



# »Der Computer hat die mathematische Forschung verändert«

Mathematiker zweier Generationen über den Wandel ihrer Wissenschaft

*von Anne Hardy*

Die Mathematik ist die einzige Wissenschaft, in der Wissen nicht veraltet. Das hängt damit zusammen, dass sie ein geistiges Konstrukt ist, das zuallererst im Kopf der Mathematiker entsteht. Zwar gibt es heute manche Teilgebiete wie die angewandte Mathematik, die praxisbezogene Probleme unter Aufwendung großer Rechnerleistungen lösen, doch Gebiete wie die reine Mathematik benötigen den PC nur zum Testen von Hypothesen. Dennoch hat sich die Arbeitsweise der Mathematiker in den letzten Jahrzehnten verändert.

Als Jürgen Wolfart, Jahrgang 1945, mit seiner Dissertation anfang, arbeitete er nur mit Bleistift und Papier. »Man schrieb alles sehr sorgfältig auf. Die endgültige Fassung wurde dann getippt.« Die größte technische Neuerung während seiner Doktorarbeit waren elektrische Rechenmaschinen für die schnelle Addition von Zahlen. Sie ersetzten die alten Maschinen mit einem mechanischen Antrieb durch eine Kurbel. Wolfarts erste Programmiersprache war Algol. »Ich habe mich seit meiner Zeit als Doktorand nie mehr ernsthaft damit herumgeschlagen«, sagt er. Erst in den 1990er Jahren schaffte das Institut für Mathematik in Frankfurt die ersten Atari-Computer an. Wolfart nutzte sie hauptsächlich zur Textverarbeitung.

Sein junger Kollege Martin Möller, der 2010 mit 33 Jahren als einer der jüngsten Professoren an die Goethe-Universität berufen wurde, wuchs mit dem Computer auf. Den ersten PC erhielt er mit zwölf Jahren zur Konfirmation. Sein erstes Programm schrieb er im Studium in der Programmiersprache C++, die er auch heute noch verwendet. Er ist, wie viele seiner Kollegen, ein Freund nicht kommerzieller Programme wie Linux oder das Computeralgebrasystem SAGE.

Auch Möller notiert seinen ersten Gedanken mit Bleistift auf Papier oder auf einer Tafel. Dennoch spielt der PC im ersten Stadium seiner Forschung auf dem Gebiet der reinen Mathematik eine Rolle, die er mit »numerischer Simulation« umschreibt – obwohl er mit dem Ausdruck nicht ganz zufrieden ist. Denn anders als in der angewandten Mathematik oder Physik braucht er den Rechner nicht, um Probleme mit einem hohen Rechenaufwand zu lösen. Vielmehr testet er auf diese Weise Ideen – ähnlich einem Experiment in der Physik. Möller schätzt, dass seine Fachkollegen heute 30 bis 50 Prozent ihrer Zeit vor dem PC verbringen.

### Heuristik mit dem Computer

Wie man sich das mathematische Experiment vorzustellen habe, erklärt er so: »Ich habe beispielsweise ein dynamisches System, auf das ein Operator wirkt. Nun möchte ich die Kenngrößen von Iterationen dieses Operators herausfinden. Dafür schreibe ich einen kleinen Algorithmus und schaue mir an, welche Zahlen der Computer ausgibt. Wenn etwas bei mir klingelt, weil ich die Zahl erkenne, beispielsweise weil es eine gute Näherung von  $5/4$  oder Pi ist, dann mache ich weiter«, skizziert Möller den Ansatz. Allerdings seien 90 Prozent aller Beobachtungen, also Zahlen aus dem PC, für den Papierkorb.

