl. Äußerung 9.2ff) zeigt, dass sie offenbar die Seitenflächen der beiden Gebäude so aufeinander abbildet, dass Seitenfläche B von Bau 1 auf Seitenfläche B von Bau 2 abgebildet wird, Seitenfläche C von Bau 1 auf Seitenfläche C von Bau 2, usw.

Diese Deutung ist nicht konform zu Janas diesbezüglicher Interpretation der Abbildung. Es wird im Verlauf der Analyse in der Interaktion deutlich, dass Jana vielmehr Seitenfläche C von Bau 1 auf Seitenfläche A von Bau 2 abbildet (vgl. Kap. 9.3.5). Während Ayse also eine Verschiebung als Nachbau von Bau 1 erzeugen möchte, nimmt Jana eine Spiegelung von Bau 1 vor. Ayse passt dann aber im Verlauf ihre diesbezügliche Rahmung an Janas Idee der Spiegelung an, und zwar durch die von Jana initiierte Veränderung der Materialanordnung an Bau 2. Jana schafft gewissermaßen Tatsachen, indem sie die 8er Steine an Seitenfläche A von

Bau 2 entsprechend ihrer Spiegelungs-Idee positioniert (vgl. Äußerungen 10.3ff u. 12.4ff bzw. Triaden 7b u. 8b). Die nach außen überstehenden 8er Steine sind ein äußerlich markantes Merkmal von Bau 1 (vgl. Abb. 9.3.7_69), so dass hieraus offenbar Ayse schließen kann, welche Seitenfläche des Originalbaus von Jana durch die Positionierung überstehender 8er Steine auf Bau 2 abgebildet wird. In der Folge schließt sich Ayse dieser Rahmung an, und zwar ohne explizite Absprache mit ihrer Interaktionspartnerin Jana.

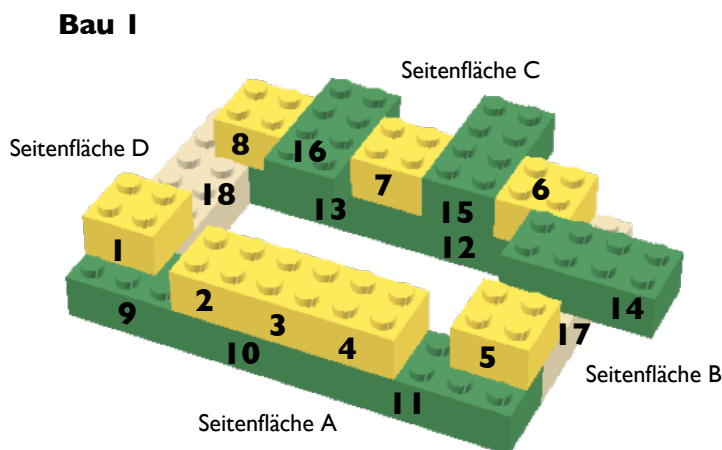


Abb. 9.3.7_69 Der von Ayse erstellte Originalbau Bau I mit Angabe der Seitenflächen

Jana (Geometrie: Beispiel 4) zeigt im ersten Teil der analysierten Sequenz neben den tippenden Zeigegesten auch eine Präsentationsgeste ihres Bau 2 (vgl. Äußerung 5a.4ff bzw. Triade 4b), die auf eine abgeschlossene Handlung (möglicherweise Fertigstellung von Bau 2) verweist und die die Aufmerksamkeit aller Beteiligten potentiell auf ihren Bau 2 lenken soll. Man kann hier rekonstruieren, wie Handlung und Gesten komplex ineinander wirken (vgl. Huth, 2011a, 2014; Huth & Schreiber, 2017; Kap. 3.1.3): Jana präsentiert ihren Bau auf ihrer flachen Hand, verändert oder nutzt also den Bau hier nicht als ein Ding, an dem gehandelt wird, sondern das gestisch präsentiert wird.²⁵⁸ Sie begleitet diese Präsentationsgeste mit dem Ausspruch „(Tad e e) mein Haus ist fertig!“ (Äußerung 5a bzw. Triade 4b), wobei ihr in der Analyse an dieser Stelle eine spielerisch-alltägliche Rahmung unterstellt wird, durch die Jana kurzzeitig aus dem mathematischen Bestreben des Erzeugens eines kongruenten Nachbaus von Bau 1 auszusteigen scheint, um dann erneut einen Zugang zu finden (vgl. Kap. 9.3.5). Des Weiteren lässt sich bei Jana eine symmetrische, beidhändig und flach ausgeführte Abdeck-Geste ihres Bau 2 in Äußerung 14.2ff bzw. Triade 10 beobachten, die vorübergehend sowohl vor dem direkten Eingreifen, z. B. durch Ayse, als auch vor dem uneingeschränkten

²⁵⁸ Eine vergleichbare Geste zeigte im Rahmen früherer Datenerhebungen eine Schülerin, die sich mit ihrer Partnerin mit dem Volumen von Würfelkantenmodellen beschäftigte. Dazu füllten die beiden Schülerinnen ein Würfelkantenmodell mit einheitlich großen Holzwürfeln. Im Anschluss wurde das gefüllte Kantenmodell mit dem lautsprachlichen Ausspruch „Ta, da, da, da, wir haben ihn gefüllt“ durch eine der beiden Schülerinnen auf der flachen Hand in Augenhöhe und ungefähr zentral mittig zwischen die Schülerinnen geführt (vgl. Huth, 2010, S. 435). Es ist erkennbar, dass hierbei die Lautsprache in der Eingangsformulierung dieser Präsentationsgeste von beiden Schülerinnen – dem Mädchen mit dem Würfelkantenmodell und Jana hier in Beispiel 4 – vergleichbar sind, auch wenn sie natürlich unabhängig voneinander erzeugt wurden.

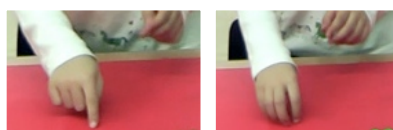
Blick auf Bau 2 durch alle Beteiligten schützt. Die Symmetrie in dieser Geste, die durch die Handform, den Ausführungsort und die Orientierung der Hände zueinander ausgedrückt wird, kann darauf verweisen, wie Jana Bau 1 und Bau 2 zueinander in Beziehung setzt: Es zeigt sich im Fortgang nämlich, dass sie offenbar zur Erzeugung einer kongruenten Abbildung eine Spiegelung von Bau 1 auf Bau 2 an einer gedachten Ebene zwischen den beiden Bauten vornehmen möchte, während Ayse eher an eine Verschiebung von Bau 1 als Abbildung auf Bau 2 zu denken scheint. Beides wurde in der Analyse herausgearbeitet (vgl. Kap. 9.3.5). Die symmetrische Abdeck-Geste Janas wird begleitet durch den lautsprachlichen Hinweis darauf, dass man offenbar durch vergleichendes *Gucken* vermeintlich zwischen den beiden Bauten *richtige* oder *falsche* Steinpositionierungen in Bau 2 identifizieren kann (vgl. Äußerung 14 bzw. Triade 10).

Im zweiten Teil der analysierten Sequenz (Geometrie: Beispiel 4, Kap. 9.3.5) wird die Strategie des *Guckens* in Verbindung mit dem *etablierten Zeigezeichen* auf eine Position an einem Gebäude unter der Bedingung, die vergleichbare Position am anderen Gebäude mitzumeinen, durch einen direkten handlungsbasierten *Kongruenzabgleich* ersetzt, und zwar durch das *Übereinanderstellen der Gebäude*, was zunächst durch Ayse in Äußerung 19.4ff bzw. Triade 15 initiiert und von Jana unmittelbar mit umgesetzt wird (vgl. Äußerung 20 bzw. Triade 16ff). Es sollen auf diese Weise offenbar Stellen an Bau 2 identifiziert werden, die noch keine kongruente Abbildung zur vergleichbaren Stelle an Bau 1 zeigen. Explizite Absprachen zwischen den Schülerinnen im lautsprachlichen Modus, z. B. darüber, was sie im nächsten Schritt beabsichtigen zu tun, finden über die gesamte Sequenz wenig statt. Stattdessen löst z. B. Ayse einen 4er Stein an Seitenfläche C von Bau 2 ab und erläutert erst *nach* einem sich anschließenden Protest Janas (vgl. Äußerung 24 bzw. Triade 18a) und einer Rückfrage von B (vgl. Äußerung 26 bzw. Triade 20), warum sie hier den Stein ablöst, bzw. was sie meint diesbezüglich erkannt zu haben. Ayse gebraucht an dieser Stelle für diese Erläuterung auf den entsprechenden Steinen fixierte Zeigegesten mit Zeige-, Mittel- und Ringfinger und betont mutmaßlich mit der besonderen Rhythmik und Fixierung der Gesten die Kompaktheit der drei lückenlos aneinander gesetzten 4er Steine an genau dieser Stelle an Bau 1. Lautsprachlich verweist sie dabei vornehmlich auf die *Anzahl drei* und weniger auf die besondere Position oder die zueinander lückenlose Anordnung dieser Steine an Bau 1 (vgl. Äußerung 27 bzw. Triade 21a). In der weiteren Sequenz wird diese Äußerung in der Interpretation Janas offenbar als *Mismatch* (Goldin-Meadow, 2003, S. 26ff; McNeill, 1992, S. 134ff; Kap. 5.4) gedeutet und auf interaktiver Ebene für den Aushandlungsprozess bedeutsam, mutmaßlich weil die Gestik hier auf ein zur Lautsprache verschiedenes Merkmal der Steine verweist: *Kompaktheit* als lückenloser Steinblock aus drei Steinen und ihre *Position* am Originalbau (Gestik) vs. *Anzahl der Steine* am Nachbau (Lautsprache). Es bleibt für Jana offenbar nicht nachvollziehbar, warum Ayse den 4er Stein von Bau 2 ablöst und damit die Anzahl von drei solcher Steine auflöst, wenn sie doch gleichzeitig davon auszugehen scheint, dass dort drei Steine hingehören. Jana scheint vornehmlich den lautsprachlichen Hinweis auf die Anzahl der Steine aufzugreifen und weist im Anschluss mit Nachdruck darauf hin, dass

die Anzahl von drei 4er Steinen doch längst an Seitenfläche C von Bau 2 erfüllt war (vgl. Äußerung 28 bzw. Triade 22a). Die lückenlose Positionierung, Kompaktheit und Position dieser Steine an sich, die aus Ayses Gestik interpretierbar gewesen wären, sind für Jana hier nicht relevant oder werden von ihr nicht als bedeutsam wahrgenommen. Für Jana steht vornehmlich die Anzahl von drei 4er Steinen im Vordergrund.

Am Ende der analysierten Sequenz von Jana und Ayse lässt sich beobachten, wie Jana offenbar über den Prozess einer mehrfach wiederholten, tippenden Zeigegeste zwischen beiden Bauten eine mathematische Erkenntnis für eine Anpassung einer weiteren Steinpositionierung an Bau 2 gewinnt (vgl. Äußerung 35 bzw. Triade 26a). Die Geste stellt hier erneut eine Verlinkung zwischen den beiden Bauten dar und zeigt die direkte Relation aus Janas Perspektive von Seitenfläche B von Bau 1 zu Seitenfläche D an Bau 2 an. Dabei verändert sich über das mehrfache rhythmische Hin- und Hertippen offenbar der von Jana zunächst gemeinte Stein an Bau 1 (Stein 14, vgl. Abb. 9.3.7_69) hin zu dem neuen Referenzobjekt, nämlich Stein 5 an Bau 1, den sie offenbar als Pendant zu Stein 8 an Bau 2 versteht (vgl. Äußerung 35.5ff bzw. Triade 26a). Ayse bleibt dabei eher in einer beobachtenden Rolle und zeigt ab Janas zweiter Tippgeste zwischen den beiden Bauten eine als Imitation zur Partizipation und Versuch des Nachvollzugs von Janas Perspektive rekonstruierte, ebenfalls wiederholt ausgeführte tippende Zeigegeste auf Stein 14 an Bau 1, die sie schließlich dort fixiert (vgl. Äußerung 36.2ff bzw. Triade 26b).

Bei der Analyse der Sequenz von Maya und Dennis (Geometrie: Beispiel 5, Kap. 9.3.6) scheinen die zunächst von Maya erzeugten Gesten zu Beginn geprägt zu sein von der gestischen Erstellung bzw. Zeichnung eines Bauplans in Mayas Arbeitsbereich, der als Link zwischen den beiden Gebäuden Bau 1 und Bau 2 dient (vgl. Abb. 9.3.7_70).



Maya: „Dann (.) kommt daneben so ein **Achter** und ein **Vierer**“



Maya: „Du musst die zwei langen nehm/ Dennis/ und dann machst du die **so** hin (so)\ einfach so hin(tun)\ (.) **hast** du“

Abb. 9.3.7_70 Beispiele für Mayas Gesten eines Bauplans von Bau 1 in ihrem Arbeitsbereich (Äußerung 4a bzw. Triade 4 u. Äußerung 15a u. 15b bzw. Triade 13a)

Die Besonderheit der Situation, welche maßgeblich die Rahmungen der Beteiligten und den Verlauf determiniert, ist die Tatsache, dass Maya Bau 1 kennt, während Dennis bis zuletzt Bau 1 nicht sehen kann und nie gesehen hat. Damit ist die Rollenverteilung allokativ und dann auch situativ weitgehend festgeschrieben – Maya als Expertin und Anweisende und

Dennis als Ausführender dieser Anweisung ohne Möglichkeit zur eigenständigen Validierung von Mayas Angaben zum Nachbau. Das nachzubauende Gebäude in der Sequenz von Maya und Dennis ist in seiner äußeren Gestalt ebenensymmetrisch (vgl. Abb. 9.3.7_71).



Abb. 9.3.7_71 Bau I (Originalbau) von Maya

Maya erläutert auch das untere Stockwerk als zwei zueinander ebenensymmetrische Teile, wengleich der Originalbau hier eine Verschiebung und keine Ebenenspiegelung aufweist, was für die äußere Gesamtgestalt des Gebäudes unerheblich ist. Bei Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4) zeigt der Originalbau Bau I demgegenüber keine symmetrische Gesamtgestalt. Ebenensymmetrie oder Verschiebung werden hier dann aber im Verlauf durchaus zum Thema des mathematisch Verhandelten, dann nämlich, wenn Jana einen zum Originalbau ebenensymmetrischen Nachbau erzeugen möchte, während Ayse diesen Nachbau als Verschiebung ihres Bau I beabsichtigt abzubilden.

Die Gesten zu Beginn bei Maya und Dennis (Geometrie: Beispiel 5, Kap. 9.3.6) scheinen, anders als bei Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4, Kap. 9.3.5), von Maya mutmaßlich zu einem größeren Anteil für sich selbst ausgeführt zu werden. Maya erinnert offenbar ihren Bauprozess von Bau I und versucht nun gestisch diesen in ihrem Arbeitsbereich nachzustellen. Sie baut sozusagen mit den gestischen Handbewegungen das erste Stockwerk zunächst in zwei Schritten nach: Sie setzt die 12er Steine und anschließend wohl beispielhaft für beide Teile von Bau I einen 8er und 4er Stein in ihren Bauplan gestisch ein. Dabei nutzt Maya häufig symmetrische, beidhändige Gesten, was mutmaßlich durch die symmetrische Gesamtgestalt des Originalgebäudes evoziert wird. Ihre Gesten zeigen dabei u. a. Lage, Länge bzw. längliche Ausprägung, kompakte Form und Grundfläche, räumliche Relation oder auch topologische Merkmale des Gebäudes oder einzelner Steine an. Maya betont dabei häufig ein zentrales Merkmal, z. B. die längliche Ausprägung von Steinen und reduziert damit die Gestalt der Steine auf eine markante äußerlich wahrnehmbare Eigenschaft. Es kommt auch vor, dass Mayas Hand für den gemeinten Stein selbst steht, z. B. bei den 4er Steinen (vgl. Äußerung 4a.15f bzw. Triade 4 u. Äußerung 15c.25ff bzw. Triade 14a). Es zeigt sich dabei die Spezifik der Ausdrucksmöglichkeiten der beiden Modi Gestik und Lautsprache (vgl. Kap. 3.1): Sie verweisen nämlich auch bei zeitgleicher Hervorbringung nicht unbedingt auf die gleichen Merkmale und Relationen der Steine. Andererseits gibt es auch Aspekte, die in beiden Modi ausgedrückt werden, so z. B. eine gewisse statische Beschreibung dessen, wie Steine im Originalbau verbaut sind z. B. in Äußerung 1b bzw. Triade 2. Eine Besonderheit in dieser Äußerung 1b bzw. Triade 2 zeigt sich auch darin, dass in der Gestik gewissermaßen die

tatsächliche Orientierung zu Beginn in Mayas Gestenraum durch einen nach rechts weisenden rechten Daumen ausgelotet wird, so als orientiere sich Maya zunächst in einer Art vorgestelltem Koordinatensystem, wie sie ihren gestischen Nachbau im Anschluss in ihren Arbeitsbereich einpassen kann und wie sie orientierungstreu den Bau erläutern kann.

Während Dennis im Verlauf der Sequenz mit der Herausforderung seines Arbeitsauftrages umgehen muss, an bereits gesetzte und konkret verfügbare, statische Gegenstände – hier also die 12er Steine – weitere Steine anzusetzen, ist Mayas gestischer Nachbau in ihrem Arbeitsbereich geprägt von der Flüchtigkeit gestischer Darstellungen (vgl. zur Spezifik gestischer Ausdrucksweisen Kap. 3.1.2). Sie muss im Prinzip ihre Gestik als gesamte Bewegungs- oder Bauabfolge erinnern, um den jeweils nächsten Schritt in Relation zu den bereits gestisch verbauten Steinen erneut gestisch erzeugen zu können. Ihre gestischen Darstellungen werden von Maya *inskriptional* bzw. *diagrammatisch* genutzt: Sie fertigt gestisch einen Bauplan an, eine mathematische Inskription, die trotz dieser beschriebenen Flüchtigkeit über mehrere Äußerungen Bestand hat. Durch die Erweiterung mit weiteren Inskriptionen, die mit den bereits erzeugten gestischen Inskriptionen in Relation stehen, entsteht ein Diagramm (vgl. Dörfler, 2006a, 2015), einen *Bauplan*, der im weiteren Verlauf von Maya regelhaft manipuliert und teilweise auch wiederholt dargestellt wird, entsprechend der Vorgaben des Originalbaus. Damit sind hier Charakteristiken von Inskriptionen (vgl. Schreiber, 2010, S. 27f; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2), die in ihrer Relation zueinander schließlich diagrammatisch gebraucht werden für die Gesten beschreibbar: Mayas Gesten sind Externalisierungen, zeigen eine gewisse Mobilität über mehrere Äußerungen im Verlauf der Sequenz bei gleichzeitiger Eigenschafts- und Relationstreu. Sie nutzt z. B. in Äußerung 8 bzw. Triade 8a und 11 bzw. Triade 10a sich wiederholende Gestenformen mit einer Variation im Ausführungsort. Voraussetzung für das *Lesen* und *Deuten* dieses gestischen Diagramms ist die Kenntnis über Regelmäßigkeiten und Relationen der Inskriptionen zueinander, über das Dennis situationsspezifisch zunächst nicht verfügt, weil er Bau I nicht kennt und die er gewissermaßen anhand der Reihenfolge und der räumlichen Realisierung der Gesten in Mayas Gestenraum gleichzeitig miterzeugen muss. Er muss sich die Relationsvorschriften und Regelmäßigkeiten des Diagramms aus Mayas lautsprachlichen Beschreibungen und gestischen Darstellungen erschließen, um selbst das Diagramm als Bau 2 in Form eines konkreten, materialisierten Nachbaus von Bau I in seinem Arbeitsbereich zu erstellen. Dennis übersetzt dabei vor allem zu Beginn der Sequenz vornehmlich Mayas Lautsprache in Handlungen, weil er ihre Gestik wohl aufgrund der Idee, er dürfe nicht in ihren Arbeitsbereich blicken, zunächst mutmaßlich weniger für seine Interpretationen der Bauschritte nutzt.

Die Trennwand, die bei Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4, Kap. 9.3.5) auf Grundlage einer gemeinsamen Entscheidung der Schülerinnen aus dem Arbeitsbereich entfernt wurde, schirmt in der analysierten Sequenz von Maya und Dennis (Geometrie: Beispiel 5, Kap. 9.3.6) Bau I vor Dennis' Blicken ab. In der Interpretation des Arbeitsauftrages behandeln Maya und

Dennis die Trennwand zudem so, als würde sie beide Arbeitsbereiche voneinander abschirmen, auch wenn es faktisch möglich ist, gegenseitig den Arbeitsbereich einzusehen. Jana und Ayse (Geometrie: Beispiel 4) haben jederzeit freie Sicht auf beide Gebäude. Bei Maya und Dennis (Geometrie: Beispiel 5) wird die Trennwand von beiden Schüler*innen als optische Trennung konform zu ihrer Deutung der an sie gerichteten Aufgabe interpretiert, auch wenn Dennis die Möglichkeit hätte, Mayas Arbeitsbereich und damit auch ihre gestischen Erläuterungen einzusehen. Beide zeigen sich aber offenbar bemüht, nach außen hin deutlich zu zeigen, dass sie gerade *nicht* gegenseitig in den Arbeitsbereich schauen. Vereinzelte Blicke werden versucht zu verschleiern, etwa ähnlich einer Abschreibe-Situation in einer Klassenarbeit (vgl. z. B. Äußerung 1b.21f bzw. Triade 2 u. Äußerung 4b.20 bzw. Triade 5a).²⁵⁹

Zum zweiten Gesichtspunkt – Funktion der erzeugten Gesten: Die tippenden Zeigegesten werden in Beispiel 4 von Jana und Ayse vornehmlich zur Positionsanzeige von Steinen und zur Verdeutlichung eigener Überzeugungen verwendet. Die Zeigegesten der beiden Schülerinnen übernehmen im ersten Teil der Sequenz also vornehmlich die übergeordnete Funktion des Anbindens von relativ unvollständigen lautsprachlichen Formulierungen an gemeinte Steine oder Stellen an beiden Bauten. Diese Zeigegesten werden zunächst im Peirce'schen Sinne also stärker *indexikalisch* gebraucht (vgl. Kap. 6.2) zur Steuerung der Aufmerksamkeit auf eine Position an einem Gebäude. Zudem wird durch die Gestik das *Wie* des in Relation Setzens der beiden Bauten durch die Schülerinnen in unterschiedlicher oder aneinander angepasster Weise deutlich. Damit erfüllen die Gesten für die mathematische Interaktion der Schülerinnen zentrale Funktion: Auf die Bewältigung der Interaktion bezogen übernehmen die tippenden Zeigegesten die Funktion, deutlich zu machen, wie die beiden Schülerinnen jeweils die Gebäude Bau 1 und Bau 2 in Relation setzen und verweisen damit explizit auf die aktivierten Rahmungen der Schülerinnen (Nachbau verstanden als Verschiebung bei Ayse; oder Ebenenspiegelung bei Jana). Die Gesten von Jana und Ayse (Geometrie: Beispiel 4, Kap. 9.3.5) zeigen die „als gemeinsam geteilt geltende Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18; vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14; Kap. 4.2) rekonstruierte Bedeutungszuschreibung der beiden Schülerinnen. Hierbei wird ein Stein oder eine Stelle gestisch durch das Tippen an einem Bau markiert, wobei die entsprechende Stelle am anderen Bau als abgebildetes oder abzubildendes Pendant mitgemeint wird. Dieses in der Gestik erzeugte und interaktiv etablierte Zeigeeichen, häufig auch als wiederholtes Tippen ausgeführt, erfüllt damit die Funktion der Verlinkung beider Gebäude, was durch den wiederholten visuellen Abgleich zwischen beiden Gebäuden, der als *Gucken* von den Schülerinnen umgesetzt bzw. bezeichnet wird, immer wieder überprüft und in hohem Maße durch dieses Zeigen bestimmt wird (vgl. u. a. Äußerung 9.4ff bzw. Triade 7a u.

²⁵⁹ Die Verschleierung von Gesten bzw. Verhaltensweisen und Bewegungen, die nach außen absichtlich als etwas anderes erscheinen sollen, sind durchaus ein bekanntes menschliches Interaktionsverhalten, das z. B. bei Kendon (2004) beschrieben ist (vgl. Kendon, 2004, S. 9 u. S. 15; Kap. 3.1.3). Bei Maya (und Dennis) könnte es hier darauf schließen lassen, dass sie bereits ein gewisses Niveau ihrer Diskursentwicklung erreicht haben und solche Verschleierungs-Techniken eingesetzt werden können.

Äußerung 13.11 bzw. Triade 9a; Äußerungen 14 bzw. Triade 10 u. Äußerung 14 bzw. Triade 11a).

Betrachtet man die beiden Gebäude im Peirce'schen Sinne als Diagramm in Form einer Materialanordnung aus Original- und Nachbau (vgl. Dörfler, 2006a, 102ff; Schreiber, 2010, S. 27f u. S. 41ff; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2), werden durch die Gesten der Schüler*innen Relationen der darin verwendeten Inskriptionen – der einzelnen Steinanordnungen – deutlich, mögliche Manipulationen angezeigt und Regelhaftigkeiten des in Relation Setzens beider Gebäude und besonders des Nachbaus herausgestellt. Insbesondere die tippenden Zeigegesten erhalten durch die in der Interaktion etablierte Bedeutung *des Meines des einen Steins bzw. der einen Position an einem Bau und des Mit-Meinens des entsprechenden Pendants am anderen Bau* den Stellenwert eines zu einem gewissen Grad innerhalb der Sprachgemeinschaft Jana und Ayse konventionalisierten Zeichens (vgl. zu möglichen Konventionalisierungen von Gesten Fricke, 2007, S. 196; Huth, 2014, S. 152; Kap. 3.2.3). Man erkennt hier eine Zeichenentwicklung, wie sie auch bei Sáenz-Ludlow (2018) beschrieben ist: Zunächst als Index zur Aufmerksamkeitssteuerung auf einen Stein oder eine Stelle an einem Gebäude gebraucht, wird das Zeigeeichen von Jana und Ayse zunehmend für den ikonischen Abgleich zwischen den Gebäuden verwendet und schließlich zu einer Gewohnheit (symbolischer Gebrauch) und immer dann verwendet, wenn eine Position an einem Gebäude in Relation zu der dazu vergleichbaren Position am anderen Gebäude gemeint ist.²⁶⁰ Diese Zeigeeichen wird damit mobil über den Verlauf der Interaktion durch das wiederholte Verwenden der Schülerinnen mitgetragen und entwickelt und verweist auf Eigenschafts- und Relationstreue der beiden Gebäude und somit auch auf die Legende bzw. Lesart des Diagramms aus beiden Gebäuden (vgl. Dörfler 2006a, 102ff; Schreiber, 2010, S. 41ff; Huth, 2018; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2).

An dieser Stelle lassen sich Vergleiche zu der Funktion der Gesten in Beispiel 5 (Geometrie, Kap. 9.3.6) von Maya und Dennis ziehen: Maya zeichnet gestisch einen Bauplan in ihrem Arbeitsbereich ebenfalls als Verlinkung zwischen Bau 1 und Bau 2. Es sind hier aber vornehmlich zunächst keine tippenden Zeigegesten wie bei Beispiel 4 (Jana und Ayse) im Gebrauch der Schülerin zu beobachten, sondern solche Gesten, die markante Eigenschaften wie Länge, räumliche Relation oder auch kompakte Form der einzelnen gemeinten Bausteine betonen (vgl. Äußerungen 1b.11ff bzw. Triade 2, Äußerung 4a.10ff bzw. Triade 4, Äußerung 8.5f bzw. Triade 8a, Äußerung 15b.8ff bzw. Triade 13a). Zeigegesten, nicht nur tippend, sondern auch richtungsweisend ausgeführt (vgl. Äußerung 20.4ff bzw. Triade 17a u. Äußerung 24.4ff bzw. Triade 20), werden von Maya erst dann erzeugt, als sie die Trennwand nicht länger als Trennung zwischen den Arbeitsbereichen von Dennis und ihr deutet, sondern in Dennis' Arbeitsbereich an seinem Nachbau Bau 2 agiert. Maya erstellt also

²⁶⁰ Sáenz-Ludlow (2018) beschreibt nach Peirce die Verwendung von Zeichen als indexikalisch, ikonisch oder symbolisch im Zusammenhang folgendermaßen: „In other words, symbols typically involve indices which, in turn, involve icons. This also means that icons are incomplete indices which, in turn, are incomplete symbols.“ (Sáenz-Ludlow, 2018, S. 197)

zunächst mit ihren Gesten ebenfalls ein mathematisches Diagramm (vgl. Dörfler 2006a, 102ff; Huth, 2018; Schreiber, 2010, S. 41ff; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2) unter der Bedingung der gegebenen Flüchtigkeit von Gesten aus miteinander regelhaft nach der Bauanleitung in Relation stehende Inskriptionen, nämlich den Bauplan innerhalb ihres Arbeitsbereiches. An diesem Diagramm zeigt sie schließlich, vergleichbar zu den Gesten von Jana und Ayse (Beispiel 4), die Manipulationen im Sinne des Erstellens des ersten Stockwerks als gestische Abbildung von Bau 1 an. Der Bauplan in Mayas Arbeitsbereich selbst fungiert wiederum als gestische Relation zwischen der Materialanordnung im gesamten Arbeitsbereich der Schüler*innen, der neben Mayas unmittelbar vor ihr befindlichen Arbeitsbereich auch Bau 1 hinter der Trennwand und Bau 2 von Dennis umfasst. Dann, im Verlauf der Sequenz löst Maya sich von diesem gestischen Diagramm des Bauplanes, weil es sich offenbar als schwierig erweist, die „als gemeinsam geteilt geltende Deutung“ (Krummheuer, 1992, 18; vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14; Kap. 4.2) mit Dennis, wie die gestisch und lautsprachlich beschriebenen Relationen und das so entstandene Diagramm zu lesen sind, hervorzubringen. Maya wechselt also das Diagramm von einem gestischen Bauplan in ihrem Arbeitsbereich zu Bau 2 in Dennis' Arbeitsbereich und damit zu einer dauerhaft verfügbaren Materialanordnung, die offensichtlich nun gemeinsam als Nachbau von Bau 1 angepasst werden soll. An Bau 2 zeigt sie dann im Abgleich zu Bau 1 die nötigen Manipulationen vornehmlich in Form von Zeigegesten an, um die als übergeordnete gemeinsame Rahmung in der entsprechenden Semiotischen Prozess-Karte (vgl. Kap. 9.3.6) rekonstruierte Aufgabe des Erstellens eines kongruenten Nachbaus des Originalgebäudes erfüllen zu können. Mayas Gesten zeigen damit *inskriptionalen Charakter*, fungieren zeitweise selbst als Diagramm, das wiederum die Gebäude Bau 1 und Bau 2 miteinander verlinkt. In diesem diagrammatischen Gebrauch ihrer Gesten agiert Maya an flüchtigen und vorübergehend gestisch quasi-materialisierten mathematischen Objekten und wechselt schließlich das Diagramm zu einer konkret verfügbaren Materialanordnung, nämlich Bau 2, an dem sie weitere von der Regelmäßigkeit der Symmetrie geprägte Manipulationen und Modellhandlungen z. B. in Form einer Drehgestik anzeigt (vgl. Äußerung 18.4ff bzw. Triade 16a).

Bei Dennis und Maya (Geometrie: Beispiel 5, Kap. 9.3.6) haben die Zeigegesten darüber hinaus aber auch einen etwas anderen Charakter als die tippenden Zeigegesten bei Jana und Ayse (Geometrie: Beispiel 4, Kap. 9.3.5), bei denen ja eine „als gemeinsam geteilt geltende Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18; vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 14; Kap. 4.2) rekonstruiert werden konnte. Bei Maya und Dennis (Geometrie: Beispiel 5) besteht keine gemeinsame Rahmung bezüglich der Kenntnisse über Bau 1. Dennis muss sich sozusagen blind auf Mayas Ausführungen und Deutungen, wie Bau 1 nachgebaut werden kann, verlassen bzw. kann hier nur als Ausführer der Bauanleitungsschritte agieren. Maya erzeugt richtungsweisende Gesten für Steinverschiebungen an Bau 2 oder auch Zeigegesten, um einen Stein zu markieren, der verbaut werden soll. Ebenso nutzt Maya Zeigegesten, um auf Positionen an Bau 2 zu zeigen, die noch nicht besetzt sind und nun mit einem bestimmten Stein besetzt werden sollen. Bei Beispiel 4 (Jana und Ayse) demgegenüber kennen beide

Schülerinnen das Originalgebäude und es zeigen sich über die Zeigegesten zwischen beiden Bauten Deutungsdifferenzen in der Frage, wie die Gebäude in Relation zu setzen sind und welche Art von kongruentem Nachbau erstellt wird. Vergleichbar ist jedoch die Anzeige von potentiellen Steinpositionen an beiden Bauten.

Zum dritten Gesichtspunkt – Emergenz von Rahmungen und Rahmungsdifferenzen: In beiden Analysen konnten Rahmungswechsel der Beteiligten rekonstruiert werden. Bei Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4) scheinen sich Rahmungsdifferenzen und daraus resultierende Rahmungswechsel vor allem darauf zu beziehen, ob ein kongruenter Nachbau als Spiegelung oder Verschiebung zu verstehen ist und welche Seitenfläche von Bau 1 auf welche Seitenfläche von Bau 2 abgebildet wird. Damit sind diese Rahmungswechsel offenbar eher auf fachlich mathematischer Ebene zu verorten, während bei Maya und Dennis (Geometrie: Beispiel 4) vornehmlich die differente Rahmung in Bezug auf das Vorwissen zum Originalbau und die Veränderungen der übergeordneten Rahmung bezüglich der Vorgaben, der an sie herangetragenen Aufgabe, die Aushandlung zu bestimmen scheinen.

Die angesprochene Rahmungsdifferenz von Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4) – Bau 2 als kongruente Abbildung in Form einer Ebenenspiegelung oder Verschiebung – eingebettet in die gemeinsame übergeordnete Rahmung, einen kongruenten Nachbau von Bau 1 zu erzeugen, wird vor allem im letzten Abschnitt des ersten Teils der analysierten Sequenz zum Thema der Aushandlung: Eine Angleichung von Janas Rahmung *kongruenter Nachbau als Ebenenspiegelung* an Ayses Rahmung *kongruenter Nachbau als Verschiebung* als Arbeitskonsens (Krummheuer, 1992, S. 34; Kap. 4.2) zugunsten einer gemeinsamen übergeordneten Rahmung der Erzeugung eines kongruenten Nachbaus wird erreicht, indem Jana offenbar Ayses Einschreiten an Bau 2 im Vergleich zu Äußerung 14 bzw. Triade 10 akzeptiert, wenn sie es vermeintlich auch nicht in Gänze inhaltlich nachvollziehen kann oder möchte (vgl. Äußerung 18 bzw. Triade 22a). Vorher sind Rahmungsdifferenzen bezüglich der Frage zu beobachten, auf welche Seitenfläche von Bau 2 welche Seitenfläche von Bau 1 abgebildet wird. Dies lässt sich vornehmlich an den von den Schülerinnen verwendeten Gesten und Handlungen rekonstruieren (vgl. Äußerungen 10 bzw. Triade 7b u. Äußerung 12 bzw. Triade 8b).

In der Sequenz von Maya und Dennis (Geometrie: Beispiel 5) verändert sich offenbar als Folge oder Deutung der Äußerung 13a u. 13b bzw. Triade 11a u. 12a von B die übergeordnete Rahmung der beiden Schüler*innen dahingehend, wie die mit der ihnen gestellten Aufgabe verbundenen Vorgaben zu verstehen sind: B verweist darauf, dass Dennis „gucken“ soll, wie Maya erklärt (Äußerung 13a u. 13b bzw. Triade 11a u. 12a), was offenbar von Maya so interpretiert wird, dass sie im Rahmen der gestellten Aufgabe sehr wohl für Dennis sichtbar gestikulieren und auch in seinem Arbeitsbereich agieren darf. Maya bewegt sich ab diesem Zeitpunkt in insgesamt zwei Schritten näher in Richtung Dennis' Arbeitsbereich, zunächst auf Höhe der Trennwand, und dann schließlich direkt zu Bau 2. Maya geht hier soweit, dass sie sogar in Äußerung 20 bzw. Triade 17a selbst einen Stein an

Bau 2 verschiebt und Dennis damit eine Modellhandlung für den entsprechenden Stein am anderen, dazu symmetrischen Teil des Gebäudes Bau 2, anbietet. Ab dem Moment, in dem Maya schließlich ganz in Dennis Arbeitsbereich agiert, gestikuliert und erläutert, verändern sich, wie oben erwähnt, auch ihre Gesten. Sie äußert nun eher direkt an Bau 2 ausgeführte deiktische Zeigegesten, ähnlich zu den Gesten, die auch Jana und Ayse (Geometrie: Beispiel 4) in ihrer Sequenz erzeugen. Dabei scheint aber im Unterschied für Maya und Dennis (Geometrie: Beispiel 5) die geteilte Deutung einer Zeigegeste auf einen Stein an einem der beiden Bauten und damit gleichzeitig die Eigenschaften, Position und räumliche Ausrichtung des Steinpendants am anderen Bau mit zu meinen in der Weise zu bestehen, dass Dennis diese als geteilt geltende Deutung gewissermaßen zugunsten des Interaktionsfortgangs zu akzeptieren scheint, ohne dass er die Möglichkeit hätte, dies zu überprüfen. Maya gibt vielmehr aus ihrem Deutungshintergrund zu Bau 1 heraus Anweisungen, wie Steine in Bau 2 angeordnet, verschoben oder in ihrer Position gedreht werden müssen, um Bau 1 entsprechend abzubilden. Die Zeigegesten Mayas binden hier also immer lautsprachliche Anweisungen zur Veränderung an die gemeinten Steine an Bau 2 und können nur für sie selbst sichtbar beide Bauten verbinden, während sich Dennis auf ihre Angaben verlassen muss. Anders als bei Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4), hat Dennis keine Möglichkeit für sich eine Evaluation der Äußerungen Mayas vorzunehmen, sondern muss Maya dahingehend vertrauen, zu dem Originalbau konforme Anweisungen zu geben wie Bau 2 gebaut werden muss. Während bei Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4) durchaus wiederholt einzelne Anweisungen gegenseitig angezweifelt oder gar bereits von einer Partnerin positionierte Steine direkt an Bau 2 wieder verändert werden und dies auch zu krisenhaften Aushandlungsprozessen führt, kann ein solcher Disput über zum Originalbau kongruente Steinanordnungen bei Maya und Dennis erst gar nicht entstehen aufgrund der unterschiedlichen Voraussetzungen der Kenntnis über Bau 1. Bei Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4) manifestiert sich hieran zu einem großen Teil die bereits beschriebene Rahmungsdifferenz, wie Bau 1 und Bau 2 in Relation zueinander gesetzt werden. Bei Dennis und Maya ist die Rahmungsdifferenz vorprogrammiert und eigentlich für alle Beteiligten transparent, wobei die Nicht-Kennntnis von Bau 1 durch Dennis durchaus auch zu krisenhaften Interaktionsabschnitten führt, wenn er offensichtlich nicht Mayas Erwartungen beim Nachbau erfüllen kann.

10 Forschungsergebnisse und theoretische Schlussfolgerungen: Funktionen und Gestalten von Gesten in mathematischen Interaktionen von Lernenden

Nach den Analysen und den Komparationen in den Kapiteln 9.3.1 bis 9.3.7, soll nun zunächst in Kapitel 10.1 eine Zusammenfassung der zentralen Ergebnisse meiner Forschungsarbeit erfolgen. Dieses erste Unterkapitel stellt somit aus forschungsmethodischer Sicht die Komparation der Komparationen aus den Kapiteln 9.4 und 9.5 dar: Es werden die aus den Analysen komparierten Ergebnisse betrachtet und daraus die zentralen Forschungsergebnisse herausgestellt. Im Anschluss wird in Kapitel 10.2 aus diesen Forschungsergebnissen das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* entwickelt und erläutert, in dem Gestenfunktionen und -gestalten grafisch zusammenfasst werden. Kapitel 10 insgesamt steht damit auch für die Theoriegenese in meinem Forschungsprozess. Es erfolgen in Kapitel 10.3 ein Rückbezug des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen* auf die theoretischen Leitlinien der vorliegenden Forschungsarbeit und in Kapitel 10.4 ein Fazit und der Ausblick auf mögliche sich anschließende Forschungsprojekte sowie eine abschließende Betrachtung.

Der hier nochmals aufgeführte übergeordnete Forschungsfokus mit seinen Ausdifferenzierungen (vgl. Kap. 7.3) leitet die folgende Zusammenfassung:

*Wie nutzen Grundschüler*innen Gestik und Lautsprache, insbesondere in deren Zusammenspiel, um ihre mathematischen Ideen in den interaktiven Aushandlungsprozess einzubringen und über den Verlauf der Interaktion aufzugreifen, möglicherweise weiterzuentwickeln oder auch zu verwerfen?*

- 1) Welche Funktionen übernehmen insbesondere die verwendeten Gesten in den untersuchten mathematischen Interaktionssequenzen Lernender?
- 2a) Inwiefern lässt sich ein Wiederaufgreifen von eingebrachten lautsprachlichen und/oder gestischen Äußerungen im Interaktionsverlauf nachzeichnen?
- 2b) Kann ein solches Aufgreifen als sprecher*innenübergreifende gegenseitige Übernahme von gestischen und/oder lautsprachlichen Äußerungen zwischen den an der Interaktion Beteiligten rekonstruiert werden?
- 3) Lassen sich auf diese Weise Konventionalisierungsprozesse der gestischen (und lautsprachlichen) Zeichen zeigen, in denen bestimmte Gesten für das gleiche Gemeinte stehen und damit im Sinne von vorübergehend stabilisierten Bedeutungen ausgehandelt werden?

Der Vergleich der Analyseergebnisse aller Beispiele ermöglicht nun eine erste Beschreibung einer Theorie über die Bedeutung von Gesten beim Mathematiklernen. Dabei wird in einem zweiten Schritt aus den Analyseergebnissen das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* entwickelt und in den theoretischen Rahmen der Forschungsarbeit eingeordnet. Es ist als theoretisches Konstrukt zur Beschreibung und als grafische Darstellung von Gesten in mathematischen Lehr-Lern-Situationen entworfen und dient einer Einordnung dieser Gesten in zwei Dimensionen (vgl. Kap. 10.2.1): Es werden die in den Daten rekonstruierten Gesten der Lernenden in der *Dimension der Funktion ihres Gebrauchs* eingeordnet und gleichzeitig in der *Dimension des Objektbezugs ihrer Gestalt*, d. h. hinsichtlich des jeweiligen gestischen Zeichens. Daraus ergibt sich die Bezeichnung als *doppeltes Kontinuum*. Auf diese Weise erfolgt eine doppelte Einordnung, die datenbezogen und konform zu den verwendeten Theorien die Relation der Gestalt und Funktion der rekonstruierten Gesten verdeutlichen kann und die Schnittstellen der Gestik mit anderen Modi berücksichtigt. Dabei werden die untergeordneten, weiter ausdifferenzierenden Forschungsfragen aus Kapitel 7.3 aufgegriffen und diskutiert.

10.1 Zentrale Forschungsergebnisse zum Gebrauch und der Bedeutung von Gesten beim Mathematiklernen

Mit Blick auf die in den Daten rekonstruierte *konstitutive* und *fachliche* Bedeutung der Gesten in Relation zur Lautsprache in mathematischen Interaktionen Lernender im Sinne des Forschungsanliegens der vorliegenden Arbeit, werden im Folgenden zunächst die drei zentralen Forschungsergebnisse (A, B und C) zum Gestengebrauch zusammengefasst und dann ausführlicher beschrieben.²⁶¹

Es lässt sich feststellen, dass ...

- A) ... Lernende Gesten in Relation zur häufig gleichzeitig verwendeten Lautsprache in mathematischen Interaktionen **flexibel und in vielfältigen Funktionen** nutzen. Diese Vielfalt der Funktionen geht weit über eine Rolle als rein non-verbales Beiwerk im Interaktionsgeschehen hinaus und unterstreicht die Bedeutung der Gestik im mathematischen Auseinandersetzungsprozess. Gesten werden dabei funktional flexibel und potentiell als mathematische Zeichen verwendet und können mathematische Ideen der Lernenden darstellen oder den Gebrauch dieser Zeichen erläutern. Gesten von Lernenden spielen damit eine zentrale Rolle in ihrem *diagrammatischen Arbeiten* im

²⁶¹ Dabei liegt der Schwerpunkt im Umfang der Beschreibung auf dem ersten Ergebnis. Gestenfunktionen und -gestalten werden differenziert beschrieben und an den Daten begründet, weil sich hieraus das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* mit den Skalenpunkten beider Dimensionen in Kapitel 10.2 entwickeln lässt. Die Darstellung der Ergebnisse B und C sind weniger umfangreich in ihrer Beschreibung, was jedoch ihre Bedeutung für die vorliegende Arbeit nicht schmälern soll.

Peirce'schen Sinne (vgl. Kap. 5.2 u. 7.2) und auf diese Weise für eine fachspezifische, kreative mathematische Tätigkeit im Lernprozess, welche durch die Gestik mithilfe ihrer besonderen Ausdrucksmöglichkeiten und dem bildlich-dreidimensionalen Charakter *mitkonstruiert* wird. Diese Erkenntnis lässt sich auch in didaktisch gewinnbringender Weise für die Gestaltung von Mathematikunterricht nutzen (vgl. Kap. 10.4.1). Zu überlegen ist dabei, wie Lernende Gesten verwenden etwa in Einklang oder auch im Unterschied zu Denjenigen, die sie bei diesem Lernprozess begleiten, also in erster Linie Lehrkräfte. Es ergibt sich durch die mutmaßlich unterschiedliche mathematische Versiertheit mit dem Blick auf die Ergebnisse von Kiesow (2016, vgl. Kap. 5.5) zudem die Frage, wie bspw. mathematische Begriffsbildung und ein mathematischer Spracherwerb gewinnbringend didaktisch begleitet werden können, z. B. durch eine Fokussierung von dafür förderlich verwendeten Gesten (vgl. Kap. 10.4.1).

- B) ... im multimodalen Interagieren der Lernenden **Schnittstellen der Gestik mit anderen Ausdrucksmodi** rekonstruiert werden können. Bekannt sind dabei aus der Gestikforschung bereits Schnittstellen mit dem lautsprachlichen Modus, etwa in Funktion, Semantik und Co-Expressivität (vgl. Fricke, 2012; McNeill, 1992; Kap. 1 u. 3.1.2), aber auch bspw. *Matches* und *Mismatches* bezüglich der Überschneidung von in Gestik und Lautsprache codierter Inhalte (vgl. Goldin-Meadow, 2003; Kap. 5.4). In meiner Arbeit erweisen sich hier weitere Schnittstellen als zentral für das Anliegen, fachliches, d. h. im Speziellen *mathematisches* Lernen im Prozess und mit Blick auf seine multimodale Gestalt näher beschreiben und verstehen zu können. Solche Schnittstellen der Gestik mit anderen Modi zeigen sich etwa mit Blick auf Handlungen am Material (vgl. Vogel & Huth, 2020), aber auch in Bezug auf die Funktion von schriftlichen Externalisierungen. In früheren Arbeiten sind bereits Schnittstellen zu Inskriptionen und der diagrammatischen Verwendung von Gesten beschrieben worden (vgl. Huth, 2013, 2017, 2020), was nun weiter ausdifferenziert und mit Blick auf den größeren Datenumfang der Forschungsarbeit als eines der zentralen Forschungsergebnisse dargestellt werden kann. Gesten, die *inskriptional* und u. a. auch in Anbahnung einer potentiell schriftlichen mathematischen Darstellung, verwendet werden, zeigen, dass die Gestik in der mathematischen Beschäftigung von Lernenden für die Mathematik zentrale Darstellungsweisen übernimmt und sogar selbst zum Diagramm werden kann. Damit ist die Gestik konstituierender Teil des Mathematiktreibens Lernender. Wie in Vogel und Huth (2020) bereits herausgearbeitet, lassen sich Schnittstellen von Gesten und Handlungen zeitlich, funktional und in Bezug auf eine Bedeutungskonformität in der Interpretation beider Modi beschreiben (vgl. Vogel & Huth, 2020, S. 241ff). Die Nähe zwischen Handlungen und Gesten zeigt sich in nahezu allen untersuchten Sequenzen und weist darauf hin,

dass eine definitorisch klare Trennung der beiden Ausdrucksmodi nicht trivial ist, sondern möglicherweise über die Betrachtung der Funktion der Modi und auch mit Blick auf zukünftig immer stärker dominierende Technologien (z. B. Touch-Gesten Technologien bei digitalen Applikationen) eher weiter verschimmt und stets differenziert betrachtet werden kann und muss.

- C) ... Gesten häufig als **Modus der Wahl** von Lernenden verwendet werden. Dies kann mutmaßlich ihrer Verfügbarkeit, der Formoffenheit, Flexibilität und Effektivität in Darstellung und Funktion zugeschrieben werden sowie in der Möglichkeit der gestischen Äußerung von vielleicht zunächst noch vagen ersten mathematischen Ideen oder Schlüssen begründet liegen. Hände und Finger als hauptsächliche Ausführungskörperteile von Gesten (vgl. Kap. 3.1.3) sind, anders als etwa didaktisch aufbereitetes Material oder Stift und Papier, unmittelbar und immer verfügbar, können mit den Augen gesehen und auch verdeckt genutzt werden. Die Hände können sich gegenseitig berühren, aber auch jede Hand für sich kann, ohne gegenseitige Berührung, etwa eine Fingerstreckung beim Zählen ausführen usw. Unsere Hände sind darüber hinaus besonders geeignet, um sie für die Darstellung zentraler mathematischer Inhalte zu verwenden und damit in ihrem Gebrauch als mathematische Darstellung zu deuten, etwa beim Zählen. Darüber hinaus hält gerade die Möglichkeit von zwei- und dreidimensionalen Darstellungen durch Gesten das Potenzial bereit, auch bspw. geometrische Körper, Verläufe von Kurven in Graphen, proportionale Wachstumszusammenhänge usw. zu veranschaulichen, und zwar sowohl als eher statisches Bild als auch in einer dynamischen Bewegungsabfolge.

Diese drei zentralen Forschungsergebnisse, die ich als *Charakteristika der Gesten beim Mathematiklernen* bezeichnen möchte, sollen im Folgenden näher ausgeführt werden. Sie sind dabei nicht als getrennt voneinander zu sehen, sondern bedingen sich vielmehr gegenseitig und weisen Überschneidungen auf.

Zum ersten Ergebnis:

A) Flexibilität der Funktion und Gestalt von Gesten beim Mathematiklernen:

Gestik wird in den untersuchten mathematischen Interaktionen junger Lernender in hohem Maße als *flexibler* und vor allem *multifunktionaler Modus* gebraucht. Sie kann im Mathematiklernprozess, wie er sich in den Daten innerhalb der Interaktionen der Lernenden rekonstruieren lässt, unterschiedliche Aufgaben erfüllen und stellt nicht nur beliebig unterstützend dar, was sowieso lautsprachlich oder schriftlich geäußert wird. Die Funktion der Gestik ergibt sich dabei ausschließlich aus ihrem Gebrauch in der Interaktion, den es innerhalb der Analysen zu rekonstruieren gilt. Ist dieser Gebrauch der Gesten vergleichbar

mit einem anderen Modus, sind diese *Inskriptionen* – seien sie gestischer, materieller oder etwa schriftlicher Natur – auch durch andere ersetzbar, wie Dörfler (2015) es formuliert.²⁶² Diese Ersetzbarkeit ergibt sich also in einer semiotischen Sichtweise nicht, wie etwa von anderen Forschungsansätzen diskutiert (vgl. Kap. 5.1) dadurch, dass die Zeichen in der Mathematik mathematische Objekte *nur* darstellen würden, rein als Vermittler und Vehikel genutzt werden könnten und eine entscheidende Einsicht im Lernprozess darin bestünde, eine Unterscheidung zwischen abstraktem mathematischem Objekt und seiner Darstellung zu treffen. Es wird vielmehr geradezu aus einer gegenläufigen Argumentation heraus gedacht: Mathematische Zeichen werden *durch ihren Gebrauch als* mathematische Objekte zu diesen Objekten der Mathematik. An verschiedenen Darstellungen des gleichen mathematischen Sachverhalts können verschiedene Einsichten zum selben mathematischen Sachverhalt gewonnen werden, die Inskriptionen sind dadurch gewissermaßen gleichzeitig gegenseitig ersetzend und können zu neuen Erkenntnissen führen, vorausgesetzt, man erkennt oder kennt die Regeln ihres Gebrauchs. Es existieren mathematische Objekte nicht unabhängig von ihrem Gebrauch, der von den Regeln des Umgangs mit diesen Zeichen bestimmt ist. Ließe sich in den Daten nachweisen, dass Gesten Funktionen mathematischer Zeichen erfüllen, also z. B. beim mathematischen Agieren mit Diagrammen, so läge ihr Stellenwert für den mathematischen Lernprozess buchstäblich auf der Hand.

Beim Blick in die Daten bzw. die Forschungsergebnisse der Analysen, zeigt sich, dass Gesten im mathematischen Interaktionsgeschehen häufig nicht nur *eine* Funktion erfüllen, sondern sie vielfach gleichzeitig mehrere Funktionen bedienen. Es lässt sich rekonstruieren, dass dabei häufig eine dieser Funktionen als Schwerpunktfunktion zu verstehen ist und die entsprechende Geste dann vor allem diese neben weiteren Funktionen zeitgleich erfüllt. Im Folgenden werden diese verschiedenen Gestenfunktionen genauer beschrieben. Sie sind über alle Beispiele rekonstruierbar und ergeben sich aus den erfolgten Komparationen der Datenanalysen (vgl. Kap. 9.3.4 u. 9.3.7). Die Zuordnung der Gesten zu diesen Funktionen ist weder ausschließlich bezüglich anderer Funktionen, noch hierarchisch zu verstehen in Bezug auf die Bedeutung für die mathematische Interaktion. Vielmehr treten verschiedene Gestenfunktionen gleichzeitig auf mit einem, wie gesagt – anhand der Interpretationen der Interagierenden rekonstruierbaren – *funktionalen Schwerpunkt* für die mathematische Interaktion.²⁶³

²⁶² Dörfler (2015) erläutert, dass Inskriptionen in der Mathematik ihre Zentralität nicht durch ihre Gestalt an sich erhalten, sondern durch den regelhaften Umgang, also den Gebrauch dieser Inskriptionen: „Wichtig dabei ist zu beachten, dass die Zeichen nicht als mathematische Objekte anzusehen sind, sondern erst durch ihre Rolle im jeweiligen Spiel (festgelegt durch Axiome oder Regeln) diesen Charakter erhalten. Die Zahlzeichen (numerals) werden gleichsam durch ihre Stellung in der Zählreihe und das Rechnen mit ihnen zu Zeichen für die Zahlen, die es eben nur in diesem Sinne gibt.“ (Dörfler, 2015, S. 46)

²⁶³ Weiter unten bei der Beschreibung des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen* (vgl. Kap. 10.2) wird deutlich werden, was es mit dem hier angesprochenen funktionalen Schwerpunkt für einzelne rekonstruierte Gesten oder Gruppen von Gesten auf sich hat und in welcher Weise Gesten gleichzeitig auch mehrere Funktionen erfüllen können.

a) Diskursstrukturierende Funktion:

Als eine Art Marker in der Interaktion wird Gestik von den Lernenden mitunter dafür verwendet, die Interaktion und damit den mathematischen Auseinandersetzungsprozess in geeigneter Weise zu strukturieren. So erzeugen die Lernenden Gesten, um etwa Darstellungen von Erkenntnissen einzuleiten oder auch thematische Blöcke zu verbinden. Gesten in sogenannten Rastpositionen der Hände schließen häufig Erläuterungen oder thematische Blöcke innerhalb des Interaktionsverlaufs ab, andere Gesten werden genutzt, um zentrale mathematische Erkenntnisse zu betonen und als solche in der Interaktion hervorzuheben. Jakob in Beispiel 1 (Kombinatorik) erzeugt z. B. solche betonenden Gesten, die er auch wiederholt ausführt, und zwar innerhalb seines zweiten Erklärungsblocks (vgl. Kap. 9.3.1). Wie das in Abbildung 10.1_1 aufgeführte Tippbild deutlich macht, zeigt er zunächst in Reihe 1 der nachgelegten Reihenfolgen auf den braunen Tiger in der zweiten Position, dann auf den braunen Tiger in der dritten Position der dritten Reihenfolge und beschreibt genau dies auch in der Lautsprache: „weil da is der Tiger in der Mitte und da an Ende“ (Äußerung 17c, Transkript 1 bzw. SPK1-4, Triade 24, Kap. 9.3.1).

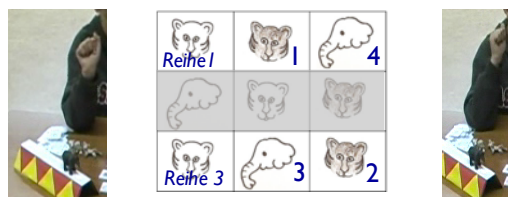


Abb. 10.1_1 Jakob zieht jeweils nach dem Tippen auf die zweiten und dritten Positionen in der ersten und dritten Reihenfolge in gleicher Form die Hand nach oben

Anschließend zieht er, ohne lautsprachliche Äußerung, in einer Sprechpause die rechte Hand von den Reihenfolgen ruckartig nach oben auf Schulterhöhe und in einer Faustform zur Kamera gewandt, der Ellenbogen ist aufgestützt. Er beginnt erneut zu sprechen und führt gleichzeitig die Hand erneut zu den nachgelegten Reihenfolgen, nutzt lautsprachlich die gleiche Struktur und zeigt auch gestisch vergleichbar zum ersten Teil nun auf die zweite Position der zweiten Reihenfolge und anschließend auf die dritte Position der ersten Reihenfolge, verbunden mit: „da is der Elefant in der Mitte und da an Ende (...)“ (Transkript 1, Äußerung 17d, bzw. SPK1-4, Triade 24, Kap. 9.3.1). Auch danach wird die Hand in der sich anschließenden Sprechpause ähnlich wie zuvor auf Schulterhöhe in Faustform und mit aufgestütztem Ellenbogen nach oben geführt. Lautsprache und Gestik bilden hier eine Art Rhythmus zur Strukturierung der Äußerung, die maßgeblich durch die Gestenbewegungen getaktet wird.

In der *diskursstrukturierenden Funktion* erinnern die aus den Daten rekonstruierten Gesten an die in Kapitel 3.1.4 aufgeführten McNeill'schen (1992, 2005) *Beat-Gesten* (vgl. McNeill, 1992, S. 12ff; McNeill, 2005, S. 38ff), die auch als Taktstockgesten bezeichnet werden und darin für

das alltägliche Sprechen beschrieben sind.²⁶⁴ In Bezug auf die in Kapitel 3 dargestellten Gestentheorien sind die von mir rekonstruierten diskursstrukturierenden Gesten zudem vergleichbar mit Müllers (1998) *diskursiven Gesten* (vgl. Müller, 1998, S. 110; Kap. 3.1.4). *Diskursstrukturierende Gesten*, die in den mathematischen Interaktionen der Lernenden in der vorliegenden Forschungsarbeit rekonstruiert werden konnten, können in den mathematischen Situationen eine fachspezifische Überfärbung erfahren und zeigen damit das Potential, über die Diskursstrukturierung hinaus von den Lernenden mathematische Bedeutung zugeschrieben zu bekommen: Beispielhaft können hier die sogenannten Dachgesten I und II von Jakob (Beispiel I: Kombinatorik) angeführt werden, die in der Analyse rekonstruiert wurden (vgl. Kap. 9.3.1):



Bild a



Bild b

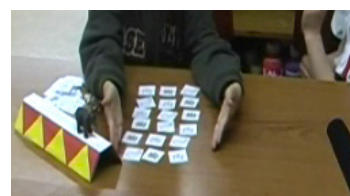


Bild c

Abb. 10.1_2 Dachgestik I (Bild a) und II (Bild b u. c) von Jakob (Beispiel I: Kombinatorik)²⁶⁵

Abbildung 10.1_2 zeigt die Dachgestik I, die zunächst in einen längeren Monolog einer ersten Erläuterung von Jakobs mathematischer Erkenntnis einleitet. In der weiteren Interaktion wird Jakob diese Geste erneut erzeugen als Dachgestik II. In dieser zweiten Ausführung wird sie ebenfalls als Einleitung in eine Erläuterung verwendet und zeigt eine vergleichbare Handform, wird darüber hinaus aber zum mathematischen Zeichen: Die Handform²⁶⁶ als Dach bleibt erhalten, es erfolgt allerdings eine Drehung der Hände im Raum um 180°, so dass die Dachspitze nach unten zur Tischplatte und auf die nachgelegten Reihenfolgen aller Permutationen aus drei Elementen bzw. auf eine spezifische Reihenfolge in diesem Diagramm weist. Jakob erzeugt damit die Dachgestik II über einer von ihm nun näher betrachteten Reihenfolge, lenkt die Aufmerksamkeit auf diese spezielle Reihe und öffnet das Dach der Hände jeweils nach links und rechts außen in einer konstanten Bewegung über dieser Reihenfolge. Damit leitet er die Aufmerksamkeit mit der Dachspitze auf das für ihn mathematisch Bedeutsame. Er spannt gewissermaßen die Gestalt der Reihenfolge von innen nach außen auf,

²⁶⁴ In Müllers (1998) Kategorisierung der redegleitenden Gesten werden übergeordnet sogenannte *freie Gesten* von Selbstberührungen abgegrenzt und die freien Gesten nach ihrer Funktion als *diskursiv*, *referentiell* und *performativ* klassifiziert. Die *diskursiven Gesten* vergleicht Müller (1998) ebenfalls mit Taktstockgesten und nimmt bei ihrer Kategorisierung wiederholt Bezug auf McNeill (1992) (vgl. Müller, 1998, S. 110ff; Kap. 3.1.4).

²⁶⁵ Jakob führt die Dachgestik unmittelbar anschließend an Bild c erneut über einer anderen Reihenfolge aus. Diese weitere Ausführung ist hier nicht abgebildet, ist jedoch in Abbildung 10.2.2.1_32 unten zu sehen.

²⁶⁶ Die Handform einer Gebärde gilt in der Linguistik der Deutschen Gebärdensprache als eines von vier phonologischen Merkmalen von Gebärden (vgl. Keller & Leuninger, 2001, S. 267ff; Kap. 1).

zeigt ihre räumliche Ausdehnung und betont sie eher als Ganzes und weniger in ihrem Aufbau aus erster, zweiter und dritter Position. Mit der Wiederholung seiner Dachgestik in der zweiten Variante nimmt er also die Aufmerksamkeit, die Konzentration und Zuspitzung auf das Wesentliche aus der ersten Ausführung dieser Gestik gewissermaßen auf und lenkt dies gezielt auf das für ihn nun mathematisch Bedeutsame: eine bestimmte Reihenfolge aus allen gefundenen Reihenfolgen. Als Ganzes möchte er diese Reihenfolge von seinen Interaktionspartner*innen für seine nun folgende zweite Erklärung seines mathematischen Schlusses betrachtet wissen: Es geht ihm nicht um die einzelnen Positionen innerhalb dieser Reihenfolge, sonst würde er möglicherweise eher eine tippende Bewegung zeigen. Vielmehr strebt er einen Vergleich von Reihenfolgen an, die er lautsprachlich als *nahezu gleiche*, *gleiche* oder auch als *nicht gleiche* Entitäten bezeichnet. Der Vergleich dieser Reihenfolgen ist zentral für Jakobs Erklärung und dient als Begründung, warum es nur sechs Reihenfolgen bei der Permutation von drei Elementen geben kann (vgl. Kap. 9.3.1). Im Verlauf dieser Kombinatoriksequenz (Beispiel 1) nutzt Jakob häufig *diskursstrukturierende Gesten* auch, um seine mathematischen Erklärungen abzuschließen oder zu betonen, dass etwas so ist, wie er es dargestellt hat. Dabei führt er oft beide Hände von ungefähr der Mitte seines Oberkörpers rechts und links nach außen mit nach oben gewandten Handflächen und in entspannter Handform. Diese Gesten erinnern mit Blick auf das mathematische Beweisen etwa an die typische, einen Beweis abschließende Aussage *quod erat demonstrandum*. Mit Blick auf die Gestikforschung könnten sie ebenfalls mit Kendons (2004) Konstrukt der *Gestenfamilien* (vgl. Kap. 3.1.4) erklärt werden. Eine vergleichbare Gestenform wird kontextuell ähnlich eingebunden wiederholt verwendet und erfährt somit über den Verlauf der Interaktion eine hier sogar fachspezifische Festlegung: Sie schließt eine mathematische Argumentation, eine Art Beweisführung ab und stellt heraus, was nun gezeigt ist. Ein Beispiel solcher Gesten von Jakob sieht man in Abbildung 10.1_3. Jakob zeigt beide Handflächen, die geöffnet werden und dabei leicht nach oben ausgerichtet sind, und zwar einmal nahe am Diagramm (linkes Bild) und schließlich auch oberhalb des gesamten Arbeitsbereiches mit weiter nach außen geöffneten Armen. Diese Gesten legen in Form und Ausführungsort gewissermaßen den mathematischen Rahmen fest, auf dessen Grundlage dann Weiteres erläutert werden kann.



Abb. 10.1_3 Jakobs *quod erat demonstrandum* Gesten

Ein weiteres Beispiel einer solchen Geste, die an Jakobs Dachgestik aus Beispiel 1 erinnert, zeigt sich in den Daten in der Geometriesequenz von Maya und Dennis (Beispiel 5). In

Abbildung 10.1_4 wird Mayas Geste deutlich: Sie erzeugt eine Art gedankensammelnde Konzentrations-Geste, ähnlich zu Jakobs Dachgestik I, die zu Beginn von Mayas Bauplan-Erläuterung hervorgebracht wird und auf eine gedankliche Sammlung, Zuspitzung und Vorbereitung auf die nun folgende Herausforderung hindeutet sowie Mayas Bauplanerläuterung einleitet. Hier bleibt eine explizit mathematische Bedeutungszuschreibung der Geste zunächst aus. Sie wird offenbar vornehmlich als Strukturierung des Diskurses zu Beginn der Erläuterung genutzt.

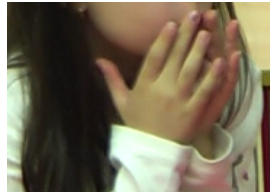


Abb. 10.1_4 Sammlungs- und Konzentrationsgeste Maya (Beispiel 5: Geometrie)

b) *Zugang/Rahmung suchend/klärende Funktion:*

Es können in den Daten Gesten rekonstruiert werden, die mit einer „als geteilt geltende Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18) der Interagierenden in Verbindung gebracht werden können. Sie stellen die als geteilt geltende Deutung als solche heraus, betonen sie, schließen sie aus oder/und konstruieren diese mit. Solche Gesten werden häufig rekurrierend verwendet und zeigen sich oft auch im sprecher*innenübergreifenden Gebrauch. Stellvertretend kann hierfür das interaktiv etablierte Zeichen der Zeigegeste von Jana und Ayse *als Zeigen auf einen Stein oder eine Position* aus Beispiel 4 (Geometrie) in Abbildung 10.1_5 angeführt werden, das zudem auch eine *diskursstrukturierende Funktion* aufweist:

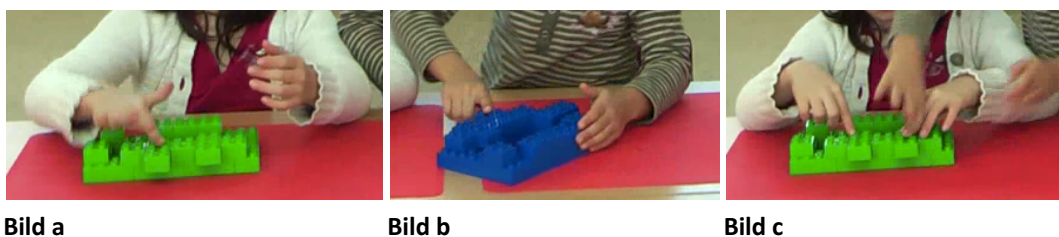


Abb. 10.1_5 Janas (Bild a u. c) und Ayses (Bild b u. c) Zeige-Gesten *als Zeigen auf einen Stein oder eine Position* mit darüber hinaus gehender als geteilt geltender Deutung

Beide Schülerinnen verwenden dieses gestische Zeichen als ein Zeigen auf einen Stein oder eine Position am Original- bzw. Nachbau verbunden mit der gemeinsam „als geteilt geltende[n] Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18) etablierten Interpretation, dass damit *auch das Pendant dieses Steins oder dieser Position* am jeweils anderen Gebäude mitgemeint ist. Dieses Mitmeinen umfasst dabei alle damit verbundenen Lage- und Ausrichtungseigenschaften des vergleichbaren

Steins oder der vergleichbaren Position am anderen Gebäude. Das Zeigen steuert damit nicht nur die Aufmerksamkeit auf einen Stein oder eine Position, strukturiert nicht nur den Diskurs durch die häufig wiederholenden, rhythmischen Bewegungen, sondern setzt den Stein oder die Position jeweils in Relation zu dem vergleichbaren Punkt am anderen Gebäude. Es ist mathematisch betrachtet eine erste Vermutung oder ein Vorschlag, wie und wo ein Punkt des Originals auf seinen Bildpunkt in der Kongruenzabbildung abgebildet werden kann. Die Geste fordert das jeweilige Gegenüber dabei auf, die Eigenschaften am entsprechenden Punkt am anderen Gebäude mitzudenken, zu vergleichen und möglicherweise daraus abzuleiten, ob die mathematische Abbildung des einen auf das andere Gebäude hier bereits die Eigenschaft der Kongruenz aufweist. Die Interagierenden signalisieren mit der Zeigegeste also mutmaßlich gleichzeitig zur Anzeige einer Position die Eigenschaftsähnlichkeit oder auch noch vorhandene Verschiedenheit von vergleichbaren Steinen oder Positionen an beiden Gebäuden, und zwar in Bezug auf Lage, Ausrichtung und Position, ohne dass sie ihre Interaktionspartnerin auf diese Deutung aufmerksam machen müssen. Sie greifen vielmehr auf eine gemeinsam aktivierte *Rahmung* – in Peirce' Worten einen gemeinsamen *Ground* (vgl. Kap. 4.2 u. 7.1) – dieses besonderen Zeigezeichens zurück, was auf vorausgehenden interaktiven Aushandlungsprozessen beruht. Auf diese Weise verwendete Gesten sind somit *rahmungssensitiv*, weil sie zum einen in der Interaktion eine möglicherweise vorübergehende, konventionalisierte Bedeutungszuschreibung erfahren und damit für jedes weitere Zeigen in diesem Sinne einen Deutungsrahmen innerhalb der Sprachgemeinschaft der Interagierenden bereitstellen (vgl. zur Konventionalisierung von Gesten Fricke, 2007, S. 196; Kap. 3.1.2 u. 3.2.3).²⁶⁷ Des Weiteren zeigt die Rekonstruktion der Bedeutungszuschreibung dieser Geste, wie Jana und Ayse die beiden Gebäude Bau 1 und Bau 2 miteinander in Relation setzen, wie sie den Originalbau auf den Nachbau abbilden, um Kongruenz zu erzeugen. Während das gemeinsame Zeichen des *Zeigens auf einen Stein oder eine Position bei gleichzeitigem Mitmeinen der gleichen Position bzw. des vergleichbaren Steins am anderen Gebäude* auf einer als geteilt geltende Bedeutungszuschreibung gründet, ist die Interpretation der beiden Schülerinnen, welche Art von Kongruenzabbildung vorliegt bzw. wie diesbezüglich gerahmt wird durchaus unterschiedlich. So nimmt Jana offenbar eine Ebenenspiegelung als Abbildung des Gebäudes an, während Ayse von einer Verschiebung von Bau 1 ausgeht (vgl. Kap. 9.3.5). Die so verwendeten Gesten bzw. die analytisch rekonstruierte Bedeutungszuschreibung durch die Interagierenden können also darauf hindeuten, welche gemeinsam geteilten oder auch

²⁶⁷ Holler und Wilkin (2011) beschreiben diesbezüglich einen *grounding* Prozess, der in Kapitel 3.3 bereits beschrieben ist. Damit ist im Prinzip der Prozess der kollektive Bedeutungsaushandlung gemeint, aus dem gemeinsam erzeugte Rahmungen resultieren können, die vor allem auf gegenseitige Abstimmungen von Deutungen und der Hervorbringung von „als gemeinsam geteilt geltende[n] Deutung[en]“ (Krummheuer, 1992, S. 18) beruhen und weniger auf gleiche Deutungen der Beteiligten. Dabei betonen Holler und Wilkin (2011), dass *grounding* Prozesse abhängig vom *Medium* der Interaktion sind und meinen damit z. B. face-to-face Interaktionen in Abgrenzung etwa von einem Austausch per E-Mail (vgl. Kap. 3.3, Fußnote 81 u. Kap. 7.1).

unterschiedlichen Rahmungen aktiviert werden und über welche möglicherweise geteilten Deutungen die Beteiligten verfügen. Gleichzeitig garantiert die Verwendung solcher gemeinsamen Gesten offenbar nicht notwendigerweise, dass die Interagierenden mathematische Deutungen – wie hier z. B. Verschiebung vs. Spiegelung als Kongruenzabbildung – miteinander abstimmen. Es lässt sich einerseits vermuten, dass über die Verwendung von solchen gemeinsamen Gesten die fachliche Deutung abgeglichen werden könnte, weil potentiell verschiedene oder auch konkurrierende Deutungen im Gebrauch der Gesten expliziert werden können und somit an die Oberfläche der Aushandlung treten können. Gleichzeitig ist die Verwendung solcher Gesten keine Garantie für diesen expliziten Abgleich. Dies könnte zwei Gründe haben: Zum einen ist eine Imitation von körperlichen Ausdrucksweisen eine typisch menschliche Verhaltensweise, die nicht notwendigerweise auf eine bereits abgestimmte Rahmung verweist. Vielmehr kann dies auch zunächst der Versuch von Teilhabe, die Markierung von Zugehörigkeit oder die Intention zeigen, sich einen Zugang zu den Deutungen der Anderen zu verschaffen, damit also eher den Abstimmungsprozess von potentiell kollektiven Rahmungen zeigen (vgl. Kap. 3.3). Zum anderen ist die Gestik als akustisch stummer Modus für eine explizit thematisierte Abstimmung ihrer Bedeutungszuschreibung auf einen Moduswechsel angewiesen, also z. B. die explizite Verhandlung von Gestenbedeutungen in der Lautsprache.²⁶⁸ Verschiedenen Deutungen könnten aber über den Gebrauch von gemeinsamen Gesten zum Thema im Aushandlungsprozesses gemacht werden und das zukünftige Interaktionsgeschehen mitgestalten.²⁶⁹ Die Thematisierung von Deutungsdifferenzen, die sich daran zeigen könnten, muss interaktiv in irgendeiner Weise geleistet werden, was sicherlich nicht immer gelingt, wie im vorliegenden Beispiel von Jana und Ayse ersichtlich ist.

In Beispiel I (Kombinatorik) zeigt Claus Gesten, die ebenso dieser Funktion zugeordnet werden können. In dieser Sequenz dienen sie dazu, sich einen Zugang zu Jakobs Deutungsweise des Diagramms aus Reihenfolgen zu verschaffen. Claus nutzt die Gesten, um gewissermaßen eine Rahmung für sich zu erzeugen bzw. aktivieren zu können und zu klären, was das Diagramm der Kärtchenreihenfolgen als solches auszeichnet, um die mathematische Erkenntnis von Jakob nachvollziehen zu können (vgl. Abb. 10.1_6). Claus greift dazu ein von Jakob zuvor

²⁶⁸ Damit ist das von Holler und Wilkin (2011) beschriebene *grounding* (vgl. Kap. 3.3) also nicht nur abhängig vom Medium (face-to-face Interaktion, E-Mail-Korrespondenz, ...), sondern zeigt auch eine moduspezifische Komponente. Es ist davon auszugehen, dass die kollektiv abzustimmende Deutung von gemeinsam verwendeten Gesten in irgendeiner Weise in der Interaktion manifest werden muss. Dies könnte sich z. B. am fortwährenden und häufigen Gebrauch gemeinsamer Gesten zeigen.

²⁶⁹ Eine solche weitere Interaktion ist möglicherweise durch lernbegleitende Personen, wie z. B. einer Lehrkraft, geeignet zu gestalten. Die so verwendete Gestik der Lernenden kann die Identifikation mathematisch sensibler Stellen im Lernprozess für begleitende Personen ermöglichen, vorausgesetzt der mathematische Gehalt der Lehr-Lern-Situation ist vertraut und kann als fachliche Grundlage dienen. Gestik kann dann Einsicht bieten, welche *als geteilt geltenden Deutungen* von den Lernenden entwickelt wurden und welche Implikation sich daraus für die mathematische Auseinandersetzung der Schüler*innen ergeben kann bzw. welche fachlich und didaktisch adäquaten, z. B. auf einen solchen Deutungskonflikt fokussierten, Impulse gegeben werden können.

lautsprachlich geäußertes Zeichen aus Äußerung 4 auf: „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten!“ (Transkript I, Äußerung 4 bzw. SPK-I, Triade 3, Kap. 9.3.1). Das Zeichen „**sechs**“ wird von Claus offenbar als zentral in Bezug auf das Diagramm der nachgelegten Reihenfolgen identifiziert und kardinal als Angabe einer Anzahl verstanden, die er dann in der aktuellen Anordnung der Reihenfolgen zu rekonstruieren versucht. Eingerahmt von einem Kratzen am Kopf (Verlegenheit, Überlegen, Reizsetzung), das Claus am Anfang und am Ende seiner Äußerung ausführt, beginnt er damit, verbunden mit der lautsprachlichen Äußerung „**Zeig** mal! (.) (flüstert) eins zwei drei (flüstert unverständlich weiter) (...)“ (Transkript I, Äußerung 8a bzw. SPK I-I, Triade 6b, Kap. 9.3.1), entlang der Positionen die oberen beiden Reihenfolgen abzutippen. Claus tippt also insgesamt auf *sechs* Kärtchen und verändert sein Tippen zu einem konstanten Zeigen entlang der jeweiligen Reihenfolgen, als er in der dritten Reihe bei der ersten Position mutmaßlich bemerkt, bereits bei der Anzahl sieben angekommen zu sein (vgl. Kap. 9.3.1).



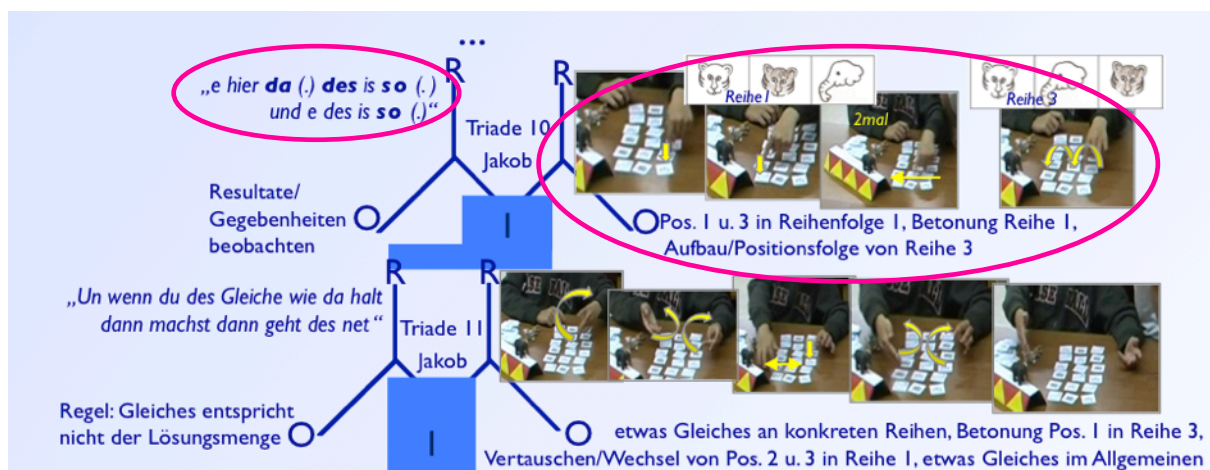
Abb. 10.1_6 Claus' tippende Gesten über den Reihenfolgen um den Zugang/ die Rahmung zu Jakobs Deutung zu suchen bzw. zu klären (Bildfolge von links nach rechts)

Claus gelingt hier offenbar nur bedingt, die diagrammatische Deutung von Jakob nachvollziehen zu können, weil er die Anzahl sechs auf die einzelnen Positionen oder Kärtchen und nicht auf die Anzahl aller Reihenfolgen bezieht und/oder den Begriff der *Möglichkeiten* aus Jakobs lautsprachlicher Äußerung auf die einzelnen Positionsbesetzungen bezogen versteht. Dies ist durchaus nachvollziehbar, schließlich kann man auch bei den einzelnen Positionen jeweils *Möglichkeiten* der Besetzung überlegen. Der Zugang zur diagrammatischen Rahmung von Jakob ist für Claus hier also mutmaßlich zunächst weniger möglich, weil er offenbar das Diagramm der Reihenfolgen in anderer Weise interpretiert, den Begriff der *Möglichkeiten* differently deutet und/oder die Reihenfolgen im Diagramm nicht als in Relation stehende Einheiten betrachtet, sondern sie in ihren einzelnen Bestandteilen über alle Positionen zu erfassen versucht und damit deutlich über die Anzahl von sechs hinauskommt. In dem Moment, als seine Deutung der Anzahl von sechs mit der Erfahrung mit dem Diagramm nicht mehr übereinstimmt, weil er deutlich über sechs hinaus weiterzählen würde, wechselt Claus zu konstanten Zeigegesten entlang jeder Reihenfolge von Position eins zu Position drei. Er vollzieht also einen Gestenwechsel, nachdem offenbar sein Versuch, die Anzahl von sechs in den Reihenfolgen wiederzufinden, scheitert. Diesen Wechsel, der zur Betrachtung der Reihenfolgen und weniger der Positionen darin führen könnte, verfolgt er aber offenbar nicht weiter, wenngleich dieser potentiell zu einer an Jakob angeglichenen Deutung führen könnte, nämlich von sechs Reihenfolgen.

c) *Mathematische Idee/Erkenntnis darstellende Funktion*

Bei der Darstellung mathematischer Ideen oder Erkenntnisse der Lernenden wird häufig der gestische Modus verwendet. Hier weist die Gestik eine fachliche Dichte auf, weil sie als mathematisches Zeichen gebraucht wird und maßgeblich die mathematische Darstellung mitkonstruiert.²⁷⁰ Gesten mit *mathematischer Idee/Erkenntnis darstellender Funktion*, werden manchmal eher als einzelne Darstellung in der Interaktion hervorgebracht. Mitunter sind solche Gesten aber auch in eine größere Erklärung eingebettet und Teil einer mathematischen Argumentation, die durch die gestische Darstellung mitgestaltet wird.

Ein Beispiel dafür ist etwa der Begriff *Reihenfolge* in Beispiel 1: Jakob verwendet diesen Begriff in seinem ersten Erklärungsblock ausschließlich gestisch (vgl. SPK 1-2, Triade 10ff, Kap. 9.3.1). Lautsprachlich nutzt er Beschreibungen, wie etwa „e hier **da** (.) **des is so** (.) und e des is **so** (.)“ (SPK 1-2, Triade 10, Kap. 9.3.1 u. Ausschnitt a SPK 1 in Abb. 10.1_7). An anderer Stelle nutzt er noch den Begriff der „Möglichkeiten“ (SPK 1-1, Triade 3; SPK 1-3, Triade 14, Kap. 9.3.1).



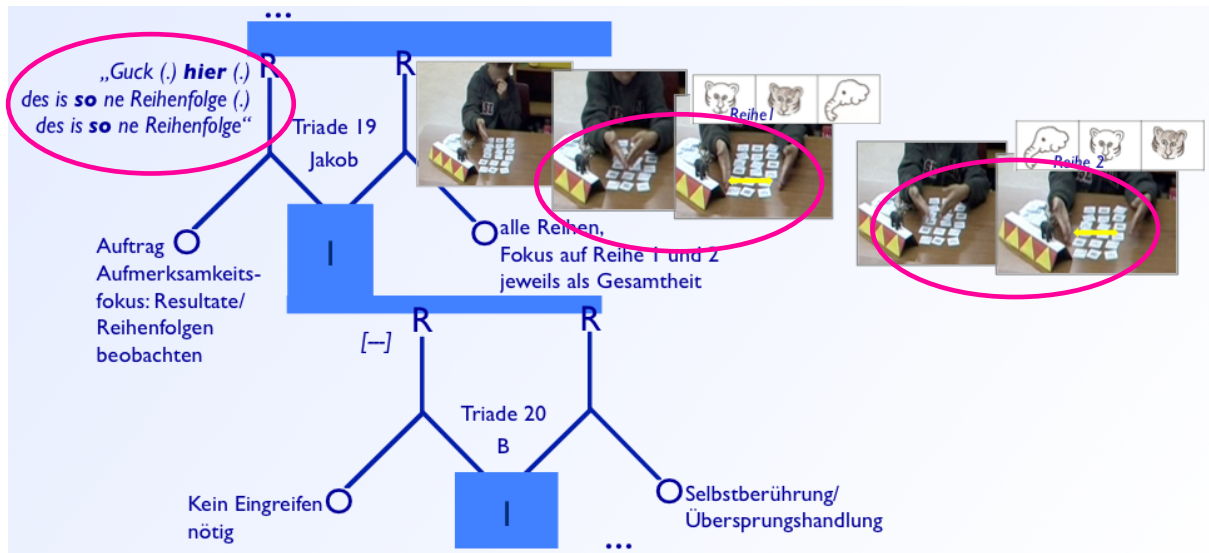
Ausschnitt a SPK 1

Abb. 10.1_7 Ausschnitt a aus SPK 1: Begriff *Reihenfolge* lautsprachlich umschrieben, gestisch getippt und als konstante Zeigebewegung

In seiner zweiten Erklärung nutzt Jakob dann aber in der Lautsprache den Begriff der „Reihenfolge“ (SPK 1-3, Triade 19, Kap. 9.3.1) oder bezieht sich mit dem Gebrauch des indirekten Artikels auf diesen zuvor verwendeten Begriff „des **geht** des is ne **annere** (.)“ (SPK 1-4, Triade 21, Kap. 9.3.1). Seine Gestik verändert er vom Tippen auf einzelne Positionen in der zweiten Erklärung dahingehend, dass er nun eher die Gesamtheit der Reihenfolgen mit einer

²⁷⁰ Auf diese Weise ist es perspektivisch möglich, dass Lernende über den Gebrauch von solchen Gesten ein gemeinsames fach-lautsprachliches Vokabular in der mathematischen Auseinandersetzung entwickeln, das weiter genutzt werden kann. Diese Annahme passt zu den Forschungen von Goldin-Meadow (2013), die beschreibt, dass häufig Gestik eine wegbereitende Funktion im Lernprozess erfüllen würde, wenn etwas lautsprachlich (noch) nicht ausgedrückt werden könne (vgl. Kap. 5.4).

großen zweihändigen Geste darstellt (vgl. SPK 1-3, Triade 19, Kap. 9.3.1). In der dazugehörigen Semiotischen Prozess-Karte lässt sich von Triade 3, über die Triaden 10ff, 19 und 21 der Weg dieses Zeichens im gesamten Zeichenprozess nachverfolgen²⁷¹ (vgl. Ausschnitte a u. b SPK 1 in Abb. 10.1_7 u. Abb. 10.1_8 u. als vollständige SPK Abb. 9.3.1_10 bis 9.3.1_13 in Kap. 9.3.1).



Ausschnitt b SPK 1

Abb. 10.1_8 Ausschnitt b aus SPK 1: wiederholte lautsprachliche Benennung des Begriffs *Reihenfolge*, gestisch als Öffnung der Dachhand-Gestik über zwei fokussierte Reihenfolgen

Gestik wird in dieser Funktion von den in den ausgewählten Sequenzen beteiligten Lernenden auch verwendet, um als Quelle mathematischer Ideen zu dienen (vgl. Huth, 2011a, S. 241). Dies ist etwa der Fall, wenn verschiedene Ideen auch in den verschiedenen Modi konkurrierend dargestellt und diskutiert werden oder die mathematische Darstellung noch im Entstehen ist und eventuell noch nicht mit anderen Aspekten in Relation gesetzt werden kann, es mutmaßlich also zunächst eine (noch) vage mathematische Idee gibt. Eventuell wird diese erste Idee, die möglicherweise noch keine fachlich adäquate, lautsprachlich beschreibbare oder schriftreife Form hat, die sozial noch keine Evaluation erfahren hat oder deren Zusammenhänge zu anderen mathematischen Erkenntnissen noch nicht sicher hergestellt werden können, im weiteren Verlauf der Interaktion aufgegriffen und weiterentwickelt. In Abbildung 10.1_9 sieht man Beispiele solcher Gesten aus den untersuchten Sequenzen:

²⁷¹ Ein Phänomen, das R. Vogel in gemeinsamen Gesprächen als sogenannte „Zeichenwanderung“ (persönliche Korrespondenz mit R. Vogel) über verschiedene Modi beschrieben hat.

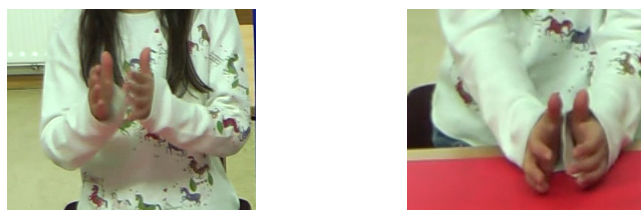


Abb. 10.1_9 Mayas „genausolang“ (links) und „daneben“-Geste (rechts)

Mayas Geste stellt die Ausrichtung und Position von zuvor als „große“ (Transkript 5, Äußerung 1b bzw. SPK5-1, Triade 2, Kap. 9.3.6) und als „so ein **Achter** und ein **Vierer**“ (Transkript 5, Äußerung 4a bzw. SPK5-1, Triade 4, Kap. 9.3.6) bezeichneten Bausteinen als parallel zueinander angeordnet und in gleicher räumlicher Orientierung dar. Die Informationen zur Lage werden deutlich betont durch eine rekurrierend gebrauchte beidhändige Gestik. Gleichzeitig wird lautsprachlich „genauso lang ist wie das **andere**“ (Transkript 5, Äußerung 8 bzw. SPK5-2, Triade 8a, Kap. 9.3.6) und „**daneben**“ geäußert (Transkript 5, Äußerung 11 bzw. SPK5-2, Triade 10a, Kap. 9.3.6). Die Relation, der Abstand der Bausteine, die räumliche Ausrichtung als parallel und symmetrisch zueinander – all diese mathematischen Informationen zur Steinpositionierung im Nachbau werden zunächst ausschließlich gestisch dargestellt, während lautsprachlich auf die gleiche Länge verwiesen wird, später dann auf das Nebeneinander. Die Gestik verändert sich nur in der Position ihrer Ausführung. Der lautsprachliche Verweis auf die gleiche Länge ist insofern relevant, als dass es sich um die Anordnung aus einem 12er Stein handelt, neben den ein 8er und ein 4er Stein so angeordnet werden müssen, dass sie die gleiche Länge wie der 12er Stein aufweisen. Es fällt auf, dass das für die Schüler*innen vertraute Material (LEGO® DUPLO® Bausteine) lautsprachlich eine mutmaßlich für beide bekannte Bezeichnung erhält, und zwar nach den sichtbaren Verbindungsstellen an der Oberseite (*Achter*, *Vierer* in Transkript 5, Äußerung 4a bzw. SPK5-1, Triade 4, Kap. 9.3.6). Möglicherweise sind die Informationen zur räumlichen Anordnung der Steine in Relation zueinander gestisch effektiver und auch zeitgleich zu codieren, während die Lautsprache die gleiche Länge betont und es zur Beschreibung der weiteren räumlichen Anordnung eine ausführlichere Erläuterung bedürfen würde. Die lautsprachliche Beschreibung stellt mutmaßlich eine hohe Anforderung an die Schülerin Maya, wäre aber möglicherweise für den Interaktionspartner Dennis hilfreich. Er versucht vornehmlich über die Deutung der von Maya geäußerten Lautsprache mehrere verschiedene Anordnungen, die von Maya im Anschluss überprüft und als nicht adäquat eingestuft werden, worauf Dennis wiederholt veränderte Anordnungen entwickelt und immer wieder Maya zur Evaluation anbietet. Maya verändert immer wieder ihre Gesten und stellt Gleiches auf diese Weise noch einmal anders dar. Sie erzeugt also eine Vielfalt an Gesten, um die Anordnung der Steine deutlich zu machen, variiert dabei aber ihre Lautsprache bezüglich mathematischer Beschreibungen kaum. Mathematische Ideen werden vornehmlich im gestischen Modus kodiert. Dennis erzeugt

demgegenüber immer wieder neue Materialanordnungsversuche, die er offenbar rein aus der Interpretation von Mayas Lautsprache heraus entwickelt und damit versucht, relativ gleichbleibende lautsprachliche Beschreibungen in Handlungen umzusetzen.

In Abbildung 10.1_10 (Kombinatorik: Beispiel 1) ist eine Geste von Jakob aufgeführt, die ebenfalls eine mathematische Idee oder Erkenntnis als Teil einer größeren Erklärung zeigt. Man erkennt Jakobs gestische Darstellung eines Fixpunktes der Permutation und die sich anschließende Permutationsgeste, anhand derer er versucht zu erläutern, warum bereits alle Reihenfolgen gefunden sein müssten. Lautsprachlich ist seine Erläuterung mit rein gestisch definierten Bezeichnungen wie „**des**“ oder „die zwei“ gestaltet (Jakob: „halt nur **des** is **gleich**/ und die zwei sin verkehrt (.)“; Transkript 1, Äußerung 17b u. c bzw. Triade 23, SPK1-4, Kap. 9.3.1). Den Fixpunkt beschreibt er lautsprachlich als „nur **des** is **gleich**“, nimmt damit auch eine Einschränkung vor, für was „**gleich**“ hier gilt („nur **des**“). Die Permutation von zwei Positionen bei einem Fixpunkt bezeichnet er als „verkehrt“. Gestisch werden die zentralen kombinatorischen Aspekte Fixpunkt und Permutation zunächst durch ein gleichzeitiges Tippen auf die jeweils ersten Positionen der verglichenen Reihen ausgedrückt, mit anschließender *diskursstrukturierender* Geste als ruckartige Bewegung zum Gesicht bzw. neben die Reihen. Die Permutation wird dann als eine dynamische Geste als Wechselbewegung mit den zwei Zeigfingern oberhalb der vertauschten Positionen in den Reihen dargestellt. Mutmaßlich schärft Jakob während der Ausführung dieser Gesten seine eigene mathematische Erkenntnis bezüglich Strukturen und Relationen im gemeinsam mit Claus erzeugten mathematischen Diagramm der gefundenen Reihenfolgen und erkennt diese Zusammenhänge in seiner gestischen Darstellung wieder, die dadurch weiter ausdifferenziert, vertieft und mathematisch durchdrungen werden können.

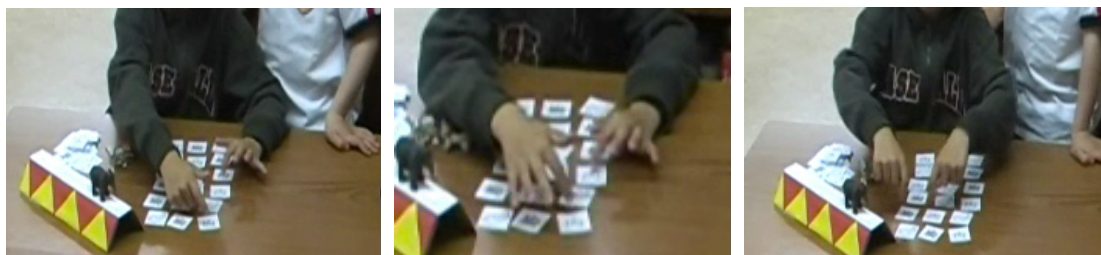


Abb. 10.1_10 Jakobs Gesten zu Fixpunkt (links, Mitte) und Permutation (rechts)

d) *Manipulierend-am-Diagramm-Funktion:*

Im *inskriptionalen* und *diagrammatischen* Gebrauch von Gesten wird die fachliche Dimension der Gesten greifbar bzw. im Sinne eines *gestischen Mathematiktreibens* beschreibbar: Gestik ist nicht nur *Abbildung* von mathematischer Tätigkeit und Erkenntnissen, die möglicherweise längst mental verfügbar sind oder auch in jedem anderen Modus zum Ausdruck kommen könnten, sondern sie *ist Teil des mathematischen Lernens* und konstruiert durch ihre Gestalt diagrammatisch verwendete Darstellungen von Lernenden. Die Lernenden gebrauchen dabei

zum einen Gesten, die mögliche und unmögliche Manipulationen am Diagramm darstellen oder Relationen zwischen Inskriptionen deutlich machen.²⁷² Ein Beispiel dafür ist etwa die *Fixpunktgeste* von Jana aus Beispiel 2 (Kombinatorik) (vgl. Abb. 10.1_11). Die Geste selbst zeigt in einer dynamischen Bewegung über den jeweils zweiten Positionen aller erzeugten und mit Papierkärtchen nachgelegten Reihenfolgen den Fixpunkt als paarweises Auftreten in untereinanderliegenden Reihen an (vgl. Transkript 2, Äußerung 13c bzw. SPK2-2, Triade 10a, Kap. 9.3.2) und später als eine stärker tippende Bewegungsfolge über den mittleren Positionen (vgl. Transkript 2, Äußerung 13d bzw. SPK2-2, Triade 11, Kap. 9.3.2). Jana setzt gestisch damit jeweils paarweise zwei untereinanderliegende Reihen in Relation, zeigt aber auch durch die rhythmische und ineinander verschachtelte Gestenbewegung über alle Reihen die diagrammatischen Zusammenhänge in der Gesamtheit des Diagramms an. Die von den Schülerinnen Ayse und Jana gemeinsam erzeugte Darstellung der Reihenfolgen aus Papierkärtchen ist so angeordnet, dass (möglicherweise zufällig) immer zwei Reihen genau untereinander liegen, die in der mittleren Position gleich besetzt sind. Dies erkennt Jana hier oder betont es in besonderer Weise, erzeugt nicht etwa rein aufmerksamkeitssteuernde Zeigegesten, sondern eine besondere Folge von Bewegungen, die dynamisch jeweils pro Reihenpaar den Fixpunkt anzeigen. Durch die besondere Anordnung im Diagramm der Reihenfolgen wird gewissermaßen eine solche Gestik von Jana evoziert. Das Erkennen und die Deutung zentraler diagrammatischer Strukturen über alle Reihenfolge ermöglicht die Erzeugung dieser Gestenfolge. Hier ist auch erkennbar, wie aktuell verfügbare und auf bestimmte Weise angeordnete Materialien mit dem gestischen Modus zusammenwirken bei der Erkenntnis und Darstellung mathematischer Zusammenhänge. Solche Beispiele weisen Anknüpfungspunkte an interaktionistische Theorien, wie etwa an den Ansatz von Fetzer (2009, 2017, 2019) zum Objekt als partizipierender nicht-menschlicher Interaktant, auf (vgl. Kap. 4.2). Die Materialanordnung tritt gewissermaßen in Interaktion mit Jana, die daraufhin den Turn ergreift und sich äußert. Auf die ebenso besondere Relation zur gleichzeitig geäußerten Lautsprache wurde ausführlich in der Analyse hingewiesen (vgl. Kap. 9.3.2). Im Anschluss an diese Geste formuliert Jana den abduktiven Schluss: „Jetzt haben wir alle Reihen!“ (Transkript 2, Äußerung 19 bzw. SPK2-3, Triade 13a, Kap. 9.3.2). Hier führt also die besondere Anordnung des Materials, die als Diagramm gedeutet werden kann bzw. in welcher diagrammatische Zusammenhänge entdeckt werden, im Zusammenspiel mit der daran manipulierenden Geste zu einem ersten Schluss bezüglich der Lösungsmenge aller Reihenfolgen. Dieser ist zwar noch nicht weiter überprüft oder begründet und kann als abduktiv bezeichnet werden, er zeigt aber einen deutlich diagrammatisch geprägten Blick auf die Materialanordnung, der vor allem gestisch zum Ausdruck gebracht wird.

²⁷² Diese sind im doppelten Gestenkontinuum unten in ihrer Funktion als *manipulierend am Diagramm* eingeordnet.

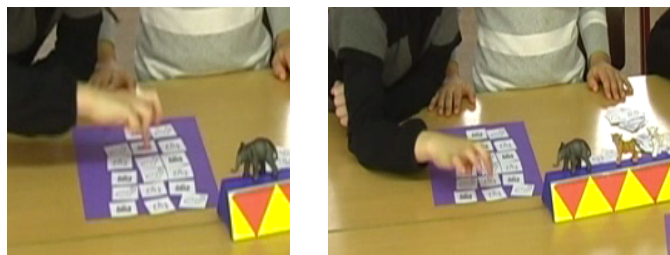


Abb. 10.1_11 Janas Fixpunktgesten am Diagramm der Reihenfolgen
(Kombinatorik: Beispiel 2)

e) *Inskriptional/diagrammatische Funktion*

Die Gestik kann aber auch selbst zum Diagramm werden. Dies kann z. B. dann der Fall sein, wenn etwa kein taktiler Material zur Verfügung steht, aus dem eine bestimmte Anordnung erzeugt werden kann oder wenn schriftliche Darstellungen nicht vorgesehen, geleistet oder möglich sind. Gestisch wird dann gewissermaßen das Material oder die schriftliche Darstellung erzeugt. Vogel und Huth (2020) beschreiben ein Beispiel bezüglich der Nutzung von Gesten als Material und als Handlung an diesem Material. Hier ersetzt eine Schülerin mit dem Fixieren ihrer Finger in der tatsächlich verfügbaren und von beiden Schülerinnen erstellten Anordnung des Materials fehlende Legeplättchen und zählt diese im Anschluss mit der anderen Hand ab (vgl. Vogel & Huth, 2020, S. 240 u. S. 243).

Die Gestik kann aber nicht nur als Materialersatz in diesem Sinne dienen. Sie hat einen ganz eigenen Stellenwert in der mathematischen Auseinandersetzung und wird durch ihre besonderen Ausdrucks- und Darstellungsmöglichkeiten in den Beispielen der vorliegenden Arbeit auch dann als Diagramm gebraucht, wenn potentiell genügend Material vorhanden wäre, um damit darzustellen, was gemeint ist. Die Gestik ist aber offenbar flexibler in ihrem Einsatz in solchen Momenten, mobil, als Zeichen etabliert auch rekonstruierbar und Teil der körperlich-kognitiven Möglichkeiten und sie kann mit diesen Eigenschaften schnell und effektiv verwendet werden. Beim Beispiel aus Vogel und Huth (2020) kennen und halten gewissermaßen die Finger die Anzahl der durch sie ersetzten Legeplättchen, sind taktil-erfahrbarer Teil des Körpers und entlasten auf diese Weise kognitiv, weil sie entweder auch später noch gezählt werden können oder die Schülerin, auch wenn sie nicht zählt, spüren kann, wie viele Finger im Arbeitsbereich als Legeplättchen-Ersatz verwendet werden. Gestik bietet in der Weise die Möglichkeit einer zwar vorübergehenden, aber äußerst vielfältigen und bildhaft-dreidimensionalen *Quasi-Materialität*. Durch ihren bildlichen, dreidimensionalen und dynamischen Charakter kann sie mathematische Objekte vorübergehend in den Raum zeichnen, diese erweitern, verändern, daran etwas zeigen und damit im weiteren Verlauf erneut darauf verweisen, für weitere Darstellungen nutzen oder daran manipulieren. Gestik erzeugt eine Art *Real-Life Hologramm* im Gestenraum, an dem weitergearbeitet werden kann

und das potentiell später auch in eine dauerhaft verfügbare, z. B. schriftliche Darstellung gebracht werden kann. Die Gestik ist hier dann gewissermaßen Entwurf und Proberaum für das, was dann möglicherweise in Zukunft tatsächlich auf Papier gebracht werden kann.

Ein Beispiel einer *inskriptional/diagrammatisch* verwendeten Geste aus den Daten der vorliegenden Arbeit ist der Bauplan von Maya in Beispiel 5 (Geometrie), der im Gestenmodus in den Arbeitsbereich vor Maya, in ihren Gestenraum, gezeichnet wird (vgl. Beispiel 5, Abb. 10.1_12). Die Gestik selbst wird zum Diagramm des Bauplans, ist erweiterbar, verlinkt das Originalgebäude mit der Abbildung im Arbeitsbereich von Dennis und dient gleichzeitig als strukturierende kognitive Entlastung in der Entwicklung einer geeigneten schrittweisen Bauanleitung, die von Maya gewissermaßen remote entwickelt wird, ohne das taktil verfügbare Originalgebäude in seine Bestandteile zerlegen zu müssen.

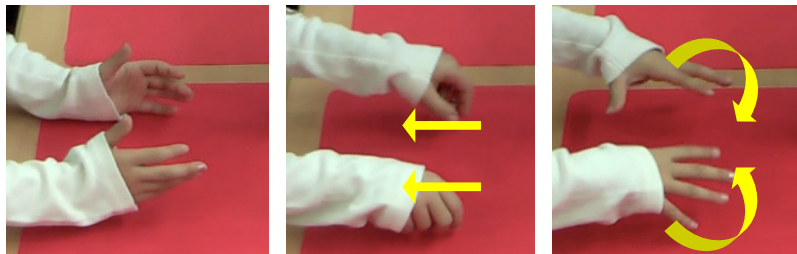


Abb. 10.1_12 Ausschnitt aus Mayas Bauplan-Gesten (Bildfolge von links nach rechts)

Eine weitere am Diagramm manipulierende Geste wird in Beispiel 3 (Kombinatorik) ebenfalls von Maya erzeugt. Sie entwickelt aus dem Diagramm aller gefundenen Reihenfolgen aus drei Elementen ein gestisches Diagramm, an dem Reihenfolgen aus vier Elementen betrachtet werden können. Damit nutzt sie eine bereits bestehende Art von Fixierung durch die Papierkärtchen und extrahiert daraus gestisch einen Teil dieser zuvor bereits diagrammatisch verwendeten Darstellung. Gestisch wird anschließend eine neu erzeugte Position in der beispielhaften vierelementigen gestisch umrissenen Reihenfolge auf den Tisch gezeichnet und ein imaginäres Kärtchen darauf abgelegt. Zu diesem Zeitpunkt stehen drei Plastiktierfiguren und eine nicht bestimmte Anzahl an Papierkärtchen passend zu diesen drei Plastiktierfiguren als taktil Material zur Verfügung (vgl. mathematisches Situationspattern I, Anhang I-1). Die Gestik übernimmt die Funktion von Inskriptionen, die durch ihre gestische Gestalt einer gewissen Flüchtigkeit unterliegen. Durch die darin enthaltenen ebenso gestisch dargestellten diagrammatischen Strukturen zeigt sich der diagrammatische Charakter der Gestik. Das Diagramm der Reihenfolgen aus tatsächlich verfügbarem Material wird durch Maya gestisch erweitert und die Darstellung einer Reihenfolge der Länge $n+1$ erzeugt (vgl. Abb. 10.1_13). Es wurde bereits an verschiedenen Stellen in der vorliegenden Arbeit beschrieben, dass Maya hier gestisch eine Reihenfolge der Länge drei aus dem bereits erzeugten Diagramm aus nachgelegten Reihenfolgen heraus schiebt auf die freie Tischfläche in ihrem Arbeitsbereich und

für diese Reihenfolge eine neue Position, für die es $n+1$ Möglichkeiten der Besetzung gibt, markiert. Diese Position wird ebenfalls gestisch markiert und auf sie ein fiktives Kärtchen ablegt, dessen Form und Gestalt durch die Handform und -stellung deutlich wird. Die Gestenfolge selbst wird zum Diagramm, an dem wiederum gestisch manipuliert wird. Auf diese Weise ließen sich geschickt zunächst Permutationen mit einem Fixpunkt in Position $(n+1)-3$ finden, nämlich indem man vor allen bereits gefundenen Reihenfolgen der Länge $n=3$ eine neue Position generiert, die zunächst diesen Fixpunkt mit einem weiteren Element enthält. Hier wird nochmals der multifunktionale Charakter der Gestik deutlich: Sie weist *inskriptional/diagrammatische Funktion* auf und wird gleichzeitig *manipulierend am Diagramm* verwendet. Ebenso kann für diese Gestenfolge die *Darstellung einer mathematischen Erkenntnis/Idee* und damit eine weitere der aufgeführten Funktionen angenommen werden, nämlich eine Art Erzeugungsvorschrift für Reihenfolgen der Länge $n+1$. Es kann als kombinatorisch adäquate Strategie bezeichnet werden, bei bestehenden Reihenfolgen der Länge drei eine neue Außenposition zu erzeugen und somit bereits erzeugte Reihenfolgen der Länge drei für die Erzeugung von Tupeln der Länge vier zu nutzen.²⁷³



Abb. 10.1_13 Mayas Gestenfolge zur Erweiterung der Reihenfolgenlänge n zu $n+1$
(Bildfolge von links nach rechts)

Die bisherigen Beschreibungen zeigen, dass Gesten vielfältige Funktionen in der Beschäftigung junger Lernender mit mathematischen Sachverhalten unterschiedlicher mathematischer Bereiche erfüllen. Neben dieser Vielfalt der aufgeführten Funktionen der Gestik im Mathematiklernen zeigt sie sich darüber hinaus aber auch in ihrer *Gestalt* reichlich wandelbar. Über *Gestenfunktion* bzw. *-gebrauch* und *Gestengestalt* wird die interaktive Bedeutungszuschreibung in den Analysen der vorliegenden Arbeit rekonstruierbar. Diese Rekonstruktion von Bedeutung zu bestimmten Gestengestalten anhand der Analysen ist nicht zu verstehen als lexikalisierbares System, das etwa situationsübergreifend in verschiedenen mathematischen Auseinandersetzungen verschiedener Interagierender auf eine immer gleichbleibende objektiv annehmbare Bedeutung einer bestimmten Geste verweist. Funktion und Gestalt der Gesten sind stets gebunden an ihre Erzeugungssituation. Die in den untersuchten mathematischen Interaktionen rekonstruierten Gesten sind als interaktive

²⁷³ Solche Strategien von Lernenden bei der Beschäftigung mit kombinatorischen Fragen beschreibt bspw. English (1993, S. 261ff). In der vorliegenden Arbeit wurde diese Studie bei der Beschreibung der Situation im entsprechenden Situationspattern rezipiert (vgl. Anhang I-1).

Hervorbringung in Gestalt und Deutung kontextabhängig und unterliegen auch bei gleicher Gestalt einer potentiellen Mehrdeutigkeit.²⁷⁴

Die Frage nach der *Gestengestalt* ist mit Blick auf den Zeichenbegriff nach Peirce die Frage nach der *Gestalt des Repräsentamens*, in diesem Fall des gestischen Repräsentamens, das zunächst als äußerlich wahrnehmbares Zeichen beschrieben wurde (vgl. Kap. 6.2).²⁷⁵ In Peirce' Zeichentheorie wird durch diese äußerlich wahrnehmbare Gestengestalt im Geiste eines*r Zeichenleser*in ein Interpretant des Zeichens hervorgebracht, vorausgesetzt sie*er nimmt das Zeichen als solches wahr. Die Erzeugung eines Interpretanten im Geiste des*r Zeichenlesers*in geschieht anhand des in der Interpretation der Zeichengestalt von dem*r Zeichenleser*in *angenommenen* und damit dem Repräsentamen *subjektiv unterstellten* Objektbezugs. Man kann davon ausgehen, dass dieser Objektbezug nicht notwendigerweise bewusst gesteuert, sondern aufgrund interpretativer Erfahrungen und aktivierter Deutungsgewohnheiten des*r Zeichenleser*in hergestellt wird. Die Frage, die sich bezüglich der Gestengestalt ergibt, ist also, wie durch die Deutungsaktivität des*r Zeichenlesers*in anhand der Gestalt der Geste der Bezug zum Objekt des Zeichens hergestellt wird, das dem*r Zeichenerzeuger*in als gemeint unterstellt wird.

Um zu verdeutlichen, was damit gemeint ist, lassen sich erneut die Semiotischen Prozess-Karten, die für die Datenbeispiele in der vorliegenden Arbeit erstellt wurden (vgl. SPKI, 2, 3, 4 u. 5, Kap. 9.3.1 bis 9.3.6), betrachten. Hier erkennt man die gestischen Repräsentamen als äußerlich wahrnehmbare Zeichen und ebenso die rekonstruierten Objekte aus den jeweils durchgeführten Semiotischen Analysen. Ist bspw. eine auf einen materiell verfügbaren Gegenstand zeigende Geste in einer Triade im gestischen Repräsentamen abgebildet, wird also *durch das Zeigen auf Etwas, ein Ding, ein Gegenstand, ein im Gestenraum verorteter Gedankengang, usw.* das unterstellte und vermeintlich durch den*die Zeichenerzeuger*in gemeinte Objekt für den*die Zeichenleser*in interpretierbar. Es kann dabei z. B. auf konkret verfügbare Gegenstände, aber auch z. B. auf zuvor im Gestenraum verortete und möglicherweise auch ausschließlich gestikuliert Gegenstände oder auch auf etwas bspw. größeres Ganzes, nicht näher Bestimmtes gezeigt werden. Es könnte sich folglich bei dem mit dem Zeigen Gemeinte um den durch das Zeigen angezeigten konkreten oder gedanklichen, möglicherweise zuvor gestisch dargestellten Gegenstand handeln. Es könnte aber auch eine damit verbundene

²⁷⁴ Gesten können aber als gemeinsames Zeichen der Interagierenden etwa als *gleiche Geste für das gleiche Gemeinte* ebenso interaktiv eine der Vorläufigkeit und interaktiven Veränderbarkeit unterliegende Festlegung erfahren. Diese Festlegung hat dann vorübergehend Gültigkeit innerhalb der gerade interagierenden Sprachgemeinschaft (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Kap. 3.1.4 u. 3.2.3). Gestik hat damit das Potential, innerhalb einer Sprachgemeinschaft lexikalisiert gebrauchte Zeichen bzw. Gesten im Rahmen von interaktiven Aushandlungen zu entwickeln.

²⁷⁵ Äußerlich wahrnehmbar ist nur insofern anzunehmen, als dass Zeichen bei Peirce auch rein gedanklich sein können und sind (vgl. Peirce, 1934, CP 5.283). Es ist eine nicht allzu ferne Vorstellung, wenn man davon ausgeht, dass vermutlich jeder tatsächlich externalisierten Äußerung ein Gedankengang und damit mutmaßlich ein gedanklicher Zeichenprozess, sei er auch noch so unbewusst, vorausgeht.

Handlung als das gemeinte Objekt interpretiert werden. Ebenso könnte es um den Ort gehen, an dem der Gegenstand aktuell liegt oder der Gedankengang verortet wurde oder auch um eine bestimmte Eigenschaft des Gegenstandes/des Gedankengangs, usw. Bei indexikalisch,²⁷⁶ rein verweisend gebrauchten Zeichen als Gesten, im Peirce'schen Sinne klassische Zeigegesten (vgl. Kap. 6.1), erscheint die Rekonstruktion des Objektbezugs und des Gemeinten zunächst vermeintlich offensichtlicher als etwa bei Gesten, welche z. B. die Bewegung eines bestimmten Gegenstandes darstellen.²⁷⁷ So kann etwa in Triade 9a in SPK 3-2 aus Beispiel 3 (Kombinatorik, Kap. 9.3.3) ein indexikalisch verwendetes gestisches Zeigesignal rekonstruiert werden, bei dem durch das Zeigen auf ein konkret verfügbares Ding – hier die fünfte Reihenfolge in der Gesamtheit aller nachgelegten Reihenfolgen – der Objektbezug vornehmlich durch die Steuerung der Aufmerksamkeit auf dieses *Ding* deutlich wird (vgl. Abb. 10.1_14).



Abb. 10.1_14 Zeigen auf die fünfte Reihenfolge von Dennis (Kombinatorik: Beispiel 3)

In Beispiel 4 (Geometrie) wird ein symbolisches Zeigesignal verwendet, das auf einer interaktiv festgelegten und regelhaft geleiteten Deutung beruht. In den Triaden 11a, 12 u. 14 in SPK 4-3 (vgl. Kap. 9.3.5) erweist sich das Zeigen auf Positionen oder Steine am Nachbau oder Originalgebäude als symbolisch, weil es auf die interaktive gemeinsam etablierte Deutung der Interagierenden beruht, dass nicht nur die angezeigte einzelne Position bzw. der einzelne Stein am Gebäude gemeint ist, sondern gleichzeitig die vergleichbare Position oder der Stein mit den entsprechenden Lage-, Positions- und Ausrichtungseigenschaften am anderen Gebäude mitgemeint ist (vgl. Abb. 10.1_15) und somit im Interpretant des Zeigens ein

²⁷⁶ Ein *indexikalisch* verwendetes Zeichen ist nach Peirce definiert als ein rein aufmerksamkeitssteuerndes Zeichen auf Etwas, ohne dieses Ding näher zu beschreiben (vgl. Peirce, 1931, CP 1.369; Kap. 6.1).

²⁷⁷ In Kapitel 6.1 habe ich darauf hingewiesen, dass die Zuschreibung einer *reinen* Indexikalität im Peirce'schen Sinne für Zeigegesten eine idealisierte Vorstellung zu sein vermag. Im Zeigen kann z. B. in manchen Fällen sehr wohl auf z. B. die Größe des gemeinten Gegenstandes verwiesen werden und damit bereits etwas zu dem gemeinten Gegenstand ausgesagt werden. Ein vermeintlich nach Peirce rein indexikalisch verwendetes Gestenzeichen, z. B. also das Zeigen auf einen konkret im Raum verfügbaren Gegenstand, kann zudem bereits eine interaktive Bedeutungszuschreibung erfahren haben. Eine solche „als gemeinsam geteilt geltende Deutung“ (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18; Kap. 4.2) einer bestimmten Zeigegeste weist dann wiederum im interaktiven Zeichenrepertoire der Interagierenden im Peirce'schen Sinne zusätzlich symbolischen Charakter auf, weil der Gebrauch und die Deutung der Zeigegeste auf einer gemeinsam festgelegten Deutungsregel basieren, die zwar keine endgültige, unumstößliche Bedeutungszuschreibung markiert, aber dennoch vorübergehend die Deutungen der Interagierenden dieses bestimmten Zeichens determiniert.

Vergleich der beiden Gebäude, Positionen oder Steine im Geiste des Zeichenleser*in evoziert wird.



Abb. 10.1_15 Beispiele des interaktiv etablierten Zeigeeichen von Jana und Ayse
(Geometrie: Beispiel 4)

Der Objektbezug erweist sich hier also als komplex, weil er sich nicht aus einem rein indexikalisch verwendeten Zeichen rekonstruieren lässt, sondern das gestische Zeigeeichen im Peirce'schen Sinne auf einer symbolischen Verwendung beruht und gleichsam indexikalische Verweisstrukturen nutzt.

Es lassen sich verschiedene Gestengestalten zusammenfassen, die im unten beschriebenen *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* in der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* aufgeführt sind. Es handelt sich um insgesamt sechs Arten der Gestengestalt, die wiederum durch eine mögliche Mehrfachzuordnung geprägt sind. Eine Geste kann also mehrere dieser Gestengestalten gleichzeitig erfüllen:

1) *Gebrauch von materiell Verfügbarem in Gesten:*

Diese Gestengestalt integriert einen konkret verfügbaren Gegenstand in die Gestenbewegung und determiniert auf diese Weise den Objektbezug, der von dem*er Zeichenleser*in zur Rekonstruktion des Gemeinten verwendet wird. Beim Gebrauch von materiell Verfügbarem kann es sich z. B. um einen Stift aus dem Arbeitsbereich handeln, der als Verlängerung oder der Genauigkeit dienenden Ausführung einer Zeigebewegung im Arbeitsbereich verwendet wird. In meinen Daten lässt sich als Gebrauch von materiell Verfügbarem in einer Geste bspw. die Präsentationsgeste von Jana in Beispiel 4 (Geometrie) rekonstruieren (vgl. Abb. 10.1_16): Sie hebt ihr Bausteingebäude an und präsentiert es auf diese Weise dem Kreis der Interagierenden, verbunden mit dem lautsprachlichen Ausruf: „(Tad e e) / mein Haus is fertig“ (Transkript 4, Äußerung 5a bzw. SPK 4-1, Triade 4b, Kap. 9.3.5).



Abb. 10.1_16 Die Präsentationsgeste von Jana (Geometrie: Beispiel 4)

Die Gestengestalt ist hier geprägt durch die Verwendung eines konkreten Gegenstandes in der Geste, nämlich des erstellten Bausteingebäudes Bau 2. Die Nähe zu Handlungen liegt gewissermaßen auf der Hand. Darauf wurde bereits an anderer Stelle der Arbeit unter Bezug auf die Forschung von Vogel und Huth (2020) verwiesen (vgl. Kap. 3.1.3).²⁷⁸ In Huth (2011a) wird eine ganz ähnliche Präsentationsgeste in einer anderen mathematischen Interaktionssituation aus dem Bereich geometrischer Größen geschildert: Eine Schülerin zeigt eine mit der flachen Hand ausgeführte Geste. Auf ihre Handfläche stellt sie ein mit Holzwürfeln gefülltes Würfelkantenmodell und hebt es an. Sie präsentiert sich selbst und den anderen Interagierenden mit dieser Geste das Würfelkantenmodell (vgl. Huth, 2011a, S. 222). Man könnte dieser, wie auch der in Abbildung 10.1_16 aufgeführten Geste Janas aus Beispiel 4 der vorliegenden Arbeit im Sinne Peirce' *indexikalischen* Charakter zuschreiben (vgl. Kap. 6.1), weil die Aufmerksamkeit auf das Würfelkantenmodell durch die Präsentationsgeste gelenkt wird. Allerdings sagt die Art der Geste, bspw. die Verwendung der flachen Hand, auf der das Kantenmodell steht, das Anheben, usw. bereits etwas über die Beschaffenheit des Gegenstands, seine Form- und Materialeigenschaften aus, was eine rein indexikalische Verwendung ausschließt. Die Verwendung des konkreten Gegenstandes des Würfelkantenmodells in der Geste prägt also die Gestengestalt. Die Gestengestalt beeinflusst daher die Deutungsaktivität hinsichtlich des Objektbezugs, der durch die potentiellen Zeichenleser*innen hergestellt wird. Ihre Deutungen können dabei gleichzeitig vielfältig ausfallen und die Interpretation des Objektbezugs unterliegt keiner allgemeingültigen Festlegung.

Alibali, Nathan, und Fujimori (2011) beschreiben verschiedene Kategorien von Lehrendengesten hinsichtlich ihrer Funktionen im Unterricht (vgl. Alibali et al., 2011, S. 223f). Dabei werden auch solche aufgeführt, die bspw. einen Gegenstand für die Klasse sichtbar nach oben halten und darüber hinaus solche, die den Gegenstand nach oben halten und damit eine Bewegung ausführen. Erstere werden als „hold up“ Gesten, Letztere als „hold up + action“ Gesten (Alibali et al., 2011, S. 223) bezeichnet. Es handelt sich also auch um Gesten, die einen konkreten Gegenstand, ein Ding, integrieren. In Sinclair und Pimm (2015) werden Gesten in den Fokus gerückt, die in digitalen Lernarrangements als Multi-Touch-Gesten verwendet

²⁷⁸ Vogel und Huth (2020) beschreiben *chronologische, funktionale* und *semantische* Schnittstellen (vgl. Kap. 3.1.3).

werden. Die Besonderheit dieser Gesten ist Sinclair und Pimm (2015) folgend die *taktile Erfahrung eines Kontakts der Finger zu einem Bildschirm* und die *Erzeugung einer Handlung durch solche Multi-Touch-Gesten* (vgl. Sinclair & Pimm, 2015, S. 101). In digitalen mathematischen Lehr-Lern-Situationen scheint also mutmaßlich die Sichtweise auf die Grenze zwischen Gesten und Handlungen eine Erweiterung zu benötigen.²⁷⁹

In meinem Forschungsprozess ist die Frage nach der Grenze von Handlungen – verstanden als die Manipulation eines Gegenstands – und Gesten – verstanden als Bewegungen vornehmlich der Arme und Hände während des Sprechens in der Regel ohne Gegenstand – wiederholt in den Fokus gerückt. Die zitierten Forschungen von Vogel und Huth (2020), Alibali et al. (2011) und Sinclair und Pimm (2015) stützen die Annahme einer nicht klaren Abgrenzbarkeit bzw. einer auch theoretisch begründeten verschiedenen Sichtweise auf die Beziehung der beiden Modi zueinander. Anstelle einer Abgrenzungsdefinition erscheint also eine differenzierte und spezifische, in der jeweiligen Theorie begründete Beschreibung des jeweiligen Äußerungsereignisses ein geeigneter Weg zu sein.

In meinen Analysen wird der *Gebrauch von materiell Verfügbarem in Gesten* dann als Geste verstanden, wenn im Moment der Geste ...

... zum einen der Gegenstand deutlich aus seiner bisherigen interaktiv vereinbarten Verwendung herausgenommen bzw. diese oder der Gegenstand eine Umdeutung erfahren, und

... zum anderen, wenn der Gegenstand deutlich in einen gestischen Äußerungskontext eingebunden wird.

Als gestischer Äußerungskontext wird bspw. eine gestische Äußerung im Sinne einer längeren Bewegungsabfolge verstanden oder eine vornehmlich gestisch ausgeführte Äußerung, die in diesem speziellen Fall *mit dem entsprechenden Gegenstand* ausgeführt wird. Es handelt sich also im Rahmen meiner Arbeit dann um eine *Geste mit Gebrauch von materiell Verfügbarem*, wenn der bisher beabsichtigte Umgang mit diesem Gegenstand, die bisher als geltend rekonstruierte interaktiv vereinbarte Verwendung, kurzfristig verändert wird und der Gegenstand in dieser veränderten Verwendung in eine Geste integriert wird, wie etwa die oben beschriebene Präsentationsgeste aus Beispiel 4 (Geometrie, Kap. 9.3.5). Der Gegenstand kann danach wieder in die ursprüngliche Gebrauchsvereinbarung zurückgeführt werden.²⁸⁰ Im oben genannten Beispiel der Präsentationsgeste von Jana (vgl. Abb. 10.1_16) wird das Gebäude von Jana zunächst also als Nachbau vom Originalgebäude anhand der Anleitung durch Ayse gedeutet bzw. interaktiv verwendet. Jana setzt sich damit mathematisch mit der

²⁷⁹ Dieser Punkt wird in Kapitel 10.4.2 beim Blick auf mögliche, sich anschließende Forschungen aufgegriffen.

²⁸⁰ Der Nähe solcher Gesten zu Handlungen wird im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* (Kap. 10.2) Rechnung getragen durch die Anordnung auf der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt*: Solche Gesten werden links außen an der Schnittstelle zu Handlungen eingeordnet.

Kongruenzabbildung eines dreidimensionalen geometrischen Körpers auseinander und dies ist auch die rekonstruierte übergeordnete gemeinsame Rahmung, die Jana und Ayse hier unterstellt wird (vgl. SPK 4, Kap. 9.3.5). Die Interpretation von Äußerung 5a bzw. Triade 4b (vgl. Transkript 4 bzw. SPK 4-1, Kap. 9.3.5) wird in den Analysen dann so beschrieben, dass Jana – möglicherweise weil die mathematische Anforderung vorübergehend nicht zu leisten ist oder unwichtig erscheint – die mathematische Kongruenzabbildung des Gebäudes kurzfristig aus dieser Rahmung heraus in eine stärker alltagsweltliche Deutung überträgt: Das Gebäude wird zum *Haus*, das als *fertig* bezeichnet und durch die Präsentationsgeste aus dem Arbeitsbereich herausgehoben wird, wenngleich ein im mathematischen Sinne als *fertig* zu bezeichnender kongruenter Nachbau noch nicht erstellt ist (Jana: „(Tad e e) / mein Haus is fertig“, Transkript 4, Äußerung 5a bzw. SPK 4-1, Triade 4b, Kap. 9.3.5). Man könnte sich ebenso eine das *Haus* präsentierende Geste vorstellen, ohne den Gegenstand *Haus* anzuheben, etwa wenn Jana hier ihre zweihändige Flachhandgeste nicht seitlich am Gebäude, sondern oberhalb des auf dem Tisch stehenden Gebäudes, etwa darauf ausgerichtet weisend ausgeführt hätte. Hier aber wird der Gegenstand von Jana in diese Präsentationsgeste integriert. Die Hände liegen am Gebäude an, bringen es auf eine andere und für alle gut einsehbare Ebene im Raum und rahmen es gewissermaßen ein. Im Anschluss an die Präsentationsgeste verweist Jana darauf, dass man eine Stadt bauen könnte, aktiviert also weiter eine eher alltagsweltlich geprägte Rahmung und wechselt dann gemeinsam mit ihrer Interaktionspartnerin zurück in eine mathematische Betrachtung des Gebäudes als Kongruenzabbildung von Bau I (vgl. Beispiel 4, Transkript 4, bzw. SPK 4, Kap. 9.3.5).

In Beispiel I (Kombinatorik) wird ebenfalls eine Gestengestalt von Jakob erzeugt, die materiell Verfügbares in die Geste integriert (vgl. Transkript I, Äußerung 17e bzw. SPK I-5, Triade 25a, Kap. 9.3.1): Er erläutert bezüglich der Permutation von drei Elementen die Gleichheit von Reihenfolgen und beschreibt, dass gleiche Reihenfolgen nicht Teil der Lösungsmenge sein können. Dazu nutzt er in seiner gestisch-lautsprachlichen Erläuterung metaphorisch eine Materialanordnung der Gleichheit: Er erzeugt aus den beiden formgleichen Tierplastikfiguren der Tiger, die sich lediglich in der Farbe unterscheiden, eine nebeneinander parallel ausgerichtete Einheit (vgl. Abb. 10.1_17). Die Gleichheit der Tierfiguren steht für Jakob hier mutmaßlich für die Gleichheit von Reihenfolgen. Die Figuren werden zuvor genutzt, um Tierpolonaisen und damit Permutationen aus drei Elementen zu erzeugen. Sie werden zur Erläuterung der Gleichheit von Reihenfolgen aus dieser ihnen interaktiv zgedachten Verwendung herausgelöst und in die gestisch-lautsprachliche Erläuterung zur Zusammensetzung der Lösungsmenge durch nicht-gleiche Reihenfolgen in die gestische Bewegungsabfolge von Jakob integriert.



Abb. 10.1_17 Die Geste mit Gebrauch von materiell Verfügbarem von Jakob
(Kombinatorik: Beispiel 1)

2) Gestisch-pantomimische Modellhandlung:

Auch bei der *gestisch-pantomimischen Modellhandlung* als Gestengestalt zeigt sich der Objektbezug durch die Nähe des Modus' Gestik zum Modus der Handlungen: Es handelt sich um Gesten, die durch die Gestenbewegung eine Handlung, so als sei sie mit dem konkreten Gegenstand ausgeführt, ohne Gegenstand ausführen und gewissermaßen nachahmen oder vormachen. In meinen Daten lassen sich u. a. in Beispiel 5 (Geometrie) mehrere gestisch-pantomimische-Modellhandlungen beobachten, wovon hier eine von Maya beispielhaft beschrieben werden soll. Maya stellt gestisch dar, wie ein Baustein gedreht werden muss, um konform zum Originalgebäude im Nachbau eingebaut werden zu können (vgl. Abb. 10.1_18).

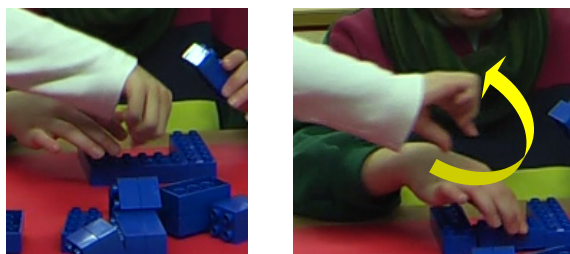


Abb. 10.1_18 Die Drehgeste von Maya als *gestisch-pantomimische Modellhandlung*
(Geometrie: Beispiel 5, Bildfolge von links nach rechts)

Sie führt die Drehgeste oberhalb des gemeinten Steines aus und zeigt eine C-Handform,²⁸¹ die gewissermaßen einen fiktiven Stein umfasst bzw. mit Zeigefinger und Daumen den Stein an den Seitenflächen hält (vgl. Transkript 5, Äußerung 18 bzw. SPK 5-3, Triade 16a, Kap. 9.3.6). Mit dieser Gestengestalt werden vor allem die Dynamik und das Prozesshafte des jeweils damit beschriebenen mathematischen Begriffs betont, z. B. die Permutation als der Akt der Vertauschung von Positionen (vgl. Beispiele 1, 2 u. 3, Kap. 9.3.1 bis 9.3.4) oder wie hier das Drehen geometrischer Körper.

²⁸¹ Alle in den Daten rekonstruierten Handformen sind in Kapitel I (Tab. I_1) aufgeführt.

3) (Zeige-)Geste(n) an Dingen oder ihren Anordnungen:

Diese Gestengestalt umfasst Gesten, die an etwas konkret Verfügbarem oder auch zuvor rein gestisch Dargestelltem ausgeführt werden. Etwa kann man sich innerhalb der analysierten Kombinatorik-Sequenzen das Zeigen auf eine bestimmte Position auf dem Podest oder in den nachgelegten Reihenfolgen vorstellen (Beispiele 1, 2 u. 3, Kap. 9.3.1 bis 9.3.3). Es ist aber auch möglich, dass an etwas zuvor Gestikuliertem, z. B. einer rein gestisch dargestellten Reihenfolge, etwas gezeigt wird. Mit dem Begriff *Ding* oder *Dinge* sind damit materiell verfügbare, taktil erfahrbare Gegenstände oder gestisch verortete und auf diese Weise vorübergehend im Gestenraum quasi-materialisierte Dinge gemeint.²⁸² Exemplarisch für (Zeige-)Geste(n) an Dingen oder ihren Anordnungen dienen hier die von Maya in Beispiel 5 (Geometrie) erzeugten Gesten am Nachbau Bau 2, der vor Dennis auf der Arbeitsunterlage steht. Maya führt also Zeigegesten an Bau 2 aus. Mit den Zeigegesten wird geklärt, wo an Bau 2 weitere Bausteine verbaut werden sollen, damit er einer kongruenten Abbildung von Bau 1 entspricht (vgl. Abb. 10.1_19, Transkript 5, Äußerung 24 bzw. SPK 5-4, Triade 20, Kap. 9.3.6).

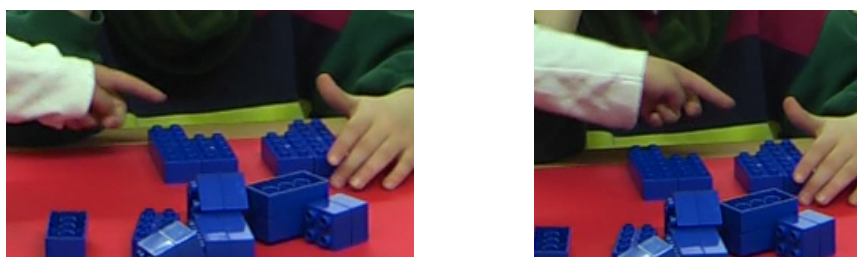


Abb. 10.1_19 Die (Zeige-)Geste(n) an Bau 2 von Maya (Geometrie: Beispiel 5)

Diese Gestengestalt muss aber nicht notwendigerweise ein Zeigen, klassisch etwa durch den Zeigefinger ausgeführt, darstellen. Als Beispiel für eine *Geste an Dingen oder ihren Anordnungen*, die kein prototypisches Zeigen ist und die auf Dinge verweist, die nicht materiell verfügbar, sondern rein gestisch dargestellt sind, kann hier die Kärtchenablegegeste von Maya aus Beispiel 3 (Kombinatorik) aufgeführt werden. Maya führt diese Geste an der zuvor rein gestisch dargestellten Reihenfolge aus vier Elementen auf der neuen Position $(n+1)$ -3 aus (vgl. Abb. 10.1_20, Transkript 3, Äußerung 31a u. 31b bzw. SPK3-4, Triaden 23 u. 25, Kap. 9.3.3). Die Geste wird damit an einer Reihenfolge bzw. der Anordnung von Kärtchen ausgeführt.

²⁸² Mit *Ding* wurde ein Begriff gewählt, der sowohl konkrete als auch nicht konkrete Gegenstände bezeichnen kann und gleichzeitig offen im Sinne einer festgelegten Definition ist. Anders als etwa die Begriffe *Artefakt* oder *Entität* bietet der Begriff des *Dings* diese Offenheit. Die Entscheidung für den *Ding*-Begriff wurde auch in Abhängigkeit seiner Grundlegung in der entsprechenden theoretischen Rahmung meiner Arbeit gewählt: Nach Peirce existiert das *Ding* nicht als solches, sondern in Abhängigkeit von seiner Relation zu einem denkenden Geist. Peirce nimmt darüber hinaus aber keine Einschränkung im Sinne von konkret verfügbaren oder rein gedanklichen Dingen vor: „The ideal first is the particular thing-in-itself. It does not exist *as such*. That is, there is no thing which is in-itself in the sense of not being relative to the mind, though things which are relative to the mind doubtless are, apart from that relation.” (Peirce, 1934, CP 5.311)

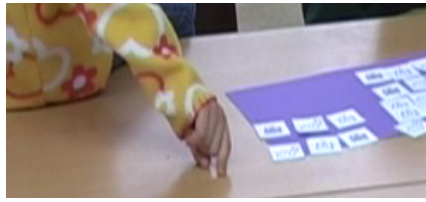


Abb. 10.1_20 Maya zeigt an einer zuvor gestikulierten Reihenfolge, wo und wie ein imaginiertes viertes Kärtchen auf der Position $(n+1)-3$ abgelegt werden kann (Kombinatorik: Beispiel 3)

4) *Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen:*

Hierzu gehören Gestengestalten, die den Objektbezug durch etwa ein Zeigen zwischen zwei oder mehreren Dingen herstellen. Diese Dinge können materiell Verfügbares oder zuvor rein gestisch erzeugte Dinge sein, wie oben beschrieben. Ein gestischer Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen betont immer auch diese Relation und markiert sie als Teil des mit dem gestischen Zeichen vermeintlich gemeinten Objekts. Als Beispiel kann die Geste von Jana aus Beispiel 2 (Kombinatorik) gelten, die durch das Zeigen auf die mittlere durch den braunen Tiger besetzte Position die nachgelegte Reihenfolge mit der aktuellen Podestreihenfolge verlinkt (vgl. Abb. 10.1_21).



Abb. 10.1_21 Das Zeigen als *Link* zwischen Kärtchenreihenfolge und Podestreihenfolge von Jana (Kombinatorik: Beispiel 2, als Bildfolge von links nach rechts)

Die Relation bzw. der Link zwischen der Kärtchenreihenfolge und der Podestreihenfolge wird dabei gewissermaßen doppelt erzeugt *Kärtchenreihenfolge* \rightarrow *Podestreihenfolge* \rightarrow *Kärtchenreihenfolge* bzw. *mittlere Positionen der jeweiligen Reihenfolgen*.

Zudem können die Bauplangesten von Maya aus Beispiel 5 (Geometrie) angeführt werden. Die Besonderheit hier ist, dass nicht Zeigegesten zwischen den beiden Gebäuden (Original- und Nachbau) als Link erzeugt werden, sondern dass der gestisch dargestellte Bauplan in seiner Gesamtheit von Maya in ihrem Arbeitsbereich erzeugt beide konkret verfügbaren Bauten verlinkt. Maya bildet das Originalgebäude in ihrem Arbeitsbereich gestisch ab, um Dennis zu ermöglichen, dieses gestische Gebäude wiederum als konkret verfügbaren Nachbau in seinem Arbeitsbereich durch die Transformation von Mayas Gesten in Handlungen an konkreten Bausteinen zu erzeugen.

Als letztes Beispiel für diese Gestengestalt können die zahlreichen Zeigegesten von Ayse und Jana aus Beispiel 4 (Geometrie) benannt werden (vgl. Abb. 10.1_22). Das Zeigen auf Positionen und Steine verlinkt stets die beiden Gebäude Original Bau 1 und Nachbau Bau 2 miteinander innerhalb dieser Situation und etabliert über den Gebrauch dieser Gestengestalt das gemeinsame Zeigezeichen, womit nicht immer nur der tatsächlich angezeigte Stein oder die Position gemeint ist, sondern stets das Pendant am jeweils anderen Gebäude mit seinen Lage- und Ausrichtungseigenschaften mitgemeint ist.

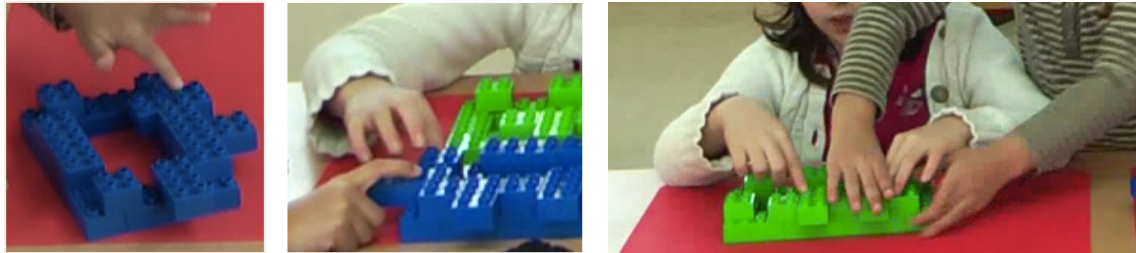


Abb. 10.1_22 Beispiele für Zeigezeichen aus Beispiel 4 (Geometrie) als *Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen*, hier zwischen Bau 1 und 2

5) *Gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser:*

Gestisch können konkret verfügbare Dinge oder nicht-gegenständliche Dinge oder auch nur einzelne Merkmale davon im Arbeitsbereich der Lernenden dargestellt bzw. verortet werden. Auf diese konkreten oder gestikulierten Dinge kann dann im weiteren Verlauf der Interaktion gestisch erneut verwiesen werden. Im Beispiel 4 (Geometrie, Kap. 9.3.5) nutzt etwa Ayse eine solche Gestengestalt (vgl. Abb. 10.1_23). Ayse beschreibt hier, wie ihrer Meinung nach an einer Seitenfläche des Originalbaus die 4er Steine verbaut sind. Der Objektbezug wird durch die gestische Darstellung der Kompaktheit als zentrales Merkmal der Reihe aus insgesamt drei 4er Bausteinen interpretierbar, die vor allem durch die Handform deutlich wird: Ayse spurt zunächst über die drei 4er Steine mit einer mit dem Zeigefinger ausgeführten Zeigegeste, anschließend setzt sie Zeige-, Mittel- und Ringfinger auf die drei Steine und belässt sie für einen Moment in dieser Position. Lautsprachlich betont sie die Anzahl drei der 4er Steine, während sie gestisch die Kompaktheit der drei lückenlos nebeneinander verbauten Steine und ihre Positionierung im Originalbau hervorhebt (vgl. Transkript 4, Äußerung 27 bzw. SPK4-5, Triade 21a, Kap. 9.3.5).



Abb. 10.1_23 Die Stein-Kompaktheitsgeste von Ayse (Geometrie: Beispiel 4)

Weitere Beispiele für diese Gestengestalt sind einzelne Gesten aus der Abfolge der Bauplangesten von Maya in Beispiel 5 (Geometrie). Hier werden Merkmale der Steine, wie etwa Breite, Länge, räumliche Ausrichtung und die Positionen im Bauwerk gestisch dargestellt. Dabei stellt die Hand ein solches Merkmal oder den ganzen Baustein dar (vgl. Abb. 10.1_24).



Abb. 10.1_24 Ausschnitt aus den Bauplangesten von Maya (Geometrie: Beispiel 5)

6) Gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten:

Als letzte Gestengestalt der *gestischen Darstellung des lautsprachlich Benannten* gelten Gesten, die eine enge Relation zur Lautsprache zeigen und nicht unbedingt zusätzliche, rein in der Gestik dargestellte Aspekte, sondern – häufig zeitgleich zur Lautsprache – lautsprachlich benannte Dinge zum Ausdruck bringen. Eine solche Gestengestalt kann auch hier wieder Teil einer Gestenabfolge sein, in der beides vorkommen kann: rein gestische Darstellungen (natürlich auch rein lautsprachlich dargestellte Aspekte) und gestisch-lautsprachliche Darstellungen des Gemeinten. Hierzu zählen etwa die in Abbildung 10.1_25 aufgeführten *das geht/ist so*-Gesten von Jakob (Kombinatorik: Beispiel 1; vgl. Transkript 1, Äußerung 9c u. 9d bzw. SPK 1-2, Triade 11 u. 12a, Kap. 9.3.1) oder Maya (Kombinatorik: Beispiel 3; vgl. Transkript 3, Äußerung 29 bzw. SPK 3-4, Triade 21b, Kap. 9.3.3). Ebenso können die *zweimal mach*-Gesten aus Beispiel 1 von Jakob und Claus (Kombinatorik; vgl. Transkript 1, Äußerung 17e u. 19 bzw. SPK 1-4, Triaden 25a u. 25b, Kap. 9.3.1) exemplarisch für diese Gestengestalt aufgeführt werden. Bei den zuletzt genannten Gesten greift Claus den für ihn als zentral interpretierten Begriff *zwei* aus Jakobs lautsprachlicher Äußerung 17e in Äußerung 19 auf und zeigt eine Gestengestalt, welche dieses lautsprachliche Zeichen an den Reihenfolgen zu verorten versucht (vgl. Transkript 1, Äußerung 17e u. 19 bzw. SPK 1-4, Triaden 25a u. 25b, Kap. 9.3.1).

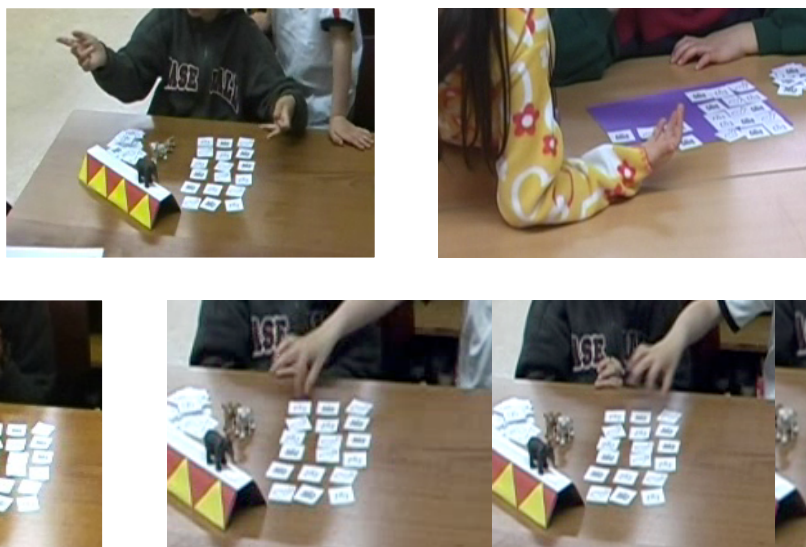


Abb. 10.1_25 Die *das geht/list so*-Gesten von Jakob bzw. Maya (obere Zeile, Kombinatorik: Beispiel 1 bzw. 3) und die *zweimal mach*-Gesten von Jakob und Claus (untere Zeile, Kombinatorik: Beispiel 1)

Zum zweiten Ergebnis:

B) Schnittstellen der Gestik mit anderen Modi beim Mathematiklernen:

Schnittstellen der Gestik mit anderen Modi beim Mathematiklernen unterstreichen die rekonstruierte Flexibilität des gestischen Modus'. Die Schnittstellen wurden in den bisherigen Ausführungen bereits mehrmals angesprochen, sollen hier noch einmal explizit beschrieben werden. Dabei wird der Blick erweitert auf sämtliche Modi. *Multimodalität* in den verwendeten Darstellungen der Lernenden (vgl. Arzarello, 2006; Kap. 5.1) lässt sich in meinen Daten demnach durch eine reziproke Relation verschiedenster Ausdrucksmodi rekonstruieren: Diese umfassen Gestik und Lautsprache, aber auch Gestik und Handlungen mit Material oder schriftähnliche Fixierungen, wie z. B. die Dokumentation der gefundenen Reihenfolgen in der Kombinatoriksituation und darüber hinaus körpersprachliche Ausdrücke, wie z. B. die Mimik. Die Beziehung der jeweiligen Modi untereinander lässt sich in Anbindung an Vogel und Huth (2020) hinsichtlich der *Chronologie der Äußerungsabfolge* in den verschiedenen Modi, der *interaktionalen Bedeutungszuschreibung* dieser jeweiligen Äußerungen und der *Funktionen bzw. dem Gebrauch der Darstellungen* in den Modi beobachten. In Vogel und Huth (2020) sind Schnittstellen dieser Art mit dem Fokus auf Gesten und Handlungen an einem Beispiel bereits in einer ersten Analyse beschrieben. In der vorliegenden Arbeit wird der Blick also nun erweitert auf Schnittstellen, die sich darüber hinaus für Gestik und Lautsprache oder auch Gestik und Inskriptionen rekonstruieren lassen. Letztere bilden eine besondere Kategorie. Sie sind im eigentlichen Sinne keine *Modusschnittstellen*, sondern können modusübergreifend

betrachtet werden. *Inskriptionen* werden nämlich nicht als Modus verstanden. Dieses Verständnis würde sie auf einen Modus – mutmaßlich aufgrund der begrifflichen Nähe auf den *schriftlichen Modus* – eingrenzen. Der Begriff der *Inskriptionen* in Arbeiten der Mathematikdidaktik ist aber deutlich weiter gefasst (vgl. Schreiber, 2006, 2010, 2013). Er beschreibt vielmehr die *funktionale Nutzung* von Externalisierungen vielfältiger Art als *Inskriptionen* (vgl. Schreiber, 2010, S. 27; Schreiber, 2006, S. 244f; Kap. 7.2). *Inskriptionen* sind damit nicht an einen Modus – etwa die Schrift – gebunden, vielmehr an den Gebrauch als Inskription und weisen spezifische Eigenschaften auf (vgl. Schreiber, 2010, S. 27f). In Kapitel 7.2 wurde bereits ausführlich der *Inskriptionsbegriff* in Anlehnung an Latour und Woolgar (1986), Gravemeijer (2002), Schreiber (2006, 2010, 2013), Dörfler (2005), Ott (2016) und Krummheuer (2011a) dargestellt, wie er auch für die vorliegende Arbeit gelten soll. Und auch wenn sie keinen Modus im eigentlichen Sinne umfassen, wird das Phänomen der *inskriptional genutzten Gesten* im Rahmen der Modusschnittstellen in der vorliegenden Arbeit beschrieben; zum einen, weil sie modusübergreifende Zuordnungen ermöglichen und zum anderen insbesondere die *funktionalen Schnittstellen* charakterisieren und weiter ausdifferenzieren. *Funktionale Schnittstellen* nehmen in den Blick, wie Modi in der mathematischen Interaktion der Lernenden genutzt werden, also welche Funktion sie im Gebrauch in und für die Interaktion erfüllen und ob sich hierbei ein ähnlicher Gebrauch von Darstellungen in verschiedenen Modi rekonstruieren lässt. Ein *inskriptionaler Gebrauch* kann dann darauf hinweisen, dass die so erzeugten Darstellungen – in welchen Modi auch immer sie hervorgebracht werden – besondere Bedeutung für die mathematische Auseinandersetzung der Lernenden haben können. Es lässt sich potentiell eine *diagrammatische Deutung* durch die Lernenden von *in Relation stehenden Inskriptionen* an diesen Stellen analytisch rekonstruieren, nämlich dann, wenn Inskriptionen – seien sie gestischer, materieller oder schriftlicher Natur – miteinander in Beziehung gesetzt werden und Regeln durch die Lernenden ausgehandelt werden, wie sich die diagrammatischen Relationen gestalten und manipulieren lassen.

Modusschnittstellen können gleichzeitig mehrere Merkmale aufweisen, also z. B. sowohl von einem zeitlichen Ineinander-Übergehen geprägt sein (Chronologie der Äußerungen) als auch funktionale Aspekte teilen. Es zeigt sich auf diese Weise ein komplexes Zusammenspiel von Handlungen, lautsprachlichen Äußerungen, schriftlichen oder schriftähnlichen Fixierungen, Gesten, Mimik und weiterer Ausdrucksweisen in den untersuchten mathematischen Interaktionen von Lernenden. Die Äußerungen in verschiedenen Modi werden dabei nicht etwa strukturiert hintereinander ausgeführt, sondern gehen ineinander über, greifen Äußerungen anderer Modi auf oder werden gar gleichzeitig verwendet. Auf diese Weise wird multimodal der jeweilig wahrnehmbare Ausdruck, das multimodale Äußerungsereignis, erzeugt (vgl. Huth, 2011a, S. 197).

Chronologische Schnittstellen, an denen im zeitlichen Verlauf der Interaktion der Modus von einem zum anderen gewechselt wird, sind häufig von einem unmittelbaren Ineinander-

Übergehen bzw. von zeitlich schnellen Wechseln geprägt. Auch Vogel und Huth (2020) weisen auf solche Schnittstellen speziell zwischen Gesten und Handlungen hin, an denen Ausdrucksmodi bspw. zeitlich kurz hintereinander oder auch zeitgleich ausgeführt werden.²⁸³ Dabei können Moduswechsel von ein und derselben Person erzeugt werden. Modusschnittstellen chronologischer Art sind aber auch auf interaktiver Ebene möglich, wenn z. B. eine Person gestikuliert, während die andere etwas lautsprachlich erläutert, eine Handlung am Material o. Ä. ausführt. Aus meinen Daten kann etwa die Interaktion von Maya und Dennis aus Beispiel 5 (Geometrie, Kap. 9.3.6) angeführt werden: Hier greift Dennis Mayas zuvor lautsprachlich und gestisch erzeugte Ausführungen auf und setzt sie in Handlungen um. Der Moduswechsel wird also sprecher*innenübergreifend von Gesten und Lautsprache in Handlungen vollzogen, während die interaktive Bedeutungszuschreibung etwa der Gesten als Schritt-für-Schritt Bauplan und der Handlungen als Konstruktionsausführung mit konkretem Material vergleichbar ist. Zudem zeigt sich im gleichen Beispiel beim Wechsel des Diagramms durch Maya, die zunächst am selbst gestikulierten Bauplan agiert und dann am materiell konkret verfügbaren Nachbau von Dennis, dass sie selbst auch einen Moduswechsel vornimmt: Zunächst wird das Einbauen von Steinen gestikuliert und schließlich werden vergleichbare Handlungen am konkreten Nachbau, der als Diagramm gedeutet wird, erzeugt. Zudem nimmt Maya noch eine Veränderung in ihrer Gestik vor, denn sie erzeugt am konkreten Nachbau schließlich vornehmlich Zeigegesten, um nötige Verschiebungen in der Anordnung von Dennis anzuzeigen (vgl. Kap. 9.3.6). Zuvor zeigte sie in ihrem Arbeitsbereich eher Gesten, die konkrete Gegenstände, in diesem Fall Bausteine, in einem auf diese Weise gestisch erzeugten Bauplan positionierten oder diese Bausteine mit der gestischen Darstellung eines Merkmals dieser Steine gestisch beschreiben.

Modusschnittstellen der interaktionalen Bedeutungszuschreibung können in den Daten bspw. für Lautsprache und Gestik beobachtet werden, wenn diese vergleichbare Interpretanten bei einem*r Zeichenleser*in hervorrufen. Eine solche Schnittstelle lässt sich in Beispiel 2 (Kombinatorik) rekonstruieren (vgl. Abb. 10.1_26): Jana betont in Äußerung 13c u. 13d (vgl. Transkript 2, Kap. 9.3.2) die mittleren Positionen der untereinander liegenden Reihenfolgen eins und zwei, drei und vier sowie fünf und sechs sowohl in ihrer Gestik als auch in ihrer Lautsprache als ihr auffällt, dass diese immer paarweise gleich besetzt sind.²⁸⁴ Lautsprachlich äußert sie diese Erkenntnis so: „Zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die** \“ (Transkript 2, Äußerung 13d bzw. SPK 2-2, Triade 11, Kap. 9.3.2), während sie gestisch rhythmisch paarweise die mittleren Positionen abtippt. Sie nutzt also eine rhythmische Gestik, immer

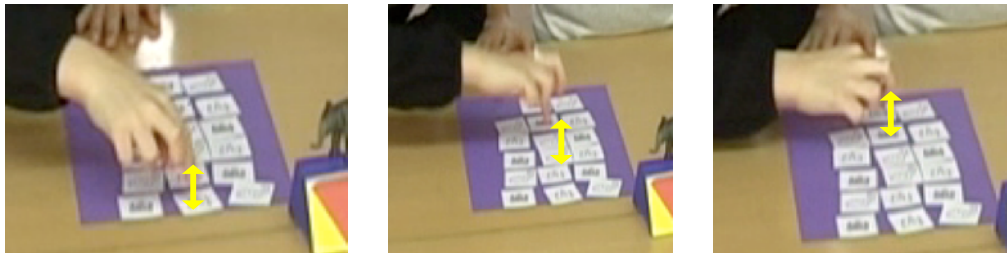
²⁸³ Bei Vogel und Huth (2020) nutzen die im Beispiel agierenden Lernenden Handlungen, um zuvor gestisch gezeigte mathematische Strategien zu überprüfen bzw. die Materialanordnung an die Strategie anzupassen (vgl. Vogel & Huth, 2020, S. 241ff). Der Moduswechsel wird also von Gesten zu Handlungen vollzogen, während sich inhaltlich Überschneidungen in der Bedeutungszuschreibung bezüglich der entwickelten mathematischen Strategien der Lernenden rekonstruieren lassen.

²⁸⁴ Diese Anordnung ergab sich mutmaßlich zufällig in der Erzeugung und dem Nachlegen von möglichen Reihenfolgen der Tiere durch die Schülerinnen zuvor (vgl. Transkript 2, Kap. 9.3.2)

gleich ausgeführt, und eine Rhythmik in ihrer sprachlichen Betonung und Wortwahl, die ebenfalls immer die gleiche Formulierung zeigt, um eine Erkenntnis am Diagramm anzuzeigen und zu betonen. Beide Modi, Lautsprache und Gestik zeigen hier gemeinsam die Existenz von Fixpunkten in Reihenpaarungen an und die gesamte Äußerung in Sprach- und Gestenrhythmik darüber hinaus die Zusammenhänge aller solcher Reihenpaare als erkanntes und dynamisch dargestelltes Muster, als strukturelle Entdeckung am Diagramm aller Reihenfolgen.

Variante 1

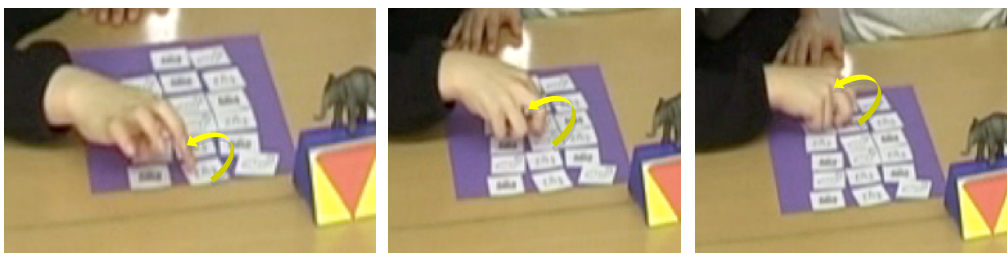
Gestik:



Lautsprache: „Guck (*lacht*) hee hee hee“

Variante 2

Gestik:



Lautsprache: „Zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**“

Abb. 10.1_26 Janas Fixpunktgeste in zwei Varianten (rhythmisch hin und her zeigend, rhythmisch paarweise tippend) als Schnittstelle der Bedeutungszuschreibung in Lautsprache und Gestik (Transkript 2, Äußerung 13c u. 13d bzw. SPK 2-2, Triade 10a u. 11, Kombinatorik: Beispiel 2, Kap. 9.3.2)

Eine interaktive Dimension erhält die Modusschnittstelle dieser Bedeutungszuschreibung durch die mutmaßlich durch eine entsprechende Rahmung geprägte Rückfrage der begleitenden Person B („was siehst du da“ vgl. Transkript 2, Äußerung 17, bzw. SPK 2-2, Triade 10b), der hier unterstellt werden kann, dass sie aufgrund ihrer anzunehmenden mathematischen Versiertheit bezüglich der Situation die Fixpunkte ebenso erkennt. Daraufhin erzeugt Jana dann Variante 2 der Äußerung (vgl. Abb. 10.1_26).

Die Rekonstruktion solcher *Modusschnittstellen* kann rückblickend mit der Theorie von Goldin-Meadow (2003) zu *Matches* und *Mismatches* von Gesten und Lautsprache (vgl. Kap. 5.4)

verbunden werden.²⁸⁵ Der Begriff der *Modusschnittstelle der interaktionalen Bedeutungszuschreibung* z. B. von Gestik und Lautsprache anstelle von *Match* und *Mismatch* erweist sich dabei für meine Arbeit als geeigneter, weil er theoriekonform erlaubt, interaktionale Bedeutungskonstruktionen der Intragierenden zu fassen. Mit dem so gewählten Begriff wird auf der beschreibenden Ebene auf vergleichbare oder verschiedene Bedeutungszuschreibungen der Interagierenden verwiesen. Die Zuordnung als eine solche Schnittstelle orientiert sich dabei an der Rekonstruktion dieser Bedeutungszuschreibungen in der Analyse und wird nicht von außen als Kategorie an die Daten herangetragen. Der Begriff *Mismatch* suggeriert ein Nicht-Passen, wobei man mutmaßlich einerseits eher von verschiedenen Ausdrucksmöglichkeiten des jeweiligen Modus ausgehen muss oder auch von der Ausschöpfung dieser Möglichkeiten durch die sich äußernde Person zugunsten einer geeigneten Bewältigung des jeweiligen Äußerungsereignisses. In beiden Fällen wäre die Möglichkeit der sich nicht völlig überschneidenden Interpretation des lautsprachlichen und gestischen Ausdrucks entweder zurückzuführen auf die Möglichkeiten der Darstellung innerhalb des jeweiligen Modus oder auf eine Interaktionsabsicht der sich äußernden Person, die auf Effektivität angelegt ist. Andererseits bedeutet die Möglichkeit, dass Gestik und Lautsprache verschiedene Interpretationen beim Gegenüber hervorrufen können, nicht, dass gestisch etwas von der Lautsprache völlig Verschiedenes ausgedrückt wird. Vielmehr handelt es sich häufig wohl eher um verschiedene Teilaspekte eines Ganzen, die im jeweiligen Modus mutmaßlich lediglich besonders effektiv dargestellt und interpretiert werden können.

Ein weiteres Beispiel einer *Modusschnittstelle der interaktionalen Bedeutungszuschreibung* von Gestik, Lautsprache und Handlung lässt sich in Beispiel 3 (Kombinatorik, Kap. 9.3.3) der vorliegenden Forschungsarbeit rekonstruieren (vgl. Abb. 10.1_27): Maya gestikuliert zunächst Fixpunkt und Permutation als Fixierung der mittleren Position einer Reihenfolge und als anschließendes Abtippen der äußeren beiden Position der gleichen Reihenfolge (Fixpunkt = gestische Fixierung, Permutation = Abtippen vertauschbarer Positionen). Gleich danach vertauscht Maya die Kärtchen auf den äußeren beiden Positionen der gleichen Reihenfolge kurzfristig als eine Art als-ob-Handlung und legt sie dann in die Ursprungsreihung zurück. Lautsprachlich begleitet sie ihr Agieren so: „Weil- (.) wenn wenn jetzt der Schneetiger in der Mitte is und dann kann der **da** und der **da**\ und da kann mers aber noch mal **umgekehrt** machen\ (.) **so**“ (Transkript 3, Äußerung 3a u. b bzw. SPK 3-1, Triade 3 u. 4b, Kap. 9.3.3). In allen drei Modi wird also auf die feste Besetzung der mittleren Position verwiesen, ebenso wie auf die Vertauschbarkeit der äußeren Positionen. Dabei zeigen sich die besonderen Ausdrucksmöglichkeiten aller drei Modi: Die Lautsprache beschreibt in einer hierarchisch aufgebauten, wenn-dann-Formulierung die Ist-Situation und was zusätzlich dazu möglich wäre.

²⁸⁵ Es geht bei dieser Theorie von Goldin-Meadow (2003) um semantische Überschneidungen von Lautsprache und Gestik, und zwar hinsichtlich gleicher inhaltlicher Bezüge (*Match*) oder verschiedener Informationen, die im jeweiligen Modus kodiert sind (*Mismatch*) (vgl. Kap. 5.4). Erste Hinweise zur Ausdifferenzierung dieser Theorie an erhobenen Daten werden z. B. in Huth (2011a u. b, 2014) beschrieben.

Dazu werden etwa Begriffe wie „der **da** und der **da**“ und „noch mal **umgekehrt** machen“ für vertauschbare Positionen hervorgebracht, während der Fixpunkt „Schneetiger in der Mitte“ explizit bezüglich Besetzung und Position benannt wird. Im Modus der Gestik wird der Fixpunkt mit der Möglichkeit einer fixierenden Zeigegeste deutlich betont, während die äußeren vertauschbaren Positionen hintereinander kurz abgetippt werden. Gestisch wird also am Diagramm eine mögliche Manipulation – die Vertauschung – als eine Art pantomimische Tippreihefolge angezeigt. Die Bewegungsspur der Gestik setzt alle drei Positionen innerhalb der Reihenfolge in Relation zueinander und zeigt den möglichen Vertauschungsprozess durch die Spur der Bewegung an. Die Handlung verändert schließlich ganz konkret die Materialanordnung und damit das Diagramm im Rahmen der lautsprachlich und gestisch beschriebenen Regeln und stellt dann gleich im Anschluss wieder die Ausgangsreihung her. Die Lautsprache beschreibt mit ihren Mitteln z. B. ähnliche Formulierungen für austauschbare Positionen, die Gestik zeichnet die Vertauschungsbewegung in den Gestenraum und fixiert die feste Position und die Handlung stellt schließlich verschiedene Materialanordnungen zum taktil und visuell wahrnehmbaren Vergleich her und zeigt gleichzeitig, wie die Permutation von Elementen erfolgen kann und Reihen ineinander übergeführt werden können, und zwar ganz konkret durch das Vertauschen von Positionsbesetzungen und das Rückführen in den Ur-Zustand.

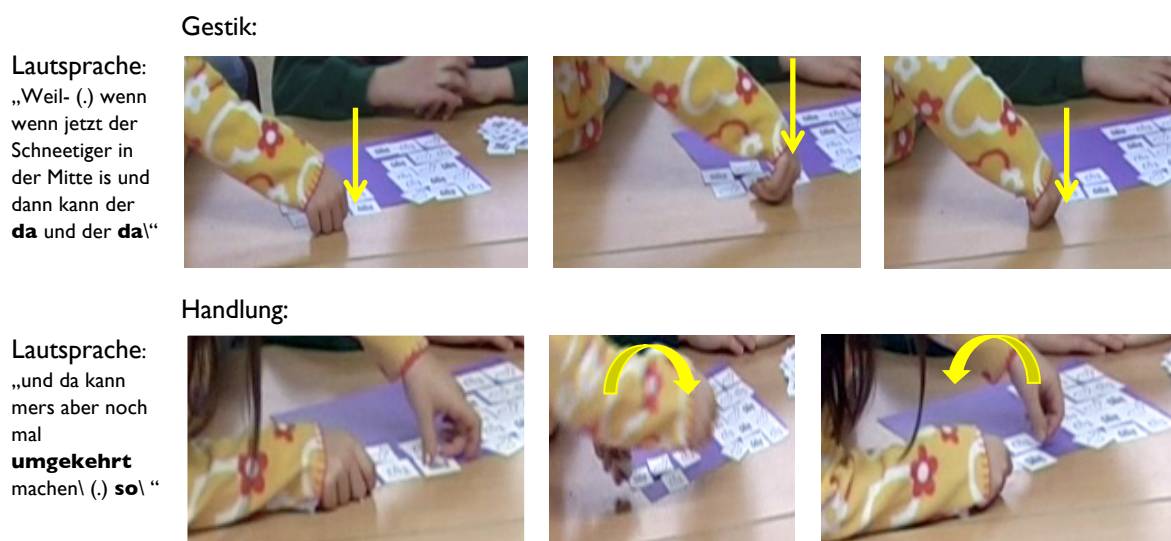


Abb. 10.1_27 Mayas Fixpunkt und Permutations-Darstellung in den Modi Gestik, Lautsprache und Handlung als *Modusschnittstelle interaktionaler Bedeutungszuschreibung* (Transkript 3, Äußerung 3a u. b bzw. SPK 3-1, Triade 3 u. 4b, Kombinatorik: Beispiel 3, Kap. 9.3.3)

Funktionale Schnittstellen der Modi sind in den Daten bspw. zwischen Handlungen und Gesten, Lautsprache und Gesten oder auch Handlungen, Lautsprache und Gesten rekonstruierbar. Es handelt sich damit um Schnittstellen von zwei oder mehreren Modi, an denen durch diese verwendeten Modi eine vergleichbare Funktion in der mathematischen Interaktion erfüllt

wird.²⁸⁶ Eine besondere Stellung im Bereich der funktionalen Schnittstellen nehmen solche ein, die sich in meinen Daten als inskriptional-diagrammatisch charakterisieren lassen (vgl. Ausführungen oben). Hier überschneidet sich in den verschiedenen Modi die Funktion des Gebrauchs der Darstellungen als Inskription und Diagramm. In den Kapiteln 5.2, 6 und 7.2 der vorliegenden Arbeit wurden Inskriptionen und Diagramme als besonders bedeutsam für mathematisches Agieren beschrieben und mit der semiotischen Theorie gerahmt (vgl. Dörfler 2006a, 2006b, 2015; Ott, 2016; Schreiber, 2010). Diagramme und Inskriptionen beim Mathematiktreiben können, müssen aber nicht notwendigerweise, schriftlich fixiert sein. Aus dem Befund bzw. der Rekonstruktion von in dieser Weise gebrauchten Gesten in meinen Daten, lässt sich in dieser Argumentation die Bedeutsamkeit der Gesten für das Lernen von Mathematik ableiten und dieses als offenkundig multimodal konstituiert beschreiben (vgl. Huth, 2013, 2017 & 2018).

Ein Beispiel einer *funktionalen Schnittstelle* zwischen Lautsprache und Gestik ist eine Äußerung aus Beispiel 4 von Ayse (Geometrie: Beispiel 4). Zu diesem Zeitpunkt der Interaktion ist offenbar aus Sicht der Beteiligten noch kein der tatsächlichen Abbildung entsprechender Nachbau des Originalgebäudes erstellt. Die begleitende Person B fragt nach, an welchen Stellen der Nachbau mit dem Originalgebäude noch nicht übereinstimme (vgl. Transkript 4, Äußerung 26 bzw. SPK 4-5, Triade 20, Kap. 9.3.5). Daraufhin äußert Ayse lautsprachlich: „(atmet ein) Wegen hier hab ich doch **d r e i**!“ (Transkript 4, Äußerung 27 bzw. SPK 4-5, Triade 21a, Kap. 9.3.5), verbunden mit einer Bewegungsabfolge, die zunächst das Originalgebäude anhebt, in der Luft dreht und an einer Seitenfläche drei unmittelbar nebeneinander verbaute 4er Steine erst mit einer Zeigegeste und kurzen Stopps auf den jeweiligen Steinen mit dem Zeigefinger von oben entlang nachspurt, anschließend die drei Steine mit Zeige-, Mittel- und Ringfinger von oben besetzt und diese Geste fixiert, bevor der Originalbau wieder abgestellt wird (vgl. Abb. 10.1_28).

²⁸⁶ Aus sprachwissenschaftlicher Perspektive beschreibt Fricke (2012) vergleichbare Schnittstellen zwischen Lautsprache und Gesten, an denen bspw. Gesten funktional syntaktische Positionen im Satz besetzen, die von der Lautsprache aus verschiedenen Gründen nicht besetzt sind (vgl. Fricke, 2012, S. 2f; Kap. 3.2.3). Zudem erfüllt Gestik Fricke (2012) folgend häufig über die rein lautsprachlich kodierte Information hinaus attributive Funktion in der Satzkonstruktion (vgl. Fricke, 2012, S. 5). Dieser theoretische Ansatz wurde in Kapitel 3.2.3 der vorliegenden Forschungsarbeit ausführlich dargestellt. In meinen Daten sollen funktionale Schnittstellen stärker in Bezug auf die mathematische Interaktion betrachtet werden und weniger auf der rein syntaktischen Ebene. Dieses Vorgehen wird verbunden mit der Frage, welche Funktion der einzelne Modus in der mathematischen Interaktion erfüllt und wo sich möglicherweise diesbezügliche Überschneidungen rekonstruieren lassen.

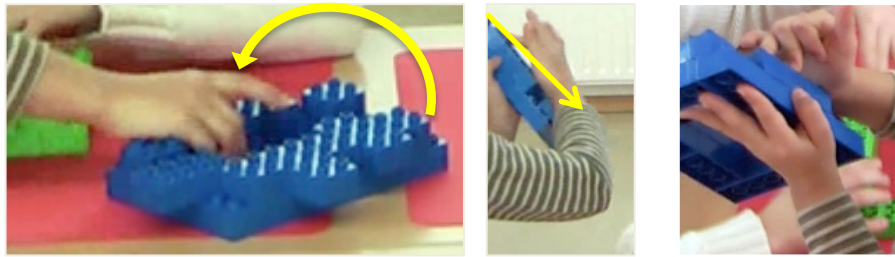


Abb. 10.1_28 Ayses Äußerung 27 (Transkript 4 bzw. SPK 4-5, Triade 21a, Kap. 9.3.5)

Lautsprache und Gestenabfolge dienen der Darstellung und Betonung der drei im Originalbau verbauten 4er Steine. Während aber die Lautsprache auf die *Anzahl drei* verweist und dies als Argument für einen noch nicht stimmigen Nachbau anbringt, übernimmt die Gestik hier die Funktion, die *genaue Position* der drei gemeinten 4er Steine im Originalbau anzuzeigen und darüber hinaus ihre aufeinander bezogene und dadurch *kompakte Verbauung* lückenlos nebeneinander darzustellen. Dabei wird sowohl die Zusammensetzung aus insgesamt drei Steinen gestisch hervorgehoben in Form von insgesamt drei Stopps beim Entlangfahren mit dem Zeigefinger und Fixierung von Zeige-, Mittel- und Ringfinger auf den Steinen, als auch durch die Wahl der Finger die Gleichheit der Steine und ihre unmittelbar nebeneinander gewählte Verbauung betont – zunächst nur mit dem Zeigefinger in einer Art Rhythmus beim Entlangfahren, anschließend durch Fixierung drei nebeneinander liegender Finger (Ring-, Mittel- und Zeigefinger, vgl. Abb. 10.1_28). Lautsprachlich würde die Beschreibung dieser Positionsangaben im Gebäude erheblichen Aufwand im Sinne einer verständlichen Darstellung in einem angemessenen zeitlichen Umfang bedeuten. Die Gestik übernimmt hier die Funktion, die Darstellung der Positionierung und der Art der Verbauung der Steine im Bau adäquat bzw. nahezu eindeutig und zeitlich effektiv zu leisten. Gestik und Lautsprache ergänzen sich damit in geeigneter Weise, um die mathematische Darstellung zu erzeugen.

Insgesamt erweisen sich Schnittstellen von Gesten und anderen Modi neben dem inskriptional-diagrammatischen Gebrauch von Gesten als Belege für die Multimodalität des Mathematiklernens und geben Hinweise auf die Möglichkeiten des Gebrauchs und der Veränderung mathematischer Darstellungen durch Lernende beim Mathematiktreiben. Sie sind daher von besonderem Interesse, um zu verstehen, wie sich das Lernen von Mathematik gestaltet und wie es perspektivisch auch multimodal in geeigneter Weise von lernbegleitenden Personen, wie Lehrkräften, unterstützt werden kann. Modusschnittstellen verschiedener Art geben Einblicke in die Vorgehensweisen der Lernenden, decken Transformationsprozesse von Zeichen von einem in den anderen Modus auf und fokussieren damit auf zentrale Prozesse des Mathematiklernens. Sie ermöglichen die Betrachtung desjenigen *Spiels*, das M. H. G. Hoffmann (2003a) in Rückgriff auf Peirce' Konzept der Abduktion und des diagrammatischen Arbeitens (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 6.5) als zentral für Lernprozesse und Erkenntnisgewinn anhand von

solchen Transformationsprozessen von Zeichen ansieht (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 16ff). Dabei hebt er als entscheidende Bedingung hervor, dass etwas *in Zeichen* dargestellt wird. Eine Darstellung wird in ihrem Gebrauch, im weiteren Umgang mit diesen Zeichen, potentiell zum mathematischen Diagramm, das es erlaubt, Relationen innerhalb dieser Darstellung zu untersuchen. Die Darstellung in Zeichen ist dabei geprägt durch eine gewisse Zufälligkeit, wird im weiteren Prozess zu einer gleichsam sich entsprechenden wie auch andersartigen mathematischen Darstellung umgeformt und schafft es so, etwas Gleiches mit verschiedenen Zeichen, Inskriptionen, Diagrammen, die auch als gegenseitig austauschbar bezeichnet werden können (vgl. Dörfler, 2015, S. 46), darzustellen und daran mathematische Erkenntnisse durch die Beobachtung dieser Zeichentransformationen zu erlangen (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 17).

„Das Spiel mit Darstellungen und deren tautologische Umformung ist wesentlich, um diejenigen Assoziationen zu ermöglichen, die wir brauchen, um Ideen und Vermutungen für Lösungsmöglichkeiten abduktiv erschließen zu können.“ (Hoffmann, M. H. G., 2003a, S. 18)

Betrachten man Gesten als Teil des Zeichenrepertoires mathematischer Darstellungen Lernender, wie ich es in meinen Analysen zeigen konnte, so ist die Gestik maßgeblich Teil solcher Umformungen, die sich an den hier beschriebenen Modusschnittstellen nicht nur zeigen, sondern auch in ihrer Bedeutung für die mathematische Interaktion beobachten lassen. Dies zeigt auch das fachdidaktische Potenzial der Rekonstruktion und Betrachtung von Modusschnittstellen beim Mathematiklernen.

Zum dritten Ergebnis:

C) Gesten als Modus der Wahl von Lernenden:

Die Gesten der Lernenden als **Modus der Wahl** zu betrachten, kann dazu führen, ihren Stellenwert im mathematikdidaktischen Diskurs zugunsten geeigneter gestalteter Lernarrangements in den Blick zu nehmen.

In erster Linie nutzen die Lernenden ihre Gesten selbstverständlich auch in mathematischen Situationen, weil der Gestengebrauch grundsätzlich in der menschlichen Interaktion angelegt ist (vgl. Kap. 1 u. 3). Jedoch können auch speziell für die mathematische Interaktion im Fach zu verortende Gründe des Einsatzes von Gesten beschrieben werden: Die vielfältigen Ausdrucksmöglichkeiten der Gestik und ihre Mehrdimensionalität (vgl. Kap. 3.1.2) eröffnen eine Form der Freiheit in der (mathematischen) Darstellung. Wie beschrieben wurde, kann Gestik in mathematischen Interaktionen Lernender funktional vielfältig eingesetzt werden. Sie kann z. B. hologrammartig einen gestisch nachgeformten Gegenstand im Raum verorten und damit selbst zum Material der Anschauung und Veranschaulichung werden. Gleichzeitig kann sie auch an konkretem Material Dinge beschreiben, in Relation setzen und Regeln der

Manipulation anzeigen. Sie ermöglicht damit die Aushandlung der diagrammatischen Deutung von z. B. zuvor erzeugten Materialanordnungen. Dabei ist sie vielfältig und wandelbar, kann einzelne Eigenschaften betonen bzw. darstellen, aber auch bspw. selbst geometrischer Körper sein. Sie dient zudem zur Darstellung von Handlungen, als lautsprachliche Ersetzung bei möglicherweise noch fehlendem mathematischem Fachvokabular und kann selbst zur Inskription und schließlich zum Diagramm in mathematischen Interaktionen von Lernenden werden. Damit weist sie in ihrem Zeichencharakter im Peirce'schen Sinne eine hohe Komplexität auf, weil sie sowohl ikonisches Zeichen, indexikalischer Verweis, aber auch symbolischen Charakter im Sinne von Peirce (vgl. Kap. 6.2) annehmen kann, wenn sie z. B. vorübergehende Bedeutungsfestlegungen in der Interaktion erfahren hat oder innerhalb ihrer diagrammatischen Verwendung Regeln hervorbringt. Aufgrund ihrer gewissermaßen natürlichen, zunächst lediglich rein motorisch begrenzten Darstellungsmöglichkeiten und ihrer Ungebundenheit an bestimmte Form- und Ausführungsregeln in der Spontanität ihres Ausdrucks, lassen sich mit der Gestik auch noch unfertige mathematische Ideen oder vage Vorstellungen hervorbringen und gleichzeitig an ihr durch die bildhafte Darstellung Beobachtungen vornehmen, die es erlauben, Ideen auszuschließen oder weiter zu vertiefen. Darüber hinaus können gerade die Hände mit ihren physischen Gegebenheiten als mathematische Darstellung verwendet werden: Naheliegend ist hier sicherlich das Zählen, eine der ersten unmittelbar mit den Händen erfahrbare Begegnung mit zentralen mathematischen Inhalten und grundlegend bedeutsam für die mathematische Entwicklung. Unser Zählen im 10er System hat sich letztlich sicherlich auch an diesen körperlichen Eigenschaften der zehn Finger orientiert entwickelt, die darüber hinaus eine 5er Bündelung anbieten (vgl. Benölken, Gorski, Müller-Philipp, 2018, S. 211). Andere Zahlssysteme wären durchaus denkbar und sind auch in der kindlichen Erfahrungswelt durchaus repräsentiert (4er oder 6er Eierkarton, Comic-Darstellungen, Minuten, Stunden, Sekunden). Krauthausen und Scherer (2006) merken dazu an:

„Hätte uns die Natur beispielsweise mit sechs Fingern an jeder Hand ausgestattet, dann wäre unser Zahlssystem vermutlich ein duodezimals, also mit Basis $b=12$. Viele, den Kindern vertraute Comic-Figuren haben etwa 4 Finger [...]“ (Krauthausen & Scherer, 2006, S. 17)

Hände sind also unmittelbar verfügbar, können Vorläufiges bildlich vorübergehend festhalten und erlauben auch noch unvollständige Darstellungen. Gerade durch eine bestimmte Unbewusstheit einer möglicherweise (noch) nicht anderweitig beschreibbaren, gestischen Darstellung, können mutmaßlich Klärungsprozesse angestoßen werden, bei denen gestische Zeichen sozusagen als im wahrsten Sinne greifbare, gestaltgewordene erste mathematische Ideen hervorgebracht und weiter ausgeformt werden können. Gleichzeitig ist es möglich, interaktiv etablierte Formen der Gesten hervorzubringen, um gleiche Gesten für das Gleiche gemeinte innerhalb einer Sprachgemeinschaft zu verwenden. Damit erweist sich Gestik als mobil, wandelbar und gleichzeitig fähig, sich an gewisse Gestaltformen vorübergehend zu

binden. Sie ist, anders als etwa Materialien wie Wendeplättchen oder Dienesmaterial, oder auch schriftliche Darstellungen, unmittelbar verfügbar, benötigt kein zusätzliches Material, Stift, Papier oder digitale Medien. Und: In der Regel können alle Interagierende auf einen reichen Erfahrungsschatz bezüglich der Verwendung von Gesten zurückgreifen, sind doch ihr Gebrauch und ihre Bedeutung schon für den frühen Spracherwerb belegt (vgl. Goldin-Meadow, 2003; Inverson & Goldin-Meadow, 2005; Weidinger, 2016; Kap. 1 u. 3.2.2). Zudem können die *Lese-Regeln* bspw. für gestische Diagramme von den Lernenden selbst entwickelt bzw. festgelegt werden und sind nicht, wie etwa bei didaktisch entwickelten Arbeitsmitteln für das Mathematiklernen, bereits durch das Arbeitsmittel zumindest in der didaktisch intendierten Deutung vorgegeben. Für mathematische Lernprozesse in Bildungseinrichtungen wie Kindergarten und Schulen, kann Gestik die Möglichkeit bieten auf einem gemeinsamen Level zu interagieren, auch wenn die mathematischen Voraussetzungen der Interagierenden verschieden sind.

Gestik bietet dabei eine Annäherung an eine mathematische Adäquatheit in der Darstellung, auch in Bezug auf die Entwicklung eines geeigneten fachlichen Lautsprachenrepertoires der Lernenden. In der Lautsprache können mathematische Sachverhalte auch ohne die Erwartung einer geeigneten fachliche Ausdrucksweise dargestellt werden, allerdings besteht dabei gleichzeitig der Anspruch bzw. das Lernziel, die Entwicklung der mathematischen Fachsprache voranzutreiben und damit die zukünftige Verwendung mathematisch adäquater Zeichen im gleichen Medium, wie das der noch nicht adäquaten mathematischen Ausdrucksweise. Die Gestik bietet ein anderes Medium an, eine Art Zwittermodus zwischen bildlicher Darstellung, Materialverwendung und potentiell auch symbolischer Schreibweise. Sie bewältigt im wörtlichen Sinne *leichtgängig* Hürden in Bezug auf relevante Charakteristiken von Sprache im mathematischen Lernprozess (mathematische Fachsprache als *Lernmedium*, *Lerngegenstand* und *Lernvoraussetzung*, vgl. Meyer & Prediger, 2012; Kap. 5.7), weil sie als Teil unserer natürlichen und universell verfügbaren Ausdrucksweise die Gebundenheit an Form und etwa regelhaften mathematischen Zeichengebrauch, wie man ihn für schriftliche mathematische Darstellungen und für fachlich adäquate lautsprachliche Beschreibungen annehmen kann, zunächst ausblenden kann. Fachliche Darstellungen sind in der Gestik zugleich aber nicht etwa unmöglich, sondern gerade durch die Möglichkeit der Etablierung von interaktiv hervorgebrachten gleichen Gesten für das gleiche Gemeint und den Gebrauch von Gesten mit inskriptional-diagrammatischem Charakter in der mathematischen Auseinandersetzung, erlaubt Gestik die Entwicklung eines fachlichen Zeichenrepertoires. Gestik ist damit Teil des kreativen mathematischen Agierens und des Sprachspiels (vgl. Dörfler, 2015) im Gebrauch von mathematischen Darstellungen. In Bezug auf Alltags-, Unterrichts- und Fachsprache (vgl. Kap. 5.7) können Gesten eine Art Brücke schlagen zwischen den lautsprachlichen Sprachregistern und damit zur Entwicklung von adäquaten mathematischen Darstellungsformen beitragen. Sie kann als registerübergreifender Modus dienen, der im didaktischen Sinne potentiell begriffliche Verbindungen erzeugen kann,

wo in der Regel Unterschiedlichkeiten im sprachlichen Code vorliegen, etwa zwischen Alltags- und Fachsprache. Ebenso kann sie als eine Art Vorform oder zur Darstellung möglicherweise noch unfertiger mathematischer Ideen genutzt werden, die eventuell später verschriftlicht werden können und zeigt ein hohes Maß an Flexibilität in Gebrauch, Umstrukturierung und (Neu-)Konzeption mathematischer Erkenntnisse. Umdeutungen der Hände oder bestimmter Gestenformen als Gegenstände sind ebenso möglich wie die Einbindung materieller oder auch fiktiver Dinge in gestische Argumentationen. Gestik ist in den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten mathematischen Interaktionen der Lernenden Teil ihrer interaktiv ausgehandelten mathematischen Bedeutungszuschreibung.

Gestik erweist sich damit zusammenfassend als *konstitutiver Teil des multimodal gestalteten Mathematiktreibens*, weil sie u. a. diagrammatische Funktionen übernehmen kann. In den Daten lässt sich rekonstruieren, dass einzelne mathematische Aspekte ausschließlich gestisch und nicht lautsprachlich, schriftlich oder durch spezifische Materialanordnungen dargestellt werden. Gestik übernimmt hier also nicht nur die Funktion, sondern in den Darstellungen der Lernenden die Eigenschaften der in diesen Interaktionen verwendeten mathematischen Zeichen. Sie wird von den Lernenden epistemologisch verwendet, indem sie maßgeblich die mathematische Darstellung (mit-)konstruiert und daran Beobachtungen und vertiefende Einsichten vorgenommen werden (vgl. Schreiber, 2010, S. 15). Gestik erweist sich damit als offensichtlich *systemrelevant* für das Lernen von Mathematik. Sie manifestiert sich im emergierenden und verwendeten mathematischen Code innerhalb des mathematischen Lernprozesses. Dieser Lernprozess findet nicht ausschließlich in der Lautsprache, schriftlichen oder schriftähnlichen Darstellungen und Diagrammen statt, sondern erweist sich als multimodal und in dieser Multimodalität als komplexes Zusammenspiel aus verschiedenen Modi. Damit tritt die Gestik potentiell funktional in das Mathematiklernen und -treiben als *quasi-materialisierte Inskription* bzw. als ein potentiell verwendetes *gestisches Diagramm* ein und wird somit zum konstitutiven Bestandteil der gemeinsam betriebenen Mathematik. Die Gestik ist nicht Abbild, sondern Konstituente dessen, was als mathematisches Zeichen verhandelt wird. Sie wird im Gebrauch zur mathematischen Darstellung. Die in den Daten identifizierten Gestenfunktionen lassen es zu, die rekonstruierten Gesten als *mathematische Gesten* zu bezeichnen, weil sie Eigenschaften mathematischer Zeichen in Darstellung und Gebrauch in mathematischen Interaktionen Lernender annehmen können.

10.2 Das doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen

Die ausführlich beschriebenen zentralen Forschungsergebnisse bzw. *Charakteristika der Gesten beim Mathematiklernen*, die sich aus meinen Analysen komparierend herausarbeiten lassen, sollen im Folgenden zur Entwicklung einer der ersten theoretisch begründeten Beschreibung der Gesten für das Mathematiklernen im deutschsprachigen Raum dienen. Dazu wird das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen*²⁸⁷ aufgespannt. Die Wahl eines Kontinuums, speziell in doppelter Weise, trägt der Vielseitigkeit der Gestik in Funktion und Gestalt in mathematischen Interaktionen von Lernenden Rechnung und lässt eine flexible Zuordnung in diesen beiden Bereichen zu. Das Konstrukt des Kontinuums mit seinen beiden Dimensionen *der Funktion des Gestengebrauchs* und *des Objektbezugs der Gestengestalt*, bietet eine theoretische Beschreibungsmöglichkeit der *Fachspezifik* der verwendeten Gestik, die perspektivisch auch für andere Forschungen im Bereich der Gestik und des Mathematiklehrens und -lernens auf das jeweilige Forschungsfeld angepasst werden kann (vgl. Kap. 10.4.2). Die oben dargestellten Funktionen und Gestengestalten bilden die Skalenpunkte des Kontinuums in seinen beiden Dimensionen und stehen darin in Relation zueinander. Das Kontinuum bietet auf diese Weise einen direkten Bezug zu den Daten als *fachspezifische Beschreibung von Gesten für das Mathematiklernen*. Damit begründet sich das doppelte Kontinuum zum einen aus einer für die rekonstruktive Sozialforschung typischerweise angelegten Datennähe (vgl. Bohnsack, 2008; Kap. 8.1) und zum anderen fachspezifisch aus der Mathematik und ihrer Didaktik. Alle drei theoretischen Leitlinien meiner Forschungsarbeit – die *Gestikforschung* (vgl. Kap. 3 u. Kap. 5), die *mathematikdidaktische Interaktionstheorie* (vgl. Kap. 4) und die *Peirce'sche Semiotik* (vgl. Kap. 6) – fließen in die Konzeption des Kontinuums mit ein bzw. spiegeln sich in Teilaspekten des Kontinuums wider, worauf im Folgenden an jeweiliger Stelle verwiesen wird.

Es handelt sich bei dem *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* um eine grafische Darstellung, die im Rahmen dieser Arbeit zusammenfasst, welche Funktionen und Gestalten der Gesten sequenzübergreifend über alle analysierten Beispiele der Daten rekonstruiert werden konnten. Gesten werden konform zu diesen Ergebnissen in diesem doppelten Kontinuum als einer der *konstituierenden Bestandteile des mathematischen Agierens* von Lernenden bei der Beschäftigung mit einem mathematischen Problem betrachtet. Es fokussiert *moduspezifisch* die Rolle und Bedeutung der Gestik im mathematischen Lernprozess. Multimodal betrachtet, kann es aber auch *modusübergreifend* Anwendung finden, weil es über die Gestalt und die Funktion der Gesten hinaus Anknüpfungspunkte an andere Ausdrucksmodi, wie z. B. die Handlung und die Lautsprache, aufweist (vgl. Kap. 10.4.2). Die

²⁸⁷ Die Darstellung von Gesten in Form von Kontinua stellen in der Gestikforschung ein häufig gebrauchtes Mittel dar. So erläutert bspw. McNeill (2005) ein Kontinuum zwischen den Polen der auf Lautsprachenbegleitung angewiesenen Gesten mit geringer Konventionalisierung bis hin zu Gesten, die gänzlich ohne Lautsprache auskommen und gleichzeitig einen hohen Grad an Konventionalisierung aufweisen (vgl. McNeill, 2005, S. 5ff; Kap. 3.1.4). Auch Goldin-Meadow (2003) ordnet die Gesten-Lautsprache *Matches* und *Mismatches* auf einem Kontinuum an (vgl. Kap. 5.4).

Beschreibung der Gestengestalt in Relation zu ihrer Funktion kann Einblick bieten in die Art und Weise, wie Lernende ihre gestischen Zeichen im Mathematiklernprozess gebrauchen bzw. welche Gestengestalten und -funktionen für sie beim gemeinsamen Betreiben von Mathematik bedeutsam sind. Damit beantwortet die Entwicklung des Gestenkontinuums den übergeordneten Forschungsfokus und kann auch Hinweise zu den ausdifferenzierten Forschungsfragen geben. So können z. B. Funktionen der analysierten Gesten in Relation zueinander betrachtet werden, es lassen sich Häufungen der Gestenfunktionen für die einzelnen Interaktionssequenzen beobachten oder auch die Funktionen in Relation zur Gestengestalt und dem jeweiligen Objektbezug für bestimmte analysierte Sequenzen oder auch übergreifend für alle oder mehrere Beispiele vergleichend betrachten.

