

# Optisches Potential für hohe Energien

M. WEIGEL

Sektion Physik der Universität München

und D. MACK

Institut für Theoretische Physik der Universität Frankfurt (Main)

(Z. Naturforsch. **23 a**, 1888—1893 [1968]; eingegangen am 30. September 1968)

An elementary derivation of the optical potential for high energies is given. For the determination of the optical potential only the knowledge of the scattering amplitude for free nucleons and of the autocorrelation function for density fluctuations is necessary. The numerical calculation of the real- and imaginary part of the optical potential was performed using the Tabakin potential.

## 1. Einleitung

Von MOLIERE<sup>1</sup>, MALENKA<sup>2</sup>, SCHWINGER<sup>3</sup> und GLAUBER<sup>4</sup> wurde ein Verfahren angegeben, welches die Berechnung der hochenergetischen Streuung von strukturlosen Teilchen an einem Targetkern ermög-

licht. Analog zu diesem Verfahren kann man eine Methode angeben, mit deren Hilfe das optische Potential (Einteilchenbeschreibung) bei Kenntnis der Streuamplitude der Nukleon-Nukleon-Streuung und der Autokorrelationsfunktion der Dichteschwankungen des Targetkerns berechenbar ist.

Das Target bestehe aus  $A$  Teilchen (Observable  $\mathbf{p}_j, \mathbf{q}_j$ ; Hamilton-Operator  $H_T$ ); die Observablen des Geschoßteilchens seien  $\mathbf{P}$  und  $\mathbf{R}$ . Dann erhält man als Lösung der Schrödinger-Gleichung<sup>4</sup> ( $\hbar = 1$ )

$$\left\{ H_G + \sum_{j=1}^A v(\mathbf{R}, \mathbf{q}_j; \mathbf{P}, \mathbf{p}_j) + H_T(\mathbf{q}_j; \mathbf{p}_j) \right\} |\psi_S(t)\rangle = i \frac{\partial}{\partial t} |\psi_S(t)\rangle \quad (1)$$

im Dirac-Bild ( $|\psi_D(t)\rangle = e^{+iH_T t} |\psi_S(t)\rangle$ ):

$$|\psi_D(t)\rangle = e^{-i\Omega_i t} U(t) |\mathbf{P}_i, i\rangle, \quad (2)$$

wobei der Wellenoperator  $U(t)$  der Gleichung

$$U(t) = 1 + \int dt' G(t-t') V(t') e^{i\Omega_i(t-t')} U(t') \quad (3)$$

genügt.  $|i\rangle$  bzw.  $|f\rangle$  bezeichnet den Anfangs- bzw. Endzustand des Targetkernes ( $H_T |i\rangle = \varepsilon_n |n\rangle$ ). Die freie Bewegung des Geschoßteilchens sei durch die Zustände  $|\mathbf{P}\rangle$  charakterisiert:

$$H_G |\mathbf{P}_i\rangle = \frac{\mathbf{P}_i^2}{2m} |\mathbf{P}_i\rangle = \Omega_i |\mathbf{P}_i\rangle.$$

$V(t)$  ist die Wechselwirkung zwischen Target und Geschoß im Dirac-Bild:

$$V(t) = e^{iH_T t} \sum_{j=1}^A v(\mathbf{R}, \mathbf{q}_j; \mathbf{P}, \mathbf{p}_j) e^{-iH_T t} = \sum_{j=1}^A v(\mathbf{R}, \mathbf{q}_j(t); \mathbf{P}, \mathbf{p}_j(t)). \quad (4)$$

Die Greensche Funktion der Streuung lautet bei Berücksichtigung der Sommerfeldschen Ausstrahlungsbedingung

$$G(t-t') = \frac{1}{2\pi} \int d\Omega \frac{e^{-i\Omega(t-t')}}{\Omega - H_G + i0}. \quad (5)$$

<sup>1</sup> G. MOLIERE, Z. Naturforsch. **2 a**, 133 [1947].

<sup>2</sup> B. J. MALENKA, Phys. Rev. **95**, 522 [1954].

<sup>3</sup> J. SCHWINGER, Phys. Rev. **94**, 1382 [1954].