Wenn Wolfart, der seit 2010 im Ruhestand ist, neuartige Aufgaben in Angriff nimmt, die nach Rechner-Unterstützung rufen, bittet er einen jüngeren Kollegen um Hilfe. Zu seinen Forschungsgebieten gehört die Frage nach der regulären Parkettierung von Flächen. Dabei handelt es sich um Muster, wie sie die muslimischen Künstler bei der Dekoration in der Alhambra in

Vorläufer des Taschenrechners: Mechanische Rechenmaschine zur schnellen Addition von Zahlen (unten) und ihre Weiterentwicklung, die elektrische Rechenmaschine (linke Seite).

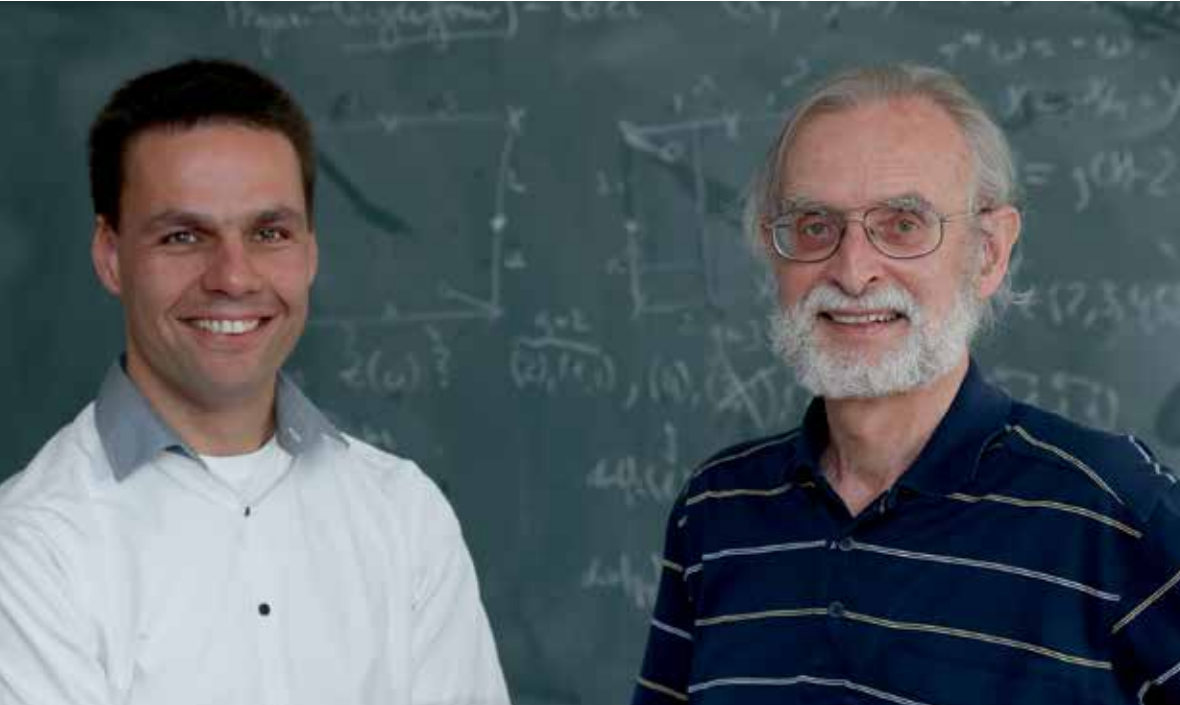


Granada anbrachten. Allerdings interessieren Wolfart Parkettierungen auf gekrümmten Oberflächen wie der Kugel, dem Torus oder noch kompliziertere Flächen. In den 1950er Jahren, als man noch alles von Hand ausrechnen musste, konnte man die Anzahl der regelmäßigen Par-

heute sind es oft zwei oder drei«, sagt Wolfart. Das liege an der zunehmenden Komplexität der Mathematik, erklärt Möller. »Meine Kooperationspartner finde ich manchmal auf dem Flur im Institut, öfter aber an Institutionen überall auf der Welt.« Deshalb tippt er seine ersten belastba-

ren Ideen als mathematische Formeln mit dem Textsatzsystem TeX in den Computer und mailt sie an Fachkollegen.