Es werden neben dem übergeordneten Forschungsfokus also dabei insbesondere auch die ausdifferenzierten Forschungsfragen fokussiert (vgl. Kap. 7.3):

- 1) Welche Funktionen übernehmen insbesondere die verwendeten Gesten in den untersuchten mathematischen Interaktionssequenzen Lernender?
- 2a) Inwiefern lässt sich ein Wiederaufgreifen von eingebrachten lautsprachlichen und/oder gestischen Äußerungen im Interaktionsverlauf nachzeichnen?
- 2b) Kann ein solches Aufgreifen als sprecher*innenübergreifende gegenseitige Übernahme von gestischen und/oder lautsprachlichen Äußerungen zwischen den an der Interaktion Beteiligten rekonstruiert werden?
- 3) Lassen sich auf diese Weise Konventionalisierungsprozesse der gestischen (und lautsprachlichen) Zeichen zeigen, in denen bestimmte Gesten für das gleiche Gemeinte stehen und damit im Sinne von vorübergehend stabilisierten Bedeutungen ausgehandelt werden?

Die *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* bewegt sich zwischen den Polen *diskursstrukturierend* bis hin zu *inskriptional/diagrammatisch*, die *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* zwischen den Polen des *Gebrauchs von materiell Verfügbarem in Gesten* und der *gestischen Darstellung des lautsprachlich Benannten*. Damit greift das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* im Schwerpunkt aus der Perspektive der Gestik betrachtet die Multimodalität mathematischer Darstellungen auf, indem es mögliche Schnittstellen zu anderen Modi ausweist und an den Rändern für eine potentiell mögliche, multimodale Erweiterung des Kontinuums öffnet. Wie oben ausgeführt, gewährt dies auch einen Blick auf mögliche Transformationsprozesse mathematischer Zeichen im Lernprozess zwischen verschiedenen Modi, die durch die Gestik mitgestaltet werden.

Das doppelte Kontinuum erlaubt es, entsprechend des flexiblen und multifunktionalen Charakters von Gesten, die konkret aus den Daten rekonstruierten Gesten der Lernenden

einzuordnen und ist dabei gleichzeitig offen für Mehrfachzuordnungen und Umstrukturierungen. Es kann eine gewisse Pol-Nähe für jede Geste anhand der Rekonstruktion ihrer Eingebundenheit im Interaktionsprozess vorgenommen werden, die durchaus auch dynamisch zu verstehen ist: Über den Interaktionsverlauf können emergierende Funktionen von Gesten wechseln. Die Berücksichtigung einer solchen Dynamik wird gleich deutlich, wenn das Kontinuum anhand der Beispiele gefüllt und die Einordnungen unten erläutert werden.

Das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* bildet ein erstes theoretisches Fazit meiner Forschungen im Themenbereich der Funktion und des Gebrauchs von Gestik im Mathematiklernen ab. Gleichzeitig eröffnet es, verortet in den dafür relevanten Theoriefeldern (Gestikforschung, Interaktionstheorie mathematischen Lernens und Semiotik), für die deutschsprachige mathematikdidaktische Gestenforschung eine Möglichkeit, Gesten von Lernenden in ihren Funktionen und Gestalten fachspezifisch beschreiben zu können und grafisch aufeinander bezogen zu erfassen. Damit gelingt, etwa weitreichender als bei anderen Forschungen im Bereich der Gestik und des Mathematiklernens (vgl. Kap. 5), eine *vom Fach* und den empirischen Daten ausgehende Beschreibung von Gesten. Mit dem hier beschriebenen Kontinuum wird nicht versucht, bestehende Gestenkategoriensysteme (vgl. Kap. 3.1.4) nun eben auch auf Gesten beim Mathematiktreiben Lernender anzuwenden und die Fachspezifik erst am Ende damit zu verbinden. Vielmehr wird es mit der theoretischen Grundlegung in der Interaktionstheorie mathematischen Lernens (vgl. Kap. 4) und der Peirce'schen Semiotik zur Charakteristik mathematischer Zeichen und Diagramme (vgl. Kap. 6) möglich, Gesten von Lernenden *a priori* als potentiell *konstitutiv* für den *fachlich-mathematischen* Auseinandersetzungsprozess betrachten zu können, um dies dann in den Daten mit entsprechenden und theoretisch passgenauen analytischen Mitteln (vgl. Kap. 8.7) empirisch untersuchen zu können und solche Gesten schließlich *als mathematische Gesten* in Funktion und Gestalt im Kontinuum einordnen und beschreiben zu können.

10.2.1 Die Dimensionen im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen*

Die *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* im Kontinuum fokussiert vor allem die Art und Weise, wie die Interagierenden ihre Gesten verwenden und *welche Funktion* diesen interaktional im mathematischen Gespräch zugeschrieben wird.²⁸⁸ Die Zuordnung basiert dabei auf den durchgeführten Analysen und darin erzeugten Rekonstruktionen (vgl. Kap. 9.3.1 bis 9.3.7). Die *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* ist im Kontinuum vertikal angeordnet (vgl. Abb. 10.2.1_29). Es werden auf dieser Dimension insgesamt fünf verschiedene

²⁸⁸ Diskrepanzen zwischen individuellen Deutungen der Gestenfunktion und den Zuschreibungen durch das soziale Kollektiv sind entsprechend des interaktiven Gefüges möglich und zeichnen die (mathematische) Interaktion aus (vgl. Kap. 4.2).

Funktionen der Gesten aufgeführt: *diskursstrukturierend, Zugang/Rahmung suchend/klärend, mathematische Erkenntnis darstellend, manipulierend am Diagramm und inskriptional/diagrammatisch* (vgl. Kap. 10.1). Diese Funktionen bieten eine *fachspezifische* Beschreibung der gebrauchten Gesten in mathematischen Interaktionen von Lernenden und übersteigen in dieser Fachspezifik die bisher in der Literatur verfügbaren und vergleichbaren funktionsbezogenen Beschreibungsmöglichkeiten von Gesten, die man etwa bei McNeill (1992) oder Müller (1999) findet (vgl. Kap. 3.1.4). In der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* ist zunächst die Einordnung auf grafischer Ebene zu jeweils *einer* Funktion *als Schwerpunkt* für die rekonstruierten Gesten im Kontinuum möglich. Um die Multifunktionalität der Gesten in mathematischen Interaktionen Lernender im Kontinuum jedoch ausreichend berücksichtigen zu können, die als eines der zentralen Forschungsergebnisse der vorliegenden Arbeit herausgearbeitet wurde (vgl. Kap. 10.1), ist darüber hinaus die Zuordnung *einer Geste zu mehreren Funktionen* möglich. Dies wird in der grafischen Darstellung des Kontinuums durch die Platzierung innerhalb einer Funktion im Schwerpunkt und das gleichzeitige Anführen von Indices (entsprechend der Funktionen a bis e, Kap. 10.1) an der jeweiligen Geste umgesetzt. Die Indices markieren also die Zuordnung zu weiteren Funktionen des Kontinuums. Dabei stehen die Buchstaben im Index immer in der Reihenfolge des Alphabets und bilden keine Hierarchie der jeweils benannten Funktionen ab. Die Einordnung der Gesten auf diese Weise erlaubt es, dass bspw. eine Geste, die der Funktion *manipulierend am Diagramm* im Schwerpunkt zugeordnet wird, auch in ihrer *diskursstrukturierenden* Rolle für den Interaktionsprozess bzw. die Interpretationen der Interagierenden und die gegenseitige Bezugnahme im Kontinuum abgebildet werden kann. Gerade eine nicht ausschließliche Zuordnung zu nur einer Funktion zeichnet die Darstellung im entwickelten Kontinuum aus. Dies trägt auch der Komplexität interaktiver Prozesse Rechnung: Wie in den theoretischen Ausführungen der vorliegenden Arbeit beschrieben (vgl. Kap. 4.5), zeichnen sich Interaktionen durch einen multimodalen Charakter aus und weisen hinsichtlich ihrer Komplexität des Zusammenspiels verschiedener Ebenen des interaktionalen Geschehens eine hohe Dichte auf. Diese Komplexität muss also in einem solchen Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen ausreichend Berücksichtigung finden. Der multifunktionale und dynamische Charakter von Gesten verbietet geradezu eine ausschließliche Zuordnung zu einer einzelnen Funktion. Eine zusätzliche Zuordnung zu anderen Funktionen ist daher im hier entwickelten Kontinuum möglich und durch die Indices gekennzeichnet. Im Verlauf von Interaktionen besteht darüber hinaus die Möglichkeit, dass gestische Funktionen wechseln. Dies ist z. B. der Fall, wenn eine Geste rekurrierend gebraucht eventuell zuerst stärker diskursstrukturierende Funktion übernimmt und in der Folge dann aus dieser Funktion heraus einen anderen funktionalen Schwerpunkt, wie etwa die Darstellung einer mathematischen Erkenntnis oder

die Manipulation an einem Diagramm, bedient.²⁸⁹ Es dient nicht zuletzt auch der grafischen Übersichtlichkeit im Kontinuum, eine Geste entsprechend dem analytisch rekonstruierten funktionalen Schwerpunkt im Kontinuum einzuordnen.

Die *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* im hier beschriebenen *doppelten Kontinuum der Gesten* ist horizontal aufgespannt und umfasst vor allem die Frage, wie sich in der *Gestalt* der Geste der Bezug zum Objekt²⁹⁰ in der Interaktion zeigt. Durch die horizontale Anordnung dieser Dimension sind Schnittpunkte beider Kontinuumsdimensionen zur Einordnung der in den Daten rekonstruierten Gesten möglich.

Die *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* bezieht sich zunächst im Schwerpunkt auf Gesten. Es ist hier die besagte Anbindung des Gestenkontinuums an andere Ausdrucksmodi perspektivisch möglich.²⁹¹

Die Skalenpunkte der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* sind aus der analytischen Betrachtung aller Gesten und der Zusammenfassung zu den sie beschreibenden übergeordneten Objektbezügen entwickelt. Sie beantworten sinngemäß immer die Frage, wie durch die äußerlich wahrnehmbare *Gestalt* der Geste – das gestische Repräsentamen im Peirce'schen Sinne (vgl. Kap. 6.2) – im Geiste der zeichenlesenden Person das rekonstruierte Objekt in der Zeichendeutung evoziert wird bzw. wie der Bezug zum der zeichenerzeugenden Person unterstellten und mit dem Zeichen mutmaßlich gemeinten Objekt *durch die Gestalt der Geste* deutlich wird. Grundlage hierfür sind die Semiotischen Prozess-Karten bzw. die

²⁸⁹ Ein Beispiel für eine solche Geste ist die sogenannte Dachgestik I und II von Jakob (Kombinatorik: Beispiel I), die im Kontinuum in dieser Weise eingeordnet ist (vgl. Abb. 10.2.2.1_30) und in Abbildung 10.2.2.1_32 zunächst als Bildfolge zu sehen ist. Dachgestik I wird dann in ihrem funktionalen Schwerpunkt als *diskursstrukturierende* Gestik eingeordnet, während Dachgestik II zwar diese diskursstrukturierende Funktion behält, sich jedoch im Schwerpunkt eher im Übergang der Funktionen der *Darstellung einer mathematischen Idee oder Erkenntnis* zur Funktion der *Manipulation am Diagramm* einordnen lässt (vgl. Abb. 10.2.2.1_30).

²⁹⁰ Der Objektbegriff ist angebunden an die Definition des Objektes in der Zeichentheorie nach Peirce (vgl. Kap. 6.2). Dies wird weiter unten in Bezug auf das hier beschriebene Kontinuum genauer erläutert.

²⁹¹ In zukünftigen Forschungsprojekten könnte im Sinne eines *multimodalen Kontinuums* für das Mathematiklernen bspw. der Ausdrucksmodus der Handlungen über vergleichbare Funktionen erweitert an das bestehende doppelte Kontinuum der Gesten angebunden werden (Erweiterung am linken Skalenpunkt der Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt im Kontinuum). Hierzu gibt es bereits geeignete Vorarbeiten: Vogel (2017a) stellt bspw. die Diagrammatizität von durch Handlungen erzeugten Materialanordnungen heraus (vgl. Vogel, 2017a, S. 994ff; Kap. 5.2) und Vogel und Huth (2020) verweisen auf Modusschnittstellen von Handlungen und Gesten, die sich u. a. in ihrer Funktion in der mathematischen Interaktion Lernender zeigen. Es wäre denkbar, Vogel und Huths (2020) Beschreibungen von funktionalen Schnittstellen von Gestik und Handlungen mithilfe des doppelten Kontinuums weiter auszudifferenzieren hinsichtlich der Art und Weise der Funktion dieser Schnittstellen für und in mathematischen Interaktionen von Lernenden. Des Weiteren könnte perspektivisch bspw. über die im doppelten Gestenkontinuum aufgeführte Funktion d) *manipulierend am Diagramm* in der Dimension der Funktion des Gestengebrauchs und dem ganz links auf der Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt angeordneten Skalenpunkt *Gebrauch von materiell Verfügbaren in Geste(n)* eine Anbindung an Handlungen möglich sein, die ebenso ein Diagramm manipulieren können, wie Billion (2020) beschreibt. Billions (2020) Forschungen gehen der Frage der diagrammatischen Deutung von Handlungen durch Lernende in verschiedenen mathematischen Lernarrangements nach (vgl. Billion, 2020, S. 1377f u. S. 1379f).

Ergebnisse der auf die Interaktionsanalysen aufbauenden Semiotischen Analysen aller Beispiele (vgl. Kap. 9.3.1 bis 9.3.7) und der darin bildlich dargestellten und von den Interagierenden in den jeweiligen Situationen erzeugten Gesten. In der Gestaltdimension lässt sich also die Art und Weise der gestischen Darstellungen im Kontinuum abbilden. Sie greift damit die oben im Rahmen der drei zentralen Forschungsergebnisse beschriebenen und aus den Daten rekonstruierten Gestengestalten auf (vgl. Kap. 10.1). Die Dimension zeigt komprimiert, wie durch die Gestengestalt der Bezug zum Objekt hergestellt wird. Die Skalenpunkte umfassen von links nach rechts: 1) *Gebrauch von materiell Verfügbarem in Geste(n)*, 2) *gestisch-pantomimische Modellhandlung*, 3) *(Zeige-)Geste(n) an Dingen oder ihren Anordnungen*, 4) *Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen*, 5) *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* und 6) *gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten* (vgl. Kap. 10.1).

Stellt man nun beide Dimensionen gemeinsam im Kontinuum dar, erhält man eine zunächst noch leere Version des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen* (vgl. Abb. 10.2.1_29).

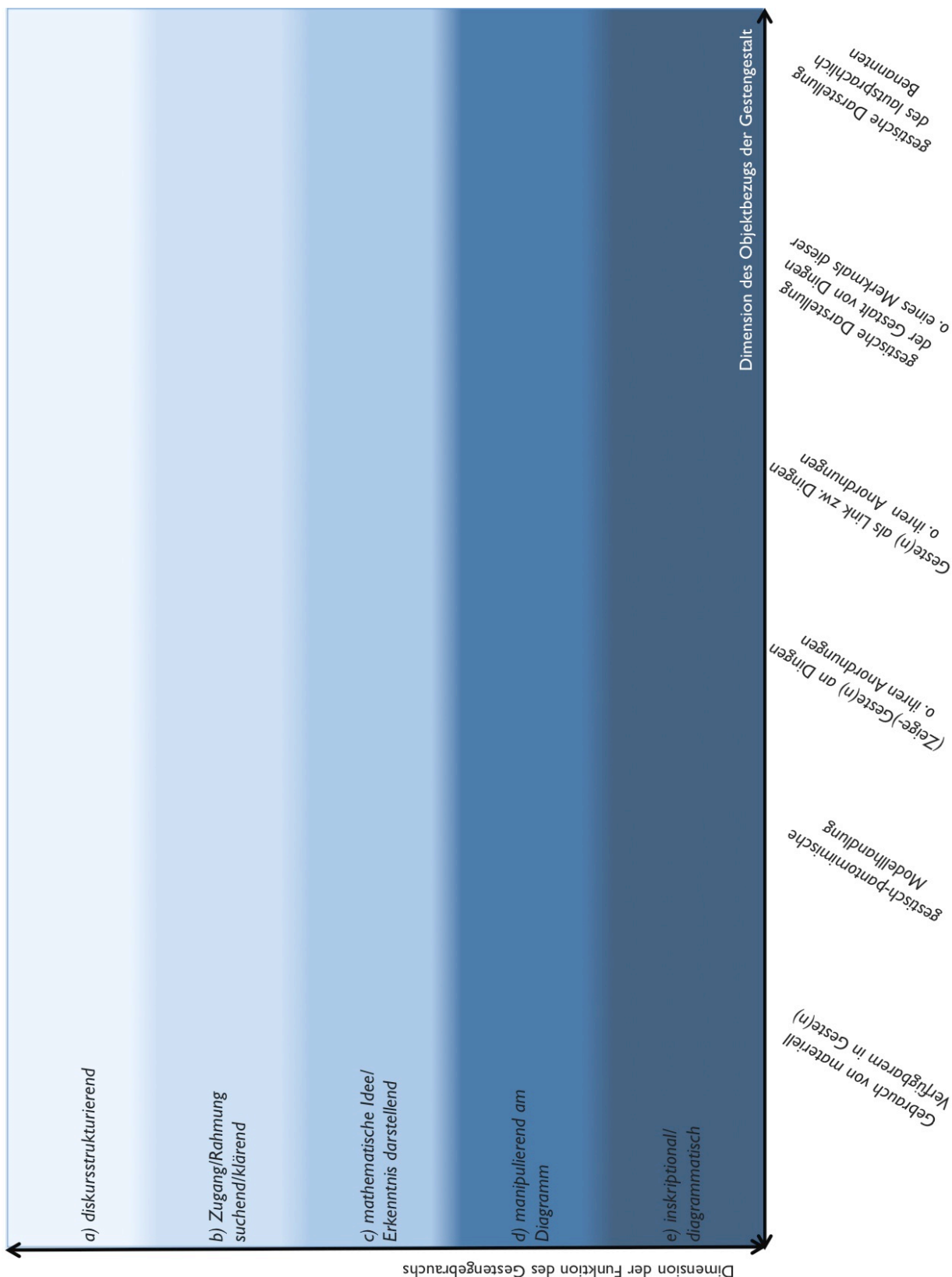


Abb. 10.2.1_29 Das leere doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen mit seinen beiden Dimensionen

Die Abbildung 10.2.1_29 zeigt, dass die einzelnen Funktionen auf dem Kontinuum nicht vollständig voneinander abgrenzbar sind und daher als Farbverlauf dargestellt ineinander übergehen. Wie oben schon beschrieben, wird hier der Multifunktionalität der Gesten Rechnung getragen. Bei der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* kann in der aktuellen Darstellung des Kontinuums eine mehrfache Zuordnung grafisch geeignet umgesetzt werden, was sich später bei der Konkretisierung an den Beispielen zeigen wird (vgl. Kap. 10.2.2). Ein leeres *doppeltes Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* nur mit den Skalenpunkten versehen, ermöglicht es für sich potentiell anschließende Forschungen weitere Datenbeispiele hinsichtlich der Funktion und der Gestalt verwendeter Gesten einzuordnen. Vergleiche mit den Datensätzen meiner Studie sind somit möglich. Zudem kann eine Einordnung bspw. bezüglich Funktionshäufungen oder den Arten des Objektbezugs am Kontinuum beobachtet werden.

10.2.2 Das doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen anhand von drei Beispielen aus den Daten der vorliegenden Forschungsarbeit

Nun soll das Gestenkontinuum mit den rekonstruierten Gesten einzelner, ausgewählter Datenbeispiele gefüllt werden. Zur besseren Unterscheidung und als Zuordnung zu den jeweiligen Beispielen sind die Gesten von Beispiel 1 bis Beispiel 5 wie folgt durchnummeriert (vgl. Tab. 10.2.2_1). Dies spiegelt nicht ihr chronologisches Auftreten in den jeweiligen Situationen wider, hilft aber hier, sich in den Gestenkontinua zu orientieren. Im Folgenden werden dann Gesten aus Beispiel 1, 3 und 5 im Gestenkontinuum eingeordnet.

<u>Beispiel 1:</u> Kombinatorik: Tierpolonaise, Jakob & Claus	Gesten (1) bis (15)
<u>Beispiel 2:</u> Kombinatorik: Tierpolonaise, Ayse & Jana	Gesten (16) bis (22)
<u>Beispiel 3:</u> Kombinatorik: Tierpolonaise, Maya & Dennis	Gesten (23) bis (33)
<u>Beispiel 4:</u> Geometrie: Bauen, Ayse & Jana	Gesten (34) bis (40)
<u>Beispiel 5:</u> Geometrie: Bauen, Maya & Dennis	Gesten (41) bis (53)

Tab. 10.2.2_1 Die Zuordnung der durchnummerierten Gesten

Die auf diese Weise insgesamt dreiundfünfzig benannten Gesten bilden dabei oft nicht nur einzelne, sondern jeweils innerhalb eines Beispiels unter einer Gestenbezeichnung zusammengefasste Gesten ab. Die in den Semiotischen Prozess-Karten (vgl. Kap. 9.3.1 bis 9.3.7) zumeist als Bildfolgen dargestellten gestischen Repräsentamen bildeten hierfür die Grundlage. So gibt es etwa in Beispiel 3 an zwei verschiedenen Funktions-Positionen im doppelten Kontinuum *Reihenfolgegesten* (Gesten (26) und (31)), die einmal als tippend oder konstant zeigend und einmal als Diagramm weiter spezifiziert sind und mehrere solcher Reihenfolgegesten unter diesem Begriff zusammenfassen (vgl. Abb. 10.2.2.2_35). Ebenso wurde jede einzelne *Fixpunktgeste* aus den Kombinatorik-Beispielen innerhalb jedes Beispiels bzw. innerhalb des jeweiligen Kontinuums unter der Bezeichnung *Fixpunktgesten* in der grafischen Darstellung des entsprechenden Kontinuums zusammengefasst. Das heißt auf die Anzahl der Gesten bezogen auch, dass deutlich mehr als dreiundfünfzig Gesten in den Datenbeispielen rekonstruiert werden konnten.

Die Einordnung in das doppelte Kontinuum wird nun folgend für die Beispiele 1, 3 und 5 im Detail erläutert. Die Auswahl der Beispiele lässt sich wie folgt begründen: Bei Beispiel 1 handelt es sich um die Sequenz von Jakob und Claus und dem kombinatorischen Problem der Permutation aus drei Elementen. Dieses Beispiel gilt als Ausgangspunkt der vorliegenden Dissertation und hat daher eine spezifische Bedeutung für mein Forschungsanliegen. Anhand dieses Beispiels werden im theoretischen Teil der Arbeit Erläuterungen als Vorgriff auf und Verknüpfung mit den Daten vorgenommen. In der Einleitung dient es zur Darstellung des Anliegens der Dissertation (vgl. Kap. 1 u. 2). Die Einordnung ins doppelte Kontinuum anhand dieses besonderen Beispiels darzustellen, dient dem konsistenten Vorgehen innerhalb der Forschungsarbeit. Beispiel 3 stellt dazu ein geeignetes Pendant dar, denn es zeigt ein anderes Schüler*innen-Paar (Maya und Dennis) bei der Beschäftigung mit dem gleichen mathematischen Problem. Es können also Vergleiche hinsichtlich der Situation in Bezug auf das doppelte Kontinuum der Gesten gezogen werden. Beispiel 5 wird wiederum vom dazu gleichen Schüler*innen-Paar Maya und Dennis in einem anderen mathematischen Bereich, nämlich der Geometrie, durchlaufen. Die Schüler*innen bearbeiten gemeinsam das Problem der Erzeugung eines Nachbaus zu einem zuvor von Maya erstellten Bausteingebäudes. Damit wird von Beispiel 1 zu Beispiel 3 über die gleichbleibende Situation und von Beispiel 3 zu Beispiel 5 über die gleichen Interagierenden der Vergleich der Einordnung im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* möglich.

10.2.2.1 Das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* anhand von Beispiel 1: Kombinatorik, Jakob und Claus

Das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* für Beispiel 1 (Kombinatorik) ist in Abbildung 10.2.2.1_30 dargestellt. Es handelt sich dabei um die Kombinatorik-Sequenz von Jakob und Claus, in der sie Permutationen aus drei Elementen erzeugen (vgl. Kap. 9.3.1).

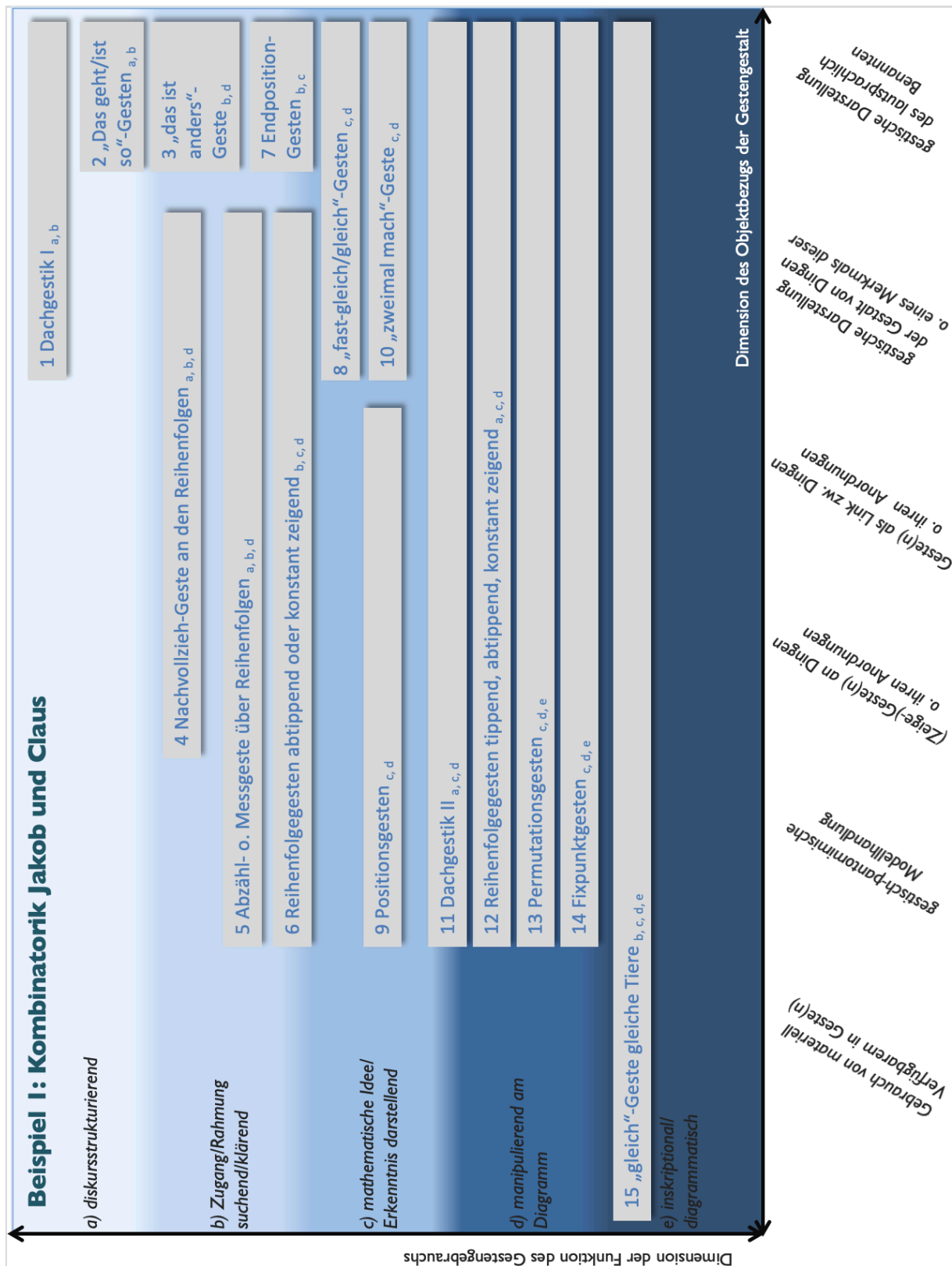


Abb. 10.2.2.1_30 Das doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen am Beispiel I: Jakob und Claus (Kombinatorik)

Einige Gesten sind in der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* in diesem Kontinuum im Schwerpunkt als *diskursstrukturierend* oder als *Zugang bzw. Rahmung suchend/klärend* einsortiert. Dies sind bspw. Gesten von Jakob, die er erzeugt, wenn er einen Erklärungsblock abgeschlossen hat und etwas als nun geltend – man könnte auch sagen als für das Folgende rahmend – markiert, durch etwa *das geht/list so-Gesten* (2)²⁹² oder die *das ist anders-Geste* (3) (vgl. Abb. 10.2.2.1_31). Sie setzen gewissermaßen einen Marker im Diskurs und strukturieren damit Jakobs Erläuterungen: Jakob erklärt, was in seinen Augen gegeben ist und setzt dies als geltend und Ausgangspunkt für seine weiteren Erläuterungen. Auch die *Endpositionsgesten* (7) (vgl. Abb. 10.2.2.1_31) Jakobs sind hier zuzuordnen, weil sie zum einen durch eine Rückführung in die Rastposition vor sich auf dem Tisch einen Teil seiner Äußerung gestisch abschließen und damit eine Stelle markieren, an der seine Interaktionspartner*innen den Turn ergreifen könnten. Andererseits zeichnen sich diese Gesten häufig durch eine symmetrische Handform beider Hände aus, was inhaltlich teilweise auch als Verweis auf die Gleichheit von Reihenfolgen in der Analyse interpretiert wurde (vgl. Kap. 9.3.1), auf die Jakob kurz zuvor und auch manchmal zeitgleich lautsprachlich referiert. Daraus ergibt sich die Einsortierung im Gestenkontinuum am Übergang zur Funktion der *Darstellung einer mathematischen Erkenntnis oder Idee*. Die Gesten in dieser Rastposition werden eher am Rande des Arbeitsbereiches, nicht direkt am Diagramm der Reihenfolgen ausgeführt.



Abb. 10.2.2.1_31 In Bildreihenfolge von links nach rechts je ein Beispiel einer *das geht/list so-Geste* (2) und einer *das ist anders-Geste* (3) sowie einer *Endpositionsgeste* (7) von Jakob

Weiter oben (vgl. Kap. 10.1) wurden diese Gesten bereits beschrieben und allgemeiner als solche bezeichnet, die gewissermaßen auf das, was zu Zeigen war, verweisen. In diesem Sinne wurden sie als *quad erat demonstrandum* Gesten von Jakob bezeichnet und eingeordnet (vgl. Abb. 10.1_3). Im Kontinuum wurde darauf verzichtet, eine andere Bezeichnung als die von Jakob selbst gewählte für diese Gesten zu nutzen. Er nutzte als lautsprachlichen Ausdruck bei diesen Gesten häufig die Formulierung, dass etwas so gehe oder ist oder auch nicht gehe. Die Gesten, die Jakob hier gebraucht sind aber von der gleichen Art, wie diejenigen, die oben als *quad erat demonstrandum* Gesten beschrieben wurden.

²⁹² Die Nummern hinter den jeweiligen Benennungen der Gesten in Klammern sind hier wie im Folgenden ein Verweis auf die Nummerierung der Gesten im jeweils abgebildeten Gestenkontinuum des Beispiels. Alle Gesten sind von Beispiel 1 bis Beispiel 5 im Gestenkontinuum durchnummeriert, und zwar in ihrer grafischen Darstellung von oben nach unten bzw. von links nach rechts (vgl. Tab. 10.22_1).

In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* sind alle drei in Abb. 10.2.2.1_31 gezeigten Gesten als *gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten* einsortiert. Dies ergibt sich daraus, dass sie sich alle auf das jeweils kurz zuvor oder zeitgleich lautsprachlich Dargestellte beziehen und dieses entweder als gegeben und rahmend für das Folgende markieren (*das geht/ist so-Gesten (2)* und *das ist anders-Geste (3)*) oder ein lautsprachlich benanntes End- oder Zwischenergebnis in der Erläuterung anzeigen (*Endpositionsgesten (7)*).

Auch die *Dachgestik I (1)* (vgl. Abb. 10.2.2.1_32) ist im Schwerpunkt als *diskursstrukturierend* im Gestenkontinuum in der *Dimension des Gestengebrauchs und der Funktion* dargestellt, wenn sie auch durch den Index als ebenfalls zugehörig zur Funktion *Zugang/Rahmung suchend/klärend* im Kontinuum markiert ist. Sie wird ebenfalls von Jakob erzeugt und leitet in den Ausführungsversionen *Dachgestik I (1)* und *Dachgestik II (11)* jeweils in einen Erläuterungsblock ein. Allerdings wird für die *Dachgestik II (11)* eine andere Funktion als Schwerpunkt rekonstruiert: Sie ist gewissermaßen eine Weiterentwicklung der *Dachgestik I (1)*, verbindet durch die vergleichbare Handform thematisch die beiden Erklärungsblöcke (*diskursstrukturierende Funktion*), bekommt aber zusätzlich eine mathematische Bedeutung: Sie leitet nicht nur in den zweiten Erklärungsblock ein, etwa als Darstellung einer Zuspitzung und Ankündigung einer nun folgenden zentralen Idee, sondern wird gleichzeitig verwendet, um eine mathematische Idee hervorzubringen. Sie zeigt, wie eine Reihenfolge von Jakob hier betrachtet wird – nämlich in ihrer Gesamtheit und weniger in ihrem Aufbau oder durch einzelne Positionen. Die *Dachgestik II (11)* zeigt auch, wie sich eine Reihenfolge in Jakobs Verständnis in ihrer räumlichen Dimension im Diagramm aller Reihenfolgen darstellt. Daher ist die Ausführung der *Dachgestik II (11)* im Schwerpunkt am Übergang der Funktionen *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* und *manipulierend am Diagramm* im Kontinuum eingeordnet. Die Geste macht am Diagramm deutlich, was als Reihenfolge darin zu deuten ist. Gleichzeitig hat sie ihre *diskursstrukturierende Funktion* nicht eingebüßt, was durch den Index a deutlich wird. Durch die gleiche Handform werden die beiden Teile – Erklärungsblock eins und zwei – verbunden, so dass hier auf der Ebene des Diskurses durch die Gestik eine Art thematische Klammer gesetzt wird, die beide Erklärungsblöcke bündelt und verbindet. Die *Dachgestik II (11)* erfüllt in diesem Sinne nicht nur *diskursstrukturierende Funktion*, weil sie wiederholt als Anfang einer zentralen Erläuterung steht, sondern sie wird interpretiert als Darstellung des mathematischen Gehalts *Reihenfolge* in ihrer räumlichen Ausprägung und spezifischen Betrachtung im Diagramm bzw. innerhalb Jakobs folgender Erläuterung.

Dachgestik I



Dachgestik II



Abb. 10.2.2.1_32 Dachgestik I (1) und Dachgestik II (11) (Bildfolge von links nach rechts) von Jakob

In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* wird die *Dachgestik I (1)* sowohl der *gestischen Darstellung des lautsprachlich Benannten* zugeordnet, aber auch der *gestischen Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser*. Die Zuspitzung oder Sammlung dessen, was Jakob im Folgenden als zentral darstellen möchte, wird dabei als Gestalt des Dings oder seines Merkmals verstanden, als Teil des in den Triaden der Semiotischen Prozess-Karten rekonstruierten Objekts. Dies wird in der Gestalt der Geste bzw. der Handform als Dach gestisch umgesetzt. Die *Dachgestik II (11)* wird neben diesen beiden Skalenpunkten auf der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* zusätzlich als *gestisch-pantomimische Modellhandlung*, als *(Zeige-)Geste an Dingen oder ihren Anordnungen* und als *Geste als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen* zugeordnet. Sie zeigt nämlich am Diagramm eine bestimmte Reihenfolge und ist damit eine Geste an Dingen oder ihren Anordnungen. Darüber hinaus wird sie in der Weise erzeugt, dass mit der Gestik ein Aufspannen oder Aufklappen dieser Reihenfolge von der Mitte aus als eine Art gestische Modellhandlung der Reihenfolgenerzeugung deutlich wird. Schließlich dient die Geste als Link zwischen den Erklärungsblöcken, wie oben beschrieben und in der zweimaligen Wiederholung zu Beginn vom zweiten Erklärungsblock, nämlich einmal über Reihenfolge eins und einmal über der Reihenfolge zwei, als Link zwischen diesen beiden Reihenfolgen im Diagramm. Sie verlinkt auch die Diskursstrukturierung mit einer inhaltlichen Ausdeutung der Geste durch die beiden Ausführungsversionen I und II.

Die *Abzähl- oder Messgeste über den Reihenfolgen (5)* (vgl. Abb. 10.2.2.1_33) wird von Claus erzeugt. Sie ist im Kontinuum schwerpunktmäßig der Funktion *Zugang/Rahmung suchend/klärend* zugeordnet mit funktionaler Ausstrahlung als *diskursstrukturierend* und *manipulierend am Diagramm*. Sie wird zu einem Zeitpunkt geäußert als Jakob bereits die zentrale Erkenntnis, dass es nur sechs Möglichkeiten gibt, lautsprachlich geäußert hat (vgl. Transkript I, Äußerung 4 bzw. SPK I-1, Triade 3, Kap. 9.3.1). Claus' Äußerung beinhaltet dann diese Geste. Er äußert lautsprachlich „**zeig** mal\“ (Transkript I, Äußerung 8a bzw. SPK I-1, Triade 6b, Kap. 9.3.1) und erzeugt gestisch eine Art Abzähl- oder Messprozess am Diagramm,

wenngleich er noch nicht erkannt zu haben scheint, was mathematisch von Jakob als die vollständige Lösungsmenge gedeutet wird. Die Äußerung wird in der Analyse als suchend nach einem Zugang, aber auch als Beteiligung am Geschehen interpretiert. Mutmaßlich möchte Claus auf der Diskursebene eine gewisse Turn- oder Beteiligungsbereitschaft gegenüber seinem Interaktionspartner Jakob signalisieren, wenn auch offenbleibt, ob hier ein als geteilt geltendes Verstehen auf inhaltlicher Ebene zwischen den Interaktionspartnern gegeben ist.



Abb. 10.2.2.1_33 Ausschnitt aus Claus' *Abzähl- oder Messgeste über den Reihenfolgen (5)*
(Bildfolge von links nach rechts)

Claus versucht vermutlich die Anzahl sechs dort wiederzufinden, tippt dabei jedoch reihenweise die einzelnen Kärtchen ab und nicht die mutmaßlich von Jakob gemeinten Reihenfolgen als Ganzes, wodurch er zwangsläufig auf mehr als sechs Elemente kommen muss. Er scheint fest davon auszugehen, die Erkenntnis von Jakob ließe sich in den bereits gefundenen Reihenfolgen auf diese Weise wiederfinden oder ablesen. Unklar bleibt, ob er hier die Reihenfolgen eher als jeweils einzelne gefundene Reihenfolgen deutet, die Kärtchen an sich zählt oder sogar bereits einen diagrammatischen Zusammenhang zwischen den einzelnen Reihen erkennt. Mutmaßlich ist Claus hier also auf der Suche nach einem Zugang zu den Reihenfolgen und Jakobs zuvor hervorgebrachter Äußerung. Dies erweist sich als wahrscheinliche Interpretation in der Interaktionsanalyse, wenn man die Deutungen der nachfolgenden Äußerungen in Betracht zieht: Die begleitende Person interpretiert Claus' Äußerung offenbar genau in dieser Weise, nämlich als Suchend nach einer Erklärung bzw. eines Zuganges, unterstellt ihm ein Nicht-Verstehen und fordert Jakob zu einer Erklärung auf (vgl. Transkript I, Äußerung 7b bzw. SPK I-1, Triade 7, Kap. 9.3.1), was Claus offensichtlich ohne weitere Einwände hinzunehmen scheint.

Im weiteren Verlauf erzeugt Claus eine dazu funktional vergleichbare Geste (vgl. Transkript I, Äußerung 19 bzw. SPK I-4, Triade 25b, Kap. 9.3.1), die im Kontinuum als *Nachvollziehgeste an den Reihenfolgen (4)* bezeichnet wird und ebenso in der *Dimension des Gestengebrauchs und der Funktion* als *Zugang/Rahmung suchend/klärend* eingeordnet ist. Weitere Funktionen sind die *diskursstrukturierende* und die *manipulierend am Diagramm* Funktion. Diese Funktionen sind im Index der Geste angegeben. Auch hier möchte sich Claus möglicherweise ins Interaktionsgeschehen einbringen, wenn er auch vielleicht mathematisch (noch) nicht folgen kann oder – in einer anderen Deutung – die mathematische Erkenntnis von Jakob längst

gewonnen hat und sie als trivial einstuft (vgl. Kap 9.3.1). Er manipuliert am Diagramm, erläutert aber seine Absichten hier nicht genauer. Die C-Handform (vgl. Handformen in Tab.1_1, Kap. 1) deutet auf ein Aufgreifen der von Jakob zuvor angesprochenen zwei gleichen Reihenfolgen hin – Daumen und Zeigefinger stehen dann jeweils für eine Reihenfolge, beide zusammen etwa für das gleiche oder ein in Relation stehendes Reihenfolgepaar. Es bleibt die Vermutung, dass es sich um ein stärker diskursiv geprägtes Signal der Beteiligung handelt, ohne dass die möglicherweise damit verbundene mathematische Deutung von Claus oder einer anderen interagierenden Person gedeutet oder weiter aufgegriffen wird.

Beide Gesten, die *Nachvollziehgeste an den Reihenfolgen (4)* und die *Abzähl- oder Messgeste über den Reihenfolgen (5)* werden in der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* des Kontinuums mehreren Skalenpunkten zugeordnet. Die *Abzähl- oder Messgeste über den Reihenfolgen (5)* erhält zusätzlich zu der Einordnung als *(Zeige-)Geste an Dingen oder ihren Anordnungen*, als *Geste als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen* und als *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* die Zuordnung als *gestisch-pantomimische Modellhandlung*, weil sie zeigt, wie ein Mess- oder Zählprozess über den Reihenfolgen durchgeführt werden kann. Claus zeigt hier an der *Reihenfolge* oder *einzelnen Positionen* diese Dinge als Teil des in den Triaden rekonstruierten gestischen Objekts an (vgl. SPK 1-1, Triade 6b u. SPK 1-1, Triade 25b, Kap. 9.3.1). Es bleibt offen, ob er die Relation der einzelnen Reihenfolgen untereinander als zugehörig zur Lösungsmenge zu diesem Zeitpunkt erkennt oder bereits zuvor erkannt hat. Seine Aktion an den Reihenfolgen wird in der Sequenz weder von ihm noch von seinen Interaktionspartner*innen aufgegriffen. Wenn er einen Zusammenhang erkennt, so zeigt seine Geste eine Verlinkung zwischen den Reihenfolgen, beim Abzählen oder Messen aber mindestens die Verlinkung zwischen den einzelnen Positionen innerhalb jeder Reihenfolge oder über alle Reihenfolgen. Beide Gesten (4) und (5) werden als *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* eingeordnet, weil sie, je nachdem, was als Ding hier angenommen wird, dieses charakterisierend zeigen. In der Semiotischen Prozess-Karte (vgl. Kap. 9.3.1) wurde im Objekt zur *Abzähl- oder Messgeste über den Reihenfolgen (5)* zusätzlich ein Zählen oder Messen an den Reihenfolgen sowie Reihenfolge eins und zwei positions- bzw. kärtchenweise und Reihenfolge drei als Gesamtheit rekonstruiert (vgl. Kap. 9.3.1, SPK 1-1, Triade 6b). Zählen und Messen bzw. der Aufbau von Reihenfolgen wird demnach gestisch dargestellt. Bei der *Nachvollziehgeste an den Reihenfolgen (4)* wird im Objekt der Triade der Prozess des Nachvollziehens, das Entwickeln einer Idee an den Reihenfolgen oder die reine Teilhabe rekonstruiert und darüber hinaus eine mögliche Übersprungshandlung oder die Betrachtung von Reihe sechs in entgegengesetzter Leserichtung aufgeführt, ebenso wie die unspezifische Betrachtung aller Reihen verbunden mit einem möglichen Abbruch (vgl. Kap. 9.3.1, SPK 1-4, Triade 25b). Auch damit werden also Merkmale des dem Zeichenerzeuger Claus unterstellten Dinges als Teil des Objekts der Triade gestisch dargestellt, woraus sich eine solche Zuordnung im Gestenkontinuum ergibt.

Die *Reihenfolggesten abtippend oder konstant zeigend (6)* erhalten im Kontinuum die gleiche Zuordnung bezüglich der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* wie die *Abzähl- oder Messgeste über den Reihenfolgen (5)*. Als *gestisch-pantomimische Modellhandlung* zeigen die *Reihenfolggesten abtippend oder konstant zeigend (6)*, wie eine Reihenfolge aufgebaut ist oder wie sie erzeugt werden kann, nämlich positionsweise oder als Gesamtheit. Dies könnte auch z. B. als Handlung nach Vorlage dieser Geste umgesetzt werden. Es handelt sich zudem um eine (*Zeige-*)*Geste an Dingen oder ihrer Anordnung* – in diesem Fall der Reihenfolgen oder am Diagramm der Reihenfolgen. Gleichzeitig verlinken diese *Reihenfolggesten* entweder Reihenfolgen im Diagramm miteinander oder die einzelnen Positionen innerhalb einer Reihenfolge als eine solche, die so auch bereits als Diagramm gelten könnte, weil ihre einzelnen Positionen in Relation stehen und sich gewissermaßen erst daraus die Reihenfolge überhaupt ergibt. Daraus resultiert dann auch die Zuordnung als *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser*. Bezüglich der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* befinden sich die *Reihenfolggesten* am Übergang der Funktion *Zugang/Rahmung suchend/klärend* und *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend*, je nachdem, in welchem größeren Deutungszusammenhang die Geste erzeugt ist. Im Index der *Reihenfolggesten abtippend oder konstant zeigend (6)* ist zusätzlich die Funktion *manipulierend am Diagramm* angezeigt, weil die Gesten am Diagramm der Reihenfolgen ausgeführt werden und hier bspw. einzelne Relationen herausgestellt oder mögliche Manipulationen angezeigt werden.

Die „*fast-gleich/gleich*“-Gesten (8) und die „*zweimal mach*“-Geste (10) werden in der untersuchten Sequenz von Jakob erzeugt. Sie sind in der Dimension der Funktion des Gestengebrauchs beide im Schwerpunkt der Funktion *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* zugeordnet mit dem Verweis im Index auf die Funktion *manipulierend am Diagramm*. Jakob erzeugt sie während seiner Erläuterung, dass zwei gleiche Reihenfolgen in der Lösungsmenge nicht vorkommen könnten und manipuliert dabei auch am Diagramm der Reihenfolgen. Er stellt damit explizit seine mathematische Idee der Gleichheit von Reihenfolgen dar bzw. von – wie er es nennt – *fast gleichen* Reihen, die, anders als gleiche Reihenfolgen, in der Lösungsmenge vorkommen können. In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* sind die beiden Gesten den Skalenpunkten der *gestischen Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* (Gleichheit bzw. annähernde Gleichheit) sowie der *gestischen Darstellung des lautsprachlich Benannten* zugeordnet. Letzteres ergibt sich daraus, dass Jakobs Lautsprache hier Deutungsmöglichkeiten für seine Geste bietet.

In der Sequenz äußern beide Schüler *Positionsgesten (9)*, die im doppelten Kontinuum ihre Einordnung in der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* als *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* erhalten mit der gleichzeitigen Zugehörigkeit zur Funktion *manipulierend am Diagramm*. Mit der gestischen Darstellung eröffnen sich Deutungsmöglichkeiten, wie Positionen bspw. als vergleichbar erkannt und in Relation zueinander gesetzt werden können. Erneut werden die Gesten am Diagramm der Reihenfolgen erzeugt und verweisen häufig auf

mögliche Manipulationen, Vergleichbarkeiten und allgemeine Relationen. Daraus ergibt sich auch die Zuordnung in der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt*. Hier sind die Positionsgesten den Skalenpunkten *gestisch-pantomimische Modellhandlung, (Zeige-)Geste(n) an Dingen oder ihren Anordnungen* und *Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen* zugeordnet. Als Modellhandlung werden sie einsortiert, weil sie pantomimisch zeigen, wie Positionen besetzt sind, welche Positionen in Zusammenhang stehen oder wie sie vertauscht werden könnten. Die Gesten sind typischerweise als Zeigegesten an den Positionen oder Papierkärtchen ausgeführt und verlinken zudem einzelne Positionen miteinander, markieren sie als gleich oder ungleich besetzt.

Im doppelten Kontinuum für Beispiel I fällt auf, dass es zweimal Einordnungen von *Reihenfolgengesten* gibt (*Gesten (6)* und *(12)*). Während die oben beschriebenen *Reihenfolgengesten abtippend oder konstant zeigend (6)* von Claus erzeugt werden und im funktionalen Schwerpunkt im Übergang von *Zugang/Rahmung suchend/klärend* und *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* eingeordnet sind, sind die *Reihenfolgegesten tippend, abtippend, konstant zeigend (12)* von Jakob im Schwerpunkt der Funktion *manipulierend am Diagramm* zugeordnet. Der Grund hierfür liegt im Deutungskontext, der durch die gleichzeitig geäußerte Lautsprache eröffnet wird: Claus scheint sich der diagrammatischen Sicht auf alle Reihenfolgen als Lösungsmenge auf diese Weise zunächst anzunähern und es bleibt offen, ob er bereits diagrammatische Zusammenhänge zwischen den bzw. allen Reihenfolgen erkennen kann oder seine Diagrammdeutung sich hier ausschließlich noch innerhalb *einer* Reihenfolge bewegt, indem er die drei Positionen in Relation zueinander als Reihenfolge versteht. Mit der Äußerung „**Zeig** mal \ (.) (flüstert) eins zwei drei (flüstert unverständlich weiter) (...)“ (Transkript I, Äußerung 8a bzw. SPK I-1, Triade 6b, Kap. 9.3.1) und der abtippenden und konstant zeigenden Gestik über den Reihenfolgen wird mutmaßlich von den Interaktionspartner*innen von Claus ebenso eher die Deutung des Suchens eines Zugangs oder eines Zusammenhangs zwischen den Reihenfolgen und Jakobs vorherigen Erläuterungen verbunden, denn sie fragen nichts zu seinem Vorgehen. Weder Claus noch die anderen Beteiligten greifen Claus' Äußerung auch im weiteren Verlauf erneut auf. Jakob erzeugt während seiner *Reihenfolgengesten* lautsprachlich eine Erklärung zu gleichen und fast gleichen Reihenfolgen und ihrem Vorkommen in der Lösungsmenge. Er integriert diese Gesten in seine Darstellung bzw. Erklärung des zentralen mathematischen Schlusses, warum es nur sechs Möglichkeiten gibt, und macht durch seine Gesten Relationen der Reihenfolgen und diagrammatische Zusammenhänge *an allen* Reihenfolgen deutlich, zeigt mögliche Manipulationen am Diagramm und Regelmäßigkeiten der Zugehörigkeit zur Lösungsmenge an. Claus' *Reihenfolgegesten abtippend oder konstant zeigend (6)* bleiben daher hier im Schwerpunkt der Funktion *Zugang/Rahmung suchend/klärend* zugeordnet, während sie auch den Funktionen *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* und *manipulierend am Diagramm* zugeordnet werden können, was im Index ersichtlich ist. Jakobs' *Reihenfolgegesten tippend, abtippend, konstant zeigend (12)* sind

demgegenüber im Schwerpunkt der Funktion *manipulierend am Diagramm* zugeordnet, während ihre Funktion auch im Index als *diskursstrukturierend* und *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* ausgewiesen ist.

Die in der Sequenz erzeugten *Permutationsgesten* (13) sind im Schwerpunkt der Funktion *manipulierend am Diagramm* zugeordnet und mit dem Index den Funktionen *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* und *inskriptional/diagrammatisch*. Sie werden über den Reihenfolgen bspw. als mehrfaches hin und her Tippen mit den Zeigefingern beider Hände ausgeführt (vgl. Abb. 10.1_10). Damit zeigen sie mögliche Manipulationen am Diagramm an, stellen die mathematische Erkenntnis der Permutation als Vertauschbarkeit von Positionsbesetzungen dar und fungieren selbst als Darstellung dieser Permutation als Geste mit *inskriptionalem Charakter* (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2). In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* sind sie als *gestisch-pantomimische Modellhandlung* eingeordnet – sie zeigen eine dynamische Erzeugung der Permutation. Zusätzlich sind sie als *(Zeige-)Geste(n) an Dingen oder ihren Anordnungen* im Kontinuum verortet, denn sie zeigen die austauschbaren Positionen in den Reihenfolgen an. Als *Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen* verlinken sie sowohl vergleichbare Reihenfolgen als auch austauschbare Positionen miteinander. Die Einordnung als *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* erhalten sie, weil sie die Permutation als solches und die Vertauschbarkeit darstellen. Als *gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten* zeigen sie, wie die Lautsprache an dieser Stelle gedeutet werden kann. Die *Fixpunktgesten* (14) erhalten aus vergleichbaren Gründen dieselbe Einordnung im Kontinuum in der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt*. Eine Besonderheit stellt die von Jakob erzeugte „gleich“-Geste *gleiche Tiere* (15) dar, die in Kapitel 10.1 zur Illustration des *Gebrauchs von materiell Verfügbarem in Geste(n)* angeführt wurde (vgl. Abb. 10.1_17). Jakob integriert hier in seine gestische Darstellung die vergleichbaren Tigerfiguren, die sich nur in der Farbe unterscheiden, und richtet sie genau nebeneinander aus, während er lautsprachlich die Gleichheit von Reihenfolgen erläutert. Die Tigerfiguren fungieren hier also als materialisierte Metapher für Gleichheit.

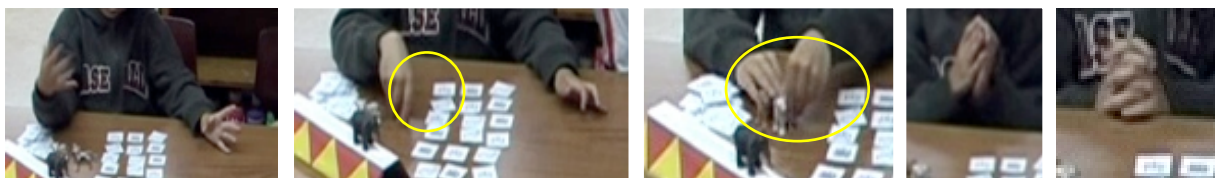


Abb. 10.2.2.1_34 Jakobs „gleich“-Geste *gleiche Tiere* (15)
(von links nach rechts als Bildfolge)

Man sieht hier die Nähe von Handlungen und Gesten, weil konkret Verfügbares (die Tierfiguren) auf bestimmte Weise angeordnet wird und in die gestische Argumentation

integriert ist. Die Geste ist funktional in der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* als *inskriptional/diagrammatisch* im Schwerpunkt eingeordnet, weil hier eine Inskription mit den Tierfiguren erzeugt wird, eine Anordnung, die metaphorisch die Gleichheit von Reihenfolgen veranschaulicht. Verbunden ist die Einordnung mit dem Verweis auf die Funktion *Zugang/Rahmung suchend/klärend*, weil sie eine andere Veranschaulichung von Gleichheit anbietet und damit klären kann, wie etwas zuvor Erläutertes gemeint ist. Ebenso sind die Funktionen *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* sowie *manipulierend am Diagramm* aktiv, weil die Idee der Gleichheit dargestellt wird, die hier für das mathematische Problem der Erzeugung aller möglichen verschiedenen Reihenfolgen von zentraler Bedeutung ist. Darüber hinaus nimmt die Geste aus der als Diagramm gedeuteten Anordnung der nachgelegten Reihenfolgen die mathematische Idee der Gleichheit von Reihenfolgen gewissermaßen heraus und verdeutlicht diese mithilfe des auch bereits zuvor auf andere Weise genutzten Materials – den Tierfiguren – und zwar in Form einer geometrischen, erneut diagrammatisch deutbaren Weise. Es entsteht eine Art neues Diagramm oder ein ausgelagerter Diagrammteil, nämlich die Anordnung der zwei sich gleichenden Tigerfiguren, die selbst in der Relation der Gleichheit angeordnet sind und zugleich über diese Idee der Gleichheit mit der diagrammatisch verwendeten Anordnung aller gefundenen Reihenfolgen verbunden sind. Die Geste wird am Ende in eine ebenfalls Gleichheit ausdrückende Handform der Gebetshände flach und schließlich verschränkt²⁹³ in eine Rastposition geführt. In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* ist die Geste bzw. Gestenabfolge allen Skalenpunkten zugeordnet.

10.2.2.2 Das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* anhand von Beispiel 3: Kombinatorik, Maya und Dennis

Abbildung 10.2.2.2_35 zeigt die Einordnung der Gesten im doppelten Kontinuum für Beispiel 3 (Kombinatorik). Maya und Dennis beschäftigen sich, wie Jakob und Claus in Beispiel 1, mit dem kombinatorischen Problem der Permutation von drei Elementen.²⁹⁴ Das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* zu diesem Beispiel ist vergleichbar mit dem zuvor erläuterten Kontinuum für Beispiel 1, weil es die gleiche mathematische Situation mit einem anderen Lernendenpaar zeigt.

²⁹³ Eine Darstellung aller in den Transkripten rekonstruierten Handformen erfolgt in Kapitel 1, Tabelle 1_1.

²⁹⁴ Die Zusammenfassung der Analyse sowie die Semiotische Analyse und Semiotische Prozess-Karte von Beispiel 3 sind in Kapitel 9.3.3 dargestellt. Die ausführliche Interaktionsanalyse dieses Beispiels befindet sich in Anhang 2-3 der vorliegenden Arbeit. Im Anhang findet sich auch das mathematische Situationspattern (Anhang 1-1).

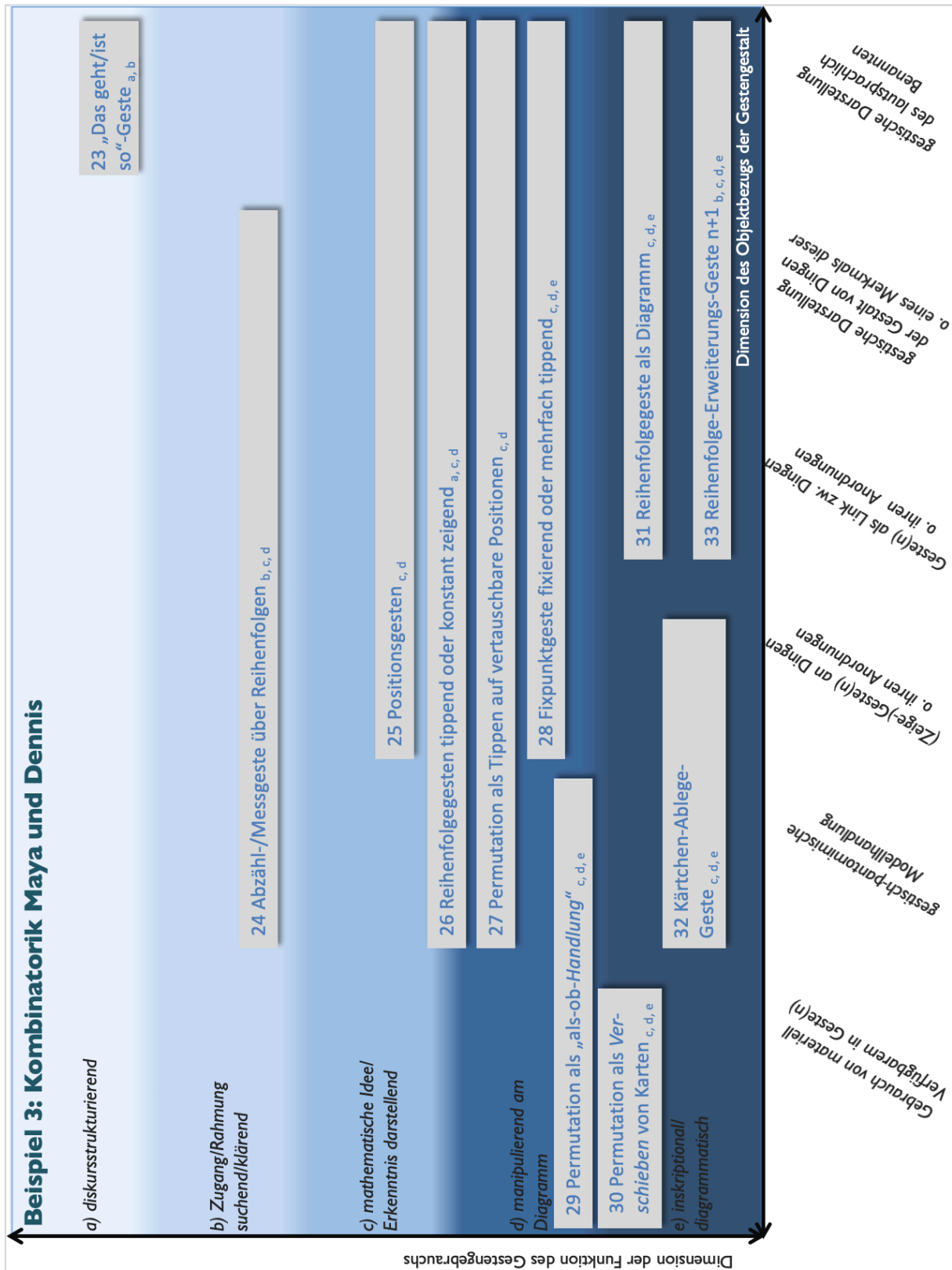


Abb. 10.2.2.2_35 Das doppelte Kontinuum der Gesten für Beispiel 3: Maya und Dennis (Kombinatorik)

Man erkennt an der Einordnung anhand der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs*, dass eine Vielzahl der in der Analyse rekonstruierten Gesten des Beispiels im unteren Bereich des Kontinuums einsortiert sind. Das heißt, die rekonstruierten Gesten lassen sich im Schwerpunkt in ihrer Funktion in der Interaktion eher als *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* bzw. noch öfter als *manipulierend am Diagramm* oder gar selbst als *inskriptional/diagrammatisch* bezüglich ihrer Funktion einordnen. Dies unterstreicht die mathematikspezifische Bedeutung des Gestengebrauchs in der Auseinandersetzung des Schüler*innenpaares mit dem mathematischen Problem.

Es lässt sich beobachten, dass es verschiedene Ausführungsvarianten einer Geste gibt, die auch verschiedene Funktionen im Schwerpunkt bedienen. Dies ist z. B. bei den Permutationsgesten der Fall, weswegen hier zunächst mit der Beschreibung dieser begonnen wird:

Die *Permutation als Verschieben von Karten (30)* (vgl. Abb. 10.2.2.2_36) erzeugt die Permutation und verändert das Diagramm selbst. Sie ist daher bezüglich der vertikalen Funktionsdimension nahe am Übergang von *manipulierend am Diagramm* und *inskriptional/diagrammatisch* eingeordnet.



Abb. 10.2.2.2_36 Die Geste *Permutation als Verschieben von Karten (30)*

Die Indices c, d und e zeigen, dass eine gleichzeitige Zuordnung zur Funktion *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* gegeben ist. Das Verschieben von Karten zur Darstellung der Permutation ist auch als mathematische Idee der Permutation oder Erkenntnis darüber, was Permutation und das ineinander Überführen von Reihenfolgen in Bezug auf das gegebene mathematische Problem bedeuten können, interpretierbar. In der Interaktion wird diese Geste aber der Analyse folgend mutmaßlich eher als das Erzeugen möglicher neuer Reihenfolgen, und zwar in Relation zu den bereits gegebenen Reihenfolgen von den Beteiligten gedeutet. Daher wird sie im Schwerpunkt der entsprechenden Funktion im Übergang von *manipulierend am Diagramm* und der Funktion *inskriptional/diagrammatisch* zugeordnet.

Ebenso ist die *Permutation als „als-ob-Handlung“ (29)* als kurzfristiges Verlegen der Kärtchen mit dem anschließenden Wiederherstellen der Ausgangssituation (vgl. Abb. 10.2.2.2_37) auf der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* am Übergang von *manipulierend am Diagramm* zu *inskriptional/diagrammatisch* einsortiert mit dem Verweis auf die Funktion *mathematische*

Idee/Erkenntnis darstellend. Auch hierbei wird das Diagramm selbst durch die Darstellung der Permutation verändert bzw. weiterentwickelt. Die Interagierenden erzeugen zu dieser Geste die Deutung in Relation zu den bereits gelegten Reihenfolgen, erschließen damit mit der Verwendung der Geste diagrammatische Zusammenhänge.



Abb. 10.2.2.2_37 Die Geste *Permutation als „als-ob-Handlung“* (29)
(Bildfolge von links nach rechts)

Die *Permutation als Tippen auf vertauschbare Positionen* (27) (vgl. Abb. 10.2.2.2_38) wird am Diagramm der Reihenfolgen erzeugt und es werden dadurch mögliche Manipulationen gestisch angezeigt. Es erfolgt eine entsprechende Einsortierung im Bereich der Funktion *manipulierend am Diagramm* mit der Ausstrahlung zur Funktion *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* im Kontinuum.



Abb. 10.2.2.2_38 Die Geste *Permutation als Tippen auf vertauschbare Positionen* (27)
(Bildfolge von links nach rechts)

In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* wird die Nähe zu Handlungen im Kontinuum deutlich. Sie erlaubt es, die Gesten (29) und (30) als *Gebrauch von materiell Verfügbarem in Gesten* einzusortieren sowie eine Annäherung bzw. Einordnung als *gestisch-pantomimische Modellhandlungen*. Die *Permutation als Verschieben von Karten* (30) wird weit links auf der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* platziert. Hier wäre eine Anbindung des gestisch ausgedeuteten Kontinuums an Handlungen möglich. Die *Permutation als Tippen auf vertauschbare Positionen* (27) kann in dieser Dimension mehrfach zugeordnet werden: als *gestisch-pantomimische Modellhandlung*, als *(Zeige-)Geste(n) an Dingen oder ihren Anordnungen*, als *Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen*, als *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* und als *gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten*. Die

erste Zuordnung ergibt sich daraus, dass die Gestenbewegung zwischen den vertauschbaren Positionen als eine pantomimische Darstellung einer möglichen Handlung des tatsächlichen Vertauschens ausgedeutet werden kann, ohne jedoch die konkreten Objekte in der Hand zu halten. Die Geste gestaltet sich als ein *Zeigen an Dingen oder ihren Anordnungen* und darüber hinaus stellt sie auch eine Verlinkung dar, die durch die Gestik zwischen den beiden gemeinten und als austauschbar markierten Positionen bzw. Kärtchen hergestellt wird. Erst durch das nacheinander Abtippen der Kärtchen und damit durch die Geste wird ihre Vertauschbarkeit deutlich und sie werden am Diagramm der Reihenfolgen in Relation zueinander gesetzt. Es entsteht eine Bewegungsspur im Gestenraum, die Vertauschung anzeigt. Die Vertauschbarkeit, so dargestellt, verweist auf eine mögliche Manipulation am Diagramm der Reihenfolgen. Daraus ergibt sich auch in der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* die Zuordnung dieser Geste als *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser*, weil die Vertauschung als solches durch die Gestik ausgedrückt wird. In der Lautsprache wird zeitgleich zur Geste (27) von Maya geäußert: „Weil- (.) wenn wenn jetzt der Schneetiger in der Mitte is und dann kann der **da** und der **da**“ (Transkript 3, Äußerung 3a bzw. SPK 3-1, Triade 3, Kap. 9.3.3). Somit stellt die Geste dar, was lautsprachlich ausgedrückt wird und verortet dies an den vertauschbaren Positionen in der nachgelegten Reihenfolge im Diagramm.

Maya äußert in Beispiel 3 eine zu Beispiel 1 (Jakob mit seiner Geste (2), vgl. oben) vergleichbare Geste: ihre „*das geht/ist so*“-Geste (23) (vgl. Abb. 10.2.2.2_39). Sie erläutert dazu lautsprachlich, dass nur drei Elemente bzw. Tiere gegeben seien und dadurch nur eine bestimmte Anzahl an Reihenfolgen erzeugt werden könne. Sie begründet dies gestisch mit einer Schaufelhandgeste und lautsprachlich mit der Anzahl drei. Die Geste mit dem Zeigen der Handfläche und der Schaufelform plus der Bewegung vom Oberkörper weg in Richtung Tischplatte verweist auf etwas zunächst unveränderbar Gegebenes, was die Deutung der Situation mitbestimmt: Es gibt nur eine bestimmte Anzahl an Reihenfolgen, weil die Elemente der Ausgangsmenge nur die Anzahl von drei umfasst. Bei Jakob wurden solche Gesten mehrfach beobachtet, ebenso immer um etwas Gegebenes oder etwas Gezeigtes abzuschließen bzw. zu markieren (vgl. Kap. 10.2.2.1).



Abb. 10.2.2.2_39 Mayas „*das geht/ist so*“-Geste (23) (vgl. Äußerung 29.2f, Transkript 3 bzw. Triade 21b, SPK 3-4, Kap. 9.3.3)

In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* ist diese Geste (23) als *gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten* eingeordnet, weil mit der Schaufelhand auf die lautsprachlich benannten und zunächst unveränderbar gegebenen Bedingungen der Situation verwiesen wird.

Die *Abzähl- oder Messgeste über den Reihenfolgen* (24) (vgl. Abb. 10.2.2.2_40) befindet sich im Kontinuum im Schwerpunkt der Funktion *Zugang/Rahmung suchend/klärend* zugeordnet am Übergang zur Funktion *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend*. Zusätzlich ist im Index die Zugehörigkeit zur Funktion *manipulierend am Diagramm* markiert.



Abb. 10.2.2.2_40 Die *Abzähl- oder Messgeste über den Reihenfolgen* (24)
(Bildfolge von links nach rechts)

Sie wird von Dennis geäußert (vgl. Transkript 3, Äußerung 21 bzw. SPK 3-3, Triade 16, Kap. 9.3.3) und scheint eine Art Beschäftigung und Klärung von dem zu sein, was vor ihm bzw. ihm und Maya liegt und von ihnen erzeugt wurde: die nachgelegten Reihenfolgen. Es scheint zu diesem Zeitpunkt noch unklar, wie zu klären ist, ob alle Reihenfolgen gefunden sind oder ob Reihenfolgen fehlen. Ein Abzählen in einem vertrauten mathematischen Bereich ist für Dennis offenbar naheliegend, um sich dem Unbekannten zu nähern. Zudem könnte es sich auch um eine Messgeste handeln und damit noch stärker überprüfend sein, bspw. wenn Claus hier beabsichtigt, die Reihenfolgen hinsichtlich ihrer jeweiligen Länge mithilfe des Zählens von je drei Einheiten abzumessen. Es kann möglicherweise noch keine greifbare mathematische Idee erzeugt werden und die Gestik fungiert hier eher als Zugang zu der gegebenen Dokumentation der Reihenfolgen. Die Interagierenden versuchen sich sozusagen gestisch einen (mathematischen) Reim darauf zu machen, was da vor ihnen liegt und wie eine Überprüfung der gefundenen Reihenfolgen hinsichtlich ihrer Zugehörigkeit zur Lösungsmenge oder deren Vollständigkeit geleistet werden kann. Es ist ein gestisches Herantasten und wird daher im Kontinuum im Schwerpunkt dieser Funktion zugeordnet.

Hinsichtlich der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* erfolgt die Zuordnung als *gestisch-pantomimische Modellhandlung*, als (*Zeige-*)*Geste(n) an Dingen oder ihren Anordnungen*, als *Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen* und als *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser*. Wie in Beispiel 1, bei dem ebenfalls eine vergleichbare Geste von Claus geäußert wird (vgl. Kap. 10.2.2.1), zeigt die Geste hier in Beispiel 3 wie gezählt oder

gemessen werden kann. Sie verortet diese Zähl- oder Mess-Idee an den Positionen in den Reihenfolgen oder den Reihenfolgen im Gesamten. Claus in Beispiel 1 verlinkt damit einzelne Positionen innerhalb von Reihenfolgen oder ganze Reihenfolgen miteinander. Gestisch wird Abzählen oder Messen dargestellt und damit die Gestalt dieses Vorgangs oder ein Merkmal davon als Teil des in der entsprechenden Triade rekonstruierten Objekts als Abzähl- oder Messprozess umgesetzt.

Vergleichbar mit dem oben beschriebenen Kontinuum für Beispiel 1 (Kap. 10.2.2.1) werden in Beispiel 3 *Positionsgesten* (25) von den Interagierenden erzeugt (vgl. Abb. 10.2.2.2_41).



Abb. 10.2.2.2_41 *Positionsgesten* (25) aus Beispiel 3 (Kombinatorik)

Diese Gesten werden im Schwerpunkt der Funktion *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* zugewiesen und zusätzlich auch über den Index mit der Funktion *manipulierend am Diagramm* verbunden. Es treten in der untersuchten Sequenz wiederholt solche positionsanzeigenden Gesten auf. Die Lernenden zeigen damit an, nach welchen Positionen sie schauen, um z. B. festzustellen, ob die entsprechende Reihenfolge bereits nachgelegt ist oder als neue Reihenfolge in die Lösungsmenge aufgenommen werden kann. Damit entwickeln sie hier bereits eine Idee zu festen Positionen in den Reihenfolgen, anhand derer sie alle anderen Reihenfolgen überprüfen, was mutmaßlich der Orientierung am Fixpunkt in Permutationen vorausgeht. Zusätzlich werden erste Erkenntnisse bezüglich diagrammatischer Zusammenhänge zwischen den Reihen entwickelt, wodurch die entsprechende Gestenfunktion zugewiesen werden kann. In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* werden die *Positionsgesten* (25) als *(Zeige-)Geste(n) an Dingen oder ihren Anordnungen* eingeordnet, weil sie auf Positionen oder Kärtchen weisen. Zudem erweisen sie sich als *Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen*, hier Positionen, Kärtchen oder Reihenfolgen. Als *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* sind sie eingeordnet, weil sie Plätze oder Positionen in Permutationen gestisch als Tippen oder Zeigen darstellen. Weil sie das Merkmal der Besetzung einer Position als zu vergleichendes Element im Gestenraum verorten und gleichzeitig lautsprachlich häufig diese Besetzung mit dem entsprechenden Element oder Tier benannt wird, werden sie darüber hinaus als *gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten* im Kontinuum einsortiert.

In der untersuchten Sequenz lassen sich verschiedene Reihenfolgengesten rekonstruieren und im Kontinuum teilweise vergleichbar zu den Reihenfolgegesten bei Beispiel 1 (Kombinatorik,

Jakob und Claus) einordnen: Es handelt sich bei Beispiel 3 (Kombinatorik, Maya und Dennis) um die *Reihenfolgegesten tippend oder konstant zeigend* (26), die *Reihenfolgegeste als Diagramm* (31) und die *Reihenfolge-Erweiterungs-Geste $n+1$* (33). Bei Beispiel 3 werden die *Reihenfolgegesten* (31) und (33) im Übergang der Funktionen *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* und *manipulierend am Diagramm* mit Index zur Funktion *diskursstrukturierend* abgebildet. Abbildung 10.2.2.2_42 zeigt eine solche von Maya erzeugte Reihenfolgegeste als Bildfolge. Die Schülerin vergleicht hier die bereits nachgelegten Reihenfolgen mit einer von Dennis unmittelbar zuvor durch das Verschieben von Kärtchen neu erzeugten Reihenfolge am Diagramm. Der Vergleich wird verbunden mit der Frage, ob diese Reihenfolge bereits in der Lösungsmenge vorhanden ist. Maya bejaht diese Frage lautsprachlich und erläutert ihre mathematische Erkenntnis bezüglich der Gleichheit von Reihenfolge sechs und sieben im Diagramm gestisch, indem sie zunächst entgegen der Leserichtung die bereits vorhandene erzeugte Reihenfolge sechs konstant anzeigt von Position drei über Position zwei bis hin zu Position eins, anschließend eine zweifache Kreisbewegung über Reihenfolge sechs und sieben ausführt und schließlich zweimal auf die mittlere Position von Reihenfolge sechs tippt, stellvertretend und gleichzeitig betonend für die gesamte Reihenfolge und ihr doppeltes Vorkommen. Damit vervollständigt die Geste gewissermaßen auch das sich entwickelnde Muster der Interaktion an dieser Stelle und strukturiert den Diskurs, in dem Reihenfolgen erzeugt werden, anschließend durch Positionsabgleich mit den bereits gelegten Reihenfolgen verglichen und dann als zugehörig oder nicht zugehörig zur Lösungsmenge von den Schüler*innen eingeordnet werden.



Abb. 10.2.2.2_42 Mayas Reihenfolgegeste *tippend oder konstant zeigend* (26)
(Bildfolge von links nach rechts)

In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* werden diese Gesten als *gestisch-pantomimische Modellhandlung*, als *(Zeige-)Geste(n) an Dingen oder ihren Anordnungen*, als *Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen*, als *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* und als *gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten* eingeordnet. Die Geste von Maya zeigt in der Gestenbewegung zunächst die Gestalt der Reihenfolge durch konstantes Zeigen an. Das zweimalige Drehen im Kreis animiert dann gestisch die Dopplung der Reihenfolge als pantomimische Darstellung – doppelt wird als zweimaliges Drehen

umgesetzt und eine kreisförmige Bewegung steht zusätzlich für etwas sich Wiederholendes, Wiederkehrendes. Maya verortet dieses Drehen durch das verlinkende Zeigen an der Reihenfolge, speziell an der mittleren Position von Reihenfolge sechs. Sie vergleicht darüber die beiden hier fokussierten Reihen. Gleichzeitig äußert Maya lautsprachlich: „**Ja!** hatten wir schon\ (.) guck“ (Transkript 3, Äußerung 15 bzw. SPK 3-2, Triade 10b, Kap. 9.3.3), fordert damit lautsprachlich explizit zum Gucken auf und stellt gestisch dar, was sie lautsprachlich bejaht und formuliert („hatten wir schon“).

Die anderen im Kontinuum einsortierten Reihenfolgegesten, die *Reihenfolgegeste als Diagramm* (31) und die *Reihenfolge-Erweiterungs-Geste $n+1$* (33) (vgl. Abb. 10.2.2.2_43) sind in beiden Dimensionen identisch eingeordnet. Sie erfüllen im Schwerpunkt die Funktion *inskriptional/diagrammatisch* mit dem Bezug zu den Funktionen *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* und *manipulierend am Diagramm*. Maya erweitert hier, orientiert an der Idee des Fixpunktes in Permutationen, das Diagramm der Reihenfolgen aus drei Elementen, indem sie gestisch eine Reihenfolge auf die freie Tischfläche schiebt und kreisförmig in ihrer Gestalt darstellt, anschließend erneut und entgegengesetzt umkreist und so zu einer weiteren Position am Rande der Reihenfolge kommt, die sie mit einem aktuell materiell nicht verfügbaren vierten Element besetzen möchte. Hieraus ergibt sich auch die Einsortierung in der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* des Kontinuums als *Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen*, als *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* und als *gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten*.



Abb. 10.2.2.2_43 Die *Reihenfolgegeste als Diagramm* (31) (Bild a, b, c) und die *Reihenfolge-Erweiterungs-Geste $n+1$* (33) (Bild d, e) sowie die *Kärtchen-Ablege-Geste* (32) (Bild f) (Bildfolge von links nach rechts)

Es schließt sich im Interaktionsverlauf die *Kärtchen-Ablege-Geste* (32) an (vgl. Abb. 10.2.2.2_43). Diese wird im Kontinuum zu den gleichen Funktionen zugeordnet wie die eben beschriebenen *Reihenfolgegesten* (31) und (33). Sie zeigt als *gestisch-pantomimische Modellhandlung* in der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* das Ablegen eines vierten Kärtchens auf der zuvor neu erzeugten Position in einem gestisch gezeichneten Diagramm bzw. einer Diagrammerweiterung der nachgelegten Reihenfolgen aus drei Elementen. Gleichzeitig wird sie als (*Zeige*-)Geste an Dingen oder ihren Anordnungen bezüglich der Gestengestalt eingeordnet, weil sie an der zuvor gestisch erzeugten Reihenfolge aus vier Elementen ausgeführt wird. Sie ist damit selbst Teil dieses Diagramms, erfüllt *inskriptional/diagrammatische* Funktion mit

gleichzeitiger Zuordnung zur Funktion *manipulierend am Diagramm*, was sich durch die Handlungs-Pantomime des Ablegens ergibt. Die Geste ist zudem Teil der Darstellung der mathematischen Idee oder Erkenntnis über die Erweiterung der Grundmenge n zu $n+1$ und der Erzeugung von Reihenfolgen der Länge vier aus den bereits erzeugten Reihenfolgen.

Die *Fixpunktgeste fixierend oder mehrfach tippend* (28) wird in ihrer Funktion im Schwerpunkt als *manipulierend am Diagramm* mit indexikalischem Verweis auf die Funktionen *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* und *inskriptional/diagrammatisch* analysiert und im Kontinuum abgebildet. Sie stellt eine der zentralen mathematischen Erkenntnisse der Lernenden in der Sequenz dar, nämlich die Orientierung an fest besetzten Positionen. In Abbildung 10.2.2.2_44 wird diese Geste abgebildet. Sie tritt wiederholt auf und wird entweder als mehrfaches Tippen auf eine Position oder fixierend und drückend auf diese Position hervorgebracht. In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* wird sie vergleichbar mit den *Positionsgesten* (24) eingeordnet. Sie stellt ein Zeigen an Dingen oder ihren Anordnungen dar und verlinkt Reihenfolgen bzw. hier Positionen, die als Fixpunkt ausgemacht werden, miteinander. Als bspw. Drücken auf eine Position, das von Maya mit dem Daumen ausgeführt wird, wird die Gestalt des Gemeinten gestisch als etwas Festes, als ein Marker in der Reihenfolge dargestellt. Gleichzeitig wird lautsprachlich erläutert, wie sich der Fixpunkt hier konkret zeigt bzw. wie die Fixpunktposition besetzt ist.

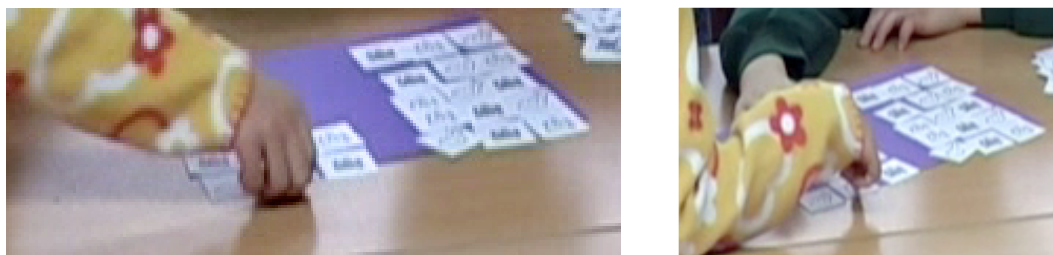


Abb. 10.2.2.2_44 Die *Fixpunktgeste fixierend* (links) oder *mehrfach tippend* (28) (rechts)

10.2.2.3 Das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* anhand von Beispiel 5: Geometrie, Maya und Dennis

Hier soll nun das Gestenkontinuum für Beispiel 5 (Geometrie) beschrieben werden. Dabei werde ich weniger ausführlich vorgehen als bei Beispiel 1 und 3. Es geht hier vorwiegend darum, einzelne Gesten in ihrer Bedeutung für den Auseinandersetzungsprozess der Schüler*innen Maya und Dennis hervorzuheben und möglicherweise Vergleiche zu den bereits dargestellten Kontinua der Beispiele 1 und 3 ziehen zu können.

Das doppelte Gestenkontinuum für Beispiel 5 zeigt die Einsortierung der Gesten, die von Maya und Dennis in der Geometriesequenz beim Erzeugen eines Nachbaus des von Maya zuvor erstellten Originalbaus aus Bausteinen geäußert werden und ist in Abbildung 10.2.2.3_45 dargestellt.

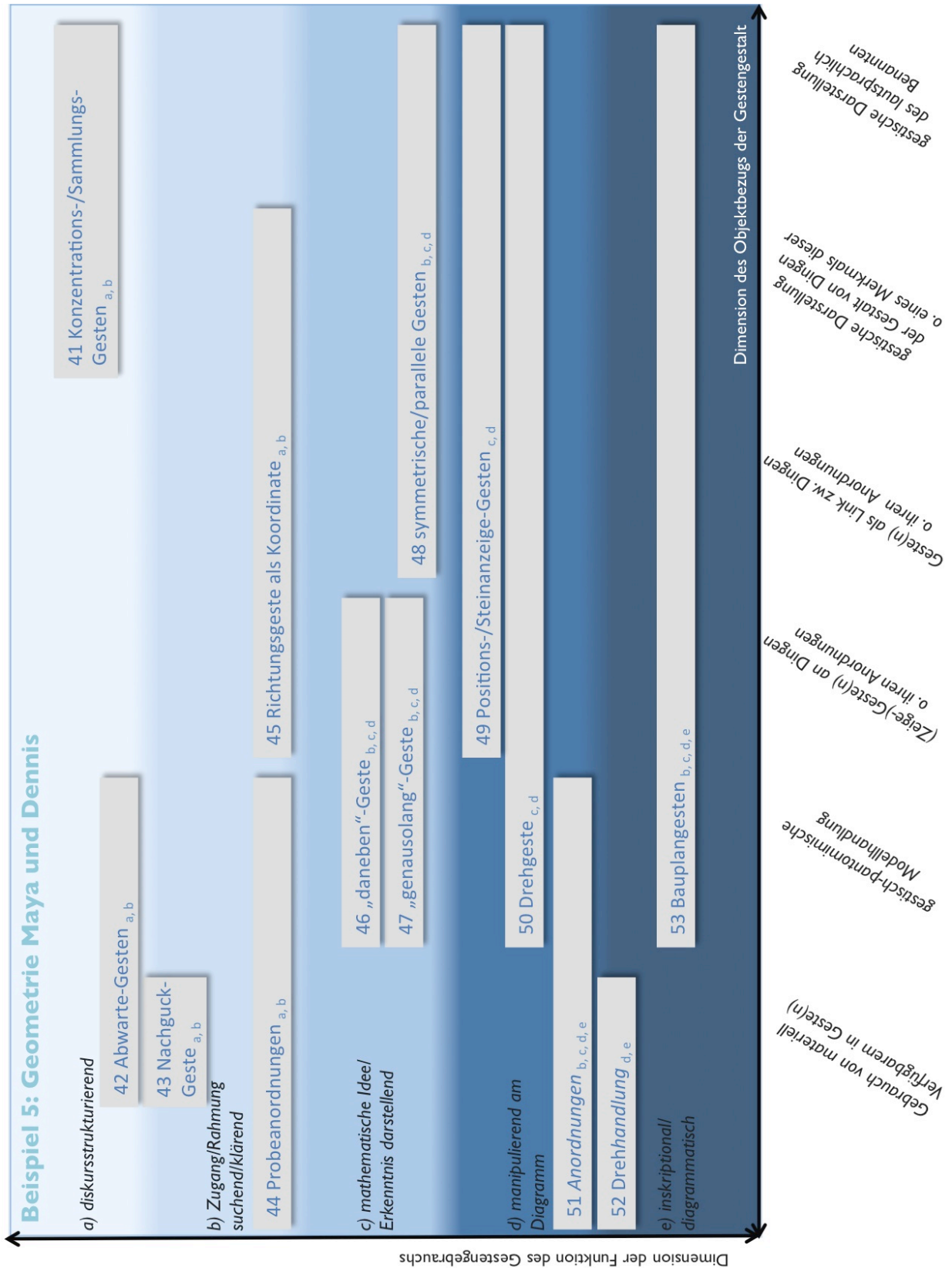


Abb. 10.2.2.3_45 Das doppelte Kontinuum der Gesten für Beispiel 5: Maya und Dennis (Geometrie)

In der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* zeigt sich ein Spektrum über alle Funktionen. So werden in der Sequenz Gesten erzeugt, die im Schwerpunkt als *diskursstrukturierend* eingeordnet werden, wie etwa die *Abwarte-Gesten* (42), die vornehmlich von Dennis hervorgebracht werden. Gemeinsam mit den *Konzentrations- und Sammlungsgesten* (41) von Maya und den *Probeanordnungen* (44) von Dennis emergiert im Gebrauch dieser Gesten das sich zu Beginn der Sequenz entwickelnde Interaktionsmuster der gemeinsamen Erzeugung und Bearbeitung einer Bauanleitung. Diese Gesten werden eher im oberen Teil des doppelten Kontinuums eingeordnet und erfüllen schwerpunktmäßig *diskursstrukturierende* und *Rahmung/Zugang suchend/klärende* Funktionen.

In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* lässt sich ebenfalls erkennen, dass das gesamte Spektrum von handlungsnahen Gesten oder Handlungen, wie etwa die *Anordnungen* (51) ganz links bis hin zu Gesten erzeugt werden, die das lautsprachlich Benannte gestisch darstellen und daher ganz rechts im Kontinuum zu finden sind, wie etwa die *Konzentrations- und Sammlungsgesten* (41). Die *Konzentrations- und Sammlungsgesten* (41) von Maya sind dabei in der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* sowie in der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* vergleichbar mit der *Dachgestik I* (1) aus Beispiel I (Kombinatorik, Jakob & Claus, vgl. Kap. 10.1, Abb. 10.1_2), die vergleichbar von Jakob zu Beginn einer zentralen Erklärung erzeugt wird. In Abbildung 10.2.2.3_46 erkennt man, dass auch eine ähnliche Handform verwendet wird, die sich etwa auf Konzentration, Zuspitzung und/oder Sammlung bezieht. Das lautsprachlich Benannte wird als mögliche Einleitung in eine Erklärung gestisch dargestellt. Jakob äußert zeitgleich zur *Dachgestik I* (1) aus Beispiel I: „guck hier (.)“ (Transkript I, Äußerung 9a bzw. SPK I-1, Triade 9, Kap. 9.3.1), Maya äußert bei der *Konzentrations- und Sammlungsgeste* (41): „okay“ (Transkript 5, Äußerung 1a bzw. SPK 5-1, Triade 1a, Kap. 9.3.6).

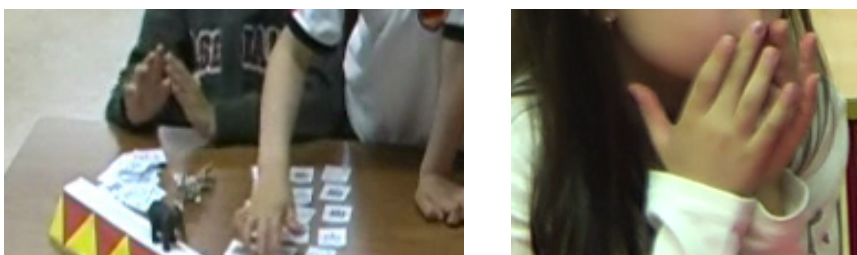


Abb. 10.2.2.3_46 Die *Dachgestik I* (1) von Jakob (Kombinatorik: Beispiel I, links) und die *Konzentrations- und Sammlungsgeste* (41) von Maya (Geometrie: Beispiel 5, rechts) im Vergleich

Ein ebensolcher Vergleich zwischen Gesten aus Beispiel I und 5 kann bezüglich der *Permutationsgesten* (13) von Jakob und der *Drehgeste* (50) von Maya gezogen werden: Auch sie sind in den Dimensionen des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen* gleich eingeordnet, erfüllen im Schwerpunkt die Funktion *manipulierend am Diagramm* und sind zusätzlich über den Index mit den Funktionen *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* und die

Permutationsgesten (13) zusätzlich noch mit der Funktion *inskriptional/diagrammatisch* verbunden. Mayas Drehgeste wird über dem Nachbau des Bausteingebäudes ausgeführt und korrigiert gewissermaßen Dennis' zuvor erzeugte Ausrichtung eines bestimmten Bausteines im Gebäude (vgl. Abb. 10.2.2.3_47).



Abb. 10.2.2.3_47 *Permutationsgesten (13)* (Kombinatorik: Beispiel 1, oben) und *Drehgeste (50)* (Geometrie: Beispiel 5, unten)
(Bildfolge von links nach rechts)

Als Diagramm dient bei Beispiel 5 (Geometrie, Maya & Dennis) der Nachbau, an dem durch die Geste eine Manipulation angezeigt wird, die als *gestisch-pantomimische Modellhandlung* eine Handlung nachahmt, ohne konkret einen Baustein zu bewegen. Es handelt sich um eine (*Zeige*-) *Geste an Dingen oder ihren Anordnungen*, nämlich dem Baustein oder dem Nachbau, und verlinkt die beiden Gebäude – Original und Nachbau – miteinander, weil sie die Anordnungsvorschrift für den im Nachbau anders angeordneten Stein anzeigt. Durch die spezifische Handform, die mit Daumen und Zeigefinger das fiktive Objekt Baustein seitlich in einer C-Handform umfasst, wird das Halten eines solchen Bausteins verbunden mit seiner Breite dargestellt. Lautsprachlich äußert Maya gleichzeitig: „sondern so dass es genauso lang ist wie des andere\ genau“ (Transkript 5, Äußerung 18 bzw. SPK 5-3, Triade 16a, Kap. 9.3.6), was in der Semiotischen Prozess-Karte als Beschreibung der Korrektur der Anordnung im Objekt rekonstruiert wurde. Die Gestik übernimmt hier die Darstellung, wie diese lautsprachlich beschriebene Korrektur konkret ausgeführt werden soll. Auch in Beispiel 3 (Kombinatorik) zeigt sich eine vergleichbare Geste von Maya geäußert als *Permutation als Tippen auf vertauschbare Positionen (27)*, die, wie oben beschrieben, die gleiche Einordnung im Gestenkontinuum erfährt. Dies überrascht insofern nicht, als dass die Gesten in ihrer Gestalt und der jeweiligen Situationen zumindest in eine Richtung austauschbar wären: Maya könnte zur Anzeige von Permutation in der Kombinatoriksequenz anstelle ihrer *Permutationsgeste (27)* ebenso die

Drehgeste (50) aus der Geometriesequenz z. B. oberhalb der zu vertauschenden Positionen in einer Reihenfolge erzeugen.

Im doppelten Gestenkontinuum für Beispiel 5 lassen sich Einordnungen erkennen, welche die Nähe von Gesten zu Handlungen deutlich machen: Die erzeugten *Anordnungen (51)* und die *Drehhandlung (52)* werden im Kontinuum auf der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* am ganz linken Skalenspunkt eingeordnet, weil hier konkret an Materialien hantiert wird und eine Bezeichnung als Handlung begründet ist. In Bezug auf die *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* werden diese Äußerungen im Übergang von *manipulierend am Diagramm* und *inskriptional/diagrammatisch* eingeordnet, wobei im Index der *Anordnungen (51)* ebenso auf die Funktion *Zugang/Rahmung suchend/klärend* verwiesen wird sowie auf die Funktion *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend*.

Die *Anordnungen (51)* (vgl. Abb. 10.2.2.3_48) werden mit den Bausteinen von beiden Lernenden Maya und Dennis als gemeinsamer Versuch der Umsetzung einer Bauanleitung direkt an Bau 2 vorgenommen. Sie stellen insofern eine Weiterentwicklung der *Probeanordnungen (44)* dar, die vornehmlich von Dennis zu Beginn der Sequenz vorgenommen wurden, als dass sie nun von Maya als Konstrukteurin des Originalbaus mitgestaltet werden. Maya verändert dazu ihren Aktionsraum von ihrem Arbeitsbereich zu Dennis' Arbeitsbereich, von dem gestisch fiktiv in ihren Arbeitsbereich gezeichneten Gebäude zu dem konkreten Nachbau vor Dennis. Sie nimmt damit gewissermaßen einen Wechsel des Diagramms vor, um eine gemeinsame Deutung dessen zu generieren, wie die Bauanleitung als konkrete Materialanordnung, als mathematische Abbildung des Originalbaus, umgesetzt werden kann.



Abb. 10.2.2.3_48 Ausschnitt der *Anordnungen (51)* als gemeinsame Interpretation der Bauanleitung

Die *Drehhandlung (52)* wird von Dennis ausgeführt (vgl. Abb. 10.2.2.3_49). Durch die Manipulation des Bausteins im Nachbau wird das Diagramm verändert oder weiterentwickelt. Dennis richtet den Stein entsprechend seiner Interpretationen von Mayas Anleitung aus, er übersetzt ihre lautsprachliche Beschreibung in eine Anordnung von Steinen, die diagrammatische Zusammenhänge aufweist, weil Steine nicht beliebig nebeneinander, sondern nach Plan und aneinander ausgerichtet im Nachbau verbaut werden.

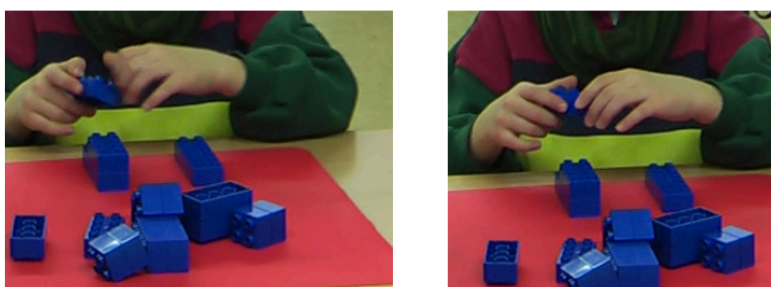


Abb. 10.2.2.3_49 Drehhandlung (52) von Dennis (Beispiel 5: Geometrie)

In ihrer im Schwerpunkt im Kontinuum zugeordneten Funktion ist die *Drehhandlung* (52) aus Beispiel 5 vergleichbar mit der *Permutation als Verschieben von Karten* (30) aus Beispiel 3 und der „gleich“-Geste *gleiche Tiere* (15) aus Beispiel 1. All diese Äußerungsereignisse verändern die Materialanordnung und erzeugen auf diese Weise eine Veränderung am Diagramm, die gewissen Regeln folgt. Die *Drehhandlung* (52) verändert die Bausteinanordnung in Relation zu den bereits verbauten Bausteinen im Nachbau, die *Permutation als Verschieben von Karten* (30) zeigt die mögliche Vertauschung von Elementen zur Erzeugung neuer Reihenfolgen in Abhängigkeit zu bereits erzeugten Reihenfolgen und einem angenommenen Fixpunkt der Permutation und die „gleich“-Geste *gleiche Tiere* (15) nutzt die Gleichheit von nur in der Farbe unterscheidbaren Tierfiguren als Metapher für die Gleichheit und Vergleichbarkeit von Reihenfolgen in Abhängigkeit von den Bedingungen für die zu erzeugende Lösungsmenge aller verschiedener Reihenfolgen.

Zuletzt sollen die *Bauplangesten* (53) aus Beispiel 5 von Maya (vgl. Abb. 10.2.2.3_50 u. Abb. 10.1_24) in ihrer Einordnung im Kontinuum betrachtet werden, die in der Sequenz als Bauanleitung, Abbildung des Originalbaus und Link zwischen Bau 1 und Bau 2 dienen.

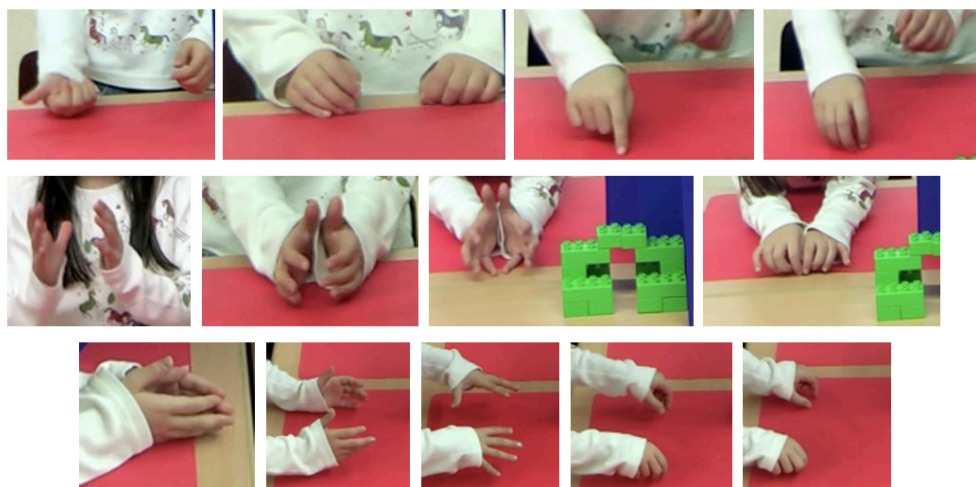


Abb. 10.2.2.3_50 Bauplangesten (53) von Maya (Beispiel 5: Geometrie) (als Bildfolge von links nach rechts reihenweise zu lesen)

Sie sind in der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* im Schwerpunkt als *inskriptional/diagrammatisch* eingeordnet. Zusätzlich verweist der Index auf die Funktionen *Zugang/Rahmung suchend/klärend*, *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* und *manipulierend am Diagramm*. Maya zeichnet in ihren Arbeitsbereich gestisch den Bauplan des Originalgebäudes und setzt fiktive Bausteine darin ein. Dabei geht sie Schritt für Schritt vor, so als würde sie mit ihrer Gestik das Originalgebäude vor sich aufbauen bzw. nachbauen. Sie erweitert mit jedem neuen Schritt in dieser Bauanleitung das gestisch erzeugte Gebäude, das durch die in Abhängigkeit zueinander darin eingepassten Steine diagrammatische Zusammenhänge aufweist und die erzeugte Gestik damit *inskriptionalen Charakter* zeigt (vgl. Kap. 9.3.6). Mit dem gestisch auf diese Weise in ihren Arbeitsbereich gezeichneten und gebauten Gebäude verlinkt Maya ihr vor ihr stehendes Originalgebäude (Bau 1) mit dem Nachbau (Bau 2), der von Dennis zeitversetzt zu ihrer Anleitung ebenfalls Schritt für Schritt entsprechend mit konkretem Material erzeugt wird. In diesem Vorgehen wird die mathematische Idee einer Bauanleitung deutlich: Maya und Dennis manipulieren am jeweiligen gestischen oder konkret durch die Bausteine materialisierten Diagramm und erzeugen dieses zeitversetzt. In der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* erfolgt die Zuordnung als *gestisch-pantomimische Modellhandlung*, weil das Gebäude gestisch nachgebaut wird. Zudem sind die *Bauplangesten (53)* als *(Zeige-)Geste an Dingen oder ihren Anordnungen* einsortiert, denn Maya zeigt an ihrem gestisch erzeugten Diagramm wo und in welcher Ausrichtung weitere Bausteine eingebaut werden müssen. Als *Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen* erfolgt die Zuordnung, weil Bau 1 und Bau 2 über den gestischen Nachbau in Mayas Arbeitsbereich in Relation gebracht werden. Eine *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* zeigt sich an einzelnen *Bauplangesten (53)*, denn Maya erzeugt in der Gesamtheit dieser Gesten den Bauplan für den Nachbau, in den einzelnen Gesten stellt sie Merkmale einzelner Bausteine wie Breite, Länge und räumliche Ausrichtung dar. Maya benennt zeitgleich lautsprachlich bspw. Steinbezeichnungen oder raumdeiktisch relevante Ausdrücke wie „daneben“ (Transkript 5, Äußerung 11 bzw. SPK 5-2, Triade 10a, Kap. 9.3.6), welche gestisch konkrete Bezüge im Gestenraum erhalten. Aufgrund dessen kommt es zur Einordnung als *gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten*.

Vergleichbar sind die *Bauplangesten (53)* mit der in Beispiel 3 (Kombinatorik) von Maya erzeugten *Reihenfolge-Erweiterungs-Geste $n+1$ (33)* in Bezug auf die Einordnung der Funktionen im doppelten Gestenkontinuum. Auch hier ist im Schwerpunkt die Funktion *inskriptional/diagrammatisch* zugewiesen mit Ausstrahlung zu den Funktionen *mathematische Idee/Erkenntnis darstellend* und *manipulierend am Diagramm*. Auf der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* gleichen sich die Gesten (53) und (33) ebenfalls in drei Skalenpunkten. Ein weiterer Vergleich hinsichtlich der Funktionen der *Bauplangesten (53)* ist mit Jakobs „gleich“-Geste *gleiche Tiere (15)* aus Beispiel 1 (Kombinatorik) möglich: Für beide Gesten – die *Bauplangesten (53)* von Maya (Geometrie) und die „gleich“-Geste *gleiche Tiere (15)* von Jakob

(Kombinatorik) – lässt sich derselbe funktionale Schwerpunkt rekonstruieren. Beide Gesten extrahieren aus dem bisher betrachteten Diagramm – Originalgebäude bei Maya, nachgelegte Reihenfolgen bei Jakob – ausgewählte Aspekte und erzeugen so eine neue diagrammatische Anordnung. Diese steht in Relation zum Ursprungsdiagramm (Bau I bzw. nachgelegte Reihenfolgen) und ermöglicht darüber hinaus die *Aktivierung bzw. Klärung einer Rahmung* und den Zugang zu dem, was mathematisch als zentral gelten soll bzw. aktuell gedeutet wird.

10.3 Einordnung der Forschungsergebnisse in Bezug auf die theoretischen Leitlinien der Forschungsarbeit

Es soll nun darum gehen, die Forschungsergebnisse reflektierend in Bezug auf die drei theoretischen Leitlinien der Arbeit – *mathematikdidaktische Interaktionstheorie* (vgl. Kap. 4), *Gestenforschung* (vgl. Kap. 3 u. 5) und *Semiotik* (vgl. Kap. 6) – einzuordnen. Dazu werden Anknüpfungspunkte zu den jeweiligen Theorien formuliert und die Anschlussfähigkeit an das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* reflektierend betrachtet.

10.3.1 Anschlussfähigkeit der Forschungsergebnisse und des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen* an die mathematikdidaktische Interaktionstheorie

Die theoretische Grundlegung der Forschungsarbeit im Rahmen der mathematikdidaktischen Interaktionstheorie (vgl. Krummheuer, 1992; Krummheuer & Naujok, 1999; Krummheuer & Brandt, 2001; Kap. 4) erlaubt es, einen sozial konstruktivistischen Lernbegriff für das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* zugrunde zu legen. Damit sind die Funktionen der Gesten im Gebrauch und ihre oben beschriebenen Gestalten im Kontinuum unter der in Kapitel 4 dargelegten Perspektive auf mathematisches Lernen als primär soziale Hervorbringungen im Aushandlungsprozess einzuordnen, die durch die Beteiligten im interaktiven Agieren gemeinsam konstruiert werden (vgl. Krummheuer, 1992). Sie sind somit ebenfalls Erzeugnis eines solchen interaktiven, sozialen Gefüges und nicht alleine Produkt eines*r einzelnen Sprecher*in bzw. Gestikulierenden.

Die Einordnung der Gesten in das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* erfolgte in der vorliegenden Forschungsarbeit aus der analytischen Rekonstruktion des Interaktionsgeschehens der untersuchten mathematischen Gesprächssequenzen im Rahmen der Interaktionsanalyse und einer sich anschließenden Semiotischen Analyse (vgl. Kap. 8.7 u. Kap. 9.3.1 bis 9.3.7). Damit ist die Zuordnung abhängig von interaktiven Deutungs- und Aushandlungsprozessen bzw. den rekonstruierten Zeichenprozessen für die jeweils untersuchten Sequenzen. Die Einordnung orientiert sich konform zur rekonstruktiven Sozialforschung an der Gestaltung der Wirklichkeit durch die daran beteiligten Lernenden im Gebrauch ihrer Gesten, nicht an zuvor erstellten Kategorien (vgl. Kap. 8.1). Die Dimensionen

und ihre Skalenpunkte im doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen sind aus den Daten heraus entwickelt und geben gleichsam den Hinweis auf eine mögliche Verallgemeinerung, weil bei unterschiedlichen Schüler*innenpaarungen bei der Beschäftigung mit unterschiedlichen mathematischen Problemen verschiedener mathematischer Bereiche ähnliche Gestenfunktionen und -gestalten rekonstruiert werden konnten. Das Kontinuum schafft diesbezüglich eine geeignete grafische Aufbereitung dieser Forschungsergebnisse und kann durch diese Verallgemeinerungstendenz bei weiteren Datensätzen als Grundlage zur Rekonstruktion verwendet werden.

Es ist aus meiner Sicht denkbar, das Kontinuum für potentiell folgende Forschungsvorhaben zu nutzen. Dabei ist möglicherweise eine Adaption, basierend auf den entsprechend dort vorliegenden Datensätzen, vorzunehmen (vgl. Kap. 10.4.2). Das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* bietet somit einen anpassungsoffenen Rahmen für die Theoriegenese, der keinen Anspruch auf eine universelle Gültigkeit für Gesten beim mathematischen Lernen oder allgemeiner in mathematischen Situationen hat. Vielmehr weist dieser Rahmen konform zu den Ausführungen von Krummheuer und Brandt (2001) eine „situative Kontextualität“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 199) für die fachspezifische Beschreibung des Gebrauchs und der Gestalt von Gesten in mathematischen Interaktionen von Lernenden im Grundschulalter auf.²⁹⁵ Es erlaubt einen Blick auf die Rolle der Gestik als eigenständig bedeutsamer Modus in mathematischen Interaktionen Lernender und bildet im Detail einen Ausschnitt der Multimodalität des Mathematiklernens ab, mit speziell auf die Gestik gerichtetem Fokus. Dabei ist es kontextuell verankert in den zugrunde gelegten Daten, gibt aber als Konglomerat aus den analytischen Komparationen verschiedener Beispiele in diesem Kontext die Möglichkeit, erster allgemeiner Aussagen bezüglich der Funktion und der Gestalt von Gesten im Mathematiklernen. Die Generalisierbarkeit meiner Forschungsergebnisse ergibt sich also innerhalb meiner Forschungsarbeit aus der Betrachtung verschiedener Beispiele, die nach unterschiedlichen Kriterien kompariert wurden (vgl. Kap. 9.3.4 u. Kap. 9.3.7) und potentiell aus sich anschließenden Forschungsvorhaben, in denen sich die Theorie als hinreichend repräsentiert erweisen kann. Krummheuer und Brandt (2001) sprechen hierbei von der Akzeptanz der Theorie in Expert*innenkreisen, z. B. unter Forscher*innen und Lehrkräften. Das entwickelte Kontinuum kann damit die mathematikdidaktische Interaktionsforschung um die Betrachtung multimodaler Aspekte beim Mathematiklernen im Bereich der Gesten kontextuell erweitern.

²⁹⁵ Krummheuer und Brandt (2001) beschreiben solche Theorien, die kontextuelle Anbindung an die Daten aufweisen und keine globale und von der konkreten Wirklichkeit abstrahierende Gültigkeit anstreben als „Theorien mit **mittlerer Reichweite**“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 200, Hervorhebung im Original), deren globale Gültigkeit sich vielmehr daraus ergibt, dass sie von sämtlichen, von diesen Theorien angesprochenen Expert*innenkreisen – also z. B. Lehrkräften, Mathematikdidaktiker*innen, interpretativ Forschenden – als überzeugend mit Blick auf das Feld der Forschung eingeschätzt werden (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 200).

Gleichzeitig wird auf die „umfassende Notwendigkeit der sprachlichen Aushandlungen“ für das mathematische Lernen hingewiesen, weil schulisches Lernen zu einem großen Teil sprachlich gebunden sei (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 201). Es zeigt sich aus der vorliegenden Forschungsarbeit, dass die Gestik hier als elementarer Bestandteil dieser Aushandlungsprozesse eingeordnet und analytisch betrachtet werden muss.

Die Gestik lässt sich zusammenfassend als ...

... *konstitutiver Bestandteil des interaktiven mathematischen Aushandlungsprozesses* von Lernenden rekonstruieren und konstruiert sowohl das thematisch Verhandelte als auch die interaktive Rollenverteilung der Interagierenden mit.

... *Modus mit dem Potential dazu, Konstanz in mathematischen Interaktionsprozessen zu schaffen* beschreiben, etwa durch wiederholte und sozial etablierte Gestenformen für das gleiche Gemeinte. Sie ermöglicht auf diese Weise die Aktivierung vertrauter Rahmungen und interaktiv etablierter Deutungsmuster für die Lernenden. Krummheuer und Brandt (2001) folgend, eröffnet dies die Möglichkeit zur Partizipation an mathematischen Interaktionen und schafft Raum für eine zunehmende Autonomie innerhalb dieser gemeinsamen Auseinandersetzungen. Damit werden durch die Gestik die Bedingungen für sozial konstituiertes Mathematiklernen von den Beteiligten aktiv mitgestaltet (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 72ff u. S. 201).

... *diskursstrukturierend, rahmungssensitiv und fachspezifisch bedeutsam* mit Blick auf sprachlich-mathematische Aushandlungsprozesse beschreiben, die durch einen darin emergierenden, und aktiv erzeugten, dynamischen Deutungshintergrund der Interagierenden getragen werden.

Über diese Anschlussfähigkeit der vorliegenden Forschungsergebnisse zur Bedeutung und Funktion von Gesten beim Mathematiklernen an die Interaktionstheorie mathematischen Lernens hinaus, lässt sich ganz konkret überlegen, wie diese Erkenntnisse in bestehende theoretische Konzepte der mathematikdidaktischen Interaktionstheorie integriert werden können. Als erster Annäherung an eine solche mögliche Theorieintegration sollen hier das sogenannte *Produktions-* und das *Rezipientendesign* (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 41ff; Kap. 4.2) um eine gestische Komponente erweitert werden:

Zu den auf die Gestik bezogenen skizzierten *Anpassungen im Produktionsdesign*:

Mithilfe des *Produktionsdesigns* (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001; Kap. 4.2) werden Äußerungen hinsichtlich ihrer *akustischen Realisierung*, ihrer *Formulierung* und der *inhaltlichen Funktion* untersucht (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 41). Dabei können diese Komponenten einer Äußerung von mehreren an der Interaktion Beteiligten erfüllt werden. Analytisch dient das *Produktionsdesign* dazu, rekonstruieren zu können, wie sich die

Verantwortung welcher Teile der zunächst akustisch wahrnehmbaren Äußerungen auf die Interagierenden bezogen verteilt rekonstruieren lässt (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001; Kap. 4.2). In Ergänzung zum *Produktionsdesign* einer Äußerung wird es mithilfe des *Rezipientendesigns* schließlich möglich, Hörer*innen-Status zu beschreiben. Es ist hierbei zu fragen, wie die Beteiligung des*r Hörers*innen sich gestaltet – *direkt* oder *indirekt* – und an wen die untersuchte Äußerung adressiert ist. Analytisch betrachtet wird dabei stets die Perspektive des*r Sprecher*in, nicht die des*r Rezipient*in (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 41ff; Brandt, 2004, S. 33; Kap. 4.2).

Es lässt sich mit Blick auf Gesten und die oben dargestellten Forschungsergebnisse überlegen, wie mithilfe des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen* Gesten als nicht-akustisch wahrnehmbarer Modus in zur Lautsprache vergleichbare Äußerungsbestandteile zerlegt werden können und wie auf diese Weise zunächst das bestehende *Produktionsdesign* (und auch das *Rezipientendesign*) um explizit gestische Äußerungsanteile ergänzt werden könnte.

Man kann als Pendant zu Krummheuer und Brandts (2001) oben aufgeführten Beschreibungen bezüglich der gewählten Begriffe im Produktionsdesign für Gesten nun die *bildliche Realisierung*, die *gestische Formulierung* und die *inhaltliche Funktion* des gestischen Äußerungsanteil als Anpassung vornehmen und hier ebenso Verantwortlichkeiten der Beteiligten in den verschiedenen Rollen rekonstruieren. Aus dem *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* lassen sich dazu die Funktionen der gestischen Äußerungen in der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* ablesen. Anhand der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* und aus den Semiotischen Analysen (Semiotische Prozess-Karten in Kap. 9.3.1 bis Kap. 9.3.6) lässt sich schließlich die *bildliche Realisierung* und *gestische Formulierung* ableiten. Das *Produktionsdesign* einer Äußerung könnte damit in die gestische und lautsprachliche Umsetzung gegliedert und betrachtet werden, um die interaktiv erzeugte Argumentation in verschiedenen Modi detailliert rekonstruieren zu können. Aus einer solchen Dekomposition in Gestik und Lautsprache könnten sich modusübergreifende Äußerungsbestandteile rekonstruieren lassen und sich zudem komplexe Verknüpfungen der Rollen ergeben, die in der Analyse modusspezifisch möglicherweise zeitgleich auch verschieden zugewiesen werden könnten.

Erste Überlegungen, wie dies vorgenommen werden kann, finden sich in Tab. 10.3.1_2 bis Tab. 10.3.1_4 an konkreten Beispielen aus meinen Daten. Die analytische Ausdifferenzierung erfolgt dabei nicht, wie bei Krummheuer und Brandt (2001), anhand einer Transkriptsequenz, sondern anhand einer aus meinen Daten erstellten und ausgewählten Semiotischen Prozess-Karte und aus dem zu diesem gewählten Beispiel erstellten *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen*. Dies liegt zum einen in der Frage nach der *bildlichen Realisierung des gestischen Äußerungsanteiles* begründet, die an den analytisch erzeugten Semiotischen Prozess-

Karten in Kapitel 9.3.1 bis 9.3.6 der vorliegenden Arbeit geeignet abgelesen werden kann und zum anderen in der Frage nach der Funktion des jeweils gestischen Äußerungsteils, die im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* aufgeführt ist. Es werden Ausschnitte der Semiotischen Prozess-Karte aus Beispiel 2 gewählt (Kombinatorik, Ayse und Jana; vgl. SPK 2, Kap. 9.3.2), um die Komplexität, die sich aus der Hinzunahme des gestischen Modus im *Produktionsdesign* ergeben, in einer ersten Annäherung darzustellen. Insgesamt werden im Folgenden drei Ausschnitte (A, B und C) aus den Beispielen meiner Daten ausgewählt und daran ein gestisch erweitertes *Produktionsdesigns* gezeigt.

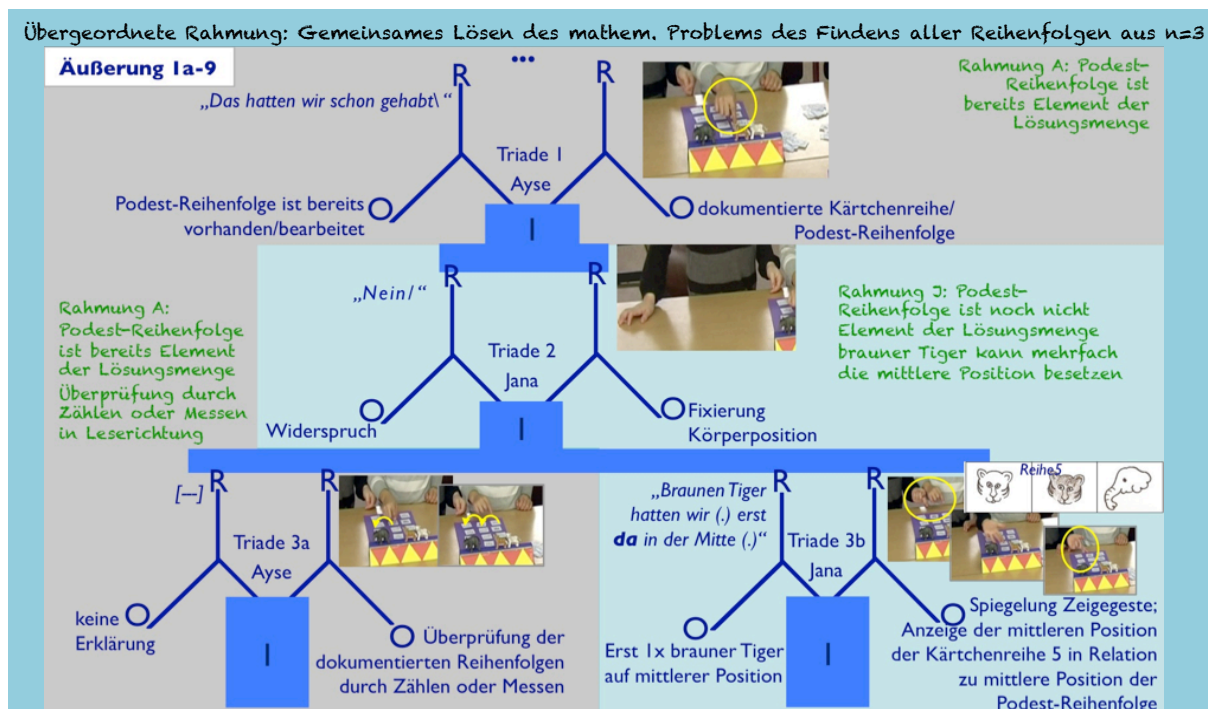


Abb. 10.3.1_51 Ausschnitt A der SPK 2 (Beispiel 2: Kombinatorik), Triaden I bis 3b

Im *Ausschnitt A* der SPK 2 werden Triade I und Triade 3a der Semiotischen Prozess-Karte von Beispiel 2 (vgl. Kap. 9.3.2, Abb. 10.3.1_51) jeweils im lautsprachlichen und gestischen Modus betrachtet. Als *Kreatorin*²⁹⁶ tritt hier Ayse auf: Sie klärt mit ihrer lautsprachlichen Äußerung, was bzw. welche Reihenfolge bereits in der Lösungsmenge vorhanden ist, nämlich vermeintlich diejenige, die aktuell auf dem Podest steht. Dazu führt sie eine Zeigegeste in Richtung der mittleren Position der Reihenfolge auf dem Podest aus, die aktuell mit der braunen Tigerfigur

²⁹⁶ Die für die im Folgenden aufgezeigten Erweiterung am Ausschnitt relevanten Rollen im *Produktionsdesign* nach Krummheuer und Brandt (2001) sind: *Kreator*in* (eigene Idee, eigene Formulierung, eigene Äußerung), *Inventor*in* (Urheberin einer Idee und Formulierung dieser), *Traduzierer*in* (eigene Idee, übernommene Formulierung, eigene Äußerung), *Paraphrasierer*in* (übernommene Idee, eigene Formulierung, eigene Äußerung), *Imitier*in* (übernommene Idee, imitierte aber selbst hervorgebrachte Äußerung). Alle Rolle sind in Kapitel 4.2 genauer erläutert.

besetzt ist. Sowohl im lautsprachlichen als auch im gestischen Äußerungsteil übernimmt sie die *akustische bzw. bildliche Realisierung, Formulierung* und den *Inhalt* bzw. die *Idee* (vgl. Tab. 10.3.1_2). In einer an Ayses Äußerung angelehnten lautsprachlichen Formulierung bringt sich dann Jana in Triade 3a in die Interaktion mit einer Äußerung ein, die ebenfalls einen gestischen Anteil aufweist: *Akustische Realisierung* sowie *Inhalt/Idee* sind von Jana lautsprachlich erfüllt, während die *gestische Formulierung* übernommen ist: Gestisch übernimmt Jana von Ayse die zuvor in Triade I ausgeführte Geste, und zwar in der Handform,²⁹⁷ dreht sie um 180° im Raum und belässt das Ziel ihres Zeigens gleich, nämlich die mittlere Position auf dem Podest. Jana erweitert diesen Zielpunkt im Anschluss auf die mittlere Position einer Reihe innerhalb der nachgelegten Reihenfolge und setzt so Podestreihenfolge und die nachgelegte Reihe bezüglich ihrer mittleren Positionen in Beziehung. Jana ist damit für die *bildliche Realisierung* und die *gestische Formulierung* verantwortlich, während gestisch der *Inhalt* bzw. die *Idee* der Fokussierung einer oder mehrerer mittlerer Positionen von Ayse übernommen wird. Ayse kann damit die Rolle der *Inventorin* dieser Äußerung zugeordnet werden, während Jana gestisch betrachtet die *Formulierung* von Ayse übernimmt (Zeigegeste auf mittlere Position) und mit einer *eigenen Idee* verknüpft, nämlich die Idee des Vergleichs von Reihenfolgen anhand der gleich besetzten mittleren Position auf dem Podest und innerhalb der nachgelegten Reihen. Sie tritt hier gestisch als *Traduziererin* auf bzw. vielmehr muss man wohl davon ausgehen, dass die *gestische Formulierung* von Ayse aus Triade I, die mittlere Position bzw. die braune Tigerfigur zu betrachten, in der Lautsprache aufgegriffen wird und in Janas Äußerung dann lautsprachlich als *eigene Idee* hervorgebracht wird, die mittleren Positionen von Podest und nachgelegter Reihenfolge zu betrachten, während sie die *gestische Formulierung* von Ayse in eine eigene, gespiegelte und verlinkende *gestische Formulierung* überführt und sich somit für die bildliche wie akustische Realisierung als Verantwortliche bezeichnen lässt.

Abbildung 10.3.1_52 zeigt das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* für Beispiel 3. Dies ist hilfreich, um für das adaptierte *Produktionsdesign* in Tab. 10.3.1_2 nachvollziehen zu können, welche Funktionen des Gestengebrauchs anhand der Analyse des Beispiels (Kap. 9.3.2) rekonstruiert werden konnten.

²⁹⁷ Es ließe sich hier weiter ausdifferenzieren, wie die bildliche Realisierung umgesetzt wird. Dies wird insbesondere interessant, wenn man die phonologischen Merkmale (Handform, -orientierung, Ausführungsort der Geste und Bewegung, vgl. Kap. 1) als Beschreibungsmöglichkeit der Gestenform nutzt. Man kann dann nachzeichnen, in welchem dieser Merkmale die bildliche Realisierung verschiedener Gesten sich gleich oder welches Merkmal einer Geste in der bildlichen Realisierung einer anderen Geste wiederaufgegriffen wird.

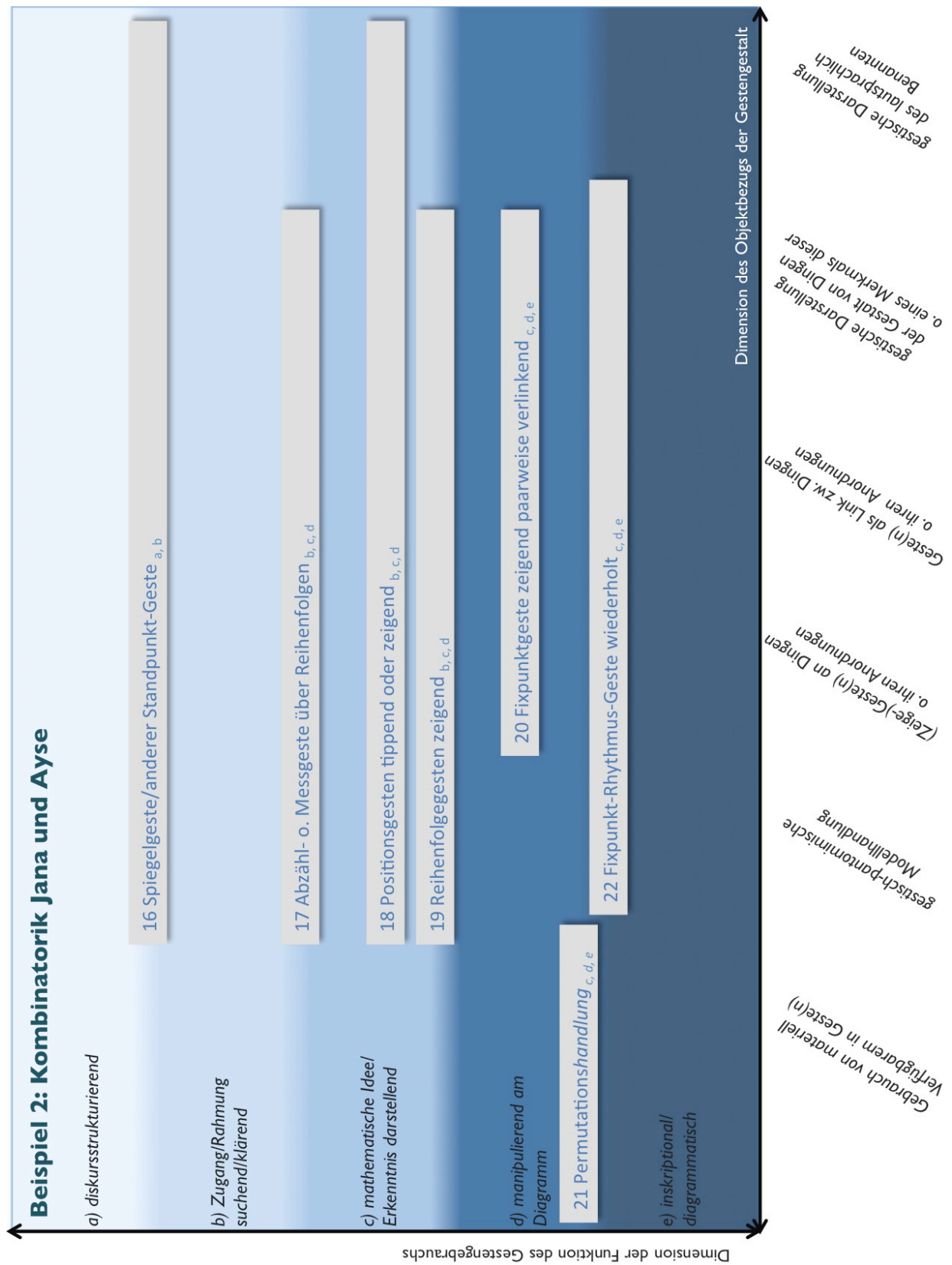

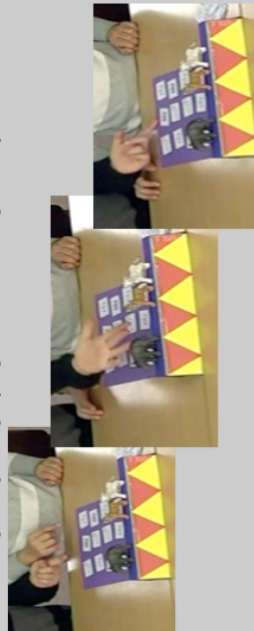


Abb. 10.3.1_52 Das doppelte Kontinuum der Gesten für Beispiel 2: Jana und Ayse (Kombinatorik)

Lautsprachlicher Äußerungsteil		Gestischer Äußerungsteil			
Ausschnitt A: Lautsprache	Akustische Realisierung	✓			
	Formulierung	✓			
	Inhalt/ Idee	✓			
Sprechende bzw. gestikulierende Produzent*innen	Kategorie/ Funktion	✓	✓	✓	✓
					<p>Kreatorin: Ayse Neue Idee/Erkenntnis zu einer Reihe auf dem Podest zur Klärung der Rahmung, Strukturierung des Diskurses</p>
					<p>Ausschnitt A: Gestik</p> <p>Triade I (Zeige-)Geste an Dingen oder ihren Anordnungen, Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen, gestische Darstellung eines Merkmals von Dingen, gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten</p> <p>→ Zeigen auf braune Tigerfigur/ mittlere Position/ die Reihung auf dem Podest</p> 

Lautsprachlicher Äußerungsteil		Gestischer Äußerungsteil			
		Akustische Realisierung	Formulierung	Inhalt/ Idee	Sprechende bzw. gestikulierende Produzent*innen
Ausschnitt A: Triade 3b „Braunen Tiger hatten wir (. erst da in der Mitte (.“	✓	-	✓	✓	Sprechende bzw. gestikulierende Produzent*innen Kategorie/ Funktion Traduziererin: Jana Eigene Idee zur Fokussierung der mittleren Position einer Reihenfolge auf Podest u. in den Reihen zur Klärung der Rahmung, Strukturierung des Diskurses Inventorin: Ayse Urheberin der math. Idee u. gestischen Formulierung, die mittlere Position in Reihen/ braune Tigerfigur auf Podest zu betrachten
	✓	-	✓	✓	
Ausschnitt A: Gestik		✓	✓	✓	Triade 3b (Zeige-)Geste an Dingen oder ihren Anordnungen, Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen, gestische Darstellung eines Merkmals von Dingen, gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten → auf braune Tigerkarte in der mittleren Position der 5. Reihenfolge zeigend, gespiegelte Ausführung von Ayses Geste



Tab. 10.3.1_2 Ausschnitt A aus Beispiel 2: grau hinterlegt ist die gestische Erweiterung des Produktionsdesigns in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001)

Bei *Ausschnitt B* werden die Triaden I0a und I1 aus der Semiotischen Prozess-Karte von Beispiel 2 betrachtet (vgl. Abb. 10.3.1_53; Kap. 9.3.2).

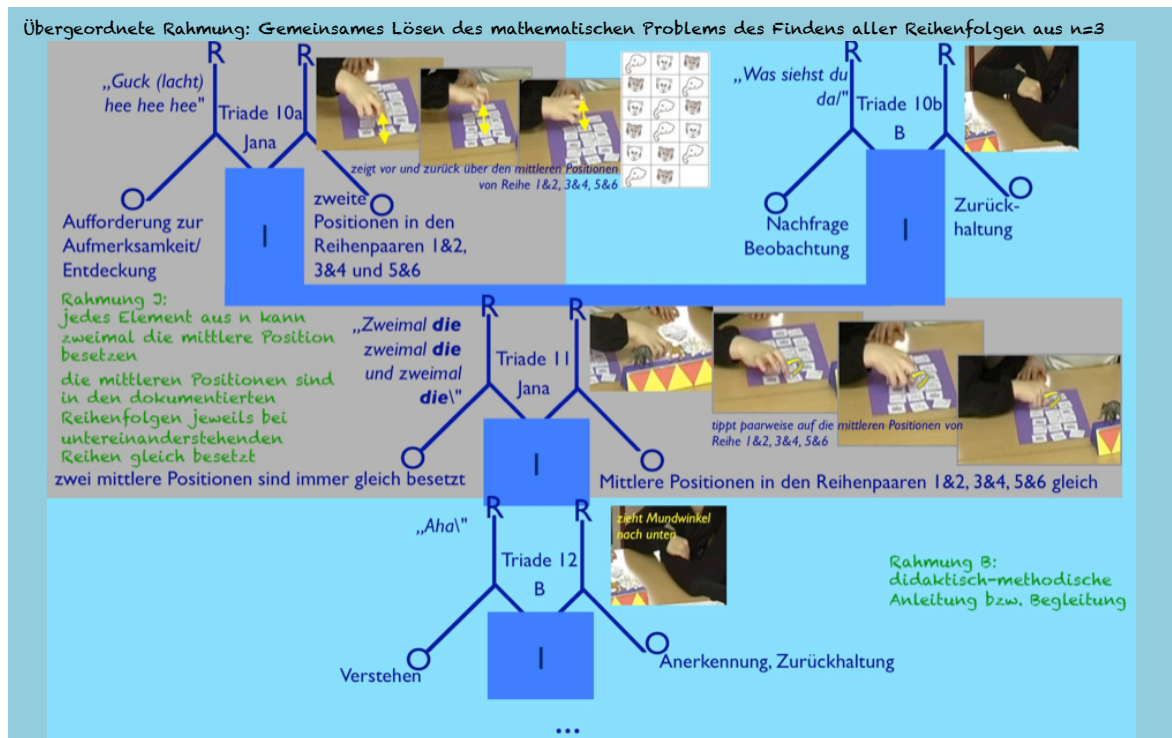
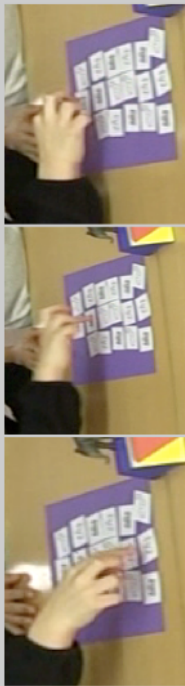



Abb. 10.3.1_53 *Ausschnitt B* der SPK 2 (Beispiel 2: Kombinatorik), Triaden I0a bis I12

Für die Idee des Fixpunktes und seiner Verortung in der mittleren Position aller nachgelegten Reihenfolgen wird Jana die Rolle als *Kreatorin* zugewiesen. Sie ist verantwortlich sowohl für die *akustische Realisierung*, die *Formulierung* und die *Idee bzw. den Inhalt* im lautsprachlichen Modus, wie auch für die *bildliche Realisierung*, die *gestische Formulierung* und die *Idee bzw. den Inhalt* im gestischen Äußerungsteil. In Triade I1 tritt Jana dann als *Paraphrasiererin* ihrer eigenen Idee auf, indem sie sowohl lautsprachlich als auch gestisch eine *Art neue Formulierung* und *bildliche bzw. akustische Realisierung* einbringt, während sie die *Idee bzw. den Inhalt* aus Triade I0a zu übernehmen scheint. Es lassen sich auch Argumente für die Rolle der *Imitiererin* ihrer eigenen Idee finden, dann müsste die Verantwortung für die gestische und lautsprachliche Formulierung zwar auch Jana aber in Bezug auf ihre Äußerung in Triade I0a zugeschrieben werden. Auf diese auch mögliche Einordnung als *Imitiererin* verweisen die Einklammerungen (-) in Tabelle 10.3.1_3.

Gestischer Äußerungsteil		Lautsprachlicher Äußerungsteil			
<p>Ausschnitt B: Gestik</p>	Bildliche Realisierung	✓	✓	✓	✓
	Gestische Formulierung	✓	✓	✓	✓
	Inhalt/ Idee	✓	✓	✓	✓
	<p>Triade 10a (Zeige-)Geste an Dingen oder ihren Anordnungen, Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen, gestische Darstellung eines Merkmals von Dingen, gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten → Zeigt mit einer rhythmischen Gestik die gleich besetzten mittleren Positionen von jeweils zwei paarweise untereinander liegenden Reihen an</p> 	<p>Kreatorin: Jana Neue Idee/ Erkenntnis zu Besetzungen mittlerer Positionen als Fixpunkt in je zwei Reihen</p>	<p>✓</p>	<p>✓</p>	<p>✓</p>
Sprechende bzw. gestikulierende Produzent*innen	<p>Kategorie/ Funktion</p>	<p>✓</p>	<p>✓</p>	<p>✓</p>	<p>✓</p>

		Gestischer Äußerungsteil			
		Bildliche Realisierung	Gestische Formulierung	Inhalt/ Idee	Ausschnitt B: Gestik
Lautsprachlicher Äußerungsteil	Ausschnitt B: Lautsprache	✓	✓ (-)	-	
	Akustische Realisierung	✓	✓ (-)	-	
	Formulierung	✓	✓ (-)	-	
	Inhalt/ Idee				
Sprechende bzw. gestikulierende Produzent*innen		<p>Paraphrasiererin: Jana Trägt ihre eigene Idee erneut vor, paraphrasiert gestische Äußerung lautsprachlich u. gestisch</p> <p><u>Hinweis:</u> vermutl. ließen sich hier auch Argumente für die Rolle der Imitiererin der eigenen gestisch geäußerten Idee im lautsprachlichen Modus finden</p>			
Kategorie/ Funktion		<p>Triade I I: „Zweimal die zweimal die und zweimal die“</p>			
		<p>Triade I I: (Zeige-)Geste an Dingen oder ihren Anordnungen, Geste(n) als Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen, gestische Darstellung eines Merkmals von Dingen, gestische Darstellung des lautsprachlich Benannten</p> <p>→ Zeigt mit einer rhythmischen Gestik die gleich besetzten mittleren Positionen von jeweils zwei paarweise untereinander liegenden Reihen an</p>			
					

Tab. 10.3.1_3 Ausschnitt B aus Beispiel 2: grau hinterlegt ist die gestische Erweiterung des Produktionsdesigns in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001)

Bei *Ausschnitt C* (vgl. Tab. 10.3.1_4) werden Triade I3a und I3b aus der Semiotischen Prozesskarte von Beispiel 2 (vgl. Abb. 10.3.1_54; Kap. 9.3.2) betrachtet.

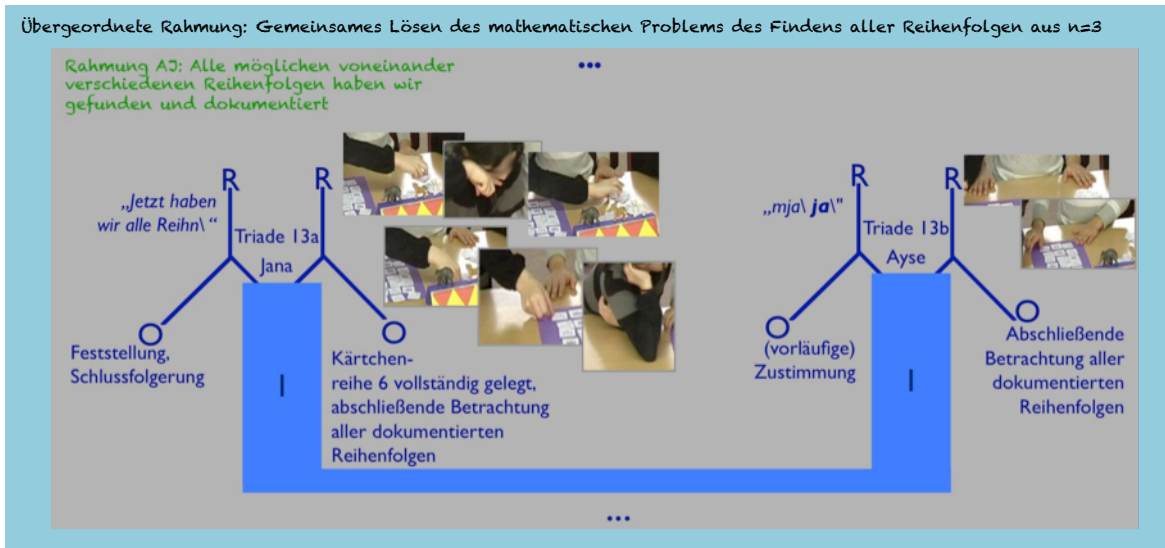
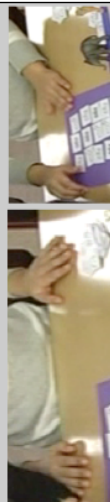


Abb. 10.3.1_54 *Ausschnitt C* der SPK 2 (Beispiel 2: Kombinatorik), Triaden I3a und I3b

Als *Kreatorin* mit der Verantwortlichkeit für die *akustische Realisierung*, die *Formulierung* und den *Inhalt* bzw. die *Idee* im lautsprachlichen Modus sowie für die *bildliche Realisierung*, *gestische Formulierung* und den *Inhalt/der Idee* im gestischen Modus tritt Jana mit der Äußerung, alle Reihen gefunden zu haben, auf. Sie formuliert hier eine neue Idee zu den Reihenfolgen, die thematisch das Suchen nach neuen Reihenfolgen abschließt und daher als diskursstrukturierend bezeichnet werden kann. Die Geste signalisiert dementsprechend eine Rastposition und Betrachtung aller nachgelegten Reihen und lässt sich im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* in der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* als *Geste an Dingen oder ihren Anordnungen* einordnen. Ayse übernimmt in Triade I3b dann die Rolle der *Paraphrasiererin*. *Akustische Realisierung* und *Formulierung* werden im lautsprachlichen Teil ihr zugeschrieben, während sie durch die *Zustimmung* die *Idee* bzw. den *Inhalt* von Jana übernimmt. Im gestischen Teil der Äußerung übernimmt sie dabei jedoch eher als *Imitiererin* die *gestische Formulierung* und den *Inhalt* bzw. die *Idee*, indem sie ebenfalls diskursstrukturierend eine gestische Rastposition bzw. eine Betrachtung aller nachgelegten Reihen von Jana übernimmt.

Lautsprachlicher Äußerungsteil		Sprechende bzw. gestikulierende Produzent*innen	Gestischer Äußerungsteil			
			Bildliche Realisierung	Gestische Formulierung	Inhalt/ Idee	Ausschnitt C: Gestik
Ausschnitt C: Lautsprache	✓	✓	✓	✓	✓	Triade I3a: (Zeige-)Geste an Dingen oder ihren Anordnungen → Rastposition, Zugewandtheit/ Betrachtung aller nachgelegten Kärtchenreihen
	✓	✓	✓	✓	✓	
	✓	✓	✓	✓	✓	
	✓	✓	✓	✓	✓	
Ausschnitt C: Lautsprache	✓	✓	✓	✓	✓	Triade I3b: (Zeige-)Geste an Dingen oder ihren Anordnungen → Rastposition, Zugewandtheit/ Betrachtung aller nachgelegten Kärtchenreihen
	✓	✓	✓	✓	✓	
	✓	✓	✓	✓	✓	
	✓	✓	✓	✓	✓	



Tab. 10.3.1_4 Ausschnitt C aus Beispiel 2: grau hinterlegt ist die gestische Erweiterung des Produktionsdesigns in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001)

Es ergibt sich aus dieser hier skizzierten ersten Erweiterung des *Produktionsdesigns* um den gestischen Modus eine komplexe Zusammensetzung der Teilkomponenten einer Äußerung: So kann in einem Modus der *Inhalt* bzw. die *Idee* verortet sein, der bzw. die dann im anderen Modus zur *Formulierung* gebracht wird (vgl. *Ausschnitt A*). Es wurden in den obigen *Ausschnitten A, B* und *C* nicht alle von Krummheuer und Brandt (2001) aufgeführten Sprecher*innenrollen rekonstruiert (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 46ff). Es zeigt sich jedoch, dass die Verantwortlichkeiten für die inhaltliche Idee von Äußerungen mit der Erweiterung um die gestische Komponente weiter im Detail nachvollzogen werden könnten. Es ergibt sich ein komplexes Bild des Zusammenspiels der Modi sprecher*innenübergreifend.

Ebenfalls können nun auf Gestik bezogene Anpassungen im *Rezipientendesign* in einer ersten Idee formuliert werden, um die Anknüpfung der vorliegenden Forschungsergebnisse an die bestehende interaktionstheoretische Theorie aufzuzeigen:

Für das *Rezipientendesign* (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 51ff; Kap. 4.2) ist auf der Ebene der Beteiligung zu fragen, wie die Mitwirkung der Interagierenden an einer zu betrachtenden Äußerung ist. Hier unterscheidet man zwischen *direkter* und *indirekter Beteiligung*, je nachdem, ob z. B. das Gegenüber *direkt* mit der Äußerung angesprochen, nur *mitangesprochen*, als *Mithörer*in* geduldet oder als *Lauscher*in* beteiligt ist. Es ergeben sich daraus verschiedene Rollen der Rezipienten einer Äußerung, die für eine gestische Äußerung angepasst an den Modus zu denken sind. Dies soll in der folgenden Tabelle in Anlehnung an Krummheuer und Brandts (2001) erfolgte Analysen vornehmlich von lautsprachlichen Äußerungen mit sogenannten non-verbale Bestandteilen (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 54) angedacht werden. Dabei soll keine vollständig erweiterte Theorie beschrieben werden, sondern lediglich gezeigt werden, wie anschlussfähig die Untersuchungsergebnisse meiner Studie an bestehende Theorien der interaktionstheoretischen Forschung für das Mathematiklernen sein können.

Bei dem in Tabelle 10.3.1_5 aufgezeigten *Beispiel* handelt es sich um die erste Bauplan-Erläuterung von Maya aus Beispiel 5 (Geometrie, Kap. 9.3.6), von der als hier angenommene *Sprecherin* bzw. *Gestikuliererin* aus nun das *Rezipientendesign* rekonstruiert wird. Wieder wird ein *Ausschnitt* aus der zugehörigen Semiotischen Prozess-Karte 5 (vgl. Abb. 10.3.1_55, Kap. 9.3.6) als Grundlage der Rekonstruktion der *Rezipientenstatus* genutzt (*Ausschnitt D*), weil hier bereits durch die durchgeführte Interaktionsanalyse analytisch gestützt die Bildfolgen zu den Gesten ersichtlich sind. Es handelt sich um die Äußerungen, die als Triade 1a bis Triade 4 in der Semiotischen Prozess-Karte 5 aufgeführt sind.

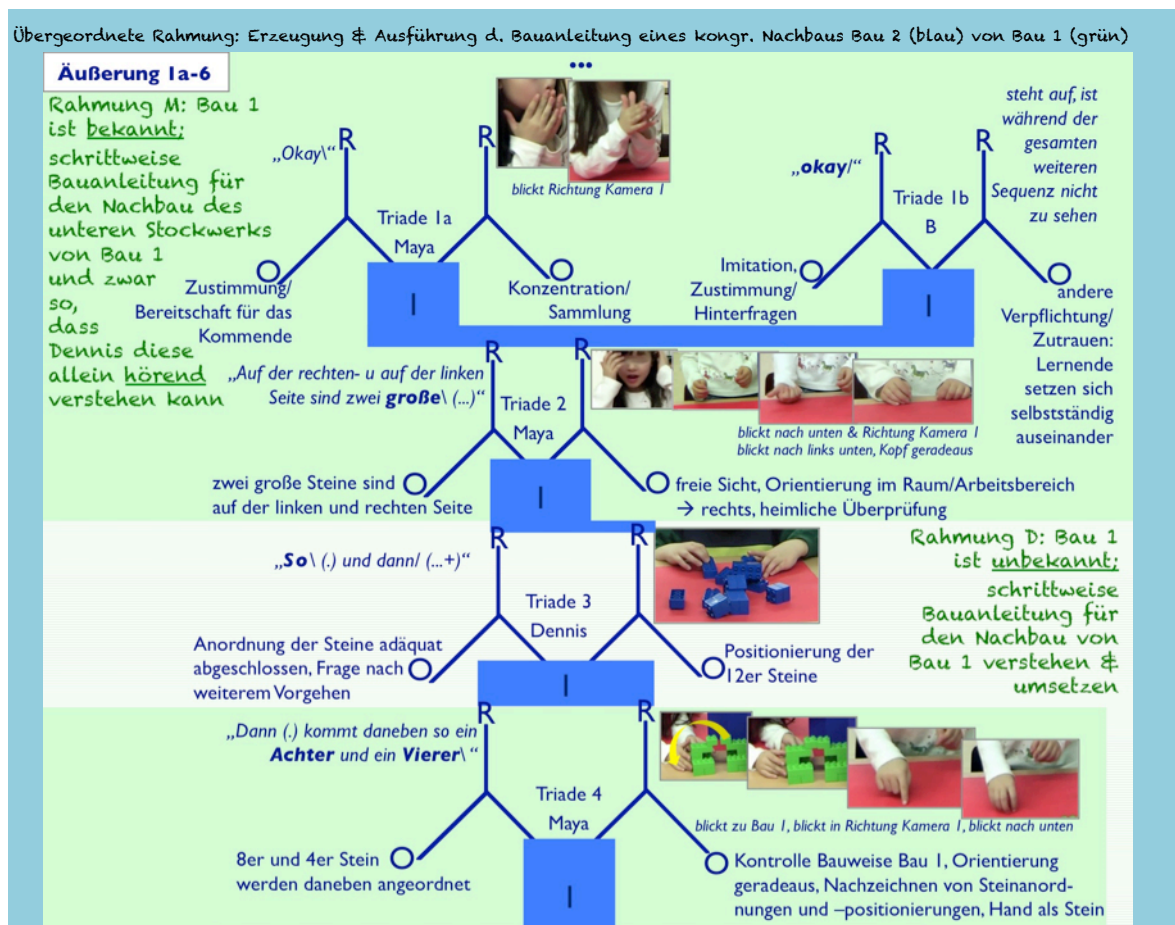


Abb. 10.3.1_55 Ausschnitt D der SPK 5 (Beispiel 5: Geometrie), Triaden 1a bis 4³⁰¹

Im daran rekonstruierbaren *Rezipientendesign* (vgl. Tab. 10.3.1_5) wird zwischen einer *direkten* und *nicht direkten Beteiligung* mit den verschiedenen Varianten von *adressiert* bis *ausgeschlossen* unterschieden und dann jeweils modusspezifisch eine Zuordnung des Rezipientenstatus vorgenommen. Die Besonderheit in diesem Ausschnitt der Prozesskarte bzw. dem rekonstruierten Interaktionsprozess ist sicherlich, dass Maya hier offenbar versucht, die Adressierung an Dennis insbesondere in ihrer Gestik vor der Kamera und mutmaßlich auch der begleitenden Person B geheim zu halten, weil sie davon auszugehen scheint, dass durch die Trennwand ein Verbot besteht, gegenseitig in den Arbeitsbereich zu sehen. In der Analyse wurde diese Szene ausführlich beschrieben (vgl. Kap. 9.3.6). Daraus ergibt sich dann auch hier für die Rezipienten ihrer Bauplan-Darstellung aus Sicht von Maya eine Art *offizielle* Zuordnung und eine *inoffizielle* oder *heimliche* Zuordnung, was diesen Ausschnitt besonders interessant macht für die vorliegende Betrachtung der Anknüpfung an das *Rezipientendesign* bzw. der Erweiterung um die Betrachtung der Gestik.

³⁰¹ Die unterschiedliche Färbung des Hintergrunds im Ausschnitt der Semiotischen Prozess-Karte 5 ergibt sich aus den rekonstruierten Rahmungen der Beteiligten. Diese wird an anderer Stelle der vorliegenden Arbeit thematisiert (vgl. Kap. 9.3.6) und daher hier nicht weiter beschrieben.

Direkte Beteiligung			Nicht direkte Beteiligung		
Adressiert	mit angesprochen		geduldet	ausgeschlossen	
Lautsprache	Gestik	Lautsprache	Lautsprache	Gestik	Gestik
Dennis	(Maya)	Begl. Person B	Begl. Person B		Offiziell: Dennis
Gesprächspartner*in	Inoffiziell/ Heimlich: Dennis	Zuhörer*in	Mithörer*in	Beobachter*in	Heimliche*r Beobachter*in
		Zuschauer*in		Lauscher*in	

Tab. 10.3.I_5 Rekonstruktion der Rezipientenstatus für das Beispiel 5 aus den Daten mit einer jeweiligen Erweiterung um den gestischen Modus in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001)

Für den gestischen Modus sind adäquate und zur Lautsprache äquivalente Begrifflichkeiten für die Beschreibung der Rezipient*innenrollen zu finden. Die Unterscheidung der Beteiligung in *direkt* und *nicht direkt* bedarf dabei zunächst keiner Begriffsanpassung, denn auch eine gestische Äußerung kann direkt zu einer*m oder mehreren potentiellen Gesprächspartner*innen ausgerichtet oder durch nicht direkt adressierte Andere wahrgenommen werden. Gestik als bildlicher Modus wird vornehmlich durch den Sehsinn wahrgenommen, wobei die gestikulierende Person selbst die eigenen Handbewegungen mutmaßlich verbunden mit einer gewissen Unbewusstheit³⁰² zusätzlich auch fühlen kann. Der Begriff des*r *Gesprächspartners*in* kann ebenfalls bestehen bleiben, denn ein Gespräch umfasst per se den Gebrauch mehrerer Ausdrucksmodi und ist nicht nur auf die Lautsprache beschränkt, es sei denn es ist explizit als bspw. Telefongespräch initiiert, und auch dann wird zumeist gestikuliert auch ohne, dass das Gegenüber diese Gesten sehen könnte (vgl. Bavelas, Gerwing, Sutton & Prevost, 2008). Für den Begriff *des*r Zuhörer*in* jedoch ergibt sich für die Gestik der Bedarf eines treffenderen Begriffs, der äquivalent dazu ist. Der Vorschlag hier lautet entsprechend der visuellen Wahrnehmbarkeit der Gestik *Zuschauer*in*. In Bezug auf die *indirekte Beteiligung* ergibt sich analog dazu für den Begriff des*r *Mithörers*in* *der*die Beobachter*in* und für den Begriff des*r *Lauschers*in* *der*die heimliche*r Beobachter*in*. Im aufgeführten Beispiel (vgl. Tab. 10.3.1_5) ergibt sich damit folgendes Bild:

Maya adressiert ihre Bauplanbeschreibung im lautsprachlichen Modus *direkt* an Dennis und gewissermaßen auch an sich selbst. Der Bauplan dient auch Maya selbst als Orientierung und Strukturierung ihrer Darstellung. Gestisch betrachtet, kann hier jedoch vermutet werden, dass die Adressierung an Dennis eher *inoffiziell* in der Situation zu beschreiben ist bzw. von Maya aktiv verschleiert wird, weil sie davon ausgeht, dass die Trennwand mit einem Verbot des gegenseitigen Schauens in den Arbeitsbereich verbunden ist. Als *mitangesprochene Zuhörerin* und *Zuschauerin* oder *geduldete Mithörerin* und *Beobachterin* ist hier die begleitende Person B im Rezipientendesign einzuordnen. Bezüglich der *nicht direkten Beteiligung* wird Dennis *offiziell* als *heimlicher Beobachter* ausgeschlossen, indem Maya ihre Gestik nicht direkt zu ihm zugewandt und vermeintlich hinter der Trennwand ausführt und dabei gewissermaßen zum Schein geradeaus schaut, während ihre Augen, wie bei einer Abschreibe-Situation in der Klassenarbeit, nach links zu seinem Arbeitsbereich wandern.

Mit den ersten Versuchen einer Erweiterung des *Produktions-* und *Rezipientendesigns* soll es an dieser Stelle genügen. Es zeigt, dass die Forschungsergebnisse meiner Arbeit in bestehende Theorien des gewählten Rahmens integrierbar sind und dabei differenziertere Betrachtungen zulassen.

³⁰² Dabei ist der*die Gestikulierende aber stets in der Lage, die eigenen Gesten aus der Unbewusstheit heraus in eine – wenn auch kurzfristige – Bewusstheit zu holen (vgl. Kendon, 2004, S. 9 u. S. 15; Kap. 3.1.4), wie man etwa auch über manche lautsprachlichen Formulierungen genauer und bewusster nachdenkt, während andere relativ automatisiert hervorgebracht werden und zumindest in der Formulierung nicht mehr eigens überdacht und bewusst geplant werden müssen.

10.3.2 Anschlussfähigkeit der Forschungsergebnisse und des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen* an die psychologisch-linguistisch geprägte Gestikforschung und Forschungen zur Gestik beim Mathematiklernen

Die Forschungsergebnisse der vorliegenden Arbeit tragen aus einer fachdidaktischen Perspektive zur Schärfung des Bildes von Gesten in Interaktionen eines spezifischen, nämlich des mathematischen Lernprozesses bei. Mit der Entwicklung des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen* werden bestehende Erkenntnisse zum Gestengebrauch in nicht explizit mathematischen Situationen aus der psychologisch und linguistisch geprägten Gestikforschung aufgegriffen (vgl. Kap. 3) und mit dem Fokus auf sozial konstituiertes mathematisches Lernen (vgl. Kap. 4) die Gestalt und Funktion von Gesten unter Berücksichtigung einer semiotischen Perspektive auf die besonderen Charakteristiken mathematischer Zeichen verbunden. Erkenntnisse aus der mathematikdidaktisch geprägten Gestikforschung (vgl. Kap. 5) spiegeln sich in den Dimensionen des doppelten Kontinuums wider oder stellen Vorüberlegungen dazu dar.

Wie in Kapitel 10.2 in Fußnote 287 bereits beschrieben wurde, nutzen sowohl McNeill (2005, S. 5ff) als auch Goldin-Meadow (2003) in ihren Theorien Kontinua zur Darstellung von Gesten. Beide Kontinua sind in den Kapiteln 3.1.4 und 5.4 ausführlich beschrieben und dargestellt (Abb. 3.1.4_3; Abb. 5.4_1) So stellt McNeill (2005, S. 5ff) auf seinem Kontinuum verschiedene Arten der Gesten in ihrer Beziehung zur Lautsprache zusammen. Das von ihm als *Kendon'sches Kontinuum* bezeichnete und in der Literatur durchaus etablierte Kontinuum bewegt sich zwischen den Polen „*gesticulations*“ (McNeill, 2005, S. 5) und Gebärdensprachen (vgl. McNeill, 2005, S. 5ff; Kap. 3.1.4).³⁰³ Goldin-Meadow (2003) nutzt ein Kontinuum für die Beschreibung der semantischen Überschneidung von Gesten und Lautsprache in Form von sogenannten *Gesten-Lautsprache-Matches* und *Gesten-Lautsprache-Mismatches*, die bei der Bewältigung mathematischer Aufgaben im Ausdrucksrepertoire von Lernenden beobachtet werden konnten (Goldin-Meadow, 2003, S. 25ff). Für das im Rahmen der vorliegenden Arbeit beschriebene *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* dienen diese beiden Kontinua zwar nicht als Vorlage. Die Tatsache, dass in der Gestikforschung jedoch überhaupt Kontinua genutzt werden, um Ergebnisse dazu zusammenzufassen und darzustellen, wie Gesten und Lautsprache zusammenwirken, zeigt die Flexibilität des gestischen

³⁰³ Mit *gesticulations* wird bei McNeill (2005) die Vorstellung verbunden, dass es sich dabei um die häufigste Gestenform im alltäglichen Sprachgebrauch handelt. Solche Gesten zeigen eine Bedeutung, die zu der in der Lautsprache codierten Bedeutung in Beziehung steht. Die *Gebärdensprachen* am anderen Pol des von McNeill (2005) beschriebenen Kontinuums gelten jede für sich, wie in der vorliegenden Arbeit bereits betont, als eine grammatikalisch vollständig beschreibbare Sprache. Damit wird auf dem Kontinuum nach McNeills (2005) Beschreibung die Abnahme der obligatorischen Begleitung der Geste durch Lautsprache von *gesticulations* hin zum Pol der Gebärdensprachen deutlich. Gleichzeitig stellt das Kontinuum eine Zunahme von *gesticulations* zu Gebärdensprachen an sprachspezifischen Eigenschaften dar (vgl. McNeill, 2005, S. 5; vgl. Kap. 3.1.4).

Ausdrucksmodus, die nicht mögliche ausschließliche Zuordnung zu bestimmten Kategorien und stützt die Wahl einer Kontinuumsdarstellung auch in der vorliegenden Arbeit.

Bei der Betrachtung von McNeills (2005) *gesticulations* und *speech-linked gestures* (in seinem Kontinuum links angeordnet, vgl. Kap. 3.1.4, Abb. 3.1.4_3), kann man mit Blick auf meine Forschung festhalten, dass diese Gestenarten unter mathematikdidaktischer Perspektive im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* in Gestalt und Funktion fachlich ausdifferenziert beschrieben sind. Es handelt sich bei meinem Kontinuum damit um keine allgemeine Beschreibung von Gesten für jegliche Interaktion, sondern für Gesten, die speziell in mathematischen Interaktionen Lernender verwendet werden. Goldin-Meadows (2003) Beschreibungen von *Mismatches* und *Matches*, die zu Beginn des Forschungsprozesses als gewinnbringend für die Analyse von Daten eingeschätzt wurden und zu denen zunächst eine Ausdifferenzierung angestrebt war, erweisen sich im Verlauf des Forschungsprozesses als weniger passend zu den theoretischen Leitlinien. In den Kapiteln 5.4 und 5.6 wurde bereits darauf hingewiesen, dass interaktionstheoretisch insbesondere die Zuordnung als *Match* oder *Mismatch* ausschließlich durch den*die Forscher*in als nicht theoriekonform eingeschätzt werden muss. Im weiteren Verlauf meiner Forschungstätigkeit habe ich dann zunächst versucht, diese Theorie interaktionstheoretisch zu wenden und konnte auf interaktiver Ebene *Mismatches* und ihre interaktive Thematisierung und Bedeutung rekonstruieren (vgl. Huth, 2011a, 2014). Es hat sich rückblickend jedoch gezeigt, dass es zur Wahl der theoretischen Mittel meiner Forschungsarbeit geeigneter erscheint, insgesamt von dieser Theorie der *Matches* und *Mismatches* abzurücken und vielmehr die *Schnittstellen* des gestischen Ausdrucksmodus mit anderen Modi in den Blick zu nehmen (vgl. Kap. 10.1). Darin steckt durchaus auch in Teilen eine zu Goldin-Meadow (2003) vergleichbare Sichtweise auf Lautsprache und Gesten und ihrer Beschreibung der Überschneidungen als *Matches* bzw. Nicht-Überschneidungen als *Mismatches*. In meiner Arbeit wird u. a. jedoch mit Blick auf die *interaktive Aushandlung* der Beteiligten rekonstruiert, welche sich überschneidenden *Funktionen* verschiedener Modi (nicht nur der Gesten und der Lautsprache) rekonstruiert werden können, während Goldin-Meadow (2003) vor allem semantische Bedeutungszuschreibungen als Grundlage ihrer Einschätzung als *Match* und *Mismatch* zugrunde legt, die ausschließlich die Forscher*innen bei der Datenanalyse an das Material anlegen. Schnittstellen des gestischen Modus zeigen sich nach meinen Ergebnissen jedoch nicht nur mit der Lautsprache. Mit Blick auf mathematisches Lernen hat sich vielmehr gezeigt, dass z. B. auch funktionale Schnittstellen mit Handlungen von besonderem, didaktischem Interesse sind (vgl. Vogel & Huth, 2020). Darüber hinaus wurde der potentiell inskriptional-diagrammatische Gebrauch von Gesten bereits weiter oben hervorgehoben, welcher die Bedeutung der Gesten beim Mathematiklernen unterstreicht und ihre potentiell fachliche Dimension im Lernprozess besonders betont (vgl. Kap. 10.1). Gesten können gewissermaßen genutzt werden, wie eine mathematische Darstellung z. B. auf Papier oder dem Bildschirm, die von den Lernenden erweitert, manipuliert und in Zusammenhang gebracht wird, und an der Beobachtungen gemacht und mathematische Erkenntnisse gewonnen werden können.

Auch die in Kapitel 3.1.4 beschriebenen Gestenkategoriensysteme lassen sich im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* wiederfinden: Müller (1998) entwickelt ein funktionales und ein kategoriales System zur Klassifizierung von Gesten (vgl. Müller, 1998, S. 110ff; Fricke, 2007, S. 173ff; Kap. 3.1.4). Sie unterscheidet dabei funktional zwischen *referentiellen*, *performativen* und *diskursiven* Gesten. Als Kategorien arbeitet sie Beschreibungen dessen heraus, wie die Hand eine Darstellung vornimmt: Die Hand kann *agieren*, *repräsentieren*, *zeichnen* oder *modellieren* (vgl. Müller, 1998 u. genauer Kap. 3.1.4). Auch im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* werden in der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* sogenannte *diskursstrukturierende* Gesten aufgeführt, die mit Müllers (1998) *diskursiven* Gesten durchaus Überschneidungen aufweisen, möglicherweise sogar als gleichbedeutend bezeichnet werden können unter einer etwas anderen theoretischen Perspektive, nämlich einer interaktionistisch-semiotischen Sicht. Zudem weist Müller (1998) auf zeitgleich mehrere Funktionen von Gesten in unterschiedlicher Gewichtung hin (vgl. Müller, 1998, S. 112), was ebenfalls für die von mir rekonstruierten fachspezifischen Gestenfunktionen bestätigt werden kann (vgl. Kap. 10.1 u. Kap. 10.2) Es lassen sich schließlich mit den einzelnen Skalenpunkten der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* Müllers (1998) Gestenklassen des *Agierens*, *Repräsentierens*, *Zeichnens* und *Modellierens* verbinden: Eine Geste, die bspw. in meinem Kontinuum als *gestisch-pantomimische Modellhandlung* eingeordnet ist, würde in Müllers (1998) Kategorisierung als *Hand, die agiert* beschrieben werden; eine *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* in meinem Kontinuum passt zur *Hand, die repräsentiert* oder *zeichnet* bei Müller (1998). Das hier dargestellte *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* erhält damit durch die bereits bestehenden Konzepte aus der Gestikforschung eine theoretische Stützung, stellt durch die Verortung im Mathematiklernen eine explizit fachliche Sicht auf Gesten in den Vordergrund und leistet dadurch als Ergebnis einer explorativen Forschung im deutschsprachigen Raum einen mathematikdidaktischen Beitrag zum Verständnis darüber, wie Gesten in mathematischen Interaktionen von Lernenden verwendet werden.

Die eher in der Mathematikdidaktik zu verorteten Forschungen zu Gesten beim Mathematiklernen und -treiben, die in Kapitel 5 rezipiert sind, zeigen insgesamt ein vielfältiges Bild davon, wie Gesten in explizit mathematischen Situationen verwendet werden und welche Bedeutung sie möglicherweise für den mathematischen Lern- und Auseinandersetzungsprozess haben können. Insgesamt kann meine Forschung hierbei hilfreich sein, weil sie einerseits eine, wie oben ausgeführt (vgl. Kap. 10.2.2), kontextuell eingebundene theoretische Rahmung der Gesten im Mathematiklernen anbietet, gleichzeitig damit aber für verschiedene mathematische Situationen vergleichbare Gestenfunktionen und -gestalten rekonstruieren konnte, die sozusagen übergeordnet eine Antwort darauf geben können, wie Gesten von Lernenden im Grundschulalter in mathematischen Auseinandersetzungen verwendet werden. Während Studien, wie z. B. die von Bjuland, Cestari und Borgersen (2007, 2009) oder Elia (2018) eher einzelne mathematische Situationen in den Blick nehmen, wird es mithilfe meiner Ergebnisse möglich, Gesten im Mathematiktreiben junger

Lernender etwas breiter zu betrachten und auch auf ihre situationsübergreifenden Funktionen und Gestalten hin zu untersuchen. Es lässt sich daher durchaus eine Theorie „**mittlerer Reichweite**“ (Krummheuer & Brandt, 2001, S. 200, *Hervorhebungen im Original*; Kap. 10.3.1.) bezüglich der Verwendung von Gesten beim Mathematiklernen entwickeln.

Hinsichtlich der dargestellten Forschungen zu Gesten als eine semiotische Ressource im multimodalen Mathematiklernen (vgl. Arzarello, 2006; Radford, 2009; Krause, 2016; Kap. 5.1), erfährt die sich stärker auf einer empirischen Beobachtung stützende Annahme der Multimodalität mit meiner Forschung eine fachliche und damit auch theoretische Fundierung: Mit der Verwendung der linguistischen Theorie Fricke (2007, 2012; Kap. 3.2.3) zur Multimodalität der Sprache und ihres Nachweises einer *Code-Manifestation* und *Code-Integration* der Gesten im sprachlichen Code der Lautsprache, kann nämlich für das Mathematiklernen mit meinen Forschungsergebnissen nun theoretisch gestützt der Nachweis erbracht werden, dass sich die Multimodalität nicht nur als Charakteristikum der Sprache im Allgemeinen zeigt, sondern speziell auch das sprachlich eingebundene Mathematiklernen als multimodal konstituiert zu verstehen ist. Betrachtet man die Mathematik in Bezug auf ihre Fachsprache als einen eigenen Code, was durchaus mit Blick auf sogenanntes *Code-switching* zwischen mathematischer Fachsprache und Alltagssprache in der Literatur beschrieben ist (vgl. Zazkis, 2000), eingebunden in spezifische Sprachvarietäten und Darstellungsweisen, die sie auszeichnet und unter Berücksichtigung einer Sichtweise auf die mathematische Denkentwicklung als *sprachlich strukturierter und interaktiv konstituierter Lernprozess* (vgl. Kap. 4 u. Kap. 5.7), lässt sich dann eine eigene Bedeutung der Gesten für diesen Prozess nachweisen. Dies ist möglich, wenn sich zeigen lässt, dass Gesten *als mathematische Zeichen*, als eine spezifisch *mathematische Darstellung* von Lernenden gebraucht werden. Aus meiner Sicht ist genau dies mit der Rekonstruktion der Gestenfunktionen im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* gelungen: Es wird daran ersichtlich, dass Gesten in ihrer Funktion, eine *mathematische Idee/Erkenntnis darstellen*, aber auch darüber hinaus als *manipulierend am Diagramm* oder selbst *inskriptional/diagrammatisch* verwendet werden können. Gesten zeigen damit in ihrem Gebrauch Eigenschaften mathematischer Zeichen und sind offenbar (mit-)konstituierend für das von Dörfler (2006a, 2015) in Anlehnung an die Peirce'sche Semiotik als fundamental für das mathematische Tun bezeichnete *diagrammatische Arbeiten* Lernender (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2). Sie sind im Sinne Fricke (2007, 2012) Theorie *in den mathematischen Code integriert*, weil sie häufig auch exklusiv die Darstellung des mathematisch Verhandelten übernehmen (vgl. Kap. 9.3.1 bis Kap. 9.3.6). Der Nachweis der Eigenschaften mathematischer Zeichen der durch die Lernenden verwendeten Gesten, kann dann als *Code-Manifestation* im mathematischen Code als Adaption von Fricke (2007, 2012) linguistischem Ansatz bezeichnet werden. Damit erweitert meine Forschung auch die eher klassische Sichtweise auf die Bedeutung von Sprache im Mathematiklernen, die vornehmlich lautsprachliche und schriftliche Darstellungen in den Blick nimmt (vgl. Kap. 5.7) um den gestischen Modus, dem damit eine eigene Bedeutsamkeit in der Gestaltung und Konstituierung des Mathematiklernens zukommt.

In diesem Sinne erweist sich auch die Annahme von häufig vorausgesetzten *abstrakten* mathematischen Objekten, die vermeintlich nur über – z. B. eben auch gestische – Darstellungen zugänglich seien, aber nie selbst Teil der Auseinandersetzung sein könnten, wie sie häufig in mathematikdidaktischen Forschungen getroffen wird (vgl. Krause, 2016; Kap. 5.1), als nicht hinlänglich geeignet, um die Funktion und Bedeutung von Gesten im Mathematiklernen zu untersuchen. Denkt man nämlich eine solche Sicht konsequent zu Ende, so müsste es sich bei jedweder verwendeten mathematischen Darstellung – sei sie lautsprachlicher, schriftlicher oder eben auch gestischer Natur – um eine *beliebig austauschbare Darstellung* der ohnehin nie direkt zugänglichen, weil abstrakten, mathematischen Objekte handeln. Damit verbunden müsste dann auch die Ansicht bestehen, dass zum einen die mathematische Darstellung aufgrund ihrer Beliebigkeit und Austauschbarkeit ein gewisses Maß an Irrelevanz für das eigentliche Betreiben von Mathematik haben müsste und zum anderen, dass der Gebrauch und der Umgang mit den mathematischen Darstellungen lediglich als eine Art Beiprodukt, als ein weitgehend ohne eigene Bedeutsamkeit auftretendes Vehikel, im mathematischen Lernprozess angesehen werden müsste, dessen Nutzen einzig und allein in der Handhabbarkeit dieser als unerreichbar statuierten mathematischen Objekte bestünde. Oder, wie Dörfler (2015) es formuliert:

„Die Zeichen und Notationen der Mathematik sind demnach vollkommen neutral im Verhältnis zu den mathematischen Inhalten und Bedeutungen. Mathematische Darstellungen können in dieser Sicht in Bezug auf die mathematischen Objekte bloß mehr oder weniger gut, passend, treffend oder umfassend sein und sich auch historisch entwickeln. Aber sie sind ganz wesentlich nur deskriptiv und haben keine konstitutive oder konstruktive Rolle. Mathematische Objekte sind sozusagen vor jeder Sprache und vor jedem Zeichensystem, zeitlich und logisch. Um in dieser doch eher eigenartigen Sichtweise die Erkennbarkeit der mathematischen Objekte zu retten werden verschiedene Manöver durchgeführt. [...] generell wird von intelligiblen Objekten gesprochen, die zwar dem Verstand aber nicht den Sinnen zugänglich sind bzw. vom Verstand geschaffen werden [...].“ (Dörfler, 2015, S. 42f)

In letzter Konsequenz wäre dann auch die Erforschung von Gestik im Mathematiklernprozess sozusagen weitgehend irrelevant, weil sie ein lediglich zur Darstellung der eigentlich zentralen abstrakten Objekte der Mathematik gebrauchter und *gleichzeitig beliebig austauschbarer Modus* wäre. Die Bedeutsamkeit für das Mathematiktreiben müsste auf diese Weise schon vorab jeder Erforschung der Charakteristik und Funktion von Gesten als hinfällig bezeichnet werden. Zwar geht auch Dörfler (2015) von der Austauschbarkeit von Inskriptionen aus, ja gar von abstrakten mathematischen Objekten (vgl. Kap. 5.2 u. Kap. 7.2), er begründet dies jedoch damit, dass das Zentrale *der Gebrauch und der Umgang* mit diesen Inskriptionen und nicht die

gewählte Darstellung an sich sei, und führt dies auf das Beispiel von Wittgenstein³⁰⁴ zum Schachspiel zurück:

„Eine beliebige Analogie (so bei Wittgenstein) ist die mit dem Schachspiel: das Aussehen der Figuren ist ohne Bedeutung, diese erlangen die Figuren (entsprechend in diesem Vergleich den Inskriptionen am Papier) durch ihre Stellung am Brett und die Regeln, wie gezogen werden muss.“ (Dörfler, 2015, S. 42)

Und an anderer Stelle:

„Das heißt: Das Bezeichnete ist im Gebrauch der Zeichen mitgegeben, ist von diesem Gebrauch nicht trennbar; außerhalb des Gebrauchs gibt es auch keine Objekte, jedenfalls kann man nicht sinnvoll über diese unabhängig von der Zeichentätigkeit sprechen. Im Gebrauch der Zeichen werden auch erst die Eigenschaften der Objekte ‚hergestellt‘.“ (Dörfler, 2015, S. 46f)

Die Abstraktheit mathematischer Objekte lässt Dörfler (2015) lediglich als eine *Interpretation im Nachhinein* gelten, die nicht bereits vorab und von jeglichem Zeichensystem und seinem regelhaften Gebrauch unabhängig existieren (vgl. Dörfler, 2015, S. 44 u. S. 48).

Mit Blick auf die in Kapitel 5.5 dargestellten Forschungen zu den Gesten Erwachsener beim Mathematiktreiben lässt sich unter der Hinzunahme meiner Forschungsergebnisse nun nachzeichnen, wie Expert*innen eher gegen Ende des Mathematiklernprozesses einerseits und Lernende ganz zu Beginn dieses Prozesses Gesten beim mathematischen Agieren verwenden. Während die Studie von L. D. Edwards (2009) mit Studierenden des Lehramtes erwachsene Lernende der Mathematik in den Blick nimmt, die sich durchaus selbst in einem aktiv durch das Studium weiter gestalteten Mathematiklernprozess befinden, kann für die Untersuchung von Kiesow (2016) festgehalten werden, dass er mit der Analyse von Interaktionen von Mathematikdoktorand*innen Gesten von Menschen erforscht, die bereits ein gewisses Niveau ihrer mathematischen Denkentwicklung erreicht haben (vgl. Kap. 5.5). Es ist zwar nicht anzunehmen, dass im Sinne eines lebenslangen Lernens hier der Mathematiklernprozess vollständig abgeschlossen ist, jedoch kann man durchaus eine besondere Expertise bei

³⁰⁴ Dörfler (2006a, 2015) nutzt neben dem Zeichenbegriff und dem diagrammatischen Arbeiten nach Peirce vor allem das *Sprachspiel* von Wittgenstein für seine Sicht auf das Betreiben von Mathematik. Der Begriff des *Sprachspiels* betont vor allem, dass die Bedeutung von Zeichen nicht a priori gegeben ist, sondern in ihrem Gebrauch entstehen und auch nur darin gelernt werden kann, und zwar als eine Ausbildung einer Gewohnheit in der Deutung und dem Gebrauch dieser Zeichen. So bezeichnet dann auch Dörfler (2015) die „Mathematik als Spiel“ (Dörfler, 2015, S. 46, Hervorhebung im Original) und vergleicht sie nach Wittgenstein mit einem Schachspiel, in dem, ebenso wie in der Mathematik, nach bestimmten Regeln die Spielzüge der Figuren festgelegt sind. Und nur durch Ausführung dieser Spielzüge entsprechend der Regeln erhalten die Figuren ihren Wert. Ein Turm, ein Springer, die Dame – sie alle könnten bspw. verschiedene Farben, Formen und Ausprägungen aufweisen, bewegt man sie aber auf dem Schachfeld entsprechend der Regeln, die für die Dame gelten, also wie die *Figur der Dame*, so wird jeder beliebige als Spielstein genutzte Gegenstand im Gebrauch dieser Regeln durch die Spielzüge zu dieser Figur der Dame. Darin zeigt sich dann auch wieder die „Ersetzbarkeit der konkreten Inskriptionen durch andere“ (Dörfler, 2015, S. 46) in der Mathematik bzw. im Betreiben von Mathematik, weil es *im Gebrauch* von Darstellungen als materielle Tätigkeit deutlich wird. Wie Billion (2020) hervorhebt ist „aus dieser Perspektive auf mathematisches Lernen [...] der Untersuchungsgegenstand nicht ein abstraktes mathematisches Objekt, sondern Diagramme und die sich durch regelgeleitetes Umformen ergebenden Konsequenzen.“ (Billion, 2020, S. 1378)

Kiesows (2016) Proband*innen bezüglich der Mathematik voraussetzen und damit eher von einer bereits erfolgreich durchlaufenen mathematischen Denkentwicklung ausgehen. Gleich, welches Niveau die Proband*innen in den drei hier zu vergleichenden Studien (Edwards, L. D., 2009; Kiesow, 2016 und meine Studie) bezüglich ihrer mathematischen Denkentwicklung jedoch aufweisen, ergibt sich die Möglichkeit eines Vergleichs ihres Gestengebrauchs beim Betreiben von Mathematik: Im Sinne der Zeichentheorie nach Peirce bewegen sich alle im Rahmen des *diagrammatischen Arbeitens* bzw. *Denkens* (vgl. Peirce, 1931, CP I.54; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2). Unter der Voraussetzung, dass es sich auch beim Gebrauch von Gesten um ein Zeichensystem handelt, das potentiell zum mathematischen Zeichensystem werden kann, wenn es diagrammatischen Charakter aufweist (vgl. Kap. 10.1) kann hier Dörflers (2015) Ausführung zum mathematischen Agieren herangezogen werden:

„Alles mathematische Tun erfolgt ausschließlich in einem oder mehreren Zeichensystemen. [...] [M]athematische Intuition ist eine Zeichenintuition basierend auf vielfältigen Erfahrungen im Operieren mit den Zeichen im jeweiligen Regelsystem. [...] In der intensiven und extensiven Beschäftigung mit den mathematischen Zeichensystemen entsteht mathematische Erfahrung beim Mathematiker oder beim Lernenden so wie beim Schachspieler durch Schachspielen.“ (Dörfler, 2015, S. 39)

L. D. Edwards (2009) Ergebnisse zeigen, dass die untersuchten Lehramtskandidat*innen Gesten erzeugen, die u. a. auf ein Zerschneiden, Zerteilen oder auf Teile bzw. Stücke von etwas verweisen und somit auf die Manipulation von Material als Erfahrung aus dem eigenen Lernprozess. Brüche werden als Teile eines Ganzen betrachtet und gleichwertige Brüche metaphorisch über z. B. eine beidhändig ausgeführte Geste und ihre Bewegung mit gleichförmigen Händen dargestellt (vgl. Edwards, L. D., 2009, S. 132ff; Kap. 5.5). Auch wenn L. D. Edwards (2009) grundsätzlich von der Abstraktheit mathematischer Objekte ausgeht und daher McNeills (1992) Gestendimension der metaphorischen Gesten als besonders geeignet und zu erwartende Gestenform bei der Darstellung mathematischer Sachverhalte einschätzt (vgl. Edwards, L. D., 2009, S. 131f), erscheinen ihre Befunde zu ikonischen Gesten besonders anschlussfähig an meine Forschungsergebnisse: Die Proband*innen von L. D. Edwards (2009) erzeugten nämlich bei diesen ikonischen Gesten solche, die L. D. Edwards (2009) als Notation von Brüchen und als Algorithmus in der Luft bezeichnet (vgl. Edwards, L. D., 2009, S. 137f; Kap. 5.5). Es wurden Gesten ausgeführt, die symbolische Darstellungen der Brüchen waren und damit verbindet L. D. Edwards (2009) in erster Linie schriftliche Bruchdarstellungen oder Inskriptionen von Bruchrechnungen. Solche Gesten bezeichnet Edwards als „iconic-symbolic“ (Edwards, L. D., 2009, S. 138). In meinen Analysen konnten im Vergleich dazu Gesten der Lernenden im Grundschulalter rekonstruiert werden, die ebenfalls inskriptional-diagrammatischen Charakter zeigen (vgl. Kap. 9.3.1 bis Kap. 9.3.7 u. Kap. 10.1) und die in der Interaktion die Funktion von Inskriptionen und Diagrammen übernehmen. So können etwa Janas *Fixpunkt-Rhythmus-Geste* (22) (Beispiel 2: Kombinatorik), Mayas Gesten zur Erweiterung des Diagramms der Reihenfolgen (31, 32, 33) (Beispiel 3: Kombinatorik), Ayses *Stein-Kompaktheitsgeste* (40) (Beispiel 4: Geometrie) oder auch Mayas *Bauplan-Gesten* (53)

(Beispiel 5: Geometrie) im Schwerpunkt als *manipulierend am Diagramm* bzw. *inskriptional/diagrammatisch* in ihrer Funktion bezeichnet werden und sind entsprechend im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* auch in dieser Weise eingeordnet (vgl. Abb. 10.2.2.2_35, Abb. 10.2.2.3_45, Abb. 10.3.1_52). Sie werden selbst als Diagramm verwendet oder dienen zur Erweiterung eines bestehenden Diagramms und weisen in sich eine relationale Struktur auf. Die Lernenden manipulieren an diesen gestischen Darstellungen und/oder gebrauchen diese Gesten, um am Diagramm Manipulationen und zentrale mathematische Relationen anzuzeigen. In L. D. Edwards (2009) Einteilung wären diese Gesten als ikonisch-symbolisch zu bezeichnen, weil sie ähnlich schriftlicher Darstellungen z. B. auf Papier gebraucht werden. Man kann also feststellen, dass L. D. Edwards (2009) unter anderer theoretischer Perspektive (Ansatz der *Embodied Cognition*, vgl. Fußnote 104 in Kap. 5.1; Mathematik als Wissenschaft *abstrakter Objekte*, vgl. Fußnote 106 in Kap. 5.1) in Teilen vergleichbare Gesten in ihren Daten findet, wie auch in meinen Beispielen rekonstruiert werden konnten. Dies spricht für eine gewisse Objektivität und Reliabilität meiner Forschungsergebnisse und eine Repräsentanz der rekonstruierten Gesten-Funktionen in verschiedenen Datensätzen zum Lernprozess in verschiedenen Altersgruppen und damit mutmaßlich auch stärker für eine Stabilität der Gestenfunktion über den Verlauf der mathematischen Denkentwicklung. Möglicherweise ist hierbei nicht unerheblich herauszustellen, dass die zukünftigen Lehramtskandidat*innen bei L. D. Edwards (2009) vergleichbare Gesten erzeugten, wie Lernende, die potentiell von diesen Studierenden einmal unterrichtet werden.

In der Untersuchung von Kiesow (2016) werden u. a. Gesten rekonstruiert, die er als „imaginäre Zeichen“ (Kiesow, 2016, S. 205) beschreibt, weil sie z. B. anstelle eines Tafelanschriebs in gleicher Funktion genutzt würden, mit der Besonderheit der Gleichzeitigkeit von Konstruktion und Referenz (vgl. Kiesow, 2016, S. 210; Kap. 5.5). Des Weiteren beschreibt Kiesow (2016) Gesten, die entweder selbst das mathematische Objekt darstellen würden oder die Manipulation an einem Objekt anzeigten (vgl. Kiesow, 2016, S. 211ff u. S. 216ff; Kap. 5.5). Die Beschreibungen erinnern durchaus an die von mir rekonstruierten Gesten von Lernenden, die verwendet werden, um eine *mathematische Idee/Erkenntnis darzustellen*, ein *Diagramm zu manipulieren* oder die selbst *inskriptional-diagrammatisch gebraucht* werden (vgl. zu den von mir rekonstruierten Gestenfunktionen ausführlich Kap. 10.1).

Man kann also hier erneut feststellen, dass Lernendengesten und ihr Gebrauch beim Betreiben von Mathematik mit den Gesten, die von Expert*innen beim mathematischen Agieren erzeugt werden, offenbar vergleichbar sind, und zwar bezüglich ihrer Funktion in und für die mathematische Interaktion. Auch bei den von Kiesow (2016) rekonstruierten logisch-begrifflichen Aspekten von Gestensequenzen (vgl. Kiesow, 2016, S. 226; Kap. 5.5) und der Darstellung kalkulativer Aspekte in Form von Gestensequenzen (vgl. Kiesow, 2016, S. 231) lassen sich durchaus Parallelen zu meinen Forschungsergebnissen bezüglich der Darstellung mathematischer Aspekte in Gesten – manchmal ausschließlich im gestischen Modus –

erkennen, weil in beiden Forschungen gezeigt wird, dass die untersuchten Proband*innen (die einen eher zu Beginn des mathematischen Lernprozesses, die anderen eher in einem weit fortgeschrittenen Stadium dieses Lernens) ähnliche Funktionen in der mathematischen Interaktion gestisch bedienen, indem sie mathematische Objekte gestisch darstellen, Manipulationen an Diagrammen hervorheben, relationale Strukturen abbilden oder gar selbst als Diagramm verwendet werden.

Insgesamt hebt Kiesow (2016) hervor, dass komplexe mathematische Zusammenhänge von den Mathematikdoktorand*innen manchmal durch die Darstellung in Gesten vereinfacht veranschaulicht würden, um überhaupt sinnlich zugänglich zu sein (vgl. Kiesow, 2016, S. 213) oder auch gestisch erst gar nicht ausgedrückt würden (vgl. Kiesow, 2016, S. 222 u. S. 231; Kap. 5.5).

Dies erscheint insofern in Bezug auf meine Arbeit von Bedeutung, als dass man nach meinen oben dargestellten Forschungsergebnissen bezüglich der Bedeutung und der Funktion von Gesten von jungen Lernenden in mathematischen Interaktionen und mit Blick auf den bisherigen Stand der Forschung im Bereich der kindlichen Entwicklung des mathematischen Denkens im Allgemeinen eher davon ausgehen muss, dass hier Gegenteiliges der Fall ist: Komplexe mathematische Sachverhalte werden von jungen Lernenden geradezu *aufgrund ihrer Komplexität in der Gestik* ausgedrückt. Möglicherweise geschieht dies genau deshalb, weil ihnen die lautsprachliche Bezeichnung oder das entsprechende mathematische Vokabular noch fehlt, wie z. B. Goldin-Meadow (2003) bei ihren *Mismatch-Experimenten* vermutet und die Gestik daher als Wegbereiter des Lernens einordnet (vgl. Kap. 5.4). Aus meinen Forschungsergebnissen lässt sich hier vielmehr vermuten, dass die Gestik nicht nur deshalb komplexe Sachverhalte ausdrückt, weil die Lautsprache noch nicht entwickelt ist, sondern weil Gestik als unmittelbar verfügbarer, funktional flexibler und dreidimensionaler Ausdrucksmodus mit spezifischen Ausdrucksmöglichkeiten als *Modus der Wahl* durch die Lernenden verwendet wird (vgl. Kap. 10.1). Er ist damit mutmaßlich an bestimmten Stellen interaktional leichter verfügbar als etwa eine längere und komplexe Darstellung in der Lautsprache.

Es könnte also aus der Kontrastierung meiner Forschungsergebnisse mit denjenigen von Kiesow (2016) die Vermutung aufgestellt werden, dass bei zunehmender mathematischer Denkentwicklung die Funktion der Gestik in der mathematischen Interaktion wechselt: Im frühen Lernprozess wird sie gerade für komplexe mathematische Darstellungen genutzt, weil sie eine besondere Verfügbarkeit und Flexibilität in den Möglichkeiten ihrer Darstellung und aufgrund ihres bildlich-dreidimensionalen Charakters auch in Bezug auf die Anschaulichkeit aufweist und möglicherweise in der Gestik die Herausforderung einer adäquaten mathematischen Darstellung eher gemeistert werden kann als in der Laut- oder Schriftsprache. Im späteren Lernprozess werden möglicherweise Gesten dann eher für das genutzt, was weniger Komplexität aufweist oder auch räumlich durch Gesten veranschaulicht werden kann oder um komplexe Dinge gewissermaßen in ihrer Komplexität zu reduzieren, entsprechend

dem, was Kiesow (2016) bei Mathematiker*innen rekonstruieren konnte. Dann wird z. B. gestisch eher eine Kugelschale im dreidimensionalen Raum anstatt einer exotischen Sphäre als siebendimensionales Gebilde im fünfdimensionalen Raum dargestellt, um in Kiesows (2016) Beispiel zu bleiben. Mit zunehmender Komplexität des mathematischen Erkenntnisstandes wechselt also möglicherweise die Funktion der Gestik: Es geht dann darum, die Komplexität in der mathematischen Darstellung zu reduzieren, während Gestik zu Beginn des Mathematiklernens offenbar geradezu dafür genutzt wird, um komplexe, eventuell noch nicht sicher erworbene oder mathematisch noch nicht adäquat lautsprachlich oder schriftlich darstellbare mathematische Sachverhalte in ihrer Komplexität adäquat verhandeln zu können.

Es gibt aber zwei Dinge, die dieser Vermutung entgegenstehen:

1) Was bei Kiesow (2016) nämlich nicht beachtet wird, ist die Spezifik der von ihm untersuchten Interaktionssituationen, aus denen er das Forschungsergebnis der Komplexitätsreduzierung durch Gestik gewinnt: Ein Dozent *erläutert* exotische Sphären in einem Seminar von Mathematik Diplomant*innen und Doktorand*innen. Es handelt sich damit um eine Lehr-Lern-Situation, die vom Dozenten mutmaßlich in besonderer Weise didaktisch aufbereitet wurde. Es könnte sich also auch in der Reduktion der Komplexität seiner gestischen Darstellung um eine *didaktische Reduzierung* des mathematischen Inhaltes handeln unter besonderer Beachtung der Lernbedürfnisse seiner Seminarteilnehmer*innen.

2) Als zweiter Punkt wurde bereits in Kapitel 5.5 vermutet, dass die Einschätzung von Kiesow (2016) schlicht zur kurz greifen könnte: Es könnte sein, dass die Beobachtung, Mathematiker*innen würden komplexe mathematische Sachverhalte *gerade nicht gestisch* darstellen, sondern bspw. lautsprachlich benennen, daraus resultiert, dass die Komplexität schlichtweg für das sich äußernde Individuum gar nicht in dem Maße, wie möglicherweise von Kiesow (2016) hier unterstellt, gegeben ist. Eventuell wird also die Gestik hier nur deshalb nicht gebraucht, weil der*die untersuchte Proband*in bereits über einen lautsprachlichen Begriff verfügt, der den mathematischen Sachverhalt adäquat und vor allem konzentriert auf einen Begriff benennt. Voraussetzung dafür ist gleichzeitig, dass der*die Proband*in dann davon ausgeht, dass auch die Adressat*innen einer solchen Äußerung diesen mathematischen Begriff kennen bzw. verwenden können. Die Komplexität ist in dieser Deutung schlicht dadurch reduziert, dass der mathematische Sachverhalt bereits als vertrautes Repräsentamen von den Interagierenden gedeutet und von den Beteiligten eine gemeinsame Rahmung des Begriffs aktiviert werden kann. Dann wäre die Reduktion der Gestik lediglich als Hinweis auf eine besonders effektive Darstellung unter dem Handlungsdruck der Interaktion zu sehen und nicht, weil etwa der Inhalt als besonders komplex gerahmt würde.

Die Bezeichnung als *Modus der Wahl*, wie ich oben für Gesten von Lernenden in mathematischen Situationen ausgeführt habe (vgl. Kap. 10.1), könnte sich möglicherweise in diesem Sinne erweitern lassen: Man könnte mit Blick auf meine und Kiesows (2016) Studie annehmen, dass Interagierende relativ unbewusst und stets einerseits zugunsten einer

möglichst effektiven Darstellung, und gleichsam andererseits passgenau auf die Adressaten bzw. den mit ihnen geteilten Deutungshintergrund abgestimmt entscheiden, welcher Modus zur Darstellung des jeweiligen mathematischen Sachverhaltes besonders geeignet erscheint. Eine darauf fokussierte, sich an die vorliegende Arbeit anschließende Forschung wäre denkbar (vgl. Kap. 10.4.2).