<sup>4</sup> R. GLAUBER, Lectures in Theoretical Physics, Interscience Publishers, New York 1959.

## 2. Approximation bei hohen Energien

Das durch die Gln. (2), (3) und (5) definierte Streuproblem läßt sich bei höheren Energien stark vereinfachen, wenn man berücksichtigt, daß bei hohen Energien nach den Vorstellungen der Potentialstreuung die Vorwärtstreuung dominiert. Den Hauptbeitrag werden also die Impulse  $\mathbf{P} = \mathbf{P}_i + \mathbf{K}$  liefern, für die  $|\mathbf{P}_i \cdot \mathbf{K}| \gg \mathbf{K}^2$  gilt. Vernachlässigung der Terme mit  $\mathbf{K}^2$  in (5) ergibt:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{R} | G(t-t') | \mathbf{R}' \rangle &= (2\pi)^{-4} \int d\mathbf{K} d\Omega' \frac{\exp\{i\mathbf{P}_i(\mathbf{R}-\mathbf{R}') - i\Omega_i(t-t')\}}{\Omega' - \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{K}/M + i0} \exp\{i\mathbf{K} \cdot (\mathbf{R}-\mathbf{R}') - i\Omega'(t-t')\} \\ &= -i \frac{M}{P_i} \exp\{i\mathbf{P}_i(\mathbf{R}-\mathbf{R}') - i\Omega_i(t-t')\} A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \delta\left(t-t' - \frac{M}{P_i}(Z-Z')\right) \end{aligned} \quad (6)$$

mit 
$$A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = \delta(X-X') \delta(Y-Y') \Theta(Z-Z'). \quad (7)$$

Die Z-Achse wurde parallel zu  $\mathbf{P}_i$  gewählt.  $\Theta(x) := \frac{1}{2}(1+x/|x|)$  ist die Heavisidesche Sprungfunktion.

Die störungstheoretische Entwicklung des Operators  $U(t)$  hat bei lokaler Wechselwirkung

$$\langle \mathbf{R} | V(t) | \mathbf{R}' \rangle = \sum_j v(\mathbf{R} - \mathbf{q}_j(t)) \delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}') \quad (8)$$

die Form:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{R} | U(t) | \mathbf{P}_i \rangle &= \langle \mathbf{R} | \mathbf{P}_i \rangle \left( 1 + \left( \frac{-iM}{P_i} \right) \int d\mathbf{R}' A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \sum_j v\left(\mathbf{R}' - \mathbf{q}_j\left(t - \frac{M}{P_i}(Z-Z')\right)\right) \right. \\ &\quad + \left( \frac{-iM}{P_i} \right)^2 \int d\mathbf{R}' A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \sum_j v\left(\mathbf{R}' - \mathbf{q}_j\left(t - \frac{M}{P_i}(Z-Z')\right)\right) \\ &\quad \cdot \left. \int d\mathbf{R}'' A(\mathbf{R}', \mathbf{R}'') \sum_m v\left(\mathbf{R}'' - \mathbf{q}_m\left(t - \frac{M}{P_i}(Z-Z') - \frac{M}{P_i}(Z'-Z'')\right)\right) + \dots \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Diese Reihe läßt sich aufsummieren, wenn man die Struktur von  $A(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$  beachtet. Diese bewirkt, daß die Variable  $Z$  hier genau so auftritt wie sonst die Zeit bei der zeitabhängigen Störungstheorie<sup>5</sup>. Durch Einführung des „zeitgeordneten“ Produktes bezüglich  $Z$  (Symbol  $\left\{ \right\}_+$ ) erhält man:

$$\langle \mathbf{R} f | U(t) | \mathbf{P}_i; i \rangle = \langle \mathbf{R} | \mathbf{P}_i \rangle \langle f | \left\{ \exp\left(-i \frac{M}{P_i} \int d\mathbf{R}' A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \sum_j v\left[\mathbf{R}' - \mathbf{q}_j\left(t - \frac{M}{P_i}(Z-Z')\right)\right]\right) \right\}_+ | i \rangle. \quad (10)$$