10.3.3 Anschlussfähigkeit der Forschungsergebnisse und des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen* an die semiotische Sichtweise auf mathematisches Lernen

Als eines der zentralen Ergebnisse meiner Forschungsarbeit wurde in Kapitel 10.1 herausgestellt, welche Funktionen und Gestalten für Gesten in mathematischen Interaktionen, theoretisch einerseits verstanden als sozial konstituierter und durch das Kollektiv der Interagierenden gestalteter mathematischer Aushandlungsprozess (vgl. Kap. 4) und andererseits verstanden als unendlicher semiotischer Prozess im Peirce'schen Sinne (vgl. Kap. 6), rekonstruiert werden konnten. Dabei wurde deutlich, dass Gesten nicht rein auf interaktiver Ebene z. B. Adressierungen vornehmen, die Aufmerksamkeit steuern oder die Interaktion takten, im Sinne einer Strukturierung des Diskurses und der Klärung und des Abgleichs aktivierter Rahmungen, sondern eine *eigene fachspezifische Dimension* aufweisen können. Diese ist dann gegeben, wenn Gesten im Schwerpunkt die Funktion erfüllen bzw. von den Lernenden dazu verwendet werden, ihre mathematischen Ideen und Erkenntnisse darzustellen, die Lesart und Regelmäßigkeit eines im Zeichenprozess verhandelten mathematischen Diagramms anzuzeigen oder selbst zum Diagramm werden, an dem dann im weiteren Verlauf – häufig wiederum gestisch – Manipulationen und relationale Strukturen vorgenommen und angezeigt werden. Diese fachspezifischen Funktionen der Gesten wurden im *doppelten Kontinuum der Gesten* berücksichtigt und grafisch durch einen Farbverlauf abgetragen. Sie stellen neben der *diskursstrukturierenden Funktion* und der Funktion *Zugang/Rahmung suchend/klärend* die Skalenpunkte der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* dar.

Dörfler (2006a, 2015) betont in Anlehnung an Peirce (Peirce, 1931, CP I.54) die Bedeutung des *diagrammatischen Arbeitens* im mathematischen Lern- und Auseinandersetzungsprozess. Mathematisches Agieren versteht Dörfler (2006a) als den sozial konstituierten Gebrauch von Diagrammen, deren Erstellung, Manipulation und Weiterentwicklung als die zentrale mathematische Tätigkeit, um Erkenntnisse zu gewinnen und durch den regelgeleiteten Umgang mit Diagrammen zu vertiefen (vgl. Dörfler, 2006a, S. 105; Kap. 5.2 u. Kap. 7.2). Ist Gestik also nachweislich Teil dieses *diagrammatischen Arbeitens* Lernender – und das lässt sich an meinen Analysen zeigen – so ist ihre fachspezifische Bedeutung belegt. Und auch wenn sie zunächst ein flüchtiger, nicht-festgelegter, ja gar weitgehend regelfreier Modus zu sein scheint, der aus mancherlei Sicht hauptsächlich als Beiprodukt menschlicher Kommunikation lediglich begleitet und unterstützt und schon gar kein Anteil an der für die Mathematik als zentral

herausgestellten Schriftlichkeit hat, so kann man an meinen Daten sehen: Gesten können *inskriptional-diagrammatischen Charakter* haben, sie können regelhafte mathematische Strukturen zeigen, werden gar manchmal *selbst als Inskription und als Diagramm* in der mathematischen Auseinandersetzung der Lernenden verwendet und sind daher funktional und strukturell Teil des mathematischen Agierens. Der Blick der Semiotik auf die Zentralität der Zeichen in der Mathematik kann durch die vorliegende Forschungsarbeit erweitert werden und gerade bezüglich der Betonung des Gebrauchs von Zeichen (vgl. Dörfler, 2006a, 2015) können Gesten in ihrer Funktion im und für den mathematischen Zeichenprozess mitberücksichtigt werden.

Dies gelingt aus forschungsmethodischer Perspektive bereits dadurch, dass für die vorliegende Forschungsarbeit die analytische Verwendung der Semiotischen Prozess-Karten, die von Schreiber (2010) entwickelt wurden, für den gestischen Modus angepasst wurden. Es wurde dazu eine gestische Triade über den Interpretanten verbunden mit einer lautsprachlichen Triade verwendet und im Zeichenprozess grafisch dargestellt. So stellt sich der Zeichenprozess als komplexe Verkettung von Triaden dar, der auch Abbrüche, Rahmungsdifferenzen und modusspezifische, wie modusübergreifende „Zeichenwanderungen“ (Vogel, pers. Korrespondenz) zeigt (vgl. Kap. 8.7.2). Letztlich ist die Beachtung der Gesten bereits in der Peirce'schen Semiotik angelegt, weil sein Zeichenbegriff ein umfassendes Instrumentarium bereithält, Dinge jeglicher Art als Zeichen beschreiben zu können, unter der Bedingung, dass sie als Zeichen durch eine*n Zeichenleser*in wahrgenommen werden (vgl. Kap. 6.2).

Der triadische Zeichenbegriff spiegelt sich nicht nur in meinen Analysen wider, sondern lässt sich in dem aus diesen Analysen entwickelten *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* wiederfinden: So kann man die Relata der Peirce'schen Triade – *Repräsentamen, Objekt und Interpretant* – den Dimensionen des Kontinuums und den darin eingeordneten Gesten zuordnen. Die rekonstruierten Repräsentamen der Zeichentriaden lassen sich im Kontinuum als die eingeordneten Gesten wiederfinden. Die dort verwendeten Gestenbezeichnungen sind entwickelt aus allen in den Semiotischen Prozess-Karten dargestellten Bildfolgen und damit aus allen in den Daten rekonstruierten gestischen Repräsentamen der Triaden im Zeichenprozess. Die *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* lässt sich darüber hinaus mit der Idee des Interpretanten und des Grounds des Zeichens bei Peirce verbinden. Hier wird deutlich, welche Funktion in der Interaktion bzw. dem Zeichenprozess einzelnen Gesten im Schwerpunkt interaktiv zugewiesen wird bzw. welche Funktion in diesem Sinne analytisch rekonstruiert werden konnte. Die *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* schließlich stellt mit ihren Skalenpunkten eine Verbindung zum Peirce'schen Objekt in der Zeichentriade her, weil sie klärt, wie durch die Gestengestalt der Bezug zum vermeintlich mit dem Zeichen gemeinten Objekt hergestellt wird bzw. wie der*die Zeichenleser*in durch die Interpretation der Gestengestalt das durch den*die Zeichenleser*in vermeintlich damit gemeinte Objekt identifizieren kann.

Wie bereits angeklungen ist, wird mit dem Objektbegriff im Kontinuum theoriekonform die Vorstellung des Objektes im Sinne der Zeichentheorie nach Peirce verbunden (vgl. Kap. 6.2): Demnach kann das Objekt des Zeichens nach Peirce ein Ding oder ein Gegenstand umfassen, aber auch ein Gedanke, eine Regel oder etwa eine Vorstellung von etwas sein. In Kapitel 6.2 wird in diesem Zusammenhang auch auf Fricke (2007) verwiesen, die als Objekt bei Peirce „alles, was zum Gegenstand des Denkens, Fühlens und Wollens, der Wahrnehmung oder auch nur der Vorstellung gemacht werden kann“ (Fricke, 2007, S. 192; zitiert in Kap. 6.2) bezeichnet. Das Objekt bei Peirce ist nach Schreiber (2010) das, was die zeichenlesende Person der zeichenerzeugenden Person unterstellt mit dem Zeichen gemeint zu haben (vgl. Schreiber, 2010, S. 32; Kap. 6.2). Damit sind im Kontinuum mit der Bezeichnung *Objekt* ebenso materiell tatsächlich in der jeweiligen Situation verfügbare Dinge, aber auch fiktive, gedankliche Dinge gemeint, möglicherweise rein gestisch dargestellte Dinge, die im Raum verortet werden und worauf im Verlauf der Interaktion Bezug genommen wird und damit allgemein Dinge, die Gegenstand des Aushandlungsprozesses sind.

Das Objekt ist *indexikalisch*, *ikonisch* oder *symbolisch* in die Zeichentriade eingebunden (vgl. Peirce, 1931, CP I.369). *Indexikalisch* meint als Hinweis auf das Objekt, *ikonisch* als auf Ähnlichkeit beruhende Darstellung desselben und *symbolisch* als auf eine Gewohnheit oder Gesetzmäßigkeit beruhende Deutung des Zeichens als Symbol. Peirce beschreibt dies so:

„There are three kinds of signs. Firstly, there are *likenesses*, or icons; which serve to convey ideas of the things they represent simply by imitating them. Secondly, there are *indications*, or indices; which show something about things, on account of their being physically connected with them. Such is a guidepost, which points down the road to be taken, or a relative pronoun, which is placed just after the name of the thing intended to be denoted, or a vocative exclamation ‘Hi! there’, which acts upon the nerves of the person addressed and forces his attention. Thirdly, there are *symbols*, or general signs, which have become associated with their meanings by usage. Such are most words, and phrases, and speeches, and books, and libraries.” (Peirce, 1998, EP II, S. 5; Hervorhebungen im Original)

Als Beispiel für ein Ikon wird eine Momentaufnahme, eine Fotografie, angegeben. Ein Index sei Peirce folgend alles, was Aufmerksamkeit erzeuge, z. B. ein Donnerschlag oder eine Uhr, welche die Tageszeit anzeigt.

“The index is physically connected with its object; they make an organic pair. But the interpreting mind has nothing to do with this connection, except remarking it, after it is established.” (Peirce 1998, EP II, S. 9)

Peirce weist im Unterschied zum Index beim Symbol auf einen symbol-gebrauchenden Geist hin, der obligatorisch sei.

„The symbol is connected with its object by virtue of the idea of the symbol-using mind, without which no such connection would exist.” (Peirce, 1998, EP II, S. 9)

Mit Bezug zu Hoffmann, M. H. G. (2001) wurde in Kapitel 6.1 darauf hingewiesen, dass ein Symbol nur dann als ein solches interpretiert werden kann, wenn seine Bedeutung vertraut

ist, weil bspw. eine Gesetzmäßigkeit erkannt oder eine Gewohnheit als Deutungsgrundlage genutzt werden kann (vgl. dazu auch den *Ground* des Zeichens bzw. Repräsentamens, Kap. 6.3).

Die Indexikalität, Ikonizität und Symbolhaftigkeit des Zeichens ist im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* in den verschiedenen Skalenpunkten der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* abgebildet. So weist etwa eine Geste, die auf dieser Objektdimension dem Skalenpunkt *gestische Darstellung der Gestalt von Dingen oder eines Merkmals dieser* zugeordnet ist, auf einen ikonischen, auf Ähnlichkeit beruhenden Charakter hin, während (*Zeige-*)*Geste(n) an Dingen oder ihren Anordnungen* sowohl indexikalisch wie auch ikonisch in die Zeichentriade eingebunden sein können, wenn bspw. Zeigegesten-Abfolgen als Vertauschung von Positionen bzw. Permutation von Elementen der Ausgangsmenge interpretiert werden (vgl. Beispiele 1, 2 u. 3, Kombinatorik; Kap. 9.3.1 bis 9.3.4). Gesten als Symbol zu interpretieren setzt, wie Peirce beschreibt, einen symbol-gebrauchenden Geist voraus. Damit ist die Frage danach, welcher Skalenpunkt im Kontinuum mit der symbolischen Zeichenart verbunden werden kann, abhängig von der Interpretation der Geste in der Interaktion durch die sie deutenden Interagierenden. Allgemein lässt sich in Bezug auf Gesten für Embleme eine solche symbolhafte Objektbeziehung beschreiben: Wie in Kapitel 3.1.4 erläutert, kommen *emblematische Gesten* ohne Lautsprache aus und zeigen laut Fricke (2007) eine starke Form-Deutungs-Beziehung sowie die Möglichkeit, durch ihre Lexikalisierung Lautsprache zu ersetzen, z. B. die Daumen-hoch-Geste in unserem Kulturkreis (vgl. Fricke, 2007, S. 153; Kap. 3.1.4). Damit kann eine solche Geste im Peirce'schen Sinne als Symbol bezeichnet werden, die auf einer konventionalisierten, festgelegten und gewohnheitsmäßigen Deutung beruht. Ist diese Gewohnheit nicht entwickelt, ist also kein symbol-gebrauchender Geist vorhanden, der die Geste als Symbol deuten bzw. verwenden kann, wird die Geste auch nicht in ihrer möglichen symbolhaften Bedeutung verstanden.

In der vorliegenden Arbeit wurden zwar vornehmlich Gesten der Lernenden untersucht, die spontan während des Sprechens geäußert werden und damit primär keine bereits festgelegten Embleme einer größeren Sprachgemeinschaft sind, dennoch können auch bei diesen spontan erzeugten Gesten solche rekonstruiert werden, die symbolischen Charakter innerhalb der kleinen Gemeinschaft von Sprechenden der untersuchten Situationen nach Peirce aufweisen. Eine Interpretation als Symbol verweist auf eine Gesetzmäßigkeit, auf eine entwickelte Gewohnheit, die eine bestimmte Deutung der Geste evoziert. Der Gebrauch einer Geste als Symbol könnte dann auch darauf verweisen, dass innerhalb der Interaktion von den Beteiligten eine „als gemeinsam geteilt geltende Deutung[g]“ (vgl. Krummheuer, 1992, S. 18) der Geste hervorgebracht wurde oder, in Fricke's (2007) Sichtweise, die Geste einen Konventionalisierungsprozess im Sinne einer gewohnten Deutung einer vertrauten Geste durchlaufen hat (vgl. Fricke, 2007, S. 196; Kap. 3.1.4). Eine solche Geste zeigt sich in meinen Daten bspw. in Beispiel 4 (Geometrie), in dem Jana und Ayse gemeinsam versuchen, einen Nachbau eines Originalgebäudes aus Bausteinen zu erstellen: Sie nutzen ihre tippenden und zeigenden Gesten auf Steine oder Steinpositionen nicht nur indexikalisch als Verweis auf

jeweils diesen einen Stein oder diese eine Position im Gebäude, sondern etablieren dieses Zeichen im Verlauf des gemeinsam gestalteten Zeichenprozesses als ein Tippen auf Steine oder Positionen verbunden mit der Deutung, *diese Steine oder Positionen im Vergleich zu den entsprechenden Steinen oder Positionen am jeweils anderen Bau* (Nachbau oder Originalbau) zu betrachten. Diese Zeigegesten wurden bereits in Kapitel 10.1 oben beschrieben und in Abbildung 10.1_22 beispielhaft aufgeführt.

Auch die bereits in Kapitel 10.1 und Kapitel 10.2.2.21 ausführlich beschriebene Dachgestik in der Ausführungsvariante I und II von Jakob (vgl. Beispiel 1, Abb. 10.1_2) zeigt potentiell Symbolhaftigkeit als Eigenschaft des Zeichens: Die Geste wird situationspezifisch von Jakob wiederholt verwendet, und zwar immer zu Beginn eines Erklärungsblocks. In der zweiten Variante wird sie auch zur Darstellung von inhaltlich für Jakob Bedeutsamem verwendet. Sie wurde in der ersten Variante im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* im Schwerpunkt der Funktion der *Diskursstrukturierung*, in der zweiten Variante dann am Übergang der Funktion zur *Darstellung einer mathematischen Idee/Erkenntnis* und *manipulierend am Diagramm* zugeordnet (vgl. Abb. 10.1_2, Abb. 10.2.2.1_32 u. Abb. 10.2.2.3_46). In dieser zweiten Ausführung erhält sie eine fachliche Wendung im Gebrauch, indem Jakob sie zugespitzt auf die nachgelegten Reihenfolgen ausführt und die räumliche Ausprägung bestimmter Reihenfolgen durch das Aufspannen des *gestischen Dachs* nach rechts und links über diesen Reihenfolgen betont (vgl. Kap. 10.1). Situationsübergreifend wird eine vergleichbare Gestik auch von Maya in Beispiel 5 (Geometrie) erzeugt, ebenfalls zu Beginn der Darstellung einer Erklärung ihres Bauplanes (vgl. Abb. 10.1_4, Abb. 10.2.2.3_46). Für Maya könnte diese zur Dachgestik von Jakob vergleichbare Geste zu Beginn ihrer Bauplan-Erläuterung allerdings nur dann eine symbolhafte Deutung hervorrufen, wenn sie, wie eine Gewohnheit, in ähnlicher Weise immer zu Beginn anspruchsvoller Darstellungen von Maya verwendet werden würde. Dies lässt sich an meinen Daten hier nicht nachweisen. Dazu bedürfte es noch mehr Analysen von Sequenzen mit Beteiligung von Maya. Jakobs Dachgestik kann Maya nicht kennen, weil sie mit ihm die Situation nicht durchlaufen hat. Wie in Kapitel 6.1 beschrieben, weist M. H. G. Hoffmann (2001) darauf hin, dass Zeichen vor allem dann als Symbole von dem*der Zeichenleser*in gedeutet werden, wenn er*sie über einen entsprechenden *Ground* verfügt, der eine solche Deutung ermöglicht. Fehlt dieser *Ground*, ist das Zeichen auch kein Symbol (vgl. Hoffmann, M. H. G., 2001, S. 13; Kap. 6.1).³⁰⁵

³⁰⁵ Diese Geste erhält *rein in der analytischen Sicht* symbolhafte Deutung, weil sie von der Forschenden wiedererkannt wird und als Einleitung in eine Erklärung gedeutet wird. Maya führt zwar eine zu Jakob vergleichbare Geste aus, sie kann aber Jakobs Geste nicht kennen, weil sie mit ihm im Rahmen der Datenerhebung nicht zusammengearbeitet hat. Daran lässt sich erkennen, dass der symbolhafte Gebrauch und eine Deutung in diesem Sinne von Gesten oder von Zeichen im Allgemeinen immer abhängig davon ist, welche Rahmung bzw. welcher *Ground* durch die Wahrnehmung dieser Zeichen aktiviert wird: Die Forscherin verfügt über einen Deutungshintergrund, der situationsübergreifende Vergleiche in der Analyse ermöglicht, die Interagierenden nur bezüglich der selbst durchlaufenen Situationen und vergleichbarer Situationen aus der Vergangenheit.

Es lassen sich jedoch in den analysierten Sequenzen durchaus symbolhaft verwendete Gesten der Interagierenden in ihrer Deutung rekonstruieren: Jakob z. B. in Beispiel I (Kombinatorik) fokussiert in beiden Erklärungen Reihenfolge eins und drei, die er bezüglich gleicher und nicht gleich besetzter Positionen betrachtet. Dazu führt er in der ersten Erklärung eine Gestenabfolge aus, die jeweils zunächst den Fixpunkt in Position eins hervorhebt durch ein gleichzeitig ausgeführtes Tippen auf diese ersten Positionen von Reihe eins und drei. Anschließend markiert er die vertauscht besetzten Positionen zwei und drei in den Reihen durch eine wechselnde wippende, tippende Geste über diesen Teilen der Reihenfolgen. In der zweiten Erläuterung stellt er erneut die Fixpunkte und anschließend die Vertauschung der Positionen zwei und drei innerhalb der Reihenfolgen eins und drei durch eine bestimmte Tippereihenfolge auf diese Positionen dar. In einer letzten Ausführung wird in verlangsamer Geschwindigkeit eine weitere Gestenabfolge durch Jakob erzeugt, die nochmals die Deutung der Vertauschung bzw. Permutation evoziert (vgl. Abb. 10.3.3_56 als Ausschnitte aus SPK I). Damit ergibt sich hier eine Verschachtelung im Gebrauch von symbolhaft gebrauchten gestischen Zeichen, die in Abbildung 10.3.3_56 durch die ineinander verschachtelten Rechtecke und die beschrifteten Pfeile angedeutet ist. Die Symbolhaftigkeit ergibt sich damit einerseits bezogen auf einen entsprechenden Deutungshintergrund, andererseits emergiert diese Zuweisung *im Zeichenprozess*, was sich in Abbildung 10.3.3_56 besonders deutlich über die Beobachtung der Triaden 12a, 23 und 24 im Verlauf der Sequenz beobachten und nachzeichnen lässt.

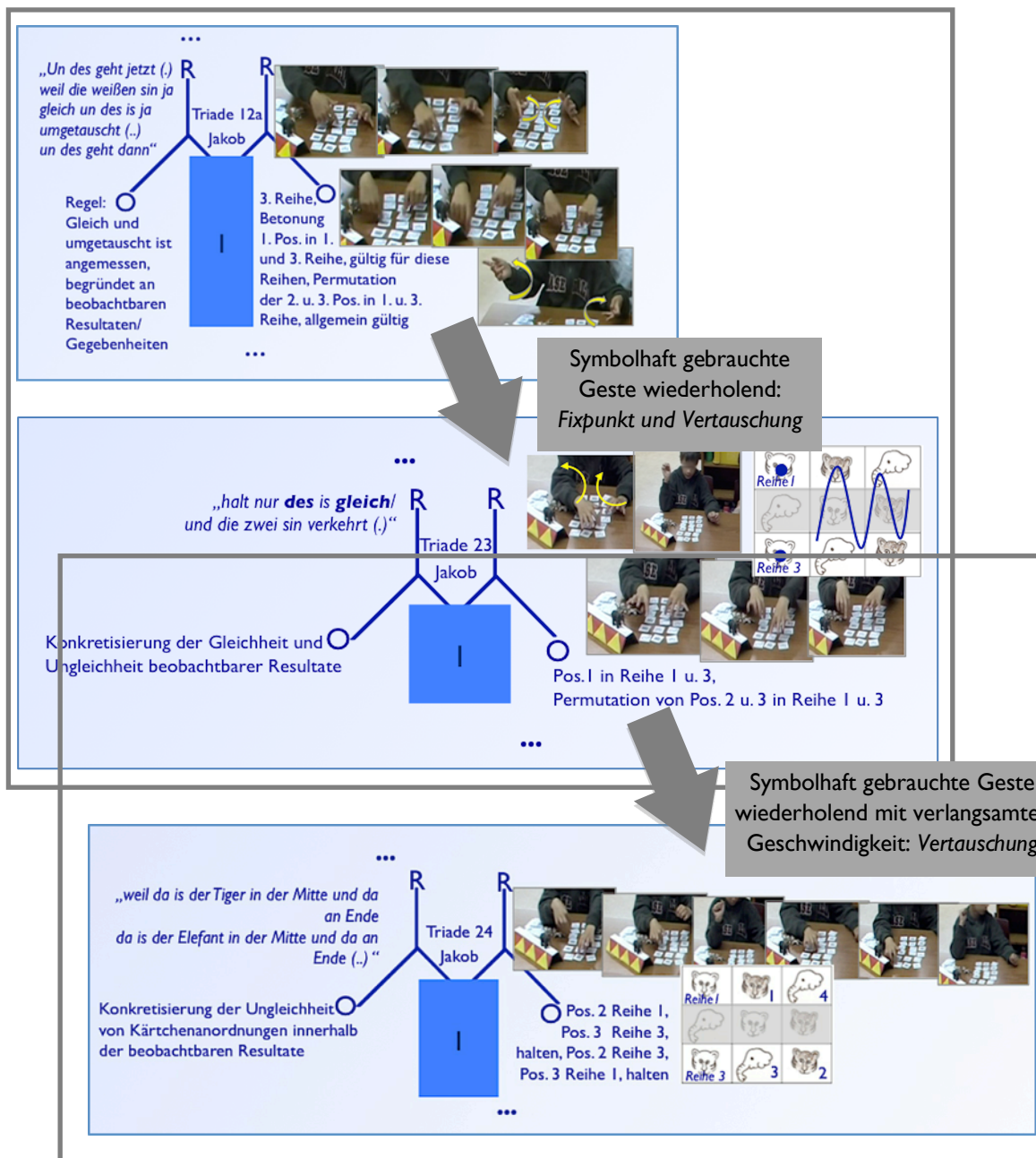


Abb. 10.3.3_56 Der symbolhafte Gebrauch der Fixpunkte- und Vertauschungsgestenabfolge von Jakob im Zeichenprozess (Beispiel I: Kombinatorik, Ausschnitte aus SPK I)

Gesten in mathematischen Situationen Lernender zeigen durch diese Möglichkeit des symbolhaften Gebrauchs durch die Interagierenden eine Eigenschaft, die bereits unter interaktionstheoretischer Sicht als *rahmungssensitiv* bezeichnet wurde (vgl. Kap. 10.1 u. Kap. 10.3.1). Im semiotischen Duktus lässt sich hier eher von einer *Ground-Sensitivität* sprechen, weil solche Gesten potentiell den gemeinsamen *Ground* von Zeichenerzeuger*in und Zeichenleser*in, den *commens*, wie Peirce es nennt (vgl. Peirce, 1998, EP II, S. 478; Kap. 6.2), gestalten; es wird eine Gewohnheit ausgebildet, die dazu führt, dass vertraute Zeichen erkannt und sozial etablierte Deutungen aktiviert werden (vgl. Schreiber, 2010, S. 59). Dies muss nicht

zwangsläufig gelingen: In dem gezeigten Beispiel I kann man in der Analyse auch zu der Interpretation kommen, dass Claus die von Jakob intendierte vertraute und symbolhafte Deutung nicht leisten kann. Es bleibt in der analysierten Sequenz letztlich offen, ob Claus im Sinne eines gemeinsamen *commens* mit Jakob die Gestenabfolge als Vertauschung und Fixpunkt in zwei zu vergleichenden Reihen deuten kann oder ob der symbolhafte Gebrauch der Gestenabfolge Jakobs in Claus' Interpretation der Zeichen nicht vorkommt, weil er möglicherweise letztlich eine zu Jakob verschiedene Diagrammdeutung der Reihenfolgen – stärker bezogen auf *eine* Reihe und die Positionen innerhalb dieser Reihe – vornimmt. Dafür spricht z. B., dass Claus in derselben Sequenz nach Jakobs Hinweis, dass es sechs Reihenfolgen geben muss, damit beginnt, einzelne Kärtchen in den nachgelegten Reihenfolgen abzuzählen. Nachdem er dann die Anzahl von sechs erreicht hat, verändert Claus seine Gesten zu konstanten Zeigegesten über den restlichen Reihenfolgen, möglicherweise weil er irritiert ist von einer Anzahl, die deutlich größer als sechs zu werden scheint, obgleich Jakob von sechs gesprochen hat, die Claus hier mutmaßlich versucht vorzufinden (vgl. Kap. 9.3.1). Für Jakob aber als gleichzeitiger Zeichenerzeuger und Zeichenleser kann eine symbolhafte Deutung des Gebrauchs der Fixpunkt-Vertauschungsgestenabfolge als hinreichend wahrscheinlich rekonstruiert werden. Der wiederholende Gebrauch spricht nicht nur dafür, sondern stabilisiert hier auch für Jakob diese Deutung und trägt daher wiederum selbst auch zur Stützung der aktivierten Rahmung oder des verwendeten *Grounds* von Jakob bei. Auf ein solches Wechselspiel von wiederholt verwendeten, vergleichbaren Zeichen für das gleiche Gemeinte auf Grundlage eines bestimmten Deutungshintergrunds, der sich gleichsam über diese wiederholte Verwendung der Zeichen stabilisiert und dadurch weiterentwickelt wird, wurde bereits in den Kapiteln 6.3 und 7.1 hingewiesen.

10.4 Fazit der Forschungsarbeit zum Gebrauch und zur Bedeutung von Gesten beim Mathematiklernen

In der vorliegenden Forschungsarbeit wurde der übergeordnete Forschungsfokus bearbeitet, wie Grundschüler*innen Gestik und Lautsprache, insbesondere in deren Zusammenspiel, nutzen, um ihre mathematischen Ideen in interaktiven Aushandlungsprozessen einzubringen und über den Verlauf aufzugreifen, möglicherweise weiterzuentwickeln oder auch zu verwerfen. Die den Forschungsfokus ausdifferenzierenden Fragen beleuchteten dann im Besonderen mögliche Konventionalisierungen von Gesten im Zeichenprozess, verbunden mit der Frage der Bedeutung solcher sozial etablierter Gestenformen für die von den Interagierenden aktivierten Rahmungen (vgl. Kap. 7.3). Die Arbeit ist als explorative Forschung im deutschsprachigen Raum bezüglich der Bedeutung von Gesten beim Mathematiklernen im Grundschulalter angelegt.

Das zentrale Forschungsergebnis umfasst die Erkenntnis, dass Gesten *konstitutiver Teil des mathematischen Agierens* junger Lernender sind, weil sich ein diagrammatisches Arbeiten im gestischen Modus nachweisen lässt und dabei Gesten das Potential haben, als Diagramme im

Peirce'schen Sinne in mathematischen Interaktionen von Lernenden verwendet zu werden. Die Lernenden gestalten die Interaktion somit wort-wörtlich *mit mathematischen Diagrammen im Handumdrehen*.

Mit den drei prägenden theoretischen Leitlinien der Arbeit wurde der Ausgangspunkt der Studie in geeigneter Weise gerahmt: Erkenntnisse aus der *Gestikforschung* (Kap. 3) wurden dazu genutzt, die Bedeutung von Gesten in Relation zur Lautsprache als Teil der menschlichen Interaktionen zu verstehen und beschreiben zu können. Der *interaktionstheoretische Ansatz* aus der Mathematikdidaktik (Kap. 4) fokussierte vor allem das Lernen von Mathematik und die Bedeutung der Interaktion für diesen Prozess. In Kapitel 5 wurde der Blick auf bereits bestehende Forschungen gerichtet, welche die beiden Perspektiven – Gesten und Mathematiklernen – verbinden. Es wurde darin umrissen, welche Erkenntnisse zu Gesten im Mathematiklernen oder bei der Beschäftigung mit einzelnen mathematischen Aufgaben bereits vorliegen. Die *Peirce'sche Semiotik* in Kapitel 6 ermöglichte schließlich die Rahmung von Gesten als Zeichen und eröffnete eine theoretische Perspektive auf die Bedeutung von solchen Zeichen in Bezug auf Diagramme der Mathematik und im Mathematiklernprozess.

Die Konzeption der Studie umfasste die Entwicklung und Erhebung von mathematischen Interaktionssituationen von Grundschüler*innen in verschiedenen mathematischen Bereichen mithilfe der mathematischen Situationspattern (vgl. Vogel, 2011). Es wurden Tandem-Situationen videografiert, die vor allem auf die Interaktion der Schüler*innen untereinander, begleitet von einer erwachsenen Person, angelegt waren (vgl. Kap. 8.4). Dabei ging es weniger um das Finden eines mathematisch adäquaten Lösungsweges, sondern vielmehr darum, zu verstehen, wie Lernende ihre Gesten in einem gemeinsamen mathematischen Aushandlungsprozess in Relation zur Lautsprache verwenden.

In den detaillierten Analysen ausgewählter Sequenzen dieser Situationen wurde daher auf Mikroebene der interaktive Zeichenprozess mit dem besonderen Fokus auf Gestik in Relation zur Lautsprache der Lernenden betrachtet (vgl. Kap. 9). Dabei stellte sich zunächst die Entwicklung der Transkriptform, die im Besonderen die Gesten der Interagierenden in Relation zur Lautsprache abbildet und schließlich die Aufbereitung der Daten in Form dieser Transkriptpartitur als zeitlich sehr umfangreich dar. Für den Analyseprozess war diese Entwicklung jedoch äußerst gewinnbringend in Bezug auf die Verlangsamung von interaktiven Prozessen und zum Nachvollzug der Gestenbewegungen. Bei der Entwicklung der Transkriptform wurde besonders auf eine theoretische Fundierung durch Erkenntnisse der Gestenforschung Wert gelegt. Die entwickelte Partitur berücksichtigt bspw. die besondere Relation von Lautsprache und Gesten als integratives Sprachsystem, die Schwierigkeit einer abgrenzenden Gestendefinition von anderen Ausdrucksmodi und Körperbewegungen, die Gestenphasen im Sinne Kendons (2004) und die Beschreibung von Gesten mithilfe der vier phonologischen Merkmale als Adaption aus der Gebärdensprachenlinguistik (vgl. Kap. 1 u. Kap. 8.4). Die Erstellung der Transkripte, die theoretisch fundierte Gestaltung dieser und die Beschreibung der Gesten erwiesen sich dabei als zeitlich aufwendige Prozesse. Beabsichtigt

man in folgenden, sich potentiell anschließenden Forschungsprojekten (vgl. Kap. 10.4.2) erneut die entwickelte Transkriptpartitur zu nutzen, ist dieser Entwicklungsprozess der Transkriptform bereits durchlaufen, wenngleich möglicherweise dann Adaptionen an einen entsprechenden Datensatz erforderlich sein könnten. Es bleibt allerdings die Herausforderung der Transkripterstellung im Spannungsfeld von theoretischem Anspruch und zeitlichem Umfang bestehen. Hier hilft eine gewisse Erfahrung im Erstellungsprozess und beschleunigt den Arbeitsprozess. In Interpretationssitzungen im Verlauf meines Forschungsprozesses,³⁰⁶ auch mit Wissenschaftler*innen ohne direkten Bezug zur Gestenforschung, erwies sich diese Form der Transkriptpartitur zwar als anspruchsvolle, aber stets äußerst geeignete Art, um den Interaktionsprozess mit Blick auf Gesten und Lautsprache im Detail und verlangsamt nachvollziehen zu können. Besonders die genaue Beschreibung der Körperbewegungen führte dabei häufig zu einer intensiven interpretativen Auseinandersetzung mit diesen Bewegungsabläufen. In Testphasen der Transkriptpartitur, in denen nur die Beschreibung der Körperbewegungen ohne zugehörige Lautsprache in Gruppen analysiert wurde, zeigte sich, dass bereits daran häufig eine fachlich bezogene und passgenaue Interpretation erzeugt werden konnte, die auch bei Hinzunahme der Lautsprache nicht deutlich andere Deutungen evozierte. Dies spricht, trotz aller theoretischer und arbeitsintensiver Mühen, für die Verwendung der entwickelten Transkriptpartitur und zeigt in Bezug auf die Gestik ihre Bedeutung für die fachliche Auseinandersetzung von Lernenden.

Bezüglich der Analyseverfahren der Interaktionsanalyse (vgl. Krummheuer, 1992; Kap. 8.7) und der Semiotischen Analyse mithilfe der Semiotischen Prozess-Karten nach Schreiber (2010; Kap. 8.7.2), ist anzumerken, dass auch der Analyseprozess zeitlich und textlich einen gewissen Umfang aufweist. Die Analysen in dieser Form profitierten aber gerade durch den reflexiven Prozess des stetigen Rückschauens und gegenseitigen Abgleichens der beiden Analyseformate, insbesondere bei der Durchführung der Semiotischen Analyse im zweiten Analyseschritt. Die genutzten Semiotischen Prozess-Karten erwiesen sich in meiner Forschungsarbeit nicht nur als geeignet zur grafischen Darstellung und zum detaillierten Nachvollzug des Zeichenprozesses, sondern ließen durch die Vielfältigkeit der darin integrierten Informationen zum Verlauf des Zeichenprozesses vielfältige Fokussierungen der Beobachtungen zu: Sie leiten den*die Forschenden wie eine Art Landkarte durch den betrachteten Ausschnitt des unendlichen Zeichenprozesses und dienen dabei *selbst als Zeichen und Diagramm*, das es zu lesen und zu analysieren gilt und das die Einnahme verschiedener Perspektiven auf diesen Zeichenprozess zulässt, bspw. unter besonderer Beachtung der Zeichenentwicklung, der Rahmungsveränderungen über den Verlauf, der Nutzung von geteilten Zeichen der Interagierenden oder auch der Relation von erzeugter Lautsprache und gebrauchter Gesten.

Für zukünftige Forschungsvorhaben ist bezüglich der Transkripte zu überlegen, ob die im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* zusammengestellten Funktionen und

³⁰⁶ Die Analysesitzungen fanden insbesondere im Arbeitskreis Interpretative Unterrichtsforschung der GDM bei gemeinsamen Tagungen statt.

Gestalten der Gesten die Auswahl von zu transkribierenden Sequenzen steuern könnten, indem man z. B. Stellen in den Videodaten auswählt, die *auf den ersten Blick* mutmaßlich Gesten der Lernenden z. B. an Diagrammen zeigen. Je nach Forschungsanliegen könnten potentiell auch die rekonstruierten und von mir beschriebenen Gestengestalten genutzt werden (vgl. Kap. 10.1), um solche ersten Sequenzen aus dem Datenmaterial auszuwählen, die dann für die Transkripterstellung und Analyse verwendet und möglicherweise im fortschreitenden Prozess erweitert werden könnten. Stünden z. B. Funktion und Gebrauch *von Handlungen* der Lernende beim Mathematiktreiben und deren Schnittstellen zu Gesten im analytischen Fokus, könnten mithilfe der Gestengestalten Stellen in erhobenen Videodaten identifiziert werden, die z. B. gestisch eine Handlung nachstellen, um in einem zweiten Schritt zu sehen, ob zeitlich gesehen davor oder danach die gestisch nachgestellte Handlung mit konkretem Material umgesetzt wird bzw. wurde. So ließen sich möglicherweise Transformationsprozesse von Handlungen und Gesten bis hin zu anderen Modi potentiell nachverfolgen und untersuchen, wann Lernende welche Darstellungen in ihrer mathematischen Auseinandersetzung nutzen und wann der Modus wechselt. Solche Forschungsprojekte könnten langfristig Hinweise auf mögliche und auf die verwendeten Modi passgenaue Fördermöglichkeiten im Mathematiklernen bieten.

Die in meinen Analysen rekonstruierten Funktionen und Gestalten der Gesten wurden im Sinne einer Theoriegenese am Ende der Forschungsarbeit grafisch im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* in zwei in Relation stehenden Dimensionen zusammengefasst (vgl. Kap. 10.2). Dieses *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* ist eine aus den Daten entwickelte Theorie, die eine mittlere Reichweite in Bezug auf das Forschungsgebiet der Gesten im frühen Mathematiklernen und diesbezüglich kontextuellen Bezug aufweist (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001, S. 199f). Sie ermöglicht es, Gesten in mathematischen Interaktionen junger Lernender in Bezug auf Funktion und Objektbezug einzuordnen. Dabei umfassen die Gestenfunktionen und -gestalten nicht unübersichtlich viele Ausdifferenzierungen, sondern bieten mit einem gewissen Maß an allgemein gehaltenen Skalenpunkten im Kontinuum gleichsam fachlich, d. h. mathematisch und mathematikdidaktisch adäquate Gestenbeschreibungen. Zukünftige Forschungsvorhaben könnten das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* nutzen und möglicherweise entsprechend adaptieren, erweitern oder auch ausdifferenzieren. Wie bereits angesprochen, könnte in diesem Sinne der Versuch unternommen werden, das *doppelte Kontinuum der Geste für das Mathematiklernen* im multimodalen Sinne zu erweitern, indem Anschlussstellen für Handlungen links in der Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt und ganz rechts in dieser Dimension bezüglich der Lautsprache eine Ausgestaltung erfahren. Möglicherweise lassen sich ähnliche Funktionen wie für die Gesten im Mathematiklernen auch für Handlungen von Lernenden rekonstruieren, so dass auch die Dimension der Funktion des Gestengebrauchs eine Anschlussfähigkeit aufweist.

Zu den Forschungsfragen, die in Kapitel 7.3 zur Ausdifferenzierung des übergeordneten Forschungsfokus aufgestellt wurden und die vor allem das potentielle Wiederaufgreifen von Gesten (und von Lautsprache) auch sprecher*innenübergreifend in den Blick nehmen, lässt sich an den Daten rekonstruieren, dass sich solche Zeichen tatsächlich im Prozess der Interaktion nachverfolgen lassen: So konnte z. B. an Beispiel 1 (Kombinatorik) gezeigt werden, dass Claus das lautsprachliche Zeichen „sechs“ (Transkript 1, Äußerung 4 bzw. SPK-1, Triade 3, Kap. 9.3.1) von Jakob in den Reihenfolgen, und damit im Diagramm, durch einen gestisch tippenden und lautsprachlich begleiteten Zählprozess der einzelnen Kärtchen reihenweise versucht wiederzufinden (vgl. Abb. 10.1_6). Auch eigene gestische und lautsprachliche Zeichen greift Jakob mehrfach und häufig leicht variiert innerhalb dieser analysierten Sequenz auf, was oben bereits ausgeführt wurde (vgl. Kap. 10.1). In Beispiel 2 (Kombinatorik) konnte rekonstruiert werden, wie eine Zeigegeste von Ayse durch Jana übernommen und für die Darstellung ihrer zu Ayse konträren Meinung um 180° gedreht ausgeführt wurde, um am Diagramm die *eigene* mathematische Deutung darzustellen und dabei gleichzeitig die anteilig vergleichbare Sichtweise, aber gleichsam auch zu Ayses Einschätzung entscheidend verschiedene Meinung zum thematisch Verhandelten im Vergleich deutlich zu machen (vgl. Abb. 10.1_21). Jana und Ayse sind es auch, die in Beispiel 4 (Geometrie) eine Zeigegeste als gemeinsames Zeigezeichen etablieren und mit einer interaktiv hervorgebrachten mathematischen Bedeutung zu den thematisierten Bausteingebäuden verbinden (vgl. Abb. 10.1_22). Es wurde in der Komparation (vgl. Kap. 9.3.7) mit Verweis auf Sáenz-Ludlow (2018) herausgestellt, wie hier das Zeigen sowohl einen indexikalischen, ikonischen, und schließlich als dieses Zeigezeichen auch einen symbolischen Gebrauch interaktiv zugewiesen bekommt. An der Sequenz von Maya und Dennis (Beispiel 5: Geometrie) konnte schließlich besonders gezeigt werden, wie Gestik und Lautsprache von Maya durch Dennis in Handlungen beim Nachbau des Originalgebäudes transformiert wurden, wie sich hier die Schnittstellen der Ausdrucksmodi Lautsprache und Gestik im Übergang zu Handlungen gestalten und welche Schwierigkeiten sich im Deutungsprozess der Interagierenden bei den gegenseitigen Äußerungen ergeben können, wenn sie in der Zeicheninterpretation verschiedene Gewichtung auf die einzelnen Äußerungsmodi legen (vgl. Kap. 9.3.6).

Aus all diesen Erkenntnissen wurde in Kapitel 10.1 zusammengefasst, dass sich Gesten als funktional und in ihrer Gestalt vielseitig in mathematischen Interaktionen Lernender erweisen, dass Interagierende gegenseitige gestische und lautsprachliche Zeichen aufgreifen und daraus auch gemeinsame Deutungen generieren und sich die Gestik in all diesen Prozessen der interaktiven Aushandlung wiederholt als *rahmungssensitiv* in Bezug auf die Etablierung eines gemeinsamen dynamischen Deutungshintergrundes, eines *commens* in Peirce Worten (vgl. Kap. 6.3 u. Kap. 7.1), bezeichnen lässt. In Kapitel 7.1 wurden genau dieses theoretische Konzept der Rahmung (vgl. Krummheuer, 1992; Schreiber, 2010) bzw. des *commens* (vgl. Peirce, 1998, EP II, S. 478) und die Interpretation als verbindende Elemente der theoretischen Leitlinien meiner Forschungsarbeit herausgestellt, was sich somit auch in den Daten als mitgestaltet und manchmal auch exklusiv ausgedrückt durch den gestischen Modus zeigen lässt.

Das entwickelte *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen*, das schließlich die Forschungsergebnisse zusammenfasst und theoretisch fundiert grafisch aufbereitet, kann dazu dienen, Mathematiklernprozesse hinsichtlich der Funktion und der Gestalt von Gesten, die durch die Lernenden in der Interaktion hervorgebracht und verwendet werden, beschreiben und verstehen zu können. Es bietet einen systematischen Blick auf die Fachspezifik von Gesten und zur Strukturierung von Erkenntnissen aus rekonstruktiven Analysen interaktiver mathematischer Aushandlungsprozesse.

10.4.1 Überlegungen für die Praxis in Bezug auf den Gestengebrauch im Mathematikunterricht

Welche Schlüsse lassen sich nun aus meiner Forschungsarbeit für den Mathematikunterricht der Grundschule ziehen: Sollte es etwa einen *Gesten-Unterricht* im Fach Mathematik geben? Und wie kann ein solcher *gestensensibel gestalteter Mathematikunterricht*³⁰⁷ aussehen? Können möglicherweise mathematische Gesten – wie auch immer sie aussehen mögen – als Zeichenrepertoire *gelehrt und gelernt* und letztlich damit die Bedingungen für mathematisches Lernen in positiver Weise beeinflusst werden?

Solche, möglicherweise zunächst naheliegenden Schlussfolgerungen, bedürfen in Bezug auf das mathematische Lernen aus meiner Sicht einer genaueren Betrachtung. Dabei ist die Idee, *Gesten zu nutzen*, um Entwicklungsprozesse zu unterstützen, mit Blick auf bereits bestehende Konzepte im Bereich der frühkindlichen Förderung vor allem im Bereich der Sprache (Spracherwerb und Schriftspracherwerb) nicht neu. Sie ist aber in diesen Zusammenhängen differenziert zu betrachten, was auch für den Mathematikunterricht als angesprochenes Feld meiner Forschungsarbeit gilt.

Zunächst zwei Beispiele bezüglich einer solchen frühen Förderung mit Gesten einerseits im Spracherwerb und andererseits im Schriftspracherwerb:

Im Bereich des Spracherwerbs im Säuglingsalter haben sich seit etwa den 90er Jahren zahlreiche Konzepte des sogenannten *Baby-Signings* etabliert (vgl. Kiegelmann, 2009; Hotze, 2014; Bidgood, Kirk, Durrant, Peter, Pine & Rowland, 2018). Es handelt sich dabei um eine Art rudimentäre Gebärdensprache, die hörende Eltern mit ihren hörenden Babys erlernen können, noch bevor die Kinder in der Lage sind, sich in zielsprachenkonformen Lautfolgen zu äußern, also in einem sehr frühen Stadium des Spracherwerbsprozesses. Solche Gebärdensammlungen arbeiten mit festgelegten Gebärden zu bestimmten Begriffen, wie z. B. *essen, Durst, kuscheln, kalt* usw. (vgl. Kiegelmann, 2009). Sie werden durchaus auch kommerziell vermarktet – Eltern können bspw. Kurse buchen oder Ratgeber-Bücher erwerben. Damit verbunden ist die Idee, den Spracherwerb in einem sehr frühen Stadium zu unterstützen, z. B.

³⁰⁷ Der Begriff des *gestensensiblen Mathematikunterrichts* wird hier verwendet in Anlehnung an die etablierte Forderung eines sogenannten *sprachsensiblen Mathematikunterrichts* in den entsprechenden mathematikdidaktischen Veröffentlichungen zur Bedeutung von Sprache für das Mathematiklernen (vgl. Kap. 5.7).

bezüglich des Sprachverstehens oder der Vermeidung von angenommenen Kommunikationsschwierigkeiten im Eltern-Kind-Diskurs (vgl. Hotze, 2014, S. 1857f). Kiegelmann (2009) beschreibt als erklärtes Ziel dieser Konzepte die Anbahnung und Förderung des Lautsprachgebrauchs und der frühen Kommunikation (vgl. Kiegelmann, 2009, S. 264). Es scheint dabei jedoch wissenschaftlich noch nicht abschließend geklärt zu sein, welche Auswirkungen solche Gestengebräuche im frühen Spracherwerb auf die Sprachentwicklung im Speziellen und den Entwicklungsverlauf im Allgemeinen tatsächlich haben können bzw. welche positiven Effekte sich möglicherweise dadurch hier ergeben können (Kiegelmann, 2009; Bidgood et al., 2018).

In Kiegelmann (2009) werden im Überblick *Baby-Signings* Konzepte vorgestellt und unter drei verschiedenen Perspektiven zusammengefasst: nach der *Art des Zeichensystems*, nach dem *Umfang und der Art des Gebärdenwortschatzes* und nach der *durch Baby-Signs sich verändernden Alltagskommunikation* zwischen Eltern und Kind (vgl. Kiegelmann, 2009, S. 263). Dabei wird das „manuelle Brabbeln“ (Kiegelmann, 2009, S. 263) von gehörlosen Kindern im Spracherwerbsprozess sowie der bilinguale Spracherwerb von der Verwendung von Baby-Signs abgegrenzt, weil es sich bei Baby-Signs um keine vollständige Sprache handelt und das Konzept vornehmlich für hörende Eltern mit hörenden Kindern entwickelt wurde. Hotze (2014) beschreibt, dass *Baby-Signs* als semiotisches System dabei häufig aus der jeweiligen Gebärdensprache entlehnte Gebärden verwenden (Hotze, 2014, S. 1858). Nach Kiegelmann (2009) würden diese Gebärden dazu teilweise in ihrer Ausführung vereinfacht. In diesem Zusammenhang sei jedoch zu beachten, dass bei Kindern ohne besonderen Förderbedarf und unauffälligem Spracherwerbsverlauf keine „Kommunikationsnot“ (Kiegelmann, 2009, S. 265) bestehe, der vermeintlich durch die Verwendung von *Baby-Signs* begegnet werden soll. Die Vereinfachung komplexer Gebärden für den Aufbau eines Baby-Signs-Repertoire sieht Kiegelmann (2009) kritisch, weil nach bestehender Spracherwerbsforschung Verkürzungen im Spracherwerb zwar durchaus typisch seien, jedoch das Sprachvorbild – die Bezugspersonen – diese kindlichen Verkürzungen im besten Fall nicht nachsprechen, sondern zielsprachenkonforme Satzkonstruktionen und Begriffe im sprachlichen Input anbieten sollten.³⁰⁸

Bidgood et al. (2018) beschäftigen sich mit den Auswirkungen des Gebrauchs von *Baby-Signs* auf den Spracherwerb und die sprachliche Reaktion von Müttern auf die Gesten ihrer Kinder.³⁰⁹ Es konnte gezeigt werden, dass sich zumindest auf das Gestenrepertoire von Kindern, die mit *Baby-Signs* in Kontakt kamen, offenbar keine Auswirkungen ergeben. Auch die Geschwindigkeit im Spracherwerb im Vergleich zur Kontrollgruppe war nicht signifikant

³⁰⁸ Für eine weitere ausführlichere Betrachtung der *Baby-Signs* verweise ich auf die Forschungen und den Überblick von Kiegelmann (2009).

³⁰⁹ Dazu wurden je zwei verschiedene Situationen videografiert, in denen Mütter mit ihren Kindern einmal gemeinsam aufmerksamkeitsregende Gegenstände betrachteten und in der anderen Sequenz eine Spielsituation mit Material gestalteten. Die Untersuchung fokussierte Kinder von 0 bis 5 Jahren (vgl. Bidgood et al., 2018).

höher. Mütter von mit *Baby-Signs* in Kontakt gekommenen Babys würden zwar sprachlich in vergleichbarer Weise auf Gesten ihrer Kinder reagieren, dabei aber häufiger sogenannte „internal-state responses“ (Bidgood et al., 2018) in Verbindung mit einem Ausdruck des Willens erzeugen. Zu einer anderen Einschätzung bezüglich der Geschwindigkeit im Spracherwerb kommt Hotze (2014). Sie zeigt, dass Kinder durch die Kombination von Geste und *Baby-Signs* früher im Spracherwerb in der Lage sind, z. B. kombinierte Äußerungen oder auch sprachliche Einheiten hervorzubringen.

„The language competences indeed is in place, but due to the lack of spoken language vocabulary it is not realizable. To put in other words, what is impossible on the level of phonetics, can be uttered with the aim of the hands.“ (Hotze, 2014, S. 1864)

Gleichzeitig wurden in Kapitel I der vorliegenden Arbeit Forschungen u. a. von Inversion und Goldin-Meadow (2005) vorgestellt, die zeigen, dass der Gebrauch von Gesten, also keine *Baby-Signs*, maßgeblich den Entwicklungsverlauf im Spracherwerb zu Zwei-Wort-Äußerungen beeinflusst (vgl. Inversion & Goldin-Meadow, 2005, S. 369; Kap. I). Hier wird also dem Gestengebrauch, verstanden als natürlich auftretendes Sprachphänomen und nicht bezogen auf möglicherweise erlernte *Baby-Signs*, eine entscheidende Rolle für zentrale Entwicklungsprozesse zugeschrieben. Ebenso wurde mit der Darstellung der Studie von Rowe und Goldin-Meadow (2009b) darauf hingewiesen, dass sich Gesten für institutionelles Lernen als bedeutsam erweisen, weil eine gesterreiche Sprachumgebung den Wortschatzumfang im Schulalter erweitern und damit letztlich den Schulerfolg mitbestimmen kann (vgl. Rowe & Goldin-Meadow, 2009b, S. 951; Kap. I). Nun könnte man als Schlussfolgerung in Bezug auf *Baby-Signs* annehmen, dass auch sie das Gestenrepertoire gewissermaßen erweitern und sich möglicherweise ähnliche Effekte zeigen lassen könnten. Cook und Goldin-Meadows (2006) Untersuchungsergebnisse basieren, ähnlich wie die Forschung von Rowe und Goldin-Meadow (2009b), auf spontan während des Sprechens erzeugte Gesten. Die Autorinnen weisen darauf hin, dass es bei der Imitation von Lehrendengesten aus Instruktionssettings im mathematischen Lernprozess von Lernenden vor allem darauf ankommt, dass die Lernenden sich diese Gesten in der eigenen Beschäftigung mit dem mathematischen Inhalt zu eigen machten und nicht nur kopierten (vgl. Cook & Goldin-Meadow, 2006, S. 227; Kap. 5.4).

Es gibt also einerseits Konzepte, welche die Idee verfolgen, mit gebärdenbasierten, nicht systematisierten Zeichensammlungen (*Baby-Signs*) den Spracherwerbsprozess zu unterstützen, wobei die Studienlage dazu bisher eher ein unklares Bild über die tatsächlichen Effekte zeigt. Andererseits gibt es Studien, die dem spontanen, während des Sprechens beobachtbaren Gestengebrauch eine positive Auswirkung auf den Spracherwerb und Entwicklungsprozesse in verschiedenen Bereichen des Lernens bescheinigen. Drittens gibt es Studien, die nun beides kombiniert betrachten – Geste und *Baby-Signs* (vgl. Hotze, 2014) – und dabei Belege dafür liefern, dass diese Kombination sich mindestens zeitlich gesehen auf den Spracherwerbsprozess positiv auswirkt.

Ein weiteres bestehendes Konzept bezüglich des förderlichen Einsatzes von Gesten als festgelegte Gebärden im Lernprozess hat durchaus schon in den Schulunterricht Eingang gefunden, nämlich die Verwendung von sogenannten *Lautgebärden* bei dem Erlernen von Lauten im Lese- und Schreibunterricht. Verschiedene Schulbuchverlage bieten dazu Anlauttabellen mit Gebärden an, so dass jeder Laut hörend, gesprochen und durch eine Gebärde dargestellt erlernt werden kann. Bereits Brügelmann (1984) weist auf die motorische Unterstützung von *Lautgebärden* beim Lesen und Schreiben im Anfangsunterricht hin und bezeichnet die Verwendung solcher Gebärden als Möglichkeit der Verfestigung (vgl. Brügelmann, 1984, S. 106, Abb. 10.4_57). Die *Lautgebärden* sind durchaus unterschiedlich, je nach Verlagswerk. Als Grundtypen von *Lautgebärden* beschreibt Brügelmann (1984) jedoch Gebärden, welche

- a) ... die *grafische Form des Buchstabens* aufgreifen, z. B. für *m* werden drei Finger an den geschlossenen Mund geführt;
- b) ... die *Artikulationsstelle* bzw. die Art und Weise der Artikulation anzeigen, z. B. rund geformte Lippen für *o*;
- c) ... eine *Bedeutungsassoziation* verwenden, z. B. Streicheln über die Wange für den Laut *ei* (vgl. Brügelmann, 1984, S. 106).

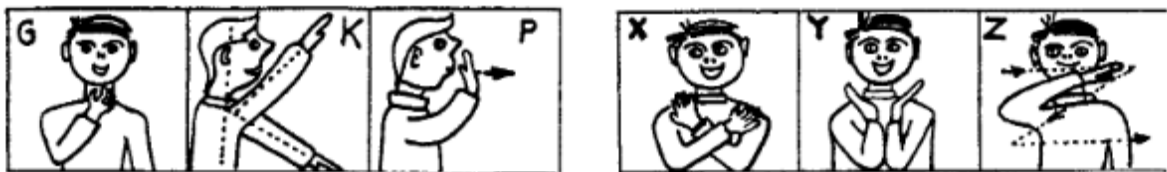


Abb. 10.4_57 Beispiele für *Lautgebärden* von Brügelmann (1984, S. 106)

Ohne nun weiter auf die didaktischen und entwicklungspsychologischen Konzepte dieser *Lautgebärden* oder der *Baby-Signs* im Detail eingehen zu wollen, lässt sich aus den aufgeführten Beispielen zum Einsatz von Gebärden und Gesten zugunsten von Erwerbs- und Entwicklungsprozessen schlussfolgern, dass die Idee, Gestenformen zu vermitteln, um Lernbedingungen zu optimieren, bereits durchaus praktiziert wird. Zu beachten ist dabei, dass in beiden Fällen, bei den *Baby-Signs* und bei den *Lautgebärden* im Schriftspracherwerb festgelegte Gestenformen bzw. Gebärden *gelernt* werden, die nicht von den Lernenden selbst in Interaktionen als etwa konventionalisierte Form hervorgebracht wurden. Sie lernen somit ein von außen an sie herangetragen System von Gebärden, das nicht ihre eigenen Zeichen beinhaltet, also nicht als dynamische Produkte aus der Partizipation an Aushandlungsprozessen hervorgegangen sind. Es wird vielmehr ein Repertoire an vorgegebenen Gebärden angeboten, die von außen festgelegte Zeichen und eine damit verbundene Bedeutung umfassen. Dies ist ein durchaus beachtenswerter Punkt in Bezug auf die oben aufgeworfenen Fragen nach der Lehr- und Lernbarkeit von Gebärden und Gesten auch im Mathematikunterricht: Es reicht möglicherweise also nicht aus, Gesten als eine Art Fachgebärden, etwa wie mit Händen ausgeführte Vokabeln, zu erlernen und dadurch einen Gewinn für die eigene Lernentwicklung

zu erzielen. Dies wurde anknüpfend an die oben kurz erinnerten Forschungsergebnisse von Cook und Goldin-Meadow (2006), die in Kapitel 5.4 beschrieben sind, bereits empirisch belegt: Auch hier war es zentral, dass sich die Lernenden die Gesten aus der Instruktion *zu eigen* machten, um Effekte für das mathematische Lernen zeigen zu können.

Mit Blick auf meine Forschung lässt sich letztlich zeigen, wie Lernende in mathematischen Interaktionen Gesten gebrauchen – in Interaktion mit anderen, nicht in Form von einem zuvor gelernten Gestenrepertoire. Nicht beleuchtet wurde dabei die Frage, ob sich durch den beobachteten Gestengebrauch ein messbarer mathematischer Lernerfolg nachzeichnen lässt. Was aber durchaus deutlich wird, ist, dass durch Gesten eine Partizipation an mathematischen Interaktionen möglich ist. Eine Teilhabe, die sich manchmal auch (nur) durch die Imitation von Gestenformen der Interaktionspartner*innen zeigt, z. B. dann, wenn ein Zugang zur Deutung bzw. Rahmung des Gegenübers gesucht wird (vgl. Beispiel I: Kombinatorik, Kap. 9.3.1). Es konnte in diesem Zusammenhang auch rekonstruiert werden, dass Gesten Einfluss darauf nehmen, welche Rahmungen aktiviert werden und wie der Diskurs strukturiert wird. Krummheuer und Brandt (2001) folgend ist die Partizipation an mathematischer Interaktion mit einem versierten Gegenüber, der nicht notwendig immer eine Art von lehrender, erwachsener Person sein muss, sondern durchaus auch durch Peers gegeben sein kann, zentrale Bedingung mathematischen Lernens. Hier können kollektive Argumentationen hervorgebracht werden und eine Zunahme an Handlungsautonomie in diesen argumentativen Prozessen weist auf einen Fortschritt im mathematischen Lernprozess hin. Wenn durch Gesten also diese Partizipation möglich und mitgestaltet wird, wenn sie Teil ist von kollektiv hervorgebrachten mathematischen Argumentationen, so erweist sie sich aus interaktionstheoretischer Perspektive als konstitutiver Bestandteil mathematischen Lernens. Als letzten und ebenso entscheidenden Punkt wurde schließlich in meinen Analysen deutlich, dass Gesten von Lernenden zur Darstellung mathematischer Ideen genutzt werden, als mathematisches Diagramm dienen können und auf diese Weise Teil ihres diagrammatischen Arbeitens sind, was Dörfler (2006a, 2015) folgend den Kern mathematischen Agierens umfasst (vgl. Kap. 5.2 u. 7.2). Somit ist auch aus semiotischer Perspektive die Zentralität des Gebrauchs von Gesten in mathematischen Zeichenprozessen gezeigt.

Aus diesen Erkenntnissen ergibt sich aus meiner Sicht für die Gestik im Mathematikunterricht der Grundschule und die Frage nach der Gestaltung eines *gestensensiblen Mathematikunterrichts* folgendes Anliegen an die Praxis: Gestik muss nicht im Mathematikunterricht gelehrt und gelernt werden, sie ist längst da! Vielmehr muss sich der Blick auf Gesten verändern: Sie sollte im Bewusstsein der an mathematischen Bildungsprozessen Beteiligten als fachlich relevant in und für die mathematische Interaktion von Lernenden und Lehrenden angesehen werden, und zwar nicht als eine ungenaue, vorläufig und letztlich auch ausblendbare Darstellung, sondern als Gestaltungsraum für die Entwicklung mathematischen Denkens.

Sie verdient im Alltag des Mathematikunterrichts eine Beachtung, die über die reine Einschätzung als kommunikatives Beiwerk hinaus geht und sollte in ihrer Bedeutung für die

alltägliche Interaktion im Mathematikunterricht im Sinne eines diagnostischen Blicks der Lehrenden auf Lernende, sowie in die fachliche Planung von Mathematikunterricht im Sinne eines *sprach- und gleichsam gestensensiblen Mathematikunterrichts* mit einbezogen werden.

Im Sinne ihres Potenzials als *Modus der Wahl* der Lernenden in alltäglichen mathematischen Interaktionen (vgl. Kap. 10.1) kann es sich also lohnen, Gestik aus dem Schatten der Laut- und Schriftsprache heraustreten zu lassen und mit Blick auf ihren fachdidaktischen Stellenwert für den Mathematikunterricht zu berücksichtigen. Dies kann bspw. eingebettet in die Betrachtung eines *multimodalen Mathematiklernens* geschehen, indem verschiedene Modi, ihre Ausdrucksmöglichkeiten und fachspezifischen Bedeutungen bereits im Studium und auch in den weiteren Phasen der Lehrer*innenaus- und -weiterbildung zum Thema gemacht werden. Es geht dabei nicht darum, die Bedeutung schriftlicher Zeichen und der Sprache im Allgemeinen für die Mathematik und mathematisches Lernen zu hinterfragen oder gar zu schmälern. Gestik sollte aber dabei als *eine* Ausdrucksmöglichkeit, eine Form der potentiell mathematischen Darstellung im Lernprozess von Lernenden mitbeachtet werden. Dabei kann für Lehrende u. a. in den Fokus gerückt werden, wie Gesten und schriftliche Darstellungen bspw. funktional in der Arbeit an und mit Diagrammen ineinanderwirken können, wie Lernende Gesten in ihrem diagrammatischen Arbeiten nutzen und wie Gesten zur Darstellung mathematischer Ideen der Lernenden in fachlichen Interaktionen in Erscheinung treten.

Das damit verbundene Anliegen an die Praxis ist also nicht primär die Planung und Durchführung von Mathematikunterricht, der Gesten *lehrt*, sondern einen Unterricht anzubieten, der es den Schüler*innen ermöglicht, gemeinsam im Austausch mit anderen diagrammatisch und damit mathematisch zu arbeiten und der dabei ihre Gesten ins mathematikdidaktische und diagnostische Kalkül einbezieht. Es sollte also eine Vielseitigkeit in den Ausdrucksmodi bewusst gemacht werden und dabei auch für den Gebrauch von Gestik Raum geschaffen werden, der ihr eine mögliche Expliztheit und Exaktheit nicht allein deshalb abspricht, weil sie kein akustisch wahrnehmbarer Modus ist. Vielmehr sollte ihr fachlicher Wert in Bezug auf mathematische Lehr-Lernprozesse anerkannt und förderlich für diagrammatisch-mathematische und sprachliche Auseinandersetzungen über und mit Mathematik genutzt werden. So kann ein multimodal gestaltetes, diagrammatisches Arbeiten im Mathematikunterricht angeregt werden, welches sich die besonderen Ausdrucksmöglichkeiten von Gestik in ihrer Gestalt und Funktion zunutze macht.

Gestik kann den diagnostischen Blick der Lehrkraft im Unterrichtsalltag erweitern, indem gestische Äußerungen der Schüler*innen in die Beobachtung ihrer Darstellung des für sie mathematisch Bedeutsamen mit einbezogen werden. Aus der Gestenanalyse bzw. der Rekonstruktion ihres Gebrauchs in Relation zur Lautsprache kann man in der vorliegenden Forschungsarbeit ableiten, welche Vorstellungen die Lernenden bezüglich zentraler mathematischer Begriffe haben, etwa zu Fixpunkten in Permutationen in den Kombinatorik-Situationen oder zur Erstellung einer bijektiven dreidimensionalen Abbildung eines Bausteingebäudes in den Sequenzen aus der Geometrie. Impulse der Lehrkraft könnten dann

an den gestischen Modus der Schüler*innen anknüpfen und Gesten, z. B. zur ikonischen Darstellung eines mathematischen Sachverhaltes, nutzen. Lehrpersonen könnten ihre eigenen mathematischen Darstellungen also gewissermaßen gestisch anreichern, und zwar nicht spontan und ungeplant, sondern ebenso reflektiert in den Blick nehmend, wie dies auch für die Sprache der Lehrkraft gefordert wird.

In diesem Sinne kann die Gestik der Lehrperson, vergleichbar mit der lautsprachlichen Formulierung zentraler mathematischer Aspekte, bereits in der Planung des Mathematikunterrichts Berücksichtigung finden. So könnte nicht nur eine geeignete lautsprachliche Beschreibung mathematischer Themen hier Teil dieser Planung sein, sondern auch Überlegungen dazu, welche Gesten verwendet werden können. Meine Forschungsergebnisse zeigen, dass Gesten von Lernenden gerade in Bezug auf die Entwicklung eines fachsprachlichen Repertoires die Möglichkeit bieten, mathematische Sachverhalte zunächst ohne fachsprachlichen Anspruch, wie es für den lautsprachlichen Modus oft als Lernziel ausgewiesen wird, auszudrücken. Gestisch könnten hier z. B. die von Meyer und Prediger (2012) beschriebenen sprachlichen Darstellungsebenen (verbal, grafisch, numerisch, symbolisch-algebraisch, vgl. Meyer & Prediger, 2012, S. 3; Kap. 5.7) und die Herausforderungen beim Übergang von Alltags- zu Bildungs- und mathematischer Fachsprache in geeigneter Weise gestaltet werden. Gestik hat möglicherweise gegenüber schriftlichen Darstellungen und dem gesprochenen Wort den Vorteil der Dreidimensionalität, der Bewegungsabfolge und Bildlichkeit. Sie ist ein jederzeit verfügbarer, flexibel verwendbarer Modus, der es ermöglicht, mit seinem bildlich-anschaulichen Charakter die Übergänge und die flexible Verwendung verschiedener grafischer, bildlicher und handlungsorientierter Darstellungsebenen in besonderer Weise mitzugestalten. Sie bietet Raum für das Ausprobieren und Anwenden erster mathematischer Ideen und Manipulationen, was sich auch in den Forschungen von Krause (2016) bestätigen ließ (vgl. Krause, 2016, S.16; Kap. 5.1).

Gestik könnte im Sinne ihrer rekonstruierten Funktionen (vgl. Kap. 10.1) im Rahmen meiner Forschung daher als eine Darstellung dienen, bspw. um Handlungen zu planen und Diagramme zu konzipieren, die potentiell später auch zu Papier gebracht werden können. In diesem Sinne birgt der Gebrauch von Gesten im Mathematikunterricht auch das Potenzial, sprachliche Hürden im Lernprozess *leicthändig* zu überwinden, weil sie einen bildlich-dreidimensionalen, unmittelbar verfügbaren und taktil erfahrbaren Modus bereitstellen, und nicht wie die Lautsprache auf den gleichen Modus zur Erklärung von lautsprachlichen Darstellungen zurückgreifen muss.

Zu einem *sprachsensiblen Mathematikunterricht* (vgl. Wessel et al., 2018; Kap. 5.7) gehört in diesem Sinne eben auch die bewusste und fachdidaktisch zielgerichtet Beachtung von Gesten in Unterrichtsplanung und -umsetzung, in der Gestaltung durch die Lehrperson und der mathematischen Darstellung von Lernenden. Überlegungen, wie ein solcher *gestensensibler Mathematikunterricht* greifen kann, können dabei an bestehende mathematikdidaktische Konzepte des *sprachsensiblen Mathematikunterrichts* anknüpfen und eng mit diesem Konzept

verzahnt gedacht werden. Die Betrachtung von Gesten beim Mathematiklernen sollte dabei in allen Phasen der Grundschullehrer*innen-Aus- und Weiterbildung integriert werden, um eine fachliche Bewusstheit für diesen Modus zu schaffen:

In der ersten Phase im Studium könnten theoretische Grundlegungen erfolgen, indem z. B. Schüler*innen-Interaktionen unter besonderer Berücksichtigung der verwendeten Gesten analysiert und mit Blick auf bestehende Theorien eingeordnet werden. Hierbei ist es denkbar, z. B. die im *doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* dargestellten Gestenfunktionen in der Analyse zu berücksichtigen und die Multimodalität des Mathematiklernens mit den Studierenden im Sinne des forschenden Lernens zu untersuchen: Welche Ausdrucksmodi verwenden Lernende in mathematischen Interaktionen? Was stellen sie im jeweiligen Modus mathematisch dar und wie gestalten sich an möglichen Schnittstellen der Modi Transformationsprozesse mathematischer Darstellungen in der mathematischen Auseinandersetzung Lernender? (Wie) Werden Gesten z. B. bei sprachlichen Hürden im Unterricht verwendet und welcher Gestengebrauch wäre hier von besonderem didaktischem Wert, weil er möglicherweise spezifische mathematische Grundvorstellungen geeignet aufgreifen kann? Solche und ähnliche Fragen könnten mit Studierenden in Seminaren in Form von kleineren empirischen Erhebungen im Mathematikunterricht oder auch in Form von Selbstbeobachtungen und theoretischen Auseinandersetzungen beleuchtet werden und dazu beitragen, ein Verständnis der Bedeutung von Sprache, Gesten und übergeordnet multimodaler Darstellungen im mathematischen Lehr-Lern-Prozess anzubahnen. Hier kann durchaus Zeit und Raum dafür sein, zu den von mir durchgeführten Analysen, ähnliche Verfahren an Transkripten kurzer Unterrichtssequenzen anzuwenden, um auf Mikroebene zu rekonstruieren, wie sich der Zeichenprozess gestaltet. Die Studierenden hätten so die Möglichkeit, wie unter einem Mikroskop, die gestisch, lautsprachlich, handelnd, schriftlich-grafisch gestalteten mathematischen Interaktionen zu untersuchen. Dies ist dann im konkreten Unterrichtsalltag zeitlich nicht mehr möglich und soll hier auch nicht so verstanden werden. Es kann aber Teil einer am forschenden Lernen orientierten, theoretisch fundierten fachdidaktischen Ausbildung zukünftiger Lehrpersonen sein.

In der zweiten Phase der Lehrer*innenausbildung an Schule und Studienseminar könnte dann eine reflektierte und von Ausbilder*innen und Mentor*innen begleitete Konkretisierung dieses fachdidaktischen Wissens in der Unterrichtsplanung des Fachs Mathematik erfolgen. Bestehende Konzepte zur Förderung von Lautsprache im Mathematikunterricht könnten dabei um den gestischen Modus erweitert gedacht werden. So kann bspw. das didaktisch-methodische Konzept des *Wortspeichers* (vgl. Weis, 2013; Kap. 5.7) eine gestische Komponente im Rahmen der Idee eines *sprach- und gestensensiblen Mathematikunterrichts* erhalten. Dies könnte sich so gestalten, dass im Mathematikunterricht bei der Betrachtung verschiedener Darstellungsmöglichkeiten mathematischer Themen explizit mit den Schüler*innen überlegt wird, welche Geste sich als Darstellung des mathematisch Verhandelten eignet. Hierbei wäre es aus meiner Sicht zentral, die Gesten der Schüler*innen

und keine durch die Lehrperson vorgegebenen Zeichen zu verwenden, um eigene Gesten der Lernenden theoriekonform zu evozieren. Dennoch sollte eine kritische Diskussion einer geeigneten Gestenform durch das Kollektiv der Klasse bspw. im gemeinsamen Unterrichtsgespräch erfolgen. So könnte eine solche, nicht als Wort-, sondern wohl eher als *Darstellungsspeicher* zu bezeichnende Methode, didaktisch aufbereitet z. B. zu kombinatorischen Problemen gemeinsam mit Schüler*innen im konkreten Mathematikunterricht erarbeitet werden. Dieser Speicher würde dann bspw. die Begriffe *Reihenfolge*, *Fixpunkt*, *Permutation*, *Ziehen auf einen Griff* oder *unter Beachtung der Reihenfolge* usw. umfassen und durch entsprechende Gestenbilder erweitert werden, die von der Klasse selbst überlegt und z. B. auf Fotos festgehalten werden könnten. Durchaus sind hier in Bezug auf multimodale Darstellungen nicht nur gestische Erweiterungen denkbar, so dass etwa auch geeignete schriftlich-grafische Darstellungen und Handlungen am Material in diesen *multimodalen Darstellungsspeicher* aufgenommen werden könnten. Damit könnten mathematisch lautsprachliche, schriftliche, handlungsbasierte und gestische Inskriptionen themenspezifisch zusammengetragen werden, etwa im Sinne der *Sprachmittel*, wie es Wessel et al. (2018), vornehmlich mit Blick auf die Lautsprache, formulieren (vgl. Wessel et al., 2018, S. 4ff), nun erweitert gedacht auf multimodaler Ebene. Es kann auf diese Weise mit den Lernenden überlegt werden, welche lautsprachlichen Begriffe und mathematischen Notationen für einzelne Themengebiete relevant sind. Bei den Sprachhandlungen würden zudem dann auch gestische Darstellungen berücksichtigt, was einerseits das diagnostische Repertoire der Lehrkraft bezüglich des Lernstands der Schüler*innen auf fachlicher und sprachlicher Ebene bereichern würde. Andererseits kann die Gestik hier möglicherweise durch ihre besonderen Ausdrucksmöglichkeiten die Transformation von bedeutungsbezogenen Sprachmittel, die von den Schüler*innen genutzt werden, zu einem „formalsprachlichen Sprachschatz“ (Wessel et al., 2018, S. 4) in geeigneter Weise unterstützen und mitgestalten. Diese moduspezifischen Ausdrucksmöglichkeiten eröffnen das Potenzial der dreidimensionalen Darstellungen von verfügbaren und nicht verfügbaren Materialien und die Betonung dynamischer Aspekte, etwa bei mathematischen Grundvorstellungen zu Operationen. Die *rahmungssensitiven* Eigenschaften der Gesten im Mathematiklernen (vgl. Kap. 10.1 u. Kap. 10.3.1) könnten in besonderer Weise lernförderlich genutzt werden, um den mathematischen Deutungshintergrund oder *Ground* der Lernenden eben auch gestisch anzureichern. Darüber hinaus kann zum Thema im Mathematikunterricht gemacht werden, welche *mathematischen* Gesten erzeugt werden können und welches Material zentrale mathematische Sachverhalte besonders geeignet veranschaulicht. Hier würde man ähnlich der Anlauttabelle beim Schreiben und Lesen Lernen mit den Schüler*innen gemeinsam ein reflektiertes Gestenrepertoire erarbeiten (vgl. Brügelmann, 1984), jedoch unter Beachtung *eigener Zeichen*.

Auch in der dritten Phase der Lehrer*innenbildung kann im Rahmen von Fortbildungsveranstaltungen für Lehrer*innen in diesem Sinne ein themenspezifisches und multimodal angelegtes Arbeiten mit und an Diagrammen im Mathematikunterricht der

Grundschule etabliert werden, das durch die (zukünftigen) Lehrkräfte didaktisch-methodisch geplant und dann im Unterricht zum Inhalt eines mathematischen Diskurses über Diagramme mit den Lernenden werden kann. Dabei ist durchaus auch an phasenübergreifende Aus- und Fortbildungsveranstaltungen zu denken, die dann zunächst theoretisch instruierten Studierenden einen Einblick in die Praxis gewähren könnten, den zukünftigen Lehrer*innen eine Möglichkeit der Begleitung in Unterrichtsversuchen im Sinne eines *gestensensiblen Mathematikunterrichts* ermöglichen würden und erfahrenen Lehrpersonen einen Rückbezug ihrer Unterrichtspraxis Mathematik in die Theorie eröffnen könnten, um bestehende Konzepte (z. B. sprachsensibler Mathematikunterricht) multimodal erweitern zu können.

Die Lehrer*innen in Aus- und Fortbildung und die Lernenden im Mathematikunterricht können auf diese Weise gleichermaßen Erfahrungen sammeln und Gewohnheiten ausbilden im Gebrauch von fachlich relevanten Gesten im Mathematikunterricht zu spezifischen mathematischen Themen. Dabei kann die Gestik eine eigene und fachspezifisch gewürdigte Rolle im so gestalteten *mathematischen Sprachspiel* (vgl. Dörfler, 2015, S. 46) erhalten. Die Integration und die Beachtung von Gesten im Mathematikunterricht, auch in der Mathematiklehrer*innen Aus- und Weiterbildung, gelingt also m. E. in besonderer Weise über den reflektierten, nicht von außen gelehrt und (auswendig)gelernten, sondern erlebten, erfahrenen, selbst gestalteten und interaktiv ausgehandelten Gebrauch von Gesten beim gemeinsamen multimodalen diagrammatischen Arbeiten an mathematischen Fragen.

10.4.2 Ausblick auf mögliche, sich anschließende Forschungen zu Gesten beim Lernen, Lehren und Betreiben von Mathematik

Aus meiner Sicht ergeben sich im Anschluss Perspektiven für zukünftige Forschungsvorhaben mit verschiedenen Schwerpunkten, die das Bild der Gesten und die Bedeutung von Multimodalität beim Mathematiklernen weiter ausdifferenzieren können:

1) Multimodale Erweiterung des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen*:

Naheliegender ist eine multimodale Erweiterung des *doppelten Kontinuums der Gesten für das Mathematiklernen* hinsichtlich verschiedener Modi. Bezüglich der Handlungen in mathematischen Situationen wäre dies etwa am linken Pol der *Dimension des Objektbezugs der Gestengestalt* denkbar. Dort sind Gesten beschrieben, die materiell Verfügbares integrieren und somit eine Handlungsnähe aufweisen (vgl. Kap. 10.2). Auf diese Weise könnten bspw. die Schnittstellen von Gesten und Handlungen, aber auch modusspezifische Erkenntnisse zu Handlungen im Mathematiklernen gewonnen und in Anlehnung an Vogel und Huth (2020) weiter ausdifferenziert werden. Ein bereits am Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik (IDMI) der Goethe-Universität laufendes Forschungsprojekt von Lara Billion fokussiert in besonderem Maße Handlungen im diagrammatischen Arbeiten Lernender (vgl. Billion, 2018; 2020; 2021) und weist damit

Anknüpfungspunkte an die von mir verwendete Theorie und die gewonnenen Erkenntnisse auf.

Ebenso könnte das Kontinuum in Bezug auf schriftliche Fixierungen in der mathematischen Auseinandersetzung Lernender erweitert gedacht werden. Dies könnte sich möglicherweise im Besonderen bezüglich der Funktion e) *inskriptional/diagrammatisch* in der *Dimension der Funktion des Gestengebrauchs* ergeben. Gleichzeitig ist diese Funktion nicht rein an schriftliche Darstellungen gebunden. Das Kontinuum zeigt ja gerade, dass im Gebrauch der Lernenden kollektiv auch zunächst rein in der Schriftlichkeit verortete Funktionen Gesten zugeschrieben werden können. Somit könnten auch lautsprachliche Äußerungen im Mathematiklernen hinsichtlich ihrer Funktion untersucht und im Kontinuum eingeordnet werden. Möglicherweise ergeben sich auf diese Weise modusspezifisch andere oder vergleichbare Funktionen zur Gestik.

2) Die Rolle der Gestik im Rahmen *mathematischer Begriffsbildung*:

Forschungsprojekte, die spezifisch die Rolle von Gesten bei der *mathematischen Begriffsbildung* untersuchen, bieten sich ebenso perspektivisch an. Theoretisch ließe sich hier möglicherweise an die Arbeiten von Klose (2019, Kap. 5.7) und ebenso an Untersuchungen von Wille (2020, Kap. 5.2) zum Vergleich mathematischer Fachgebärden der Österreichischen Gebärdensprache und Begriffen der mathematischen Lautsprache anknüpfen. Mit Blick auf das oben skizzierte Konzept eines *sprach- und gestensensiblen Mathematikunterrichts* (vgl. Kap. 10.4.1) wären zudem verschiedene Begleitforschungen denkbar, die in den Blick nehmen könnten, wie sich ein solches Unterrichtskonzept auf den Aufbau tragfähiger mathematischer Vorstellungen der Lernenden auswirkt. Perspektivisch könnten somit Effekte eines *sprach- und gestensensiblen Mathematikunterrichts* analytisch erfasst und mithilfe einer Praxiserprobung weiter optimiert werden.

3) Forschungen zu *Lehrendengesten*, *Expert*innengesten* und *Gesten von Lernenden höherer Jahrgänge*:

Gewinnbringend in Bezug auf das Verstehen der Bedeutung von Gesten in mathematischen Lehr- und Lernprozessen sind zukünftige Forschungen anzusehen, die im Besonderen die Gesten von anderen Beteiligten des Mathematikunterrichts in den Blick nehmen, so z. B. von Lehrkräften, evtl. verschiedener Professionen (z. B. fachfremd unterrichtende Lehrkräfte, Förderschullehrkräfte). Zu Lehrendengesten gibt es bereits ein aktuell laufendes Forschungsprojekt am IDMI der Goethe-Universität von Victoria Möller. Hier werden die Gesten von Lehrenden im Hinblick auf die Auswirkungen auf die Gestaltung des Mathematikunterrichts untersucht (vgl. Möller, 2019, S. 547). Es könnten sich so gewinnbringende Kontrastierungen zu den Befunden aus meiner Studie ergeben.

Denkbar wäre auch eine Betrachtung von Gesten ausgewiesener Expert*innen bzw. Mathematiker*innen. Eventuell lassen sich im mathematischen Agieren Gesten mit ähnlichen oder auch anderen Funktionen wie die der Lernenden mithilfe des Kontinuums zuordnen. Lohnenswerte theoretische Rahmungen wären hier etwa Kiesows (2016) Forschung zu Gesten von Mathematiker*innen und L. D. Edwards (2009) Studie zu den Gesten von Lehramtskandidat*innen (vgl. Kap. 5.5). So erscheinen etwa Kiesows (2016) „imaginäre Zeichen“ (Kiesow, 2016, S. 205; Kap. 5.5) oder L. D. Edwards (2009) „iconic-symbolic“ Gesten (Edwards, L. D., 2009, S. 137; Kap. 5.5) anknüpfbar an diejenigen Gesten, für die ich die Funktion des *inskriptional/diagrammatischen* Gebrauchs durch die Lernenden beschrieben habe (vgl. Kap. 10.1).³¹⁰

Auch der Gestengebrauch in höheren Jahrgangsstufen könnte im *doppelten Kontinuum der Gesten* eingeordnet und vergleichend mit dem Mathematiklernen im Rahmen meiner Studie betrachtet werden. Ebenso könnten verwendete Gesten von verschiedenen Lerngruppen unter Beachtung heterogenitätserzeugender Merkmale in Bezug auf die Voraussetzungen und Bedingungen des Lernens von Mathematik in den Blick genommen werden. Durch solche Forschungen kann das *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* hinsichtlich seiner Reliabilität und Repräsentanz in anderen Datensätzen überprüft werden.

Gewinnbringend insgesamt erscheint es für zukünftige Forschungsprojekte zur Gestik beim Mathematiklernen auch über den Einsatz von digitalen Technologien nachzudenken, z. B. Touch-Technologien, mit denen durch sogenannte Touch-Gesten Simulationen auf dem Screen erzeugt werden können oder mathematische Applikationen, die mit Gestensteuerung bedient werden. Auch der Einsatz von Eye-Tracking-Systemen (vgl. Schindler, Schovenberg & Schabmann, 2020), die Blickbewegungen von Lernenden aufzeichnen und so etwa den Gebrauch von Gesten in Relation zur Blicksteuerung dokumentieren könnten, sind potentiell gewinnbringende Methoden zum weiteren Verstehen des Gestengebrauchs und der Nutzung und Wahrnehmung von Gesten in interaktiven mathematischen Settings. Solche Untersuchungssettings ermöglichen technikgestützt die Aufzeichnung multimodaler Aspekte des Mathematiktreibens und -lernens und eröffnen damit auch potentiell andere Arten der Datenauswertung. Die Datenanalyse wäre zudem eventuell ebenfalls durch die Unterstützung digitaler Tools, z. B. zur Videoanalyse, denkbar. Mit Blick auf den Analyseaufwand, können hier ausgewählte Programme zum Einsatz kommen, um Aufwand und Umfang der Analyse technisch zu erleichtern. Es ist für zukünftige Forschungsprojekte zu hinterfragen, ob etwa die Interaktionsanalyse durch ein anderes, möglicherweise auch digital unterstütztes, qualitatives Verfahren ersetzt werden könnte, wenn bspw. die Interaktion weniger im Fokus der Untersuchung steht. Zu denken wäre hier neben digitalen Applikationen auch bspw. an

³¹⁰ Dabei ist die von mir im doppelten Kontinuum beschriebene *inskriptional/diagrammatische* Funktion von Gesten deswegen allgemeiner und daher möglicherweise auch eher übertragbar auf andere Forschungen, weil sie *den Gebrauch der jeweiligen Geste in dieser Funktion* fokussiert und mit ihrer Gestalt und dem *Objektbezug der Gestengestalt* in Beziehung setzt. Gesten der Lernenden werden mit dem *doppelten Kontinuum der Gesten* somit nicht kategorisch als *inskriptional/diagrammatisch*, sondern als in dieser Weise verwendet zugeordnet.

Verfahren der Videoanalyse (vgl. Dinkelaker & Herrle, 2009). Ebenso könnte die Kontextanalyse in der Adaption von Vogel (2017b)³¹¹ Verwendung finden, insbesondere wenn individuelle Bedeutungszuschreibungen oder konzeptuelle mathematische Vorstellungen der Lernenden im Fokus stehen.

10.4.3 *Epilog und Epigestus*: Diagramme im Handumdrehen – Eine abschließende Betrachtung des Gestengebrauchs beim Mathematiklernen

Eine der zentralen Erkenntnisse aus meiner Forschungsarbeit ist aus meiner Sicht die *fachspezifische Bedeutung der Gesten beim Mathematiklernen*, die anhand des Gebrauchs dieser Gesten durch die Lernenden unter Berücksichtigung einer linguistischen Perspektive auf die Multimodalität von Sprache (vgl. Kap. 3), einer interaktionistischen Sicht auf das Lernen von Mathematik (vgl. Kap. 4) und einer semiotischen Theorie der Zeichen und des diagrammatischen Arbeitens (vgl. Kap. 6) in den Daten nachgewiesen werden konnte. Dass Gesten damit nicht nur Abbildung von längst Gedachtem und nicht nur beliebige Darstellung in einem anderen Modus als der Lautsprache oder schriftlichen Fixierungen ist, sondern in ihrem speziellen inskriptional-diagrammatisch geprägten Gebrauch durch die Lernenden eine fachspezifische und konstituierende Bedeutung für das Mathematiklernen erhalten, ist aus meiner Sicht ein zentraler Beitrag im deutschsprachigen Raum zur mathematikdidaktischen Forschung im Bereich Sprache und Mathematik und dem Mathematiklernprozess. Durch dieses Forschungsergebnis kann ein erweiterter Blick auf das Lehren und Lernen von Mathematik begründet werden, der nun nicht nur ein empirisch beobachtbares, sondern zunehmend theoretisch fundiertes und analytisch rekonstruiertes Phänomen berücksichtigen kann: Die Multimodalität des Mathematiklernens lässt sich anhand der Rekonstruktion von mathematisch gebrauchten Gesten in den untersuchten Lernendeninteraktionen und den darin beobachteten Schnittstellen verschiedener Ausdrucksmodi hinsichtlich Gebrauch und Funktion nachweisen und theoretisch begründet beschreiben. Dies gelingt in meiner Forschungsarbeit durch die Adaption linguistischer Theorien zur *Code-Integration* und *Code-Manipulation* (Fricke, 2012, vgl. Kap. 3.2.3), die für die vorliegende Arbeit auf Gesten beim Mathematiklernen übertragen und mit semiotischen Sichtweisen auf die Zeichen und das diagrammatische Arbeiten Lernender angereichert wurden. Dabei erweist sich die Gestik mit ihren vielfältigen Funktionen als verbindendes Element, als zunächst formungebundene und daher für das Mathematiklernen offenkundig besonders geeignete Ausdrucksweise. Sie kann zum *bewegten mathematischen Diagramm* in den Darstellungen der Lernenden werden und mathematische Lernprozesse konstitutiv mitgestalten. Die Analysen (vgl. Kap. 9.3.1 bis 9.3.7) zeigen, dass Gestik das Potential hat, *inskriptionalen Charakter* aufzuweisen: Es konnte rekonstruiert werden, dass

³¹¹ Es handelt sich dabei um ein Verfahren der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2015; S. 67, zitiert nach Vogel, 2017b, S. 67ff). Ausgewählte Äußerungen der Lernenden aus dem Datenmaterial werden zunächst beschrieben und dann mit mathematisch adäquaten Konzepten (dem Referenzkontext) kontrastiert, um schließlich die konzeptuellen Vorstellungen der Lernenden nachzeichnen und abschließend beschreiben zu können. Zu der zu Beginn ausgewählten Textstelle, werden im Verlauf der Analyse weitere Materialien bzw. weitere Stellen aus den Daten hinzugefügt, um das analytische Bild schrittweise zu vervollständigen.

einzelne mathematische Aspekte ausschließlich gestisch dargestellt werden, was diese Gesten als integriert in den *mathematischen Code* im Sinne der Adaption von Fricke (2012) *Code-Integration* (vgl. Kap. 3.2.3) ausweist. Gestik scheint häufig nicht rein zufällig *Modus der Wahl* der Lernenden und maßgeblicher Bestandteil ihres Betriebens von Mathematik zu sein, in dem sich Eigenschaften mathematischer Objekte manifestieren. Gerade durch ihre modusspezifischen Ausdrucksmöglichkeiten können Gesten Manipulationen am Diagramm anzeigen oder selbst zum Diagramm werden. Gestik zeigt somit neben ähnlichen auch ganz eigene und andere Qualitäten als Lautsprache oder schriftliche Fixierungen im Gebrauch. Häufig ist in den Datenbeispielen zu beobachten, dass sie eine Art dreidimensionale Bewegungsspur des mathematisch Thematisierten im Gestenraum hinterlässt, die im Weiteren dann möglicherweise besser als reine Laute erinnert werden kann und häufig wieder aufgegriffen wird. Gestik ist dabei zeitlich effektiv und präzise in der Darstellung zentraler Aspekte. Sie verweist nicht auf etwas Abstraktes und auf ein von ihrem Gebrauch völlig unabhängiges mathematisches Objekt, sondern besitzt das Potential, selbst mathematisches Zeichen, mathematisches Diagramm im Gebrauch der Lernenden zu sein, an dem manipuliert, beobachtet, verändert und erkannt wird. Dabei zeigt die Gestik einen erstaunlich wandelbaren Charakter: Einmal dient sie indexikalisch als Verweismöglichkeit auf etwas, z. B. eine bereits erfolgte schriftliche Fixierung oder Material und den Umgang damit, an anderer Stelle zeigt die Gestik zentrale, auf das mathematische Problem bezogene Relationen z. B. zwischen verschiedenen Dingen an, die weit über eine reine Referenzfunktion hinausgehen und interaktional bspw. zur Abstimmung von Rahmungen dienen. Gestik kann lautsprachliche Äußerungen unterstreichen, an anderer Stelle ist sie dann obligatorisch für die Deutung von Äußerungen. Sie kann durch ihre spezifischen Ausdrucksmöglichkeiten (vgl. Kap. 3.1) vielfältige Gestalt annehmen, z. B. von materiell Verfügbarem, aber auch gerade von nicht konkret verfügbaren Dingen, von zentralen Ideen und Deutungen der Interagierenden von mathematischen Aspekten und mathematischen Relationen. Sie wird als *mathematisches Zeichen von Lernenden verwendet*, kann als Inskriptionen und gar als Diagramm dienen und hat das Potential, Gestenformen zu etablieren, die einen symbolhaften Gebrauch der Lernenden im Peirce'schen Sinne zeigen. Sie ist damit in ihrer Gestalt und ihren Gestaltungsmöglichkeiten nicht weniger als ein konstitutiver Teil dessen, was als Mathematiktreiben von Lernenden bezeichnet werden kann. Deshalb ist m. E. eine Geringschätzung gestischer Äußerungen in mathematikdidaktischen Arbeiten zur Bedeutung und Funktion von Sprache im Mathematiklernen wenig förderlich, um ein Bild dessen nachzeichnen zu können, wie mathematisches Lernen in seinen Grundzügen angelegt und von Lernenden bewältigt und gestaltet wird, insbesondere mit Blick auf seine Sprachgebundenheit in Wort, Schrift und Interaktion mit anderen. Die Bedeutung des Gestengebrauchs beim Mathematiklernen als konstitutives Element und eigenständiger Modus in der mathematischen Auseinandersetzung sollte in dem vielseitigen Ringen um das Verstehen und fachdidaktisch geeignete Begleiten des mathematischen Lernprozesses fester Bestandteil des mathematikdidaktischen Kalküls sein in der Perspektive eines *multimodal konstituierten diagrammatischen Mathematiklernens*.

Literaturverzeichnis

A

- Acar Bayraktar, E. (2014). The reflection of spatial thinking on the interactional niche in the family. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel, & R. Vogel (Hrsg.), *Early mathematics learning: Selected papers of the POEM 2012 Conference* (S. 85–107). Springer.
- Alibali, M. W., Nathan, M. J., & Fujimori, Y. (2011). Gestures in the mathematics classroom: What's the point? In N. Stein, & S. Raudenbush (Hrsg.), *Developmental cognitive science goes to school* (S. 219–234). Routledge.
- Anderson, M. L. (2003). Embodied Cognition: A field guide. *Artificial Intelligence* 149, 91–130.
- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a Multimodal Process. In Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (Hrsg.), *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (número especial)*. Distrito federal, México, 267–299.
- Arzarello, F., & Paola, D. (2007). Semiotic Games: The Role of the Teacher. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Hrsg.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2*, (S. 17–24). PME.
- Arzarello, F., Paola, D., Robutti, P. & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97–109.

B

- Barth, F., & Haller, R. (1998). *Stochastik. Leistungskurs*. Oldenbourg Schulbuchverlag GmbH.
- Barzel, B., & Ehret, C. (2009). Mathematische Sprache entwickeln. *Mathematik Lehren, Sonderheft*, 156, 4–9.
- Bauersfeld, H. (2000). Radikaler Konstruktivismus, Interaktionismus und Mathematikunterricht. In E. Begemann (Hrsg.), *Lernen verstehen – Verstehen lernen. Zeitgemäße Einsichten für Lehrer und Eltern. Mit Beiträgen von Heinrich Bauersfeld* (S. 11–24). Peter Lang Verlag.
- Bavelas, J. B., Gerwing, J., Sutton, C., & Prevost, D. (2008). Gesturing on the telephone: Independent effects of dialogue and visibility. *Journal of Memory and Language*, 58 (2), 495–520.
- Beck, M. (2022). *Dimensionen mathematischer Kreativität im Kindergartenalter. Eine interdisziplinäre Studie zur Entwicklung mathematisch kreativer Prozesse unter mathematikdidaktischer und psychoanalytischer Perspektive*. Waxmann.
- Beck, M. & Vogel, R. (2022). Einleitung: Naomi und Olivia in der Maps-Situation. Informationen zu den Projekten erStMaL und MaKreKi und dem zu analysierenden Transkript. In M. Beck & R. Vogel (Hrsg.), *Geometrische Aktivitäten und Gespräche von Kindern im Blick qualitativen Forschens. Mehrperspektivische Ergebnisse aus den Projekten erStMaL und MaKreKi* (S. 9–24). Waxmann.

- Becker-Mrotzek, M., & Vogt, R. (2001). *Unterrichtskommunikation. Linguistische Analysemethoden und Forschungsergebnisse*. Max Niemeyer Verlag.
- Benölken, R., Gorski, H.-J., & Müller-Philipp, S. (2018). *Leitfaden Arithmetik. Für Studierende der Lehrämter*. 7. Auflage. Springer Spektrum.
- Bergmann, J. R. (2003a). Konversationsanalyse. In U. Flick, E. von Kardoff, & I. Steinke (Hrsg.), *Qualitative Forschung. Ein Handbuch*, 2. Auflage (S. 524–537). Rowohlt Taschenbuch Verlag.
- Bergmann, J. R. (2003b). Ethnomethodologie. In U. Flick, E. von Kardoff, & I. Steinke (Hrsg.), *Qualitative Forschung. Ein Handbuch*, 2. Auflage (S. 118–135). Rowohlt Taschenbuch Verlag.
- Bernstein, B. (1971/2003). *Class, Codes and Control. Theoretical Studies towards a Sociology of Language*. Routledge Taylor & Francis Group.
- Bezemer, J., & Kress, G. (2008). Writing in Multimodal Texts: A Social Semiotic Account of Designs for Learning. *Written Communication*, 25(2), 166–195.
- Bidgood, A., Kirk, E., Durrant, S., Peter, M., Pine, J., & Rowland, C. (2018). *Baby sign, mind-mindness and language development*. Konferenzposter, online verfügbar [letzter Zugriff 13.08.2020]
https://pdfs.semanticscholar.org/452b/d9704591a6bdadfd5a5889a13d6c48816e6.pdf?_ga=2.72730384.2064549721.1597401070-488066035.1597225890.
- Bikner-Ahsbans, A. (2008). Erkenntnisprozesse – Rekonstruktion ihrer Struktur durch Idealtypenbildung. In H. Jungwirth, & G. Krummheuer (Hrsg.), *Der Blick nach innen: Aspekte der täglichen Lebenswelt Mathematikunterricht* (S. 105–144). Waxmann.
- Billion, L. (2018). Mathematical Learning Processes with Varying Types of Material Conditioning. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Hrsg.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (S. 207), Vol. 5. PME.
- Billion, L. (2020). Mathematisches Handeln am Material semiotisch gedeutet. In H.-S. Siller, W. Weigel, & J. F. Wörler (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 1377–1380). WTM-Verlag.
- Billion, L. (2021). Reconstruction of the Interpretation of Geometric Diagrams of Primary School Children Based on Actions on Various Materials – A Semiotic Perspective on Actions. *International Electronic Journal of Mathematics Education 2021*, 16(3), em0650, <https://doi.org/10.29333/iejme/11068>.
- Billion, L., & Vogel, R. (2020a). Material as an Impulse for Mathematical Activities in Primary School – A Semiotic Perspective on a Geometric Example. In M. Inprasitha, N. Changsri, & N. Boonsena (Hrsg.), *Interim Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (S. 28–36). PME.
- Billion, L., & Vogel, R. (2020b). Grundschulkindern arbeiten digital an einem geometrischen Problem - Rekonstruktion mathematischer Deutungen. In S. Ladel, C. Schreiber, R. Rink, & D. Walter (Hrsg.), *Aktuelle Forschungsprojekte zu digitalen Medien in der Primarstufe* (S. 135–150). WTM-Verlag.

- Bjuland, R., Cestari, M. L., & Borgersen, H. E. (2007). Pupils' mathematical reasoning expressed through gesture and discourse: A case study from a sixth-grade lesson. In D. Pitta-Pantazi, & C. Philippou (Hrsg.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (S. 1129–1139).
- Bjuland, R., Cestari, M. L., & Borgersen, H. E. (2009). A Teacher's use of gesture and discourse as communicative strategies in concluding a mathematical task. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Hrsg.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (S. 884–893).
- Bohnsack, R. (2008). *Rekonstruktive Sozialforschung. Einführung in qualitative Methoden*, 7. Auflage. Verlag Barbara Budrich.
- Boyes Braem, P. (1992). *Einführung in die Gebärdensprache und ihre Erforschung*, 2. korr. Auflage. Signum-Verlag.
- Brandt, B. (2004). *Kinder als Lernende. Partizipationsspielräume und -profile im Klassenzimmer*. Peter Lang.
- Brandt, B. & Höck, G. (2011). Ko-Konstruktion in mathematischen Problemlöseprozessen – partizipationstheoretische Überlegungen. In B. Brandt, R. Vogel, & G. Krummheuer (Hrsg.), *Die Projekte erStMaL und MaKreKi: Mathematikdidaktische Forschung am „Center for Individual Development and Adaptive Education“ (IDeA)* (S. 245–284). Waxmann.
- Brandt, B. & G. Höck (2012). Mathematical Joint Construction at Elementary Grade – A Reconstruction of Collaborative Problem Solving in Dyads. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Hrsg.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME*, online verfügbar [letzter Zugriff 09.12.2022] <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/~erme/doc/cerme7/CERME7.pdf>.
- Brandt, B., & Krummheuer, G. (2000). Das Prinzip der Komparation im Rahmen der Interpretativen Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematikdidaktik*, 21(3/4), 193–226.
- Brandt, B. & Naujok, N. (2010). Identität, Argumentation und Partizipation – Mathematiklernen im Kontext biographischer und alltäglicher Lebenswelten. In B. Brandt, M. Fetzer, & M. Schütte (Hrsg.), *Auf den Spuren Interpretativer Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik. Götz Krummheuer zum 60. Geburtstag* (S. 15–42). Waxmann.
- Brandt, B., & Tiedemann, K. (Hrsg.) (2019). *Mathematiklernen aus Interpretativer Perspektive I. Aktuelle Themen, Arbeiten und Fragen*. Waxmann.
- Brügelmann, H. (1984). *Die Schrift entdecken. Beobachtungshilfen und methodische Ideen für den Anfangsunterricht im Lesen und Schreiben*. Faude, online verfügbar [letzter Zugriff 13.08.2020] https://www.pedocs.de/volltexte/2019/16817/pdf/Bruegelmann_1984_Die_Schrift_entdecken.pdf.
- Bruner, J. (1983). *Child's Talk. Learning to Use Language*. W. W. Norton & Company.
- Bull, P. E. (1987). *Posture and Gesture*. Pergamin Press.

Butcher, C., & Goldin-Meadow, S. (2000). Gestures and the transition from one-to two-word speech: When hand and mouth come together. In D. McNeill (Hrsg.), *Language and gesture* (S. 235–257). Cambridge University Press.

C

Chandler, P., & Sweller, J. (1991). Cognitive Load Theory and the Format of Instruction. *Cognition and Instruction*, 8(4), 293–332.

Chomsky, N. (1986). *Knowledge of Language. Its Nature, Origin, and Use*. New York: Westport.

Church, R. B., & Goldin-Meadow, S. (1986). The mismatch between gesture and speech as an index of transitional knowledge. *Cognition*, 23, 43–71.

Clark, H. H. (1996). *Using language*. Cambridge University Press

Clark, H. H., & Brennan, S. E. (1991). Grounding in communication. In L. Resnick, J. Levine, & S. D. Teasley (Hrsg.), *Perspectives on socially shared cognition* (S. 127–149). American Psychological Association.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester Jr. (Hrsg.), *Second handbook of research on mathematics in teaching and learning* (S. 461–555). Information Age Publishing.

Cook, S., & Goldin-Meadow, S. (2006). The Role of Gesture in Learning: Do Children Use Their Hands to Change Their Minds? *Journal of Cognition and Development*, 7(2), 211–232.

D

De Freitas, E. & Sinclair, N. (2012). Diagram, gesture, agency: theorizing embodiment in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 80, 133–152.

De Ruiter, J. P. (2000). The production of gesture and speech. In D. McNeill (Hrsg.), *Language and gesture* (S. 284–311). Cambridge University Press.

Denzin, N. K. (2003). Symbolischer Interaktionismus. In: U. Flick, E. von Kardoff, & I. Steinke (Hrsg.), *Qualitative Forschung. Ein Handbuch* (S. 136–149). 2. Auflage. Rowohlt Taschenbuch Verlag.

Dörfler, W. (2005). Inskriptionen und mathematische Objekte. In G. Graumann (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 171–174). Franzbecker.

Dörfler, W. (2006a). Inscriptions as Objects of Mathematical Activities. In J. Maasz, & W. Schloeglmann (Hrsg.), *New Mathematics Education Research and Practice* (S. 97–112). Sense Publishers.

Dörfler, W. (2006b). Keine Angst – Die Mathematik ist nicht (nur) abstrakt. In I. Schwank (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 71–74). Hildesheim: Verlag Franzbecker.

Dörfler, W. (2015). Abstrakte Objekte in der Mathematik. In G. Kadunz (Hrsg.), *Semiotische Perspektiven auf das Lernen von Mathematik* (S. 33–49). Springer Spektrum.

E

Eco, U. (1979). *The Role of the Reader. Explorations in the semiotics of texts*. London: Hutchinson.

- Edwards, J.-A. (2007). The language of friendship: Developing sociomathematical norms in the secondary school classroom. In D. Pitta-Pantazi, & C. Philippou (Hrsg.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (S. 1190–1200). Online verfügbar [letzter Zugriff 30.08.2020] https://eprints.soton.ac.uk/43843/1/Edwards_J_Final_CERME5_07.pdf.
- Edwards, L. D. (2009). Gestures and conceptual integration in mathematical talk. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 127–141.
- Ekman, P., & Friesen, W. V. (1969/1981). The Repertoire of Nonverbal Behavior. Categories, Origin, Usage and Coding. In A. Kendon, T. A. Sebeok, & J. Umiker-Sebeok (Hrsg.), *Nonverbal Communication, Interaction, and Gesture. Selections from Semiotica*, 57–105.
- Elia, I. (2018). Observing the Use of Gestures in Young Children's Geometric Thinking. In I. Elia, J. Mulligan, A. Anderson, A. Baccaglioni-Frank, & C. Benz (Hrsg.), *Contemporary Research and Perspectives on Early Childhood Mathematics Education* (S. 159–182). Springer.
- Elia, I., Gagatsis, A., Michael, P., Georgiou, A. S., & van den Heuvel-Panhuizen, M. H. A. M (2011). Kindergartners' use of gestures in the generation and communication of spatial thinking. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Hrsg.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (S. 1842–1851).
- Emmorey, K. (1999). Do signers gesture? In L. S. Messing, & R. Cambell (Hrsg.), *Gesture, Speech, and Sign* (S. 133–159). University Press.
- English, L. D. (1993). Children's Strategies for Solving Two- and Three-Dimensional Combinatorial Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24 (3), 255–273.
- Ernest, P. (2006). A semiotic perspective of mathematical activity: the case of number. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 67–101.

F

- Farsani, D. (2014). *Making multi-modal mathematical meaning in multilingual classrooms* (Dissertation). Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] <https://theses.bham.ac.uk/id/eprint/5752/1/Farsani15PhD.pdf>.
- Fetzer, M. (2009). Objects as Participants in Classroom Interaction. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Hrsg.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (S. 974–983).
- Fetzer, M. (2017). Auf Objekte bauen – Interaktionstheorie auf den Spuren von Objekten. In M. Beck, & R. Vogel (Hrsg.), *Geometrische Aktivitäten und Gespräche von Kindern im Blick qualitativen Forschens – Mehrperspektivische Ergebnisse aus den Projekten erStMaL und MaKreKi* (S. 41–60). Waxmann.
- Fetzer, M. (2019). Gemeinsam mit Objekten lernen. Zur Rolle von Objekten im Rahmen kollektiver Lernsituationen. In B. Brandt, & K. Tiedemann (Hrsg.), *Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive – Aktuelle Themen, Arbeiten und Fragen* (S. 127–164). Waxmann.

- Fetzer, M., & Tiedemann, K. (2017). Talking with Objects. In T. Dooley, T., & G. Gueudet (Hrsg.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (S. 1284–1291).
- Flick, U., von Kardorff E., & Steinke, I. (2003). Was ist qualitative Forschung? Einleitung und Überblick. In Flick, U., von Kardorff E., & Steinke, I. (Hrsg.), *Qualitative Forschung. Ein Handbuch* (S. 13–29). 2. Auflage. Rowohlt Taschenbuch Verlag.
- Franke, M. (2007). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum Akademischer Verlag.
- Franke, M., & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie*. In der Grundschule. 3. Auflage. Springer Spektrum.
- Fricke, E. (2007). *Origo, Geste und Raum. Lokaldeixis im Deutschen*. De Gruyter.
- Fricke, E. (2012). *Grammatik multimodal. Wie Wörter und Gesten zusammenwirken*. De Gruyter.
- Fricke, E. (2013). Towards a unified grammar of gesture and speech: A multimodal approach. In C. Müller, A. Cienki, E. Fricke, S. H. Ladewig, D. McNeill, & S. Teßendorf (Hrsg.). *Body – Language – Communication. An International Handbook on Multimodality in Human Interaction* (S. 733–754), Volume 1. De Gruyter Mouton.
- Fricke, E., Bressemer, J., & Müller, C. (2014). Gesture families and gesture fields. In C. Müller, A. Cienki, E. Fricke, S. H. Ladewig, D. McNeill, & J. Bressemer (Hrsg.). *Body – Language – Communication. An International Handbook on Multimodality in Human Interaction* (S. 1630–1640), Volume 2. De Gruyter Mouton.

G

- Gellert, U. (2008). Cognitive Academic Language Proficiency in primary Mathematics Classrooms. In J. F. Matos, P. Valero, & K. Yasukawa (Hrsg.), *Proceedings of the Fifth International Mathematics Education and Society Conference* (S. 140–143).
- Gerwing, J., & Bavelas, J. (2004). Linguistic influences on gesture's form. *Gesture*, 4(2), 57–95.
- Givry, D. & Roth, W.-M. (2006). Toward a New Conception of Conceptions. Interplay of Talk, Gestures, and Structures in the Setting. *Journal of Research in Science Teaching*, 43(10), 1086–1109.
- Glaser, B., & Strauss, A. (1967/2017). *The Discovery of Grounded Theory: Strategies for Qualitative Research*. Routledge Taylor and Francis Group.
- Goffman, E. (1974). *Frame Analysis. An Essay on the Organization of Experience*. Harper & Row.
- Goffman, E. (1980). *Rahmen-Analyse. Ein Versuch über die Organisation von Alltagserfahrungen*. Suhrkamp Taschenbuch Verlag.
- Goldenberg, G. (2017). Apraxia: Disease. *Reference Module in Neuroscience and Biobehavioral Psychology*, 1–6.
- Goldin-Meadow (1998). The Development of Gesture and Speech as an Integrated System. In J. M. Inverson, & S. Goldin-Meadow (Hrsg.), *The Nature and Functions of Gesture in Children's Communication* (S. 29–42). Jossey-Bass Publishers.
- Goldin-Meadow, S. (2003). *Hearing Gesture. How Our Hands Help Us Think*. Belknap Press of Harvard University Press.

- Goss, J. (2010). Free your feet – Free your mind: An analysis of spontaneous coverbal foot gestures. *Paper of the fourth Conference of the international society of gesture studies ISGS. Gesture – Evolution, Brain and Linguistic Structures*, 302.
- Graham, T. A. (1999). The Role of Gesture in Children's Learning to Count. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 333–355.
- Gravemeijer, K. (2002). Preamble. From models to modelling. In K. Gravemeijer, R. Lehrer B. van Oers, & L. Verschaffel (Hrsg.), *Symbolizing, Modelling and Tool Use in Mathematics Education* (S. 7–22). Kluwer Academic Publishers.
- Gullberg, M. (2013). So you think gestures are compensatory? Reflections based on child and adult learner data. In A., F. Mattson, & C. Norrby (Hrsg.), *Language Acquisition and Use in Multilingual Contexts. Theory and Practice* (S. 39–49). Media Tryck Lund University.

H

- Hessisches Kultusministerium (Hrsg.) (2011). *Bildungsstandards und Inhaltsfelder. Das neue Kerncurriculum für Hessen. Primarstufe. Mathematik*.
- Höck, G. (2020). Die Ko-Konstruktion im mathematischen Gespräch in der Grundschule. Von Einigkeit und Widerständen. In M. Beck, L. Billion, M. Fetzer, M. Huth, V. Möller, & A.-M. Vogler (Hrsg.) *Multiperspektivische Analysen von Lehr-Lernprozessen. Mathematikdidaktische, multimodale, digitale und konzeptionelle Ansätze* (S. 93–108). Waxmann.
- Hoffmann, L. (2005). Universalgrammatik. *Osnabrücker Beiträge zur Sprachtheorie (OBST)*, 69, 101–131.
- Hoffmann, M. H. G. (1996). *Eine semiotische Modellierung von Lernprozessen: Peirce und das Wechselverhältnis von Abduktion und Vergegenständlichung*. Occasional Paper 160, November 1996, Arbeiten aus dem Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld. Deutschland: Institut für Didaktik der Mathematik, 1–54.
- Hoffmann, M. H. G. (1999). Problems with Peirce's Concept of Abduction. *Foundations of Science*, 4(3), 271–305.
- Hoffmann, M. H. G. (2001). *Peirces Zeichenbegriff: Seine Funktion, seine phänomenologische Grundlegung und seine Differenzierung*. Online verfügbar [letzter Zugriff 01.12.2022] <https://silo.tips/download/peirces-zeichenbegriff-seine-funktionen-seine-phnomenologische-grundlegung-und-s>.
- Hoffmann, M. H. G. (2003a). Lernende lernen abduktiv: eine Methodologie kreativen Denkens. Erweiterte und revidierte Version eines bereits erschienenen Artikels in H.- G. Ziebertz, S. Heil, & A. Prokopf (Hrsg.) (2003), *Abduktive Korrelation. Religionspädagogische Konzeption, Methodologie und Professionalität im interdisziplinären Dialog* (S. 125–136). LIT Verlag. Online verfügbar [letzter Zugriff 23.02.2021] https://www.researchgate.net/profile/Michael-Hoffmann-5/publication/42335899_Lernende_lernen_abduktiv_eine_Methodologie_kreativen_Denkens/links/0c960537500c8c7dff000000/Lernende-lernen-abduktiv-eine-Methodologie-kreativen-Denkens.pdf, 1–21.

- Hoffmann, M. H. G. (2003b). Semiotik als Analyse-Instrument. In M. H. G. Hoffmann (Hrsg.), *Mathematik verstehen – Semiotische Perspektiven* (S. 34–77). Franzbecker.
- Hoffmann, M. H. G. (2006). What is a ‚Semiotic Perspective‘, and what could it be? Some Comments on the Contributions to this Special Issue. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 279–291.
- Holler, J., & Stevens, R. (2007). The Effect of Common Ground of how Speakers Use Gesture and Speech to Represent Size Information. *Journal of Language and Social Psychology*, 26(1), 4–27.
- Holler, J., & Wilkin, K. (2011). Co-Speech Gesture Mimicry in the Process of Collaborative Referring During Face-to-Face Dialogue. *Journal of Nonverbal Behavior*, 35, 133–153.
- Hotze, L. (2014). Gestures before language: The use of baby signs. In C. Müller, A. Cienki, E. Fricke, S. Ladewig, D. McNeill, & J. Bressemer (Hrsg.), *Body – Language – Communication. An International Handbook on Multimodality in Human Interaction* (S. 1857–1868), Volume 2. De Gruyter Mouton.
- Huth, M. (2009). Redebegleitende Gestik in mathematischen Kindergesprächen. In M. Neubrand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 227–230). Franzbecker.
- Huth, M. (2010). Gestik als Ausdruck von mathematischen Ideen in Gesprächen von Grundschüler/innen. In K.-H. Arnold, K. Hauenschild, B. Schmidt, & B. Ziegenmeyer (Hrsg.), *Zwischen Fachdidaktik und Stufendidaktik. Perspektiven für die Grundschulpädagogik* (S. 155–158). VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Huth, M. (2011a). Das Zusammenspiel von Gestik und Lautsprache in mathematischen Gesprächen von Kindern. In B. Brandt; G. Krummheuer, & R. Vogel (Hrsg.), *Die Projekte erStMaL und MaKreKi, Mathematikdidaktische Forschung am “Centre for Individual Development and Adaptive Education” (IDeA)* (S. 197–244). Waxmann
- Huth, M. (2011b). Gestik-Lautsprache-Relationen in mathematischen Gesprächen von Zweitklässlern. In R. Haug, & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 423–426). WTM-Verlag.
- Huth, M. (2011c). Gesture and Speech in Mathematical Interactions of Second Graders. In C. Kirchof (Hrsg.), *Proceedings of the second conference on Gesture and Speech in Interaction (GESPIN) 2011*.
- Huth, M. (2013). Mathematische Gestik und Lautsprache von Lernenden. In G. Greefrath, F. Käpnick, & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 492–495). Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/bzmu2013/Einzelvortraege/BzMU13-Huth.pdf>.
- Huth, M. (2014). The interplay between gesture and speech – second graders solve mathematical problems. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, Silke Ladel, & R. Vogel (Hrsg.), *Early Mathematics Learning. Selected Papers of the POEM 2012 conference* (S. 147–172). Springer.
- Huth, M. (2017). Inskriptionaler Charakter von Gesten – zur Schnittstelle von Gestik und Inskription in mathematischen Interaktionen. In U. Kortenkamp, & A. Kuzle (Hrsg.),

Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 477–480). WTM-Verlag. Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] <https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/36447/1/BzMU-2017-HUTH.pdf>.

Huth, M. (2018). Die Bedeutung von Gestik bei der Konstruktion von Fachlichkeit in mathematischen Gesprächen junger Lernender. In M. Martens, K. Rabenstein, K. Bräu, M. Fetzer, H. Gresch, I. Hardy, & C. Schelle (Hrsg.), *Konstruktion von Fachlichkeit. Ansätze, Erträge und Diskussionen in der empirischen Unterrichtsforschung* (S. 219–231). Verlag Julius Klinkhardt.

Huth, M. (2020). Gestische Darstellungen in mathematischen Interaktionen. In H.-S. Siller, W. Weigel, & Wörler, J. F. (Hg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 1381–1384). WTM-Verlag.

Huth, M., & Schreiber, C. (2017). Semiotische Analyse. Mathematische Zeichenprozesse in Gestik und Lautsprache. In M. Beck, & R. Vogel (Hrsg.) *Geometrische Aktivitäten und Gespräche von Kindern im Blick qualitativen Forschens. Mehrperspektivische Ergebnisse aus den Projekten erStMaL und MaKreKi* (S. 77–105). Waxmann Verlag.

I

Inversion, J. M. (1998). Gesture When There Is No Visual Model. In J. M. Inversion, & S. Goldin-Meadow (Hrsg.), *The Nature and Functions of Gesture in Children's Communication. New Directions for Child Development* (S. 89–100). Jossey-Bass Publishers.

Inversion, J. M., & Goldin-Meadow, S. (1998). Editor's Notes. In Inversion, J. M., & Goldin-Meadow, S. (Hrsg.), *The Nature and Functions of Gesture in Children's Communication. New Directions for Child Development* (S. 1–7). Jossey-Bass Publishers.

Inversion, J. M., & Goldin-Meadow, S. (2005). Gesture Paves the Way for Language Development. *Psychological Science*, 16(5), 367–371. Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] <https://cpb-us-w2.wpmucdn.com/voices.uchicago.edu/dist/c/1286/files/2018/09/Gesture-paves-the-way-for-language-development-lz2jauo.pdf>.

J

Jungwirth, H., & Krummheuer, G. (2006). *Der Blick nach innen: Aspekte der alltäglichen Lebenswelt Mathematikunterricht., Band 1*. Waxmann.

Jungwirth, H., & Krummheuer, G. (2008). *Der Blick nach innen: Aspekte der alltäglichen Lebenswelt Mathematikunterricht., Band 2*. Waxmann.

K

Kadunz, G. (2007). Zeigen: Zur indexikalischen Verwendung von Zeichen beim Lernen von Mathematik. In J. Kramer (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 459–462). Verlag Franzbecker.

- Kadunz, G. (2015). Zum Verhältnis von geometrischen Zeichen und Argumentation. In G. Kadunz (Hrsg.), *Semiotische Perspektiven auf das Lernen von Mathematik* (S. 71–88). Springer Spektrum.
- Kelle, U. (1997). *Empirisch begründete Theoriebildung: Zur Logik und Methodologie interpretativer Sozialforschung*. 2. Auflage. Deutscher Studien-Verlag.
- Keller, J., & Leuninger, H. (2004). *Grammatische Strukturen – Kognitive Prozesse. Ein Arbeitsbuch*. 2. überarbeitete und aktualisierte Auflage. Gunter Narr Verlag.
- Kendon, A. (1980). Gesticulations and Speech: Two Aspects of the Process of Utterance. In M. R. Key (Hrsg.), *The Relationship of Verbal and Nonverbal Communication* (S. 207–227). Mouton Publishers.
- Kendon, A. (2004). *Gesture. Visible Action as Utterance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kersting, G., & Wakolbinger, A. (2008). *Elementare Stochastik*. Birkhäuser Verlag.
- Kiegelmann, M. (2009). Baby Signing. Eine Einschätzung aus entwicklungspsychologischer Perspektive. *Das Zeichen*, 82. Zeitschrift für Sprache und Kultur Gehörloser, 262–272.
- Kiesow, C. (2016). *Die Mathematik als Denkwerk. Eine Studie zur kommunikativen und visuellen Performanz mathematischen Wissens*. Springer VS.
- Kim, M., Roth, W. M. & Thom, J. (2011). Children's gestures and the embodied knowledge of geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9 (1), 207–238.
- Kimbara, I. (2006). On gestural mimicry. *Gesture*, 6(1), 39–61.
- Kita, S. (2003). Pointing: A Foundational Building Block of Human Communication. In S. Kita (Hrsg.), *Pointing. Where Language, Culture, and Cognition Meet* (S. 1–8). Psychology Press.
- Klann-Delius, G. (2016). *Spracherwerb. Eine Einführung*. 3. aktualisierte und erweiterte Auflage. J. B. Metzler Verlag.
- Klose, R. (2019). Audio-Podcasts als Erhebungsinstrument im Kontext mathematischer Begriffsbildung. In B. Brandt, & K. Tiedemann (Hrsg.), *Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive I. Aktuelle Themen, Arbeiten und Fragen* (S. 193–223). Waxmann.
- Klose, R. (2022). *Mathematische Begriffsbildung. PriMaPodcasts im bilingualen Kontext*. Waxmann.
- Koch, P., & Oesterreicher, W. (1985). Sprache der Nähe – Sprache der Distanz. Mündlichkeit und Schriftlichkeit im Spannungsfeld von Sprachtheorie und Sprachgeschichte. In O. Deutschmann, H. Flasche, A. Kablitz, B. König, M. Kruse, W. Pabst, & W.-D. Stempel (Hrsg.), *Romanistisches Jahrbuch, Band 36* (S. 1–43). Walter de Gruyter.
- Krause, C. (2016). *The Mathematics in Our Hands. How Gestures Contribute to Constructing Mathematical Knowledge*. Springer Spektrum.
- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2006). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. 2. Auflage, Spektrum Akademischer Verlag.
- Kress, G. (2007). Skizze einer semiotischen Theorie des Lernens. In M. Göhlich, C. Wulf, & J. Zirfas (Hrsg.), *Pädagogische Theorien des Lernens* (S. 52–66). Beltz.
- Krummheuer, G. (1992). *Lernen mit "Format". Elemente einer interaktionistischen Lerntheorie. Diskutiert an Beispielen mathematischen Unterrichts*. Deutscher Studien Verlag.

- Krummheuer, G. (1997). *Narrativität und Lernen. Mikrosoziologische Studien zur sozialen Konstitution schulischen Lernens*. Deutscher Studien Verlag.
- Krummheuer, G. (2004). Wie kann man Mathematikunterricht verändern? Innovation von Unterricht aus Sicht eines Ansatzes der Interpretativen Unterrichtsforschung. *Journal für Mathematikdidaktik*, 25(2), 112–129.
- Krummheuer, G. (2011a). Die empirisch begründete Herleitung des Begriffs der „Interaktionalen Nische mathematischer Denkentwicklung“ (NMD). In B. Brandt, G. Krummheuer, & R. Vogel (Hrsg.), *Die Projekte erStMaL und MaKreKi, Mathematikdidaktische Forschung am “Centre for Individual Development and Adaptive Education” (IDeA)* (S. 25–89). Waxmann.
- Krummheuer, G. (2011b). Die Interaktionsanalyse. Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] http://www.fallarchiv.uni-kassel.de/wp-content/uploads/2010/07/krummheuer_inhaltsanalyse.pdf.
- Krummheuer, G. (2012). Interaktionsanalyse. In F. Heinzel (Hrsg.), *Methoden der Kindheitsforschung. Ein Überblick über Forschungszugänge zur kindlichen Perspektive* (S. 234–247), 2. überarbeitete Auflage. Juventa Verlag Beltz.
- Krummheuer, G. (2014). The Relationship between Cultural Expectation and the Local Realization of a Mathematics Learning Environment. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel, & R. Vogel (Hrsg.), *Early Mathematics Learning. Selected Papers of the POEM 2012 conference* (S. 71–83). Springer.
- Krummheuer, G., & Brandt, B. (2001). *Paraphrase und Traduktion. Partizipationstheoretische Elemente einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens in der Grundschule*. Beltz Wissenschaft, Deutscher Studien Verlag.
- Krummheuer, G., & Naujok, N. (1999). *Grundlagen und Beispiele Interpretativer Unterrichtsforschung*. Leske + Budrich.
- Krummheuer, G., & Voigt, J. (1991). Interaktionsanalysen von Mathematikunterricht. Ein Überblick über einige Bielefelder Arbeiten. In H. Maier, & J. Voigt (Hrsg.), *Interpretative Unterrichtsforschung. Heinrich Bauersfeld zum 65. Geburtstag* (S. 13–32). Aulis Verlag Deubner & Co KG.
- Kuntze, S. (2013). Vielfältige Darstellungen nutzen im Mathematikunterricht. In J. Sprenger, A. Wagner, & M. Zimmermann (Hrsg.), *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen. Didaktische Sichtweisen vom Kindergarten bis zur Hochschule* (S. 17–36). Springer Spektrum.
- Kütting, H., & Sauer, M. J. (2008). *Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte*. Springer Verlag.

L

- Latour, B. (1986). Visualisation and Cognition: Drawing Things Together. In E. Long, & H. Kuklick (Hrsg.), *Knowledge and Society. Studies in the Sociology of Culture Past and Present* (S. 1–40), Band 6. Jai Press.

- Latour, B., & Woolgar, S. (1986). *Laboratory Life. The Construction of Scientific Facts*. Princeton University Press.
- Leiss, D., Hagen, M., Neumann, A., & Schwippert, K. (2017). *Mathematik und Sprache. Empirischer Forschungsstand und unterrichtliche Herausforderungen*. Waxmann.
- Levelt, W. J. M. (1989). *Speaking. From Intention to Articulation*. The MIT Press.
- Lorenz, J. H. (2011). Die Macht der Materialien (?). Anschauungsmittel und Zahlenrepräsentation. In A. S. Steinweg (Hrsg.), *Medien und Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM* (S. 39–54). University of Bamberg Press.

M

- Maier, H. (2004). Zur fachsprachlichen Hyper- und Hypotrophie im Fach Mathematik oder Wie viel Fachsprache brauchen Schüler im Mathematikunterricht? *Journal für Mathematikdidaktik*, 25(2), 153–166.
- Maier, H., & Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht*. Obv & htp Verlagsgesellschaft.
- Maier, H., & Voigt, J. (Hrsg.) (1994). *Verstehen und Verständigung – Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung*. Aulis.
- Mayberry, R. I., Jaques, J., & DeDe, G. (1998). What Stuttering Reveals About the Development of the Gesture-Speech Relationship. In J. M. Inverson, & S. Goldin-Meadow (Hrsg.), *The Nature and Functions of Gesture in Children's Communication. New Directions for Child Development* (S. 77–87). Jossey-Bass Publishers.
- McNeill, D. (1985). So you think gestures are nonverbal. *Psychological Review*, 92(4), 350–371.
- McNeill, D. (1992). *Hand and Mind. What Gestures Reveal about Thought*. University of Chicago Press.
- McNeill, D. (2005). *Gesture & Thought*. University of Chicago Press.
- Mehan, H. (1979). *Learning Lessons. Social Organization in the classroom*. Harvard University Press.
- Meyer, M. (2007). *Entdecken und Begründen im Mathematikunterricht. Von der Abduktion zum Argument*. Franzbecker.
- Meyer, M. (2010). Logik und Mystik des (entdeckenden) Lernens. *Mathematica Didactica*, 33, 32–57.
- Meyer, M. (2015). *Vom Satz zum Begriff. Philosophisch-logische Perspektiven auf das Entdecken, Prüfen und Begründen im Mathematikunterricht*. Springer Spektrum.
- Meyer, M., & Prediger, S. (2012). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht – Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 54(45), 2–9.
- Meyer, M., & Tiedemann, K. (2017). *Sprache im Fach Mathematik*. Berlin: Springer Spektrum.
- Miller, M. (1986). *Kollektive Lernprozesse*. Suhrkamp.

- Mol, L., Krahmer, E., Maes, A., & Swerts, M. (2010). Converging Hands or Converging Minds? In S. Ohlsson, & R. Catrambone (Hrsg.), *Proceedings of the 32nd Annual Meeting of the Cognitive Science Society (CogSci)* (S. 115–120). Cognitive Science Society.
- Möller, V. (2019). Lehr-Lern-Inszenierungen im Mathematikunterricht und deren multimodale Ausgestaltung. In A. Frank, S. Krauss, & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 545–548). WTM-Verlag.
- Müller, C. (1998). *Redebegleitende Gesten. Kulturgeschichte, Theorie und Sprachvergleich*. Berlin-Verlag.
- Müller, C. (2013). Towards a grammar of gestures: A form-based view. In C. Müller, A. Cienki, E. Fricke, S. Ladewig, D. McNeill, & S. Tessendorf (Hrsg.), *Body – Language – Communication. An International Handbook on Multimodality in Human Interaction* (S. 707–733), Volume I. De Gruyter Mouton.

N

- Neubert, B. (2003). Gute Aufgaben zur Kombinatorik in der Grundschule. In S. Ruwisch, & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 89–101). Mildenberger Verlag.
- Neubert, B. (2013). Kombinatorische Aufgaben in der Grundschule. In G. Greefrath, F. Käpnick, & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 688–691). Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] <https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/32713/1/162.pdf>.
- Ng, O.-L., & Sinclair, N. (2015). Young children reasoning about symmetry in a dynamic geometry environment. *ZDM Mathematics Education*, 47, 421–434.

O

- Ott, B. (2016). *Textaufgaben grafisch darstellen. Entwicklung eines Analyseinstruments und Evaluation einer Interventionsmaßnahme*. Waxmann.

P

- Paas, F., Renkl, A., & Sweller, J. (2003). Cognitive Load Theory and Instructional Design: Recent Developments. *Educational Psychologist*, 38(1), 1–4.
- Peirce, C. S. (1885). On the Algebra of Logic. A Contribution to the Philosophy of Notation. *American Journal of Mathematics*, 7(2), 180–202.
- Peirce, C. S. (1966). *Selected Writings (Values in a universe of chance)*. hrsg. von P. W. Wiener. Dover Publications.
- Peirce, C. S. (CP1) (1931). *The collected Papers of Charles Sanders Peirce. Vol. I: The Principles of Philosophy*, hrsg. von C. Hartshorne, & P. Weiss. Harvard University Press.
- Peirce, C. S. (CP2) (1932). *The collected Papers of Charles Sanders Peirce. Vol. II: Elements of Logic*, hrsg. von C. Hartshorne, & P. Weiss. Harvard University Press.

- Peirce, C. S. (CP3) (1933a). *The collected Papers of Charles Sanders Peirce. Vol. III: Exact Logic*, hrsg. von C. Hartshorne, & P. Weiss. Harvard University Press.
- Peirce, C. S. (CP4) (1933b). *The collected Papers of Charles Sanders Peirce. Vol. IV: The Simplest Mathematics*, hrsg. von C. Hartshorne, & P. Weiss. Harvard University Press.
- Peirce, C. S. (CP5) (1934). *The collected Papers of Charles Sanders Peirce. Vol. V: Pragmatism and Pragmaticism*, hrsg. von C. Hartshorne, & P. Weiss. Harvard University Press.
- Peirce, C. S. (CP7) (1958a). *The collected Papers of Charles Sanders Peirce. Vol. VII: Science and Philosophy*, hrsg. von A. W. Burks. Harvard University Press.
- Peirce, C. S. (CP8) (1958b). *The collected Papers of Charles Sanders Peirce. Vol. VIII: Reviews, Correspondence, and Bibliography*, hrsg. von A. W. Burks. Harvard University Press.
- Peirce, C. S. (EPII) (1998). *The Essential Peirce. Selected Philosophical Writings. Vol. 2 (1893-1913)*, hrsg. vom Peirce Edition Projekt. Indiana University Press.
- Peirce, C. S. (MS 599) (1902). Reason's rules. Manuskript 599. Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] <https://rs.cms.hu-berlin.de/peircearchive/pages/home.php>.
- Peirce, C. S. (NEM IV) (1976). *The New Elements of Mathematics, Vol. IV: Mathematical Philosophy*, hrsg. von C. Eisele. Mouton Publishers.
- Peirce, C. S. (PW) (1955). *Philosophical Writings of Peirce*. Hrsg. von J. Buchler. Dover Publications.
- Peirce, C. S. (SEM I) (2000a). *Semiotische Schriften, Band 1 (1865-1903)*, hrsg. von C. J. W. Kloesel, & H. Pape. Suhrkamp.
- Peirce, C. S. (SEM II) (2000b). *Semiotische Schriften, Band 2 (1903-1906)*, hrsg. von C. J. W. Kloesel, & H. Pape. Suhrkamp.
- Peirce, C. S. (SEM III) (2000c). *Semiotische Schriften, Band 3 (1906-1913)*, hrsg. von C. J. W. Kloesel, & H. Pape. Suhrkamp.
- Peter-Koop, A., & Prediger, S. (2005). Dimensionen, Perspektiven und Projekte mathematikdidaktischer Handlungsforschung. In E. Eckert, & W. Fichten (Hrsg.), *Schulbegleitforschung: Erwartungen – Ergebnisse – Wirkungen* (S. 185–201). Waxmann.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically. Communication in Mathematics Classrooms*. London, Routledge.
- Prediger, S. (2001). Mathematik als kulturelles Produkt menschlicher Denktätigkeit und ihr Bezug zum Individuum. In K. Lengnink, & F. Siebel (Hrsg.), *Mathematik und Mensch. Sichtweisen der Allgemeinen Mathematik, Darmstädter Schriften zur Allgemeinen Wissenschaft 2* (S. 21–36). Verlag Allgemeine Wissenschaft,
- Prediger, S. (2013). Darstellung, Register und mentale Konstruktion von Bedeutungen und Beziehungen – Mathematikspezifische sprachliche Herausforderungen identifizieren und bearbeiten. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann, & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach – Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 167–183). Waxmann.
- Prediger, S., Erath, K., & Moser Opitz, E. (2019). The language dimension of mathematical difficulties. In A. Fritz, V. Haase, & P. Räsänen (Hrsg.), *International Handbook of math learning difficulties: From the laboratory to the classroom* (S. 437–455.). Springer.

Presmeg, N. (2006). Semiotics and the „connections“ standard: significance of semiotics for teachers of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 163–182.

R

Radford, L. (2005). Why do gestures matter? Gestures as semiotic means of Objectification. In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Hrsg.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (S. 143–145), Vol. 1.

Radford, L. (2007). Towards a cultural theory of learning. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Hrsg.) *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (S. 1728–1797).

Radford, L. (2008a). Iconicity and contraction. a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM Mathematics Education*, 40, 83–96.

Radford, L. (2008b). The Ethnics of Being and Knowing: Towards a Cultural Theory of Learning. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Hrsg.). *Semiotics in Mathematics Education. Epistemology, History, Classroom, and Culture* (S. 215–234). Sense Publishers.

Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 111–126.

Radford, L. (2013). Sensuous Cognition. In D. Martinovic, V. Freiman, & Z. Karadag, *Visual Mathematics and Cyberlearning* (S. 141–162). Springer.

Reichertz, J. (2003/2013). *Die Abduktion in der qualitativen Sozialforschung*. 2. Auflage. Springer VS.

Rohr, S. (1993). *Über die Schönheit des Findens. Die Binnenstruktur menschlichen Verstehens nach Charles S. Peirce: Abduktionslogik und Kreativität*. M & P Verlag für Wissenschaft und Forschung.

Rowe, M. L., & Goldin-Meadow, S. (2009a). Early gesture selectively predicts later language learning. *Developmental Science*, 12(1), 182–187.

Rowe, M. L., & Goldin-Meadow, S. (2009b). Differences in Early Gesture Explain SES Disparities in Child Vocabulary Size at School Entry. *Science*, 323, 951–953.

S

Sabena, C. (2008). On the Semiotics of Gestures. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Hrsg.), *Semiotics in Mathematics Education. Epistemology, History, Classroom, and Culture* (S. 19–38). Sense Publishers.

Sacks, H. (1984). Notes on Methodology. In J. M. Atkinson, & J. Heritage (Hrsg.), *Structures on Social Action. Studies in Conversation Analysis* (S. 21–27). University Press.

Sáenz-Ludlow, A. (2006). Classroom interpreting games with an illustration. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 183–218.

Sáenz-Ludlow, A. (2018). Iconicity and Diagrammatic Reasoning in Meaning-Making. In N. Presmeg, L. Radford, W.-M. Roth, & G. Kadunz (Hrsg.), *Signs of Signification. Semiotics in Mathematics Education Research* (S. 193–215). Springer International Publishing AG.

- Sager, S. F. (2005). Ein System zur Beschreibung von Gestik. *Osnabrücker Beiträge zur Sprachtheorie*, 70, 19–47.
- Salle, A., & Krause, C. (2020). Kognitive Funktionen von Gesten beim mathematischen Arbeiten. *Journal für Mathematikdidaktik*, 42, 123–158.
- Sarama, J., & D. H. Clements (2008). Mathematics in early childhood. In O. N. Saracho, & B. Spodek (Hrsg.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education* (S. 67–94). Information Age Publishing.
- Saussure, F. (2001). *Grundfragen der allgemeinen Sprachwissenschaft*. 3. Auflage, hrsg. von C. Bally, & A. Sechehaye. De Gruyter.
- Schindler, M., Schovenberg, V, & Schabmann, A. (2020). Enumeration Processes of Children with Mathematical Difficulties: An Explorative Eye-Tracking Study on Subitizing, Groupitizing, Counting, and Pattern Recognition. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 18(2), 193–211.
- Schönwälder, B.-U. (2013). *Das hörbare Selbstgespräch – eine Ressource des Alters* (Dissertation). Otto-Friedrich-Universität Bamberg, Deutschland. Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] <https://d-nb.info/105855431X/34>.
- Schreiber, C. (2006). Die Peirce'sche Zeichentriade zur Analyse mathematischer Chat-Kommunikation. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 27(3/4), 240–267.
- Schreiber, C. (2010). *Semiotische Prozess-Karten – Chatbasierte Inskriptionen in mathematischen Problemlöseprozessen*. Waxmann.
- Schreiber, C. (2013). Semiotic Processes in Chat-based Problem-Solving Situations. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 51–73.
- Schütte, M. (2009). *Sprache und Interaktion im Mathematikunterricht der Grundschule: zur Problematik einer Impliziten Pädagogik für schulisches Lernen im Kontext sprachlich-kultureller Pluralität*. Waxmann.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13–57.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, development of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.
- Sfard, A., & Lavie, I. (2005). Why cannot children see as the same what grown-ups cannot see as different? Early numerical thinking revisited. *Cognition and Instruction*, 23 (2), 237–309.
- Sinclair, N., & Bruce, C. D. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM Mathematics Education*, 47, 319–329.
- Sinclair, N., & de Freitas, E. (2014). The haptic nature of gesture. Rethinking gesture with new multitouch digital technologies. *Gesture*, 14(3), 351–374.
- Sinclair, N., & Pimm, D. (2015). Mathematics using Multiple Senses: Developing Finger Gnosis with Three- and Four-year-olds in an Era of Multi-Touch-Technologies. *Journal of Research in Early Childhood Education*, 9, 99–110.
- Streeck, J. (2009). *Gesturecraft. The manufacture of meaning*. Amsterdam: John Benjamins.

Sweller, J. (1988). Cognitive Load During Problem Solving: Effects on Learning. *Cognitive Science*, 12, 257–285.

T

Tiedemann, K. (2012). *Mathematik in der Familie. Zur familialen Unterstützung früher mathematischer Lernprozesse in Vorlese- und Spielsituationen*. Münster: Waxmann.

Tomasello, M. (2008). *The Origins of Human Communication*. MIT Press.

Törner, G. (1996). Mathematische Weltbilder von Lehrern. In Müller, K. P. (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 433–436). Hildesheim.

V

Van Oers, B. (2002). The Mathematization of Young Children's Language. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Van Oers, & L. Verschaffel (Hrsg.), *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education* (S. 29–58). Kluwer Academic Publishers.

Verboom, L. (2008). Sprachbildung im Mathematikunterricht der Grundschule. In C. Bainski, & M. Krüger-Potratz (Hrsg.), *Handbuch Sprachförderung* (S. 95–112). Neue Deutsche Schule Verlagsgesellschaft.

Vogel, R. (2006). Mathematische Sprachentwicklung – eine erste Annäherung. In *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 82–84). Verlag Franzbecker.

Vogel, R. (2012). *Mathematical situations of play and exploration as an Empirical Research Instrument*. Vorversion des Artikels von Vogel, R. (2014). Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] https://cermat.org/poem2012/main/proceedings_files/Vogel-POEM2012.pdf.

Vogel, R. (2013). Mathematical situations of play and exploration. *Educational Studies in Mathematics*, 84(2), 209–225.

Vogel, R. (2014). Mathematical Situations of Play an Exploration as an Empirical Research Instrument. Überarbeitete Version des Artikels von Vogel, R. (2012). In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel, & R. Vogel (Hrsg.), *Early Mathematics Learning. Selected Papers of the POEM 2012 conference* (S. 223–236). Springer.

Vogel, R. (2017a). Diagrammatischer Charakter von Handlungen an Objekten in mathematischen Spiel- und Erkundungssituationen. In U. Kortenkamp, & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 993–996). WTM-Verlag.

Vogel, R. (2017b). „wenn man da von oben guckt sieht das aus als ob ...“ – die ‚Dimensionslücke‘ zwischen zweidimensionaler Darstellung dreidimensionaler Objekte im multimodalen Austausch. In M. Beck, & R. Vogel (Hrsg.), *Geometrische Aktivitäten und Gespräche von Kindern im Blick qualitativen Forschens. Mehrperspektivische Ergebnisse aus den Projekten erStMaL und MaKreKi* (S. 61–75). Waxmann Verlag.

Vogel, R., & Huth, M. (2010a). Mathematical cognitive processes between the poles of mathematical technical terminology and the verbal expressions of pupils. In *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME*

- (S. 1033–1022). Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] <http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg6-21-vogel-huth.pdf>.
- Vogel, R., & Huth, M. (2010b). „...und der Elefant in die Mitte“ – Rekonstruktion mathematischer Konzepte von Kindern in Gesprächssituationen. In B. Brandt, M. Fetzer, & M. Schütte (Hrsg.), *Auf den Spuren Interpretativer Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik. Festschrift für Götz Krummheuer* (S. 177–207). Waxmann Verlag.
- Vogel, R., & Huth, M. (2020). Modusschnittstellen in mathematischen Lernprozessen. Handlungen am Material und Gesten als diagrammatische Tätigkeit. In G. Kadunz (Hrsg.), *Zeichen und Sprache im Mathematikunterricht. Semiotik in Theorie und Praxis* (S. 215–253). Springer Spektrum.
- Vogel, R., & Wippermann, S. (2005). Transferstrategien im Projekt VIB – Didaktische Design Patterns zur Dokumentation der Projektergebnisse. In C. Bescherer (Hrsg.), *Einfluss der neuen Medien auf die Fachdidaktiken. Erfahrungen aus dem Projekt VIB* (S. 39–60). Schneider Verlag.
- Vogel, R., & Zerlik, J. (2013). „Bilder des Alltags“ – mathematisch und mathematikdidaktisch gedeutet. In G. Greefrath, F. Käpnick, & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 1038–1041). WTM-Verlag.
- Vogler, A. (2020). *Mathematiklernen im Kindergarten. Eine (mehrperspektivische) Untersuchung zu Chancen und Hürden beim frühen mathematischen Lernen in Erzieher*innen-Situationen*. Waxmann.
- Voigt, J. (1984). *Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen und mikroethnographische Falluntersuchungen*. Beltz Verlag.
- Voigt, J. (1994). Entwicklung mathematischer Themen und Normen im Unterricht. In: H. Maier, & J. Voigt (Hrsg.), *Verstehen und Verständigung. Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung* (S. 77–111). Aulis.

W

- Wachsmuth, I. (2006): Der Körper spricht mit. *Gehirn & Geist*, 4, 40–47.
- Walther, G., van den Heuvel-Panhuizen, M., Granzer, D., & Köller, O. (Hrsg.) (2011). *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret*, 5. Auflage.
- Weidinger, N. (2011). Gestik und ihre Funktion im Spracherwerb bei Kindern unter drei Jahren. München: Deutsches Jugendinstitut e.V. Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] https://www.dji.de/fileadmin/user_upload/bibs/672_13595_Weidinger_Gestik.pdf.
- Weidinger, N. (2016). *Gestures with and without speech. A developmental perspective*. Logos Verlag.
- Weis, I. (2013). *Wie viel Sprache hat Mathematik in der Grundschule? Über die Notwendigkeit der Verbindung von sprachlichem und fachlichem Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule*. Essen. Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] <https://docplayer.org/95339-Ueber->

[die-notwendigkeit-der-verbinding-von-sprachlichem-und-fachlichem-lernen-im-mathematikunterricht-der-grundschule.html](#).

- Wessel, L., Büchter, A., & Prediger, S. (2018). Weil Sprache zählt – Sprachsensibel Mathematikunterricht planen, durchführen und auswerten. Webversion eines Artikels aus *Mathematik lehren*, 206, 2–7. Online verfügbar [letzter Zugriff 05.02.2023] https://www.mathematik.tu-dortmund.de/~prediger/veroeff/18-ML-WesBuechPred-Sprache-Basiartikel_Webversion.pdf.
- Wille, A. (2020). Mathematische Gebärden der Österreichischen Gebärdensprache aus semiotischer Sicht. In G. Kadunz (Hrsg.). *Zeichen und Sprache im Mathematikunterricht – Semiotik in Theorie und Praxis* (S. 193–214). Springer Spektrum.
- Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic Bulletin & Review*, 9(4), 625–636.
- Wittgenstein, L. (1984). *Philosophische Untersuchungen*. Suhrkamp Verlag.

Z

- Zazkis, R. (2000). Using Code-Switching as a Tool for Learning Mathematical Language. *For the Learning of Mathematics*, 20(3), 38–43.

Internetseiten und Ordnungen

- Gesellschaft für deutsche Sprache e.V. *Homepage*. Abgerufen am 05.02.2023 von <https://gfds.de/wort-des-jahres-2020-1/>
- Marty, R. *76 Definitions of The Sign by C. S. Peirce*. Department of Mathematics University of Perpignan Perpignan, France. Abgerufen am 05.02.2023 von <https://arisbe.sitohost.iu.edu/rsources/76DEFS/76defs.HTM>
- McNeill, D. *Homepage*. Abgerufen am 05.02.2023 von http://mcneilllab.uchicago.edu/writing/growth_points.html
- National Council of Teachers of Mathematics. Abgerufen am 05.02.2023 von www.nctm.org
- Touchcounts *Homepage*. Abgerufen am 05.02.23 von www.touchcounts.ca
- Universität Frankfurt. *Fachspezifischer Anhang zur SPoL. Studien und Prüfungsordnung Lehramt, Studienfach Mathematik im Studiengang LI*. Abgerufen am 05.02.23 von https://www.uni-frankfurt.de/87026503/LI_2020_03_19_Mathematik.pdf
- Universität Hamburg. *Fachgebärdenlexika*. Abgerufen am 13.08.2022 von <https://www.idgs.uni-hamburg.de/forschung/forschungsprojekte/fachgebaerdenlexika.html>
- Wikipediabeitrag. *Legó*. Abgerufen am 05.02.23 von <https://de.wikipedia.org/wiki/Lego>

Anhang

Verzeichnis

Anhang 1:

Mathematische Situationspattern

Anhang 1-1: *Mathematisches Situationspattern 1*: Kombinatorik – Tierpolonaise

Anhang 1-2: *Mathematisches Situationspattern 2*: Geometrie – Bauen

Anhang 2:

Ausführliche Interaktionsanalysen

Anhang 2-1: Ausführliche Interaktionsanalyse 1: Jakob und Claus – Kombinatorik

Anhang 2-2: Ausführliche Interaktionsanalyse 2: Jana und Ayse – Kombinatorik

Anhang 2-3: Ausführliche Interaktionsanalyse 3: Maya und Dennis – Kombinatorik

Anhang 2-4: Ausführliche Interaktionsanalyse 4: Jana und Ayse – Geometrie

Anhang 2-5: Ausführliche Interaktionsanalyse 5: Maya und Dennis – Geometrie

Anhang 3:

Abbildungsverzeichnis

Anhang 4:

Tabellenverzeichnis

Anhang I: Mathematische SituationspatternAnhang I-1: *Mathematisches Situationspattern I: Kombinatorik – Tierpolonaise*

Situationsname	<p><i>Wie kann die Situation benannt werden?</i></p> <p>Tierpolonaise</p>
Status der Entwicklung	<p><i>In welchem Status der Entwicklung liegt die Situationsbeschreibung vor?</i></p> <p>Endversion</p>
Kurzbeschreibung	<p><i>Wie kann die Idee der Situation kurz beschrieben werden?</i></p> <p>Gemeinsam sollen die Lernenden alle möglichen Permutationen von $n = 3$ Elementen finden. Das gegebene mathematische Problem ist in den Kontext <i>Zirkus</i> eingebunden, wobei drei Tiere (Elefant, brauner und weißer Tiger) in verschiedenen Reihenfolgen auf einem Podest stehen sollen. Dabei können die Lernenden die Situation nachstellen (mit Tierplastikfiguren und einem Podest) und ihre gefundenen Möglichkeiten mit Papierkärtchen dokumentieren.</p>
Mathematischer Bereich und Beschreibung des mathematischen Gehalts	<p><i>Welchem mathematischen Bereich ist die Situation zuzuordnen?</i></p> <p><i>Wie kann der mathematische Gehalt der Situation angemessen beschrieben werden? Welche fachwissenschaftlichen, mathematischen Aspekte sind wichtig oder potentiell in der Situation möglich?</i></p> <p>Die Situation gehört dem Bereich der Kombinatorik an. Zentrale Probleme der Kombinatorik beschäftigen sich mit Zählprinzipien, Anordnungen und dem Auswählen aus einer Grundmenge von n Elementen. Für die Art der Auswahl werden verschiedene kombinatorische Figuren beschrieben.</p> <p>Im vorliegenden Fall handelt es sich um die Permutation (permutare, lat.: vertauschen, umstellen) von n Elementen: Jedes Element (hier Tier) muss in der Anordnung (hier Tierpolonaise) vorkommen, darf sich aber nicht innerhalb einer Anordnung wiederholen. Damit stellt die Frage nach der Anzahl und der Art der verschiedenen möglichen Anordnungen der n Elemente das zentrale Problem der Situation dar. Die einzelnen verschiedenen Reihenfolgen der Anordnungen der n Elemente ergeben in ihrer Summe die Anzahl aller möglichen Anordnungen und können mathematisch als Tupel dokumentiert werden. Im Sinne eines Urnenmodells kann die Situation wie folgt veranschaulicht werden: Es werden nacheinander ohne Zurücklegen alle n Elemente aus einer Urne gezogen und die Reihenfolge der unterscheidbaren Elemente notiert. Die Permutationen entsprechen dann den möglichen Reihenfolgen der Züge der n Elemente.</p> <p>Mathematisch formuliert ist eine Permutation von $[n] := \{ 1, \dots, n \}$ eine bijektive Abbildung der Menge $[n]$ auf sich selbst. Die Auflistung aller Permutationen von $[n]$ kann von n auf $n-1$ zurückgespielt werden: Das Element namens n kann auf einen der Plätze $1, \dots, n$ gesetzt</p>

	<p>werden, damit bleiben für die restlichen $n - 1$ Elemente genau $n - 1$ Plätze zur Besetzung. Bei kleinem n können also durch die Festlegung der Positionen einzelner Elemente bzw. die Vorstellung davon, dass eine Position gleich besetzt bleibt und man dann nur noch über die restlichen $n - 1$ Positionen vertauschen muss, relativ schnell und systematisch alle Permutationen gefunden werden.</p> <p>Aus n Elementen können auf $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - (n - 1))$ verschiedene Arten geordnete n-gliedrige Anordnungen gebildet werden, wobei der letzte Faktor 1 ist. Daran erkennt man auch, dass die Anzahl der Permutationen schnell mit n steigt. In der hier beschriebenen Situation gibt es also zunächst $3!$ mögliche Anordnungen und in der Fortführung des gegebenen mathematischen Problems dann $4!$ mögliche Anordnungen. Werden Bedingungen für die Reihenfolgen festgelegt, sind also z. B. i Elemente in der Ziehung bzw. der Permutation als fest und vorgegeben anzusehen (z. B. alle Reihenfolgen mit einem bestimmten Element in erster Position als Fixpunkt der Permutation), dann ändert sich die Anzahl der möglichen verschiedenen Anordnungen entsprechend und bezieht sich auf die möglichen Permutationen der restlichen $n-i$ Elemente an den entsprechenden Positionen in den Anordnungen. Für das Beispiel bedeutet dies, dass bei $n = 3$ und einer festgelegten Position noch $n - 1 = 2$ Plätze/ Positionen bzw. deren Besetzungen permutiert werden können. Bei der Erweiterung $n + 1 = 4$ gibt es bei einer festgelegten Position entsprechend $n + 1 - 1 = n$ Plätze bzw. Besetzungen, die permutiert werden können.</p>
Ergebnisse aus empirischen Studien zur vorliegenden Situation ³¹²	<p><i>Welche empirischen Studien liegen zur gegebenen Situation vor?</i></p> <p>Kombinatorische Probleme erfordern einen systematischen Blick, um geschickt, d. h. mit möglichst kleinem Aufwand und einer geeigneten Strategie (systematisches Vorgehen, Algorithmus, Formel), abzählen und eine Lösung generieren zu können. Manchmal ist es dabei schlichtweg zu umständlich, bspw. alle voneinander verschiedenen Reihenfolgen von Elementen aufzuschreiben oder mit konkretem Material zu finden. Es entsteht also möglicherweise das Erfordernis, über mögliche bzw. weitere potentielle Reihenfolgen nachzudenken, ohne diese tatsächlich zu legen oder aufzuschreiben, um z. B. die Anzahl aller möglichen Reihenfolgen finden zu können. Für die</p>

³¹² Es geht hier, wie auch im Pattern zur Geometriesituation, um eine Bestandsaufnahme von ausgewählten, in der Literatur verfügbaren Beschreibungen von bereits durchgeführten und/oder bestehenden Forschungen in dem jeweilig relevanten mathematischen Bereich oder in einer der jeweiligen Situation vergleichbaren mathematischen Lehr-Lern-Situation. Dabei sei stets darauf hingewiesen, dass die hier zusammengestellten Studien bezüglich ihrer theoretischen Rahmung nicht automatisch interaktionstheoretisch eingeordnet oder als interaktionstheoretisch kompatibel angesehen werden. Möglicherweise gehen sie von einem anderen Lernbegriff aus, der sich von der in der vorliegenden Arbeit genutzten interaktionstheoretischen Sicht auf Lernen (vgl. Kap. 4) unterscheidet.

Bestimmung aller möglichen Reihenfolgen können dann Algorithmen, Formeln oder eine bestimmte Darstellung (z. B. Baumdiagramm) angewendet werden, was aber in Anbetracht der Erfahrungen der untersuchten Lernenden im Bereich der Kombinatorik eher unwahrscheinlich ist. Für die im vorliegenden Forschungsprojekt teilnehmenden Lernenden stellt sich damit die Frage, welche empirischen Ergebnisse bezüglich der Bewältigung von kombinatorischen Lehr-Lern-Situationen vorliegen. Zur Entwicklung von kombinatorischem Verständnis oder dem kombinatorischen Denken in der für die vorliegende Arbeit relevanten Altersspanne von ca. 7-9 Jahren gibt es relativ wenige Studien. Sarama und Clements (2008) beschreiben zwar den Bereich der Datenanalyse, zu dem kombinatorische Probleme zugeordnet werden können, als eine der zentralen mathematischen Ideen. Die Untersuchungslage diesbezüglich erscheint aber relativ überschaubar, auch gerade im Vergleich zu den anderen von Sarama und Clements (2008) benannten mathematischen Bereichen (vgl. Sarama & Clements, 2008, S. 88f).

English (1993, S. 256) beschreibt bezüglich kombinatorischer Vorgehensweisen von Lernenden eine eigene Studie von 1988. Darin konnte sie zeigen, dass bereits Lernende zwischen vier und neun Jahren ihre eigenen Strategien entwickelten, um sogenannte zweidimensionale kombinatorische Probleme zu lösen (zweistufige Zufallsexperimente im Kontext eines Anziehproblems). Die zur Anwendung gebrachten Vorgehensweisen reichten von unsystematischen trial-and-error Strategien bis hin zu einer systematischen kombinatorischen Prozedur, wie z. B. dem Festhalten eines Elements und der Überlegung aller möglichen Zusammenstellungen unter dieser Bedingung. 1993 wiederholte und erweiterte English ihre Studie von 1988 und untersuchte insgesamt 96 Lernende ohne Erfahrung mit kombinatorischen Problemen. Die forschungsrelevanten Fragen waren, welche Strategien 7-12jährige bei dreidimensionalen kombinatorischen Problemen anwenden würden und wie sich diese Strategien mit Erfahrungen im Problemlösen und mit zweidimensionalen kombinatorischen Problemen verändern (vgl. English, 1993, S. 258). English (1993) stellte den teilnehmenden Lernenden dazu insgesamt sechs kombinatorische Probleme, in denen sie Bären in allen möglichen Zusammenstellungen von farbigen Oberteilen und Hosen anziehen sollten. In einer Erweiterung sollten den Bären zusätzlich Tennisschläger zugeordnet werden (vgl. English, 1992, S. 258). Die insgesamt sechs kombinatorischen Probleme beinhalteten folgende Grundmengen: 1) zwei Oberteile und drei Hosen; 2) drei Oberteile und zwei Hosen; 3) drei Oberteile und drei Hosen; 4) und 5) zwei Oberteile, zwei Hosen und zwei Tennisschläger; 6) zwei Oberteile drei Hosen und zwei Tennisschläger. Es sollten jeweils alle möglichen Zusammenstellungen gebildet werden. Die Probanden erhielten keinerlei Instruktionen. Die untersuchten Lernenden zeigten auch hier Strategien vom unsystematischen Probieren bis hin zum systematischen

	<p>Finden von Zusammenstellungen (vgl. English, 1993, S. 261), wobei sie weniger Sicherheit in der Anwendung von Strategien bei dreidimensionalen kombinatorischen Problemen zeigten (vgl. English, 1993, S. 265). Ein weiteres Ergebnis war, dass bei ersten systematischen Versuchen der Lernenden, ein solches kombinatorisches Problem zu bewältigen, vermehrt dann auf unsystematisches Probieren zurückgegriffen wurde, wenn sie vermeintlich mit ihrer Systematik (z. B. Festhalten eines Elements) scheiterten oder nicht weiter vorankamen. Die Lernenden waren in der Lage, Strategien aus der Beschäftigung mit zweidimensionalen kombinatorischen Problemen auf dreidimensionale Probleme zu übertragen. Als zentrale Tätigkeit während der Lösungsfindung beschreibt English (1993) die „checking actions“ (English, 1993, S. 265), also das reflektierte Vorgehen und die Überprüfung hinsichtlich gefundener Zusammenstellungen und der angewandten Strategie.</p> <p>In der hier beschriebenen Situation könnte dies relevant werden beim Finden von Reihenfolgen, dass vermutlich eine gewisse, wenn auch möglicherweise noch inkonsistente, Systematik zeigen wird. Ebenso in der Reflexionsphase bzw. der Betrachtung aller bereits gefundener Reihenfolgen könnten die Lernenden systematisch vorgehen, indem sie z. B. Muster in den Reihenfolgen erkennen und so doppelte Reihenfolgen aussortieren oder neue finden könnten usw.</p>
Material und Raum	<p><i>Welches Material wird für die vorliegende Situation benötigt und wie kann es beschrieben werden?</i></p> <p><i>Wie muss der Raum beschaffen sein für die Durchführung der vorliegenden Situation?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Tierfiguren (Tigerfiguren in weiß und braun, Elefantenfigur) • Podest (möglichst so, dass keine Tiere darunter versteckt werden können) • Legekarten in großer Zahl (entsprechend der angebotenen Tierfiguren) • ggf. Papier als Unterlage der Legekarten zur Dokumentation der Möglichkeiten • Der Raum sollte so vorbereitet sein, dass die Lernenden in angenehmer Sitzposition gut an das Material kommen und den Überblick über den Arbeitsbereich behalten können. Zudem sollten die Kamerapositionen geeignet gewählt sein (s. eigene Kategorie), um insbesondere die gelegten Reihenfolgen und die möglichen Manipulationen und Erläuterungen an diesen durch die Lernenden dokumentieren zu können.
Beschreibung der Eingangssituation/	<p><i>Wie kann die Eingangssituation der Situation beschrieben werden?</i></p> <p><i>Welche Impulse lautsprachlicher und gestischer Art sowie Handlungsimpulse</i></p>

<p>des Eingangsimpuls</p>	<p><i>können hier gegeben werden?</i></p> <p>Die begleitende Person führt die Materialien ein und bettet dies in den Kontext <i>Zirkus</i> ein. Die Lernenden können z. B. gefragt werden, ob sie ein Podest kennen oder auch die angebotenen Tierfiguren. Hier sollte etwas Zeit eingeplant werden, in der die Lernenden die Figuren und das Podest ausreichend anschauen und anfassen und auch dazu erzählen können.</p> <p>Mögliche Impulse:</p> <p>„Ich habe euch heute ein Podest mitgebracht.“</p> <p><i>[Podest auf den Tisch stellen, Begriff klären]</i></p> <p>„Kennt ihr so etwas?“</p> <p>„Das sieht man oft im Zirkus. Auf einem Podest machen Clowns oder Tiere dann bei der Zirkusvorstellung für die Zuschauer Kunststücke.“</p> <p><i>[Lernende erzählen lassen]</i></p> <p>„Was ich heute noch mitgebracht habe, hat mit dem Podest zu tun. Und zwar habe ich auch noch Tiere dabei, schaut mal, ob ihr die Tiere kennt.“</p> <p><i>[Tierfiguren auf den Tisch stellen. Lernende benennen möglicherweise die Tierfiguren und erzählen etwas darüber. Möglicherweise kann man die Figuren auch selbst benennen.]</i></p> <p>„Das sind ein weißer und ein brauner Tiger und ein Elefant. Und diese Tiere sollen in einer Reihe hintereinander auf dem Podest stehen.“</p> <p><i>[Lernenden Zeit zum Anfassen und eventuell zum ersten Ausprobieren des Stellens der Tiere auf dem Podest geben.]</i></p> <p>„Ihr sollt gemeinsam herausfinden, in welchen und wie vielen verschiedenen Reihenfolgen die Tiere auf dem Podest stehen können. Jedes Tier soll mal vorne, hinten oder auch in der Mitte stehen und immer soll die Reihenfolge, in der sie auf dem Podest stehen, verschieden sein.“</p> <p>„Besonders wichtig ist mir, dass ihr zusammenarbeitet und euch beim Lösen miteinander gut besprecht.“</p> <p><i>[Eventuell probieren die Lernenden gleich verschiedene Reihenfolgen durch das Stellen der Tiere auf dem Podest aus. In diesem Fall kann nach zwei/drei verschiedenen Reihenfolgen die begleitende Person darauf hinweisen, dass sie sich gar nicht merken konnte, welche Reihenfolgen nun schon gestellt worden sind und ob dies wirklich eine neue sei. So können die Kärtchen als Möglichkeit der Dokumentation eingeführt werden.]</i></p> <p>„Jetzt habe ich ganz vergessen, welche Möglichkeiten ihr schon gefunden habt.“</p> <p>„Damit wir uns merken können, welche Reihenfolgen ihr schon gefunden habt, habe ich auch noch solche Tierkärtchen. Damit könnt ihr dann immer die Reihenfolgen hier auf dem Papier nachlegen und so können wir uns die dann merken.“</p> <p><i>[Die Frage, wie die Reihenfolgen auf dem Papier nachgelegt werden können, sollten die Lernenden für sich entscheiden können. Wenn sie keine Idee haben, kann die begleitende Person einen Vorschlag machen.]</i></p>
-------------------------------	---

Überlegungen zur weiteren Durchführung der Situation	<p><i>Wie kann die Situation weiter verlaufen? Welche Aspekte könnten von den Lernenden eingebracht, aufgegriffen und weiterverfolgt werden? Welche Impulse könnten sie im Verlauf der Situation unterstützen?</i></p> <p>Im weiteren Verlauf der Situation kann die begleitende Person je nach Bedarf ausgewählte Impulse geben, um die Lernenden bei der Lösung des Problems zu begleiten. Die Impulse sollten zurückhaltend eingesetzt werden, wenn die Lernenden z. B. nicht weiter wissen oder selbst eher gehemmt und schüchtern an die Bearbeitung heran gehen. Im Folgenden finden sich Vorschläge, die nicht alle angebracht werden sollten.</p> <p>Mögliche verbale Impulse:</p> <p>„Möchtet ihr mal eine Reihenfolge stellen? NAME, möchtest Du? Welches Tier nimmst Du zuerst? Wo kann denn das Tier stehen?“</p> <p>Bei sehr zurückhaltenden Lernenden:</p> <p>„Ich stelle jetzt mal eine Reihenfolge. Wollt ihr mir helfen? Welches Tier soll ich als erstes nehmen? Wo soll es denn stehen?“</p> <p>Hinweis: Zwischen den Lernenden wird möglicherweise im Verlauf der Situation geklärt werden, wo „vorne“ und „hinten“ auf dem Podest ist. Hierbei sollten unbedingt die Deutungen der Lernenden im Vordergrund stehen und die begleitende Person eher zurückhaltend agieren. Eventuell bietet sich die Leserichtung an, dies sollte jedoch keinesfalls vorgegeben werden.</p> <p>„Kann man sich ein gutes Vorgehen überlegen, wie man anfangen kann, um wirklich alle Reihenfolgen zu finden?“</p> <p>...</p> <p>„Wenn alle Tiere mal vorne laufen sollen, wie viele Möglichkeiten gibt es dann, Tierpolonaisen zu machen?“</p> <p>...</p> <p>„Kann jedes Tier nur einmal vorne laufen?“</p> <p><i>[Die letztgenannten Impulse sind bereits sehr lösungsorientiert und implizieren ein systematisches Vorgehen. Sie sollten nur gegeben werden, wenn die Lernenden sehr zurückhaltend sind oder z. B. direkt nach Hilfe fragen.]</i></p> <p>Mögliche Impulse gegen Ende der Situation:</p> <p>„Schaut noch mal Eure gefundenen Reihenfolgen an!“</p> <p>„Habt ihr alle verschiedenen Möglichkeiten der Reihenfolgen gefunden?“</p> <p>„Könnt ihr mir erklären, wie man alle verschiedenen Möglichkeiten finden kann, ohne eine zu vergessen?“</p> <p>„Wie sieht man denn, ob die Möglichkeiten alle verschieden sind?“</p> <p>„Kann man überlegt vorgehen, um alle verschiedenen Möglichkeiten zu finden?“</p> <p>...</p>
Kameraposition	<p><i>Wie sollten die Kameras (Kamera 1 und 2) für die Erhebung der Situation positioniert sein?</i></p> <p>In der Situation werden zwei Kameras benötigt. Kamera 1 filmt die Lernenden frontal bei der Auseinandersetzung mit</p>

	<p>dem Problem.</p> <p>Kamera 2 fokussiert den Arbeitsbereich auf dem Tisch, möglichst neben oder hinter den Lernenden positioniert, von oben.</p>
Variationen der Situation	<p><i>Welche Variationen im Verlauf der Situation sind denkbar? Wie könnten die Durchführung und möglicherweise auch das Material für diese Variation verändert werden?</i></p> <p>Das gegebene Problem kann vor allem bezüglich der Tieranzahl erweitert werden, was allerdings nach kurzer Zeit eine rechnerische Lösung aufgrund der Vielzahl der Permutationen begünstigen würde. Für Lernende, die sehr schnell zu einer Lösung kommen und weitermachen möchten, sollte eine vierte Tierfigur bereitgehalten werden.</p> <p><i>Hinweis zur möglichen Erweiterung:</i> Die gefundenen Möglichkeiten der 3er Tierpolonaise sollten nicht ungeachtet ihres möglichen Nutzens für die 4er Tierpolonaise weggeräumt werden, sobald ein viertes Tier ins Spiel kommt. Möglich ist, dass die Lernenden die 3er Tierpolonaisen nutzen möchten, um die 4er Tierpolonaisen zu stellen. Das sollte wiederum den Lernenden überlassen werden, ohne sie darauf aktiv hinzuweisen oder gar darauf festzulegen oder durch Wegnahme der 3er Tierpolonaisen aus dem Arbeitsbereich dieses Vorgehen eventuell zu verhindern.</p>
Literatur	<p><i>Welche Quellen wurden für das Verfassen der vorliegenden Situation genutzt?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Barth, F., & Haller, R. (1998). <i>Stochastik. Leistungskurs</i>. München: Oldenburg Schulbuchverlag GmbH. • English, L. D. (1993). Children's Strategies for Solving Two- and Three-Dimensional Combinatorial Problems. <i>Journal for Research in Mathematics Education</i>, 24 (3), 255-273. • Kütting, H., & Sauer, M. J. (2008). <i>Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte</i>. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag. • Neubert, B. (2003). Gute Aufgaben zur Kombinatorik in der Grundschule. In S. Ruwisch, & A. Peter-Koop (Hrsg.), <i>Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule</i> (S. 89-101). Offenburg: Mildenerger Verlag. • Sarama, J., & D. H. Clements (2008). Mathematics in early childhood. In O. N. Saracho, & B. Spodek (Hrsg.), <i>Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education</i> (S. 67-94). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Tab. A1-I_1 Mathematisches Situationspattern: Kombinatorik

Anhang I-2: Mathematisches Situationspattern 2: Geometrie – Bauen

Situationsname	<p>Wie kann die Situation benannt werden?</p> <p>Bauen</p>
Status der Entwicklung	<p>In welchem Status der Entwicklung liegt die Situationsbeschreibung vor?</p> <p>Endversion</p>
Kurzbeschreibung	<p>Wie kann die Idee der Situation kurz beschrieben werden?</p> <p>Die Lernenden sollen zunächst gemeinsam ein Gebäude aus LEGO® DUPLO Bausteinen bauen. Anschließend sollen sie aus dem gleichen Repertoire an Bausteinen jeweils ein eigenes Gebäude bauen. Dabei arbeiten sie an Arbeitsbereichen, die durch eine Trennwand voneinander abgeschirmt sind, d. h. ohne gegenseitige Einsicht in den Arbeitsbereich des jeweils anderen. Anschließend sollen die Lernenden sich gegenseitig in Form einer Bauanleitung beschreiben, wie ihr Gebäude aufgebaut ist. Der Partner soll nach der so entstehenden Bauanleitung das Gebäude versuchen nachzubauen.</p>
Mathematischer Bereich und Beschreibung des mathematischen Gehalts	<p>Welchem mathematischen Bereich ist die Situation zuzuordnen?</p> <p>Wie kann der mathematische Gehalt der Situation angemessen beschrieben werden? Welche fachwissenschaftlichen, mathematischen Aspekte sind wichtig oder potentiell in der Situation möglich?</p> <p>Die Situation ist dem mathematischen Bereich Geometrie zuzuordnen. Es geht um das Bauen und Nachbauen und damit um die Konstruktion dreidimensionaler Gebilde, also zusammengesetzter geometrischer Körper, aus vorgegebenen Bausteinen (je ein festgelegtes Set aus LEGO® DUPLO Bausteinen). Die Bausteine geben vor, wie diese geometrischen Körper erzeugt werden können: Sie weisen je nach Größe unterschiedliche Verbindungsstellen auf der Deckfläche auf, die reihenweise angeordnet dafür sorgen, dass die Bausteine bspw. nicht ohne Überlappung und wenigstens bezüglich einer Reihe der Verbindungsstellen übereinander gebaut werden können. Die Verbindungsstellen sorgen für eine stabile und wiederauflösbare Verbindung der Bausteine. Sie können damit nicht etwa diagonal übereinander angeordnet werden. Die Bausteine weisen in der kleineren Version (LEGO®) immer mindestens zwei Verbindungsstellen auf, die in der Situation verwendeten LEGO® DUPLO Bausteine haben mindestens vier Verbindungsstellen, angeordnet in einem 2x2 Raster. Es handelt sich bei den verfügbaren Bausteinen um Quader bzw. Prismen mit viereckiger Grundfläche. Die maximale Anzahl der Verbindungsstellen der in der Situation verwendeten Bausteine sind zwölf, die in 6x2 Reihen angeordnet sind. Die Bausteine stehen bezüglich ihrer Maße jeweils in Relation zueinander, so dass ein Baustein mit zwölf Verbindungsstellen die gleiche Breite und Höhe aufweist wie ein Baustein mit vier Verbindungsstellen und bezüglich der Länge im Verhältnis 1:3 mit einem solchen Viererbaustein steht. Insgesamt weisen alle verwendeten Bausteine die gleichen Maße bezüglich Breite und Höhe auf, während die Länge je nach Anzahl der Verbindungsstellen variiert.</p>

Beispielhaft soll hier der Baustein mit vier Verbindungsstellen als Prisma mit quadratischer Grundfläche beschrieben werden: Es handelt sich um einen Hohlkörper, der zur Verbindung der Bausteine eine Art Gerüst im Inneren aufweist. Er ist von sechs Flächen begrenzt, hat zwölf Kanten und acht Ecken. Das verwendete Material (LEGO® DUPLO) gibt vor, dass lediglich die Grundfläche und die Deckfläche des Prismas für die feste Verbindung mit anderen Bausteinen geeignet ist. Es müssen dabei immer mindestens zwei Verbindungsstellen mit dem anderen geometrischen Körper bzw. Baustein verbunden werden. LEGO® ist ein System mit sämtlichen miteinander über den Maßstab in Relation stehenden Bausteinserien, die bezüglich ihrer Größe angelehnt sind an die Maße eines Backsteines (vgl. <https://de.wikipedia.org/wiki/Lego>).

Die Seitenflächen des Bausteins, die senkrecht auf der Standebene stehen, weisen keine Verbindungsstellen auf, so dass lückenlos nebeneinander gebaut werden kann und die so angeordneten Bausteine durch einen überlappenden Stein von unten oder oben verbunden werden müssen, um eine feste Verbindung aufzuweisen. Eine flächige Ausdehnung ist gegenüber einer Ausdehnung in der Höhe daher nur über zusätzliche Verbindungen, z. B. durch das Bauen auf einer Grundplatte (Grundfläche der Höhe 0 mit Verbindungsstellen, in verschiedenen Größen) möglich. Durch das lückenlose Aneinandersetzen der Bausteine kann ein größerer geometrischer Körper aus auf diese Weise neben- und aufeinander verbauten Bausteinen entstehen.

Der Nachbau eines zuvor erzeugten dreidimensionalen, aus mehreren Bausteinen zusammengesetzten Originalgebäudes kann mathematisch gesehen als bijektive Abbildung beschrieben werden, die z. B. durch eine Translation entlang eines Vektors oder durch eine Spiegelung des Originalgebäudes an einer Ebene als Kongruenzabbildung erzeugt werden kann. Möglicherweise weist dabei das Originalgebäude selbst bereits Symmetrien auf. Eine Spiegelung evoziert eine Umkehrung der Orientierung. Jedem Punkt P wird ein Bildpunkt P' zugewiesen, wobei die Spiegelebene die Strecke PP' halbiert und senkrecht zu dieser verläuft. Die Art der Kongruenzabbildung und die Symmetrie im Originalgebäude sind in der Situation nicht vorgegeben.

Das Originalgebäude liegt als dreidimensionaler geometrischer Körper vor, der (zumindest von dem*r erklärenden Partner*in) von allen Seiten betrachtet werden kann. Mit der Gestalt des Originalgebäudes variiert potentiell der Schwierigkeitsgrad der Erstellung eines Nachbaus, z. B. bei symmetrischen im Unterschied zu asymmetrisch gebauten Gebäuden. Standebene des Originalbaus und Projektionsebene des Nachbaus sind identisch. Beim Nachbau ohne Sicht des*r jeweiligen Partner*in auf das Originalgebäude müssen nachvollziehbare Beschreibungen der verbauten Steine, ihrer Positionen im Gebäude und ihrer Raumlagebeziehung zueinander erzeugt werden. Dabei hat die Bedeutung der Trennwand zwischen den Lernenden, die ihr von den Interagierenden selbst beigemessen wird, Einfluss auf die Gestaltung dieser mathematischen

	Darstellung. Es müssen zunächst die Orientierung der Bausteine und topologische Beziehungen erkannt und dann als Bauanleitung codiert hervorgebracht bzw. auch wieder umgesetzt werden.
Ergebnisse aus empirischen Studien zur vorliegenden Situation	<p><i>Welche empirischen Studien liegen zur gegebenen Situation vor?</i></p> <p>Sarama und Clements (2008) beschreiben, dass Kinder bei der Konstruktion von dreidimensionalen Gebilden zunächst einfachere Strukturen erzeugen und diese später zu komplexeren dreidimensionalen Gebäuden zusammenfügen würden. Im Alter von ungefähr einem Jahr beginnen Lernende damit, Bausteine aufeinander zu bauen, um die räumliche Relation von <i>auf</i> zu erfahren, während sie sich ca. ein halbes Jahr später mit der räumlichen Relation <i>neben</i> beschäftigten. Mit ungefähr zwei Jahren ist dann zu beobachten, dass Kinder auf das genaue Stapeln oder Nebeneinandersetzen der Bausteine achten würden, um Stabilität der Gebäude zu gewährleisten. Bereits mit drei bis vier Jahren seien Kinder in der Lage, vielfältige räumliche Relationen zu nutzen und bei ihren Gebäuden vertikale und horizontale Komponenten zu berücksichtigen (vgl. Sarama & Clements, 2008, S. 84). Franke (2007) beschreibt das Bauen und den Umgang mit Bauwerken als „[...] elementar[e] Tätigkeiten, durch die schon im Kindergarten geometrische Erkenntnisse gewonnen werden [...].“ (Franke, 2007, S. 134). An zunächst eigenen Bauten können Eigenschaften und Relationen erkannt, Begründungen für die Bauweise gefunden und Vergleiche mit anderen Bauten gezogen werden. Insbesondere das Nachbauen nach rein lautsprachlicher Beschreibung, wie es auch in der vorliegenden Situation gefordert ist, trage dazu bei, Begriffe für geometrische Objekte auszubilden und diese zu verwenden (vgl. Franke, 2007, S. 138f).</p>
Material und Raum	<p><i>Welches Material wird für die vorliegende Situation benötigt und wie kann es beschrieben werden?</i></p> <p><i>Wie muss der Raum beschaffen sein für die Durchführung der vorliegenden Situation?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Trennwand • Jede*r Lernende benötigt zwei identische Sätze an LEGO® DUPLO Bausteinen; einen Satz, um das selbst erfundene Gebäude zu bauen und einen Satz, um das von dem*r Partner*in beschriebene Gebäude nachzubauen. Die Nutzung von unterschiedlich farbigen Sets ist möglich und liegt vermutlich bezogen auf das verfügbare Material nahe. <p>Bausteinsatz pro Farbe: 8x 8er Steine; 8x 4er Steine; 2x 12er Steine³¹³</p>
Beschreibung der Eingangssituation/	<p><i>Wie kann die Eingangssituation gestaltet werden?</i></p> <p>Es bietet sich an, mit freiem, gemeinsamem Bauen einzusteigen, damit</p>

³¹³ Die Bausteine sind nach ihrer Anzahl an sichtbaren Verbindungsstellen benannt.

des Eingangsimpuls	<p>die Lernenden zusammen mit dem Material, das ihnen gut bekannt sein dürfte, aktuell vertraut werden und z. B. gemeinsam erste Aushandlungen über eine günstige Benennung der Steine stattfinden können (z. B. 4er-Stein, 8er(-Stein), kleiner Stein, größter Stein, ...).</p> <p>Die begleitende Person bietet den Lernenden das Material an und lässt sie zunächst damit frei bauen. Sie regt die Lernenden an, gemeinsam ein Gebäude zu bauen und sich dabei abzusprechen, wie sie es bauen möchten. Sicher beginnen die Lernenden schnell mit dem Anfassen der Bauklötze und dem Bauen verschiedener Dinge.</p> <p>Mögliche Impulse:</p> <p>„Schaut mal, das habe ich euch heute mitgebracht und das kennt ihr ja bestimmt schon.“</p> <p>„Das sind viele verschiedene Bauklötze in verschiedenen Farben.“</p> <p>„Genau, damit sollt ihr heute etwas bauen. Vielleicht könnt ihr zunächst mal gemeinsam ein Gebäude bauen mit den Bauklötzen. Wichtig ist dabei, dass ihr alle diese gleichfarbigen Bausteine in Eurem Gebäude verbaut.“</p> <p>„Wichtig ist mir, dass ihr das Gebäude zusammenbaut und euch dabei gut absprecht, was ihr zusammen für ein Gebäude bauen wollt und wie es aussehen soll.“</p>
Überlegungen zur weiteren Durchführung der Situation	<p><i>Wie kann die weitere Durchführung der Situation gestaltet werden?</i></p> <p>Nach der Eingangssituation, die durch das freie und gemeinsame Bauen der Lernenden geprägt ist, führt die begleitende Person das zentrale Problem der Erzeugung eines Nachbaus nach einer rein lautsprachlichen Beschreibung des*r Partners*in ein.</p> <p>Mögliche Impulse:</p> <p>„Das ist aber ein schönes Gebäude, das ihr gemeinsam gebaut habt. Das ist ja ziemlich hoch/niedrig/stabil gebaut/...“</p> <p>„Könnt Ihr Euer Gebäude mal beschreiben?“</p> <p>...</p> <p>Die begleitende Person sollte Zeit einplanen, das gemeinsam geschaffene Gebäude anzuschauen und zu beschreiben. Hier können auch die Steine, die verwendet wurden, nochmals erwähnt werden, um hierfür geteilte Bezeichnungen und Beschreibungen für z. B. die Bauweise in der weiteren Situation nutzen zu können.</p> <p>„Nachdem ihr jetzt so schön gemeinsam gebaut habt, sollt ihr jetzt mal jeder für sich ein Gebäude bauen. Dazu habe ich nochmal die genau gleichen Bausteine mitgebracht, nur in einer anderen Farbe.“</p> <p>„Damit ihr gegenseitig nicht sehen könnt, was der andere baut, habe ich eine Trennwand mitgebracht, die ich jetzt mal zwischen euch stelle.“</p> <p>„Jeder von euch soll jetzt ein eigenes Gebäude bauen. Achtet darauf, dass der*die Partner*in es nicht sehen kann und dass ihr alle Bausteine verbaut. Wenn ihr fertig seid, schieben wir die Trennwand ein bisschen zur Seite, aber nur so weit, dass Euer gebautes Haus immer noch nicht zu sehen ist. Und dann könnt ihr gegenseitig Euer Gebäude nachbauen: Der*die eine Partner*n erklärt, wie es gebaut worden ist, der* die andere baut nach!“</p>

	<p>„Mal sehen, was ihr für tolle Gebäude baut.“ <i>[Trennwand positionieren, so dass sie von den Lernenden verschoben werden kann. Den Lernenden sollte man anschließend Zeit zum Bauen geben.]</i> „Seid ihr fertig mit dem Bauen?“ „Wer möchte denn anfangen, dem*r Partner*in zu erklären, wie er das Haus bauen muss, damit es genauso aussieht wie das gebaute Haus hinter der Trennwand?“ <i>[Zwei weitere Baustein-Sätze bereithalten, damit jeweils Bau und Nachbau verglichen werden können.]</i> „Versuch zuerst einmal, Dein Gebäude zu beschreiben.“ „NAME, Du kannst natürlich immer auch nachfragen, wenn Du nicht weißt oder nicht genau verstanden hast, wie Du welchen Stein verbauen musst, ok?!“ ... <i>[Lernenden Zeit zum Bauen und Beschreiben geben!]</i> „Wie könntest Du denn die Steine nennen, damit Dein*e Partner*in weiß, welche er*sie jetzt nehmen soll?“ <i>[Möglicherweise entsteht Ungeduld beim beschreibenden oder nachbauenden Partner*in. Auf Wunsch der Lernenden kann auch die Trennwand entfernt werden oder ein gemeinsames Nachbauen mit den Lernenden vereinbart werden. Situationen, in denen die Lernenden aus eigenen Stücken die Trennwand in irgendeiner Form umgehen, sollten nicht verhindert bzw. reglementiert werden.]</i> ... Wenn der Nachbau von den Lernenden als fertig ausgewiesen wird: „So, jetzt schauen wir mal, ob das wirklich geklappt hat mit dem Nachbauen.“ <i>[Trennwand vollständig entfernen.]</i> „Und, was meint ihr, sehen die Gebäude denn gleich aus?“ „Was ist denn gleich, anders, verschieden an den beiden Gebäuden?“ ... „Was müsste man verändern, damit das nachgebaute Gebäude genauso aussieht wie das Originalgebäude?“ „Wollt ihr mal zusammen versuchen, das Gebäude nachzubauen/ den Nachbau anzupassen?“ ...</p>
Kamerapositionen	<p>Wie sollten die Kameras (Kamera 1 und 2) für die Erhebung der Situation positioniert sein? In der Situation werden zwei Kameras benötigt. Kamera 1 filmt die Lernenden frontal bei der Auseinandersetzung mit dem Problem. Kamera 2 fokussiert den Arbeitsbereich auf dem Tisch, möglichst neben oder hinter den Lernenden positioniert, von oben.</p>
Variationen der Situation	<p>Welche Variationen im Verlauf der Situation sind denkbar? Wie könnten die Durchführung und möglicherweise auch das Material für diese Variation verändert werden?</p>

	<p>Um möglicherweise für weitere Studien zu sehen, was fehlt, wenn die Gestik nicht eingesetzt werden kann, kann die Trennwand stärker fokussiert werden. Z. B. kann die Situation auch so variiert werden, dass die Lernenden die Bauanweisungen hinter der Trennwand geben müssen, ohne Möglichkeit der face-to-face Interaktion. Man könnte hier modusspezifisch überlegen, wie einzelne Modi künstlich unterbunden oder andere besonders hervorgehoben werden können, bspw. durch das Materialangebot und den Vorgaben durch die begleitende Person</p>
Literatur	<p>Welche Literatur wurde zur Erstellung des mathematischen Situationspattern verwendet?</p> <ul style="list-style-type: none">• Franke, M. (2007). <i>Didaktik der Geometrie</i>. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.• Sarama, J., & D. H. Clements (2008). Mathematics in early childhood. In O. N. Saracho, & B. Spodek (Hrsg.), <i>Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education</i> (S. 67-94). Charlotte, NC: Information Age Publishing.• https://de.wikipedia.org/wiki/Lego [letzter Zugriff: 20.08.2020]

Tab. A1-2_2 Mathematisches Situationspattern: Geometrie

Anhang 2: Ausführliche Interaktionsanalysen

Anhang 2-1: Ausführliche Interaktionsanalyse I: Jakob und Claus – Kombinatorik

Beispiel I

Äußerung 1-3	Claus sucht offenbar weitere Reihenfolgen. B fragt: „Gibts noch eine/“ (Äußerung 3) und meint damit vermutlich noch eine Reihenfolge.
Äußerung 4-8	Jakob stellt fest, dass es nur sechs Reihenfolgen gibt (Äußerung 4), was für Claus und B offenbar einer Erklärung bedarf. B richtet mutmaßlich an Jakob die Frage „Kannst du ihm das nochmal erklären/“ (Äußerung 7b).
Äußerung 9-11	Erklärung 1: Jakob versucht offenbar seine in Äußerung 4 geäußerte Erkenntnis anhand zweier Reihenfolgen im Vergleich zu erläutern.
Äußerung 12-16	Claus fragt mutmaßlich Jakob, was er gesagt habe (vgl. Äußerung 12). Daraufhin fordert B vermutlich Jakob auf, sich erneut zu erklären. B fordert Claus auf, zuzuhören.
Äußerung 17-19	Erklärung 2: Jakob erklärt offenbar erneut etwas/wiederholt seine Erklärung.

Tab. 2-1_I_1 Gliederung der Interaktionssequenz I

Allgemeine Beschreibung

In der ausgewählten Sequenz (vgl. Ausschnitte der Analyse in einer Vorversion in Huth, 2013, 2020) haben Jakob und Claus bereits alle möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen mit den angebotenen Papierkärtchen nachgelegt. Diese liegen vor den Schülern auf dem Tisch. Claus versuchte unmittelbar zuvor weitere Reihenfolgen auf dem Podest zu stellen, was von Jakob stets mit „hammer schon“ (= *haben wir schon*) kommentiert wurde. Aktuell steht auf dem Podest die Reihenfolge *Elefant – weißer Tiger – brauner Tiger*.³¹⁴ Offenbar überprüft Claus zu Beginn der Sequenz etwas an den Kärtchenreihen, möglicherweise, ob die auf dem Podest stehende Reihenfolge bereits nachgelegt wurde, denn er tippt über die Reihenfolgen und äußert lautsprachlich „(unverständlich) das das das (..) ah/“ (Äußerung 1). Vielleicht fällt ihm dabei etwas auf, denn er äußert „ah/“ am Ende seiner lautsprachlichen Äußerung. Die Bewegung zum Podest hin und das Umfassen der Tierfiguren spricht ebenfalls dafür, dass er nun in Aktion treten möchte, also z. B. eine weitere Reihenfolge auf dem Podest beabsichtigt zu stellen. Jakob unterbricht dieses Agieren von Claus mit einem auf den ersten Blick gereizt anmutenden Ausruf „s gibt (.) **hoarr**“ (Äußerung 2). Dabei scheint Jakob eher teilnahmslos mit der rechten Hand in den übrigen Kärtchen zu spielen. Claus unterbricht möglicherweise als Folge dessen tatsächlich sein aktuelles Tun und äußert lautsprachlich ein überrascht oder auch auffordernd anmutendes

³¹⁴ Die Reihenfolgen sind in der Regel aus Sicht der Schülerinnen in Leserichtung beschrieben. Sollten andere Beschreibungen für die Nachvollziehbarkeit der Analyse sinnvoll sein, wird darauf eigens hingewiesen.

„**Hallo**!“ (Äußerung 1b), was er mutmaßlich an Jakob richtet. Die begleitende Person stellt nun die Frage „gibts noch eine!“ (Äußerung 3) und meint damit möglicherweise noch eine weitere Reihenfolge. Jakob äußert vermutlich als Antwort darauf „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten!“ (Äußerung 4), was bei Claus offenbar Unverständnis hervorruft (vgl. Äußerung 1, Fortführung). Die begleitende Person fragt, warum Jakob das denke und fordert ihn nach einer kurzen, ihr offenbar nicht ausreichenden Erklärung (Jakob: „weil wir schon alle **haben**\“, Äußerung 6) dazu auf, es Claus „nochmal“ zu erklären (vgl. Äußerung 7b u. c). In der Folge erklärt Jakob offenkundig seine Erkenntnis, indem er mutmaßlich zwei Reihenfolgen im Vergleich betrachtet (vgl. Äußerung 9a-e). Daraus zieht er erneut den Schluss, dass es nur sechs Möglichkeiten gäbe (vgl. Äußerung 11). Claus scheint nicht verstanden zu haben, was Jakob erläutern hat und begründet dies offenbar mit einem akustischen Problem (vgl. Äußerungen 12 u. 15). Dies führt bei Jakob erneut zu einem mutmaßlich gereizten Ausspruch (vgl. Äußerung 13) und die begleitende Person fordert ihn auf, es noch einmal zu erklären (vgl. Äußerung 14). Daraufhin beginnt Jakob mit einer zweiten Erklärung und macht an den ersten drei Reihenfolgen scheinbar deutlich, dass verschiedene Reihenfolgen nach seinem Verständnis in der Lösungsmenge vorkommen dürfen, gleiche Reihenfolgen aber nicht (vgl. Äußerung 17a-d). Jakob erläutert abschließend, warum es seiner Meinung nach offenbar unlogisch sei, „zwei Möglichkeiten zweimal“ (Äußerung 17e) zu machen und argumentiert am Ende mutmaßlich mit der Anzahl aller gefundenen Reihenfolgen (vgl. Äußerung 17f-g).

Ausführliche Analyse der Einzeläußerungen – Rekonstruktion von Interpretationsalternativen und Turn-By-Turn Analyse

Äußerung 1a (a-d):

Die erste Äußerung wird von Claus hervorgebracht, der am Tisch neben Jakob steht. Insgesamt umfasst diese Äußerung offenbar vier Äußerungsteile, im Transkript mit 1a, 1b, 1c und 1d bezeichnet.

Claus' Körperposition könnte auf den Wunsch nach dem bestmöglichen Überblick über den Arbeitsbereich hindeuten. Eventuell möchte sich Claus etwas klar machen und aus der erhobenen Position erhofft er sich die Möglichkeit, alles gut überblicken und auch im Zusammenhang aus der Distanz betrachten zu können. Andererseits könnte es auch seine Position bezüglich des Sozialgefüges markieren, denn er steht direkt an Jakob und berührt ihn. Es könnte der Eindruck einer Lehrer-Schüler-Rollenverteilung erweckt werden, in der Claus möglicherweise Jakob etwas erläutern möchte. Es könnte auch sein, dass Claus auch Jakobs Sicht der Dinge zu verstehen beabsichtigt und daher seine Position einnehmen möchte. Die stehende Position zeigt möglicherweise auch Dominanz im Turnbesitzanspruch. Die abgelegte linke Hand auf dem Tisch, deren Finger in Richtung Kärtchenreihen weisen, markiert in dieser Situation möglicherweise das, was betrachtet werden soll oder aktuell von Claus betrachtet wird. Gleichzeitig signalisiert eine so abgelegte Hand auch Zurückhaltung

und eher eine beobachtende denn eine agierende Rolle. Dies lässt sich unterstreichen durch die Haltung der rechten Hand am Mundwinkel mit dem Zeigefinger. Diese Handhaltung ist klassischerweise mit der Deutung als Nachdenken verbunden. Möglicherweise signalisiert dabei der Zeigefinger eine Sammlung auf den zentralen Punkt und gleichzeitig ein Innehalten des Mundes, also möglicherweise hier Schweigen aufgrund eines Gedankenganges. Der Zeigefinger signalisiert auch, dass Claus nicht gerade abwesend ist oder sich gedanklich mit etwas anderem beschäftigt, sondern lässt eher vermuten, dass er über die Kärtchenreihen oder insgesamt über die Möglichkeit einer weiteren Reihenfolge nachdenkt. Claus überlegt eventuell, ob die aktuell auf dem Podest stehende und von ihm vorher dort in dieser Weise angeordnete Reihenfolge bereits mit den Kärtchen nachgelegt wurde. Aus seiner erhobenen Position kann er möglicherweise leichter als im Sitzen zwischen Podest und Kärtchenreihen vergleichen oder er erhofft sich eher, Strukturen, Ähnlichkeiten und Unterschiede in den Kärtchenreihen zu entdecken. Vielleicht möchte er auch überprüfen, ob alle Reihenfolgen gefunden sind, weil dies zuvor den Anschein machte, als Jakob jede von Claus auf dem Podest neu gestellte Reihenfolge in dieser Weise kommentierte (vgl. einleitende Hinweise Transkriptsequenz).

Es folgen Tippbewegungen von Claus über den 1., 2. und erneut über den 1. Positionen der Reihenfolgen (vgl. Äußerung I.6ff). Möglicherweise betrachtet Claus im Vergleich zunächst alle 1. Positionen, dann alle 2. Positionen und ihm fällt dann etwas an den 1. Positionen auf, weswegen er erneut auf diese tippt. Es könnte auch sein, dass er ausgewählte Reihen, z. B. die ersten drei Reihen, in den Blick nimmt und hier die Positionen auf diese Weise, eventuell vergleichend, abtippt. Vielleicht reicht es für ihn aus oder ist bewusst so ausgeführt, eher oberhalb und damit auch aus einer gewissen Distanz die Reihen oder Positionen der Reihen abzutippen, ohne direkt auf die konkreten Kärtchen bzw. Positionen zu tippen. Dies rührt möglicherweise aus der Absicht einer besseren Übersichtlichkeit und daher, dass er eventuell gar keine konkreten Positionen betrachten möchte, sondern eher alle 1. Positionen, alle 2. Positionen und dann erneut alle 1. Positionen. Es könnte sein, dass er aus allen Kärtchenreihen diejenige herausuchen möchte, die auf dem Podest steht und er tippt jetzt die Reihenfolge bzw. die Positionsspalten auf diese Weise ab, um sich ihres Aufbaus bewusst zu werden. Das Zurückziehen der Zeigehand im Anschluss könnte auf einen Abbruch oder Abschluss z. B. eines Suchvorganges der Reihenfolge auf dem Podest in den Kärtchenreihen hinweisen. Eventuell ist ihm bei dem Tippen etwas aufgefallen, also bspw., dass die Reihenfolge auf dem Podest bereits nachgelegt ist. Es könnte auch sein, dass ihm eine vermeintlich neue noch nicht nachgelegte Reihenfolge eingefallen ist, die er nun auf dem Podest stellen möchte. Möglicherweise machte er an der Besetzung der 1. Position(en) die Entdeckung, dass die Ordnungszahl den Positionen zugeordnet werden müssen, dass es also einer Definition bedarf, welche Position als 1. bezeichnet wird, ebenso wie bei den Positionen, die als 3. Positionen bezeichnet werden. Dies ist abhängig von der Leserichtung und könnte von den Interagierenden auch unterschiedlich gedeutet werden. Vielleicht erklärt

dies, warum Claus zuerst über den 1. Positionen, dann über den 2. Positionen und am Ende erneut über den 1. Positionen tippt.

Im Anschluss führt Claus die Hand zum Podest und umfasst die Tigerfiguren von oben, beginnt also bei den Figuren, die auf den Positionen stehen, welche im Voraus immer als Position 2 und 3 ausgewiesen wurden. Man hätte vermuten können, dass er an der 1. Position, also dem Elefanten beginnt, eine Veränderung vorzunehmen, weil er zuvor über den 1. Positionen seine Tippbewegungen über den gefundenen Reihenfolgen beendet hat. Es könnte also sein, dass das Anheben der Tigerfiguren hier zunächst unabhängig von dem vorherigen Tippen über den Kärtchenreihen ist. Möglich ist aber auch, dass Claus durch das Tippen etwas aufgefallen ist oder dass er eine vermeintlich neue Reihenfolge gefunden hat, die er nun beabsichtigt nachzustellen. Claus fährt fort, indem er beide Tigerfiguren gleichzeitig anhebt und offenbar auch die Elefantenfigur in Kürze mit seiner rechten Hand aufnehmen möchte, denn er umfasst, mit den beiden Tigerfiguren in der Hand, auch diese Figur von oben. Die Fixierung der Hand über dem Elefanten und das Drehen des Kopfes zu Jakob weisen darauf hin, dass Claus nun möglicherweise wegen einer zeitgleichen Äußerung Jakobs oder auch der begleitenden Person innehält und sein aktuelles Tun unterbricht. Es könnte sein, dass er an Jakob eine Frage stellt oder dieser Claus' Agieren in irgendeiner Weise kommentiert. Claus könnte sich auch aufgrund einer gleichzeitigen Äußerung von B hilfeschend an Jakob wenden wollen.

In der Lautsprache der ersten Äußerung erzeugt Claus „(unverständlich) das das das (..) ah/“ (Äußerung 1). Aus dem unverständlichen Teil der Äußerung hätte vielleicht deutlich werden können, was Claus nun mit dem Tippen, das mit dem wiederholten Ausspruch von „das“ synchronisiert ist, vor hat zu überprüfen oder darzustellen. Es lässt sich annehmen, dass Claus mit „das das das“ vermutlich die Besetzung der 1. und 2. und erneut der 1. Positionen in allen, in einigen oder in einer bestimmten Reihenfolge meint. Hier kann nur durch die Gestik erkannt werden, dass er offenbar auf verschiedene Positionen verweist, denn er nutzt lautsprachlich insgesamt dreimal die gleiche Lautfolge „das“. Die Pause im Anschluss an das dreimalige „das“ verweist auf ein Nachdenken, aus dem dann ein Ausruf „ah/“ resultiert, der etwa eine neue Idee oder eine Erkenntnis ankündigen könnte. Möglicherweise beabsichtigt Claus gerade diese Idee am Podest umzusetzen oder zu zeigen und wird hier von Jakob oder der begleitenden Person in seiner Äußerung unterbrochen, als er bereits die beiden Tigerfiguren angehoben hat und im Begriff ist, auch noch die Elefantenfigur anzuheben.

Die im Folgenden betrachtete Äußerung wird also zeitgleich zu Claus' Äußerung z. B. auch als Unterbrechung hervorgebracht. Sie könnte von B oder von Jakob stammen und sich auf Claus' aktuelles Agieren oder auch auf einen davon unabhängigen Sachverhalt beziehen, der Claus dennoch hier in eine Art Stocken bringt.

Äußerung 2:

Diese Äußerung wird von Jakob zumindest in Teilen zeitgleich mit der Äußerung 1a von Claus hervorgebracht. Es könnte sich demnach um eine an Claus direkt adressierte und auf sein Agieren bezogene Unterbrechung handeln oder Jakob bringt auch eine davon unabhängige eigene Idee in das Geschehen ein, die Claus zunächst zu seinem Stocken bzw. Verharren bringt. Jakob scheint zunächst mit der rechten Hand im Kartenstapel zu spielen. Vielleicht zeigt dies, dass er gerade eher abwesend ist und einen Zeitvertreib sucht. Das Wühlen im Kartenstapel wäre dann als eine Art Übersprungshandlung zu deuten, die weniger Relevanz in Bezug auf eine damit verbundene Absicht haben könnte. Möglich wäre aber auch, dass er vertieft in einer aufgestützten Position gerade ein ganz bestimmtes Kärtchen im übrigen Kartenstapel sucht. Es könnte sein, dass er die auf dem Podest gestellte Reihenfolge von Claus nachlegen möchte. Entweder möchte er damit zeigen, dass sie bereits in den dokumentierten Reihenfolgen nachgelegt ist oder er ist der Meinung, es wird dadurch noch eine fehlende Reihenfolge ergänzt. Es könnte aber auch sein, dass das Spielen in den restlichen Kärtchen auf Langeweile hindeutet, möglicherweise, weil Jakob bereits vorher mehrfach alle von Claus gestellten Reihenfolgen auf dem Podest mit dem Hinweis kommentierte, dass sie diese Reihenfolge bereits hätten. Es ist daher vielleicht eher davon auszugehen, dass Jakob nicht beabsichtigt, eine noch fehlende Reihenfolge nachzulegen. Das Anheben des Kärtchens mit dem anschließenden Fallenlassen dieser Karte in Verbindung mit dem Drehen des Kopfes nach rechts, also von Claus und dem Arbeitsbereich weg, lassen eher den Schluss zu, dass Jakob sich möglicherweise abwenden möchte. Er ist möglicherweise nicht mehr motiviert, die Situation weiter mitzugestalten, seine Aufmerksamkeit lässt eventuell hier nach oder Jakob drückt mit dem Abwenden seine Zurückhaltung aus. Es wäre möglich, dass Jakob keine Idee hat, wie es weiter gehen könnte oder was Claus beabsichtigt zu tun und möchte daher Claus das Feld überlassen. Jakob könnte sich auch z. B. darüber ärgern, ein bestimmtes Kärtchen im Stapel nicht finden zu können. Möglich wäre auch, dass er Claus' Agieren so deutet, als würde Claus weitere Reihenfolgen finden wollen, was möglicherweise nicht in Jakobs Sinne ist. In dieser Deutung könnte das Abwenden auch Jakobs Abwertung bezüglich Claus' Agieren ausdrücken.

In der Lautsprache scheint Jakob zu einer Äußerung anzusetzen, die dann aber mehr oder weniger von ihm offenbar abgebrochen wird. Jakob setzt an mit „s gibt“, macht anschließend eine kurze Pause und äußert dann „**hoarr**“ in betonter und langgezogener Aussprache, das parallel mit seinem Wegdrehen nach rechts hervorgebracht wird. Vielleicht wollte Jakob mit „s gibt“ zum Ausdruck bringen, dass er das eventuell von ihm gesuchte Kärtchen nicht finden kann. Mit „**hoarr**“ bricht er dann aber eine Weiterführung der Äußerung ab. Es wäre aber auch denkbar, dass sich dieses „**hoarr**“ eher auf das Agieren Claus' bezieht, was Jakob möglicherweise nicht gutheißt. Das „**hoarr**“ führt dann vermutlich auch zu Claus' Innehalten bzw. Stocken beim Anheben der Tierfiguren. In der Folge könnte sich die begleitende Person einschalten und z. B. diesbezüglich bei Jakob etwas nachfragen. Es wäre

auch möglich, dass sie Claus anregt, weiter zu machen mit dem, was er mit den Tierfiguren angefangen hat. Ebenso könnte es sein, dass Claus seine Äußerung I mit Teil b weiterführt oder Jakob sich weiter äußert.

Äußerung Ib (a-d):

Offenbar äußert sich nun Claus rein lautsprachlich und führt damit seine Äußerung I im hier aufgeführten Äußerungsteil Ib weiter. Er bleibt in unveränderter Körperposition, hält also weiter die Tierfiguren fest. Dies sichert ihm die Handhabe über die Figuren, so lange, bis er seine lautsprachliche Äußerung beendet hat. Es ist wahrscheinlich, dass er zu Jakob etwas äußert, möglicherweise auf das bezogen, was Jakob zuvor äußerte, denn Claus hat sich Jakob zugewandt und seine Position fixiert.

In der Lautsprache bringt Claus zeitgleich „**Hallo**/“ hervor, was durch die Stimmhebung am Ende und die Betonung der ersten Silbe eine Nachfrage oder Aufforderung sein könnte. Es handelt sich bei dem Wort *Hallo* um eine typische Begrüßungsfloskel, die hier schwerlich als eine solche tatsächliche Begrüßung gedeutet werden kann, denn die Schüler arbeiten bereits ca. 10 Minuten gemeinsam am gegebenen mathematischen Problem. Möglicherweise ist dies so gemeint, dass Claus sich gestört fühlt durch die zeitgleiche Äußerung 2 von Jakob, während er etwas an den Tierfiguren machen möchte. Dann wäre das „**Hallo**/“ als Hinweis darauf zu lesen, dass Claus klarstellen möchte, dass er gerade am Zug ist und nicht Jakob. Es könnte aber auch sein, dass Claus in Jakobs Äußerung eine gewisse Missachtung seines Agierens interpretiert und sein „**Hallo**/“ eine Rückfrage diesbezüglich sein könnte, etwa nach Jakobs Grund für diese unterstellte Abwertung. Das „**Hallo**/“ von Claus könnte durch eine Vielzahl von Lesarten interpretiert und durch ebenso viele Weiterführungen ergänzt werden, etwa als

- **Hallo**/ was meinst Du wie es weiter gehen könnte,
- **Hallo**/ sei nicht so genervt,
- **Hallo**/ unterbrich mich nicht ich bin dran oder auch
- **Hallo**/ was meinst Du damit, usw.

Claus beabsichtigt mutmaßlich durch die Betonung, die langgezogene Aussprache und die Stimmhebung die Aufmerksamkeit Jakobs, eventuell auch für das, was Claus in der Folge machen möchte. Es könnte auch sein, dass Claus nicht sicher ist, ob und welche Reihenfolge er mit den Tieren noch finden und stellen kann und daher auf einen Hinweis Jakobs hofft und die Unterbrechung durch die gleichzeitige Äußerung Jakobs hier gerne annimmt.

In der Folge könnte Jakob sich zu Claus äußern oder die begleitende Person könnte etwas Inhaltliches nachfragen oder sich z. B. auch dazu äußern, dass die Schüler zusammenarbeiten sollen.

Äußerung 3:

Die Äußerung wird tatsächlich von der begleitenden Person eingebracht. Sie verändert ihre Körperposition nur minimal, indem sie ihren Kopf nach links neigt, was eventuell ihre lautsprachliche Äußerung anzeigen und unterstreichen soll. Ihre Körperhaltung des Aufstützens und der übereinander geschlagenen Beine mit dem Blick auf den Arbeitsbereich können Zurückhaltung und gleichzeitig Aufmerksamkeit signalisieren, so dass sie den Schülern das Feld überlässt, aber durchaus ihr Vorgehen aufmerksam beobachtet. Das Neigen des Kopfes könnte auch in Richtung Jakob gemeint sein, seine Kopfbewegung gewissermaßen nachahmend und damit seine Position einnehmend. Es könnte auch aufmunternd für ihn gemeint sein, weil vielleicht auch die begleitende Person Gereiztheit, verlorene Motivation oder Abwertung in seine Äußerung hineininterpretiert.

Lautsprachlich scheint B eher etwas Inhaltliches nachzufragen. Sie formuliert zeitgleich zu Claus' „**Hallo**/“ (Äußerung 1b) „gibt's noch eine!“ (Äußerung 3). Sowohl der Satzbau als auch die Stimmhebung am Ende deuten auf eine Frage hin. Vermutlich geht es B um eine weitere Reihenfolge oder auch eine bestimmte Karte, von der sie meint, dass Jakob sie im Kartenstapel sucht. Eventuell deutet B die Situation so, dass Claus weitere Reihenfolgen suchen möchte, Jakob sich aber davon in irgendeiner Weise gestört fühlt. Möglicherweise greift B hier mit ihrer Formulierung „gibt's“ zu Beginn die Wortwahl von Jakob auf, der in Äußerung 2 „s gibt“ formulierte mit anschließendem Abbruch. Es könnte sein, dass B hier interpretiert, dass Jakob anmerken wollte, dass es noch eine weitere oder auch keine Reihenfolge mehr gibt und daher sie hier die Frage in seinen Worten formuliert. Dadurch erhofft sie sich vielleicht auch, Jakobs Motivation erneut zu wecken. Es könnte auch sein, dass B diesen Zeitpunkt im Interaktionsverlauf als besonders kritisch einschätzt, weil sie Claus' Agieren als nicht besonders gewinnbringend und Jakobs Verhalten als eher bereits genervt von der Situation einschätzt. B möchte also durch ihre Frage eventuell einen weiterführenden Impuls einbringen, von dem sie sich erhofft, dass die Schüler sich erneut dem Problem, eventuell auch gemeinsam, zuwenden. Die Frage beinhaltet keine direkt formulierte Adressierung, sondern könnte an Jakob, an Claus oder an beide gleichzeitig gerichtet sein. Es wäre möglich, die Frage „gibts noch eine!“ (Äußerung 3) mit Karte zu vervollständigen. Damit würde B Jakobs Äußerung 2 bezogen auf den Kärtchenstapel deuten und eventuell sogar auf ein möglicherweise von ihm gesuchtes Kärtchen.

In der Folge könnte sich Claus weiter um die von ihm umfassten Tierfiguren kümmern und seine Äußerung 1 weiterführen. Er könnte auch auf Bs Frage in irgendeiner Weise reagieren oder Jakob meldet sich diesbezüglich zu Wort oder erläutert, warum er möglicherweise gereizt, unmotiviert oder ablehnend erscheinen könnte.

Äußerung 4:

Jakob scheint mit seinen Händen oder sonstigem Körper keine Aktion zu beabsichtigen, denn er bleibt weitestgehend unverändert in seiner Position. Seine Hand befindet sich

offenbar weiterhin im Kartenstapel, was weiterhin auf ein Spiel, einen Zeitvertreib oder einen Suchvorgang verweisen könnte. Er blickt zu B, was darauf hindeutet, dass er eine mögliche lautsprachliche Äußerung an sie richtet. In jedem Fall ist er eher abgewandt von Claus bzw. dem Arbeitsbereich. Dies könnte auch darauf hindeuten, dass Jakob nicht mehr motiviert ist, sich mit der Situation an sich oder Claus' Vorgehen zu beschäftigen. Dafür kommen mehrere Gründe in Betracht, z. B. weil er die Lösung des Problems längst überblickt hat oder auch nicht weiß, was noch getan werden könnte, um zu klären, ob es z. B. noch eine Reihenfolge gibt oder nicht. Eventuell möchte er sich auf diese Weise eher aus der Situation zurücknehmen.

In der Lautsprache äußert Jakob „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten“. Die Formulierung ist als eine Behauptung aufgestellt und erscheint zunächst ohne weitere Erklärung. Dadurch könnte ihre Bedeutung zusätzlich unterstrichen werden, denn sie steht zunächst nur für sich. Jakob scheint sich hier sehr sicher in der inhaltlichen Aussage seiner Äußerung zu sein und möglicherweise hält er zunächst jede weitere Erläuterung entweder für nicht notwendig oder möchte zunächst die Wirkung einer solchen Behauptung auf seine Interaktionspartner*innen abwarten. Es könnte sein, dass er sich zuvor ganz gezielt betont abgelenkt bzw. gelangweilt zeigte, indem er mit der rechten Hand fortwährend im restlichen Kartenstapel spielte. In dieser Zeit könnte er seine Idee für sich entwickelt und nun für alle hörbar formuliert haben. Die Formulierung Jakobs erinnert an Äußerung 2, die er möglicherweise hier vervollständigen möchte, denn er beginnt mit der gleichen Wortwahl „s gibt“, was vermutlich für „es gibt“ steht. Er interpretiert offenbar auch die Äußerung 3 von B mutmaßlich als Frage nach noch einer weiteren *Reihenfolge*. Möglicherweise fühlte er sich in Äußerung 2 gestört, eventuell durch das Agieren Claus' oder durch einen anderen nicht rekonstruierbaren Umstand, weswegen er mit „**hoarr**“ und einem Abwenden des Kopfes nach rechts endete und den 1. Versuch seiner Behauptung dadurch gewissermaßen abgebrochen hat. Es könnte auch sein, dass er sich zu diesem Zeitpunkt seines Schlusses noch nicht ganz sicher war und daher seine angefangene Äußerung nicht zu Ende führte. Es wäre möglich, dass Jakobs Aussage sich nicht auf die vor den Schülern liegenden sechs dokumentierten Reihenfolgen der drei Tiere durch die Papierkärtchen bezieht. Der Begriff *Möglichkeit* kann für relativ viele Sachverhalte passend genutzt werden, weswegen sich diese Aussage möglicherweise auch auf die Kärtchen im restlichen Kartenstapel beziehen könnte. Hier könnte Jakob eventuell aufgrund eines nicht erfolgreichen Suchvorganges im Kartenstapel z. B. meinen, dass es nur sechs Möglichkeiten gäbe, wo die gesuchte Karte sein könnte. Es könnte aber auch sein, dass Jakob seinen Schluss aus dem bisherigen Geschehen zieht und zwar weniger als eine *Vermutung* formuliert, sondern als kurz formulierte *Behauptung* ohne weitere Begründung. Der hier analysierten Sequenz ging ja ein Suchprozess von Claus voraus, der auf dem Podest mehrere Reihenfolgen zu stellen versuchte, die Jakob stets mit „hammer schon“ (= vermutlich für *haben wir schon*) kommentierte. Aus diesem vorherigen Geschehen könnte man Jakob unterstellen, dass er mit seiner lautsprachlichen Äußerung hier tatsächlich die gesuchten Reihenfolgen der Tiere innerhalb einer

Tierpolonaise meint. Es könnte sein, dass Jakob auch das Anheben der Tierfiguren in Äußerung Ia von Claus als weiteren Versuch Claus' deutet, weitere Reihenfolgen finden zu wollen. Wenn Jakob zu diesem Zeitpunkt bereits für sich die Idee entwickelt hat, dass es keine weiteren Reihenfolgen aus drei Tieren geben kann, würde das erklären, warum Jakobs Verhalten und seine Äußerungen gewissermaßen gereizt, unmotiviert oder auch gelangweilt anmuteten. Für Jakob war möglicherweise zu diesem Zeitpunkt bereits deutlich, dass es keine weiteren Reihenfolgen geben kann und daher reagierte er genervt auf Claus' weitere Versuche, dennoch welche zu finden.

Im Anschluss könnten Nachfragen von beiden Interaktionspartner*innen folgen. B könnte bspw. eine Erklärung einfordern. Auch Claus könnte nachfragen, was Jakob genau damit meint oder wie er darauf kommt. Es könnte auch sein, dass Jakob von sich aus beginnt, eine Erklärung abzugeben. Claus könnte auch unabhängig von Jakobs Äußerungen fortfahren mit seinem Tun und Äußerung I vervollständigen.

Äußerung Ic (a-d):

Diese Äußerung ist eine Weiterführung der Äußerung I von Claus. Seine Körperbewegung ist einerseits als ein Wegdrehen von Jakob deutbar, andererseits als ein erneutes Zuwenden zum Arbeitsbereich. Vielleicht resultiert es aus der Deutung von Jakobs Verhalten durch Claus. Dieser könnte zunächst nichts davon wissen wollen, was Jakob mit seiner Äußerung aussagen möchte oder er versteht diese zunächst nicht, weswegen er sich lieber wieder seiner Idee zuwendet, die er möglicherweise im Arbeitsbereich umsetzen möchte. Das nach vorne Blicken könnte aber auch darauf hindeuten, dass Claus überrascht ist und Jakobs hervorgebrachten Schluss nicht ganz einordnen kann. Damit kann das Abwenden und in die Mitte Drehen eventuell auch Verwunderung oder ein Nachdenken ausdrücken. Es könnte auch sein, dass Claus durch Jakobs Äußerung etwas klar geworden ist und er sich mit dem Wegdrehen von Jakob und mittigen Ausrichten seines Oberkörpers und Blickes sammeln möchte, um den Gedanken fassen zu können.

Lautsprachlich wird nun deutlich, dass Claus offenbar tatsächlich Verwunderung oder auch Unsicherheit über Jakobs Äußerung ausdrücken möchte. Sein „hä!“ mit Betonung und Stimmhebung könnte als eine Art Nachfrage gedeutet werden, die zeigt, dass Claus vermutlich zunächst nicht versteht, was Jakobs Äußerung bedeutet oder wie sie gemeint ist. Claus ist möglicherweise fest davon ausgegangen, noch weitere Reihenfolgen finden zu können und ihn erstaunt Jakobs Behauptung daher nun sehr. Da er die Äußerung so deutlich mit Betonung hervorbringt, ist es Claus aber offenbar wichtig, dieses Erstaunen auch seinen Interaktionspartner*innen mitzuteilen. Eventuell erhofft er sich so eine Erklärung Jakobs, die im Folgenden hervorgebracht werden könnte. Ebenso könnte eintreten, dass B nun eine Erklärung von Jakob einfordert oder Claus eine konkretere Nachfrage stellt zu dem, was er von Jakobs Äußerung nicht verstanden hat.

Äußerung 5:

B ergreift nun den Turn und äußert sich zeitgleich zu Claus' „hä!“. Möglicherweise nimmt sie Claus' Äußerung zum Zeitpunkt ihres Äußerungsstartes also (noch) nicht bewusst wahr. Eventuell möchte B durch ihre Äußerung eine thematische Anknüpfung an Jakobs zuvor getroffener Aussage zu den sechs möglichen Reihenfolgen garantieren und übernimmt daher den Turn unabhängig von Claus' Äußerung Ic. Sie richtet ihren Kopf auf, was für Aufmerksamkeit stehen kann und auch die Turnübernahme bzw. zumindest ihre Bereitschaft oder Absicht dazu anzeigt. Der Blick zu Jakob kann darauf hindeuten, dass sie nun etwas an Jakob adressiert äußert. Sie verändert ihre Handform und führt Zeigefinger und Daumen vor ihrem Mund zusammen. Dies könnte für eine gedankliche Sammlung, Zusammenführung oder auch für ein bildliches Halten im Sinne von Schließen des Mundes stehen. Werden Daumen und Zeigefinger zusammengeführt, bilden sie eine Art Spitze oder Punkt. Dies könnte hier metaphorisch für ein Zusammenführen der zentralen Erkenntnisse der Situation und gleichzeitig für eine Art Festhalten dieses Kerns der Auseinandersetzung stehen. Vielleicht interpretiert B den aktuellen Zeitpunkt im Interaktionsverlauf als zentralen Wendepunkt, an dem diese entweder weitergeführt werden kann oder auch scheitern könnte. Zu dieser Einschätzung könnte B gelangen, weil sie Jakob möglicherweise als gereizt oder motivationslos einschätzt und Claus weniger eine weiterführende Idee zutraut. Es ist möglich, dass B hier deshalb selbst den Turn übernehmen möchte, um vielleicht eine Weiterführung der Interaktion orientiert an einer inhaltlichen Auseinandersetzung zu versuchen.

Auch das anschließende Festhalten des Kinns könnte für eine Art Umfassen dessen stehen, was aktuell geäußert wurde, im Sinne eines Festhaltens bspw. zugunsten einer genaueren Betrachtung. Das Aufstützen des Kopfes und das nach rechts Neigen zeigen möglicherweise einerseits Aufmerksamkeit und signalisieren andererseits, dass B offenbar nicht aktiv in die Situation eingreifen möchte, denn ihre Hände sind mit dem Aufstützen beschäftigt und werden z. B. nicht aktiv zum Arbeitsbereich hinbewegt. Es könnte sein, dass sie Jakob nun lautsprachlich um eine Erklärung bittet oder eine Frage zu seiner Aussage stellt. Ihren Kopf zu neigen könnte eine Art Eigenschaft ihrerseits sein, um auf den Schüler Jakob einzugehen. Auch er neigte zu Beginn der Situation seinen Kopf nach rechts. B zeigte dieses Verhalten bereits zu Beginn der Situation in Äußerung 3, möglicherweise auch als Spiegelung zu Jakobs Körperbewegung, um Vertrautheit und Nähe auszudrücken und ihn eventuell auf diese Weise motivieren zu können.

In der Lautsprache äußert B offenbar gleich zwei Fragen „warum weißt du das/ (.) warum denkst du das!“, die durch eine Pause getrennt werden und durch die Stimmhebungen jeweils am Ende und das wiederholte Fragewort „warum“ zu Beginn als Fragen markiert werden. Vermutlich sind diese beiden Fragen an Jakob gerichtet, denn B schaut zu ihm. Sie verweisen mutmaßlich auf seine Äußerung 4, in der er feststellte, dass es nur sechs

Möglichkeiten geben würde. Die zweite Frage von B könnte eine Art Relativierung der ersten Frage sein: In der ersten fragt sie danach, warum Jakob das *wisse*, in der zweiten Frage wählt sie das Verb *denken*. Fragt man danach, warum jemand etwas weiß, geht man indirekt gewissermaßen gleichsam davon aus, dass damit auch ein bestimmter Grad an Wahrheitsgehalt verbunden ist. Es könnte sein, dass B hier deshalb ihre Frage noch einmal umformuliert und danach fragt, warum Jakob das *denke*. Es relativiert die implizite Bewertung des Wahrheitsgehalts der getroffenen Aussage von Jakob und lässt Raum dafür, dass es auch sein könnte, dass seine Behauptung nicht dem entspricht, was man z. B. als mathematisch angemessene Lösung des gegebenen Problems ansehen kann. Dies erscheint zwar nicht sinnvoll, denn immerhin hat B bereits die erste Frage als solche formuliert und kann diese ausgesprochene Frage nicht wieder zurücknehmen, aber sie versucht möglicherweise die Frage mit der Umformulierung so zu verändern, dass auch noch weitere Ansichten zu dem von Jakob thematisierten Problem der Anzahl aller Möglichkeiten zugelassen werden könnten. Damit öffnet sie gewissermaßen auch den Raum für eine Idee von Claus. Die Frage „warum weißt du das?“ fordert zudem eigentlich eine Begründung dafür, warum ein sogenanntes Wissen vorhanden ist. Jakob könnte z. B. antworten, dass er besonders schlau sei und daher *wisse*, dass es nur sechs Möglichkeiten gibt. Die Frage „warum denkst du das?“ lässt mutmaßlich eher als die erste Frage die Interpretation zu, dass der/die Fragende beabsichtigt darauf zu referieren, womit man seine geäußerte Erkenntnis begründet. Jakob ist von B hier also vermutlich eher dazu aufgefordert, inhaltlich auf den von ihm thematisierten Lösungsvorschlag hin zu argumentieren als die Ursache seines Wissensbestandes zu beschreiben.

In der Folge könnte Jakob dazu ansetzen, eine Erklärung abzugeben oder Claus könnte sich äußern, weil er ebenfalls (etwas) nachfragen oder eine eigene Idee einbringen möchte.

Äußerung 6:

Die Äußerung wird von Jakob erzeugt und findet zeitgleich mindestens zu der nachfolgenden Äußerung statt. Jakob verändert seine Körperposition nicht und bewegt immer noch seine Hand im Kartenstapel. Die linke Hand ist immer noch unterhalb des Kinnes, sein Blick wird zu B gerichtet. Dies lässt vermuten, dass er eine lautsprachliche Äußerung an B adressiert. Dabei ist es offensichtlich aus seiner Sicht ausreichend, sich rein lautsprachlich auszudrücken. Es könnte sein, dass er damit seiner lautsprachlichen Äußerung besonderes Gewicht geben möchte oder dass er es nicht für nötig erachtet, sie z. B. gestisch zu begleiten. Seine Körperposition erscheint weiterhin etwas abwesend oder bewusst weggewandt vom Arbeitsbereich, möglicherweise auch von Claus. Eventuell hat er keine Motivation zu einer Erklärung, die man aus Bs vorheriger Äußerung 5 als eingefordert interpretieren könnte, und macht dies nun gegenüber B deutlich.

In der Lautsprache erzeugt er die Äußerung „weil wir schon alle **haben**“. Die Stimmensenkung am Ende und die Betonung der ersten Silbe von *haben* lässt die Äußerung

einerseits überzeugend und überzeugt erscheinen, andererseits betont Jakob hier offenbar das, was bereits erarbeitet wurde, die Schüler also *haben*. „Schon“ könnte hier gedeutet werden im Sinne von *bereits* oder auch *doch*. Man könnte also annehmen, dass Jakob in Äußerung 4 und hier in Äußerung 6 behauptet, dass es nur sechs Möglichkeiten gibt, drei Tiere in einer Reihe anzuordnen, weil er und Claus bereits alle diese sechs Möglichkeiten gefunden und nachgelegt haben. Offenbar bezieht sich diese Äußerung außerdem auf Äußerung 5 von B, die darin fragtem warum Jakob *wisse* bzw. *denke*, dass es sechs Möglichkeiten gibt. Die Einleitung mit „weil“ deutet auf eine Begründung hin, die Jakob hier darstellen möchte. Mit dem „wir“ sind vermutlich er und Claus oder alle drei Interagierenden gemeint. „Alle“ könnte also auf die von den Schülern gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen bezogen sein, denn vorher behauptete Jakob in Äußerung 4, dass es nur sechs Möglichkeiten gebe. Es wäre immer noch möglich, dass er seine Äußerung 4 und die Äußerung 6 hier nicht auf die Reihenfolgen bezieht, sondern z. B. auf Kärtchen, die er im Kartenstapel sucht. Dies erscheint aber auf den Kontext der Situation bezogen eher unwahrscheinlich, denn damit wäre Äußerung 4 eventuell so zu deuten, als habe Jakob z. B. über die übrigen Papierkärtchen behauptet, dass es nur sechs Möglichkeiten gäbe, also z. B. nur sechs Karten einer Sorte o. Ä. Und die hier getroffene Aussage in Äußerung 6 „weil wir schon alle **haben**“ wäre dann möglicherweise so zu verstehen, dass mit „alle“ die ganzen restlichen Kärtchen gemeint sein könnten oder auch alle von ihm in Äußerung 4 benannten sechs Kärtchen. Diese Deutung erscheint zunächst eher unwahrscheinlich, zieht man die der ausgewählten Sequenz vorausgehende Situation in Betracht, in der es ja gerade darum ging, noch weitere Reihenfolgen zu den sechs nachgelegten Reihenfolgen finden zu können.

In der Folge könnte die sich mit der hier betrachteten Äußerung 6 hervorgebrachte Äußerung von B oder auch von Claus stammen. B könnte noch einmal bei Jakob rückfragen, was er meint oder sich auch an Claus wenden und ihn z. B. durch eine Frage in die Situation mit einbeziehen wollen. Es könnte auch sein, dass Claus sich an Jakob oder an B wendet, weil er z. B. eine weitere Idee hat oder selbst erklären möchte, warum es nur sechs Möglichkeiten gibt oder weil er etwas nicht verstanden hat und daher hier nachfragt.

Äußerung 1d (a-d):

Claus' Weiterführung der Äußerung 1 findet gleichzeitig zu Jakobs Äußerung 6 statt. Er wendet sich offenbar wieder dem Arbeitsbereich zu und versetzt zunächst die Elefantenfigur auf Position 2 auf dem Podest. Möglicherweise hat er nicht verstanden, was Jakob zu den bereits gefundenen Reihenfolgen geäußert hat. Es könnte aber auch sein, dass er Jakobs Äußerung zunächst nicht wahrnehmen möchte, sich damit nicht auseinandersetzen möchte oder sie nicht ernst nimmt. Claus könnte dann einfach weiter mit seiner aktuell geplanten Aktion machen, ungeachtet dessen, was Jakob äußerte. Claus könnte auch anderer Meinung sein und dennoch neue Reihenfolgen finden wollen. Er stellt möglicherweise deshalb den Elefanten vorläufig auf die zweite Position auf dem Podest, um in der Folge die Tigerfiguren entsprechend vor und nach dem Elefanten anzuordnen. Es könnte auch sein, dass er Jakobs

Aussagen überprüfen möchte und dafür möglicherweise die von Jakob als möglich genannte Anzahl von sechs Reihenfolgen durch das Stellen dieser auf dem Podest nachvollziehen möchte. Er schaut dann zu Jakob. Eventuell möchte er dessen Stimmung einfangen und abwarten, ob Jakob z. B. mit Protest reagiert. Es könnte auch sein, dass Claus nun gar nicht mehr plant, weitere Reihenfolgen zu stellen, weil er Jakobs Schlussfolgerungen für sinnvoll erachtet und er stellt eher zufällig den Elefanten auf die zweite Position, schaut zu Jakob, stimmt ihm zu und fährt dann fort.

In der Folge führt Claus die Tigerfiguren zu seinem Oberkörper und dreht seine Hand so, dass sie darauf liegen, die Handfläche weist zur Raumdecke. Dementsprechend sind sie für alle Beteiligten, inklusive Claus, gut sichtbar. Eventuell überlegt er nun, wie er diese Figuren um den Elefanten anordnen muss oder er hält sie schlicht weiter fest, weil er es nicht mehr für nötig erachtet, sie auf dem Podest anzuordnen, denn Jakob hat ja bereits festgestellt, dass es nur sechs Reihenfolgen geben könne. Möglich wäre, dass Claus hier eine dazu passende Begründung anbietet. Vielleicht zieht sich Claus aber auch auf diese Weise zunächst aus dem Geschehen zurück. Es könnte auch sein, dass Claus hier noch etwas unsicher ist und sich eventuell auch Hilfe von seinen Interaktionspartner*innen erhofft, wie er nun weiter fortfahren kann. Deshalb präsentiert er möglicherweise beide Tigerfiguren und bietet sie quasi als Handlungsobjekte seinen Interaktionspartner*innen an. Auch das erneute Blicken zu Jakob und anschließend auf die Figuren könnte eine solche Absicht unterstreichen. Es könnte aber auch sein, dass Claus zu Jakob lautsprachlich äußert, dass sie ja nun die Figuren nicht mehr brauchen würden und daher agiert er auf diese Weise und blickt zu Jakob und den Figuren in seiner Hand. Möglich ist auch, dass er eventuell zu den Reihenfolgen, bei denen der Elefant in der Mitte steht oder zu einer dieser Möglichkeiten noch eine Frage hat und daher stellt er den Elefanten stellvertretend für diese Reihenfolgen auf dem Podest ab.

In der Lautsprache äußert Claus nichts. Dies könnte unterstreichen, dass er entweder nicht versteht, was Jakob mit Äußerung 4 und/oder 6 meint oder dass Claus noch Zeit zum Überlegen braucht. Claus Verhalten bzw. hier sein Schweigen könnte auch Zustimmung zu Jakob ausdrücken und Claus zieht sich auf diese Weise aus dem Arbeitsbereich zurück, weil er ein weiteres Agieren angesichts Jakobs Äußerungen für nicht notwendig hält. Es ist zudem möglich, dass Claus eine eigene Idee vorstellen möchte und dafür eine kurze Bedenkzeit benötigt.

In der Folge könnte Jakob seine Begründung erweitern oder B fordert dies von ihm ein. Es könnte auch sein, dass Jakob sich zu Claus' Vorgehen äußert oder B zu Claus etwas diesbezüglich hervorbringt.

Äußerung 7a (a-c):

B scheint in dieser Äußerung, die mindestens zeitgleich mit der nächsten Äußerung erzeugt wird, mit ihrer Kopfbewegung Zustimmung, Anerkennung oder eventuell auch Erkenntnis, Überraschung bzw. Verwunderung auszudrücken. Der Kopf wird nach oben und unten

bewegt und ihre restliche Körperhaltung bleibt dabei unverändert. Damit ist Bs Körperhaltung erneut von Zurückhaltung geprägt. Möglicherweise nickt sie hier auch nur, um Claus oder Jakob Aufmerksamkeit zu signalisieren und nicht teilnahmslos zu wirken.

In der Lautsprache kann Bs „mhm/“ zunächst immer noch als Zustimmung, möglicherweise zu Jakobs Äußerung 6 oder auch als Verwunderung gedeutet werden. Es bleibt etwas unklar, an wen dieses „mhm/“ gerichtet ist. Die Stimmhebung am Ende, in Verbindung mit der Kopfbewegung, deutet eher auf eine implizite Frage hin, so als würde sie zunächst z. B. Zustimmung ausdrücken, aber verbunden mit der Stimmhebung gleichzeitig auch fragend, z. B. nach einer Begründung, dieses „mhm/“ hervorbringen. Bei Verwunderung würde man vielleicht eher die Stimme in der Schwebelage vermuten und bei Zustimmung ohne weiteren Klärungsbedarf könnte man sich ein „mhm“ mutmaßlich eher mit Stimmsenkung verbunden vorstellen. Gleichzeitig führt eine Stimmhebung dazu, dass ihre Interaktionspartner*innen gewissermaßen ein Signal dafür erhalten, dass B möglicherweise weiterhin den Turn behalten möchte.

Es wird nun die zu Bs „mhm/“ gleichzeitig geäußerte Äußerung zu betrachten sein. In der Folge dieser könnte dann B ihre Äußerung weiterführen oder auch der sie hier unterbrechende Interaktionsteilnehmer sich weiter äußern.

Äußerung 8a (a-b):

Diese Äußerung wird von Claus gleichzeitig zu Bs Äußerung 7a erzeugt, der die linke Hand zunächst an die Tischkante verschiebt, möglicherweise um sich aus dem Arbeitsbereich zurück zu ziehen. Er führt seine rechte Hand mit samt den Tigerfiguren auf seinen Kopf (vgl. 8.3), auch diese ist somit aus dem Arbeitsbereich entfernt. Die Tigerfiguren sind auf diese Weise auch für Claus festgehalten und gesichert. Möglicherweise benötigt Claus einen Moment des Nachdenkens und möchte so vermeiden, dass jemand währenddessen etwas mit den Tigerfiguren tut. Das Führen der rechten Hand auf den Kopf könnte die Vermutung eines Denkvorganges bei Claus unterstreichen. Es könnte für eine gedankliche Sammlung oder einen gedanklichen Rückblick stehen. Claus versetzt in der Folge die linke Hand wieder näher an die Kärtchenreihen heran und führt auch die rechte Hand zurück in den Arbeitsbereich, was dafür sprechen könnte, dass ihm etwas aufgefallen oder eingefallen ist und er jetzt wieder etwas z. B. an den Kärtchenreihen tun oder zeigen möchte. Möglicherweise möchte er auch beweisen, dass er Jakobs Äußerungen 4 und/oder 6 durchaus verstanden hat oder auch eine zusätzliche Erklärung für Jakobs Aussage bezüglich der sechs Möglichkeiten aus Äußerung 4 abgeben. Die Tigerfiguren lässt er zwischen dem restlichen Kartenstapel und den gelegten Reihenfolgen fallen (vgl. 8.7), also auf der Seite, auf der Jakob sitzt. Dies könnte so gedeutet werden, dass er diese Figuren für seine folgende Aktion nicht benötigt. Das Fallenlassen deutet möglicherweise darauf hin, dass Claus schnell die Tigerfiguren loswerden möchte, weil ihm vielleicht eine Idee gekommen ist, die keinen zeitlichen Aufschub erlaubt. Gleichzeitig liegen sie auf diese Weise so im Arbeitsbereich, dass

sie sowohl für Jakob als auch von Claus jederzeit wieder benutzt werden könnten. Möglicherweise ist Claus nun abgekommen von dem Vorhaben, weitere Reihenfolgen auf dem Podest zu stellen oder er möchte zuerst etwas anderes tun, weswegen er die Tigerfiguren zunächst fallen lässt. Sie könnten ihn möglicherweise bei seiner in der Folge geplanten Aktion stören. Claus tippt in der Folge mit der rechten Hand offenbar die erste Reihenfolge ab, die aus *weißem Tiger – braunem Tiger – Elefant* besteht. Vielleicht erläutert Claus dazu etwas auch in Bezug auf die im Raum stehende(n) Aussage(n) Jakobs (vgl. Äußerung 4 u. 6). Es könnte aber auch sein, dass ihm unabhängig von Jakobs Äußerungen hier etwas aufgefallen ist und er daher die Reihe abtippt. Er könnte sich auch auf die einzelnen Positionen in der Reihenfolge beziehen, weil er keine konstante Bewegung über der gesamten Reihenfolge macht, sondern die einzelnen Positionen nacheinander abtippt. Damit verweist hier die Gestik möglicherweise gezielt auf den Aufbau der Reihenfolge. Anschließend scheint Claus auch die zweite Reihe abzutippen. Diese besteht aus *Elefant – weißem Tiger – braunem Tiger*. Damit sind die beiden Reihenfolgen auf jeder Position anders besetzt. Es könnte sein, dass Claus die ersten beiden Reihenfolgen im Vergleich betrachten möchte und dazu etwas erklärt. Ebenso könnte er deren einzelne Positionen im Vergleich betrachten wollen, weil er jede einzelne Position abtippt. Es könnte aber auch sein, dass er sich dem Aufbau aller oder einiger einzelner Reihenfolgen noch einmal bewusstwerden möchte, möglicherweise als Folge aus Jakobs Äußerung 4 und 6. Es wäre auch an einen Zählvorgang zu denken, der typischerweise beim Abzählen von mehr als 4 bis 5 Objekten, also hier der Legekärtchen, mit einer Zeigegeste bzw. einem Tippen mit dem Zeigefinger auf die zu zählenden Objekte im Sinne einer Eins-zu-Eins-Zuordnung begleitet wird. Vielleicht deutet er Jakobs Äußerung 4 in Bezug auf die Anzahl der Kärtchen, die beim Nachlegen verwendet wurden. Dies könnte daher rühren, dass Jakob während dieser Äußerung in dem restlichen Kartenstapel seine Hand bewegte, was Claus möglicherweise dann dazu bewogen hat, Jakobs Äußerung in Bezug auf Kärtchen zu deuten. Bei der dritten Reihenfolge tippt Claus nur auf die erste Position (weißer Tiger) und führt dann im Unterschied zum vorherigen Agieren eine konstante Bewegung nach rechts aus. Die 3. Reihe besteht aus *weißem Tiger – Elefant – braunem Tiger*. Möglicherweise betrachtete er zunächst die Reihenfolgen 1 und 2 in ihren einzelnen Positionen, eventuell sogar im Vergleich, während es ihm nun bei der dritten Reihenfolge auszureichen scheint, durch die konstante Bewegung über die 2. und 3. Position hinweg, diese eher im Gesamten und nicht in jeder ihrer einzelnen Positionen zu betrachten. Es könnte auch sein, dass ihm aufgefallen ist, dass die 1. und die 3. Reihenfolge in ihrem Aufbau insofern vergleichbar sind, als dass ihre 1. Positionen, auf die Claus bei der 3. Reihe noch tippt, gleich besetzt sind, nämlich durch den weißen Tiger. Im Sinne der Deutung eines Zählvorganges könnte Claus hier ins Stocken geraten und daher mit einer konstanten Bewegung fortfahren, weil ihm möglicherweise aufgefallen ist, dass er bei der 1. Position in der 3. Reihenfolge in der Zahlenfolge bei sieben angelangt ist und Jakob aber demgegenüber von sechs Möglichkeiten in Äußerung 4 gesprochen hatte. Vielleicht möchte Claus daher hier sein Zählen korrigieren und geht in die

Betrachtung der Reihenfolgen als Ganzes über, um nicht die einzelnen Kärtchen, sondern vielmehr die einzelnen Reihenfolgen zu zählen. Offenbar gibt es zudem noch eine mindestens gestische Weiterführung der Äußerung, die möglicherweise in der Folge deutlich machen wird, was Claus hier genau zeigen oder sich klar machen möchte.

In der Lautsprache äußert Claus zunächst „**zeig** mal“ mit einer anschließenden Pause. Dieser Ausspruch wird parallel zum Führen der Tigerfiguren auf den Kopf ausgeführt. Es liegt daher nahe, dass Claus die Hand als Ausdruck eines Denkprozesses auf den Kopf führt. Unklar bleibt, an wen er diese Äußerung adressiert, denn er benennt weder eine/n direkte/n Adressat/in noch blickt er Jakob oder B direkt an, sondern schaut auf den Arbeitsbereich. Dennoch ist die Formulierung eine Art Aufforderung, dass ein Gegenüber etwas zeigen soll. Vielleicht spricht Claus aber auch mit sich selbst und richtet daher das betonte „**zeig**“ an sich selbst. Dies würde auch erklären, warum er die Tierfiguren auf seinen Kopf führt. Sie verschwinden auf diese Weise aus seinem Sichtfeld und lenken ihn möglicherweise nicht ab. Es folgt die Reihe der natürlichen Zahlen, die Claus nun äußert und zwar im Flüsterton. Das Flüstern könnte er möglicherweise deshalb wählen, weil er diese Zahlenfolge nur für sich sprechen möchte. Es könnte auch für ein Ausprobieren oder Unsicherheit im Vorgehen stehen. Das weitere unverständliche Flüstern ist möglicherweise die Weiterführung der Zahlenfolge. Offenbar tippt also Claus hier gestisch auf die einzelnen Positionen und zählt dabei die Kärtchen oder die Positionen ab und zwar möglicherweise reihenübergreifend. Wie oben bereits vermutet könnte es sein, dass sich Claus hier auf die Suche nach den von Jakob in Äußerung 4 benannten sechs Möglichkeiten macht, weswegen er auch bei Position I in der 3. Reihe aufhört, weil dies dann die Position wäre, der er die Zahl sieben zuordnen würde. Es könnte auch sein, dass er eine ganz andere Idee verfolgt und sich hier nicht auf Jakobs Äußerung bezieht. Möglicherweise dient dieses Abzählen auch nur einem Klarmachen für sich selbst über die bereits gefundenen Reihenfolgen. Claus möchte sich beteiligen, sucht einen Zugang zum Geschehen. Es könnte aber auch sein, dass Claus keine oder eine andere Idee dazu entwickelt hat, was Jakob mit dem Begriff *Möglichkeiten* in Äußerung 4 gemeint haben könnte. Claus könnte es auf die einzelnen gebrauchten Kärtchen bezogen deuten und zwar deshalb, weil Jakob während seiner Äußerung im Kartenstapel zu spielen schien. Dann könnte das Flüstern von Claus als Irritation gedeutet werden, weil er auf mehr als sechs Karten kommt.

In der Folge könnte B oder auch Jakob nachfragen, was Claus gerade beabsichtigt zu tun. Es könnte auch sein, dass Claus selbst eine Frage an B oder Jakob oder beide formuliert.

Äußerung 7b (a-c):

Diese Äußerung wird als Fortführung von Äußerung 7a von B hervorgebracht. Das Halten der Hand am Mund deutet möglicherweise noch auf ein Nachdenken Bs über das Gehörte hin, eventuell auch in Bezug auf Jakobs Äußerungen 4 und 6. B könnte auch eine Frage an Claus stellen, z. B. was er mit den Tigerfiguren plant umzusetzen. Das Abstützen des Kopfes

ist eine bekannte Körperhaltung von B innerhalb der vorliegenden Sequenz und deutet auf Zurückhaltung und eher auf ein Nicht-Agieren ihrerseits im Arbeitsbereich hin. Vielleicht denkt B nach und die aufgestützte Haltung unterstützt sie bildlich gesprochen beim Halten ihres schwer nachdenkenden Kopfes. Es könnte aber sein, dass sie lautsprachlich an die Schüler oder einen von ihnen eine Frage oder Aufforderung formuliert.

Sie führt lautsprachlich dann auch weiter aus „ich glaub dem **Claus** ist das noch **nich** so klar“, was dafür sprechen könnte, dass sie diese Äußerung eher an Jakob richtet. Möglich wäre aber auch, dass dies eine Art Brücke bzw. Hilfe für Claus sein soll, sich zu seinem von B unterstellten Nicht-Verstehen zu äußern und z. B. eine Frage an Jakob zu stellen. B behauptet mit ihrer Aussage offenbar nicht, dass Claus etwas gänzlich unklar ist, sondern formuliert es als Ich-Botschaft aus ihrer Sichtweise, die sie mit der Nutzung des Verbes *glauben* relativiert oder zumindest als möglicherweise auch nicht korrekt ausweist. Damit interpretiert B Claus' vorheriges Tippen über den Kärtchenreihen offenbar eher als Versuch, sich dem mathematischen Problem zu nähern, einen Zugang zu finden möglicherweise zu Jakobs zuvor geäußertes Erkenntnis über die sechs Möglichkeiten. Die Stimmsenkung am Ende markiert gewissermaßen eine rhythmische Einheit im Satzgefüge und gibt den anderen Interagierenden hier eine Möglichkeit, den Turn zu übernehmen, z. B. könnte Claus hier widersprechen. Das gleichzeitige Abstützen des Kopfes auf der linken Hand, während B betont „**Claus**“ ausspricht, unterstreicht diese Betonung zusätzlich. Damit nimmt sie sich aber auch zurück aus der Rolle einer potentiellen Erklärerin für Claus, denn das Aufstützen steht eher dafür, dass sie in der Folge nicht sprechen wird, denn dies erscheint in aufgestützter Position auch eher eingeschränkt möglich. Offen bleibt hier, was genau in Bs Augen Claus noch nicht klar sein könnte. Vermutet werden kann, dass sie sich auf Jakobs Äußerung 4 oder 6 oder beide bezieht, in denen Jakob einerseits die Feststellung in den Raum stellte, dass es nur sechs Möglichkeiten gebe (vgl. Äußerung 4) und andererseits als vermutetes Begründung dafür „weil wir schon alle **haben**“ (Äußerung 6) anführte. Es lässt sich annehmen, dass B hier Claus' Verhalten mit dem Anheben der Tigerfiguren und dem Verstellen der Elefantenfigur sowie seinem geäußerten „**hä**“ in der Äußerung 1c so deutet, dass Claus keine Idee hat, was Jakob mit Äußerung 4 und/oder 6 gemeint haben könnte. B betont das Wort „**nich**“, das vermutlich für *nicht* steht und wählt die Formulierung „**nich** so klar“. Damit drückt sie sich einerseits (be)wertend gegenüber Claus aus, den sie offenbar so einschätzt, dass er Jakobs Äußerungen nicht verstanden hat oder nicht einordnen kann. Andererseits versucht sie offenbar die Einschätzung vorsichtig zu formulieren, indem sie z. B. das Wort „so“ verwendet und mit „**nich** so klar“ ja generell nicht auszuschließen scheint, dass Claus etwas verstanden hat, sondern nur behauptet zu glauben, dass es ihm noch nicht in vollem Umfang und jedem Punkt klar geworden ist. Sie behauptet auch nicht, zu wissen, dass Claus etwas noch nicht klar geworden ist, sondern formuliert ihre Aussage so, dass sie nicht *glaubt*, dass es Claus ganz klar geworden sei. Man kann ihr als mathematisch vermutlich Versiertere in der Situation unterstellen, dass sie Jakobs Äußerung 4 und 6 sowie die von den Schülern nachgelegten Reihenfolgen als mathematisch angemessene Lösung für das

gegebene Problem betrachtet und sie daher die Formulierung „ich glaub dem **Claus** is das noch **nich** so klar“ vermutlich nicht deshalb wählt, um von ihrem eigenen möglichen Unverständnis abzulenken. Man kann B auch unterstellen, dass sie sich noch eine weitere Erläuterung Jakobs erhofft, nicht nur für Claus, sondern auch aus ihrem allgemeinen Interesse am Mathematiklernen als in der Mathematikdidaktik tätige Forscherin heraus. Offenbar reicht ihr Jakobs in Äußerung 6 angebotene Begründung „weil wir schon alle **haben**“ (Äußerung 6) nicht aus, um das mathematische Problem aus ihrer Sicht hinreichend für alle Anwesenden geklärt zu haben. Stillschweigend geht sie dabei offenbar davon aus, dass Jakob sich nach dieser Äußerung von ihr möglicherweise verpflichtet fühlt, seinem Arbeitspartner Claus die Lösungsidee noch einmal genauer zu erklären und zwar so, dass es Claus auch im Detail klar werden kann. Vielleicht erhofft sie sich aber auch, dass Claus gezielt Nachfragen an Jakob stellt.

Es findet offenbar gleichzeitig zu Bs Äußerung 7 eine Äußerung eines anderen Interaktionsteilnehmers statt. Dies könnte darauf hindeuten, dass Claus möglicherweise protestiert, weil er sich von B ungerecht bewertet fühlt und daher klarstellt, was und dass er Jakobs Äußerungen verstanden hat. In der Folge könnte sich aber auch Jakob zu Wort melden und der indirekten Aufforderung einer weiteren oder umfassenderen Erklärung durch B nachkommen oder deutlich machen, dass er dies nicht möchte.

Äußerung 7c (a-c):

B erzeugt diese Äußerung als weitere Fortführung von Äußerung 7 und beugt sich nach vorne, während sie ihre Körperhaltung ansonsten nicht verändert. Dies deutet darauf hin, dass sie möglicherweise ihre eventuelle lautsprachliche Äußerung hier für ihre Interaktionspartner auch ohne Gestik als hinreichend aussagekräftig hält. Es könnte auch sein, dass sie lediglich eine kurze Ergänzung vornimmt und sich mit der nicht veränderten Körperposition erneut betont zurückhaltend gibt. Möglich ist, dass das nach vorne Neigen für Aufmerksamkeit und Interesse steht, aber ein Eingreifen ihrerseits eher nicht zu erwarten ist.

Lautsprachlich äußert sie „kannst du ihm das nochmal erklären“, was ihre Äußerung 7b offenbar weiterführt. Äußerung 7c ist vermutlich weiterhin an Jakob gerichtet. B fordert ihn nun offensichtlich auf, Claus „nochmal“ etwas zu erklären. „Nochmal“ könnte hier im Sinne von *wiederholt* gedeutet werden, so als sei dieser jetzt geforderten Erklärung eine erste bereits vorausgegangen. Möglicherweise hat B hier Äußerung 6 von Jakob im Blick, in der er erklärte, dass „wir“, also vermutlich die Schüler, bereits „alle“ hätten, gedeutet als *alle Reihenfolgen*. Es könnte aber auch sein, dass „nochmal“ hier weniger als Wiederholung, sondern eher im Sinne von überhaupt einer Erklärung zu verstehen ist. Offenbar ist es in Bs Augen nicht ausreichend, wenn Jakob in Äußerung 6 darauf hinweist, dass sie bereits alle, vermutlich Reihenfolgen, gefunden hätten.

In der Folge könnte Jakob der Aufforderung Bs nachkommen und Claus seine Einschätzung erläutern. Es wäre auch möglich, dass Claus dies übernimmt und damit zeigt, dass und was er verstanden hat. Möglich wäre ebenso, dass Jakob Bs Aufforderung nicht nachkommt und Claus eine andere eigene Idee darstellt.

Äußerung 8b (a-b):

Diese Äußerung findet zeitgleich zu Bs Äußerung 7c statt und ist eine Fortführung von Claus' Äußerung 8a. Offenbar führt Claus hier seinen Zeigefinger der rechten Hand weiter in einer konstanten Bewegung über die Reihen 4 (*brauner Tiger – Elefant – weißer Tiger*), 5 (*brauner Tiger – weißer Tiger – Elefant*) und 6 (*Elefant – brauner Tiger – weißer Tiger*). Dies spricht für die oben erzeugte und beschriebene Deutung, dass er sich gerade über alle sechs Reihenfolgen in irgendeiner Weise klar werden möchte, z. B. auch über die Anzahl der insgesamt besetzten Positionen oder der dafür verwendeten Karten. „**Zeig** mal“ aus Äußerung 8a wäre in diesem Sinne sozusagen die lautsprachliche Anweisung an sich selbst zu dem, was Claus nun vermeintlich macht: Er zeigt sich und auch seinen Interaktionspartner*innen die Karten, Positionen und/oder Reihenfolgen, die von den Schülern gefunden und nachgelegt wurden. Er tippt nun nicht mehr auf einzelne Positionen, sondern gestikuliert mit einer einheitlichen Zeigebewegung über die jeweiligen Reihenfolgen. Möglicherweise wird auch sein Zählen oder Aufsagen der Zahlwortreihe undeutlich, weil er für sich festgestellt hat, dass dieses Abzählen von der 1. Position in der 1. Reihe an für ihn weniger sinnvoll erscheint. Es könnte sein, dass sich Claus in dieser Situation, auf das Zählen besinnte, weil er sich hier in diesem mathematischen Bereich der Zahlen sicher fühlt. Er wendet das Zählen möglicherweise in einer für ihn schwierigen mathematischen Situation an, weil er eventuell Zählen als geeignetes Mittel in vielen vorausgehenden und auch für ihn schwierig erscheinenden mathematischen Situationen kennengelernt hat. Denkbar ist, dass für ihn Jakobs Aussagen in Äußerung 4 und 6 mehr als unklar sind und er daher versucht, in einem für ihn vertrauten mathematischen Bereich sich dem unbekanntem Problem anzunähern. Dabei zählt er aber zunächst nicht die Reihenfolgen, sondern die einzelnen Positionen und wechselt, möglicherweise als er zur Zahl sieben kommt, in die konstante Bewegung über den Reihen, weil er hier erkennt, dass er eventuell eher die Reihen als jeweilige Gesamtheit ansehen sollte oder auch, weil er irritiert reagiert wegen Jakobs Aussage über nur sechs Möglichkeiten (vgl. Äußerung 4).

Die im Anschluss ausgeführte Bewegung, bogenförmig auf den Kopf, ist eine Wiederholung einer vorherigen Körperbewegung, die er zu Beginn von Äußerung 8a mit den Tigerfiguren in der Hand ausführte. Diesmal kratzt er sich offenbar dort. Erneut kann hier ein Nachdenken oder auch Verlegenheit angenommen werden als klassische Übersprungshandlung, weil Claus möglicherweise Schwierigkeiten hat zu erkennen, wo genau Jakob die sechs Möglichkeiten sieht. Er sucht hier möglicherweise bildlich gesprochen mit seinen Fingern in seinen Gedanken. Auch das nachfolgende offensichtliche Zurechtrücken des Kärtchens auf der 2. Position in der ersten Reihe und das Blicken zu

Jakob könnten für Claus' Unsicherheit stehen. Er bleibt damit aktiv im Arbeitsbereich, verändert aber z. B. keine gelegten Reihenfolgen im Sinne einer Positionsveränderung. Der Blick zu Jakob könnte möglicherweise daher rühren, dass dieser nun ebenfalls zeitgleich zu einer Äußerung ansetzt.

Äußerung 9a (a-e):

Diese Äußerung wird von Jakob zumindest in Teilen zeitgleich zur vorherigen Äußerung von Claus erzeugt. Möglicherweise traut Jakob Claus nicht zu, eine eigene Idee umzusetzen oder er möchte schnellstmöglich Bs Aufforderung nach einer Erklärung nachkommen. Der Blick zu Claus könnte eine Adressierung der nun folgenden Äußerung bedeuten. Zudem wendet sich Jakob damit erstmals wieder Claus zu seit seinem Abwenden zu Beginn der Situation nach rechts (vgl. Äußerung 2). Jakob führt zunächst seine rechte Hand ebenfalls zum Kartenstapel, möglicherweise weil er hiermit in der Folge etwas tun möchte. Mit dem Verändern seiner Körperposition zeigt Jakob in jedem Fall seine Turnabsicht an. Die Staffelhände zeigen eine entspannte Handhaltung, möglicherweise sammelt sich Jakob oder ist sich nicht ganz sicher, wie er beginnen soll und setzt daher hier noch nicht unmittelbar zu einer weiteren Äußerung an. Eventuell nimmt er damit auch Rücksicht auf die noch nicht ganz zu Ende gebrachte Äußerung Claus' und möchte zunächst abwarten, um sich dessen volle Aufmerksamkeit sicher zu sein.

In der Folge beginnt Jakob mit einem Blick nach unten, vermutlich auf die Kärtchenreihen oder zumindest zum Arbeitsbereich und formt mit beiden Händen in einer symmetrischen Geste ein Dach. Diese wiederholte Geste könnte metaphorisch für eine gedankliche Sammlung oder für eine nun folgende und auf den Punkt zugespitzte Erläuterung stehen, die Jakob nun vielleicht als Folge von Bs Aufforderung und Claus' Agieren, das Jakob möglicherweise als unsicher einschätzt, äußern möchte. Das Dach zweimal ausgeführt könnte quasi den Start dieser Erläuterung markieren und zeigt auch für die Zuhörenden, dass nun etwas Zentrales geschieht. Es könnte aber auch eine rhythmische Geste zur Unterstreichung zentraler Punkte seiner lautsprachlichen Äußerung sein. Die jeweilige kurze Fixierung der Dachhände könnte auch dazu führen, dass nun besondere Aufmerksamkeit auf die Hände von Jakob oder seiner Äußerung im Gesamten gelenkt ist.

In der Lautsprache erzeugt Jakob erst bei den Dachhänden ein „guck hier (.)“. Die Geste taktet hier gewissermaßen die lautsprachliche Äußerung, die einer Aufforderung gleichkommt. Vermutlich ist sie an Claus gerichtet, den Jakob kurz vor dieser lautsprachlichen Äußerung anschaute. Es könnte sein, dass Jakob hier „guck hier“ als Antwort auf Claus' Äußerung 8 „**zeig** mal“ formuliert. Claus forderte ihn auf, etwas zu zeigen und das beabsichtigt Jakob nun vielleicht zu tun. Die Pause nach „guck hier“ führt zusätzlich zu einer dramaturgischen Sammlung und einem Innehalten, eventuell deshalb, damit für die folgende Erklärung alle Aufmerksamkeit auf Jakob gerichtet ist.

Im Folgenden könnte Jakob seine Erklärung fortsetzen oder B oder Claus eine Rückfrage stellen. Ebenso könnte Claus eine eigene Idee umsetzen wollen.

Äußerung 9b (a-e):

In dieser Fortführung b der Äußerung 9 zeigt Jakob offenbar etwas an der ersten Reihe, die er insgesamt dreimal in der Luft mit dem linken Zeigefinger nach spurt. Zumindest betont Jakob diese erste Reihenfolge offenbar als zentral für das, was nun folgt. Beim ersten Mal zeigt er dabei deutlich auf die erste Position und fixiert nach der Bewegung auch die Zeigehand über der 3. Position. Möglicherweise sind ihm diese beiden Positionen besonders wichtig. Es könnte auch sein, dass er hier Claus' Abtippen der ersten Reihenfolgen mit einer leicht veränderten Bewegung imitiert. Jakob könnte auch beabsichtigen, genau an der Reihenfolge seine Erklärung zu beginnen, die Claus auch als erstes fokussierte. Möglicherweise möchte Jakob Claus so einen Zugang zur Erklärung eröffnen, indem er mit dem beginnt, was Claus selbst auch schon betrachtet hat. Es könnte sich aber auch einfach aus der Leserichtung heraus ergeben, dass die erste Reihenfolge zuerst betrachtet wird. Die deutliche Anzeige der 1. und 3. Position ist möglicherweise einer besonderen Betonung der Reihe insgesamt geschuldet und ermöglicht einerseits Jakob ein Innehalten und Zeitgewinn, möglicherweise um seine weitere Erklärung angemessen zu planen, andererseits den Zuhörer*innen eventuell auch ein besonders deutliches Nachvollziehen dessen, was Jakob hier anzeigt. Bei der insgesamt dreimaligen Bewegung über der 1. Reihe werden offenbar bei der zweiten und dritten Bewegung weniger eine oder mehrere Positionen betont, sondern die Reihenfolge scheinbar eher als Gesamtheit betrachtet. Das Zurückführen zur ersten Position bei der zweiten Zeigebewegung über der 1. Reihenfolge könnte sich daraus ergeben, dass die ersten beiden Positionen von den Tigern besetzt sind, hier also Kärtchen liegen, die ein gleiches Tiergesicht lediglich anders eingefärbt zeigen. Es ist möglich, dass Jakob dies hier besonders betont und z. B. auch lautsprachlich dazu etwas äußert. Das sich an die dritte konstante Zeigebewegung von links nach rechts über die gesamte 1. Reihenfolge anschließende mittige Zurückführen der Zeigehand lässt sich so deuten, dass Jakob hier vermutlich zunächst etwas lautsprachlich erläutert oder innehält, um z. B. sich selbst noch über etwas klar zu werden, eventuell darüber, wie er fortfahren kann. Es könnte auch sein, dass er Claus oder B oder beiden Zeit geben möchte, seiner Erklärung zu folgen und deshalb nimmt er eine solche Taktung vor. Er könnte die Pause dazu nutzen, seine weiteren Erläuterungen für sich im Stillen zu formulieren und damit genauer zu planen, eventuell weil ihm eine besondere Deutlichkeit und Aussagekraft seiner Erläuterungen wichtig ist. Die beibehaltene Zeigehand markiert dabei einerseits seinen weiteren Turnanspruch und zeigt andererseits, dass er vermutlich gleich weiter mit dieser Zeigehand agieren möchte. Er bleibt also im Arbeitsbereich jederzeit weiter handlungsfähig. Er könnte auch ins Stocken wegen seiner Erläuterung gekommen sein und deshalb diese Pause in der Bewegung einlegen, findet vielleicht selbst vorübergehend seine Erklärung nicht mehr schlüssig und verweilt daher kurz über den Reihen. In der Folge führt Jakob die linke Hand

zur dritten Kärtchenreihe und tippt diese nun ab – er verändert also die Bewegungsart und damit auch die Gestengestalt. Während er die erste Reihenfolge nachgespurt hat, tippt er nun die einzelnen Positionen der dritten Reihe ab. Möglicherweise möchte er an diesen beiden Reihen einen Vergleich vornehmen. Dieser böte sich bezogen auf die gleiche Besetzung der ersten Position an. Er könnte auch die Positionen der dritten Reihe besonders betonen wollen, weil er z. B. hieran etwas lautsprachlich erläutert. Möglich, dass er darauf aufmerksam macht, dass anders als bei der 1. Reihenfolge, die Tigerkärtchen hier nicht nebeneinander liegen, sondern im Prinzip durch die mittlere Position des Elefanten getrennt auf Position 1 und 3 liegen. Es fällt zumindest auf, dass Jakob die 1. Reihe eher mit dem Zeigefinger nach fährt mit kurzen Betonungen der 1. und 3. Position bei der ersten Gestenbewegung über der Reihe, während er jetzt bei der 3. Reihe die einzelnen Positionen abtippt. Dies könnte auch so gedeutet werden, dass er die erste Reihe eher als Gesamtheit betont wissen möchte, während er z. B. bei der 3. Reihe die einzelnen Positionen wichtig findet oder auch den genauen Aufbau durch die Positionsbesetzungen der Reihe betont. Das erneute Rückführen der Zeigehand in Richtung seines Oberkörpers könnte entweder erneut eine Taktung im Redefluss sein oder Unsicherheit ausdrücken. Vielleicht muss sich Jakob auch erst sammeln, bevor er fortfahren kann und führt daher seine Hand kurze Zeit zurück, um dann wieder erneut anzusetzen. Das zusätzliche Ausstrecken des Mittelfingers zum Zeigefinger könnte für die beiden eben nachgespurten bzw. abgetippten Reihenfolgen stehen, so dass der Zeigefinger z. B. für die 3. Reihenfolge, der Mittelfinger für die bereits zuvor gezeigte 1. Reihenfolge steht. Dann wäre es im Prinzip ein einhändiges Festhalten der von Jakob gemeinten Reihenfolgen, möglicherweise deshalb, weil er jetzt lautsprachlich etwas, z. B. zu deren Vergleich, äußern möchte.

In der Lautsprache äußert Jakob zunächst „e hier **da** (.) **des is so** (..) und e des is **so** (..)“. Dabei markieren die Pausen Einheiten der lautsprachlichen Äußerung und sorgen für eine geeignete Taktung, möglicherweise auch zum besseren Nachvollzug sowohl für Jakob als auch für seine Interaktionspartner*innen. Hier ergänzen auch die gestischen Zeige- und Tippbewegungen genau eine solche rhythmische Taktung des Redeflusses. Es ist schwierig, ohne Gestik zu deuten, auf was Jakob mit den lokalen Adverbien „hier“, „da“, dem Artikel „des“, der vermutlich mit hessisch dialektalem Einschlag für *das* steht, und der Konjunktion „so“ verweisen könnte. Insbesondere die verwendeten Lokaldeiktika benötigen offenbar die Anwesenheit von einer oder mehreren Zeigegeste(n)³¹⁵. Vermutlich schätzt auch Jakob seine (Zeige-)Gestik hier hinreichend aussagekräftig ein und nutzt Gestik und Lautsprache daher in effektiv aufeinander abgestimmter Weise. Die Lautsprache muss in diesem Falle gar nicht genau ausdrücken, z. B. auf welche Reihenfolge sich Jakob hier bezieht, denn das übernimmt die Gestik in expliziter und effektiver Weise. Jakobs lautsprachliche Äußerungen müssten ansonsten auch deutlich konkreter ausfallen und würden einen nicht geringen zeitlichen Aufwand mit sich bringen. Er müsste beispielsweise erläutern, dass er mit „e hier **da** (.) **des**

³¹⁵ Hierzu wurde in Kapitel 3.2.3 ausführlich aus Frickes (2007, 2012) Ansatz in Bezug auf die sogenannte *Zeigegestennotwendigkeit* und der *Code-Manifestation* wie auch Code-Integration zitiert.

is **so** (..)“ zumindest die erste Reihenfolge zu meinen scheint, wenn nicht sogar im Besonderen die erste und dritte Position dieser Reihenfolge, ihren Aufbau, ihren Anfang und das Ende usw. Man kann hier auch sehen, dass Gestik und Lautsprache besondere Betonungen vornehmen, und zwar offenbar aufeinander abgestimmt. Jakob zeigt gestisch die erste Reihenfolge insgesamt dreimal und auch in der dazu gleichzeitig geäußerten Lautsprache finden sich drei Betonungen, zusätzlich die langgezogene Aussprache des betonten „**so**“ und die Pausen, die ebenfalls das eben geäußerte besonders hervorheben können. Die Pausen könnten auch dafür stehen, dass Jakob Zeit benötigt, um sich selbst dem klar zu werden, was er gerade erläutert oder was noch folgt. Er möchte möglicherweise mit besonderem Bedacht vorgehen und lässt sich dementsprechend Zeit für seine Erklärung. Jakob beabsichtigt möglicherweise auch durch die verlangsamte und betonte Darstellung, etwas überaus deutlich zu machen. Er möchte eventuell sicherstellen, dass eine hohe Wahrscheinlichkeit besteht, dass Claus oder B oder beide seine Erklärung auch tatsächlich wahrnehmen und interpretieren können. Die längere Pause nach „**des is so** (..)“ zeigt sich parallel auch in der Gestik – hier hält Jakob die Hand fixiert über den Kärtchenreihen und führt sie etwas zurück zu seinem Oberkörper. Dies wurde als Innehalten oder Stocken in der Erklärung, möglicherweise auch Unsicherheit interpretiert. Innehalten könnte Jakob, um sich selbst etwas klarzumachen oder seinen Interaktionspartner*innen die Chance auf einen besseren Nachvollzug seiner Erläuterung zu geben. Stocken aus Unsicherheit z. B. könnte Jakob, weil er vielleicht doch nicht mehr so überzeugt von seiner Erklärung ist oder diese erst weiter planen muss und selbst überlegen muss, wie er günstiger Weise fortfahren kann.

Es folgt in der Lautsprache „un e des is **so** (..)“, was in Wortwahl und Satzbau im Prinzip eine Wiederholung zum ersten Ausspruch darstellt. Auch hier zeigt sich ein ähnliches Taktungsmuster mit Betonung, langgezogener Aussprache und Pause und eine nahezu gleiche Wortwahl, die erneut nur durch die Gestik eine offenbar auf die nun 3. Kärtchenreihe bezogene Interpretation zu lässt. Mit „des“, so lässt sich unter Einbezug der Gestik deuten, ist also vermutlich Reihenfolge 3 gemeint, denn diese tippt er positionsweise während „des is **so**“ ab. Es ist unwahrscheinlich, dass Jakob hier die einzelnen Positionen getrennt voneinander meint oder etwa nur eine spezifische Position mit „des is **so**“ betonen möchte, denn er spricht von „des“, also einem *einzelnen Ding* und tippt geradezu rhythmisch während aller drei einsilbigen Worten die 3. Reihe vollständig ab. Bei der Betonung einer bestimmten Position in der Reihe würde man etwa eine fixierte Zeigegeste auf eben auch nur eine der drei Positionen während der Lautsprache erwarten. Mit „**so**“ ist mutmaßlich also bei beiden Malen immer je *eine Reihenfolge* gemeint, einmal die erste, beim zweiten Mal die dritte Reihenfolge, und nicht so sehr die *einzelnen Positionen* an sich. Die Positionen werden mehr in Bezug aufeinander und eben in ihrer besonderen Reihenfolge, vielleicht zur Verdeutlichung des Aufbaus der 3. Reihenfolge, gesehen. Möglicherweise ersetzt das Tippen bei der 3. Reihenfolge auf ihre einzelnen Positionen im Gegensatz zum dreimaligen Nachfahren der 1. Reihenfolge, die Betonung und das mehrfache Anzeigen der Reihe, denn die 3. Reihenfolge zeigt er nur einmal. Während Jakob in der Lautsprache zweimal die gleiche Formulierung für

das Verweisen auf die 1. und 3. Reihenfolge wählt, erzeugt er verschiedene Gestenformen, um beide Reihenfolgen anzuzeigen. Und gleichzeitig wird überhaupt nur über die Gestik deutlich, dass er die Referenz von der 1. auf die 3. Reihenfolge wechselt. Es liegt die Vermutung nahe, dass er diese beiden Reihenfolgen, möglicherweise im Anschluss im Vergleich betrachten möchte. Eventuell beabsichtigt er dies, wie oben bereits vermutet, weil die 1. Positionen gleich, nämlich mit dem weißen Tiger, besetzt sind. Die einsekündige Pause am Ende des lautsprachlichen Ausspruchs lässt erneut auf Sammlung, Innehalten, Überlegen, aber auch mögliche Unsicherheit von Jakob schließen.

In der Folge wird Jakob seine Erklärung mutmaßlich fortsetzen. Es könnte auch sein, dass Claus oder B oder beide eine Anmerkung zu Jakobs bisherigen Ausführungen machen oder eine Nachfrage stellen. Claus könnte auch eine eigene Idee einbringen und umsetzen wollen, ohne auf Jakobs Erläuterung weiter einzugehen.

Äußerung 9c (a-e):

Es handelt sich bei dieser Äußerung erneut um eine Fortführung von Äußerung 9, die also von Jakob erzeugt wird.

Gestisch scheint Jakob zunächst beide Hände so zu drehen und im Prinzip zu öffnen, dass die Handflächen nahezu zueinander weisen (vgl. 9.28 und 9.30f). Gleichzeitig scheinen die Hände mehr oder weniger die Kärtchenreihen einzurahmen bzw. auch zwischen den Händen von rechts und links festzuhalten. Eine solche Zweihandgeste, bei der die Handflächen geöffnet und gezeigt werden, könnte aber auch deshalb erzeugt werden, weil Jakob z. B. nicht mehr weiter weiß – die geöffneten Handflächen stünden dann z. B. für Leere bezüglich möglicher weiterer Gedanken und bezögen diese Leere gleichzeitig durch ihre Positionierung auf die Kärtchenreihen. Jakob könnte auch mit den Handflächen das eben Erläuterte den Interaktionspartner*innen zur Diskussion anbieten. Es ist damit eventuell die Möglichkeit verbunden, dass Claus oder B sich dazu äußern. Das versetzte Öffnen der Hände, zuerst links dann rechts, könnte so gedeutet werden, dass zuerst die linke Hand etwa dafür steht, was Jakob kurz zuvor erläutert hat und die rechte Hand in ihrer etwas weiteren Drehung eher dafür steht, dass er nicht weiß, wie es nun weiter gehen kann. Auch das anschließende Ablegen der linken Hand neben den unteren drei Kärtchenreihen und das nach außen Führen der rechten Hand könnten eine solche Deutung unterstreichen. Die linke Hand verbleibt dabei im Arbeitsbereich, steht sozusagen für das, was eben inhaltlich dargestellt wurde, die rechte Hand mit ihrer Bewegung nach außen steht vielleicht für die zukünftigen und weiteren Erläuterungen, die Jakob hier eventuell nicht ganz klar sind. Mit Blick auf das zuvor lautsprachlich und gestisch Geäußerte, nämlich die Betonungen der 1. und 3. Reihenfolge, könnte die nahezu ähnliche Handform mit dem Öffnen der Handflächen hier dafür stehen, dass diese beiden Reihenfolgen nun im Vergleich betrachtet werden, wobei das nach Außen führen der rechten Hand dann z. B. dafür stehen könnte, dass ja die beiden Reihenfolgen 1 und 3 sich durchaus in der Besetzung der 2. und 3. Positionen unterscheiden,

während die 1. Positionen, möglicherweise repräsentiert durch die linke abgelegte Hand, gleich besetzt sind. Es könnte aber auch sein, dass Jakob nun zu den unteren drei Reihenfolgen etwas erläutern möchte, weil er die linke Hand hier ablegt und rechts bereits mit dieser Erläuterung beginnt. Die Bewegung nach außen (vgl. 9.33f) könnte dabei auch dafür stehen, dass das vorher Gesagte bildlich weggeschoben wird, eventuell auch deshalb, weil Jakob seine Erklärung überdacht hat und nun nochmal neu beginnen möchte oder etwas ganz anderes darstellt, was ihm möglicherweise kurz zuvor aufgefallen ist. Es könnte auch für ein erstes Zwischenfazit stehen und zwar in dem Sinne, was jetzt bereits geschafft ist, um dann weiter fortzufahren.

Für die weitere Gestenbewegung kann die Deutung erzeugt werden, dass Jakob weiter zu den beiden von ihm fokussierten Reihenfolgen 1 und 3 etwas erläutert, denn er zeigt nun rechts zwischen der 2. und 3. Position der 1. Reihenfolge hin und her, während er links zweimal auf die 1. Position der 3. Reihenfolge tippt. Die rechte Handform mit mehreren Fingern, die auf die Reihenfolge ausgerichtet sind (vgl. 9.35f) könnte zunächst grob für mehrere Positionen stehen, die Jakob hier anzeigen möchte, nämlich offenbar die 2. und die 3. Position dieser 1. Reihenfolge. Jakob ist hier möglicherweise etwas aufgefallen, was er nun beschreiben möchte. Auch die mehrmalige Bewegung hin und her über diesen Positionen könnte diese Deutung unterstreichen. Er zeigt damit rechts zwei verschieden besetzte Positionen an, während er links zweimal auf die gleiche Position, nämlich die 1. in der 3. Reihenfolge mit dem Zeigefinger in der Luft tippt (vgl. 9.38f). Diese doppelte Betonung und das gleichzeitige Anzeigen von zwei verschiedenen Dingen mit rechts und mit links könnten dafür stehen, dass diese Positionen besonders interessant für seine Ausführungen erscheinen. Dies gilt möglicherweise für die 1. Position in der 3. Reihe deshalb, weil sie sowohl in Reihe 1 als auch in Reihe 3 gleich besetzt ist. Dass die linke Hand in der Luft die Tippbewegung ausführt, sorgt dafür, dass das damit angezeigte Kärtchen jeder Zeit zu sehen ist und zwar für alle Anwesenden und nicht etwa durch einen darauf tippenden Finger verdeckt ist. Andererseits erlaubt das Tippen in der Luft auch einen schnelleren Wechsel, was angezeigt wird, weil die Hand so eher überall schnell hingeführt werden kann. Möglicherweise steht das Zeigen in der Luft aber auch für einen allgemeineren Zusammenhang, den Jakob zwischen der rechts angezeigten 1. Reihe und der links angezeigten 3. Reihe erläutert, z. B., dass sie für einen Algorithmus des Besetzens der Positionen und damit für das Finden von Reihenfolgen stehen könnten: 1. Position als Fixpunkt, 2. und 3. Position permutiert.

Anschließend scheint Jakob mit allen Fingern der rechten Hand, die erneut so geöffnet ist, dass man die Handfläche sehen kann, auf die Kärtchenreihen im Allgemeinen zu weisen. Eventuell könnte dies die zuletzt formulierte Deutung eines allgemeineren Zusammenhangs, den Jakob hier potentiell herausstellen möchte, unterstreichen. Es wird nun nicht mehr gezielt mit einem einzelnen Finger gezeigt, sondern mit allen Fingern im Prinzip auf alle Reihenfolgen. Das Aufstützen der linken Hand auf dem Handballen bei gleichzeitig nicht

entspannter Handform könnte dafür stehen, dass Jakob noch nicht zu Ende ist, den Turn also weiter halten möchte und links deshalb in Aktionsstellung bleibt, wenn auch teilweise auf dem Tisch abgelegt. Die in Zeile 9c.44ff aufgeführte Drehung der linken Hand, so dass sie der rechten Hand offenbar nahezu symmetrisch gegenüber steht, könnte erneut auf die Vergleichbarkeit von Reihen verweisen, die durch die Handform und -position repräsentiert wird. Es könnte aber ebenso sein, dass Jakob hier mit beiden Händen quasi alle Kärtchenreihen einrahmt oder auch bildlich festhält und abschließend dazu etwas sagt. Er bindet in diesem Fall seine Ausführungen mit den Händen an das, was er thematisch gerade zu verhandeln versucht. Die Hände bieten eine Klammer um das für Jakob Zentrale an. Wie oben könnte auch eine Deutung darin bestehen, dass Jakob an dieser Stelle nicht wirklich weiterweiß, seine eben gemachten Ausführungen zur Diskussion stellen möchte oder das Feld für die anderen Interaktionsteilnehmer*innen öffnen möchte, so dass sie sich ebenfalls äußern könnten.

In der Lautsprache äußert Jakob „un wenn du des Gleiche wie da halt dann machst dann geht des net“. In der Formulierung fällt zunächst die Adressierung an ein nicht näher bezeichnetes „du“ auf, also z. B. Claus oder B. Es könnte auch sein, dass es im Prinzip für ein „man“ steht, also z. B., wenn *man* etwas tut, dann passiert etwas, was Jakob ebenfalls ausführt. Es fällt ebenso die wenn-dann Kausalität in der Formulierung auf. Jakob verweist also auf eine Bedingung „wenn“, die offenbar eine Folge „dann“ zu haben scheint. Die Bedingung ist, „des Gleiche wie da halt dann“ zu machen. Offenbar wird hier tatsächlich ein Vergleich vorgenommen. Unter Einbezug der Interpretationen der Gestik kann hier vermutet werden, dass der Vergleich offenbar zwischen der 1. und 3. Reihenfolge oder der Besetzung der Positionen in diesen Reihenfolgen angestrebt wird. Bevor Jakob von etwas Gleichem spricht, führt er tatsächlich eine ähnliche Handform aus, nämlich die sich gegenüberstehenden in Staffelhaut gehaltenen Hände (vgl. 9.24ff und 9.30f). Möglicherweise stehen also die sich gleichenden Hände für etwas, das gleich ist, weswegen hier diese Erläuterung durch die geöffneten Hände in ihrer generalisierenden Form durch Jakob dargelegt und den anderen Interaktionsteilnehmer*innen präsentiert wird.

Anschließend wird die annähernde Symmetrie in den Händen aufgelöst, indem die rechte Hand nach außen geführt wird, was vielleicht tatsächlich für ein bildliches Wegwischen des referierten Gleichen steht, das Jakob wenig später mit „dann geht des net“ beschreibt. Es könnte aber auch eine Ausholbewegung sein für das, was er in der Folge anzeigt. Das in der Lautsprache benannte Gleiche wird lautsprachlich weiter definiert („wie da halt dann“) und durch die Gestik verortet und zwar zeitgleich an der 2. und 3. Position der 1. Reihenfolge durch die Bewegung der rechten Hand (vgl. 9.34ff) und an der 1. Position der 3. Reihenfolge durch das zweimalige Tippen des linken Zeigefingers (vgl. 9.38f). Undeutlich bleibt, was Jakob hier genau meint mit „da“. Dies könnte entweder die 1. Reihenfolge und insbesondere deren 2. und 3. Position sein oder die 3. Reihenfolge und insbesondere die 1. Position. Es ist möglich, dass Jakob hier darstellen möchte, dass es seiner Meinung nach „net“ (vermutlich

gemeint als *nicht* mit hessischem dialektalem Einschlag) „geht“, wenn man das Gleiche, was man bei der 1. Position angewandt hat, nämlich, sie in Reihe 1 und 3 gleich zu besetzen, auch auf die 2. und 3. Position der Reihenfolgen anwendet. Er erkennt also möglicherweise, dass bereits die 1. Positionen in den Reihenfolgen 1 und 3 gleich besetzt sind. Dann könnte das Tippen in der Luft auf die 1. Position der 3. Reihenfolge auch für ein Ausschließen der 1. Position stehen, so dass Jakob hier möglicherweise beabsichtigt darzustellen, dass wenn man außer die 1. Position, die gleich sein darf, auch noch die anderen beiden Positionen gleich besetzt „dann geht des net“.

Die Formulierung „wie da halt dann“ macht auf den ersten Blick den Anschein, auf etwas Nebensächliches bzw. eher vielleicht Triviales zu verweisen, vor allem wegen des Gebrauchs des Wortes „halt“. Es klingt so, als sei dies für Jakob derart klar und unhinterfragt verständlich, dass er es fast schon als unwichtig empfindet, dies hier noch einmal in einer solchen Deutlichkeit zu formulieren.

„Dann geht des net“ könnte hier so gedeutet werden, dass es bezogen auf die aktuelle Situation oder die gegebene Aufgabe in seinen Augen keiner Lösung entsprechen würde, wenn man zwei gleiche Reihenfolgen legen würde, die nicht nur in der 1. Position gleich besetzt sind, sondern sich auch noch in den 2. und 3. gleichen – im Sinne von identisch besetzt sein – würden. Es erscheint eher unwahrscheinlich, dass es Jakob hier darum geht, was man alles mit den Kärtchen legen kann oder was mit ihnen z. B. aufgrund ihrer Materialeigenschaften nicht möglich ist. „Dann geht des net“ steht mutmaßlich eher dafür, dass etwas in dieser Weise keine Gültigkeit hat in Bezug auf das, was Jakob hier zu erklären versucht, also scheinbar eine Lösungsidee zum gegebenen mathematischen Problem. Es könnte auch sein, dass Jakob „dann geht des net“ im Sinne eines Nicht-Funktionierens versteht, also dass etwas Gleiches hier keine beabsichtigte Funktion für die Lösung erfüllen kann. Man kann Jakob unterstellen, dass er weiß, dass es natürlich grundsätzlich mit dem gegebenen Material möglich ist, zwei gleiche Reihenfolgen zu legen. Diese beschreibt er hier aber offenbar eher sozusagen als *Anti-Fall* für die gesuchte Lösungsmenge aller voneinander verschiedener Reihenfolgen aus drei Elementen.

In der Folge könnten B oder Claus nachfragen, was genau Jakob hier meint, was gehe und was nicht gehe. Ebenso könnte Claus eine eigene Idee einbringen oder Jakob seine Erklärung noch weiter fortführen. Jakob könnte auch rückfragen, ob bisher Verständnisschwierigkeiten bei seinen Interaktionspartner*innen bezüglich dessen aufgekommen sind, was er zu erklären versucht.

Äußerung 9d (a-e):

Es handelt sich erneut um eine Fortführung der Äußerung 9 von Jakob, die aber nun zeitgleich zu einer anderen Äußerung ausgeführt wird, also möglicherweise zeitgleich zu einer Äußerung von B oder Claus.

In der Gestik scheint Jakob nun etwas anzeigen zu wollen und zwar beidhändig, denn beide Hände werden in G-Handform gebracht und zu den Kärtchenreihen bewegt. Scheinbar rahmen die beiden Hände zunächst von links und rechts die 3. Reihenfolge und zwar mit den Zeigefingern auf diese Reihen gerichtet. Es könnte auch sein, dass spezielle Positionen der 3. Reihenfolge damit gemeint sind, z. B. die 1. Position mit links bzw. 3. Position mit rechts anzeigend. Möglich ist, dass Jakob also nun weiter fortfahren möchte mit einer Erläuterung zu diesen Positionen oder der 3. Reihenfolge im Allgemeinen und sie daher hier durch beide Hände anzeigt und damit als zentral für das, was er erläutert, markiert. In der Folge tippt er offenbar mehrere Male mit rechts auf die 1. Position in der 1. Reihe und mit links auf die 1. Position in der 3. Reihe. Er betont damit diese Positionen im Besonderen oder auch besonders nachdrücklich. Sie könnten eine zentrale Rolle in seiner Erklärung einnehmen und durch das mehrfache Tippen darauf möchte Jakob möglicherweise sicherstellen, dass seine Interaktionspartner*innen auch ihre Aufmerksamkeit auf diese Positionen lenken. Es handelt sich um die gleich besetzten Positionen der beiden Reihen mit dem weißen Tiger und damit auch um eine geeignete Möglichkeit, einen Vergleich der beiden Reihen hier zu beginnen. Das Abknicken der ersten Fingerglieder könnte noch einmal eine Verortung einer bspw. zeitgleich lautsprachlichen Erklärung sein. Es könnte auch für ein Wegwischen oder eine Ungenauigkeit stehen, denn zuvor beschrieb Jakob ja, dass es nicht gehe, etwas gleich zu machen und nun zeigt er genau auf die Positionen in zwei Reihenfolgen, die gleich besetzt sind. Eventuell möchte Jakob hier anzeigen, wo seine eben getroffene Erläuterung gilt und wo auch möglicherweise nicht. In der Folge löst er links die G-Handform auf zu einer Spreizhand, während rechts zunächst die Handform bestehen bleibt. Vielleicht ist Jakob erst jetzt bewusst geworden, dass seine kurz zuvor erzeugte Äußerung 9c „und wenn du des Gleiche wie da halt dann machst dann geht des net“ hier nicht gilt und er spannt deshalb seine linke Hand als eine Art Stopp oder Unterbrechung an, während er rechts in Zeigehandform einfriert. Das anschließende Auseinanderführen und Verbleiben im Arbeitsbereich und das Drehen, so dass die Handflächen zueinander weisen (vgl. 9d.55f) könnte erneut so gedeutet werden, dass Jakob eine eher verallgemeinernde Aussage trifft. Es könnte aber auch sein, dass er nicht weiterweiß, weil ihm aufgefallen ist, dass seine Äußerung 9c „und wenn du des Gleiche wie da halt dann machst dann geht des net“ zumindest für die Besetzung der 1. Positionen dieser Reihen nicht gelten kann, weil diese gleich besetzt sind und dennoch in der Lösungsmenge vorhanden. Jakob könnte in dieser Deutung mit seinen Handbewegungen anzeigen, dass er nicht weiterweiß und öffnet vielleicht auch den Interaktionsraum für hilfreiche Hinweise von B oder Claus. In einer anderen möglichen Deutung könnte sich Jakob hier seiner Sache auch sehr sicher sein und seine Erklärung einfach fortführen. Die Handform stünde dann möglicherweise auch dafür, dass er seinen Interaktionspartner*innen seine Lösung präsentiert oder verallgemeinernde Aussagen trifft und sozusagen die Kärtchenreihen rahmt, weil sich seine Äußerungen genau darauf beziehen. Die G-Handform rechts wird möglicherweise gehalten, um den Gedanken

nicht zu verlieren oder auch anzuzeigen, dass er den Turn behalten wird und seine Erläuterungen an diesem Punkt noch nicht zu Ende sind.

Der anschließende Blick zu B könnte darauf hindeuten, dass Jakob seine Ausführungen u. a. an sie richtet. Vielleicht stellt er ihr auch eine Frage. Es ist möglich, dass die zeitgleich zur aktuellen Äußerung 9d hervorgebrachte Äußerung von B stammt und Jakob deshalb hier zu ihr schaut. Es ist auch möglich, dass er seine Erläuterungen an beide Interaktionspartner*innen richtet und daher zu Beginn zu Claus (vgl. Äußerung 9a.1) und hier zu B schaut. Ebenso könnte es sein, dass Jakob davon ausgeht, von B eine höhere Aufmerksamkeit entgegen gebracht zu bekommen für das, was er erklärt oder er richtet sich an sie, weil von B aus auch in Äußerung 7 die so gedeutete Aufforderung stammte, Claus zu erklären, was Jakob mit „s **gibt** nur **sechs** Möglichkeiten“ (Äußerung 4) und „weil wir schon alle **haben**“ (Äußerung 6) meinte.

Die G-Handform, die nun auch mit der linken Hand geformt wird, führt dazu, dass nun beide Hände erneut die gleiche Form zeigen. Dies ist möglicherweise ein wiederkehrendes Prinzip während Jakob über die Gleichheit von Reihen spricht und repräsentiert hier mutmaßlich erneut zwei gleiche Reihen oder auch gleich besetzte Positionen. Das Tippen auf die 3. und 2. Position der 3. Reihenfolge ist möglicherweise eine logische Konsequenz aus der zuvor über der 2. und 3. Position der 1. Reihe ausgeführten Bewegung der rechten Hand und könnte in dieser Deutung so interpretiert werden, dass Jakob zuvor mit links anzeigte, dass die Position 1 in der 3. Reihe gleich besetzt ist mit dem weißen Tiger wie die 1. Position in der 1. Reihe, während die 2. und 3. Position in der 1. Reihe nicht gleich besetzt sind wie die 2. und 3. Position der 3. Reihe. Es könnte aber auch sein, dass Jakob hier unabhängig von der 1. Reihe etwas an der 3. Reihe erläutert und zwar speziell zu den hier abgetippten Positionen 3 und 2. Auffällig ist, dass Jakob nun nicht mehr in Leserichtung tippt, also zuerst die 2. und dann die 3. Position, sondern genau umgedreht. Dies könnte dafür sprechen, dass es ihm nun nicht mehr so sehr um den Aufbau von der 1. über die 2. zur 3. Position geht, sondern er stärker die bereits fertige Besetzung an sich betrachtet. Mit dem Tippen lenkt er die Aufmerksamkeit seiner Interaktionspartner*innen auf diese beiden Positionen und möchte mutmaßlich genau hieran etwas erläutern.

Das anschließende Tippen mit links auf Position 2, 3. Reihe und damit auf die Elefantenkarte und das gleichzeitige Tippen auf Position 3 in der 1. Reihe mit rechts und damit ebenfalls auf die Elefantenkarte könnte Jakobs Erkenntnis zeigen, dass diese verschiedenen Positionen in den unterschiedlichen Reihenfolgen 1 und 3 von dem gleichen Tier bzw. Kärtchen besetzt sind. Es spricht auch dafür, dass er die Reihenfolgen 1 und 3 tatsächlich im Vergleich betrachten möchte und nicht Reihe 3 unabhängig von Reihe 1, wie oben noch als eine Deutung vermutet wurde. In der Folge scheint Jakob mehrmals zwischen den Positionen 2 und 3 in der 1. und 3. Reihenfolge in der Luft hin und her zu tippen und später auch nur noch zu zeigen, und zwar mit beiden Zeigefingern, so dass der rechte Zeigefinger immer für die 3. Positionen, der linke für die jeweils 2. Position zuständig scheint. Dies ist vermutlich

aufgrund der Körperposition Jakobs effektiv und ergonomisch. Betrachtet man die Tipp- und Zeigereihenfolge in Äußerung 9.57 bis 9.64 genauer, so stellt man fest, dass Jakob hier eine bestimmte Abfolge generiert, die etwa wie in Abbildung A2-I_1 darstellbar ist:

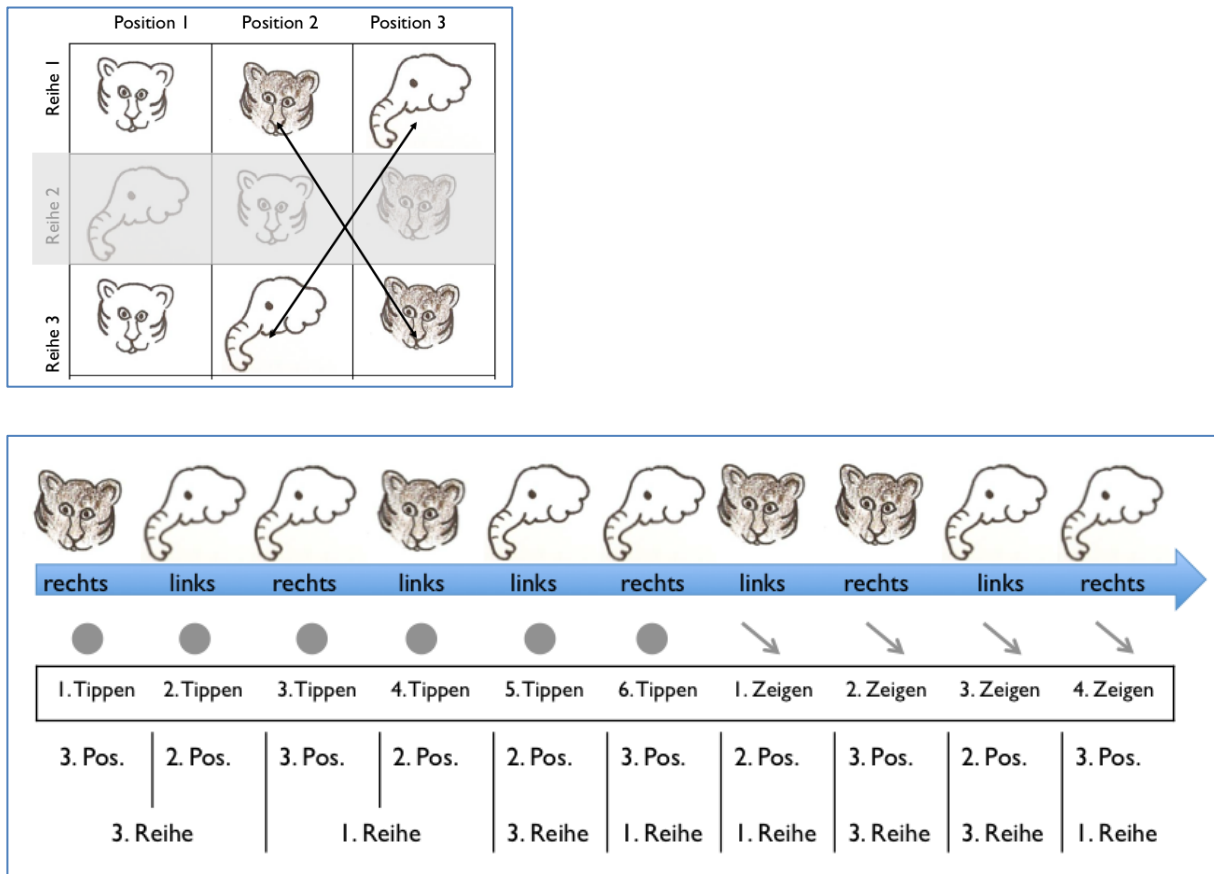


Abb. A2-I_1 Die von den Schülern nachgelegten Reihenfolgen 1, (2) und 3 und die Tipp- und Zeigebewegung Jakobs über den Reihen 1 und 3 in Äußerung 9d

Es lassen sich hieran verschiedene Beobachtungen machen und Deutungen generieren: Jakob tippt zuerst sechsmal und zeigt anschließend viermal. Das Tippen ist in der Abbildung durch Punkte, das Zeigen durch Pfeile repräsentiert. Die Veränderung der Geste vom Tippen zum Zeigen könnten für eine Reduzierung der Deutlichkeit in der Gestik stehen, weil Jakob möglicherweise davon ausgeht, dass nach dem mehrmaligen Tippen klar ist, welche Positionen er genau meint. Mutmaßlich wird durch das Zeigen aber auch stärker eine Art Vertauschungsgeste beidhändig deutlich, die sozusagen vielmehr den *Vorgang des Vertauschens* an sich als die einzelnen Positionen betont. Es fällt auf, dass er bei den ersten vier Tippbewegungen jeweils paarweise innerhalb einer Reihe bleibt. Hier möchte Jakob eventuell zu Beginn dieser Bewegungsabfolge noch einmal die beiden Reihen oder auch die jeweils innerhalb einer Reihe fokussierten Positionen betonen, die er in der Folge vergleichend abtippt und zeigt. Es scheint so, als sei der rechte Zeigefinger immer für die 3. Positionen und der linke Zeigefinger durchgehend für die 2. Positionen verantwortlich. Dies ist

möglicherweise einfach aufgrund der motorischen Möglichkeiten und Jakobs Sitzposition effektiv und ergonomisch umzusetzen. Die Tippabfolge der ersten vier Tippbewegungen ist hier im Wechsel zwischen 3. Position und 2. Position innerhalb einer Reihe zu sehen, wobei dazwischen ein Reihenwechsel von 3. zu 1. Reihe erfolgt. Im darauffolgenden 5. und 6. Tippen wechselt Jakob zunächst zwischen den beiden Reihenfolgen. Anschließend zeigt er erneut innerhalb einer Reihe im Wechsel mit beiden Zeigefingern der Hände immer auf zwei Positionen hintereinander. Außerdem wechselt er ab dem 5. Tippen die Abfolge der Positionen und Zeigefinger und tippt nun immer zuerst auf die 2. Position mit links, dann auf die 3. Position mit rechts und dies insgesamt dreimal. Damit ergibt sich auch eine bestimmte Abfolge der so abgetippten Tierkärtchen, wobei die Elefanten immer paarweise hintereinander getippt werden und ab der 5. Tippbewegung auch die braunen Tiger hintereinander abgetippt bzw. gezeigt werden. Würde man zwei über die Kärtchen diagonal verlaufende Verbindungslinien zwischen den Tipp- bzw. Zeigepunkten auf den Kärtchen der 2. und 3. Positionen in den beiden Reihen ziehen, wie in Abbildung A2-1_1 oben gezeigt, so würden sich ebenso diese Pärchen der Tierkärtchen ergeben und diese Linien würden sozusagen anzeigen, wie man die 1. Reihenfolge durch eine diagonale sich überkreuzende Verschiebung oder Vertauschung der Kärtchen auf den Positionen 2 und 3 in die 3. Reihenfolge überführen könnte und umgekehrt. Jakob gestikuliert also mutmaßlich die Permutation der Positionen 2 und 3, während die 1. Position als Fixpunkt in beiden Reihenfolgen gleich besetzt ist. Dieser Fixpunkt wird aktuell von Jakob nicht mehr thematisiert. Er zeigte ihn aber vermutlich bereits zuvor explizit an, indem er zweimal auf die 1. Position der 3. Reihenfolge tippte und zwar in Äußerung 9d.50f. Es könnte auch sein, dass Jakob sich dieser Vertauschung der Positionen weniger bewusst ist und hier mit dieser Tipp- und Zeigebewegung darauf verweisen möchte, dass die Reihenfolge 1 und 3 zunächst als nicht gleich bezeichnet werden können und zwar aufgrund der verschiedenen 2. und 3. Positionen. Dies könnte vielleicht dazu passen, dass er vorher lautsprachlich darauf verwies, dass „wenn du des Gleiche wie da halt dann machst dann geht des net“. Hier könnte Jakob ein Beispiel anzeigen, nämlich die Reihenfolgen 1 und 3, die eben genau nicht gleich sind und deshalb in seinen Worten *gehen*.

Nach der Tippbewegung führt Jakob erneut seine Hände in annähernd gleicher Handform so über die Kärtchenreihen, dass sie sich gegenüberstehen und zwar so dass die Handflächen zueinander weisen und führt dann die Arme und auch Hände auseinander. Dies könnte erneut für eine allgemeinere Aussage stehen, die er möglicherweise gleichzeitig lautsprachlich hervorbringt. Möglicherweise stehen erneut die ähnlich geformten und positionierten Hände für die Gleichheit mutmaßlich von Positionen und/oder Reihenfolgen, über die Jakob ja kurz zuvor gesprochen zu haben scheint. Die Handformen mit mehreren angespannten Fingern zeigen möglicherweise, dass Jakob den Turn behalten möchte, dass er konzentriert ist und noch aktiv im Arbeitsbereich verbleiben möchte. Gleichzeitig könnten die Hände in dieser angespannten Form auch bildlich den Gedanken oder Jakobs Erklärung fassen, festhalten, umrahmen und gleichzeitig auch räumlich quasi als Erzeugungsregel für die

Reihenfolgen über diesen stehen, so als sei das, was Jakob erläutert, eine Art Schablone für die Erstellung von Reihenfolgen, die nicht gleich sind und daher in Jakobs Worten *gehen*. Es könnte aber auch sein, dass Jakob an dieser Stelle nicht weiterweiß und daher die Hände in dieser Form öffnet. Sein Blick zu B am Ende der größeren beidarmigen und beidhändigen Geste könnte für eine Adressierung an B oder den Wunsch Jakobs nach einer Reaktion von B stehen oder auch dafür, dass er sich von B Hilfe erhofft, falls er an diesem Punkt nicht weiterkommt.

In der Lautsprache äußert Jakob zunächst „un des geht jetzt (.)“. Erneut wählt er eine ähnliche Formulierung wie zuvor und taktet seine Lautsprache durch eine Pause. Diese Pause verleiht diesem ersten Teil der hier betrachteten lautsprachlichen Äußerung besonderes Gewicht, ermöglicht Jakob eventuell eine Denkpause zur Planung der weiteren Erläuterung und stellt für Claus und B einerseits die Möglichkeit dar, den Turn zu übernehmen und z. B. durch eine Rückfrage an Jakob einzuschreiten. Andererseits ermöglicht die Pause den beiden Interaktionspartner*innen aufgrund der damit verbundenen Verlangsamung eventuell auch einen besseren Nachvollzug dessen, was Jakob erläutert. Vorher hatte Jakob erklärt, dass etwas Gleiches, vermutlich eine Reihenfolge oder die gleiche Besetzung der Positionen innerhalb von Reihenfolgen, nicht gehe (vgl. Äußerung 9c). Hier verweist er nun darauf, dass etwas gehe und zwar „jetzt“ vielleicht zeitlich gesehen in Abgrenzung zu dem, was vorher von ihm als „dann geht des net“ beschrieben wurde. Es könnte auch sein, dass „jetzt“ als *ausschließlich jetzt* gemeint ist, z. B. unter einer bestimmten Bedingung, die er möglicherweise in der Folge erklären wird. Mit Blick auf die Gestik wird deutlich, dass er offenbar das, was seiner Meinung nach *geht*, an einer Art Gegenbeispiel zu dem festmachen möchte, was er vorher als nicht gehend bezeichnet hat: Er fokussiert zunächst erneut Reihenfolge 3, die er offenbar mit seinen Händen gewissermaßen rahmt (vgl. 9d.48ff). Diese betrachtet er aber mutmaßlich auch in Relation zur Reihe 1, denn er zeigt unmittelbar anschließend die Positionen 2 und 3 gestisch an, während er mit der linken Zeigehand die 1. Position in der 3. Reihe mehrfach betippt. „Un des geht jetzt (.)“ bezieht sich also mutmaßlich nicht nur auf Reihe 1 oder 3, sondern auf beide und zwar unter besonderem Fokus auf die 1. Positionen sowie 2. und 3. Positionen. Möglicherweise repräsentieren die beiden Gesten auf diese einzelnen Positionen hier quasi jeweils nicht nur diese Positionen selbst, sondern stets in Bezug auf die vergleichbare Position in der jeweils anderen Reihenfolge.

Weiter führt Jakob aus „weil die weißen sin ja gleich und des is ja umgetauscht (..)“. Erneut benutzt er eine Pause, um seine lautsprachliche Äußerung zu takten und möglicherweise günstig für ihn und für seine Interaktionspartner*innen nachvollziehbar zu strukturieren und ebenso zu betonen. Jakob räumt sich bei seiner Erläuterung auf diese Weise vermutlich Zeit ein, eventuell um die folgenden Äußerungen geeignet planen zu können oder selbst noch

Zeit zum Nachdenken über das, was er erklärt, zu haben.³¹⁶ „Weil“ verweist auf eine Begründung, die Jakob nun offenbar liefern möchte, mutmaßlich für seine getroffene Aussage „un des geht jetzt (.)“. Er beschreibt anschließend „die weißen sin ja gleich“ und meint mit Blick auf seine Gestik damit mit hoher Wahrscheinlichkeit die weißen Tigerkärtchen, die jeweils auf den 1. Positionen der Reihenfolgen 1 und 3 liegen. Er benutzt also eine Art Kurzbezeichnung, die dennoch möglicherweise in seinen Augen eindeutig genug die von ihm fokussierten Tierkärtchen benennt. Mutmaßlich beabsichtigt Jakob hier auszudrücken, dass nicht die weißen Tigerkärtchen grundsätzlich gleich sind, denn das gilt ja für eigentlich alle weißen Tigerkärtchen und ist zudem für alle Interagierenden gut sichtbar und vermutlich implizit klar, sondern Jakob meint hier wahrscheinlich eher, dass die jeweils 1. Position der 1. und 3. Reihe gleich besetzt ist und zwar durch weiße Tigerkärtchen. Im Anschluss äußert Jakob „un des is ja umgetauscht (..)“ und führt währenddessen die oben ausführlich betrachtete und in Abbildung A2-1_1 nochmals dargestellte Tipp- und Zeigebewegung über den 2. und 3. Positionen der 1. und 3. Reihenfolge aus. Gestisch zeigt er dabei das, was bei den beiden Reihen seiner Meinung nach „umgetauscht“ (Äußerung 9d), vermutlich im Sinne von *vertauscht* ist. Mutmaßlich beschreibt er das in Abgrenzung zu dem, was er vorher als *gleich* bezeichnet hat, nämlich Positionsbesetzungen innerhalb der Reihenfolgen. Mit „un des geht dann“ scheint er zunächst diese Erklärung gewissermaßen abzuschließen, erneut mit bekannter Formulierung, die hier sozusagen als Rahmen dessen dient, was er als gleich und umgetauscht zuvor erklärt und gestikuliert hat. Die Struktur der Erläuterung hier ist also „un des geht jetzt“ – Begründung – „un des geht dann“. Die Betonung auf „geht“ in der Wiederholung unterstreicht zusätzlich die überzeugt anmutende Äußerung Jakobs. Im Unterschied zur ersten Formulierung „un des geht jetzt (.)“, nutzt Jakob am Ende „dann“ anstatt „jetzt“, so als würde er zunächst eine Behauptung aufstellen, diese dann begründen und am Ende noch einmal daraus die zuvor aufgestellte Tatsache begründet ableiten. Erneut argumentiert Jakob hier also zuerst mit etwas Gleichem und schätzt dann ein, ob es in seinen Augen geht oder nicht geht. „Gehen“ ist hier vermutlich zu deuten im Sinne von *als Teil der Lösungsmenge gültig sein* in Bezug auf die Bedingungen des verhandelten mathematischen Problems des Findens aller möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen. Jakob erkennt hier also offenbar Strukturen, Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen den Reihenfolgen und gestikuliert, wie man durch Permutation die eine in die andere Reihenfolge überführen könnte. Er etabliert damit sozusagen am Beispiel von zwei überlegt ausgesuchten, da gut vergleichbaren, Reihenfolgen, den Algorithmus zum Finden aller möglichen Reihenfolgen. Würde man sein hier gezeigtes Beispiel von Reihenfolge 1 und 3 mit der

³¹⁶ In Kapitel 3.1.1 der vorliegenden Arbeit wurde unter Bezug auf Pimm (1987) dargestellt, dass in mathematischen Lernsituationen Schüler*innen für sich oder für andere Erklärungen erzeugen (vgl. Pimm, 1987, S. 23f; Kap. 3.1.1). Dabei bedingen und beeinflussen sich beide Erklärungs begründungen auch gegenseitig, weil das Darstellen für andere gleichzeitig auch zur tieferen Einsicht für sich selbst führen kann (vgl. Pimm, 1987, S. 24). Ähnlich gestaltet es sich hier möglicherweise auch für Jakob: Er erklärt für Claus und B, aber auch vor allem für sich selbst. Es scheinen ihm über den gesamten Verlauf der beiden Erklärungen mathematische Zusammenhänge, Strukturen und Bezüge während und aufgrund dieses Erklärens deutlich zu werden.

gleichen Besetzung der 1. Position durch die weiße Tigerfigur mit allen drei Tieren durchspielen, so würden sich pro Tier mit der ersten Position als Fixpunkt genau zwei Reihenfolgen und in Summe dann also alle sechs möglichen und voneinander verschiedenen Reihenfolgen finden lassen, wie man drei Elemente, hier Tierfiguren, in einer Reihe hintereinander anordnen kann.

In der Folge könnte sich nun zeigen, wer die zeitgleiche Äußerung zu Jakobs Äußerung 9d hervorbringt. Mögliche Kandidatin ist hier zunächst B, weil sie von Jakob mindestens zweimal angeschaut wurde während seiner Erklärung. Es könnte aber auch sein, dass Claus sich einschaltet, z. B. mit einer eigenen Idee oder einer Rückfrage an Jakob.

Äußerung 10:

Diese Äußerung wird zeitgleich zu Jakobs zuletzt betrachteter Fortführung d von Äußerung 9 hervorgebracht und zwar von B.

Sie scheint Zustimmung mit dem Heben und Senken des Kopfes auszudrücken. Es könnte auch für ein Aha-Erlebnis, also z. B. eine Erkenntnis aufgrund von Jakobs Erläuterungen stehen oder für Verwunderung über Jakobs Erklärung. Gleichzeitig könnte ihr Heben und Senken des Kopfes auch in Richtung Claus gedacht sein und hier z. B. als eine Art Aufforderung an ihn zu deuten sein, sich einzubringen oder seine Meinung zu Jakobs Äußerung mitzuteilen.

In der Körperposition bleibt B unverändert, was darauf schließen lässt, dass sie sich weiterhin zurückhalten möchte und dies eventuell auch den Schülern auf diese Weise signalisiert. Sie traut ihnen mutmaßlich zu, auch ohne direktes Eingreifen ihrerseits, die Situation zu meistern.

In der Lautsprache äußert B „mh/“ mit einer Stimmhebung am Ende. Dies könnte eher für Erkenntnis oder Verwunderung stehen als für reine Zustimmung, bei der man vielleicht eher eine StimmSenkung erwarten könnte. Die Äußerung ist vermutlich an Jakob gerichtet oder zumindest auf seine Erklärung bezogen, weil sie Claus hier nicht direkt anspricht. Eine mögliche Adressierung an Claus müsste eigentlich explizit angezeigt sein, weil ja zuvor schon über einen längeren Zeitraum ausschließlich Jakob zu sprechen scheint. Vielleicht möchte B auch mit ihrer Stimmhebung für Claus deutlich machen, dass das, was Jakob erläutert, ein für sie bemerkenswerter Zusammenhang zwischen der 1. und der 3. Reihenfolge ist und ihn damit motivieren, sich einzubringen, nachzufragen oder sonst aktiv zu werden und sich zu äußern. Die Äußerung betont Jakobs Erklärungen gewissermaßen zusätzlich, auch wenn unklar bleibt, was genau B damit ausdrücken möchte.

In der Folge könnte B ihre Äußerung konkretisieren und z. B. eine Rückfrage an Jakob, aber auch eine Aufforderung an Claus formulieren, sich einzubringen. Es könnte auch sein, dass sie Jakob bittet, noch einmal zu erläutern, was er eben versuchte, auszudrücken, weil sie der Meinung sein könnte, es sei unverständlich gewesen. Unwahrscheinlicher, aber möglich ist,

dass sie für sich etwas nachfragt, was sie z. B. an der Erläuterung Jakobs nicht verstanden hat. Möglich wäre zudem, dass Claus sich von sich aus bereits einbringt oder auch Jakob sich durch Bs Äußerung 10 hier aufgefordert fühlt, noch weiter zu erläutern, was er meint.

Äußerung 9e (a-e):

Diese Äußerung stellt die letzte Fortführung von Äußerung 9 dar und wird daher erneut von Jakob erzeugt. Offenbar ist seine Erklärung noch nicht abgeschlossen oder noch nicht vollständig oder aussagekräftig genug in seinen Augen. Er könnte auch Bs Äußerung 10 auf die oben aufgeführte Weise gedeutet haben und daher der Meinung sein, dass noch eine Erweiterung seiner Ausführungen nötig ist. Vielleicht reicht ihm Bs Reaktion (vgl. Äußerung 10) noch nicht als Rückmeldung aus und er erhofft sich durch eine weitere Ausführung eine umfassendere Reaktion ihrerseits.

Jakobs Hände scheinen nun Reihe 5 gewissermaßen zu rahmen. Er zeigt erneut eine symmetrische Handhaltung. Die 5. Reihe besteht aus *brauner Tiger – weißer Tiger – Elefant*. In Bezug auf seine vorher darstellten Erläuterungen zu den Reihen 1 und 3 im Vergleich und in Bezug auf die gleiche und verschiedene Besetzung von Positionen, könnte Jakob nun in ähnlicher Weise bei Reihe 5 in Relation zu Reihe 4 argumentieren, denn in beiden Reihenfolgen liegt das braune Tigerkärtchen auf der jeweils 1. Position. Es könnte aber auch sein, dass er ungeachtet der 5. Reihenfolge seine Hände einfach in dieser Weise dort ablegt, weil er weiter an den Kärtchenreihen arbeiten möchte und eher zufällig seine gewählte Position neben der 5. Reihe ist. Dass er seine Hände dann zu Reihe 6 bewegt, könnte dafür stehen, dass Jakob die unteren Reihen betrachten möchte oder sich erst klar werden muss, wo noch vergleichbares wie bei den Reihen 1 und 3 beobachtet werden kann. Die Hände eher unterhalb der 6. Reihenfolge ermöglichen ihm und allen Anwesenden freies Sichtfeld auf die Kärtchenreihen. Gleichzeitig sichert sich Jakob gewissermaßen weiterhin das Turnrecht, weil er sich nicht aus dem Arbeitsbereich zurückzieht. Die anschließende Handhaltung beider Hände lässt erneut den Schluss zu, dass Jakob wiederum Gleichheit mit seinen Händen ausdrücken möchte. Es könnte aber auch sein, dass sie seine Gedanken hier bildlich gesprochen rahmen, eingrenzen, fassen oder sammeln und konzentrieren. Die Hände werden vor seinem Oberkörper gehalten, was möglicherweise eher als die bereits zuvor gezeigte große Bewegung der Hände voneinander weg (vgl. 9d.69ff), für eine Fokussierung z. B. auf einen bestimmten Aspekt stehen könnte, den Jakob nun thematisiert. Die entspannte Handhaltung könnte dafür stehen, dass Jakob nun eher nicht mehr so sehr agieren möchte im Arbeitsbereich, sondern bereits am Ende seiner Erklärung angekommen ist. Es könnte aber auch sein, dass Jakob nicht weiß, wie und was er noch weiter erläutern kann und daher die Hände in dieser Weise hält. Das Ablegen der Hände in Faustform vor seinem Oberkörper im Anschluss unterstreicht die angeführte Vermutung, dass Jakob nun in irgendeiner Weise zum Ende gekommen ist, entweder, weil er nicht weiter weiß oder auch tatsächlich am Ende seiner Erläuterung ist. Die Faustform könnte hier für etwas abgeschlossenes stehen und die Hände sind auf diese Weise nun auch tatsächlich nicht mehr

als aktiv im Arbeitsbereich zu bezeichnen. Dass Jakob hier zu Claus schaut, könnte ebenfalls auf einen Abschluss seiner Erläuterung hindeuten. Gleichzeitig könnte er sich auch an Claus wenden, um ihn aufzufordern auch etwas beizutragen, eventuell auch weil Jakob nicht mehr weiterweiß, was er noch erläutern könnte. Auch das erneute Anheben der linken Hand und die Drehung der rechten Hand und damit das Zeigen und Öffnen der Handfläche sowie das anschließende erneute Ablegen der Hände, und zwar links über rechts, könnte so gedeutet werden, dass Jakob seine Erklärung abschließt, entweder weil er tatsächlich zum Ende gekommen ist oder weil er nicht mehr weiter weiß und auch mit der zuletzt gezeigten Bewegung dies deutlich machen möchte: Seine Hände sind leer, was man vielleicht ebenso bildlich für weitere Ideen oder Gedanken Jakobs annehmen kann. Äußerung 9 wird offenbar nun tatsächlich beendet, denn die Gestik kommt zu einem Endpunkt. Der Blick weiterhin auf Claus gerichtet, könnte eine Aufforderung in diese Richtung sein, sich einzubringen. Vielleicht hat Jakob auch gegen Ende seiner Gestenbewegung Claus gefragt, ob er alles verstanden hat oder ob er noch etwas ergänzen bzw. beitragen möchte oder er stellt eine andere Frage an Claus.

In der Lautsprache äußert Jakob „und wenn man zwei selbe macht dann dann is es unlogisch wer des dann nehmt (.)“. Offenbar werden erneut zwei Dinge betont, die Jakob nun nicht mehr als gleich, sondern als „selbe“ langgezogen gesprochen betont. Vermutet werden kann, dass er die Begriffe *gleich* und *selbe* synonym verwendet. Während der Aussprache von „selbe“ zeigt Jakob eine symmetrische Zweihandgeste mit den Handflächen zueinanderweisend, was für dieses „selbe“ stehen könnte. Mit „zwei“ könnten zwei Reihenfolgen gemeint sein, die, wie er vorher bereits erklärte, eben genau nicht gleich sein dürfen in Bezug auf die von Jakob favorisierte Lösung des gegebenen mathematischen Problems. Es könnte sich aber auch um Positionen handeln, die Jakob hier fokussiert. Die Wiederholung von „dann“ betont einerseits, was nun folgt oder bereits gesagt wurde, fungiert also ähnlich wie etwa eine Pause im Sprechen und schafft andererseits die Möglichkeit für Jakob, zu überlegen, wie er weiter argumentieren kann. Es könnte auch auf ein Stocken im Redefluss hindeuten, weil Jakob um eine passende Formulierung ringen könnte. Anschließend nutzt er eine neue Formulierung: „dann is es unlogisch wer des dann nehmt (.)“ könnte hier ungefähr das ähnliche bedeuten, wie zuvor die Äußerung von Jakob „dann geht des net“ (vgl. Äußerung 9, Fortführung). Vielleicht denkt Jakob hier aber auch eher allgemeiner, denn er zeigt nun gestisch nichts mehr an einzelnen beispielhaften Reihenfolgen an, sondern erzeugt eher symmetrische Handgesten, die zu Beginn Reihe 5 oder alle (unteren) Reihen rahmen (vgl. 9e.74), dann aber auch vor dem Oberkörper mit zueinanderweisenden Handflächen gehalten werden (vgl. 9e.79ff). Es lässt sich auch eine geänderte Wortwahl beobachten: Während er „gleich“ und „des geht“ oder „des geht net“ verwendet hat, um an konkreten Reihen zu zeigen, welche Positionen gleich besetzt werden können und welche „umgetauscht“ sind, nutzt er nun die Wortwahl „zwei selbe“ und lässt *Reihenfolgen* oder *Möglichkeiten* oder auch *Positionen* als Begriffe weg. Seine weitere Äußerung könnte man so deuten, dass er es als unlogisch einschätzt, wenn man solche zwei „selbe“ –

mutmaßlich Reihenfolgen – oder auch Positionen nehmen würde. Er nutzt hier ein eher unpersönliches „wer“, das vermutlich allgemein für *man* steht, während er vorher „du“ formulierte. Es handelt sich zwar ähnlich wie bereits zuvor um eine wenn-dann-Kausalität, die Jakob hier offenbar auszudrücken versucht, allerdings bindet er diese nun weder lautsprachlich noch gestisch an konkrete Reihenfolgen. Im Prinzip beschreibt er hier ein allgemeines Gesetz, das offenbar in seinen Augen zur Erzeugung aller voneinander verschiedenen Reihenfolgen bedacht werden muss, nämlich: Wenn man zweimal dieselbe Reihenfolge erzeugt, ist es eine unlogische oder nicht geeignete Lösung (zumindest in Jakobs Augen) für das gegebene mathematische Problem. Die Pause am Ende seiner lautsprachlichen Ausführungen und die deutlich früher als die Lautsprache zum Ende gebrachte Gestik ermöglicht den Interaktionspartner*innen, den Turn zu ergreifen. Insbesondere scheint hier Claus angesprochen zu sein, zu dem Jakob am Ende seiner Ausführungen schaut.

In der Folge könnte Claus auf dieses Turnangebot eingehen und eine Äußerung einbringen, z. B. in Form von einer Rückfrage zu dem eben Erläuterten. Gleichzeitig könnte es sein, dass Jakob noch eine Frage oder Aufforderung an Claus formuliert oder dass B sich einschaltet und etwas rückfragt oder sich Claus oder auch erneut Jakob für eine weiterführende Frage zuwendet.

Äußerung 11:

Diese Äußerung wird erneut von Jakob hervorgebracht. Er scheint noch einmal etwas auf die Kärtchenreihen bezogen zu äußern, denn er gestikuliert in einer Flachhandform in Richtung der Kärtchenreihen, so als würde er eine lautsprachliche Erklärung daran anbinden wollen, ohne konkret etwas an den Kärtchenreihen zu verändern oder zeigen zu wollen. Jakob stellt möglicherweise noch einmal eine kurze Zusammenfassung dessen dar, was er hier vorher erläuterte oder er fragt Claus nun, was er von den Reihen oder seiner Erklärung bezüglich der Reihen hält. Es könnte auch sein, dass er einfach nur einen Schlusssatz zu seiner Erklärung formuliert, etwa dass er aus diesen erläuterten Gründen davon ausgeht, dass dies alle Reihenfolgen sind, die man finden kann oder dass diese Reihenfolgen seiner Meinung nach und begründet mit seinen vorher gemachten Ausführungen, der Lösungsmenge für das gegebene mathematische Problem entsprechen. Das Ablegen der Hände in einer ruhenden Endposition unterstreicht das Ende seiner Äußerung und der Blick zu Claus könnte auffordernd für eine Einschätzung oder Bewertung durch Claus gemeint sein oder an Claus die dargestellte Erklärung adressieren.

In der Lautsprache äußert Jakob eine Wiederholung seines eingangs in Äußerung 4 hervorgebrachten Schlusses „also gibts nur sechs Möglichkeiten“. Es scheint so, als würde Jakob diesen Schluss als zentral und seine Erläuterungen gewissermaßen rahmend ansehen. Er bindet ihn offensichtlich auf der Flachhand bildlich mehr oder weniger präsentierend an die Kärtchenreihen. Das eingangs geäußerte „also“ markiert den Ausspruch als eine Schlussfolgerung aus dem Vorhergehenden. Gleichzeitig lässt Jakob hier offenbar keine

Zweifel offen, sondern formuliert erneut eine Art Tatsache, die er mit „also“ einleitet und aus den vorherigen Erläuterungen begründet vorzubringen scheint. Diesen Schluss scheint er an Claus zu richten, verbunden mit der Flachhandgeste in Richtung Kärtchenreihen. Damit ergibt sich hier auch nochmals eine Begründung für die Deutung, dass Jakob mit den sechs Möglichkeiten offenbar die sechs nachgelegten Reihenfolgen bzw. Kärtchenreihen meinte.

Es könnte nun ein Kommentar von Claus oder B folgen oder auch eine Rückfrage von einem/r der beiden. Es wäre auch möglich, dass B eine weiterführende Frage stellt oder Claus eine eigene Idee vorbringt.

Äußerung 12:

Die Äußerung wird von Claus in die Situation eingebracht. Er scheint sich aus seiner bisher stehenden Position nun hinzusetzen. Er begibt sich damit aus der beobachtenden Position von oben heraus. Dies ist möglicherweise damit zu begründen, dass auch er nun ein Ende von Jakobs Erklärung wahrnimmt und mit seinem Platznehmen markiert. Es könnte auch so gedeutet werden, dass Claus sich hier wegen der vielen Informationen, die er aus Jakobs Erklärung für sich ziehen kann, setzen muss um alles fassen und verarbeiten zu können. Möglich ist auch, dass er nun selbst etwas im Arbeitsbereich tun möchte und sich mit dem Sitzen eher in eine Position bringen möchte, in der er auch arbeiten kann. Dass seine Hand an Jakobs Stuhllehne verbleibt, spricht eher nicht für diese Deutung. Offenbar möchte er Jakob zugewandt bleiben und belässt seine beiden Hände auch außerhalb vom Arbeitsbereich.

Claus äußert gleichzeitig lautsprachlich „was (.) was hast du gesagt“. Durch das Fragewort am Anfang und die Stimmhebung am Ende wird der Ausspruch als Frage markiert. Das wiederholte und langgezogene „was“ nach einer kurzen Pause scheint so, als würde Claus hier zum zweiten Mal ansetzen und diesmal eine vollständige Frage „was hast du gesagt“ formulieren. Es könnte sich um eine inhaltliche Nachfrage bezüglich der sechs Möglichkeiten handeln, die Jakob zuvor benannt hat. Dann wäre sozusagen Claus hier daran interessiert, was Jakob z. B. mit den sechs Möglichkeiten genau meinen könnte. Es wäre aber auch möglich, dass Claus insgesamt nicht verstanden oder gehört hat, was Jakob erklärte. Dabei muss hier zunächst offenbleiben, ob Claus ein Verständnisproblem, ein akustisches Problem oder ein Aufmerksamkeitsproblem bezüglich Jakobs Erläuterung hat. Für ersteres könnte sprechen, dass Claus lediglich fragt, was Jakob gesagt hat. Er fragt etwa nicht danach, was er *gezeigt* hat, etwa an den Reihenfolgen. Dies dürfte Claus durchaus nicht fern liegen, denn „**zeig** mal“ formulierte er selbst bereits in Äußerung 8. Wenn Claus also nur der Erklärung Jakobs *zugehört* und eher weniger aufmerksam *zugeschaut* hat, dann ist es u.U. schwierig, eine Interpretation zu dem zu erzeugen, was Jakob rein in seiner Lautsprache ausgedrückt hat. Akustisch dürfte es eigentlich kein Problem gewesen sein, Jakob zu folgen, denn er spricht allgemein in angemessener Lautstärke und nutzte neben Pausen auch Betonungen einzelner Worte oder Silben in seiner Erklärung. Die dritte Deutung der möglichen mangelnden

Aufmerksamkeit könnte dann bestehen, wenn Claus bspw. zu Beginn von Jakobs Erklärung bereits etwas nicht verstanden hat. Dann könnte er sich entschieden haben, nicht mehr wirklich zu zuhören und hätte nun das Problem, dass er gar nicht genau mitbekommen hat, was Jakob darstellte. Gleiches wäre möglich, wenn Claus eventuell an einer eigenen Idee gedanklich gearbeitet hat, während Jakob seine Erkenntnis erläuterte. Dies könnte bei Claus dazu führen, dass er sich hier etwas ertappt fühlt in seiner möglicherweise nicht vorhandenen Aufmerksamkeit. Damit könnte auch sein weiteres Zugewandtsein zu Jakob erklärt werden: Die Hand auf der Stuhllehne und das seitliche Sitzen am Tisch, damit er Jakob zugewandt ist, könnten vielleicht von Claus bewusst gewählt sein, um körperlich Jakob nahe zu sein und damit auch ihre freundschaftliche Verbundenheit und Vertrautheit zu betonen. Claus hat vielleicht Sorge, dass Jakob sich darüber ärgern könnte, wenn er jetzt am Ende der Erklärung zugibt, dass er nicht wirklich aufmerksam war oder auch akustisch die Erklärung nicht richtig wahrnehmen konnte. Akustische Probleme hätte Claus wesentlich früher ansprechen können. Gleichzeitig ist mit der Frage Claus' möglicherweise auch die Hoffnung verbunden, dass Jakob noch einmal eine Erklärung äußert.

In der Folge könnte Jakob erklären, was er mit sechs Möglichkeiten meinte oder rückfragen, was Claus genau nicht verstanden hat. Ebenso könnte er verärgert reagieren, weil er Claus mangelnde Aufmerksamkeit unterstellen könnte, oder Jakob könnte unkommentiert zu einer Wiederholung seiner Erläuterung ansetzen. Es wäre auch möglich, dass sich B einschaltet und z. B. von Jakob ein erneutes Erklären einfordert oder Claus etwas fragt.

Äußerung 13:

Diese Äußerung wird von Jakob hervorgebracht. Seine Körperbewegung mit dem Verdrehen der Augen und der bogenförmigen Bewegung seines Kopfes nach rechts könnte für eine gereizte Reaktion stehen. Möglicherweise reagiert er auf diese Weise, weil er Claus' Äußerung 12 so interpretiert, dass dieser nicht aufmerksam war während Jakobs recht umfassender Erklärung. Jakob wendet sich möglicherweise deshalb deutlich von Claus ab in Richtung B. Er erhofft sich eventuell auch von B Rückendeckung bezüglich einer weiteren Erklärung, die Claus implizit mit „was (.) was hast du gesagt/“ (Äußerung 12) einforderte und die Jakob nicht unbedingt gewillt ist, noch einmal abzugeben. Es könnte aber auch sein, dass Jakob hier unabhängig von Claus' Äußerung sich so vom Arbeitsbereich abwendet, weil er es vielleicht als anstrengend empfand, die Erklärung und den Schluss hervorzubringen. Möglich ist also, dass Jakob durch die Augendrehung und die Kopfdrehung weg vom Arbeitsbereich betont seine Erschöpfung den anderen Interaktionsteilnehmer*innen mitteilen möchte, weil ihm das vorherige Erklären so anstrengend erschien.

In der Lautsprache äußert Jakob „**hooarr**/“ betont und in die Länge gezogen ausgesprochen. Dies scheint der gleiche Ausspruch wie in Äußerung 2 zu sein. Dort wurde er als eher gereizter Ausspruch gedeutet, was hier auch mit der Körperbewegung zusammenpassen würde. Gerade wegen der Betonung und der Stimmhebung am Ende

könnte es in Richtung Claus adressiert sein oder aufgrund seiner Äußerung 12 hervorgerufen werden, denn darin forderte er implizit, dass Jakob noch einmal ausführt, was er eben bereits recht umfangreich am Beispiel von Reihe 1 und 3 und noch einmal allgemeiner formuliert erläutert hat.

In der Folge könnte Claus sich rechtfertigen, warum er nicht verstanden (inhaltlich oder akustisch) oder zugehört hat, was Jakob gesagt hat. Ebenfalls könnte Jakob einfach eine neue Erklärung starten oder B diese einfordern oder zu Claus etwas sagen.

Äußerung 14:

Diese Äußerung wird von B hervorgebracht, die in ihrer Körperposition bis auf eine kreisförmige Bewegung mit dem Kopf unverändert bleibt. Die Äußerung findet mindestens in Teilen zeitgleich zu der folgenden Äußerung statt. Die Kreisbewegung bei gleichzeitig unveränderter Körperposition könnte möglicherweise darauf hindeuten, dass B sich einerseits zurückhält und z. B. nicht plant, in den Arbeitsbereich einzugreifen. Andererseits könnte die kreisförmige Kopfbewegung für etwas sich wiederholendes, also z. B. eine wiederholte Erklärung von Jakob, stehen. In diesem Falle ließe sich sicher ein Pendant in der Lautsprache finden, z. B. eine Aufforderung an Jakob, noch einmal seinen Schluss zu erläutern. In diesem Fall könnte die Bewegung als mit dem Kopf ausgeführte Geste gedeutet werden. Der Kreis stünde dann metaphorisch etwa für ein *Zurück-zum-Anfang* oder eine *Wiederholungsschleife*, möglicherweise weil B sich in ihrer sonstigen Körperform nicht verändern möchte, um den Schülern ihre Zurückhaltung weiter zu zeigen. Es könnte auch sein, dass B die kreisförmige Kopfbewegung ausführt, um ihren Unmut über Claus oder Jakobs Äußerungen 12 oder 13 Ausdruck zu verleihen. Über Claus' Verhalten könnte sie sich möglicherweise ärgern, wenn sie Jakobs Erklärung als hinreichend schlüssig einschätzt und nun Claus Äußerung 12 als Unaufmerksamkeit deutet. Über Jakob könnte B verärgert sein, wenn sie seine Reaktion auf die Äußerung 12 von Claus nicht nachvollziehen kann. Eventuell schätzt B es als legitim ein, etwas beim 1. Mal nicht wirklich zu verstehen und dann eine weitere Erklärung erhalten zu können.

In der Lautsprache erzeugt B „musste **nochmal** erklären“. Dies ist vermutlich an Jakob adressiert, auch wenn das benannte *du* als Endung am Verb *müssen* nicht weiter definiert wird. Aus dem Zusammenhang der vorherigen Interpretation ist dies aber offensichtlich eine schlüssige Deutung. B erzeugt offenbar aus Claus Äußerung 12 weniger die Deutung einer inhaltlichen Nachfrage, z. B. zu den sechs Möglichkeiten Jakobs. Sie könnte ja bei Claus zunächst einmal nachfragen, was er genau mit der Frage in Äußerung 12 meinte. Vielmehr hebt B auf eine offenbar umfassende zweite Erklärung ab, die Jakob in ihren Augen geben muss. B lässt hier offenbar zunächst keinen Einwand zu, sondern formuliert die Aufforderung an Jakob mehr als Pflicht. Man könnte es als eine klare, fast schon schroffe Ansage an Jakob werten, was B hier äußert. Die relativ kurze Formulierung verleiht dem Ausspruch zusätzlich

Nachdruck. Die Deutung einer Kopfgeste für eine Wiederholung kann durch die Lautsprache gestützt werden.

In der Folge könnte Jakob protestieren oder der Forderung Bs nachkommen. Claus könnte sich ebenso einbringen und z. B. um eine weitere Erklärung bitten oder konkretisieren, was er mit Äußerung 12 meinte.

Äußerung 15:

Diese Äußerung wird von Claus offenbar mindestens in Teilen zeitgleich zu der vorherigen Äußerung von B in die Situation eingebracht. Er bewegt sich offenbar noch näher an Jakob heran und zwar so, dass er seine Hand fast schon in einer freundschaftlichen Geste noch weiter auf Jakobs Stuhllehne legt und auch noch näher an ihn heran rutscht. Mit dieser Nähe möchte er möglicherweise einer Bitte Nachdruck verleihen und gleichzeitig Vertrautheit aufbauen, vielleicht um Jakobs Ärger etwas zu besänftigen. Die Vertrautheit soll vielleicht signalisieren, dass Jakob die Erklärung nun ganz nah an Claus äußern kann und dieser durch seine Nähe auch Aufmerksamkeit zusichert. Claus möchte eventuell alles mitbekommen und besonders aufmerksam sein. Gleichzeitig könnte man ein solches Heranrutschen an Jakob auch gewissermaßen als Drängen oder Bedrängen deuten, vielleicht weil Claus zusätzlich lautsprachlich auf die weitere Erklärung beharrt.

In der Lautsprache äußert Claus „ich habs nich richtig gehört\“ und zwar zeitgleich zu Bs Äußerung 14, so als könne er dadurch eine stichhaltige Erklärung für seine Unaufmerksamkeit liefern. Claus ist also offenbar der Ansicht, sich in irgendeiner Form rechtfertigen zu müssen, obwohl dies weder B noch Jakob einforderten. Er äußert sich nicht dazu, ob sich seine Äußerung 12 inhaltlich auf z. B. nur einen Aspekt aus Jakobs Erklärung, eventuell also die sechs Möglichkeiten, bezog. Claus Argumentation hier ist am ehesten als auf ein akustisches Problem hin bezogen zu deuten, so als habe er es zwar versucht, aber eben nicht alles richtig hören können, was Jakob gesagt hat. Damit nimmt er Jakob sprichwörtlich den Wind aus den Segeln, der ja mutmaßlich leicht gereizt reagierte auf Claus' Äußerung 12. Claus schafft mit dieser Äußerung auch gewissermaßen die Schuldfrage vom Tisch, denn weder er noch Jakob noch B können etwas dafür, dass Claus aus welchen Gründen auch immer, die Erklärung Jakobs nicht richtig hören konnte. Es könnten z. B. Nebengeräusche ebenso verantwortlich sein, wie auch ein zu leises Sprechen Jakobs oder auch nicht richtiges Zuhören Claus'. Der wahre Grund ist dabei also nicht benannt, der Deutungsrahmen für den Grund aber so geeignet abgesteckt, dass alle gewissermaßen ihr Gesicht wahren können. Selbst wenn Claus Jakobs Erklärung aus mangelndem Interesse oder mangelnder Aufmerksamkeit nicht richtig wahrgenommen hat, relativiert dies sein jetziger Ausspruch. Ebenso könnte Claus sich dadurch eine zweite Chance auf eine Erklärung Jakobs erhoffen und zwar ohne dass er zugeben muss, dass er eventuell nichts verstanden oder nicht zugehört hat.

Die sich in der Folge äussernde Person könnte entweder B oder Jakob sein. B könnte z. B. unterstreichen, dass Jakob nochmals erklären solle. Jakob könnte entweder mit einer zweiten Erklärung starten oder seinem Unmut über das möglicherweise aus seiner Sicht als nicht Zuhören interpretierte Verhalten Claus' Luft machen.

Äußerung 16:

B scheint sich einzubringen, verändert aber ihre Körperposition nicht. Die Äußerung wird erneut mindestens in Teilen zeitgleich mit der nachfolgenden Äußerung hervorgebracht. Die unveränderte Körperposition spricht erneut dafür, dass sie sich weiterhin nicht in den Arbeitsbereich einschalten möchte, sondern möglicherweise mehr eine organisatorische Aussage an dieser Stelle macht oder auch Claus um Aufmerksamkeit oder Jakob um die weitere Erklärung bittet.

Die aktuelle Dichte in den sich häufig überschneidenden Äußerungsteilen zeigt möglicherweise auf sozialer Ebene einen wichtigen Punkt im Interaktionsverlauf an. Insbesondere Claus und B scheinen bemüht darum, die Interaktion aufrechtzuerhalten und quasi Jakob auf einen Arbeitskonsens einer neuen Erklärung zu drängen.

In der Lautsprache scheint B tatsächlich Claus aufzufordern zuzuhören, denn sie äußert „**Claus** hör ma zu“. Damit stellt sie eine klar und betont an Claus adressierte Forderung auf, die erneut relativ schroff formuliert ist. B zeigt damit auch ihre Interpretation von Claus' Äußerung 12 und 15: B geht offenbar davon aus, dass Claus mindestens teilweise, z. B. wegen Unaufmerksamkeit, Jakobs Erläuterung nicht zugehört hat. Gleichzeitig schafft sie ein Gleichgewicht zwischen den Schülern: Auch B dürfte Jakobs geringe Begeisterung über eine weitere Erklärung nicht entgangen sein, dennoch forderte sie ihn offenbar genau dazu auf (vgl. Äußerung 14). Es ist möglich, dass sie hier einen Gegenpol aufmachen möchte, der für Jakob signalisieren kann, dass sie nicht nur ihn, sondern auch Claus in die Pflicht nimmt, Verantwortung für ein mögliches Nachvollziehen dessen zu übernehmen, was ihm Jakob versucht hat darzulegen und in der Folge darlegen wird. B erwartet offenbar, dass nun in der Folge auch etwas kommt, dem Claus zuhören kann, mutmaßlich eine weitere Erklärung Jakobs.

Äußerung 17a (a-g):

Diese Äußerung wird von Jakob in die Situation eingebracht. Sie wird zumindest teilweise zeitgleich mit der nachfolgenden Äußerung hervorgebracht. Jakob ergreift offenbar den Turn, um eine weitere Erklärung darzustellen. Es könnte aber ebenso gut sein, dass er Protest äußert, weil er keine weitere Erklärung ausführen möchte. Möglich wäre auch, dass er eine neue Idee äußert. Im ersten Fall würde er die Erwartungen seiner Interaktionspartner*innen erfüllen, im zweiten sich gegen ihre Erwartungen stellen. Der dritte Fall wäre überraschend, weil ja gerade verhandelt wurde, dass Jakob erneut erklären solle, was er mutmaßlich mit

Äußerung 4 und auch Äußerung 6 meinte. Es wäre aber ebenso möglich, weil Jakob während seiner Erklärung etwas an den Kärtchenreihen aufgefallen sein könnte.

Zunächst fasst sich Jakob mit seiner linken Hand an die Nase und umfasst sie. Dies könnte einerseits für Trotz stehen, und bildlich dafür, dass er jemanden an der Nase herumführt oder sich an der Nase herumgeführt fühlt, weil Claus bei seiner ersten Erklärung offenbar nicht richtig (zu)gehört hat, was er erläuterte. Es könnte aber auch für eine gedankliche Sammlung stehen, eine Fokussierung, eine Zuspitzung seiner Überlegungen, daher umfasst er hier seine Nasenspitze. Möglicherweise ist es auch aus Verlegenheit, weil er nicht so recht weiß, wie er nun eine weitere Erklärung beginnen kann. Jakob räumt sich auf diese Weise potentiell auch etwas Bedenkzeit ein. Offenbar zeitgleich führt er die rechte Hand in einer Flachhandform zu den Kärtchenreihen und zwar genauer über die 3. Positionen der Kärtchenreihen und senkt sie dort ab. Es könnte also sein, dass er zu den 3. Positionen etwas anfangen möchte zu erläutern. Die Flachhand, die zu Claus weist, soll seinem Interaktionspartner möglicherweise einen Zugang zu einer denkbaren Erklärung eröffnen, die Jakob hier mit der Hand mehr oder weniger präsentiert und auch an die Kärtchenreihen, eventuell genauer an die 3. Positionen der Kärtchenreihen, bindet. Falls Jakob hier keine weitere Erklärung abgibt, sondern eher Protest äußert, könnte die Flachhand dafür stehen, dass er zeigen möchte, dass er bereits hier an den Kärtchenreihen etwas erläutert hat und sich nun nicht weiter erklären möchte. Dabei könnte die leere Hand für eine nicht beabsichtigte weitere Erklärung oder für das nicht Vorhandensein einer weiteren Erklärung stehen.

In der Folge bewegt Jakob seine rechte Hand in unveränderter Handform zu den oberen Reihen und nimmt auch seine linke Hand in gleicher Handform dazu. Vorher wurde eine solche Handform häufiger als Repräsentation von Gleichheit von Reihen gedeutet. In diesem Fall könnten die annähernd gleich gehaltenen Hände auch dafür stehen, dass Jakob bereits hieran etwas erläutert hat und daher jetzt nicht mehr Weiteres erklären möchte. Es könnte aber auch sein, dass Jakob eine zweite Erklärung beginnt und dazu da ansetzen möchte, wo er auch seine erste Erläuterung verortet hat. Es folgt ein auf dem Kopf stehendes Dach, das Jakob mittig über der ersten Reihe aus beiden flachen Händen formt. Diese Geste ist eine Wiederholung zu einer bereits in Äußerung 9a gezeigten Dachgeste (vgl. 9a.6). Sie steht hier zwar auf dem Kopf, aber vermutlich ebenso für eine Sammlung, eine Zuspitzung und Zentralisierung der Gedanken Jakobs und gleichzeitig der für ihn inhaltlich nun bedeutsamen Aspekte, die er möglicherweise nun ausführen möchte. Diese Dachgeste steht offenbar bei beiden Erklärungen – sollte Jakob hier tatsächlich eine zweite Erklärung beginnen – für den Anfang dieser. Sie sammelt nicht nur Jakobs Aufmerksamkeit, sondern auch die der Interaktionspartner*innen und führt quasi den Blick aller Anwesenden auf die 1. Reihe bzw. genau auf die mittlere Position der ersten Reihe. Die sich anschließende konstante Bewegung der Hände nach links und rechts außen über die 1. Reihe zeigt diese in besonderer Weise an, nämlich weniger in ihren einzelnen Positionen, sondern als Gesamtheit. Die Dachhände

stellen gewissermaßen den Fokus ein auf die 1. Reihe und ihr Auseinanderbewegen öffnet dann den Blick auf die gesamte 1. Reihe. Es wäre möglich, dass Jakob seine Dachhände in dieser vermuteten zweiten Erklärung nun sozusagen spiegelt, weil er sich durch eine Veränderung oder Variation seiner Erklärweise möglicherweise ein weitreichenderes Verstehen seiner Gesprächspartner*innen erhofft. Das sich anschließende Absenken der Hände links und rechts neben der 1. Reihe rahmt diese und betont sie zusätzlich. Gleichzeitig grenzen die Hände auf diese Weise immer noch den Blick ein, so als wolle Jakob erreichen, dass jetzt im Moment nur diese 1. Reihe in ihrer Gesamtheit von allen Anwesenden betrachtet wird. Die Deutung, es könne sich möglicherweise nicht um eine zweite Erklärung von Jakob handeln, erscheint immer unwahrscheinlicher, kann aber dennoch weiter bestehen bleiben. Es wäre ebenso denkbar, dass Jakob sich darüber aufregt, dass er genau zu dieser 1. Reihe etwas erläutert hat, was Claus offenbar, aus welchen Gründen auch immer, nicht wahrgenommen hat.

Das auf dem Kopf stehende Dach wird nun noch einmal wiederholt, ebenso wie die konstante Bewegung nach außen an den Rand der Reihenfolge und das Absenken der Hände neben der Reihenfolge, diesmal allerdings über der 2. Reihe. Eine Wiederholung der Dachgeste wurde auch in Äußerung 9a von Jakob vorgenommen. In dieser Äußerung 9a diente das Dach eher als Strukturierung und Rhythmisierung seiner Lautsprache, stand dabei aber auch ebenso für eine gedankliche Sammlung und das Zuspitzen auf das Wesentliche. Hier nun wird offenbar mit der auf dem Kopf stehenden Dachgeste auch etwas Inhaltliches verknüpft, denn die Dachhände und die Art und Weise, wie sie auseinander geführt werden, zeigen Reihenfolgen an. Die Dachgestik lässt auch den Schluss zu, dass Jakob nun die Reihenfolgen eher als Gesamtheit betrachten möchte und auch von seinen Interaktionspartner*innen betrachtet wissen möchte. Die 2. Reihe wurde bisher noch nicht in Jakobs vorheriger Erklärung erwähnt, so dass die Vermutung weiter bestehen kann, dass Jakob nun etwas Neues erläutert, das zunächst unabhängig von seinen ersten Darstellungen ist.

Jakob blickt zu Claus, so als würde er seine Äußerung an ihn adressieren. Es könnte sein, dass er sich bei Claus rückversichern möchte, ob er jetzt aufmerksam zuhört. Es könnte auch sein, dass Jakob an Claus den Turn übergeben möchte, weil Jakob der Meinung ist, er bräuchte diese zweite Erklärung nicht auszuführen. Er fordert möglicherweise lieber Claus dazu auf, sich einzubringen. Möglich ist auch, dass er seine Äußerung abbricht, weil er sich unterbrochen fühlt von der zeitgleichen Äußerung eines*r seiner Interaktionspartner*innen. Das Ablegen der linken Hand auf der Tischplatte und das Verschieben weg von den Kärtchenreihen könnten für ein Abbrechen der Äußerung oder zumindest für eine kurze Pause stehen, in der Jakob sich möglicherweise lautsprachlich an Claus wendet oder sich gedanklich sammeln möchte.

In der Lautsprache äußert Jakob „Guck (.) **hier** (.) des is **so** ne Reihenfolge (.) des is **so** ne Reihenfolge“. Damit scheidet im Prinzip die Vermutung, dass es sich um eine

Protestäußerung von Jakob handelt aus, denn offenbar möchte er erneut etwas zu den Reihenfolgen erklären. Wiederum lässt sich eine von ihm häufig verwendete Strukturierung erkennen durch Pausen und deutlich betont ausgesprochenen einzelnen Worten. Es lässt sich ebenso eine Wiederholung in der Wortwahl zu Äußerung 9 feststellen: Auch hier hatte Jakob mit „guck hier“ angefangen und „des is **so**“ bei den gestischen Darstellungen der Reihenfolgen erzeugt. Dies ist insofern erstaunlich, als dass Jakob hier sowohl lautsprachlich als auch gestisch sich wiederholende Formen verwendet, wobei gestisch das Dach nun auf dem Kopf steht. Möglicherweise ist diese Variation in Jakobs Augen angemessener, um den Fokus auf die Reihenfolgen in ihrer Gesamtheit zu richten. Er führt zuerst seine rechte Hand, parallel mit „guck“ in der Lautsprache, flach zu den oberen Reihenfolgen, lenkt also den Blick seines oder seiner Interaktionspartner*innen mit dieser Bewegung auf diese Kärtchenreihenfolgen. Es ist mit „guck“ ein nicht näher benanntes Gegenüber angesprochen in der 2. Person Singular. Es kann vermutet werden, dass Claus gemeint ist, denn er war derjenige, von dem und für den eine zweite Erklärung eingefordert wurde. Zudem blickt Jakob, nachdem er die Dachgesten ausgeführt hat zu Claus und auch Jakobs Hand ist eher in Richtung Claus als in Richtung B ausgerichtet. In der Pause nach „hier“ wird dann offenbar die linke Hand dazu genommen und beim ersten „des“ (vermutlich für *das* mit hessisch dialektalem Einschlag) das auf dem Kopf stehende Dach aus den Händen geformt, das anschließend über der 1. Reihenfolge auseinander geführt wird. Damit wird sowohl lautsprachlich als auch gestisch relativ kleinschrittig Claus regelrecht durch die Erklärung geführt und seine Aufmerksamkeit konkret auf das gelenkt, was Jakob jeweils in den Fokus nehmen möchte. Dabei bildet Jakob gestisch eine Art Kameraobjektiv durch das auf dem Kopf stehende Dach und führt sozusagen den Blick direkt auf die 1. Reihe. Vielleicht geht Jakob davon aus, dass Claus bei seiner ersten Erklärung nicht aufmerksam genug war und deshalb nachgefragt hat, was Jakob gesagt hat (vgl. Äußerung 12). Es könnte sein, dass Jakob daher nun Claus' Aufmerksamkeit ganz gezielt zu steuern versucht, um ihn hier mitzunehmen und ihm einen Zugang zur möglicherweise nun folgenden Erklärung zu ermöglichen. Jakob modifiziert auch in der Lautsprache seine Äußerung im Vergleich zum Beginn von Äußerung 9a: Er nutzt einerseits die gleiche Wortwahl „des is **so**“, ergänzt aber „ne Reihenfolge“, wobei „ne“ vermutlich für *eine* steht. Damit wird in Zusammenhang mit der Gestik nicht nur deutlicher benannt, was Jakob meint und damit auch, wohin Claus „guck[en]“ soll, sondern es kann auch rekonstruiert werden, was Jakob hier unter einer Reihenfolge versteht: Die konstanten Bewegungen über der 1. Reihenfolge und anschließend über der 2. Reihenfolge lassen diese eher als Gesamtheit erscheinen und zielen weniger auf die einzelnen Positionen innerhalb der Reihenfolgen oder deren Aufbaumodus ab. Möglicherweise wählt Jakob eine ganzheitlichere Geste, um Claus nicht zu irritieren bezüglich der einzelnen Positionen: Würde Jakob diese abtippen, so könnte Claus möglicherweise nicht nachvollziehen, was Jakob nun genau mit „ne Reihenfolge“ meint und wäre möglicherweise in der Folge weniger aufmerksam für das, was jetzt erklärt wird, weil seine Gedanken potentiell immer noch an den Positionen verhaftet blieben. Was Jakob

ebenso variiert, ist die Betrachtung der 2. Reihenfolge. Bei der ersten Erklärung verortete er seine Ausführungen an der 1. und 3. Reihenfolge, die er im Vergleich betrachtete. Hier möchte er möglicherweise Reihenfolge 1 und 2 vergleichen. Dies könnte darin begründet sein, dass er nun etwas ganz anderes erklären möchte, als zuvor oder dass Jakob davon ausgeht, es könnte einfacher nachvollziehbar sein, warum zwei gleiche Reihenfolgen seiner Meinung nach nicht zur Lösung gehören können, wenn man zunächst zwei sich völlig voneinander unterscheidende Reihenfolgen betrachtet.

In der Folge wird sicherlich deutlich, wer sich zeitgleich zu Jakob äußert. Hier kommen sowohl Claus als auch B in Betracht. Beide könnten z. B. eine Rückfrage stellen. Claus könnte auch selbst etwas erklären wollen, was ihm möglicherweise aufgefallen ist.

Äußerung 18:

B bringt diese Äußerung hervor. Sie sitzt weiter relativ unverändert am Tisch, führt aber ihre rechte Hand an den linken Oberarm und streicht darüber. Möglicherweise friert B und versucht sich so zu wärmen. Es könnte sich auch um eine Verlegenheitsgeste handeln oder eine Geste aus Langeweile. Möglich ist auch, dass sie sich selbst beruhigen bzw. runterbringen möchte mit dieser Selbstberührung, eventuell weil sie ihre vorherige Forderung an Jakob „musste **nochmal** erklären“ (Äußerung 14) selbst als relativ schroff gegenüber Jakob empfand und nun merkt, dass sie ihm eventuell unrecht getan hat mit dieser strengen Formulierung, denn er zeigt sich ja offenbar bemüht, eine weitere Erklärung an Claus zu formulieren. Insgesamt zeigt ihre Körperhaltung wie zuvor Zurückhaltung bezüglich eines möglichen Eingreifens ihrerseits. Sie traut den Schülern offenbar weiterhin zu, und Jakob nun im Besonderen, ihre Ideen miteinander zu verhandeln.

Lautsprachlich äußert B nichts, was ihre Zurückhaltung unterstreicht. Sie hält es offenbar für nicht nötig, in irgendeiner Art und Weise einzugreifen.

Äußerung 17b (a-g):

Es handelt sich um eine von Jakob geäußerte Fortführung der Äußerung 17. Er erzeugt hier offenbar zunächst mit entspannter Handhaltung in Staffelhandform eine Zusammenführung der Hände vor dem Oberkörper, um sie gleich darauf ruckartig relativ weit auseinander zu führen, wobei die Handrücken zur Decke weisen. Möglich ist, dass er, anders als zuvor, als er gleiche und eher zueinander weisende Hände formte, hier die Verschiedenheit der zuvor angezeigten Reihenfolgen auch gestisch zeigen möchte. Es könnte aber auch eine schroffe Geste sein und z. B. für einen Abbruch seiner Erklärung stehen, weil er sich vielleicht durch etwas gestört fühlt oder der Meinung ist, insbesondere Claus würde ihm (erneut) nicht zuhören. Dann wäre die Geste eher als *Schluss* oder *Aus* der Erklärung zu werten. Sein Blick zu Claus adressiert die Geste in diese Richtung. Der Blick zum Arbeitsbereich und die Fixierung könnten auch für einen Abbruch seitens Jakobs stehen, der diese Geste über den Reihen, also über dem ausführt, was er zuvor betrachtete.

Mit der weiteren Gestik ist die Deutung eines Abbruchs weniger haltbar. Jakob möchte offenbar vielmehr erneut die oberen Reihen in den Blick nehmen, denn die rechte Hand wird mit leicht abgespreiztem Zeigefinger über die 1. Reihe, die linke Hand neben die unteren und auf die dritte Reihe weisend geführt. Die Hände rahmen auf diese Weise erneut das ein, was Jakob offenbar jetzt betrachten möchte. Anschließend führt Jakob eine Tippbewegung in wippender Weise über der 1. und 3. Reihe mit beiden Zeigefingern aus. Dies könnte dafür stehen, dass er darauf hinweisen möchte, dass diese beiden Reihen gut vergleichbar sind, weil die erste Position gleich besetzt ist. Es könnte aber auch sein, dass er darauf hinweist, dass er bereits dazu etwas erklärt hat und jetzt eher die 2. Reihe in den Blick nehmen möchte. Vielleicht ist ihm auch noch etwas aufgefallen, was das Wippen und Tippen erklären könnte. Möglicherweise zeigt diese Bewegung eine gewisse Aufregung wegen einer neuen Erkenntnis. Die Hände werden im Anschluss so bei der 1. und 3. Reihe abgelegt, dass die Zeigefinger jeweils darauf weisen – links auf die 3. Reihe, rechts auf die 1. Reihe. Dies könnte dafür sprechen, dass Jakob doch hieran noch etwas erklären möchte und daher diese Reihen gewissermaßen weiter festhält oder markiert, auch um seine Gedanken möglicherweise zu sammeln und hier zu verorten. Jakob fährt fort und tippt rechts auf die 1. Position der 1. Kärtchenreihe und links auf die 1. Position der 3. Kärtchenreihe. Dies spricht dafür, dass er offenbar, ähnlich wie in seiner ersten Erklärung, hier die Positionen markieren möchte, die gleich, nämlich mit dem weißen Tigerkärtchen, besetzt sind in den beiden Reihen. Das ruckartige Hochziehen im Anschluss könnte dafür stehen, dass er damit seine Erläuterungen strukturiert oder dass ihm etwas aufgefallen ist, er die Hände auf diese Weise zurückführt und so freie Sicht auf alle Kärtchenreihenfolgen erhält. Ebenso könnte es sein, dass Jakob nun mit seiner Erklärung lautsprachlich nicht mehr weiterkommt, weil er ins Stocken geraten ist und daher zieht er jetzt die Hände auf diese Weise zurück und zeigt rechts seine leere Handfläche, weil er vielleicht nicht weiß, wie er weiter vorgehen kann.

In der Lautsprache äußert Jakob zunächst „des **geht** des is ne **annere** (..)“. Erneut wählt Jakob die bereits bekannte Wortwahl, dass etwas offenbar *geht* und betont dieses Wort zusätzlich zu „**annere**“ (mutmaßlich aus dem hessischen Dialekt für *andere*). zusätzlich macht er danach parallel zu der Fixierung eine Pause, die Zeit zum Nachvollzug für Claus (und B) und zum Nachdenken über das weitere Vorgehen für Jakob bedeuten könnte. Jakob spricht hier in der Einzahl über etwas, also ein einzelnes Ding, das in seinen Augen *geht* und eine *Andere* darstellt. Vermutet werden kann, dass er hiermit Reihenfolge 2 meint, möglicherweise im Vergleich zur 1. Reihenfolge, denn beide hat er zuvor mit den Dachhänden fokussiert und markiert. Dass etwas *geht* hat Jakob als Formulierung schon häufig genutzt und es wurde so interpretiert, dass er damit zumeist eine Reihenfolge als zu der Lösungsmenge zugehörig oder auch bei *nicht gehen* als ausgeschlossen aus der Lösungsmenge bewertete. Anders als bei der ersten Erläuterung hebt Jakob hier also vermutlich nicht auf die Gleichheit von Reihen ab, sondern zeigt zunächst Reihenfolgen, die verschieden sind und die er mutmaßlich hier als *anders* bezeichnet. Zeitgleich zu dieser Formulierung führt er seine Hände ruckartig über den Kärtchenreihen auseinander, was zeigt,

dass Gestik und Lautsprache hier offenbar auf etwas Ähnliches verweisen: Die Hände werden möglichst weit voneinander entfernt und anders als bei der Erläuterung von etwas Gleichem mit dem Handrücken nach oben gehalten. Dabei zeigen sie aber dennoch die gleiche Handform, was zunächst verwundert. Deutet man aber die rechte Hand als für eine Reihenfolge stehend und die linke Hand als für eine andere Reihenfolge, die aber beide in der Lösungsmenge sein können („des geht“), erscheint die Handhaltung in sich schlüssig und sinnhaft.

Weiter äußert Jakob nach der Pause „**des** (.) is **fast gleich** (.) halt nur **des** is **gleich**/“. Die Äußerung enthält wieder Pausen und Betonungen zur Strukturierung, die erneut synchronisiert erscheinen mit der Gestik. Jakob zeigt beim ersten „**des**“ die 1. und 3. Reihenfolge an und führt dann während er erläutert „is **fast gleich**“ die wippende Tippbewegung über den beiden Reihen aus. Damit möchte er vielleicht die von ihm als *fast* bezeichnete Gleichheit betonen, spricht ja auch in betonender Weise, und wippt deshalb mit den Fingern über diesen Reihen. Die Finger führen quasi eine nicht ganz fassbare Bewegung aus, die vielleicht eher eine annähernde Gleichheit als eine als tatsächlich angenommene Identität der Reihenfolgen anzeigen. Letzteres würde vermutlich eher durch ein klares einzelnes Tippen angezeigt werden und weniger, wie hier, tippend und wippend. Jakob lässt erneut den Begriff der *Reihenfolge* weg, möglicherweise weil er davon ausgeht, dass es für alle Beteiligten klar ist, was hier gemeint ist. Er ist jetzt eher als noch zu Beginn von Äußerung 17 damit beschäftigt, wieder auf einzelne Positionen zu tippen und möchte möglicherweise Claus dabei nicht mit dem Begriff *Reihenfolge* verwirren, wenn er doch Positionen anzeigt. Während des Ausspruchs „halt nur **des** is **gleich**/“ zeigt Jakob wie bereits in seiner ersten Erklärung die Positionen an, die in den beiden Reihenfolgen 1 und 2 gleich besetzt sind, nämlich die jeweils erste. Die Stimmhebung am Ende deutet darauf hin, dass Jakob die Äußerung noch fortführt, was in der Folge vermutlich geschieht.

Äußerung 17c (a-g):

Jakob führt nun beide Zeigefinger zur 1. Reihe und tippt in Richtung der 2. und 3. Position dieser Reihenfolge. Anschließend führt er offenbar mehrfach eine Tippbewegung über den 2. und 3. Positionen der 1. und 3. Reihe aus. Dies ist erneut eine Wiederholung zu einer vorher gezeigten Geste in Äußerung 9d, die Jakob zeigte. In der ersten Erklärung in Äußerung 9d hatte Jakob bereits eine ähnliche Gestik und Tippabfolge gezeigt, die oben genauer analysiert wurde. Hier scheint sie nun etwas ungenauer oder undeutlicher ausgeführt zu werden, was vermutlich daran liegt, dass Jakob davon ausgeht, hier bereits auf bestehende Erfahrungen der Interaktionspartner*innen, aber auch von sich selbst setzen zu können. Immerhin hat er diese Bewegung bereits vorher gezeigt. Es lässt sich vermuten, dass auch in der Lautsprache, wie bereits bei den vorher betrachteten Äußerungsteilen aus Äußerung 17 beobachtet, damit weiter fortgefahren wird, die Unterschiedlichkeit und Gleichheit der beiden Reihenfolgen 1 und 3 herauszustellen. Jakob führt hier vermutlich erneut mit den Tippbewegungen zwischen der 1. und 3. Reihe eine Permutations-Geste aus

und zeigt an, welche Positionen bei den beiden Reihen nicht gleich, sondern vertauscht sind. Das erneute Fixieren der Hände über den Kärtchenreihen sichert Jakob einerseits das Turnrecht, er verbleibt aber auch handlungsbereit im Arbeitsbereich. Zudem wird so eine Strukturierung vorgenommen, die allen Anwesenden Zeit zum Nachvollzug und Nachdenken gewähren kann. Die Fixierung markiert offenbar auch den Abschluss der Permutations-Geste. Anschließend scheint er zunächst auf die 3. Position der 3. Reihe rechts zu tippen, die Hand dann schnell hochzuziehen und mit links auf Position 2 in der 1. Reihe zu tippen. Jakob markiert hier also jeweils die braunen Tigerkarten in den Reihen 1 und 3. Das schnelle Hochziehen der Hand zwischen dem Tippen steht vielleicht wieder für eine Strukturierung und wirkt wie eine Dirigentengeste, die sozusagen den Takt schlägt, möglicherweise um das besonders zu betonen, was er zeitgleich äußert. Auch das anschließende Zusammenführen der Hände über den Kärtchenreihen könnte eine solche strukturierende und pausierende Funktion haben und möglicherweise den Übergang zum nächsten Tippen markieren. Oder die beiden ähnlich gehaltenen Hände könnten auch hier für die zuvor angezeigten gleichen Tigerfiguren in Reihe 1 und 3 stehen. Die Finger sind dabei stets teilweise angespannt, was zusätzlich die aktive Rolle von Jakob unterstreicht, erneut das Turnrecht markiert und die Hände im Arbeitsbereich handlungsbereit positioniert. Erneut tippt Jakob nun auf die 3. Position der 3. Reihe. Dies könnte bedeuten, dass er nun noch einmal verdeutlichen möchte, was z. B. gleich und unterschiedlich an der 1. und 3. Reihe ist. Es könnte auch sein, dass er besonders nun auf die 3. Positionen abheben möchte. Das anschließende zweistufige ruckartige Hochziehen der Hand, die mittlerweile zur Faust geformt ist, könnte erneut eine Taktung und Strukturierung sein, seine lautsprachliche Äußerung damit zusätzlich betonen. Zudem markiert diese Geste, möglicherweise wie das vorherige Zurückziehen, eine abgeschlossene Betrachtung der 3. Position, die Hand wird faustförmig nach oben geführt, was auch dafür stehen kann, dass sie nun eine Aktion abgeschlossen hat und mit eingeklappten Fingern zunächst nicht sofort weiter agieren wird. Eine Faustform könnte auch darauf verweisen, einen Gedanken festzuhalten oder etwa eine zentrale Aussage auf diese Weise fixieren zu wollen und z. B. als Tatsache zu markieren. Auch die linke Hand formt eine Faust und wird neben der 5. Kärtchenreihe abgelegt. Entweder möchte Jakob in der Folge nun hieran etwas erklären oder es ist mehr ein Ablegen im Arbeitsbereich, das vorübergehend den Abschluss einer Aktion markiert. Das Verschieben in Richtung Claus könnte für eine Turnübergabe stehen oder zumindest für eine Öffnung, so dass Claus theoretisch hier einschreiten könnte.

In der Lautsprache äußert Jakob „und die zwei sin verkehrt (.) weil da is der Tiger in der Mitte und da an Ende“. Der Ausspruch „verkehrt“ erscheint zunächst überraschend, denn wenn Jakob „verkehrt“ im Sinne von *fehlerhaft* versteht, dann bleibt hier zunächst unklar, warum eine Reihenfolge, die er bereits ausführlich in der ersten Erläuterung betrachtet hat, jetzt falsch sein soll. In der Gestik erkennt man, dass er zeitgleich auf die 2. und 3. Position der 1. Reihenfolge zeigt. Wenn er „verkehrt“ in diesem fehlerhaften Sinne allerdings bezogen auf diese Positionen interpretieren würde, hätte er sie längst in einer anderen Weise

anordnen können. Mutmaßlich nutzt er hier also das Wort „verkehrt“ eher als eine Art Synonym von dem von ihm in der ersten Erklärung genutzten Begriff „umgetauscht“ (vgl. Äußerung 9, Fortführung) und meint hier vielleicht eher *verkehrtherum*. Er verweist damit hier vermutlich erneut auf die Permutation der 2. und 3. Position, aus der sich die 1. und 3. Reihenfolge bei gleicher Besetzung der 1. Positionen erzeugen lassen. Aus der Gestik wird deutlich, dass er die 3. Reihenfolge mit einbezieht, auch wenn er zunächst nur auf die 1. Reihe zeigt, denn das Umtauschen dieser beiden Positionen macht eigentlich nur Sinn, wenn eine andere Reihe im Vergleich betrachtet wird, bei der die Positionen tatsächlich umgetauscht sind. Die Pause nach „verkehrt“ könnte darauf hindeuten, dass Jakob Zeit zum Überlegen über das weitere Vorgehen benötigt. Oder er möchte seinen Interaktionspartner*innen ermöglichen, ihm Schritt für Schritt zu folgen. Es könnte auch sein, dass Jakob aufgefallen ist, dass dem Begriff „verkehrt“ in der Regel oder häufig eine andere Konnotation als das Vertauschen zugeschrieben wird und er überlegt kurz über einen anderen geeigneten Begriff. Vielleicht erläutert er deshalb im Folgenden, was er hier offenbar genau meint und beginnt den nächsten Teil der Äußerung mit „weil“, einer Konjunktion, die in der Regel eine Begründung einleitet. Diese lautet in Jakobs Fall „da is der Tiger in der Mitte“. Gleichzeitig verweist er zunächst schnell auf die 3. Position in der 3. Reihenfolge, auf der ein braunes Tigerkärtchen liegt, dann auf die 2. Position in der 1. Reihe. Nur durch die Gestik erkennt man, welcher Tiger gemeint ist, nämlich vermutlich der braune Tiger. Mit der Mitte meint Jakob mutmaßlich eher die zweite Position, denn diese bildet in der Regel die Mitte der Reihenfolgen aus drei Tieren. Vielleicht *vergestikuliert* er sich hier also zunächst, denn in der 3. Reihenfolge liegt der braune Tiger nicht in der Mitte. Damit würde die Gestik eigentlich nicht zu dem passen, was er in der Lautsprache offenbar auszudrücken versucht. Es könnte aber auch sein, dass Jakob hier fixiert auf den braunen Tiger war und deshalb zuerst auf den braunen Tiger in der 3. Reihenfolge tippte, bevor er die Position 2 in der 1. Reihe anzeigte, die er auch lautsprachlich beschreibt. Damit zeigt er auch – möglicherweise an dieser Stelle unbeabsichtigt – eine Beziehung zwischen der 3. Position in der 3. Reihe und der 2. Position in der 1. Reihe an, denn auf beiden liegt ein braunes Tigerkärtchen. In der Folge sagt Jakob „und da an Ende“, was sich vermutlich weiterhin auf den braunen Tiger bezieht. Gleichzeitig tippt er nun noch einmal auf die 3. Position der 3. Reihenfolge. Damit wird auch noch einmal deutlich, was Jakob mit „verkehrt“ meinen könnte, denn der braune Tiger liegt einmal auf der 3. Position (3. Reihe), einmal auf der 2. Position (2. Reihe). In Jakobs Augen ist bei diesen beiden Reihen offenbar die Anordnung der 2. und 3. Position *verkehrtherum*, was Jakob möglicherweise ursprünglich mit „verkehrt“ aussagen wollte.

In der Folge könnte Jakob seine Erklärung noch weiter fortführen oder Claus eine Rückfrage stellen. Es wäre auch möglich, dass B sich einschaltet und z. B. Claus fragt, ob er soweit folgen konnte. Claus könnte zudem selbst etwas erklären oder z. B. erläutern, was er verstanden oder nicht verstanden hat. Möglicherweise ist ihm auch etwas aufgefallen, was er nun darstellen möchte.

Äußerung 17d (a-g):

Es handelt sich erneut um eine Fortführung von Äußerung 17. Jakob tippt nun offenbar auf die 2. Position der 3. Reihe, was dafür spricht, dass er jetzt eventuell auch zu der Besetzung dieser etwas erläutern möchte. Die Handbewegung nach dem Tippen ist vergleichbar mit der Geste, die er nach dem Tippen auf die 3. Position der 3. Reihe gezeigt hat: Er führte auch dort eine Faust ruckartig nach oben zurück zu seinem Oberkörper (vgl. 17c.66ff). Dies dient hier vermutlich wieder einer Art rhythmischen Taktung und auch Betonung seiner möglichen zeitgleichen lautsprachlichen Erläuterungen zu dem, was er hier anzeigt. Jakob tippt im Anschluss auf die 3. Position der 1. Reihe und schaut Claus an. Er adressiert damit vermutlich seine Ausführungen an Claus, möchte sich möglicherweise dessen Aufmerksamkeit an einer für Jakob zentralen Stelle versichern. Die ruckartige Bewegung der Faust zum Oberkörper wiederholt sich nun zum insgesamt dritten Mal und betont vermutlich rhythmisch erneut das, was Jakob lautsprachlich ausdrückt. Diesmal ist auch die Faust mit der Handfläche zu Claus gedreht, vermutlich ein weiteres Zeichen dafür, dass Jakob seine Erläuterungen, die er mit der Faust gewissermaßen auch bildlich festhält, an Claus richtet. Das Anheben der linken Hand in Faustform könnte darauf hindeuten, dass Jakob seine Ausführungen weiterführen möchte. Er zeigt damit möglicherweise an, dass er weiter im Arbeitsbereich agieren möchte. Es wäre möglich, dass er den Gesichtsausdruck Claus' so interpretiert, dass eine weitere Erläuterung nötig ist. Jakob möchte jetzt bei der zweiten Erklärung möglicherweise besonders sicher gehen, dass Claus ihm folgen kann und versteht, was er versucht darzustellen.

In der Folge führt Jakob seine rechte und linke Hand wieder zu den Kärtchenreihenfolgen und zeigt eine annähernd gleiche Handform mit beiden Händen, die sich gegenüberstehen. Sie rahmen gewissermaßen die Reihenfolgen, also das, was die ganze Zeit Thema der Aushandlung war. Möglich ist auch, dass Jakob hier nicht direkt zu den Reihenfolgen etwas ausführen möchte, sondern mit der gleichen Handform nun erneut Gleichheit repräsentieren möchte, weil er möglicherweise beabsichtigt, jetzt etwas zur Gleichheit von Reihenfolgen zu erläutern. Dies könnte schlüssig sein, weil er ja gerade kurz zuvor die Ausführungen zur Unterschiedlichkeit von „fast gleich[en]“ Reihen, den Reihenfolgen 1 und 3 dargestellt hat. Jakobs Erklärungen waren bisher häufig von diesen Gegensätzlichkeiten geprägt – von Gleichheit und dem Vertauschen von Positionen und Reihenfolgen. Das Umfassen der braunen Tigerfigur und das Aufstellen und Verschieben dieser Figur könnte eine Übersprungshandlung sein, ähnlich z. B. dem Kritzeln beim Telefonieren. Auch möglich wäre, dass Jakob am Ende seiner Erläuterung sozusagen aufräumen möchte und daher die umliegende Figur aufstellt. Unwahrscheinlich erscheint, dass er z. B. eine neue Reihenfolge stellen möchte, denn er geht ja offenbar davon aus, dass bereits alle gefunden und nachgelegt wurden. Es könnte noch sein, dass er jetzt das eben an den Kärtchenreihen gezeigte auch mit den Tierfiguren nachstellen möchte, vielleicht weil er davon ausgeht, dass Claus dies

besser verstehen wird oder damit einfach noch eine andere Veranschaulichung geboten bekommt.

In der Lautsprache äußert Jakob zunächst „Da is der Elefant in der Mitte und da an Ende (..)“. Dies konnte oben bereits anhand seiner Gestik vermutet werden: Jakob scheint also zu erläutern, was er zuvor als „verkehrt“ bezeichnete, nämlich, dass die 2. und 3. Positionen der 1. und 3. Reihenfolge vertauscht sind. Tatsächlich scheinen hier die Gesten zu strukturieren und zu betonen, genauer die Faustgesten, die jeweils nach dem Tippen ausgeführt werden. Vorher nutzte Jakob stärker betont gesprochene Worte, eine langgezogene Aussprache oder auch relativ häufige Pausen in seinen lautsprachlichen Äußerungen, um zentrale Aspekte hervorzuheben oder auch auf alle Anwesenden wirken zu lassen. Hier setzt er eine Pause nach „Ende“, was zumindest inhaltlich zur Wortbedeutung passend erscheint, aber Jakob ist noch nicht zu Ende mit seiner Erläuterung. Vermutlich markiert diese Pause eher den Übergang zu einem eher allgemeineren Teil, weg von konkreten Positionen in bestimmten Reihenfolgen, denn er führt weiter aus „und des- darum gibts keine gleiche“. Offenbar setzt er hier zweimal an, denn nach „und des“ bleibt die Stimme in der Schweben und er führt den Satz nicht zu Ende. Es bleibt unklar, was er insbesondere mit „des-“ hier meinen könnte. Der Satzanfang erinnert aber an andere Formulierungen, die Jakob vor allem während seiner ersten Erläuterung genutzt hat, z. B. „und e des is so“ oder auch „un des geht jetzt“ (vgl. Äußerungen 9b und 9d). Möglicherweise beabsichtigte Jakob zunächst eine solche Formulierung, bricht dann aber ab, eventuell weil er nicht mehr weiter weiß, seine ursprünglich beabsichtigte Formulierung als nicht geeignet einschätzt oder auch hier eine Variation vornehmen möchte. Es könnte sein, dass Jakob der Meinung ist, dass Claus seiner ersten Erklärung inhaltlich nicht folgen konnte und deshalb ist Jakob jetzt bemüht, zwar die gleiche Erkenntnis noch einmal zu erläutern, aber dabei Variationen in Gestik und Lautsprache zu zeigen, während er andere Teile der Äußerungen nahezu identisch wiederholt. So beabsichtigt Jakob mutmaßlich, dass Claus seiner zweiten Erklärung besser folgen kann in Bezug auf den möglicherweise lückenhaften Kontext der vorherigen Erklärung. Die gleichen Teile der beiden Erklärungen könnten dabei für einen besseren Nachvollzug aufgrund von Wiederholungen und einer Form von Übung sorgen, die Jakob Claus möglicherweise beim Zuhören der Erklärungen unterstellt. Die variierten Teile andererseits sollen vielleicht dafür sorgen, dass Claus dem Verhandelten der möglicherweise nur stellenweise verstandenen ersten Erklärung hier in anderen Worten und Gesten in einer zweiten Erklärung besser folgen kann. Insgesamt offeriert Jakob also ein bestimmtes Repertoire an Ausdrucksweisen, die er variabel nutzt, weiterentwickelt, erneut aufgreift, umordnet und anpasst. Dabei dient die erste Erklärung gewissermaßen als Kontext für die zweite Erklärung und zwar sowohl für ihn, als auch – möglicherweise von Jakob beabsichtigt – für Claus.³¹⁷

³¹⁷ Dies gilt im Übrigen auch für diese Analyse: Aufgrund der ausführlichen Analyse der ersten Erklärung lassen sich Strukturen davon in der zweiten Erklärung wiedererkennen und es ist aus Sicht der Forscherin möglich, auf ein bereits entwickeltes Deutungsrepertoire zurückzugreifen.

Die lautsprachliche Fortführung „darum gibts keine gleiche“ erscheint aufgrund des einleitenden „darum“ erneut als eine Art Begründung für das vorher Erläuterte. Jakob könnte hier beabsichtigen darauf abzuheben, dass es keine gleichen Reihenfolgen oder gleiche Besetzungen von mehr als einer Position innerhalb verschiedener Reihenfolgen der Lösungsmenge geben kann. Der Satz wird erneut nicht zu Ende geführt. Jakob ist möglicherweise nicht zufrieden mit seiner beabsichtigten Aussage und möchte vielleicht in der Folge noch einmal ansetzen. Es könnte aber auch sein, dass Jakob der Meinung ist, dass diese Formulierung so ausreicht, um zu verstehen, was er damit meint, möglicherweise deshalb, weil er die erste Erklärung zumindest in Teilen als gemeinsamen Kontext annimmt.

Die Deutung, dass Jakob eine weitere Reihenfolge stellen möchte, weil er die braune Tigerfigur umfasst und aufstellt, kann hier zunächst nicht bestätigt werden. Zumindest äußert er dazu lautsprachlich nichts. Am wahrscheinlichsten bisher erscheint die Deutung als Übersprungshandlung, vielleicht weil Jakob schon versiert bezüglich seiner Erläuterung ist und hier eher Beschäftigung für seine Hände sucht, nachdem er gestisch an den Reihenfolgen eventuell alles von ihm beabsichtigte gezeigt hat.

Im folgenden Verlauf könnte Jakob seine Erläuterung fortführen. B oder Claus könnten auch eine Rückfrage zum eben Gesagten an Jakob richten. Claus könnte ebenso eine eigene Idee äußern und auf Jakobs Erläuterung nicht weiter eingehen.

Äußerung 17e (a-g):

Auch diese Äußerung wird von Jakob hervorgebracht als Fortführung seiner Äußerung 17. Sie findet mindestens teilweise zeitgleich zu der folgenden Äußerung statt. Jakob umfasst nun mit der linken Hand die weiße Tigerfigur und stellt sie vor sich auf den Tisch neben die braune Tigerfigur, und zwar so, dass beide Figuren gleich ausgerichtet sind. Eventuell ist dies erneut eine Übersprungshandlung, ein Spiel mit dem herumliegenden Material, mit dem er sich mehr oder weniger mit seinen Händen die Zeit vertreibt, bis seine Erklärung zu einem Ende gebracht ist. Es könnte aber auch sein, dass dieses Zusammenschieben inhaltliche Bedeutung für seine Erklärung hat. Möglicherweise lässt sich dazu etwas in der Lautsprache finden. Jakob könnte beabsichtigen, doch noch einmal eine Reihenfolge zu stellen. In diesem Falle könnte er in der Folge auch noch den Elefanten zu den Tigern stellen und z. B. rechts neben dem braunen Tiger anordnen. Daran könnte er dann zeigen, wie sich eine Reihenfolge mit dem weißen Tiger auf der 1. Position, dem braunen Tiger auf der 2. Position und dem Elefanten auf der 3. Position in eine, wie er es ausdrückte „**fast gleich**[e]“ Reihenfolge überführen ließe, indem der braune Tiger und der Elefant „verkehrt“ oder „umgetauscht“ werden. Die Tigerfiguren sind zwar nicht hintereinander aufgestellt, so wie es die Schüler zuvor auf dem Podest gestellt haben, aber möglicherweise ist für Jakob klar, dass die Ausrichtung der Figuren irrelevant ist, solange sie die definierten Positionen besetzen. Wenn man von links aus Jakobs Sicht auf die von ihm gerade aufgestellten Tigerfiguren schaut, könnte man hier den weißen Tiger in der 1. Position und den braunen Tiger in der

2. Position sehen. Da die Tigerfiguren sich nur in der Farbe unterscheiden, könnten sie in ihrer genau nebeneinander gestellten Ausrichtung aber auch Gleichheit, möglicherweise von Reihenfolgen, repräsentieren, denn das war vermutlich das, was von Jakob kurz zuvor thematisiert wurde.

Im weiteren Verlauf führt Jakob seine Hände weg von den Tigerfiguren und vor seinem Oberkörper in O-Handform zusammen. Diese Handform könnte für eine Zuspitzung dessen stehen, was möglicherweise zeitgleich lautsprachlich geäußert wird. Ebenso könnte sie das, was gerade erläutert wird, bildlich zwischen Daumen und den anderen Fingern festhalten und als zentralen Punkt von Jakobs Erklärung zusammenführen.³¹⁸ Gerade auch das Zusammenführen von Jakobs Händen, die beide erneut eine gleiche Handform zeigen und das Übergehen in eine flache Gebetshaltung der Hände, zeigen gestisch mutmaßlich die Zusammenführung, den Schluss, die Zentralisierung dessen an, was Jakob zu erläutern versuchte. Das abschließende Verschränken der Gebetshände und das Ablegen auf der Tischkante mit hinter der Tischplatte verschwindenden Unterarmen könnte ebenso in dieser Weise gedeutet werden: Die Verschränkung der Finger könnte dafür stehen, dass Jakobs Erklärungen fixiert und festgehalten werden, sie schließen die von Jakob dargestellten Erkenntnisse als kompaktes Paket ab und seine Erläuterungen bekommen einen den Händen ähnlichen runden Abschluss.

Als weitere Deutung wäre möglich, dass Jakob seine Erläuterung nach „darum gibts keine gleiche“ abbricht und daher seine Hände in eine Art Ruheposition, in Form der gefalteten Gebetshände, an die Tischkante bringt. Der mögliche Abbruch könnte daher rühren, dass entweder Claus oder B eine zumindest in Teilen zeitgleiche Äußerung zu Jakobs Äußerung hervorbringen. Möglich, dass Jakob daher aus Rücksicht seine Erklärung vorzeitig beendet oder auch aus Frust über diese Unterbrechung abbricht. Es ist möglich, dass die sich überschneidende Äußerung von Claus hervorgebracht wird, denn Jakob schaut dessen Händen nach.

Jakob äußert in der Lautsprache: „E z wenn man zwei Möglichkeiten zweimal macht dann isses ja unlogisch (.)“. Offenbar führt er also seine Erklärung weiter, und auch mutmaßlich ungeachtet der Tatsache, dass eine andere Person gleichzeitig etwas äußert. Mit der Pause könnte ein Ende aber auch wieder, wie schon häufiger vorher, für Jakob eine Einheit innerhalb seiner Erläuterung abgeschlossen sein. Offenbar wird zumindest seine Gestik fortgeführt. Inhaltlich äußert Jakob erneut eine wenn-dann-Kausalität und bewertet hier offenbar etwas als *unlogisch* und zwar, zwei Möglichkeiten zweimal zu *machen*. „Dann isses ja unlogisch“ könnte erneut als Schluss interpretiert werden, den er aus seinen Ausführungen

³¹⁸ Die O-Hand, die hier von Jakob hervorgebracht wird, zeigt eine ähnliche Form zur sogenannten Grappolo-Gestenfamilie nach Kendon (2004). In der vorliegenden Arbeit wurde im Kapitel 3.1.4 bezüglich Kendons (2004) Gestenfamilien ausgeführt, dass diese Grappolo-Handform häufig genutzt wird, um das zentrale Thema einer*s Sprechers*in herauszustellen (vgl. Kap. 3.1.4). Die O-Handform von Jakob könnte hier möglicherweise ähnlich genutzt werden: Er stellt den zentralen Kern seiner Überlegungen dar und markiert dies auch in seiner Geste für sich und sein Gegenüber.

zieht. Er erläutert nicht, warum er es als unlogisch bewertet, sondern nur, dass es so ist und zwar mehr oder weniger formuliert als Tatsache. Es könnte so gedeutet werden, dass er hier auf zwei gleiche Möglichkeiten abhebt. Dann würde er vermutlich meinen, dass es für das gegebene mathematische Problem des Findens aller voneinander verschiedenen Reihenfolgen, die man aus drei Tieren erzeugen kann, in seinen Augen keine angemessene, sondern eine unlogische Lösung darstellen würde, wenn man zwei gleiche Möglichkeiten in der Lösungsmenge hätte. Er drückt sich hier aber so aus, dass man auch auf vier Möglichkeiten kommen könnte, die er als unlogisch bezeichnet, denn zwei Möglichkeiten, die zweimal gemacht würden, könnten insgesamt vier Möglichkeiten erzeugen, wovon paarweise jeweils zwei gleich wären. Da Jakob bisher immer nur von zwei gleichen Reihenfolgen oder Möglichkeiten sprach und auch immer zwei Reihenfolgen im Vergleich betrachtete, kann hier die Vermutung, dass er nun über vier Möglichkeiten spricht, eher als unwahrscheinlich angesehen werden. In Äußerung 9, seiner ersten Erklärung, markierte Jakob vor allem die Reihenfolgen 1 und 3 und deren einzelnen Positionen gestisch, z. B. durch Abtippen oder eine konstante Zeigebewegung über den Reihen (vgl. 9b.11ff und 9b.19ff). Zu Beginn von Äußerung 17a wählte er dann zunächst die Reihen 1 und 2, über die er aussagte, dass dies gehe, weil es eine andere sei. Und anschließend beschäftigte sich Jakob erneut mit der 1. und 3. Reihenfolge, die er im Vergleich betrachtete. Vielleicht wiederholt er „zwei“ in dem gerade betrachteten Ausspruch („zwei Möglichkeiten zweimal“) deshalb, weil er diese Anzahl besonders hervorheben möchte, denn es umfasst im Prinzip den Kern seiner Erklärung, die ursprünglich zeigen sollte, warum er in Äußerung 4 der Meinung ist, dass es nur sechs Möglichkeiten geben würde. Und es erscheint durchaus sinnvoll, dies an dem Algorithmus der Erzeugung von Reihenfolgen darzulegen, die in der 1. Position einen Fixpunkt aufweisen und in der 2. und 3. Position vertauschte Elemente aufweisen. Wenn die 1. Position nämlich in dieser Vorgehensweise von allen drei Tieren jeweils zweimal besetzt werden würde, könnte man mithilfe der Vertauschung der 2. und 3. Position pro Paar an Reihenfolgen mit gleicher Besetzung der 1. Position, alle sechs möglichen Reihenfolgen systematisch erzeugen.