Dieser Ausdruck läßt sich umformen in

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{R} f | \psi_D(t) \rangle &= \langle \mathbf{R} | \mathbf{P}_i \rangle e^{-i\Omega_i t} \langle f | \exp\{iH_T(t-ZM/P_i)\} \left\{ \exp\left(-i \frac{M}{P_i} \int d\mathbf{R}' A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \sum_j v\left(\mathbf{R}' - \mathbf{q}_j\left(\frac{Z'M}{P_i}\right)\right)\right) \right\}_+ \right. \\ &\quad \left. \exp\{-iH_T(t-ZM/P_i)\} | i \rangle \right. \quad (11) \\ &= (2\pi)^{-3/2} \exp\left\{iZM\left(\frac{P_i}{M} + \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_f}{P_i}\right) - it\left(\frac{P_i^2}{2M} + \varepsilon_i - \varepsilon_f\right)\right\} \\ &\quad \cdot \langle f | \left\{ \exp\left(-i \frac{M}{P_i} \int d\mathbf{R}' A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \sum_j v\left(\mathbf{R}' - \mathbf{q}_j\left(\frac{Z'M}{P_i}\right)\right)\right) \right\}_+ | i \rangle. \end{aligned}$$

Beschränkt man sich auf kleine Anregungen und vernachlässigt die Retardierungseffekte, so gilt mit  $|\varepsilon_i - \varepsilon_f| \ll \Omega_i$ :

$$\langle \mathbf{R} f | \psi_D(t) \rangle = e^{-i\Omega_i t} \langle \mathbf{R} | \mathbf{P}_i \rangle \langle f | \exp\left(-i \frac{M}{P_i} \int d\mathbf{R}' A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \sum_j v(\mathbf{R}' - \mathbf{q}_j(0))\right) | i \rangle. \quad (12)$$

Für die Streuamplitude

$$F_{fi}(\mathbf{P}_f, \mathbf{P}_i) = -(2\pi)^2 M \langle \mathbf{P}_f; f | V U | \mathbf{P}_i; i \rangle \quad (13)$$

<sup>5</sup> F. J. DYSON, Phys. Rev. 75, 486 [1949].

erhalten wir im Rahmen der Näherung

$$F_{fi}(\mathbf{P}_f, \mathbf{P}_i) = -\frac{M}{2\pi} \int d\mathbf{R} \exp\{i\mathbf{R}(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_f)\} \langle f | \sum_m v(\mathbf{R} - \mathbf{q}_m) \exp\left\{\frac{iM}{P_i} \int d\mathbf{R}' A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \sum_j v(\mathbf{R}' - \mathbf{q}_j)\right\} | i \rangle. \quad (14)$$

Typische Matricelemente dieses Ausdrucks haben die Form

$$\langle f | v(\mathbf{R} - \mathbf{q}_m) \exp\left(-\frac{iM}{P_i} \int d\mathbf{R}' A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') v(\mathbf{R}' - \mathbf{q}_m)\right) \exp\left(-\frac{iM}{P_i} \int d\mathbf{R}'' A(\mathbf{R}, \mathbf{R}'') \sum_{j \neq m} v(\mathbf{R}'' - \mathbf{q}_j)\right) | i \rangle. \quad (15)$$

Den dritten Faktor wollen wir bei der Integration durch eins ersetzen. Diese Näherung ist gut, wenn der mittlere Teilchenabstand größer als die Potentialreichweite ist. Bei Nukleonensystemen sind diese beiden Längen ungefähr gleich, so daß eine gewisse Überlappung der Potentialfaktoren möglich ist. Der entstehende Fehler ist schwer abschätzbar. Für (14) erhalten wir mit dieser Näherung:

$$F_{fi}(\mathbf{P}_f, \mathbf{P}_i) = -\frac{M}{2\pi} \sum_j \int d\mathbf{q}_1 \dots d\mathbf{q}_A d\mathbf{R} \langle f | \mathbf{q}_1 \dots \mathbf{q}_A \rangle \langle \mathbf{q}_1 \dots \mathbf{q}_A | i \rangle \exp\{i\mathbf{R}(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_f)\} \exp\{i\mathbf{q}_j(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_f)\} \cdot v(\mathbf{R}) \exp\left(-\frac{iM}{P_i} \int d\mathbf{R}' A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') v(\mathbf{R}')\right). \quad (16)$$

Mit Hilfe des Dichteoperators

$$\varrho(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{q}_j); \quad \text{bzw.} \quad \varrho_{\mathbf{k}} = \int \exp\{i\mathbf{k}\mathbf{r}\} \varrho(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \sum_{j=1}^A \exp\{-i\mathbf{k}\mathbf{q}_j\} \quad (17), (18)$$

ergibt sich:

$$F_{fi}(\mathbf{P}_f, \mathbf{P}_i) = -\frac{M}{2\pi} \int v(\mathbf{R}) \exp\{i\mathbf{R}(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_f)\} d\mathbf{R} \exp\left(-\frac{iM}{P_i} \int A(\mathbf{R}, \mathbf{R}') v(\mathbf{R}') d\mathbf{R}'\right) \langle f | \varrho_{\mathbf{P}_f - \mathbf{P}_i} | i \rangle. \quad (19)$$

Das Integral in (19) kann durch die Streuamplitude der Relativbewegung zweier Nukleonen ersetzt werden, die in W.K.B.-Näherung folgende Form hat:

$$f(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = -\frac{M}{4\pi} \int d\mathbf{r} \left\{ \exp\{i\mathbf{r}(\mathbf{p} - \mathbf{p}')\} v(\mathbf{r}) \exp\left(-i\frac{M}{2p} \int d\mathbf{r}' A(\mathbf{r}, \mathbf{r}') v(\mathbf{r}')\right) \right\}. \quad (20)$$

Im Fall der Nukleonenstreuung erhalten wir also für die Übergangsamplitude den Ausdruck

$$F_{fi}(\mathbf{P}_f, \mathbf{P}_i) = 2f\left(\frac{\mathbf{P}_i}{2} + \mathbf{q}, \frac{\mathbf{P}_i}{2}\right) \langle f | \varrho | i \rangle. \quad (21)$$

$\mathbf{q} = \mathbf{P}_f - \mathbf{P}_i$  ist der Impulsübertrag. Das Pauli-Prinzip bezüglich Targetnukleonen und Geschoßnukleon ist in dieser Ableitung nicht berücksichtigt.

### 3. Optisches Potential

Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt pro Einheitsvolumen erhält man unter Benutzung von (21) <sup>6</sup>

$$\frac{1}{V} \frac{d^2\sigma}{d\Omega_{\mathbf{p}'} dE_{\mathbf{p}'}} = \left| \frac{E_{\mathbf{p}'}}{E_{\mathbf{p}}} \right|^{1/2} \frac{2}{\pi} \left| f\left(\frac{\mathbf{p}}{2} + \mathbf{q}, \frac{\mathbf{p}}{2}\right) \right|^2 R_i(\mathbf{q}, \omega). \quad (22)$$

Wir haben  $\mathbf{P}_f = \mathbf{p}'$  und  $\mathbf{P}_i = \mathbf{p}$  gesetzt, außerdem sei  $\omega = E_{\mathbf{p}'} - E_{\mathbf{p}}$ . Die Funktion  $R_i$  ist die Fourier-Transformierte der verallgemeinerten Paarkorrelationsfunktion <sup>7</sup> des Targetkerns ( $\omega_{if} = \varepsilon_i - \varepsilon_f$ ):

<sup>6</sup> L. VAN HOVE u. K. W. McVOY, Nucl. Phys. **33**, 468 [1962].

<sup>7</sup> D. FALKOFF, Lecture Notes from the First Bergen International School of Physics, W. A. Benjamin, Inc., New York 1962.

$$R_i(\mathbf{q}, \omega) := \int dt d\mathbf{r} \exp\{i\omega t\} \exp\{-i\mathbf{q}\mathbf{r}\} \left\{ \frac{1}{V} \int d\mathbf{r}' \langle i | \varrho \left( \mathbf{r}' - \frac{\mathbf{r}}{2}, 0 \right) \varrho \left( \mathbf{r}' + \frac{\mathbf{r}}{2}, t \right) | i \rangle \right\} \\ = \frac{2\pi}{V} \sum_{|i\rangle} |\langle i | \varrho_{-\mathbf{q}} | f \rangle|^2 \delta(\omega - \omega_{if}). \quad (23)$$