In der Folge wird vermutlich deutlich, wer sich zeitgleich zu Jakob äußert. Dies könnte Claus sein, weil Jakob am Ende seiner eben betrachteten Fortführung von Äußerung 17 seinen Händen hinterherzuschauen scheint.

Äußerung 19:

Es ist Claus, der sich hier in die Situation einbringt. Er dreht sich offenbar von Jakob weg zu B, was bedeuten könnte, dass er diese Äußerung an B richtet. Es ist aber auch möglich, dass die Drehung bewirkt, dass er zeitgleich wieder mehr dem Arbeitsbereich zugewandt ist, denn er möchte offenbar dort nun aktiv werden. Er führt seine rechte Hand in C-Handform zu den Kärtchenreihen. Möglicherweise möchte er hier etwas zeigen oder auch ergreifen mit dieser Handform. Claus könnte auch anstreben, an den Kärtchenreihen nachvollziehen zu wollen, was Jakob eben erläuterte oder z. B. ein weiteres Beispiel für Reihenfolgen suchen, deren erste Positionen gleich besetzt sind, während die 2. und 3. Positionen vertauscht sind.

Es könnte auch sein, dass Claus während Jakobs Erklärung etwas aufgefallen ist, was er nun zeigen oder überprüfen möchte. Es bleibt offen, ob Claus hier nicht eine C-Handform zeigt, weil Jakob eben noch von zwei Reihenfolgen gesprochen hat, die möglicherweise nun von Claus' Daumen und restlichen Fingern repräsentiert werden durch diese spezielle Handform. Vielleicht möchte Claus genau nach diesen zwei Möglichkeiten in den Kärtchenreihen suchen, von denen Jakob eben noch gesprochen hat. Es kann auch sein, dass Claus etwas unabhängig von Jakobs Erklärung aufgefallen ist, was er nun an den Kärtchenreihen zeigen oder überprüfen möchte. Das anschließende Abtippen der 6. Reihe, angefangen von der 3. Position aus in C-Handform könnte darauf hindeuten, dass er nun hieran etwas zeigen oder überprüfen möchte. Möglicherweise deutet Claus die 3. Position auch als 1. Position entgegen der üblichen Leserichtung. Die C-Handform ist möglicherweise deshalb gewählt, weil er in dieser Handform auch jederzeit Kärtchen anheben könnte, um sie z. B. mit anderen auszutauschen. Die 6. Reihe besteht aus *Elefant – braunem Tiger – weißem Tiger* bzw. von der Tipprichtung Claus' aus gesehen ist die 6. Reihe auch von der 3. Position aus beginnend entgegen der Leserichtung als *weißer Tiger – brauner Tiger – Elefant* zu deuten. Letztere Sichtweise auf die Reihe ist insofern relevant an dieser Stelle, weil Jakob zuvor immer mit der 1. und 3. Reihe argumentierte und hierbei anzeigte, dass der weiße Tiger auf den 1. Positionen besetzt sei und die anderen Positionen mit braunem Tiger und Elefant bei den Reihen jeweils vertauscht sind. Die 6. Reihe von rechts gelesen bildet genau eine dieser Reihen ab. Möglicherweise betrachtet sich Claus diese Reihe also im Speziellen vor dem Hintergrund der vorherigen Ausführungen von Jakob und wechselt hier die Leserichtung, so dass im Prinzip zwei gleiche Reihenfolgen in der Lösungsmenge vorhanden sind, nämlich Reihenfolge 1 von links aus gelesen mit *weißem Tiger – braunem Tiger – Elefant* und Reihenfolge 6 von rechts aus gelesen mit *weißem Tiger – braunem Tiger – Elefant*. Claus beginnt mit seiner Gestik, als Jakob gerade „e z wenn man zwei Möglichkeiten zweimal macht“ fertig ausgesprochen hat. Daher erscheint eine solche Deutung durchaus möglich. Claus könnte also unsicher bezüglich der Leserichtung der Reihenfolgen sein, weswegen er möglicherweise mit Jakobs Ausführungen nach dessen erster Erklärung nicht wirklich etwas anfangen konnte. Ebenso könnte er die Begriffe *umgetauscht* und *verkehrt* aus Jakobs lautsprachlichen Äußerungen 9d und 17c auf die Leserichtung von Reihenfolgen beziehen und hier so zu dieser Deutung kommen und Reihenfolge 6 also von rechts anfängt zu betrachten. Es könnte sein, dass Claus nun erneut zu dem Punkt kommt, an dem er feststellt, dass in seiner Interpretation Jakobs Erläuterungen nicht stimmig erscheinen, weil er möglicherweise die 6. Reihenfolge von rechts liest und dann diese durchaus die gleiche Reihenfolge bildet wie die 1. Reihenfolge von links gelesen.

Das anschließende in Greifhandform ausgeführte zweimalige Tippen auf die Reihenfolgen könnte möglicherweise mit einer lautsprachlichen Äußerung von Claus synchronisiert sein, die genau auf diese verschiedene Deutung aufmerksam macht. Es wäre aber auch möglich, dass dieses abschließende Tippen auf alle Reihenfolgen mehr Verlegenheit und Unsicherheit von Claus ausdrückt, weil er zwar vielleicht eine Idee dazu hat, dass aus seiner Sicht

möglicherweise Reihenfolge 6 doch eben in seiner Lesart gleich aufgebaut ist wie Reihenfolge I, dies aber nicht ausdrücken oder konkretisieren kann. Möglich ist auch, dass ihm während des Tippens auf Reihenfolge 6 auch aus Jakobs Erläuterungen heraus klar geworden ist, dass es sich um alle möglichen voneinander verschiedenen sechs Reihenfolgen handelt und er daher eine solche abschließende, mehr oder weniger alle Reihenfolgen umgreifende, Geste ausführt.

Das Zurückführen der Hand hinter die Tischplatte spricht für einen Abschluss seiner beabsichtigten Aktivität im Arbeitsbereich, so als habe er nun nichts mehr zu tun, weil alles getan oder gezeigt ist. Das Neigen zu Jakob könnte aus einer freundschaftlichen Vertrautheit herrühren, weil Claus damit ausdrücken möchte, dass sie nun eine gemeinsame Lösung gefunden und auch beide in irgendeiner Art und Weise verstanden haben, wobei der Blick weiter auf dem Arbeitsbereich verbleibt. Es könnte auch sein, dass Claus während der abschließenden Tippgeste eher unspezifisch auf alle Reihenfolgen an Jakob bezüglich der Reihenfolgen noch eine Frage stellt, sich deshalb zu Jakob neigt und den Blick weiter auf dem Arbeitsbereich belässt.

In der Lautsprache äußert Claus erst bei dem abschließenden Tippen mit der Greifhand auf alle Kärtchenreihen „tsch tsch tsch (*unverständlich*)“. Dies ist inhaltlich schwer zu deuten und könnte hier eher eine Rhythmik des Tippens unterstreichen. Möglich wäre aber auch ein Widerspruch im Sinne eines Einwands zu Jakobs Erklärung. Es bleibt damit schwer eingrenzbar, was Claus mit dem Abtippen der 6. Reihenfolge in C-Handform umsetzen oder zeigen wollte, weil er sich dazu nicht lautsprachlich erklärt. Möglicherweise hält er es nicht für notwendig, lautsprachlich etwas zu erläutern oder ist nicht in der Lage dazu. Es könnte auch sein, dass er mehr für sich etwas überprüfen wollte, ohne es lautsprachlich seinen Interaktionspartner*innen mitzuteilen. Es wäre ebenso möglich, dass Claus die Gestik und auch die Lautsprache insgesamt in dieser Form nur äußert, um den anderen zu signalisieren, dass er einerseits aufmerksam ist und andererseits sich auch an den Reihen äußern und in der Form beteiligen kann, auch wenn er inhaltlich hier explizit nichts beiträgt. Möglich wäre in diesem Sinne auch, dass Claus versucht deutlich zu machen, dass auch er etwas an den Reihen entdeckt oder zeigen kann und erhofft sich vielleicht eine Nachfrage von Jakob oder B. Es wäre denkbar, dass dies eine Art von beabsichtigt vorgetäuschter Gestik im Arbeitsbereich ist, die Claus hier mehr als eine Imitation einer Jakob-Tippgeste ausführt, um seine Rolle als reiner Zuhörer zu einem aktiven Teilnehmer an der Aushandlung zu verändern und auch den anderen seine Aktivität deutlich zu machen. Vielleicht möchte Claus auf diese Weise sein potenciales erneutes Nicht-Verstehen verschleiern. Diese Deutung erscheint wahrscheinlich, weil sich Claus zu seiner gestischen Äußerung nicht erklärt. Hätte er eine Idee, könnte er auch um einen Moment Geduld bei seinen Interaktionspartner*innen bitten oder darauf hinweisen, dass er etwas erkannt hat, was er noch nicht recht formulieren kann.

In der Folge könnten Jakob oder auch B nachfragen, was Claus hier zeigen wollte. Es wäre auch möglich, dass Claus eine mögliche mit seiner Äußerung I9 verbundene Entdeckung darstellt.

Äußerung I7f und g (a-g):

Diese Äußerung wird von Jakob erneut als Fortführung seiner Äußerung I7 hervorgebracht. Seine Hände werden zweistufig nun ganz hinter die Tischplatte bewegt und sind damit nicht mehr für die Kamera sichtbar. Dies scheint einen endgültigen Abschluss seiner Erläuterung darzustellen, denn die Hände sind nun nicht mehr im Arbeitsbereich und werden auch für alle Anwesenden regelrecht für sie unsichtbar in eine Position geführt, aus der heraus zwar ein Neustart möglich wäre, die aber vermeintlich eher Passivität als eine geplante unmittelbare Aktivität signalisieren könnte. Das Bewegen des Kopfes hin und her könnte entweder für eine Verneinung oder Ablehnung oder auch für Abwertung stehen. Möglicherweise äußert Jakob dies bezüglich Claus' vorheriger Aktion an den Kärtchenreihen, die Jakob hier als nicht sinnvoll oder nachvollziehbar bewerten könnte. Möglich wäre auch, dass das mutmaßliche Kopfschütteln eher auf zwischenmenschlicher Ebene Claus' Verhalten bewertet, wenn sich bei Jakob z. B. über die gleichzeitige Ergreifung des Turns während Jakobs Erklärung Unmut regt. Es könnte aber auch sein, dass sich diese Art von Kopfschütteln auf seine eigene gleichzeitige lautsprachliche Äußerung bezieht. Vielleicht macht Jakob darin noch einmal zusammengefasst deutlich, wie man verschiedene Reihenfolgen generieren kann in Abgrenzung dazu, dass gleiche Reihenfolgen nicht in der Lösungsmenge vorkommen sollten. Möglich wäre letztlich auch, dass das hin- und her Bewegen des Kopfes mehr ein hin- und her Schauen z. B. zwischen den Kärtchenreihen und dem restlichen Kartenstapel, den Tigerfiguren oder dem Podest ist, das schließlich mit einem Blick zu Claus und dem Arbeitsbereich endet. Der Blick zum Arbeitsbereich könnte für einen Schluss der Erläuterung als Rückblick auf das Erklärte oder Geschaffte stehen oder dafür, dass Jakob möglicherweise noch abschließend etwas gezielt zu den Reihenfolgen äußert. Der Blick zu Claus am Ende adressiert möglicherweise die gleichzeitige lautsprachliche Äußerung noch einmal direkt an Claus.

In der Lautsprache äußert Jakob „dann isses ja sieben aber zwei is ja unlogisch also kannstes net nur se e dann kanns net sieben sein sondern sechs“. Die Einleitung mit „dann“ deutet auf eine Schlussfolgerung aus einer vorhergehenden Auseinandersetzung hin. Es wäre möglich, dass sich „dann“ und die nachfolgende Schlussfolgerung auf das von Jakob zuvor Gesagte bezieht („E z wenn man zwei Möglichkeiten zweimal macht dann isses ja unlogisch (.)“, Äußerung I7e). Jakob formuliert hier, dass „es“ – zusammengezogen mit dem Verb *sein* zu „isses“ mit hessisch dialektalem Einschlag – „sieben“ sei. Dieses Zahlwort könnte sich auf eine Rechnung als Ergebnis dieser beziehen, die Jakob hier möglicherweise im Kopf durchgeführt hat. Es wäre auch möglich, dass das Zahlwort *sieben* das Ergebnis aus einem Abzählprozess heraus darstellt. In Bezug auf das, was Jakob zuvor formulierte und gestisch anzeigte, hat er sich bisher immer mit dem Erzeugungs-Algorithmus von zwei Reihenfolgen

beschäftigt, bei denen die 1. Positionen gleich besetzt sind, während die anderen zwei Positionen jeweils in den beiden Reihenfolgen vertauscht sind. Daraus schloss Jakob, dass es nur sechs Möglichkeiten insgesamt geben könne und beschrieb auch, dass doppelte Möglichkeiten („zwei Möglichkeiten zweimal“, Äußerung 17e) in der Lösungsmenge seiner Meinung nach nicht vorkommen sollten, da dies „unlogisch“ sei. Es ist also möglich, dass Jakob hier die sechs von ihm als vollzählig bezeichnete Reihenfolgen zählt, plus eine doppelte Reihenfolge, die eine gleiche Positionsbesetzung wie eine der sechs Reihenfolgen aufweist. Möglich wäre auch, dass Jakob pro Tier aus seinem eben beschriebenen Algorithmus des Erzeugens von zwei „fast gleich[en]“ (Äußerung 17b) Reihenfolgen mit zwei Reihenfolgen rechnet, die man auf diese Weise generieren kann. Damit würden $2+2+2$ Reihenfolgen entstehen, während man $+1$ rechnen könnte, wenn man eben eine weitere gleich besetzte Reihenfolge doch zur Lösungsmenge zählte. Jakob lässt hier die Begriffe *Reihenfolgen* oder *Möglichkeiten* aus, vielleicht weil er davon ausgeht, dass für alle Anwesenden deutlich ist, über was er hier spricht. „Aber zwei is ja unlogisch“ könnte eine Wiederholung zu seiner vorherigen lautsprachlichen Äußerung sein, in der er zwei gleiche Möglichkeiten als unlogisch bezeichnete und dies hier vermutlich auf die Lösungsmenge aller voneinander verschiedenen Reihenfolgen aus drei Tieren bezog, in der seiner Meinung nach keine zwei gleichen Möglichkeiten vorkommen können. In der Folge nutzt Jakob die Konjunktion „also“, das ebenfalls auf einen darauffolgenden Schluss hindeutet und diesen einleiten kann. „Also kannstes net nur se e“ ist offenbar ein angefangener Satz, in dem er sich mutmaßlich verspricht. „Kannstes“ könnte mit Blick auf Jakobs hessischen Dialekt für *kannst du* es stehen. Möglich wäre, dass er hier bspw. sagen wollte *also kannst du es nicht in die Lösung aufnehmen* und sich dabei auf zwei gleiche Reihenfolgen bezieht. „Net nur se e“ ist vermutlich ein Versuch einer Äußerung, die er aber abbricht und offenbar neu ansetzt mit „dann kanns net sieben sein sondern sechs“. Vielleicht wollte Jakob mit „se e“ bereits das Zahlwort sechs nennen. Es könnte sein, dass er sich einfach beim Zahlwort verspricht, dies bemerkt und gleich darauf eine Korrektur vornimmt zum Zahlwort sieben. Er entkoppelt die Formulierung auch von einem in dem ersten Versuch verwendeten *du* innerhalb von „kannstes“. Damit bekommt sie möglicherweise einen höheren Allgemeinheitsgrad. Inhaltlich bezieht er sich hier vermutlich erneut auf die Reihenfolgen, bei denen Jakob offenbar davon ausgeht, dass es nur sechs, und zwar genau die von den Schülern gefundenen sechs Möglichkeiten geben kann. Er stellt vermutlich hier gegen Ende seiner zweiten Erläuterung noch einmal klar, dass man auf sieben Reihenfolgen kommen würde, wenn man zwei gleiche Möglichkeiten in die Lösungsmenge aufnehmen würde und dies hält er offenbar für unlogisch. Jakob führt hier diese Erläuterung bezüglich der Anzahl der Reihenfolgen im Grunde als zusätzliche Begründung dafür an, warum es nur sechs Reihenfolgen geben kann, während er zuvor eher mit der Gestalt bzw. den Positionsbesetzungen der Reihenfolgen argumentierte und hier herausstellte, dass es zwar „fast gleich[e]“ geben könne mit z. B. der 1. Position gleich besetzt, aber eben mindestens zwei Positionen offenbar vertauscht sein müssen, damit Reihenfolgen aus drei Elementen verschieden voneinander sind und damit in Jakobs Augen

begründeter Bestandteil der Lösungsmenge des gegebenen mathematischen Problems des Findens aller Reihenfolgen aus drei Tieren sein können.

Mit dieser Äußerung endet die Transkriptsequenz.

Anhang 2-2: Ausführliche Interaktionsanalyse 2: Jana und Ayse – Kombinatorik

Beispiel 2

Äußerung 1-3	Ayse bemerkt „Das hatten wir schon gehabt“, dem Jana offenbar widerspricht.
Äußerung 4-8	Jana fällt offenbar etwas im Arbeitsbereich auf, was zu Veränderungen an den Reihenfolgen führt.
Äußerung 9	B stellt die Frage „Habt ihr die schon/“ und meint vermutlich eine Reihenfolge.
Äußerung 10-12	Beide Schülerinnen rücken die bereits gelegten fünf Reihenfolgen nach oben auf dem DIN A4 Blatt.
Äußerung 13a u. b-16	Jana legt offenbar eine neue Reihenfolge mit Kärtchen.
Äußerung 13c u. d-17	Jana macht offensichtlich auf eine Entdeckung von ihr aufmerksam, zu der B eine Frage stellt und Jana etwas erläutert.
Äußerung 19-20	Jana stellt fest „jetzt haben wir alle Reihen/“, was Ayse mit „ja“ kommentiert.

Tab. 2-2_2 Gliederung der Interaktionssequenz 2

Allgemeine Beschreibung

Zu Beginn der Sequenz kommentiert Ayse vermutlich die gerade auf dem Podest gestellte Reihenfolge: *weißer Tiger – brauner Tiger – Elefant*.³¹⁹ Sie äußert „die hatten wir schon gehabt“ (Äußerung 1a) und verweist gleichzeitig gestisch auf eine Kärtchenreihe auf dem DIN A4 Blatt. Damit ist Jana offensichtlich nicht einverstanden und äußert dies deutlich mit „nein/“ (Äußerung 2). Ayse scheint im Anschluss über die einzelnen Kärtchen in den jeweiligen Reihenfolgen immer von Position 1 zu Position 3 zu tippen (Äußerung 1b), was auf ein Zählen der Kärtchen oder ein Überprüfen der bereits gefundenen Reihenfolgen, möglicherweise als Konsequenz von Janas Widerspruch hindeuten könnte. Im Anschluss bemerkt Jana offenbar zu den bereits gefundenen Reihenfolgen: „Braunen Tiger hatten wir (.) erst da in der Mitte (..)“ (Äußerung 3) und zeigt gleichzeitig auf die zweite Position in der unteren, 5. Kärtchenreihe. Möglicherweise möchte sie hier darauf hinaus, dass der braune Tiger bereits in der 2. Position vorgekommen ist und daher nun auf einer alternativen Position gelegt werden müsste. Daraufhin äußert sie „oh“ (Äußerung 4a), was auf eine Entdeckung ihrerseits hindeuten könnte oder auch darauf, dass sie ihre eigene eben eingebrachte Äußerung kritisch hinterfragt. Ayse betrachtet offenbar genauer die gelegten Reihenfolgen (Äußerung 5), während Jana in Äußerung 4b lautsprachlich „Oh (..) oh (*lacht*)“ hervorbringt. Äußerung 4b könnte eine Art Wiederholung zu Äußerung 4a sein. Das Lachen von Jana könnte die Vermutung des Hinterfragens ihrer eigenen Äußerung unterstreichen und für Unsicherheit oder ein peinliches berührt Sein, angesichts ihres eigenen Agierens, stehen. Ihr gleichzeitig wiederholtes Vertauschen der weißen Tigerfigur mit dem Elefanten

³¹⁹ Die Reihenfolgen sind in der Regel aus Sicht der Schülerinnen in Leserichtung beschrieben. Sollten andere Beschreibungen für die Nachvollziehbarkeit der Analyse sinnvoll sein, wird darauf eigens hingewiesen.

auf dem Podest könnte dafürstehen, dass Jana ihr vorheriges Agieren als unzulässig oder nicht richtig einschätzt und daher den Ausgangszustand wieder herstellen möchte. Daraufhin äußert Ayse „Mach des halt einfach- (*unverständlich*) baaa“ (Äußerung 7), was möglicherweise eine Anweisung an Jana sein könnte bezüglich der aktuell gestellten oder einer noch zu stellenden oder auch zu legenden Reihenfolge. Ayse spricht hier offenbar in hessischem Dialekt und möchte vielleicht Jana das Agieren überlassen. Jana beginnt daraufhin damit, Kärtchenreihen zurecht zu rücken und äußert lautsprachlich „(Nein) du kannst (*unverständlich*) (...)“ (Äußerung 8). Vielleicht möchte sie damit Ayse signalisieren, dass Ayse selbst die Kärtchenreihe legen soll und Jana zeigt zeitgleich ein Beschäftigt sein mit dem Zurechtrücken bereits gelegter Kärtchenreihen. B stellt in Äußerung 9 die Frage „habt ihr die schon/“, was sich vermutlich auf eine Reihenfolge, wahrscheinlich die Reihenfolge, die auf dem Podest steht, bezieht. In Äußerung 10a wird diese Frage offenbar von Jana kurz mit „nein/“ beantwortet, bevor Jana an Ayse gerichtet den Hinweis gibt, wie eine weitere Kärtchenreihe noch auf das Blatt Papier passen könnte. In Äußerung 12 scheint Ayse mit „**okay**“ möglicherweise darauf zu reagieren. In der weiteren Interaktion legt Jana nun offenbar mit den Kärtchen die auf dem Podest stehende Reihenfolge als 6. Reihe auf dem DIN A4 Blatt nach und macht dabei offenbar eine weitere Entdeckung, die sie mit „guck“ (Äußerung 13c) und einem Hin- und Herzeigen zwischen Kärtchenreihen/-positionen (13c.21ff) einleitet. B fragt offenbar deshalb an Jana gerichtet „was siehst du da/“ (Äußerung 17), worauf Jana offenbar eine Erläuterung äußert: „zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**“ (13d). Dabei zeigt sie mit einer G-Handform offenbar paarweise auf die 2. Positionen von untereinanderliegenden Reihen (13d.35ff) und beginnt bei den ersten beiden Reihenfolgen auf dem DIN A4 Blatt. Mit „Jetzt haben wir alle Reihn/“ (Äußerung 19) und einer offensichtlichen Zustimmung Ayses endet die Transkriptsequenz.

Ausführliche Analyse der Einzeläußerungen – Rekonstruktion von Interpretationsalternativen und Turn-By-Turn Analyse

Äußerung 1a (a-b):

Ayses Körperhaltung zu Beginn der Sequenz zeigt eine Position, von der aus sie den Arbeitsbereich gut überblicken kann, die Distanz schafft, aus der sie aber auch relativ zügig zu einer Aktion, z. B. am Material Tierfiguren oder den Kärtchen übergehen könnte: Sie steht am Tisch, die Hände in Faustform darauf abgelegt und blickt zum Arbeitsbereich. Die Zugewandtheit der rechten Hand zu Jana könnte darauf hindeuten, dass sie im Team zusammenarbeiten im Sinne von Gemeinschaft oder auch eine Turnübergabe zu Jana einleiten. Die Faustform und das Betrachten von oben stehen vielleicht für ein Sammeln, für eine Überprüfung oder Überlegung, die Ayse hier ausführt. Möglich wäre, dass sie weitere Reihenfolgen finden möchte und daher das bisher geschaffte aus einer gewissen Distanz betrachtet, aus der sie möglicherweise auch Strukturen erkennen kann, die sie im Erzeugen einer oder mehrerer weiterer Reihenfolgen unterstützen können. In der Folge zeigt Ayse offenbar etwas an den ersten Kärtchenreihen (vermutlich an den Reihen 1-3).

Möglicherweise adressiert Ayse durch die Drehung ihrer Faust vor dem Zeigen zu Jana ihre Äußerung an Jana. Das Zeigen ist zwischen den ersten beiden Positionen der ersten Kärtchenreihen (Reihen 1-3) zu verorten: Es könnte sein, dass Ayse hier etwas aufgefallen ist, bspw., dass der weiße Tiger sowohl bei der ersten als auch bei der zweiten Reihe auf Position 2 liegt. Es ist auch möglich, dass Ayse hier etwas verändern möchte oder die Reihen mit der aktuellen Reihenfolge auf dem Podest vergleicht. Hier könnte ihr aufgefallen sein, dass die ersten beiden Reihen mit dem weißen Tiger in der Mitte gebildet wurden, während auf dem Podest nun eine Reihenfolge mit braunem Tiger in der Mitte steht. Ebenso könnte sie darauf verweisen wollen, dass es bereits eine Reihenfolge mit dem weißen Tiger auf der ersten Position gibt, nämlich in Kärtchenreihe 3. Außerdem liegen in Kärtchenreihe 2 der braune und der weiße Tiger nebeneinander auf den ersten beiden Positionen und auch auf dem Podest stehen sie in umgekehrter Reihenfolge aus Sicht der Schülerinnen aktuell nebeneinander. In all diesen Lesarten bezöge sich jeweils das Zeigen von Ayse auf die Relation zwischen den Tierfiguren auf dem Podest und bereits dokumentierter gefundener Reihenfolgen in Form der Tierkärtchen. Es könnte aber auch sein, dass Ayse hier zunächst nur die Kärtchenreihen in den Blick nimmt und die aktuell auf dem Podest gestellte Reihenfolge nicht in ihre Äußerung mit einbezieht. Die Äußerung scheint hier noch nicht abgeschlossen, denn Ayse verbleibt fixiert in der Zeigeposition. Dies könnte ein Markieren unterstreichen im Sinne eines Festhaltens, möglicherweise auch des dazu gedachten Gedankens. Mit dem Einfrieren ihrer Gestik könnte Ayse auch Jana dazu bringen zu wollen, sie zu dem zu äußern, was Ayse hier gerade anzeigt und möglicherweise lautsprachlich mit einer Erkenntnis beschreibt.

In der Lautsprache bringt Ayse die Äußerung „das hatten wir schon gehabt“ hervor. Sie formuliert es stärker als Tatsache und lässt mit der Stimmsenkung am Ende weniger Raum für ein Hinterfragen dieser Äußerung. Vermutlich bezieht sich die Äußerung auf die gerade auf dem Podest gestellte Reihenfolge, die Ayse vielleicht in den bereits mit den Kärtchen gelegten Reihenfolgen gefunden haben könnte und diese Erkenntnis mit ihrer Gestik markiert und verortet. Es könnte aber auch sein, dass Ayse die zuletzt gelegte Reihenfolge 5 im Vergleich zu einer in den oberen Reihen befindlichen anderen nachgelegten Reihenfolge als bereits gehabt markiert. Ayse ist sich dabei offenbar in ihrer Beobachtung sehr sicher. Mit „das“ zu Beginn der Äußerung bezeichnet Ayse hier also vermutlich eine ganze Reihenfolge. Es ist aber auch möglich, dass Ayse mit „das“ auf eine einzelne Position verweist, die bereits in den dokumentierten Reihenfolgen in der gleichen Form besetzt war, wie in der aktuell auf dem Podest stehenden Reihung. Dafür könnte sprechen, dass Ayse auf die oberen Reihen zeigt, vielleicht also z. B. den weißen Tiger in erster Position in Reihe 3 meint. Ayse könnte also davon ausgehen, dass auf dem Podest aktuell eine Reihenfolge steht, die von den Schülerinnen bereits gefunden wurde und die innerhalb der ersten Reihen der Kärtchen auf dem DIN A4 Blatt dokumentiert ist. Möglich ist auch, dass Ayse innerhalb der bereits gefundenen und dokumentierten Reihenfolgen eine Dopplung von Reihenfolgen erkannt hat und dies nun deutlich machen möchte. Dann würde sich ihrer Lautsprache und die Gestik

ausschließlich auf die bereits nachgelegten Reihenfolgen beziehen und keine Relation herstellen zwischen der auf dem Podest stehenden und den bereits nachgelegten Reihen. Ebenso könnte sich die Äußerung auf eine bereits in der von ihr gemeinten Weise besetzten Position beziehen.

Es könnte sein, dass Ayse sich bezüglich der auf dem Podest stehenden Reihenfolge hauptsächlich am weißen Tiger in erster Position orientiert und implizit davon ausgeht, dass die Besetzung der ersten Position mit dem weißen Tiger zu genau einer Reihenfolge führt, die aber bereits in den Kärtchenreihen dokumentiert ist. Somit könnte sie der Meinung sein, dass aktuell auf dem Podest keine neue Reihenfolge steht in Bezug auf die bereits gefundenen. Ayse könnte auch der Meinung sein, dass die zuletzt gelegte Reihenfolge 5 bei den Kärtchen bereits mit dem weißen Tiger auf der ersten Position in Reihe 3 zu finden ist. Es ist auch möglich, dass Ayse sich auf die ersten beiden Kärtchenreihen bezieht und davon ausgeht, dass brauner und weißer Tiger innerhalb der bereits gefundenen Reihenfolgen zweimal nebeneinanderstanden und daher aktuell auf dem Podest eine Reihung steht, die bereits gefunden ist, weil auch hier brauner und weißer Tiger nebeneinanderstehen. In diesem Fall würde Ayse weniger das Aufeinanderfolgen der Positionen beachten und stärker darauf schauen, welche Tiere nebeneinanderstehen. Es könnte aber auch sein, dass Ayse die Leserichtung flexibel deutet und daher zu der Einschätzung kommt, dass die auf dem Podest stehende Reihenfolge bereits gefunden ist. Dies könnte daraus resultieren, dass alle Tiere auf dem Podest nach rechts schauen und damit der Elefant als in der I. Position stehend gedeutet werden kann. Die Anordnung kann aber auch dazu führen, dass man den weißen Tiger in der ersten Position deutet. So könnte Ayse der Meinung sein, dass die erste nachgelegte Reihenfolge mit dem Elefanten in Position I der Reihenfolge entspricht, die auf dem Podest steht, möglicherweise weil sich Ayse zunächst nur an der ersten Position orientiert.

Mit „wir“ meint Ayse entweder sich und Jana oder bezieht B mit ein. Sie markiert damit in jedem Fall, dass sie gemeinsam mit anderen etwas offenbar schon erarbeitet oder geschafft hat und unterstreicht damit auch die Zusammenarbeit. Die Stimmsenkung am Ende weist über die eigene Überzeugung bezüglich ihrer Aussage hinaus darauf hin, dass sie ihre Äußerung hier zunächst abgeschlossen hat und an Jana (oder B) den Turn übergibt bzw. durch die Stimmsenkung eine Stelle markiert, an der die anderen Interaktionsteilnehmerinnen den Turn ergreifen könnten.

In der Folge könnte Jana zustimmen oder auch widersprechen. Im ersten Fall könnte sie ihre Zustimmung äußern oder auch zunächst wortlos damit beginnen, eine andere Reihenfolge mithilfe der Tierfiguren zu stellen im Sinne eines Fortfahrens. Ebenso könnte Jana darauf hinweisen, dass die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge bereits in Kärtchenreihe fünf gelegt wurde (je nachdem, ob man den weißen Tiger oder den Elefanten in erster Position wahrnimmt) und nicht in den oberen Kärtchenreihen, auf die Ayse hier zeigt. Es ist auch möglich, dass Jana Ayses' Aussage und ihr Zeigen auf die erste Position in Reihe drei

(weißer Tiger) bezieht und Ayse darauf hinweist, dass der weiße Tiger öfter als einmal in I. Position stehen kann. Möglich ist auch, dass B oder auch Jana fragen, woran Ayse ihre Aussage festmacht.

Äußerung 2:

Diese Äußerung wird von Jana hervorgebracht. Sie sieht sich offenbar in der Lage und gleichzeitig auch angesprochen, etwas zu Ayses Äußerung I zu sagen. Es könnte aber auch sein, dass sie eine davon unabhängige Idee einbringt. Janas Körperhaltung ist ähnlich wie Ayses' Haltung zu Beginn zu beschreiben und verweist ebenso auf ein Überblicken des Arbeitsbereiches aus der Distanz. Möglich, dass beide Schülerinnen in dieser Phase der Situation ihr bisher Geschafftes betrachten und nun z. B. nach Auffälligkeiten in den bereits gefundenen Reihenfolgen (Kärtchenreihen) suchen oder weitere Reihenfolgen finden wollen und hier z. B. die Übersicht, stehend über dem Arbeitsbereich nutzen, um diese identifizieren zu können. Auf Konzentration, möglicherweise in diesem Sinne einer intensiven Suche nach neuen Reihenfolgen oder nach Auffälligkeiten in den bereits gefundenen Reihen, deutet auch Janas Handform mit der rechten Hand hin, die zwar außerhalb des Arbeitsbereiches liegt, aber durch den leicht ausgestreckten Zeigefinger möglicherweise auf ein Festhalten eines Gedankens o. Ä. verweisen könnte. Die linke Hand von Jana ist in Aktionsbereitschaft angewinkelt zwischen beiden Mädchen platziert, so dass sie relativ leicht an den Kärtchenreihen oder auch an der Reihenfolge der Tiere auf dem Podest Veränderungen vornehmen könnte. Offenbar belässt es Jana aber an dieser Stelle noch dabei, Aktionsbereitschaft zu signalisieren, jedoch keine konkrete Handlung oder Gestik im Arbeitsbereich auszuführen. Damit überlässt sie zunächst Ayse das Feld, ohne sich dabei allzu stark zurückzunehmen oder sich gar aus dem Arbeitsbereich zurückzuziehen. Lautsprachlich könnte sie also hier die Turnübernahme genutzt haben, die sich nach der StimmSenkung von Ayse in Äußerung I ergeben hat.

In der Lautsprache äußert Jana ein langgezogenes und durch die Stimmhebung am Ende betontes „nein/“. Damit widerspricht sie offenbar Ayses Aussage aus Äußerung I und es wirkt so, als würde sie durch die Stimmhebung andeuten wollen, dass sie auch begründen kann, warum sie hier anderer Meinung ist, oder in der Folge noch dazu ansetzen wird. Dies tut sie hier aber zunächst nicht, möglicherweise, weil Jana hier ihren Widerspruch für nicht erklärungsbedürftig oder aussagekräftig genug hält oder weil sie Ayse Zeit zum Nachvollziehen einräumen möchte. Es ist auch möglich, dass Jana eine Rückfrage von Ayse nach diesem relativ deutlichen Widerspruch erwartet und hier deshalb nicht gleich eine Erklärung anschließt. Zudem unterstreicht es die Wirkung des Neins. Jana traut Ayse möglicherweise auch zu, dass sie durch Janas Nein bereits selbst erkennt, dass die aktuell gestellte Reihenfolge auf dem Podest noch nicht gefunden wurde. Dies könnte sich dann ergeben, wenn die Reihenfolge mit dem Elefanten in der I. Position gelesen wird. Jana könnte Ayses „schon gehabt“ (Äußerung I) so interpretieren, dass Ayse die Reihenfolge auf dem Podest als bereits nachgelegt in den Kärtchenreihenfolgen bezeichnet.

In der Folge könnte Ayse oder auch B eine Erklärung einfordern, warum Jana hier widerspricht. Es kann auch sein, dass Jana nach einer Pause, in der möglicherweise weder Ayse noch B den Turn ergreifen, selbst den Turn weiterführt und eine Erklärung zu ihrem „nein!“ produziert.

Äußerung 1b (a-b):

Diese Äußerung wird von Ayse als Fortführung von Äußerung 1a produziert, die damit offenbar den Turn erneut aufgreift, den sie möglicherweise zuvor mit ihrer eingefrorenen Gestik festgehalten hat. Die Äußerung findet zumindest teilweise gleichzeitig zu Äußerung 2 statt. Damit könnte sie eine sich direkt anschließende Reaktion Ayses auf Janas Nein sein oder auch eine reine Fortführung von Ayses Äußerung 1a, ohne auf Janas Widerspruch einzugehen.

Ayse führt tippende bzw. zeigende Bewegungen über den Kärtchenreihen aus. Dies könnte dafürsprechen, dass sie aktuell lediglich die Kärtchenreihen und nicht die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge fokussiert und in Verbindung mit Äußerung 1b davon ausgehen könnte, dass in den gelegten Kärtchenreihen eine Reihenfolge ist, die bereits gefunden wurde. Es ist aber durchaus auch möglich, dass sie mit Äußerung 1a die auf dem Podest gestellte Reihenfolge in Relation mit den bereits gelegten Reihenfolgen sieht und nun mit den tippenden Bewegungen über den gelegten Kärtchenreihen diese noch einmal genau überprüft und bspw. mit der gestellten Reihenfolge vergleicht. Ebenso könnte ihr Tippen als Überprüfen aus Janas Widerspruch heraus erzeugt sein.

Ayse tippt offenbar über alle bzw. sämtliche Kärtchenreihen, und zwar immer über alle drei Positionen von links nach rechts, und bewegt sich dabei reihenweise von oben nach unten. Ihre Gestik gleicht damit einer Zählbewegung, die hier zumindest überraschend scheint, denn das Abtippen der einzelnen Positionen würde in diesem Fall auf ein Zählen der einzelnen Kärtchen verweisen, was zunächst weder in Bezug auf die Hervorbringung einer Lösung des gegebenen mathematischen Problems noch bezüglich Janas Einwand eine Klärung herbeiführen könnte. Es kann sein, dass Ayse aufgrund von Janas Nein oder auch unabhängig davon eine neue Idee entwickelt hat, wie sie die bereits mit den Kärtchen gelegten Reihenfolgen nach Dopplungen untersuchen kann. Möglich ist aber auch, dass Ayse hier eine Art Übersprungshandlung zeigt: Sie zeigt sich durch das Abtippen der Reihen beschäftigt und befreit sich somit gewissermaßen von der Äußerungserwartung der Nachfrage, die sich nach dem betonten und noch nicht begründeten Nein von Jana in Äußerung 2 ergeben haben könnte. Ayse könnte nach Janas Nein hier selbst eine Handlung erzeugen wollen, die nun Jana in die Situation bringt, nachfragen zu müssen, was Ayse hier tut, vorausgesetzt, es wird nicht aus deren begleitender Lautsprache deutlich. Es kann auch sein, dass sie mit dem Abtippen der Positionen in den gelegten Reihenfolgen genau überprüft, wie die Abfolge der einzelnen Reihen ist und hier nach einer Stützung ihrer Aussage in Äußerung 1 sucht. Wenn sie einen Zählprozess zeigt, könnte dies darauf hindeuten, dass sie an einer Stelle, an der sie

nicht weiterweiß, sich auf einen vertrauten mathematischen Bereich bezieht und Zählen als bereits bewährtes Konzept für solche Situationen in Erwägung zieht. Ebenso könnte sich ein Messvorgang dahinter verbergen, bei dem Ayse überprüft, ob z. B. in jeder Reihe eine Kärtchenreihe der Länge 3 gelegt ist.

In der Lautsprache äußert Ayse nichts. Dies kann die Interpretation einer Übersprungshandlung unterstreichen. Ebenso ist es möglich, dass Ayse sich hier in einer Findungsphase einer neuen Strategie befindet und noch nicht äußern kann, was ihre Idee ist. Ayse hält möglicherweise auch ihre Gestik für aussagekräftig genug oder möchte zunächst für sich etwas klären, bevor sie sich an die anderen wendet oder ihnen Einblick in ihr Vorgehen gewähren möchte. Offen bleibt auch, ob sie tatsächlich zählt oder eher den Aufbau von Reihen überprüft.

In der Folge könnte Ayse sich zu Janas Widerspruch aus Äußerung 2 äußern und z. B. ein unterstützendes Argument für ihre Äußerung 1a hervorbringen, welches sie möglicherweise durch das Abtippen der Positionen und Reihenfolgen in den Kärtchenreihen entwickelt hat. Ebenso könnte Jana oder auch B nachfragen, was Ayse hier tut und eine Erklärung ihrer Idee bzw. Vorgehensweise einfordern. Möglich ist auch, dass Jana ungeachtet des Tippens von Ayse nun ihren Widerspruch aus Äußerung 2 erklärt.

Äußerung 3:

Hier stellt nun Jana offenbar eine Relation zwischen der aktuell auf dem Podest stehenden Reihenfolge (*weißer Tiger – brauner Tiger – Elefant*) zu der 5. gelegten Kärtchenreihe (*weißer Tiger – brauner Tiger – Elefant*) her. Zumindest teilweise zeitgleich mit Ayses Äußerung 1b zeigt Jana mit ihrer linken Hand zunächst auf den braunen Tiger in der fünften Kärtchenreihe und bewegt ihre Hand dann zeigend in Richtung Podest bzw. braune Tigerfigur auf der mittleren Position auf dem Podest, wobei die Zeigehand zu einer Flachhand aufgelöst wird. Dies könnte dafür stehen, dass sie ihr Gezeigtes an die Podest-Reihenfolge bindet und quasi dorthin mit ihrer Flachhand im übertragenen Sinne bewegt. Anschließend führt Jana die Hand zeigend wieder zur zweiten Position (brauner Tiger) der 5. Kärtchenreihe zurück, bevor sie die Hand in Staffelhandform in Richtung Ayse weisend auf der Tischplatte vor sich ablegt. Sie könnte damit eine Begründung für ihren Widerspruch in Äußerung 2 leisten, möglicherweise weil sie davon ausgeht, dass Kärtchenreihe 5 und die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge nicht gleich sind. Dies ist dann der Fall, wenn man 1. und 3. Position auf dem Podest und in den Kärtchenreihen verschieden definiert und liest. Auf den Kärtchen sind nur die Tierköpfe zu sehen, die zumindest bei den Tigern im Portrait abgebildet sind und damit für Jana z. B. keine Richtung in der Reihenfolge bzw. keine vorderen und hinteren Positionen in den gelegten Reihenfolgen festlegen. Die Tierfiguren kann man demgegenüber sehr wohl in eine oder die andere Richtung stellen und z. B. durch das Ausrichten aller drei Tiere in eine Richtung festlegen, wo vorne und hinten in der Reihenfolge und damit 1. und 3. Position sind. Es wäre also möglich, dass Jana die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge

entsprechend der Richtung, in welche die Tierfiguren schauen, folgendermaßen wahrnimmt: Der Elefant steht an 1. Position, der braune Tiger steht an 2. Position und der weiße Tiger befindet sich auf der 3. Position. Demgegenüber könnte Jana die 5. nachgelegte Kärtchenreihe in Leserichtung sehen mit dem weißen Tiger in 1. Position, dem braunen Tiger in der Mitte und dem Elefanten in der 3. Position. Damit würde sich auch erklären, warum sie der Aussage Ayses aus Äußerung 1 „das hatten wir schon gehabt“ in Äußerung 2 widersprochen hat und offenbar nicht der Meinung ist, dass die auf dem Podest gestellte Reihenfolge bereits mit den Kärtchen nachgelegt wurde.

Möglicherweise trifft Jana in der Lautsprache eine diese Vermutung stützende Aussage bzw. liefert möglicherweise eine dazu passende Erklärung ihres Widerspruchs aus Äußerung 2.

Tatsächlich äußert Jana lautsprachlich „braunen Tiger hattn wir (.) erst **da** in der Mitte (..)“, wobei sie bei „braunen Tiger“ ihre Zeigebewegung von der 2. Position in Kärtchenreihe 5, bei „hatten wir“ hin zur Tierfigur des braunen Tigers auf dem Podest und bei „**da**“ diese Zeigebewegung zurück zur 2. Position in der 5. Kärtchenreihe ausführt. Damit bindet sie „**da**“ an die 5. Kärtchenreihe und verbindet mit den ersten beiden Zeigebewegungen die braune Tigerkarte aus der 5. Kärtchenreihe mit der braunen Tigerfigur auf dem Podest, was naheliegend erscheint, weil beide Male der braune Tiger die mittlere Position unabhängig von der Leserichtung der Reihenfolgen auf dem Podest und in den Kärtchen besetzt. Es könnte sein, dass Jana in ihrer Wahrnehmung der Positionen der Figuren auf dem Podest und der Positionen in der 5. Kärtchenreihe von unterschiedlichen Reihenfolgen ausgeht und zwar bezüglich der Besetzung der ersten und dritten Position. Gleichzeitig könnte ihre Aussage hier darauf hindeuten, dass die braune Tigerfigur bei den gefundenen Reihenfolgen erst einmal in der Mitte war und daher ein zweites Mal (mit vertauschter 1. und 3. Position) dort sein kann, um zwei voneinander verschiedene Reihenfolgen zu erzeugen. Dafür spricht auch die Betonung des Wortes „**da**“. Jana geht offenbar nicht explizit auf Ayses Tippen über die Kärtchenreihen ein, sondern nutzt diese Äußerung 3 hier eher als eine Erläuterung zu ihrer Äußerung 2. Sie schafft für Ayse gleichzeitig ein Anknüpfungspunkt der Orientierung, nach was man schauen kann: Nach der Besetzung der mittleren Position, die möglicherweise öfter als einmal gleich besetzt werden kann. Die Pausen in der lautsprachlichen Aussage könnten entweder auf kurzes Überlegen bzw. Orientieren in einer komplexen Zeige-Rede-Abfolge hindeuten, die Jana hier leistet. Gleichzeitig könnte es auch auf Unsicherheit verweisen. Möglicherweise fällt Jana auf, dass je nach Leserichtung die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge bereits als gefunden bzw. mit den Kärtchen nachgelegt bezeichnet werden könnte oder auch nicht und kommt deshalb hier ins Stocken oder sie muss kurz suchen, welche Reihenfolge in den Kärtchenreihen ein markantes gleiches Merkmal wie die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge aufweist. Die mittlere Position ist dabei unabhängig von der Leserichtung der Reihenfolge auf dem Podest unstrittig, da es bezüglich dieser Positionszuordnung zunächst nicht bedeutsam erscheint, ob man nun den Elefanten oder den weißen Tiger auf der ersten Position sieht.

In der Folge könnte Ayse oder auch B nachfragen, was Jana hier genau meint. Ebenso könnte Ayse auf ihre Äußerung I beharren und argumentieren, warum sie dieser Meinung ist.

Äußerung 4a (a-b):

In dieser von Jana hervorgebrachten Äußerung scheint sich Unsicherheit zu zeigen, denn Jana führt eine eher unklare Bewegung mit beiden Armen über den Kärtchenreihen aus, die von Stocken (vgl. 4a.2 u. 4a.3) und einem offenbar zweimaligen Ansetzen der Bewegung geprägt ist. Möglicherweise ist ihr etwas aufgefallen, was ihr noch unklar erscheint. Es wäre auch möglich, dass Jana zunächst eine Aktion an den oberen Kärtchenreihen oder den Tierfiguren auf dem Podest beabsichtigte, diese dann aber abbricht und die Hände wieder zu sich zurückführt. Es wäre auch anzunehmen, dass ihr an den oberen Kärtchenreihen etwas aufgefallen ist, was sie mit dieser Bewegung deutlich machen möchte. Dann könnte das Stocken über den Kärtchenreihen einen wichtigen Punkt in ihrer Äußerung markieren und das Zusammen- und Auseinanderführen der Hände etwa für ein Verweisen auf Reihenfolgen als Gesamtheit stehen. Das Zusammenführen könnte auch auf die mittlere Position verweisen, die Jana nun vielleicht besonders betrachten möchte. Dies würde zur ihrer vorherigen Äußerung 3 passen, in der sie den braunen Tiger in der mittleren Position einer Reihenfolge thematisierte. Zusätzlich könnte die symmetrische Handhaltung für zwei gleiche Reihenfolgen stehen, die Jana nun entdeckt haben könnte.

In der Lautsprache wird „oh“ geäußert, was sowohl die Unsicherheit als auch eine neue Entdeckung im Sinne von überrascht sein unterstreichen könnte. Da keine weitere Erläuterung folgt, ist ersteres möglicherweise wahrscheinlicher. Ebenso unterstreicht die fehlende weitere Erläuterung die Annahme eines Neuansetzens in der Bewegungsabfolge.

Im Folgenden könnte Ayse nachfragen, was Jana mit „oh“ genau meint, also z. B. eine neue Idee oder etwas, das sie bei den bereits gelegten oberen Kärtchenreihen entdeckt und potentiell als problematisch erkannt hat. Es ist auch möglich, dass Jana sich erklärt und äußert, was genau sie hier entdeckt hat. Ebenso könnte sich B einschalten und z. B. fragen, was Jana aufgefallen ist. Ebenso könnte B oder auch Ayse noch einmal deren Tippen über den Kärtchenreihen thematisieren.

Äußerung 5:

Diese Äußerung wird von Ayse hervorgebracht und findet teilweise zeitgleich zur Äußerung 4a von Jana statt. Der Bewegungsablauf von Ayses Gestik beginnt und endet mit dem Zeigen der Handinnenflächen. Diese Bewegung rahmt gewissermaßen ein, was Ayse gestikuliert. Die Tatsache der Wiederholung dieser Geste des Zeigens der Handinnenflächen und ihre Platzierung zu Beginn und am Ende der Äußerung könnte dahingehend gedeutet werden, dass Ayse hier Ratlosigkeit signalisiert im Sinne der leeren Handfläche. Gleichzeitig könnte es sein, dass sie etwas erklärt, was ihr sozusagen trivial oder auch selbstverständlich erscheint und sie deshalb ihre Handinnenflächen zeigt. Es handelt sich im gesamten

Bewegungsablauf um symmetrische Gestenbewegungen mit beiden Händen. Das Drehen des DINA4 Blattes mit den gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen um wenige Grad zu sich in der Mitte der Bewegungsabfolge deutet darauf hin, dass Aysel hier etwas nachschaut oder beabsichtigt, dies zu tun. Es ist auch möglich, dass sie sich in ihrer eventuellen Ratlosigkeit etwas zuwenden möchte, was als relativ sicher und dokumentiert gilt – den bereits gefundenen Reihenfolgen. Eventuell ist ihr auch etwas aufgefallen, was sie mit dem Blick auf das DINA4 Blatt nun nachschauen möchte oder sich deutlich machen möchte. Das geringe Drehen zu sich zeigt zwar einen gewissen Besitzanspruch Ayses, steht aber zeitgleich auch dafür, dass sie trotzdem Jana weitere Einblicke in die bereits gefundenen Reihenfolgen ermöglichen möchte. Der Blick Ayses zu B vor der zweiten Geste des Zeigens der Handinnenflächen kann die Annahme von Ratlosigkeit oder einer Erklärung einer in Ayses' Augen trivialen Sache unterstreichen, so als würde sie sich nun derjenigen Person zuwenden, welche das mathematische Problem zur Diskussion gestellt hat, um bei ihrer Zustimmung, Rat oder auch einen Hinweis darauf zu finden, dass ihre bisher zusammengetragenen Ergebnisse ausreichend sind, um das Problem hinreichend zu bearbeiten. Das Ablegen der Hände am unteren Rand des Blattes, auf dem die gefundenen Reihenfolgen liegen, deutet darauf hin, dass Aysel möglicherweise ihre Betrachtung dieser Reihenfolgen noch nicht abgeschlossen hat. Es ist bisher noch nicht explizit geklärt worden, ob die gerade auf dem Podest stehende Reihenfolge bereits nachgelegt wurde oder nicht. Möglicherweise ist es hier das, was Aysel überprüfen möchte und dabei tauchen Fragen, Schwierigkeiten oder auch eine Erkenntnis auf, die sie nun äußert.

Lautsprachlich produziert Aysel eine unvollständige Äußerung: „Ey wie sn“. Möglicherweise ist dies wegen des Fragewortes „wie“ als Anfang einer Frage zu verstehen, die Aysel hier stellt. Ebenso deutet das „ey“ zu Beginn darauf hin, dass ihr möglicherweise eine Idee gekommen ist und sie durch diesen Anfang die Aufmerksamkeit der Interaktionspartnerinnen auf sich lenken möchte. „Sn“ könnte entweder ein lautsprachlich undeutlich ausgesprochenes „sind“ oder „ist“ sein oder den Abbruch der Äußerung markieren. Es ist möglicherweise deshalb nicht mehr als vollständiges Wort zu erkennen. Die Stimmsenkung am Ende unterstreicht hier die Deutung des Abbruchs der Äußerung. Eventuell erscheint Aysel beim Blick auf die gefundenen Reihenfolgen ihre Idee/Frage oder ihr Hinweis als nicht mehr zentral. Es ist möglich, diese unvollständige Äußerung als weiteren Ausdruck von vorübergehender Ratlosigkeit für das weitere Vorgehen zu deuten. Es kann aber auch sein, dass Aysel nun etwas aufgefallen ist und sie deshalb ihre Äußerung unterbricht, um ganz in Gedanken die Reihenfolgen weiter betrachten zu können. Sollte sie ihren Ausspruch an Jana gewandt haben, könnte es auch eine Art Nachfrage zu deren Feststellung aus Äußerung 4 sein: Hier äußerte Jana mit dem Verweis auf die Kärtchenreihe 5, dass der braune Tiger in der Mitte sei. „Ey wie sn“ könnte dann möglicherweise auch der Beginn einer Frage nach dem sein, wie das gemeint ist oder wie das vielleicht bei den anderen Tieren in den bereits gefundenen Reihenfolgen ist: Stehen diese bspw. auch einmal oder auch mehrmals in der Mitte? „Ey wie sn“ könnte letztlich auch die Frage einleiten, wie die 1. und 3. Position auf

dem Podest und auf den nachgelegten Reihenfolgen zu deuten sind bzw. welche Festlegungen hier bestehen. Es ist möglicherweise also der Beginn der Frage nach der Leserichtung.

In der Folge könnte Jana fragen, was Ayse hier meinte oder auch B sich von Ayses Blick und ihrer unfertigen Äußerung angesprochen fühlen und sich zu Wort melden. Ebenso könnte Jana eine Erläuterung zu ihrer Äußerung 4a in die Situation einbringen. Ayse könnte zudem eine Idee äußern, die sie möglicherweise gerade beim Anblick der Reihen entwickelt hat.

Äußerung 4b (a-b):

Diese Äußerung als Weiterführung von Äußerung 4a wird von Jana hervorgebracht. Im ersten Teil der Bewegung scheint Jana den weißen Tiger und den Elefanten auf dem Podest auszutauschen. Dies erscheint insofern überraschend, als dass Jana in Äußerung 2 Ayses Feststellung aus Äußerung 1b („das hatten wir schon gehabt“) mutmaßlich widersprochen hatte. Folglich wäre ihr zu unterstellen, dass sie die auf dem Podest stehende Reihenfolge nicht als bereits gefunden bewertet und dennoch verstellt sie hier nun die Tiere der Außenpositionen. Die Bewegung wird abgeschlossen mit einem Blick auf die Kärtchenreihen, möglicherweise um hier zu überprüfen, ob die nun auf dem Podest neu entstandene Reihenfolge bereits gefunden bzw. nachgelegt ist. Damit stellt Jana offenbar erneut eine Relation zwischen der auf dem Podest gestellten und den bereits gefundenen nachgelegten Reihenfolgen in Form der Kärtchenreihen her. Die Vertauschung der Tierfiguren an sich startet mit einem Anheben beider Figuren mit der linken und der rechten Hand, wobei die Zeigefinger abgespreizt sind. Dies könnte so ausgeführt werden, um die besondere Bedeutung dieser Vertauschung durch das Abspreizen der Zeigefinger deutlich zu machen. Es ist auch möglich, dass Jana hier vorsichtig vorgehen möchte – möglicherweise, weil ihr selbst etwas unklar ist, zu was diese Vertauschung genau führen wird – und sie nutzt daher nicht die gesamte Hand, um die Figuren zu umfassen. Mit abgespreizten Zeigefingern ist auch während des Anhebens und Umstellen der Figuren stets für sie und die anderen Interaktionsteilnehmerinnen erkennbar, um welche Figuren es sich in den Händen handelt, was möglicherweise bei einem vollständigen Umfassen weniger gut sichtbar wäre. Die Vertauschung läuft dann in zwei Schritten ab, vermutlich weil eine Kreuzung der Arme und ein gleichzeitiges Abstellen der Tierfiguren auf ihrem neuen Platz motorisch relativ anspruchsvoll bzw. kompliziert und aufwändig wäre: Zunächst wird der Elefant in der rechten Hand nach links außen auf das Podest platziert. Da auf dem Podest keine Abgrenzungen zwischen den Positionen eingezeichnet sind und aktuell nur die mittlere Position durch den braunen Tiger besetzt ist, wird durch die Positionierung des Elefanten ganz links außen seine Position relativ klar deutlich gemacht. Anschließend führt Jana die weiße Tigerfigur zunächst zu ihrem Oberkörper – möglicherweise um sie besser fassen zu können, ihre Positionierung genau zu überlegen oder die Reihenfolge in Besetzung von nur zwei Positionen betrachten zu können. Dann stellt Jana die weiße Tigerfigur rechts außen auf das Podest, was auch dieser eine örtlich relativ eindeutige Position in der Reihenfolge zuweist. Der Blick auf die Kärtchenreihe könnte, wie bereits oben erwähnt, für eine

Überprüfung sprechen, ob diese Reihenfolge (*Elefant – brauner Tiger – weißer Tiger*) bereits in den Kärtchenreihen zu finden ist. Aus der oben herausgearbeiteten möglichen Perspektive Janas auf die Podestpositionen und die Positionen in den gelegten Kärtchenreihen, die sie möglicherweise bei den Kärtchenreihen in Leserichtung, auf dem Podest aber in entgegengesetzter Richtung wegen der Blickrichtung der Tiere nach rechts deutet, könnte es auch sein, dass Jana hier mit dem Vertauschen der 1. und 3. Position erreichen möchte, dass auf dem Podest die 5. gelegte Kärtchenreihe steht. So ließe sich auch ihr „oh“ aus der Weiterführung von Äußerung 4a erklären. Die in Äußerung 4a lautsprachlich als zentral markierte Figur des braunen Tigers wird nicht verstellt.

Im zweiten Teil der Bewegungsabfolge von Äußerung 4b geht Jana ganz ähnlich wie im ersten Teil vor: Diesmal stellt sie durch das erneute Umpositionieren des weißen Tigers und des Elefanten die Ausgangssituation zu Beginn dieser Äußerung wieder her. Erneut markiert das Positionieren der beiden Figuren jeweils rechts und links außen sehr deutlich ihre Position auf dem Podest. Auch jetzt bleibt die braune Tigerfigur unverändert an ihrem Platz stehen. Jana variiert in Äußerung 4b also zwei Positionen durch Austausch und stellt damit zwei verschiedene Reihenfolgen auf dem Podest, die sie ineinander überführen kann. Das Lachen beim Bewegungsabschluss signalisiert möglicherweise genau diese Erkenntnis: Jana spielt hier möglicherweise mit einer festen Position (brauner Tiger in der Mitte) alle beiden damit möglichen Reihenfolgen durch. Sie markiert ein Ende ihrer Handlung, indem sie die linke Hand, vermutlich auf ihren Schoß aus dem Aufnahmebereich der Kamera herausführt. Damit könnte eine andere Interaktionspartnerin nun zumindest den Handlungsturn z. B. an den Tierfiguren am Podest übernehmen. Möglich ist auch, dass das Lachen in Richtung B Unsicherheit zeigt, weil Jana vielleicht zunächst der Meinung war, dass die Reihenfolge auf dem Podest geändert werden muss, dies ausgeführt hat und nun doch wieder die Ausgangssituation mit *weißem Tiger – braunem Tiger – Elefant* auf dem Podest von links nach rechts herstellt. Das Heranziehen des Stuhles an den Tisch könnte in diesem Fall – ähnlich wie das Lachen – als Verlegenheit gedeutet werden, denn sie setzt sich daraufhin nicht etwa auf den Stuhl, sondern bleibt weiterhin aktionsbereit am Tisch stehen. Das Lachen kaschiert möglicherweise gegenüber ihren Interaktionspartnerinnen ein offensichtliches Vertun, das Jana selbst als solches einschätzt. Vielleicht ist ihr hier auch klar geworden, dass die Leserichtung von links nach rechts eine andere Reihenfolge ergeben würde als das Auffassen der Reihe auf dem Podest nach der Blickrichtung der Tiere (vgl. Abb. A2-2_2).

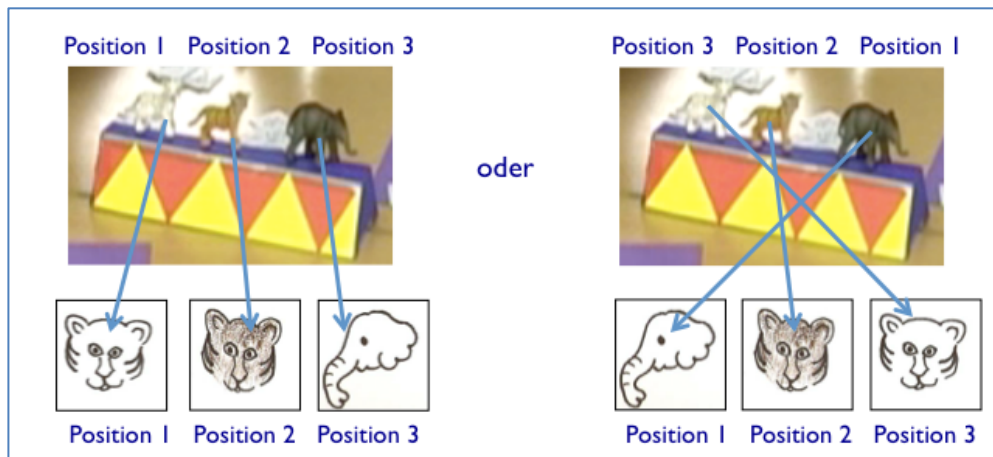


Abb. A2-2_2 Mögliche Lesarten der Positionsbesetzungen in den gestellten und nachgelegten Reihenfolgen von Ayse und Jana

Lautsprachlich äußert Jana zweimal „oh“, wie schon in Äußerung 4a. Die erste Wiederholung erfolgt zu Beginn der Umpositionierung und das zweite „oh“ äußert Jana unmittelbar zu Beginn des Rückführens in der Reihenfolge in die Ausgangsposition *weißer Tiger – brauner Tiger – Elefant*. Es ist zu vermuten, dass Jana hier auf Ayse und deren Äußerung 5 hier zunächst nicht eingeht, sondern eher bezüglich ihrer eigenen Lesart der gestellten und der nachgelegten Reihenfolgen beschäftigt ist.

Wenn Jana die erste Umpositionierung deshalb vornimmt, weil sie auf dem Podest die 1. und 3. Position durch die Blickrichtung der Tiere anders wahrnimmt als bei den Kärtchenreihen, bei denen nur der Elefant eine Blickrichtung weist, könnte angenommen werden, dass schon bei Äußerung 4a für Jana die Idee präsent ist, auf dem Podest die weiße Tigerfigur und die Elefantenfigur zu vertauschen. In diesem Fall hätte sie durch ihr erstes „oh“ (Äußerung 4a) möglicherweise auszudrücken versucht, dass ihr eine Unstimmigkeit aufgefallen ist zwischen der gelegten 5. Kärtchenreihe und dem Podest. Hier in Äußerung 4b setzt sie diese mögliche erste Vermutung dann in die Tat um und vertauscht die weiße Tigerfigur und die Elefantenfigur. Möglich, dass diese zunächst für Jana als sinnig erscheinende Umpositionierung dann aber in ihr die Idee reifen lässt, die Tiere doch wieder in ihre Ausgangsreihenfolge auf dem Podest von links nach rechts zu bringen. Es deuten in Äußerung 4b also mutmaßlich ihr Verhalten und ihre Wortwahl auf eine gewisse Unsicherheit Janas hin. Vermutlich resultiert diese Unsicherheit nicht zuletzt daraus, dass die Tierfiguren durch ihre Blickrichtung sehr wohl definieren, wo vorne und hinten und damit die 1. und die 3. Position auf dem Podest zu sein vermag, während die Tierkärtchen nicht alle eine solche Richtung festlegen. Es ist möglich, dass Jana im Vergleich der Kärtchenreihen mit der gestellten Reihenfolge auf dem Podest hier genau diese Schwierigkeit erkennt oder auch nur eine vage Idee dazu entwickelt, die dann dazu führt, dass sie Vertauschungen in dieser Form vornimmt. Dabei spielt Jana vermutlich nicht zufällig genau mit den beiden Reihenfolgen, die nun zur Vervollständigung

der Gesamtlösung, die alle verschiedenen Reihenfolgen umfasst, noch fehlen bzw. von denen – je nach Lesart – eine noch fehlt.

Es ist möglich, dass diese verschiedenen Lesarten von Positionen in der Folge zum Thema zwischen den beiden Schülerinnen gemacht werden. Es kann aber auch sein, dass Ayse darauf hier nicht eingeht, weil sie möglicherweise diese verschiedene Deutungsweise nicht wahrnimmt oder für nicht zentral hält oder auch, weil sie eventuell ihre in Äußerung 5 vermutlich angefangene Frage im Anschluss zu Ende stellt oder anders formuliert. Möglicherweise erläutert auch Jana etwas zu den verschiedenen Lesarten der Reihenfolgen oder B fragt nach, was sie zu dem wiederholten Ausspruch in Äußerung 4a und 4b und zu den Vertauschungen gebracht hat. Jana hält es offenbar bislang für unnötig, sich diesbezüglich zu erklären oder mag dazu nicht in der Lage sein. In der Folge könnte dies aber geschehen.

Äußerung 6:

Diese Äußerung wird von B eingebracht, die eine Veränderung der Körperposition auszuführen scheint. Sie bewegt die im Nacken aufgestützte linke Hand zur Tischplatte und formt mit beiden Händen und Armen Kreuzarme, die sie nun vor ihrem Oberkörper verschränkt. Das Anheben des Oberkörpers in Verbindung mit dieser Veränderung der Armposition könnte auf die Absicht hindeuten, einen Turn zu erzeugen. B könnte also eine Frage bspw. an Jana stellen bezüglich ihrer Umpositionierungen der Tierfiguren auf dem Podest. Es wäre aber auch möglich, dass B einen neuen Impuls einbringt, weil sie das aktuelle Agieren der Schülerinnen als weniger sinnhaft oder zielführend in Bezug auf die Entwicklung einer gemeinsamen Lösung einschätzt. B scheint dabei aktiv nicht in die Situation eingreifen zu wollen: Die verschränkten Arme könnten einerseits Zurückhaltung, aber auch eine gewisse Abwehrhaltung signalisieren. Vielleicht sieht es B als nicht notwendig an, einzugreifen und möchte den Schülerinnen selbst das Feld überlassen, weil sie ihnen auch unterstellt, in der Lage dazu zu sein. Es wäre aber auch möglich, dass B sich hier selbst davor schützen möchte, eingreifen zu müssen, weil sie dazu nicht bereit ist. Das Anheben des Oberkörpers und die Positionsveränderung der Arme könnte möglicherweise von B erzeugt werden, um für Jana und Ayse eine wichtige Stelle im Interaktionsverlauf als solche auszuweisen, so als würde B hier eine Markierung oder eine strukturelle Taktung einer möglicherweise aus ihrer Sicht beobachteten inhaltlichen Einheit im Diskurs vornehmen. Es könnte sich auch einfach um zurückhaltende Zustimmung handeln, die B hier ausdrücken möchte. Bs Lächeln zu Beginn ihrer Äußerung könnte ein Spiegelverhalten zu Janas Lachen aus Äußerung 4b sein. Es wäre hier deutbar als Ausdruck von Gemeinsamkeit, von gegenseitigem Verstehen, von gleichem Humor bezüglich Janas Umpositionierungen, die schließlich in der Ausgangssituation der Tierpolonaise münden. B möchte damit eventuell Jana gegenüber Verständnis und Unterstützung ausdrücken und vermeidet mit dem Lächeln möglicherweise in diesem Sinne auch, dass Jana, die vielleicht auch aus Verlegenheit ob ihrer eigentlich folgenlosen Umpositionierung lacht, sich diesbezüglich erklären müsste. Wenn Bs Verhalten hier stärker an Ayse gerichtet ist, könnte sie vielleicht zeitgleich nachfragen, was Ayse in Äußerung 5

hervorbringen oder fragen wollte. Ebenso möglich wäre ein neuer Impuls von B, der vielleicht die Schülerinnen in der Entwicklung einer möglichen Lösung weiterbringen soll. Es wäre auch möglich, dass B eher einen organisatorischen Hinweis bezüglich des Zusammenarbeitens der beiden Schülerinnen gibt.

Lautsprachlich äußert B hier nichts, was ihre Zurückhaltung unterstreicht. Vielleicht hatte sie zunächst vor, etwas lautsprachlich einzubringen, bremst sich aber selbst durch die Kreuzarme wieder ein. B fragt nicht nach, was Jana hier beabsichtigte mit den Umpositionierungen zu erreichen. Auch bei Ayse fragt B nicht nach, was sie mit Äußerung 5 beabsichtigte zu äußern. Ebenso wird kein Impuls von B eingebracht, weder inhaltlicher noch organisatorischer Art. Es wäre möglich, dass B sich bezüglich Ayses Äußerung 5 oder auch Janas Äußerung 4a und 4b nicht sicher ist, was die Schülerinnen hier jeweils eigentlich beabsichtigten zu äußern oder zu tun und deshalb wählt B den gewissermaßen einfachsten Weg des Signalisierens etwa von aktivem Zuhören ihrerseits, indem sie Janas Lachen in abgeschwächter Form als Lächeln spiegelt und sich ansonsten weitgehend zurückhält.

Äußerung 7:

Im ersten Teil der Bewegung, die hier von Ayse gezeigt wird (7.1-4) scheint es so, als wolle Ayse eine Aktion an den Kärtchen starten, z. B. eine Reihenfolge verändern oder etwas an den bereits gefundenen Reihenfolgen zeigen, und bricht diese Aktion dann aber aus unbekanntem Gründen ab, z. B., weil ihr etwas anderes an den Reihen aufgefallen ist. Das Anheben und erneute Ablegen der Hände links und rechts neben den unteren Kärtchenreihenfolgen soll ihr möglicherweise zunächst auch nur das Turnrecht sichern und anzeigen, dass sie etwas äußern möchte. Das erneute Anheben und Bewegen der Hände über die Kärtchenreihen signalisiert, dass sie nun hieran etwas zeigen oder auch verändern möchte. Möglicherweise ist Ayse also etwas an den Kärtchenreihenfolgen aufgefallen. Die Wiederholung des Anhebens und Ablegens in 7.1-9, ohne etwa mit einer Zeigehandform an den Reihen auf etwas hinzuweisen, steht möglicherweise für eine gewisse Unsicherheit Ayses. Vielleicht hat sie eine Idee erzeugt, die noch nicht ganz ausgereift ist und sie versucht sie gerade an den Reihen festzumachen, muss aber dazu wiederholt ansetzen, weil sie vielleicht noch nicht ganz klar erkennen kann, wo sie was zeigen könnte. Das Ablegen nach dem zweiten Ansetzen an den unteren Ecken des DIN A4 Blattes soll Ayse vielleicht gegenüber ihren Interaktionspartnerinnen einerseits den Turn, aber andererseits auch die Kärtchenreihen gewissermaßen sichern oder festhalten. Die Bewegung des Zeige- und Mittelfingers ist ebenso ein Hinweis darauf, dass Ayse hier noch nicht fertig ist mit ihrer Äußerung.

Sie setzt dann erneut an zu einer Gestenbewegung, die beidhändig mit einer Flachhand ausgeführt wird. Ihre linke Hand wird zur Tischkante geführt und hier abgelegt. Damit möchte sie offenbar nun keine Aktion ausführen. Zeitgleich weisen ihre linken Finger aber dennoch in Richtung Kärtchenreihen, als würde sie das immer noch in ihrem Fokus stehende

markieren wollen. Rechts formt sie ebenfalls eine Flachhand, die so gedreht wird, dass die Handfläche sichtbar wird und auf Höhe der 2. Position des Podestes über die Kärtchenreihen geführt wird. Diese Bewegung über die Kärtchenreihen könnte dafür stehen, was bisher schon von den beiden Schülerinnen gefunden wurde.

Es könnte sein, dass Ayse lautsprachlich eine (neue) Erkenntnis äußert, die sie mithilfe der Flachhand an die Kärtchenreihen bindet. Die Flachhandgeste einhändig könnte eine Argumentation auf der leeren Hand zur Diskussion unter den Interagierenden stellen. Die Bewegung wird auf Höhe der braunen Tigerfigur, die auf dem Podest steht, ausgeführt, möglicherweise um die Zentralität der mittleren Position zu unterstreichen. Es ist auch möglich, dass sich Ayses lautsprachliche Äußerung auf die gesamten bisher gefundenen Reihenfolgen bezieht und sie deshalb eine mittige Stelle über den Kärtchenreihen für ihre Geste wählt. Das Zurückführen der Hände links und rechts an das untere Ende des Blattes und das leichte Anheben dieses könnte erneut eine Übersprungshandlung sein oder signalisieren, dass Ayse keine so rechte Vorstellung davon hat, wie sie nun weiter vorgehen kann, aber die Kärtchenreihen sich dennoch auf irgendeine Art sichern möchte oder signalisieren möchte, dass sie weiter diese Reihen betrachtet.

In der Lautsprache äußert Ayse: „mach des halt einfach- (*unverständlich*) baaa“. Unklar ist, wen sie anspricht. Vermutet werden kann, dass sie Jana meint. Möglicherweise bezieht sie sich auf Janas vorherige Vertauschungsaktion von weißem Tiger und Elefant auf dem Podest und möchte Jana nun bestärken, die Figuren einfach so zu stellen, wie sie es denkt oder auch die Kärtchenreihe einfach so zu legen, wie sie meint. Erneut wirkt die Äußerung unvollständig. Teilweise ist sie unverständlich geäußert und endet mit „baaa“, was möglicherweise ein nicht zu Ende gesprochenes Wort ist. Eine Interpretation dieses Lautes fällt schwer. Möglich, dass sowohl „mach des halt einfach-“, als auch der Teil, der unverständlich gesprochen in Verbindung mit „baaa“ nachlassende Motivation zeigen. Ayse könnte leicht frustriert sein, weil vielleicht in ihren Augen die Situation ins Stocken geraten ist oder sie selbst entweder keine eigene Idee hat, wie es weiter gehen kann, oder sich auch von Janas Agieren am Podest ohne Erläuterung zu wenig beachtet fühlt. Es kann auch sein, dass ihr nun aufgefallen ist, was möglicherweise bereits Teil der Überlegungen von Jana ist: Nämlich, dass auf dem Podest die Blickrichtung der Tierfiguren so gelesen werden kann, dass aktuell der weiße Tiger auf der 3. und der Elefant auf der 1. Position steht, während man die Kärtchenreihe entsprechend der Leserichtung anders deuten könnte, weil die Tierköpfe auf den Kärtchen keine Blickrichtung aufweisen (außer das Elefantenkärtchen). Vielleicht bricht Ayse deshalb hier ihre Äußerung mit „baaa“ ab und verweist damit bereits auf eine solche Erkenntnis, die sie im weiteren Verlauf auch äußern könnte. Das als Abbruch erscheinende Ende von Ayses Äußerung kann auch damit erklärt werden, dass ihr durch das Anheben der Ecken des DIN A4 Blattes die gelegten Reihenfolgen verrutscht sind und sie ihren Unmut darüber ausdrücken möchte.

„Mach des halt einfach-“ kann auch so gedeutet werden, dass Ayse hier nicht genau nachvollziehen kann, warum Jana solche Vertauschungen vornimmt, diese eher als Unsicherheit deutet und sie nun darin bestärken möchte, einfach eine der Reihenfolgen zu stellen oder noch einmal mit Kärtchen nachzulegen. Damit würde sie eventuell auch die Diskussion umgehen, die noch ausstehen könnte, nachdem Ayse in Äußerung 1 behauptete, dass sie „des schon gehabt“ haben, während Jana ihr in Äußerung 2 widersprochen hat. Möglich ist auch, dass Ayse hier nicht nachvollziehen kann, was Jana in Äußerung 2 und Äußerung 4a und 4b meinte und hier nun den Weg des geringsten Widerstandes geht, indem sie ihr einräumt, einfach „des“ zu machen. Was genau sie meint, wird hier zunächst nicht deutlich und kann auch anhand ihrer Gestik nicht herausgearbeitet werden. Möglicherweise ist mit Blick auf diese lautsprachliche Äußerung hier auch Ayses Flachhandgeste als Unterstreichung des „einfach Machens“ zu deuten. Nimmt man Ayses lautsprachliche Äußerung wortwörtlich, so könnte sie auch auf eine Idee von Ayse hindeuten, etwas zu vereinfachen und dennoch zum gleichen Ergebnis zu gelangen. Unklar bleibt dann aber auch hier zunächst, was genau damit gemeint ist.

Dies könnte Jana nun im Folgenden nachfragen. Ebenso könnte sich Ayse erklären. Jana könnte auch ungeachtet von Ayses Äußerung 7 erklären, was sie in Äußerung 4b mit den Vertauschungen und ihrem wiederholten „oh“ meinte.

Äußerung 8:

Nun beginnt Jana mit einer Aktion an den Kärtchen. Sie markiert die äußeren Positionen in den oberen Kärtchenreihen mit einer Berührung der 1. und 3. Position in diesen Reihen. Damit bleibt die mittlere Position zunächst unbeachtet. Es könnte darauf hindeuten, dass für Jana die 1. und 3. Position in Reihenfolgen wichtig erscheint, möglicherweise aufgrund der vorherigen Vertauschungen der Tierfiguren auf dem Podest. Bei der Betrachtung der von den Schülerinnen zu Beginn der hier analysierten Sequenz bereits gefundenen Reihenfolgen fällt auf, dass die ersten beiden Reihenfolgen und die 3. und 4. Reihenfolge jeweils in Relation zueinanderstehen: Die mittleren Positionen in Reihe 1 und 2 und in den Reihen 3 und 4 sind jeweils gleich besetzt, während die Positionen 1 und 3 vertauscht sind. Möglicherweise ist es das, was Jana hier auffällt und was darüber hinaus eventuell aus ihrer Vertauschung in Äußerung 4b resultiert: Zu einer festen mittleren Position finden sich je zwei mögliche, voneinander verschiedene Reihenfolgen, indem man die Außenpositionen vertauscht. Dies könnte sie auch lautsprachlich erläutern. Das Zurechtrücken einzelner Kärtchen ist möglicherweise eine Übersprungshandlung, weil ihre Erklärung länger andauert, oder sie führt dies aus, um eine Grundordnung in den Reihen wieder herzustellen, weil Kärtchen durch Ayses Anheben verrutscht sind. Dadurch garantiert Jana auch für sich selbst und für die Interaktionspartnerinnen den Überblick über die bereits gefundenen Kärtchenreihen zu behalten. Diese Grundordnung ist eventuell genau jetzt zentral, um die Kärtchen eindeutig Reihen und Positionen zuzuordnen und daran Entdeckungen machen zu können. Es ist auch möglich, dass Jana durch das Zurechtrücken Platz auf dem Blatt schaffen möchte, weil sie

eventuell davon ausgeht, dass noch weitere Kärtchenreihen gelegt werden müssen, um alle Reihenfolgen dokumentiert zu haben, denn sie verschiebt die Reihen in ihren Positionen unverändert nach oben auf dem Blatt und hilft hier offenbar mindestens Ayse.

In der Lautsprache äußert Jana mit „(Nein) du kannst (*unverständlich*) (...)“ eine unfertige Äußerung, die möglicherweise zeigt, dass sie eine Entdeckung an den Kärtchenreihen gemacht hat. Vielleicht lässt sie das Verrutschen der Kärtchenreihen ihre Äußerung zunächst abrechnen oder sie ist noch nicht in der Lage, ihre mögliche Erkenntnis mitzuteilen. Das Nein zu Beginn wirkt wie ein erneuter Widerspruch gegen Ayse, die vorher äußerte, dass Jana etwas einfach machen solle. Es kann sein, dass Jana eine Regelmäßigkeit in den Kärtchenreihen aufgefallen ist, z. B. bezüglich der 1. und 3. Positionen, die vertauscht und so paarweise Reihenfolgen generiert werden können. Dies könnte aus ihrem Umpositionieren heraus entstanden sein, was ihr zunächst offenbar eher unangenehm und als Versehen in Äußerung 4b erschien. Ihre Äußerung 8 „(Nein) du kannst“ könnte dann potentiell weitergeführt werden mit einer Art Algorithmus zur Erzeugung von Reihenfolgen: *Du kannst die Positionen 1 und 3 vertauschen und erhältst zwei verschiedene Reihenfolgen.* Diese Erkenntnis könnte sie hier äußern wollen, muss nun aber zunächst die verrutschten Kärtchenreihen ordnen. Jana könnte ihre Äußerung: „(Nein) du kannst“ auch an Ayse adressieren im Sinne einer Rückgabe der Aufforderung „mach es halt einfach-“ aus Äußerung 7 von Ayse.

Unklar ist, wen sie mit „du“ meint. Im Falle der eben dargelegten möglichen Weiterführung ihrer Äußerung könnte eine Art Regel oder Anleitung adressiert an ein eher allgemeines Gegenüber und nicht eindeutig bestimmtes Du formuliert werden. Es ist aber auch möglich, dass sie hier Ayse direkt anspricht und ihr sagen möchte, was sie nun z. B. tun kann, damit es weiter geht. Es könnten auch eher organisatorische Aspekte des Arbeitsbereiches gemeint sein, wenn man Janas Zurechtrücken der Karten als Schaffen von mehr Platz auf dem DIN A4 Blatt deutet. Die Formulierung „du kannst“ räumt gewissermaßen der Adressatin bzw. dem Adressaten dieser Äußerung ein Maß an Selbstbestimmung zu. Dies könnte aber auch aus Höflichkeit heraus geschehen und implizit damit doch eine Aufforderung beinhalten. Unwahrscheinlich erscheint, dass Jana hier B anspricht, weil diese bisher zurückhaltend war und nicht ins Geschehen eingegriffen hat. Wenn sie B doch ansprechen sollte, dann möglicherweise, um sie mit einer relativ klar formulierten Anweisung oder Anleitung zu integrieren. Eventuell wird Jana in ihrer lautsprachlichen Äußerung durch die nächste Sprecherin oder einen neuen Gedankengang unterbrochen und sie beendet daher frühzeitig ihre Äußerung.

In der Folge könnte eine der Interaktionspartnerinnen nachfragen, was Jana meint, was sie gezeigt hat oder was genau getan werden soll, weil die Äußerung mit einer Art Vorschlag für ein mögliches Tun begonnen hat, ohne dieses weiter auszuführen.

Äußerung 9:

Hier meldet sich nun B offenbar in Form einer Unterbrechung von Jana zu Wort, denn sie äußert zumindest teilweise gleichzeitig zu Jana etwas. B verbleibt in ihrer Position, was einerseits durch ihr Schauen auf die Aktionen der Kinder Interesse signalisiert, andererseits auch als ein Signal an die Schülerinnen bezüglich eines offenbar nicht geplanten Eingreifens durch B gedeutet werden kann: Aus der Kreuzarmposition heraus ist es unwahrscheinlich, dass sie nun beabsichtigt, selbst etwas z. B. an den Kärtchenreihen zu tun. Möglicherweise hält sie ihren offenbar hauptsächlich lautsprachlich geäußerten Gesprächsbeitrag auch ohne Gesten für aussagekräftig genug. Die unveränderte Körperposition kann gleichzeitig dazu genutzt werden, die Lautsprache besonders zu betonen.

In der Lautsprache äußert B „Habt ihr die schon/“, was durch die Stimmhebung und die Art der Formulierung auf eine Frage hindeutet. Mit „ihr“ spricht sie dabei offenbar direkt die beiden Schülerinnen an. Sie bezieht sich mit „die“ vermutlich auf eine Reihenfolge, wobei unklar ist, welche sie meint: Entweder eine aus den Kärtchenreihen, z. B. die zuletzt von Jana in Äußerung 8 markierte obere Reihe. Auch möglich ist aber, dass sie sich mit „die“ auf die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge bezieht. Möglicherweise hält B in dieser Phase der Sequenz diese Frage für geeignet, z. B. um die Schülerinnen daran zu erinnern, dass es offenbar darum geht, alle möglichen Reihenfolgen zu finden. Sie fürchtet vielleicht, dass durch das Zurechtrücken der Kärtchenreihen dieses übergeordnete gemeinsame Ziel in den Hintergrund rücken könnte. Es kann auch sein, dass sie damit eine Reflexion über die bereits nachgelegten Reihenfolgen in Form der Kärtchenreihen beabsichtigt anzuregen. Möglicherweise greift sie damit auch die Einstiegsäußerung von Ayse (Äußerung 1) und den Widerspruch von Jana (Äußerung 2) auf, um hier eine Diskussion der Mädchen darüber erneut zu initiieren. In diesem Fall wäre es mehr eine Impulsfrage, die möglicherweise eine erneute Auseinandersetzung oder Diskussion über diese Frage initiieren soll und keine Frage, die aus einer ebenso möglicherweise annehmbaren Unwissenheit von B entsteht. Sie nutzt sie vermutlich also eher als didaktisch-methodisches Mittel, weil man B unterstellen kann, dass sie einerseits die Lösung des gegebenen mathematischen Problems kennt und andererseits überblicken kann, ob die Schülerinnen bereits die auf dem Podest gestellte oder eben durch Jana markierte nachgelegte Reihenfolge bereits in die Lösungsmenge aufgenommen haben oder diese noch fehlt. Vielleicht hat B auch eine Idee darüber entwickelt, dass Jana potentiell erkannt haben könnte, dass die Positionszuordnung von Position 1 und 3, je nachdem aus welcher Richtung man auf die gestellten und gelegten Reihenfolgen schaut, zu verschiedenen Reihenfolgen führen würde.

In der Folge könnte Jana oder Ayse auf die Frage von B reagieren, z. B. mit dem Versuch einer Antwort oder mit der Überprüfung aller gefundenen Reihenfolgen. Es ist auch möglich, dass hierbei deutlich wird, dass man Reihenfolgen in verschiedener Leserichtung sehen kann und sich damit die Antwort auf die Frage als nicht trivial herausstellt. Möglich ist auch, dass

Jana und Ayse sich nicht zur Frage äußern und eine andere Idee verfolgen oder dass B noch eine weitere Frage stellt oder eine eigene Erklärung abgibt.

Äußerung 10a (a-b):

Hier übernimmt nun Jana den Turn. Sie ist offenbar damit beschäftigt, die bereits gelegten Kärtchen auf dem DIN A4 Blatt zurechtzurücken, vermutlich weil sie verrutscht sind und/oder weil sie Platz schaffen möchte für mögliche weitere Reihenfolgen. Implizit scheint Jana die Rahmung zu aktivieren, dass noch mindestens eine weitere Reihenfolge auf dem DIN A4 Blatt Platz benötigen wird. Das Verschieben der bereits gefundenen Reihenfolgen, ohne diese zu verändern, schafft für Jana möglicherweise zeitgleich einen wiederholenden Zugang zu den bereits gefundenen Reihenfolgen: Sie beschäftigt sich noch einmal mit den bereits gefundenen und dokumentierten Reihenfolgen. Das Verschieben schafft für Jana außerdem Zeit und einen Raum der offensichtlichen Beschäftigung mit anderen Dingen. Dies kann für Jana dann wichtig sein, wenn sie eventuell auf Bs eben gestellte Frage in Äußerung 9 keine Antwort geben kann. Mit dem Zurechtrücken der Karten signalisiert sie Beschäftigung mit einem das Problem betreffenden Aspekt. Gleichzeitig schafft das mit Ayse offenbar gemeinsam ausgeführte Zurechtrücken der Kärtchenreihen wieder eine Gemeinsamkeit, stimmt die Schülerinnen potentiell erneut auf ihr gemeinsam zu bearbeitende Problem ein, was für das weitere Vorgehen wichtig werden könnte. Jana könnte mit dem Zurechtrücken auch beabsichtigen, einen Zugang zu Ayses Überlegungen zu bekommen und imitiert hier gewissermaßen auch Ayses Verhalten, mehr oder weniger, um sich in einen Gleichklang für das weitere Vorgehen zu bringen: Beide Schülerinnen betrachten durch das Verschieben der Kärtchen das gemeinsam bereits geschaffte und erhalten so vielleicht einen neuen Überblick, der auch zu Einsichten führen könnte. Die Tatsache, dass auf dem DIN A4 Blatt unten nun Platz offenbar durch die Verschiebung der Kärtchen entsteht, könnte beabsichtigt sein oder zufällig entstehen. Wenn der Platz beabsichtigt geschaffen wurde, könnte dies implizit bedeuten, dass die Schülerinnen, bzw. offenbar zunächst stärker Jana davon ausgeht, noch weitere Reihenfolgen finden und nachlegen zu können.

In der Lautsprache äußert Jana zunächst „Nein/ (*unverständlich*)“. Dies erscheint wie eine Antwort auf Bs Frage. Auf dem Podest steht weiterhin die Reihenfolge *weißer Tiger – brauner Tiger – Elefant*. Jana könnte mit ihrem Nein also meinen, dass diese noch nicht gefunden, also mit den Kärtchen nachgelegt, wurde. Bs Frage könnte Jana aber auch so deuten, als sei sie auf eine bereits gelegte Kärtchenreihe bezogen, z. B. diejenige, die Jana zuvor durch Berühren der Positionen 1 und 3 markierte in Äußerung 8. Im ersten Fall könnte es im Folgenden darum gehen, die auf dem Podest stehende Reihenfolge nachzulegen und damit eine 6. Reihenfolge zu generieren. Im zweiten Fall könnte es in der Folge eher darum gehen, doppelte Reihenfolgen aus den bereits gefundenen Kärtchenreihen auszusortieren und die Schülerinnen könnten z. B. in der ersten Kärtchenreihe beginnen und dann immer überprüfen, ob diese in den weiteren gelegten Reihenfolgen bereits vorkommt. Der unverständliche Teil der Äußerung könnte darauf hindeuten, dass Jana noch etwas ergänzt,

z. B. eine Erläuterung ihres Neins. Es ist möglich, hier Unsicherheit zu interpretieren, weil nicht nur Janas Aussprache offenbar etwas undeutlich erscheint, sondern auch der darin geäußerte Gedanke von ihr noch nicht ganz ausgereift sein könnte. Es ist aber auch möglich, dass Jana möglichst schnell eine Antwort auf Bs Frage finden wollte und nicht allzu viel Energie dafür aufbringen möchte oder kann und daher nur mit einem Nein antwortet und unverständlich weiterredet, weil sie mit den Gedanken an einem anderen Punkt ist. Diese Vermutung könnte unterstrichen werden durch die Betrachtung der weiteren Äußerung von Jana: „Du kannst das auch **so** machen(.) ganz so/ (.) dann passen noch welche hin\“. Unklar ist zunächst, wen Jana hier mit „du“ anspricht: Entweder Ayse oder B. „Du kannst“ könnte als Wiederholung von Janas Äußerung 8 gedeutet werden, vielleicht setzt sie also nochmal ihre abgebrochene Äußerung neu an. In der nun fortgeführten Variante würde eine von Jana beabsichtigte inhaltliche Aussage etwa bezüglich eines Algorithmus zur Erzeugung von Reihenfolgen, wie oben vermutet, eher nicht zutreffen. Jana scheint mehr einen organisatorischen Aspekt anzusprechen, vermutlich wie noch mehr Reihenfolgen oder einzelne Kärtchen auf das DIN A4 Blatt passen können.

Es ist mit Blick auf das gleichzeitige Zurechtrücken der gelegten Kärtchen wahrscheinlich, dass mit dem verwendeten Du Ayse angesprochen wird. In diesem Fall würde sich die Deutung einer absichtlichen Verschiebung der gelegten Kartenreihen bestätigen, um Platz zu schaffen für „noch welche“, also offenbar *mehrere weitere Kärtchenreihen* oder mehrere weitere Kärtchen innerhalb *einer weiteren Reihe*. Dies würde auch mit der Verneinung Janas von Bs Frage zusammenpassen, wenn Jana diese bezogen auf die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge deutet. Betrachtet man die bereits gelegten Kärtchenreihen, so bestätigt sich in dieser Deutung offenbar, dass Jana Position 1 und 3 auf dem Podest und in den Kärtchenreihen verschieden deutet: Auf dem Podest ergibt sich für sie aus der Blickrichtung der Tiere die Reihenfolge *Elefant* auf 1. Position, *brauner Tiger* auf 2. Position und *weißer Tiger* auf 3. Position. In der Kärtchenreihe 5, die man auch als Abbildung der aktuell auf dem Podest stehenden Reihenfolge deutet könnte, nimmt Jana offenbar die Positionierung in Leserichtung wahr, also 1. Position = weißer Tiger, 2. Position = brauner Tiger, 3. Position = Elefant. Sie interpretiert damit die Kärtchenreihe 5 mutmaßlich nicht als Abbildung der aktuell auf dem Podest stehenden Reihung, verneint daher in Äußerung 10a Bs Frage und könnten nun in der weiteren Interaktion beabsichtigen, die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge in ihrer Interpretation der 1. und 3. Position auf dem DIN A4 Blatt nachzulegen.

Wenn Jana B ansprechen wollte mit „Du kannst das auch **so** machen(.) ganz so/ (.) dann passen noch welche hin\“, könnte man dies als Begründung ihres Neins deuten. B hatte in Äußerung 9 gefragt „habt ihr die schon/“, worauf Jana mit Nein antwortete und nun potentiell begründen könnte, warum sie nicht davon ausgeht, dass „die“ (Reihenfolge) schon vorhanden ist, nämlich weil durch ein Verschieben der gelegten Reihenfolgen Platz auf dem DIN A4 Blatt entsteht und Jana dies als hinreichenden Grund dafür ansieht, dass es also noch

weitere geben muss. „So“ markiert möglicherweise den bedeutenden Teil der Verschiebung, ohne diesen konkret zu beschreiben, weil die dazu ausgeführte und für alle Beteiligten beobachtbare Verschiebung der Kärtchen vermutlich als aussagekräftig genug von Jana eingeschätzt wird.

Im weiteren Verlauf könnte B fragen, wie Janas Nein in Äußerung 10a verstanden werden kann. Es könnte auch sein, dass Ayse in der Folge sich zu Wort meldet und z. B. eine Begründung aus ihrer Sicht darstellt. Ebenso könnten die Schülerinnen nicht weiter auf B eingehen und sich z. B. mit dem Finden weiterer Reihenfolgen oder dem Nachlegen der aktuell auf dem Podest stehenden Reihenfolge beschäftigen. Es ist möglich, dass dabei noch einmal der Widerspruch aufkommt, der sich bereits in Äußerung 1 und 2 angebahnt hat: Ayse könnte also Jana widersprechen, weil sie möglicherweise der Meinung ist, dass die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge bereits gefunden und in Form der fünften Kärtchenreihe nachgelegt wurde. Ayse und Jana könnten also potentiell über verschiedene Rahmungen bezüglich der jeweiligen Lesart der gelegten und auf dem Podest gestellten Reihenfolgen verfügen, die dann im Aushandlungsprozess thematisiert werden könnten.

Äußerung 11:

B bringt dieser Äußerung in die Situation ein und zieht das Podest mit der linken Hand näher an sich heran. Möglicherweise möchte sie nun doch eingreifen und daran bzw. an der darauf stehenden Reihenfolge etwas verändern. Vielleicht möchte sie einen weiteren Impuls setzen, weil ihre vorherige Frage in ihren Augen wenig beantwortet bzw. die Antwort für sie nicht ausreichend erläutert wurde. Es könnte sein, dass sie den Kindern nun an dem Podest etwas zeigen möchte, z. B. bezüglich Position 1 und 3, weil sie möglicherweise Janas und Ayses vermutete unterschiedliche Lesart wahrgenommen hat. In der weiteren Bewegung schiebt B das Podest noch etwas von den Schülerinnen weg. Dies könnte bedeuten, dass sie entweder das Podest für sich haben möchte und daher die Distanz zu den Schülerinnen vergrößert. Es ist auch möglich, dass sie das Podest aus dem Arbeitsbereich der Kinder etwas herausschieben möchte, um ihnen mehr Platz zu verschaffen oder eine bessere Sicht auf die gelegten Kärtchenreihen zu ermöglichen. Damit würde sie die Aufmerksamkeit der Schülerinnen möglicherweise auf die bereits dokumentierten Reihenfolgen lenken wollen und das Podest aus dem Sichtfeld heraus an den Rand des Arbeitsbereiches schieben. Vielleicht möchte B damit Klarheit schaffen und zunächst dazu anregen, nur die gelegten Reihenfolgen zu betrachten, ohne weiterhin am Podest zu arbeiten.

Der weitere Bewegungsablauf unterstreicht die Deutung der Aufmerksamkeitssteuerung und des Platzschaffens durch B: Sie verschiebt das Podest noch weiter zu sich, rückt die obere Kärtchenreihe wieder zurecht und bewegt zusätzlich einen der Kartenstapel der noch nicht gelegten Kärtchen näher an Ayse. Damit könnte sie die Aufmerksamkeit weiter auf die Kärtchenreihen lenken wollen und signalisieren, dass Ayse oder Jana nun mit den noch nicht gelegten Kärtchen vom Kärtchenstapel weiterarbeiten sollen. B bietet quasi durch das

Heranschieben des Kärtchenstapels hier offenbar in erster Linie Ayse an, doch nun damit etwas zu tun, also potentiell eine weitere Kärtchenreihe zu legen. Vielleicht bringt B das Podest mehr außerhalb der Reichweite der Schülerinnen, weil B nicht möchte, dass sie sich weiter mit den Tierfiguren beschäftigen, sondern eher die gefundenen Reihenfolgen in den Blick nehmen.

Möglich ist auch, dass B dies nicht mit einer solchen Absicht ausführt, sondern lediglich als eine Art Imitation des Zurechtrückens der Kärtchenreihen der Schülerinnen ebenfalls einen Betrag zur besseren Übersichtlichkeit und Ordnung im Arbeitsbereich leisten möchte und daher das Podest verschiebt. In diesem Fall könnte die lautsprachliche Äußerung „dann passen noch welche hin\“ von Jana von B als eine Art implizite Aufforderung des Platzschaffens im Arbeitsbereich gedeutet worden sein, der sie hier versucht nachzukommen.

Möglich ist natürlich auch, dass B hier das Podest nicht wegschieben, sondern viel eher besonders betonen und in den Fokus der Schülerinnen rücken möchte. Die höhere Distanz, die sie zwischen Podest und Schülerinnen schafft könnte dann zur besseren Sicht auf das Podest gedacht sein. In der Lautsprache könnten sich Hinweise finden lassen, was sie fokussiert oder von den Schülerinnen mehr oder weniger erwartet zu fokussieren: Die gelegten Kärtchenreihen oder das Podest.

Bs anschließendes Ablegen der Arme in Kreuzarmposition zeigt eine wiederholte Körperposition und könnte erneut signalisiert, dass sie offenbar nicht selbst Hand an die Veränderung oder das Legen weiterer Kärtchenreihen legen möchte und auch auf dem Podest offenbar nicht beabsichtigt, etwas zu verändern. Sie überlässt nach einem Eingriff und einer Neuordnung des Arbeitsbereiches, durch die sich B vermutlich eine bestimmte Fokussierung der Schülerinnen erhofft, das Feld erneut den Schülerinnen und traut ihnen nun offenbar gelenkt durch ihr Eingreifen zu, die durch B erwartete Schritte selbst zu gehen.

Lautsprachlich äußert B „mmh\“, was auf Zustimmung hindeuten könnte wegen der Stimmensenkung am Ende. Es ist aber auch möglich, dass B je nach Betonung und Sprachmelodie, die sie wählt, hier Unklarheit oder Bedenken äußern möchte, ohne konkret zu werden. Dies ist insbesondere möglich, wenn man die gleichzeitige Verschiebung des Podestes durch B betrachtet. Es könnte sein, dass sie damit signalisieren möchte, dass sie dies jetzt noch einmal genau nachprüfen möchte und daher das Podest näher in ihr Blickfeld rückt.

In der Folge könnten Jana und Ayse darauf eingehen und z. B. noch einmal zur Diskussion stellen, ob und welche Reihenfolge nun schon gefunden bzw. nachgelegt wurde oder nicht. Ebenso könnten sie bei B rückfragen, was sie nun von der aktuellen Situation hält. Es könnte aber auch sein, dass die Schülerinnen nicht weiter auf Bs Aktion oder ihre lautsprachliche Äußerung eingehen und eher versuchen, den gerade von ihnen auf dem Blatt geschaffenen Platz mit (einer) neuen Kärtchenreihenfolge(n) zu füllen.

Äußerung 10b (a-b):

Jana äußert sich offenbar teilweise gleichzeitig zu Bs Äußerung 11. Sie beendet offenbar zunächst das Zurechtschieben der Kärtchenreihen und stützt sich dann auf dem rechten Arm ab mit Blick zum Arbeitsbereich. Möglicherweise denkt sie nach und es bedarf deshalb einer Stützung ihres Kopfes und eines Ablegens im Arbeitsbereich auf diese Weise. Jana möchte so vielleicht aus einer neuen Perspektive heraus neue Einsichten an bereits Geschafften entwickeln. Möglicherweise lässt ihre Konzentration nach. Jana könnte Bs „mmh\“ in Äußerung 11 so aufgefasst haben, als sei B anderer Meinung als sie, was die bereits gefundenen Reihenfolgen angeht, und Jana möchte nun noch einmal genau schauen, welche Reihenfolgen bereits mit Kärtchen nachgelegt sind, welche möglicherweise noch fehlen könnten und welche Reihung aktuell auf dem Podest steht. Diese Zeit könnte sie sich hier nehmen wollen. Es kann aber auch sein, dass sie etwas ratlos ist und den anderen ihre Hilflosigkeit durch dieses Aufstützen auch zeigen möchte: Sie ist nicht mehr in Aktion und eher Beobachterin, weil sie vielleicht keine Idee hat, wie es weiter gehen könnte.

In der Lautsprache findet sich „jetzt passt noch hin“, was in Zusammenhang mit ihrer Äußerung 10a gesehen werden könnte. Offenbar war sie immer noch damit beschäftigt, Platz für etwas zu schaffen, was vorher nicht hinpasste, also möglicherweise eine weitere Kärtchenreihenfolge. Anders als in Äußerung 10a spricht Jana hier nicht von mehreren, sondern von „es“, was als s-Endung verkürzt an das Verb gehängt wurde. Möglich ist, dass sie sich auf die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge bezieht, die nun in der Folge nachgelegt werden könnte, weil diese – also etwas Einzelnes – jetzt noch hinpasst. Dabei scheint ihre Körperposition eher darauf zu verweisen, dass sie das tatsächliche Legen der von ihr möglicherweise hier gemeinten Reihenfolge den anderen Interaktionspartnerinnen überlassen möchte. Dieses Verhalten könnte aus einer vorübergehenden Demotivation Janas heraus entstehen oder weil sich Jana zwar sicher ist, dass noch mindestens eine Reihenfolge fehlt, diese aber entweder selbst nicht legen kann, weil sie sie nicht kennt, oder sie diese als sich selbstverständlich aus der vorherigen Interaktion ergebend ansieht und daher diese in ihren Augen vielleicht einfach zu erzeugende Reihenfolge getrost ihren Interaktionspartnerinnen überlässt.

Ayse oder B könnten im weiteren Verlauf dieses Nachlegen übernehmen. Es ist auch möglich, dass Ayse nun zuerst nachfragt, welche Reihenfolge oder wie sie diese nachlegen soll. Dies könnte insbesondere der Fall sein, wenn Ayse die Kärtchenreihe 5 bereits als Abbildung der aktuell auf dem Podest stehenden Reihenfolge interpretiert. Möglich ist auch, dass B fragt, was die Schülerinnen nun planen zu tun.

Äußerung 12:

In dieser Äußerung scheint sich Ayse mit dem Aufrichten, dem Zurückziehen aus und dem Betrachten des Arbeitsbereiches möglicherweise einen Überblick über die aktuelle Situation verschaffen zu wollen, im Sinne einer Bestandsaufnahme. Sie führt dabei keine Aktion am Material aus, sondern zeigt eher eine Art Übersprungshandlung mit dem Trommeln der Finger auf der Tischkante in einer zweihändigen Bewegung. Möglich ist auch, dass Ayse keine Idee hat, wie es weitergehen kann und bringt sich daher – ähnlich wie Jana vorher – eher in eine Position der Beobachterin, z. B. um einen neuen Gedanken zu fassen. Das Trommeln der Finger auf die Tischplatte könnte aber auch für Ungeduld stehen, weil Ayse vielleicht nicht weiterweiß oder weil sie Jana mit dem Ablegen im Arbeitsbereich unterstellt, sich zu stark zurückzunehmen.

Lautsprachlich äußert Ayse „**okay**“ betont und langgezogen gesprochen und mit Stimmensenkung am Ende. Dies unterstreicht die Vermutung, sich einen Überblick zu verschaffen oder eine Bestandsaufnahme zu machen, nach dem Motto: *okay, was haben wir denn schon? Oder auch okay, soweit so gut, wie kann es weiter gehen?* Auch möglich ist, dass dieser Ausspruch den Beginn einer neuen Aktion markieren soll und Ayse aber noch nach einem geeigneten Anfang sucht. Sie könnte z. B. die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge nachlegen wollen, sich dabei aber nicht sicher sein, wie sie beginnen kann. Möglicherweise resultiert dies daraus, dass sie in Äußerung I auszudrücken versuchte, dass die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge bereits gefunden wurde. „**okay**“ könnte dann auch dafür stehen, dass Ayse ausdrücken möchte, dass sie dies nun macht, auch wenn sie nicht der gleichen Meinung ist, also im Sinne von *okay, wenn Du meinst, dass sei richtig, dann mach ich es*. „**okay**“ könnte als weitere Deutung als trotzig eingefärbte Reaktion Ayses auf Janas Äußerung 10b gedeutet werden, weil Ayse sich nun durch Janas Ablegen in die Position gedrängt sieht, das umzusetzen, was Jana vorher mit „jetzt passt noch hin“ (Äußerung 10b) meinte.

In der Folge könnte Ayse beginnen, eine Reihenfolge mit den Kärtchen zu legen, wobei sie ins Stocken geraten könnte, wenn sie die 5. Reihenfolge als diejenige deutet, die gerade auf dem Podest steht. Möglich ist auch, dass B eine Frage stellt, z. B. welche Reihenfolge nun gelegt werden soll oder ob Jana das Nachlegen übernimmt.

Äußerung 13a (a-d):

Offenbar löst sich Jana in dieser Äußerung aus ihrer beobachtenden und aufgestützten Position und wird nun selbst aktiv. Vielleicht traut sie Ayse nicht zu, dass sie nun z. B. die noch fehlende Reihenfolge nachlegt, oder Jana möchte etwas einbringen, was ihr gerade aufgefallen ist. Jana nimmt mit der rechten Hand ein Kärtchen von einem Stapel, betrachtet es offenbar, um möglicherweise sicher zu gehen, dass es das von ihr beabsichtigte Tiergesicht zeigt und legt es auf die erste Position einer 6. Reihe. Während dieser Bewegung schaut sie über die Schulter in Richtung Podest, möglicherweise um sicher zu gehen, ob sie auch das

entsprechende Kärtchen für die 1. Position ergreift. Mit der linken Hand formt Jana eine Faust, vielleicht als Symbol dafür, etwas festhalten zu wollen, was sie nun auch mit einer möglichen Dokumentation einer Reihenfolge umsetzen könnte. Es kann als wahrscheinlich angenommen werden, dass Jana nun eine neue Reihe mit den Kärtchen legen möchte. Vermutet werden kann, dass sie nun die auf dem Podest stehende Reihenfolge mit den Kärtchen nachlegen möchte. Ayses Äußerung 13 scheint sie so zu interpretieren, dass sie dies übernehmen kann und Ayse einverstanden ist. Möglicherweise möchte Jana auch durch ihr aktives Vorgehen zeigen, dass sie sehr genau überlegt hat, was nun zu tun ist und Ayses „**okay**“ aus Äußerung 12 erscheint Jana zu lange zu dauern. Jana legt eine Elefantenkarte auf die 1. Position unterhalb der 1. Position der 5. Reihenfolge, was die Deutung stützt, dass sie nun eine 6. Reihenfolge legen möchte. Es könnte zudem erneut ihre Sichtweise auf die Podestreihenfolge und eine diese abbildende Kärtchenreihe zeigen: Sie geht davon aus, dass die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge noch nicht nachgelegt wurde und möchte dies hier möglicherweise nun umsetzen und zwar mit dem Elefanten in der 1. Position.

Lautsprachlich erklärt sie sich nicht, weil sie vermutlich ihrer Handlung bereits als aussagekräftig genug einschätzt und äußert lediglich ein „em“, was den Anfang einer Aktion markieren könnte, aber auch für ein kurzes Nachdenken stehen kann. Es kann auch als eine Art Füll-Laut interpretiert werden, den sie hier als Begleitung ihrer Aktion wählt. Es könnte auch noch einmal als Bestätigung interpretiert werden, dass Jana Ayses „**okay**“ und zunächst reines Beobachten zu lange dauern könnte und sie daher hier mit „em“ eingeleitet nun lieber selbst das Nachlegen der Reihenfolge übernimmt.

In der Folge könnte Jana die Reihenfolge mit weiteren Kärtchen komplettieren. Wenn sie wirklich die Reihenfolge auf dem Podest beabsichtigt nachzulegen, könnte sie in der Folge auf die 2. Position eine braune Tigerkarte und auf die 3. Position eine weiße Tigerkarte legen. Es ist auch möglich, dass Ayse nachfragt, was Jana dort tut, weil sie eventuell nicht nachvollziehen kann, warum Jana die Elefantenkarte auf Position 1 legt oder welche Reihenfolge sie im Moment legt.

Äußerung 14:

Hier greift erneut B ins Geschehen ein und legt eine von Jana beim Aufnehmen einer Elefantenkarte vom Kartenstapel verrückte Karte wieder zurück auf ihren Ausgangsstapel. Dies ist vermutlich eine Korrekturhandlung, um die Ordnung der Stapel einzuhalten. Vielleicht ist B die Ordnung im Arbeitsbereich der Schülerinnen sehr wichtig, denn auch ihre Verschiebungen des Podestes könnten in diese Richtung gedeutet werden. Dies wird zusätzlich unterstrichen durch das Zurechtrücken von zwei der drei Kartenstapel. B möchte vielleicht auch signalisieren, dass sie dem Vorgehen der Mädchen folgt, ohne verändernd einzugreifen. Bs wiederholtes Berühren der Kartenstapel könnte aus Sicht der Schülerinnen so gedeutet werden, dass B möchte, dass nun eine weitere Reihenfolge gelegt wird. Mit den Berührungen markiert B die Kartenstapel als aktuell wichtig. B erfüllt offenbar die Rolle einer

Art Ordnerin und gibt offenbar eher stumme, dafür recht deutliche Impulse, was ihrer Meinung nach gerade wichtig ist. Sie legt anschließend die Arme wieder in Kreuzarmposition, was erneut signalisiert, dass sie sich eher zurückhält und nicht weiter eingreift.

Lautsprachlich äußert B hier nichts, vielleicht weil sie es für nicht nötig erachtet und den Schülerinnen den Arbeitsbereich überlassen möchte.

Im folgenden Verlauf könnte Jana die angefangene Reihenfolge komplettieren. Ayse könnte bei Jana oder B nachfragen, wie Jana die aktuell nachgelegte Reihenfolge gefunden hat und es könnte noch einmal thematisiert werden, wie die Reihenfolgen auf dem Podest und die nachgelegten Reihenfolgen zu deuten sind.

Äußerung 15:

Diese Äußerung wird von Ayse übernommen und noch gleichzeitig zur vorherigen Aktion von B produziert. Sie hat es möglicherweise eilig, sich einzubringen. Sie verbleibt körpersprachlich in der gleichen Position wie zuvor. Offenbar beobachtet sie die Aktion von Jana. Möglich, dass sie nicht eingreifen möchte oder auch nicht in der Lage dazu ist und lediglich einen lautsprachlichen Hinweis gibt. Das erneute Trommeln auf die Tischkante könnte auch Ungeduld signalisieren oder einfach eine Übersprungshandlung, weil sie möglicherweise selbst nicht weiß, wie sie sich beteiligen könnte.

Lautsprachlich äußert Ayse „en Elefant/“, wobei „en“ für „ein“ stehen könnte oder undeutlich ausgesprochen Janas „em“ aus Äußerung 14 wiederholen könnte. Durch die Stimmhebung am Ende wirkt es so, als spreche Ayse hier lautsprachlich Janas Handlungen mit: Jana legt eine Elefantenkarte und Ayse spricht dazu, was sie legt. Ebenso könnte die Stimmhebung signalisieren, dass nach dem Legen der Elefantenkarte noch etwas kommen muss oder kann. Der Ausspruch wirkt dabei nicht unbedingt ungeduldig, denn sie fragt bspw. nicht, was dann kommt. Ayse scheint eher zu beobachten und mitzusprechen, was Jana tut. Eventuell ist dies eine Form für Ayse, sich einen Zugang zu Janas Vorhaben zu verschaffen oder Ayse nutzt die Zeit, um sich etwas zurückzunehmen, weil sie ohnehin keine weitere Idee verfügbar hat. Sie traut Jana offenbar zu, in geeigneter Weise die Situation fortzuführen und möchte vielleicht hier lieber abwarten, was Jana nun genau umsetzt.

In der Folge könnte sich diese Zurückhaltung ändern und Ayse z. B. ebenfalls eine der Kärtchen in Reihe 6 platzieren. Genauso könnte sie nicht verstehen, welche Reihenfolge Jana nun legt und bspw. nachfragen, warum die Elefantenkarte auf Position I gelegt wurde. Ebenso könnte Jana auch einfach die Kärtchenreihenfolge fertig legen und dazu etwas erläutern.

Äußerung 13b (a-d):

In der Bewegungsabfolge in dieser Äußerung scheint Jana die Kärtchenreihe 6 weiter ergänzen zu wollen, indem sie eine weitere Karte aus den Kartenstapeln vor B nimmt und

auf die 2. Position ablegt. Es handelt sich um eine braune Tigerkarte. Damit wird immer wahrscheinlicher, dass sie die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge aus ihrer Perspektive nun mit den Kärtchen nachlegt. Offenbar ist für sie dieses Weiterlegen relativ unproblematisch oder weniger anspruchsvoll, so dass sie lediglich die rechte Hand dazu benötigt. Die linke Hand verbleibt vor ihr auf dem Tisch liegen. Die Fixierung der rechten Hand nach dem Ablegen der braunen Tigerkarte könnte darauf hindeuten, dass Jana kurz überlegen möchte, z. B. welche Karte sie nun noch benötigt. Es könnte auch sein, dass Jana etwas an der gerade gelegten Reihenfolge aufgefallen ist und sie daher stockt. Genauso könnte ihr an allen Reihenfolgen etwas aufgefallen sein, was sie zu der Fixierung als Zeit für ein Überdenken führen könnte.

Lautsprachlich äußert Jana hier nichts, vermutlich weil sie davon ausgeht, es sei hinreichend klar zu erkennen, was sie gerade tut und nicht weiter erklärungsbedürftig für ihre Interaktionspartnerinnen.

In der Folge könnte Jana eine Erkenntnis äußern oder auch Ayse fragen, wie Jana zu der Reihenfolge kommt, die Jana vermeintlich gerade zu legen scheint.

Äußerung 16:

B bringt diese Äußerung in die Situation ein. Sie scheint erneut etwas im Arbeitsbereich zurecht zu rücken, diesmal einen Kartenstapel. Sie rückt ihn näher an Ayse heran, möglicherweise um eine Beteiligung zu ermöglichen oder um Ayse aufzufordern, sich daraus zu bedienen, um einen Beitrag am Geschehen zu leisten. B rückt ihn mit dieser Verschiebung auch minimal weg von Jana, eventuell geschieht dies mit einer gewissen Absicht. Es könnte auch sein, dass sie den Stapel als wichtig oder auch unwichtig für das aktuelle Geschehen im Arbeitsbereich markiert und ihn daher verschiebt. Möglicherweise sieht B sich in ihrer Rolle gefordert als eine Art ordnende Instanz, die Überblick schaffen möchte durch eine genaue Anordnung der Arbeitsmaterialien. Vielleicht möchte B so Interesse und Beteiligung signalisieren, ohne konkret in die Entwicklung einer Lösung einzugreifen. Das Ende der Bewegung und das erneute Überführen in eine Kreuzarmposition unterstreicht die Vermutung, dass B nicht weiter eingreifen möchte und sich eher zurückhaltend zeigt. Das abschließende Herunterziehen der Mundwinkel und das offensichtliche Nicken mit dem Kopf könnte für Zustimmung entweder gegenüber Janas oder Ayses Verhalten oder auch gegenüber dem eigenen Zurechtrücken des Stapels stehen. Damit nickt B vielleicht ab, dass die Ordnung in ihren Augen nun wieder hergestellt ist. Ebenso könnte sie insbesondere durch das Herunterziehen der Mundwinkel auch ein anerkennendes Bestaunen ausdrücken, z. B. wegen Janas Aktion des Nachlegens der 6. Reihenfolge.

Lautsprachlich äußert sich B hier nicht, was zusätzlich ihre Zurückhaltung unterstreicht und erneut signalisieren kann, dass sie Jana und Ayse ein selbstständiges Agieren zutraut.

In der weiteren Situation könnte Jana die Reihenfolge 6 zu Ende legen oder auch etwas dazu erklären. Auch Ayse könnte sich einbringen, z. B. mit einer Rückfrage oder dem Legen des letzten Kärtchens in Reihenfolge 6.

Äußerung 13c (a-d):

Jana bringt diese Äußerung ein, bewegt aber anders als vermutet ihre Hand nicht etwa zum dritten Kartenstapel, um Reihenfolge 6 zu vervollständigen, sondern zeigt offenbar etwas an den bereits gelegten Kärtchenreihen an. Sie formt eine G-Handform und beginnt etwas zu zeigen und zwar zunächst an Reihe 1 und 2 und deren jeweilige 2. Position. Diese beiden 2. Positionen setzt sie offenbar mit ihrer Gestik in Relation und betont sie auch durch das Hin- und Herfahren des Zeigefingers über den 2. Positionen mehrfach. Dieses Anzeigen ist Jana hier offenbar so wichtig, dass sie es noch bevor sie die 6. Reihe zu Ende gelegt hat, ihren Interaktionspartnerinnen mitteilen möchte. Es könnte sich um eine Erkenntnis handeln, die Jana zuvor beim Innehalten und Fixierung der Position beim Ablegen der braunen Tigerkarte entwickelt hat. Ebenso könnte es sein, dass sie dieses Zeigen an den bereits gelegten Kärtchenreihen für sich selbst ausführt, um sich eines Gedankens klar zu werden. Möglicherweise hält Jana es auch zunächst hier für zweitrangig, die sechste Kärtchenreihe zu beenden, weil ja auch durch die Besetzung der ersten beiden Positionen die Reihenfolge im Prinzip eindeutig definiert ist, vorausgesetzt man hält die Bedingung ein, dass jedes Tier in jeder Reihenfolge nur einmal vorkommen kann. Damit könnte es für Jana hier selbstverständlich sein, wie die 3. Position in Reihe 6 besetzt wird und sie traut eventuell ihren Interaktionspartnerinnen zu, dies ebenfalls zu erkennen, auch ohne, dass die Karte gelegt wird. Jana schätzt ihre jetzt angezeigte Erkenntnis in diesem Sinne vielleicht als wesentlich zentraler ein und so, dass sie keinen Aufschub erlaubt. In der weiteren Bewegungsabfolge zeigt sie in ähnlicher Gestik auch über die Reihen 3 und 4 und deren 2. Positionen und schließlich ebenso über die Reihen 5 und 6 und deren 2. Positionen. Schaut man sich die bereits gefundenen und mit den Kärtchen nachgelegten Reihenfolgen der Schülerinnen an und vergleicht die zweiten Positionen von Reihe 1 und 2, 3 und 4 und 5 und 6, fällt auf, dass diese immer gleich besetzt sind: In der 1. und 2. Reihe liegt jeweils auf der 2. Position eine weiße Tigerkarte. In der 3. und 4. Kärtchenreihe liegt jeweils eine Elefantenkarte auf der 2. Position und in der 5. und 6. Reihe liegt jetzt je eine braune Tigerkarte auf der 2. Position. Jana könnte genau dies erkannt haben und damit die mittleren Positionen der gefundenen Reihenfolgen besonders betonen als Fixpunkt der Permutation. Dies könnte konsistent sein zu ihren bisherigen Betrachtungen:

- die Betonung des braunen Tigers zu Beginn der Interaktionssequenz (vgl. Äußerung 3, bes. 3.4ff u. 3.8f),
- die Markierung und Umpositionierung der Positionen 1 und 3 in den oberen Kärtchenreihenfolgen und auf dem Podest bei gleichzeitigem nicht Verändern der 2. Position dieser Reihenfolgen (vgl. Äußerung 4a, 4b.9ff u. 4b.21ff) und

- die zuletzt gelegte braune Tigerkarte auf die mittlere Position in Reihe 6.

Die möglicherweise eher zufällige Anordnung der nachgelegten Reihenfolgen erweckt hier nun eventuell also Janas Interesse und ist die Erkenntnis, die sie nun noch bevor sie die 6. Reihe zu Ende gelegt hat, den anderen mitteilen möchte. Die Art der Gestik markiert dabei immer zusammengehörige Kärtchenreihen, indem sie gewissermaßen dreimal ihre Zeigebewegung je über den einzelnen Kärtchenreihen-Paaren wiederholt. Damit unterstreicht sie die Zentralität dieser Entdeckung und markiert in besonderer Weise die 2. Positionen. Es wäre möglich, dass sich für diese zentrale Bedeutung der mittleren Positionen aufgrund der besonderen Anordnungen im Diagramm der Kärtchenreihenfolgen erst jetzt nach der Besetzung der 2. Position in der 6. Kärtchenreihenfolge verdichtet hat und sie daraus nun schließlich die Erkenntnis über die Reihenpaarungen entwickelte. Jana zeigt dabei gestisch die Beziehungen der einzelnen Reihenfolge in der gesamten Lösungsmenge an.

Jana schließt die Gestenbewegung zunächst ab, indem sie erneut zu den Kartenstapeln greift – möglicherweise um die noch fehlende 3. Karte für Reihe 6 zu holen – und fixiert hier ihre Hand. Dies könnte sie tun, um den anderen die Möglichkeit zu geben, den Turn zu ergreifen und sich z. B. zu Janas Entdeckung zu äußern. Ebenso könnte das Verweilen an einem Kartenstapel auf ein Nachdenken Janas hindeuten oder sie ist gerade so mit dem lautsprachlichen Beschreiben ihrer Entdeckung beschäftigt, dass sie gestisch und handelnd eine Pause einlegen möchte, um sich ganz auf das Sprechen zu konzentrieren.

In der Lautsprache äußert Jana „guck (*lacht*) hee hee hee“. Dies ist zunächst keine Erläuterung dessen, was sie möglicherweise entdeckt hat. Vielmehr scheint es so, als wolle Jana hier zunächst die Aufmerksamkeit einer oder beider Interaktionspartnerinnen sichern. „Guck“ ist die Ansprache einer Interaktionspartnerin, wobei offenbleibt, ob sie Ayse oder B damit meint. Es könnte auch sein, dass dies an beide gerichtet ist und hier wegen Janas eigener Überraschung über die Entdeckung in dieser Form geäußert wird. Vielleicht ist „guck“ also auch eine Aufforderung an sich selbst. Janas Lachen, das sie nun zum zweiten Mal zeigt (vgl. Äußerung 4b) könnte darauf hindeuten, dass sie ihre Entdeckung eher für zufällig und daher überraschend und z. B. ästhetisch hält, weil ausgerechnet die Kärtchenreihen so untereinander liegen. Es könnte aber auch unterstreichen, wie zentral sie selbst diese Entdeckung einschätzt. Wurde das Lachen in Äußerung 4b wohl eher aus Verlegenheit heraus erzeugt, scheint es hier für Jana eine zentrale Erkenntnis zusätzlich hervorzuheben. Jana könnte das Lachen auch deshalb äußern, weil sie ihre eigene Leistung, die 6. Reihenfolge nun legen zu können, als nicht besonders hervorragend einschätzt, sondern mit ihrem Lachen und dem Anzeigen der Reihenpaarungen mehr darauf verweisen möchte, aus welcher simplen optisch wahrnehmbaren Erscheinung heraus sie ihren Schluss bezüglich des Aufbaus von Reihe 6 möglicherweise gezogen hat. Vielleicht erwartet sich Jana dadurch, dass sie hier gerade nicht erläutert, was sie sieht oder erkannt hat, eine Nachfrage der Interaktionspartnerinnen. „Hee hee hee“ könnten Begleitlaute zu ihrem dreischrittigen

Zeigen jeweils über den Kärtchenreihenpaaren darstellen. Die Entdeckung der gleichen Besetzung der zweiten Position lässt sich insgesamt dreimal in den gefundenen und gelegten Kärtchenreihen erkennen.

In der Folge könnten Ayse oder B fragen, was Jana genau meint und erkannt haben will. Ebenso könnten sie dies unkommentiert lassen und Jana könnte fortfahren mit dem Legen der letzten Karte in Reihe 6 oder selbst noch etwas zu ihrer Entdeckung erläutern.

Äußerung 17:

Offenbar übernimmt nun B den Turn und könnte sich daher mit Janas „guck“ aus Äußerung 17 angesprochen fühlen. B äußert sich zumindest teilweise gleichzeitig zu Jana. Dies könnte auch bedeuten, dass sie sich nicht direkt zu Jana äußert. Möglich ist auch, dass ihr Beitrag für sie sehr wichtig ist und deshalb noch während Janas Äußerung produziert wird oder, dass er rein körpersprachlich angelegt ist und daher in Bs Augen keine Unterbrechung Janas darstellt. Das Herunterziehen der Mundwinkel ist eine wiederholte Mimik von B und könnte für Anerkennung, aber auch für eine Art In-Frage-Stellen stehen, nach dem Motto: Das kann ja jeder sehen, dass die 2. Positionen paarweise in den Reihen gleich besetzt sind. Vielleicht möchte B auf diese Weise eine Erläuterung von Jana oder auch Ayse evozieren.

In der Lautsprache äußert B „was siehst du da!“, was durch die sprachliche Struktur, die Stimmhebung am Ende und das Fragewort am Anfang relativ wahrscheinlich als Frage interpretiert werden kann. Diese könnte B an Jana richten als Reaktion aus Äußerung 13c, in der Jana ihr Zeigen an den Reihen mit „guck“ einleitete aber nicht weiter erklärte. Möglich ist also, dass B durch ihre Frage Jana dazu anregen möchte, diese weiter auszuformulieren und zu erläutern. Es kann auch sein, dass B nicht erkennt, was Jana hier anzeigt und daher noch einmal nachfragt, was sie sieht. Dieses Sehen ist vermutlich im Sinne einer Beobachtung gemeint. Für B reicht die Gestik Janas als Erläuterung nicht aus. Möglicherweise erwartet sie eine lautsprachliche Erklärung bezüglich der 2. Positionen in den Reihen. Das gleichzeitige Zurechtrücken des einen Kartenstapels könnte eine zufällige und eher weniger auf die Frage bezogene Übersprungshandlung sein. Es ist aber auch möglich, dass B genau danach fragt: Sie rückt einen Kartenstapel zurecht und fragt anschließend Jana (oder auch Ayse), was sie da, also z. B. auf dem Kartenstapel, sieht. Diese Interpretation ließe sich in der Folge dadurch bestätigen, dass der eben verrückte Kartenstapel möglicherweise weiter zum Thema gemacht wird. Bis hier wäre es eher unklar, was B damit meinen könnte, wenn sie ihre Frage tatsächlich auf den von ihr verrückten Kartenstapel bezieht. Möglich, dass der Kartenstapel genau diejenigen Karten beinhaltet, von denen noch eine nötig ist, um die 6. Kartenreihe zu vervollständigen und deshalb verrückt B ihn hier und fragt, was Jana da sieht, um sie darauf aufmerksam zu machen, dass diese Karte in Reihe 6 noch fehlt.

Es ist aber auch möglich, dass die Frage von B hier an Ayse gerichtet ist und möglicherweise eine Reaktion auf Äußerung 16, in der Ayse bemerkte „en Elefant“. B möchte

möglicherweise Ayse unterstützen, einen Zugang zu Janas aktuellem Vorgehen, dem Legen der 6. Kärtchenreihe oder auch ihrer zuvor angezeigten Erkenntnis bezüglich der 2. Positionen zu finden und fragt deshalb, was Ayse da sieht. Unklar ist dann, was mit „da“ gemeint ist. Vielleicht ist dies örtlich auf den Kartenstapel bezogen gemeint, den B gerade verrückt hat. B bezieht ihre Frage, wenn sie an Ayse gerichtet ist, möglicherweise auch auf die Reihung, die aktuell auf dem Podest steht und meint diese mit „da“. Dann ist ihre begleitende Handlung, das Verschieben eines Kartenstapels, eher unpassend zu ihrer Frage und dient womöglich wirklich nur der Herstellung einer Ordnung oder als eine Übersprungshandlung, die zunächst nicht direkt in Beziehung mit dem Verhandelten steht. Es ist aber, wie oben bereits erwähnt, auch möglich, dass B die Frage auf den Kärtchenstapel bezieht. Möglicherweise, weil darin Karten zu finden sind, die man für die Vervollständigung der Kärtchenreihe 6 benötigt und sie möchte mit ihrer Frage und dem indirekten Hinweis auf den geeigneten Kartenstapel Ayse darin unterstützen, sich beim Legen der Reihenfolge zu beteiligen. Ebenso könnte B die Frage an Ayse richten und mit „da“ Janas Gestik über den 2. Positionen meinen.

In der Folge sind verschiedene Szenarien denkbar: Jana könnte auf die Frage von B reagieren, weil sie diese möglicherweise auf ihre Entdeckung bezieht, die sie eventuell mit „guck“, dem Lachen und dem Zeigen der zweiten Positionen in Äußerung 13c angezeigt hat. Auch Ayse könnte die Frage auf sich beziehen und z. B. benennen, was sie auf dem Podest sieht, auf dem von B verschobenen Kartenstapel oder auch bezüglich der von Jana angezeigten 2. Positionen der gefundenen und nachgelegten Kärtchenreihenfolgen. Ebenso könnte Ayse wiederholen, dass sie „en Elefant“ sieht, wenn sie z. B. die Frage von B so interpretiert, dass B vielleicht ihr Äußerung 15 nicht verstanden oder nicht wahrgenommen hat.

Äußerung 13d (a-d):

Jana bringt nun möglicherweise eine Antwort auf Bs Frage hervor, denn sie fährt gestisch mit ihrer Äußerung 13 weiter fort. Sie interpretiert also mutmaßlich die Frage von B als an sich gerichtet. Dabei betrachtet sie zunächst das Podest und vermutlich die hierauf aktuell stehende Reihenfolge und dann die Kärtchenreihen. Möglicherweise möchte sie so einen Abgleich vornehmen, ob sie z. B. die 6. Kärtchenreihe bereits ausreichend weit und übereinstimmend mit der Reihenfolge auf dem Podest gelegt hat. Vielleicht benötigt sie diesen Abgleich, um für eine nun folgende mögliche Argumentation sicher zu sein.

Anschließend führt sie ihre rechte Hand mit leicht abgespreiztem Zeigefinger rechts neben das DIN A4 Blatt in Höhe der oberen Kärtchenreihen. Dies könnte eine Art Fixierung oder Ankündigung dessen sein, was sie nun erläutern möchte. Ihre Äußerung bindet sie mit der Gestik hier auf diese Weise mutmaßlich an die Reihenfolgen. Lautsprachlich würde man das etwa durch *hier sieht man...* oder *hierauf beziehe ich mich jetzt...* ausdrücken. In der Folge führt Jana mutmaßlich eine Variation ihrer Gestenbewegung aus Äußerung 13c aus: Sie tippt diesmal mit ihrem rechten Zeigefinger auf die 2. Positionen der gelegten Kärtchenreihen und

startet in Reihe 1, tippt dann auf die 2. Position in Reihe 2 und führt ihre Hand anschließend nach oben, wo sie die Position kurz fixiert. Die Fixierung des zeigenden Fingers über den Reihen markiert den Übergang zum Zeigen auf die 2. Positionen in Reihe 3 und 4 und taktet den gesamten Zeigeverlauf. Dabei geht Jana musterhaft über alle paarweise übereinanderstehenden Reihen ähnlich vor und betont dabei gestisch immer deren vergleichbares Element, den Fixpunkt der Permutation, nämlich die gleiche Besetzung von Position 2 durch Tippen. Die Fixierungen zwischen dem Tippen auf die 2. Positionen zeigen gewissermaßen an, wann ein neues Reihenpaar angezeigt wird, denn Reihe 1 und 2 haben die gleiche Besetzung der 2. Position, dann folgt eine Fixierung, die Reihen 3 und 4 sind auf der zweiten Position gleich besetzt, dann folgt erneut eine Fixierung und die Reihen 5 und 6 sind ebenfalls auf der zweiten Position mit dem gleichen Tier besetzt und ebenfalls wird eine Fixierung danach ausgeführt. Im Vergleich zu Äußerung I3c, fällt vor allem das Tippen auf, um die Reihen zu markieren. In Äußerung I3c wurde das durch ein Darübergleiten/-fahren der Zeigehand ausgeführt. Tippen zeigt präziser an, was gemeint ist und lenkt die Aufmerksamkeit genau auf eine bestimmte Stelle. Zudem verbindet das Tippen die beiden zweiten Positionen unmittelbar miteinander, so als seien die Positionen die Knoten und die Bewegung von einer 2. Position zur weiteren 2. Position die Kante, wenn man sich eine Art Bewegungsgraf zu Janas Gestenbewegung vorstellt. In Äußerung I3c führte sie die Hand immer mit einem Bogen zum nächsten Reihenpaar, um hier erneut über die 2. Positionen zu gleiten. Diesmal in Äußerung I3d bringt die Fixierung eine deutlichere Pause und sie trägt vermutlich auch zu einer größeren Deutlichkeit dessen bei, was Jana hier zeigen möchte. Jedes Reihenpaar wird so möglicherweise stärker als in Äußerung I3c als Einheit erkannt. Das Ablegen der Hände bzw. Unterarme vor sich auf der Tischplatte markiert schließlich den Abschluss von Janas Gestenbewegung und zeigt vermutlich auch den Abschluss ihrer Erläuterung an. Dies kann auch als Turnübergabestelle gedeutet werden, an der Ayse oder B einschreiten könnten.

In der Lautsprache äußert Jana „zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**\“. Dies unterstreicht die Vermutung, dass Jana Äußerung I7 an sich adressiert interpretiert. Sie gibt hier also neben der gestischen Variation des Tippens und Fixierens auch lautsprachlich eine variierte Äußerung ab und kommentiert diesmal konkreter als in Äußerung I3c, was sie zeigt. Während sie in Äußerung I3c noch durch „guck“ und Lachen offenbar hauptsächlich die Aufmerksamkeit ihrer Interaktionspartnerin(nen) beabsichtigte zu erregen, formuliert sie nun im Prinzip das, was sie sieht. Damit kommt sie auch der Erwartung Bs einer Antwort auf ihre Frage aus Äußerung I7 nach („was siehst du da“ → „zweimal **die** zweimal **die** und zweimal **die**\“). Die Stimmensenkung am Ende signalisiert vermutlich, dass sich Jana ihrer Beobachtung relativ sicher scheint. Die Betonungen auf „**die**“ markieren vermutlich eine zentrale Information in der Äußerung, rhythmisieren gewissermaßen auch die Äußerung und treten immer dann auf, wenn gestisch gerade die Fixierungen erfolgen. Jana äußert syntaktisch gesehen keinen vollständigen Satz, vermutlich weil sie ihre Aussage in Verbindung mit der gezeigten Gestik als ausreichend empfindet. Sie reduziert die Lautsprache auf die

nötigsten Informationen und damit emergiert zwischen Gestik und Lautsprache eine Art Rhythmik, die erst im Gesamten sinnvoll erscheint. Ohne die Gestik könnte man die Lautsprache nicht verstehen und die Informationen in der Lautsprache werden durch die Gestik an das Material und damit an die aktuell gelegten Kärtchenreihen gebunden. Gestisch und lautsprachlich erzeugt sie innerhalb dieser Äußerungseinheit drei Wiederholungen entsprechend der 3 angezeigten Reihenpaarungen. Erst durch die Gestik erhält die Lautsprache eine sinnvolle Einbindung. Die Gestenbewegung und der Verlauf dieser führt dazu, für die Lautsprache gewissermaßen einen sinnvollen Interpretationsrahmen zu eröffnen, innerhalb dessen eine ausführlichere Ausgestaltung der lautsprachlichen Äußerung nicht unbedingt nötig erscheint. Musterhaft sind hier Gestik und Lautsprache. Sie bilden gemeinsam eine sinnvolle Rhythmik und werden auch genutzt, um etwas Musterhaftes, nämlich die paarweise gleich besetzte 2. Position in den Reihen, anzuzeigen.

In der Folge könnte Jana ihre Entdeckung noch weiter ausführen oder erklären, warum ihr dies so wichtig erscheint. Dies könnte auch eine Frage sein, die von Ayse oder von B an sie gerichtet wird.

Äußerung 18:

B äußert sich offenbar zu dem, was Jana gerade erläutert hat. Das nach unten Ziehen der Mundwinkel und das Nicken ist ein bekanntes mimisches Bewerten von dem, was aktuell geäußert wurde. Es könnte hier also erneut Zustimmung, aber auch Überraschung oder Anerkennung über das ausdrücken, was B Jana unterstellt gemeint zu haben. Das nach unten Ziehen der Mundwinkel könnte auch auf Irritation hindeuten. Möglich wäre, dass B nicht versteht, was Jana auszudrücken versucht. Gleichzeitig verweist Bs unveränderte Armhaltung auch darauf, dass sie vermutlich immer noch Zurückhaltung signalisieren möchte oder zumindest kein unmittelbares Eingreifen in die Situation plant bzw. dies offenbar auch nicht für nötig hält.

Lautsprachlich sagt B „aha/“. Dies könnte ihre Überraschung, aber auch eine leichte Irritation unterstreichen. Ebenso könnte es durch die Stimmhebung Zustimmung signalisieren und möglicherweise auch eine gewisse Erleichterung darüber, dass Jana etwas an den bereits gelegten Reihenfolgen entdeckt hat, das in der Folge zu einer weiterreichenden Erklärung führen könnte. „Aha/“ ist aber auch ironisch zu deuten, so als sei B von der Entdeckung oder auch der dazu ausgeführten Erläuterung Janas (noch) nicht überzeugt.

In der Folge könnte Jana darauf reagieren und erneut ansetzen zu einer Erklärung. Ebenso könnte Ayse sich mit einer solchen einschalten oder ihr Unverständnis oder auch ihre Zustimmung ausdrücken. Beide Schülerinnen könnten auch unbeirrt weiter machen und z. B. die Kärtchenreihe 6 vervollständigen.

Äußerung 19:

Jana produziert diese Äußerung. Möglicherweise handelt es sich um eine Reaktion auf Bs „aha/“ aus Äußerung 20, z. B. eine weitere Erklärung ihrer Idee. Es ist auch möglich, dass sie hier weniger auf B reagiert und die 6. Kärtchenreihe einfach beenden möchte. Sie startet mit einer Handbewegung der rechten Hand über den Kärtchenreihen. Möglich, dass sie etwas daran zeigen möchte, eventuell zu ihrer geäußerten Idee oder ihr ist etwas Anderes bzw. Neues daran aufgefallen, was sie nun überprüfen oder zeigen möchte. Es ist auch möglich, dass sie daran etwas plant zu verändern und deshalb ihre rechte Hand über die Kärtchenreihen führt. Das Zurückführen und das Berühren der Nase mit dem Zeigefinger könnten darauf hindeuten, dass Jana etwas aufgefallen ist, sie etwas plante an den Kärtchenreihen zu tun oder zu zeigen und dann doch die Bewegung abbricht und sich eine Art Denkpause nimmt. Das Berühren der Nase wirkt wie ein Innehalten oder Sammeln, möglicherweise um noch einmal genauer die Kärtchenreihen zu betrachten und nachzudenken. Sie zieht sich und ihren Zeigefinger dafür kurz aus dem Geschehen zurück und betrachtet es aus der Distanz. Eventuell ist Jana noch nicht im Stande, das zu zeigen, was ihr aufgefallen sein mag und sie unterbricht daher ihre angesetzte Aktion über den Kärtchenreihen, indem sie den Zeigefinger an die Nase führt.

Offenbar erweckt im Anschluss die unterste Kärtchenreihe 6 Janas Aufmerksamkeit. Sie bewegt ihre rechte Hand in Richtung der Kartenstapel, vermutlich um die in Reihe 6 noch fehlende 3. Karte zu ergänzen, denn sie nimmt eine Karte und führt sie zu den Kärtchenreihen. Das nach hinten Lehnen des Oberkörpers und Abstützen der Hand neben den Kärtchenreihen könnte erneut darauf hindeuten, dass sie kurz innehält und nachdenkt oder Jana möchte sich einen besseren Überblick über die Kärtchenreihen verschaffen. Eventuell ist sie sich auch der richtigen Kärtchenauswahl nicht sicher und schaut deshalb noch einmal nach, bevor sie eine weiße Tigerkarte auf Position 3 in Reihe 6 ablegt. Damit vervollständig sie die sechste Kärtchenreihe, in der nun die Karten *Elefant – brauner Tiger – weißer Tiger* liegen. Das Aufstehen und damit eine relativ deutliche Veränderung der Körperhaltung und -position verweist auf eine Zensur seitens Jana, möglicherweise um die abgeschlossene Vervollständigung von Reihe 6 anzuzeigen. Sie könnte durch das Aufstehen auch einen Abschluss markieren oder sich zu einem besseren Überblick über das Geschaffte verhelfen wollen. Sie schafft damit Distanz zum Geschehen und wendet sich Ayse zu, eventuell weil sie eine lautsprachliche Äußerung an sie richtet und ihr so die Adressierung oder auch eine Turnübergabe anzeigt. Dabei verbleibt Janas Blick auf den Kärtchenreihen. Ihre lautsprachliche Äußerung könnte sie damit gleichzeitig an die Kärtchenreihen binden wollen, was sie durch ihre Körperhaltung anzeigt. Eventuell ist diese Äußerung zentral, so dass sie dazu aufsteht und ihre Körperposition deutlich verändert im Vergleich zum vorherigen Arbeiten im Arbeitsbereich. Es könnte sich um eine abschließende Äußerung bezüglich des nun möglicherweise abgeschlossenen Lösungsprozess der beiden Schülerinnen handeln. Das abgestützte Ablegen des Oberkörpers auf der Tischplatte zum Ende ihrer

Gestenbewegung, deutet erneut auf einen Abschluss hin, möglicherweise weil sie nun Ayse den Turn übergeben hat und damit zunächst selbst in eine Warteposition übergeht. Es ist auch möglich, dass sie Ayse zunächst etwas gefragt hat, auf das sie selbst keine Antwort hat und das Ablegen mehr auf Resignation hindeutet oder darauf, dass Jana nun nicht mehr weiß, was sie weiter tun kann oder erklären soll.

In der Lautsprache äußert Jana „jetzt haben wir alle Reihen“ und zwar nach Abschluss ihrer Körperbewegungen. Dies erscheint wie eine Schlussfolgerung, die sie aus dem vorherigen Geschehen und ihrem in dieser Äußerung gezeigten Blick auf die Kärtchenreihen sowie dem Vervollständigen der 6. Reihe zieht. Sie äußert damit keine weitere Erklärung dessen, was sie in Äußerung 13c und 13d offenbar entdeckt hat bzw. ausdrücken wollte. Die Stimmsenkung am Ende deutet auf einen Abschluss dessen hin, was die Schülerinnen nun geschafft haben und passt zum körpersprachlich gezeigten Ablegen und Abstützen auf dem Tisch. Ebenso zeigt die Stimmsenkung ein überzeugt sein Janas von dem, was sie hier aussagen möchte. Mit dem Satz beantwortet Jana im Prinzip das in der Situation gegebene Problem oder die Frage des Findens aller möglichen und voneinander verschiedenen Reihenfolgen, die man aus drei Elementen/Tieren stellen kann. Eine alternative Deutung zu der aufgeführten, dass Jana den Satz auf alle gelegten Kärtchenreihen bezieht, könnte sein, ihr zu unterstellen, dass sie mit „jetzt haben wir alle“ eher alle Kärtchen der 6. Reihenfolge meint. In der ersten Deutung könnte man Janas Äußerung mit *gefunden* ergänzen, in der zweiten Deutung mit *vervollständigt*.

Blickt man auf die 1. Äußerung von Ayse im hier analysierten Transkriptausschnitt zurück („das hatten wir schon gehabt“), was sich vermutlich auf die auf dem Podest stehende Reihenfolge bezog, und fokussiert man gleichzeitig die Deutung, dass Jana in Äußerung 19 nun den Abschluss des Findens aller möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen formuliert, so kann man Äußerung 19 „jetzt haben wir alle Reihn“ als eine Art Gegenpol zur Äußerung 1 sehen, den Jana hier nach einem Aushandlungsprozess darüber, ob dies nun eine bereits gefundene oder noch nicht gefundene Reihenfolge ist, erzeugt. Die Feststellung Ayses zu Beginn und die Feststellung Janas nun am Ende rahmen gewissermaßen den Interaktionsausschnitt.

In der Folge könnten B oder Ayse darauf reagieren und z. B. ihre Einschätzung zu Janas Schluss äußern. Ebenso könnten sie eine Erklärung dazu einfordern oder selbst erklären, warum sie anderer Meinung sind oder Jana zustimmen.

Äußerung 20:

In der letzten Äußerung der hier analysierten Sequenz meldet sich Ayse zu Wort. Sie scheint in einer Beobachterposition zu sein, denn sie bewegt ihre Hände an der Tischkante auf und ab oder trommelt mit den Fingern auf den Tisch, während sie gleichzeitig auf den Arbeitsbereich blickt.

Das Bewegen der Hände oder das erneute Fingertrommeln könnte eine Übersprungshandlung oder Ausgleichsbewegung während eines Denkprozesses darstellen oder auch auf Ungeduld hinweisen. Ayse hat dieses Verhalten bereits in Äußerung 12 gezeigt. Möglich ist, dass sie Janas Schluss hier nachvollziehen möchte und daher zunächst beobachtet. Offenbar bewegt Ayse dann ihre Hände an die unteren Ecken des DIN A4 Blattes, möglicherweise um besser die Reihenfolgen sehen zu können oder zu signalisieren, dass sie noch nicht fertig damit ist. Es könnte sein, dass sie eine Aktion daran plant, diese hier aber noch nicht ausführt. Ayse hat bereits öfter im analysierten Transkriptausschnitt die unteren Ecken des Blattes gehalten oder berührt. Sie rahmen vielleicht ihren Beobachtungsfokus hier ein.

In der Lautsprache äußert Ayse „mja\ ja“, was zunächst wie eine etwas zögerliche Zustimmung klingt. Vielleicht braucht Ayse eine Weile, um die Kärtchenreihen zu betrachten und erst dann Jana zuzustimmen. „Mja“ könnte hier ein erster Versuch sein, Zustimmung auszudrücken und dabei noch eine gewisse Unsicherheit oder Vorläufigkeit zeigen. Ayse äußert „mja“ während Jana die letzte Karte aus dem Stapel ergreift und in Richtung 3. Position der 6. Kärtchenreihe führt. Möglicherweise äußert Ayse „mja“, weil sie Janas Kärtchenauswahl zunächst nicht sehen konnte und erst als sie erkennt, dass es sich um den weißen Tiger handelt, stimmt sie zu. Das „m“ vor dem „ja“ wäre in diesem Fall gewissermaßen eine Verzögerung in der Zustimmung. Es ist auch möglich, dass sich Ayse bezüglich Janas Auswahl des Kärtchens nicht ganz sicher ist und daher äußert sie „mja“. Die Stimmsenkung deutet auf die erste Interpretation einer verzögerten Zustimmung hin, bis Ayse klar ist, welches Kärtchen ausgewählt ist.

Nach Janas lautsprachlicher Äußerung „jetzt haben wir alle Reihn“, sagt Ayse schließlich betont „ja“, was in Verbindung mit der Stimmsenkung als relativ sicher klingt. Es ist dennoch möglich, dass Ayse zu diesem Zeitpunkt nicht ganz klar ist, warum Jana zu diesem Schluss kommt, oder ob dieser überhaupt geeignet ist. Sie möchte eventuell aber nicht Jana oder B nach einer Begründung fragen, weil sie in Janas Äußerung Selbstsicherheit über die Aussage wahrzunehmen vermag, Ayse selbst aber möglicherweise noch einen Moment benötigt, um das nachvollziehen zu können. Dieses „ja“ von Ayse ohne weitere Nachfrage beschließt gewissermaßen einen Arbeitskonsens der beiden Schülerinnen, der offenbar nicht zu begründen oder zu hinterfragen oder näher zu erläutern ist und auf dessen Basis eine gemeinsame Weiterarbeit möglich ist. Ayse könnte hier auch deshalb zustimmen, um in ihren Augen endlich einen Abschluss der Situation oder der Auseinandersetzung mit der Frage herbeizuführen, ob es noch weitere Reihenfolgen gibt, ohne jedoch inhaltlich dem, was Jana zuvor äußerte, tatsächlich folgen zu können. Sie traut in dieser Deutung Jana zu, einen angemessenen Schluss gezogen zu haben und möchte vielleicht gar keine Energie mehr darauf verwenden, diesen tatsächlich auch inhaltlich an den Kärtchenreihen nachvollziehen zu können.

Mit dieser Äußerung endet die Transkriptsequenz.

Anhang 2-3: Ausführliche Interaktionsanalyse 3: Maya und Dennis – Kombinatorik

Beispiel 3

Äußerung 1	Maya formuliert ein Beobachtungsauftrag an Dennis bezüglich der Besetzung der mittleren Position durch den Schneetiger.
Äußerung 2-9	B fragt offenbar nach einer Begründung dieses Beobachtungsauftrages, woraufhin Maya eine Erklärung abliefern, die B kommentiert.
Äußerung 10a-15	Dennis bringt ein „(ob) wir des scho- hatten/“, was in der Folge offenbar verhandelt wird.
Äußerung 16-19	Dennis äußert „Dann ham ma alle“, was Maya offenbar bestätigt.
Äußerung 20-26	Maya und Dennis scheinen nach einer Frage von B zu klären, wie viele Reihenfolgen sie haben und äußern Zahlzerlegungen zur 7.
Äußerung 27-31b	B und Maya diskutieren, warum es nicht mehr Reihenfolgen gibt.

Tab. I-3_3 Gliederung der Interaktionssequenz 3

Allgemeine Beschreibung

Zu Beginn der Sequenz (vgl. Ausschnitte der Analyse in einer Vorversion in Huth, 2017) äußert Maya einen Beobachtungsauftrag, den sie an Dennis adressiert: „Dennis guck mal ob jeder schon ma in der Mitte zweimal war“ (Äußerung 1). Daraufhin übernimmt B den Turn und fragt, offenbar noch bevor Dennis etwas antwortet oder antworten kann, nach einer Begründung für den Beobachtungsauftrag (vgl. Äußerung 2). Maya scheint daraufhin eine Erläuterung zu erzeugen, denn sie beginnt mit einem langgezogenen „weil“ (vgl. Äußerung 3a) und zeigt an einer bereits nachgelegten Kärtchenreihe offenbar, wie die äußeren Positionen besetzt sind. Dazu äußert sie lautsprachlich „wenn jetzt der Schneetiger in der Mitte is und dann kann der **da** und der **da**“ (Äußerung 3a), wobei sie mutmaßlich mit „Schneetiger“ den weißen Tiger meint. Nach einer Bestätigung von B erläutert Maya weiter, dass man etwas offenbar zusätzlich umgekehrt machen kann (vgl. Äußerung 3b), womit sie mutmaßlich auf die Besetzung der 1. und 3. Position referiert, von denen sie zeitgleich die Kärtchen vorübergehend vertauscht.

In Äußerung 6 meldet sich Dennis zu Wort und äußert sich offensichtlich dazu, ob eine bestimmte Reihenfolge bereits gestellt bzw. nachgelegt wurde. Darauf scheint zunächst keine seiner Interaktionspartnerinnen einzugehen, denn B und Maya schließen vermutlich in Äußerung 7 und 8 ihre vorher begonnene Aushandlung ab, indem Mayas Äußerungen von B paraphrasiert werden (vgl. Äußerung 7) und Maya offenbar mit Bestätigung reagiert (vgl. Äußerung 8). Schließlich äußert B eine Art Bewertung, vermutlich dessen, was sie vorher mit Maya verhandelte bzw. was diese erläuterte: „Mhm (...) m des ja vielleicht ganz **klug** da ma zu gucken“ (Äußerung 9).

Äußerung 10a wird erneut von Dennis hervorgebracht, möglicherweise mit dem Versuch, eine weitere Reihenfolge mit den Tierkärtchen zu legen. Er fragt offenbar mehr oder weniger sich selbst leise, ob diese Reihenfolge wohl schon gefunden wurde (vgl. Äußerung 10b). Diese Frage paraphrasiert B in Äußerung 11 mit „hattet ihr des schon!“ und Maya äußert sich in der Folge so dazu: „ähäh\ (...) oda doch hatten wir\ (...+) (jetzt) wieder zurück-“ (Äußerung 13), was aufgrund der mutmaßlichen Verneinung zu Beginn zunächst auf eine gewisse Unsicherheit hindeutet. Nach einer weiteren Diskussion darüber, ob eine oder diese zuvor von Dennis gelegte Reihenfolge offenbar schon gefunden wurde oder nicht (Äußerung 14 u. 15) zieht Dennis dann in Äußerung 16a den Schluss: „Dann ham ma alle“, der von Maya offenbar bestätigt wird (vgl. Äußerung 17).

In Äußerung 18 schaltet sich erneut B ein, die nun offenkundig wissen möchte, nach was die Schüler*innen geschaut haben. Maya oder Dennis zeigen darauf keine direkte Reaktion, sondern wiederholen den geäußerten Schluss und dessen Bestätigung (vgl. Äußerung 16b u. 19), was möglicherweise zu der weiteren Frage von B führt: „Zeig mal wie viele sinds jetzt!“. Dennis stellt daraufhin die Zahl 7 in den Raum und meint damit vermutlich die Anzahl der mit den Kärtchen gelegten Reihen, worauf er im Anschluss eine Zahlzerlegung zur 7 anbietet, die der Anordnung der Reihen rechts und links auf dem DIN A4 Blatt entspricht (vgl. Äußerung 21 u. 23). Auch Maya erwähnt daraufhin offenbar eine Zahlzerlegung mit drei Summanden zur 7 (vgl. Äußerung 26).

Die gegen Ende von B formulierte Frage, warum es nur 7 gäbe (vgl. Äußerung 27), bezieht sich vermutlich auf die Anzahl der Reihenfolgen. Maya scheint die Frage zu beantworten mit dem Verweis auf die begrenzte Anzahl der verfügbaren Tiere (vgl. Äußerung 29). B zeigt sich darüber offenbar überrascht und fordert am Ende der Interaktion eine „genauer[e]“ Erklärung von Maya (vgl. Äußerung 30). Maya argumentiert daraufhin offenkundig so, dass sie mit einem weiteren Tier noch andere Reihen machen könnten (vgl. Äußerung 31a) und erläutert abschließend vermutlich, wie dies beispielhaft aussehen könnte (vgl. Äußerung 31b).

Ausführliche Analyse der Einzeläußerungen – Rekonstruktion von Interpretationsalternativen und Turn-By-Turn Analyse

Äußerung 1:

Zu Beginn der ausgewählten Sequenz ergreift Maya den Turn. Sie sitzt auf dem Tisch und schaut zu Dennis. Dies könnte eine Adressierung an ihn sein oder auch Mayas Erwartungshaltung ihm gegenüber zeigen, z. B. etwas im Arbeitsbereich zu tun. Vielleicht traut sie Dennis zu, eine geeignete Lösung für das gegebene mathematische Problem zu erzeugen und möchte sein Vorgehen aus einer Beobachtungsposition genau verfolgen. Das Sitzen auf dem Tisch bringt sie in eine erhöhte Position, von der aus sie sowohl Dennis, seine Aktionen, als auch den gesamten Arbeitsbereich überblicken kann. Gleichzeitig ermöglicht ihre aktuelle Position eine andere Perspektive auf das Geschehen und zwar von einer anderen Seite als ihre bisherige Sitzposition zuließ. Sie sitzt mit dem Rücken zu

Kamera I gewandt, d. h. sie hat sich im Vergleich zu ihrer ursprünglichen Sitzposition um 180° um ihre Körperachse gedreht. Maya hat aus dieser Position sowohl die Möglichkeit, seitlich auf die Kärtchenreihen bzw. den Arbeitsbereich zu schauen, als auch aus der gleichen Perspektive wie Kamera I. Möglicherweise bedarf es dieser besonderen Position, um sich einen neuen Zugang zu den bereits gefundenen bzw. nachgelegten Reihenfolgen oder allgemein dem gegebenen mathematischen Problem zu verschaffen.

Mayas Handbewegung gleicht dem Peace-Zeichen, das mit der Handinnenfläche zu sich weisend ausgeführt wird und zwar auf Gesichtshöhe. Auf dieser Höhe ist Mayas Hand von allen Beteiligten, einschließlich ihrer selbst gut zu sehen. Weil die Hand mit der Innenfläche zu ihrem Oberkörper/Gesicht weist, ist eher auszuschließen, dass Maya hier tatsächlich die Idee verfolgt, ein Peace-Zeichen auszuführen, z. B. im Sinne eines Friedensangebots nach einer möglichen Meinungsverschiedenheit mit einem*r Interaktionspartner*in. Eher ist davon auszugehen, dass der gestreckte Zeige- und Mittelfinger für etwas anderes stehen, z. B. für die Anzahl von 2. Möglich wäre aufgrund der ungefähr gleichen Größe der beiden gewählten Finger der Verweis auf Gleichwertigkeit.

Es befinden sich im Arbeitsbereich rechts auf dem DIN A4 Blatt Papier aktuell zwei gelegte Reihenfolgen, die mit den so gezeigten und für alle Beteiligten gut sichtbaren Fingern gemeint sein könnten. Dann würde Maya hier möglicherweise eine Bestandsaufnahme dessen machen, was bisher geschafft wurde oder sie könnte feststellen, dass links auf dem DIN A4 Blatt mehr Kärtchenreihenfolgen als rechts liegen. Sie könnte aber auch anzeigen wollen, dass z. B. noch zwei Reihenfolgen ihrer Meinung nach fehlen oder dass sie zwei Reihenfolgen in den gelegten Kärtchenreihen für gleich hält. Es ist auch möglich, dass sie lediglich auf die Anzahl von zwei Schüler*innen, nämlich sich und Dennis, verweist. Gleichzeitig könnte sie unabhängig von dem aktuell Verhandelten über etwas anderes sprechen, in dem die Anzahl zwei vorkommt, z. B., dass sie sich das zweite Mal mit einem solchen Problem beschäftigt oder sie zum zweiten Mal auf Video aufgenommen wird, usw. Möglich ist auch, dass sie einfach nur auf ihre zwei Finger aufmerksam machen möchte, um z. B. darauf hinzuweisen, dass sie sich hier kürzlich verletzt hat o. Ä. Die Handform könnte neben der Anzahl 2 oder dem Zeigen gleichgroßer bzw. gleichwertiger Finger auch auf den Buchstaben „V“ verweisen. In diesem Zusammenhang wären verschiedene Gründe für das Anzeigen möglich, die mutmaßlich eher weniger mit dem aktuell verhandelten mathematischen Problem zu tun haben. Eine Einschränkung dieser vielfältigen Möglichkeiten könnte die Betrachtung von Mayas gleichzeitig geäußelter Lautsprache liefern.

Das Schauen zu B am Ende der Gestenbewegung adressiert eventuell die Äußerung dann auch oder zuletzt an B und nicht (nur) an den namentlich benannten Interaktionspartner Dennis. Möglich ist auch, dass sich Maya durch das Schauen zu B eine Unterstützung erhofft, weil sie z. B. nicht weiter weiß. Es kann auch sein, dass sich Maya gewissermaßen durch den Blick zu B eine Legitimierung seitens B erhofft, eventuell bezüglich dessen, was sie zeitgleich lautsprachlich äußert. Es könnte sich um einen Hinweis zum mathematischen Problem oder

um eine Lösungsidee handeln, die Maya vielleicht durch B als sinnvoll bewertet haben möchte. In diesem Fall würde deutlich, dass implizit Maya B die Rolle der versierten Gegenüber zuweist. Die Rückführung in die Ausgangsposition der Hand durch Maya verweist einerseits auf das Abschließen der Äußerung, eröffnet aber andererseits darüber hinaus auch eine Möglichkeit, dass eine oder ein Interaktionspartner*in den Turn ergreifen könnte.

In der Lautsprache äußert Maya: „Dennis guck ma\ ob jeder schon ma in der Mitte zweimal war\“. Sie formuliert offenbar einen direkt an Dennis gerichteten Beobachtungsauftrag. Möglicherweise geht Maya davon aus und traut Dennis zu, dass er durch ein per Beobachtungsauftrag angeleitetes Gucken („guck ma [...] in der Mitte“) mutmaßlich den Arbeitsbereich dazu in der Lage ist, etwas für die Situation Zentrales zu erkennen. Man könnte Maya hier fast schon die Rolle einer Lehrerin oder das Agieren in pädagogischer oder didaktischer Absicht unterstellen, falls sie z. B. Dennis' Verhalten so interpretiert, dass er zunächst keine Idee hat, wie er die gefundenen Reihenfolgen betrachten könnte. Es wäre aber auch möglich, dass Maya zwar die Idee entwickelt, die mittlere Position und die Häufigkeit der Besetzung dieser innerhalb der nachgelegten Reihen zu überprüfen, dazu aber sich selbst weniger in der Lage fühlt und daher den Beobachtungsauftrag an Dennis gibt, weil sie ihm diese Aufgabe eher als sich selbst zutraut.

„Ob jeder schon ma in der Mitte zweimal war\“ könnte auf die Tiere bezogen sein, die sie hier mit „jeder“ personalisiert. Die Vergangenheitsform „war\“ meint hier vermutlich, dass Dennis eher in den Kärtchenreihen nachschauen soll, die bisher von den Schüler*innen als Dokumentationsform gefundener Reihungen genutzt wurden. Da auf dem Podest aktuell nur eine Reihung steht, ist es vermutlich eher unwahrscheinlich, dass Dennis dort gucken soll, ob „jeder schon ma in der Mitte zweimal war\“. Ebenso weniger zutreffend erscheint, dass Maya den Beobachtungsauftrag mit „jeder“ auf sich und Dennis oder auf sich, Dennis und B beziehen könnte. Es wurden bisher keine Plätze der an der Situation Beteiligten untereinander getauscht, so dass hier mutmaßlich eher weniger „jeder schon ma in der Mitte zweimal war\“.

„In der Mitte“ gibt wahrscheinlich die Position an, die Dennis hier kontrollieren soll und schränkt den Beobachtungsauftrag ein: Gemeint ist vermutlich die 2. Position in den gelegten Kärtchenreihen, die Maya hier mit einer weitgehend unstrittigen und eindeutigen Bezeichnung benennt. Theoretisch wäre es möglich, je nach Leserichtung, die Besetzung der 1. und 3. Positionen innerhalb der gelegten Kärtchenreihen verschieden zu deuten, während die mittlere Position unabhängig von der Leserichtung ihre zugeordnete Bezeichnung vermutlich behalten würde.

Beim Wort „zweimal“ wird die Geste mit den zwei gestreckten Fingern ausgeführt. Damit bestätigt sich weitgehend, dass eine Anzahl von zwei gemeint sein könnte und möglicherweise auch der Verweis auf eine Gleichwertigkeit der damit gemeinten Besetzung der mittleren Positionen. Die Information scheint besonders zentral in Mayas Äußerung zu

sein, weswegen sie hier ihre Lautsprache mit der Gestik kombiniert und zwar nur an dieser Stelle innerhalb dieser ersten Äußerung. Diese Äußerung könnte implizit eine mutmaßliche Erkenntnis Mayas darüber enthalten, dass innerhalb der gesuchten Lösungsmenge an möglichen Reihenfolgen aus 3 Tieren mittlere Positionen zweimal mit dem gleichen Tier besetzt werden können. Dies könnte also von Maya als Suchkriterium gedacht sein, um einerseits Dopplungen in den gefundenen Reihenfolgen auszuschließen und andererseits auch um festzustellen, ob noch Reihenfolgen fehlen. Mayas damit tatsächlich verbundene Absicht äußert sie aber hier zumindest noch nicht.

Möglich ist, dass Maya Dennis durch die Formulierung eines Beobachtungsauftrages einen erneuten Zugang zum Problem verschaffen oder ihn zur Auseinandersetzung motivieren möchte. In der Ausgangsposition liegt Dennis' Kopf aktuell auf den auf dem Tisch aufgelegten Händen, so dass er einerseits näher an den gelegten Kärtchenreihen ist als Maya, andererseits dadurch aber auch Zurückhaltung, Demotivation oder auch Ideenlosigkeit darüber ausdrücken könnte, wie es weiter geht. Möglich, dass Maya dies hier wahrnimmt und Dennis daher diesen Auftrag gibt, um ihm einen Einstieg in ihre möglicherweise schon erreichte Erkenntnis über die Besetzung der mittleren Position zu ermöglichen. Es ist aber auch möglich, dass sie sich ihrer möglicherweise noch unvollständigen Idee unsicher ist und daher Dennis um Unterstützung bittet. Es kann auch sein, dass sie aus ihrer Position die von ihr formulierte Überprüfung der mittleren Positionen nur schlecht oder gar nicht durchführen kann, möglicherweise weil sie die Kärtchenreihen aus ihrer Sitzposition auf dem Kopf stehend sieht. Als weitere Deutung lässt sich herausarbeiten, dass Maya hier eventuell nichts weiter zu ihrem Beobachtungsauftrag erläutert, weil sie Dennis das Erkennen der inhaltlichen Bedeutung für die Lösung des gegebenen mathematischen Problems zutraut oder weil sie eine Nachfrage eines*r Interaktionspartners*in gewissermaßen provozieren möchte, um ihrer möglichen Erkenntnis im Anschluss einen prominenten Platz durch eine eigene Erklärungsäußerung verschaffen möchte. In Bezug auf ihren oben bereits gedeuteten Blick zu B am Ende von Mayas Auftrag, den sie lautsprachlich gleichzeitig explizit an Dennis formuliert, könnte sich die Interpretation des Wunsches Mayas nach Legitimation durch B bestätigen lassen. Entweder möchte sich Maya hier inhaltlich in Bezug auf ihre im Beobachtungsauftrag implizit vorhandene Erkenntnis bezüglich der zweifachen Besetzung von mittleren Positionen durch dasselbe Tier bei B rückversichern, ob dies auch eine mathematisch angemessene Erkenntnis ist oder sie möchte ihr lehrerinnenhaftes Auftreten Dennis gegenüber durch B legitimiert wissen. Es wäre hier nun auch in Bezug auf Mayas Lautsprache möglich, eine weitere Deutung von Mayas Blick zu B aufzustellen: Sie könnte B unterstellen, keine geeigneten Impulse in der aktuellen Situation an die Schüler*innen zu geben und deshalb übernimmt hier möglicherweise Maya selbst kurzfristig die Rolle der pädagogisch-didaktisch und fachlich versierten Person, um Dennis anzuleiten. Sie blickt dabei gleichzeitig eventuell gewissermaßen vorwurfsvoll zu B, der sie auf diese Weise eine Art Modell aufzeigen möchte, wie sie inhaltlich gehaltvolle Impulse geben könnte.

Im weiteren Verlauf könnte Dennis Mayas Beobachtungsauftrag ausführen oder nachfragen, warum er dies tun soll. Ebenso könnte Maya eine Erklärung liefern. Auch B könnte eine Nachfrage formulieren, weil sie möglicherweise Mayas Blick als Adressierung interpretiert.

Äußerung 2:

Hier ergreift B den Turn, möglicherweise weil sie tatsächlich den Blick von Maya als Adressierung interpretiert. Ihre Veränderung in der Körperhaltung, die vorher offenbar ganz auf den Arbeitsbereich ausgerichtet war, zeigt an, dass B einen Beitrag leisten möchte. Offenbar besteht dieser aber rein aus einer lautsprachlichen Äußerung, denn sie verändert ihre Handhaltung nicht, sondern bleibt in der Gebetshaltung. Diese könnte für Konzentration und Sammlung stehen und verweist außerdem darauf, dass B offenbar zumindest gerade nicht aktiv z. B. durch eine Geste oder eine Handlung im Arbeitsbereich, eingreifen möchte. Vielleicht möchte sie dadurch auch den Schüler*innen gegenüber betont Zurückhaltung demonstrieren, weil sie ihnen zutraut, selbstständig im Arbeitsbereich zumindest ohne ihr gestisches oder handelndes Eingreifen zu Agieren. Durch das weitgehende Nicht-Verändern der Körperhaltung und -position könnte Bs lautsprachliche Äußerung möglicherweise absichtlich höhere Bedeutsamkeit und auch Aufmerksamkeit zugewiesen bekommen.

Lautsprachlich äußert B „Wieso/“, was durch die Stimmhebung am Ende und der Wahl eines einzelnen typischen Fragewortes auch als Frage interpretiert werden kann. Möglicherweise erfüllt sie damit die Erwartung von Maya, die noch keine Erklärung für ihren Beobachtungsauftrag gegeben hat und sich eine Nachfrage ihrer Interaktionspartner*innen erhoffte. Es ist aber auch möglich, dass das „Wieso/“ nicht inhaltlich auf Äußerung I von Maya bezogen ist, sondern vielmehr darauf, dass B hier rückfragen könnte, wieso Maya sich in der Position sieht, Beobachtungsaufträge zu verteilen oder warum sie B anschaut, während sie einen solchen Auftrag lautsprachlich an Dennis adressiert.

Der unmittelbare Anschluss von Bs Nachfrage an die Äußerung Mayas verweist auf Ungeduld. B möchte vielleicht vermeiden, dass Dennis allzu schnell den Auftrag ausführt und damit keine Erläuterung mehr erfolgt, warum Maya überhaupt der Meinung ist, dass die Überprüfung der mittleren Positionen von Bedeutung sein könnte.

Maya könnte nun mit einer inhaltlichen Erklärung ihres Beobachtungsauftrages auf Äußerung I den Turn ergreifen. Möglich ist auch, dass Dennis sich äußert und Bs Rückfrage unterstreicht oder eine Erklärung stellvertretend für Maya formuliert. Letztlich könnte auch B noch einmal genauer formulieren, was sie mit ihrer Nachfrage beabsichtigt oder vorauf sich diese bezieht.

Äußerung 3a (a-b):

Möglicherweise versteht Maya Äußerung 2 als Aufforderung, etwas zu erklären, denn sie ergreift nun den Turn. Zunächst verändert sie durch eine Drehung ihres Oberkörpers in

Richtung der Kärtchenreihen ihre Körperhaltung, was die Turnübernahme anzeigen und deutlich machen könnte, dass sie nun beabsichtigt etwas beizutragen. Maya erreicht so möglicherweise besser seitlich die Kärtchenreihen und auch das Podest, an denen sie eventuell nun die noch ausstehende Erklärung ihres Beobachtungsauftrages verorten möchte. Das aus dem Gesicht Streifen der Haare mit der linken Hand könnte für Sammlung und Konzentration auf das nun Folgende stehen, damit keine Haare störend in ihr Gesicht fällt. Ebenso könnte das Streifen über das Gesicht auch dafür stehen, dass sie nun frei von den vorherigen Gedanken sein möchte und sich ganz auf ihre möglicherweise anstehende Erklärung zu konzentrieren versucht.

Anschließend führt Maya ihre rechte Hand zu Kärtchenreihe 6 und drückt mit dem rechten Daumen auf die mittlere Position. Dies lässt darauf schließen, dass sie erneut etwas zur mittleren Position in Kärtchenreihen, möglicherweise nun speziell zu Reihe 6, äußern möchte. Dies wurde bereits bei der Interpretation oben zu Äußerung I vermutet. Ebenso unterstreicht es die oben getroffene Annahme, dass sich ihr Beobachtungsauftrag an Dennis aus Äußerung I auf die dokumentierten Reihenfolgen und damit auf die Kärtchenreihen bezieht. Möglicherweise nutzt sie Reihe 6 aus einem ganz bestimmten Grund, um z. B. an dieser Reihe eine Besonderheit herauszustellen. Sie könnte die Reihe als Beispiel für ihre Erkenntnis nutzen wollen, die in Äußerung I implizit bezüglich der Besetzung mittlerer Positionen deutlich wurde. Reihe 6 könnte von Maya auch deshalb ausgewählt werden, weil sie leicht erreichbar ist und durch Mayas speziell gewählte Handhaltung auch von allen Beteiligten samt ihrer potentiell daran ausgeführten Erklärung gut sichtbar ist. Insgesamt zeigt Maya hier gestisch deutlich alle Positionen innerhalb einer Reihenfolge an, beginnend bei der unstrittigen Mittelposition, mutmaßlich um etwas Bestimmtes zu erläutern.

Das Drücken mit dem Daumen auf das mittlere Kärtchen erweist sich zu Beginn der hier analysierten Äußerung zunächst als eher untypisch für eine Zeigebewegung, die wohl am häufigsten mit dem Zeigefinger in eher tippender Weise ausgeführt wird. Dass Maya hier ihren Daumen nutzt, könnte an der besseren Übersichtlichkeit für alle Interagierenden liegen, die sich daraus ergibt. Ihre Hand verdeckt auf diese Weise nichts anderes im Arbeitsbereich. Der Druck des Daumens könnte die Zentralität der damit angezeigten mittleren Position in Reihe 6 herausstellen. Als dickster Finger der Hand könnte der gewählte Daumen für Festigkeit stehen, was durch die Fixierung dieser Position zusätzlich unterstrichen wird. Auf der Position liegt aktuell ein Kärtchen mit dem weißen Tiger (vgl. die gefundenen Möglichkeiten der Schüler*innen). Das Anzeigen der mittleren Position könnte entweder das Kärtchen mit dem weißen Tiger meinen, die weiße Tigerfigur dokumentiert als Kärtchen oder auch losgelöst von dieser Figur eher zunächst rein auf eine beliebige mittlere Position verweisen, hier angezeigt am Beispiel der Reihe 6.

In Äußerung I wurde durch den Verweis auf eine doppelte Besetzung der mittleren Position durch ein Tier implizit auf einen Fixpunkt bei der Erzeugung bzw. hier Überprüfung der bereits nachgelegten Kärtchenreihen verwiesen. Der Druck des Daumens könnte genau auf

diesen Fixpunkt, der ja für etwas Stabiles, etwas Konstantes oder Gleiches in den zu erzeugenden Permutationen steht.

Mayas anschließende Bewegung zur Position 1 in Reihe 6, die durch eine braune Tigerkarte besetzt ist, in der gleichen Handform und die sich wiederum daran anschließende Bewegung mit dem Daumen auf die 3. Position mit einer Elefantenkarte in Reihe 6 könnten bedeuten, dass Maya hier erklären möchte, wie diese Positionen besetzt sind. Es wäre auch wieder möglich, dass Maya auf das jeweilige Kärtchen auf den Positionen verweisen möchte, die jeweilige Tierfigur die durch das Kärtchen repräsentiert wird oder auch rein auf die Positionen, hier am Beispiel von Position 1 und 3 in Kärtchenreihenfolge 6. Auffällig ist, dass sie nun Position 1 und 3 eher tippend anzuzeigen scheint, während die mittlere Position durch Druck und eine Fixierung deutlich anders angezeigt wurde. Maya variiert also ihre Anzeigeform der Positionen, Kärtchen oder Tierfiguren indem sie einmal drückt und fixiert und dann tippt. Während erstere Anzeigeform für Festigkeit und mutmaßlich für einen Fixpunkt einer Permutation stehen könnte, könnte letztgenanntes Tippen daraus abgeleitet für die Austauschbarkeit der beiden Positionen 1 und 3 stehen, wenn eben die mittlere Position einen Fixpunkt der Permutation aufweist.

Neben dieser Interpretation, dass Maya hier mutmaßlich etwas passend zu ihrer ersten Äußerung erläutert, könnte es auch sein, dass sie eine ganz neue Idee einbringt, die möglicherweise konkret an Kärtchenreihenfolge 6 zu verorten ist.

Das Ablegen der Hand in Faustform neben den Kärtchenreihen kann als Abschluss gedeutet werden und ermöglicht Maya für die weitere Situation aufgrund der räumlichen Nähe ein schnelles weiteres Eingreifen bzw. Agieren im Arbeitsbereich.

In der Lautsprache äußert Maya „Weil- (.) wenn wenn jetzt der Schneetiger in der Mitte is und dann kann der **da** und der **da**“. Damit bietet sie hier sehr wahrscheinlich eine Erklärung auf Bs Frage „wieso!“ aus Äußerung 2. Das langgezogen gesprochene „Weil- (.)“ in Verbindung mit der Stimme in der Schwebe und der sich anschließenden Pause kann auf kurzes Überlegen hindeuten und sichert gleichzeitig den Turn während dieser Denkpause. Die Wiederholung des Wortes „wenn“ ist ebenso möglicherweise einem Denkprozess zuzuschreiben, den Maya während ihrer Äußerung tätigt. Es kann aber auch auf Aufregung hindeuten, weil sie z. B. in der Folge etwas Entscheidendes beabsichtigt zu beschreiben und nicht abwarten kann, es den anderen endlich mitzuteilen. „Jetzt“ verweist auf einen potentiell vorübergehenden, momentanen Zustand, vermutlich auf den aktuellen Ist-Stand von Reihe 6. Gleichzeitig könnte diese Art der Formulierung für die Beispielhaftigkeit dieser Reihe bezüglich Mayas Erläuterung stehen, so dass sie vielleicht nichts der Kärtchenreihe 6 Ureigenes beschreiben möchte, sondern dies eher als Beispiel für Reihen nutzt mit einer vergleichbaren Eigenschaft, also z. B. der Besetzung der mittleren Position durch die weiße Tigerfigur. Mit Blick auf ihre erste Äußerung könnte sich die bereits oben bei der Analyse

der Gestik aufgestellte Vermutung, es könnte sich tatsächlich um eine Erläuterung ihrer Äußerung I an einem Beispiel handeln, hier bestätigen.

Mit der Formulierung „der **da** und der **da**“ in Verbindung mit ihrer gezeigten Gestik verweist Maya sehr wahrscheinlich auf die beiden anderen Positionen bzw. die Tierfiguren oder Tierkärtchen, die diese Positionen besetzen, also brauner Tiger bzw. das braune Tigerkärtchen auf der 1. Position und Elefant bzw. das Elefantenkärtchen auf der 3. Position. Sie benennt die Positionen nicht als voneinander unterscheidbar etwa durch Ordnungszahlen, sondern verweist gestisch auf die Positionen. Dies sorgt einerseits dafür, dass die von ihr gemeinten Positionen relativ eindeutig zu identifizieren sind, andererseits wird eine eindeutige Unterscheidung in der Lautsprache dadurch nicht mehr nötig. Es ist für Maya möglicherweise aufgrund dessen, was sie hier erläutert, auch nicht nötig, Position 1 und 3 lautsprachlich explizit unterscheidbar zu benennen. Die beiden Positionen könnte man je nach Leserichtung der Kärtchenreihe flexibel zuordnen, während sich die mittlere Position, an der Maya offenbar ihre Erläuterung beginnt, unabhängig von der Zuordnung der 1. und 3. Position als relativ unstrittig darstellt. Ausschließlich die Gestik markiert bei der Erklärung zu den beiden Randpositionen der Reihenfolge 6 die entsprechenden Kärtchen, während Maya in der Lautsprache unbestimmte Deiktika verwendet. Aber auch gestisch wird ein vergleichbares Tippen gewählt, um die beiden Positionen anzuzeigen, was erneut möglicherweise ihre Vertauschbarkeit bei einem Fixpunkt in der mittleren Position unterstreichen kann. Die mittlere Position hingegen benennt Maya auch lautsprachlich mit der aktuellen Besetzung durch den Schneetiger, möglicherweise also um die Konstanz und den Fixpunkt-Charakter zu unterstreichen.

In der fortlaufenden Situation könnte es sein, dass sich eine weitere Erläuterung von Maya anschließt, z. B. zu einer zweiten Reihe, in welcher der Schneetiger in der Mitte ist. Dazu könnte sie im Anschluss Kärtchenreihe 5 auswählen. Es ist aber auch möglich, dass Dennis oder B eine Rückfrage zu Mayas Erklärung stellen oder noch weitere Erläuterungen einfordern, weil sich so möglicherweise noch nicht erschließt, warum Dennis schauen soll, ob jedes Tier schon zweimal in der Mitte war, so wie Maya es in Äußerung I formulierte.

Äußerung 4:

Hier ergreift zumindest offenbar teilweise gleichzeitig mit einem oder mehreren weiteren Sprechern*innen B das Wort. Sie verbleibt in ihrer Position, was auf Zurückhaltung schließen lässt. Sie traut möglicherweise Maya und Dennis zu, das aktuell Verhandelte ohne ihr Eingreifen klären zu können. Das Senken des Kopfes könnte auf Zustimmung verweisen im Sinne eines Nickens. Damit könnte sie auch die Schüler*innen ermutigen wollen, in ihrem Tun fortzufahren.

In der Lautsprache äußert B „mmh/“, was in Verbindung mit ihrem Kopfnicken die Vermutung einer Zustimmung erhärten kann. Die Stimmhebung am Ende verweist möglicherweise darauf, dass sie Maya ermutigen möchte, mit der Erläuterung fortzufahren

und/oder B signalisiert damit, dass sie aufmerksam ist im Sinne einer aktiven ZuhörerIn. Offenbar hält B ihre lautsprachliche Äußerung in dieser Form für aussagekräftig genug oder traut Maya oder auch Dennis zu, auch ohne weiteres Eingreifen oder eine gestische Äußerung fortfahren zu können.

In der Folge könnte Maya ihre Erklärung tatsächlich erweitern oder Dennis schaltet sich ein, z. B. in Form einer Nachfrage, weil er möglicherweise nicht überzeugt ist von Mayas Ansicht oder diese nicht nachvollziehen kann. Es wäre auch möglich, dass B eine Frage anschließt oder Dennis beginnt, dem Beobachtungsauftrag aus Äußerung I nachzukommen.

Äußerung 3b (a-b):

Maya erweitert hier möglicherweise ihre Erklärung, denn die Äußerung überschneidet sich mit der vorhergehenden als Zustimmung gedeuteten Äußerung von B. Es ist also möglich, dass Bs „mmh/“ eine Art Einschub war, der eher motivieren und Interesse signalisieren sollte, aber Maya nicht notwendigerweise unterbricht. Maya könnte dann hier einfach in ihrem Agieren fortfahren und sich durch Bs Äußerung 4 eher bestätigt fühlen. Offenbar möchte Maya an der Kärtchenreihe 6 Veränderungen vornehmen, denn sie ergreift mit rechts die Elefantenkarte auf Position 3 und mit links anschließend die braune Tigerkarte auf Position 1. Maya hebt hier also vielleicht auch nur vorübergehend die Unveränderbarkeit der Kärtchenreihen als Dokumentationsform auf, möglicherweise um etwas kurzzeitig darstellen zu können. Es wäre aber auch möglich, dass Maya oder alle Interagierenden grundsätzlich die Kärtchenreihen als durchaus veränderbar betrachten und nicht mehr den möglicherweise aus ihrer Sicht als umständlich betrachteten Weg über das Podest gehen möchten, um neue Reihenfolgen zu generieren. Maya könnte also auch eine neue Reihenfolge erzeugen wollen oder die 6. Kärtchenreihe wegräumen wollen, weil sie vielleicht diese als doppelt zu einer anderen Reihe einschätzt. Die als bedeutsam markierte mittlere Position mit dem weißen Tiger bleibt offenbar vorerst unverändert. Die beiden von Position 1 und 3 in Reihe 6 angehobenen Karten scheint Maya in ihren Positionen anschließend austauschen zu wollen, denn sie führt die rechte Hand mit der Elefantenkarte nach links zu Position 1 und mit ihrer linken Hand die braune Tigerkarte nach rechts zu Position 3. Dann fixiert sie die Karten in dieser Positionierung, möglicherweise aufgrund einer dazu parallelen lautsprachlichen Erläuterung, die mehr Zeit einnimmt.

Dass Maya die Karten zumindest vorerst nicht ablegt, sondern auf den getauschten Positionen in den Händen hält, erscheint wie eine *als-ob* Positionierung. Vielleicht ist sie sich nicht sicher, ob sie diese Veränderung an den Kärtchenreihen tatsächlich vornehmen möchte oder sollte. Bisher dienten die Kärtchenreihen offenbar eher als unveränderbare Dokumentationsform. Es könnte auch sein, dass Maya nur zeigen möchte, wie es wäre, wenn die Positionen 1 und 3 ausgetauscht werden würden. Dies würde dazu passen, dass Maya in Äußerung I u. 3a von der Besetzung der mittleren Position *zweimal* – vermutlich mit dem

gleichen Tier – gesprochen hatte: Sie würde dann hier anzeigen, wie die zweite Reihung aussehen würde mit dem Schneetiger in der Mitte.

Dass Maya den Positionswechsel nur vorübergehend andeutungsweise vornimmt – mit welcher Intention bleibt vorerst mehrdeutig – scheint sich zu bestätigen. Sie tauscht die Karten nämlich wieder in die ursprüngliche Reihung zurück, stellt somit also wieder die Ausgangssituation in den dokumentierten Reihen her und legt dort auch die Karten ab. Damit stellt sie im Prinzip die Unveränderbarkeit der Kärtchenreihenfolgen wieder heraus, die sie vorübergehend aufgehoben hatte. Sie tauscht möglicherweise deshalb zurück, weil sie nur andeuten wollte, wie ein Reihenpaar mit der Besetzung der mittleren Position mit dem weißen Tiger aussehen könnte. Es könnte aber auch sein, dass Maya feststellt, dass Reihe 5 schon diese vertauschte Variante mit dem weißen Tiger in der Mitte abbildet und deshalb entscheidet sie sich doch gegen eine Veränderung der Reihe 6. Es ist auch möglich, dass Maya zwar plante, die Karten längerfristig zu vertauschen, dann aber doch wieder die Ursprungssituation herstellt, um diese Reihenfolge nicht zu zerstören bzw. zu verlieren. Dann könnte sie z. B. in einer sich anschließenden Aktion eine neue Reihenfolge legen mit dem weißen Tiger in der Mitte, dem Elefant auf der in Leserichtung 1. Position und dem braunen Tiger auf der 3. Position – vorausgesetzt sie hat Reihe 5 (noch) nicht als doppelt wahrgenommen.

Das Zurechtrücken der braunen Tigerkarte im Anschluss könnte eine Überbrückungshandlung darstellen, so lange sie z. B. noch erklärt oder weil sie überlegt, wie es nun weitergehen könnte. Es wäre auch möglich, dass Maya an dieser Position etwas aufgefallen ist, was sie zeitgleich lautsprachlich äußert. Mit dem anschließenden Anheben der Elefantenkarte in der Kärtchenreihenfolge 7, welche die mittlere Position besetzt, könnte Maya entweder eine möglicherweise verrutschte Karte wieder zurechtrücken oder sie möchte ihre mögliche Erklärung der zweifachen Besetzung der mittleren Position auf eine weitere dokumentierte Reihenfolge übertragen, diesmal z. B. mit dem Elefanten in der Mitte. Es könnte auch sein, dass Maya nun in Reihe 7 beabsichtigt, die Elefantenkarte mit dem weißen Tiger auszutauschen, um die zweite mögliche Reihenfolge mit dem weißen Tiger in der mittleren Position zu zeigen. Das anschließende Zurückführen der linken Hand auf ihren Schoß deutet auf einen Abschluss des Agierens im Arbeitsbereich hin. Gleichzeitig verbleibt Mayas rechte Hand im Arbeitsbereich, möglicherweise um in der Folge schnell wieder eingreifen zu können.

In der Lautsprache scheint sich zu bestätigen, dass das Vertauschen der beiden Außenpositionen in Kärtchenreihe 6 aus der Idee heraus entsteht, zu zeigen, welche Möglichkeiten an Reihungen sich aus der Besetzung der mittleren Position mit dem weißen Tiger ergeben können durch die Vertauschung der Außenpositionen 1 und 3. Maya äußert „und da kann mers aber nochmal **umgekehrt** machen\ (.) **so** \“.

Dies ist vermutlich eine Fortführung von Äußerung 3a, was sich z. B. am „und“ am Anfang der Äußerung und der thematischen Nähe festmachen lässt. Maya spricht hier von etwas oder von einer Möglichkeit, das bzw. die gemacht werden *kann*. Mit „**umgekehrt** machen\ (.) **so**\“ spricht sie dann offenbar aus, wie diese Möglichkeit umgesetzt werden kann. Die Verwendung von „man“ klingt wie ein allgemein formuliertes Vorgehen beim Finden von Reihenfolgen, eine Art Erzeugungsregel, die nicht nur sie oder Dennis, sondern „man“, also potentiell alle, die sich damit beschäftigen, offenbar bei der Lösung eines solchen mathematischen Problems anwenden könnten. Mit dem Wort „**umgekehrt**“ verweist Maya vermutlich auf die Vertauschung von Position 1 und 3 als Ergänzung zu ihrer Äußerung 3, in der sie erklärte: „und dann kann der **da** und der **da**\“. In ihrer gleichzeitigen Aktion der Hände führt sie genau diese Vertauschung durch, die sie lautsprachlich durch die langgezogene und betonte Aussprache zusätzlich hervorhebt.

Die betont gesprochenen Worte aus Äußerung 3 und 5 gehören gewissermaßen zusammen: „**da**“, „**da**“ und „**umgekehrt**“, „**so**“ und verweisen alle darauf, wie Position 1 und 3 besetzt bzw. vertauscht werden könnten, wobei „**so**“ in Verbindung mit Mayas gleichzeitiger Handlung „**umgekehrt**“ zu spezifizieren scheint bzw. mutmaßlich zeigt, wie dies zu verstehen ist. Damit benennt Maya lautsprachlich die Vertauschung und führt sie in ihrer Handlung wie eine Art Modell vor. Dies betont einerseits die Relevanz dieser Regel zur Erzeugung von zwei Reihen mit Fixpunkt in der mittleren Position in einer Art Modellcharakter, andererseits verweist diese multimodale Darstellung der Vertauschung auf die Bedeutung, die dieser Aspekt in Mayas Äußerung einnimmt. Er soll möglicherweise auch als besonders bedeutsam von den Interaktionspartner*innen interpretiert werden.

In der weiteren Sequenz könnten Dennis oder B eine Nachfrage zu Mayas Erläuterung stellen. Es könnte auch sein, dass Dennis die Regel der Erzeugung von Reihen nutzt und seinen Beobachtungsauftrag aus Äußerung 1 umsetzt, indem er z. B. alle bisher dokumentierten Kärtchenreihen systematisch überprüft. Dies könnte auch Maya selbst übernehmen, nachdem sie jetzt ihre erklärende Darstellung weitgehend abgeschlossen hat.

Äußerung 5:

B scheint in offenbar unveränderter Handposition erneut Zustimmung, Bestätigung und/oder Motivation in Form eines Nickens ausdrücken zu wollen. Entweder ist dies eher allgemein motivierend gemeint in Bezug auf das Bewältigen der Situation durch die Schüler*innen oder direkt mit Mayas vorausgehender Erläuterungen verknüpft. Es wäre auch möglich, dass B damit ausdrücken möchte, dass ihrer Meinung nach die Schüler*innen noch einmal nachdenken sollten. Dann wäre das Kopfsenken an dieser Stelle eher eine Art Rückfrage, ob sich die Schüler*innen hier wirklich sicher sind. Die weitgehend unveränderte Körperposition zeigt erneut, dass B es offenbar für nicht nötig hält, selbst einzugreifen und den Schüler*innen offenbar viel eher zutraut, ohne ihr aktives Agieren im Arbeitsbereich die Situation bewältigen zu können.

In der Lautsprache äußert B „aha/“, was in Verbindung mit der Stimmhebung neben den oben aufgeführten Interpretationen auch auf Anerkennung, z. B. für Mayas Entdeckung, verweisen könnte. Gleichzeitig könnte es auch so gemeint sein, dass B hier eine Erkenntnis hat, z. B. was die Erzeugung von Reihen angeht und zwar durch die Erklärung von Maya. In einem ebenso möglichen ironischen Sinne könnte das „aha/“ in Verbindung mit der Stimmhebung und dem gleichzeitigen Senken des Kopfes eventuell die Deutung stützen, dass B hier eher rückfragt, ob sich die Schüler*innen bzw. Maya hier wirklich sicher sind bzw. ist bezüglich dessen, was eben dargestellt wurde. Im didaktisch-methodischen Sinne könnte B durch ihr „aha/“ und dem gleichzeitigen Kopfsenken auch Dennis motivieren wollen, sich einzubringen. B könnte signalisieren wollen, dass eine zentrale Erkenntnis im Bearbeitungsprozess formuliert wurde, die es sich lohnt genauer zu betrachten. Es ist anzunehmen, dass B die formulierte Regel zur Erzeugung von Reihen kennt. In diesem Zusammenhang könnte Bs „aha/“ auch so zu deuten sein, als würde sie Maya signalisieren wollen, auf einem geeigneten Weg zur Lösung des Problems zu sein, nach dem Motto: *Aha/ jetzt hast Du etwas Wichtiges erkannt!*

In der weiteren Sequenz könnte Dennis, wie bereits oben vermutet, die Kärtchenreihen mithilfe Mayas Erklärung überprüfen und z. B. doppelte oder fehlende Reihen ausschließen oder ergänzen. Ebenso könnte er eine Nachfrage stellen, weil er eventuell (noch) nicht nachvollziehen kann, was Maya meint. Maya könnte ebenso den Turn ergreifen und z. B. die Durchsicht der Kärtchenreihen übernehmen oder sich bezüglich doppelter und noch nicht gefundener Reihenfolgen äußern.

Äußerung 6:

Diese Äußerung wird von Dennis hervorgebracht. Sie findet zumindest teilweise noch überschneidend mit Äußerung 5 statt. Möglich, dass ihm etwas aufgefallen ist, was keinen Aufschub erlaubt. Körpersprachlich kündigt Dennis seine Turnergreifung durch das Aufrichten aus seiner aufliegenden Position an: Er schaut in Richtung Kärtchenreihen, was vermutlich so zu deuten ist, dass er dort etwas beobachtet hat. Er könnte auch eine diesbezügliche Erkenntnis gewonnen haben. Dass Dennis (noch) keine Aktion an den Kärtchenreihen zeigt, könnte Passivität signalisieren, vielleicht weil er keine Idee hat, was er tun könnte oder weil er sehr konzentriert ist auf seine Überlegungen.

Lautsprachlich äußert Dennis „Dann hatten wirs aber\ (.) **nicht**“, womit er eine Reihenfolge meinen könnte, z. B. die aktuell auf dem Podest stehende oder diejenige, die Maya durch die kurzfristige Vertauschung der Positionen 1 und 3 in Reihe 6 angedeutet hat.