Für den Imaginärteil des optischen Potentials benötigt man nur den inelastischen Wirkungsquerschnitt ( $\omega < 0$ ;  $|\mathbf{q}| > 0$ ; der Targetkern sei ein Grundzustand). Man kann sich deshalb in (22) auf die Autokorrelationsfunktion der Dichteschwankungen beschränken:

$$R_i'(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{V} \int dt d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \exp\{i\omega t\} \exp\{-i\mathbf{q}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\} \langle i | \delta\varrho_i(\mathbf{r}', 0) \delta\varrho_i(\mathbf{r}, t) | i \rangle. \quad (24)$$

Hierbei ist  $\delta\varrho_i(\mathbf{r}, t) := \varrho(\mathbf{r}, t) - \langle i | \varrho(\mathbf{r}, t) | i \rangle$  die Dichtefluktuation.

Bei translationsinvarianten Systemen, auf die wir uns im folgenden beschränken, gilt:

$$R_i'(\mathbf{q}, \omega) = \int dt \exp\{i\omega t\} \int d\mathbf{r} \exp\{-i\mathbf{q}\mathbf{r}\} \langle i | \delta\varrho_i(0, 0) \delta\varrho_i(\mathbf{r}, t) | i \rangle. \quad (25)$$

Damit erhalten wir für den inelastischen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{1}{V} \frac{d^2\sigma}{d\Omega_{\mathbf{p}'} dE_{\mathbf{p}'}} \Big|_{\text{inel.}} = \left| \frac{E_{\mathbf{p}'}}{E_{\mathbf{p}}} \right|^{1/2} \frac{2}{\pi} \left| f \left( \frac{\mathbf{p}}{2} + \mathbf{q}, \frac{\mathbf{p}}{2} \right) \right|^2 \int dt d\mathbf{r} \exp\{i\omega t\} \exp\{-i\mathbf{q}\mathbf{r}\} \langle i | \delta\varrho_i(0, 0) \delta\varrho_i(\mathbf{r}, t) | i \rangle. \quad (26)$$

Bis auf die Argumente der Streuamplitude stimmt dieser Ausdruck mit dem Ergebnis von SITENKO<sup>8</sup> überein.

Für den Imaginärteil des optischen Potentials  $\hat{V} = -(U + iW)$  erhält man mit Hilfe von  $W = \frac{|\mathbf{p}|}{M} \frac{\sigma_{\text{inel}}}{V}$  das Ergebnis

$$W(\mathbf{p}) = \frac{2}{\pi M} \int d\Omega_{\mathbf{p}'} dE_{\mathbf{p}'} R_i'(\mathbf{q}, \omega) \left| f \left( \frac{\mathbf{p}}{2} + \mathbf{q}, \frac{\mathbf{p}}{2} \right) \right|^2 |\mathbf{p}'|. \quad (27)$$

Der dispersive Anteil des Realteiles ist nach Umrechnung auf die Energie durch die Kramers-Kronig-Relation

$$U_D(E_p) = \frac{2}{\pi} P \int dE_{p'} \frac{E_p}{E_{p'}^2 - E_p^2} W(E_{p'}) \quad (28)$$

gegeben<sup>8</sup>. Die Dispersionsrelation bestimmt den Realteil bis auf einen energieunabhängigen Anteil<sup>9</sup>, der nach REINER<sup>10</sup> gleich dem Hartree-Fock-Teil des Einteilchenpotentials gesetzt werden kann. Wir erhalten demnach:

$$U(E_p) = U_D(E_p) - V_{\text{H.F.}} \quad (29)$$

$$\text{mit} \quad V_{\text{H.F.}} = \sum_{\mu < F} \langle \lambda \mu | v | \lambda' \mu - \mu \lambda' \rangle. \quad (30)$$

$|\lambda\rangle$  und  $|\lambda'\rangle$  sind die Zustände des Geschossteilchens;  $|\mu\rangle$  bezeichnet die Zustände der Target-Nukleonen.