Dennis nutzt das sächliche „es“ als Endung an „wir“ angehängt. Mutmaßlich meint er damit eine einzelne Reihenfolge oder auch die Vertauschung, die gerade von Maya durchgeführt wurde. Die Verwendung von „wir“ zeigt zum einen das gemeinsame Tun, zum anderen ist es möglicherweise die Konkretisierung in Form einer Schlussfolgerung aus Mayas formulierter Regel der Erzeugung von Reihenfolgen mit gleicher Besetzung der mittleren Position (vgl.

Äußerung 1, 3a u. 3b), die sie mit dem eher allgemeinen „man“ formulierte. Mayas Äußerungen 3a u. 3b in Verbindung mit Dennis' Äußerung 6 zeigen in dieser Lesart gewissermaßen eine wenn/dann-Verknüpfung: *Wenn der Schneetiger in der Mitte zur Erzeugung von zwei Reihenfolgen führt*, „dann hatten wir aber\ (.)“ (Äußerung 6) im Sinne von *dann sind diese Reihen bereits dokumentiert*. Diese Schlussfolgerung würde dem entsprechen, was im Arbeitsbereich aktuell beobachtet werden kann, denn tatsächlich befinden sich beide Reihenfolgen – sowohl *brauner Tiger – weißer Tiger – Elefant*, als auch *Elefant – weißer Tiger – brauner Tiger* – unter den dokumentierten Reihenfolgen auf den DINA4 Blättern vor den Schüler*innen.

Auf dem Podest steht aus Sicht der Schüler*innen aktuell die Reihenfolge *brauner Tiger – weißer Tiger – Elefant*.³²⁰ Es wäre also denkbar, dass Dennis die Reihenfolge auf dem Podest mit der 6. Kärtchenreihenfolge vergleicht und zunächst zu der Einschätzung kommt, dass sie diese Reihenfolge bereits dokumentiert haben „dann hatten wir aber\ (.)“. Das betont gesprochene „**nicht**“ folgt erst nach einer kurzen Pause und der Stimmensenkung, so als wäre Dennis zunächst sicher, dass möglicherweise die Podest-Reihenfolge bereits dokumentiert wurde. Bezöge sich „dann hatten wir aber\ (.)“ auf die durch Mayas Vertauschung aus Reihenfolge 6 erzeugte Reihungen, dann könnte es sein, dass Dennis deshalb das „**nicht**“ nachschiebt. Zwar befindet sich die durch die Vertauschung hergestellte Reihenfolge aus *Elefant – brauner Tiger – weißer Tiger* bereits unter den dokumentierten Kärtchenreihenfolge, allerdings auf dem anderen bereits vollständig durch Reihenfolgen belegten DINA4 Blatt, das Dennis möglicherweise gerade nicht in seine Betrachtung einbezieht. Die Betonung könnte deshalb gewählt worden sein, weil er seine vorherige Aussage „dann hatten wir aber\“ eventuell deutlich entkräften möchte.

Es wäre aber auch möglich, dass Dennis zunächst „dann hatten wir aber\ (.)“ äußert bezüglich der Podest-Reihenfolge oder auch einer anderen nicht näher bestimmbar Reihenfolge und das „**nicht**“ deshalb nach einer Pause betont hervorbringt, um Maya in ihrer Aktion zu stoppen. Damit wäre dies eher als ein Protest z. B. gegen das Vertauschen der Positionen 1 und 3 in Reihenfolge 6 oder auch allgemeiner gegen Mayas kurzfristiges Aufheben der Unveränderbarkeit der dokumentierten Kärtchenreihenfolgen zu werten. Eine weitere Möglichkeit wäre in einer ähnlichen Deutung, dass Dennis „**nicht**“ in Richtung Maya adressiert, weil er nicht möchte, dass sie Reihenfolge 6 in die ursprüngliche Positionsfolge zurückführt.

Maya könnte in der folgenden Interaktion danach fragen, was Dennis hier genau meint, welche Reihe/n z. B. seiner Meinung nach bereits gefunden oder auch nicht gefunden ist/sind. Ebenso könnte B diese Rückfrage stellen. Dennis könnte beginnen, die Reihe zu legen, von

³²⁰ Die Reihenfolgen sind in der Regel aus Sicht der Schülerinnen in Leserichtung beschrieben. Sollten andere Beschreibungen für die Nachvollziehbarkeit der Analyse sinnvoll sein, wird darauf eigens hingewiesen.

der er der Meinung ist, dass sie noch nicht gelegt wurde. Ebenso könnte er seine Einschätzung erklären oder eine andere Idee entwickeln.

Äußerung 7:

B meldet sich hier zu Wort. Offensichtlich äußert sie etwas, das sie durch die Blickrichtung an Maya adressiert. Bs Äußerung überschneidet sich mit mindestens einer der folgenden Äußerungen. Sie verändert ihre Handhaltung aus der Gebetshaltung und stützt offenbar nun mit der linken Hand ihren Kopf im Nacken ab, als ob er schwer geworden wäre vom Nachdenken o. Ä. Die rechte Hand verschwindet offenbar hinter der Tischkante, ist also nicht mehr im Arbeitsbereich präsent. Diese Körperhaltung verweist auf Zurückhaltung und macht ein unmittelbares und direktes Eingreifen in die Situation weitgehend unmöglich. Es könnte sein, dass B eine Frage an Maya stellt, z. B. bezüglich ihrer Erläuterung zur zweiten Position. Ebenso könnte sie eine Frage an Dennis stellen bezüglich seiner Äußerung 6. Die Körperhaltung ist möglicherweise absichtlich in solch zurückhaltender Weise gewählt, um den Schüler*innen zu signalisieren, dass B nicht plant einzugreifen. B möchte möglicherweise auch einen nachdenklichen Eindruck angesichts der geäußerten Ideen der Schüler*innen vermitteln.

In der Lautsprache äußert B: „und das heißt für den Schneetiger der ist zweimal in der Mitte\ oder/“. Dies erscheint als eine Art Paraphrasierung der 1. Äußerung von Maya gespickt mit Teilen bzw. Begriffen aus der weiteren Erläuterung aus Äußerung 3a und 3b von Maya. In der Formulierung erscheint Bs Äußerung nun als eine Art Schluss aus den vorherigen Erläuterungen Mayas. Damit rahmt gewissermaßen der Verweis auf den Schneetiger zweimal in der Mitte den Aushandlungsprozess über das, was von Maya in Äußerung 3a u. 3b und 5 beschrieben und in Äußerung 1 bereits eingeführt wurde. B hält es hier offenbar für notwendig, diese Art von Erkenntnis noch einmal zusammengefasst zu wiederholen. Vielleicht möchte sie die Aussage damit besonders hervorheben und die Schüler*innen dazu bringen, sich noch weiter damit auseinanderzusetzen. Möglicherweise traut B hier Maya oder Dennis den Schluss über die mittlere Position besetzt durch den weißen Tiger nicht zu oder möchte für sich selbst noch einmal eine solche Zusammenfassung finden als Abschluss und Feststellung einer gemeinsamen Grundlage – eines Arbeitskonsenses –, auf dessen Grundlage aufgebaut und weitergearbeitet werden kann. Die Stimmhebung unterstreicht, dass B davon relativ überzeugt ist, was sie hier formuliert. B signalisiert mit der Wiederholung auch, dass sie vermeintlich verstanden hat, was Maya erläuterte. Dazu möchte sie auch offenbar eine Bestätigung Mayas einholen, was durch das „oder/“ mit Stimmhebung am Ende als Frage formuliert deutlich wird. Das angehängte „oder/“ in Verbindung mit der Stimmhebung könnte auch stärker rhetorisch gemeint sein, um z. B. den Interaktionspartner*innen zu signalisieren, dass sie theoretisch die Möglichkeit zum Widerspruch hätten. Damit könnte B sich auch den von ihr mutmaßlich erwünschten Arbeitskonsens bestätigen lassen wollen, um eine Grundlage für die weitere Arbeit am gegebenen Problem zu schaffen. Möglich, dass sie dies vor allem mit Blick auf Dennis formuliert, weil dieser über die letzten Äußerungen

hinweg sich eher zurückgehalten hat. Eventuell ordnet B dies als mögliches Unverständnis von Dennis ein, was sie vielleicht durch ihre Zusammenfassung hier aufgreifen möchte. Es fällt auf, dass B in ihrer lautsprachlichen Formulierung die Bezeichnung „Schneetiger“ vermutlich als Übernahme von Maya aus Äußerung 3a nutzt. Vielleicht möchte sie sich hier im Zeichenrepertoire der Schüler*innen bewegen, um deren Ideen auch in ihrer Ausdrucksweise noch einmal wiederholen zu können. Es könnte auch sein, dass B die Bezeichnung als Schneetiger wesentlich geeigneter findet und deshalb hier Mayas Worte aufgreift. Vielleicht möchte B aber auch durch die Paraphrasierung oder die sogar annähernde Wiederholung im Wortlaut erreichen, dass Maya und/oder Dennis die Rahmung von Beginn erneut aktivieren und Zusammenhänge innerhalb der eben verhandelten Aspekte erkennen.

In der folgenden Sequenz könnte Dennis nachfragen und z. B. eine Erklärung einfordern. Ebenso könnte er oder auch Maya B widersprechen oder eine ganz andere Idee einbringen. B könnte außerdem eine weiterführende Frage stellen, was allerdings unwahrscheinlich erscheint, weil ihre Äußerung sich mit mindestens einer der nachfolgenden Äußerung überschneidet.

Äußerung 8:

Maya übernimmt nun den Turn, der sich teilweise mit Bs vorheriger Äußerung überschneidet. Sie bewegt ihren ausgestreckten Zeigefinger erneut in Richtung Reihe 6, an der sie ihre vorherigen Erläuterungen verortet hatte. Dann zeigt sie auf die 3. Position dieser Reihe, entweder um konkret hieran etwas zu erläutern oder weil sie mit diesem Zeigen auf die 3. Position noch einmal die gesamte Reihe markieren möchte. Möglich, dass Maya davon ausgeht, dass ihre Erläuterung nur für diese Reihe gilt und daher hier hinzeigt. Es kann aber auch sein, dass ihr etwas Neues aufgefallen ist, was sie nun erläutern möchte. Maya fühlt sich also vermutlich zumindest von Bs Wiederholung bzw. zusammenfassendem Schluss aus ihren eigenen Äußerungen angesprochen. Es könnte sein, dass Maya nun, nachdem offenbar die mittlere Position ausreichend verhandelt wurde, zur 3. Position in Reihe 6 eine Idee oder Erläuterung einbringt. Vielleicht reagiert Maya hier auch auf das „oder/“ als Frage formuliert am Ende von Bs Äußerung 7 und möchte ein Gegenargument vorbringen.

Der abschließende Rückzug der Hand neben die Kärtchen sichert zunächst ein schnelles mögliches Eingreifen in der weitergehenden Sequenz, das anschließende Aufstützen und dann gänzliche Zurückführen der Hand in den Schoß deutet aber eher auf einen Abschluss hin. Möglich, dass Maya zuerst noch etwas erläutert zu Reihe 6, eventuell auf den Schluss von B aus der vorhergehenden Äußerung bezogen, und dann abschließend ihre Hand auf den Schoß zurückführt.

In der Lautsprache äußert Maya „ja“ mit einer Stimmensenkung. Dies ist als Zustimmung zu Bs vorheriger Äußerung zu deuten und beschließt gewissermaßen den Arbeitskonsens, den B mutmaßlich durch ihre Äußerung 7 explizit machen wollte. Maya scheint überzeugt von dem,

was nun als eine Art Regel bezüglich der Besetzung der mittleren Position herausgearbeitet wurde.

Ihre anzeigende Geste der 3. Position der 6. Reihe kann mit Blick auf ihre Lautsprache vermutlich eher als Anzeige der gesamten Reihe gewertet werden und weniger, wenn auch möglich, konkret auf die 3. Position bezogen. Es wäre zudem möglich, dass Maya zunächst zu dieser Position etwas äußern wollte, aber dann Bs Schluss vollständig abwartet und schließlich ihr eigenes Vorhaben verwirft, ihre Hand aus dem Arbeitsbereich zurückzieht und lediglich „ja“ zustimmend lautsprachlich hervorbringt.

In der weiteren Interaktion könnte Dennis nachfragen, was gemeint ist. Ebenso könnten die Schüler*innen versuchen, fehlende Reihen zu ergänzen und/oder doppelte aus ihren nachgelegten Kärtchenreihenfolgen mithilfe der im Raum stehenden Regel der zweifachen Besetzung der Mittelpositionen ausschließen. B könnte ebenfalls eine Frage stellen.

Äußerung 9:

Diese Äußerung wird von B in die Situation eingebracht. Sie zeigt sich bezüglich ihrer Gestik und der gesamten Körperhaltung zurückhaltend, so als plane sie auch jetzt nicht einzugreifen. Dabei zeigt sie ein Nicken mit dem Kopf, was als Zustimmung interpretiert werden könnte und zieht die Mundwinkel nach unten. Dies könnte auch als verstehend bis staunend zu deuten sein, möglicherweise über das Herausarbeiten der Erkenntnis bezüglich der mittleren Positionen bei der Bildung von Reihenfolgen.

Lautsprachlich äußert B: „Mhm\ (...) m des ja vielleicht ganz **klug** da ma zu gucken“. Der erste Teil der Äußerung vor der Sprechpause könnte die Vermutung einer Zustimmung erhärten, möglicherweise zu dem, was vorher verhandelt wurde, nämlich die gleiche Besetzung der mittleren Positionen durch den weißen Tiger in zwei Reihenfolgen. Es könnte auch sein, dass B einfach Mayas „ja“ aus der vorherigen Äußerung bestätigt oder so etwas wie Erkenntnis ausdrücken möchte. Die Stimmsenkung bildet, wie auch die nachfolgende Pause von 3 Sekunden eine Zäsur im Sprechfluss. Möglicherweise ist hier ein Abschluss zu sehen und B setzt danach weiter an. Die Pause kann auch darauf verweisen, dass B möglicherweise überlegen muss, was sie weiterhin sagen könnte. Eventuell sieht sie sich im Zugzwang, die Situation weiter voranzutreiben, um eventuell die Erkenntnis bezüglich der Besetzung der mittleren Position auf weitere Reihen zu übertragen oder die Schüler*innen zu weiteren Erläuterungen anzuregen.

Der nachfolgende Teil der Äußerung „m des ja vielleicht ganz **klug** da ma zu gucken“ wirkt wie eine Bewertung dessen, was B wohl als Beobachtungsauftrag identifiziert hat aus der vorherigen Aushandlung. Es könnte sein, dass B den Auftrag aus Äußerung I, auf die zweifache Besetzung der mittleren Position durch ein Tier zu schauen, den Maya in Äußerung I an Dennis adressiert hervorbrachte, als „ganz **klug**“ bewertet. Dabei ist das Adjektiv „**klug**“ besonders betont gesprochen, möglicherweise um darauf den Fokus zu

legen oder auch einen Anreiz zu schaffen für die Schüler*innen, in der Folge genau dem nachzugehen. B möchte möglicherweise die Schüler*innen dazu bewegen, genau dieser Idee weiter nachzugehen und formuliert die Bewertung daher auf diese Weise. Darüber hinaus könnte B auch der Meinung sein, dem Beobachtungsauftrag aus Äußerung I, den Dennis möglicherweise in Bs Augen noch nicht oder nur teilweise umgesetzt hat, Nachdruck verleihen zu müssen. Eventuell geht B davon aus, dass Dennis den Auftrag aus Mayas Mund nicht umsetzen wird und daher sieht B sich hier als eine Art regelnde Instanz, durch deren Bewertung vorher ausgesprochene Hinweise, Vorschläge oder auch Aufträge legitimiert werden.

Zu beachten ist, dass B nicht explizit benennt, was konkret ihrer Meinung nach „ganz **klug**“ ist. Möglicherweise vermutet sie, dass aus dem Zusammenhang hinreichend klar ist, was sie hier meint. Es lässt sich annehmen, dass sie auf die Betrachtung der mittleren Positionen referieren möchte, aber konkret geäußert wird dies hier nicht mehr. Möglich, dass B dies in der weiteren Sequenz noch einmal konkretisiert.

In der folgenden Situation könnten Maya oder/und Dennis aus Bs bewertender Äußerung schließen, dass es sinnvoll ist, die mittleren Positionen zu betrachten. Es könnte aber auch sein, dass eine neue Idee eingebracht wird oder dass die beiden Schüler*innen nachfragen, was B hier als klug bewertet oder auch ihren Hinweis gänzlich ignorieren. Bs Äußerung 9 wird zumindest teilweise von einer nachfolgenden Äußerung überschritten, die vielleicht auch einen Einspruch gegen Bs Bewertung darstellen könnte, z. B. wenn Dennis eine andere Idee verfolgt und diese ebenfalls als geeignet eingeschätzt haben möchte.

Äußerung 10a (a-b):

In dieser Äußerung meldet sich Dennis zu Wort. Er produziert die Äußerung mindestens teilweise überschritten mit Bs vorheriger Äußerung 9, was darauf schließen lassen könnte, dass er einen Beitrag leisten möchte, der keinen Aufschub erlaubt. Es wäre auch möglich, dass er als Unterbrechung von B einen Widerspruch gegen ihre Äußerung einbringt.

Dennis beabsichtigt offenbar, an Kärtchenreihe 7 etwas zu zeigen oder zu verändern. Er bewegt Zeige- und Mittelfinger auf die ersten beiden Positionen dieser Reihe, die mit weißem Tiger und Elefant besetzt sind. Damit markiert er diese beiden Positionen deutlich für alle Anwesenden. Bislang wurde stärker ausschließlich die mittlere Position von Reihenfolgen thematisiert. Möglich, dass Dennis nun an der ersten Position in Kärtchenreihe 7 etwas aufgefallen ist. Es könnte auch sein, dass er erkannt hat, dass es nur 6 Reihenfolgen geben kann. Dennis plant eventuell daher nun die 7. Reihe wegzuräumen. Er könnte im Stillen für sich die mittleren Positionen aller Kärtchenreihenfolgen überprüft und Reihe 7 als Dopplung zu Reihe 4 erkannt haben.

In der Folge verschiebt Dennis mit seinen Fingern die beiden Karten und zwar so, dass er sie zunächst etwas zu sich, quasi in eine gedachte 8. Kärtchenreihenfolge, verschiebt, dann

übereinander bringt und den Elefanten auf diese Weise nach links verschiebt auf die ursprüngliche mittlere Position des weißen Tigers. Anschließend bringt er die Karten in dieser Reihenfolge *Elefant – weißer Tiger* wieder zurück in die 7. Kärtchenreihe, so dass nun hier von links nach rechts aus Sicht der Schüler*innen *Elefant – weißer Tiger – brauner Tiger* liegt. Diese Aktion ist insofern zunächst auffällig, weil das erste Mal tatsächlich an den Kärtchenreihen eine Veränderung einer Reihenfolge vorgenommen wird, während Maya in Äußerung 5 bisher nur eine als-ob Positionierung in Reihe 6 vorgenommen hatte, die sie unmittelbar wieder in die Ursprungsreihung zurücklegte. Es könnte sein, dass Dennis hier nach einer Zeit der unveränderbaren Dokumentationsfunktion der Kärtchen dazu übergehen kann, auch direkt daran Veränderungen vorzunehmen, ohne z. B. auf die Tierfiguren auf dem Podest zurückgreifen zu müssen. Dabei wählt er eine Kärtchenreihe zur Veränderung aus, die bereits doppelt in den bisher gefundenen 7 Kärtchenreihen vorkommt (vgl. die gefundenen und dokumentierten Reihen 4 und 7). Es ist möglich, dass Dennis dies bewusst ist. Er möchte eventuell eine Kärtchenreihe zum Ausprobieren/Verändern wählen, die man durch seine geplanten Manipulationen nicht verliert, weil sie ohnehin doppelt vorhanden ist. Möglich ist, dass Dennis auch deshalb eine etwas auffällige Form der Verschiebung wählt, bei der man einzelne Schritte gut sehen und dann eventuell auch wieder zum Zurückbauen in die Ursprungssequenz rekonstruieren kann. Sein deutliches und schrittweises Verschieben führt auch dazu, dass sowohl er Zeit zum Nachdenken während der Verschiebung hat, als auch seine beiden Interaktionspartnerinnen. Vielleicht möchte er auch auf diese Weise erreichen, dass sie einerseits seine Vorgehensweise Schritt für Schritt nachvollziehen können und andererseits an jeder Stelle des Verschiebens auch die Möglichkeit hätten, einen Einwand vorzubringen. Das schrittweise Verändern der Reihe kann letztlich auch dazu führen, dass man Zusammenhänge zwischen den gefundenen Kärtchenreihen erkennen kann, weil man genau nachvollziehen kann, wie man Reihen durch Veränderungen von auch nur zwei Positionsbesetzungen potentiell ineinander überführen kann. Rückblickend auf seine letzte Äußerung 6 wäre es möglich, dass Dennis hier eine Reihe in den dokumentierten Reihenfolgen legen möchte, die seiner Meinung nach noch nicht von den Schüler*innen gefunden wurde.

Es könnte aber auch sein, dass Dennis die aktuell auf dem Podest stehende Reihenfolge abbilden möchte, von der er in Äußerung 6 davon ausging, dass sie diese noch nicht nachgelegt haben. Auf dem Podest steht aktuell die Reihenfolge in Leserichtung: *brauner Tiger – weißer Tiger – Elefant*. Durch die Vertauschung der beiden ersten Positionen innerhalb der dokumentierten Kärtchenreihe 7 schafft Dennis eine Abbildung dieser Podest-Reihenfolge in veränderter Leserichtung: *Elefant – weißer Tiger – brauner Tiger*.

Als weitere Interpretation könnte man in Betracht ziehen, dass Dennis hier möglicherweise aus der vorher verhandelten mittleren Position und deren gleicher Besetzung in immer zwei Reihenfolgen abgeleitet hat, dass in Kärtchenreihe 7 zum dritten Mal in allen bisher gefundenen Reihenfolgen die mittlere Position von der Elefantenkarte besetzt ist. Möglich,

dass Dennis daher versucht, die mittlere Position mit einem anderen Tier zu besetzen und er nimmt daher eine Vertauschung mit Position I vor. Damit würde er auch Äußerung 9 von B folgen, die es darin mutmaßlich als klug bewertete, nach der Besetzung mittlerer Positionen zu schauen. Dennis wählt für die mittlere Position die weiße Tigerkarte, die auch Maya in ihrer Darstellung in Äußerung 3a und 3b verwendete.

Das abschließende Abstützen des Kopfes könnte signalisieren, dass Dennis nun zunächst betrachten möchte, was die Veränderung in Reihe 7 bewirkt mit Blick auf die gesamten Kärtchenreihen. Ebenso könnte Dennis hier nicht mehr weiterwissen und zieht sich deshalb vorerst aus dem Arbeitsbereich zurück. Dafür könnte auch die Faust mit der linken Hand sprechen, die eher weniger auf Aktion als vielmehr auf Rückzug hindeutet oder auch eine vorübergehende (Denk-)Pause. Er könnte abwarten wollen, was Maya zu seiner Aktion äußert, ob sie bspw. einverstanden ist oder dazu etwas zu sagen hat, was möglicherweise auch Dennis in seinem Gedankengang weiterbringt.

In der Lautsprache äußert Dennis: „oder/ (..) so\ (...+)“. „Oder/“ verweist möglicherweise auf eine Art Gegenvorschlag, den Dennis hier einbringt, eventuell zum vorher Verhandelten über die Besetzung mittlerer Positionen. Es könnte aber auch sein, dass dieses „Oder/“ eher allgemein gemeint ist, bezogen auf die grundsätzliche Frage nach dem Finden aller Reihenfolgen, zu der Dennis hier einen neuen Vorschlag einbringen möchte. Die Stimmhebung könnte diese Vermutung eines neuen Vorschlags unterstreichen.

Die Sprechpause wird offenbar dazu genutzt, die Verschiebung vorzunehmen. Gleichzeitig ermöglicht eine Sprechpause auch Nachdenken und Konzentration auf die Aktion. Abschließend beschreibt Dennis möglicherweise seine eben vorgenommene Verschiebung mit „so\“ und zeigt mit der Stimmhebung mutmaßlich an, dass diese abgeschlossen ist. Der Blick auf die gesamten Reihen am Ende seiner Körperbewegung könnte als überprüfend gedeutet werden, vielleicht passend zur anschließenden längeren Sprechpause, die erneut für Nachdenken genutzt werden könnte. Der Rückzug aus dem Arbeitsbereich ermöglicht eine Konzentration auf das, was Dennis hier möglicherweise überprüfen möchte. Dafür kommen mehrere Dinge in Betracht, z. B. ob die von ihm eben veränderte Reihe einer neuen Möglichkeit entspricht. Möglicherweise denkt Dennis aber auch darüber nach, ob sie mit der Podest-Reihenfolge übereinstimmt. Es könnte auch sein, dass Dennis Mayas Hinweis auf die zweimalige Besetzung der mittleren Position durch den weißen Tiger durch seine Verschiebung erfüllen wollte und nun betrachtet er noch einmal abschließend, ob das auch dem entspricht, was Maya vorher erklärte.

Im weiteren Verlauf könnte es sein, dass Maya oder B einen Einwand wegen der Verschiebung von Dennis, eine Bewertung der so entstandenen Reihenfolge in Bezug auf die bereits gefundenen Reihenfolgen oder gar eine neue Idee äußern. Es wäre auch möglich, dass Dennis seine Äußerung fortführt, die von ihm erzeugte Reihenfolge selbst bewertet und z. B. verändert oder in die Ausgangsposition bringt. B oder Maya könnten ebenso eine Rückfrage

an ihn stellen, wie er z. B. auf die Vertauschung der ersten beiden Positionen der Reihenfolge 6 gekommen ist o. Ä.

Äußerung 10b (a-b):

Offenbar ergänzt Dennis nun seine Äußerung 10a. Möglicherweise nimmt er eine Bewertung bzw. Beantwortung zu seiner in Äußerung 10a formulierten Frage vor. Dazu könnte er jetzt in der Lage sein, weil er nun nachgedacht und überprüft hat, ob die von ihm in Äußerung 10a veränderte Reihe z. B. bereits dokumentiert wurde oder nicht. Körpersprachlich bleibt Dennis offenbar weitgehend in unveränderter Position, was auf ein weiteres Nachdenken bzw. vielleicht auch allgemeiner auf Konzentration hindeuten kann. Das Stirnrunzeln spricht ebenso für einen möglicherweise anstrengenden Denkprozess oder auch eine nicht zufriedenstellende Entdeckung, die Dennis vielleicht innerhalb der gelegten Kärtchenreihen oder in Bezug auf seine eben veränderte Reihenfolge 7 gemacht hat.

Lautsprachlich formuliert er „(leise) (ob) wir des scho- hatten/“, was erneut durch die Stimmhebung am Ende auf eine Frage hindeutet, die er möglicherweise eher an sich selbst stellt, weil er sie leise ausspricht. Das leisere Weitersprechen könnte auch darauf deuten, dass sich Dennis nicht sicher ist, ob diese neu entstandene Reihenfolge bereits gefunden wurde. Daher stellt er sich möglicherweise in einer Art Selbstgespräch leise vor sich hinredend diese Frage. Es ist aber auch möglich, dass er die Frage für die anderen formuliert und damit dafür sorgen möchte, dass jeder seinem Gedankengang folgen und mit ihm überlegen kann. Die Pausen und das leisere Sprechen sollen möglicherweise seinen Interaktionspartnerinnen seine Unsicherheit anzeigen. Damit schützt er sich auch gewissermaßen vor allzu schnellen Bewertungen seines Agierens durch die Beiden, weil er seine neu erzeugte Reihe als Versuch darstellt und damit weniger als von ihm bereits evaluiertes Element der Lösungsmenge.

In der weiteren Sequenz könnten B oder auch Maya sich zu Dennis' Verschiebung äußern oder eine Rückfrage stellen und ebenso selbst eine Idee einbringen.

Äußerung 11:

Hier äußert sich B, die in ihrer Körperhaltung unverändert bleibt, was auf Zurückhaltung hindeutet oder auch darauf, dass sie davon ausgeht, dass ihre lautsprachliche Äußerung aussagekräftig genug ist und die Schüler*innen zumindest ohne ihr gestisches oder handelndes Eingreifen zur Bewältigung der aktuellen Situation in der Lage sind. Möglicherweise gibt sie einen Hinweis oder auch eine Anweisung oder stellt eine Frage, die zunächst keinen weiteren körpersprachlichen Ausdruck erfordert. Es wäre auch denkbar, dass B ratlos ist, was sie tun könnte, eventuell weil sie das Vorgehen der Schüler*innen als weniger geeignet in Bezug auf das gegebene mathematische Problem einschätzt.

Lautsprachlich formuliert B: „Hattet ihr des schon/“, was eine Art Paraphrasierung dessen darstellt, was Dennis bereits in Äußerung 10b lautsprachlich äußerte. Möglicherweise

möchte B sicher gehen, dass die Frage, die Dennis gestellt hat, von allen gehört wird, da er diese leise formulierte. B bezieht sich hier mutmaßlich auf die aktuell von Dennis veränderte Kärtchenreihenfolge 7. Diese Art von *Lehrerecho* könnte auf eine sprachliche Routine von B hindeuten, die sie hier anwendet, um z. B. eine akustische Verständlichkeit von in ihren Augen zentralen Fragen zu garantieren und sie gewissermaßen in der Rolle der didaktisch-methodisch agierenden Person, in der sie sich mutmaßlich selbst sieht, in der Situation zu legitimieren. Möglich ist auch, dass B dadurch Dennis' Position stärken möchte, nachdem vorher eher Mayas Idee der Betrachtung mittlerer Positionen verhandelt wurde. Es könnte auch sein, dass B ähnliche Gedanken wie Dennis hatte und ihn nicht paraphrasiert, sondern nur wenig zeitlich versetzt eine vergleichbare Frage äußert. Eventuell äußert B die Frage auch, um implizit darauf hinzuweisen, dass die veränderte Reihenfolge bereits in Form von Kärtchenreihe 5 gelegt wurde. Denkbar wäre letztlich auch, dass sich die Frage von B nicht auf die aktuelle veränderte Kärtchenreihenfolge 7, sondern z. B. auf die Podest-Reihenfolge beziehen könnte. Diese Deutung lässt sich aber durch weniger Indizien stützen, weil B z. B. gestisch nicht darauf verweist. Man könnte nämlich durchaus erwarten, dass ein solcher Bezug, der sozusagen aus der aktuellen Aushandlung nicht notwendigerweise geschlossen werden kann, mindestens gestisch markiert werden würde.

Möglicherweise wird in der weiteren Sequenz die Frage von Dennis und/oder Maya beantwortet. Eventuell werden aber auch Dennis' und Bs Fragen übergangen und Maya und Dennis widmen sich einem neuen Gedanken. Es könnte auch sein, dass eine/r der Interagierenden zunächst klären möchte, welche Reihenfolge eigentlich sowohl von Dennis als auch von B gemeint ist mit ihren jeweiligen Fragen aus Äußerung 10b und 11.

Äußerung 12:

Dennis ergreift den Turn und scheint zunächst den Abstand zum Arbeitsbereich bzw. den Kärtchenreihen, auf die er schaut, verringern zu wollen. Dadurch kann er möglicherweise genauer oder besser die dokumentierten Reihen überblicken. Eventuell möchte er Bs oder auch seine eigene Frage beantworten und betrachtet deshalb die dokumentierten Reihen noch einmal aus einer geringeren Distanz. Das Hochziehen der Augenbrauen könnte auf Konzentration, Nachdenken oder auch eine Entdeckung hinweisen, die eventuell im Anschluss durch die G-Handform auf die 1. Position von Reihe 5 angezeigt wird. Dennis könnte erkannt haben, dass die aktuell von ihm veränderte Reihenfolge 7 die gleiche Reihung abbildet wie Kärtchenreihe 5. Mit seiner Geste würde er in dieser Deutung sowohl seine Frage aus Äußerung 10b als auch die Frage Bs aus Äußerung 11 beantworten können. Möglicherweise zeigt Dennis also die gesamte Kärtchenreihenfolge 5 durch eine zweifache Markierung der 1. Position an. Die zweifache Markierung unterstreicht hier eventuell die Bedeutung der Erkenntnis bzw. der Reihe in Bezug auf seine Erkenntnis. Vielleicht möchte Dennis auch sicher gehen, dass jede*r der Anwesenden Kärtchenreihe 5 betrachtet und zeigt sie deshalb sicherheitshalber doppelt an. Das doppelte Anzeigen könnte auch auf ihr doppeltes Vorkommen innerhalb der dokumentierten Kärtchenreihen verweisen. Dazu nutzt

Dennis seine linke Hand, mutmaßlich weil er hier nicht erneut etwas verändern, sondern primär anzeigen möchte. Mit dem Anzeigen könnte Dennis auch konkreter nicht nur die gesamte Reihe 5, sondern die 1. Position in dieser 5. Kärtchenreihe anzeigen wollen, vielleicht weil ihm hier etwas aufgefallen ist. Es könnte auch sein, dass Dennis an Reihe 5 etwas Neues entdeckt hat, was zunächst nichts mit seiner bzw. Bs vorausgehender und im Raum stehender Frage bezüglich Reihe 7 zu tun hat.

Das Zurückführen der Hand in die Ausgangsposition verweist auf einen Rückzug aus dem Arbeitsbereich, der seinen Interaktionspartnerinnen ermöglichen könnte, den Turn zu ergreifen. Diesmal formt Dennis eine Staffelhant und keine Faust wie beim vorherigen Rückzug, was vielleicht nun eher auf Entspannung als auf Anspannung und Überlegen hindeutet. Eventuell hat sich seine Frage aus Äußerung 10b für Dennis hier geklärt und er zeigt dies auch über eine entspannte Handhaltung an.

In der Lautsprache äußert Dennis: „Mh (.) mh- m/“ noch bevor er die oben beschriebene Gestik zeigt. Dies könnten Begleitlaute seiner Beobachtung sein, die auf Zustimmung oder auch Nachdenken verweisen. Die Pause und die Stimme in der Schweben könnten die Annahme eines Denkprozesses oder genaueren Beobachtungsprozesses unterstreichen. Der Ausspruch „m/“ zum Ende der Äußerung hin mit Stimmhebung könnte seine Entdeckung einleiten, die er dann offenbar nicht weiter lautsprachlich begleitet, sondern durch seine Gestik an Reihe 5 anzeigen könnte. Möglich, dass ihm diese Geste aussagekräftig genug erscheint oder dass er lautsprachlich noch nicht im Stande ist, zu formulieren, was er entdeckt hat.

In der Folge könnten B oder Maya fragen, was er konkret mit seinem Anzeigen meint, wenn sie seine Laute nicht als Bejahung seiner eigenen Frage deuten. Gleichzeitig könnten sie seine Gestik und Lautsprache so deuten, dass Reihe 5 und Reihe 7 sich doppeln und z. B. anregen, Reihe 7 zu entfernen oder wieder in ihre Ursprungsreihenfolge zu bringen.

Äußerung 13:

Hier beginnt Maya mit einer Äußerung und dies offenbar zumindest teilweise gleichzeitig mit Dennis' Äußerung 12. Möglich, dass sie nicht abwarten kann, was sie beitragen möchte und sie daher gleichzeitig mit Dennis beginnt. Es könnte auch sein, dass sie ebenfalls etwas zur Frage aus den Äußerungen 10b und 11 zu sagen hat und deshalb sich hier, ungeachtet der Turnergreifung von Dennis, einbringen möchte. Da Dennis seine Lautsprache vor seiner Gestik in Äußerung 12 offenbar abgeschlossen hat, ergreift Maya nach Dennis' lautsprachlicher Äußerung vermutlich deshalb den Turn, weil ihr dies als angemessenes Gesprächsverhalten gegenüber Dennis erscheinen könnte. Sie äußert sich, während er noch seine Gestik ausführt, weil sie eventuell etwas ihr Wichtiges, möglichst ohne Zeitverzug, den Interaktionspartner*innen mitteilen möchte. Es könnte auch sein, dass Maya Dennis' Äußerung 12 widersprechen möchte und ihn deshalb gewissermaßen unterbricht.

Das Hochziehen der Schulter und Neigen des Kopfes könnten zunächst Unsicherheit ausdrücken, so als wüsste Maya zunächst nicht so recht, ob sie Dennis unterbrechen kann. Es wäre auch möglich, dass sie ihre Turnergreifung auf diese Weise anzeigt und damit gleichzeitig eine Art entschuldigende Körperbewegung zeigt. Die mögliche Unsicherheit könnte sich auch inhaltlich auf die im Raum stehenden Fragen von Dennis bzw. B aus den Äußerungen 10b bzw. 11 beziehen. Schließlich zeigt Maya ein Nicken, was auf Zustimmung hindeuten könnte und möglicherweise auch ihre Unsicherheit beendet. Es könnte sich auf Dennis' Äußerung 10b oder auch 12 beziehen. Gleichzeitig könnte es eine Selbstmotivation darstellen, weil sie z. B. nun einen Plan hat, was weiter zu tun ist und mit dem Nicken den Start ihres Agierens markiert.

In der Folge stellt Maya offenbar die Ursprungsreihung von Reihe 7 wieder her, indem Sie die Elefantenkarte und die weiße Tigerkarte so vertauscht, dass erneut *weißer Tiger – Elefant – brauner Tiger* in Reihe 7 in Leserichtung liegt. Möglicherweise war Mayas Nicken also eine Zustimmung zu Dennis' Äußerung 10b, Bs Frage aus Äußerung 11 und Dennis' lautsprachlicher Äußerung 12, die Maya offenbar so interpretiert, dass Dennis der Meinung ist, seine veränderte Reihenfolge 7 ist bereits in den Kärtchenreihen vorhanden. Maya verändert daraufhin Reihe 7 in die Ursprungsreihenfolge.

Auffällig dabei ist das abrollende Ablegen der weißen Tigerkarte auf Position I, als sei es für Maya hier besonders zentral, diese möglichst akkurat bzw. exakt hinzulegen. Es kann auch sein, dass sie Zeit gewinnen möchte zum Nachdenken, z. B. über das weitere Vorgehen. Es erinnert an eine Aktion in einem Kartenspiel, bei dem eine entscheidende Karte eines Spielers in dieser Form abgelegt werden könnte, um z. B. besondere Spannung und Aufmerksamkeit für die Karte bei den Mitspieler*innen zu erreichen oder um eine gewisse Genugtuung bei dem Ablegen einer eventuell gewinnenden Karte auszukosten. Gleichzeitig wird ein solches abrollendes Ablegen bei Kartenspielen auch dann genutzt, wenn z. B. mehr als das Ablegen dieser einen Karte (noch) nicht möglich ist oder weitere Spielzüge erst ausreichend bedacht werden müssen. Die bereits sichere Karte wird dann typischerweise in dieser Form abgelegt, eventuell auch um weitere Zeit zum Nachdenken zu gewinnen. Vielleicht ist für Maya eine solche Deutung hier übertragbar: Die Ursprungsreihung von Kärtchenreihe 7 stellt den Ausgangszustand wieder her, bevor Dennis die Unveränderbarkeit der Kärtchenreihenfolgen aufgehoben hat. Das abrollende Ablegen sichert somit gewissermaßen eine Art Zwischenstand des bisher Erreichten bei gleichzeitigem Ausschluss einer bereits überprüften Annahme zur weiteren Lösung des gegebenen mathematischen Problems. Gleichzeitig könnte das Ablegen ausgerechnet der weißen Tigerkarte bei Maya deshalb zu einem verzögerten Ablegen führen, weil die Karte hier in I. Position liegt und Maya bisher den von ihr benannten Schneetiger vor allem in der mittleren Position betrachtete. Möglich, dass Maya daher hier das Abrollen als Verunsicherung zu deuten ist bezüglich einer angemessenen Positionierung der Karte.

Das anschließende Ablegen der rechten Hand im Arbeitsbereich neben den Kärtchenreihen, das Zurückstreifen der Haare und die Zugewandtheit zu den Kärtchenreihen könnte darauf schließen lassen, dass Maya hier tatsächlich zunächst nicht weiterweiß, was getan werden kann. Sie bringt sich in eine Position, die an ein eher gedankenversunkenes Spiel in den eigenen Haaren erinnert, eventuell als Übersprungshandlung. Gleichzeitig ergibt sich aus ihrer Körperposition eine neue seitliche Perspektive, die Maya näher an das Geschehen bringt als das anfängliche Sitzen auf dem Tisch. Sie nimmt möglicherweise diese eher entspannte Körperhaltung ein, um all ihre Energie auf das Überdenken und Überprüfen der Kärtchenreihen zu verwenden. Maya ist möglicherweise auch bereits zu einem gewissen Grad erschöpft von der bisherigen Auseinandersetzung und legt sich daher in den Arbeitsbereich.

In der Lautsprache formuliert Maya: „ähäh\ (...) oder doch hatten wir\ (...+) jetzt wieder zurück-“, was ihre Aktion des erneuten Umlegens der Kärtchen begleitet. Zunächst beginnt sie mutmaßlich mit einem Widerspruch zu Dennis' Äußerung 12: „ähäh\“ (Äußerung 13), auf den dann eine Pause folgt, möglicherweise zum Nachdenken über diesen Einwand. Danach äußert Maya eine möglicherweise in der Pause gewonnene Erkenntnis, die mit „oder doch“ eingeleitet wird und eine Gegenaussage zu ihrem ersten Äußerungsteil darstellen könnte. Maya könnte hier feststellen, dass Reihenfolge 7 doch bereits gefunden wurde und beendet diesen Teil der Äußerung mit einer diese Deutung unterstreichenden Stimmensenkung, erneut gefolgt von einer Pause, in der sie offenbar das Umpositionieren von Kärtchenreihenfolge 7 in die Ursprungssequenz vornimmt.

Möglich wäre, das einleitende „Ähäh\“ als Äußerung während eines Denkprozesses zu deuten. Dann wäre das sich anschließende „oder doch hatten wir\“ mutmaßlich eine Reaktion auf Dennis' vorherige Frage aus Äußerung 10b. Dieser Teil der lautsprachlichen Äußerung von Maya wird zeitgleich zu Dennis' gestischer Äußerung 12, dem Anzeigen der 5. Kärtchenreihenfolge bzw. der 1. Position der 5. Kärtchenreihenfolge, erzeugt. Vielleicht sieht Maya also Dennis' Anzeige der 5. Reihenfolge und formuliert lautsprachlich daraufhin: „oder doch hatten wir\“.

Anschließend erfolgt erneut eine Pause, in der sie offenbar das Umpositionieren der Kärtchen in Reihe 7 durchführt. Das auffällig abrollende Ablegen der weißen Tigerarte auf Position 1 wird von einem lautsprachlichen Äußerungsteil begleitet, der offensichtlich das Wiederherstellen der Ausgangsposition beschreibt mit „jetzt wieder zurück-“. Damit verweist Maya hier vermutlich also darauf, dass Reihe 7 ursprünglich bereits in dieser nun von ihr wieder hergestellten Reihung dokumentiert war und sie nun wieder den Ausgangszustand herstellt. Damit könnte die Deutung des Abrollens beim Legen der weißen Tigerkarte als das Sichern des Status Quo gestützt werden. Maya äußert keine weitere Idee für mögliche sich anschließende Aktionen bzw. ein weiteres Vorgehen. Sie bringt sich mit der Liegeposition neben den Kärtchenreihen vermutlich in eine eher abwartende Position zur

weiteren Betrachtung der Kärtchenreihen und/oder Nachdenken über mögliche nächste Schritte.

Beiden Schüler*innen könnte im Fortgang der Situation auffallen, dass Reihe 7 in der jetzigen Positionsabfolge bereits in Kärtchenreihe 4 zu finden ist, denn diese befindet sich unmittelbar über der zuvor von Dennis in Äußerung 12 angezeigten 5. Reihenfolge. Sie könnten entscheiden, Reihenfolge 7 ganz aus den dokumentierten Kärtchenreihenfolgen zu entfernen. Möglicherweise entwickeln sie aber auch eine neue, dazu verschiedene Strategie, wie oder nach was sie nun suchen könnten, um die gefundenen Reihenfolgen z. B. in Bezug auf Vollständigkeit zu überprüfen. Es könnte auch sein, dass sie eine ganz andere Idee verfolgen oder schlussfolgern, nun alle möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen gefunden und damit das gegebene mathematische Problem gelöst zu haben. Es wäre zudem möglich, dass B einen weiterführenden Impuls oder eine Frage einbringt.

Äußerung 14:

Diese Äußerung von Dennis, die sich mindestens mit der nachfolgenden Äußerung zu überschneiden scheint, erinnert an seine Verschiebung aus Äußerung 10a: Dennis verschiebt nun auf sehr ähnliche, aufwändige und schrittweise Art mit Zeige- und Mittelfinger der rechten Hand zunächst die Elefantenkarte und die braune Tierkarte in Reihe 7, dann auch die weiße Tigerkarte. In Reihe 7 liegt nach der zweifachen Verschiebung (zuerst Austausch von Elefantenkarte und brauner Tigerkarte, dann Austausch von weißer Tigerkarte und brauner Tigerkarte) nun in Leserichtung aus Sicht der Schüler*innen: *brauner Tiger – weißer Tiger – Elefant*. Mit dem ersten Vertauschen der Elemente von Position 2 und 3 in Reihe 7 scheint die Verschiebung der Kärtchen in dieser Reihung von Dennis also noch nicht abgeschlossen zu sein. Dennis erweitert um eine erneute Vertauschung von Position 2 und 1 in Reihenfolge 7. Er scheint entweder die nach der ersten Vertauschung entstandene Reihung *weißer Tiger – brauner Tiger – Elefant* unmittelbar als bereits in den gelegten Kärtchenreihen vorhandene Reihung zu identifizieren (Reihe 1 wäre die Dopplung) oder Dennis plant hier von Anfang an, Reihe 7 weiter zu verändern und nicht nur zwei Positionen zu vertauschen. Möglich ist, dass Dennis der Meinung ist, dass durch die Vertauschung von nur zwei Positionen wie in Äußerung 10a von ihm vorgenommen, keine neue Reihung entsteht und er daher hier nun alle drei Positionen verändert werden müssen, um möglicherweise so zu einer neuen Reihung zu kommen. Ebenso denkbar ist, dass er mit dieser zweifachen Verschiebung die Podest-Reihenfolge abbilden möchte, weil er der Meinung ist, dass diese Reihenfolge noch nicht dokumentiert ist. Die nun entstandene Reihenfolge, die identisch mit der Kärtchenreihenfolge 6 ist, könnte ebenso aus Dennis' Sicht als Erfüllung der Bedingung gedacht sein, die Maya anfangs äußerte, nämlich die Besetzung der mittleren Position durch den weißen Tiger (vgl. Äußerung 3a).

Offensichtlich nutzt Dennis erneut die rechte Hand für eine Aktion an den eigentlich bisher nicht veränderbaren und zur Dokumentation genutzten Kärtchenreihenfolgen und erzeugt

aus der bereits vorher verschobenen Reihenfolge 7 eine Reihung, die sich bereits genau über dieser Reihe liegend in Kärtchenreihenfolge 6 zeigt. Dies könnte den Schüler*innen in der weiteren Sequenz auffallen. Das schrittweise Verschieben eröffnet zum einen den Nachvollzug seines Agierens von allen Beteiligten, andererseits auch ein Nachdenken möglicherweise über die Art der Anordnung quasi *on the fly* während der eigentlichen Vertauschung der Kärtchen. Gleichzeitig könnten B oder auch Maya im Prinzip bei jedem Schritt Einspruch erheben gegen das, was Dennis hier tut. Er führt seine Verschiebung in für alle nachvollziehbarer Weise durch.

Das Zurechtrücken der Kärtchenreihen durch Dennis am Ende von Äußerung 14 resultiert möglicherweise aus dem Wunsch nach Ordnung und Übersichtlichkeit, die eventuell gerade in der Phase der Betrachtung und Überprüfung der Kärtchenreihen für Dennis besonders wichtig erscheinen. Es könnte aber auch sein, dass es eine Art Übersprungshandlung ist, die ihn beschäftigt zeigt oder zeigen soll, so langer er eventuell keine Vorstellung davon hat, wie er weiter vorgehen könnte. Maya bekommt damit die Möglichkeit, den Turn zu ergreifen und zu Dennis' Verschiebungen Stellung zu nehmen, was in der Folge ebenso wie eine Kommentierung von B geschehen könnte.

Fraglich ist, warum Reihe 7 immer wieder im Fokus der Kinder steht. Möglicherweise führen sie hieran Veränderungen durch, weil es die zuletzt gelegte und damit auch am ehesten erreichbare oder mit dem wenigsten Aufwand veränderbare Reihung unter allen Kärtchenreihen ist. Es ist aber auch möglich, dass implizit und bisher noch nicht ausgesprochen ein gemeinsamer Konsens unter den Schüler*innen darüber besteht, dass Reihe 7 zumindest verändert werden muss, um sie eventuell doch noch passend für die Lösungsmenge umformen zu können, weil sie in ihrer Ursprungsreihung aufgrund der Dopplung zu Kärtchenreihe 4 nicht zu den anderen passt.

In der Lautsprache äußert Dennis während seiner Verschiebung „m **so**/ (...+)“ und begleitet damit den Beginn seiner Aktion. Dieser Ausspruch könnte darauf hindeuten, dass er nicht unbedingt nach einem zuvor gefassten Plan verschiebt, sondern seine Verschiebungsideen erst im eigentlichen Prozess des Verschiebens entwickelt. Ein „m“ am Anfang könnte auf Nachdenken verweisen. Zudem verschiebt Dennis nach dem Ausspruch noch relativ lange bis die (vorläufige) Endposition der Kärtchen erreicht ist, was diese Deutung unterstreichen könnte. Das „**so**/“ ist dann betont und langgezogen gesprochen und mit Stimmhebung versehen. Dies wirkt wie eine Frage, die an keine Interaktionspartnerin direkt gerichtet ist, sondern mehr in den Raum gestellt wird. Die Frage könnte potentiell auch von allen Beteiligten beantwortet werden, inklusive Dennis. Die Stimmhebung zeigt möglicherweise auch, dass Dennis sich hier der Verschiebung nicht ganz sicher ist und einfach probiert, was er in Reihe 7 verändern könnte. Dafür spricht auch, dass er beim Verschieben zunächst Position 2 und 3 vertauscht, um dann das bereits neu in die Mitte gelegte Kärtchen erneut mit Position 1 zu tauschen. Hätte er von Beginn an geplant, welche Reihe er nun legen

möchte, hätte er möglicherweise gleich das ursprünglich an Position 3 liegende Kärtchen auf Position I gesetzt.

Die sich in der Folge mit dieser Äußerung überschneidende Äußerung könnte entweder von Maya oder auch von B stammen. Beide könnten die von Dennis mehr oder weniger in den Raum gestellte Frage „so/“ beantworten oder eine Rückfrage zu seiner zweifachen Verschiebung stellen. Ebenso könnte z. B. Maya eine neue Idee einbringen bezüglich Reihenfolge 7, die auch das Wegnehmen dieser Reihung umfassen könnte.

Äußerung 15:

Offenbar möchte Maya nun etwas zeigen, denn sie setzt mit ihrer Äußerung 15 teilweise überschneiden mit Dennis' Äußerung 14 an. Sie nutzt eine G-Handform mit dem ausgestreckten Zeigefinger und damit eine typische Zeigehandform, die sie zu den Kärtchenreihen 6 und 7 führt. Schließlich zeigt sie auf Position 3 in Reihe 6 und anschließend eine konstante Bewegung hin zu Position I in dieser Reihe 6. Damit betrachtet sie also offenbar diese Reihe in ihrer Gänze ausgehend von Position 3, möglicherweise weil sie hier etwas entdeckt hat, das sie darstellen möchte.

Anschließend führt Maya eine kreisförmige Bewegung über den ersten beiden Positionen von Reihe 6 und 7 doppelt aus. Dies könnte darauf deuten, dass Maya hier erkennt, dass Reihe 6 und 7 die gleiche Kärtchenreihe zeigen. Daher rührt möglicherweise auch die Dopplung in der Bewegung und die Kreisform, die auf eine Schleife im Sinne einer Wiederholung hindeutet. Schließlich landet Maya mit dem Zeigefinger auf der zweiten Position in Reihe 6, die sie dann nochmals durch Tippen markiert, möglicherweise, weil bisher schon häufiger die Mittelposition von Reihen oder auch die dort liegende weiße Tigerkarte wichtig waren. Das zweimalige Anzeigen verweist erneut auf Wiederholung oder auch auf das von Maya schon in Äußerung 3a und 3b erläuterte mögliche zweimalige Besetzen der mittleren Position mit dem weißen Tiger.

Das Wegführen der Hand in eine Position oberhalb des DIN A4 Blattes, auf dem die Kärtchenreihen liegen, zeigt ein Ende von Mayas Äußerung an und verschafft ihr gleichzeitig die Möglichkeit, in der folgenden Sequenz erneut eingreifen zu können und z. B. etwas im Arbeitsbereich zu verändern oder anzuzeigen, wenn das für sie nötig werden würde.

Das Spiel in den Haaren mit der linken Hand über die Zeit der Äußerung könnte eine unterstützende Übersprungshandlung beim Nachdenken sein oder auch einfach eine Beschäftigung der Hand darstellen. Vielleicht möchte Maya auch signalisieren, dass es ihr besonders leichtfällt, das zu äußern, was sie zu den Kärtchenreihen 6 und 7 erläutert und dies auch eher *nebenbei* geschehen kann während sie hauptsächlich mit ihrem Haar beschäftigt ist.

In der Lautsprache äußert Maya: „**Ja**/ hatten wir schon\ (.) guck“. Dies unterstreicht die Deutung der Gestik, in der herausgearbeitet wurde, dass Maya offenbar erkennt, dass

Reihe 6 und 7 identisch sind. Das betont gesprochene und langgezogene „**Ja**“ zu Beginn mit der Stimmhebung beantwortet im Prinzip Dennis' Äußerung I4. In dieser hatte er ein „**so**“ zu seinen Verschiebungen der Kärtchen in Reihe 7 angeführt, was Maya mutmaßlich als Frage interpretierte. Anschließend wiederholt Maya die bereits bekannte Formulierung für dokumentierte Reihenfolgen „hatten wir schon“, was mit der Stimmensenkung am Ende überzeugt und sicher klingt. Die anschließende Pause fungiert vielleicht als Aufmerksamkeitssteuerung auf das, was nun kommt oder als Konzentration und Sammlung von Gedanken. Gleich darauf zeigt sie die 2. Position in Reihe 6 an und markiert diese zweimal bei „guck“. Hier handelt es sich also um ein gerichtetes Gucken, wobei mutmaßlich der Zeigefinger von Maya die Blicke des Interaktionspartners – hier ist dies vermutlich primär Dennis – lenken soll.

Lautsprachlich drückt Maya dabei aus, dass die Reihung schon gefunden wurde, während gestisch angezeigt wird, wo sich diese Dopplung in den Kärtchenreihen finden lässt. Das Tippen auf die mittlere Position markiert mit Blick auf die gleichzeitig geäußerte Lautsprache vermutlich eher die gesamte Reihenfolge 6 als die einzelne mittlere Position bzw. die darauf liegende weiße Tigerkarte. Maya wählt die mittlere Position hier mehr oder weniger mutmaßlich als stellvertretend für die gesamte Reihe. Die Überschneidung der Äußerungen I4 und I5 bezieht sich auf die Zeit, in der Dennis offenbar bereits mit dem Zurechtrücken der Kärtchen beschäftigt ist. Damit nutzt Maya ein möglicherweise von Dennis bereits freigegebenes Turnrecht zur Erzeugung ihrer Äußerung I5.

Im weiteren Interaktionsverlauf könnten die Schüler*innen weiter versuchen, Reihe 7 der Kartenreihen so zu verändern, dass eine neue Reihenfolge entsteht. Sie könnten auch noch einmal systematisch alle Kärtchenreihen überprüfen und zu der Erkenntnis gelangen, dass bereits die von ihnen gefundenen 6 Kärtchenreihenfolgen die vollständige Lösungsmenge umfassen. Die Kärtchenreihen liegen mutmaßlich zufällig so untereinander, dass die mittleren Positionen von Reihenfolge 1 und 2, 3 und 4 und 5 und 6 gleich besetzt sind. Daher wäre es möglich, dass sie über die Erkennung dieses Musters einen solchen Schluss entwickeln könnten. Der Seitenumbruch zwischen Reihenfolge 5 und 6 könnte hierbei allerdings die Mustererkennung erschweren. Es wäre im weiteren Verlauf auch möglich, dass B eine Frage stellt oder einen weiterführenden Impuls versucht einzubringen.

Äußerung I6a (a-b):

Dennis erzeugt diese Äußerung und hat offenbar eine neue Idee bezüglich der Veränderung von Reihe 7 oder er möchte erneut die Ausgangspositionierung der Karten herstellen. Er verschiebt diesmal mit beiden Händen die braune Tigerkarte nach rechts außen und die weiße Tigerkarte nach links. Die Äußerung von Dennis wird mindestens teilweise von der nachfolgenden Äußerung überschritten. Ergänzung nach der Analyse der nächsten Äußerung: In dieser Zeit nimmt Maya offenbar die Elefantenkarte in die Hand, weshalb nach der Verschiebung von Dennis auf der mittleren Position der 7. Kärtchenreihenfolge

vorübergehend keine Karte liegt, die dann von Maya zu *weißer Tiger – Elefant – brauner Tiger* vervollständigt wird (vgl. Äußerung 17).

Auffällig ist erneut das komplexe bzw. auch als umständlich und schrittweise zu bezeichnende Verschieben der Kärtchen, was möglicherweise darauf schließen lässt, dass Dennis sich hier nicht ganz sicher über das Endprodukt der Verschiebung ist und sich eher treiben lässt. Es könnte sein, dass Dennis erneut relativ spontan im Prozess des Verschiebens entscheidet, wie er die Karten nun anordnet. Da die Positionierung der weißen Tigerkarte auf Position 1 und der braunen Tigerkarte auf Position 3 aber genau die gleiche Positionierung wie Reihe 7 in der Ursprungsform ergibt, könnte es auch ein zielgerichtetes und wohl überlegtes Verschieben in genau diese Ausgangsposition sein.

Das mehrmalige Berühren der Kärtchen des weißen und braunen Tigers durch Dennis beim Zurückführen seiner Hände könnte darauf hindeuten, dass er die Kärtchen entweder lediglich geraderücken möchte, damit z. B. die Reihe gut zu erkennen ist, oder er sich bezüglich ihrer Positionierung unsicher ist. Es war ihm mutmaßlich schon einmal am Ende von Äußerung 14 wichtig, Kärtchen zurechtzurücken, was dort u. a. auch als möglicher Wunsch nach besonderer Ordnung im Arbeitsbereich zugunsten von Übersichtlichkeit gedeutet wurde. Dies könnte sich hier wiederholen. Dennis könnte also mit der Berührung der Karten auch überprüfen wollen, ob sie in seinem Sinne genau positioniert sind, damit z. B. auch jederzeit deutlich ist, welche Positionen sie besetzen und welche Karten zu einer Reihenfolge gehören.

Das Ablegen der Hände vor seinem Oberkörper am Ende der Äußerung zeigt, dass Dennis seine Aktion bzw. Äußerung beendet hat oder zumindest aktuell nichts mehr an den Kärtchen verändern möchte. Das Heranführen der rechten Hand an die Nase, könnte entweder die Deutung stützen, dass er nachdenkt, z. B. über alle gefundenen Reihen oder Kärtchenreihe 7. Das Berühren der Nase könnte dann Sammlung bedeuten oder eine Spitzführung dessen, was bisher erreicht wurde oder dokumentiert ist oder auch was Dennis potentiell gleichzeitig lautsprachlich äußert. Genauso könnte es sein, dass er an der Nase lediglich einen Juckreiz empfindet oder die Berührung eher eine Übersprungshandlung, bspw. auch als Zeitgewinn darstellt.

In der Lautsprache äußert Dennis: „Dann ham ma alle“. Diese Aussage lässt sich als Schluss aus dem vorherigen Agieren bezeichnen und könnte sich damit auf alle möglichen Reihenfolgen beziehen, die man aus drei Tieren erstellen kann. Es wäre aber auch möglich, dass Dennis hier ausschließlich die 7. Kärtchenreihenfolge meint und mit „dann ham ma alle“ darauf verweisen möchte, dass sie nun alle möglichen Versuche unternommen haben, Kärtchenreihe 7 zu verändern oder in die Lösungsmenge einzupassen und nun diese Versuche beenden können und die 7. Kärtchenreihenfolge in ihrer Ursprungsreihenfolge belassen können. Es wäre auch möglich, dass er mit dem Ausspruch meint, dass nun alle Karten von Reihe 7 wieder auf dem Ursprungsplatz liegen. Dies erscheint aber deshalb

unwahrscheinlicher, weil Dennis seine Aussage gleich zu Beginn seiner Verschiebung äußert und nicht etwa am Ende, wenn Reihe 7 wiederhergestellt ist.

Das langgezogen gesprochene „dann“ als schlussfolgerndes Adverb könnte auf eine wenn/dann-Verknüpfung hindeuten. In diesem Sinne könnte Dennis sich entweder auf den gesamten bisherigen Lösungsprozess beziehen oder auch nur auf die vorher festgestellte Tatsache, dass die in Äußerung 14 zu *brauner Tiger – weißer Tiger – Elefant* verschobene Kärtchenreihe 7 bereits in Reihenfolge 6 gefunden wurde und daher keine neue Reihenfolge mehr darstellt: *Wenn Kärtchenreihe 7 sich zu keiner neuen Reihenfolge mehr verändern lässt, dann haben wir alle Reihenfolgen, die sich mit Reihe 7 legen lassen, gefunden*, wäre also eine Möglichkeit, die Dennis hier auszudrücken versuchen könnte. Wie eingangs vermutet, wäre es aber auch möglich, dass Dennis hier mit *alle* tatsächlich alle möglichen voneinander verschiedenen Reihenfolgen meint und sich damit auf die gesamten nachgelegten Reihenfolgen bezieht.

Sollte die Verschiebung von Dennis eher zufällig dahin führen, dass die ursprüngliche Form von Reihe 7 wieder hergestellt wird und Dennis eigentlich auf der Suche nach einer weiteren neuen Reihenfolge durch die Verschiebung ist, erschiene seine Aussage zumindest etwas widersprüchlich zu seinem Tun. Dennis formuliert zudem nicht, woraus er den lautsprachlich formulierten Schluss zieht. Ebenso trifft er keine Aussage darüber, ob er Reihe 7 wieder in die Ursprungsreihenfolge bringen möchte oder ob er durch die Verschiebung auf der Suche nach einer anderen Möglichkeit der Reihung der Kärtchen ist.

Im Fortgang der Situation könnten Maya oder auch B nach seiner Intention fragen, oder auch danach, woraus er konkret nun den geäußerten Schluss zieht. Ebenso könnte Dennis von sich aus und eher unaufgefordert erläutern, woraus er diese Erkenntnis gewonnen hat.

Äußerung 17:

Diese Äußerung wird zeitgleich mit Dennis' Äußerung 16a von Maya in die Interaktion eingebracht. Zunächst verändert sie ihre Körperhaltung, was die Turnergreifung unterstreicht bzw. anzeigt und ihren Interaktionspartner*innen ihren Wunsch zum Agieren signalisiert. Zudem führt die Veränderung der Körperhaltung von einer eher liegenden in eine aufrecht sitzende Position dazu, dass sie besseren Zugriff zum und Überblick über den Arbeitsbereich bzw. die Kärtchenreihen hat. Maya führt die Aktion mit ihrer rechten Hand aus, wobei die linke Hand auf den Schoß geführt wird. Möglich ist, dass sie Dennis in seinen Handlungen nicht stören möchte und daher eher zurückhaltend nur mit einer Hand im Arbeitsbereich zu agieren versucht. Vielleicht ist ihr eine Unterbrechung von Dennis in Form einer zeitgleichen Äußerung eher unangenehm, aber das, was sie beitragen möchte, duldet keinen Aufschub. Ebenso könnte es sein, dass sie Dennis' Agieren lediglich z. B. durch Zurechtrücken verschobener Kärtchen unterstützen möchte und daher mit nur einer Hand ihre beabsichtigte Aktion ausführt.

Mayas Eingreifen könnte aber auch zeigen, dass sie Dennis grundsätzlich nicht zutraut, Reihe 7 nun entsprechend zu verändern. Ebenso könnte es sein, dass Maya eine andere Idee zur Veränderung von Reihe 7 hat, aber zunächst Dennis agieren lässt.

Maya ergreift die Elefantenkarte, offenbar noch während Dennis die Reihenfolge der Kärtchen in Reihe 7 verändert (vgl. Äußerung 16a), indem er die weiße Tigerkarte auf Position 1 und die braune Tigerkarte auf Position 3 verschiebt. Die Verschiebung der braunen Tigerkarte auf Position 3 in der Form, wie sie Dennis durchführt, wird im Prinzip nur dadurch möglich, dass Maya hier die Elefantenkarte in ihre Hand nimmt. Es ist auffällig, dass beide Schüler*innen hier offenbar also ohne explizite lautsprachliche Absprache, durch ihre Handlungen in der Lage sind, gemeinsam Reihe 7 kooperativ so zu verändern, dass sie offensichtlich den Vorstellungen von beiden entspricht. Das Agieren beider scheint auf so etwas wie einem unausgesprochenen Konsens zu beruhen, einem Code, der von beiden akzeptiert und in einer sich wortlos verstehenden Kooperation gemeinsam umgesetzt wird, die vermutlich auf möglicherweise auch lange vorausgehenden Aushandlungen beruht.

Nach dem Ablegen der Elefantenkarte auf der mittleren Position von Reihenfolge 7 zieht Maya ihre rechte Hand zurück, führt sie über den Tisch zu ihrem Po und dann zur Tischkante nach vorne, möglicherweise um sich hier abzustützen. Diese Bewegung könnte eine Übersprungshandlung sein oder die Anzeige des Abschlusses ihrer Handlung. Die Berührung von Daumen und Zeigefinger der Tischplatte im Verlauf dieser Bewegung rührt möglicherweise noch aus dem Festhalten der Elefantenkarte unmittelbar zuvor und wird hier eventuell in die Ruheposition der Hand übernommen. Möglich ist aber auch, dass Maya so signalisiert, dass sie den lautsprachlich hervorgebrachten Schluss von Dennis (vgl. Äußerung 16a) oder ihr im beiderseitigen kooperativen Agieren erzeugtes Herstellen der Ursprungsreihung von Reihenfolge 7 als auf den Punkt gebracht empfindet und/oder festhalten möchte und zeigt daher diese spezielle Handform.

Lautsprachlich äußert Maya schon während sie die Elefantenkarte ergreift und unmittelbar nachdem Dennis in Äußerung 16a sich lautsprachlich geäußert hat: „Ja\ schätz ich auch\“ (Äußerung 17). Das langgezogene „Ja“ und die StimmSenkung unterstreichen die Zustimmung zusätzlich, die sie offenbar zu Dennis' Schluss aus Äußerung 16a anbringt. Der folgende Teil der Äußerung drückt zwar offensichtlich ebenfalls Zustimmung aus, allerdings mit dem Hinweis darauf, dass Maya hier offenbar eine Einschätzung vornimmt: Möglich ist, dass sie nicht ganz sicher ist und ein von ihr angenommener Grund für diesen Schluss nicht stabil bzw. belastbar genug erscheint. Damit schließt sich Maya also Dennis' grundsätzlich an, aber mit dem Verweis darauf, dass es sich um eine Annahme und offensichtlich um keine ganz sichere Aussage ihrerseits handelt. Maya behält sich auf diese Weise eine weitere Auseinandersetzung, z. B. um eine hinreichende Begründung für den hervorgebrachten Schluss zu finden, zunächst noch offen.

Es ist möglich, dass Maya aktuell keine Vorstellung dazu hat, wie es weiter gehen könnte oder wie es anders sein kann und deshalb hier zunächst diese vorsichtig zustimmende Aussage erzeugt. Sie schließt sich eventuell auch Dennis' Schluss an, weil sie ihm zutraut, eine geeignete Schlussfolgerung ziehen zu können, zu der sie hier möglicherweise (noch) nicht in der Lage ist. Mit der Formulierung als Schätzung entzieht sie sich dabei auch etwas der Verantwortung und zeigt trotzdem Zustimmung und eine Form der aktiven Beteiligung an diesem Schluss.

In der weiteren Interaktion könnte B nachhaken, wie Dennis und auch Maya zu dieser Aussage kommen, was sie genau damit meinen bzw. worauf sich „alle“ bezieht oder Dennis und/oder Maya könnten selbst einen Einwand gegen oder eine Begründung für diese Aussage zu erzeugen.

Äußerung 18:

Diese Äußerung wird von B produziert. Körpersprachlich wird die Turnübernahme offenbar durch das Anheben des Kopfes angezeigt. Die ansonsten unveränderte Position des Körpers deutet auf Zurückhaltung hin und darauf, dass sie aktuell nicht eingreifen oder etwas im Arbeitsbereich zeigen möchte. Sie traut den Schüler*innen zu, selbst zu agieren und hält sich zurück. Es ist auch möglich, dass sie lediglich eine nebensächliche Kommentierung beizutragen hat. Möglich ist auch, dass sie eine Frage an Dennis und Maya stellt und daher in ihren Augen kein darüber hinaus reichendes Agieren im Arbeitsbereich vonnöten ist.

Lautsprachlich äußert B: „Nach was habt ihr jetzt geguckt/“. Diese offensichtlich als Frage durch die Stimmhebung markierte Äußerung richtet sich an beide Schüler*innen („ihr“) und fragt nicht direkt nach einer Begründung (*warum?*), sondern impliziert vielmehr, dass die Schüler*innen einen ganz bestimmten Aspekt an den Kärtchenreihen beobachtet haben könnten, der sie mutmaßlich zu ihrer Einschätzung aus den Äußerungen 16a und 17 gebracht hat.

Es könnte sein, dass B als diejenige, welche das mathematische Problem an die Schüler*innen herangetragen hat, etwas Musterhaftes in den von den Schüler*innen nachgelegten Reihenfolgen entdeckt hat, z. B. die jeweils gleiche Besetzung der mittleren Position von zwei untereinander liegenden Reihenfolgen. Sie könnte sich mit der Frage konkret darauf beziehen und in einer didaktisch-methodischen Intention die Schüler*innen durch die Frage nach einem beobachtbaren Aspekt darauf hinführen wollen. Gleichzeitig greift die Frage möglicherweise auch das auf, was von Beginn der Sequenz an als eine Art *gerichtetes Schauen* von Maya in die Situation eingebracht wurde: In Äußerung 1 richtete Maya einen Beobachtungsauftrag an Dennis: „Dennis guck ma\ ob jeder schon ma in der Mitte zweimal wa\“ (Äußerung 1).

B könnte mit der Frage mit der ihr unterstellten didaktisch-methodischen Rahmung die Schüler*innen dahin führen wollen, eine Regel zu formulieren, wie man bspw. alle

Reihenfolgen finden kann. Unwahrscheinlicher erscheint die Frage von B hier als echte Verständnisfrage ihrerseits, um nachvollziehen zu können, was die Schüler*innen beobachtet haben. B kann zumindest bezogen auf das von ihr selbst eingebrachte mathematische Problem als mathematisch versiert bezeichnet werden. Sie erzeugt die Frage gleichzeitig zum Ablegen der Elefantenkarte auf Position 2 in Reihe 7 durch Maya und deren Rückzug der rechten Hand aus dem Arbeitsbereich. Es könnte sein, dass B Mayas und Dennis' Aktionen als eine Art Abschluss in der Beschäftigung mit dem mathematischen Problem deutet und sie mit ihrer Rückfrage hier beide zur weiteren Auseinandersetzung bringen möchte. B ist offenbar nicht in der Lage, abzuwarten, sondern möchte vielleicht mit ihrer bereits zeitgleich zu Mayas Äußerung eingebrachten Frage auch dafür sorgen, dass keine Pausen in der Beschäftigung entstehen. Vielleicht bringt B deshalb gleich die Frage ein, um die Situation einerseits etwas zu beschleunigen und andererseits um die Schüler*innen zur weiteren Auseinandersetzung oder auch weiteren Erläuterungen zu bewegen, die aus Bs Sicht vielleicht noch fehlen könnten.

Nachdem im Voraus offenbar mehrfach von den Schüler*innen Versuche unternommen wurden, Kärtchenreihe 7 zu einer neuen Reihenfolge zu verändern, könnte sich die Frage „Nach was habt ihr jetzt geguckt/“ (Äußerung I8) auch zunächst nur auf diese Reihenfolge bzw. die Veränderung dieser beziehen. Dann könnte B eventuell danach fragen, wie die Schüler*innen entscheiden konnten, dass sie alle möglichen Positionsveränderungen an Reihe 7 getestet haben. B könnte irritiert sein, wie die Schüler*innen nach den mehrfachen Vertauschungsversuchen den Schluss auf diese Weise ziehen konnten, alle Reihenfolgen im Sinne einer vollständigen Lösungsmenge zum gegebenen Problem gefunden zu haben bzw. alle Positionsvertauschungen, die mit Kärtchenreihe 7 möglich sind, erzeugt zu haben, was letztlich zu den gleichen verschiedenen Reihenfolgen führen würde. Mit der Frage könnte B auch beabsichtigen, die Schüler*innen noch einmal zum genauen Betrachten der nachgelegten Reihenfolgen zu animieren, um zu erkennen, dass Reihenfolge 7 als Dopplung zu Reihenfolge 4 aus der Dokumentation auf dem DIN A4 Blatt ganz entfernt werden könnte.

B fragt gewissermaßen nach dem *Beobachtungsschlüssel* der Schüler*innen, der es ihnen erlaubt, zu dem Schluss zu kommen, dass alle Reihenfolgen bezogen auf Kärtchenreihe 7 oder die gesamte Lösungsmenge gefunden sind. Damit forciert sie möglicherweise auch die Annahme, dass dies zunächst rein durch Schauen bzw. Beobachten der gefundenen Reihenfolgen möglich ist. Das von B gewählte „geguckt/“ könnte auch weniger im wörtlichen Sinne als tatsächlich reines Schauen gemeint sein, sondern vielmehr als Metapher für eine erkannte Systematik, die B hier den Schüler*innen unterstellt, entdeckt zu haben.

In der Folge könnten die Schüler*innen die Frage Bs in einer dieser Weisen deuten und beantworten. Es ist auch möglich, dass sie die Frage nicht einordnen können und eine Rückfrage stellen. Als dritte Variante könnten sie die Frage Bs kurz- oder langfristig ignorieren und sich mit etwas anderem beschäftigen.

Äußerung 16b (a-b):

Dennis nimmt offensichtlich die Frage Bs als an sich oder an sich und Maya gerichtet auf, denn er schaut zu B und scheint eine Äußerung hervorzubringen. Dabei bleibt er körpersprachlich unverändert in seiner Position. Dies könnte dafür stehen, dass er offenbar nichts an den gefundenen und gelegten Reihenfolgen zeigen oder eine Aktion daran ausführen möchte. Er könnte dies Maya überlassen wollen oder keine Idee haben, was er tun könnte. Vielleicht ist er überrascht über Bs Frage nach was die beiden Schüler*innen geguckt haben könnten oder kann die Frage nicht beantworten. Dennis könnte auch lautsprachlich erläutern, nach was er geschaut hat und hält seine diesbezügliche Äußerung möglicherweise auch ohne weitere körpersprachliche Beteiligung für hinreichend aussagekräftig. Möglich sind zudem weitere Deutungen: Es könnte sein, dass Dennis selbst eine Frage an B richtet, weil ihm unklar sein könnte, was sie mit ihrer Frage aus Äußerung 18 meinen könnte oder weil er gar nicht erläutern kann oder möchte, nach was er oder auch Maya und er geschaut haben. Es ist auch denkbar, dass er darauf hinweist, dass sie nun in seinen Augen die Aufgabe gelöst haben und er möglicherweise auch gerne die Situation beenden würde.

In der Lautsprache äußert Dennis: „Wir ham glaube alle“, was im Prinzip eine Paraphrasierung oder Wiederholung seiner Äußerung 16a darstellt. Es kann vermutet werden, dass sich diese Äußerung auf alle gelegten/gefundenen Reihenfolgen oder alle Reihenfolgen, die aus Kärtchenreihe 7 gelegt werden können, bezieht. Dennis geht offenbar davon aus, dass alle möglichen Reihenfolgen (oder alle aus Kärtchenreihe 7) von ihm und Maya („wir“) gefunden wurden. Damit beantwortet er eigentlich nicht direkt die Frage, die B in Äußerung 18 mutmaßlich an beide Schüler*innen gestellt hat. Dennis scheint nicht erläutern zu wollen oder zu können, nach was sie geschaut haben, um z. B. zu der Einschätzung aus den Äußerungen 16a und 18 zu kommen. Vielleicht ist es mehr ein Instinkt von Dennis, der ihn zu Äußerung 16a veranlasste. Es wäre aber ebenso möglich, dass er keine Lust hat, noch einmal eigens zu erklären, nach was er geschaut hat, um festzustellen, dass sie alle Reihenfolgen gefunden haben, weil er die Situation beenden möchte.

Es fällt eine Veränderung in der Formulierung im Vergleich zu Äußerung 16a auf: Mit „glaube“ verweist Dennis möglicherweise darauf, dass er zwar davon ausgeht, alle Reihenfolgen gefunden zu haben, sich aber offensichtlich gleichzeitig nicht ganz sicher zu sein scheint. Möglich, dass ihn Mayas Äußerung 17, in der sie ihm mit der Einschränkung zu schätzen zustimmt, und nun Bs Nachfrage dazu veranlasst haben, seine Äußerung eher als Vermutung zu formulieren. Damit relativiert er auch ein Stückweit die Übernahme von Verantwortung für diese Aussage.

Dennis könnte mit der Aussage B davon überzeugen wollen, dass es zumindest relativ sicher ist, dass alle Reihenfolgen gefunden sind und es daher nicht nötig ist, weiter nach etwas zu schauen, so wie es B in Äußerung 18 formulierte. Es ist auch möglich, dass Dennis hier zunächst nicht deuten kann, wie B ihre Frage in Äußerung 18 meint oder auch nicht in der

Lage sein mag, sie zu beantworten und daher hier nochmals das betont, was er als relativ gesicherte Erkenntnis gewonnen hat, nämlich dass er davon ausgeht, dass alle Reihenfolgen gefunden sind.

In der Folge könnte B dies aufgreifen und ihre Rückfrage aus Äußerung 18 möglicherweise erneut vorbringen. Gleichzeitig könnte Maya auf Äußerung 18 reagieren und z. B. erläutern, nach was man schauen kann, um zu sehen, ob alle Reihenfolgen gefunden wurden.

Äußerung 19:

Hier meldet sich nun Maya zu Wort. Sie bleibt ebenfalls körpersprachlich unverändert in ihrer Position, greift wie Dennis gestisch oder handelnd offenbar zunächst nicht ins Geschehen ein. Sie richtet ihren Blick auf B, was mutmaßlich als Adressierung ihrer Äußerung dient. Möglich ist, dass Maya eine Rückfrage bezüglich Bs Frage aus Äußerung 18 stellt oder auch auf Dennis' Äußerungen 16a und 16b regiert und hierzu etwas äußert.

Lautsprachlich bringt Maya: „(leise) Ja“ hervor, was sie langgezogen ausspricht. Sie scheint hier möglicherweise nicht ganz überzeugt zu sein von ihrer Zustimmung, die sie vermutlich auf Dennis' Äußerungen 16a und/oder 16b bezieht. Es wäre auch möglich, dass langgezogene „Ja“ als eine Art Frage an B zu deuten und zwar möglicherweise danach, wie es nun weiter gehen soll oder was genau B noch von den Schüler*innen wissen oder hören möchte. In jedem Fall erfüllt Maya hier offenbar (zunächst) nicht die Erwartung der Beantwortung einer Frage, wie man sie aus Bs Äußerung 18 ableiten könnte. Vielmehr scheint sie Dennis zumindest vorsichtig zu zustimmen oder eben bei B eher rückzufragen, was nun geschehen soll. Möglicherweise hat Maya keine Idee, wie Bs Frage zu deuten ist oder auch zu beantworten wäre und pflichtet daher hier Dennis bei oder fragt bei B nach. Es könnte auch sein, dass Maya die Situation für gelöst und damit für beendet hält und daher nicht weiter auf Bs Frage eingeht. Möglich wäre auch, dass sowohl Dennis als auch Maya erwarten, dass B etwas zu deren Schluss äußert. Die durch den Blick realisierte Adressierung der Äußerung Mayas scheint entweder die Funktion zu übernehmen, B gegenüber einen gemeinsamen Standpunkt der Schüler*innen deutlich zu machen, wenn auch möglicherweise etwas unsicher, oder auch B den Ball zurückzuspielen.

In der folgenden Sequenz könnte B darauf eingehen und ein Beenden der Situation anregen oder ihre Frage aus Äußerung 18 erneut, möglicherweise in der Formulierung verändert, aufgreifen. Es könnte auch sein, dass Dennis nun eine Antwort darauf bietet oder er und Maya sich mit anderen Dingen beschäftigen.

Äußerung 20:

B übernimmt offenbar den Turn. Diesmal erscheint sie auch körpersprachlich aktiv zu werden, möglicherweise, um zu verdeutlichen, was sie meinte oder ihrer Äußerung Nachdruck zu verleihen. Es könnte sein, dass B ihre Frage aus Äußerung 18 als nicht

beantwortet deutet und diese nun lautsprachlich und gestisch erneut versucht darzustellen, eventuell um doch noch eine Antwort von den Schüler*innen zu erhalten.

B bewegt ihre rechte Hand in den Arbeitsbereich der Schüler*innen. Bisher hat sie in der analysierten Sequenz auf diese Weise noch nicht eingegriffen. Möglich ist, dass sie dies nun für nötig hält oder auch durch dieses Eingreifen einen Marker im Bearbeitungsprozess setzen möchte. B könnte die Äußerungen 16a, 17, 16b und 19 der Schüler*innen als ein Verharren auf dem Erarbeiteten deuten und sie nun zur weiteren Auseinandersetzung anstoßen wollen. Möglicherweise reicht also für B das bisher Erarbeitete nicht aus, um zu einem Abschluss zu kommen. Es könnte aber auch sein, dass B nun genau diesen Abschluss beabsichtigt.

Das Fassen an die untere linke Ecke des DIN A4 Blattes, auf dem die 5 Kärtchenreihen liegen, könnte eine Fokussierung auf diese oder auch alle Kärtchenreihen intendieren und anzeigen, dass B potentiell hierzu etwas sagen möchte. Möglicherweise möchte B erreichen, dass die Schüler*inne noch einmal alle oder spezielle Reihen betrachten. Anschließend dreht B die Unterlage bzw. das DIN A4 Papier um ca. 20° im Uhrzeigersinn. Sie könnte sich möglicherweise einen besseren Überblick verschaffen wollen, denn das DIN A4 Blatt liegt auf diese Weise etwas mehr zu ihr gerichtet. Möglicherweise möchte B das DIN A4 Blatt auch eher nur zurechtrücken. Es könnte sein, dass B nicht so recht weiß, wie sie nun weitermachen könnte und daher hier eine Art Übersprungshandlung zeigt. Möglich wäre auch, dass B sich die Reihen noch einmal genau anschauen möchte, um daraus z. B. einen Impuls für die Schüler*innen heraus generieren zu können, den sie im Anschluss formulieren könnte. Gleichzeitig bewirkt das Drehen der Kärtchenreihen eine Markierung dieser. Möglich, dass B hier etwas dazu erläutert oder Dennis und Maya dazu anhalten möchte, hier noch einmal zu schauen. Vielleicht geht B davon aus, dass insbesondere auch Dennis nun die Kärtchenreihen besser überblicken kann, denn die Drehung führt dazu, dass das DIN A4 Blatt etwas mehr in Dennis' und Bs Richtung ausgerichtet ist. Eine mögliche Betrachtung der gelegten Kärtchenreihen könnte zu Bs Äußerung 18 passen, in der sie danach fragte, nach was die Schüler*innen geschaut haben. Möglich wäre, dass sie das nun modellhaft übernehmen möchte und selbst erläutert, was sie beobachtet hat. Es könnte aber auch sein, dass sie selbst nicht genau die Reihen sehen konnte und sie deshalb etwas zu sich dreht.

Das Rückführen der Hand in die Ausgangsposition durch B deutet darauf hin, dass sie nichts weiter an den Kärtchenreihen zeigen oder verändern möchte, sondern den Schüler*innen wieder die Reihen überlassen möchte. Es reicht für B offenbar aus, die Reihen auf diese Weise kurz zu fokussieren.

Lautsprachlich formuliert B: „Zeig mal wie viele sinds jetzt/“. Mit der Einleitung „zeig mal“ in Verbindung mit der Drehung am DIN A4 Blatt wird die Deutung unterstrichen, dass B hier nun die gefundenen Reihenfolgen noch einmal betrachtet bzw. gezeigt haben möchte. Durch die Drehung soll möglicherweise ein besserer Überblick für die Beteiligten, einschließlich sich selbst, entstehen. Vermutlich deutete B die vorherigen Aussagen der Schüler*innen

(Äußerungen 16a, 17, 16b und 19) nicht nur auf Kärtchenreihe 7 bezogen, sondern eher auf alle Reihen bezogen. Mit „wie viele sinds jetzt!“ stellt B offenbar eine Frage, markiert durch die Stimmhebung. Wer oder was mit „viele“ gemeint sind, bleibt lautsprachlich offen, während die Gestik in Verbindung mit der Drehung des DINA4 Blattes diese Frage offenbar an mindestens die links liegenden Kärtchenreihen bindet. B betont hier also mutmaßlich die Anzahl der Kärtchenreihenfolgen entweder, weil sie selbst nicht auf einen Blick sehen kann, um wie viele Reihen es sich handelt oder weil sie der Meinung ist, diese Frage könnte die Schüler*innen zu einer weiteren Auseinandersetzung mit dem mathematischen Problem bewegen. Offenbar ist für B die Anzahl der Reihen zentral, eventuell auch um die Schüler*innen zu einem Nachdenken über diese Anzahl anzuregen. Sie eröffnet damit auch einen Bezug zum mathematischen Bereich der Zahlen und Operationen und erhofft sich damit eventuell den Schüler*innen einen neuen oder weiteren Zugang zum Problem zu verschaffen, weil sie möglicherweise davon ausgeht, dass dieser mathematische Bereich für die Schüler*innen besonders vertraut ist. Mit der Formulierung „zeig mal“ intendiert B möglicherweise auch ein Einbeziehen ihrer Person und spricht zusätzlich eine/n einzelne/n der Schüler*innen an, wobei offen bleibt ob sie Dennis oder Maya damit meint. Es könnte auch sein, dass sie beide Schüler*innen meint und sie gemeinsam mit Du anspricht.

Mit Blick auf die Frage von B in Äußerung 18 („Nach was habt ihr jetzt geguckt/“) könnten die Schüler*innen die jetzige Äußerung so interpretieren, dass die Anzahl der Reihenfolgen Rückschlüsse auf etwas geben kann, nach dem man in den Reihenfolgen als Beobachtungsmerkmal suchen kann, um ihren zuvor geäußerten Schluss zu stützen.

Möglicherweise zählen Maya und Dennis also in der Folge die Reihenfolgen ab und versuchen daraus einen Schluss zu ziehen. Es könnte aber auch sein, dass sie die Frage von B nach der Anzahl einfach beantworten und nicht weiter darauf eingehen oder diese Erkenntnis nicht weiter für ihre Auseinandersetzung mit dem gegebenen Problem nutzen möchten oder können.

Äußerung 21:

Dennis ergreift den Turn. Er führt eine Zeigebewegung in Richtung erster Kärtchenreihe bzw. hier Position 1 aus, die er dann reihenweise bis Reihe 5 fortführt. Möglicherweise setzt Dennis einen Zählvorgang um oder möchte etwas an den Kärtchen bzw. den Reihen oder deren ersten Positionen zeigen. Er wählt also eventuell als Referenzpunkt seiner Zeigegeste die erste Position, weil er hieran eine Entdeckung gemacht hat oder weil er hier ansetzt, um die Reihen zu zählen.

Das Öffnen der Hand während der Zeigebewegung nach unten über die Reihen könnte das Bild auf dem DINA4 Blatt abbilden: Hier liegen von den Schüler*innen aus links gesehen 5 Reihen, während rechts nur 2 Kärtchenreihen liegen. Somit könnte die geöffnete Hand die Anzahl 5 der Kärtchenreihen, die auf dem linken DINA4 Blatt liegen, repräsentieren. Vielleicht kann Dennis zunächst nicht auf einen Blick erfassen, wie viele Reihen links liegen

und zählt deshalb zunächst die ersten Reihen. Er öffnet dann aber die Hand, sobald er erkannt hat, dass es 5 sein müssen, was er möglicherweise auch ohne restloses Abzählen aller 5 links liegenden Reihen sehen kann. Gegen einen Zählvorgang könnte sprechen, dass er nicht konsequent einzeln über alle Reihen tippt und z. B. die rechts liegenden zwei Reihen im Anschluss auch nicht in seine Gestenbewegung einschließt. Möglicherweise ist es aber auch nicht nötig, die zwei Reihen rechts extra abzuzählen, weil er ihre Anzahl simultan erfassen kann, während dies mit den links liegenden 5 Reihen zunächst nicht möglich war. Denkbar ist also, dass Dennis die Gesamtanzahl der gefundenen Reihen mit seiner Gestenbewegung bestimmen möchte. Es könnte aber auch sein, dass er etwas ganz Bestimmtes an den links liegenden Reihen zeigt, was er lautsprachlich erläutern könnte. Damit könnte er Bs Frage beantworten wollen oder doch etwas anderes, vielleicht auch eine neue Erkenntnis oder Idee, einbringen.

Das Aufstützen des Kopfes auf dem rechten Handrücken und dem auf der Tischplatte aufgestützten Arm könnte auf eine Entlastung hindeuten, die sich Dennis hier verschaffen möchte am Ende der Gestenbewegung. Gleichzeitig hat er so immer noch einen freien Blick auf die bereits gefundenen Reihenfolgen.

In der Lautsprache scheint sich die Vermutung der Anzahlbestimmung zu bestätigen. Dennis äußert „**sieben Stück**\“, was wahrscheinlich auf die Anzahl aller gefundenen und gelegten Reihenfolgen verweist. Die Betonung und die Stimmensenkung am Ende der Äußerung deuten auf Sicherheit bezüglich der ermittelten Anzahl hin. Die Betonung der ersten Silbe des Zahlwortes könnte auch Überraschung oder auch Stolz, z. B. über die hohe Anzahl oder das Geleistete, ausdrücken.

Da Dennis auch lautsprachlich offensichtlich nicht klassischerweise zählt, indem er bspw. die Zahlwortreihe äußert während er die Gestenbewegung ausführt, könnte man vermuten, dass Dennis die Anzahl über das Erfassen der 5 Reihen links und der 2 rechts liegenden Reihen bestimmt hat und damit durch eine Zahlzerlegung, die sich aus der Anordnung des Materials ergibt, eine quasi-simultane Erfassung der Anzahl leistet.

Mit seiner Feststellung könnte Dennis die Frage von B aus Äußerung 20 beantworten wollen und er könnte damit zumindest die Erwartung Bs erfüllen. Dennis scheint mit dieser Anzahl zunächst hier nicht weiter etwas anzufangen zu wollen. Es reicht ihm offenbar aus, eine Anzahl zu nennen, um z. B. zunächst Bs Frage aus Äußerung 20 zu beantworten.

In der weiteren Sequenz könnte Maya sich zu Dennis' Anzahlbestimmung äußern oder auch B fragen, was man damit dann möglicherweise über die Reihenfolgen aussagen oder zu diesen erkennen könnte.

Äußerung 22:

Hier äußert sich offenbar B. Sie verändert ihre Körperposition nicht, was auf Zurückhaltung hindeutet und darauf, dass sie ihren gleichzeitig geäußerten lautsprachlichen Beitrag

möglicherweise für aussagekräftig genug hält. Möglich ist, dass B eine weitere Frage zu den Reihenfolgen stellt oder Dennis etwas zu der ermittelten Anzahl der Reihenfolgen fragt. Dazu könnte passen, dass B bei der Äußerung offenbar ihren Kopf nach links neigt und somit ihr Gesicht zu Dennis ausrichten könnte.

Lautsprachlich äußert B: „mmh\“. Dieser Ausspruch könnte als Zustimmung, z. B. zu Äußerung 21 gedeutet werden. Es wäre aber auch möglich, einen eher ironischen Unterton oder eine rhetorische Zustimmung mit der Äußerung zu verbinden. Dies würde auch das Neigen des Kopfes unterstreichen. Möglicherweise möchte B die Schüler*innen mit diesem Ausspruch dazu anregen, über die Anzahl von 7 Reihenfolgen nochmals nachzudenken und sich zu überlegen, auf was diese Anzahl schließen lassen könnte. Vielleicht ist B aber auch anderer Meinung bezüglich der tatsächlichen Anzahl der gefundenen Reihenfolgen, weil sie eventuell die Podest-Reihenfolge mitzählt oder weil sie die doppelt gelegte Reihenfolge abzieht.

In der weiteren Sequenz könnte sich Maya ebenfalls zu der Anzahl von gefundenen Reihenfolgen äußern. Es wäre aber auch denkbar, dass B eine weitere Frage dazu stellt. Ebenso könnten die Schüler*innen fragen, warum B die Anzahl der Kärtchenreihenfolgen wissen möchte, vor allem auch, weil sie ja auch selbst nachzählen könnte, was ihr Maya und Dennis durchaus zutrauen dürften.

Äußerung 23:

Diese Äußerung wird von Dennis erzeugt. Er führt seine linke Hand über die links liegenden 5 Kärtchenreihen, zunächst in Staffelhandform. Dabei scheint er auf die Gesamtheit der Reihen zu verweisen, denn er zeigt nicht speziell auf eine Reihe. Auch die Handform zeigt eher eine Gesamtheit anstatt einzelne Reihen oder Positionen an und könnte mit den 5 Fingern bzw. der Flachhandform am Ende auch die 5 Reihen repräsentieren. Das Auf- und Ab-Wippen der Hand verweist eventuell auf eine zunächst nicht ganz genau erfasste, aber durchaus höhere Anzahl von Reihen, etwa im Sinne von *all diese hier*, bis sie dann zu einer Flachhand und möglicherweise damit die Anzahl von 5 anzeigenden Handform verändert wird. Eventuell ist Dennis etwas an den 5 links liegenden Reihen aufgefallen und er erläutert hieran etwas. Die Flachhandform könnte auch dafür stehen, dass er eine Zensur in seiner Erläuterung vornimmt und sich damit auf das eben Erläuterte bezieht. Bereits in Äußerung 21 zeigte Dennis eine ähnliche Geste über den 5 linken Kärtchenreihen, wobei dabei die Handform nicht in vergleichbar deutlicher Weise wie hier flach ausgestreckt wurde. Aber auch bereits in Äußerung 21 könnte die flache oder annähernd flache Hand die Anzahl von 5 anzeigen. Es könnte also sein, dass Dennis hier etwas ergänzend zu seiner Äußerung 21 darstellt.

Im Anschluss wird die Hand zum Oberkörper zurückgeführt und abgelegt, vermutlich weil die Erläuterung abgeschlossen ist. Damit zeigt Dennis also mutmaßlich ein Ende seiner Aktion im Arbeitsbereich an und eventuell auch seiner Äußerung insgesamt.

Lautsprachlich äußert Dennis: „Nämlich fünf plus zwei/“. Die Einleitung „nämlich“ unterstreicht die Vermutung, dass Dennis hier offenbar zu seiner Feststellung „**sieben Stück**“ aus Äußerung 21 eine Ergänzung vornimmt. Ebenfalls kann die Deutung untermauert werden, dass er in Form einer durch die Anordnung der Reihen naheliegenden Zahlzerlegung die Anzahl 7 mutmaßlich quasi-simultan erfasst und dabei offensichtlich die schwerer zu erfassende Anzahl von 5 gestisch betont, sowohl in Äußerung 21 als auch hier in Äußerung 23. In seiner additiven Zerlegung von 7, die er durch „fünf plus zwei/“ benennt wird der größere Summand zuerst genannt, welcher der Anzahl der links liegenden Reihen entspricht. Die Anzahl 2 verweist vermutlich auf die rechts liegenden Reihen, wird betont ausgesprochen und mit einer Stimmhebung versehen. Dieses Benennen der Teilmengen an Kärtchenreihen entsprechend ihrer Anordnung auf den DIN A4 Blättern könnte darauf hindeuten, dass Dennis möglicherweise diese zwei Teilmengen eher getrennt voneinander betrachtet, aber insgesamt als 7 gefundene Reihenfolgen wahrnimmt. Diese Deutung erscheint konsequent/konsistent bezüglich der Deutung der Verschiebeaktionen aus den Äußerungen 10aff, in denen Dennis immer wieder Reihenfolge 7 veränderte und in Abstimmung mit Maya in ihre Ausgangssequenz zurückführte, sobald die veränderte Reihenfolge als bereits gefunden erkannt wurde. Beiden Schüler*innen fiel im Verlaufe dieses Verschiebens jedoch vermutlich nicht auf, dass Reihenfolge 7 eine Dopplung zur Kärtchenreihenfolge 4 darstellt und im Prinzip ganz aus der Lösungsmenge heraus genommen werden könnte. Zumindest äußerte sich keine*r der Beiden explizit dazu. Es wäre möglich, dass sich dieses Nicht-Erkennen auch aus der Tatsache der Anordnung der Kärtchenreihenfolgen im Arbeitsbereich ergibt, in der eben links 5 Reihenfolgen und rechts 2 Reihenfolgen auf den DIN A4 Blättern liegen, die man durchaus als solche Bündelungen von Reihenfolgen, eventuell auch nach jeweiligem Blatt getrennt, betrachten könnte.

Mit seiner lautsprachlichen Äußerung 23 leitet Dennis im Prinzip her, wie er zu der Feststellung aus Äußerung 21 gekommen ist, während er bei vorherigen Aussagen zu den Reihen solche Begründungen weniger explizit darstellte. Entweder fällt es ihm nun leichter, eine solche Herleitung aufzuzeigen oder rückblickend zu erzeugen oder er hielt eine Begründung etwa für seine Äußerung 17a oder 17b nicht für nötig bzw. die Aussage an sich für aussagekräftig genug. Möglich, dass der Bereich der Zahlen und Operationen für Dennis ein vertrauter mathematischer Bereich ist, in dem er sich spielend bewegen kann und daher hier auch eher Begründungen für seine Aussagen findet als für kombinatorische Schlussfolgerungen bezüglich des Findens aller möglichen Reihenfolgen aus drei Elementen.

In der Folge könnte B etwas zu Dennis' Äußerung sagen oder auch Maya könnte hierzu etwas kommentieren. Ebenso könnten die Schüler*innen überlegen, was man mit der Information, dass sie nun 7 Reihenfolgen gefunden haben oder sich diese als 5+2 Kärtchenreihenfolgen im Arbeitsbereich darstellen, anfangen könnte bezüglich des Problems, alle voneinander verschiedenen Reihenfolgen aus 3 Elementen zu finden.

Äußerung 24:

Nun äußert sich B und zeigt körpersprachlich offenbar ein Kopfnicken. Mutmaßlich ist dies als Zustimmung zu deuten, vielleicht zu Dennis' Feststellung bezüglich der Zahlzerlegung von 7. Die ansonsten unveränderte Körperposition von B deutet erneut darauf hin, dass sie aktuell in den Arbeitsbereich nicht eingreifen möchte. Anders als zuvor in Äußerung 20 hält sie es möglicherweise nun nicht für nötig, selbst im Arbeitsbereich etwas zu verändern. Vielleicht ist sie mit der Äußerung einer Zahlzerlegung durch Dennis zufrieden oder möchte diese zunächst nicht weiter bewerten als mit dem Kopf zu nicken.

Es könnte auch sein, dass B hier durch das Kopfnicken nachzählt, ob die Anzahl der Reihen, die von Dennis als 7 benannt wurde, auch dem entspricht, was sie zählt. Dann könnte sie möglicherweise anstelle einer Tippgestik den Kopf gestisch einsetzen und entlang der Reihen nicken, um diese für sich in Gedanken zu zählen. Das Nicken könnte dann ähnlich wie etwa eine lautsprachlich geäußerte Zahlwortreihe nach wenigen Malen verstummen bzw. aufhören, weil auch dieses nur noch gedanklich fortgesetzt werden könnte.

Die Lautsprache spricht allerdings eher für die erste Deutung der Bestätigung und Zustimmung mutmaßlich zu dem, was Dennis zuvor geäußert hat. B sagt: „mmh\ (.) (leise) genau“. Hier dürfte das „mmh\“ zu Beginn eher zustimmend gemeint sein, das dann noch einmal durch ein leiser geäußertes „genau“ mit Stimmensenkung am Ende und nach einer kurzen Pause unterstrichen wird. Möglicherweise sorgt B hier mit dem leisen Zusatz „genau“ dafür, dass Dennis ihr „mmh\“ auch als Zustimmung wahrnimmt. Mit ihrer Zustimmung fragt B etwa nicht weiterführend, was diese Anzahl über die Reihen aussagen könnte oder wie man diese weiter nutzen könnte o. Ä. Ebenso könnte „mmh\ (.) (leise) genau“ und eine nicht weiter fortgeführte Äußerung Bs für Überraschung stehen, weil sie z. B. keine solche Zahlzerlegung, wie sie Dennis hervorgebracht hat, erwartete.

In der Folge könnte B eine weitere Frage dazu stellen, z. B. was die Zahlzerlegung oder die Anzahlbestimmung nun über die gefundenen Reihenfolgen aussagen könnten. Maya oder auch Dennis könnten ebenso fragen, warum B diese Anzahl der Reihen wichtig ist oder was sie nun damit anfangen könnten. Ebenso könnten sie Bs „mmh\ (.) (leise) genau“ als zufriedene Zustimmung deuten und das gegebene mathematische Problem und die Situation als gelöst und für beendet ansehen.

Äußerung 25:

Offenbar mindestens teilweise gleichzeitig zu Bs Äußerung 24 bringt sich Dennis ein. Er schaut zunächst zu den Kärtchenreihen und senkt seinen Kopf dann mit Blick nach links unten. Möglich, dass er an den Kärtchenreihen etwas nachschauen wollte und dann etwas seine Aufmerksamkeit, z. B. unter dem Tisch, erregt hat und er daher nun nachsieht, was dort ist. Es könnte ebenso ein Ausdruck von Erschöpfung sein aus der intensiven Auseinandersetzung mit dem gegebenen Problem heraus. Das Absenken des Kopfes

erscheint wie ein zu schwer gewordenes Nachdenken über das, was hier möglicherweise zur Verhandlung steht. Es wäre aber auch als Abschluss deutbar, so als würde Dennis nun das gegebene mathematische Problem als gelöst ansehen und damit beginnen, sich zu entspannen und aus der Situation zurückzuziehen bzw. sich davon abzuwenden.

Lautsprachlich wiederholt Dennis das Zahlwort: „**Sieben**“ und betont insbesondere die erste Silbe, aber auch das gesamte Wort durch die langgezogene Aussprache. Möglicherweise möchte er dafür sorgen, dass alle Beteiligten seine ermittelte Anzahl der Kärtchenreihen deutlich wahrnehmen und wiederholt deshalb noch einmal das Zahlwort betont gesprochen. Es könnte auch sein, dass er keine Idee davon hat, was er damit weiter anfangen könnte und so betont er noch einmal, was er bisher festgestellt hat, um vielleicht dadurch eine Erkenntnis zu gewinnen. Es könnte sein, dass die Äußerung hier eher als Übersprungshandlung noch einmal gesagt wird, etwa zur Unterstreichung eines wichtigen Meilensteines, den man im Bearbeitungsprozess erreicht hat, aber über den man aktuell noch nicht weiter hinauskommt.

Da Dennis hier eine Wiederholung in der Lautsprache hervorbringt zu seiner Äußerung 21 in verkürzter Form, indem er nur die Anzahl äußert, könnte es auch auf Ungeduld hinweisen, weil vielleicht keine seinen Vorstellungen entsprechende Reaktion auf seine Feststellung der Reihenfolgenanzahl und der dazu passenden Zahlzerlegung entsprechend der Anordnung der Reihen von seinen Interaktionspartnerinnen erfolgte. Möglicherweise resultiert das betonte Sprechen daraus, dass B eher leise ihre Zustimmung in Äußerung 24 zum Ausdruck brachte und Dennis umso deutlicher nun seine Erkenntnis ausdrücken möchte.

In der Folge könnten B oder Maya eine weiterführende Frage zu der Anzahl der Reihenfolgen stellen. Ebenso könnten sich Dennis oder auch Maya mit einer neuen, anderen Idee einbringen.

Äußerung 26:

Nun äußert sich Maya und offenbar mindestens zeitweise gleichzeitig eine*r ihrer Interaktionspartner*innen. Maya hat sich neben die Kärtchenreihen auf den Tisch abgelegt, möglicherweise um sich etwas Entlastung zu verschaffen, weil sie eventuell die Auseinandersetzung mit dem gegebenen Problem anstrengt. Es könnte auch sein, dass Maya hierdurch einen besseren Überblick über oder eine andere Perspektive auf die Reihenfolgen hat, wodurch sie sich vielleicht weitere Erkenntnisse erhofft.

Das Einklappen des Unterarms deutet darauf hin, dass sie nichts weiter an den Reihen verändern bzw. manipulieren möchte, sondern offensichtlich mehr lautsprachlich einen Beitrag leistet. Vielleicht nimmt sie auch deshalb den Unterarm an ihren Oberkörper heran, um ihre Gedanken zu sammeln und zusammenzuhalten, während sie ihre lautsprachliche Äußerung hervorbringt.

Lautsprachlich bringt Maya offenbar eine weitere Zahlzerlegung ein: „drei plus zwei plus (zwei)-“. Es könnte sein, dass dies daraus resultiert, dass auch Dennis eine Zahlzerlegung einbrachte und daraufhin Zustimmung von B erfahren hat. Möglich, dass Maya dies nun auch anstrebt. Es könnte aber auch sein, dass sie daraus ableitet, dass Zahlzerlegungen eventuell hier zu einer neuen Einsicht führen könnten oder zumindest gefragt sind und vielleicht auch von B erwartet werden und benennt daher eine weitere. Es ist außerdem anzunehmen, dass Maya sich ebenfalls im Bereich der Zahlen und Operationen recht sicher fühlt und hier ohne große Anstrengung passende Additionen äußern kann.

Die Art ihrer Zahlzerlegung könnte entweder beliebig sein oder bewusst mit drei Summanden eine andere darstellen als die, die von Dennis genannt wurde. Da sich Dennis' genannte Zahlzerlegung möglicherweise aus der Anordnung der Reihen ergab ($5+2$), könnte man aus Mayas Perspektive ebenfalls die von ihr genannte Zahlzerlegung aus der Anordnung der Kärtchenreihen (vgl. Abb. A2-3_3) ableiten, wobei sie auch den größten Summanden zuerst benennt. Wenn man Mayas Blick auf die beiden DIN A4 Blätter betrachtet, so ist er eher seitlich und damit um 90° gedreht im Vergleich zur Perspektive von Dennis auf die Kärtchenreihen. Es könnte sein, dass Maya die Kärtchenreihenfolgen ebenso wie Dennis in irgendeiner Weise bündelt und so auf ihre Zahlzerlegung der Anzahl von 7 Kärtchenreihenfolgen kommt.

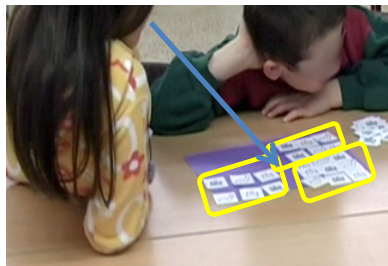


Abb. A2-3_3 Mayas Perspektive auf die Reihen bei Minute 23:52 mit einer der möglichen Bündelungen anhand der Anordnung der Reihenfolgen

Im weiteren Verlauf könnten die Schüler*innen möglicherweise weitere Zahlzerlegungen zur 7 finden. Ebenso könnte B dieses Vorgehen in irgendeiner Weise einordnen oder kommentieren. Es wäre auch möglich, dass Maya oder auch Dennis nachfragen, warum sie Zahlzerlegungen finden sollen oder was dies mit dem gegebenen mathematischen Problem zu tun hat.

Äußerung 27:

Diese Äußerung wird von B mindestens teilweise zeitgleich zu Mayas Äußerung 26 erzeugt. B richtet ihren Oberkörper aus einer aufgestützten Haltung auf, was mutmaßlich die Turnübernahme signalisiert. Darüber hinaus kann die Veränderung der Körperhaltung auf das Einbringen einer neuen Idee hindeuten, die dadurch von dem vorherigen Geschehen

abgegrenzt und markiert wird. Das Streifen der linken Hand über den rechten Unterarm könnte eine Art Übersprungshandlung sein oder auch bildlich das vorherige Geschehen abstreifen, im Sinne eines Neubeginns. Möglich, dass B nicht direkt in den Arbeitsbereich der Kinder eingreifen möchte und daher auf diese Weise ihre linke Hand beschäftigt, um die Veränderung ihrer Körperposition in eine Bewegung einzugliedern. Dieses Agieren wäre fast schon als Verschleierung ihrer eigentlichen Turnergreifung zu sehen, so als wolle sie gerne aktiv einschreiten, mahnt sich dann aber möglicherweise selbst zur Zurückhaltung. Dabei werden die Hände nicht in den Arbeitsbereich geführt, sondern verbleiben bei B. Das Ineinandergreifen der Hände signalisiert eine in sich geschlossene Körperhaltung, möglicherweise ein Abschluss ihrer Äußerung und ebenso, dass B hier offenbar auch nicht weiter plant, in das Geschehen einzugreifen. Sie sucht vielmehr vielleicht nach etwas, das zusammenpasst (geschlossene, sich umfassende Hände) oder die Situation abschließen kann. Es könnte auch ein Suchen nach Halt signalisieren, weil B vielleicht keine Idee hat, welchen Impuls sie geben könnte, um die Schüler*innen zur weiteren Auseinandersetzung anzuregen. Daher benötigt B vielleicht eine kurze Gedankensammlung, die sie auf diese Weise ausdrückt.

Lautsprachlich äußert B: „und warum gibts sieben/ (...) warum gibts nicht mehr/“. Damit stellt sie zwei Fragen, vermutlich zur Anzahl der Reihenfolgen, welche die Schüler*innen gefunden haben. Während die erste Frage nach der konkreten Anzahl „sieben“ fragt, was mit der Anzahl der aktuell gefundenen Reihenfolgen und den diesbezüglichen Äußerungen von Dennis und Maya übereinstimmt, spezifiziert die zweite Frage gewissermaßen diese erste. Dabei fragt B gezielt danach, warum es nicht *mehr*, also vermutlich nicht *mehr als* 7 Reihenfolgen gibt. Die Frage, warum es 7 Reihenfolgen gibt, die eigentlich eine Begründung dieser spezifischen Anzahl erfordern würde, wird damit auf die Frage verdichtet, warum es nicht *mehr* Reihenfolgen geben könnte. Während man eine Antwort auf die erste Frage möglicherweise mit den gefundenen und vorhandenen Reihenfolgen und deren Konstitution begründen könnte, verweist die zweite Frage auf eine Situation, die aktuell nicht gegeben ist und die mit Blick auf das gegebene mathematische Problem gewissermaßen darüber hinaus fragt. Es lassen sich verschiedene Deutungen für die von B gestellten Fragen finden: Beide Fragen zielen mit dem „warum“ zu Beginn mutmaßlich auf eine Begründung der Schüler*innen ab. Es ist eher unwahrscheinlich, dass B hier fragt, weil sie dies selbst nicht zu beantworten vermag. Entweder ist dies eine didaktisch gerahmte Frage der begleitenden Person, weil sie die Kinder zu einer Begründung ihres Schlusses, dass alle Reihenfolgen gefunden seien, anregen möchte. Mit der Rückfrage stellt B grundsätzlich nicht die Anzahl von 7 Reihenfolgen in Frage und bewertet sie auch nicht als mathematisch korrekt oder inkorrekt. Möglich, dass sie dies aus didaktischen Gründen nicht tut, weil sie die Verantwortung dafür den Schüler*innen überlassen möchte. Mit den beiden Fragen intendiert B möglicherweise ein Abkommen von den additiven Zahlzerlegungen zur 7 aus den vorausgehenden Äußerungen. Diese passen eventuell weniger in ihr Bild der Bewältigung des kombinatorischen Problems. Sie greift dazu die von den Schüler*innen bei den

Zahlzerlegungen geäußerte Zahl 7 erneut auf, bettet sie aber in einen Kontext ein, der mutmaßlich stärker eine Reflexion der Anzahl 7 beabsichtigt und nach einer Begründung dieser fragt. Möglich, dass B hier die Äußerungen 23 und 26 so deutet, dass die Schüler*innen auf der Suche nach allen möglichen Zahlzerlegungen der 7 sein könnten und in der Folge noch weitere additive Zerlegungen äußern würden, was B hier mit ihrer Frage vielleicht zu unterbrechen beabsichtigt.

In der weiteren Sequenz könnten beide Schüler*innen der Frage Bs nach einer Begründung nachgehen und sich hierzu äußern. Möglicherweise gehen die Schüler*innen aber auch auf die Fragen von B nicht ein und widmen sich weiteren Zahlzerlegungen zur 7. Durch Bs Frage nach weiteren Reihenfolgen könnten die Schüler*innen auch damit beginnen, weitere Reihenfolgen finden zu wollen entweder durch Verschiebungen der Kärtchen in bereits dokumentierten Reihenfolgen oder mithilfe der Plastikfiguren auf dem Podest. Es wäre möglich, dass sie aus ihrer Unterrichtserfahrung heraus und damit aus einer gewissen Deutungsroutine heraus Fragen von vermeintlich mathematisch versierten Personen eher rhetorisch deuten und daher schlussfolgern, dass es noch weitere Reihenfolgen geben muss.

Äußerung 28:

Diese Äußerung wird von Dennis erzeugt. Er richtet sich auf, was eine Turnübernahme anzeigen kann, möglicherweise um eine Idee einzubringen. Das Umfassen des Ohres könnte für Nachdenken oder auch ein Abgrenzen vom aktuellen Geschehen im Sinne eines nicht weiteren Hinhörens (Ohr zuhalten) stehen. Der Blick zu B scheint die Äußerung an sie zu adressieren. Vielleicht möchte er auch deutlich machen, dass er akustisch nicht genau wahrnehmen konnte, was B gesagt hat.

In der Lautsprache äußert sich Dennis nicht. Vielleicht ist er ratlos und der Griff an sein Ohr zeigt eine Art Übersprungshandlung oder steht tatsächlich für Nachdenken. Dass er zu B schaut, zeigt aber auch, dass er weiterhin aufmerksam für das ist, was aktuell verhandelt wird. Vielleicht möchte Dennis hier Maya überlassen, sich zu Bs Fragen zu äußern, was im weiteren Verlauf geschehen könnte. Ebenso könnte Dennis doch noch eine lautsprachliche Äußerung hervorbringen oder B könnte ihn direkt ansprechen und z. B. eine andere oder eine sich wiederholende Frage zu ihrer vorhergehenden Äußerung stellen.

Äußerung 29:

Hier äußert sich Maya. Möglich, dass sie auf Bs Fragen oder eine der Fragen antwortet, was sich auch durch den Blick zu B und damit durch das Anzeigen der Adressierung ihrer Äußerung an B vermuten lässt. Maya bewegt ihren rechten Arm im Uhrzeigersinn in Richtung Arbeitsbereich und hält dabei ihre Hand wie eine Schaufel. Es wirkt so, als würde sie die Hand nutzen, um ihre möglicherweise lautsprachliche Argumentation zu stützen oder zu betonen. Möglich, dass sie mit der Schaufelhand auf das bereits Geschaffte – die gelegten Reihenfolgen – verweist. Es könnte auch sein, dass die geöffnete Hand bildlich gesehen Mayas

Argumentation präsentiert, durch die Schaufelform als Einheit umfasst und in die Mitte des Arbeitsbereichs bringt und damit möglicherweise auch zur Diskussion stellt. Das Schließen der Hand zu einer Faust könnte dafür stehen, dass sie etwas festhalten möchte – eventuell ihre lautsprachliche Äußerung bzw. ihre Argumentation oder die bisher gefundenen Reihenfolgen. Es könnte auch dafür stehen, dass sie diese mit der Anzahl von 7 als abgeschlossene Einheit und vollständige Lösung des Problems ansieht. Eine Schaufelhand zeigt auch die leere Handfläche, was auch auf eine Leere bezüglich neuer Ideen seitens Maya hindeuten könnte. Vielleicht bringt sie zum Ausdruck, dass sie nicht weiß, was sie und Dennis weiter machen könnten oder für was z. B. auch die Zahlzerlegungen genutzt werden könnten. Die offene Hand könnte dann auch als eine bittende Hand dafür stehen, dass sie von B etwas bekommen möchte, also z. B. einen hilfreichen Impuls für die weitere Auseinandersetzung. Damit würde Maya den Ball zu B zurückspielen, ohne deren Fragen aus Äußerung 27 zu beantworten. Gleichzeitig könnte die Handform auch einen Abschluss andeuten, weil Maya z. B. wiederholen könnte, dass es eben in ihren Augen nur 7 Möglichkeiten gibt. Das anschließende Zurückführen ihrer Hand in die Ausgangsposition signalisiert, dass sie nichts im Arbeitsbereich verändern möchte oder auch aktuell hier offenbar nicht beabsichtigt zu agieren. Möglich, dass Mayas Äußerung nun abgeschlossen ist und sie auf eine Kommentierung oder auf Rückfragen durch ihre Interaktionspartner*innen wartet.

Lautsprachlich äußert Maya „weil wir nur drei Tiere haben“. Mit ihrem einleitenden „weil“ scheint sie offenbar eine Begründung, möglicherweise also eine Antwort auf Bs Frage aus Äußerung 27 einbringen zu wollen. Maya argumentiert über die Anzahl n der gegebenen Elemente, hier der Tiere. Dies tut sie zunächst ohne näher auszuführen, wie sie diese Anzahl genau mit den daraus erzeugten 7 möglichen Reihenfolgen in Relation setzt. Es ist möglich, dass sie dies für aussagekräftig genug hält und daher keine weitere Erläuterung anbieten möchte oder kann. Es scheint so, als würde Maya mit ihrer lautsprachlichen Äußerung hier insbesondere auf Bs zweite Frage „warum gibt’s nicht mehr/“ eingehen: Maya beantwortet die Frage damit, dass „nur“ drei Tiere zur Verfügung stehen. Sie lässt die Begründung ohne Erläuterung stehen, möglicherweise so als würde es für alle Anwesenden ohnehin einleuchtend sein, dass 3 Tiere auch „nur“ zu 7 verschiedenen Reihenfolgen führen können. Vielleicht hat Maya bereits die Erkenntnis gewonnen, dass die Anzahl der zu findenden Reihenfolgen abhängig ist von der Grundmenge n der Elemente oder der n Plätze, die zur Anordnung bzw. zur Besetzung zur Verfügung stehen. Daher erscheint es für Maya möglicherweise nicht weiter erklärungsbedürftig und diese relativ knappe Begründung ist in ihren Augen eventuell ausreichend.

Im weiteren Verlauf könnten B oder auch Dennis eine Rückfrage an Maya stellen und fragen, wie sie dies genau meint. Gleichzeitig könnte etwa Dennis einsteigen und Mayas Argument weiter ausführen, weil er möglicherweise eine Interpretation dessen vornimmt, was Maya

meinen könnte oder bereits eine ähnliche Erkenntnis gewonnen hat. Es wäre auch möglich, dass Maya zu einer Erläuterung ansetzt.

Äußerung 30:

Diese Äußerung wird von B produziert. Sie bleibt in ihrer Position, formt dabei spitze Lippen und bewegt ihren Kopf relativ abrupt nach hinten. Beides könnte Erstaunen signalisieren, möglicherweise über Mayas Äußerung 29. Die Zuspitzung des Mundes könnte signalisieren, dass es sich hier um einen für B zentralen Punkt in der Auseinandersetzung handelt, vielleicht um eine thematisch dichte Stelle, eine Zusammenführung von wichtigen Aspekten des mathematischen Problems. Es könnte auch sein, dass sich B durch mehr Distanz zum Arbeitsbereich einen besseren Überblick verschaffen möchte und daher nimmt sie ihren Kopf zurück, was allerdings die abrupte Bewegung nicht unbedingt erklärt. Die ansonsten unveränderte Körperposition verweist auf ein Nicht-Eingreifen seitens B und Zurückhaltung.

Lautsprachlich scheint B eine weitere Erläuterung einzufordern: „Aha\ des musste jetzt noch ma genauer erklärn“, wobei sie diese vermutlich an Maya adressiert („musste“). Wie für die abrupte Körperbewegung bereits vermutet, passt auch lautsprachlich das „aha“ zu Beginn zu einem Erstaunen. B scheint keine Idee dazu zu haben, wie Maya die begrenzte Anzahl der Tiere hier als Erläuterung für die Anzahl von 7 möglichen Reihenfolgen meinen könnte oder sie gibt Unwissenheit oder ein Nicht-Verstehen zumindest vor. Es wäre möglich, dass B sehr wohl eine Idee dazu hat, aber eine explizite Erklärung von Maya einfordert, erneut aus einer didaktisch-methodischen Rahmung heraus. Sie formuliert nicht, dass Maya explizit *ihr* oder auch *Dennis* sich noch einmal genauer erklären muss. Mit „des“ bzw. „das“ meint B hier vermutlich die Aussage Mayas, dass sie nur drei Tiere hätten (vgl. Äußerung 29). „Genauer“ verweist darauf, dass B Mayas Äußerung 29 womöglich für zu ungenau oder auch zu wenig ausführlich hält und ihr dies als Erläuterung nicht auszureichen scheint. Ebenso fragt B hier nicht etwa nach einer weiteren Erläuterung, sondern fordert diese mit ihrer Wortwahl „musste“ geradezu ein, was Maya gegenüber eine gewisse Erwartungshaltung signalisiert.

In der folgenden Äußerung könnte Maya diese Erwartung erfüllen und zu einer detaillierteren Erläuterung ihrer Äußerung 29 ansetzen. Ebenso könnte Dennis eine Erklärung, eine neue Idee oder eine Rückfrage an B oder an Maya einbringen. Es wäre auch denkbar, dass Maya die Erwartungen nicht erfüllen kann oder möchte, dies auch äußert und/oder sich möglicherweise als Folge daraus mit anderen Aspekten des Problems beschäftigt.

Äußerung 31a (a-b):

In Äußerung 31a ergreift Maya den Turn. Sie verändert zunächst ihre Körperhaltung, was die Turnübernahme unterstreicht und für ihre Interaktionspartner*innen signalisieren könnte, dass sie nun der Erwartung Bs nachkommen möchte und „genauer erklärn“ möchte, was sie mit Äußerung 29 meinte. Das Bewegen der aufgestützten Hand mit den Fingerkuppen über die Tischplatte könnte für eine Sammlung und gewisse Anspannung oder Konzentration

stehen: Sie drückt mutmaßlich mit dieser Handhaltung ein Fassen ihrer Gedanken aus, um die in ihrer Interpretation möglicherweise geforderte Erklärung prägnant hervorbringen zu können. Es könnte auch sein, dass diese Bewegung eine bestimmte Aktion ausdrückt, z. B. eine, die bei dem Finden der Reihenfolgen relevant war. Möglich ist auch, dass sie hier gewissermaßen einen Bogen spannt über die Auseinandersetzung und Bearbeitung des gegebenen Problems und daher ihre Hand in dieser Weise auch bogenförmig über den Tisch bewegt. Ein Führen ihrer rechten Hand hinter ihren Rücken könnte auch für eine gewisse Rückendeckung oder Stützung ihrer aktuell hervorgebrachten lautsprachlichen Erläuterung stehen. Maya beabsichtigt vielleicht auch nicht, etwas an den nachgelegten Reihen zu zeigen oder daran etwas zu verändern, um z. B. eine mögliche lautsprachliche Erläuterung zu verdeutlichen, denn sie bleibt mit ihrer Aktion auf der Tischplatte und bewegt sie nicht zu den Kärtchenreihen.

Möglich wäre auch, dass die Bewegung der Hand, die etwas vom Arbeitsbereich wegführt hinter Mayas Rücken, eher auf Verlegenheit hindeutet. Dies könnte der Fall sein, wenn Maya z. B. aktuell nicht im Stande wäre, eine eingeforderte genauere Erklärung zu erzeugen. Maya würde dann hier die Hand gewissermaßen verstecken, so als habe sie hier nichts anzubieten oder gar etwas zu verbergen – ihre mögliche aktuelle Ideenlosigkeit – und würde sich lieber gerne zurückziehen wollen, möglicherweise auch aus der Verantwortung für das aktuell Fragliche oder Verhandelte.

In der Lautsprache äußert Maya: „wenn wir noch ein Tier mehr haben/ (.) dann könnten wir noch andere Reihen machen“. Maya spricht den ersten Teil der Äußerung Teile stellenweise langgezogen aus, im zweiten Teil der Äußerung nutzt sie den Konjunktiv, verweist also mutmaßlich auf eine aktuell nicht verfügbare, aber durchaus mögliche Gegebenheit. Dabei hebt sie auf eine höhere Anzahl der Tiere ab, genauer auf die Erweiterung der Grundmenge n um 1 . Wäre diese Bedingung erfüllt, wären offenbar in Mayas Augen noch weitere Reihenfolgen möglich. Die Stimmhebung und Pause nach „haben“ erhöht die Spannung im Äußerungsverlauf und fördert auch die Aufmerksamkeit der Interaktionspartner*innen, ebenso wie das langsame Aussprechen von „mehr haben“. Maya benutzt eine wenn-dann-Verknüpfung, die zunächst offenbar einen bestimmten Fall, nämlich $(n+1)=4$ beschreibt. Eine solche Art der Ausdrucksweise kann für mathematische Aussagen durchaus als übliche Form beschrieben werden und ist ihr eventuell aus ihrer bisherigen Erfahrung mit mathematischen Problemen bekannt. Für Maya erscheint offenbar die Anzahl der Tiere unmittelbar mit der möglichen Anzahl an Permutationen dieser Tiere bzw. Elemente der Grundmenge zusammen zu hängen. Dabei beschreibt sie diesen Zusammenhang nicht genauer, sondern verweist lediglich auf eine ansteigende Anzahl der Reihenfolgen, die „wir“, also vermutlich sie und Dennis, oder sie, B und Dennis „machen“, also vermutlich erzeugen, könnten bei der Erweiterung der Grundmenge n um 1 . Damit könnte Maya auch möglicherweise erneut Bs Äußerung 27 aufgreifen. Sie könnte die hierin gestellte Frage von B „warum gibts nich mehr/“ (Äußerung 27) mutmaßlich so interpretieren,

dass B von den Schüler*innen gewissermaßen erwartet, sich zu überlegen und Bedingungen zu beschreiben, *wann* es mehr Reihenfolgen als die aktuell 7 gefundenen geben könnte bzw. welche Bedingungen dafür erfüllt sein müssten. Die von B mutmaßlich mit Äußerung 27 verbundene Absicht, die Schüler*innen von den geäußerten Zahlzerlegungen wegzuführen, hin zu der Auseinandersetzung mit ihren bereits gefundenen Reihenfolgen, führt Maya zu einer im Konjunktiv formulierten und angenommenen Erweiterung der ursprünglichen Aufgabe.

Im weiteren Verlauf könnte Maya ihre Erläuterung fortsetzen. Gleichzeitig könnte sich Dennis mit einem Beitrag einbringen. Ebenso könnten die Schüler*innen oder B eine weitere Erklärung hervorbringen bzw. einfordern oder z. B. die Idee eines 4. Tieres weiterverfolgen.

Äußerung 32:

B ergreift den Turn. Sie verändert ihre Körperposition eher geringfügig, indem sie den rechten Arm hinter den Tisch führt, während der linke Arm auf dem Schoß zum Liegen kommt. Damit hat sie nun beide Hände völlig aus dem Arbeitsbereich herausgeführt, was auf Zurückhaltung und ein Nicht-Eingreifen hindeutet, vielleicht auch auf einen Abschluss oder eine Zensur, die einen Teil der Auseinandersetzung mit dem mathematischen Problem als beendet ausweist. Eventuell ist B auch mit Mayas Idee der potentiellen Erweiterung um ein Tier nicht einverstanden und zieht sich deshalb aus dem Arbeitsbereich weiter zurück, weil sie sich damit nicht beschäftigen möchte oder dies nicht ihrer Vorstellung der Situation entspricht. Es wäre auch möglich, dass B diese Idee für äußerst angebracht hält und sich nun weiter aus dem Arbeitsbereich zurückzieht, um den Schüler*innen ein ungehindertes Agieren im Arbeitsbereich zu ermöglichen. Das Aufrichten des Oberkörpers und die Positionsveränderung zeigen Bs Turnübernahme an. Möglich, dass sie eine weitere Frage stellt oder eine Aufforderung an beide Schüler*innen oder direkt an Maya oder auch an Dennis gerichtet äußert bezüglich einer Begründung oder auch weiterer Reihenfolgen mit einem weiteren Tier.

Lautsprachlich formuliert B „mmh“. Dies könnte Zustimmung zu Mayas Äußerung 31a signalisieren oder auch einfach Aufmerksamkeit im Sinne eines aktiven Zuhörens zeigen. Möglich, dass B hier Maya zutraut, ihre Überlegungen noch weiter auszuführen und sie möglichst wenig unterbrechen möchte, aber gleichzeitig ein Mitdenken oder Zuhören zu signalisieren versucht. Gleichzeitig könnte es insbesondere auch mit der Stimmsenkung auf ein Nachdenken von B verweisen. Die Äußerung 32 gedeutet als nachdenkliches „mmh“ könnte in der Folge dazu führen, dass Maya sich dazu aufgefordert fühlt, weitere Erläuterungen hervorbringen zu müssen. Bs Äußerung hält im Prinzip offen, ob noch weitere Erläuterungen hilfreich bzw. nötig wären oder die Erklärung in diesem Sinne Bs Erwartungen entspricht.

In der weiteren Sequenz könnte Maya daher möglicherweise ihre Erläuterung abschließen oder auch fortsetzen. Ebenso könnte sich Dennis einbringen und z. B. eine Rückfrage stellen, Zustimmung oder eine weitere Idee, möglicherweise als alternative Erklärung, äußern.

Äußerung 31b (a-b):

Diesen letzten Turn der ausgewählten und analysierten Sequenz übernimmt Maya. Es könnte sich bestätigen, dass sie ihre Erläuterungen fortsetzt. Sie führt mit ihrer rechten Hand eine relativ auffällige Gestik aus. Maya führt diese Hand aus der aufgestützten und angespannten Position zunächst erneut hinter ihren Rücken. Dann bewegt sie die Hand in einer ruckartigen Bewegung von sich aus gesehen nach vorne links im Bogen über den Tisch. Damit würde sich der bereits vorher ausgeführte Bogen in entgegengesetzter Richtung wiederholen. Diesmal bringt Maya ihre Hand aus einer eher verdeckten Position nach vorne in den Arbeitsbereich, ohne jedoch an den Kärtchenreihen etwas zu verändern. Möglicherweise steht ihre Gestenbewegung auf der Tischplatte für etwas, das sie sich vorstellt und hier quasi auf die Tischplatte mit ihrer Gestik zeichnet oder dieses vorgestellte Objekt zumindest damit beschreibt. In Anbetracht des Situationskontextes und dem ihr unterstellbaren Deutungshintergrund des bisherigen Interaktionsverlaufes könnte es sich um eine oder auch mehrere Reihenfolgen handeln, die sie hier gestisch auf der Tischplatte gewissermaßen bearbeitet oder nachzeichnet. Die ruckartige Bewegung könnte für die Ankündigung einer wichtigen Erkenntnis stehen, die Maya nun lautsprachlich äußern könnte oder den Teil des vorgestellten Objektes, vielleicht einer Reihenfolge, besonders betonen. Die bogenförmige Bewegung könnte z. B. auf einen Austausch von Positionsbesetzungen hindeuten oder einen Zusammenhang zwischen einer möglichen ersten und letzten Position innerhalb einer Reihenfolge anzeigen. Es ist in Anbetracht ihrer vorherigen Äußerungen auch möglich, dass sie eventuell erläutert, wie eine Reihenfolge mit $(n+1)=4$ Elementen aussehen könnte und mit der ruckartigen bogenförmigen Bewegung die Erweiterung der Reihenfolge um eine Position anzeigen möchte.

Für die gestische Anzeige von konkreten Positionen in einer mutmaßlich auf den Tisch gedanklich projizierten Reihenfolge könnte die Fixierung oder der Druck des Daumens an eine bestimmte Stelle auf der Tischplatte im Anschluss an die bogenförmige Bewegung sprechen. Möglich, dass sie hier eine zentrale Position innerhalb einer fiktiven Reihenfolge fixiert und damit besonders hervorhebt. Das Hinzunehmen des Zeigefingers zum Daumen könnte darauf schließen lassen, dass sie bei einer möglichen fiktiven Reihenfolge, die sie hier gestisch auf den Tisch zeichnet, eher die Kärtchenreihen im Blick hat als die konkreten Tierfiguren: Zeigefinger und Daumen könnten z. B. das Ergreifen eines Kärtchens anzeigen, das auf einer vorderen Position innerhalb einer auf die Tischplatte projizierten Reihenfolge liegt. Das Zusammenführen von Daumen und Zeigefinger verweist möglicherweise auf den Abschluss der Erläuterung oder spitzt diese auf eine zentrale Aussage zu, die potentiell zeitgleich lautsprachlich getroffen werden könnte. In der Deutung des Ergreifens eines dort liegenden Kärtchens könnte dies auch das Hochheben desselben pantomimisch darstellen.

Die Umriss einer Tierkarte könnte Maya mit der folgenden erneuten Öffnung von Daumen und Zeigefinger umschreiben, die sie z. B. an der oberen und unteren Kante hält oder fixiert. Es wäre also möglich, die Gestenfolge als Ergreifen und Neupositionieren bzw. Ablegen eines Kärtchens zu deuten und im Prinzip als eine Handlung, die pantomimisch durch die Gestik dargestellt wird. Das vorherige leichte Kippen der rechten Hand nach links könnte eine zufällige Bewegung, z. B. aus Bequemlichkeit sein oder aus der angespannten Handhaltung heraus geschehen. Offensichtlich erhofft sich Maya im weiteren Verlauf eine Rückmeldung von B, denn sie fixiert die Endposition der Geste weiter und blickt zu B, als adressiere sie insbesondere ihre gestische Darbietung an B.

Lautsprachlich äußert Maya „dann könnte nämlich **noch** ein Tier **noch** weiter zum Beispiel **vorne** sein“. Erneut spricht Maya im Konjunktiv über ein fiktives und aktuell nicht gegebenes Ereignis. Damit könnte Maya ihre Äußerung 3Ia gewissermaßen spezifizieren und zwar insofern, als dass sie erläutert, wie man genau mit einem weiteren Tier weitere Reihenfolgen erzeugen könnte. Sie schlägt hier offenbar vor, ein weiteres Tier noch weiter vorne, also vermutlich auf eine aktuell bei drei Tieren noch nicht vorhandene Position $(n+1)-3$ zu platzieren. Maya argumentiert hier mit dem Begriff des konkreten „Tiers“, das vorne stehen könnte, verweist also lautsprachlich eher auf die konkreten *Tierfiguren*, während sie gestisch offensichtlich stärker *Tierkärtchen* in den Blick genommen hat. Damit verbindet sie beide Darstellungen der Reihen: Die konkrete Positionierung von Tierfiguren und die Abbildung bzw. Darstellung der so erzeugten Reihen in Form der Kärtchen. Lautsprachlich wird eher auf die konkreten Positionen oder deren Besetzung, mutmaßlich also eher auf eine *Handlung* verwiesen, während die Gestik im Zusammenspiel zeitgleich stärker auf die Dokumentation dieser Positionsbesetzungen anhand der Anordnung der Tierkärtchen, also stärker auf die dazu erstellten *Inskriptionen*, referiert. Gestisch wird darüber hinaus angezeigt, wie die aktuelle Darstellung einer Reihenfolge als Kärtchenreihe mit der Ergänzung eines weiteren Tierkärtchens manipuliert werden könnte, welches dann eine weitere Position „weiter [...] vorne“ (Äußerung 3Ib) einnehmen könnte. Maya erzeugt also innerhalb einer gedanklich und gestisch auf die Tischplatte projizierte Reihenfolge eine weitere $(n+1)-3$. Position innerhalb einer beispielhaft nachgelegten bzw. gestisch gewissermaßen inskribierten Reihe aus Tierkärtchen und zeigt daran mögliche Manipulationen gestisch an. Die recht komplex strukturierte Gestenbewegung mit Blick auf die Lautsprache könnte man nun so deuten, dass sie zunächst hinter ihrem Rücken ein Tierkärtchen eines fiktiven vierten Tieres hervorholt und beispielhaft vor eine aus drei Elementen bestehende Reihe legt, so dass eine neue Position entsteht und die Reihe sich mit $(n+1)=4$ wie folgt in ihren Positionen darstellen lässt:

$(n+1)-3$. Position $(n+1)-2$. Position $(n+1)-1$. Position $(n+1)$. Position

Man könnte Mayas Äußerung als Zusammenspiel aus Gestik und Lautsprache so deuten, als entnehme die Schülerin dem mit Dennis gemeinsam erzeugten Diagramm der 7 dokumentierten bzw. inskribierten Reihenfolgen fiktiv eine beispielhafte Reihenfolge,

projiziert sie auf die Tischplatte und gestikuliert zeichnend, anzeigend und nachstellend die Erweiterung einer Reihe der Länge $n=3$ um 1 zu $(n+1)=4$. Die vordere Position wird dabei explizit von Maya als Beispiel benannt, also als *mögliche* Erweiterung. Man könnte diese lautsprachliche Äußerung 31b Mayas demnach auch so deuten, dass in Mayas Vorstellung ein weiteres Tier potentiell auch jede andere Position innerhalb einer so erzeugten Reihenfolge der Länge $(n+1)=4$ besetzen könnte. Die Wahl, zunächst eine weitere Position *vorne* zu besetzen könnte auf der adäquaten Strategie beruhen, bereits bestehende Reihenfolgen aus 3 Elementen zu nutzen, um hieraus die ersten Reihenfolgen mit 4 Elementen systematisch und vor allem effektiv zu erzeugen, wobei dabei dann immer die vordere Position mit dem vierten, weiteren Tier, besetzt werden würde. Denkt man Mayas hier möglicherweise angesprochene Strategie weiter, so erscheint es sinnvoll, das 4. Element der Reihe oder Tier bei allen bereits aus 3 Elementen bestehenden Reihenfolgen der Reihe nach auf alle Positionen zu setzen, um so sukzessiv alle Möglichkeiten der Besetzung von Plätzen mit 4 Tieren bzw. der Permutation aus 4 Elementen zu erzeugen. Es ist möglich, dass Maya hier diese Strategie bereits im Ansatz bedenkt und darstellt. Im weiteren Verlauf wäre denkbar, dass Maya die für kombinatorische Probleme recht typische Überlegung fiktiver Ereignisse, ausgedrückt etwa durch „könnte nämlich **noch** ein Tier“ (Äußerung 31b) als Verweis auf $n+1$, nutzt, um diese adäquate Vorgehensweise in der weiteren Sequenz weiterzuentwickeln. Ihre dabei umgesetzte, lautsprachliche Betonung des Wortes „**noch**“, das innerhalb der Aussage wiederholt wird, und „**vorne**“ werden gestisch rhythmisiert durch die jeweils zentralen Gestenbewegungen (ruckartig bogenförmig und Fixierung am Ende) und im auf der Tischplatte projizierten erweiterten Diagramm verortet.

Mit dieser Äußerung endet der Transkriptausschnitt.

Anhang 2-4: Ausführliche Interaktionsanalyse 4: Jana und Ayse – Geometrie

Beispiel 4

Äußerung 1-4	Ayse scheint etwas an der Unterseite von Bau 1 zu überprüfen. B äußert „und jetzt“.
Äußerung 5a-6	Jana bemerkt, dass ihr Haus fertig sei und man eine Stadt machen könnte, was B kommentiert.
Äußerung 7-13	Ayse und Jana verändern bzw. besetzen an Bau 2 verschiedene Steinpositionen.
Äußerung 14-18	Jana bringt offenbar einen Einwand gegen Ayses Aktionen an Bau 2 vor. Es entsteht mutmaßlich eine Aushandlung von Steinpositionen an Bau 2 in Abgleich mit Bau 1.
Äußerung 19-21	Ayse stellt Bau 1 auf Bau 2. Jana stellt offenbar darauf hin fest, dass noch etwas fehlt, mutmaßlich an Bau 2.
Äußerung 22-25	Ein Stein von Bau 2 fällt auf den Boden, was von Jana offensichtlich kommentiert wird. Ayse hebt den Stein wieder auf.
Äußerung 26-36	B fragt offenbar, wo Bau 1 und Bau 2 noch nicht übereinstimmen und Ayse stellt eine Erläuterung zu Seitenfläche A von Bau 1 dar. Bau 1 und Bau 2 werden erneut übereinandergestellt und offensichtlich abgeglichen. B scheint ihre Frage zu wiederholen. Jana und Ayse zeigen etwas an Bau 1 und Bau 2 an. Dabei gewinnt offenbar insbesondere Stein 14 an Bau 1 an Bedeutung.

Tab. 1-3_3 Gliederung der Interaktionssequenz 4

Allgemeine Beschreibung

Zu Beginn der ausgewählten Sequenz (vgl. Ausschnitte der Analyse in einer Vorversion in Huth, 2014) dreht Ayse Bau 1 offenbar so, dass sie dessen Unterseite betrachten kann und fordert dabei zu „warte!“ auf, mutmaßlich um sich z. B. für eine Aktion ausreichend und ungestört konzentrieren zu können. Ayse scheint anschließend an der Unterseite des unteren Stockwerks ihres Gebäudes (Bau 1) auf die Steine oder deren Übergänge zu tippen. Sie benennt dabei die Zahlenreihe, was auf einen Zähl- oder Messvorgang verweisen könnte. Da ein Nachbau von Bau 1 erstellt werden soll, kann vermutet werden, dass Ayse hier Bau 1 möglicherweise zählend oder messend analysiert, um dann eventuell entscheiden zu können, was an Bau 2 verändert werden muss, um ein kongruentes Gebäude zu Bau 1 zu erstellen. Jana scheint zu Beginn mit ihrem Gebäude (Bau 2) beschäftigt zu sein. Sie bezeichnet es als „fertig“ (Äußerung 5a). Daraufhin stellt B fest, dass mutmaßlich in Janas Gebäude noch nicht alle Steine verbaut sind (vgl. Äußerung 6). Jana bemerkt, dass es möglich sei, eine Stadt zu machen (vgl. Äußerung 5b). Daraufhin scheint Ayse an Janas Gebäude etwas festzustellen, und zwar offenbar an Seitenfläche C mit dem Hinweis „warte\ du hast das hier“ (Äußerung 7) und einer Tippgeste zwischen Stein 7 und 8 an Bau 2 (Äußerung 7.13f). Diesen Hinweis führt Ayse offenbar zunächst lautsprachlich nicht weiter aus, sondern verändert die Steinkonstellationen an Seitenfläche C von Bau 2, wobei sie mehrmals zwischen Bau 1 und

Bau 2 hin und her schaut, eventuell um ihr Vorgehen zwischen den beiden Bauten abzustimmen. Jana beginnt in Äußerung 10 ebenfalls an ihrem Bau 2 zu manipulieren, in dem sie einen noch nicht verbauten 8er Stein darin platziert. In Äußerung 11 wendet sich Ayse offenbar Bau 1 und hier insbesondere Stein 14 zu, den sie vom Gebäude ablöst und, offenbar um darunter zu schauen, nach oben kippt, ohne ihn aus seiner Position zu entfernen. Im Folgenden manipulieren beide Mädchen an den Bauten, wobei sie sich auf den ersten Blick explizit dazu lautsprachlich wenig abzusprechen scheinen. Vielleicht ist dies nicht möglich oder auch nötig für den Fortgang der Interaktion. In Äußerung 14 kommt es dann offenbar zu einem Protest Janas an Ayses Manipulationen an Bau 2: „**Ehy/** (unverständlich) des ist **richtig**lich hab **geguckt/**“. Jana drückt hier mutmaßlich eine gewisse Empörung über das aus, was sie Ayse hier unterstellt vorzuhaben. Jana bewertet offenbar als *richtig* gebaut an Bau 2, was sie Ayse unterstellt gerade verändern zu wollen. In der gestischen Äußerung möchte Jana scheinbar verhindern, dass Ayse an Bau 2 etwas verändert und deckt Bau 2 mit ihren Händen ab. In der Folge scheint eine Diskussion darüber zu entstehen, was bzw. welcher Stein *richtig* bzw. *falsch* an Bau 2 verbaut sein könnte. Dabei wird mehrmals eine Positionsbeschreibung mit „in der Mitte“ (z. B. Äußerung 15, 17, 18) angegeben. In Äußerung 19/20 scheint eine Einigung und Korrektur dessen stattgefunden zu haben, was möglicherweise vorher als *falsch* bezeichnet wurde, denn Jana weist darauf hin, dass jetzt *noch* etwas fehlen würde, was eine Überleitung zu einer weiteren Ergänzung oder Veränderung an Bau 2 sein könnte, nachdem offenbar vorher schon etwas ergänzt wurde. Ayses Handlungen in der Folge führen aber offensichtlich zu erneuter Kritik durch Jana: „Du machst **alles** was **falsches** ab\ **das** muss“ (Äußerung 24). B fragt offenbar in diese Auseinandersetzung der Schülerinnen „Wo stimmts jetzt noch nich/“ (Äußerung 26) und Ayse beginnt eine relativ ausführliche Erläuterung in Lautsprache und Gestik an Seitenfläche A von Bau 1 (vgl. Äußerung 27). Jana kommentiert dies erneut kritisch (vgl. Äußerung 28). Danach starten die Schülerinnen offenbar einen weiteren Versuch der Anpassung von Bau 2 an Bau 1, indem sie beide Bauten aufeinanderstellen (vgl. Äußerung 30ff) und Jana feststellt „(aber) iii- **hier** is noch so eins\“ (Äußerung 32), während sie an Seitenfläche D von Bau 2 zu greifen scheint. B fragt daraufhin offenbar noch einmal nach Andersartigkeiten zwischen Bau 2 und Bau 1, die sie als grünes bzw. blaues Haus bezeichnet (vgl. Äußerung 33). Jana und Ayse scheinen am Ende der Sequenz insbesondere Stein 14 an Bau 1 zu markieren, wobei Jana scheinbar zusätzlich noch Stein 8 an Bau 2 umpositioniert (vgl. Äußerung 35).

Ausführliche Analyse der Einzeläußerungen – Rekonstruktion von Interpretationsalternativen und Turn-By-Turn Analyse

Äußerung 1:

In dieser Äußerung hebt Ayse zunächst Bau 1 mit der linken Hand an und dreht ihn während des Anhebens so, dass sie auf die Unterseite schauen kann. Ihre rechte Hand ist frei, so dass sie damit nun agieren könnte, um z. B. an Bau 1 etwas zu tun, z. B. zu überprüfen oder zu

verändern oder zu zeigen. Möglicherweise ist dies ihre Absicht. Bei der Drehung in der Luft ändert Ayse auch die Ausrichtung des Gebäudes im Raum, so dass es in der Ebene um ca. 90° gegen den Uhrzeigersinn gedreht ist, im Vergleich zum Stand vorher auf der Unterlage. Eventuell ist Ayse etwas aufgefallen, dass sie nur in dieser neuen Position des Baus überprüfen kann oder sie markiert mit dieser Lageveränderung des Gebäudes einen neuen Versuch, Bau I von Grund auf zu analysieren, um Bau 2 daran anzugleichen. Das Abstellen in dieser Position könnte auch weniger bedeutsam sein und sich einfach aus der Bewegung und dem Abschluss ihrer Betrachtung von Bau I ergeben, der nun ohne weitere Aufmerksamkeit hier sozusagen irgendwie und nicht absichtsvoll in dieser Weise platziert wurde. In der neuen Position von Bau I ist es durch die Drehung möglich, sein erstes Stockwerk bzw. die erste Schicht von der Unterseite aus zu betrachten, was hilfreich bezüglich der darin verbauten Steine und ihrer Anordnung sein kann. Diese lassen sich möglicherweise von oben nicht mehr besonders gut erkennen, weil andere Steine im zweiten Stockwerk darauf verbaut sind. Um Bau I im Originalzustand zu belassen, könnte also Ayse hier für eine genauere Betrachtung den Weg wählen, Bau I von unten anzuschauen. Ayse hält Bau I an Seitenfläche C, die sich als längere Seite zum Umfassen des Gebäudes möglicherweise besonders anbietet, um Bau I auch sicher festhalten zu können. Die rechte Hand wird an Bau I an Seitenfläche A geführt, was die obere Vermutung bestätigt, dass Ayse offenbar etwas zeigen oder an dieser Stelle auch etwas nachschauen möchte. Sie lenkt damit ihre eigene, und die Aufmerksamkeit von Jana und B, auf eine bestimmte Seite oder Stelle von Bau I. Was sie hier genau zeigen, erläutern oder tun möchte oder was ihr aufgefallen ist, könnte sie lautsprachlich ausdrücken. Es wäre auch möglich, dass Ayse den Eindruck hatte, Bau I würde nicht sicher stehen und sie möchte deshalb nachschauen, was ihn eventuell in seiner Standfestigkeit behindert und dies entfernen. Eventuell vermutet sie etwas an der Unterseite von Seitenfläche A und führt deshalb ihre Hand dort hin.

Lautsprachlich fordert Ayse offenbar mit ihrem nicht direkt an eine ihrer Interaktionspartnerinnen formulierten Ausspruch „warte!“ dazu auf, zu warten. Möglicherweise ist sie sehr konzentriert auf ihr Agieren an Bau I und möchte dabei weder lautsprachlich noch durch eine Aktion an Bau I oder 2 gestört werden. Sie *friert* hier gewissermaßen die Situation ein und erwartet offenbar auch, dass ihre Aufforderung zum Warten von allen Beteiligten eingehalten wird. Damit markiert sie auch ihre aktuelle Aktion an Bau I als zentral, so als könne jede Anwesende nun mit Spannung erwarten, was Ayse hier wohl vorhat. Die Stimmhebung unterstützt noch diesen Spannungsbogen, den Ayse hier offenbar aufspannen möchte. Dafür spricht auch, dass sie weiter nichts äußert, sich z. B. nicht erklärt bezüglich des Umdrehens von Bau I. Es könnte aber auch sein, dass sie noch nicht bereit dazu ist lautsprachlich zu formulieren, was ihr aufgefallen ist, oder Ayse möchte dies noch nicht den anderen Beteiligten preisgeben, weil ihre Überlegung noch nicht abgeschlossen ist.

In der folgenden Situation könnte Ayse das, was ihr aufgefallen ist oder was sie betrachten möchte, ausführen oder z. B. auch Bau 2 umdrehen, so dass die Unterseite sichtbar wird und beide Bauten möglicherweise besonders günstig verglichen werden könnten bezüglich ihrer Zusammensetzung des ersten Stockwerkes. B oder Jana könnten auch fragen, was Ayse aufgefallen ist, warum sie das Gebäude dreht. Es wäre auch möglich, dass Jana oder B Ayses Drehung von Bau 1 durchaus auch kritisch bewerten, weil sie das Umdrehen z. B. in ihren aktuellen Überlegungen bezüglich der Bauten stört.

Äußerung 2:

Hier zeigt B eine Körperhaltung, die zwar den Schülerinnen und deren Arbeitsbereich zugewandt ist, aber durch die ineinander gelegten Hände auch Zurückhaltung signalisiert. Sie möchte offenbar nicht in das Geschehen eingreifen und agiert nicht mit ihren Händen in irgendeiner Art und Weise im Arbeitsbereich der Schülerinnen. B möchte eventuell dadurch den Eindruck einer nicht intervenierenden Beobachterin in der Situation erwecken. Möglicherweise ist B aber auch nicht klar, wie sie auf Ayses Äußerung reagieren kann und sie wartet eher ab, um auch Ayse in ihrem möglicherweise geplanten Vorhaben nicht zu unterbrechen. Bs Handhaltung könnte auch als Ratlosigkeit oder Unentschlossenheit gedeutet werden. Möglicherweise versteht sie auch nicht, was Ayse gerade an Bau 1 ausführt oder was sie plant zu tun. Die Handformen von B und deren Orientierung könnten auch anzeigen, wie die Gebäude miteinander verglichen werden könnten, beispielsweise Unterseite an Unterseite, genauso wie Bs Hände liegen. B bleibt fixiert, was eher für die Deutung der Zurückhaltung spricht, und sie zeigt auch nicht an, wie sie die Gebäude bspw. in diese Position des Vergleichens bringen würde. B könnte lautsprachlich eine Frage stellen, entweder bezogen auf Ayses Drehen des Gebäudes oder auch z. B., um einen grundsätzlichen Anstoß zu geben oder eine Rückfrage zu stellen.

B äußert lautsprachlich „und jetzt!“. Es ist sowohl denkbar, dass B mit ihrer Äußerung 2 grundsätzlich nach dem weiteren Vorgehen fragt, als auch nach dem Nutzen der Drehung des Gebäudes durch Ayse. Vielleicht ist dies auch eine Reaktion auf Ayses eingangs geäußertes „warte!“ (Äußerung 1), bei dem B nun auf die Erfüllung der damit möglicherweise evozierten Erwartung hofft. Die lautsprachliche Äußerung setzt nach der Drehung von Ayse an, ohne etwa abzuwarten, ob Ayse noch etwas dazu sagen möchte. Dies könnte möglicherweise auf Ungeduld seitens B schließen lassen, weil sie eventuell durch Ayses erste Äußerung „warte!“ (Äußerung 1) bereits in Erwartungshaltung ist und nun auch möchte, dass Ayse eine Erkenntnis oder ihr Vorhaben äußert. Bs Äußerung findet zeitgleich zu mindestens einer nachfolgenden Äußerung statt. Möglicherweise ist dies ebenfalls ein Hinweis darauf, dass B hier vorschnell rückfragt und Ayse oder Jana bereits genau in diesem Sinne eine Äußerung hervorbringen. Die Wortwahl „jetzt“ kann für eine solche Deutung ebenso sprechen, so als würde B erwarten, dass „jetzt“ und damit möglicherweise auf der Stelle etwas Effektives bezüglich des gegebenen Problems seitens der Schülerinnen hervorgebracht wird und sie nicht mehr warten möchte. B könnte auch eine lautsprachliche Erläuterung

Ayses zu ihrer Drehung von Bau I erwartet haben, was sie damit zum Ausdruck bringt. Offenbar deutet B das Agieren von Ayse bezogen auf das Vorhaben, einen Nachbau von Bau I zu erstellen und fragt sich vielleicht auch tatsächlich und weniger in pädagogisch-didaktischer Absicht, was das auf den Kopf Stellen von Bau I dazu beitragen könnte. Dabei verweist insbesondere die Stimmhebung am Ende und die Wortwahl „und“ als Anschluss an etwas Vorheriges und „jetzt“ als Hinweis auf etwas, das nun folgen kann/muss, auf eine Frage von B. Es könnte auch eher bewertend gedeutet werden, in etwa so, dass B hier mit ironischem Unterton fragt, was die Drehung von Bau I nun genau bringen soll. Oder sie fragt ganz ohne Ironie, was Ayse (oder Jana oder beide) „jetzt“ damit anders/mehr/besser sehen kann oder was durch die Drehung deutlich werden soll. In jedem Fall weist B mit dieser mutmaßlichen Frage darauf hin, dass ihrer Meinung nach offensichtlich „jetzt“ noch etwas folgen muss, bspw. eine Erklärung von Ayses Vorhaben. Die Frage drückt mutmaßlich Bs Erwartung aus, dass Ayse oder Jana oder beide nun darauf in irgendeiner Weise, z. B. durch eine Erläuterung, reagieren.

Im Fortgang der Situation ist es möglich, dass eine der beiden Schülerinnen auf diese Frage in irgendeiner der aufgeführten Lesarten reagiert, also z. B. erläutert, was *jetzt* gesehen wird, wie es *jetzt* weitergehen soll oder was die Drehung *jetzt* für neue Einsichten gebracht hat.

Äußerung 3:

Diese Äußerung beginnt mit einer Geste Janas in Richtung Bau I und findet mindestens in Teilen gleichzeitig mit Äußerung 2 statt. Möglicherweise fragt Jana zeitgleich zu B etwas zu Ayses Drehung, zu Bau I oder der Situation im Allgemeinen. Jana fasst an die von Ayse ebenfalls in Äußerung 1 berührte Seitenfläche A von Bau I, was darauf hindeuten könnte, dass sie entweder etwas Ähnliches wie Ayse daran entdeckt hat oder darauf, dass Jana hier durch Imitation des Agierens ihrer Interaktionspartnerin deren Perspektive auf Bau I oder das gegebene Problem insgesamt nachvollziehen möchte. Da Ayse immer noch das Gebäude gedreht und mit der Unterseite nach obenweisend in der Hand hält, betrifft Janas Berührung die Unterseite von Seitenfläche A. Möglich ist auch, dass Jana dort etwas von Ayses möglicher Erkenntnis Unabhängiges aufgefallen ist, auf das sie nun verweisen möchte. Es wäre auch möglich, dass Jana eine Vorstellung davon hat, was Ayse hier fokussiert und dies hier selbst erläutert. Jana möchte möglicherweise gewissermaßen stellvertretend für Ayse die Frage von B beantworten oder eine Erklärung für Ayses Drehung geben. Vielleicht ist Janas Geste auch mehr so zu deuten, dass sie mitmachen möchte und sie weiß keinen anderen Weg, sich hier einzubringen und dies zu signalisieren. Eventuell macht sie durch ihr Anfassen von Bau I auch deutlich, dass Ayse nicht alleine Besitzansprüche für diesen Bau hegt, sondern auch Jana daran interessiert ist. Möglich ist, dass Jana sich nicht aus dem Geschehen ausschließen möchte, ungeachtet dessen, ob sie einen (konstruktiven) Beitrag leisten kann.

Jana formuliert lautsprachlich „Des muss“, was vermutlich für „das muss“ mit hessischem Dialekt ausgesprochen steht. Offenbar hat Jana also eine Vorstellung davon, dass irgendetwas, mutmaßlich nach ihrer Geste zu urteilen an Bau 1, gemacht, verändert oder positioniert werden „muss“. Es wäre auch möglich, dass Jana an Bau 1 erkennt, was an Bau 2 noch verändert werden muss, um eine kongruente Abbildung von Bau 1 zu erzeugen. Sie nutzt keinen Konjunktiv (*müsste*), was darauf schließen lässt, dass sie sich sehr sicher ist, dass hier etwas getan werden „muss“. Es ist möglich, dass Jana durch die Drehung Ayses und Bs Frage „und jetzt/“ aus Äußerung 2 eine Idee entwickelt hat und nun formulieren möchte, was ihrer Meinung nach nun umgesetzt werden sollte. „Des muss“ könnte sich auch auf einen ganz bestimmten Stein beziehen, den sie eventuell hier mit ihrer Hand berührt hat und nun formulieren möchte, wie dieser verbaut werden muss – in Bau 1 oder in Bau 2. Janas Äußerung könnte der Beginn einer Antwort auf Bs Frage sein („und jetzt/“, Äußerung 2). Da sich Janas Äußerung mit Bs vorheriger Äußerung überschneidet, könnte Jana ebenso Ungeduld in Bs Äußerung 2 interpretiert haben und daher hier noch in Bs Äußerung hinein mit einer Antwort beginnen wollen.

Das abrupte Ende von Janas lautsprachlicher Äußerung könnte auf einen Abbruch hindeuten. Dies zeigt möglicherweise, dass Jana hier zwar die Antworterwartung von B erfüllen möchte, sich aber nicht ganz sicher ist, was genau „jetzt“ zu tun ist. Möglicherweise ist also „des muss“ lediglich ein Versuch, einen Beitrag zu leisten, ohne tatsächlich eine weiterführende Idee dazu zu haben. Diese Deutung deckt sich mit Annahmen zur gezeigten Geste. Es ist aber auch möglich, dass Jana nur eine Vorstellung davon hat, was „muss“, es aber lautsprachlich nicht formulieren kann oder möchte. Bemerkenswert ist, dass Jana die linke Hand nutzt. Diese liegt zwar näher dem Bau 1 und hat daher den kürzeren Weg. Da Jana Rechtshänderin ist, könnte man aber vermuten, dass sie eher ihre rechte Hand für eine konkrete Handlung oder ein Zeigen an Bau 1 nutzen würde. Die Wahl der linken Hand unterstreicht möglicherweise auch die Deutung eines Beitrages, der eher Beteiligung und das Erfüllen einer Erwartung seitens B als wirklich inhaltlich Neues signalisieren soll. Der Rückzug der linken Hand scheint Janas Unsicherheit darüber, was eigentlich nun „muss“ oder wie sie dies umsetzen könnte, zu bestätigen. Alternativ könnte man vermuten, dass Jana zwar zunächst ihre Idee ausdrücken möchte, sich dann aber doch aus Höflichkeit zurückzieht, weil sie erkannt hat, dass Ayse nun mit Bau 1 beschäftigt war und Jana ihr dies auch zugestehen möchte. Die linke Hand von Jana wird nach dem Griff zu Bau 1 zwischen die beiden Arbeitsbereiche gelegt, was zwar eine Ruheposition zeigt, aber auch eine räumliche Nähe der Hand, so dass ein Eingreifen in der Folge leicht möglich wäre.

Im weiteren Verlauf könnte Ayse das Wort ergreifen, denn schließlich hat sie sich bisher weder zu dem geäußert, was sie mit der Drehung oder ihrer Berührung von Seitenfläche A aus Äußerung 1 ausdrücken möchte, noch hat sie Bs mögliche Erwartung aus Äußerung 2 erfüllt. Es könnte auch sein, dass Jana weitere Ausführungen macht, lautsprachlich neu ansetzt oder einfach Steine an Bau 2 oder auch Bau 1 zu verändern beginnt und so deutlich

macht, was sie mit „des muss“ (Äußerung 3) meinte. Auch B könnte sich zu Wort melden und fragen, was „muss“ oder auch einfach ihre Frage „und jetzt!“ wiederholen, um dieser Nachdruck zu verleihen, weil sie eventuell ihre Erwartung einer Antwort noch nicht erfüllt sieht. Es kann auch sein, dass B in einem didaktischen Sinne nun die Situation so interpretiert, als würden weder Ayse noch Jana wissen, wie es weitergehen kann. In diesem Fall könnte B planen, einen neuen Impuls zu geben, in dem sie z. B. auf eine bestimmte Stelle an den Bauten verweist, die B selbst noch als anpassungswürdig einschätzt o. Ä.

Äußerung 4:

In Äußerung 4 führt Ayse zeitgleich mit Janas Äußerung 3 eine Kippbewegung von Bau I durch und zwar in Richtung B. Entweder möchte sie B hier etwas zeigen oder sie möchte Bau I aus Janas Reichweite kippen, weil sie nicht möchte, dass Jana weiter an das Gebäude fasst oder dort ihre noch nicht vollständige Idee „des muss“ weiter ausführt. Da Äußerung 4 zumindest in Teilen zeitgleich mit Janas vorheriger Äußerung 3 und dem Fassen Janas an Bau I hervorgebracht wird, erscheint diese Deutung hier zunächst wahrscheinlich. In diesem Fall wäre Ayse erfolgreich gewesen, weil Jana ja ihre Hand vom Gebäude zurückgezogen hat. Damit würde die oben vorgenommene Deutung, Janas verkürzter Ausspruch „des muss“ (Äußerung 3) könnte ein Abbruch sein, möglicherweise Stützung erfahren. Unterstellt man Ayse diesen Besitzanspruch an Bau I, z. B. weil es sich hier um ihren ursprünglichen Bau handelt, könnte sich dies in einer entsprechenden lautsprachlichen Äußerung widerspiegeln. Eventuell ist das Kippen aber auch eine Bewegung, um das Gebäude in ihrer Hand in eine bessere Position für das zu bringen, was sie dort sehen oder zeigen möchte. Ayse könnte in diesem Falle eher versehentlich Janas Vorhaben hier gewissermaßen unterbrechen. Bau I wird dann mit Seitenfläche B auf dem Tisch aufgestützt und von Ayse weiter auf dessen Unterseite betrachtet. Das Aufstützen entlastet hier eventuell vom Halten in der Luft. Möglicherweise hilft es auch, Bau I ganz ruhig für ihre nun geplante Beobachtung, Überlegung, Handlung oder Geste an Bau I zu halten. Die rechte Hand ist so in jedem Fall frei, um an Bau I etwas zu tun und muss nicht die linke Hand beim Halten des Gebäudes unterstützen. Möglicherweise möchte Ayse in der Folge aber auch Bau I vor sich so ablegen, dass die Unterseite nach oben weist, um sich diese noch einmal genau ansehen zu können. In dieser Deutung würde sie hier möglicherweise zuerst Seitenfläche B ablegen, z. B. um besonders vorsichtig mit Bau I umzugehen, um erst dann das gesamte Gebäude abzulegen.

Nach der Kippbewegung von Bau I, zeigt sich, dass Ayse offenbar selbst etwas an der Unterseite des Gebäudes tun möchte, denn sie setzt zu einer weiteren Geste an. Sie tippt mit ihrem rechten Zeige- und dann auch mit dem Mittelfinger offenbar auf alle Übergänge zwischen den im unteren Stockwerk verbauten Steinen von Bau I im Uhrzeigersinn, angefangen an der Kante der Seitenflächen B und C des Gebäudes zwischen den Steinen 17 und 12 (vgl. Abb. 2-4_4).

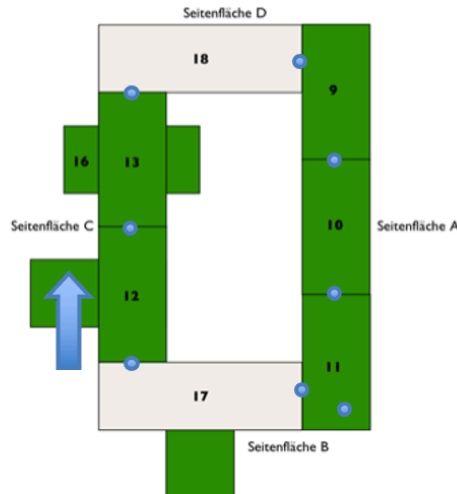


Abb. 2-4_4 Bau I von unten aus Sicht von Ayse, der Pfeil zeigen den Start und die Richtung ihrer Tippabfolge auf die Steinübergänge an

Möglicherweise zählt Ayse die Steine oder deren Übergänge, was lautsprachlich deutlich werden könnte. Es wäre auch möglich, dass sie hier etwas abmisst, z. B. welche Steinlängen hier verbaut wurden. Dies könnte sich auch daraus ableiten lassen, dass sie den tippenden Finger zu wechseln scheint. Vielleicht misst sie mit dem Abstand zwischen Zeige- und Mittelfinger z. B. eine Steinlänge. Damit könnte sie z. B. ermitteln, wie viele Steine pro Seitenlänge verbaut sind. Oder aber, Ayse markiert hier tippender Weise die Übergänge, um z. B. Jana, B oder sich selbst deutlich zu machen, wie die Übergänge auf der Unterseite von Bau I angeordnet sind. Ayses Tippen wäre in allen drei Deutungen – Zählen, Messen oder Markieren – eine Art Analyse des Aufbaus von Bau I im unteren Stockwerk, die sie möglicherweise aufgrund einer höheren Deutlichkeit von der Unterseite des Baus aus vornimmt. Das Tippen mit dem Zeigefinger zuerst und dann das Öffnen der Hand, verbunden mit dem weiteren Tippen mit dem Mittelfinger, könnte auch auf einen Wechsel zu einer eher flächenmäßigen Betrachtung des Gebäudes verweisen, weil Ayse zuerst nur an einer Seite entlang, dann mit der Seitenfläche D das Gebäude oder seine Unterseite eher flächig wahrnimmt. Es kann aber auch einfach praktischer für Ayse sein oder bequemer, den Mittelfinger als zeigenden Finger zu nutzen. Die Hand flächig zu öffnen soll möglicherweise auch ihre Geste etwas verdecken: Was beim Zeigen mit einem ausgestreckten Zeigefinger und den restlichen Fingern angewinkelt zunächst deutlich sichtbar ist, nämlich ihr Tippen auf die Übergänge zwischen den Steinen, ist für ihre Interaktionspartnerinnen mit einer eher flächigen Hand mit einem tippenden Mittelfinger nicht mehr ganz so deutlich erkennbar. Eventuell möchte Ayse also das Tippen auf die Steinübergänge nur für sich tun, ohne die anderen daran teilnehmen zu lassen, um z. B. voreilige Hinweise von B oder Jana zu ihrem Vorgehen zu vermeiden und zunächst nur für sich auch die Effektivität dieses Vorgehens zu testen.

Ayse beginnt an der Kante zwischen Seitenfläche B und C des Gebäudes Bau I (s. Pfeil am Übergang von Stein 17 und 12) und tippt einmal im Uhrzeigersinn entlang aller Seitenflächen des Gebäudes auf alle Steinübergänge, bis sie an der Kante zwischen Seitenlänge A und B auf Stein 11 kurz verweilt. Das Verweilen deutet darauf hin, dass sie hier eventuell überlegen muss, wie es weiter geht oder ihr grundsätzlich ein neuer Gedanke aufgrund ihres Tippens kam. Möglich, dass sie kurz überlegt, an welcher Stelle sie angefangen hat zu Tippen, damit sie bei einem möglichen Zählen der Übergänge nicht doppelt zählt oder einen möglichen Messvorgang an der passenden Stelle abschließen kann. Ayse tippt dann noch auf den letzten Übergang, verweilt hier kurz und blickt zu Bau 2, nimmt also möglicherweise einen Abgleich durch Schauen vor, z. B. bezüglich der Anzahl der Steinübergänge, der Anordnung der Steine oder der Maße der Steine bzw. der Seitenlängen des Gebäudes.

Wenn Ayse die Übergänge zählt, die Steine bzw. Seitenlängen des Baus abzumessen versucht oder betrachtet, wie die Übergänge bei Bau I angeordnet sind, könnte es sein, dass sie dies für einen möglichen sich anschließenden Abgleich der Steinübergänge der ersten Schicht von Bau 2 benötigt. Möglich ist also in der weiteren Interaktion, dass Ayse auch bei Bau 2 an der Unterseite die Steinübergänge betrachtet und mit dem, was sie nun an Bau I erkannt hat, vergleicht. Für Ayse wären somit die Übergänge ein zentraler Anknüpfungspunkt für ihr weiteres Vorgehen und eine möglicherweise auch systematische Strategie für sie, einen kongruenten Nachbau von Bau I zu erzeugen. Möglicherweise läutet dieses Tippen entlang der Steinübergänge auf der Unterseite von Bau I den Beginn einer schrittweisen Analyse des Originalgebäudes ein. Eventuell geht Ayse so vor, weil die beiden Bauten sich zwar optisch ähnlich sehen, sie aber möglicherweise erkannt hat, dass sie nicht kongruent sind. Es ist möglich, dass sie hier nach einer Begründung dafür sucht, die sie dazu veranlassen könnte, von Grund auf die Gebäude nun Stück für Stück systematisch zu überprüfen. Zählen oder Messen stellt möglicherweise für Ayse hier einen Wechsel in einen relativ vertrauten Bereich der Zahlen und Operationen dar, den sie hier in einer Situation vornimmt, in der sie anders nicht weiterkommt. Allein die ermittelte Anzahl an Steinübergängen auf der Unterseite von Bau I würde keine eindeutige Vorlage für die Unterseite von Bau 2 bieten, aber möglicherweise hat Ayse auch deren Lage und Maße betrachtet, was wiederum zentrale Informationen für einen Nachbau bereitstellen würde. Auffällig ist, dass sie nicht die Steine, sondern deren Übergänge abtippt bzw. möglicherweise auch zählt oder damit die Maße der Seitenlängen des Gebäudes überprüft. Dies kann bereits einen Hinweis darauf geben, wie die Steine angeordnet sind. Durch die Fokussierung auf die Steinübergänge und nicht allein auf die Steine, ist es möglich zu schlussfolgern, an welchen Stellen in der darauf sitzenden zweiten Schicht des Gebäudes, Steine platziert werden müssten, wenn man denn ein zusammenhängendes Gebäude generieren möchte. Dass Bau I stabil zusammenhängt, ist daran erkennbar, dass Ayse es, ohne dass es auseinander fällt, anheben kann. Dies dürfte ihr also implizit klar sein. Lautsprachlich könnte sich das Zählen oder die Fokussierung der Lage der Steine bestätigen. Es könnte sich auch eine andere Erläuterung dessen zeigen, was Ayse mit dem Tippen markiert oder an den Übergängen bemerkt. In gewisser Weise beantwortet

ihr Tippen auch bereits ohne lautsprachliche Äußerung die Frage von B „und jetzt!“, denn „jetzt“ tippt Ayse die Steinübergänge an der Unterseite ab.

In der Lautsprache lässt sich zunächst eine Bestätigung der Vermutung, dass Ayse die Steinübergänge zählt, rekonstruieren, denn sie benennt, parallel zu ihrem Tippen auf die Steinübergänge, die Zahlwortreihe. Dies schließt aber einen Messvorgang nach wie vor nicht aus. Es wäre möglich, dass Ayse hier zählt, wie viele 8er Steine in die untere Schicht von Bau I passen. Hier bindet die Gestik die Zahlwortreihe an die zu zählenden Objekte (hier Steinübergänge oder 8er Steine) und bindet die Lautsprache damit sinnvollen ein. Erst über die durch die Gestik umgesetzte Eins-zu-Eins-Zuordnung erhält die von Ayse hier aufgesagte Zahlwortreihe mögliche Sinnzuschreibungen. Gestik und Lautsprache stellen gemeinsam das Agieren am Gebäude in einen Sinnzusammenhang. Das lautsprachliche Zählen wird zuerst in normaler Lautstärke und mit Stimmhebung von Ayse ausgedrückt („eins!“), danach langgezogen und sehr leise. Diese Stimmfärbung und Variation in der Lautstärke deuten darauf hin, dass Ayse sich eventuell zunächst sehr sicher ist in dem, was sie tut. Möglicherweise garantiert auch die Stimmhebung nach „eins!“ eine Aufmerksamkeit der anderen Beteiligten auf ihre neue Idee, die Übergänge zu zählen. Das leiser Werden könnte dann doch auf eine aufkommende Unsicherheit Ayses hindeuten, auf starke Konzentration und/oder das Zählen nur für sich, ohne die anderen einzubeziehen. Dies könnte bewusst oder bei hoher Konzentration auf ihr Vorgehen auch unbewusst geschehen. Möglich, dass Ayses Situationsdefinition sich hier stark an etwas Vertrautem orientiert, nämlich dem Zählen, nachdem vor der hier analysierten Sequenz das geometrische Problem der Erzeugung einer Kongruenzabbildung von Bau I offenbar nicht so bewältigt wurde, dass Ayse und Jana zum Abschluss kommen konnten.

In der Folge könnten Jana und B das Wort ergreifen. Die Äußerung Ayses findet zumindest teilweise mit einer Äußerung der nächsten Sprecherin statt, was darauf hindeutet, dass dies zu einer Reaktion der anderen führt oder, dass eine andere Sprecherin etwas zur Situation beitragen möchte. Möglicherweise führt Ayse auch deshalb ihr Zählen der Übergänge nicht näher aus, weil sie gewissermaßen von der nachfolgenden Äußerung unterbrochen wird. Es könnte auch sein, dass B oder Jana nach Ayses Vorgehen fragen, oder dies in irgendeiner Form bewerten.

Äußerung 5a (a-b):

Jana ergreift nun den Turn. Sie führt ihre Hände an den vor ihr stehenden Bau 2 an die gegenüberliegenden Seitenflächen B und D. Dies könnte bedeutet, dass sie nun plant, etwas an Bau 2 oder besonders an diesen Seitenflächen etwas zu tun. Eventuell möchte sie auch an den Seitenflächen auf etwas Bestimmtes aufmerksam machen. Ihre Handhaltung rahmt in gewisser Weise ihren eigenen Bau. Möglich ist, dass sie die Aufmerksamkeit der Beteiligten auf ihren eigenen Bau 2 richten möchte, nachdem zuvor Ayses Bau I Aufmerksamkeit erfahren hat. Ayse beschäftigt sich gerade mit ihrem Bau I und vermutlich richtet sich auch

Bs Aufmerksamkeit auf Ayses Tippen und Zählen an der Unterseite von Bau I. Jana hebt Bau 2 an, möglicherweise um ihn dann ebenso zu drehen, wie es Ayse mit Bau I getan hat. Das anschließende Kippen um 45° könnte darüber hinaus Ayses Verhalten aus Äußerung 4 imitieren, denn auch hier wurde eine Seitenfläche von Bau I durch Ayse auf den Tisch aufgestützt und die Unterseite betrachtet. Allerdings blickt Jana offenbar auf die Oberseite von Bau 2. Eventuell möchte Jana diese hier genauer betrachten, passend dazu, dass Ayse Bau I von unten anschaut. Jana könnte dies auch absichtlich eher als dazu gegenläufiges Vorgehen umsetzen, weil sie möglicherweise Ayse Kippen als Besitzanspruch Ayses an Bau I gedeutet hat und nun als eine Art Trotzreaktion oder aus Langeweile heraus sich mit ihrem Bau 2 beschäftigt, wenn sie – in ihrer möglichen Interpretation – nicht an Bau I tätig werden darf. Bau I und Bau 2 sind zweistöckig und beide Bauten sind fest verbunden, d. h. auf jeder Verbindungs- oder Übergangsstelle zwischen Steinen der unteren Schicht muss in der zweiten oberen Schicht der Bauten ein Verbindungsstein positioniert sein. Vielleicht möchte Jana nachschauen, ob dies – parallel zu Ayses Betrachten der Steinübergänge/ der Anordnung der Steine oder der Maße von Bau I an der Unterseite – in passender Weise an Bau 2 umgesetzt ist. Das sich anschließende vollständige Anheben von Bau 2 auf Gesichtshöhe und in Richtung B und Ayse scheint zu unterstreichen, dass Jana nun an Bau 2 etwas nachschauen oder zumindest die Aufmerksamkeit auf Bau 2 lenken möchte. Auf Gesichtshöhe könnte man auch relativ leicht die Unterseite von Bau 2 betrachten. Im Sinne des Erregens von Aufmerksamkeit, wäre dies eine Art Präsentationsgeste ihres Baus 2. Jana bringt ihn auf Augenhöhe und damit in eine prominente und gut sichtbare Position für alle Beteiligten.

Lautsprachlich äußert Jana „(Tad e e) mein Haus ist fertig“. Die Vermutung, dass sie einen Vergleich zwischen Bau I und Bau 2 anregen möchte, scheint sich also zunächst nicht zu bestätigen. Man könnte die Äußerung eventuell so lesen, dass sie dies bereits für sich gemacht hat und nun feststellt, dass ihr Haus schon fertig ist, weil es, z. B. ihrem Urteil nach und im Vergleich mit Bau I, diesem bereits entspricht. Möglicherweise hat Jana aber auch keine Lust mehr, weiter zu überlegen, wie Bau 2 an Bau I angeglichen werden kann und versucht damit zu signalisieren, dass ihr Haus auch unabhängig von Bau I fertig ist. Die Bezeichnung als „Haus“ könnte so gedeutet werden, dass Jana nun in eine eher alltagssprachliche, spielerische Rahmung der Situation wechselt. Eventuell ist ihr das mathematische Problem des Nachbaus zu komplex oder sie fühlt sich von Ayses Vorgehen ausgeschlossen und sie sucht daher in einem Alltagskontext einen Abschluss der Situation oder möchte überleiten in einen spielerischen Umgang mit den Bauten als *Häuser*. Durch den Einstieg mit „(Tad e e)“ bestätigt sich eine Art Präsentation ihres Baus, den sie damit offenbar ankündigt und die Präsentation eröffnet. „Fertig“ verweist darauf, dass Jana entweder davon ausgeht, dass Bau 2 bereits einem Nachbau von Bau I entspricht oder dass sie unabhängig von Bau I ihr Gebäude als fertig betrachtet. Es kann auch sein, dass Jana nun die Situation abschließen möchte, weil sie vorher bei ihrem Versuch eines Beitrages in Äußerung 3 nicht weitergekommen ist. In der folgenden Interaktion könnten B und Ayse darauf reagieren, z. B. indem sie argumentieren, dass Bau 2 erst fertig ist, wenn er bestimmte

Kriterien erfüllt, die ihn als Nachbau des Originalgebäudes Bau I auszeichnen. Ayse könnte Janas Aussage in irgendeiner Weise bewerten oder auch ignorieren und sich weiter ihrem Vorhaben widmen. B könnte einen neuen Impuls bezüglich des Vergleichs von Bau I und 2 einbringen. Ayse und B könnten auch Jana fragen, warum sie der Meinung ist, dass ihr Bau 2 nun fertig ist.

Äußerung 6:

In dieser Äußerung ergreift B den Turn. Gestisch umfassen sich ihre Hände. Dies könnte auf eine gedankliche Sammlung z. B. für die Hervorbringung ihrer lautsprachlichen Äußerung hindeuten, wenn sie z. B. einen neuen Impuls einbringen möchte. Die Handhaltung ist ähnlich wie Äußerung 2 und deutet damit ebenso eher auf Zurückhaltung bezüglich eines möglichen Eingreifens in die Situation.

In der Lautsprache äußert B „Hast aber noch nicht alle verbaut“, wobei zunächst offenbleibt, was mit „alle“ gemeint ist und wen B damit anspricht. In Bezug auf den Kontext der Situation, dass alle Steine verbaut werden sollen und dann jeweils von der Partnerin das eigene Gebäude nachgebaut werden soll, könnte man vermuten, dass hier die in Bau 2 noch nicht verbauten 8er Steine gemeint sind (s. Situationsskizze) und Jana angesprochen ist. Es fällt auf, dass auch B keinen Hinweis auf den Zusammenhang der Gebäude gibt, sondern nur darauf verweist, dass „noch nicht alle verbaut“ sind. Dies wirkt als eine Art Bedingung für das Kriterium „fertig“: Erst wenn alle Steine verbaut sind, ist das Gebäude fertig. Sie merkt etwa nicht an, dass Bau 2 im ursprünglichen Sinne der Situation eigentlich erst dann als fertig bezeichnet werden könnte, wenn es einen kongruenten Nachbau von Bau I darstellt. Wenn B ihren Hinweis an Jana richtet, wäre ihrem vermuteten Wunsch der Aufmerksamkeit entsprochen und gleichzeitig eine Begründung für das Weiterarbeiten gegeben. Mit dem Hinweis auf die zwei noch nicht verbauten Steine, gibt es zwei beobachtbare Gründe, warum Jana noch nicht fertig sein kann. Vielleicht möchte B hier dem vorzeitigen Beenden der Situation entgegenkommen und dies mit dem Hinweis auf die zwei noch nicht verbauten Steine vermeiden. Eventuell soll der Hinweis auch implizit signalisieren, dass ein Nachbau von Bau I erst erfüllt ist, wenn auch in Bau 2 alle Steine verbaut sind. Es ist davon auszugehen, dass Jana weiß, dass beide Schülerinnen die exakt gleiche Menge an Bausteinen zur Verfügung hatten, weil dies am Anfang deutlich kommuniziert wurde. Im weiteren Verlauf müsste Jana argumentieren, warum sie dennoch davon ausgeht, dass „ihr Haus“ fertig ist oder sie folgt dem Hinweis von B und verbaut beide 8er Steine noch in ihrem Bau 2.

Sollte der Hinweis an Ayse gerichtet sein, was durch die fehlende direkte Adressierung nicht ganz auszuschließen ist, könnte B hier auf deren Zählen der Steinübergänge reagieren. Es wäre möglich, dass B mit „alle“ die Steinübergänge meint, die eventuell nicht alle verbaut, also z. B. durch einen Verbindungsstein in der zweiten Schicht des Gebäudes zusammenhängend sind. Diese Deutung erscheint aber unwahrscheinlich. B kann man

unterstellen, dass sie erkannt hat, dass alle Übergänge in Bau I durch einen Verbindungsstein in der zweiten Schicht des Baus zusammenhängend sind.

In der Folge könnte eine Reaktion Janas auf Bs Aussage kommen oder Ayse könnte sich angesprochen fühlen und nachfragen, was B damit meint. Ebenso könnte dies Jana tun. Es kann auch sein, dass Ayse oder auch Jana, ohne darauf einzugehen, etwas Neues einbringen, z. B. bezüglich einer Strategie für einen Nachbau. Aus Sicht von Jana könnte auch einen Vorschlag eingebracht werden, was nun mit ihrem „fertigen Haus“ angefangen werden könnte.

Äußerung 5b (a-b):

Diese Äußerung wird von Jana in die Situation eingebracht. Sie führt ihren Bau 2 auf die Unterlage und stellt ihn dort ab, während sie die Hände am Bau belässt. Es könnte eine Art Einrahmen und Abschirmen ihres Gebäudes etwa vor Veränderungen sein, als Folge aus ihrer Äußerung 5a, in der sie darauf hingewiesen hat, dass „ihr Haus“ fertig sei. Die Hände am Gebäude könnten auch dafürsprechen, dass sie als Reaktion auf Bs Hinweis nun noch etwas an Bau 2 tun möchte. Dieses Verändern möchte sie sich möglicherweise sichern, so dass keine andere Interaktionspartnerin an Bau 2 agiert. Möglich ist auch, dass sie aus Bs Hinweis heraus eine neue Idee entwickelt hat, was sie nun weiter an Bau 2 tun könnte, um einen Nachbau von Bau I zu erstellen. In der Lautsprache müsste sich dazu ein Hinweis finden lassen. Eventuell erklärt Jana auch, warum sie der Meinung ist, ihr Haus sei nun fertig und rechtfertigt damit ihre Argumentation.

In der Lautsprache erzeugt Jana den Ausspruch „könnte man ne **Stadt** machen“. Konform zu dem Alltagsbezug *Haus* aus Äußerung 5a, verwendet sie in diesem Zusammenhang einen weiteren dazu passenden Alltagsbegriff: *Stadt*. Entweder sieht sie dies als Weiterführung ihrer Erklärung, dass ihr Haus nun fertig sei und nun könnte man mal über eine Stadt nachdenken oder auch als Reaktion auf den Hinweis von B, sie habe noch nicht alle verbaut. Der Konjunktiv weist den Bau einer Stadt eher als Vorschlag oder mögliche Idee aus, weniger als konkretes Vorhaben. Die restlichen Steine könnten möglicherweise in Janas Interpretation der Situation dazu dienen, noch ein weiteres Haus zu bauen und so eine Stadt entstehen zu lassen. Es könnte auch sein, dass Jana Bau 2 und Bau I bereits als Anfang oder als Möglichkeit sieht, eine Stadt zu entwickeln. Offenbar beschäftigt sich Jana also momentan weniger mit dem Problem des Nachbauens von Bau I, sondern bringt vielmehr einen neuen Vorschlag über ein mögliches weiteres Vorgehen ein, der mit seinem Alltagsbezug weniger auf eine mathematische Auseinandersetzung als vielmehr auf eine im Kontext Alltag geprägte spielerische Situationsdeutung Janas verweist. Vielleicht möchte sie Bau I gar nicht mehr nachbauen oder es fällt ihr schwer, dazu einen Beitrag zu leisten, möglicherweise weil sie sich auch etwas von Ayse ausgeschlossen fühlt, die wenig zu ihrem Vorgehen erläuterte und Bau I aus Janas Reichweite kippte. Jana könnte auch ein Ablenkungsmanöver bezogen auf das gegebene mathematische Problem beabsichtigen, um z. B. Ayse von deren aktueller Idee

abzubringen und die Aufmerksamkeit der Interaktionspartnerinnen für sich zu gewinnen. In der weiteren Sequenz könnten B und/oder Ayse darauf hinweisen, dass es um den Nachbau von Bau 1 geht. Ayse könnte auch darauf eingehen, aus Bau 1 und Bau 2 eine Stadt zu bauen.

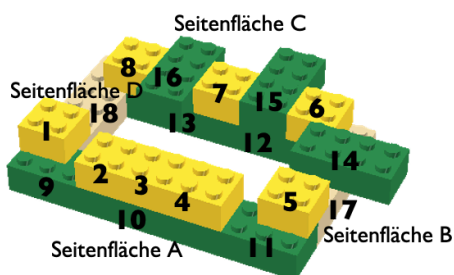
Äußerung 7:

Diese Äußerung wird von Ayse in die Situation eingebracht. Sie zeigt offensichtlich teilweise zeitgleich mit Janas Äußerung 5b eine Bewegung der Arme und Hände, indem sie Bau 1 wieder zurückdreht, so dass er mit der Unterseite auf der Tischplatte von ihr abgestellt werden kann. Dies ist eventuell ein Abschluss ihres vorherigen Zählvorganges und den Beobachtungen an der Unterseite von Bau 1. Dabei hat Bau 1 nun eine andere Ausrichtung als vor dem Anheben, denn die Kante von Seitenfläche B und C weist auf Ayse. Möglich ist, dass sie Bau 1 hier abstellt und ihr durch das Tippen und Äußern der Zahlwortreihe geäußertes Vorhaben nicht weiterverfolgt, weil sie sich jetzt Jana bzw. ihrer Idee, eine Stadt zu machen, zuwenden möchte. Sie legt den rechten Arm auf Janas Oberarm. Damit greift sie nicht direkt in das Geschehen vor Jana ein, sondern nähert sich möglicherweise bewusst vorsichtig Bau 2 oder Jana oder beiden und gewissermaßen auch Janas Perspektive. Vielleicht möchte sie durch die Berührung Janas das Vertrauensverhältnis zwischen den beiden besonders betonen und zeigen, dass sie interessiert an dem ist, was sich in Janas Arbeitsbereich abspielt. Dies könnte vielleicht hilfreich sein, wenn sie z. B. Janas Vorschlag nicht gutheißt oder gerade, weil sie ihm folgen möchte und damit Interesse signalisiert. Gleichzeitig kann eine Berührung eine direkte Adressierung von dem, was jetzt eventuell lautsprachlich geäußert wird, sein. Möglich ist auch eine Deutung im Sinne eines Festhaltens, weil Ayse z. B. Jana zum Abwarten oder Unterbrechen auffordern möchte und sie so daran hindert, Weiteres an Bau 2 umzusetzen. Es kann sein, dass Ayse etwas an Bau 2 aufgefallen ist oder dass sie den Eindruck hat, Jana unterstützen zu müssen. Auch möglich ist es, dass sie Jana zustimmt und ihre Idee, eine Stadt bauen zu wollen, unterstützt. Dann wäre die Berührung eher eine Bestätigung im Sinne einer positiven Rückmeldung. Lautsprachlich könnte sie eine dieser Deutungsalternativen äußern.

Ayse setzt zu einer weiteren Geste an. Diese Geste legt die Vermutung nahe, dass Ayse nun an Bau 2 etwas zeigen, überprüfen oder verändern möchte, denn sie bewegt sich mitsamt ihrem Oberkörper auf Bau 2 zu und aus ihrem eigenen Arbeitsbereich heraus. Es wäre auch möglich, ihre Bewegung als Verringern der Distanz zu Jana zu deuten, der sie möglicherweise etwas sagen möchte, das einer gewissen Nähe bedarf. Sie signalisiert so vielleicht erneut das Interesse an Janas Idee oder deren Arbeitsbereich. Ayse tippt zwischen die Steine 7 und 8 an Seitenfläche C von Bau 2, womit sich eher die erste Vermutung zu bestätigen scheint. Eventuell ist ihr hier etwas aufgefallen und sie möchte Jana oder auch B und Jana an dieser Stelle auf etwas hinweisen oder auch für sich hier etwas genauer überprüfen. Möglich ist, dass sie auf der Suche nach einem Platz für die noch nicht verbauten 8er Steine in Bau 2 ist. Ayse könnte Bs Äußerung 6 auf diese Weise gedeutet haben und hier zur Umsetzung des Verbauens aller Steine in Bau 2 ansetzen. Möglicherweise traut sie Jana alleine das Ergänzen

dieser Steine nicht zu oder Ayse hat eine Idee dazu, die sie unbedingt mitteilen oder ausprobieren möchte. Ayse beruft sich möglicherweise als Folge aus Bs Äußerung 6 auf gegebene Bedingungen, die an das mathematische Problem geknüpft sind, nämlich alle Steine zu verbauen. Es wäre aber neben dieser eher auf das gegebene, mathematische Problem bezogene Deutung auch möglich, dass Ayse sich in Janas Idee, eine Stadt zu bauen, einbringen möchte und z. B. mit dem Tippen auch den gesamten Bau 2 meinen könnte oder eine Stelle, an der das *Haus* Bau 2 erweitert werden könnte. Die Stelle des Tippens wäre dann mehr z. B. aus ästhetischen Gründen gewählt oder das Anzeigen eines einzelnen Steines würde für den gesamten Bau 2 stehen. Dass Ayse auch nach dem Tippen am Gebäude Bau 2 verbleibt, könnte darauf hindeuten, dass sie weiter in Aktionsbereitschaft bleiben möchte und ihre Aktion möglicherweise noch nicht abgeschlossen ist. Das anschließende Umfassen der Kante zwischen Seitenfläche B und C durch ihre Hände könnte darauf verweisen, dass ihr Vorhaben darin besteht, genau hier weiterzumachen. Sie rahmt gewissermaßen mit ihren Händen diese Kante des Gebäudes Bau 2 ein, was möglicherweise einen besonderen Stellenwert dieser Stelle am Gebäude bezüglich Ayses Vorhaben zeigt. Es könnte aber auch sein, dass sich Ayse nicht sicher ist, wie sie weiter vorgehen kann und hier eventuell einen geeigneten Ort für Orientierung vermutet. Sie könnte dann ihre Hände absichtlich als Hinweis auf den weiteren Aktionswunsch am Gebäude belassen und zwar an einer Stelle, die es ihr ermöglicht, das gesamte Gebäude weiterhin zu überblicken und sich zunächst zu orientieren, wie Bau 2 überhaupt aufgebaut ist. Sie überdeckt mit ihren Händen nicht allzu viel von Bau 2, zeigt aber gleichzeitig an, dass sie das Turnrecht behalten möchte. Es wäre letztlich auch möglich, dass sie durch das Tippen zunächst eine Stelle anzeigt, an der ein 8er Stein ihrer Meinung nach platziert werden müsste und das Umgreifen der Kante zwischen Seitenfläche B und C die weitere Stelle zeigt für den zweiten noch nicht verbauten 8er Stein. Betrachtet man sich die beiden Bauten im Vergleich (vgl. Abb. A2-4_5), könnte dies durchaus Ayses Absicht sein, wenn sie nämlich Seitenfläche C von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau 1 anpassen möchte und die Gebäude so in Relation setzt.