#### 4. Ergebnisse und Diskussion

Wir verwenden zur Berechnung des optischen Potentials das Tabakin-Potential<sup>11</sup>, welches an die Nukleon-Nukleon-Streuphasen (einschließlich D-Wellen) bis 320 MeV angepaßt ist. Dieses Potential ist aus separablen Anteilen zusammengesetzt, wodurch die Nukleon-Nukleon-Streuamplitude elementar berechenbar wird. Die Potentialform lautet:

$$\langle \mathbf{p} | v | \mathbf{p}' \rangle = \frac{2}{\pi M_{\text{nucl.}}} \sum_{\substack{JST \\ LL'M}} Y_{JM}^{LS}(\Omega_p) |T T_3\rangle v_{LL'}^{JST}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \\ \langle T T_3 | Y_{JM}^{LS*}(\Omega_{p'}) \quad (31)$$

mit

$$v_{LL'}^{JST}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = i^{L'-L} [ -g_L^{JST}(\mathbf{p}) g_{L'}^{JST}(\mathbf{p}') \\ + h_L^{JST}(\mathbf{p}) h_{L'}^{JST}(\mathbf{p}') ]. \quad (32)$$

$J, S$  und  $T$  charakterisieren den Gesamtdrehimpuls, den Spin und Isospin.  $L$  und  $L'$  sind die Quanten-

<sup>8</sup> A. G. SITENKO, Nucl. Phys. **39**, 506 [1962].

<sup>9</sup> J. M. LUTTINGER, Phys. Rev. **121**, 942 [1961].

<sup>10</sup> A. S. REINER, Phys. Rev. B **133**, 1105 [1964].

<sup>11</sup> F. TABAKIN, Ann. Physics (N.Y.) **30**, 51 [1964].

zahlen des Bahndrehimpulses. Die  $Y_{JM}^{LS}$  sind die üblichen Eigenfunktionen des Gesamtdrehimpulses und dessen dritter Komponente (Eigenwert  $M$ ). Die Potentialfunktionen nebst Parametern und die explizite Form der Streuamplituden sind in <sup>11</sup> angegeben.

Für die Dichtekorrelationsfunktion benutzen wir die Fermi-Gasverteilung:

$$R_i'(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int d\mathbf{p} \rho_p (1 - \rho_{p-q}) \delta(\omega - E_p + E_{p-q}). \quad (33)$$

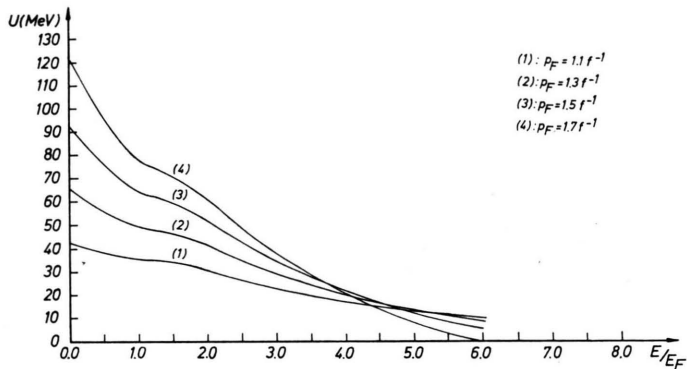


Abb. 1. Energieabhängigkeit des Realteils des optischen Potentials.

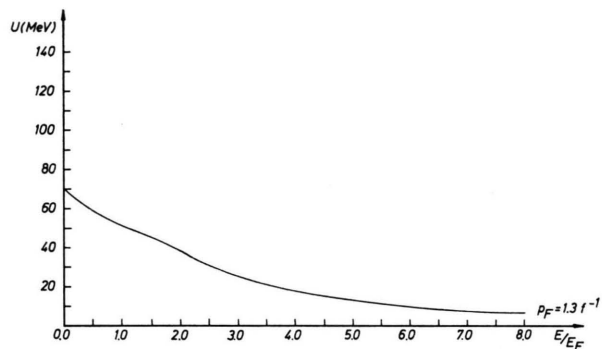


Abb. 4. Energieabhängigkeit des Realteils des optischen Potentials bei Beschränkung der Nukleon-Nukleon-Streuung auf S-Wellenstreuung.