Bau 1 (Originalgebäude, gebaut von Ayse)



Bau 2 (Nachbau, in Bearbeitung)

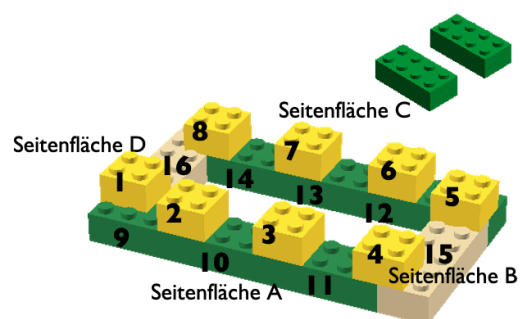


Abb. A2-4_5 Bau 1 und Bau 2 zu Beginn der ausgewählten Sequenz

Die Tippgeste könnte aber auch den unteren Stein 14 aus der ersten Schicht von Bau 2 meinen, der unterhalb von Stein 7 und 8 platziert ist. Möglicherweise ist dies eine Konsequenz aus der Betrachtung der Unterseite von Bau 1 und Ayse identifiziert nun eine Stelle an Bau 2, die möglicherweise Unterschiedlichkeiten zu dem aufweist, was sie in Äußerung 1 und 4 beobachtete.

Lautsprachlich äußert sie „warte\ du hast das hier“, was eine unvollständige Äußerung in Bezug darauf darstellt, was mit „das“ gemeint ist. Es wäre möglich, die Äußerung bezogen auf Bau 2 und die Idee der Erstellung einer Stadt zu deuten. Dann würde Ayse hier vielleicht den Stand der Dinge beschreiben und Jana signalisieren, dass sie Bau 2 hat im Sinne von *darüber verfügen*, während Ayse über Bau 1 verfügt. Beide Bauten könnten dann möglicherweise Teile der geplanten Stadt sein. Das Tippen würde sich dann als Repräsentation des gesamten Gebäudes erweisen. Ayse könnte hier auch als Wiederholung ihrer Äußerung 1 das „warte\“ zu Beginn äußern. Vielleicht ist dies eine Art individueller Style im Ausdruck, eigene Aktionen oder Hinweise anzukündigen. Es wäre auch möglich, dass sie erkannt hat, dass diese Aufforderung bei Äußerung 1 in ihren Augen hilfreich und nützlich war und sie deshalb auch jetzt, verbunden mit einem für sie wichtigen Hinweis, so auftreten möchte. Mit „du“ ist hier vermutlich die Äußerung an Jana adressiert, weil Ayse sich auch auf sie zubewegt hat und zuvor ihren Arm berührte (vgl. Äußerung 7.4ff). Das Deiktika „hier“ könnte durch die zeitgleich ausgeführte Geste definiert sein: Ayse tippt mit ihrem Finger zwischen den Steinen 7 und 8 von Bau 2 auf eine Lücke oder den Stein 14 im unteren Stockwerk. Sie zeigt damit einen Ort an Bau 2 an, an dem sie „das“ verortet. Möglicherweise ließe sich Ayses lautsprachliche Äußerung auch vervollständigen, wenn sie sich z. B. weniger auf die Idee bezieht, eine Stadt zu machen, sondern mehr das mathematische Problem in den Vordergrund rückt. Diese Ergänzung könnte etwa wie folgt lauten: „warte\ du hast das hier“... *gleich besetzt wie in Bau 1* (wenn auf Stein 14 auf Bau 2 getippt wird), ... *vergessen/anders platziert/frei gelassen/nicht besetzt* (wenn auf die Lücke zwischen Stein 7 und 8 auf Bau 2 getippt wird), usw. „Warte\“ könnte als eine Reaktion auf Janas Hinweis, dass ihr Haus fertig ist und man eine Stadt machen könnte (vgl. Äußerung 5a und 5b) gedeutet werden. Vielleicht möchte Ayse etwas an Bau 2 zeigen oder verändern, noch bevor Jana dann dazu übergehen kann, es als Haus und Teil einer Stadt weiter zu nutzen. Gleichzeitig kann dies ein Hinweis darauf sein, dass Jana besondere Aufmerksamkeit aufbringen soll für eine möglicherweise stärker auf das mathematische Problem des Nachbauens bezogene Idee von Ayse, die keinen Aufschub erlaubt. Wenn Jana Ayses Aufforderung „warte“ umsetzt, die zunächst nicht näher definiert ist, könnte sie zunächst all ihre aktuell geplanten oder laufenden Aktionen an Bau 2 stoppen, um abzuwarten, was Ayse einzuwenden hat.

In der folgenden Situation könnten Jana oder auch B Ayse fragen, was sie genau meint oder was ihr aufgefallen ist und damit eine Ergänzung der lautsprachlichen Äußerung Ayses einfordern. Jana könnte sich ebenso ihrem Plan, eine Stadt zu machen, widmen oder Protest

gegen Ayses Aufforderung „wartel“ vorbringen, weil sie z. B. Besitzansprüche an ihrem Bau 2 geltend machen könnte. Ayse selbst könnte eine Erläuterung ihrer Äußerung hervorbringen oder z. B. einen Plan erläutern, wie z. B. in ihren Augen nun eine Stadt umgesetzt werden könnte.

Äußerung 8:

Diese Äußerung wird von Jana hervorgebracht und findet offenbar teilweise gleichzeitig mit der vorherigen Äußerung 7 von Ayse statt. Jana rahmt mit ihren Händen immer noch Bau 2 an den Seitenflächen B und D. Sie zeigt damit Präsenz im Arbeitsbereich und möglicherweise auch ein Besitzanspruch oder Turnrecht bezüglich ihres Gebäudes an. Das Heranführen des linken Zeigefingers an Stein 5 von Bau 2, verbunden mit der Fixierung könnte diesen als wichtig für sie, z. B. bezüglich einer bestimmten Idee, markieren. Gleich darauf markiert sie mit rechts tippend ebenfalls einen Stein, Stein 8, der an Kante zwischen der Seitenfläche C und D ihres Gebäudes Bau 2 verbaut ist. Beide Steine sind Verbindungssteine, d. h. sie verbinden im zweiten Stockwerk von Bau 2 darunterliegend jeweils zwei Steine miteinander. Möglicherweise sucht Jana nach der Stelle in Bau 2, an der die fehlenden 8er Steine verbaut werden müssen. Sie könnte Stein 8 und 5 als Orientierung dafür nutzen. Ayse hatte in Äußerung 7 zuvor zwischen Stein 7 und 8 an Bau 2 getippt und dann die Kante zwischen Seitenfläche B und C mit ihren Händen gewissermaßen festgehalten. Es wäre also möglich, Janas jetziges Tippen in Äußerung 8 so zu deuten, als würde sie extra zumindest mit der linken Hand in dem Bereich des Gebäudes tippen, in dem sich Ayses Hände befinden, um eventuell Besitzansprüche am Gebäude deutlich zu machen. Eventuell deutet Jana aber auch Ayses Umgreifen der Kante als Hinweis und möchte diesen aufnehmen und verstehen, was Ayse aufgefallen ist. Da sie Ayses lautsprachliche Äußerung als unvollständig interpretieren könnte, wäre es möglich, dass Jana nun auf diese Weise versucht, Ayses Äußerung nachvollziehen zu können.

Stein 8 und Stein 5 an Bau 2 sind insofern vergleichbar, als dass sie in ihrer Funktion der Verbindung von 8er und 12er Steinen im ersten Stockwerk von Bau 2 dienen. Wenn Jana bezüglich der Vergleichbarkeit der beiden Steine möglicherweise eine Idee hat, könnte sich dies in ihrer lautsprachlichen Äußerung oder ihrer weiteren Gestik zeigen. In der weiteren Bewegung tippt Jana nun mit ihrem rechten Mittelfinger auf Stein 16 und im Anschluss auf die Steine 1 und 2 und zwar erst mit dem rechten Zeigefinger, dann mit dem rechten Mittelfinger. Die Bewegungsabfolge des Tippens auf die Steine 8 und 16 mit dem Zeigefinger und auf die Steine 1 und 2 mit dem Mittelfinger könnten auch als Laufen mit den Fingern über das Gebäude Bau 2 gedeutet werden. Auch Ayse hatte schon am Anfang der Sequenz Zeige- und Mittelfinger genutzt, um auf Steinübergänge an Bau 1 zu tippen (vgl. Äußerung 4). Vielleicht versucht Jana hier, Ayses Tippen an Bau 1 an ihrem eigenen Gebäude aufzugreifen und umzusetzen. Eventuell unterstellt sie Ayse aufgrund ihrer Aktionen an Bau 1 und Bau 2, eine Idee entwickelt zu haben, die Jana nun auf dieser Weise durch das Aufgreifen des Tippens nachvollziehen möchte. Es könnte aber auch sein, dass Jana eine eigene Idee zu

Bau 2 entwickelt hat oder durch das Tippen auf die Steine etwas anzeigen möchte, was ihr aufgefallen ist. Schließlich wäre es auch möglich, dass sie Steine zählt, um es Ayse bzw. deren Äußerung 4 gleichzutun. Eventuell verbleibt Jana aber auch in der Alltagsdeutung der Situation und das Tippen stellt sich eher als ein spielerischer Umgang mit ihrem Gebäude Bau 2 heraus.

Das anschließende Zurückziehen der rechten Hand in eine aufgestützte Position könnte bedeuten, dass es für das, was Jana hier äußern möchte, entweder keiner weiteren Aktion der rechten Hand bedarf oder dass sie ihre Ausführungen eventuell aus Unsicherheit abbricht. Andererseits könnte sie sich auch z. B. bezüglich einer bestimmten Strategie, die sie hier an Bau 2 umsetzen möchte, so sicher sein, dass sie eine Erklärung eher lässig aufgestützt und nebenbei hervorbringen kann. Links ergreift Jana dann einen noch nicht verbauten 8er Stein und bewegt diesen in ihrer Hand hin und her. Dies kann vielfältig interpretiert werden: Möglicherweise reagiert sie auf den Hinweis von B aus Äußerung 6 und möchte nun alle Steine an ihrem Bau 2 verbauen. Dann hätte sie vielleicht mit dem vorherigen Tippen ermittelt, wo diese noch zu verbauenden 8er Steine hingehören könnten. Auch möglich ist es, dass dies lediglich eine Übersprungshandlung ist: Jana bewegt den 8er Stein hin und her, weil sie sich z. B. einer Strategie unsicher ist und nachdenken muss, aber gleichzeitig damit signalisieren möchte, dass sie das Turnrecht weiter behalten oder an Bau 2 weiter agieren möchte. Eine dritte Möglichkeit wäre, dass sie genau diesen Stein nun für die Umsetzung ihrer vorher durch Tippen und einer möglichen lautsprachlichen Erläuterung angezeigten Strategie benötigt und ihn lediglich in der Hand bewegt, um ihn in die richtige Position zu bringen. Anhand der Lautsprache könnte sich eine dieser Deutungen herauskristallisieren.

Beim Blick auf die Lautsprache zeigt sich folgende Äußerung: „Dippee dipp“ (Äußerung 8). Betrachtet man ihre synchronisierte Gestik und Lautsprache in Relation, kann eher eine Übersprungshandlung oder ein Zeitvertreib vermutet werden, indem sie z. B. mit den Fingern über die Steinoberflächen am Gebäude läuft. Vielleicht ist Jana gelangweilt, weil Ayse nicht genau erläuterte, was sie vorhat oder erkannt hat und sich jetzt mit einer Kante von Bau 2 zu beschäftigen scheint. Die Äußerung von Jana erinnert etwa an eine Art Fingertrommeln, wenn man z. B. auf etwas wartet oder sich die Zeit vertreiben möchte, z. B. auch, weil man gerade nicht weiterweiß. Ayse forderte Jana bereits in Äußerung 7 dazu auf, zu warten, was Jana hier möglicherweise nun auch tut. Jana verharrt eventuell auch in ihrer eher spielerischen Deutung der Situation. Sie zeigt hier offensichtlich weniger Interesse an einem weiteren Lösungsversuch des gegebenen Problems der Erstellung eines Nachbaus von Bau 1, sondern beschäftigt sich mutmaßlich ausschließlich mit ihrem Bau 2. Wenn sie ihren Plan, eine Stadt zu machen, wie sie es in Äußerung 7 vorgeschlagen hat, umsetzen möchte, ist die Vergleichbarkeit ihres Baus mit Bau 1 unwichtig genauso wie das Verbauen aller Steine. Damit wäre ihr Tippen und Äußern von „dippee dipp“ möglicherweise auch als eine Art Spiel mit oder an dem Gebäude zu deuten. Eventuell verweist Janas Vorgehen auf eine Erfahrung aus ihrem Alltag, dem Laufen durch eine Stadt, bei dem man z. B. über

Gartenmauern oder auch mal Treppen läuft, was sie hier mit ihrer Gestik nachspielen könnte. Die Deutung des Hin- und Herbewegens eines noch nicht verbauten 8er Steins könnte als zeitvertreibendes Spiel in diesem Sinne Bestätigung finden. Ebenso möglich ist, dass dies ihr Wiedereinstieg in eine stärker auf das mathematische Problem bezogene Rahmung der Situation darstellt, weil sie z. B. die noch nicht verbauten 8er Steine positionieren möchte, aber sich noch nicht sicher ist, wo oder wie sie dies tun könnte. Eventuell ist ihr dies aber auch überaus klar und sie setzt das Positionieren eher nebenbei um, während sie zunächst über das Gebäude mit den Fingern läuft und „dippee dipp“ vor sich hinspricht.

In der folgenden Sequenz könnten B und Ayse Jana's Äußerung als Desinteresse deuten und darauf reagieren, indem sie Jana z. B. auffordern und zu motivieren versuchen, weiter an einem Nachbau von Bau I zu arbeiten. Es könnten sich auch eine Verärgerung über Janas Verhalten zeigen, weil es von B und/oder Ayse als Spiel und nicht als Entwicklung einer möglichen Lösung des verhandelten Problems gedeutet werden könnte. Ayse könnte Janas Agieren auch ignorieren und ungeachtet dessen ihre möglicherweise entwickelte Strategie vorstellen, wo und wie die noch fehlenden 8er Steine in Bau 2 verbaut werden müssen.

Äußerung 9:

Hier ergreift Ayse den Turn. Ihre Äußerung wird ganz oder teilweise von der folgenden Äußerung überschritten. Sie führt beide Hände an Bau 2 und zwar an Stein 5 heran. Diesen hatte Jana in Äußerung 8 durch eine Zeigegeste markiert. Möglicherweise greift Ayse dies nun auf und ihr ist eventuell an Stein 5 etwas aufgefallen, was sie nun erläutern oder zeigen möchte. Das Ablösen des Steines deutet darauf hin, dass Ayse mit seiner aktuellen Position nicht einverstanden ist oder sie möchte unter Stein 5 schauen, um möglicherweise in Folge ihrer Betrachtung des ersten Stockwerkes von Bau I nun auch Bau 2 in seinem unteren Aufbau zu analysieren. Während Jana sich hauptsächlich ihrem eigenen Bau 2 zuwendete, blickt Ayse immer wieder zwischen Bau I und Bau 2 hin und her während ihres Agierens. Dies deutet auf einen Abgleich der beiden Bauten durch eine vergleichende Betrachtung hin. Ayse legt Stein 5 von Bau 2 an der Kante zwischen Seitenfläche B und C ab und wendet sich dann nach links zu ihrem Bau I. Möglich, dass sie hier etwas nachschauen möchte, um zu entscheiden, wie Stein 5 an Bau 2 tatsächlich platziert werden muss als Nachbau von Bau I. Das Belassen ihrer rechten Hand an Stein 5 von Bau 2 zeigt, dass hier offenbar ihr Agieren noch nicht abgeschlossen ist. Ayses Verhalten kann als relativ dominant gedeutet werden, schließlich erlaubt sie sich bisher ohne explizite Absprache mit Jana oder Erläuterung ihres Vorhabens, an beiden Gebäuden, zu agieren, während Jana sich offenbar hauptsächlich ihrem Bau zuwendet. Ayse scheint es dabei auch nicht zu stören, dass Jana an ähnlichen Stellen wie sie selbst an Bau 2 ihre Hände hat (vgl. Äußerung 8). Andererseits entspricht dieses Verhalten möglicherweise ihrer übergeordneten Rahmung der Situation, einen Nachbau von Bau I zu erstellen. Es macht Sinn, dafür Bau 2 zu verändern und mit Bau I abzugleichen. Möglicherweise deutet Ayse Janas Verhalten als Desinteresse oder Unfähigkeit, einen

Nachbau zu erstellen. Ayse fühlt sich möglicherweise verantwortlich, weil Bau I von ihr selbst erstellt wurde. Das Ablegen des Steines 5 von Bau 2 an der Kante zwischen Seitenfläche B und C von Bau 2 könnte darauf hindeuten, dass Ayse sich noch unsicher ist, wo der Stein hingehört und sie deshalb an Bau I nachschauen muss. Ihr Verharren des Blicks auf Bau I unterstreicht diese Deutung im Sinne einer genauen Betrachtung

Lautsprachlich äußert Ayse nichts. Dies legt die Vermutung nahe, dass sie entweder nicht erläutern kann oder möchte, was sie gerade umzusetzen versucht. Es ist möglich, dass sie keinen genauen Plan hat, was zu tun ist und deshalb auch noch nichts sagt. Ihr Vorgehen könnte Ayse aber auch für aussagekräftig genug halten. Mit ihrer lautsprachlichen Stille vermeidet sie gleichzeitig eine Ablehnung von Janas Vorschlag, eine Stadt zu machen und verhält sich demgegenüber gewissermaßen neutral, ohne ihr eigenes Agieren aus dem Blick zu verlieren.

In der weiteren Interaktion könnte Jana protestieren, weil sie Ayses Veränderung von Bau 2 nicht zustimmt oder nicht nachvollziehen kann und eine Erklärung einfordert. Deutet Jana Ayses Verhalten als angemessen oder gerechtfertigt, könnten sie oder auch B ebenfalls nachfragen, was Ayse vorhat zu tun. Möglich ist auch, dass Jana auf ihrer Idee der Stadt beharren möchte und Ayse versucht, davon zu überzeugen oder für sich selbst weiterhin das Spiel mit dem Gebäude wählt, ganz unabhängig von dem, was Ayse gerade daran macht.

Äußerung 10:

Jana ergreift offenbar den Turn und äußert sich teilweise zeitgleich zu Äußerung 9. Vielleicht protestiert sie gegen Ayses Veränderung an Bau 2 oder Jana bringt selbst eine Idee ein, die keinen Aufschub erlaubt. Zunächst scheint es so, als ziehe sie sich aus dem Arbeitsbereich zurück, denn sie ist mit der rechten Hand immer noch am Kopf aufgestützt und führt die linke Hand samt 8er Stein hinter den Tisch, lässt sie also für Ayse, B und auch die Kamera verschwinden. Jana scheint sich also eher mit den noch nicht verbauten 8er Steinen zu beschäftigen, als damit, was Ayse gerade zeitgleich an Bau 2 vornimmt. Möglicherweise hat Jana also eine Idee bezüglich des 8er Steins entwickelt, die unabhängig von dem ist, was Ayse gerade tut. Das anschließende Hervorholen des 8er Steins in einem hohen Bogen hinter dem Tisch lässt diese Deutung plausibel erscheinen, denn damit bringt sie ihre Hand und den darin befindlichen 8er Stein wieder zurück ins Geschehen. Der Bogen verleiht dem Neueinführen des 8er Steins besondere Aufmerksamkeit. Jana möchte möglicherweise damit auch einen Neubeginn bezüglich der noch nicht verbauten 8er Steine markieren, die zuvor eher unbeachtet neben Bau 2 lagen. Jana führt nun den 8er Stein zwischen die Steine 2 und 3 an ihrem Bau 2 und setzt ihn in der Folge dort auch fest ein, und zwar so, dass nach außen und innen zwei der insgesamt 8 Verbindungsstellen überstehen. In Verbindung mit dieser Aktion könnte man ihr vorheriges ‚Laufen‘ mit Zeige- und Mittelfinger der rechten Hand über die Steine 8, 16, 1 und 2 in Äußerung 9 weniger passiv oder weniger als Übersprungshandlung deuten: Möglicherweise hat sie genau hier eine geeignete Position für

den nun gesetzten 8er Stein in Bau 2 ermittelt und mit dem Ende ihres Tippens auf Stein 2 auch markiert. Eventuell ist das Laufen mit den Fingern über die Steine aus Äußerung 8 rückblickend dann auch eher als Zählen einzustufen, ohne die Zahlwortreihe explizit zu benennen, um die passende Position des 8er Steins zu finden. Diese könnte Jana auch ohne expliziten lautsprachlichen Verweis darauf in Abgleich mit Bau 1 ermittelt haben. Es wäre also möglich, dass Jana an Seitenfläche A an Bau 2 mit Seitenfläche C an Bau 1 vergleicht und entsprechend dem Originalgebäude anpassen möchte. In dieser Deutung wäre Janas Vorgehen möglicherweise ein Aufgreifen dessen, was Ayse in Äußerung 4 gezeigt hat: Ein Zählen von wichtigen Stellen am Gebäude, um Bau 2 an Bau 1 anzupassen. Rückblickend könnte dann das ihr unterstellte Spiel oder auch sogar mögliche Desinteresse umgedeutet werden als offenbar überaus große Aufmerksamkeit für das, was in der Situation angedacht und umgesetzt wurde. Jana greift darüber hinaus hier auch den Hinweis von B aus Äußerung 6 auf: Sie verbaut zumindest einen der noch nicht verbauten Steine in ihrem Bau 2. Ihre Idee, eine Stadt zu bauen aus Äußerung 7, hat Jana möglicherweise hier verworfen oder tatsächlich nur als *eine* Option und nicht als konkretes Vorhaben verstanden. Es wäre aber auch möglich, dass das Setzen dieses 8er Steins Teil dieses Vorhabens der Erstellung einer Stadt ist. Es fällt auf, dass sie beim Setzen und Festdrücken des Steines über die gesamte Zeit rechts aufgestützt bleibt. Vielleicht ist sie müde von der bisherigen Beschäftigung oder sie möchte signalisieren, dass ihr das Setzen des Steines besonders leichtfällt und sie sowohl für die Idee als auch für deren Umsetzung problemlos aufgestützt bleiben kann. Der Blick am Ende in Richtung des 8er Steins, der noch nicht verbaut ist, könnte darauf hindeuten, dass sie auch diesen im Folgenden verbauen wird.

Lautsprachlich äußert Jana hier nichts. Dies deutet darauf hin, dass sie entweder nichts erklären möchte, ihre Aktion für hinreichend aussagekräftig hält oder dass sie nicht in der Lage ist, etwas zu erläutern, weil sie ihre Überlegungen noch nicht abgeschlossen oder besonders konzentriert ist. Vielleicht möchte Jana auch gerade durch das Schweigen bei B oder Ayse besondere Aufmerksamkeit erregen.

In der weiteren Sequenz könnten B oder Ayse oder auch beide eine Erläuterung von Jana einfordern oder sie beim Verbauen des zweiten noch nicht genutzten 8er Steins unterstützen, indem sie z. B. vorschlagen, wohin dieser gehören könnte. Ayse könnte auch erklären, was sie tut und z. B. versuchen, Jana einzubinden oder sie nach ihrem Vorhaben befragen.

Äußerung 11:

Ayse bringt dieser Äußerung in die Situation ein. Die Äußerung findet zumindest teilweise zeitgleich mit der Äußerung der nächsten Sprecherin statt. Zunächst führt Ayse ihre rechte Hand zu Stein 14 an Bau 1. Dabei berühren sich die beiden Hände der Schülerinnen Jana und Ayse offenbar ungeplant kurz, was möglicherweise der Enge der Arbeitsbereiche zuzuschreiben ist. Diese Berührung wird eventuell in der Lautsprache kommentiert. Sie legt

die Vermutung nahe, dass beide Schülerinnen eher gerade nebeneinander her arbeiten, ohne gemeinsame Absprachen. Sie kommen sich sozusagen kurz versehentlich in die Quere beim je eigenen vor sich hin Arbeiten. Es ist sowohl möglich, dass sie gegenseitig kein Interesse, als auch keine Kapazität verfügbar haben, sich abzusprechen und zu erklären, weil sie eher mit ihren eigenen Ideen beschäftigt sind. Gewissermaßen kann man gerade dieses jeweils eigene Tun als gemeinsamen Arbeitskonsens zwischen den beiden Mädchen annehmen: Das übergeordnete Ziel der Angleichung von Bau 2 an Bau 1 ist für alle unausgesprochen klar und jede arbeitet für sich selbst auf dieses Ziel hin. Dieses mutmaßliche Neben- statt Miteinander geht wahrscheinlich so lange gut, wie sie sich nicht für die gleichen Anpassungen interessieren oder Umsetzungen der Einen die Andere in ihrem Tun und Plan beschneiden. Für Ayse ist momentan offenbar Stein 14 an Bau 1 von Interesse. Möglicherweise ließ sich Ayse von Janas Setzen des 8er Steins in Bau 2 inspirieren, denn auch bei Stein 14 von Bau 1 handelt es sich um einen solchen 8er Stein. Ayses linke Hand folgt ihrer rechten und wird unmittelbar neben Stein 14 von Bau 1 mit einem zeigenden Finger auf Stein 17 auf der Tischplatte abgelegt. Dieses Zeigen markiert entweder Stein 17, weil Ayse hier z. B. etwas für sie Zentrales entdeckt hat oder zusätzlich Stein 14. Es könnte auch der gesamte Bereich von Stein 14 und 17 an Bau 1 für Ayse von Interesse für das sein, was sie vorhat, umzusetzen. Das Anheben von Stein 14 in Form eines Kippens um 45° und das darunter Schauen verweist darauf, dass Ayse offenbar genau die Position dieses Steins 14 analysieren möchte, ohne jedoch Bau 1 zu verändern oder erneut zu drehen und die Unterseite zu betrachten. Das wiederholte Kippen und Schauen könnte darauf verweisen, dass Ayses zeitgleiche Überlegungen dazu für sie recht komplex erscheinen und sie daher mehrmals nachschaut, um sich z. B. zu vergewissern, wie genau Stein 14 auf Stein 17 verbaut ist. Eventuell interessiert sich Ayse aber auch ausschließlich für Stein 17 an Bau 1 und hebt daher Stein 14 mehrmals an, um darunter zu schauen. Ayse zeigte sich in den vergangenen Äußerungen interessiert an Übergängen zwischen Steinen, insbesondere an Bau 1 (vgl. Äußerung 4). In dieser anfänglichen Äußerung 4 hatte sie Bau 1 um 180° im Raum gedreht, so dass sie auf die Unterseite und damit direkt auf die Steinübergänge oder Steine schauen konnte, die sie dann auch noch abtippte und mutmaßlich zählte oder maß. Diesmal belässt sie Bau 1 in seiner Position und kippt lediglich einen Stein in der oberen Schicht des Baus an, um darunter zu schauen. Unter Stein 14 befindet sich kein Steinübergang, was möglicherweise der Grund dafür ist, dass sie Bau 1 nicht erneut auf den Kopf stellt. Eventuell irritiert das Ayse auch und deshalb schaut sie öfter nach oder sie möchte sichergehen, dass sie die Gegebenheiten genau versteht. Es scheint für Ayse wichtig zu sein, möglichst wenig oder sehr vorsichtig an Bau 1 etwas zu verändern und zudem für eine sofortige Rückführung in den Originalaufbau zu sorgen. Sie hat also vermutlich Bau 1 als unveränderbare, sondern maximal genau zu untersuchende Vorlage für den Nachbau in Form von Bau 2 erkannt. Somit kann das Kippen von Stein 14 an Bau 1 weniger als ein Versuch interpretiert werden, diesen Stein tatsächlich von Bau 1 zu lösen, sondern eher als eine vorsichtige Analyse der Steinposition(en) an Bau 1, ohne diesen zu verändern.

Unmittelbar zuvor hatte sie Stein 5 an Bau 2 gelöst. Stein 14 an Bau I ist an einer ähnlichen Stelle wie Stein 5 an Bau 2 platziert, nämlich an einer Kante des Gebäudes. Möglicherweise hat Ayse vorher dann Stein 5 an Bau 2 abgelöst, weil sie der Meinung ist, hier gehöre einer der 8er Stein hin, die an Bau 2 noch nicht verbaut sind. Bei Stein 5 handelt es sich allerdings um einen 4er Stein, weswegen das nicht passen konnte. Eventuell ist Ayse nun auch irritiert, weil unter Stein 5 an Bau 2 sehr wohl ein Übergang war, jetzt unter Stein 14 an Bau I aber nicht. Der mögliche Vergleich der beiden Steine (Stein 5 an Bau 2 mit Stein 14 an Bau I) ergibt sich auch aus der aktuellen Positionierung der beiden Gebäude im Raum. Ayse vergleicht also offenbar Seitenfläche B von Bau 2 mit Seitenfläche B von Bau I oder zumindest die dort platzierten Steine.

Lautsprachlich äußert sich Ayse eher unvollständig und leise: „(leise) Das (.) is-“. Von der Struktur her gleicht diese Äußerung der Äußerung 3 von Jana („Des muss“). Möglicherweise ist Ayse sehr konzentriert, denn die gesprochenen Worte wirken eher so, als würde sie für oder mit sich selbst reden und für sich klären, wie z. B. eine Steinposition ist oder welcher Stein an Bau I dem gerade von ihr gelösten Stein an Bau 2 entspricht. Die Lautsprache klingt in jedem Falle eher nachdenklich und verweist möglicherweise auch auf eine starke Konzentration auf das aktuelle Tun. Auch die Pause verweist auf ein Nachdenken Ayses, bei dem es eventuell für sie nicht möglich ist, etwas zu äußern oder sich zu erklären, sondern vielmehr eine starke Konzentration auf das, was sie tut, erforderlich ist. In der Synchronisation von Handlung und Lautsprache wird dies zusätzlich deutlich. Beim mehrmaligen Kippen und Schauen unter den Stein bricht ihre Äußerung lautsprachlich offenbar ab. Diese könnte man als Feststellung des Standes der Dinge deuten, nach dem Motto: *Das ist so, dann muss das so sein*. Eine andere Möglichkeit wäre z. B. zu vermuten, dass sie eher verwundert ist über das, was sie beobachtet, weil z. B. kein Steinübergang unter Stein 14 an Bau I zu sehen ist. Dann würde der Satz mutmaßlich eher in Form von *Das ist merkwürdig/erstaunlich* beendet werden.

Jana oder auch B könnten nun nachfragen, was Ayse da nachgeschaut hat oder was sie nun plant zu tun. Ebenso könnte Jana ihr aktuell eher von Ayse unabhängiges Vorgehen an Bau 2 fortführen und z. B. den zweiten 8er Stein im Bau platzieren.

Äußerung 12:

Nun ergreift Jana den Turn mindestens teilweise zeitgleich zu Ayses vorheriger Äußerung 11. Dies könnte bedeuten, dass Jana eher ihr eigenes Vorgehen weiterverfolgt. So bleibt sie in ihrer aufgestützten Haltung und führt die linke Hand zum letzten verbleibenden 8er Stein, den sie nun möglicherweise in Bau 2 verbauen möchte. Dass sie diesen anhebt und über Bau 2 führt, bestätigt diese Annahme mutmaßlich. Möglicherweise hat sie bereits eine Idee, wo dieser Stein ihrer Meinung nach hin gebaut werden soll, weiß aber noch nicht genau, in welcher Weise. Janas Agieren könnte ungeachtet von Ayses zeitgleichen Vorgehens sein. Jana betrachtet den 8er Stein kurz und dreht ihn um 90° in der Luft. Damit hat er die gleiche

Ausrichtung wie der 8er Stein, den sie unmittelbar zuvor zwischen Stein 2 und 3 an Bau 2 gesetzt hat. Jana platziert den 8er Stein nun zwischen die Steine 3 und 4 in Bau 2, wo sie ihn auch festdrückt, so als sei sie sich seiner Positionierung sicher. Der Stein wird, bezogen auf die überstehenden Verbindungsstellen nach außen und innen, vergleichbar eingesetzt wie der vorher gesetzte 8er Stein. Offenbar hat Jana auch noch eine Idee, wie Stein 5 von Bau 2, der ursprünglich von Ayse von Bau 2 gelöst wurde, an Bau 2 platziert werden kann. Sie ergreift diesen und setzt ihn zwischen Stein 6 und 7, zunächst ohne ihn festzudrücken. Das Verbleiben der Hand an diesem Stein und das Nicht-Festdrücken können auf Unsicherheit Janas bezüglich der Steinpositionierung hindeuten. Bau 2, wie ihn Jana nun mit dem Platzieren der 8er Steine und der Positionierung des 4er Steins zwischen die Steine 6 und 7 gestaltet hat, ist nun an seinen langen Seitenflächen relativ gut mit Bau 1 vergleichbar: Dementsprechend scheint sich hier zu bestätigen, dass Jana Seitenfläche A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau 1 anzugleichen versucht.

Betrachtet man Ayses vorherige Aktion des Lösens von Stein 5 an Bau 2 und des anschließenden Analysierens der Position von Stein 14 oder der Steinpositionen unterhalb von diesem Stein 14 an Bau 1 und nun Janas Aktion, so kann man eine erste Vermutung aufstellen: Möglicherweise betrachtet Ayse Seitenfläche B an Bau 1 im Vergleich zu Seitenfläche B an Bau 2 und versucht hier eine Angleichung von Bau 2 umzusetzen. Jana dagegen scheint mit der Platzierung von beiden noch nicht verbauten 8er Steinen und der Positionierung des 4er Steins zwischen den Steinen 6 und 7 an Bau 2 scheinbar Seitenfläche A an Bau 2 mit Seitenfläche C an Bau 1 in Relation zu setzen und hier eine Angleichung herbeiführen zu wollen. Es sehen nach Janas Aktion Seitenfläche C an Bau 2 und Seitenfläche A an Bau 1 ähnlich aus, auch wenn hier die Bedingungen einer kongruenten Abbildung noch nicht vollständig erfüllt sind. Jana hat zwar einen der 8er Steine, bezogen auf das Überstehen der Verbindungsstellen, nicht entsprechend der 8er Steine an Bau 1 in Bau 2 eingesetzt, aber dennoch wäre Seitenfläche A von Bau 2 nun vergleichbar mit Seitenfläche C von Bau 2 bezüglich dessen, dass Jana hier die 8er Steine positionieren möchte. Möglich, dass sie den Überstand der Verbindungsstellen nicht wichtig findet oder übersehen hat. Wenn diese Annahme sich bewahrheiten sollte, würde dies dazu führen, dass Jana an einem spiegelverkehrten Nachbau von Bau 1 arbeitet, während Ayses Orientierungstreue in der Kongruenzabbildung von Bau 1 wichtig zu sein scheint. Ayses Intention scheint sich eher auf eine Verschiebung statt auf eine Spiegelung des Originalgebäudes auszurichten. Dies könnte einer divergierende Situationsdeutung der Schülerinnen in Bezug auf die Relation der beiden Bauten zueinander zeigen und möglicherweise in der weiteren Auseinandersetzung an Bedeutung gewinnen werden. Am Ende der Bewegung führt Jana ihre Hand in Faustform weg von Bau 2 und legt sie vor sich auf dem Tisch an der Kante ab. Dies ist möglicherweise eine Folge vom Umfassen Ayses, könnte aber auch auf einen Abschluss durch Jana von ihrer Aktion an Bau 2 hindeuten, der auch ohne Ayses Auflegen und Umgreifen von Janas Hand hätte stattfinden können. Möglicherweise weiß Jana zunächst nichts weiter an Bau 2 zu tun und überlässt daher hier auch bereitwillig Ayse den Vortritt. Eventuell geschieht dieses

Zurückziehen auch zugunsten der anzunehmenden gemeinsamen Rahmung der Entwicklung einer Lösung zum gegebenen Problem. Jana könnte auch lautsprachlich Protest äußern, sich aber dennoch von Bau 2 zurückziehen oder eher von Ayse wegführen lassen.

Janas Äußerung 12 wird ohne lautsprachlichen Anteil erzeugt. Womöglich hält sie es (noch) nicht für notwendig, etwas zu ihrem Vorgehen zu erläutern. Es kann auch sein, dass sie es nicht formulieren kann oder sie hält ihre Aktion an Bau 2 für hinreichend aussagekräftig. Es wäre zudem möglich, dass Jana sich von Ayse mehr lautsprachliche Erläuterungen zu deren Vorgehen erhoffte, was Ayse möglicherweise in Janas Augen nicht ausreichend erfüllt hat. Deshalb könnte sie jetzt entscheiden, auch eher wenige lautsprachliche Erläuterungen zu ihrem Vorgehen oder ihren Erkenntnissen zu äußern und stärker für sich zu arbeiten, als sich gemeinsam mit Ayse über die Gegebenheiten und jeweiligen Vorhaben und Interpretationen auszutauschen. Möglich ist auch, dass beide Schülerinnen an ein Nebeneinander im Arbeiten gewöhnt sind und genau darin ihre Zusammenarbeit und Abstimmung besteht. In der Folge könnte Ayse fragen, was Jana tut und sie um eine Erläuterung bitten oder auffordern. Eventuell deutet Jana auch bereits Ayses Umgreifen ihrer Hand auf diese Weise und äußert deshalb auch keinen Protest, sondern hält bereitwillig durch den Rückzug der Hand ausgedrückt inne, um in der Folge zu einer Erläuterung ihres Vorhabens anzusetzen. Möglicherweise greift auch B ein, weil sie die verschiedenen Perspektiven der beiden Schülerinnen wahrnehmen und in irgendeiner Form thematisieren könnte. Möglich ist auch, dass durch das weitere Vorgehen die unterschiedliche Deutung des Nachbaus im Vergleich zum Originalgebäude zu einer Kontrastierung oder Angleichung der jeweiligen Deutungen führt, die eine Plausibilisierung des jeweiligen Vorgehens erfordert. Ayse sich schließlich dazu äußern, warum sie Janas Hand gewissermaßen aus dem Arbeitsbereich entfernt.

Äußerung 13:

In dieser Äußerung, die noch zeitgleich mit Janas Äußerung 12 erzeugt wird, greift Ayse in Janas Vorgehen offenbar ein, möchte dieses möglicherweise unterbrechen (vgl. Analyse Äußerung 12). Sie legt, wie oben bereits erwähnt, ihre rechte Hand auf Janas linkem Handgelenk ab, was z. B. als Festhalten, Entfernen von Janas Hand aus dem Arbeitsbereich oder als eine Aufforderung des Wartens oder Erklärens gedeutet werden kann. Bereits in Äußerung 7.5f hatte Ayse ihren rechten Arm bzw. ihre rechte Hand auf den Oberarm Janas abgelegt in Verbindung mit einer lautsprachlichen Aufforderung des Wartens (vgl. Äußerung 7). Möglich wäre, dass sich dies hier wiederholt. Die Berührung am Arm ist eventuell eine gängige Form von Ayse, neue Erkenntnisse oder eigene Ideen, die sie umsetzen oder überprüfen möchte, an Jana heranzutragen. Sie beabsichtigt damit möglicherweise, auf emotionaler Ebene das Inanspruchnehmen von Bau 2, der ja primär von Jana erstellt wurde und auch in deren Arbeitsbereich steht, zu rechtfertigen oder eine Billigung dessen zu erreichen. Ayse könnte Jana alternativ auch in deren Tun unterstützen wollen und diese Berührung soll diese Unterstützung auf gestischer Ebene ausdrücken. Das Umfassen des Handgelenks von Jana deutet aber eher darauf hin, dass Ayse Janas Hand zu

steuern beabsichtigt. Sie könnte erneut Janas Agieren an Bau 2 zumindest kurzfristig unterbrechen wollen. Entweder möchte Ayse dadurch Zeit gewinnen, um Janas Vorhaben besser nachvollziehen zu können oder eine eigene Idee umzusetzen oder sie möchte Jana ganz davon abbringen, ihr Vorhaben weiter umzusetzen, weil Ayse es möglicherweise als weniger effektiv einschätzt. Es könnte auch sein, dass Ayse mit dem möglichen Festhalten oder auch Wegführen der Hand Janas erreichen möchte, dass sie nun aufhören, jede für sich das gegebene Problem zu bearbeiten, um stärker zusammen zu arbeiten. Ihre linke Hand führt Ayse ebenfalls zu Bau 2. Es scheint so, als würde sie den Anspruch erheben, nun daran etwas zu tun, oder sie möchte Janas Hand nur kurz entfernen, um für ihr Vorhaben an Bau 2 freie Sicht und ungestörten Zugang zum Arbeitsbereich zu haben. Die Greifhandform deutet, möglicherweise mehr als eine Berührung mit der flachen Hand, auf ein deutliches Eingreifen hin. Eventuell möchte Ayse das, was sie durch Ihr Kippen von Stein 14 erkannt hat, nun an Bau 2 umsetzen oder überprüfen und kann daher Janas Agieren an Bau 2 gerade nicht gebrauchen oder stuft es als weniger zentral ein als ihre mögliche Entdeckung. In der weiteren Beschreibung der Gestik Ayses wird deutlich, dass Ayse die Hand Janas vom 4er Stein wegführt. Damit bestätigt sich offenbar, dass Ayse mit dem Auflegen der Hand Jana nicht unterstützen, sondern eher ihre Hand aus dem Arbeitsbereich – wenn auch relativ sanft – entfernen wollte. Es wirkt so, als würde Ayse möglicherweise Jana nicht zutrauen, Bau 2 an Bau 1 anzugleichen und deshalb möchte sie das nun übernehmen. Möglicherweise hat Ayse aber auch wahrgenommen, dass beide eine verschiedene Deutung von dem vorgenommen haben, wie Bau 2 an Bau 1 angepasst werden könnte (als orientierungsverändernde oder -treue Kongruenzabbildung). Lautsprachlich könnte sich dies z. B. in einem Hinweis auf diese kontroverse Deutung oder dem Wunsch nach einer Klärung und Anpassung der verschiedenen Sichtweisen äußern. Aber auch Jana könnte in der Folge Widerstand anbringen, denn schließlich wird ihre Hand aus dem Arbeitsbereich regelrecht entfernt oder herausgehoben, was auch als dominantes Eingreifen Ayses von Jana gedeutet werden könnte. Es kann aber auch sein, dass Jana dies, z. B. zugunsten einer Lösung des Problems oder weil sie selbst nicht weiterweiß, zulässt.

Ayse setzt zu einer weiteren Gestenbewegung an, die darauf schließen lässt, dass sie nun tatsächlich etwas an Bau 2 verändern oder eventuell eine Idee, die sie entwickelt hat, umsetzen möchte. Sie führt beide Hände an den von Jana zuvor gesetzten 8er Stein an Bau 2 zwischen den Steinen 3 und 4. Möglicherweise möchte sie diesen in seiner Position verändern. Die Fixierung dieses Steines verweist dabei auch auf eine mögliche Unsicherheit Ayses. Vielleicht hat sie noch keine wirkliche Idee, wo oder wie sie den Stein alternativ positionieren könnte, aber bereits erkannt, dass er in ihren Augen aktuell noch nicht passend in Bau 2 eingebaut ist. Diese Deutung unterstreicht auch Ayses Blick zu Bau 1, so als wolle sie sich im Abgleich mit dem Original rückversichern, was sie nun tun muss. Möglicherweise ist ihr dabei auch bewusst, dass Jana eventuell erheblich protestieren könnte, denn schließlich hat sie diesen Stein offenbar gerade erst an Bau 2 positioniert. Dies könnte ebenfalls die Fixierung erklären als eine Art Abwarten auf die Reaktion Janas.

Lautsprachlich äußert Ayse nichts. Eventuell sind die Aktionen mit ihren Händen in ihren Augen deutlich genug, so dass Ayse es nicht für nötig hält, sich hier zu erklären. Es ist ebenso möglich, dass sie sich auf keine Diskussion mit Jana einlassen möchte und die wortlose Variante möglicherweise als weniger risikoreich bezogen auf einen zu erwartenden Protest Janas einschätzt. Jana könnte aber im weiteren Verlauf dennoch eine Rechtfertigung Ayses einfordern, z. B. indem sie einen Einwand lautsprachlich äußert oder ihre Hand einfach wieder zu Bau 2 zurückführt und sich damit Ayses Anliegen widersetzt. Auch B könnte sich diesbezüglich einbringen und z. B. auf ein gleichberechtigtes Zusammenarbeiten verweisen.

Äußerung 14:

Nun ergreift Jana den Turn. Ihre symmetrische Geste mit beiden flachen Händen, die sie auf Bau 2 von oben ablegt, könnte darauf hindeuten, dass sie Bau 2 regelrecht abschirmen oder abdecken möchte, möglicherweise um ihn vor Ayses Aktionen zu schützen. Es wäre möglich, dass Jana auch nur den von Ayse umfassten und von ihr selbst zuvor gesetzten 8er Stein abschirmen möchte, denn sie legt ihre linke Hand direkt auf Ayses linke Hand, so als wolle sie auch sicher in ihrer aktuellen Handlung stoppen. Jana könnte der Meinung sein, dass Bau 2 und insbesondere der gerade zuvor von ihr darin positionierte 8er Stein zwischen den Steinen 3 und 4 eine kongruente Abbildung von Bau 1 darstellt. Durch das Auflegen der Flachhände auf Bau 2 kann niemand mehr am Bau hantieren, ohne Janas Hände erneut wegzunehmen, auch wenn Ayses Hand offenbar immer noch am Bau verweilt. Der Blick von Jana wird zu Bau 1 gerichtet, vielleicht weil sie diesen als Ayses Arbeitsbereich hervorheben möchte oder weil sie der Meinung ist, Bau 1 ist bereits durch Bau 2 kongruent abgebildet und bedarf keinerlei Veränderung. Eventuell möchte sich Jana hier auch selbst rückversichern, ob ihr Protest berechtigt ist.

Lautsprachlich äußert Jana offenbar sehr deutlich, weil betont ausgesprochen, Protest gegen Ayses Eingriff an Bau 2: „**Ehy** (unverständlich) des is **richtig**\ ich hab **geguckt**/“. Das Wort zu Beginn „**Ehy**“ kann hier im Sinne einer Aufforderung zum sofortigen Stoppen der aktuellen Aktion oder mindestens als Forderung einer Erklärung gedeutet werden. Anschließend ist die Äußerung kurz unverständlich, vielleicht ärgert sich Jana leise vor sich hin oder ist so erstaunt und verärgert über Ayses Vorgehen, dass ihr regelrecht die Worte fehlen und sie diese nur unverständlich hervorbringt. „Des is **richtig**“ bezieht sich vermutlich auf den 8er Stein oder, in Verbindung mit der zeitgleich ausgeführten Gestik, auf den gesamten Bau 2, den Jana möglicherweise als kongruente Abbildung von Bau 1 und damit als „**richtig**“ einschätzt. Die Betonung von „**richtig**“ unterstreicht ihre Überzeugung der inhaltlichen Korrektheit ihrer Äußerung und verweist auch implizit darauf, dass sie offenbar davon ausgeht, dass es *richtige* und *falsche* Steinpositionen oder Nachbauten insgesamt gibt. Man kann vermuten, dass Jana Ayses Hantieren am 8er Stein an Bau 2 so deutet, als wolle Ayse diesen mindestens von Bau 2 lösen und möglicherweise auch alternativ positionieren. Dies könnte der Grund sein, warum sie so deutlich protestiert. Sie begründet auch, wie sie zu diesem Schluss kommt: Sie habe nämlich „**geguckt**/“. Das unterstreicht die Vermutung,

dass sie über Blicke die Ähnlichkeit der Gebäude abgleicht und offenbar vorher die Stelle, an die sie diesen Stein gesetzt hat, genau und in Abstimmung mit dem Originalgebäude überprüfte. Jana spricht im Perfekt, so als sei der Abgleich durch Betrachten beider Gebäude für sie eine gängige Strategie in der bisherigen Interaktion. Das zuvor angenommene relativ ausschließliche und auch spielerische Beschäftigen mit Bau 2 scheint also nicht allen Aktionen Janas in der bisherigen Interaktion zu entsprechen. Offenbar hat sie dabei oder nach der spielerischen Auseinandersetzung mit Bau 2 sehr wohl wieder den Abgleich mit Bau 1 ins Auge gefasst und sich beide Bauten im Vergleich betrachtet.

In der Folge könnte Ayse erklären bzw. die Gegenposition beziehen und darstellen, warum sie der Meinung ist, eine Anpassung des von Jana gesetzten 8er Steins vornehmen zu müssen oder sie zieht sich von Bau 2 zurück und pflichtet Jana bei. Jana könnte näher erläutern, warum sie Bau 2 oder den gesetzten 8er Stein als „**richtig**“, eventuell im Sinne von richtig platziert/verbaut, erachtet.

Äußerung 15:

In dieser Äußerung, die von Ayse erzeugt wird, wendet sie sich offenbar wieder Bau 1 zu. Möglich, dass sie ihr vorhergehendes Vorgehen nun noch einmal überprüfen möchte und daher zum Originalgebäude Bau 1 zurückkehrt. Die linke Hand hält vermutlich den Bau 1 an der Kante zwischen Seitenfläche A und B fest, um nun in der Folge vielleicht etwas daran mit der rechten Hand zu tun. Es könnte auch sein, dass Ayse an dieser Kante etwas erkannt hat oder überprüfen möchte. Die rechte Hand wird offenbar nun genutzt, um etwas an Bau 1 zu zeigen, denn Ayse formt eine G-Form. Eventuell möchte sie Jana zeigen, warum das Setzen des 8er Steins in ihren Augen nicht „**richtig**“ war bzw. nicht dem Original, also Bau 1, entspricht, um ihr Hantieren am 8er Stein an Bau 2 zu rechtfertigen. Stein 15 an Bau 1 scheint zentral zu sein, denn darauf wird Ayses Zeigefinger abgelegt. Damit scheint auch klar, dass sie nichts an der Kante zwischen Seitenfläche A und B zeigen möchte, sondern dieses Fassen mit der flachen Hand an dieser Stelle an Bau 1 offenbar tatsächlich zum Festhalten oder Einrahmen des zentralen Gegenstandes – Bau 1 – gedacht war. Stein 15 an Bau 1 könnte in einer entsprechenden Deutung der Vergleichbarkeit beider Gebäude im Prinzip mit dem von Jana gesetzten 8er Stein zwischen Stein 3 und 4 an Bau 2 als übereinstimmend interpretiert werden. Die grundsätzliche Vergleichbarkeit der 8er Steine an Bau 2 mit den 8er Steinen an Bau 1 erkennen offenbar beide Schülerinnen. Die anschließende Drehung von Bau 1 entspricht dem schon vorher gezeigten Umgang mit dem Originalgebäude durch Ayse. Offenbar sind Drehungen am Bau 1 für sie zentral für ihr Vorgehen, um hier immer wieder Bau 2 mit Bau 1 abzustimmen. Diesmal wird die Drehung auf der Tischplatte ausgeführt in der Ebene. Anschließend greift Ayse offenbar um, damit sie Bau 1 weiterdrehen kann. Dies ist insofern interessant, als dass ihr rechter Zeigefinger die Zeit über am Stein 15 selbst beim Weiterdrehen verweilt. Er dient im Prinzip als Markierung des Drehpunkts zu Beginn der Drehung. In der folgenden Situation scheinen beide Hände Bau 1 zu rahmen. Das Lösen der Hände von Bau 1 könnte darauf deuten, dass Ayse sich einen Überblick verschaffen möchte

oder es ist einfach ein Umgreifen im Drehprozess. Vielleicht ist ihr auch etwas aufgefallen, was sie zwischen dem Drehen für sich kurz klären möchte. In der Folge dreht sie erneut Bau I. Vielleicht möchte sie sich das Gebäude von allen Seiten anschauen oder die Ausrichtung bzw. Lage im Raum so ändern, dass sie Bau I leichter mit Bau 2 vergleichen kann. Sie sucht eventuell nach einer günstigen Schlüsselstelle, an der sich den Abgleich beginnen kann. Unklar bleibt, an was sie festmacht, wann sie aufhören muss zu drehen, um Bau I bspw. genauso auszurichten wie Bau 2. Am Ende ihrer Drehung $D_{M, w(\alpha)}$ mit $w(\alpha) = 175^\circ$ befindet sich Bau I aber tatsächlich in einer ähnlichen räumlichen Ausrichtung wie Bau 2 (vgl. Abb. A2-4_6). Dies könnte in der Folge eine Möglichkeit zum genaueren Vergleich von Bau I und Bau 2 eröffnen und entspricht eventuell Ayses Intention beim Drehen von Bau I.



Abb. A2-4_6 Bau 2 und Bau I vor (links) und nach der Drehung $D_{M, w(\alpha)}$ mit $w(\alpha) = 175^\circ$ von Bau I durch Ayse in Äußerung 15, Min. 20:24

Nach Abschluss des Drehvorgangs von Ayse, der durch Umgreifen und Drehen geprägt ist, startet sie erneut. Das Aufrichten mit dem Oberkörper deutet auf einen Neuanfang hin, so als sei jetzt alles vorbereitet oder überprüft für eine mögliche folgende Aktion an Bau I. Die linke Hand wird von Ayse mit gespreizten Fingern und dem Zeigefinger in Richtung Stein I6 an Bau I bewegt. Möglich, dass sie nun hieran etwas anzeigen möchte. Die Gebäude stehen nebeneinander und die beiden mutmaßlich miteinander zu vergleichenden Seitenflächen – Seitenfläche A von Bau 2 und Seitenfläche C von Bau I – sind zur Kamera gerichtet. Das dreimalige Tippen auf Stein I6 an Bau I unterstreicht die Wichtigkeit dieses Steines für Ayse bzw. für eine potentiell folgende Aktion oder zeitgleiche lautsprachliche Äußerung. Anschließend hebt sie den Finger an, was eine gewisse Rhythmik in das Tippen bringt, denn im Anschluss tippt sie weitere fünf Mal, was noch einmal die Prominenz des Steins unterstreicht. Das Anheben des Fingers war gewissermaßen eine Zensur, um dann ein zweites Mal den Stein zu markieren. Vielleicht hat sie an dieser Stelle etwas Zentrales dazu lautsprachlich bemerkt. Auch dass beim letzten Tippen auf Stein I6 an Bau I der Mittelfinger hinzugenommen wird, markiert den Stein als zentral in der gemeinsamen Auseinandersetzung zu *richtigen* bzw. *nicht richtigen* Steinen. Der Rückzug der rechten Hand signalisiert einerseits, dass Ayse offenbar ihrer linken tippenden Hand die volle Aufmerksamkeit zukommen lassen möchte. Andererseits leitet dies möglicherweise die Turnübergabe an Jana ein, die sich jetzt zu Ayses Hinweisen äußern könnte.

Lautsprachlich äußert Ayse zunächst bei der Drehbewegung an Bau I: „ja\ (hier) und jetzt-nee aber nich rischtisch\ **guck**\ (.)“. Dies könnte auf Unsicherheit deuten, weil zunächst offenbar eine Zustimmung „ja\ (hier)“, dann aber doch eine Art grundsätzliche Verneinung folgt. Eventuell wird durch das undeutlich geäußerte „(hier)“ eingegrenzt, in welchem Punkt Ayse Jana zustimmt, also z. B. in Bezug auf einen bestimmten Stein an Bau 2. Sie könnte Jana bis zu einem gewissen Punkt zustimmen und beschreibt dann weiter, dass „jetzt“ etwas nicht richtig sei, also z. B. nicht übereinstimmt im Sinne einer kongruenten Abbildung. Mit „jetzt“ könnte die neue Ausrichtung von Bau I im Arbeitsbereich gemeint sein. Vielleicht bemerkt Ayse möglicherweise auch unbewusst, dass Bau I und Bau 2 sich zwar ähneln, bei ähnlicher räumlicher Ausrichtung der beiden Gebäude aber doch Unstimmigkeiten auffallen. Mit dem langgezogenen „nee“ betont Ayse hier, dass etwas in ihren Augen nicht richtig ist und fordert Jana offenbar zu der vertrauten Vergleichsmethode „**guck**\“ auf. Dass etwas „nich rischtisch“ ist, kann man offensichtlich also *sehen*. Damit stimmt sie in der Strategie des Abgleichs offenbar mit Jana überein: Man kann *gucken* und dann auch *sehen*, wann etwas „**richtig**“ (Äußerung 14, Jana) bzw. „nich rischtisch“ (Äußerung 16, Ayse) ist. Was konkret hier als *richtig* bezeichnet wird, ist nicht ganz deutlich. Vermutet werden könnte, dass damit beide grundsätzlich die Bauten *richtig* im Sinne einer kongruenten Abbildung von Bau I durch Bau 2 meinen oder eine einzelne Steinposition als „**richtig**“ (Äußerung 14, Jana) bzw. „nich rischtisch“ (Äußerung 16, Ayse) bezeichnet wird. Ayse könnte hier also z. B. den aktuell offenbar strittigen 8er Stein an Bau 2 meinen, den Jana in Äußerung 12 zwischen den Steinen 3 und 4 an Bau 2 positionierte und den Ayse in Äußerung 13 umfasste. Dies könnte auch aus Ayses Zeigen auf einen solchen 8er Stein an Bau I heraus gedeutet werden. Ihr Zeigen und die lautsprachliche Bewertung als *nicht richtig* ist hier offenbar zu deuten als das Zeigen auf einen Stein an Bau I, der in Bezug auf sein Pendant an Bau 2 als nicht kongruent positioniert zu sehen ist. Im vorherigen Verlauf der Situation konnte Ayse unterstellt werden, dass sie sehr wohl weiß, dass am Originalgebäude Bau I im besten Falle nichts verändert werden sollte, wenn die Absicht darin besteht, ein Nachbau davon zu erzeugen. Sie ging z. B. sehr vorsichtig bei der Analyse von Steinpositionen an Bau I vor, indem sie einen Stein nicht vollständig ablöste, sondern nur kippte, darunter schaute und anschließend wieder festsetzte (vgl. Äußerung 11.6ff). Dies lässt darauf schließen, dass sie auch jetzt nicht etwa den Stein an Bau I als *nicht richtig* bezeichnet, sondern vielmehr sein Pendant an Bau 2. Gestisches Zeigen in Kombination mit der Lautsprache stellt hier also eine Relation zwischen den beiden Gebäuden her und dies würde auch von ihrer Interaktionspartnerin Jana eine entsprechende Interpretationsleistung erfordern. Es wäre allerdings auch möglich, dass Jana nun Ayses Äußerung so deutet, als sei diese der Meinung, ein Stein oder der gesamte Bau I seien nicht richtig. Am Ende der Gestenbewegung zeigt Ayse einen Rückzug von Bau I, ein Blick möglicherweise vergleichend zu Bau 2 und berührt erneut Jana am Oberarm. Vielleicht ist dies wiederholt ein Ausdruck des Vertrauensverhältnisses beider Schülerinnen oder der Versuch Ayses, ebenso als wiederholtes Verhalten, Jana zu überzeugen, milde zu stimmen oder ihre Perspektive einzunehmen oder sie zu unterstützen.

In der weiteren lautsprachlichen Äußerung während des Tippens auf Stein 16 an Bau 1, äußert Ayse zunächst etwas Unverständliches und anschließend: „in der Mitte ein (bisschen).“ Auffällig ist, dass nun auch zum ersten Mal lautsprachlich eine Position nicht nur mit einem Deiktika bezeichnet wird, sondern durch eine konkrete Positionsbeschreibung „in der Mitte“ näher bestimmt wird. Mit der Äußerung könnte Ayse meinen, dass etwa die Steinposition des Pendants von Stein 16, Bau 1 an Bau 2 nur „ein bisschen“ *richtig* ist und zwar in der Mitte – wo auch immer das am Bau 1 sein soll. Ebenso könnte sie meinen, dass der Stein nur insofern richtig ist, als dass er an der richtigen Position sitzt, aber nicht genau in der Mitte oder auch zu weit in der Mitte, so dass nach außen z. B. nicht genügend Reihen an Verbindungsstellen überstehen. Möglich ist auch, dass sie andeutet, dass Jana noch ein bisschen in der Mitte verändern muss, damit es – möglicherweise der gesamte Bau 2 – *richtig* im Sinne eines kongruenten Nachbaus von Bau 1 ist. Die Formulierung „in der Mitte“ kann sich also auf den hier potentiell verglichenen 8er Stein an beiden Gebäuden beziehen oder auf das gesamte Gebäude 2, was sich in der Folge klarer herauskristallisieren könnte.

In der Folge könnte Ayse weiter ausführen, was sie hier mit ihrer doch widersprüchlichen lautsprachlichen Äußerung meint. Ebenso könnte Jana oder B zustimmen oder sie könnten nachfragen, was Ayse ausdrücken möchte. Auch möglich ist, dass Jana protestiert und ihre Sicht der Dinge, warum es – also vielleicht Bau 2 oder die Positionierung des 8er Steins zwischen den Steinen 3 und 4 an Bau 2 – eben doch *richtig* ist, darlegen wird. Außerdem könnten beide Schülerinnen jeweils mit einer neuen Strategie beginnen oder eine gemeinsame Absprache für das folgende Vorgehen treffen. Eventuell klären sie auch grundsätzlich, anhand welcher Punkte, also z. B. Kanten oder Seitenflächen sie Bau 1 und Bau 2 eigentlich vergleichen und stimmen sich diesbezüglich ab.

Äußerung 16:

In dieser Äußerung, die zeitgleich zu Ayses erster Geste und der lautsprachlich etwas widersprüchlichen Aussage aus Äußerung 15 stattfindet, zieht Jana zunächst ihre rechte Hand aus der Position des Abdeckens von Bau 2 zurück. Es wäre möglich, dass sie dies in Folge von Ayses Zustimmung tut, weil Jana eventuell nun davon ausgeht, dass Ayse nun vorerst nichts weiter an Bau 2 verändert. Es wäre auch möglich, dass Jana unabhängig von Ayse die rechte Hand nun für etwas Neues nutzen möchte. Das Zurückziehen der rechten Hand erlaubt ihr, wieder Bau 2 betrachten zu können, während die Seite, die Ayse zugewandt ist, noch abgedeckt ist und hier vielleicht damit auch weiter abgeschirmt vor Ayses Eingreifen. Dann wird auch die linke Hand von Jana für etwas Neues verwendet: Es wird zunächst Stein 4 mit der linken Hand berührt, wobei die Fingerhaltung auf Festhalten hindeutet, entweder nur dieses Steins oder des gesamten Baus. Erneut wird also an der Stelle an Bau 2 hantiert, die seit geraumer Zeit im Fokus steht, nämlich Seitenfläche A mit den beiden neu platzierten 8er Steinen zwischen den 4er Steinen. Möglich ist, dass Jana durch Ayses Hinweis, dass etwas „nich rischtisch“ (Äußerung 15) sei und in der Mitte offenbar noch etwas verändert werden muss, nun überprüfen möchte, was an Bau 2 eventuell mit Bau 1 noch

nicht übereinstimmt. Es ist auch möglich, dass sie nun erläutern möchte, warum sie denkt, dass diese Stelle an Bau 2 eben doch in ihrer Deutung genau Bau 1 entspricht. Wenn sie Seitenfläche A von Bau 2 mit Seitenfläche C von Bau 1 vergleicht, wie oben bereits vermutet, fasst Jana an einen Stein (Stein 4 an Bau 2), der an Bau 1 in dieser Jana unterstellten Deutung des Vergleichs der beiden Bauten etwa Stein 8 entsprechen könnte. Auch möglich ist, dass Jana es so sieht, dass Stein 4 von Bau 2 Stein 6 von Bau 1 entspricht, da die Ausrichtung der Bauten im Raum in der vorhergehenden Situation nicht immer konstant gehalten und möglicherweise auch verschieden von den Mädchen gedeutet wurde. Nun führt Jana die linke Hand an den erst neu gesetzten 8er Stein zwischen Stein 2 und 3 und umfasst diesen mit Zeigefinger und Daumen. Dies erscheint eine gute Position, um bspw. den Stein zu lösen oder seine Position zumindest zu analysieren. In der Folge wird die linke Hand zu Stein 3 und dem 8er Stein geführt, der zwischen Stein 3 und 4 eingebaut wurde. Es erscheint so, als würde sie die gesamten Steine an Seitenfläche A anfassen, möglicherweise um sich ihrer Position zu vergewissern und zu überprüfen, wie und wo diese platziert sind. Der anschließende Blick zu Bau 1 könnte zum Vergleich der beiden Bauten dienen und scheint für Jana eine in der Folge mit der rechten Hand ausgeführte Veränderung des 8er Steins zu evozieren, der zwischen Stein 2 und 3 gesetzt wurde. Möglich, dass sie etwas an Bau 1 gesehen hat, was sie dazu bewegt, den 8er Stein zwischen Stein 2 und 3 an Bau 2 in seiner Position zu verändern. In der Folge ist zu erkennen, dass sie die Position des 8er Steins offenbar nur wenig verändert und zwar so, dass nach außen und innen je eine Reihe der Verbindungsstellen übersteht (vgl. Abb. A2-4_7).

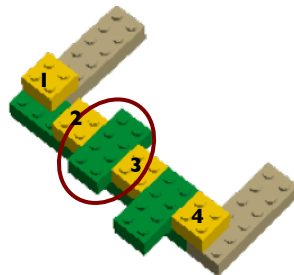


Abb. A2-4_7 Seitenfläche A von Bau 2 aus Sicht von Kamera 1 mit dem von Jana neu positionierten 8er Stein zwischen den Steinen 2 und 3

Dies unterstreicht die Vermutung, dass sie die Position des 8er Steines, möglicherweise aufgrund von Ayses Hinweis aus Äußerung 15 und der Anmerkung, dass in der Mitte „ein bisschen“ (Äußerung 15) etwas getan bzw. verändert werden muss, nun verändert. Obwohl Jana vorher ihren Bau 2 als „**richtig**“ (Äußerung 14) bezeichnet hat, löst nun offenbar Ayses Hinweis Zweifel daran aus, die so weit reichen, dass Jana die Steinposition variiert. Vielleicht ist dies auch ein Kompromiss, auf den sie sich einlassen kann: Der Stein verbleibt im Prinzip an seiner Position im Gesamtgebäude, die Jana ihm zugewiesen hat (vgl. Äußerung 12) und wird entsprechend Janas Deutung von Ayses Einwand in Äußerung 16 nur relativ wenig versetzt. Es erscheint, als ob Jana auf Ayses Anmerkung hin zunächst selbst mit dem Abtasten der Steine und dem Blick auf Bau 1 überprüft hat, ob diese Anmerkung hilfreich

und sinnvoll ist und erst dann den 8er Stein so versetzt, dass er nun wie Stein 16 bei Bau 1 je nach außen und innen einreihig bezogen auf die Verbindungsstellen übersteht. Dies übernimmt Jana selbst und überlässt das Versetzen des Steins etwa nicht Aysel. Mit ihrer Aktion deutet sie offenbar den Hinweis „in der Mitte“ von Aysel als Steinpositionsangabe und zwar so, dass ein 8er Stein so auf dem unteren Stein positioniert wird, dass er zu diesem senkrecht steht und nach außen und innen jeweils eine Reihe an Verbindungsstellen übersteht. Die Umpositionierung als Folge aus Aysels Hinweis kann auch darauf hindeuten, dass Jana bezüglich der genaueren Lage und der Orientierung der Gebäude möglicherweise anders als Aysel vorgeht: Es wäre zwar möglich, dass für Jana der genaue und mit Bau 1 übereinstimmende Sitz der 8er Steine in Bau 2 irrelevant sind, aufgrund ihrer vorherigen Abschirmung und damit auch Verteidigung ihres Baus 2 vor Aysels eingreifen, scheint ihr aber Bau 2 doch wichtig zu sein. Deshalb erscheint es als wahrscheinlicher, dass Jana offenbar anders als Aysel eine seitenverkehrte Abbildung der Seitenfläche C von Bau 1 in Form von Seitenfläche A an ihrem eigenen Bau 2 vornimmt. Sie deutet damit das Erstellen eines kongruenten Nachbaus von Bau 1 – zumindest bezogen auf diesen Teil des Gebäudes – als Spiegelung des Originalbaus.

Abbildung A2-4_8 zeigt den Stand der Dinge nach diesem Versetzungsvorgang an Seitenfläche A von Bau 2 und im Vergleich die Seitenfläche C von Bau 1, wobei letztere über die gesamte bisherige Sequenz unverändert blieb. Man erkennt die Abweichungen zwischen den beiden Bauten nicht nur im zweiten Stockwerk, sondern auch bereits im ersten Stockwerk der Bauten, was aber für die Schülerinnen hier offenbar nicht relevant ist oder von ihnen noch nicht erkannt wurde.

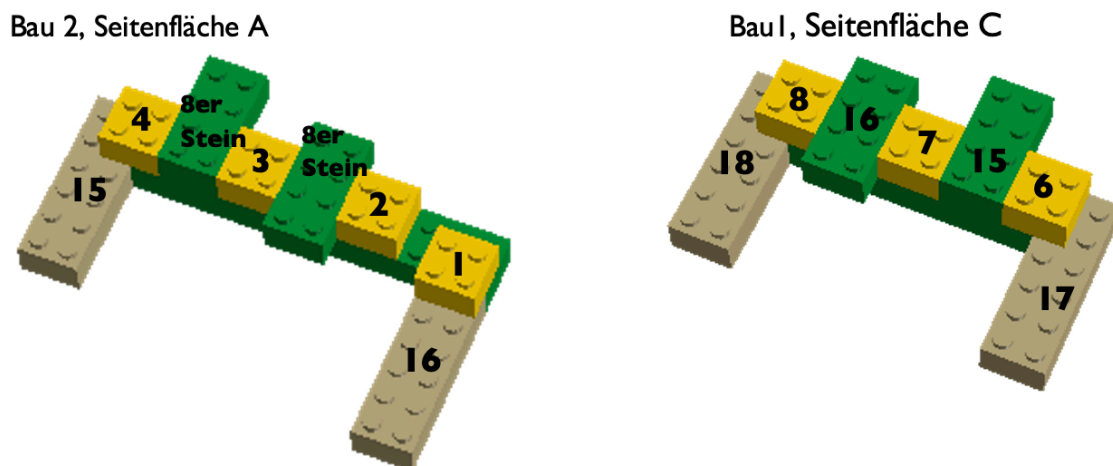


Abb. A2-4_8 Seitenfläche A von Bau 2 und Seitenfläche C Bau 1 im Vergleich aus Sicht der Schülerinnen

Nach dem Versetzen des 8er Steins zwischen Stein 2 und 3 an Bau 2, ist offenbar diese Aktion zunächst von Jana abgeschlossen. Sie stützt sich erneut mit der rechten Hand auf und blickt zu Bau 2, was eine Art Zensur, kurze Pause, möglicherweise zum Betrachten,

Überlegen und erneuten Abgleich oder ein Signal an Ayse sein könnte, dass sie nun weiter machen kann oder soll. Die linke Hand belässt Jana am Bau 2, so als ob sie jederzeit auch weiter machen wollte bzw. könnte oder sie signalisiert damit, dass sie noch nicht fertig ist, aber möglicherweise zunächst überlegen muss, wie es nun weiter geht. Es kann auch sein, dass ihr aufgefallen ist, dass diese Angleichung spiegelverkehrt zu Bau I ist und sie hält deshalb hier kurz inne, ohne sich ganz vom Gebäude zurückzuziehen.

Eine lautsprachliche Äußerung wird nicht erzeugt, was z. B. darauf hindeutet, dass Jana entweder nicht lautsprachlich äußern kann was sie hier tut, dies nicht für nötig hält oder sich nicht erklären möchte – eventuell möchte sie Ayse auch nicht zustimmen und belässt es daher bei dieser Umpositionierung, die im Prinzip Zustimmung zu Ayses Hinweis aus Äußerung 15 signalisiert. In der weiteren Sequenz könnten Ayse und Jana weiter versuchen, Bau I an Bau 2 anzupassen oder eventuell auch die aktuell als Spiegelung umgesetzte Seitenfläche A im Vergleich zu Seitenfläche C an Bau I thematisieren. Es wäre möglich, dass diesbezüglich B eine Rückfrage an die Schülerinnen stellt.

Äußerung 17:

Diese Äußerung wird von Ayse hervorgebracht. Zeitgleich findet mindestens eine Folgeäußerung statt. Das Ablegen Ayses rechter Hand verweist erneut auf eine gewisse Körperlichkeit, die Ayse in der Interaktion mit Jana auszeichnet. Die Berührung könnte für eine Bestätigung von Jana, eine Beruhigung, ein gezieltes Eingreifen oder ein erneutes Wegnehmen Janas Hand aus dem Arbeitsbereich stehen und zeigt im Prinzip ein fast schon gewohntes Agieren Ayses. Ayse möchte möglicherweise auch Jana noch einmal erläutern, was sie mit Ihrem Hinweis aus Äußerung 18 genau gemeint hat, insbesondere dann, wenn sie z. B. durch die gerade durchgeführte Umpositionierung des 8er Steines diesen Hinweis nicht als umgesetzt sieht. Die linke Hand führt Ayse über Bau 2. Möglich also, dass sie mit ihrer rechten Hand absichern möchte, dass Jana nicht weiter am Bau agiert und dafür selbst lieber etwas mit der linken Hand daran plant zu verändern. Damit deutet sie möglicherweise das oben genannte Abstützen als Zurückziehen von Bau 2 durch Jana und als Turnübergabe. Mit dem Berühren oder gar Festhalten von Janas Hand könnte Ayse kontrollieren wollen, was und wann Jana mit dieser Hand erneut an Bau 2 etwas tut. Auch das Ergreifen der Kante zwischen den Seitenflächen A und B unterstreicht, dass Ayse nun offensichtlich etwas an Bau 2 umsetzen möchte. Möglich, dass ihr die oben aufgeführte Seitenverkehrtheit bei der Anpassung von Seitenfläche A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau I aufgefallen ist, was sie nun verändern möchte. Das anschließende Streifen über Janas Hand könnte als Streicheln oder auch Wegwischen der Hand gesehen werden. Es könnte im Sinne einer Bestärkung von Janas Tun oder entschuldigend gedeutet werden. Zudem ist auch an die alternative Deutung zu denken, dass Jana ihre Hand in Ayses Augen eventuell wegnehmen soll, weil Ayse nun sich selbst am Zug sieht. Ayse umfasst mit der rechten Hand den 8er Stein, der von Jana in Äußerung 12 zwischen die Steine 3 und 4 an Bau 2 gesetzt wurde und macht sich damit an den Steinen des Baus zu schaffen, an denen Jana gearbeitet hat und die sie bereits als

„**richtig**“ in Äußerung 14 verteidigt hatte. Damit greift sie erneut in Janas Arbeitsbereich ein. Tatsächlich versetzt Ayse nun diesen 8er Stein so, dass er nach außen und innen mit je einer Reihe Verbindungsstellen übersteht. Möglicherweise interpretiert sie die Situation so, dass Jana Seitenfläche A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau 1 anpassen wollte, dazu aber den in Ayses Augen falschen 8er Stein in die von ihr angesprochene Mitte gesetzt hat und versetzt daher jetzt den anderen 8er Stein in eben genau diese Mitte. Nach dieser Aktion zieht Ayse ihre Hände zurück und wendet sich wieder Bau 1 zu. Die linke Hand wird an die Kante der Seitenflächen A und D an Bau 1 gebracht, die rechte Hand auf der Seitenfläche A von Bau 1 abgelegt. Vielleicht möchte Ayse jetzt überprüfen, wo sie weitere Angleichungen vornehmen kann, damit Bau 2 zu einem kongruenten Nachbau von Bau 1 wird. Dafür würden ihre Blicke zwischen Bau 1 und Bau 2 sprechen, die sie vermutlich vergleichende betrachtet. In der Lautsprache könnte man eine Erläuterung ihres Tuns erwarten, weil sie an Bau 2 eine Steinposition verändert hat, was Jana bereits an einer anderen Stelle vorher verhinderte.

Lautsprachlich äußert Ayse: „Des da hab is in der Mitte gemacht\ (unverständlich) (.) so\“. Mit Beachtung der Aktion, die sie an Bau 2 vornimmt, ist mit „des da“ bzw. „das da“ (mutmaßlich dialektaler Einschlag des Hessischen) der 8er Stein, den sie zeitgleich versetzt gemeint. Es wäre auch möglich, dass sie die Aktion, also das Versetzen an sich meint, das sie in einer Mitte gemacht hat. „Is in der Mitte gemacht\“ könnte sowohl als „ich in der Mitte gemacht\“ oder als „ist in der Mitte gemacht\“ verstanden werden. In der ersten Variante wäre die Zuschreibung und damit auch ein Stückweit die Verantwortung für diese Positionierung bei Ayse selbst. Die zweite Variante deutet auf einen Satzabbruch und einem Wechsel innerhalb der Äußerung zu einer unpersonalisierten Form hin etwa in folgender Weise: *Das da habe <<Abbruch/Wechsel>> [dieser Stein] ist in der Mitte gesetzt.* In der ersten Lesart würde Ayse möglicherweise hier stärkeres die Verantwortung bezüglich dessen, was sie gebaut hat, betonen. Möglicherweise ist dies auch mit der Vorstellung verbunden, dass das Originalgebäude grundsätzlich ohne Vorgaben gebaut werden konnte und damit in seiner Bauweise (außer wenn nicht alle Steine verbaut worden wären) eigentlich nicht in Frage gestellt werden kann als eigenes Werk von Ayse. In der zweiten Lesart könnte Ayse unterstellt werden, hier auf eine Bauweise hindeuten zu wollen, die am Originalgebäude so zu finden ist, ohne aber direkt darauf zu verweisen, dass sie diejenige war, die diesen Stein genau in dieser Weise in Bau 1 verbaut hat. Mit „Mitte“ könnte eine bestimmte, eventuell andere als die aktuelle Steinposition gemeint sein oder eher, wie zuvor Jana vermutlich bereits Äußerung 15 deutete, die Art und Weise, wie der 8er Stein gesetzt werden muss. Es könnte sein, dass Ayse hier darauf verweist, dass der Stein mittig mit vier Verbindungsstellen verbunden sein muss mit der Oberfläche von Seitenfläche A und nach innen und außen gleichmäßig eine Reihe an Verbindungsstellen überstehen sollte. Ayse kopiert hier gewissermaßen das, was Jana zuvor an dem anderen 8er Stein an Bau 2 vorgenommen hat. Entweder ist sie, wie oben vermutet, der Meinung, dass Jana den in ihren Augen falschen Stein in die Mitte versetzt hat oder Ayse geht davon aus, dass beide 8er

Steine mittig auf Bau 2 verbaut werden müssen. Es könnte auch sein, dass sie in der Folge den zuvor von Jana mittig platzierten 8er Stein wieder versetzt, und zwar so, dass nach außen zwei Reihen Verbindungsstellen überstehen. Dies könnte aus der ihr unterstellten Kongruenzabbildung von Bau I als Verschiebung herrühren. Mit dem langgezogen ausgesprochenen „so“ und der Stimmensenkung am Ende der Äußerung drückt Ayse mutmaßlich aus, dass sie sicher der Meinung ist, wie der Stein genau gehört. Würde sie dies mit „so“ zur Diskussion oder als Frage stellen, würde sie vermutlich eher ihre Stimme heben. Dass man diese Steine überhaupt mittig setzen kann, gibt auch ein Verständnis der Schülerinnen über den Aufbau und den Zusammenhang der angebotenen LEGO® DUPLO Steine preis: So lässt sich ein 8er Stein mittig auf einen 4er Stein setzen, was z. B. mit einem 6er Stein nicht möglich wäre. Dies erkennen die Schülerinnen hier vielleicht mehr intuitiv, was auch auf ihre anzunehmende Vorerfahrung mit LEGO® DUPLO Steinen beruhen könnte. Ayse bringt keinen Einwand gegen Janas offensichtliche Interpretation der Position „in der Mitte“ (Äußerung 15) ein, was darauf schließen lässt, dass darüber Einigung herrscht. Lautsprachlich wurde die Positionsbeschreibung „in der Mitte“ eingebracht (vgl. Äußerung 15), durch ihre Interaktionspartnerin in deren Interpretation umgesetzt und Ayse widerspricht dieser Interpretation nicht grundsätzlich, sondern nur bezogen auf den entsprechenden Stein. Damit kann dies konform zur genutzten Theorie „als gemeinsam geteilt geltende Deutung“ (Krummheuer, 1992, S. 18; vgl. Kap. 4.2) der Positionsbeschreibung „in der Mitte“ angenommen werden. In der Folge könnte dies als Arbeitskonsens zwischen den beiden Schülerinnen dienen, um weiter herauszuarbeiten, welcher der 8er Steine nun tatsächlich in diese Position versetzt werden muss.

Ayse könnte im weiteren Verlauf nun also an der Angleichung der beiden Bauten weiterarbeiten wollen. Ebenfalls ist es möglich, dass sie ihr Vorgehen (Versetzen des 8er Steins) noch einmal rechtfertigt und/oder diese Rechtfertigung und Erläuterung von Jana eingefordert wird. Es kann sein, dass Ayse oder Jana nun in der Folge auffällt, dass nun der andere 8er Stein verändert werden könnte, weil dieser ja offenbar nicht mittig platziert werden soll. Auch die begleitende Person könnte eingreifen und z. B. eine Rückfrage zur Positionierung der 8er Steine in Bau 2 stellen.

Äußerung 18:

In Äußerung 18 scheint Jana sich zunächst von Bau 2 zurückzuziehen. Rechts ist sie weiter aufgestützt, während sie die linke Hand über Bau 2 in Staffelhand hält. Diese Bewegung führt sie im Anschluss an das Auflegen und Wegwischen von Ayse auf ihrer Hand aus. Demnach scheint sie Ayses Handauflegen und Wischen zunächst so zu deuten, als solle sie ihre linke Hand von Bau 2 wegbewegen und dem fügt sich Jana hier auch offenbar. Allerdings deutet die Hand über Bau 2 in Staffelhandform auch darauf hin, dass sie jederzeit einsatzbereit nah an ihrem Bau 2 verbleibt und vielleicht Ayse nur vorübergehend das Feld überlassen möchte, vielleicht weil sie sehen möchte, was Ayse meint, in die Mitte gemacht zu haben. Diese Deutung des nur kurzzeitigen Überlassens des Arbeitsbereiches wird gestützt durch die

darauffolgende Gestenbewegung: Hier führt Jana nun beide Hände wieder an Bau 2, vermutlich weil sie nun etwas daran machen möchte. Es könnte sein, dass sie sich kurz angeschaut hat, was Ayse an Bau 2 zeigt und vielleicht mit dem Ausspruch „des da hab is in der Mitte gemacht“ (Äußerung 17) meint, um dann selbst wieder an Bau 2 zu arbeiten. Es ist anzunehmen, dass es erneut um die Steine 4, 2 und 3 geht und um die jeweiligen 8er Steine dazwischen, da dies schon geraume Zeit im Fokus der Aushandlungen der beiden Schülerinnen steht und Jana nun erneut ihre linke Hand auf Stein 4 mit den Fingerkuppen ablegt. Dies könnte diesen Stein besonders anzeigen oder nur als Halten gedacht sein. Jana zeigt mit der rechten Hand zunächst auf den Übergang zwischen Stein 2 und dem 8er Stein, der zwischen Stein 2 und 3 platziert ist. Möglich, dass ihr hier etwas aufgefallen ist oder, dass sie an den Übergang als wichtige Stelle betrachtet beim Überprüfen der bisherigen Steinpositionierungen der 8er Steine. Es kann auch sein, dass sie gegen Ayse argumentiert und begründet, warum in ihren Augen dieser 8er Stein in die Mitte gesetzt werden muss und nicht der andere. Im Folgenden löst sie den 8er Stein, der zwischen Stein 2 und 3 an Bau 2 platziert ist, und umgreift ihn mit der ganzen Hand, was auf entschlossenes Agieren hindeutet. Jana scheint sich ihrer Sache sicher. Möglich, dass sie für sich erkannt hat, dass dieser Stein einer Veränderung seiner Position bedarf. Sie hatte ihn vorher in die Mitte gesetzt, so dass nach außen und innen je eine Reihe Verbindungsstellen überstehen und ist möglicherweise nun, nach Ayses Äußerungen, der Meinung, dass dies nicht der Vorlage entspricht und der Stein versetzt werden muss. Es kann auch sein, dass sie den Stein noch einmal ganz woanders hinsetzen möchte. Vielleicht hat sie auch für sich festgestellt, dass einer der beiden 8er Steine in jedem Fall „in der Mitte“, der andere aber bündig zur Innenwand des Gebäudes gesetzt werden muss, so dass nach außen zwei Reihen Verbindungsstellen überstehen. Der anschließende Blick auf Bau 1 lässt vermuten, dass Jana nun mit der Vorlage abgleicht, was eine einheitliche Strategie der beiden Schülerinnen zu sein scheint. Jana setzt dann den 8er Stein wieder an die gleiche Stelle zwischen Stein 2 und 3 an Bau 2, diesmal aber so, dass er innen bündig mit der Seitenfläche A abschließt und nach außen mit zwei Reihen Verbindungsstellen übersteht. Dies bekräftigt die Vermutung, dass sie Ayses Hinweis nun aufgegriffen hat oder für sich selbst entschieden hat, dass einer der 8er Steine so und der andere „in der Mitte“ zu platzieren ist. Im Anschluss blickt sie erneut zu Bau 2, formt eine Flachhand und löst die rechte Hand in dieser Form vom gesetzten 8er Stein, so als wolle sie sicher gehen, dass er fest ist oder einen Abschluss der Positionierung signalisieren. Die linke Hand wird in Staffelhandform zu Seitenfläche B von Bau 2 geführt, dies könnte darauf hindeuten, dass nun, da Seitenfläche A angeglichen ist, Seitenfläche B an der Reihe ist und dort weitergearbeitet werden muss. Es könnte sich auch einfach um einen Ort am Bau 2 als Ablage der Hand handeln, von dem aus sie Seitenfläche A gut betrachten kann, um diese vielleicht abschließend zu überprüfen, ohne sich dabei von Bau 2 zurückzuziehen. Die rechte Hand formt eine Zeigehandform und tippt zweimal auf den eben versetzten 8er Stein, was seine abgeschlossene Positionierung unterstreichen könnte oder noch einmal seine besondere Stellung in der vorhergehenden Interaktion markiert und

unterstreicht. Vielleicht möchte Jana auch ausdrücken, dass dieser nun richtig sitzt oder ein wichtiger Stein war oder auch, dass sie diesen offenbar von Anfang an „**richtig**“ (Äußerung 14) gesetzt hatte, wie sie bereits in Äußerung 14 feststellte. Das Tippen erinnert an Ayses Tippen auf Stein 16 an Bau 1 in Äußerung 15 und könnte sich um eine Art Aufgreifen dieses Tippens handeln. Die Schülerinnen benutzten es im bisherigen Verlauf der Situation häufig mehrmals als Unterstreichen oder Markierung eines wichtigen Steines. Es erzeugt Aufmerksamkeit und betont den Stein und möglicherweise auch sein Pendant am anderen Gebäude. In der Folge werden beide Hände von Jana links und rechts an die Seitenflächen D und B von Bau 2 geführt. Dabei signalisiert die Handhaltung kein Rückzug, sondern eher eine Rahmung des bisher Geschaffenen, stets mit der Option zum weiteren Arbeiten an Bau 2. Vielleicht soll nach Janas Vorstellung auch in der weiteren Sequenz an diesen beiden Seitenflächen gearbeitet werden. Die Position der Hände ermöglicht es, Bau 2 nun wieder im Gesamten zu betrachten und nicht nur auf einzelne Steine fokussiert zu sein.

Lautsprachlich äußert Jana: „Nein aba des- (.) des war (doch) in der Mitte!“. Diese Äußerung beginnt mit einer relativ deutlichen und starken Verneinung, worauf dann zusätzlich *aber* folgt. Möglich, dass sie *nein* zu Ayses Äußerung 17 sagt und betonen möchte, dass Ayses Einwand, dass sie einen Stein in die Mitte gemacht habe (vgl. Äußerung 17), keine geeignete Ansicht widerspiegelt. Es könnte auch sein, dass für Jana irrelevant erscheint, welcher der 8er Steine in der Mitte platziert ist, weil sie einen kongruenten, aber durchaus auch orientierungsverändernden Nachbau von Bau 1 erstellen möchte. Möglicherweise kann sie deshalb Ayse Einwand nicht verstehen, weil doch einer der 8er Steine bereits in der Mitte war. Es ist auch möglich, dass sie ihr Vorgehen dadurch verteidigen und in ein besseres Licht rücken möchte und eigentlich Ayse Recht gibt. Ihr Handeln des Versetzens des Steins und ihre gleichzeitige Lautsprache erscheinen etwas widersprüchlich, denn sie scheint anderer Meinung als Ayse zu sein, aber dennoch deren Hinweis umzusetzen. Es wäre möglich, dass Jana sich hier Ayses Deutung, wie die Gebäude zueinander kongruent sind, anpasst, jedoch nicht ohne die Richtigkeit ihrer Deutung klarzustellen.

Nach dem langgezogen ausgesprochenen „des“, was wahrscheinlich *das* heißt und vermutlich einen Stein bezeichnet, bleibt Janas Stimme in der Schwebe und eine kurze Pause folgt, was auf Unsicherheit deuten könnte oder darauf, dass sie sicher gehen möchte, dass Ayse diesen Hinweis auch wahrnimmt. Dafür spricht auch die Wiederholung von *des* zu Beginn des weiteren Ausspruchs: „des war (doch) in der Mitte!“. Mit dieser Äußerung könnte Jana darauf hinweisen wollen, dass der von ihr angezeigte Stein bereits die von Ayse mehr oder weniger als fehlend angemerkte Bedingung erfüllte. Eventuell geht Jana auch davon aus, dass Ayse dies nicht wahrgenommen hat und möchte es ihr daher hier durch die langgezogene Aussprache in Verbindung mit der Zeigegeste noch einmal sehr deutlich zeigen. Es scheint sich zu bestätigen, dass es für Jana unerheblich ist, ob Bau 2 als Nachbau von Bau 1 eine orientierungstreue kongruente Abbildung darstellt oder die Orientierung ändert und damit eine seitenverkehrte Spiegelung an einer imaginierten Achse darstellt. Für

Jana scheint einleuchtend zu sein, dass ein Stein in die Mitte gesetzt werden muss, welcher der beiden 8er Steine ist für sie aber offensichtlich nicht entscheidend. Möglich wäre auch, dass Jana gar nicht erkennt, dass in ihrer Version des Nachbaus eine Spiegelung vorliegen würde. Es scheint so, als würde sich Jana hier eher um des lieben Friedens willen Ayses Deutung anschließen, auch wenn sie der Meinung ist, dass schon vorher alles bedingungsgemäß erfüllt war, was die Positionen der 8er Steine angeht.

In der weiteren Sequenz könnten Jana und Ayse ihre Aushandlung darüber, wie die 8er Steine an Bau 2 gesetzt werden müssen, abschließen und sich z. B. einer weiteren Seitenfläche an Bau 2 zuwenden. Es wäre auch möglich, dass die beiden klären, wie der Nachbau erzeugt werden muss: als Achsenspiegelung oder als Verschiebung. Die begleitende Person könnte sich einschalten und z. B. nachfragen, wie der Nachbau nach der Meinung der Schülerinnen werden muss.

Äußerung 19:

Hier äußert sich Ayse und ergreift mit beiden Händen Bau 1. Die Beschreibung der Handhaltung am Bau 1 weist auf eine gewisse Wertschätzung und Vorsicht beim Anheben des Baus hin. Auf diese Weise ist es unwahrscheinlicher, dass Bau 1 beim Anheben Schaden nimmt, z. B., wenn sich ein Stein löst. Es ist außerdem auf diese Weise möglich, Bau 1 während des Anhebens weitgehend ohne, dass eine Hand Steine verdeckt, zu betrachten. Das Umfassen gilt offenbar auch dem gesamten Gebäude und eher nicht speziell den Stellen, an denen sie Bau 1 anhebt. Das Anheben erscheint zwar vom Grundsatz her vergleichbar mit Ayses Äußerung 1, allerdings dreht sie diesmal den Bau nicht und nutzt auch beide Hände, um den Bau anzuheben. Es könnte sein, dass Ayse beabsichtigt, eine neue Erkenntnis an Bau 1 zu gewinnen, so wie vielleicht am Anfang, und daher Bau 1 erneut anhebt. Dies könnte auch unterstreichen, dass nun die Arbeit an Seitenfläche A von Bau 2 im Vergleich zu Seitenfläche C von Bau 1 abgeschlossen ist. Es könnte sein, dass Ayse nun eine neue Vorgehensweise versuchen möchte. Sie bewegt Bau 1 in Richtung Bau 2, möglicherweise um die Distanz zu verringern und die beiden Gebäude besser vergleichen zu können. Möglich ist auch, dass sie Bau 1 präsentieren möchte, so wie es Jana schon in Äußerung 5a mit ihrem Gebäude getan hat. Die Hände an der Kante zwischen der Seitenfläche C und D und an der Seitenfläche A ermöglichen ein möglichst gerades Anheben und diese Haltung fixiert auch in gewisser Weise die Ausrichtung des Gebäudes im Raum während des Anhebens. Ayse führt Bau 1 auf Bau 2 und stellt ihn dort ab. Nun befindet sich Seitenfläche C von Bau 1 genau über Seitenfläche A von Bau 2 und Seitenfläche B von Bau 1 über Seitenfläche D von Bau 2. Offenbar bahnt Ayse also einen direkten Vergleich der beiden Bauten an und überprüft deren Deckungsgleichheit durch das Aufeinanderstellen. In dieser Position könnte sie Stein für Stein direkt vergleichen durch eine Eins-zu-Eins-Zuordnung. Möglich ist auch, dass Ayse Bau 2 mit ihrem Bau 1 verdecken möchte, um Bau 1 als zentral herauszustellen. Es könnte auch sein, dass sie beide Bauten aufeinander bauen möchte, weil sie z. B. die Angleichung von Bau 2 an Bau 1 als zu komplex empfindet und daher eine neue Form sucht,

sich mit diesen Bauten zu beschäftigen. Sie neigt ihren Oberkörper Richtung Jana und blickt auf die Seitenfläche C von Bau 2 bzw. Seitenfläche A von Bau 1, was als Betrachten oder als Kontrolle, ob die Bauten genau aufeinander stehen, gedeutet werden kann.

Lautsprachlich äußert sie „so/“, was als Zensur für einen neuen Strategiebeginn gedeutet werden könnte, auch gerade min Verbindung mit der Stimmhebung. Es ist auch möglich, dass sie nun Jana etwas zeigen möchte und ihr Ausspruch eher so zu deuten ist, als leite sie eine nun folgende neue Erklärung ein. Ayse geht mutmaßlich davon aus, dass die Gebäude genau „so/“ übereinander gehören und man jetzt die einzelnen Seitenflächen gut miteinander vergleichen kann. Jana könnte hier nun einsteigen und den Kongruenzabgleich als sinnvoll deuten oder protestieren, weil ihr Bau verdeckt wird und z. B. Bau 1 wegschieben. Es könnte auch sein, dass Jana oder Ayse sich nun dem Grundriss der Gebäude zuwenden möchten, weshalb ein Übereinanderstellen sinnvoll erscheint. Es ist auffällig, dass hier nun offenbar über die Gesamtheit und eher mit Blick auf das ganze Gebäude ein Vergleich angestrebt wird, während bislang stärker detailliert und auf einzelne Steine bezogen der Abgleich vorgenommen wurde.

In der weiteren Sequenz könnte Jana in den so angestrebten Abgleich der Gebäude einsteigen oder Ayse könnte erklären, was sie eigentlich mit dem Übereinanderstellen erreichen möchte. Es wäre auch möglich, dass B diesbezüglich eine Rückfrage stellt.

Äußerung 20:

Jana stimmt in dieser Äußerung offenbar zunächst dem Vorgehen von Ayse zu, denn sie schiebt etwa Bau 1 nicht weg oder schirmt ihren Bau 2 vor dem Abstellen durch Ayse ab. Sie nimmt die rechte Hand nach oben, vielleicht weil sie Platz machen möchte für Bau 1 und Ayse beim Abstellen unterstützt. Die linke Hand wird an die Kante zwischen den Seitenflächen B und C von Bau 2 geführt. Es ist möglich, dass ihr hier etwas aufgefallen ist, in Bezug auf den Vergleich beider Bauten, eventuell bezüglich Stein 1 an Bau 1. Jana könnte zudem mit diesem Fassen an die Kante zwischen Seitenfläche B und C von Bau 2 die Gebäude ausrichten, damit sie genau übereinanderstehen, um sie eventuell besser und detailliert vergleichen zu können. Die anschließende Rückführung als Endpunkt der Geste an die Seitenflächen signalisiert weitere Bereitschaft, etwas zu tun, rahmt in gewisser Weise das nun gestapelte Gesamt-Bauwerk aus Bau 1 und Bau 2 und verbindet dabei auch beide Bauten. In der Folge könnten so auch beide Gebäude als ein gemeinsames Gebäude betrachtet werden. Mit den Handflächen an den Seitenflächen links und rechts könnte Jana auch einen Abgleich der räumlichen Ausmaße der Gebäude vornehmen. Ihr Anlegen des linken Zeigefingers an Stein 14 von Bau 1 und das Berühren von Stein 1 an Bau 2 mit Zeige- und Mittelfinger könnte sich zufällig aus dem Halten links und rechts beider Gebäude ergeben. Es wäre auch möglich, dass sie hier etwas anzeigen möchte, z. B. eine Ungleichheit der Gebäude, die ihr aufgefallen ist.

Lautsprachlich äußert Jana „und jetzt fehlt aber **hier** noch-“. Die Stimme bleibt in der Schwebe, was auf einen Abbruch der Äußerung deutet, vielleicht weil sie in diesem Moment etwas gesehen hat oder nur intuitiv von etwas Fehlendem, z. B. einem Stein ausgeht, dies aber nicht näher benennen kann. Es wäre auch möglich, dass sie zunächst den Eindruck hat, es würde etwas fehlen, bei genauerer Betrachtung oder nochmaligem Nachdenken sie diese Meinung aber relativiert und daher hier nicht weiterspricht. Die stimmliche Betonung auf dem Deiktika „**hier**“ und die zeitgleiche Gestenbewegung an die Kante der Seitenflächen B und C von Bau 2 unterstreicht die Vermutung, dass sie an dieser Kante etwas anzeigt, was ihrer Meinung nach offensichtlich noch fehlt. Dabei könnte sie sich auf Stein I an Bau I bzw. das dazu fehlende Pendant an Bau 2 beziehen. Jana geht offenbar auf Ayses Strategie des Übereinanderstellens der Gebäude ein, ohne diese zu hinterfragen oder zu kritisieren. Es scheint ganz in Janas Sinne und sie kann sich offenbar problemlos auf den Vergleich der Bauten auf diese Weise einlassen, ohne dass er auch von Ayse je angesprochen oder als Vorschlag zunächst in die Situation eingebracht worden wäre. Das „und“ in Janas Äußerung verbindet das aktuelle Agieren mit dem vorherigen Geschehen und knüpft hieran an. Es scheint offenbar für beide Schülerinnen klar, dass nun Seitenfläche C von Bau 2 der Seitenfläche A an Bau I entspricht und nun kann sich der nächsten Anpassung gewidmet werden, ohne dass dies auch nur annähernd explizit ausgesprochen wird zwischen den beiden Schülerinnen. Dies verweist mutmaßlich auf eine hohe Kooperationsfähigkeit beider in der Beschäftigung mit einem mathematischen Problem, auf das beide zugunsten einer effektiven Lösungsentwicklung fokussiert zu sein scheinen. Offen bleibt, was Janas Meinung nach noch fehlt, oder ob sie ihre Meinung tatsächlich relativiert im Verlauf ihrer lautsprachlichen Äußerung. In der weiteren Sequenz könnte Jana darauf fokussiert sein, zu ergänzen, was sie als fehlend an Bau 2 identifiziert hat. Ayse könnte nachfragen, was Janas Meinung nach fehlt oder ihr widersprechen. Gleichzeitig könnte Ayse für sich verstehen, was Jana meint und einfach die ihrer Meinung nach gemeinte Ergänzung an Bau 2 vornehmen. Beide Schülerinnen könnten die Strategie des Kongruenzabgleichs nutzen, um weitere Abweichungen der Gebäude voneinander festzustellen oder zu entscheiden, dass sonst alles bereit übereinstimmt.

Äußerung 21:

Die begleitende Person B bringt sich hier zeitgleich zu Janas Äußerung 20 in die Situation ein. Sie neigt ihren Kopf zuerst nach links, dann nach rechts, was darauf hindeutet, dass auch sie die beiden Gebäude miteinander abgleicht, die gerade aufeinander stehen. Vielleicht hat sie auch Bedenken gegenüber dem Vorgehen der Schülerinnen und möchte Kontrolle oder Interesse signalisieren, indem sie auffällig nach den Bauten schaut. Möglich ist, dass sie die Taktik des genauen Hinschauens, die mehrfach von den Schülerinnen vorher angesprochen wurde, hier aufgreift und überdeutlich auch zeigen möchte, wie man dies konkret an den Bauten umsetzen kann. Man kann davon ausgehen, dass B die Ungleichheit der Gebäude bereits ohne das übereinander Stapeln aufgrund ihrer Versiertheit in Bezug auf das gegebene

Problem registriert hat und den Abgleich über das Stapeln nicht benötigt. Dennoch könnte sie mit dem auffälligen Schauen versuchen, die Perspektive der Schülerinnen einzunehmen und überprüfen, ob und wie man mögliche Abweichungen zwischen den beiden Bauten erkennen kann. Lautsprachlich äußert sich B nicht, was auf Zurückhaltung verweist und darauf, dass sie den Schülerinnen offenbar hier zutraut, selbst weiterzukommen. In der weiteren Sequenz könnten die Schülerinnen B fragen, was sie durch das Neigen ihres Kopfes bezwecken wollte oder sehen konnte. Ebenso könnte B eine solche Frage an Ayse und Jana stellen oder einen Impuls zum Vergleich einbringen. Es ist aber auch möglich, dass beide Schülerinnen nicht weiter auf Bs Beitrag eingehen und ihr jeweiliges oder gemeinsames Vorhaben weiterverfolgen.

Äußerung 22:

Ayse hebt in dieser Äußerung Bau 1 von Bau 2 ab und stellt ihn zwischen die Arbeitsbereiche. Hier wird deutlich, dass die Schülerinnen zumindest aktuell nicht beabsichtigen, beide Bauten zu einem Gebäude zusammenzufügen. Möglicherweise ist dies nur ein vorübergehendes Abnehmen des Baus 1 von Bau 2, weil Ayse eventuell, das, was Jana als fehlend angesprochen hat, ergänzen möchte. Es kann auch sein, dass sie noch etwas entdeckt hat, an Bau 2 oder Bau 1, oder dass sie Bau 1 nun nicht mehr für den Vergleich auf Bau 2 benötigt, weil sie alle Stellen oder zunächst einige Stellen erkannt hat, wie Bau 2 nun verändert werden muss und dies zunächst umsetzen möchte. Das Abstellen zwischen den beiden Arbeitsbereichen deutet auf das eher vorübergehende oder auch nebensächliche Abstellen von Bau 1 hin, bis z. B. Bau 2 eine Angleichung erfahren hat oder weil sie Bau 2 nun als zentraler erachtet und hieran etwas verändern/ergänzen möchte. Bau 1 ist immer noch in der Nähe von Bau 2 und könnte jederzeit für einen weiteren Vergleich herangezogen werden. Das Wegführen der linken Hand von Bau 1 scheint zu bestätigen, dass sie nun etwas an Bau 2 verändern oder ergänzen möchte, was ihr möglicherweise aufgefallen ist oder was Jana zuvor angesprochen hat. Sie umfasst die Seitenfläche C von Bau 2, eventuell um diese festzuhalten oder als wichtig zu markieren. Vielleicht ist ihr aufgefallen, dass hier etwas noch nicht stimmt. Die rechte Hand wird an Stein 7 von Bau 2 geführt und löst diesen ab. Es kann sein, dass sie davon ausgeht, dass dieser Stein anders gesetzt werden muss oder woanders hingehört. Vielleicht möchte sie auch Bau 2 nun komplett auseinandernehmen und noch einmal mit dem Aufbau neu beginnen, weil sie für sich erkannt hat, dass dies der einzige Weg ist, die beiden Bauten anzugleichen. Es wäre zudem möglich, dass sie Janas Äußerung 20 kurz zuvor so interpretiert, dass an Stein 7 bei Bau 2 eine Veränderung stattfinden muss. Stein 7 flippt Ayse wahrscheinlich versehentlich aus der Hand und fällt auf den Boden. Die Flachhand, die Ayse vor Janas Oberkörper auf dem Tisch ausführt könnte als Versuch gedeutet werden, den fallenden Stein noch aufzufangen. Es wäre möglich, dass Ayse den Stein extra aus ihrer Hand flippen lässt, z. B. aus einem Spieltrieb heraus, weil sie eventuell bei dem mathematischen Problem gerade nicht weiterkommt. Vermutlich führt das Fallen des Steins auf den Boden in der Folge zunächst zu

einer Unterbrechung der Beschäftigung mit Bau 2 und dem Aufheben des Steines, bevor Ayse erläutern oder zeigen kann, was damit geschehen soll, sollte der Stein aus Versehen auf den Boden gefallen sein.

Lautsprachlich stimmt sie offenbar Janas Hinweis auf das Fehlen von etwas zu mit einem schnellen „ja“, in der Folge führt sie dazu aber nichts weiter aus, möglicherweise weil der Stein fällt und das ihre ganze Aufmerksamkeit erfordert. Während des Flippens und Fallens des Steins macht Ayse ein betontes Geräusch, mutmaßlich der Überraschung: „**ppff**“. Gleichzeitig kann dies als leicht ironisches oder verlegenes Äußern gedeutet werden in Verbindung mit der Grimasse. Sie könnte damit auch Ärger über das Fallen des Steines ausdrücken. In der weiteren Sequenz wird sie, Jana oder auch B vermutlich zunächst einmal Stein 7 aufheben, bevor weitergearbeitet wird. Eventuell kommentieren Jana oder B das Fallen des Steins oder Ayse gibt dazu preis, ob es versehentlich oder absichtlich zum Herunterfallen des Steins gekommen ist.

Äußerung 23:

B schaltet sich in das Geschehen ein und zeigt sich offenbar interessiert daran, wohin der Stein gefallen ist. Das Pressen der Lippen aufeinander könnte ein Ausdruck von Nicht-Gefallen sein, weil sie vielleicht befürchtet, durch das Herunterfallen des Steines könnte Konzentration auf das gegebene mathematische Problem oder auch Motivation verloren gehen. Möglicherweise möchte B also durch ihre Körperbewegung und Blickführung überprüfen, wo der Stein hingefallen ist. Die Hände signalisieren aufgrund ihres ineinander Liegens keinen Aktionswunsch, werden aber in Richtung Bauten ausgestreckt. B möchte damit möglicherweise ihre Distanz zum aktuellen Arbeitsbereich vor Jana verringern und ihre Teilhabe signalisieren, an dem, was geschieht. Das wiederholte Ineinanderlegen der Hände könnte darauf hindeuten, dass B nun eine gedankliche Sammlung für zentral hält nach der Unterbrechung durch das Herunterfallen des Steines oder sie möchte dadurch andeuten, dass so etwas eben passieren kann.

Lautsprachlich äußert B nichts, was unterstreicht, dass sie den Schülerinnen selbst den Arbeitsbereich und das Agieren überlassen möchte. Eventuell möchte sie auch dem Herunterfallen des Steines nicht unnötig viel Aufmerksamkeit zu Teil werden lassen, um die Schülerinnen nicht vom Geschehen um den Vergleich der beiden Bauten abzubringen.

In der weiteren Interaktion könnten Ayse oder Jana Stein 7 aufheben und neu oder auch auf der alten Position platzieren. Es wäre auch möglich, dass sie den Stein zunächst liegen lassen und weiter den Vergleich der beiden Bauten anstreben, auch ohne diesen Stein 7 an Bau 2.

Äußerung 24:

Jana bewegt hier in einer symmetrischen Geste beide Hände von den Seitenflächen links und rechts an Bau 2 in einem Bogen jeweils nach links und rechts außen an die Tischkante. Dass beide Hände rechts und links hörbar auf der Tischplatte abgelegt werden, könnte mehrere Ursachen haben und wirkt als energische Bewegung: Jana könnte etwas für sie ganz wichtiges Neues entdeckt haben und nimmt daher die Hände vom Bau 2 in einer energischen Bewegung weg, um besser sehen zu können, einen Neuanfang zu markieren und/oder ihre Überraschung über die mögliche Erkenntnis auszudrücken. Jana sieht möglicherweise keine Aussicht auf Erfolg, Bau 2 zu einem Nachbau von Bau 1 zu verändern und möchte aufhören. Es ist auch möglich, dass Jana sich über etwas, z. B. das Fallen des Steines, ärgert und deshalb eine so energische Bewegung macht. Sie nimmt eventuell auch ihre Hände weg von Bau 2, weil sie davon ausgeht, dass Ayse nur das macht, was sie für richtig hält und auf Janas Ideen keine Rücksicht genommen wird. Es könnte auch sein, dass Jana durch die bogenförmige Bewegung und das hörbare Ablegen der Hände Ayse zeigen möchte, in welchem Bereich sie sich beim Arbeiten bewegen soll und wo am besten die Steine verbleiben sollten. Dies könnte ebenfalls von dem Fallen des Steins 7 auf den Boden herrühren. Der Blick zu Bau 1 könnte unterstreichen, dass sie abbrechen möchte, weil sie es vielleicht über den Blick zu Bau 1 als viel Arbeit einschätzt, Bau 2 noch weiter anzupassen. Der Blick zu Bau 1 würde aber auch zu der oben vermuteten neuen Idee Janas bezüglich der Anpassung von Bau 2 passen.

In der Folge führt Jana beide Hände erneut an Bau 2. Vielleicht hat sie nun genug gesehen, ihre mögliche neue Idee gefasst und ist bereit zur Umsetzung, hat sich genug geärgert oder sie markiert mit dem Zurückführen an Bau 2 insgesamt einen Neuanfang des Nachbauens. Das Umfassen von Stein 1 an Bau 2 könnte zeigen, dass Jana hier eventuell etwas tun möchte. Vielleicht setzt dort ihre neue Idee an. Die anschließende Berührung von Stein 16 könnte ebenso als Markierung dienen und unterstreicht eventuell, dass offenbar nun Seitenfläche D von Bau 2 für Jana interessant zu sein scheint. Damit wendet sie sich offenbar auch der Stelle ab, an der Ayse zuvor Stein 7 entfernte, der anschließend auf den Boden fiel. Eventuell zeigt Jana Ayse also gerade bildlich gesprochen die kalte Schulter und beschäftigt sich möglicherweise absichtlich mit einer anderen Stelle an Bau 2, weil sie sich über Ayses Unachtsamkeit bezüglich des Steins 7 geärgert hat. In jedem Fall steht offenbar eine Aktion an Bau 2, genauer hier an Seitenfläche D an. Im Folgenden löst Jana nun zunächst Stein 1, setzt ihn wieder an der gleichen Stelle ab, so als wolle sie sich möglicherweise seine Position einprägen und bringt ihn dann an die Stelle, an der Stein 5 ursprünglich platziert war, nämlich auf den Übergang zwischen Stein 12 und Stein 15. Dort drückt sie Stein 1 fest. Es könnte sein, dass Jana davon ausgeht, dass Stein 1 an seiner ursprünglichen Position fehlbesetzt war. Rückblickend lässt sich nun die bei Äußerung 20 aufgestellte Deutung, Jana könnte eventuell auch Stein 14 an Bau 1 markieren, ausgeschlossen werden. Mutmaßlich hatte sie bereits in Äußerung 20 das Fehlen eines Pendants von Stein 1 an Bau 1 an ihrem Bau 2 erkannt,

gestisch durch Fassen an die Kante zwischen der Seitenfläche B und C markiert und lautsprachlich mit „und jetzt fehlt **hier** noch-“ (Äußerung 20) beschrieben. Stein I und Stein 5 haben die gleiche Form, beides sind 4er Steine. Ayse hatte Stein 5 von seiner Position in Äußerung 9 gelöst und nun platziert Jana dort genau den gleichen Stein erneut genau auf die gleiche Stelle wie der 4er Stein, der zuvor dort verbaut war. Vielleicht hat Jana vergessen, dass Ayse den Stein dort offenbar als falsch platziert angesehen und daher gelöst hat oder sie ist überzeugt, dass dort doch ein 4er Stein hingehört. Eventuell möchte Jana auch nun Ayses bisherige Aktionen rückgängig machen und damit möglichst den Ausgangszustand herstellen, weil sie aufgrund des Fallens von Steins 7 zuvor in Sorge ist, Ayse könnte nicht gewissenhaft an Bau 2 gearbeitet haben. Es kann auch sein, dass Jana Ayse damit zeigen möchte, dass sie sich über Ayses Aktionen hinwegsetzt und eine eigene Vorstellung davon hat, wie an Bau 2 gearbeitet werden soll. Jana könnte auch konsistent aufgrund des bisherigen Anpassens von Seitenfläche A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau I davon ausgehen, dass Seitenfläche D von Bau 2 nun angepasst werden muss an Seitenfläche B von Bau I. Dafür erscheint es nachvollziehbar, warum sie nun Stein I von Seitenfläche D löst, wenn sie bspw. davon ausgehen könnte, dass hier ein 8er Stein platziert werden muss, um Seitenfläche B von Bau I kongruent abzubilden.

Der Blick zu Bau I verweist mutmaßlich darauf, dass Jana sich vergewissern möchte, ob sie noch im Rahmen der Vorgabe durch Bau I an Bau 2 arbeitet. Ayse scheint mittlerweile aufgestanden zu sein, denn Jana legt ihre rechte Hand auf deren linken Unterarm ab. Ayse scheint also nun rechts von Jana zu stehen, möglicherweise nach dem Aufheben von Stein 7 oder weil sie sich in eine andere Position zu Bau 2 bringen wollte, von der aus sie eventuell eine bessere Sicht auf das Geschehen hat. Das Ablegen von Janas Hand auf Ayses Arm zeigt gewissermaßen Kontrolle, und möglicherweise auch eine Imitation des Verhaltens von Ayse bisher, die auch schon öfter auf Janas Arm oder ihrer Hand die eigene Hand ablegte. Es könnte auch eine Bitte um Zurückhaltung bedeuten, damit Ayse eventuell nicht den gerade gesetzten 4er Stein wieder löst oder sich insgesamt eher von Bau 2 fernhält. Der aufgestützte linke Arm ermöglicht Jana ein erneutes Eingreifen an Bau 2, wirkt aber hier zunächst als Ruheposition, möglicherweise um das weitere Vorgehen zu planen. Dabei verbleibt sie im Aktionsradius und jederzeit handlungsbereit an Bau 2.

Lautsprachlich äußert Jana, offenbar recht energisch durch die starken Betonungen in ihrer Äußerung: „Du machst **alles** was **falsches** ab\ (leise) **das** muss“. Es scheint sich zu bestätigen, dass Jana sich über Ayses mögliche oder beabsichtigte Ungeschicklichkeit aufregt oder grundsätzlich verärgert erscheint, weil Stein 7 überhaupt von Bau 2 durch Ayse gelöst wurde. Janas lautsprachliche Äußerung passt zu ihrem Platzieren von Stein I an die ursprüngliche Position von Stein 5, denn wenn Ayse in ihren Augen ständig etwas *Falsches* „ab macht“, dann sorgt Jana hier dafür, dass in ihrer Deutung der *richtige* Zustand wieder hergestellt wird. Zudem lässt sich mit Blick auf die Lautsprache die oben angesprochene Deutung der Gestik zumindest in Teilen bestätigen: Jana beurteilt hier lautsprachlich offenbar

eher das gesamte bisherige Verhalten und Arbeiten von Ayse an Bau 2 und bewertet es als *falsch* bzw. als Abmachen von den *falschen* Steinen. Daher könnte tatsächlich Jana beabsichtigen, mit dem Setzen von Stein 1 auf die Position von Stein 5, Ayses bisherige Aktionen rückgängig zu machen, um vielleicht möglichst den Ausgangszustand von Bau 2 zu erreichen und die Anpassungen des Nachbaus noch einmal völlig neu zu starten. Möglicherweise hat der gefallene Stein 7 das Fass zum Überlaufen gebracht und es platzt aus Jana heraus, denn die Äußerung ist durch die Betonungen in Verbindung mit dem hörbaren auf den Tisch Fallenlassen der Hände und der energischen Bewegung nach links und rechts außen als deutliche Zurechtweisung Ayses zu sehen. Jana wechselt hier zu einer direkten Ansprache Ayses („du“), was etwa im Vergleich zu Äußerung 14 oder 18, in denen sie eher beschrieben hatte, was sie oder was bereits an Bau 2 umgesetzt ist, sehr bestimmt, kritisch und fast schon wie eine pauschale Schuldzuweisung klingt. Die Äußerung 24 liest sich wie ein Vorwurf, der Ausschließlichkeit beinhaltet („**alles**“) und insgesamt durch die Du-Botschaft und „**falsches**“ eine starke und direkte Formulierung aufweist. In den Äußerungen 14 und 18 widersprach Jana Ayses Vorgehen zwar auch, bewertete es aber nicht in irgendeiner Form, sondern verwies eher darauf, wie sie einzelne Aspekte bereits, auch alternativ zu Ayses Vorschlägen, gelöst hatte. Vermutlich bezieht Jana sich auf das gesamte bisherige Vorgehen von Ayse und ihr wiederholtes Entfernen von Steinen, die Jana offenbar selbst als ursprünglich bereits richtig positioniert einordnet. Auffällig ist, dass hier „falsch“ als Bewertung genutzt wird. Diese Einschätzung zeigt, ebenso wie die Bezeichnung als *richtig* in den Äußerungen 14 und 15, möglicherweise eine auf unterrichtliche Erfahrungen basierende Rahmung der Schülerinnen, dass es bei der Beschäftigung mit mathematischen Fragen eventuell grundsätzlich um *falsche* bzw. *richtige* Vorgehensweisen oder Lösungen gehen muss. Bezogen auf das konkrete Problem zeigte sich in der bisherigen Situation, dass offenbar Ayse und Jana die Frage, was ein *richtiger* kongruenter Nachbau von Bau 1 ist, mutmaßlich verschieden deuten bezogen auf die Orientierungstreue, und zwar eher als Spiegelung (Jana) oder als Verschiebung (Ayse).

Die nachfolgende lautsprachliche leise Äußerung „**das** muss“ verweist möglicherweise auf einen genauen Plan, was nun getan werden muss und es scheint aufgrund der leisen Aussprache so, als würde Jana diesen jetzt eher für sich selbst im Selbstgespräch umsetzen wollen. „**Das** muss“ könnte sich auf Stein 1 beziehen, den sie gerade auf die Position von Stein 5 platziert.

Ayse könnte sich in der Folge über Janas rechts harsche Kritik an ihrem Vorgehen beschweren, eventuell auch bei B. Es wäre auch möglich, dass Ayse ungeachtet dessen den möglicherweise von ihr aufgehobenen Stein 7 in Bau 2 nach ihrer Vorstellung platziert oder diesbezüglich – eventuell als Folge aus Janas Zurechtweisung – eine explizite Abstimmung mit Jana vornimmt. Ebenso könnte B eingreifen und auf die Zusammenarbeit der Schülerinnen verweisen. Jana könnte sich weiter Bau 2 widmen und versuchen, alleine die in ihren Augen nötigen Anpassungen vorzunehmen, um einen Nachbau von Bau 1 zu erzeugen.

Äußerung 25:

Hier bestätigt sich offenbar das, was bei der Deutung von Äußerung 24 bereits vermutet wurde: Ayse hat gleichzeitig zu Janas energischer Beschwerde Stein 7 aufgehoben und stellt sich nun rechts von Jana an die kurze Tischseite direkt neben Bau 2. Sie möchte nun eventuell Stein 7 platzieren und bewegt beide Hände mit Stein 7 in Richtung Bau 2. Es erscheint nicht so, als würde sie gegen Janas Setzen des Steines 1 protestieren wollen, eventuell weil gerade Stein 7 ihre ganze Aufmerksamkeit benötigt. Vielmehr positioniert sie Stein 7 um eine Reihe Verbindungsstellen versetzt in Richtung Stein 8 im Vergleich zu seiner vorherigen Position an Bau 2. Dies erscheint konsequent, denn vor dem Herunterfallen dieses Steins hat sie ihn von seiner Position gelöst, so als wolle sie ihn an eine andere Stelle oder zumindest anders positioniert setzen. Vielleicht hat Ayse festgestellt, dass auch an Bau 1 an Seitenfläche A die drei 4er Steine, welche die Schülerinnen mutmaßlich gerade an Seitenfläche C von Bau 2 abbilden möchten, mittig platziert sind bezogen auf die Reihen der Verbindungsstellen, die sich aus dem ersten Stockwerk von Bau 1 ergeben. Ayse scheint ungeachtet Janas Kritik ihr Vorgehen des Veränderns der Position von Stein 7 umsetzen zu wollen. Dass sie ihn nicht gleich auf der Position, auf der sie ihn abstellt, andrückt, könnte auf Unsicherheit hindeuten. Eventuell möchte sie sich noch einmal rückversichern, dass er nun auch an der in ihren Augen angemessenen Position sitzt. Es könnte auch sein, dass sie sich Janas Kritik insoweit zu Herzen nimmt, dass sie hier auf Unterstützung Janas hofft bei der Wahl der Position oder sich extra Zeit lässt, falls Jana einen Einwand dazu vorbringen möchte. Es ist denkbar, dass sie auf Janas energische Feststellung hin, sie würde „falsch“ vorgehen aus Äußerung 27, nun sich nicht mehr traut, ihre Idee umzusetzen und lieber den Stein an seiner zgedachten Position noch nicht andrückt. Das nochmalige Anheben und Drehen des Steines um 360° und das weitere nicht Festdrücken unterstützen die Deutung der Unsicherheit. Das Drehen des Steins 7 in der Luft hat insofern keine Auswirkung, als dass es sich um einen 4er Stein handelt mit quadratischer Grundfläche. Ayse möchte vielleicht aber auch gegenüber Jana signalisieren, dass sie ihr Vorgehen sehr gut überlegt, bevor sie etwas tut, um deren Kritik aus Äußerung 24 keine Berechtigung zu geben. Sie wendet offenbar im Umgang mit dem Stein eine vergleichbare Strategie wie bereits vorher an, als sie unter einen Stein an Bau 1 schaute und diesen dann wieder andrückte (vgl. Äußerung 11). Ayse scheint diesmal aber noch vorsichtiger zu sein. Sie schaut auch jetzt noch einmal unter Stein 7, bevor sie ihn an die gleiche Stelle setzt, aber noch nicht andrückt. Vielleicht tut sie dies auch, weil es sich nicht um ihren Bau 1 als eher unveränderbares Original handelt, sondern Bau 2 entsprechend verändert werden muss und soll, so dass er einem kongruenten Nachbau entspricht. Vielleicht sieht Ayse sich auch nun eher in der Rolle der Handlangerin für Jana und möchte keine Verantwortung übernehmen für das tatsächliche feste Platzieren von Steinen an Bau 2, deshalb überlässt sie es hier eventuell lieber Jana, Stein 7 festzudrücken. Ayse scheint sich über den gesamten Verlauf der Sequenz immer wieder auch an dem unteren Stockwerk der Bauten zu orientieren, um Steinpositionen auszuloten, was Jana zumindest explizit nicht zu tun scheint. Vielleicht sieht Ayse auch in

diesem Fall von Stein 7 nach, ob unter dem Stein ein Übergang ist oder wie der Stein auf diesem Übergang platziert werden muss.

Lautsprachlich äußert Ayse beim Positionieren von Stein 7 „**ne-**“, betont dieses Wort und die Stimme bleibt in der Schwebe, als wolle sie weiterreden, aber käme doch ins Stocken. Dies unterstreicht die Vermutung der Unsicherheit Ayses, die sich jetzt möglicherweise in ihrem Vorgehen nach Janas Kritik stärker selbst hinterfragt und daher das betonte „**ne-**“ auch zu sich selbst sagen könnte. Damit könnte sie ausdrücken wollen, dass sie selbst nicht weiß, wie es überhaupt zum Herunterfallen von Stein 7 kommen konnte oder wie Stein 7 nun wieder platziert werden muss. Eventuell ist ihr beim Positionieren des Steines an Bau 2 nun auch etwas aufgefallen, was sie so in der Lautsprache stocken lässt. Möglicherweise ist es aber auch eine Antwort auf Janas Einwand und Ayse möchte damit deutlich machen, dass sie Jana nicht zustimmt und nicht „**alles was falsches** ab“ (Äußerung 24) macht. Eine weitere Deutung könnte sein, dass es eine Reaktion auf Janas leisen Hinweis „**das muss**“ (Äußerung 24) ist. In diesem Fall würde Ayse vermuten, von was Jana dabei ausgeht und dies verneinen.

In der Folge könnte Jana bei Ayse nachfragen, wie sie insbesondere die lautsprachliche Äußerung meint. Es wäre auch möglich, dass Jana nicht weiter darauf eingeht und sich weiteren Anpassungen an Bau 2 oder explizit auch Stein 7 widmet. Ebenso könnte es sein, dass Ayse sich versucht mit Jana bezüglich des Positionierens von Stein 7 abzustimmen und diesen anschließend umpositioniert oder selbst an der ihm bereits zugedachten Stelle festdrückt. Es könnte auch sein, dass B eine Rückfrage bezüglich des noch nicht festgedrückten Steins 7 stellt.

Äußerung 26:

B scheint sich hier nur lautsprachlich einzubringen, denn sie zeigt keine Veränderung ihrer Körperposition, was auf Zurückhaltung in Bezug auf ein mögliches Agieren an Bau 2 z. B. verweist.

Lautsprachlich äußert sie „wo stimmts jetzt noch nich/“ und scheint damit eher eine Äußerung bezogen auf das gegebene Problem hervorzubringen und weniger auf die Stimmung zwischen den Schülerinnen einzugehen. Die Stimmhebung am Ende und das Fragewort „wo“ am Anfang zeichnen die Äußerung als Frage aus. Mit dem unpersönlichen „es“, das verkürzt das Verb „stimmts“ angehängt wird, ist vermutlich das Gebäude Bau 2 oder das Nachbauen insgesamt gemeint. Auch die begleitende Person scheint offensichtlich überzeugt davon, dass etwas noch nicht stimmt, mutmaßlich im Sinne eines noch nicht kongruenten Nachbaus von Bau I. Dies könnte man als Frage nach dem *Übereinstimmen* bzw. *nicht Übereinstimmen* der beiden Bauten deuten. Die Frage von B könnte auch eine didaktische Strategie sein, um die Schülerinnen zu einer weiteren inhaltlichen Auseinandersetzung mit dem gegebenen Problem zu motivieren und weniger ihre zwischenmenschlichen Auseinandersetzungen zu thematisieren. Offenbar kann man in Bs

Augen das, was noch nicht stimmig ist, genau an den Gebäuden lokalisieren, weil sie mit dem Fragewort „wo“ beginnt. Mit „noch“ gibt sie in gewisser Weise beiden Schülerinnen Recht und könnte damit ausdrücken wollen, dass es offenbar vorher schon etwas gab, was nicht stimmte und jetzt stimmt „noch“ zusätzlich etwas nicht. Das „noch“ verweist außerdem darauf, dass es nur noch einigen Veränderungen bedarf, bis es stimmt, bzw. bis Bau 2 mit Bau 1 übereinstimmt, was als positiver Ausblick seitens der Schülerinnen gewertet werden könnte. In der Frage von B lässt sich gewissermaßen die Erwartung verbinden, dass die beiden Schülerinnen mindestens benennen sollen, wo es noch nicht stimmt oder argumentieren, warum sie der Meinung sind, dass nun der Nachbau mit Bau 1 übereinstimmt.

In der weiteren Sequenz könnten die Schülerinnen die Erwartung Bs erfüllen und die Frage beantworten. Beide könnten dabei mit Blick auf die ihnen unterstellte verschiedene Deutung des Nachbaus als Spiegelung oder als Verschiebung von Bau 1 verschiedene Antworten geben. Dabei ist es zudem möglich, dass sie Stellen an den Gebäuden benennen oder auch aufgrund der Frage erst erkennen, die nicht übereinstimmen oder dass sie Argumente vorbringen, warum Bau 2 bereits jetzt ein kongruenter Nachbau von Bau 1 darstellt. Es könnte auch sein, dass die Schülerinnen die Frage ignorieren und ungeachtet dessen ihre jeweiligen Vorhaben weiter an Bau 2 umsetzen.

Äußerung 27:

Ayse bringt offenbar in dieser Äußerung ihre aktuelle Aktion an Stein 7 nicht zu Ende, etwa durch Andrücken, belässt aber vorerst die linke Hand auf diesem Stein. Dies wirkt so, als wolle sie ihn für sich reservieren. Mit der rechten Hand greift Ayse zu Bau 1 an Seitenfläche A und hebt diesen über Bau 2 geführt zu sich auf Augenhöhe. Möglicherweise ist das eine neue oder eingeschobene Aktion, um zu sehen, wo Stein 7 platziert werden muss. Ayse hat schon öfter Bau 1 angehoben, um hieran etwas nachzuschauen. Es dürfte sich daher um eine für sie vertraute Art handeln, mit Bau 1 umzugehen. Vielleicht möchte sie an Bau 1 auch Bs Frage aus Äußerung 26 beantworten. Es wäre auch unabhängig von Bs Frage möglich, dass ihr etwas aufgefallen ist und sie möchte dies an Bau 1 überprüfen. Eventuell möchte Ayse vor dem Andrücken von Stein 7 sicher gehen, dass sie entsprechend der Vorlage Bau 1 an Bau 2 agiert, um damit auch Janas Kritik aus Äußerung 24 zu begegnen. Durch das Heranholen von Bau 1, kann Ayse zunächst auf dessen Unterseite schauen, was ihre bereits gewohnte Orientierung an dem ersten Stockwerk zeigen könnte (vgl. Äußerung 1). Die rechte Hand von oben umgreift Seitenfläche A, während die linke Hand flach unter die Seitenfläche A geführt wird. Damit lässt sie nun offenbar auch von Stein 7 ab, überlässt ihn möglicherweise Jana oder möchte in der Folge daran weiterarbeiten. Die damit im Prinzip eingerahmte Seitenfläche A von Bau 1 könnte für Ayses potentiell folgende Antwort auf Bs Frage oder davon auch unabhängige Überprüfung oder Erklärung zentral sein.

Es ist aufgrund des vorherigen Interaktionsverlaufes wahrscheinlich, dass diese Seitenfläche A von Bau I in der Deutung der Schülerinnen Vorlage für Seitenfläche C von Bau 2 sein soll, an der Ayse ja zuvor Stein 7 löste und nun wieder positionierte, bevor sie Bau I anhob. Es wäre also möglich, dass Ayse nun vorhat, Seitenfläche C von Bau 2 an Seitenfläche A von Bau I anzupassen und sich daher dieser genau widmet, um zu sehen, wie sie Steine dort verbaut sind. Ayse dreht nun Bau I so zu Kamera I, dass die Seitenfläche A zu dieser weist. Immer noch rahmen die Hände diese Seitenfläche: Bau I stellt sie mit dieser Seitenfläche A auf der linken flachen Hand ab, mit der rechten Hand formt sie eine G-Form und richtet den Zeigefinger auf Stein 2 an Bau I. Sie fährt anschließend mit dem rechten Zeigefinger und einer jeweils kurzen Fixierung über die Steine 2, 3 und 4 von Bau I. Diese Bewegung endet mit einer Fixierung auf Stein 4, dem Setzen des Mittelfingers auf Stein 3 und dem Platzieren des Ringfingers auf Stein 2. Diese drei Steine scheinen also zentral zu sein für das, was sie möglicherweise gleichzeitig lautsprachlich erläutert und es erweist sich konsistent zu der oben aufgestellten Deutung, dass Ayse sich mit den drei 4er Steinen an Seitenfläche A an Bau I in der Abbildung Bau 2 zu beschäftigen scheint. Die Steine werden im Prinzip doppelt markiert: zunächst durch eine Zeigebewegung mit kurzen Stopps auf den Steinen, dann mit drei Fingern und der Fixierung in dieser Position, so als wolle Ayse die Markierung länger aufrechterhalten, möglicherweise auch besonders für B als Antwort auf deren Frage aus Äußerung 26, und die Steine dadurch auch gedanklich besonders festhalten.

Im Fall von Stein 7 an Bau 2 waren in seiner Ursprungsposition an Bau 2 zur Kante zwischen den Seitenflächen C und D noch 5 Reihen an Verbindungsstellen bis zum äußeren Rand an Seitenfläche D zählbar. An der vergleichbaren Stelle von Bau I sind am mutmaßlich von Ayse im Vergleich betrachteten Stein 4 nur noch 3 Reihen Verbindungsstellen zu sehen bis zur Kante zwischen Seitenfläche A und B. Dies könnte Ayse erkannt haben und thematisieren, auch als Rechtfertigung ihrer vorherigen neuen Positionierung von Stein 7 an Bau 2 (vgl. Äußerung 25).

Nach dem Tippen auf die Steine und der Fixierung durch Zeige-, Mittel- und Ringfinger stellt Ayse Bau I vor sich ab, so als habe sie die Betrachtung abgeschlossen. Die Hände verbleiben aber noch an Bau I, vielleicht um weitere Überprüfungen daran vorzunehmen oder auch um Jana beim Agieren an Bau 2 nicht zu stören. Da diese Äußerung gleichzeitig mit der nächsten Äußerung von Jana stattfindet, könnte es nämlich sehr gut sein, dass Jana gerade an Bau 2 hantiert.

Betrachtet man die gleichzeitige lautsprachliche Äußerung Ayses könnte man sie durchaus als Antwort auf die Frage von B deuten. Damit könnte auch ihre Gestenbewegung möglicherweise an B adressiert gemeint sein. Vielleicht lässt sich auch so die auffällige Drehung und das Abstellen von Bau I auf der linken Hand erklären, um B sozusagen den bestmöglichen Blick auf Seitenfläche A von Bau I zu gewährleisten, bei gleichzeitig bestmöglichem Zugang Ayses zu dieser Seitenfläche an Bau I. Zunächst beginnt Ayses lautsprachliche Äußerung mit einem hörbaren Einatmen. Dies könnte als besondere

Anstrengung gedeutet werden, im Angleichungsprozess von Bau 2 an Bau 1 jetzt auch noch Fragen von B beantworten zu müssen. Einatmen kann aber auch als Durchatmen, als Zensur für einen neuen Gedankengang oder als Markierung der folgenden Erläuterung als Einschub gedeutet werden, bevor Ayse dann wieder an dem weiterarbeitet, an dem sie vor der Frage zu Gange war. „Wegen hier hab ich doch **d r e i**“ äußert Ayse während des Zeigens und Tippens an Seitenfläche A. Es ist also offenbar als Begründung durch das einleitende „Wegen“ am Äußerungsanfang markiert. Eventuell hat Ayse die Frage von B so verstanden, dass B nach dem Warum für das noch fehlende Übereinstimmen der Gebäude fragt. Gleichzeitig ist Ayses gestische und lautsprachliche Äußerung auch eine Begründung für ihr aktuelles Vorgehen mit Stein 7 an Bau 2: Sie entfernte diesen ja zunächst, dann fiel er herunter und dann setzte sie ihn, ohne ihn letztendlich festzudrücken und möglicherweise mit einigen Unsicherheiten verbunden, an eine leicht versetzte Position im Vergleich zu seiner Ursprungspositionierung (vgl. Äußerung 25). In dieser Deutung könnte sich dann ihre jetzige Äußerung auf Janas Hinweis, sie würde „**alles** was **falsches** ab“ (Äußerung 24) machen beziehen und sie argumentiert, warum sie eben nicht nur falsche Dinge ab, sondern auch richtige Dinge wieder *dran* macht: An Bau 1 sind an der entsprechenden Stelle drei 4er Steine gesetzt, daher muss auch Stein 7 auf eine vergleichbare Position an Bau 2 gesetzt werden. Die Betonung der Anzahl 3, was ja mit der Anzahl der Steine und Ayses Zeigen und Tippen übereinstimmt, könnte auch darauf verweisen, dass Ayse durch die besondere Rhythmik, die sich aus der Gestik in Verbindung mit dem langgezogen und betont ausgesprochenen Zahlwort „**drei**!“ ergibt, einerseits zunächst durch die Tippbewegung die Aneinanderreihung der drei 4er Steine betonen möchte und dann durch das gleichzeitige Zeigen auf alle drei Steine mit einer fixierten 3-Finger-Geste, deren Kompaktheit sie als 3er Block betonen möchte.

Bau 1 wird in der Lautsprache als Ayses Bau durch die Ich-Form markiert oder sie möchte die Aussage eher als allgemeine Vorgehensweise in Ich-Form beschreiben, etwa so, wie wenn man eine wenn/dann-Kausalität begründen würde: *Wenn ich hier drei 4er Steine in dieser speziellen Anordnung habe, dann brauche ich auch an Bau 2 drei 4er Steine in einer dementsprechenden Anordnung. Mit „drei!“ sind also mutmaßlich die 4er Steine an Bau 1 gemeint, was sich insbesondere aus ihrer zeitgleichen Gestik schließen lässt. Die Stimmhebung am Ende unterstreicht, dass Ayse damit noch nicht am Ende der Anpassung von Bau 2 oder ihrer Erklärung ist. Vielleicht ergänzt Ayse hier nur deshalb ihre Äußerung nicht weiter, weil Jana eventuell gerade an Bau 2 etwas umsetzt und sie Jana dabei nicht stören möchte.*

In der weiteren Sequenz könnte B eine weitere Nachfrage stellen, z. B. bezüglich dessen, wie Bau 1 und Bau 2 von Ayse oder von beiden Schülerinnen überhaupt in Relation gesetzt werden, also welche Seitenflächen sich entsprechen sollen in der Deutung der Schülerinnen. Ebenso könnte sich Jana äußern und z. B. Verständnis oder Unverständnis äußern über Ayses Aussage oder eine ganz andere Anmerkung unabhängig von Ayse machen. Es könnte auch

sein, dass Ayse oder Jana im Folgenden durch den Hinweis, dass an diese Seite drei Steine gehören würden, Stein 7 festdrücken und nach weiteren Anpassungen suchen.

Äußerung 28:

Diese Äußerung von Jana überschneidet sich zumindest teilweise mit Äußerung 27 von Ayse. Es scheint so, als würde sie Ayses Agieren an Stein 7 übernehmen, denn sie übernimmt ihn mehr oder weniger direkt aus Ayses Hand und scheinbar zumindest ohne körperlichen Widerstand dieser, der sich z. B. hätte durch ein Festhalten des Steines äußern können. Dazu nutzt Jana beide Hände: Die linke Hand, um sich offenbar abzustützen auf den Steinen 5 und 6 und die rechte Hand, um Stein 7 zu nehmen und offenbar im Sinne ihrer Deutung anzudrücken. Sie versetzt ihn wieder an seine ursprüngliche Position lückenlos an Stein 6 und verändert damit die von Ayse offenbar zumindest für Stein 7 vorgeschlagene Position. Jana drückt den Stein an dieser Stelle fest. Es könnte sein, dass Jana davon ausgeht, dass die ursprüngliche Position von Stein 7 bereits einer kongruenten Abbildung von Bau I an dieser Stelle entsprach. Zudem handelt sie ihr konsistent zu ihrer Einschätzung von Ayses Agieren aus Äußerung 24, in der sie kritisierte, dass Ayse „**alles was falsches** ab\“ (Äußerung 24) machte. Sie berührt dabei ausschließlich 4er Steine, was möglicherweise als konsistent zum aktuellen Thematisieren dieser auch von Ayse in Äußerung 27 einzuschätzen ist. Während vorher die 8er Steine zwischen 4er Steinen von den Schülerinnen an den Seitenflächen A von Bau 2 bzw. C von Bau I thematisiert wurden, stehen jetzt also die 4er Steine an der jeweils gegenüberliegenden Seitenfläche an den beiden Bauten im besonderen Fokus. Möglicherweise übernimmt Jana hier aus Ayses Hand den Stein 7, weil Ayse gerade eine Antwort auf die Frage von B zu geben scheint und Jana in dieser Zeit weiterarbeiten möchte. Jana ist sich offenbar sehr sicher, dass Stein 7 an seine ursprüngliche Stelle gehört und drückt ihn fest. Dies würde gleichzeitig den Ursprungszustand an dieser Stelle von Bau 2 wiederherstellen und Ayses Agieren des Ablösens und Neupositionieren des Steines im Prinzip rückgängig machen. Es kann daher auch sein, dass sie nicht das Agieren von Ayse übernimmt im Sinne eines Fortführens, sondern es ihr eher abnimmt, weil sie ihr konform zu ihrem vorherigen Vorwurf aus Äußerung 24 nicht zutraut, dass Ayse nun *richtig* weitermachen kann. Das anschließende Führen der rechten Hand zur Kante zwischen den Seitenflächen C und D scheint ein Abschließen der Aktion zu markieren. Die linke Hand wird in Form einer Flachhandgeste auf den 4er Steinen 5, 6 und 7 von Bau 2 abgelegt, so als müssten sie geschützt – vielleicht vor weiteren Manipulationen Ayses – oder noch einmal festgedrückt werden. Das Ablegen auf den Steinen in dieser Form könnte auch bedeuten, dass Jana ihre Sicherheit bezüglich der Platzierung der Steine ausdrücken möchte und damit noch einmal abschließend berührt, was bereits entsprechend des Problems der Erstellung eines Nachbaus von Bau I sicher so bleiben kann. Anschließend scheint sie sich nun Ayse oder Bau I in deren Händen mit ihrem Blick zuzuwenden.

Das erneute Ansetzen (Äußerung 28a.10ff) und das Drehen des linken Handgelenks, so dass der Handrücken zur Kamera weist, könnte als Abschluss oder nochmaliges Überprüfen der

Positionen der 4er Steine dienen. Das anschließende Ablegen der Hände rechts und links an den Kanten des Gebäudes ist eine Art Abschluss des Agierens an Bau 2 und rahmt diesen ein, ohne sich jedoch ganz aus dem Arbeitsbereich zurückzuziehen. Das Anheben der rechten Hand wirkt wie eine Art Bestätigung des Endes ihres Agierens und möglicherweise auch eine Turnübergabe, so als wolle sie damit ausdrücken, dass sie nun fertig ist und auch nichts mehr weiter plant zu tun. In Anbetracht dessen, dass Jana vorher das eigentliche Agieren von Ayse weitergeführt oder für sie übernommen hat, könnte es auch eine entschuldigende Geste dafür sein, dass sie Ayse quasi aus der Hand genommen hat, Stein 7 an Bau 2 zu positionieren. Dass Jana die Hand hörbar ausgerechnet auf Stein 7 fallen lässt, könnte auch für eine Verärgerung sprechen, weil Ayse möglicherweise in Janas Augen nicht angemessen agiert. Vielleicht haut Jana hier sprichwörtlich auf den Tisch und drückt damit aus, dass Ayse erneut etwas in ihren Augen *falsch* gemacht hat. Das Führen der rechten Hand nach rechts an die Kante zwischen Seitenfläche C und D und das Umschließen von Stein 8 an Bau 2 zeigt, dass Jana nun an dieser Seite etwas tun oder auf etwas hinweisen möchte. Vermutlich geht es ihr um die Lücke zwischen Stein 8 und 7 an Bau 2, in die sie den Zeige- und Mittelfinger der linken Hand ablegt. Es wäre möglich, dass Jana erkennt, dass hier eine Lücke ist, die sich in dieser Weise nicht oder anders an der vergleichbaren Stelle von Bau 1 zeigt. Zudem wäre denkbar, dass Jana den 8er Stein 14 unterhalb von Stein 8 und 7 mit ihrem Zeigen mit der linken Hand in diese Lücke meint. Dies erscheint aber weniger wahrscheinlich mit Blick auf ihr bisheriges ausschließliches Thematisieren des oberen Stockwerks von Bau 2.

In der Lautsprache äußert Jana bei der Weiterführung oder Ausführung der Platzierung von Stein 7, den sie aus Ayses Hand übernimmt, zunächst nichts. Vermutlich, weil hier auch Ayse gleichzeitig spricht und Jana möglicherweise die Zeit nutzen will, Stein 7 wieder an seine Ursprungsstelle zu platzieren, bevor Ayse hier weiter in ihren Augen *falsche* Dinge tun könnte. Eventuell möchte sie sich auch einer Diskussion um die Positionierung entziehen, weil sie Stein 7 an eine leicht versetzte Stelle setzt, als die, welche Ayse hier vermeintlich vorgesehen hatte. Anschließend und offenbar unmittelbar anschließend an Ayses Äußerung äußert Jana lautsprachlich: „**Ja**\ da warn doch drei\ dann hast du eins abgemacht\“. Die Betonung auf das „**Ja**“ am Anfang steht einerseits für Zustimmung, vermutlich zu Ayses vorheriger Erläuterung zu den drei 4er Steinen an Seitenfläche C von Bau 1, andererseits in Zusammenhang mit „da warn doch drei\“ könnte dies auch erneut eine Gegenrede zu Ayse darstellen. Das unmittelbare lautsprachliche Ansetzen Janas nach Ayses Äußerung 27 erklärt möglicherweise auch, warum Ayse nach der Stimmhebung „**drei**“ (Äußerung 27) nicht weitergesprochen hat. Die unmittelbare Anknüpfung an Ayses Lautsprache und die Betonung am Anfang spricht zudem für Impulsivität in Janas Äußerung, so als wolle sie hier sehr deutlich machen, dass das, was Ayse gerade erläutert, längst an Bau 2 erfüllt war. Jana scheint die Erläuterung Ayses aus Äußerung 27 offensichtlich unhinterfragt auf Seitenfläche A von Bau 2 zu beziehen und die hier befindlichen 4er Steine. Damit stimmen die Schülerinnen in dieser Deutung der Relation von Bau 1 und Bau 2 offenbar trotz einer nicht expliziten etwa

lautsprachlichen Absprache diesbezüglich überein. Die Äußerung Janas drückt ein gewisses Unverständnis aus, mutmaßlich bezogen auf Ayses Agieren an Bau 2 und deren Erläuterung an Bau 1 in Äußerung 27: Ayse hatte Stein 7 von Seitenfläche C an Bau 2 zunächst abgelöst (vgl. Äußerung 6f), so dass hier nicht mehr drei, sondern nur noch zwei 4er Steine platziert waren, um gleich im Anschluss an Bau 1 zu erläutern, dass drei 4er Steine genau dort hingehören. Es wird an dieser Stelle deutlich, was sich schon vorher zeigte: Jana intendierte offenbar eine Angleichung von Seitenfläche A von Bau 2 an Seitenfläche C von Bau 1 und aktuell eine Angleichung von Seitenfläche C von Bau 2 an Seitenfläche A von Bau 1, die in ihren Augen bereits zumindest in Teilen gelungen war. Ihr anschließendes „dann hast du eins abgemacht“ klingt hier wie ein erneuter Vorwurf an Ayse, der sie mutmaßlich erneut als diejenige darstellen soll, die vermeintlich gegenläufig zu in Janas Augen bereits gelungenen Teilen des Nachbaus arbeitet.

In der weiteren Sequenz könnte sich B einschalten und Jana darauf hinweisen, dass die Schülerinnen zusammenarbeiten sollen und auch bereits eine geraume Zeit *gemeinsam* am Nachbau arbeiten, dieser also mehr an Gemeinschaftsprodukt in seiner jetzigen Gestalt zu sein vermag. Sie könnte Ayse auf diese Weise vor Janas fast schon als Schuldzuweisungen vorgebrachten Äußerungen auch in Schutz nehmen wollen. Ebenso könnte Ayse protestieren und Jana auffordern, die Zurechtweisungen zu unterlassen, weil sie eben in ihren Augen genau *richtig* an Bau 2 agiert. Es wäre auch möglich, dass Ayse sachlich, nämlich an Bau 2 im Vergleich zu Bau 1 argumentiert und ihr Vorgehen rechtfertigt. Beide Schülerinnen könnten auch ungeachtet ihrer erneut aufflammenden mutmaßlichen Unstimmigkeiten ihr jeweiliges Vorhaben weiterverfolgen, etwa ohne explizite Absprachen oder diesbezüglichen Erklärungen.

Äußerung 29:

Diese Äußerung von B überschneidet sich noch zeitweise mit der vorherigen Äußerung 28 von Jana. B neigt offenbar ihren Kopf und schaut unter den Tisch, was darauf hindeuten könnte, dass B vielleicht nicht gesehen hat, dass Stein 7 bereits aufgehoben wurde und daher hier schauen möchte, wo der Stein verblieben ist. Vielleicht möchte sie auch sichergehen, dass nicht noch ein weiterer Stein auf dem Boden liegt und deshalb eventuell Bau 2 nicht vollständig an Bau 1 angepasst werden könnte. Ihre anschließende Hand- und Armstellung auf dem Tisch signalisiert zwar Zugewandtheit zum Arbeitsbereich der Schülerinnen, aber mit ebenso betonter Zurückhaltung: Beide Hände werden übereinandergelegt, was mutmaßlich gegen ein unmittelbar bevorstehendes Eingreifen Bs in die Situation spricht. Diese übereinander Legen könnte möglicherweise hier auch darauf hinweisen sollen, dass ein übereinander Stellen der Bauten in der Weise, wie es gerade Bs Hände umsetzen, angebracht wäre, um vielleicht die Deutungsdifferenzen der beiden Schülerinnen anzugleichen.

In der Lautsprache äußert sich B nicht. Sie überlässt offenbar ausschließlich den Schülerinnen das Feld, zeigt sich aber durch ihre Körpersprache interessiert, wenn auch offenbar nicht verantwortlich, etwa für eine Schlichtung von gegenseitigen Zurechtweisungen oder dem Aufgreifen von Deutungsdifferenzen bezüglich der beiden Bauten.

Im weiteren Verlauf könnten Jana und Ayse auf Bs Schauen unter dem Tisch eingehen und erläutern, dass Stein 7 bereits aufgehoben ist. Sie könnten sich auch ungeachtet dessen ihrem jeweiligen Vorgehen zuwenden.

Äußerung 30:

Hier ergreift Ayse den Turn. Sie umfasst mit der rechten Hand Bau I an Seitenfläche C und führt ihn erneut über Bau 2. Ihr Anheben erfolgt damit über die Seitenfläche von Bau I, die zentral für die vorherigen Aushandlungen waren. Dies kann aber auch zufällig geschehen oder weil es sich um einer der am Gebäude befindlichen längeren Seite handelt und diese einfacher zu umgreifen sind. Zu bemerken ist, dass Bs vorheriges übereinander Legen der Hände in Äußerung 29 einerseits als Ausdruck von Zurückhaltung, andererseits aber auch als potentiellen Hinweis an die Schülerinnen gedeutet wurde, die beiden Bauten ähnlich wie Bs Hände nochmals übereinander zu stellen. Ayse legt nun auch Bau I erneut auf Bau 2 ab, vielleicht weil sie Bs Handhaltung dazu inspirierte, und zwar so, wie die Schülerinnen die beiden Bauten offenbar in Beziehung setzen: Seitenfläche C von Bau I steht auf Seitenfläche A von Bau 2, Seitenfläche A von Bau I steht auf Seitenfläche C von Bau 2, Seitenfläche B von Bau I steht auf Seitenfläche D von Bau 2, usw. Möglicherweise schätzt Ayse diese Strategie für das aktuelle Vorgehen als gewinnbringend ein, weil sie damit auch schon vorher erkennen konnte, was noch an Bau 2 verändert werden muss. Es handelt sich vermutlich um eine Strategie, die sich für Ayse als relativ effektiv im Verlauf der Interaktion herausgestellt hat. Es kann auch sein, dass Ayse auf diese Weise nun entweder bereits gesetzte Steine an Bau 2 nochmals überprüfen möchte, vielleicht auch als Rechtfertigung aufgrund der zuvor von Jana geäußerten Kritik. Möglicherweise möchte Ayse gezielt Seitenfläche A von Bau I mit Seitenfläche C von Bau 2 vergleichen, um zu sehen, wo oder wie genau die 4er Steine gesetzt werden müssen. Ayse belässt dabei die Hände an den Bauten. Es kann sein, dass sie Bau I nur festhält und besonders vorsichtig sein möchte, damit dieser nicht herunterfällt oder sie möchte Bau I nur kurzzeitig über Bau 2 halten zum Vergleich und dann wieder abnehmen bzw. im Arbeitsbereich abstellen. Eine alternative Deutung des Abstellens von Bau I auf Bau 2 war oben beim ersten übereinander Bringen der Bauten, dass Ayse beide Bauten zu einem größeren Gebäude verbinden möchte. Diese Deutung kann aber nun rückblickend eher ausgeschlossen werden und erscheint auch jetzt nicht sinnstiftend, denn die Interaktion bisher scheint sich ausschließlich um die Aushandlung von Angleichungen an Bau 2 in Abstimmung mit Bau I zu drehen, wobei ein gemeinsames großes Gebäude nie thematisiert wurde.

Lautsprachlich äußert Ayse „Warte- hier“. Erneut nutzt sie das Wort „warte“ mit in der Schwebe bleibender Stimme, so als müsse sie kurz überlegen oder auch, weil das Abstellen besonders vorsichtig und/oder genau erfolgen soll. Gleichzeitig fordert sie damit Jana offenbar dazu auf, kurz innezuhalten und nichts weiter an den Bauten zu verändern, möglicherweise bis Ayse das Vergleichen der beiden Bauten abgeschlossen oder sie genau aufeinander ausgerichtet und damit für den anstehenden Vergleich vorbereitet hat. Mit „hier“ könnte Ayse das Übereinanderstellen der beiden Bauten als eine Art Angebot zum Vergleichen Jana unterbreiten. „Hier“ könnte sich auch auf bestimmte Stellen an Bau 1 oder 2 beziehen. „Hier“ könnte schließlich auch bedeuten, dass sie sich, wie oben bereits vermutet, eher in der Rolle einer Handlangerin für Jana sieht und übergibt damit auch das Turnrecht und die Verantwortung für die Anpassung von Bau 2 an Jana weiter, während sie die Gebäude lediglich in einer für den Vergleich geeigneten Weise hält. Möglicherweise nimmt sich also Ayse zunächst einmal zurück, aufgrund der vorausgehenden Kritik von Jana.

In der weiteren Sequenz könnte Jana den Turn ergreifen und sich mit Bau 1 und/oder 2 beschäftigen in Bezug auf deren Vergleichbarkeit, bspw. eine Stelle ausmachen, an der die Bauten noch angeglichen werden müssen. B könnte sich ebenfalls einschalten und z. B. nachfragen, was die Schülerinnen nun vor haben, zu tun.

Äußerung 31:

B steht auf und verändert damit deutlich ihre Körperposition, macht sich bemerkbar und groß. Möglicherweise möchte sie sich nun einbringen und Gehör verschaffen. Es könnte auch sein, dass sie zur besseren Übersicht ihre Perspektive auf das Geschehen verändern möchte. Offenbar schaut sie sehr genau die übereinandergestellten Bauten an und zwar vor allem an den Seitenflächen, die vorher Thema der Diskussion der beiden Mädchen waren. Möglicherweise ist ihr daran etwas aufgefallen, das sie nun auch lautsprachlich äußern könnte oder sie überprüft für sich, ob die Seiten der Gebäude nun übereinstimmen. Vielleicht gibt sie einen Impuls, wie man die beiden Bauten nun geeignet vergleichen kann. Körpersprachlich zeigt sie ein sehr genaues Schauen, mutmaßlich auf Details der Gebäude. Vielleicht möchte sie auch nur für sich verstehen, wie die Schülerinnen die Gebäude in Beziehung setzen oder sie ist darauf bedacht, Interesse zu zeigen. Eventuell schätzt sie das übereinander Stapeln der Gebäude als effektive Vergleichsstrategie ein und möchte durch ihr Schauen diese als zentral und wichtig markieren.

In der Lautsprache erzeugt B keine Äußerung, was erneut die eher passive Haltung von B unterstreicht. Sie nutzt möglicherweise das Schauen mehr als Information für sich selbst, um einschätzen zu können, wie weit der Nachbau vorangekommen ist.

In der weiteren Sequenz könnten die Schülerinnen fragen, was B hier nachschaut. Es wäre auch möglich, dass sie darauf nicht weiter eingehen und unabhängig von B sich weiter mit dem Vergleich beschäftigen.

Äußerung 32:

Äußerung 32 findet teilweise gleichzeitig zu Äußerung 31 statt und wird von Jana erzeugt.

Zunächst werden offenbar ergänzend zu Ayses Händen an den Seitenflächen C und A an Bau 1 die Hände von Jana an die Seitenflächen B und D von Bau 2 geführt. Möglicherweise richtet Jana hier in Kooperation mit Ayse die Bauten aufeinander aus, um sie besser vergleichen zu können. Sie könnte damit auch signalisieren wollen, dass sie sich grundsätzlich dem Vergleich der beiden Bauten anschließt und damit Ayses diesbezügliches potentiell Angebot „hier“ (Äußerung 30) annimmt. Es wäre möglich, dass Jana nun an Stein 14 von Bau 1 etwas erkennt, z. B. eine neue Ungleichheit zwischen den beiden Gebäuden, denn sie hält diesen Stein mit der rechten Hand fest und zeigt anschließend mit dem rechten Zeigefinger auf die darunter liegende Stelle an Bau 2 (Übergang von Stein 16 und 9 an Bau 2). Darüber hinaus fixiert sie diese Position, was ihre Bedeutung zuweist und sie gewissermaßen für eine Betrachtung oder weitere Auseinandersetzung damit festhält. Dies würde erklären, warum Jana dann auch den Oberkörper nach rechts neigt und offenbar hier an dieser Stelle genauer nachzuschauen scheint: Sie verringert die Blickdistanz zur mit der gestisch markierten Stelle. Übergänge zwischen Steinen waren bislang eher Thema von Ayse, was hier eventuell von Jana aufgegriffen wird. Möglich ist, dass ihr hier auffällt, dass an der Stelle eines nach außen überstehenden 8er Steins in Bau 1 sich noch kein dementsprechender Stein an Bau 2 befindet. Jana hatte sich bereits vorher mit der Platzierung der noch nicht verbauten 8er Steine an Bau 2 beschäftigt (vgl. Äußerung 10, 12, 18). Zudem ist der nach außen überstehende 8er Stein eine relativ auffällige Stelle an Bau 1, insbesondere wenn er auf Bau 2 steht und dort kein solcher Stein zu finden ist. Möglicherweise ist Jana deshalb besonders aufmerksam für Ungleichheiten bezüglich der 8er Steine. Es handelt sich darüber hinaus um Seitenfläche D, die hier fokussiert wird und die vorher noch gar nicht thematisiert wurde. Eventuell ist nach Seitenfläche A von Bau 2 und C von Bau 2 nun Janas Intention, auch Seitenfläche D von Bau 2 an Bau 1 anzupassen.

Jana äußert zeitgleich lautsprachlich: „(unverständlich) iii- **hier** is noch so eins“. Vermutlich meint Jana, dass „**hier**“, also an Seitenfläche B von Bau 1, noch so „eins“, vielleicht gemeint als 8er Stein, ist und ein solcher 8er Stein dann auch an der vergleichbaren Stelle an Bau 2 gesetzt werden müsste. Die in Teilen unverständliche Äußerung könnte Janas Aufregung bezüglich dieser Entdeckung an Bau 1 sein. Erneut verweist Jana auf das Gebäude Bau 1 und setzt dies gestisch in Relation zu der in ihren Augen vergleichbaren Stelle an Bau 2, während sie lautsprachlich hier diesen Vergleich nicht explizit benennt, sondern mehr auf Gegebenheiten am Original verweist. Das „noch“ in der Äußerung könnte Janas jetzige lautsprachliche Äußerung mit dem verbinden, was vorher geschehen ist: Das Suchen nach Stellen an Bau 2, die zugunsten einer kongruenten Abbildung von Bau 1 angepasst werden müssen und möglicherweise auch das Platzieren von 8er Steinen nach der Vorlage von Bau 1, wie es offenbar in den Äußerungen 10 bis 18 bereits an Seitenfläche A von Bau 2 Thema der Aushandlungen der beiden Schülerinnen war. Konsistent zum bisherigen Vorgehen werden

also erneut einzelne Stellen an den Bauten betrachtet und Bau 2 dann bestmöglich an Bau 1 angepasst.

Es bleibt zu vermuten, dass die Schülerinnen in der weiteren Interaktion den 8er Stein an Seitenfläche D entsprechend ihrer Deutung der Gegebenheiten an Bau 1 positionieren könnten. Ebenso könnten ihnen weitere Ungleichheiten zwischen den beiden Bauten auffallen. Es wäre möglich, dass B eine allgemeine oder gezielte Rückfrage stellt, z. B. bezogen auf das, was Jana hier meinen könnte.

Äußerung 33:

B scheint sich in dieser Äußerung noch näher an die übereinanderstehenden Gebäude zu bewegen, indem sie sogar um den Tisch zu laufen scheint. Sie schaut offenbar von oben auf die Gebäude, möglicherweise um sich selbst klar darüber zu werden, wie sie aufeinander stehen oder was im Vergleich noch unterschiedlich gebaut ist. Möglich wäre auch, dass sie Janas Hinweis aus Äußerung 32 besser nachvollziehen möchte und daher versucht, vor allem deren Perspektive auf die Gebäude einzunehmen. Es könnte auch sein, dass sie demonstrieren möchte, wie man grundsätzlich einen Vergleich beim übereinander Stehen der Gebäude vornehmen könnte: Aus der Draufsicht ergibt sich möglicherweise eine besonders geeignete Perspektive, um Unstimmigkeiten wahrzunehmen. Es könnte sein, dass B besonders auf den verschiedenen Grundriss der Gebäude abheben möchte, wenn man ihr unterstellt, dass sie dies wahrgenommen hat. Das Aufrichten am Ende der Bewegung könnte dafür stehen, dass sie die Betrachtung abgeschlossen hat. Eventuell stellt sie eine Frage an Jana und Ayse und entfernt sich dazu aus der genauen Beobachtung der Gebäude, um beide Schülerinnen anzusprechen. Dass B stehen bleibt, zeigt ihre offenbar weiter bestehende Präsenz in der Situation. Eventuell möchte sie durch ihre offensichtliche Beobachtung der Situation und dem Zeigen von Präsenz die Motivation der Schülerinnen erhöhen. Es wäre auch möglich, dass sie nun eine Rückfrage aufgrund einer zuvor gemachten Beobachtung an die Schülerinnen stellen möchte und sich deshalb aufrichtet.

In der Lautsprache äußert B: „Was isn **anders** bei dem grünen Haus als bei dem blauen/“. Dies kann als nicht direkt adressierte, sondern mutmaßlich an beide Schülerinnen gerichtete Frage gedeutet werden: Sie beginnt mit einem Fragewort und endet mit einer Stimmhebung. Zudem fällt die Betonung auf dem Wort „**anders**“ auf. Diese Betonung könnte B hervorbringen, um Unterschiedlichkeiten der beiden Gebäude zu betonen. B geht hier offenbar implizit davon aus, dass diese noch vorhanden sind, hat vielleicht beim Beugen über die Gebäude solche Unstimmigkeiten registriert und fragt hier weniger gezielt, etwa bezogen auf Janas Äußerung 32 nach einzelnen Steinen, sondern offenbar eher allgemein bezogen auf die Gesamtheit der Gebäude. Sie fragt nicht danach, ob es noch Unterschiedlichkeiten zwischen den beiden Bauten in den Augen der Schülerinnen gibt, sondern unterstellt ihnen gewissermaßen ebenfalls wie sie davon auszugehen, dass es solche zu geben scheint. Es könnte sich mit dem eher allgemein formulierten, mutmaßlich didaktisch-methodisch

motivierten Impuls von B die Vermutung stützen lassen, dass B hier eher auf die grundsätzlich unterschiedlichen Grundrisse der Gebäude verweisen möchte. Man kann ihr unterstellen, dass sie in der Lage ist, die Unstimmigkeiten selbst zu erkennen und nicht aus Unwissen bei den Schülerinnen diese abfragt. Es könnte sein, dass B in den verschiedenen Grundrissen der Gebäude die Deutungsdifferenzen der Schülerinnen begründet sieht und hier eine Auseinandersetzung damit herbeiführen möchte. Mit der Formulierung „bei dem grünen Haus als bei dem blauen/“ zielt sie einerseits auf die offensichtliche Unterscheidbarkeit der beiden Bauten bezüglich der Farbwahl der Steine ab, andererseits benennt sie die Bauten als „Haus“, was sie mutmaßlich von den Schülerinnen, insbesondere von Jana aus Äußerung 5a übernommen haben könnte. Bei „blauen/“ ergänzt sie den Begriff „Haus“ nicht mehr, vielleicht weil sie den Schülerinnen unterstellt, diese Art der Abstraktion leisten zu können. Sie möchte mit ihrer Formulierung möglicherweise die Ausdrucksweise der Schülerinnen nutzen und an ihre alltagsweltlich geprägte Bezeichnung „Haus“ anknüpfen, um mutmaßlich einen eher auf die Gesamtheit der beiden Gebäude bezogenen Impuls zu formulieren.

Im weiteren Verlauf könnten Jana oder Ayse oder beide auf Bs Frage versuchen zu antworten, etwa indem sie unterschiedliche Stellen an Bau 1 und 2 finden und anzeigen. Es wäre auch möglich, dass sie durch Bs Formulierung „Haus“ erneut in eine eher spielerische Deutung der Situation wechseln und z. B. an Janas Vorschlag aus Äußerung 5b, eine Stadt zu erstellen, anknüpfen. Es wäre auch möglich, dass Jana und Ayse unbeeindruckt von Bs offensichtlicher Frage ihr jeweiliges Vorgehen weiterverfolgen und z. B. an Bau 2 an Seitenfläche D einen 8er Stein positionieren, wie es in Äußerung 32 von Jana bereits angeklungen ist.

Äußerung 34:

Diese Äußerung wird von Ayse mindestens zeitgleich mit Bs Äußerung 33 hervorgebracht. Sie stellt offenbar zunächst Bau 1 neben Bau 2 ab und zwar so, dass Seitenfläche A von Bau 1 direkt an Seitenfläche A von Bau 2 steht. Auf diese Weise könnte Ayse in der Folge einen weiteren Vergleich angehen wollen. Offensichtlich führt sie aber zunächst ihre Hände in eine Ruheposition vor sich auf der Tischplatte, was darauf verweisen könnte, dass sie noch nicht sicher ist, wie sie dies tun kann. Es wäre auch möglich, dass sie Bs Frage aus Äußerung 33 wahrgenommen hat und zunächst dafür nach einer Antwort sucht, die sie eventuell noch nicht geben kann.

Dafür würde auch ihre Lautsprache sprechen, in der sie nach ihrem Abstellprozess von Bau 1 neben Bau 2 lediglich „em-“ hervorbringt. Dies könnte ein Ausdruck von Turnübernahme, aber dennoch keiner konkreten Idee sein. Dafür spricht auch die Stimme, die in der Schwebelage bleibt. Es wäre auch möglich, dass Ayse nicht auf Bs Frage eingehen möchte und „em-“ hervorbringt, weil sie etwas zu Bau 1 unterschiedlich Gebautes an Bau 2

glaubt erkannt zu haben, dies aber noch nicht benennen kann. Dabei wäre diese Erkenntnis potentiell auch ohne Bs Frage bzw. unabhängig davon möglich.

Ayse könnte in der weiteren Sequenz eine potentielle Antwort auf Bs Frage geben oder eine mögliche Erkenntnis, die sie gewonnen hat, erläutern. Es wäre auch möglich, dass Jana etwas zur Situation beiträgt, z. B. eine Antwort auf Bs Frage hervorbringt oder eine eigene Idee oder Entdeckung darstellt, die sich auch noch auf ihre Äußerung 32 beziehen könnte, in der sie mutmaßlich das Fehlen des 8er Steines an Seitenfläche D von Bau 2 erkannte.

Äußerung 35:

Jana öffnet hier offenbar zunächst die linke Hand, die über Seitenfläche B von Bau 2 steht und spreizt die Finger ab. Dies könnte aus dem Abheben Ayses von Bau 1 herrühren, so dass Jana diesen gewissermaßen durch das Öffnen der Hand frei gibt. Es wäre aber auch möglich, dass Jana hierdurch Bau 2 oder besonders Seitenfläche B von Bau 2 schützen möchte und signalisiert, dass sie hier Ansprüche hegt, möglicherweise auch auf den Turn. In der weiteren Bewegung tippt Jana offenbar auf die Stelle an Bau 1, die sie zuvor mit Äußerung 32 meinen könnte: Sie markiert mit dem Zeigefinger den 8er Stein an Seitenfläche B von Bau 1, den sie in Äußerung 32 mit der Stelle des Übergangs von Stein 9 und 16 an Bau 2 gestisch in Relation setzte. Möglich, dass sie hieran anknüpft und noch einmal zeigt, welche Stelle sie an Bau 1 entsprechend meinte. Gleichzeitig könnte dieses Tippen auch eine Antwort auf Bs Frage aus Äußerung 33 darstellen, in der sie nach der Andersartigkeit zwischen dem grünen und dem blauen Gebäude fragte. Jana tippt offenbar weiter und markiert nun den Übergang von Stein 9 und 16 an Bau 2, was die oben aufgestellte Vermutung unterstreichen kann, dass Jana hier offenbar eine Unterschiedlichkeit wahrgenommen hat. Möglicherweise ist ihre Erkenntnis hier auch schon so konkret, dass sie den 8er Stein an Bau 1 als noch fehlend an der angezeigten Stelle an Bau 2 einschätzt. Im Fortgang der Tippbewegung könnte sie sich zunächst beim Tippen auf Stein 5 an Bau 1 gewissermaßen vertippen, weil sie unmittelbar anschließend noch auf Stein 14, also den bereits vorher markierten 8er Stein tippt. Es wäre aber auch vorstellbar, dass Jana, möglicherweise auch gleichzeitig zum fehlenden 8er Stein, eine Unterschiedlichkeit bezüglich Stein 5 an Bau 1 und seinem potentiellen Pendant Stein 8 an Bau 2 aufgefallen ist. Jana tippt weiter auf den Übergang von Stein 9 und 16 an Bau 2, was die Deutung eines Vertippens auf Stein 5 an Bau 1 unterstreichen könnte. Allerdings tippt sie dann erneut auf Stein 5 an Bau 1, was wiederum für eine Erkenntnis diesbezüglich sprechen würde, weil es eher unwahrscheinlich erscheint, dass sie sich zweimal hintereinander vertippt. Sie tippt nun wieder auf den Übergang von Stein 9 und 16 an Bau 2, also der Stelle, an der potentiell ein Pendant zu Stein 14 von Bau 1 verbaut werden könnte. Die letzte Tippbewegung dieses hin- und her Tippens zwischen den beiden Gebäuden endet erneut auf Stein 5 von Bau 1, was nun noch mehr ein versehentliches Tippen darauf anstatt auf Stein 14 unwahrscheinlich erscheinen lässt. Es wäre möglich, dass Jana zunächst zwischen Stein 14 an Bau 1 und dem Übergang von Stein 9 und 16 an Bau 2 hin und her tippen wollte, während des Tippens sich zunächst vertippt, aber dabei auch etwas zu Stein 5 von Bau 1 bzw. seinem

Pendant an Bau 2 erkennt und deshalb ihre Tippbewegung absichtlich verändert. Da die Seitenflächen der Bauten relativ leicht im Ganzen zu überblicken sind, so dass Beobachtungen der gesamten Seite des Baus während des Tippens auf nur einen Stein möglich wären, könnte Jana also potentiell von einer Feststellung, die sie über das Tippen anzeigen wollte, zu einer neuen Erkenntnis, die sie möglicherweise erst über ein erstes Ver-Tippen entwickelt, wechseln. Diese Deutung erscheint umso wahrscheinlicher, als dass Jana in der Folge der Tippbewegung Stein 8 an Bau 2 offenbar versetzt und zwar so, dass er nun nicht mehr die Steine 16 und 14 verbindet, sondern auf Stein 16 platziert ist mit zwei Reihen an Verbindungsstellen Abstand zur Kante zwischen Seitenfläche C und D an Bau 2. Dieser Stein wird von ihr mutmaßlich als Pendant zu Stein 5 an Bau 1 gedeutet und hier versucht, an Bau 1 anzupassen. Ihr anschließendes Abheben der Hände von Bau 2 könnte darauf hindeuten, dass sie sich das gerade Geschaffte noch einmal mit etwas Distanz betrachten möchte oder dass sie der Meinung ist, diese Aktion nun abgeschlossen zu haben. Dabei bleiben die Hände einsatzbereit. Das Halten der Hände über dem Bau 2 wäre aber auch möglicherweise als Zeichen von Unsicherheit bezüglich der Platzierung des Steines 8 an Bau 2 zu deuten, insbesondere wenn man das Ende der Gestenbewegung betrachtet. Sie führt die Hände nämlich erneut in Richtung Bau 2, zeigt mit dem rechten Zeigefinger auf den gerade von ihr umpositionierten Stein 8 an Bau 2 und der Finger bleibt hier auch fixiert, so als wolle sie dazu noch etwas überprüfen, äußern, erklären, nachfragen oder mindestens so, als sei ihre Aktion hieran doch noch nicht ganz abgeschlossen.

In der Lautsprache scheint Jana zunächst eine Antwort auf Bs Frage aus Äußerung 33 zu geben. Sie äußert lautsprachlich „**das**“, während sie auf Stein 14 an Bau 1 zeigt. Somit könnte sie hier eine Stelle anzeigen, die Bs Frage folgend als anders am grünen Bau (Bau 2) im Vergleich zum blauen Bau (Bau 1) bezeichnet werden könnte. Es wäre auch möglich, dass Jana hier etwas aufgefallen ist, was unabhängig von Bs Frage ist. Vielleicht kann Jana „**das**“ nur noch nicht weiter benennen und braucht noch etwas Zeit zum Überlegen. Während sie dann Stein 8 an Bau 2 umpositioniert scheint Jana mehr für sich und vor sich hin zu sprechen, indem sie leise „s s s so/“ hervorbringt. Die Wiederholung im s-Laut unterstreicht eventuell Janas oben bereits vermutete Unsicherheit bezüglich der Positionierung von Stein 8, die sich gestisch mutmaßlich im Weg- und erneuten Hinführen zum Stein zeigte. Mit der Stimmhebung könnte Jana einerseits ein Überzeugtsein bezüglich der Positionierung des Steines ausdrücken wollen, eine Liste an To-Dos - potentieller Unterschiedlichkeiten an beiden Bauten ab-Arbeiten oder auch ihre Aktion an Stein 8 mehr oder weniger in der Gruppe der Interagierenden zur Diskussion stellen, wenn das „so/“ bspw. eher als Frage an alle gemeint ist.

In der weiteren Interaktion könnte Ayse z. B. das Umpositionieren von Stein 8 an Bau 2 in irgendeiner Form kommentieren oder gar bewerten. Jana könnte ihre Überlegungen hierzu mitteilen oder B eine Rückfrage stellen.

Äußerung 36:

Ayse scheint sich ausschließlich zeitgleich zur Tippbewegung Janas zwischen den beiden Bauten zu äußern. Sie tippt ebenfalls auf Stein 14, im Unterschied zu Jana aber ausschließlich auf diesen Stein an Bau 1. Dabei zeigt sie zunächst eher ein Tippen und dann ein Fixieren des Steins. Möglicherweise markiert sie ihn also zunächst eventuell auch als Imitation von Janas erstem Tippen als Antwort auf Bs Frage aus Äußerung 33 und in Folge von Janas bereits in Äußerung 32 erfolgtem Hinweis auf diesen Stein. Ayse setzt mit der Tippbewegung ein, als Jana bereits einmal zwischen Bau 1 und 2 hin und her getippt hat. Dies unterstreicht die Deutung der Imitation von Janas Geste, möglicherweise auch, um deren Hinweis nachvollziehen oder ihre Perspektive einnehmen zu können. Rückblickend könnte es sein, dass Jana durch das Tippen von Ayse ihre Tippbewegung auf Stein 5 von Bau 1 ausführt, weil eventuell auf Stein 14 von Bau 1 durch Ayses Hand kein Platz mehr ist. Dabei könnte sich dann Janas Erkenntnis bezüglich der Umpositionierung des Steins 8 an Bau 2 entwickeln, weil sie diesen sozusagen als Pendant zu Stein 5 an Bau 1 deutet und während ihres Tippens eine Unterschiedlichkeit in der Positionierung der beiden Steine in beiden Bauten erkennt. Ayses Geste endet mit der Fixierung des Steines, was ein Festhalten, möglicherweise auch eines diesbezüglichen Gedankenganges, markieren könnte. Eventuell, weil Jana bereits mit der Umpositionierung von Stein 8 an Bau 1 beginnt, möchte Ayse Stein 14 an Bau 1 nicht aus den Augen verlieren und durch ihr Fixieren sichern, dass die ausstehende Anpassung dieses Steins an Bau 2 nicht in Vergessenheit gerät.

Lautsprachlich äußert Ayse nichts, was potentiell auf eine zurückhaltende Beobachterinnenrolle verweisen kann, vielleicht um Jana nicht zu stören. Dass Ayse sich hier lautsprachlich nicht äußert, könnte möglicherweise auch die oben aufgestellte Deutung der Imitation von Janas Tippen unterstreichen. Ayse kann möglicherweise Jana hier nicht ganz folgen, imitiert daher zunächst ihre Tippbewegung, eventuell um Zugang zu deren Erkenntnis zu bekommen und/oder zu signalisieren, dass auch sie Teil der Situation ist, auch wenn sie gerade eventuell keinen weiterbringenden Gedanken beitragen kann. Sie könnte dann auf dem Stein verharren, um abzuwarten, was Jana weiter umsetzt und so ein Dabeibleiben und möglicherweise auch zukünftiges Verstehen herbeiführen.

Mit dieser Äußerung endet der Transkriptausschnitt.

Anhang 2-5: Ausführliche Interaktionsanalyse 5: Maya und Dennis – Geometrie

Beispiel 5

Äußerung 1-5a	Maya startet offenbar mit der mündlichen Anleitung, wie Bau 2 zu bauen ist. Dennis beginnt augenscheinlich damit, Bau 1 anhand Mayas Anleitung nachzubauen.
Äußerung 6-11	Maya äußert mehrfach Einwände gegen Dennis' Bauweise und Dennis unternimmt offensichtlich mehrere Versuche, Mayas Vorgaben zu entsprechen.
Äußerung 13a-13b	B fordert von Dennis mutmaßlich stärkere Aufmerksamkeit ein und von Maya eine erneute Erklärung, wie Dennis bauen soll.
Äußerung 14-26	Maya setzt zu einer neuen/weiteren und augenscheinlich kleinschrittigeren Erläuterung an. Dennis versucht erneut offenbar anhand Mayas Erläuterungen Bau 2 zu erstellen. Maya bestätigt anscheinend am Ende Dennis' Bauweise.

Tab. 1-3_3 Gliederung der Interaktionssequenz 5

Allgemeine Beschreibung

Zu Beginn der ausgewählten Sequenz (vgl. Ausschnitte der Analyse in einer Vorversion in Huth, 2017, 2018) startet Maya anscheinend mit einer Erklärung, wie Dennis beginnen kann, Bau 2 als kongruenten Nachbau von Bau 1 zu erstellen (vgl. Äußerung 1b) und markiert den Start ihrer Erklärung mit einem „okay“ (Äußerung 1a). Sie orientiert sich offensichtlich an der untersten Schicht ihres Gebäudes Bau 1 und verweist vermutlich mit „zwei **große**“ (Äußerung 1b) und „ein **Achter** und ein **Vierer**“ (Äußerung 4a) auf die darin verbauten Steine, die Dennis nun anordnen soll. Dabei benutzt Maya *rechts* und *links* und später auch *daneben* offenbar als Beschreibungen der Raumpositionen der Bausteine. Dennis versucht offensichtlich zunächst, Mayas Anleitung zu folgen und äußert „so“ (.) und dann“ (Äußerung 3) mutmaßlich als eine Art Rückversicherung oder Markierung der ersten abgeschlossenen bzw. umgesetzten Bauanweisung (vgl. ebenso Äußerung 5a). Auch Maya scheint dies so zu interpretieren, denn sie äußert darauffolgend „dann (.) kommt daneben so ein **Achter** und ein **Vierer**“ (Äußerung 4a). Auf diese Weise – Anleitung, Umsetzung, weitere Anleitung – scheint die Interaktion sich weiter zu entwickeln. In Äußerung 6 widerspricht Maya dann mutmaßlich der Umsetzung ihrer Bauanleitung durch Dennis und greift mit „**Nein** nicht so!“ seinen Wortlaut aus den Äußerungen 3, 5a und 5b auf. Es folgt eine Art ergänzende Erläuterung, in der Maya anscheinend anders oder genauer erläutert, wie gebaut werden soll (vgl. Äußerung 8). Dennis startet daraufhin offensichtlich einen erneuten Versuch, Mayas Anleitungen entsprechend ihren Vorstellungen umzusetzen, was zu einem weiteren Einwand Mayas in Äußerung 11 führt: „Nein **oh** nich **so** Dennis **daneben** (...+)“. Die begleitende Person B weist in Äußerung 13a offenbar Dennis darauf hin, dass er *gucken* soll, was Maya erklärt, ohne dies weiter auszuführen. Zudem richtet sie an Maya offenbar den Hinweis, noch einmal zu erklären, wie Dennis bauen soll (vgl.

Äußerung 13b). B begründet die erneut eingeforderte Erläuterung mit „weil er hats noch nicht verstanden!“ (Äußerung 13b), was eine augenscheinliche Bewertung von Dennis' Verständnis der Erläuterungen darstellt. Ab Äußerung 15a beginnt nun Maya offenbar in einem dritten Anlauf eine Bauanleitung, die sie an Dennis adressiert und im Rahmen derer Maya selbst auch an Bau 2 hantiert (vgl. Äußerung 15c.21ff). In Äußerung 18 kommt es offenbar zu einem erneuten Einwand Mayas, der sich einer ähnlichen Wortwahl wie der vorherigen bedient („nicht so“, Äußerung 18) und mit einer als Alternative angekündigten Bauweise und einer Art Bestätigung weitergeführt wird: „sondern so dass es genauso lang ist wie des andere\ genau“ (Äußerung 18). Gegen Ende der Situation schreitet der Nachbau offenbar nach Anleitung von Maya weiter fort, wobei Maya häufig an Bau 2 etwas zeigt und offensichtlich auch noch einmal eine Abstimmung an ihrem Bau 1 vornimmt, indem sie dort etwas nachzuschauen scheint (vgl. Äußerung 24.2ff). Am Ende kommentiert sie offensichtlich den letzten Bauschritt innerhalb der Sequenz, der durch Dennis umgesetzt wurde mit „(leise) genau!“ (Äußerung 26).

Ausführliche Analyse der Einzeläußerungen – Rekonstruktion von Interpretationsalternativen und Turn-By-Turn Analyse

Äußerung 1a (a-b):

Mayas Hand- und Körperhaltung zu Beginn der Sequenz erinnert an eine Gebetshaltung mit gefalteten Händen und dem Blick nach oben, so als würde sie sich fast schon spirituellen Beistand für eine möglicherweise in ihren Augen große Herausforderung erbitten. Die Geste erinnert auch an eine Art Ritual, welches etwa Sportler*innen vor einem wichtigen Spiel oder Wettkampf zeigen könnten. Möglicherweise erscheint Maya die geforderte mündliche Erläuterung ihres Baus an Dennis als große Herausforderung, die mindestens eine gedankliche Sammlung und hohe Konzentration zu Beginn erfordert. Die Zeigefinger an den Lippen könnten auf eine solche gedankliche Sammlung und eine Art Konzentrationsphase vor dem Beginn der Bauanleitung hindeuten. Es wäre aber auch möglich, dass sie mit dieser Haltung zum Ausdruck bringen möchte, dass sie nicht bereit ist, die geforderte Aufgabe zu erfüllen und bittet um Aufschub, Bedenkzeit oder darum, dass Dennis beginnt, sein Gebäude zuerst zu erläutern. Als dritte Deutung wäre möglich, dass es Maya hier gar nicht um die geforderte Bauanleitung geht, sondern dass sie aus anderen Gründen diese Art von Gebetshaltung zeigt, z. B. weil sie sich durch etwas gestört fühlt oder sie einen davon unabhängigen Wunsch äußert o. Ä. In dieser ersten Szene legt Maya die Finger an die Lippen, möglicherweise um zu unterstreichen, dass sie gerade nichts sagt bzw. sagen kann oder möchte, sozusagen als eine Art Bedenkzeit. Vielleicht fragt sich Maya hier auch, wie sie nun anfangen soll und die Hand- und Körperhaltung könnten ein Ausdruck davon sein, dass ihr eine in ihren Augen schwierige Aufgabe bevorsteht. Die anschließenden Bewegungen der Hände weg von ihrem Gesicht bzw. ihrem Mund in Richtung Tischplatte könnten den Startpunkt einer nun folgenden Handlung oder Erklärung markieren, mit der sie sich nach der gedanklichen Sammlung in den Arbeitsbereich begibt. Die Bewegung der linken Hand

zum Kopf könnte Mayas Unsicherheit ausdrücken oder zusätzlich zeigen, wie schwer sie die Herausforderung, vor der sie möglicherweise steht, einschätzt. Ihr Kopf könnte ihr im wörtlichen Sinne zu schwer geworden sein, aufgrund der vielen Gedanken oder der Gedankensammlung, die sie mutmaßlich gerade vornimmt.

Lautsprachlich scheint sich der erste Eindruck einer gedanklichen Sammlung zu bestätigen. Maya äußert „Okay“ während sie ihre Hände zum Tisch führt. Sie ist nach einer Art Konzentration jetzt offenbar bereit mit etwas, vielleicht einer Bauanleitung, zu starten. Die Stimmensenkung am Ende unterstreicht ebenso diese Deutung eines Beendens eines Moments des Sammelns. Es wird aus der Transkription deutlich, dass ein*e zweite*r Sprecher*in hier parallel zu Maya etwas äußert. Möglich ist, dass z. B. Dennis nach einem Zeitaufschub fragt, weil er z. B. noch nicht bereit ist, mit dem Nachbau zu starten. Es kann auch sein, dass B oder Dennis noch einen Hinweis geben, etwa dass Maya langsam und deutlich erläutern soll, o. Ä. Möglich wäre auch, dass es Maya weiterhin um etwas anderes geht als die geforderte Bauanleitung und sie sich mit ihrem „okay“ nach einem kurzen Nachdenken nun bspw. einverstanden mit etwas zeigt.

In der Folge müsste sich die gleichzeitige Äußerung eines/r weiteren Beteiligten der Situation zeigen. Es könnte sich bspw. um eine Rückfrage zu Mayas Geste handeln oder B oder Dennis erzeugen einen anderen davon unabhängigen Beitrag zur Situation.

Äußerung 2:

Diese Äußerung wird von B hervorgebracht. Sie steht offenbar auf und ist damit während der gesamten Sequenz nicht mehr zu sehen. Es wird ausgeschlossen, dass B den Raum verlässt, weil sie die Aufsichtspflicht für die Schüler*innen für die Zeit der Aufnahme übernommen hat. Möglicherweise hat eine Störung, z. B. eine hereinkommende Person oder ein von B vermutetes Nicht-Funktionieren einer Kamera dazu geführt, dass B aufsteht. An einer Stelle, die Maya sozusagen als Anfang der nun folgenden Sequenz markiert, vermutlich also einer Bauanleitung für Bau 2, bewegt sich B aus der Szene hinaus. Dies könnte auch als Abwertung dessen, was nun stattfinden soll, interpretiert werden. Möglicherweise erzeugt B in ihrer Lautsprache eine Erläuterung ihres Verhaltens. Es kann auch sein, dass B Dennis und Maya das nun folgende Problem der Erstellung eines Nachbaus von Bau I mithilfe einer lautsprachlichen Erläuterung von Maya zutraut und daher hier nur vorübergehend die Szenerie verlässt. Möglich ist ebenso, dass B lautsprachlich die beiden Schüler*innen zum Warten mit dem Beginn des Nachbaus auffordert, weil sie vorher noch etwas erledigen muss, z. B. eine Überprüfung der Funktion der Kameras o. Ä.

In der Lautsprache wird eine Wiederholung des Ausspruchs von Maya hervorgebracht. Die lautsprachliche Äußerung überschneidet sich noch teilweise mit Mayas Äußerung I. Auch B sagt hier „**okay**“ und zwar auffallend betont und mit einer Stimmhebung am Ende. Dies könnte als Nachfrage, z. B. an Maya, gedeutet werden. Eventuell kann B hier mit Mayas Äußerung I nichts anfangen und fragt auf diese Weise nach, wie sie gemeint ist. Ebenso

könnte es als Bestätigung von Mayas Äußerung und als Feststellung, dass es nun los gehen kann, interpretiert werden. In dieser Interpretation würde es sich um eine gespiegelte Äußerung zu Mayas Ausspruch aus Äußerung I handeln, möglicherweise um so interaktiv den gemeinsamen Start- und/oder Standpunkt zu markieren. In der Lesart einer Frage könnte es auch ironisch gemeint sein, wenn B hier z. B. Maya unterstellt, dass eben noch nicht alles „okay“ für den Start der Erklärung der Bauanleitung ist, so als würde B fragen, ob Maya sich ihrer Sache wirklich sicher ist, dass alles für das nun Folgende bereit ist. Möglicherweise ist B etwas aufgefallen, was daran Zweifel bei ihr aufkommen lässt. Das „**Okay**“ könnte auch die Deutung stützen, dass sich B einer möglichen Person, die den Raum unvorhergesehen betreten haben könnte oder einer nicht funktionierenden Kamera zuwendet.

In der Lesart einer Bestätigung Mayas stellt die Aussage Bs einen gewissen Widerspruch zu ihrer Aktion, dem Wegbewegen aus der Situation, dar. Möglicherweise möchte sie den Schüler*innen hier signalisieren, dass auch für sie nun alles ok ist für den Start des Nachbaus und die Schüler*innen sich hier nicht von ihrem Weggehen stören lassen sollen. Es zeigt sich für das Verlassen der Szene durch B keine weitere Erläuterung in ihrer Lautsprache. Möglicherweise empfindet B sich in ihrer Rolle als begleitende Person als berechtigt, die Szene zu verlassen und hält dieses Verhalten für nicht weiter erklärungsbedürftig oder auch hinreichend aussagekräftig genug. Sie könnte damit signalisieren wollen, dass nicht sie diejenige sein wird, die sich nun mit dem gegebenen mathematischen Problem beschäftigt wird, sondern die Schüler*innen. Sie überlässt ihnen gewissermaßen die Bühne und traut ihnen dies offenbar auch zu.

In der Lesart eines ironischen Nachfragens, weil B möglicherweise der Meinung ist, dass noch nicht gestartet werden kann, könnte in der Folge von B erläutert werden, warum sie zu dieser Einschätzung kommt. Das Weggehen könnte in diesem Sinne auch als Trotzreaktion gedeutet werden, etwa als Stehenlassen, weil sie z. B. mit einem bestimmten Verhalten der Schüler*innen nicht einverstanden ist.

In der Folge könnten die Schüler*innen fragen, was B vorhat zu tun oder sie bitten, zurückzukommen. Ebenso könnte Dennis sich einschalten und Maya z. B. nach dem Start der Bauanleitung fragen. Es ist auch möglich, dass Maya nun mit ihrer Anleitung oder einem anderen Vorhaben startet und damit Bs Äußerung 2 als ein Ok für den Start deutet.

Äußerung 1b (a-b):

Hier scheint es zunächst so, als würde Maya sich weiterhin startklar für das nun Folgende machen: Sie streift sich die Haare aus dem Gesicht zurück hinter die Ohren, so als brauche sie jetzt ein uneingeschränktes und klares Sichtfeld. Ebenso kann dies erneut auf eine gedankliche Sammlung bzw. Konzentration seitens Mayas hindeuten. Mit dem Zurückführen der Hände zum Tisch erscheint es so, als würde sie ein zweites Mal starten wollen. Auch schon in Äußerung Ia zeigte Maya die geöffneten Hände auf dem Tisch und auch hier wurde

es als möglicher Handlungsanfang gedeutet, weil die Hände damit in den Arbeitsbereich geführt werden. Dieses wiederholte Signal für einen potentiellen Beginn verweist darauf, dass Maya sich möglicherweise etwas unsicher bezüglich eines geeigneten Einstieges ist oder dass sie etwas aufgeregt bezüglich der nun anstehenden Aufgabe ist, die sie damit auch als wichtig und anspruchsvoll markiert. Ein wiederholtes Ansetzen auf diese Weise würde auch auf Aufregung hindeuten und den Versuch, einen Zugang zum gegebenen mathematischen Problem zu bekommen.

Mayas Hände zeigen, angehoben über der Tischplatte, eine auffällige Handform: Maya führt eine symmetrische Zweihandgeste aus, indem sie beide Hände in Flachhandform mit den Innenflächen zueinander richtet und die Handkanten mit den kleinen Fingern zur Tischplatte weisen. Es zeigt sich in dieser Handhaltung neben einer gewissen Symmetrie auch eine Parallelität bezüglich der Ausrichtung beider Hände und dem Verlauf der Handflächen. Möglicherweise ist dies eine erste Erläuterung, wie Bau 2 nachgebaut werden soll.

Maya benutzt die größtmögliche Form, in die sie ihre Hände bringen kann, nämlich jeweils die gesamte Hand. Es wäre zu vermuten, dass sie damit auf eine räumliche Anordnung verweist, etwa Nähe von Objekten oder deren Ausrichtung zueinander parallel und symmetrisch. Mit Blick auf Bau I und vorausgesetzt Maya erläutert etwas zum gegebenen mathematischen Problem, könnte die Handform auf die symmetrische Gestalt von Bau I hinweisen. Es könnte auch sein, dass Maya auf etwas anderes verweist, das zunächst nichts mit dem gegebenen mathematischen Problem zu tun hat. Sie könnte eventuell über ein Erlebnis aus ihrem Alltag berichten.

Ebenso könnte es sein, dass Maya sich durch Bs Aufstehen gestört fühlt und etwa darauf hinweist, sich so nicht konzentrieren zu können und dazu ihre Geste nutzt, um einen Raum der Konzentration zu markieren bzw. darzustellen, der nicht gestört werden soll und daher durch beide Hände abgeschirmt wird.

Das anschließende Aufdrehen der rechten Hand unterstützt alle bisher angeführten Deutungen: Als Erklärung für Steine bzw. erste Platzierungen von Steinen könnte dies nun eine weitere Erklärung oder eine differenziertere sein, wie genau der Anfang von Bau 2 gestaltet sein muss. Dazu passt auch das Ausrichten des Daumens nach rechts, etwa als eine Art Orientierungsgeste und Hinweis darauf, dass es nun möglicherweise zunächst um den rechten Teil von Bau I in Mayas Anleitung gehen könnte.

Ebenso passt die Deutung von Mayas Geste als Einfordern von mehr Ruhe zur Konzentration dazu. In dieser Lesart könnten die Drehung der Hand und das Wegweisen des Daumens bspw. für das Weggehen von B stehen. Maya könnte dazu lautsprachlich darauf hinweisen, dass dieses Weggehen nicht zuträglich zu ihrer benötigten Konzentration für das nun Folgende ist oder dass es geradezu ihrem Wunsch entspricht, um sich in Ruhe konzentrieren zu können.

In der Deutung des Berichts, z. B. eines Erlebnisses aus dem Alltag oder allgemeiner über etwas, das weniger explizit mit dem gegebenen mathematischen Problem zu tun hat, könnte diese Erzählung hier möglicherweise weitergeführt werden.

Das sich anschließende Ablegen der Hände vor Maya steht entweder für eine Warteposition oder ein Abschluss/Abbruch des ersten Schrittes der Erläuterung. Maya könnte hier bspw. abwarten wollen, bis B zum Tisch zurückkommt. Sie könnte auch dadurch ein Signal geben, dass ihre möglicherweise auf das mathematische Problem bezogene Erläuterung oder auch eine davon unabhängige Erzählung abgeschlossen ist.

Wenn es sich um einen ersten Schritt der Bauanleitung handelt, der hier erläutert wird, könnte das nach außen Führen der rechten Hand dafür stehen, dass Maya nun rechts diese erste Erläuterung zunächst abgeschlossen hat und nun die linke Seite folgt. Es wäre möglich, dass das Weisen des Daumens gewisse Orientierung gibt für eine Festlegung im Gestenraum, etwa ähnlich einem Koordinatensystem, in dem Maya nun eventuell im weiteren Verlauf etwas zeigen oder darstellen möchte.

Die Lautsprache Mayas spricht eher für die Deutung eines Beginns einer Erläuterung oder Bauanleitung für Bau 2, die wahrscheinlich an Dennis gerichtet, wenn auch nicht explizit an ihn adressiert, ist. „Auf der rechten- u auf der linken sind die zwei **große**(...)“. Es handelt sich hierbei offenbar um eine Art von Beschreibung eines Ist-Zustands, der auf Bau I bezogen sein könnte. Maya beschreibt etwa nicht den Prozess des Platzierens von „zwei **große**“, sondern verweist darauf, dass sie sich an einem mit rechts und links beschriebenen Ort befinden. Die Deutung, dass Maya sich an B richtet und sich z. B. über ihr Weggehen aus der Situation beschwert oder mindestens wundert, kann an dieser Stelle als unwahrscheinlich bezeichnet werden und wird im Folgenden nicht weiterverfolgt. Dennoch könnte die Deutung eines Berichts, z. B. über ein Alltagserlebnis, noch bestehen bleiben.

Bezogen auf das gegebene mathematische Problem der Erzeugung eines kongruenten Nachbaus von Bau I, beschreibt Maya vielleicht eine räumliche Anordnung (links und rechts) von etwas, das sie als „zwei **große**“ bezeichnet. Mutmaßlich könnte sie damit bestimmte Bausteine aus dem zur Verfügung stehenden Steinrepertoire der Schüler*innen meinen, es könnten aber auch die gesamten jeweiligen Seitenteile des Baus gemeint sein. Bau I ist in seiner äußerlichen Gestalt symmetrisch,³²¹ was möglicherweise durchaus nahelegt, beide Seiten gleichzeitig zu erläutern und daher mit dem Verweis auf beide Seitenteile zu starten. Es könnte sich aber auch weiterhin um eine von dem gegebenen mathematischen Problem eher unabhängige Beschreibung durch Maya handeln, z. B. über die Gestaltung ihres Zimmers oder eine andere räumliche Gegebenheit. Es wäre durchaus möglich, dass sie mit „zwei

³²¹ Bei Bau I handelt es sich in der äußeren Gestalt um einen symmetrischen Bau (vgl. Abb. 9.3.6_51). Einzig die Position der 12er Steine in der unteren Schicht weisen eine Verschiebung als Abbildung auf, die aber in der Gesamtform des Gebäudes und auch in der einheitlichen Färbung der Steine im Steinrepertoire der Schüler*innen wenig auffällt und auch für die Gesamtgestalt des Gebäudes keine andere Konsequenz nach sich zieht als eine symmetrische äußere Erscheinung.

große“ auch Menschen, z. B. möglicherweise ältere Kinder meint und z. B. eine Situation aus der Pause beschreibt. Möglich wäre auch ein z. B. technischer Hinweis an B, wenn diese z. B. zu einer der Kameras gelaufen ist, um Einstellungen vorzunehmen, was Maya durchaus wissen könnte.

Das Wort *Seite*, das man ergänzend in Mayas Äußerung in der Lesart eines Hinweises zu Bau 2 einfügen könnte, nutzt Maya nicht, auch wenn der gewählte Artikel und der verwendete Kasus darauf hindeuten könnten, dass sie *Seite* meinen könnte. Vielleicht benötigt sie hier das Wort nicht mehr, weil sie dies bereits durch ihre Geste zeigt, die sie für hinreichend aussagekräftig halten könnte. Dabei würde sie davon ausgehen, dass Dennis ihre Geste sieht bzw. diese wahrnimmt und in seine Interpretation mit einbezieht, wenngleich die Arbeitsbereiche zwar räumlich voneinander getrennt, aber durchaus gegenseitig einsehbar sind (vgl. Situationsskizze im Transkript).

Wenn Maya mit Äußerung 1b eine Bauanleitung für Bau 2 startet, dann wäre es mit Blick auf Gestik und Lautsprache nun möglich, die Geste so zu deuten, dass diese Maya gewissermaßen kognitiv entlastet: Mit ihrer Geste würde sie dann möglicherweise stellvertretend ihre Hände als Repräsentation der gemeinten Steine oder Seitenteile in den Raum bzw. ihren Arbeitsbereich stellen. Es wäre in dieser Deutung möglich, Maya zu unterstellen, den ersten Schritt ihres eigenen Baus zu erinnern und „zwei **große**“ Steine durch ihre Hände im Arbeitsbereich zu repräsentieren. Bau 1 ist aktuell zusammengebaut und stellt damit ein abgeschlossenes und in sich geschlossenes Gebäude dar, dessen Aufbau nicht unbedingt von außen einsehbar ist insbesondere auch mit den uni gefärbten Steinen. Maya könnte also ihre Gestik hier wählen, um die Erstellung ihres Bau 1 Schritt für Schritt aus ihrer Erinnerung nachzustellen. Sie erläutert nichts dazu, wie die beiden Großen (Steine oder Teile des Baus) ausgerichtet sein müssen – ein Detail, das man durchaus aus ihrer Geste interpretieren könnte und welches sie möglicherweise dadurch nicht in der Lautsprache ausdrückt.

Es könnte, wenn auch eher unwahrscheinlich, weiterhin die Deutung bestehen bleiben, dass Maya mit der Bezeichnung „zwei **große**“ keine Steine oder Bauteile von Bau 1 meint, sondern auf etwas anderes verweisen könnte, das möglicherweise zunächst nichts mit dem gegebenen mathematischen Problem zu tun hat.

Die Betonung von „**große**“ unterstreicht die Bedeutsamkeit dieses Wortes innerhalb von Mayas Äußerung und markiert dieses Wort als zentrale Bezeichnung eines nun relevanten Objekts. Die Stimmsenkung am Ende der Äußerung kann die Deutung der Gestenabfolge (s. oben) unterstreichen, dass nun der erste Schritt der Erläuterung abgeschlossen ist und Maya gewissermaßen wartet, bis Dennis in irgendeiner Form signalisiert, diesen umgesetzt zu haben. Ebenso könnte es auf eine (vorübergehende) Unterbrechung hindeuten, etwa bis B wieder an ihrem Platz angekommen ist.

Mayas Äußerung erscheint insgesamt reduziert auf das Wesentliche. Es wird z. B. die direkte Anrede Dennis' oder auch Äußerungen wie z. B. *Du nimmst als erstes...* weggelassen. Möglicherweise ist dies beabsichtigt und spiegelt Mayas Konzentration auf das Zentrale wider. Eventuell möchte sie durch klare und einfache Anweisungen zu einer größtmöglichen Verständlichkeit ihrer Erläuterungen beitragen und lässt daher streichbare Umschreibungen weg. Gleichzeitig lässt eine solche Formulierung und Art der Präsentation einer potentiellen Bauanleitung Rückschlüsse bezüglich Mayas Vorstellungen über die Gestaltung einer solchen Bauanleitung zu: Sie könnte der Meinung sein, dass hier möglichst ohne große Ausschmückungen kurze klare und schrittweise Anweisungen erfolgen sollten, die zentrale Merkmale der zu verwendenden Bausteine hervorheben und deren Positionen im Nachbau weitgehend schnörkellos angeben.

In der Folge könnte Dennis nachfragen, was Maya genau meint mit „die zwei **große**“ oder mit rechts und links. Er könnte auch ihre Anweisungen versuchen umzusetzen. B könnte sich einschalten und z. B. auf eine ihrer Meinungen nach nötige Ausdifferenzierung der Erklärung Mayas hinweisen. Es wäre auch möglich, dass in der Folge deutlich wird, dass Maya etwas anderes als eine Bauanleitung für Bau 2 beabsichtigt darzustellen.

Äußerung 3:

Hier bringt sich Dennis ein. In der Transkription ist zu erkennen, dass er die ihm zur Verfügung stehenden 12er Steine in seinen Händen bewegt, möglicherweise als Spiel oder um die Zeit bis zum Baubeginn zu überbrücken. Möglich ist, dass er auf Anweisungen Mayas wartet und bereits in den Startlöchern zum Platzieren der ersten Steine ist. Es kann sein, dass die Wahl der 12er Steine hier ein Zufall ist oder bereits eine Interpretation seinerseits bezüglich dessen, was Maya mit „zwei **große**“ in Äußerung 1b meint. Auch möglich ist, dass er erwartet hat, dass die 12er Steine als größte zur Verfügung stehende Steine relativ weit unten in Mayas Bau I verbaut sein müssten, so wie es auch in seinem eigenen Bauwerk umgesetzt wurde (vgl. das von Dennis erstellte Originalgebäude in Abb. 9.3.6_52).

Die zwei 12er Steine sind es nun auch, die von ihm in Äußerung 3 platziert werden, und zwar so, dass er den 12er Stein in der rechten Hand mit der Längsseite im rechten Winkel zur Tischkante auf der Unterlage ablegt (vgl. Äußerung 3.3f) und den 12er Stein in der linken Hand in ca. 12cm Abstand zum rechten 12er Stein in gleicher räumlicher Ausrichtung in Position bringt (vgl. Äußerung 3.5f). Offenbar deutet Dennis Mayas Äußerung 1a und 1b also als Beginn einer Bauanleitung und versucht mutmaßlich dadurch ihre Angabe, dass links und rechts „zwei **große**“ positioniert werden müssen, als einen solchen ersten Bauschritt zu interpretieren und umzusetzen. Wie aus der Situationsskizze deutlich wird, hat Dennis die Möglichkeit, Mayas Arbeitsbereich zumindest auf Höhe der Arbeitsunterlage einzusehen, weil die Trennwand so angeordnet ist, dass sie zwar Bau I, nicht aber Mayas Arbeitsbereich verdeckt. Somit könnte Dennis ihre Gestik in Relation zur Lautsprache hier also wahrnehmen und so interpretieren, dass die zwei größten zur Verfügung stehenden Steine

parallel und symmetrisch zueinander im Arbeitsbereich angeordnet werden müssen. Die beiden Steine erfahren also eine Positionierung, die Ähnlichkeit zu Mayas Handhaltung aus Äußerung 1b aufweist. Anhand Mayas lautsprachlicher Äußerung ist es weniger einleuchtend, warum er die Steine genau in dieser Ausrichtung positioniert. Dies ist aber durchaus aus ihrer Geste interpretierbar. Dennis könnte also ihre Geste hier aufgreifen und in einer Handlung mit den Steinen umsetzen. Möglicherweise handelt es sich aber auch um Zufall, dass Dennis diese Ausrichtung der Steine wählt, unabhängig von Mayas Geste.

Das Verbleiben der Fingerspitzen auf den Steinen und das Hin- und Herbewegen dieser könnte auf Unsicherheit Dennis' deuten oder auf ein Abwarten nach dem ersten umgesetzten Bauschritt. Er verbleibt möglicherweise an den Steinen, um ihre Positionierung bei potentiellen Einwänden von Maya schnell ändern bzw. anpassen zu können. Möglich ist aber auch, dass er sich der Position der Steine sehr sicher ist und davon ausgeht, dass es an dieser Stelle nun weiter geht mit Mayas Erläuterung, auf die er warten könnte mit einer Art Übersprungshandlung, einem Spiel mit den Steinen, ohne dabei ihre Positionierung zu verändern.

Lautsprachlich äußert sich Dennis mit „**So** und dann/(+...)“. Das „**So**“ zu Beginn verweist auf einen Abschluss seiner Handlung und bezieht sich vermutlich auf die Platzierung der beiden 12er Steine. Ebenso scheint er damit Betonung und Stimmensenkung Mayas („**große**“, Äußerung 1b) am Ende der vorausgehenden Äußerung aufzugreifen und somit seine Äußerung hieran anzubinden. Es könnte etwa für *auf diese Weise* oder *ich habe es entsprechend umgesetzt* stehen. Gleichzeitig könnte Dennis, trotz der abschließenden Stimmensenkung, eine Rückversicherung bei Maya einfordern, so als wolle Dennis hier laut und deutlich sagen, dass er dies nun auf diese Weise interpretiert und umgesetzt hat und Maya die Möglichkeit hätte, nun Einwand zu erheben. Mit „und dann/ (...+)“ einer Stimmhebung und einer längeren Pause danach, zeigt sich Dennis offenbar bereit für weitere Anweisungen und überlässt Maya den Turn mit einer Art Frage wie es weiter gehen soll. Auch Dennis benutzt keine direkte Anrede Mayas. Es ist offenbar für beide klar, an wen sich die jeweilige Äußerung richtet, möglicherweise auch deshalb, weil B sich vom Tisch wegbewegt hat. Zudem sind die lautsprachlichen Äußerungen bisher relativ reduziert und zeigen wenig bis keine Ausschmückungen.

In der Folge könnte Maya einen Einwand bezüglich Dennis' Platzierung der 12er Steine äußern oder dieser zustimmen und weiter voranschreiten in ihrer Bauanleitung. Ebenso könnte sie Einspruch erheben und klar stellen, dass sie bspw. keine Bauanleitung, sondern etwas anderes erläutern möchte. B könnte eine Kommentierung abgeben oder eine Frage stellen oder sich bspw. wieder setzen, weil sie z. B. ihre aktuelle Aktion, möglicherweise abseits der hier analysierten Sequenz, abschlossen hat.

Äußerung 4a (a-b):

Maya scheint zu Beginn von Äußerung 4a etwas an Bau I tun zu wollen. Sie wendet sich diesem Bau zu und bewegt die beiden Teile von Bau I ca. 2cm auseinander, um sie im Anschluss wieder zusammenzuschieben. Dazu verschiebt sie den von sich aus rechten Teil von Bau I nach rechts und wieder zurück in die Ausgangsposition. Möglicherweise möchte sie nun voranschreiten in der Erklärung, wie Bau 2 als Nachbau von Bau I gebaut werden muss. In dieser Lesart könnte sie nach einer geeigneten Erklärung des nächsten Bauschrittes suchen und daher Bau I in seiner Konstruktion untersuchen wollen. Um den 12er Stein an der rechten Seite in der untersten Schicht von Bau I sehen zu können, erscheint es sinnvoll, dass sie den rechten Teil von Bau I verschiebt, möglicherweise um bessere oder freie Sicht auf den Stein und die ihn umgebenden Steine zu haben. Es wäre aber auch möglich, dass Maya einen Einwand gegen Dennis' Bauweise vorbringen möchte und nun noch einmal schaut, wie die 12er Steine in Bau I verbaut sind, um deren Position oder auch Abstand zueinander bspw. in Dennis' Nachbau zu korrigieren. Das Bewegen des Kopfes zu Bau I könnte darauf hindeuten, dass Maya, vielleicht um besser sehen zu können, die Distanz ihrer Augen zum Bau verkürzt und darüber hinaus die Hände am Bau belässt. Im weiteren Verlauf richtet sie sich wieder auf, als habe sie das Nachschauen beendet, und formt mit der rechten Hand eine Zeigegeste auf der Unterlage, während die linke Hand in einer entspannten Haltung verbleibt. Maya wählt hier möglicherweise die rechte Hand, weil sie sich auch schon in Äußerung 1b an der rechten Seite orientierte und z. B. mit dem Daumen nach rechts wies. Zudem hat sie unmittelbar vor der Zeigegeste auch den rechten Teil von Bau I mutmaßlich näher betrachtet. Maya könnte mit der rechten Zeigehand ausdrücken wollen, wie weitergebaut werden muss oder eine Korrektur von Dennis' bisheriger Anordnung der 12er Steine im Nachbau anzeigen. Mayas anschließende Bewegung des Zeigefingers über die Unterlage in Richtung ihres Oberkörpers könnte die Lage eines, z. B. des rechten 12er Steines oder eines weiteren Steines, der verbaut werden soll, widerspiegeln. Sollte dies für einen der beiden 12er Steine stehen, weist Mayas Gestik zunächst keinen augenscheinlichen Unterschied zu dem auf, wie auch Dennis die 12er Steine positioniert hat. Möglicherweise soll durch die Geste der Ist-Stand dokumentiert werden, um dann zu klären, wie hieran weiter angebaut werden muss. Wenn diese Zeigegeste für den rechten 12er Stein stehen soll, dann unterscheidet sich diese Geste deutlich von der Geste in Äußerung 1b, in der sie eine beidhändige symmetrische Geste mit den flachen Händen ausführte. Es wäre in Anbetracht dessen rückblickend möglich, dass sie vielleicht in Äußerung 1b eher auf die beiden Teile von Bau I verwies, um sozusagen zu Beginn der Bauanleitung seine grundsätzliche Gestalt deutlich zu machen, während sie hier nun potentiell genauer die in den jeweiligen Seiten verbauten Steinen beschreiben könnte.

Anschließend setzt Maya eine O-Handform an den Ursprung ihrer vorherigen Zeigebewegung auf die Unterlage und verbleibt dort. Möglich ist, dass die Zeigebewegung den Ist-Stand dokumentiert und gewissermaßen festhält. Die Handform könnte aber auch für

einen weiteren Stein stehen, der nun dort gesetzt werden soll. Dann hätte Maya vielleicht zunächst den 12er Stein noch einmal orientierend in ihrem Arbeitsbereich nachgezeichnet, um dann fortzufahren. Es könnte auch sein, dass beide Bewegungen bereits für neue Steine stehen und ein 12er Stein hier nicht gemeint war.

In dieser Lesart scheint sich zu bestätigen, dass Maya offenbar auf ihrer Arbeitsunterlage die Konstruktion von Bau I mit ihren Gestenbewegungen nachbildet und nachzeichnet. In diesem Fall, anders als in Äußerung 1b, würde ein Stein nun aber nicht mehr durch die Hand repräsentiert, sondern seine Lage und ein zentrales Merkmal, hier offenbar seine Länge, würden mit einer reduzierten Bewegung mit dem Finger nachgespurt, um möglicherweise zu erinnern, wo der bereits zuvor gemeinte 12er Stein liegt bzw. was Stand der Dinge ist. Die Gestenbewegung könnte aber auch einen neuen Stein beschreiben, der nun in Bau 2 platziert werden soll. Darauf könnte die unterschiedliche Ausführung der beiden Gesten in Äußerung 1b und nun in der aktuellen Äußerung 4a hindeuten. Die O-Handform danach repräsentiert in dieser Lesart möglicherweise einen weiteren Stein, der nun dort gesetzt werden soll oder markiert/zeigt eine besonders wichtige Stelle an der Konstruktion des Baus. Die Hand könnte also das Objekt, möglicherweise den entsprechenden Stein, repräsentieren und im Gestenraum verorten. Das anschließende Ablegen der Hände in entspannter Haltung an der Tischkante deutet darauf hin, dass Maya möglicherweise nun einen Erläuterungsschritt abgeschlossen hat und Dennis Zeit geben möchte, diesen nachzubilden.

In der Lautsprache äußert Maya: „Dann (.) kommt daneben so ein **Achter** und ein **Vierer**“. „Dann“ kann hier als eine zeitlich markierte Verkettung ihrer Erläuterungen und Einleitung für den nächsten Schritt im Bau gedeutet werden, der offensichtlich „daneben“ geschehen soll. Die Bezeichnungen „**Achter**“ und „**Vierer**“ meinen mutmaßlich Steine und bezögen sich dann auf die Anzahl ihrer Verbindungsstellen, was eine reduzierte Bezeichnungsweise zeigt. Mit Betrachtung der Lautsprache und der Gestik im Zusammenspiel verdichtet sich die Annahme, dass Maya eine Bauanleitung vornimmt. Die Deutung, es könne sich um Hinweise für eine möglicherweise in den Raum unvorhergesehen eingetretene Person oder bezüglich der Kamera handeln oder eine Erlebniserzählung aus Mayas Alltag, wird daher hier nicht weiterverfolgt. In ihrer Lautsprache knüpft Maya offenbar auch an die Formulierungsweise von Dennis aus Äußerung 3 an, indem sie einleitend das Wort „dann (.)“ benutzt. Die anschließende Pause nutzt sie eventuell, um noch einmal nachzudenken und die folgende Äußerung planen zu können, bis sie formuliert, was *dann* zu tun ist. Maya scheint hier eine eher auf das Wesentliche reduzierte und stärker allgemein formulierte Anleitung zum Nachbauen von Bau I zu geben, etwa ohne eine Direkte Ansprache an Dennis. Das Wort „daneben“ ist zunächst eine Angabe einer räumlichen Relation zu einem Referenzobjekt, vermutlich hier also das, was Maya in Folge ihrer vorherigen Äußerungen als bereits umgesetzt bei der Erstellung von Bau 2 interpretiert. Vermutlich nimmt sie als Referenzobjekt oder Bezugspunkt einen der bereits gesetzten 12er

Steine an. Dabei bleibt die räumliche Relationsangabe „daneben“ ohne Hinweis auf rechts links oder vorne bzw. hinten, damit gewissermaßen ohne genauere Orientierung. Maya äußert hier auch nicht, welcher der beiden 12er Steine gemeint ist (der rechte oder der linke oder gar beide Steine). Offenbar geht sie davon aus, dass diese Angaben nicht nötig sind. Es kann auch sein, dass sie davon ausgeht, dass Dennis ihre Gestik wahrnimmt und durch ihre Orientierung stärker an der rechten Seite von Bau I nun interpretieren kann, dass sie den rechten 12er Stein meint und den „**Achter**“ und „**Vierer**“ möglicherweise links neben diesen platzieren möchte. Es wäre möglich, dass Maya mit ihren beiden symmetrisch gezeigten Händen in Äußerung 1b zunächst beide symmetrischen Seiten von Bau I anzeigte und nun eine Hälfte stellvertretend für beide Seiten im Detail erläutert, woraus sich schließen ließe, dass es für sie möglicherweise gleichgültig ist, welche Seite Dennis zunächst nachbaut und damit hier auch neben welchen der 12er Steinen der 8er Stein platziert werden soll.

Es scheint augenscheinlich zwischen den beiden Schüler*innen ein Konsens darüber zu bestehen, wie die Bauanleitung jeweils angesagt, umgesetzt und daran anknüpfend weiter fortgesetzt wird. Betrachtet man Gestik und Lautsprache in Relation, könnte das Ziehen bzw. Bewegen des Fingers über die Unterlage zu Mayas Oberkörper hin (vgl. Äußerung 4a.10ff) eher als Verweis auf einen neuen Stein, mutmaßlich einen 8er Stein, interpretiert werden. Es könnte anhand von Mayas Geste deutlich werden, wie dieser „daneben“ gesetzt werden muss, nämlich in vergleichbarer räumlicher Ausrichtung mit der Längsseite parallel zur Längsseite des bereits gesetzten 12er Steines und offenbar neben diesen. Allerdings bleibt hier (möglicherweise noch) weitgehend offen, neben welchen der beiden 12er Steine der nun gestisch und lautsprachlich beschriebene „**Achter**“ gesetzt werden muss. Mit Blick auf den Grundriss von Bau I lässt sich mutmaßen, dass Maya also offenbar hier zunächst so beginnt, den Grundriss von Bau I zu beschreiben. Während sie in Äußerung 1b noch von „zwei **große**“ (Äußerung 1b) gesprochen hatte und damit mutmaßlich die beiden einzigen im Repertoire der Schüler*innen verfügbaren 12er Steine meinte, bezieht sie sich hier vermutlich eher nur auf einen der beiden 12er Steine, neben den offenbar ein „**Achter** und ein **Vierer**“ gesetzt werden sollen. Betrachtet man ihre Geste in Äußerung 1b.13ff und auch das nun zeitgleich mit der Lautsprache ausgeführte Verschieben und mögliche Betrachten des von ihr aus gesehenen rechten Teils von Bau I in Äußerung 4b.4ff und das vorherige Weisen des Daumens in diese Richtung nach rechts (vgl. Äußerung 1b.15f), ließe sich schlussfolgern, dass Maya hier zunächst oder auch als Beispiel für beide Teile von Bau I den rechten Teil des Baus beschreibt. Dies wird aber ausschließlich im gestischen Ausdrucksmodus hervorgebracht und lautsprachlich nicht explizit und in dieser Ausschließlichkeit erwähnt. Sie spricht hier nur von „auf der rechten und der linken“ (Äußerung 1b). Die Gestik in Äußerung 4b zeigt nun mutmaßlich an, wie die Steine „**Achter** und **Vierer**“ im rechten Teil des Baus positioniert werden müssen: der 8er Stein mit seiner Längsseite parallel zur Längsseite des 12er Steines und den 4er Stein ergänzend oberhalb des 8er Steines neben den 12er Stein. Das Zusammenführen von

Daumen- und Zeigefingerkuppen bzw. die O-Handform repräsentiert offenbar den lautsprachlich dazu synchron benannten 4er Stein, der ebenfalls daneben gesetzt werden soll. Die Handform verweist auf Größe, Kompaktheit und Form des 4er Steines. Die Lautsprache bietet hier in gewisser Weise einen Deutungsrahmen („daneben“ und „**Achter**“ und „**Vierer**“) für das, was die Gestik zeigt und für was die Gesten stehen. Die Gesten wiederum zeichnen in den Gestenraum vor Maya eine Art Bauplan des unteren Stockwerks von Bau 1. Diese gestische Zeichnung eines Bauplans im Gestenraum verlinkt sozusagen die beiden Bauten, das Originalgebäude mit dem Nachbau und schafft es, eine Art Prozess nachzustellen, an dem sich Dennis bei seinem Nachbau orientieren könnte. Die Formen und Ausrichtungen der Steine zeigen sich dabei eindrucksvoll in der Wahl der Handformen durch Maya und Gestenbewegungen: Während in Äußerung 1b die Handformen für die 12er Steine eher einen statischen Charakter passend zur Äußerung in der Lautsprache („sind zwei **große** (...)“, Äußerung 1b) zeigten (vgl. Äußerung 1b.11f), ist hier sowohl in der Lautsprache als auch in der Gestik eine gewisse Dynamik festzustellen, die mutmaßlich den Bauprozess regelrecht nachstellen: In der Gestik wird entlang der Länge des 8er Steines durch eine Zeigebewegung mit dem rechten Zeigefinger gefahren und der 4er Stein wird, repräsentiert durch die O-Handform, oberhalb dieses 8er Steines in den Bau gestisch eingesetzt (vgl. Äußerung 4a.11f). Lautsprachlich scheint Maya ebenso eher auf den Prozess der Positionierung zu verweisen: „dann kommt“ (Äußerung 3).

Bezüglich des Ausdrucks der räumlichen Relation in Lautsprache und Gestik lässt sich folgendes zusammenfassend beobachten: Während die Lautsprache offenbar auf eine genauere Definition von „daneben“ offenbar verzichtet und die Orientierung links, rechts, vor, hinter ausspart, verweist sie in der Bezeichnung „so ein **Achter** und ein **Vierer**“ auf das jeweilige Objekt Baustein definierende Merkmal und bezeichnet die Steinarten nach deren sichtbaren Verbindungsstellen auf der jeweiligen Oberfläche. In der Gestik werden ebenfalls Merkmale der vermeintlich gemeinten Objekte ausgedrückt: Die Zeigegeste, die über den Tisch streift, reduziert den mutmaßlich gemeinten 8er Stein auf eine Dimension und zeichnet seine Längsausprägung entlang der längsten Seite in den Bauplan von Bau 2 ein. Der mutmaßlich gemeinte 4er Stein wird durch die O-Handform in seiner Kompaktheit und spezifischen Form durch die Hand repräsentiert und in den Bauplan eingesetzt. Die Gestik beschreibt offenbar also, anders als die Lautsprache, nicht die räumliche Relation zu einem bereits verbauten Referenzobjekt (hier vermutlich der bereits positionierte 12er Stein), sondern weist die räumliche Relation der beiden lautsprachlich benannten und gestisch in Form eines zentralen Merkmals beschriebenen Steine 8er und 4er Stein zueinander aus, in dem sie beide auf unterschiedliche Weise in den imaginierten Bauplan in ihrem Arbeitsbereich einzeichnet, den 4er Stein gar gestisch modellartig als quasi-materialisiertes Objekt im Bauplan platziert.

In der Folge könnte Dennis nachfragen, was mit *Achter* und *Vierer* oder auch *daneben* gemeint ist. Es könnte sich dabei aber auch um eventuell bereits zuvor oder als Voraussetzung

angenommene gemeinsam geteilte und etablierte Bezeichnungen von Steinen handeln. Dennis könnte versuchen, den Bauschritt umzusetzen und sich rückversichern, ob seine Bauweise Mayas Vorstellung entspricht. Maya könnte fragen, ob Dennis alles verstanden hat, eine Korrektur seiner bisherigen Bauweise vornehmen oder in ihrer Erläuterung fortfahren. Ebenso könnte sich B mit einem Kommentar in die Situation einbringen.

Äußerung 4b (a-b):

In der Transkription wird ersichtlich, dass Maya offenbar noch weiterspricht, während sie die Hände für ca. 9sec in Ruheposition auf der Unterlage vor sich belässt (vgl. Äußerung 4b.15ff). Möglicherweise möchte sie damit den Endpunkt ihrer bisherigen Erläuterung markieren und auch Dennis gegenüber signalisieren, dass nun Zeit ist, ihre Anweisung entsprechen umzusetzen und sie so lange auch nicht weiter fortfährt. Maya könnte so ihre Erläuterung gewissermaßen durch sich wiederholende Ruhepunkte im Gestenraum takten, um Dennis dann jeweils immer Zeit zum Nachbau des erläuterten Schrittes zu geben. Der Blick zu Bau 2 könnte darauf hindeuten, dass Maya nun einen Abgleich zwischen Bau 2 und ihrer Erläuterung vornimmt, so als wolle sie sich rückversichern, dass Dennis bisher so weit ist, wie sie erklärt hat. Ebenso könnte sie überprüfen wollen, ob Dennis ihrer Vorstellung entsprechend die Bauschritte durchführt.

In der Lautsprache äußert sie: „damits genauso groß wird\ af auf(.) beide Seiten“. Unklar bleibt zunächst, was mit dem es, das verkürzt an „damit“ angehängt wird, gemeint ist. Entweder könnte das Gebäude insgesamt oder die beiden Teile rechts und links von Bau I gemeint sein. Ebenso könnte damit die zuletzt beschriebene Einheit *8er Stein und 4er Stein* gemeint sein und zwar in Bezug auf den zuvor gesetzten *12er Stein*. Diese müssten dann so neben dem *12er Stein* angeordnet werden, dass sie „genauso groß“ wie dieser werden. Mutmaßlich könnte Maya damit *genauso lang* meinen. Dies soll eventuell „auf beide Seiten“ von Bau I geschehen oder Maya bezieht sich mit dem Begriff „Seiten“ hier eher auf den *12er Stein* und den *8er+4er Stein*. „Genauso groß“ könnte ebenso auf die Höhe des Gebäudes verweisen, wahrscheinlicher ist es aber, dass damit die Länge der Steine gemeint ist, denn bisher wurde das in die Höhe bauen noch nicht thematisiert und alle Steine sind gleich hoch. Ein *8er* und ein *4er Stein* ergeben hintereinandergelegt und neben einem *12er Stein* die gleiche Länge wie dieser *12er Stein*. Möglich also, dass Maya hier entweder nur auf diese rechte Seite bezogen meint, dass der *8er* und der *4er Stein* so gelegt werden müssen, dass sie genauso lang sind wie der *12er Stein* oder dass sie auf die grundsätzlich vorhandenen beiden Seiten von Bau I verweisen möchte und meint, dass die rechte Seite genauso groß/lang werden soll wie die linke Seite oder dass *8er* und *4er Steine* auf beiden Seiten neben den bereits platzierten *12er Steinen* gesetzt werden müssen. Maya würde damit erneut auf die Symmetrie des Gebäudes verweisen, die dann als eine Art Orientierung für Mayas Erläuterungen bezeichnet werden könnte. Die Pause in der Äußerung verweist, ebenso wie das zweimalige Ansetzen vor dem Ausspruch „auf“, auf vorübergehende Unsicherheit, möglicherweise was die Verständlichkeit oder auch die Formulierung ihrer

Äußerung angeht. Die Stimmsenkung am Ende verweist auf einen Abschluss ihrer Erläuterung, möglicherweise um erneut abzuwarten, bis Dennis soweit ist.

Dass Maya in dieser Äußerung 4b keine Handbewegung zeigt, verweist darauf, dass sie diese hier nicht als nötig anzusehen scheint oder sie könnte auch nicht im Stande sein, dies zu leisten. Es könnte sein, dass es sich für Maya mit „damits genauso groß wird\ af auf (.) beide Seiten\“ (Äußerung 4b) um eine Art Zusatz zu den vorherigen Erläuterungen handelt. Möglich ist mit Blick auf die Verwendung der ersten Stimmsenkung zudem, dass auch die Teiläußerung „af auf (.) beide Seiten\“ (Äußerung 4b) eine weitere zusätzliche Information beinhaltet und Maya ursprünglich möglicherweise nur den ersten Teil von Äußerung 4b beabsichtigte hervorzubringen, sich dann aber für eine solche weitere Ergänzung entscheidet, möglicherweise um sicherzugehen, dass Dennis eine ihrer Interpretation eher ähnliche Deutung der Bauanleitung vornimmt.

In der weiteren Sequenz könnte Dennis nachfragen, was Maya genau damit meint. Er könnte auch etwas entsprechend seiner Interpretation ausführen und seine Bereitschaft für weitere Erklärungen signalisieren. Auch B könnte sich einschalten und bspw. nach einer näheren Erklärung von Mayas Anweisungen fragen z. B. bezüglich beiden 12er Steinen oder beiden Teilen von Bau 1 bzw. 2.

Äußerung 5:

Diese Äußerung findet teilweise gleichzeitig mit Mayas Äußerung 4b statt und wird von Dennis in die Situation eingebracht. Er ergreift einen 8er Stein und setzt ihn offenbar mit seiner Längsseite parallel zur Tischkante zwischen beide 12er Steine. Es wäre also zu vermuten, dass er Mayas Äußerung 4a so deutet, dass nun ein 8er Stein in Bau 2 einzubringen ist. Dabei zeigt sich, dass es sich bei der Bezeichnung als 8er Stein mutmaßlich um eine zwischen den Schüler*innen ausgehandelte und akzeptierte Beschreibung handelt. Seine Handlung schließt Dennis mit einer mutmaßlichen Ausrichtung der drei nun platzierten Steine ab, indem er sie näher zusammenrückt. Dennis möchte möglicherweise sehr genau vorgehen und Mayas Anleitung exakt ausführen und richtet deshalb die Steine hier genauer aus. Es lässt sich aus dem bisherigen Verlauf der analysierten Sequenz annehmen, dass Dennis hier den von Maya mutmaßlich in Äußerung 4a, geäußerten nächsten Bauanleitungsschritt versucht umzusetzen. Auch zuvor gab Maya offenbar eine Anweisung (vgl. Äußerung 1b), worauf Dennis eine Umsetzung dieser Anweisung durchführte und nach dem weiteren Vorgehen „und dann/“ (Äußerung 3) fragte.

Vielleicht nutzt Dennis für seine Interpretation der Bauanweisung hier in Äußerung 5a weniger Mayas Gestik, da er den 8er Stein mit der Längsseite parallel zur Tischkante ausrichtet. Die Geste von Maya aus Äußerung 4a.10ff hätte mutmaßlich eher darauf schließen lassen können, dass der 8er Stein mit seiner Längsseite parallel zur Längsseite des 12er Steines in Bau 2 ausgerichtet werden soll. Offen bleibt in dieser Deutung, ob Dennis Mayas Gestik nicht wahrnimmt, weil er bspw. sehr auf seinen Arbeitsbereich fokussiert ist und

nicht zu ihr schaut. Es könnte aber auch sein, dass er die Geste zwar wahrgenommen hat, aber nicht in der Lage ist, sie in seine Interpretation mit einzubeziehen. Gleichzeitig wäre es möglich, dass er Mayas Gestik zwar sieht, sie aber als weniger relevant in Bezug auf seine Deutung ihrer Äußerung wahrnimmt. Mayas Geste könnte aus Dennis' Sicht aber auch so interpretiert werden, dass ihre Zeigegeste in Äußerung 4a.10ff in seiner Deutung noch einmal einen der 12er Steine anzeigt und ihre Geste in O-Handform in Äußerung 4a.14f dann schließlich für Dennis darstellt, wie ein 8er Stein zwischen die beiden 12er Steine platziert werden muss. In der letztgenannten Deutung scheint Dennis zwar sowohl Lautsprache als auch Gestik von Maya in seine Deutung miteinzubeziehen, aber eventuell weniger auf deren besondere Synchronität zu achten. Anhand dieser könnte er mutmaßlich eher zu der Schlussfolgerung kommen, dass Maya mit der Zeigegeste über den Tisch in Äußerung 4a.10ff, die sie parallel zum lautsprachlichen Ausspruch „**Achter**“ (Äußerung 4a) hervorbringt, einen 8er Stein meinen könnte und mit der anschließenden Geste in O-Handform einen 4er Stein, während sie zeitgleich „**Vierer**“ äußert. Die O-Handform von Maya interpretiert Dennis also möglicherweise nicht als Repräsentation eines 4er Steins, sondern als Anzeige, wie ein 8er Stein gehalten werden muss, um ihn genau so, wie Dennis ihn in Bau 2 platziert, zwischen die beiden 12er Steine zu setzen.

Der lautsprachlich benannte und gestisch durch Maya gesetzte 4er Stein kommt in Dennis Umsetzung offenbar hier (noch) nicht vor, entweder weil er zunächst den 8er Stein korrekt platzieren möchte oder weil er den 4er Stein in Mayas Erläuterung gar nicht wahrgenommen hat. Dennis erfüllt offenbar den lautsprachlichen Hinweis Mayas „daneben“, indem er *neben* beide 12er Steine einen 8er Stein legt. Die oben als eine Art Zusatz interpretierten Hinweise aus Äußerung 4b könnte Dennis ebenso beachten, auch wenn er währenddessen bereits die Platzierung des 8er Steins in seinem Bau 2 vorzunehmen scheint. „Genauso groß [...] auf auf (.) beide Seiten“ (Äußerung 4b), wie Maya die Positionierung oder die Gesamtgestalt des Nachbaus nach der Steinpositionierung beschreibt, könnte man durchaus auch in Dennis aktuellem Nachbau in U-Form als umgesetzt beurteilen.

Lautsprachlich äußert Dennis „**so**“ und stellt damit offenbar keine Frage, sondern scheint sich seiner Platzierung des 8er Steines sicher zu sein, was aus der Stimmensenkung und der Betonung der Äußerung hervorgeht. Der Ausspruch wirkt hier eher wie ein Signal für eine abgeschlossene Umsetzung, die Dennis konsistent zu seinem bisherigen Agieren und lautsprachlichem Äußern hervorbringen könnte. Es verfestigt sich rückblickend der Eindruck des rekonstruierbaren Musters im aufeinander abgestimmten Vorgehen der beiden Schüler*innen: Maya gibt einen Schritt der Bauanweisung vor, Dennis setzt diesen nach seiner Interpretation um und signalisiert den Abschluss dieser Umsetzung mit dem Ausspruch „**so**“ (Äußerung 3 u. 5a), worauf ein weiterer Schritt der Bauanleitung durch Maya formuliert wird.

Dennis' Äußerung 5a könnte auch für eine Rückversicherung bei Maya stehen, ob seine Umsetzung „**so**“ (Äußerung 5a) in Ordnung ist, wobei dann eher eine Stimmhebung zu

erwarten wäre. Er beabsichtigt also möglicherweise hier eher lautsprachlich zu signalisieren, dass er jetzt Mayas Anweisung auf seine Weise umgesetzt hat und fertig ist. Weitere Ausführungen oder gar eine explizit formulierte Frage an Maya, ob er sie entsprechend ihrer Vorstellung verstanden hat, äußert Dennis hier nicht. Dass er keine Rückfrage diesbezüglich stellt, wie Maya die Platzierung neben dem 12er Stein gemeint haben könnte, deutet ebenfalls darauf hin, dass er sich seiner Interpretation von Mayas Äußerung relativ sicher ist, vielleicht auch, weil er den ersten Schritt der Bauanleitung ebenso sicher und offenbar in Mayas Sinne umgesetzt hat.

In der weiteren Sequenz könnte Maya Dennis' Bauweise in irgendeiner Form kommentieren, z. B. Einspruch erheben. Sie könnte auch einfach mit ihrer Bauanleitung fortfahren oder nochmals auf den von ihr benannten „**Vierer**“ (Äußerung 4a) verweisen. Es ist auch möglich, dass Dennis den noch nicht gesetzten 4er Stein bereits von sich aus platziert. Ebenso könnte sich B einschalten mit einer Rückfrage oder einem Hinweis für das weitere Vorgehen.

Äußerung 6:

In Äußerung 6 ergreift Maya das Wort. Sie schaut auf den Arbeitsbereich von Dennis und bewegt den Kopf hin und her. Dies könnte auf eine Ablehnung im Sinne eines Einwandes gegen Dennis' Bauweise hindeuten. Möglicherweise ist dies eine Reaktion auf die Platzierung des 8er Steins zwischen den beiden 12er Steinen aus Äußerung 5, was mutmaßlich aus Mayas Sicht nicht dem entsprechen könnte, was sie meinte. Es kann auch sein, dass Maya hier keinen Einwand gegen Dennis' Bauweise äußert, sondern selbst ihre Erläuterung in Frage stellt. Sie könnte z. B. die Idee entwickelt haben, dass sie etwas möglicherweise nicht explizit oder genau genug erläutert hat und nun schüttelt sie den Kopf darüber und setzt zu einer neuen Erklärung an. Möglich wäre auch, dass sie etwas vergessen hat und daher mehr über sich selbst oder den aktuellen Stand den Kopf schüttelt, nachdem ihr möglicherweise das beim Blick zu Bau 2 aufgefallen sein könnte. Natürlich könnte das Kopfschütteln auch nicht Ablehnung, Verneinung oder Korrektur bedeuten, sondern eher eine Art Übersprungshandlung sein in einer Warteposition, etwa als das aus dem Gesicht Schütteln von Haaren, bis Dennis seine Bauhandlung abgeschlossen hat und Maya weitere Schritte erläutern kann. Dass ihre Hände in der vorherigen Position verbleiben, könnte darüber hinaus für eine Art Unterbrechung ihres aktuellen Vorgehens sprechen, so als würde sie einen ergänzenden Einschub, in welcher Weise auch immer (Einwand gegen Dennis' Bauweise oder Korrektur/Ergänzung der eigenen Erläuterung), machen wollen. Um dabei möglicherweise den Faden in ihrer fortlaufenden Erklärung einer Bauanleitung nicht zu verlieren, könnten die Hände in dieser Lesart eine Art Ankerfunktion übernehmen: Sie werden eingefroren, um den Einschub zu machen um dann an der gleichen Stelle wie vorher fortzufahren. Die Geste wäre in dieser Lesart also eine Art Fixierung des gerade Verhandelten und könnte in einer solchen Funktion möglicherweise auch gedanklich entlasten.

Offenbar äußert Maya in der Lautsprache eine Art Einwand „**Nein**\ nicht so!“ (Äußerung 6), wobei die Verneinung betont ausgesprochen wird. Zusammen mit der StimmSenkung spricht dies für einen deutlichen Einwand, der auch offenbar Gehör finden soll und dessen Berechtigung sich Maya recht sicher zu sein scheint. Der Einwand könnte sich auf die Bauweise von Dennis oder Mayas eigene Erläuterung beziehen. Da die Wortwahl mit „nicht so!“ jedoch Dennis' bisher schon häufiger verwendete Formulierung aufgreift, erscheint ein Bezug zu Dennis' Bauweise eher wahrscheinlich. Offenbar war in Mayas Äußerung das Nein zu unspezifisch oder in ihren Augen zu deutlich und wenig konstruktiv, weshalb sie möglicherweise dann noch den Zusatz „nicht so!“ wählt mit Stimmhebung am Ende. Es ist möglich, dass sie mit dem Zusatz „nicht so!“ und einer Stimmhebung das relativ deutliche Nein wieder etwas entkräften oder entschärfen möchte und nun zu einer Alternative ansetzt, die sich anschließen könnte. An Gewicht verliert die Deutung, dass das Kopfschütteln eine Art Übersprungshandlung sein könnte, bis Dennis fertig gebaut hat o. Ä. Es ist wahrscheinlicher anzunehmen, dass das Kopfschütteln passend zu dem Einwand als Verneinung geäußert wird. Die Deutung der Gestik in Warteposition und in der Funktion eines sozusagen *narrativen Ankers* im Mayas Erklärungsstrang kann beibehalten werden.

Im weiteren Verlauf könnte Dennis fragen, wie er denn bauen soll. Auch Maya könnte ihre Erläuterungen fortsetzen und z. B. eine Alternative anbieten zu ihrer vorherigen Anweisung. B könnte sich einschalten und ebenfalls eine solche weitere Ausdifferenzierung, wie gebaut werden soll, einfordern.

Äußerung 7:

Hier wird deutlich, dass Dennis mutmaßlich Mayas Einwand aus Äußerung 6 als Einwand gegen seine Bauweise interpretiert. Dies könnte nämlich der Grund dafür sein, dass er den 8er Stein, den er gerade noch zwischen die beiden 12er Steine gesetzt hat, von seiner Position wieder wegbewegt und rechts neben dem rechten 12er Stein platziert. Die Übergabe des Steines von der linken in die rechte Hand könnte darauf hinweisen, dass er zunächst nur seine letzte Handlung, nämlich das Platzieren des 8er Steines in der Mitte, revidieren möchte und nicht etwa das zusammenschieben oder die grundsätzliche Positionierung der bereits gesetzten 12er Steine. Er nutzt dann die Hand dazu, auf deren Seite er offenbar den 8er Stein verbauen möchte. Mutmaßlich handelt es sich bei rechts auch um seine Schreibhand. Möglicherweise hat er in diesem Moment noch gar keine Vorstellung von einer alternativen Position dieses Steins und möchte ihn zunächst nur aus seiner aktuellen Position entfernen, um Mayas Einwand zu entsprechen. Aus Äußerung 6 interpretiert er offenbar, dass er bisher nicht das umgesetzt hat, was Maya meinte und bezieht bei der Umpositionierung des 8er Steines dann möglicherweise zusätzlich ihre vorhergehende Aussage aus Äußerung 5 mit ein: Dennis erzeugt mit dem Legen des Steines rechts neben den rechten 12er Stein eine mögliche Alternative dessen, was Maya mutmaßlich noch mit „daneben so ein **Achter**“ (Äußerung 4a) gemeint haben könnte. Bei der Umpositionierung des 8er Steines behält Dennis die Ausrichtung des Steines im Raum

und auch die Position an der Seitenlänge des 12er Steins bei. Es entsteht ein rechter Winkel zwischen den Längsseiten des 12er Steins und des nun rechts außen gesetzten 8er Steins. Es handelt sich also offenbar tatsächlich um eine Umpositionierung und nicht um ein reines Entfernen des 8er Steines aus Bau 2. Dennis' rechte Hand verbleibt am 8er Stein, vielleicht weil er sich seiner jetzt alternativen Positionierung noch nicht sicher ist und er vermutet, es könnte sich aufgrund des vorherigen Einwandes von Maya eventuell noch etwas ändern. Die linke Hand über dem Arbeitsbereich bleibt in Aktionsbereitschaft und soll dies offenbar auch für seine Interaktionspartnerin/nen signalisieren. Beide Handhaltungen könnten auch auf ein Warten auf weitere Bauanweisungen von Maya hindeuten: Dennis belässt eventuell dazu die Hände im Arbeitsbereich unmittelbar am Nachbau, um möglichst zügig weiter machen zu können. Mit dem Belassen der Hand über dem Arbeitsbereich sichert sich Dennis auch gewissermaßen das Handlungsrecht an Bau 2 zu, auch wenn Maya vielleicht in der weiteren Sequenz seine nun gezeigte alternative Deutung ihrer Äußerung erneut korrigieren könnte.

In der Lautsprache erzeugt Dennis den bereits vertrauten und mutmaßlich etablierten Ausspruch „so“, was betont und mit StimmSenkung geäußert wird. Diese Ausdrucksweise deutet erneut auf Sicherheit hin, möglicherweise in Bezug auf die alternative Positionierung, die Dennis als einzige weitere oder wahrscheinlichste weitere Deutung zu Mayas Äußerung 4a annehmen könnte. Für beide Schüler*innen ist eine explizite lautsprachliche Erläuterung der gemeinten oder angenommenen Position von Steinen augenscheinlich eine weniger naheliegende Option. Entsprechendes Agieren in den jeweiligen Arbeitsbereichen oder auch Mayas Gestik in Äußerung 5 erscheinen ihnen möglicherweise effektiver und aussagekräftig genug. Möglich ist auch, dass die Schüler*innen die Position lautsprachlich nicht ausdrücken können oder von einer gewissen Komplexität oder eines Anspruches einer solchen lautsprachlichen Erläuterung ausgehen und daher zu Gestik und Handlungen als effektive Ausdrucksmodi der Wahl zur Bewältigung der Interaktionssituation greifen.

In der weiteren Sequenz könnte Maya die neue Position des 8er Steines beanstanden, weil dieser erneut nicht ihrer Vorstellung eines Nachbaus entsprechen könnte. Tatsächlich müsste der 8er Stein um 90° gedreht werden, um der originalen Bauvorlage Bau I zu entsprechen. Möglich ist auch, dass Dennis noch eine weitere alternative Deutung anbietet, wie der 8er Stein neben dem 12er Stein positioniert werden kann. Maya könnte die Neupositionierung auch unkommentiert lassen und fortfahren in ihrer Bauanleitungsbeschreibung. Dennis könnte ebenfalls nach dem weiteren Vorgehen fragen.

Äußerung 8:

Maya zeigt offenbar erneut ein Kopfschütteln, den Blick auf Dennis Arbeitsbereich gerichtet. Dies unterstreicht zunächst die Vermutung, dass sie erneut einen Einwand, möglicherweise gegen die alternative Positionierung des 8er Steins durch Dennis, vorbringt. Die anschließende Gestik lässt mehrere Deutungen zu: Maya könnte hier eine betonende und rhythmisierende Geste z. B. zu ihrer zeitgleichen Lautsprache zeigen, die ihren Einwand

unterstreichen könnte, um der Lautsprache inhaltlich mehr Gewicht zu verleihen. Die Art der Handform lässt darüber hinaus die Deutung zu, dass hier nicht nur etwas möglicherweise besonders Zentrales und daher zu Betonendes aus Mayas Sicht verhandelt wird, sondern dass durch die Gestik bspw. auch die Lage eines Steines oder mehrerer davon, potentiell des eben von Dennis gesetzten 8er Steines, angezeigt wird: Maya könnte mit ihrer Geste anzeigen, dass der entsprechende Stein nicht im rechten Winkel zum 12er Stein positioniert werden soll, sondern parallel in Bezug auf die Längsseiten der beiden Steine. Die Hand würde hier wiederum für den Stein/die Steine stehen. Die symmetrische Zweihandgeste mit den flachen Händen, die Handinnenseiten einander zugewandt, könnte eine Wiederholung von Mayas Geste vom Beginn in Äußerung Ib.11ff sein. Sie könnte auch darauf hindeuten, dass Maya nicht nur die rechte Seite von Bau I betonen möchte, sondern eventuell gleichzeitig die linke Seite von Bau I. Es könnte auch sein, dass hier die rechte Hand für den rechts platzierten 12er Stein steht und die linke Hand von Maya für den 8er Stein, der daneben platziert werden soll. Ebenso könnte der linke 12er Stein mit der linken Hand und der eben platzierte 8er Stein mit der rechten Hand verkörpert werden. Damit würde Maya eine eigene Geste aufgreifen und hier möglicherweise zwar in Bezug auf die damit gemeinten Steine umdeuten, nicht aber in Bezug auf deren Relation zueinander. Eine solche Geste steht in der bisherigen Historie ihrer Äußerungen mutmaßlich für Parallelität in Bezug auf die Längsseiten der jeweils gemeinten Steine.

Es scheint sich hier zu bestätigen, dass Maya davon auszugehen scheint, dass Dennis ihre Gesten sehen kann. Der Blick nach rechts könnte für ein Nachdenken oder Konzentrieren stehen oder bereits für ein Warten darauf, dass Dennis die vorgenommenen Anweisungen nun ausführt. Vielleicht zeigt es auch eine gewisse Langeweile, die für Maya in der Wartezeit bis zur Umsetzung durch Dennis entstehen könnte. Es wäre auch möglich, dass sich Maya hier unsicher ist, ob es nach den zu Beginn präsentierten Regeln durch B für die Situation (z. B. der*die Partner*in darf das Gebäude des*r jeweils anderen nicht sehen usw.) in der Situation überhaupt erlaubt ist, Gesten hinter der Trennwand zu zeigen bzw. in den Arbeitsbereich von Dennis zu schauen. Der Blick nach rechts könnte dann ihre Bemühtheit ausdrücken, gerade nicht in den Arbeitsbereich Dennis' zu schauen. Die Situation erinnert in dieser Lesart fast ein bisschen an ein Bemühen möglichst unauffällig etwa in einer Testsituation beim*bei der Sitznachbarn*in abzuschreiben. Ein Abwenden durch Maya von Dennis nach rechts führt andererseits auch dazu, dass er mehr oder weniger unbeobachtet die Möglichkeit hat, eine Mayas Vorstellungen entsprechende Position des 8er Steines zu finden. Eine weitere Deutung des abgewandten Blicks wäre, dass hier etwas Mayas Aufmerksamkeit erregt, möglicherweise die auf dieser Seite positionierte Kamera, und sie schaut deshalb nach rechts. Der abgewandte Blick ist in jedem Fall auffällig und würde nicht sofort einer gleichzeitig so betonten Gestik zugeordnet werden. Das anschließende Umfassen der Ecken der Arbeitsunterlage kann als Warten gedeutet werden z. B. bis Dennis ihre Anweisungen ausgeführt hat, die sie hier möglicherweise lautsprachlich einbringt. Das Einrollen der Lippen und der erneute Blick nach rechts könnten diese Deutung

unterstreichen. Es kann gleichzeitig ein Zeichen hoher Konzentration oder Anspannung sein, dass Maya hier veranlasst, die Lippen einzurollen. Diese Mimik erinnert an Menschen bei einer Tätigkeit, bei der sie z. B. relativ filigran und konzentriert vorgehen müssen und auf diese Weise eventuell sogar ihre Luft kurz anhalten. In der Lautsprache könnten sich diese Deutungen der körperlichen Äußerung Mayas wiederfinden und möglicherweise auch eingrenzen lassen.

Maya zeigt in der Lautsprache den Ausspruch „mh**mhme**\(.) so dass es genauso lang ist wie das **andere**\ (..)“. Das „Mh**mhme**\“ zu Beginn könnte Zustimmung oder Ablehnung im Sinne einer Verneinung sein. Die Betonung auf dem letzten Teil und die Stimmensenkung sowie das erneute gezeigte Kopfschütteln sprechen eher für letztere Annahme. Bei einem zustimmenden „mh**mhme**\“ würde man wohl eher eine Stimmhebung erwarten. Offenbar bringt Maya hier also erneut einen Einwand gegen die Bauweise Dennis' vor. Die Betonung in der Lautsprache passt zur Betonung ihrer parallel ausgeführten Geste mit beiden flachen Händen. Die Pause in der Lautsprache könnte dafür stehen, dass Maya hier möglicherweise unsicher ist, wie sie die in ihren Augen anzunehmende nötige Korrektur der Positionierung lautsprachlich umschreiben soll. Durch ihre zeitgleiche Geste wird hier mutmaßlich die gemeinte korrigierte Position angezeigt. Lautsprachlich differenziert Maya hier offenbar, was sie möglicherweise in Äußerung 4b mit „genauso groß“ gemeint hat, denn nun formuliert sie „genauso lang“ (Äußerung 8). Sie verweist damit auf eine Längenrelation von zwei Objekten und auf deren direkte Vergleichsmöglichkeit bezüglich der Ausprägungsgröße *Länge*, die sich durch die Anwesenheit beider Objekte im Gestenraum bzw. auch im Arbeitsbereich von Dennis ergibt. Maya nutzt lautsprachlich eine Längenrelation zwischen zwei Aspekten des Baus: „es“ und „das **andere**\“ sollen offenbar „genauso lang“ im Nachbau angeordnet werden (vgl. Äußerung 8). Mit dem sächlichen es könnte sie den 8er Stein meinen und „das **andere**\“ meint möglicherweise den 12er Stein. Damit wäre ihre Äußerung so zu deuten, dass der 8er Stein wie in der Gestik gezeigt, mit seiner Längsseite parallel zur Längsseite des 12er Steins gelegt werden muss und zwar so, dass er genauso lang ist (und bspw. nicht übersteht) wie der 12er Stein ist, d. h. mit diesem bündig abschließt. Es könnte auch sein, dass Maya hier erneut auf die beiden Teile des Baus verweist. In diesem Fall könnte sie dann mit „es“ z. B. die rechte Seite, also den rechten 12er Stein + 8er Stein meinen und mit „das **andere**\“ dann die linke Seite des Baus und damit den bereits dort liegenden 12er Stein. In der Lautsprache werden damit Verweise auf zwei Bestandteile des Gebäudes vorgenommen, die gleich sein sollen in Bezug auf ihre Länge. Die Lautsprache und die Gestik ergänzen sich in Mayas Äußerung und verweisen potentiell beide auf die gleiche Anordnung, wobei jeder Modi spezifisch auf einen anderen raumgeometrischen Aspekt der Anordnung der Steine verweist. Dabei setzen aber beide Modi immer zwei Dinge/Steine/Teile des Gebäudes in Relation: Die Gestik zeigt eine parallele Anordnung nebeneinander, während die Lautsprache die Länge der beiden Aspekte in Relation setzt und auf ihre diesbezügliche Gleichheit verweist.

In der Folge könnte Dennis nachfragen, was bzw. welche Steine Maya hier meint. Ebenso könnte er sie um Hilfe bitten oder auch erneut versuchen seine Interpretation anzupassen und eine alternative Anordnung zu seiner aktuellen Steinpositionierung in Bau 2 vorschlagen. Es könnte sich B einschalten und z. B. eine detailliertere Beschreibung von Maya oder eine Klärung dessen einfordern, was vermeintlich gemeint ist.

Äußerung 9a (a-b):

Dennis beginnt teilweise gleichzeitig mit Mayas Äußerung 8 offenbar erneut mit dem eben gesetzten 8er Stein zu hantieren. Zunächst scheint er unsicher zu sein, wo genau er diesen platzieren könnte, vielleicht weil er bereits zwei Alternativen angeboten hat, die offensichtlich nicht Mayas Vorstellungen entsprachen. Dennis hebt den 8er Stein zunächst mit der rechten Hand an und bewegt ihn nach links, so dass er über der Mitte der beiden 12er Steinen steht. Bei der Bewegung nach rechts über den rechten 12er Stein, dreht Dennis den 8er Stein um 90° und bringt ihn in die gleiche räumliche Ausrichtung, wie die 12er Steine sind. Möglicherweise hat er Mayas Gestik wahrgenommen und den 8er Stein deshalb nun in dieser Weise gedreht. Auch möglich ist, dass er lediglich auf ihren erneuten lautsprachlichen Einwand reagiert, ihre Gestik nicht notwendigerweise gesehen haben muss, und dennoch zu dieser Drehung kommt, um eine weitere Alternative der Positionierung des Steins anzubieten. Dennis setzt den 8er Stein auf dem rechten 12er Stein ab und zwar so, dass er an der Seitenfläche von Bau 2, die zu Kamera 1 weist, bündig mit dem 12er Stein abschließt. Damit hat Dennis nun die veränderte Ausrichtung des Steines im Raum beachtet und gewissermaßen auch, dass er genauso lang sein soll wie „das **andere**“ (Äußerung 8). Mayas Hinweis aus Äußerung 4a („daneben“) wird in Bezug auf den 8er Stein und den 12er Stein, auf dem er sitzt, zwar nicht mehr berücksichtigt, ergibt sich aber aus der Anordnung des anderen 12er Steines und der beiden Teile von Bau 2 insgesamt und könnte daher von Dennis als ausreichend beachtet eingeschätzt werden. Die Hand am 8er Stein signalisiert mögliche Unsicherheit bezüglich dessen Positionierung, was in Anbetracht der vorherigen Einwände Mayas aber auch nicht weiter überrascht. Das Anheben und Klappen des Steines um 90° im Raum spricht ebenfalls für Unsicherheit Dennis', wie der Stein platziert werden soll. Eventuell erkennt Dennis hier, dass die beiden Steine – der 12er und der 8er Stein – andere Längen aufweisen und betrachtet den 8er Stein nun seitlich und von unten, um beurteilen zu können, wie er ihn dennoch entsprechend der Vorgaben Mayas auf den 12er Stein aufbringen könnte. Schließlich drückt er ihn auf dem 12er Stein in unveränderter Weise fest, möglicherweise um weitere Einwände abzuwarten oder weil Dennis sich sicher ist, dass dies die einzig mögliche und noch ausstehende Variation ist, den 8er Stein in Bau 2 einzubringen.

Abbildung A2-5_9 zeigt die sich nun ergebende Gestalt von Bau 2 aus Dennis' Perspektive:

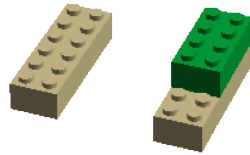


Abb. A2-5_9 Bau 2 nach Äußerung 9a aus Dennis' Sicht.

Wenn Dennis Mayas Gestik berücksichtigt hat, dann könnte dies im Prinzip einer Interpretation dessen entsprechen, was sie mit den Händen in Äußerung 8 angezeigt hat, nämlich zwei Teile in Form ihrer zwei flachen und zueinander gewandten Hände nebeneinander, die gleich lang sind. Die zeitliche Überschneidung der Äußerungen würde dies zulassen. Die gleiche Länge könnte sich dann auf die beiden 12er Steine oder grundsätzlich auf die beiden Teile von Bau 2 beziehen. Wenn Dennis auf den linken 12er Stein im weiteren Verlauf ebenso einen 8er Stein setzen würde, dann würde sich die gleiche Länge möglicherweise auch auf die Höhe der beiden Seiten von Bau 2 übertragen lassen.

Lautsprachlich äußert Dennis erneut „(so)“, diesmal aber deutlich weniger betont und mit einer Stimmhebung versehen, was anders als etwa in Äußerung 5 eher auf Unsicherheit hindeutet. Möglicherweise spricht er diesmal nicht so deutlich, weil er sich zeitgleich zu Maya äußert, die er eventuell nicht unterbrechen möchte oder deren Erläuterung er zeitgleich mit hoher Konzentration umsetzen möchte. Unsicher könnte sich Dennis auch sein, weil ihm vielleicht diese nun gezeigte Variante unwahrscheinlich erscheint, weil er z. B. die Bedingung „daneben“ aus Äußerung 4a so als nicht umgesetzt interpretieren könnte. Dennis wird aber möglicherweise auch einfach insgesamt vorsichtiger in seinen Formulierungen, weil bisher bereits zweimal Einwände von Maya gegen seine Bauweise eingebracht wurden (vgl. Äußerung 6 u. 8).

In der weiteren Interaktion könnte sich B einbringen und z. B. um andere oder detailliertere Beschreibungen von Maya bitten. Es könnte auch sein, dass sie die verschiedenen Deutungen der Schüler*innen thematisiert. Ebenso könnte Dennis diesbezüglich nachfragen oder Maya kommentiert seinen aktuellen Positionierungsversuch.

Äußerung 10:

Hier bringt sich offensichtlich B in die Sequenz ein. Sie spricht gleichzeitig mit Dennis' Äußerung 9a. Möglicherweise gibt sie einen Hinweis auf die verschiedenen Deutungsweisen der Schüler*innen oder weist auf den möglichen Bedarf einer Klärung hin.

In der Lautsprache scheint aber B eher Lob an die Schüler*innen zu richten und macht gleichzeitig keine direkte inhaltliche Aussage etwa zum aktuellen Stand der Dinge. „**Super** macht ihr des\“ klingt wie eine allgemeine Formulierung, die mutmaßlich motivieren soll und

dabei nichts konkret als korrekt, inkorrekt oder überdenkenswert hervorhebt. Es könnte sein, dass B den Eindruck hat, dass Maya nach Dennis' aktueller Platzierung von Steinen nun erneut einen Einwand vorbringen könnte und möglicherweise möchte B schon einmal vorsorgen und positiv verstärken, damit eventuell Dennis die Motivation nicht verliert. Es kann aber auch sein, dass sie nicht den Eindruck von Gleichgültigkeit vermitteln möchte, weil sie zu Beginn aus der Situation herausgegangen ist. B könnte mit dem eher allgemein formulierten Lob also ihre gedankliche Anwesenheit den Schüler*innen gegenüber deutlich machen wollen. B lobt eher das Tun und Vorgehen der Kinder, ohne dabei auf inhaltliche Details einzugehen – entweder, weil sie die Deutungsdifferenzen hier nicht wahrnimmt oder sie für nicht bedeutsam genug hält, um von ihr angesprochen zu werden. Es kann auch sein, dass sie insgesamt positiv bewertet, wie die Schüler*innen arbeiten und sie dafür ihre Anerkennung äußern möchte. Möglich wäre auch, dass B das Lob nutzt, um nun einen Hinweis ihrerseits zu platzieren bezüglich einer Verbesserung der Zusammenarbeit der Schüler*innen oder der Effektivität ihres Arbeitens am Nachbau. Die Formulierung ist so gewählt, dass B das Tun der Schüler*innen anspricht, so dass sie damit eventuell auch ihre Rolle als zurückhaltende Beobachterin in der Situation stärken möchte.

In der weiteren Sequenz könnten die Schüler*innen als Reaktion auf dieses Lob darauf hinweisen, dass sie aktuell über verschiedene Deutungen verfügen und diese zunächst klären möchte. Sie könnten Bs Lob auch ignorieren oder unkommentiert aufnehmen und als Motivation für ihr Tun verstehen. Es wäre möglich, dass Maya erneut einen Einwand vorbringt oder weiter voranschreitet mit ihrer Bauanleitung. Ebenso könnte Dennis bei Maya oder auch bei B nachfragen oder um Hilfe bitten.

Äußerung 9b (a-b):

Dennis ergreift in dieser Äußerung mit der linken Hand einen noch nicht verbauten 8er Stein. Möglicherweise möchte er diesen nun in Bau 2 verbauen. Es könnte sein, dass er vermutet, dass nun ein weiterer 8er Stein konsistent zum symmetrischen Aufbau des Gebäudes verbaut werden muss. Wenn er Mayas Äußerungen bisher so deutet, dass es zwei Seiten oder Teile am Gebäude gibt, die gleiche Eigenschaften aufweisen, könnte er auf eine symmetrische Gestalt des gesamten Gebäudes schließen. Er könnte also nun vermuten, dass er auch auf den linken 12er Stein einen 8er Stein platzieren muss als Pendant zu seinem Vorgehen auf der rechten Seite und beabsichtigt dies eventuell zu tun. Dem widerspricht allerdings die Bewegung Dennis' mit dem Stein. Er führt ihn zunächst über den rechten 12er und 8er Stein und hält ihn so, dass die Unterseite in Richtung der Trennwand weißt und der Stein senkrecht nach oben steht. Möglicherweise ist er sich unsicher bezüglich der Platzierung des eben gesetzten 8er Steins und nimmt daher einen baugleichen Baustein, um mit diesem die weiteren Alternativen auszuloten. Die Übergabe an die rechte Hand zeigte Dennis auch schon vorher: Auch in Äußerung 7 ergriff Dennis einen Stein mit der linken Hand und übergab ihn an die rechte Hand. Eventuell ist dies seine Führhand, mit der er vornehmlich arbeitet. Nun führt Dennis den neu aufgehobenen 8er Stein mit einer Drehung

verbunden über die Mitte zwischen die beiden 12er Steine und zwar so, dass er bezüglich seiner Längsseite im rechten Winkel zu den 12er Steinen ausgerichtet ist. Es scheint so, als wolle Dennis nun seine Idee von vorher trotz des Einwands von Maya umsetzen: Auch in Äußerung 5 hat Dennis zunächst den ersten 8er Stein bereits in dieser Weise zwischen die beiden 12er Steine platziert, woraufhin Maya ihren ersten Einwand erzeugte (vgl. Äußerung 6). Möglich ist, dass Dennis nun auf eigene Faust agiert und Bau 2 nach eigenen Vorstellungen weiterbauen möchte, ungeachtet dessen, was Maya zuvor erläuterte. Dies ließe sich daraus schließen, dass er mit einem zweiten 8er Stein offenbar am Gebäude agiert, den aber Maya bisher zumindest noch nicht erwähnt hat. Möglich ist auch, dass Dennis das Drehen des Steines über Bau 2 an verschiedenen Stellen mehr oder weniger als Übersprungshandlung zeigt, bis eine neue Anweisung von Maya eingebracht wird. Es könnte sein, dass er verschiedene Versionen ausprobiert, wie ein 8er Stein in Bau 2 verbaut werden könnte, um z. B. einem möglichen erneuten Einwand von Maya mit verschiedenen Varianten begegnen zu können.

Im Fortgang seiner Bewegung setzt Dennis den weiteren 8er Stein in der gleichen Weise auf den linken 12er Stein, wie er es auch schon mit dem ersten 8er Stein rechts ausgeführt hat. Das Andrücken des 8er Steins links erfolgt offenbar ausgiebig mit beiden Händen, was auf besondere Sorgfalt schließen lassen könnte und gleichzeitig Maya Zeit geben würde, einen Einwand vorzubringen, bevor Dennis den Stein ganz angedrückt hat oder bereits seine Hände schon wieder vom Stein wegbewegt. Betrachtet man den aktuellen Stand von Bau 2 und Mayas bisherige Angaben zum Nachbau, könnte man zu der Einschätzung kommen, dass Bau 2 zumindest einer möglichen Interpretation der Vorgaben entspricht, wenn auch möglicherweise anders interpretiert, als von Maya mutmaßlich beabsichtigt: Es gibt zwei Seiten oder Teile des Baus, die aus 12er und 8er Steinen bestehen, nebeneinander im Arbeitsbereich bzw. Bauplan angeordnet sind und die gleiche Länge aufweisen.

Dennis' rechte Hand wird abschließend an den Kopf geführt und dieser darauf abgestützt. Dies könnte auf eine Warteposition, möglicherweise bezüglich der weiteren Anweisungen oder Reaktionen Mayas hindeuten. Ebenso könnte es zur Entlastung, möglicherweise aufgrund der Konzentrationsanstrengung, die Dennis mutmaßlich aufbringen muss, dienen. Des Weiteren könnte es auch auf Ratlosigkeit oder gar Langeweile hindeuten, eventuell aufgrund von Mayas wiederholtem Einspruch gegen Dennis' Bauweise. Er könnte sich als Folge davon aus Resignation aus dem Geschehen zurückziehen wollen. Die linke Hand verbleibt am linken Teil von Bau 2. Möglich ist, dass Dennis auf den Steinen verbleibt, um bei einem möglichen folgenden Einwand Mayas schnell wieder deren Positionen verändern zu können. Es kann aber auch sein, dass er seine Positionierung sichern möchte und daher auf dem Stein verbleibt, um ihn vor Mayas möglichem Eingreifen oder gar ihrem Blick zu schützen.

In der Lautsprache äußert sich Dennis nicht. Dies könnte auf hohe Konzentration verweisen. Ebenso könnte er es nicht für nötig halten, sich zu erklären oder eine Frage an Maya zu stellen, möglicherweise, weil er lieber Mayas Reaktion abwarten möchte.

In der weiteren Sequenz könnte Maya erneut einen Einwand vorbringen und damit auf Dennis mutmaßliche Frage „so!“ aus Äußerung 9a Antwort geben. Ebenso könnte sie fortfahren in ihrer Erläuterung, wie Bau 2 gebaut werden muss, weil sie z. B. darauf nicht mehr weiter eingehen möchte, was sie genau mit ihren vorherigen Äußerungen meinte. Es könnte sich auch B einschalten und auf die verschiedenen Deutungen verweisen. Ebenso könnte Dennis erklären, dass er bereits weiter vorangeschritten ist und deutlich machen, warum er genau auf diese Weise den weiteren 8er Stein in Bau 2 gesetzt hat.

Äußerung 11:

Maya erzeugt diese Äußerung. Sie blickt zunächst zum Arbeitsbereich von Dennis, was eine körperliche Reaktion bei ihr auszulösen scheint: Sie sinkt im Oberkörper zusammen. Möglicherweise ist sie nicht zufrieden mit dem, was sie sehen kann, nämlich z. B. mit dem, was Dennis nun gebaut hat und zeigt dies durch ein solches Zusammensinken an, so als wäre alle Anspannung, Anstrengung und Mühe umsonst und sie müsse noch einmal von vorne beginnen. Sie erkennt möglicherweise ein verschiedenes Verstehen der Angaben zum Nachbau. Es könnte sich auch im Gegensatz dazu um eine Reaktion der Erleichterung handeln, weil Dennis möglicherweise endlich ihren Vorgaben entsprechend gebaut haben könnte. Ihr anschließendes Abwenden und Kopfschütteln spricht aber eher dafür, dass sie nicht einverstanden zu sein scheint mit dem, was sie mutmaßlich in Dennis' Arbeitsbereich sieht. In dieser Lesart würde sie also eine relativ starke ablehnende Reaktion zeigen. Das anschließende Zusammenführen der Hände könnte eine erneute lautsprachliche Erklärung von Maya begleiten. Ebenso könnte es, möglicherweise wie zu Beginn, auch an eine Gebetshaltung erinnern. Vielleicht bringt sie auf diese Weise zum Ausdruck, um Einsicht und Verständnis für ihre Anleitung bei Dennis zu bitten. Es könnte auch so gedeutet werden, als sammle sie nun noch einmal all ihre Konzentration, möglicherweise, um Dennis hier noch einmal neu zu erklären, was sie meinte. Die Hände zeigen erneut eine symmetrische Geste, die bezogen auf das gegebene mathematische Problem auch für die beiden Seiten des Gebäudes stehen könnte und eine räumliche Relation ausdrückt. Mit dem Auseinanderführen und erneuten Zusammenführen der Hände könnte Maya deutlich machen wollen, dass die Steine nebeneinander und nicht aufeinander, wie Dennis gebaut hat, platziert werden müssen. Die Handhaltung kann aber auch rein für Sammlung und Konzentration oder möglicherweise, in Anbetracht ihrer starken Reaktion zu Beginn dieser Äußerung, auch für Ratlosigkeit oder Unverständnis aufgrund Dennis' Umsetzung ihrer Anleitung stehen. Die Orientierung zu Bau 1 hin könnte darauf hindeuten, dass Maya nun zu einer neuen Erklärung ansetzen möchte und dazu noch einmal an Bau 1 genauer überprüfen möchte, wie gebaut werden muss. Sie erhofft sich vielleicht mit der Betrachtung des Originals mehr Einsicht, wie sie geeignet erläutern könnte. Das Anheben der Unterlagenecken ist eine bereits bekannte

Verhaltensweise von Maya und deutet hier eher auf eine Übersprungshandlung hin, möglicherweise, weil sie warten oder nachdenken muss.

In der Lautsprache scheint sich die vermutete starke Ablehnung von Maya gegenüber dem, was Dennis gebaut hat, zu bestätigen: „Nein\ **oh** nich **so** Dennis\ **daneben**(...+)“ bringt Maya lautsprachlich hervor. Zunächst erscheint dies als ein relativ starker Einwand, der auch Überraschung zeigen könnte über das, wie Dennis nun gebaut hat („**oh**“). Gleichzeitig könnte das „**oh**“ auch die Vermutung der sehr starken Ablehnung unterstreichen und eher als Ausdruck von Gereiztheit interpretiert werden. Maya könnte dies als Ausdruck ihrer möglichen Unzufriedenheit über die Bauweise Dennis' äußern. Die langgezogene Aussprache, die sich dann bei „**so**“ wiederholt, unterstreicht möglicherweise diese Deutung. Auch die zweifache Stimmensenkung in Mayas Äußerung und die direkte Ansprache an Dennis könnte den angenommenen Unmut zusätzlich zum Ausdruck bringen. Maya zeigt keine alternative Erklärung, etwa im Sinne einer veränderten Bauweise, die sie beschreibt. Sie betont aber nochmals den Aspekt, den Dennis vielleicht in ihren Augen bei seiner Bauweise außer Acht gelassen haben könnte, nämlich, dass etwas „**daneben**“ platziert werden müsse. Maya verweist erneut auf eine räumliche Relation zu einem Referenzobjekt, jedoch auch hier ohne die Orientierung an links, rechts, vor oder hinter. Die räumliche Relationsangabe könnte sie auf den 12er und den 8er Stein beziehen oder auch auf beide Teile von Bau 2. Letzteres erscheint eher unwahrscheinlich, weil dies bereits umgesetzt erscheint. Mit Blick auf die Gestik könnte Mayas Bewegung zu Bau 1 auch darauf hindeuten, dass sie nun weitermachen möchte und davon ausgeht, dass dieser erneute Hinweis, dass die Steine nebeneinander gebaut werden müssen, ausreicht. Sie könnte sich schon um den nächsten Schritt in ihrer Erläuterung kümmern wollen.

Im Fortgang der Sequenz könnte Dennis Mayas Hilfe beim Nachbau anfordern oder Protest gegen ihre häufigen Einwände oder auch ihre Erklärungsweise äußern. Auch B könnte sich einschalten, um z. B. schlichtend die offenbar vorhandenen verschiedenen Ansichten der Schüler*innen aufzugreifen.

Äußerung 12:

Äußerung 12 wird teilweise gleichzeitig mit Mayas Äußerung 11 von Dennis hervorgebracht. Dies könnte darauf hindeuten, dass er möglicherweise gleich anfangen möchte, Mayas Einwand gerecht zu werden und Bau 2 zu verändern noch bevor Maya zum Ende ihrer Äußerung kommt. Es wäre auch möglich, dass er gerade nicht weiter auf Maya hören möchte und eher eine eigene Idee davon entwickelt hat, wie er Bau 2 bauen könnte. Er könnte Maya absichtlich ignorieren und einfach seinen möglicherweise vorhandenen Plan davon weiterverfolgen.

In der weiteren Bewegung lässt sich aber eher mutmaßen, dass Dennis nun offenbar Mayas wiederholt gestisch und lautsprachlich geäußerte Hinweise zum Nebeneinandersetzen der Steine in einer weiteren Variante umzusetzen beabsichtigt. Er hebt den linken 8er Stein samt

12er Stein an und übergibt die Steine erneut an seine rechte Hand. Er löst dann den 8er Stein und platziert mit rechts den 12er Stein an seine ursprüngliche Stelle in seinem Arbeitsbereich. Eventuell geht Dennis also nun zu dem Bauschritt zurück, den er als von Maya positiv evaluiert ansieht. Den eben gelösten 8er Stein platziert er links neben dem 12er Stein und zwar so, dass der 8er Stein und der 12er Stein an den kurzen Seitenflächen, die zu Kamera 1 weisen, bündig abschließen. Auch mit der rechten Seite von Bau 2 verfährt er auf diese Weise: Er hebt zunächst den 8er+12er Stein an, stellt ihn aber dann zurück auf die Ursprungsposition, löst den 8er Stein vom 12er Stein und platziert den 8er Stein rechts neben dem 12er Stein in unveränderter räumlicher Ausrichtung. Anschließend ist Dennis offenbar fertig mit seiner Aktion und legt die Hände links und rechts auf bzw. an den Teilen des Baus 2 jeweils in Staffelhandform ab. Damit scheint er aktionsbereit für eine neue Anweisung und könnte gleichzeitig signalisieren, dass seine Aktion an Bau 2 abgeschlossen ist. Mit der Umpositionierung der Steine, wie er es zeigt, wird Dennis zum Einen Mayas erneutem Einwand gerecht und zum Anderen versucht er mutmaßlich durch das daneben Stellen der 8er Steine neben den jeweiligen 12er Stein, die von Maya in Äußerung 11 wiederholte Bedingung „**daneben**“(Äußerung 11), auf diese Weise umzusetzen.

In der Lautsprache äußert sich Dennis offenbar nicht. Dies verweist auf eine gewisse Geduld, über die Dennis verfügt, weil man zumindest eine Gegenposition zu Mayas starkem Einwand in Äußerung 11 hätte erwarten können. Dennis hätte seine bisherige Bauweise verteidigen oder erklären können, wie er dazu kam oder gar Mayas Erklärweise kritisieren können. Es scheint so, als sei Dennis aber hier eher zurückhaltend oder er hält dies für nicht nötig und lässt lieber seine Aktion sprechen, eventuell auch zugunsten des gemeinsamen Ziels, Bau 2 als kongruenten Nachbau von Bau 1 zu erstellen.

In weiteren Verlauf könnte Maya Dennis in seinem Tun bestätigen oder auch erneut Kritik an der Umsetzung ihrer Anleitung durch Dennis äußern. Es kann auch sein, dass Maya mit ihrer Bauanleitung fortfährt, weil sie eventuell ihre Anweisungen für erfüllt hält und weitere Hinweise gibt, wie Dennis weiterbauen soll.

Äußerung 13a (a-b):

B scheint sich ebenfalls noch zu Dennis Äußerung überschneidend zu äußern und bringt offenbar einen lautsprachlichen Beitrag in die Situation ein. Sie ist weiterhin nicht zu sehen. Die Gleichzeitigkeit der Äußerung von B mit Dennis' Äußerung 12 könnte darauf hindeuten, dass sie möglicherweise eher etwas aufgrund von Mayas Äußerung 11 äußern könnte. Es wäre möglich, dass sie um Milde in deren Urteil über Dennis' Bauweise bittet. Ebenso wäre die zeitliche Überschneidung als Hinweis darauf zu deuten, dass B eventuell etwas Schlichtendes und möglicherweise weniger auf das mathematische Problem speziell Bezogenes einbringt, sondern vielleicht eher auf gemeinsames Arbeiten oder detailliertere Abstimmung hinweist.

„Guck mal was die Maya erklärt“ bringt B lautsprachlich hervor. Die Überschneidung setzt zu dem Zeitpunkt ein, als Dennis bereits den linken Teil von Bau 2 umgebaut hat und sich dem rechten Teil zuwendet. Dennis scheint also zumindest gerade eine Version davon umsetzen zu wollen, was gefordert wurde: Er setzt die 8er Steine neben die 12er Steine. Vielleicht nimmt B dies als eine zu geringe Aufmerksamkeit von Dennis wahr. Es kann aber auch sein, dass B Dennis' Aktion in diesem Moment nicht wahrnimmt und daher so reagiert. Es fällt auf, dass Dennis B zufolge *gucken* soll, was Maya *erklärt*. Es ist möglich, dass B hier implizit auf Mayas Gestik verweisen möchte und daher diese eher ungewöhnliche Formulierung wählt. Möglicherweise wählt sie hier *Gucken* nicht im tatsächlichen Sinne etwa von Schauen, sondern eher im übertragenden Sinne als Aufmerksamkeitsaufforderung. Vielleicht vermutet B, dass die verschiedenen Deutungen zustande kommen, weil Dennis nicht oder nicht genau genug zuhört, zu wenig Aufmerksamkeit für Mayas Erläuterungen aufbringt oder ihre Gestik nicht beachtet. B befürchtet möglicherweise bei Maya in Kürze aufkommenden Unmut über Dennis' Bauweise und möchte vermeiden, dass die Situation sich weiter verschärft. Diese Einschätzung könnte B aufgrund der unterschwellig und Maya zu unterstellenden Gereiztheit vornehmen, die sie mutmaßlich mit Äußerung II hervorbrachte. B richtet ihre Forderung offenbar ausschließlich an Dennis und erzeugt zumindest bis hierhin keine Forderung adressiert an Maya, etwa langsamer, genauer oder nochmals zu erläutern.

In der weiteren Sequenz könnte Dennis protestieren und sich verteidigen, B oder Maya oder beiden gegenüber. Gleichzeitig könnten die Schüler*innen auch mit dem Bau 2 fortfahren und zumindest nicht explizit auf Bs Hinweis eingehen. B könnte sich auch an Maya richten und von ihr entsprechend zu der Forderung an Dennis eine detailliertere, genauere oder variierte Erklärung einfordern.

Äußerung 13b (a-b):

B spricht offenbar in Äußerung 13b weiter.

Sie adressiert ihre Äußerung anscheinend direkt an Maya und spricht teilweise betont: „**Maya erklär's** ihm noch mal(.) weil er hats noch nicht verstanden“. Diese Äußerung fordert zunächst nicht explizit eine alternative, aber zumindest offenbar eine erneute („noch mal“) Erklärung von Maya. Gleichzeitig wird darin das Verstehen von Dennis in Frage gestellt bzw. bewertet. B könnte bezweifeln, dass Mayas Äußerung durch Dennis akustisch verstanden wurde. Wenn B sich aber auf Dennis Verständnis im Sinne von Einsicht, Erfassen oder der Möglichkeit, etwas nachzuvollziehen bezieht, erfährt diese Einschätzung keinerlei weitere Begründung. Unklar bleibt auch, wie B zu dieser möglichen Einschätzung kommt. Zudem erteilt diese Äußerung Bs grundsätzlich Dennis eine hohe Verantwortung für den aktuellen Stand der Dinge und die Einschätzung Bs, dass Maya noch einmal erklären muss. B formuliert so, als sei allein ein mögliches Verstehen beim nachbauenden Partner Dennis Voraussetzung für die gelingende Bewältigung der gegebenen Situation. Dennis'

Verständnis – akustisch oder inhaltlich – wird weder als Annahme oder Vermutung Bs noch als subjektive Einschätzung Bs gekennzeichnet. Vielmehr bringt die begleitende Person den letzten Teil der Äußerung eingeleitet mit „weil“ offenbar als Begründung ihrer eigenen Forderung an Maya, „noch ma“ zu erklären, an.

Es lässt sich im Transkript erkennen, dass die Äußerung I3a von B in dem Moment ansetzt, als Dennis die Steine gerade nebeneinander platziert. Diese Handlung Dennis' könnte durchaus seine mögliche Interpretation dessen zeigen, was Maya in Äußerung 5 erläutert hat: „Dann (.) kommt daneben so ein **Achter** [...]“ (Äußerung 5). B ist offensichtlich aber dennoch der Meinung, dass Dennis etwas noch nicht verstanden hat, vielleicht deshalb, weil B sich hier in der Lage sieht, Dennis' Agieren in Bezug auf das gegebene mathematische Problem der Erzeugung eines kongruenten Nachbaus von Bau I in geeigneter Weise einschätzen zu können. B kennt beide Gebäude (vgl. Kap. 9.3.6) und sieht sich daher möglicherweise im Stande, solche Einschätzungen vorzubringen. Die Formulierung Bs in Äußerung I3b klingt eher allgemein, so als wäre B der Meinung, dass Dennis grundsätzlich noch nicht verstanden habe, wie Steine platziert werden müssen oder wie Bau 2 überhaupt gebaut werden muss – inhaltlich oder auch akustisch. Möglicherweise möchte B Maya hier aber auch nur eine schnelle und gewissermaßen nicht-widerlegbare Begründung liefern, warum sie nochmals zu einer Erklärung ansetzen sollte und B nimmt daher eine relativ deutliche und möglicherweise sogar abwertend interpretierbare Bewertung dessen vor, was Dennis gebaut hat, bzw. verstanden hat oder auch nicht. In diesem Fall wäre die Begründung eher als Vorwand zu verstehen, um Maya zu bewegen, weiter oder nochmals die Bauweise zu erklären und würde sich eher auf Dennis' inhaltliche Einsicht in Mayas Erläuterungen beziehen. So wäre auch erklärbar, warum B ausschließlich Dennis für die offensichtlich in ihren Augen nicht erfolgreich verlaufende Erzeugung eines Nachbaus verantwortlich zu machen scheint. Möglicherweise erzeugt B Äußerung I3b also nicht unbedingt, weil B tatsächlich auch der Meinung ist, dass Dennis etwas nicht verstanden hat, sondern weil B Maya gegenüber eine Begründung für eine weitere Erklärung anführen möchte. B könnte sich hier mutmaßlich dazu entscheiden, diese Begründung eher zu Ungunsten von Dennis zu formulieren, um Mayas möglicherweise von B in Äußerung I1 unterstellte Gereiztheit nicht zusätzlich noch zu verstärken.

Nicht-widerlegbar wirkt die Begründung Bs hier deshalb, weil sich Dennis an dieser Stelle im Grunde nicht verteidigen kann: Er ist der einzige im Raum, der nicht die Möglichkeit hat, Bau I und Bau 2 im Vergleich zu sehen. Man kann B unterstellen, dass sie zumindest wissentlich für alle Beteiligten über das Recht verfügt, Bau I zu sehen, und dass sie im Voraus und Verlauf der bisherigen Situation Mayas Gebäude Bau I schon einmal gesehen hat, als sie z. B. die Trennwand günstig platzierte für die aktuelle Sequenz. Selbst wenn die freie Sicht auf Bau I aus Bs aktueller Position nicht möglich wäre, so verfügt sie also gegenüber Dennis über mehr Informationen bezüglich Bau I und Bau 2, was ihr vermutlich auch von ihren beiden Gesprächspartner*innen unterstellt wird. Auch Maya hat aus ihrer Sitzposition

zumindest offenbar die Möglichkeit, Dennis' Arbeitsbereich einzusehen und verfügt dabei gleichzeitig über freie Sicht auf Bau 1 und Bau 2. Dennis hingegen – und das dürfte für alle Beteiligten, wenn auch eher unbewusst, klar sein – kann inhaltlich, d. h. bezogen auf die tatsächliche Bauweise beider Gebäude, keine Verteidigung seiner eigenen Vorgehensweise vorbringen, weil er schlicht nicht über die nötigen Informationen verfügt, beurteilen zu können, ob sein Bau 2 mit dem Original Bau 1 ansatzweise übereinstimmt.

Da sich die Äußerung Bs hier mit Dennis Agieren an Bau 2 und dem Umplatzieren der 8er Steine überschneidet, kann man B hier aber auch unterstellen, dass sie dies noch gar nicht in Gänze wahrgenommen hat und ihre aktuelle Aussage, Dennis habe es noch nicht verstanden, bezieht sich noch auf die vorherige Szene, als er die 8er Steine auf die 12er Steine platzierte. Bs Aufforderung an Maya, nochmal zu erklären, könnte sich auch weniger grundsätzlich nicht auf den gesamten Bau 2 beziehen, sondern möglicherweise nur auf den letzten Bauschritt. Es wäre nämlich auch möglich, dass die Gleichzeitigkeit des Äußerungsbeginn (Äußerung 13a) von B zur Umpositionierung der 8er Steine durch Dennis darauf verweist, dass B davon ausgehen könnte, dass Dennis nun den vorherigen Zustand herstellen möchte.

In der weiteren Sequenz könnte Maya Partei für Dennis ergreifen, wenn sie Bs Einschätzung über sein akustisches oder inhaltliches Verständnis bspw. nicht teilen würde. Wenn Maya Bs Begründung auf die akustische Verständlichkeit ihrer Aussagen bezieht, könnte sie in der Folge lauter sprechen oder darauf hinweisen, dass Dennis genauer zuhören müsse. Dennis könnte sich möglicherweise verteidigen oder rechtfertigen, indem er Mayas Art und Weise zu erklären oder die Deutlichkeit und Lautstärke ihrer Äußerungen in Frage stellt und als ungeeignet beschreibt. Es kann auch sein, dass Dennis erneut eine Alternative versucht und die Steine anders anordnet, weil er die Aussage Bs auf sein inhaltliches Verständnis des Gesagten bezieht und folglich davon ausgehen könnte, dass die 8er Steine auch nach der gerade vorgenommenen Umpositionierung nicht der Vorlage Bau 1 entsprechen. Ebenso könnte Maya eine erneute Erklärung versuchen. Gleichzeitig könnte sie sich gegen diese Aufforderung von B verwehren und keine Erklärung mehr leisten wollen, möglicherweise weil sie es in ihren Augen schon häufig genug versucht hat. Die Situation könnte von den Beteiligten auch in Folge dessen als beendet erklärt werden oder sie könnten einen neuen Weg einschlagen, z. B. die Trennwand entfernen und gemeinsam Bau 2 als Nachbau erstellen.

Äußerung 14:

Hier ergreift offenbar Dennis den Turn, indem er die Steinpositionen erneut verändert. Diese Äußerung überschneidet sich offenbar wiederum teilweise mit Bs Äußerung 13b. Es ist also möglicherweise anzunehmen, dass Dennis hier sofort und noch während B Maya zur weiteren Erklärung auffordert, damit beginnt, die Steine in Bau 2 erneut umzupositionieren, weil er Bs Äußerung als erneute Kritik seiner Bauweise werten könnte. Er schiebt mit beiden Händen die Steine so zusammen, dass nun alle lückenlos nebeneinander liegen, wobei sich

die 12er Steine in der Mitte an der Längsseite berühren. Damit bietet er eine weitere Alternative an, wie die Steine nebeneinander angeordnet werden könnten, was Maya in Äußerung 4a formuliert hatte. Dies könnte eine Reaktion auf Bs Einwand sein, dass Dennis etwas noch nicht verstanden habe. Dennis könnte diesen Einwand so deuten, dass eine erneute Veränderung der Steinpositionen nötig ist und findet tatsächlich noch eine weitere Alternative. Es scheint so, als würde er aufgrund von Äußerung 13b von B und Äußerung 11 von Maya die Angaben aus Äußerung 4a erneut versuchen umzuinterpretieren. Offenbar ist er sich aber seiner Sache nicht ganz sicher, denn gleich darauf schiebt er die Steine wieder in ihre Ausgangsposition zurück, so dass wieder eine Lücke zwischen den 12er Steinen entsteht. Diese erneute Umpositionierung der Steine nimmt er so vor, dass jeweils der 12er und der 8er Stein im linken und rechten Teil von Bau 2 zusammenbleiben: Er hebt die jeweiligen Steine (8er + 12er Stein) gemeinsam an und führt sie nach außen. Offenbar verfügt er also mindestens über die Idee, dass die 12er und 8er Steine jeweils lückenlos nebeneinander liegen müssen und gewissermaßen zwei vergleichbare Teile von Bau 2 darstellen. Dabei scheint ihm das genaue Ausrichten der Steine wichtig zu sein, denn dies scheint er offenbar sogar beidhändig abschließend am linken Teil von Bau 2 durchzuführen. Möglich ist auch, dass er sich keinen Rat mehr weiß und zu dem Stand der Dinge zurückkehren möchte, den Maya bisher noch nicht im Sinne eines Einwandes kritisiert hat. Dann wäre das Ausrichten der Steine möglicherweise auch eher kein genaues Arbeiten, sondern eine Übersprungshandlung oder Alternative, weil er ratlos ist und vielleicht eher in einer zurückhaltenden und abwartenden Position verharren möchte. Dafür spricht auch, dass er mit den Händen an den Steinen verbleibt und anschließend zu Mayas Arbeitsbereich blickt, so als würde er eine Reaktion Mayas abwarten wollen, bis er sich von den Steinen entfernt. Dieser Blick kann als Turnübergabe oder auch Aufforderung gewertet werden, Dennis weitere Anweisungen für den Bau zu geben oder einen Kommentar zur aktuellen Positionierung der Steine abzuliefern.

In der Lautsprache äußert sich Dennis nicht. Man hätte durchaus eine Rechtfertigung seines eigenen Agierens oder einen Einwand gegen Bs Bewertung seines Verständnisses erwarten können. Dennis hält dies aber offenbar nicht für notwendig oder auch gerechtfertigt. Vielleicht ist er auch selbst der Meinung, dass er etwas noch nicht verstanden hat, kann oder möchte aber keine gezielte Frage an Maya stellen, um dies für sich klären zu können. Möglicherweise traut Dennis hier also sowohl B zu, beurteilen zu können, was er noch nicht verstanden hat, als auch Maya, geeignete Erklärungen abzugeben. Es ist natürlich auch möglich, dass Dennis einer konfliktbehafteten Auseinandersetzung aus dem Weg gehen möchte und daher hier eher nichts sagt. Er könnte sich damit eher auf das implizit gegebene gemeinsame Ziel fixiert zeigen, Bau 2 voranzubringen, damit ein kongruenter Nachbau von Bau 1 entsteht. Dafür nimmt er möglicherweise auch Bewertungen seiner Möglichkeiten des Verstehens, wie Äußerung 13b von B, weitgehend unkommentiert entgegen.

In der weiteren Interaktion könnte Maya den Turn ergreifen und Dennis' Steinpositionierung kommentieren oder eine alternative Anleitung für Bau 2 geben. Ebenso könnte sie bspw. vorschlagen, gemeinsam an Bau 2 zu arbeiten oder sich einer neuen Erklärung verweigern, weil sie möglicherweise dies nicht leisten kann oder möchte.

Äußerung 15a (a-c):

Auch diese Äußerung überschneidet sich teilweise mit Dennis' Äußerung 14 und wird von Maya in die Situation eingebracht. Möglich ist, dass sie nun zu einer erneuten Erklärung ansetzt – eventuell auch ungeachtet dessen, was Dennis in Äußerung 14 eigentlich macht. Ebenso ist eine schnelle und daher sich noch überschneidende Reaktion auf Dennis' Steinpositionierungen in Äußerung 14 denkbar. Oder Maya überblickt relativ schnell, dass Dennis nichts ganz Neues mit den Steinen versucht, sondern mutmaßlich eher einen vorherigen Zustand von Bau 2 herstellt und setzt deshalb möglicherweise mit einer weiteren Erklärung an.

Maya scheint zu Dennis oder seiner Bauweise etwas äußern zu wollen, denn sie wendet sich ihm zu und zwar relativ deutlich mit einer Drehung um ihre Körperachse. Dadurch könnte sie einen neuen Abschnitt im Auseinandersetzungsprozess markieren, der es möglicherweise erfordert, dass sie derart deutlich ihre gesamte Körperposition verändert. Eventuell schätzt sie auch eine Zugewandtheit zu Dennis als günstig in Bezug auf die mögliche weitere Erklärung ein, die sie nun beabsichtigen könnte, vorzubringen. Nach der Drehung ist eine von Maya bereits bekannte Geste der Sammlung oder Konzentration zu beobachten, nämlich eine Gebetshandform mit beiden flachen Händen. Dies ist hier möglicherweise auch zu deuten als eine Repräsentation von Steinen oder deren Position durch diese Flachhandgeste. Maya führt diese Geste nur kurz aus und streift sich anschließend über die linke Gesichtshälfte. Dieses Streifen über das Gesicht unterstreicht mutmaßlich die angenommene Deutung der gedanklichen Sammlung, des Neustarts oder der Konzentration, ähnlich, wie Maya es auch schon zu Beginn der hier analysierten Sequenz zeigte (vgl. Äußerung 1b.8ff). Maya könnte hier metaphorisch Vergangenes oder auch Störendes aus dem Gesichtsfeld wischen, so dass sie nun gut starten und klarsehen kann, möglicherweise für eine ganz neue Erklärung. Dass die rechte Hand in Richtung Trennwand und damit dem Arbeitsbereich von Dennis geführt wird, spricht ebenfalls dafür, dass Maya sich nun ihm zuwenden will, vielleicht mit einer erneuten Erklärung oder auch der konkreten Unterstützung beim Nachbau durch eigenes Agieren an Bau 2. Dazu bringt sie sich hier in Position, wobei das Ablegen der rechten Hand vor ihrem Oberkörper in der Nähe von Dennis Arbeitsbereich in Staffelhandform zwar einerseits für eine entspannte Handhaltung, also möglicherweise auch Zurückhaltung was ein tatsächliches Eingreifen in Dennis' Bau angeht stehen könnte, allerdings hat sie so auch den Abstand zwischen ihrer dominanten rechten Hand und Dennis' Arbeitsbereich so verkürzt, dass sie selbst an Bau 2 agieren könnte. Es könnte sein, dass sich in der Lautsprache eine Kommentierung des bisher Geschafften von Dennis finden lässt oder auch ein Neubeginn einer Erklärung bzw. beides.

Maya äußert lautsprachlich: „Du musst die zwei langen nehmen“ (Äußerung 15a). Es scheint sich also auf den ersten Blick zu bestätigen, dass Maya hier tatsächlich eine neue Erklärung beginnen möchte, denn sie startet mit dem Verweis auf „die zwei langen“, was eine Paraphrasierung der Bezeichnung „zwei **große**“ aus Äußerung 1b sein könnte und hier die 12er Steine meinen könnte. Mayas Art der Formulierung zeigt im Vergleich zu Äußerung 1b eine adressierte Anleitung („du“), was zu tun ist. Möglicherweise möchte Maya also zu einer erneuten Erklärung ansetzen, die sie zunächst einmal dahingehend lautsprachlich zu variieren scheint, dass sie Dennis direkt anspricht und eine erste Aktion als Prozess beschreibt im Vergleich etwa zur stärker den Zustand beschreibenden Äußerung 1b.

Im weiteren Verlauf könnte Maya ihre Erklärung weiter fortsetzen. Dafür könnte die Stimmhebung nach „nehmen“ hindeuten, die mutmaßlich anzeigt, dass Maya mit ihrer Erläuterung noch nicht am Ende ist. Dennis und/oder B könnten in der weiteren Interaktion auch eine Rückfrage an Maya richten oder einen sonstigen Kommentar äußern.

Äußerung 15b (a-c):

Maya scheint erneut ihre Hände zu nutzen, um mutmaßlich ihre Erklärung fortzusetzen. Dabei könnten die Hände wiederholt Steine repräsentieren und eine räumliche Relation, in dieser Deutung dann die Relation der beiden so angezeigten Steine, zum Ausdruck bringen. Die beidhändige Flachhandgeste ist eine ebenso bekannte Handform von Maya und steht möglicherweise für die in Äußerung 15a erwähnten zwei längsten Steine, also die 12er Steine. Maya könnte hier erneut mit ihren Händen anzeigen, wie Dennis diese Steine positionieren muss: mit der längsten Seite parallel zueinander und in ca. 15cm Abstand nebeneinander. Wieder lässt sich die Symmetrie des Gebäudes Bau I in Mayas Gestik erkennen. Sie beabsichtigt also möglicherweise beide Seiten des Gebäudes gleichzeitig zu erläutern oder mindestens auf beide Seiten bereits zu Beginn der mutmaßlich neuen Erklärung hinzuweisen. Die gesamte weitere Gestik weist eine Symmetrie auf: Maya dreht beide Hände so, dass sie mit den Fingerkuppen zur Tischplatte weisen und die Finger angespannt und abgespreizt sind. Die Daumen weisen zueinander. Man könnte sich eine Symmetrieachse bzw. -ebene zwischen den Händen vorstellen, wodurch diese Figur der Hände entstehen könnte. Mayas anschließendes Zusammenführen der Fingerkuppen zu O-Handformen und schließlich die Weiterführung zur C-Handformen mit Daumen und Zeigefinger im Abstand von ca. 3cm zueinander könnte für eine Umrisszeichnung einer Steinform stehen, also möglicherweise die Steinform der mutmaßlich hier gemeinten 12er Steine. Vielleicht zeigt Maya damit ein Ergreifen von Steinen an oder auch die Begrenztheit und ungefähre Breite der Steine. Ebenso könnte die O-Handform auch einen 4er Stein repräsentieren, denn bereits in Äußerung 4a.14f repräsentierte ihre rechte Hand in dieser Form mutmaßlich einen solchen Stein. Es könnte also sein, dass Maya hier die Handform von flachen und abgespreizten Händen verändert, um auf einen oder auch zwei ganz bestimmte Steine zu verweisen, die anders als die 12er Steine, vor allem durch die eher kleine Größe beschreibbar ist. Sie könnte also mit der O-Handform und der anschließenden C-Handform

zunächst zwei 4er Steine repräsentieren und dann deren Umriss mit den Händen umschreiben. Für die Anzeige des Umrisses oder der Breite eines Steines spricht ihre Drehung beider Hände jeweils nach rechts und links außen, so dass die Daumen in Richtung Kamera I weisen. Maya hält die Hände in diese Form in der Luft, möglicherweise weil sie gleich weitererklären möchte, wie z. B. die Steine ausgereicht werden müssen, und so mehr Bewegungsspielraum gegeben ist. Es kann auch sein, dass dies eine zentrale Stelle in ihrer Erläuterung ist und daher wird die Gestik eingefroren, um eventuell länger wahrgenommen zu werden, z. B. von ihrem Interaktionspartner Dennis oder auch gewissermaßen als narrativer Marker für Maya. Maya fährt mit den Händen in dieser Handform zu ihrem Oberkörper. Mit dieser Bewegung in C-Handform, könnte Maya 12er oder auch 8er Steine in ihrem Umriss nachzeichnen wollen und anzeigen, wie sie in Bau 2 räumlich ausgerichtet werden müssen. Es könnte auch sein, dass Daumen und Zeigefinger beider Hände jeweils für einen 12er und einen 8er Stein stehen und Maya hier anzeigt, wie beide Teile von Bau 2 aussehen müssen, nämlich so, dass jeweils ein 12er und ein 8er Stein in gleicher räumlicher Ausrichtung nebeneinander liegen, so dass ihre kurze Seite zu Kamera I weist.

Betrachtet man die Gestenbewegung im Gesamten, könnte Maya also zunächst die jeweils links und rechts liegenden 12er (oder 8er) Steine anzeigen, anschließend mit der O-Handform die 4er Steine repräsentieren, die sie gestisch neben die 12er Steine setzt und schließlich die 8er (oder 12er) Steine, die wiederum seitlich an den bereits liegenden längeren Stein angelegt werden müssen. Es könnte auch sein, dass die Bewegung zum Oberkörper hin in C-Handform über den Tisch 8er und 4er Stein in ihrer Gesamtheit hintereinander liegend nachzeichnet und zwar links und rechts, also mutmaßlich auf beiden Seiten von Bau 2.

Der abschließende Knick der Fingerglieder, das Verweilen in dieser Position und der Blick zu Dennis' Arbeitsbereich weisen darauf hin, dass Maya entweder mit Dennis' bisherigem Bau 2 abgleichen möchte und auf diese Weise die Hände in Warteposition bringt, ihre Erklärung einfriert und ebenso taktet. Es könnte auch sein, dass sie zunächst überlegen muss oder möchte, wie sie nun weiter erläutern kann oder dass sie ihre Handform einfriert, weil Dennis etwas für sie Überraschendes im Arbeitsbereich vorgenommen hat, das Maya ins Stocken geraten lässt.

In der Lautsprache äußert sich Maya wie folgt: „Dennis/ und dann machst du die **so** hin (so)\ einfach so hin(tun)\ (.) **hast** du\“. In Anbetracht einer Weiterführung von Äußerung 15b ergänzt hier Maya vermutlich ihre angefangene erneute Erklärung. Offenbar hat Maya die Absicht hier sehr kleinschrittig vorzugehen: Sie sagt in Äußerung 15a zunächst nicht gleich, was mit den „zwei langen“ zu tun ist, sondern dass sie zunächst nur genommen werden müssen. In der Weiterführung spricht sie Dennis dann mit Stimmhebung direkt an, möglicherweise um sich seiner Aufmerksamkeit zu vergewissern oder ihm eine Möglichkeit zu geben, mitzukommen und/oder auch nachzufragen. In Verbindung mit der Stimmhebung

könnte „Dennis/“ auch für eine Frage stehen, etwa danach, ob er soweit mitkommt. „Und dann machst du die so hin (so)\“ (Äußerung 15b) als nächster Teil der Äußerung wird von Mayas oben bereits beschriebener Gestik begleitet. Es erscheint in Relation zur Lautsprache nun wahrscheinlich, dass sie hier zunächst beschreibt, wie Dennis die 12er Steine, die sie mutmaßlich als „die zwei langen“ (Äußerung 15a) bezeichnet, platzieren soll. Anders als oben vermutet, wird lautsprachlich lediglich auf die 12er Steine verwiesen und die 8er und 4er Steine werden zumindest hier (noch) nicht explizit erwähnt. Damit kann vermutet werden, dass auch mit der oben beschriebenen Gestik nur die beiden 12er Steine gemeint sind. Möglich ist, dass sie mit ihrer Gestik durch die Veränderung zur O-Handform und C-Handform Dennis eine Alternative der Beschreibung der Steinumrisse anbieten möchte, vielleicht weil sie die Situation so deutet, dass er von Beginn an Schwierigkeiten hatte, ihren Erläuterungen zu folgen. Sie möchte möglicherweise sicher gehen, dass er ihr genau folgen kann. Mit dem Wort „so“, welches zunächst langgezogen und betont ausgesprochen wird und dann noch einmal wiederholt wird, bindet sie gewissermaßen die Lautsprache an die Gestik, die dann dieses „so“ genauer beschreibt und anzeigt. Damit arbeitet sie offenbar sowohl gestisch als auch lautsprachlich mit Wiederholungen, möglicherweise um ein besseres Verständnis bei Dennis zu unterstützen. Dieses Verstehen von Dennis wurde zuvor von B (entweder inhaltlich oder akustisch) in Frage gestellt (vgl. Äußerung 13b).

In der weiteren Äußerung sagt Maya „einfach so hin(tun)\ (.)\“ (Äußerung 15b). Damit beschreibt sie in Zusammenhang mit ihrer Gestik offenbar zum insgesamt dritten mal innerhalb dieser Äußerung 15a-b, wie die 12er Steine platziert werden müssen. Es ist Maya hier offensichtlich besonders wichtig, dass Dennis ihr folgen kann, was ein Grund für die Wiederholungen sein kann. Aus der Erfahrung der vorherigen Situation schätzt Maya hier offenbar Dennis so ein, dass er dieser mehrfachen Wiederholungen bedarf, um die Steine nach ihrer Vorstellung platzieren und ihr folgen zu können.

Abschließend bemerkt Maya „**hast** du\“. Dies könnte entweder der Anfang einer Frage sein, was aber in Anbetracht der Stimmensenkung eher unwahrscheinlich erscheint. Vielmehr wirkt es als eine Art Bewertung oder Festlegung, was in Zusammenhang mit ihrem Blick in Dennis' Arbeitsbereich auch stimmig erscheint. Vielleicht geht Maya nun davon aus, dass Dennis bereits die 12er Steine so platziert hat, wie sie es ihm gerade verständlich zu machen versucht, was sie potentiell hier für sich erkannt haben könnte. Das Einknicken der Fingerglieder, wie in der Gestik beschrieben, und das Verweilen in dieser Handform könnten dazu passen, weil Maya erkennen könnte, dass Dennis diesen Schritt in der Bauanleitung bereits entsprechend umgesetzt hat. Vielleicht zeigt sich an der Pause und dem anschließenden „**hast** du\“ auch Verwunderung Mayas darüber, weil sie möglicherweise bei ihrer detaillierten Erklärung zunächst gar nicht bemerkt hat, dass dieser Bauschritt von Dennis längst entsprechend ihrer Vorgaben umgesetzt ist.

Im Anschluss könnte Maya ihre Erläuterung fortsetzen oder B sich erneut einschalten. Ebenso könnte Dennis etwas nachfragen oder bezüglich Mayas Erläuterung, z. B. auf das

weitere Voranschreiten in der Bauanleitung drängen. Ebenso könnte er darauf hinweisen, dass er Mayas Erläuterung bereits in seiner Interpretation entsprechend ihren Vorgaben umgesetzt hat oder dass allgemein ein kleinschrittiges Erläutern, wie es aktuell von Maya gezeigt wird, für die weiteren Bauschritte nicht zwingend notwendig erscheint.

Äußerung 16:

Nun äußert sich Dennis teilweise zeitgleich mit Mayas Äußerung 15b. Er könnte mit seiner umspannenden Handform, die er hier zeigt, die Steinpositionen der 12er Steine kontrollieren wollen, die er mit den Fingerkuppen berührt und dann seine Hände links und rechts an den 8er Steinen ablegt. In dieser Deutungsweise könnte sich Dennis eventuell vergewissern wollen, dass er auch wirklich die 12er Steine nach Mayas wiederholter und aktueller Erläuterung platziert hat. Es wäre auch möglich, dass er mit der umspannenden Gestik die 12er Steine abmisst oder deren Länge und Lage im Rohbau von Bau 2 miteinander vergleicht. Möglicherweise gleicht er auch ungefähr die Länge der 12er Steine mit der Länge der Gestenbewegung von Maya in Äußerung 15b.17f ab. Seine Gestik begleitet Mayas Erläuterungen in der Lautsprache und setzt am Ende von Mayas Gestenbewegung in Äußerung 15b ein. Vielleicht ist dieses Umspannen der 12er Steine mit den Händen gewissermaßen eine Markierung des Ist-Standes und gleichzeitig die Überprüfung als statische Imitation von Mayas dynamischer Bewegung bezüglich der Zeichnung der 12er Steine in ihrem Gestenraum in Äußerung 15b. Dennis interpretiert hier offenbar, dass die Steine, die Maya mutmaßlich beschreibt, bereits platziert sind, denn er belässt die bereits gesetzten 12er Steine in ihrer jeweiligen Position. Das anschließende Ablegen der Hände an den 8er Steinen zeigt möglicherweise seine Erwartung, dass nun in der Folge Maya etwas dazu sagen wird. Er bleibt damit in Aktionsbereitschaft, um eventuell die 8er Steine nun möglicherweise in ihrer Position zu verändern. Gleichzeitig umspannt diese ebenfalls symmetrische Geste den gesamten Nachbau in seiner aktuellen Gestalt.

Dennis äußert sich lautsprachlich an dieser Stelle nicht. Dies unterstreicht die Deutung, dass sich Dennis möglicherweise der Steinposition der 12er Steine nach Mayas ausführlicher Beschreibung in Äußerung 15a und 15b vergewissert und gestisch sozusagen den bereits hergestellten Zustand von Bau 2 umschreibt. Dies ist für ihn dann möglicherweise nicht weiter kommentierungsbedürftig, so dass er schweigt und damit auch die Bereitschaft für den Fortgang der Erläuterung anzeigen könnte. In Anbetracht der vorherigen Geschehnisse erweist sich Dennis in dieser Lesart als eher geduldig. Er unterbricht Maya etwa in ihrer ausführlichen Beschreibung nicht oder weist darauf hin, dass er etwas von ihr Erläutertes längst umgesetzt hat, sondern scheint zuzuhören und den Ist-Stand vielleicht eher anhand der gehörten Erläuterung abzugleichen. Dieses Verhalten könnte darauf hindeuten, dass Dennis sehr gewissenhaft vorgehen möchte oder dass er möglicherweise selbst eher unsicher ist bezüglich seiner bisherigen Nachbau-Versuchen. Beides könnte resultieren aus Bs Äußerung 13b, in der sie Dennis' Möglichkeiten des Verstehens in Frage stellte.

In der weiteren Sequenz könnte man ein Fortfahren Mayas in ihrer Bauanleitung erwarten. Natürlich könnte sich auch Dennis doch noch bezüglich Mayas wiederholter Erklärung oder Bs Behauptung aus Äußerung 13b äußern. Jetzt, wo er offenbar selbst noch einmal überprüft hat, dass zumindest die 12er Steine entsprechend den Erläuterungen Mayas platziert sind und auch Maya dies offenbar anerkennt, könnte er den Einwand, dass er es noch nicht verstanden hat (vgl. Äußerung 13b), entkräften wollen. Auch B könnte sich in irgendeiner Form einschalten und z. B. das Fortfahren in der Erläuterung vorschlagen.

Äußerung 15c (a-c):

Diese Äußerung wird von Maya erzeugt, die offenbar in ihrer Erläuterung fortfährt oder eine Verbesserung an Dennis' aktueller Bauweise zeigen möchte. Sie agiert zum ersten Mal nicht vor sich auf dem Tisch in ihrem Arbeitsbereich, in dem sie bisher Bau 1 gestisch, wie in einem Bauplan nachzeichnete, sondern zeigt offenbar etwas an Bau 2 direkt an und bewegt sich dazu in Dennis' Arbeitsbereich. Möglich ist, dass das, was Maya hier erläutern möchte, so zentral ist, dass sie ein eigenes Agieren direkt an Bau 2 als einzig geeignete Form einer verständlichen Erläuterung einschätzt, eventuell auch in Anbetracht von Äußerung 13b von B. Die O-Handform, die über Bau 2 schnell abgesenkt und wieder nach oben geführt wird, wirkt wie eine imaginäre Platzierung eines Steins, möglicherweise eines 8er Steins oder eines 4er Steins, den Maya bereits in Äußerung 5 erwähnt hatte, der aber in den letzten Äußerungen nicht mehr vorkam. Sie könnte damit aber auch den 8er Stein meinen, der unterhalb dieser Bewegung rechts vor Dennis liegt. In diesem Fall wäre die O-Handform als Zeigegeste zu deuten. Sie führt diese potentielle Zeigegeste aus, bevor sie mit der gleichen Handform den 8er Stein gestisch an seine Position zwischen die beiden 12er Steine platziert. Die Handform könnte auch auf Kompaktheit und ungefähre Steingröße verweisen und damit für einen 4er Stein sprechen, wenn die Hand hier erneut einen Stein repräsentieren soll. Es kann sein, dass Maya hier zunächst ankündigt, dass ein solcher Stein oder auch ein 8er Stein gesetzt werden muss und erst im Anschluss seine genaue Position angibt. Diese zeigt Maya dann offensichtlich, indem sie die Hand zwischen die beiden 12er Steine führt und hier erneut in gleicher Form absenkt. Die Wiederholung der Geste verweist möglicherweise wiederum auf Mayas kleinschrittiges Vorgehen in ihren Erläuterungen. Sie zeigt zunächst außerhalb von Bau 2 mit was/mit welchem Stein etwas zu tun ist und könnte sich dann unmittelbar und zugunsten einer verständlicheren Erläuterung dazu entscheiden, nochmals direkt an Bau 2 zu zeigen, wo nun der zuvor markierte Stein platziert werden muss. Dabei behält sie die Handform als bestehendes Merkmal bei und verändert den Ausführungsort, was Dennis Orientierung bieten könnte. Sie möchte eventuell sicher gehen, dass Dennis genau nachvollziehen kann, was sie meint. Das anschließende Zurückführen der Hand in ihren Arbeitsbereich könnte auf ein Abwarten verweisen, das Dennis die Chance gibt, nachzufragen oder die Bauanweisung nach seiner Interpretation nun umzusetzen. Damit würde Maya erneut ihre Anleitung takten und sozusagen nun in einer Warteposition verharren, bis Dennis so weit ist.

In der Lautsprache äußert sich Maya wie folgt: „und dann nimmst du **die** und legst die **in** die Mitte **rein**“(.). Vermutlich sind mit „**die**“ hier erneut Steine gemeint. Unbenannt bleibt lautsprachlich, welche Steine konkret Maya hier meint. Möglicherweise war die erste Gestik einer O-Handform, die über den Steinen in Dennis' Arbeitsbereich abgesenkt wurde aber tatsächlich für Maya als ein Zeigen auf eine bestimmte Steinform, einen dort liegenden 8er Stein, zu deuten. Die Synchronität von Gestik und Lautsprache lassen zumindest darauf schließen. Damit würde gewissermaßen die Gestik die Lautsprache an den gemeinten Stein binden. Maya könnte also zunächst in der Lautsprache wie auch gestisch beschreiben, dass ein Stein genommen wird und dann, was damit getan werden soll. Maya spricht in der Mehrzahl, was darauf verweisen könnte, dass beide Seiten von Bau 2 gemeint sind und sie mutmaßlich implizit auf die grundsätzlich symmetrische Gestalt von Bau 2 verweist. Sie könnte zeitgleich für beide Seiten erläutern, während sie gestisch aber nur einen Stein markiert, der möglicherweise stellvertretend für beide gleichen Steine stehen könnte. Gestisch verweist Maya in der gezeigten Bewegung eher auf einen einzelnen Stein und führt möglicherweise ihre Gestenbewegung am rechten, von ihr aus leicht zugänglichen Teil von Bau 2 stellvertretend für beide Teile von Bau 2 aus, was wiederum durch ihre Lautsprache deutlich werden würde. Damit könnte sie gestisch wie auch lautsprachlich effektiv Agieren: Gestisch wäre es in diesem Falle von ihrer Position aus eher umständlich, beidhändig die Geste etwa am linken und am rechten Teil von Bau 2 auszuführen, während es lautsprachlich wohl kaum einen zeitlichen Unterschied macht, ob man von mehreren Steinen oder einem einzelnen Stein in diesem Zusammenhang spricht. Es könnte aber auch sein, dass Maya einen 8er Stein und einen 4er Stein in Kombination meint und daher von mehreren Steinen spricht, während sie gestisch sozusagen auf ein Päckchen aus 8er und 4er Stein verweisen könnte.

Maya wählt eine Beschreibung einer Position „**in** die Mitte **rein**“ (Äußerung 15c), was mutmaßlich auf die Mitte zwischen beiden Teilen von Bau 2 verweist, also zwischen den beiden aktuell vor Dennis liegenden 12er Steinen. Sie betont neben „**die**“ besonders „**in**“ und „**rein**“, eventuell deshalb, weil bereits vorher unklar war, was mit „daneben“ gemeint ist und Dennis schließlich eine Interpretation wählte, die dazu führte, dass er 8er Steine *auf* 12er Steinen platzierte. Mit „in“ und „rein“ verweist Maya hier auf eine topologische Relation, die mutmaßlich deutlich machen soll, wie ein neues Objekt in räumlicher Beziehung zu einem oder mehrerer bereits verbauter Objekte in Bau 2 eingebaut werden muss. Es zeigt sich, dass Maya offenbar erneut keine lautsprachliche Beschreibung dessen gibt, wie genau die Steine „**in** die Mitte **rein**“ (Äußerung 15c) gelegt werden sollen, also z. B. in welcher räumlichen Ausrichtung. Bei der potentiell hier gemeinten Positionierung von 8er Steinen könnte es helfen, deren räumliche Ausrichtung zu benennen. Eventuell schätzt Maya aber ihre Gestik detailliert genug ein, so dass sie die räumliche Ausrichtung der gemeinten Steine bereits darin ausgedrückt sieht. Dies könnte insofern zutreffen, als dass sie gestisch zunächst durch die Absenkbewegung in Zeile 15c.22ff einen 8er Stein anzeigen könnte, den sie dann in gleicher Handform zwischen den zwei 12er Steinen platziert. Die Öffnung des

Daumens und des Zeigefingers in ungefährer Steinbreite am Ende der Gestenbewegung könnte dafür stehen, dass sie damit nicht nur den Umriss des Steines, sondern gleichzeitig die räumliche Ausrichtung des 8er Steines umschreibt, der demzufolge mit seiner Längsseite parallel zum 12er Stein gelegt werden müsste und den sie bereits zuvor durch die mutmaßliche Zeigegeste gewissermaßen gestisch benannt hat (vgl. Äußerung 15c.22ff).

Die Stimmsenkung und Pause am Ende unterstreicht die bereits zur Gestik angeführte Deutung, dass nun offenbar dieser Schritt fertig erklärt ist und Dennis nun Zeit hat, ihn auszuführen bzw. Rückfragen zu stellen.

In der Folge könnte Dennis dies tun und z. B. zu klären versuchen, welche Steine (8er oder 4er) gemeint sind. Ebenso könnte sich B einbringen und danach fragen oder einen anderen Hinweis geben.

Äußerung 17:

Dennis fängt offenbar erneut bereits während Mayas Erläuterung an, an Bau 2 weiterzuarbeiten. Entweder erscheint ihm ein genaues Hinhören nicht notwendig – vielleicht weil er vermutet, Maya könnte erneut Schritte in der Bauanleitung wiederholen, die er bereits umgesetzt hat. Es kann natürlich auch sein, dass er in der Lage ist, bereits während ihrer Erläuterung dieser zu folgen und auszuführen, was darin beschrieben ist. Mit diesem unmittelbaren Handeln könnte er einerseits relativ schnell und gleich seine Interpretation dessen preisgeben, was Maya beschreibt. Dies ermöglicht wiederum ihr eine zeitnahe Rückmeldung oder Korrektur. Andererseits entlastet ein schnelles Ausführen der gehörten und potentiell auch gesehenen Schritte Dennis gewissermaßen kognitiv und er muss sich nicht zu viel von Mayas Erläuterung einprägen.

Dennis agiert am rechten 8er Stein, den er in einen 45° Winkel vom 12er Stein ausrichtet, indem er ihn in der Ebene nach rechts dreht. Er könnte damit zunächst die Lage der Steine zueinander überprüfen wollen oder davon ausgehen, dass er nun den rechten 8er Stein vom rechten 12er Stein entfernen muss, um ihn eventuell neu zu platzieren. Den linken 8er Stein hebt Dennis zeitgleich an. Möglicherweise deutet Dennis „**die**“ (Äußerung 15c) von Maya in Verbindung mit ihrer Gestik in 15c.22ff als Bezeichnung eines 8er Steines und er plant nun, mit den 8er Steinen Mayas Beschreibung umzusetzen. Den rechten 8er Stein hebt Dennis an und legt ihn zwischen die beiden 12er Steine und zwar so, dass dieser mit der Längsseite parallel zur Tischkante ausgerichtet ist und ein 90° Winkel zwischen den Längsseiten von 12er und 8er Stein entsteht. Mit der linken Hand hält Dennis den anderen 8er Stein weiter fest, möglicherweise um ihn im Anschluss in Bau 2 einzubauen. Es könnte auch sein, dass sich Dennis zunächst unsicher ist bezüglich der Positionierung der 8er Steine und deshalb zunächst nur einen davon in Bau 2 verbaut, um Mayas Reaktion darauf abzuwarten. Damit könnte er einem erneuten Einwand, wie ihn Maya schon mehrmals vorbrachte, weitgehend entgehen wollen. Als weitere mögliche Deutung, kann man anführen, dass Dennis auch potentiell mehr auf Mayas Gestik in Äußerung 15c geachtet haben könnte und deshalb nur

einen 8er Stein in Bau 2 verbaut. Dennis interpretiert hier also offenbar Mayas Äußerung I5c so, dass er mindestens einen der 8er Steine nehmen soll und zwischen die beiden 12er Steine platzieren soll. Wie genau die Steine auszurichten sind, hat Maya bisher zumindest lautsprachlich nicht deutlich gemacht, so dass Dennis hier die Form wählt, den 8er Stein mit seiner Längsseite im rechten Winkel zu den Längsseiten der bereits liegenden 12er Steinen abzulegen. Möglicherweise kommt er auch auf diese Idee, weil Maya mehrfach die 12er Steine nebeneinander liegend mit einer Lücke in der Mitte gezeigt hat in ihrer Gestik, die Dennis hier zu füllen versucht. Aus seiner Sicht müssen Gebäude möglicherweise massiv und in jedem Stockwerk die Steine lückenlos aneinandergesetzt sein. Betrachtet man sich sein eigenes Gebäude, das er zu Beginn der Situation gebaut hat (vgl. Abb. 9.5.6_52), erscheint eine solche Deutung durchaus plausibel/möglich.

In der Lautsprache zeigt Dennis erneut keine Äußerung. Möglich ist, dass er seine Handlung für nicht erklärungsbedürftig oder für hinreichend aussagekräftig hält oder Maya lautsprachlich nicht unterbrechen möchte, denn schließlich überschneidet sich seine Umpositionierung der 8er Steine mit Mayas aktueller Erklärung. Es kann auch sein, dass er sehr auf die Positionierung konzentriert ist und daher gerade nicht noch zusätzlich etwas sagen möchte oder kann. Er könnte an Maya auch direkt eine Frage stellen, die ihm helfen könnte, für sich zu klären, ob sie in dieser Weise die Positionierung der Steine meinte. Vielleicht umgeht er dies hier aber auch, um einen erneuten Einwand ihrerseits nicht heraufzubeschwören.

In der Folge könnte ein solcher Einwand von Maya durchaus eingebracht werden oder sie setzt ungeachtet der Positionierung des 8er Steins durch Dennis ihre Erläuterung fort. Ebenso könnte Dennis doch noch fragen, ob seine Positionierung dem entspricht, was Maya meinte oder er könnte den zweiten 8er Stein im Bau zu positionieren versuchen. Auch B könnte sich z. B. mit einer Rückfrage einbringen, weil ihr möglicherweise Unstimmigkeiten auffallen könnten.

Äußerung 18:

Diese Äußerung kommt von Maya. Sie führt ihre rechte Hand in O-Handform über Bau 2, öffnet dann zur C-Handform und dreht die Hand um 90° in der Ebene. Möglich, dass sie nun damit zeigen möchte, wie Dennis den eben platzierten 8er Stein zwischen den beiden 12er Steinen drehen muss, nämlich so, dass er mit der Längsseite parallel zu den Längsseiten der 12er Steine ausgerichtet ist. Dies könnte sie mit der C-Handform über der Mitte der beiden 12er Steine anzeigen, die sie so dreht, als hätte sie den eben platzierten 8er Stein in der Hand. Das erneute Zurückführen der Hand in ihren Arbeitsbereich spricht für einen weiteren Abschluss und ein Abwarten, möglicherweise, bis Dennis ihren mutmaßlichen Hinweis zum eben positionierten 8er Stein umsetzt. Die Gestik könnte hier als eine Art pantomimische Modellhandlung, die Maya in der Luft über Bau 2 ausführt, fungieren. Es fällt auf, dass sie nicht selbst an Bau 2 agiert, auch wenn dies möglicherweise zeitlich effektiv wäre

in Bezug auf die Fertigstellung von Bau 2. Offensichtlich möchte sie die positionsverändernden Aktionen an Bau 2 Dennis überlassen. Ihre Erläuterungen erscheinen hierzu kleinschrittig und detailliert. Die Kopfsenkung und -hebung am Ende der Körperbewegung könnte auf Zustimmung deuten oder so interpretiert werden, dass sie Dennis nun nochmals auffordern möchte, den Stein jetzt auch in der Weise, wie sie angezeigt hat, zu positionieren. Es ist auch möglich, dass dieses Kopfnicken als eine Art Motivierung in Richtung Dennis gedacht ist, weil Maya sich möglicherweise bewusst ist, dass sie bisher häufig seine Bauweise kritisiert hat.

In der Lautsprache äußert Maya: „(unverständlich) nich **so**\ sondern so dass es genauso lang ist wie des andere\ (.) genau\“, was zunächst als Einwand zu deuten ist, der ähnlich in der Formulierung aufgebaut ist, wie bereits zuvor (vgl. Äußerungen 6 u. 11). Der Beginn der Äußerung ist hier unverständlich, was möglicherweise auf ein zu sich selbst Sprechen hindeuten könnte. Die Betonung und die langgezogene Aussprache bei „**so**\“ sowie die Stimmensenkung könnten eventuell auf Enttäuschung darüber hindeuten, dass Bau 2 noch nicht Mayas Erwartungen entspricht. Die Formulierung der restlichen Äußerung erinnert an Äußerung 8 von Maya. Auch hier verwies sie auf etwas, das genauso lang sein sollte wie etwas anderes und beschrieb dabei ebenso mutmaßlich die Längenrelation der zu verbauenden Steine in Bau 2 mit einem Verweis auf die direkte Vergleichbarkeit. Damit bietet Maya nun in Äußerung 18 gestisch eine Alternative an, während sie lautsprachlich wenig variiert. Während Maya gestisch die Drehung des 8er Steines pantomimisch darstellt, wird in der Lautsprache offenbar auch versucht, die Größendimension Länge des Steines zu beschreiben, wobei Maya dabei möglicherweise kein anderes Lautsprachenrepertoire zur Verfügung steht oder sie eine Variation ihrer lautsprachlichen Äußerung für nicht notwendig empfindet. Gestisch wird gezeigt, wie der aktuelle Zustand in den mutmaßlich intendierten Zustand durch eine Drehung überführt werden könnte. Maya argumentiert hier offenbar über die gleiche Länge von zwei Dingen im direkten Vergleich. Hier könnte sie die 12er Steine und die 8er Steine meinen. Allerdings erscheint es zunächst unmöglich, diese beiden verschiedenen Steinarten gleich lang auszurichten, weil sie unterschiedliche Längen aufweisen. Möglicherweise meint Maya also den 4er Stein mit, den sie bereits in Äußerung 4a erwähnte. Diesen könnte sie hier lediglich vergessen haben nochmals zu erläutern oder sie denkt bei „es“ (Äußerung 18) an einen 8er Stein plus einen 4er Stein. Es wäre aber auch möglich, dass für Maya „genauso lang“ meint, dass der 8er Stein die gleiche räumliche Ausrichtung hat wie der 12er Stein, also mit seiner Längsseite parallel zur Längsseite des 12er Steines auszurichten ist. In diesem Fall würde *genauso lang* als eigentlich Angabe einer Längenrelation nicht als *gleich lang*, sondern etwa als *genauso längs ausgerichtet*, also mutmaßlich als räumliche Relation ausgedrückt durch die Reduzierung auf ein Erscheinungsmerkmal der Längsseite des 8er Steins verstanden werden. Ebenso ist es denkbar, dass Maya mit der gleichen Länge auf den bündigen Abschluss der beiden Steine an der Seitenfläche hinweisen möchte, die zu Kamera I weist. Nicht zuletzt wäre auch daran zu denken, dass sie damit wieder auf die beiden Seiten des Baus verweisen könnte und die

rechte und linke Seite des Baus bezüglich ihrer länglichen Ausdehnung aneinander angepasst werden sollen. Damit würde sie dann hier nicht auf den 12er und den 8er Stein (+4er Stein) verweisen, die gleich lang sein sollen, sondern auf die beiden Teile des Baus und eher an ein Ganzes denken als an die einzelnen Bausteine.

Die anschließende Pause passt zum Rückzug von Mayas Hand. Es liegt nahe, dass dies der Zeitraum ist, indem sie abwartet, bis Dennis die von ihr beschriebene Umpositionierung an Bau 2 vorgenommen hat. In der weiteren Sequenz könnte Dennis genau das versuchen umzusetzen und möglicherweise nachfragen, wie Maya „genauso lang“ meinen könnte. Ebenso könnte B eine solche Rückfrage stellen.

Äußerung 19:

Dennis versucht nun offenbar bei dieser Äußerung, die Anweisung Mayas umzusetzen und dreht den zuletzt positionierten 8er Stein um 90°, so dass seine Längsseite parallel zur Längsseite der 12er Steine ausgerichtet ist. Damit greift er hier offenbar zunächst Mayas Gestik auf und setzt sie im Prinzip in einer Handlung um. Die anschließende genaue Ausrichtung des Steines zwischen den 12er Steinen ist möglicherweise ein Versuch, Mayas lautsprachlichen Hinweis auf „genauso“ und „in die Mitte **rein** \ (.)“ aus Äußerung 15c umzusetzen. Vielleicht erkennt Dennis, dass der 8er Stein und die 12er Steine nicht gleich lang sind und wählt daher eine Alternative: Er richtet den 8er Stein so aus, dass die Abstände zu beiden 12er Steinen ungefähr gleich groß sind und damit die gleiche Länge aufweisen. Zudem schließen alle drei Steine mit ihrer kurzen Seitenfläche in Richtung Kamera I bündig ab, was möglicherweise hier *gleichlang* oder *genauso lang* repräsentieren könnte. Dennis zeigte bereits vorher schon ein relativ schnelles Umsetzen von Mayas Anweisungen, weshalb hier wenig überrascht, dass Dennis noch während Mayas Äußerung 18 die Umpositionierung des 8er Steines vornimmt.

In der linken Hand hält Dennis immer noch den andern 8er Stein. Entweder hat er diesen längst vergessen und behält ihn nur aus Gewohnheit noch in seiner Hand oder er geht davon aus, dass ein zweiter 8er Stein im weiteren Verlauf gebraucht wird. Im Rückblick könnte man Dennis unterstellen, zumindest über eine Idee darüber zu verfügen, dass Bau 1 mutmaßlich aus zwei gleichen Teilen besteht, was seine Aktion mit dem anderen 8er Stein hier leiten könnte. Für Dennis scheint es hier weniger präsent zu sein, dass Maya bereits in Äußerung 5 über einen 4er Stein gesprochen hatte. Dieser wird zwar aktuell nicht mehr thematisiert, würde aber benötigt, um die Bedingung *genauso lang* wie der 12er Stein zu erfüllen, wenn dies damit gemeint war. Das Abstützen des Kopfes auf dem linken Arm und der Rückzug von Bau 2 der rechten Hand deuten darauf hin, dass Dennis hier zwar noch einsatzbereit ist, z. B. für eine weitere Anweisung, aber eher eine abwartende Haltung einnimmt, möglicherweise also bis Maya den nächsten Bauschritt erläutert.

In der Lautsprache zeigt Dennis erneut keine Äußerung. Vielleicht ist Dennis hier sehr konzentriert oder hält seine Handlungen für ausreichend aussagekräftig, weil er im Prinzip

Mayas Hinweis zu entsprechen versucht. Es könnte sich eine Art Muster im Ablauf der aktuellen Interaktion der Schüler*innen rekonstruieren lassen, das davon geprägt ist, dass Maya eine Anleitung gibt, abwartet, Dennis diese umzusetzen versucht und Maya daraufhin Korrekturen anbringt oder einen weiteren Bauanleitungsschritt formuliert. Bezüglich der Aussage von Maya, dass etwas so angeordnet werden soll, dass es genauso lang ist wie das andere (vgl. Äußerung 18), stellt Dennis keine Rückfrage. Entweder hat er keine Frage diesbezüglich oder er geht davon aus, dass Maya ohnehin gleich wieder einen Einwand äußern wird, wenn seine Interpretation ihrer Bauanleitung nicht dem entspricht, was sie gemeint hat und entscheidet sich, dies lieber abzuwarten.

Äußerung 20:

Diese Äußerung bringt Maya in die Situation ein. Sie führt nun erstmals offenbar selbst eine Handlung an Bau 2 aus und schiebt den 8er Stein, der zwischen den beiden 12er Steinen von Dennis platziert wurde, mit ihrer linken Hand nach rechts, so dass er lückenlos an dem rechten 12er Stein anliegt. Möglich, dass ihr die dazu passende lautsprachliche Beschreibung, was mit dem 8er Stein getan werden soll, zu umständlich erscheint und sie daher entscheidet, es selbst zu tun. Sie könnte Dennis auch nicht zutrauen, dies nach ihrer Vorstellung auszuführen. Dazu müssten sich in der Lautsprache Hinweise finden lassen, z. B. indem sie die Verschiebung erst gar nicht erwähnt und nur ausführt oder auch explizit darauf hinweist. Im letzteren Fall könnte dies als eine Steigerung in Bezug auf Unterstützung für Dennis gedeutet werden. Nachdem sie mehrmals erklärt hat, greift sie nun (besser) selbst ein und demonstriert mit einer konkreten Handlung, was sie meint. Es scheint so, als wolle sie den rechten Teil von Bau 1 nun in Bau 2 nachbauen und schafft mit dieser Verschiebung den Anfang dafür.

Es zeigt sich rückblickend im Transkript, dass sie das lückenlose Anlegen des 8er Steins am 12er Stein bisher lautsprachlich nicht in dieser expliziten Weise erwähnt hat. Es ist daher auch möglich, dass ihr hier auffällt, dass sie dies noch nicht beschrieben hat, und sie es daher selbst erledigt. Vielleicht geht sie auch so vor, um nicht erneut an Dennis Bauweise Kritik üben zu müssen. Möglicherweise ist sie auch nicht im Stande, diese Steinverschiebung zu erläutern. Es fällt auf, dass sie die Handlung mit links ausführt und als Rechtshänderin nicht mit rechts. Dies könnte hier mehrere Gründe haben: Entweder ist sie mit ihrer linken Hand näher und daher schneller am rechten Teil von Dennis' Bau 2, weil sie links von Dennis sitzt. Es könnte aber auch sein, dass die Ausführung mit links hier zusätzlich unterstreicht, dass dies keine komplizierte, zentrale Aktion ist und Maya diese dann aus praktischen Gründen zugunsten eines guten Vorankommens schnell selbst ausführt, eher als eine Art Neben-Handlung.

Mayas anschließendes Zeigen auf den linken 12er Stein verbunden mit dem nach links Zeigen, könnte so gedeutet werden, dass Maya nun darauf hinweisen möchte, dass die gleiche Aktion auch an der linken Seite von Bau 2 ausgeführt werden muss. Da hier noch

kein 8er Stein liegt (einen solchen hat Dennis die ganze Zeit in der Hand gehalten), zeigt sie als Ersatz auf den 12er Stein und meint hier vielleicht nicht so sehr den einzelnen Stein, sondern eher die ganze linke Seite, an der das Gleiche gemacht werden soll, wie das, was sie gerade rechts ausgeführt hat. Es wirkt so, als traue sie Dennis nun zu, die linke Seite selbst nach ihrem Vorbild auf der rechten Seite anzupassen und dort die vergleichbare Aktion auszuführen. Möglich ist aber auch, dass Maya davon ausgeht, dass der 12er Stein auf der linken Seite von Bau 2 noch zu nahe an dem rechten Teil von Bau 2 liegt und nun Dennis auffordert, den 12er Stein zunächst weiter nach links zu schieben bevor weitergebaut werden kann.

Das Ablegen der Hand vor sich in ihrem Arbeitsbereich zeigt einen deutlichen Rückzug aus Dennis' Arbeitsbereich. Möglich ist, dass sie nun signalisieren möchte, dass ihr Eingreifen nur von kurzer Dauer war und eher zur Demonstration dessen diente, was Dennis nun tun soll. Sie überlässt damit Dennis wieder seinen Arbeitsbereich. Vielleicht geht sie aber auch so vor, weil sie den linken Teil von Bau 2 aus ihrer Position nicht gut erreichen kann und daher Dennis die Aktion gewissermaßen überlassen muss. Er könnte nun wieder nach ihrem Beispiel auch die linke Seite anpassen.

In der Lautsprache äußert Maya „(so) das musst du dann so schieben\ und den musst du ein bisschen weiter nach **da-** schieben\“. Die sächliche Bezeichnung „das“ könnte entweder für einen Stein oder den ganzen rechten Teil von Bau 2 stehen, an dem Maya parallel zu dieser Äußerung die Verschiebung des 8er Steins vornimmt. Wie Dennis schieben muss, zeigt Maya also mutmaßlich durch ihre Aktion am rechten 8er Stein an. In der weiteren Äußerung „und den musst du ein bisschen weiter nach **da-** schieben\“ fällt auf, dass Maya vom sächlichen „das“ zu „den“ wechselt, womit sie, aus ihrer Gestik heraus interpretierbar, vermutlich den linken 12er Stein meint. Die Formulierung „ein bisschen weiter“ verweist mutmaßlich auf eine relativ kurze Distanz und unterstreicht die Deutung oben, dass Maya hier mehr Abstand zwischen den beiden Teilen von Bau 2 erzeugen möchte. Vielleicht ist dies nötig, um die Teile klar voneinander abgrenzen zu können und auch links jetzt in der Folge noch den 8er Stein an den 12er Stein anlegen zu können. Die Betonung auf „**da-**“ mit der Stimme, die in der Schwebe bleibt, könnte darauf verweisen, dass hier eine zentrale Angabe geschieht, die aber nicht durch die Lautsprache konkretisiert wird, sondern durch eine Zeigegeste nach links. Dabei zeigt sich erneut die eher schrittweise gestaltete Vorgehensweise Mayas in ihren Erläuterungen: Zunächst zeigt sie auf das Objekt (12er Stein), das verschoben werden soll, um dann zu sagen, dass dieses „ein bisschen“ (Äußerung 20) verschoben werden muss und zwar nach „**da-**“, eine Richtung, die sie wiederum gestisch anzeigt. Dabei bestimmt die Lautsprache die Distanz der Verschiebung: „ein bisschen weiter“, was durch die Gestik nicht weiter definiert wird. Insgesamt wirkt die Äußerung passend zu einer Anleitung mit relativ klaren kurzen Anweisungen, vermutlich um eine größtmögliche Verständlichkeit zu unterstützen. Maya ist offenbar dazu übergegangen, Erklärungen zu wählen, die es Dennis

ermöglichen durch Nachahmung von Mayas gezeigten Handlungen und Gesten, die mit lautsprachlichen Äußerungen kombiniert werden, ihrer Anleitung zu folgen.

Da in der folgenden Situation eine zu dieser Äußerung offenbar teilweise zeitgleiche Äußerung eines*r anderen Sprechers*in folgt, könnte Dennis Mayas Anleitungen hier bereits versuchen umzusetzen oder auch eine Nachfrage stellen, was gemeint ist. Es könnte auch sein, dass Dennis sich über Mayas konkretes Eingreifen in der Erstellung von Bau 2 beschwert oder B sie darauf hinweist, dass dies nicht in dieser Form vorgesehen ist.

Äußerung 21a (a-b):

Hier äußert sich Dennis und führt zunächst seine linke Hand mit dem 8er Stein mittig über Bau 2 und zwar so, dass er den Stein links und rechts an der kurzen Seite mit beiden Händen hält. Dies erscheint insofern unerwartet, weil Maya zumindest in ihrer aktuellen Beschreibung noch nichts zum weiteren 8er Stein gesagt hat. Möglicherweise möchte Dennis damit signalisieren, dass dieser Stein noch nicht verbaut ist und präsentiert ihn gewissermaßen. Er zeigt damit möglicherweise gleichzeitig an, dass er ihn immer noch griffbereit für eine mögliche Platzierung hat. Es kann auch sein, dass er schon etwas weiterdenkt und aus Mayas vorherigen Äußerungen schlussfolgert, dass noch ein weiterer 8er Stein verbaut werden muss. Damit würde er auch indirekt signalisieren, dass für ihn die Kleinschrittigkeit in Mayas Erläuterungen nicht notwendig ist, weil er bereits einen Schritt weiter sein könnte.

Der 8er Stein erhält eine gewisse Aufmerksamkeit, weil Dennis ihn mit beiden Händen und fast demonstrativ über Bau 2 hält. Dadurch besteht gewissermaßen für Maya die Möglichkeit, diesen wahrzunehmen und sich dazu zu äußern, z. B. wo der 8er Stein platziert werden soll. Eventuell hebt Dennis den Stein auf diese Weise an, um Maya zu signalisieren, dass er jetzt diesen Stein verbauen möchte. Er könnte diesen Stein auch stellvertretend für die Frage, wie er diesen Stein verbauen soll, hochhalten. Anschließend platziert Dennis diesen 8er Stein von sich aus gesehen rechts neben den linken 12er Stein und links neben dem rechten 8er Stein und schlussfolgert diese Position vermutlich aus der Platzierung des 8er Steins auf der rechten Seite durch die Erzeugung einer symmetrischen Abbildung. Die Übergabe des 8er Steins an die rechte Hand und die Platzierung mit rechts kann vermutlich Dennis' Rechtshändigkeit zugeschrieben werden. Links wird eine offenbar vorübergehende Halteposition der Hand gezeigt, indem er die Hand in entspannter Haltung neben Bau 2 ablegt, möglicherweise solange er mit rechts den 8er Stein positioniert. Anschließend verbleibt die rechte Hand bei dem 8er Stein, vielleicht, weil Dennis bereit sein möchte, diesen in der Folge, möglicherweise nach einer Kommentierung von Maya, doch noch versetzen zu können. Dennis möchte mit dieser Aktion eventuell signalisieren, dass er auch alleine Steine platzieren kann, was eine Reaktion auf Mayas konkretes Eingreifen an Bau 2 sein könnte. Links hebt Dennis dann den 12er Stein an und versetzt ihn um ca. 4cm nach links, so dass eine größere Distanz zwischen den beiden Teilen von Bau 2 entsteht. Damit

kommt er Mayas Anweisung der Verschiebung des 12er Steines nach links nach. Dennis nimmt keine konkrete Verschiebung des Steines über die Tischplatte vor, wie es zuvor Maya mit dem rechten Teil von Bau 2 gemacht hat, sondern hebt den 12er Stein auf seine neue Position. Er zeigt damit eine gewisse Verständigkeit bezüglich Mayas genauen Anweisungen – er verschiebt nicht, er versetzt die Steine, was hier zum gleichen Ergebnis führt. Mit dem Versetzten des 12er Steins in dieser Weise wird die Symmetrie des rechten und linken Teils des Baus vorübergehend aufgehoben.

Das Verbleiben am 8er Stein mit der rechten Hand in Staffelhandform ermöglicht Dennis ein schnelles Eingreifen, falls Maya nun etwas zu dieser Steinpositionierung sagt und sichert ihm gleichzeitig das Recht auf die Handlungen an Bau 2. Auf diese Weise könnte es für Maya schwierig werden, erneut in der Weise einzugreifen, wie sie es bereits bei Äußerung 20 getan hat. Dennis schirmt zumindest die linke Seite von Bau 2 in gewisser Weise vor Mayas Eingreifen ab. Es könnte aber auch auf Unsicherheit seitens Dennis verweisen, ob dieser Stein wohl in Mayas Sinne korrekt positioniert ist. Dass Dennis mit seiner Handlung bereits ansetzt während Maya noch spricht, ist auch vorher bereits zu beobachten gewesen. Möglich ist, dass Dennis beabsichtigt, seine schnelle Auffassungsgabe als Gegenpol zu Bs Bemerkung in Äußerung 13b zu zeigen. Er schiebt den 8er Stein, den er gerade zwischen dem linken 12er Stein und dem rechten 8er Stein positioniert hat, (noch) nicht an den linken 12er Stein heran.

Lautsprachlich äußert Dennis nichts. Entweder erscheint ihm seine Handlung aussagekräftig genug oder er kann oder möchte dazu nichts sagen. Damit folgt Dennis dem bisherigen Muster und führt aus, ohne Rückfrage oder Kommentierung.

In der weiteren Sequenz könnte Maya auf das Platzieren des 8er Steins durch Dennis eingehen und dessen Position möglicherweise korrigieren. Ebenso könnte Dennis fragen, was nun mit dem 8er Stein geschehen soll oder ob die aktuelle Steinanordnung nun dem entspricht, was Maya meinte.

Äußerung 22:

In dieser Äußerung scheint Maya nun darauf hinzuweisen, dass mit dem 8er Stein, den Dennis gerade gelegt hat, noch etwas getan werden muss. Vermutet werden kann dies, weil sie auf den 8er Stein und den 12er Stein im linken Teil von Bau 2 zeigt. Möglicherweise verweist sie hier darauf, dass auch diese beiden Steine lückenlos aneinandergelegt werden müssen. Diesmal zeigt Maya lediglich mit rechts und greift nicht selbst bei Bau 2 mit einer eigenen Aktion ein. Möglicherweise ist dies ein Resultat aus Dennis' Halten seiner rechten Hand über dem eben abgelegten 8er Stein, so dass Maya hier gar nicht eingreifen kann oder möchte. Sie könnte dies auch hier nicht mehr für nötig erachten. Das abschließende Zurücklegen der Hand durch Maya ist schon mehrfach zu beobachten gewesen und deutet erneut darauf hin, dass Dennis hier nun Zeit für die Ausführung der möglicherweise lautsprachlich formulierten Anweisung bekommt.

In der Lautsprache zeigt Maya den bereits bei der Gestik angenommene und dazu passenden Hinweis: „und **der** da muss dann auch noch **da** dran“. Damit meint sie vermutlich den linken 8er Stein, auf den sie gleichzeitig zeigt, der noch an den linken 12er Stein herangerückt/-geschoben werden muss. Erneut ist die Anleitung Mayas eher als kleinschrittig zu bezeichnen. Die Betonung liegt auf „**der**“ und „**da**“, wobei die Konkretisierung dieser Deiktika durch die Zeigegesten auf die Steine geschieht. Die Stimmensenkung unterstreicht, dass Maya nun offenbar ihre diesbezügliche Äußerung abgeschlossen hat und Dennis Zeit für die Umsetzung dieser geben möchte.

In der weiteren Sequenz könnte Dennis zunächst die Anleitung Mayas umzusetzen versuchen. Es könnten weitere solche Anweisungen von Maya folgen und Dennis könnte diese weiterhin umsetzen. Die in Äußerung 5 von Maya bereits angesprochene Platzierung von 4er Steinen ist zu diesem Zeitpunkt der Erklärung noch nicht thematisiert und könnte möglicherweise in der folgenden Aushandlung bedeutsam werden.

Äußerung 21b (a-b):

Diese Äußerung wird von Dennis erneut teilweise zeitgleich zu Mayas Äußerung 22 erzeugt. Er startet damit, den linken 12er Stein wenige Zentimeter nach rechts zu verschieben. Dies erscheint zunächst unpassend in Bezug auf die Äußerung 22 von Maya, in der sie mutmaßlich den linken 8er Stein anzeigte und diesen nach links verschoben haben wollte. Es könnte sich aber seitens Dennis auch um eine Korrektur seiner in Äußerung 21a umgesetzten Verschiebung des linken 12er Steines nach links handeln, so als würde er diese Verschiebung als zu weit einschätzen und nun möglicherweise eine Korrektur vornehmen. Vielleicht möchte Dennis aber nun auch auf eigene Faust vorgehen, unabhängig von dem, was Maya erläutert. Die Deutung der Positionskorrektur könnte Stützung durch die anschließende Handlung Dennis' erfahren, denn die linke Hand verbleibt am 12er Stein, während die rechte Hand den kurz zuvor mittig abgelegten 8er Stein anhebt und nach links an den linken 12er Stein lückenlos ansetzt. Damit versucht Dennis offenbar doch umzusetzen, was Maya in Äußerung 22 erläuterte. Er stellt damit erneut die Symmetrie in Bau 2 her. Anschließend legt Dennis seine linke Hand in entspannter Handhaltung neben dem linken 12er Stein ab, während er auf der rechten Hand seinen Kopf an der Schläfe und mit dem Ellenbogen auf der Tischplatte aufgestützt ablegt. Diese Haltung könnte auf Erschöpfung oder Abwarten auf eine neue Anweisung hinweisen. Ebenso könnte Dennis signalisieren wollen, dass für ihn das aktuelle Schritt für Schritt gestaltete Vorgehen gewissermaßen etwas zu langsam voranschreitet. Er könnte auch über Bau 2 und die Anordnung der Steine nachdenken und stützt daher seinen Kopf auf.

In der Lautsprache äußert sich Dennis nicht. Er erachtet es möglicherweise nicht für nötig, sich zu äußern oder schätzt sein Agieren an Bau 2 als hinreichend aussagekräftig ein. Er stellt keine Rückfrage, sagt nichts zum kleinschrittigen Vorgehen oder seinem Verständnis und beschwert sich auch nicht, wenn Maya in seinen Bau eingreift. Dies alles passt zum bisherigen

Muster innerhalb dieses zweiten Erläuterungsstrangs von Maya. Dennis nimmt hier offenbar eine eher passive oder rein die Anleitung umsetzende Rolle ein. Er scheint immer auf Anweisungen zu warten von Maya, führt diese dann aus und wartet dann geduldig auf weitere Anweisungen oder auch auf einen Einwand Mayas, den er aber dann auch nicht unbedingt kommentiert oder seine vorherige Interpretation verteidigt. Seine Rolle und sein Selbstverständnis dieser besteht offenbar darin, unmittelbar mit der Umsetzung der Anleitungen Mayas zu beginnen, während sie noch bei der Äußerung dieser ist.

In der weiteren Sequenz könnte es sein, dass dieses Muster – Maya gibt Anweisungen, Dennis setzt sie auf seine Weise um – weitergeführt wird. Womöglich werden noch die von Maya bereits in Äußerung 4a angesprochenen 4er Steine platziert, um bspw. den Nachbau des unteren Stockwerkes abzuschließen. Es könnte auch sein, dass Dennis an der aktuellen Anordnung der Steine bei Bau 2 etwas auffällt und er dies äußert oder dass B einen Impuls gibt oder eine Zwischenfrage stellt. Es könnte ebenso sein, dass Maya an Bau 1 feststellt, dass die Symmetrie in der Anordnung der Bausteine im unteren Stockwerk nicht gegeben ist und daraufhin eine Umordnung der Steine in Bau 2 umzusetzen versucht.

Äußerung 23:

Diese Äußerung wird noch überschritten mit den vorherigen Äußerungen von B eingebracht. Sie ist weiterhin nicht zu sehen.

Lautsprachlich äußert sie „Mmhm“, was Zustimmung bedeuten könnte. Es könnte sein, dass sie sich nach längerer Zeit, in der sie sich nicht äußerte, wieder einbringen möchte und ihre Aufmerksamkeit für das aktuelle Geschehen deutlich machen möchte. In diesem Fall wäre dieses „Mmhm“ vielleicht auch als Motivation für die Schüler*innen gedacht, eventuell insbesondere für Dennis. Der Ausspruch könnte aber auch besonders in Verbindung mit der Stimmensenkung ironisch gemeint sein, weil B vielleicht etwas an Bau 2 aufgefallen ist, was ihrer Meinung nach so nicht der Vorlage entspricht. Dann würde sie dadurch möglicherweise Aufmerksamkeit der Schüler*innen erregen und eine Nachfrage provozieren wollen.

In der weiteren Interaktion könnte B ausführen, was sie meint, oder die Schüler*innen fragen danach. Bs Äußerung könnte auch einfach unkommentiert stehen bleiben und z. B. als Motivation von den Schüler*innen aufgefasst werden, eher keinen Einfluss auf das weitere Vorgehen der Schüler*innen haben oder auch als Anlass seitens der Schüler*innen genutzt werden, noch einmal die Steinanordnung in Bau 2 mit Bau 1 abzugleichen oder zu überdenken.

Äußerung 24:

Erneut ergreift Maya den Turn. Sie bewegt sich in Richtung ihres Arbeitsbereiches und Bau 1. Offenbar möchte sie nun hier etwas nachschauen, um bspw. ihre Anweisungen in der Folge planen zu können oder rückblickend ihre bisherige Anleitung überprüfen zu wollen. Es könnte sein, dass ihr, möglicherweise in Folge von Bs Äußerung 23, nun aufgefallen ist, dass

Bau 2 bezüglich der aktuellen Anordnung der Steine im unteren Stockwerk eine Symmetrie aufweist, während Bau 1 zwar im Gesamten eine symmetrische Gestalt zeigt, dies aber nicht für die unterste Schicht des Gebäudes bzw. die darin beobachtbare Steinanordnung gilt.

Maya möchte offenbar nicht an Bau 1 manipulieren, weil sie die Hand dort lediglich in Faustform ablegt, was eher für Zurückhaltung spricht. Sie streckt den linken Arm in Dennis' Arbeitsbereich und zeigt an Bau 2 auf die Lücken, die hinter den platzierten 8er Steinen entstanden sind. Möglicherweise hat sie an Bau 1 gesehen oder nachgeschaut, was nun in diese Lücken gehört, und gibt dies an Dennis weiter. Vielleicht ist ihr auch eine Unstimmigkeit zwischen den beiden Bauten aufgefallen, auf die sie nun hinweist. Die Hände Mayas setzen nun die beiden Bauten in direkte Relation und stellen quasi einen greifbaren Link zwischen Bau 1 und Bau 2 her, indem die rechte Hand an Bau 1 verbleibt und die linke Hand offenbar an Bau 2 das, was sie an Bau 1 nachschaut, umzusetzen oder zu zeigen versucht. Der anschließende Rückzug beider Hände vor ihren Oberkörper ermöglicht nun Dennis erneut den Turn zu ergreifen und mutmaßlich ihre Anweisung umzusetzen, eine Frage zu stellen oder einen Kommentar abzugeben. Der Rückzug könnte auch auf Ratlosigkeit Mayas hindeuten, so dass sie sich zurückzieht und nachdenken möchte, was nun zu tun ist. Die linke Hand bleibt auf Bau 2 gerichtet, was ein Eingreifen ihrerseits oder ein erneutes Zeigen im weiteren Verlauf begünstigen könnte und auch möglicherweise ihre Bereitschaft signalisieren soll, dort weiter arbeiten zu wollen.

In der Lautsprache äußert Maya: „Und dann kommen **hier** Vierer dran\(...+)“ (Äußerung 24), was durch die Einleitung mit „und dann“ wie eine Weiterführung der Bauanleitung erscheint. Rückblickend auf ihre Tippgeste kann man in Relation zur Lautsprache feststellen, dass sie nun zweimal an beiden Seiten von Bau 2 zu tippen scheint und nicht nur an einer Seite als stellvertretend für beide Seiten etwas zeigt. Offenbar werden in der Lautsprache nun die 4er Steine angesprochen, auf die Maya vermutlich schon in Äußerung 4a hingewiesen hat. Das betone Deiktika „**hier**“ ist begleitet von den Zeigegesten auf die Lücken hinter den in Bau 2 verbauten 8er Steinen. Diese Gesten verorten also mutmaßlich Mayas Hinweis an die konkrete Stelle an Bau 2, die sie dann nicht mehr lautsprachlich beschreiben muss, sondern effektiv durch die Gestik anzeigt. Die Gestik übernimmt dabei auch die Information, wie viele 4er Steine benötigt werden durch das zweimalige Zeigen. Die Betonung in der Lautsprache unterstreicht die Zentralität dieser Stelle und macht den nächsten Schritt im Nachbau deutlich. In Äußerung 4b, 8 und 18 verwies Maya bereits darauf, dass etwas genauso groß bzw. lang sein sollte wie etwas anderes. Dies scheint sich jetzt zu vervollständigen, denn mit dem Anlegen von jeweils einem 4er Stein an die beiden verbauten 8er Steine würden diese zusammen genommen genauso lang wie der jeweils daneben liegende 12er Stein sein. Die Umschreibung *genauso lang* oder *genauso groß* nutzt Maya hier nicht mehr, möglicherweise weil sie die Wiederholung nicht als wichtig oder sinnvoll erachtet.

In der weiteren Sequenz könnte Dennis die erneute Anweisung ausführen oder auch eine Rückfrage stellen dazu, z. B. wie viele 4er Steine verbaut werden sollen, denn Maya benennt keine Anzahl. Diese könnte man zwar aus ihrem zweimaligen Zeigen schlussfolgern, allerdings könnte das Zeigen auch für einen Turm aus 4er Steinen stehen.

Äußerung 25:

Dennis beabsichtigt nun offenbar auszuführen, was er aus Mayas Anweisung interpretiert. Er ergreift zwei zusammenhängende 4er Steine, die er voneinander löst und zunächst einen davon hinter den rechten 8er Stein platziert. Damit setzt er den Stein an die Stelle, an der Maya ihre Gestik in Äußerung 24.4f verortet hatte. Dabei ist ihm offenbar ein genaues Platzieren wichtig, weil er den Stein absetzt und dann noch einmal ausrichtet. Möglicherweise geht er so vor, um die Bedingung „genauso lang [...] wie des andere“ (Äußerung 18), die Maya schon mehrfach beschrieben hat, zu erfüllen. Es kann auch sein, dass es ihm sehr wichtig ist, genau zu bauen, um einen möglichst stabilen Nachbau von Bau I zu generieren. Möglicherweise ist Dennis auch bewusst, dass die Bausteine in genauer Weise ausgerichtet werden müssen, um weiterbauen zu können, damit z. B. ein weiterer Stein auf die entsprechenden Verbindungsstellen der Steine passt. Anschließend platziert Dennis auch den anderen 4er Stein an der linken Seite von Bau 2. Damit erfüllt er Mayas Anweisung, dort noch „Vierer“ (Äußerung 2) zu platzieren und ebenso, dass neben den 12er Steinen ein 8er und ein 4er Stein so platziert werden, dass sie „genauso lang“ (Äußerung 18) sind wie der 12er Stein – eine Bedingung, die Maya bereits in Äußerung 4b und 8 formulierte.

Die in Äußerung 4a und b bereits dargestellte Anweisung oder Beschreibung, wie die 12er, 8er und 4er Steine im unteren Stockwerk von Bau 2 platziert werden sollen, kann nun als abgeschlossen betrachtet werden. Schaut man sich Bau I an (vgl. Abb. 9.3.6_51), so wird deutlich, dass Maya auf beiden Seiten von Bau I die 12er Steine jeweils rechts platziert hat und den 8er und 4er Stein links daneben, d. h. von der Anordnung der Steine hier nicht als symmetrische Abbildung, sondern beide Teile als Verschiebung gebaut hat. Dies ist aktuell bei Bau 2 so nicht berücksichtigt. Mutmaßlich ist dies für Maya hier nicht relevant oder präsent. Die Anordnung der Steine in Bau 2 ist ebenso wie die Gestalt von Bau I symmetrisch. Dennis kann dieses Detail nicht kennen, denn er hat Bau I nie gesehen. Maya hat sich bei ihrem Bau I entweder nur an einer Seite orientiert und, da der Bau insgesamt eine Symmetrie aufweist, offenbar dann auch die Symmetrie auf das untere Stockwerk bzw. die entsprechende Anordnung der Steine darin bei ihrer Bauanleitung übertragen. Dieser Unterschied zwischen beiden Bauten führt in der Gesamtbetrachtung des Baus zu keiner Veränderung seiner äußeren Gestalt.

In der weiteren Sequenz könnte Maya oder B oder auch Dennis den aktuellen Stand oder die Vorgehensweise in irgendeiner Form kommentieren. Maya könnte z. B. zustimmen oder Dennis' Bau erneut kritisieren. B könnte anregen, anders, z. B. weniger kleinschrittig,

vorzugehen und ebenso könnte Dennis einen solchen Einwand hervorbringen oder nachfragen, wie Bau I insgesamt aussieht o. Ä.

Äußerung 26:

In dieser Äußerung bringt sich Maya in die Sequenz ein. Sie bleibt in ihrer Körperposition unverändert: Sie schaut in den Arbeitsbereich von Dennis, beide Hände liegen aufgestützt auf der eigenen Arbeitsunterlage vor ihr, wobei die linke Hand mit den Fingern in Richtung Dennis' Arbeitsbereich weist. Am Ende scheint sie nach vorne in Richtung Kamera I oder möglicherweise auch Bau I zu schauen. Mit dem Blick zu Dennis' Arbeitsbereich kontrolliert oder beobachtet Maya mutmaßlich, was Dennis hier umsetzt und überprüft im visuellen Abgleich vermutlich ob Bau 2 mit ihrer Idee des Platzierens von 4er Steinen, auf die sie wahrscheinlich in der Lautsprache in Äußerung 24 verwies, übereinstimmt. Sie könnte mit dem Blick auch abschätzen wollen, wann Dennis ungefähr so weit ist, um den nächsten Bauschritt zu erhalten. Mutmaßlich ist Mayas Blick am Ende nach vorne für Bau I bestimmt oder soll signalisieren, dass nun etwas abgeschlossen ist, also vielleicht der Nachbau des ersten Stockwerks von Bau I. Maya könnte sich nach vorne orientieren, also z. B. in Richtung des Originalbaus Bau I, um den nächsten Bauanleitungsschritt planen zu können und eventuell an Bau I zu überprüfen.

In der Lautsprache scheinen sich zunächst die Deutungen der Körperhaltung und Blickrichtung zu bestätigen. Maya äußert leise gesprochen „genau\“ mit einer Stimmensenkung versehen. Diese Stimmensenkung deutet ebenfalls auf einen Abschluss oder zumindest auf einen Teilabschluss im Bauprozess hin. „Genau“ könnte hier ähnlich wie in Äußerung 18b auf eine Bestätigung hindeuten, so als stelle Maya damit fest, dass das, was Dennis soweit in seinem Arbeitsbereich umgesetzt hat, abgeschlossen ist und auch Mayas Erwartungen entspricht. Die leise Äußerung könnte darauf hindeuten, dass Maya eher für sich spricht und gewissermaßen für sich selbst auch bestätigt, dass sie bis dahin nun offenbar die Bauanleitung verständlich hervorgebracht hat oder zumindest so, dass Dennis ihr insoweit folgen konnte und entsprechend ihrer Erwartungen gebaut hat. „Genau“ könnte auch auf Genauigkeit verweisen, so als würde sie Dennis' exaktes Platzieren der 4er Steine beschreiben oder auch einfordern. Letzteres passt aber nicht ganz zu der Stimmensenkung, die Maya nutzt, so dass eine Bestätigung eher wahrscheinlich erscheint. Wenn Maya Dennis' ungenaues Platzieren der 4er Steine kritisieren wollte, würde sie möglicherweise mehr als nur „genau\“ äußern, etwa verbunden mit einer Aufforderung.

In dem weiteren Verlauf der Situation könnten sich die Schüler*innen den weiteren Stockwerken des Baus zuwenden, was Maya mutmaßlich mit dem Blick zu Bau I am Ende ihrer Äußerung 26 bereits anstrebt.

Mit dieser Äußerung endet die ausgewählte Transkriptsequenz.

Abbildungsverzeichnis

Kapitel 1

Abb. 1_1 Vereinfachte Darstellung des Gestenraums in Anlehnung an McNeill (1992, S. 378)

Kapitel 2

Abb. 2.1_1 Aus einer untersuchten Interaktion zu einem kombinatorischen Problem

Abb. 2.2_2 Die von Jakob und Claus nachgelegten Reihenfolgen aus ihrer Perspektive

Abb. 2.2_3 Der erste Ausschnitt der Interaktionssequenz

Abb. 2.2_4 Jakob beginnt seine Erklärung mit den Dachhänden I und II (vgl. Kap. 1)

Abb. 2.2_5 Jakobs Erläuterung, warum es nur sechs Reihenfolgen geben kann

Kapitel 3

Abb. 3.1.2_1 Gesteneinheit mit den drei Phasen *preparation*, *Gestekern* und *recovery* nach Kendon (2004, S. 111ff), grafisch dargestellt in Anlehnung an Sager (2005, S. 23ff)

Abb. 3.1.3_2 Jakob erläutert die Gleichheit von zwei Reihenfolgen und bindet die beiden gleichen Tierfiguren metaphorisch in seine Gestik ein

Abb. 3.1.4_3 Gestenkontinuum nach McNeill (2005, S. 5ff) mit ansteigender Konventionalisierung der Gesten bei gleichzeitiger Abnahme der notwendig zeitgleich geäußerten Lautsprache von links nach rechts

Abb. 3.2.1_4 Sketch Modell (de Ruiter, 2000, S. 298)

Kapitel 4

Abb. 4.1.1_1 Die von Krummheuer und Brandt (2001) verwendeten Toulmin'schen Argumentationskategorien am Beispiel I Kombinatorik mit Jakob und Claus

Kapitel 5

Abb. 5.4_1 Kontinuum von Gesten-Lautsprache *Matches* und *Mismatches* in Anlehnung an Goldin-Meadow (2003)

Kapitel 6

Abb. 6.2_1 Die Peirce'sche Zeichentriade

Abb. 6.2_2 Grafisch dargestellter Zeichenprozess zur Bedeutungsgenese des Objektbegriffs nach Peirce

Kapitel 8

Abb. 8.3_1 Situationskizze der Erhebungssituationen

Abb. 8.7.2_2 Die Peirce'sche Zeichentriade (auch Abb. 6.2_1)

Abb. 8.7.2_3 Ein Ausschnitt aus Beispiel I von Jakob und Claus in der Darstellung einer Semiotischen Prozess-Karte

Abb. 8.7.2_4 Ausschnitt der Semiotischen Prozess-Karte aus Beispiel I (Jakob und Claus: Kombinatorik)

Kapitel 9

Abb. 9.2_1 Verlaufsstränge der Situation *Tierpolonaise* (Kombinatorik)

Abb. 9.2_2 Verlaufsstränge der Situation *Bauen* (Geometrie)

Abbildungen in den Zusammenfassungen der Analysen und Komparationen (Kap. 9.3.1-9.3.7)

Abb. 9.3.1_3 Situationsskizze Beispiel 1

Abb. 9.3.1_4 Originalfoto aus der Situation zu Sequenzbeginn (Beispiel 1)

Abb. 9.3.1_5 Die sechs von Jakob und Claus gefundenen und nachgelegten Reihenfolgen

Abb. 9.3.1_6 Tipp- und Zeigebewegungen von Claus über den Reihen eins bis drei,
Äußerung 8a

Abb. 9.3.1_7 Jakobs und Claus' gefundene und nachgelegte Reihenfolgen eins, zwei und drei

Abb. 9.3.1_8 Die Tipp- und Zeigebewegung Jakobs über den Reihen eins und drei in
Äußerung 9d

Abb. 9.3.1_9 Jakobs und Claus' gefundene und nachgelegte Reihenfolge sechs

Abb. 9.3.1_10 SPK1-1 (Semiotische Prozess-Karte 1, Seite 1)

Abb. 9.3.1_11 SPK1-2 (Semiotische Prozess-Karte 1, Seite 2)

Abb. 9.3.1_12 SPK1-3 (Semiotische Prozess-Karte 1, Seite 3)

Abb. 9.3.1_13 SPK1-4 (Semiotische Prozess-Karte 1, Seite 4)

Abb. 9.3.1_14 Jakobs Dachgeste in der ersten Erklärung und variiert in der zweiten
Erklärung mit der Handform als wiederkehrendes Merkmal

Abb. 9.3.2_15 Situationsskizze Beispiel 2

Abb. 9.3.2_16 Originalfoto aus der Situation zu Sequenzbeginn (Beispiel 2)

Abb. 9.3.2_17 Die fünf von Ayse und Jana zu Beginn der Sequenz gefundenen und
nachgelegten Reihenfolgen

Abb. 9.3.2_18 Zwei Lesarten der Reihenfolgen bzw. Positionszuordnungen

Abb. 9.3.2_19 SPK2-1 (Semiotische Prozess-Karte 2, Seite 1)

Abb. 9.3.2_20 SPK2-2 (Semiotische Prozess-Karte 2, Seite 2)

Abb. 9.3.2_21 SPK2-3 (Semiotische Prozess-Karte 2, Seite 3)

Abb. 9.3.3_22 Situationsskizze Beispiel 3

Abb. 9.3.3_23 Originalfoto aus der Situation zu Sequenzbeginn (Beispiel 3)

Abb. 9.3.3_24 Die sieben von Maya und Dennis zu Beginn der Sequenz gefundenen und
nachgelegten Reihenfolgen

Abb. 9.3.3_25 Die doppelt vorkommende Kärtchenreihenfolge (vier bzw. sieben) von Maya
und Dennis aus Sicht der Schüler*innen

Abb. 9.3.3_26 Die nachgelegte Kärtchenreihenfolge sechs von Maya und Dennis aus ihrer
Perspektive

Abb. 9.3.3_27 Die nachgelegte Kärtchenreihenfolge fünf der Schüler*innen

Abb. 9.3.3_28 Mayas Blick auf die Reihen (Pfeil) bei Minute 23:52 mit einer möglichen
Zahlerlegung der Anzahl aller Reihenfolgen aus ihrer Sicht

Abb. 9.3.3_29 SPK3-1 (Semiotische Prozess-Karte 3, Seite 1)

Abb. 9.3.3_30 SPK3-2 (Semiotische Prozess-Karte 3, Seite 2)

Abb. 9.3.3_31 SPK3-3 (Semiotische Prozess-Karte 3, Seite 3)

Abb. 9.3.3_32 SPK3-4 (Semiotische Prozess-Karte 3, Seite 4)

Abb. 9.3.4_33 Dachgestik I von Jakob

- Abb. 9.3.5_34 Die in der Situation verfügbaren Bausteine
- Abb. 9.3.5_35 Bau I (in der Sequenz einfarbig blau) aus Sicht von Kamera I und von unten aus Sicht von Ayse (Minute 19:49)
- Abb. 9.3.5_36 Nachbau von Jana (Bau 2, in der Sequenz einfarbig grün) zu Beginn der Sequenz
- Abb. 9.3.5_37 Situationsskizze Beispiel 4
- Abb. 9.3.5_38 Originalfoto aus der Situation zu Sequenzbeginn. Jana trägt die helle Strickjacke, Ayse das gestreifte Shirt (Beispiel 4)
- Abb. 9.3.5_39 Seitenfläche A von Bau 2 (links) als Versuch einer kongruenten Abbildung von Seitenfläche C von Bau I (nach Äußerung 12, ca. bei Min 20:18)
- Abb. 9.3.5_40 Bau 2 (grün) und Bau I (blau) links im Bild vor und rechts im Bild nach der Drehung $D_{M, w(\alpha)}$ mit $w(\alpha) \approx 175^\circ$ von Bau I durch Ayse in Äußerung 15 ab Min. 20:24
- Abb. 9.3.5_41 Seitenfläche A von Bau 2 (links) im Vergleich zu Seitenfläche C von Bau I (rechts) nach Äußerung 12: Jana hat an Bau 2 beide 8er Steine mit zwei Reihen Verbindungsstellen nach außen überstehend positioniert
- Abb. 9.3.5_42 Seitenfläche A von Bau 2 (links) im Vergleich zur Seitenfläche C von Bau I (rechts) nach Äußerung 16: oberes Stockwerk als Spiegelung (ausgenommen Stein I u. 14)
- Abb. 9.3.5_43 Seitenfläche A von Bau 2 (links) im Vergleich zur Seitenfläche C von Bau I (rechts) nach Äußerung 18: oberes Stockwerk als Verschiebung (ausgenommen Stein I u. 14)
- Abb. 9.3.5_44 SPK4-1 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 1)
- Abb. 9.3.5_45 SPK4-2 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 2)
- Abb. 9.3.5_46 SPK4-3 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 3)
- Abb. 9.3.5_47 SPK4-4 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 4)
- Abb. 9.3.5_48 SPK4-5 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 5)
- Abb. 9.3.5_49 SPK4-6 (Semiotische Prozess-Karte 4, Seite 6)
-
- Abb. 9.3.6_50 (wie Abb. 9.3.5_34) Die in der Situation verfügbaren Bausteine
- Abb. 9.3.6_51 Der Originalbau Bau I von Maya aus ihrer Perspektive
- Abb. 9.3.6_52 Das von Dennis erstellte Originalgebäude
- Abb. 9.3.6_53 Situationsskizze Beispiel 5
- Abb. 9.3.6_54 Originalfoto aus der Situation zu Sequenzbeginn (Beispiel 5)
- Abb. 9.3.6_55 Grundriss Stockwerk I von Mayas Bau I von oben und aus Sicht von Kamera I (frontal)
- Abb. 9.3.6_56 Mayas Äußerung 1b
- Abb. 9.3.6_57 Dennis' Interpretation von Äußerung 1b in Äußerung 3
- Abb. 9.3.6_58 Ausschnitt des unteren Stockwerks des Originalgebäudes Bau I (links, der Pfeil zeigt Mayas Blickrichtung) und Äußerung 4a von Maya (rechts)
-
- Abb. 9.3.6_59 Die Äußerungen 5 (Dennis) und 6 (Maya)
- Abb. 9.3.6_60 Die Äußerungen 7 (Dennis) und 8 (Maya)
- Abb. 9.3.6_61 Äußerungen 9a und 11
- Abb. 9.3.6_62 Äußerung 12
- Abb. 9.3.6_63 Mayas Äußerung 15a

- Abb. 9.3.6_64 SPK5-1 (Semiotische Prozess-Karte 5, Seite 1)
Abb. 9.3.6_65 SPK5-2 (Semiotische Prozess-Karte 5, Seite 2)
Abb. 9.3.6_66 SPK5-3 (Semiotische Prozess-Karte 5, Seite 3)
Abb. 9.3.6_67 SPK5-4 (Semiotische Prozess-Karte 5, Seite 4)
- Abb. 9.3.7_68 Ausgewählte tippende Zeigegesten von Ayse und Jana (Geometrie: Beispiel 4)
(vgl. Äußerung 4 bzw. Triade 4a u. Äußerung 8 bzw. Triade 6b)
Abb. 9.3.7_69 Der von Ayse erstellte Originalbau Bau I mit Angabe der Seitenflächen
Abb. 9.3.7_70 Beispiele für Mayas Gesten eines Bauplans von Bau I in ihrem Arbeitsbereich
(Äußerung 4a bzw. Triade 4 u. Äußerung 15a u. 15b bzw. Triade 13a)
Abb. 9.3.7_71 Bau I (Originalbau) von Maya

Kapitel 10

- Abb. 10.1_1 Jakob zieht jeweils nach dem Tippen auf die zweiten und dritten Positionen in der ersten, dann in der dritten Reihenfolge die Hand nach oben
Abb. 10.1_2 Dachgestik I (Bild a) und II (Bild b u. c) von Jakob (Beispiel 1: Kombinatorik)
Abb. 10.1_3 Jakobs quod erat demonstrandum Gesten
Abb. 10.1_4 Sammlungs- und Konzentrationsgeste Maya (Beispiel 5: Geometrie)
Abb. 10.1_5 Janas (Bild a u. c) und Ayses (Bild b u. c) *Zeige-Gesten als Zeigen auf einen Stein oder eine Position* mit darüber hinaus gehender als geteilt geltender Deutung
Abb. 10.1_6 Claus' tippende Gesten über den Reihenfolgen um den Zugang/ die Rahmung zu Jakobs Deutung zu suchen bzw. zu klären (Bildfolge von links nach rechts)
Abb. 10.1_7 Ausschnitt a aus SPK 1: Begriff *Reihenfolge* lautsprachlich umschrieben, gestisch getippt und als konstante Zeigebewegung
Abb. 10.1_8 Ausschnitt b aus SPK 1: wiederholte lautsprachliche Benennung des Begriffs *Reihenfolge*, gestisch als Öffnung der Dachhand-Gestik über zwei fokussierte Reihenfolgen
Abb. 10.1_9 Mayas „genausolang“ (links) und „daneben“-Geste (rechts)
Abb. 10.1_10 Jakobs Gesten zu Fixpunkt (links, Mitte) und Permutation (rechts)
Abb. 10.1_11 Janas Fixpunktgesten am Diagramm der Reihenfolgen (Kombinatorik: Beispiel 2)
Abb. 10.1_12 Ausschnitt aus Mayas Bauplan-Gesten (Bildfolge von links nach rechts)
Abb. 10.1_13 Mayas Gestenfolge zur Erweiterung der Reihenfolgenlänge n zu $n+1$ (Bildfolge von links nach rechts)
Abb. 10.1_14 Zeigen auf die fünfte Reihenfolge von Dennis (Kombinatorik: Beispiel 3)
Abb. 10.1_15 Beispiele des interaktiv etablierten Zeigezeichen von Jana und Ayse (Geometrie: Beispiel 4)
Abb. 10.1_16 Die Präsentationsgeste von Jana (Geometrie: Beispiel 4)
Abb. 10.1_17 Die *Geste mit Gebrauch von materiell Verfügbarem* von Jakob (Kombinatorik: Beispiel 1)
Abb. 10.1_18 Die Drehgeste von Maya als *gestisch-pantomimische Modellhandlung* (Geometrie: Beispiel 5, Bildfolge von links nach rechts)
Abb. 10.1_19 Die *(Zeige-)Geste(n)* an Bau 2 von Maya (Geometrie: Beispiel 5)

- Abb. 10.1_20 Maya zeigt an einer zuvor gestikulierten Reihenfolge, wo und wie ein imaginiertes viertes Kärtchen auf der Position $n+1$ abgelegt werden kann (Kombinatorik: Beispiel 3)
- Abb. 10.1_21 Das Zeigen als *Link zwischen Kärtchenreihenfolge und Podestreihenfolge* von Jana (Kombinatorik: Beispiel 2, als Bildfolge von links nach rechts)
- Abb. 10.1_22 Beispiele für Zeigezeichen aus Beispiel 4 (Geometrie) als *Link zwischen Dingen oder ihren Anordnungen*, hier zwischen Bau 1 und 2
- Abb. 10.1_23 Die Stein-Kompaktheitsgeste von Ayse (Geometrie: Beispiel 4)
- Abb. 10.1_24 Ausschnitt aus den Bauplangesten von Maya (Geometrie: Beispiel 5)
- Abb. 10.1_25 Die *das geht/ist so*-Gesten von Jakob bzw. Maya (obere Zeile, Kombinatorik: Beispiel 1 bzw. 3) und die *zweimal mach*-Gesten von Jakob und Claus (untere Zeile, Kombinatorik: Beispiel 1)
- Abb. 10.1_26 Janas Fixpunktgeste in zwei Varianten (rhythmisch hin und her zeigend, rhythmisch paarweise tippend) als Schnittstelle der Bedeutungszuschreibung in Lautsprache und Gestik (Transkript 2, Äußerung 13c u. 13d bzw. SPK 2-2, Triade 10a u. 11, Kombinatorik: Beispiel 2, Kap. 9.3.2)
- Abb. 10.1_27 Mayas Fixpunkt und Permutations-Darstellung in den Modi Gestik, Lautsprache und Handlung als *Modusschnittstelle interaktionaler Bedeutungszuschreibung* (Transkript 3, Äußerung 3a u. b bzw. SPK 3-1, Triade 3 u. 4b, Kombinatorik: Beispiel 3, Kap. 9.3.3)
- Abb. 10.1_28 Ayses Äußerung 27 (Transkript 4 bzw. SPK 4-5, Triade 21a, Kap. 9.3.5)
- Abb. 10.2.1_29 Das leere *doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen* mit seinen beiden Dimensionen
- Abb. 10.2.2.1_30 Das doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen am Beispiel 1: Jakob und Claus (Kombinatorik)
- Abb. 10.2.2.1_31 In Bildreihenfolge von links nach rechts je ein Beispiel einer *das geht/ist so*-Geste (2) und einer *das ist anders*-Geste (3) sowie einer *Endpositionsgeste* (7) von Jakob
- Abb. 10.2.2.1_32 *Dachgestik I* (1) und *Dachgestik II* (11) (Bildfolge von links nach rechts) von Jakob
- Abb. 10.2.2.1_33 Ausschnitt aus Claus' Abzähl- oder Messgeste über den Reihenfolgen (5) (Bildfolge von links nach rechts)
- Abb. 10.2.2.1_34 Jakobs „gleich“-Geste *gleiche Tiere* (15) (von links nach rechts als Bildfolge)
- Abb. 10.2.2.2_35 Das doppelte Kontinuum der Gesten für Beispiel 3: Maya und Dennis (Kombinatorik)
- Abb. 10.2.2.2_36 Die Geste *Permutation als Verschieben von Karten* (30)
- Abb. 10.2.2.2_37 Die Geste *Permutation als „als-ob-Handlung“* (29) (Bildfolge von links nach rechts)
- Abb. 10.2.2.2_38 Die Geste *Permutation als Tippen auf vertauschbare Positionen* (27) (Bildfolge von links nach rechts)
- Abb. 10.2.2.2_39 Mayas „*das geht/ist so*“-Geste (23) (vgl. Äußerung 29.2f, Transkript 3 bzw. Triade 21b, SPK 3-4, Kap. 9.3.3)
- Abb. 10.2.2.2_40 Die *Abzähl- oder Messgeste über den Reihenfolgen* (24) (Bildfolge von links nach rechts)
- Abb. 10.2.2.2_41 *Positionsgesten* (25) aus Beispiel 3 (Kombinatorik)
- Abb. 10.2.2.2_42 Mayas *Reihenfolgegeste tippend oder konstant zeigend* (26) (Bildfolge von links nach rechts)

- Abb. 10.2.2.2_43 Die Reihenfolgegeste als Diagramm (31) (Bild a, b, c) und die Reihenfolge-Erweiterungs-Geste $n+1$ (33) (Bild d, e) sowie die Kärtchen-Ablege-Geste (32) (Bild f) (Bildfolge von links nach rechts)
- Abb. 10.2.2.2_44 Die Fixpunktgeste fixierend (links) oder mehrfach tippend (28) (rechts)
- Abb. 10.2.2.3_45 Das doppelte Kontinuum der Gesten für Beispiel 5: Maya und Dennis (Geometrie)
- Abb. 10.2.2.3_46 Die Dachgestik I (1) von Jakob (Kombinatorik: Beispiel 1, links) und die Konzentrations- und Sammlungsgeste (41) von Maya (Geometrie: Beispiel 5, rechts) im Vergleich
- Abb. 10.2.2.3_47 Permutationsgesten (13) (Kombinatorik: Beispiel 1, oben) und Drehgeste (50) (Geometrie: Beispiel 5, unten) (Bildfolge von links nach rechts)
- Abb. 10.2.2.3_48 Ausschnitt der Anordnungen (51) als gemeinsame Interpretation der Bauanleitung
- Abb. 10.2.2.3_49 Drehhandlung (52) von Dennis (Beispiel 5: Geometrie)
- Abb. 10.2.2.3_50 Die Bauplangesten (53) von Maya (Beispiel 5: Geometrie)
- Abb. 10.3.1_51 Ausschnitt A der SPK 2 (Beispiel 2: Kombinatorik), Triaden 1 bis 3b
- Abb. 10.3.1_52 Das doppelte Kontinuum der Gesten für Beispiel 2: Jana und Ayse (Kombinatorik)
- Abb. 10.3.1_53 Ausschnitt B der SPK 2 (Beispiel 2: Kombinatorik), Triaden 10a bis 12
- Abb. 10.3.1_54 Ausschnitt C der SPK 2 (Beispiel 2: Kombinatorik), Triaden 13a und 13b
- Abb. 10.3.1_55 Ausschnitt D der SPK 5 (Beispiel 5: Geometrie), Triaden 1a bis 4
- Abb. 10.3.3_56 Der symbolhafte Gebrauch der Fixpunkte- und Vertauschungsgestenabfolge von Jakob im Zeichenprozess (Beispiel 1: Kombinatorik)
- Abb. 10.4_57 Beispiele für Lautgebärden von Brügelmann (1984, S. 106)

Anhang

- Abb. A2-1_1 Die von den Schülern nachgelegten Reihenfolgen 1,(2) und 3 und die Tipp- und Zeigebewegung Jakobs über den Reihen 1 und 3 in Äußerung 9d
- Abb. A2-2_2 Mögliche Lesarten der Positionsbesetzungen in den gestellten und nachgelegten Reihenfolgen von Ayse und Jana
- Abb. A2-3_3 Mayas Perspektive auf die Reihen bei Minute 23:52 mit einer der möglichen Bündelungen anhand der Anordnung der Reihenfolgen
- Abb. A2-4_4 Bau 1 von unten aus Sicht von Ayse, der Pfeil zeigen den Start und die Richtung ihrer Tippabfolge auf die Steinübergänge an
- Abb. A2-4_5 Bau 1 und Bau 2 zu Beginn der ausgewählten Sequenz
- Abb. A2-4_6 Bau 2 und Bau 1 vor (links) und nach der Drehung $D_{M, w(\alpha)}$ mit $w(\alpha) = 175^\circ$ von Bau 1 durch Ayse in Äußerung 15, Min. 20:24
- Abb. A2-4_7 Seitenfläche A von Bau 2 aus Sicht von Kamera 1 mit dem von Jana neu positionierten 8er Stein zwischen den Steinen 2 und 3
- Abb. A2-4_8 Seitenfläche A von Bau 2 und Seitenfläche C Bau 1 im Vergleich aus Sicht der Schülerinnen
- Abb. A2-5_9 Bau 2 nach Äußerung 9a aus Dennis' Sicht

Tabellenverzeichnis

Kapitel I

Tab. I_1 Überblick über alle in den Transkripten der analysierten Sequenzen dokumentierten Handformen der interagierenden Schüler*innen

Kapitel 8

Tab. 8.2.1_1 Die Komparationsdimensionen der Analyseergebnisse in der vorliegenden Arbeit

Tab. 8.3_2 Der mathematische Gehalt der geplanten Situation Tierpolonaise

Tab. 8.3_3 Der mathematische Gehalt der geplanten mathematischen Situation Bauen

Tab. 8.4_4 Das in der vorliegenden Studie genutzte Beschreibungsraster der *mathematischen Situationspattern*

Tab. 8.5_5 Die Tandems bzw. Schüler*innen Paare und die von ihnen durchlaufenen Situationen

Tab. 8.5_6 Beschreibung der teilnehmenden Schüler*innen

Tab. 8.6_7 Transkriptausschnitt (Beispiel I: Jakob und Claus)

Tab. 8.6_8 Ausschnitt einer Transkriptpartitur aus Beispiel I (Kombinatorik)

Tab. 8.6_9 Transkriptionslegende

Kapitel 9

Tab. 9.1_1 Mögliche Komparationsdimensionen, die sich aus der Auswahl ergeben

Tab. 9.3.1_2 Handformen, die im Transkript 1 verwendet werden

Tab. 9.3.1_3 Transkriptausschnitt Beispiel 1

Tab. 9.3.2_4 Handformen, die im Transkript 2 verwendet werden

Tab. 9.3.2_5 Transkriptausschnitt Beispiel 2

Tab. 9.3.3_6 Handformen, die im Transkript 3 verwendet werden

Tab. 9.3.3_7 Transkriptausschnitt Beispiel 3

Tab. 9.3.4_8 Jakobs Fixpunktgesten (Kombinatorik: Beispiel 1)

Tab. 9.3.4_9 Janas Fixpunktgesten (Kombinatorik: Beispiel 2)

Tab. 9.3.4_10 Mayas Fixpunktgesten (Kombinatorik: Beispiel 3)

Tab. 9.3.4_11 Jakobs Permutationsgesten (Kombinatorik: Beispiel 1)

Tab. 9.3.4_12 Janas Permutationsgeste (Kombinatorik: Beispiel 2)

Tab. 9.3.4_13 Mayas und Dennis' Permutationsgesten und -handlungen (Beispiel 3)

Tab. 9.3.4_14 Jakobs und Claus' Reihenfolgegesten (Kombinatorik: Beispiel 1)

Tab. 9.3.4_15 Ayses Reihenfolgegeste (Kombinatorik: Beispiel 2)

Tab. 9.3.4_16 Mayas Reihenfolgegesten (Kombinatorik: Beispiel 3)

Tab. 9.3.5_17 Handformen, die im Transkript 4 verwendet werden

Tab. 9.3.5_18 Transkriptausschnitt Beispiel 4

Tab. 9.3.6_19 Handformen, die im Transkript 5 verwendet werden

Tab. 9.3.6_20 Transkriptausschnitt Beispiel 5

Kapitel 10

Tab. 10.2.2_1 Die Zuordnung der durchnummerierten Gesten

Tab. 10.3.1_2 *Ausschnitt A* aus Beispiel 2: grau hinterlegt ist die gestische Erweiterung des *Produktionsdesigns* in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001)

Tab. 10.3.1_3 *Ausschnitt B*: grau hinterlegt ist die gestische Erweiterung des *Produktionsdesign* in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001)

Tab. 10.3.1_4 *Ausschnitt C* aus Beispiel 2: grau hinterlegt ist die gestische Erweiterung des *Produktionsdesigns* in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001)

Tab. 10.3.1_5 Rekonstruktion der Rezipientenstatus für das aufgeführte Beispiel mit einer jeweiligen Erweiterung um den gestischen Modus in Anlehnung an Krummheuer und Brandt (2001)

Anhang

Tab. A1-1_1 *Mathematisches Situationspattern*: Kombinatorik

Tab. A1-2_2 *Mathematisches Situationspattern*: Geometrie

Tab. A2-1_1 Gliederung der Interaktionssequenz 1

Tab. A2-2_2 Gliederung der Interaktionssequenz 2

Tab. A2-3_3 Gliederung der Interaktionssequenz 3

Tab. A2-4_4 Gliederung der Interaktionssequenz 4

Tab. A2-5_5 Gliederung der Interaktionssequenz 5