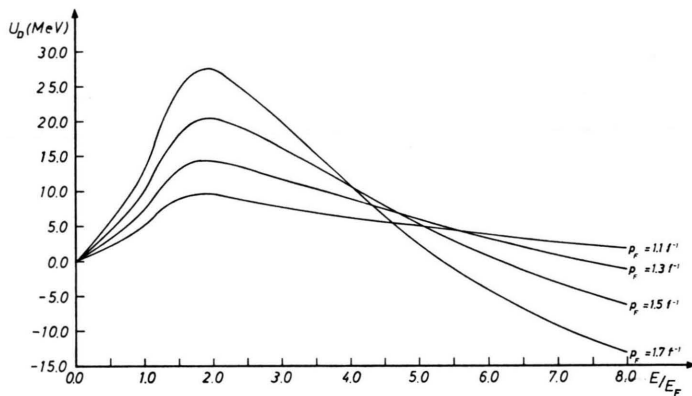


Abb. 2. Energieabhängigkeit des dispersiven Anteils des Realteils des optischen Potentials.

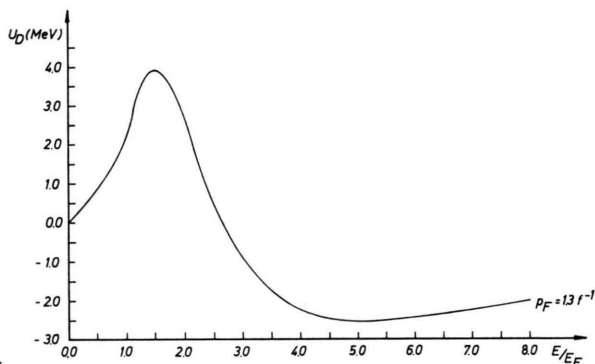


Abb. 5. Energieabhängigkeit des dispersiven Anteils des Realteils des optischen Potentials bei Beschränkung der Nukleon-Nukleon-Streuung auf S-Wellenstreuung.

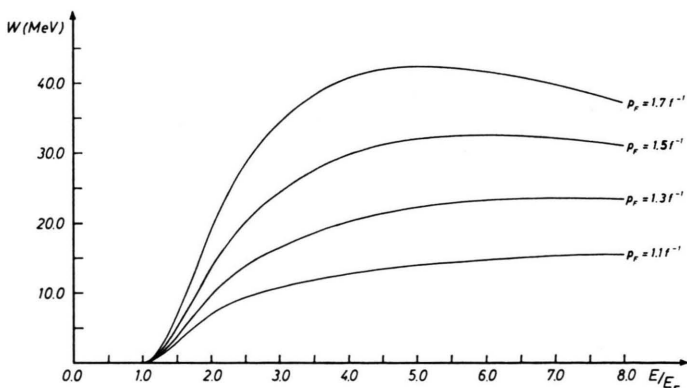


Abb. 3. Energieabhängigkeit des Imaginärteils des optischen Potentials.

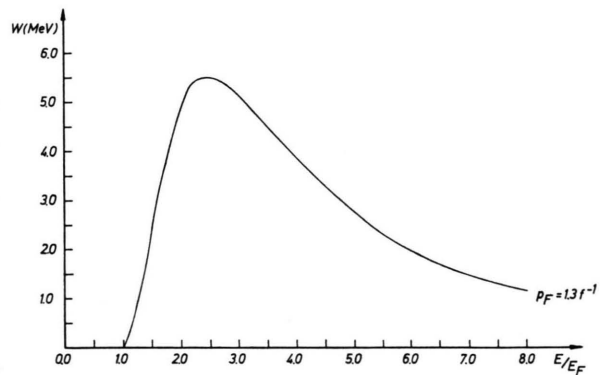


Abb. 6. Energieabhängigkeit des Imaginärteils des optischen Potentials bei Beschränkung der Nukleon-Nukleon-Streuung auf S-Wellenstreuung.

Numerisch berechnet wurden der Imaginärteil, der dispersive Anteil des Realteils und der gesamte Realteil des optischen Potentials für verschiedene Werte des Fermi-Impulses  $p_F$ . Um die Anzahl der Integrationen zu beschränken, wurde teilweise die Raumwinkelmittlung nach BRUECKNER<sup>12</sup> verwendet. Die Ergebnisse sind in den Abb. 1–3 dargestellt. Es ergeben sich ähnliche Werte wie bei HODGSON<sup>13</sup> und in der Gasapproximation<sup>14</sup>. Den Hauptbeitrag zum Realteil des optischen Potentials liefert der Hartree-Fock-Anteil (s. Abb. 1 und 2). Verwendet man eine effektive Massenapproximation, so würde sowohl der Realteil als auch der Imaginärteil kleiner wer-

den. Zu Vergleichszwecken sind in den Abb. 4–6 das optische Potential bei Beschränkung auf den  $S$ -Wellenanteil dargestellt. Der Imaginärteil und der Realteil werden wie in der Gasapproximation<sup>14</sup> und der  $A_{00}$ -Approximation<sup>10</sup> kleiner. Im Gegensatz zu SITENKO<sup>8</sup> beschränken wir uns bei den  $S$ -Wellen nicht auf ein rein attraktives Nukleon-Nukleon-Potential.

Herrn Professor Dr. G. SÜSSMANN und Herrn Dr. G. WEGMANN danken wir für fördernde Diskussionen.

Die Durchführung der Rechnungen am Deutschen Recheninstitut in Darmstadt wurde durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft ermöglicht.

<sup>12</sup> K. A. BRUECKNER, *The Many Body Problem*, Wiley, New York 1958.

<sup>13</sup> P. E. HODGSON, *The Optical Model of Elastic Scattering*, Oxford University Press, London 1963.

<sup>14</sup> M. WEIGEL, *Z. Physik* **200**, 398 [1967].

## Kinetic Theory for a Dilute Gas of Particles with Spin. II. Relaxation Coefficients

S. HESS and L. WALDMANN

Institut für Theoretische Physik der Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen

(*Z. Naturforsch.* **23 a**, 1893–1902 [1968]; received 1 September 1968)

The relaxation coefficients to be discussed are given by collision brackets pertaining to the linearized collision operator of the generalized Boltzmann equation for particles with spin. The order of magnitude of various nondiagonal relaxation coefficients which are of interest for the SENFTLEBEN-BEENAKKER effect is investigated. Those nondiagonal relaxation coefficients which are linear in the nonsphericity parameter  $\varepsilon$  ( $\varepsilon$  essentially measures the ratio of the nonspherical and the spherical parts of the interaction potential), as well as some diagonal relaxation coefficients are expressed in terms of generalized Omega-integrals.

In the previous paper<sup>1</sup>, by application of the moment method, a set of "transport — relaxation equations" (TRE) has been derived from the generalized Boltzmann equation for particles with spin<sup>2</sup>. The transport — relaxation equations comprise the constitutive laws (in first and second hydrodynamical approximations) for all the irreversible processes of interest. The pertaining transport constants can be expressed in terms of certain relaxation coefficients, i.e. collision brackets.

In view of the SENFTLEBEN-BEENAKKER effect<sup>3,4</sup> — influence of a magnetic field on the transport

properties of polyatomic gases — the correlation between linear momentum and internal angular momentum ("spin") of molecules, set up in a transport situation, is of primary interest. This correlation — without field — causes the transport constants to differ by a certain small amount from the "isotropic" values which would be found without such correlation. However, if a magnetic field is applied, the correlation between linear and angular momenta is partially destroyed by the precessional motion of the "spins". Consequently, the transport constants, at least partially, approach their isotro-

<sup>1</sup> S. HESS and L. WALDMANN, *Z. Naturforsch.* **21 a**, 1529 [1966]. In the following, this paper will be referred to as I.

<sup>2</sup> L. WALDMANN, *Z. Naturforsch.* **12 a**, 660 [1957]; **13 a**, 609 [1958]. — R. F. SNIDER, *J. Chem. Phys.* **32**, 1051 [1960].

<sup>3</sup> H. SENFTLEBEN, *Phys. Z.* **31**, 822, 961 [1930]. — H. ENGELHARDT and H. SACK, *Phys. Z.* **33**, 724 [1932].

<sup>4</sup> J. J. M. BEENAKKER, G. SCOLES, H. F. P. KNAAP, and R. M. JONKMAN, *Phys. Letters* **2**, 5 [1962]. — L. L. GORELIK and V. V. SINITSYN, *Sov. Phys. JETP* **19**, 272 [1964]. — J. KORVING, Thesis Leiden 1967.