Noch wichtiger für die Kooperation sind und bleiben aber Tagungen. Denn diese werden in der Mathematik nicht nur zum Netzwerken genutzt, sondern vor allem zum Arbeiten. »Die Vorträge sind dabei gar nicht so wichtig wie die Unterhaltungen mit Kollegen. Wenn man sich über ein Problem ausgetauscht hat und es in einem weitergearbeitet hat, kann man das Gespräch in der nächsten Kaffeepause fortsetzen«, berichtet Wolfart. Auch Möller findet, dass man sich auf Tagungen unbefangener über erste Ideen und Vermutungen austauschen kann: »Wenn man im Institut sitzt und nur etwas zu murmeln hat, greift man nicht gleich zum Hörer. Und man würde auch nicht zwei Stunden später wieder anrufen, wenn einem etwas Neues eingefallen ist.«



Zwei Generationen von Mathematikern: Martin Möller (links) und Jürgen Wolfart. Auch im Zeitalter des Computers tauschen sie Ideen gern an der Tafel aus.

kettierungen für Flächen bis zum Geschlecht sechs oder sieben bestimmen. Das Geschlecht gibt die Anzahl der Löcher in der Fläche an. Heute kann man mithilfe des Computers bis zum Geschlecht 300 kommen. »Das ist eine Quelle der Inspiration, aber dennoch gibt es weiterhin Fragen, die jenseits der heutigen Grenzen interessant wären«, kommentiert Wolfart.

#### Nachdenken spart mehr Zeit als der Computer

Martin Möller reicht für seine Arbeit ein ganz normaler PC. »Es wäre, glaube ich, verkehrt, eine große Maschine anzuschaffen«, sagt er. Das verführe nur dazu, aufwendigere Rechnungen durchzuführen. Wenn man aber, wie er, mit algebraischen Strukturen arbeitet, ist es zielführender, über die Ergebnisse immer mal wieder nachzudenken. »Ein solcher Schritt, vernünftig durchgeführt, spart Jahrzehnte an Rechenzeit.« In der Publikation taucht der Algorithmus meist nicht explizit auf. Oft wird das Computer-Experiment nur in einem Satz nebenbei erwähnt, weil es lediglich die Funktion hat, den Mathematiker auf die richtige Spur zu bringen.

Verändert hat der Computer beziehungsweise der Zugang zum Internet aber auch die Zusammenarbeit zwischen Mathematikern. »Früher stand meist ein Autor auf einer Publikation,

pause fortsetzen«, berichtet Wolfart. Auch Möller findet, dass man sich auf Tagungen unbefangener über erste Ideen und Vermutungen austauschen kann: »Wenn man im Institut sitzt und nur etwas zu murmeln hat, greift man nicht gleich zum Hörer. Und man würde auch nicht zwei Stunden später wieder anrufen, wenn einem etwas Neues eingefallen ist.«

#### Kleine Kooperationen sind oft erfolgreicher

Am Mathematischen Forschungsinstitut in Oberwolfach im Schwarzwald werden solche Kooperationen durch Tagungen und Seminare gezielt gefördert. Dort gibt es auch das Modell des »research in pairs«, das es zwei Mathematikern erlaubt, über einen Zeitraum von zwei Wochen bis maximal zwei Monaten gemeinsam an einem Problem zu arbeiten. Die Förderung besteht in Kost und Logis. Zur Erholung bietet das Haus eine vielgenutzte Tischtennisplatte, einen Steinway-Flügel sowie Spaziergänge durch den Schwarzwald.

Kleine, konkrete Förderung trägt in der Mathematik nach wie vor mehr zur Produktivität bei als große Verbundprojekte. Darin sind Wolfart und Möller sich einig. Im Laufe der Jahre habe aber der Druck zu Verbundprojekten zugenommen, beobachtet Wolfart. Der Druck entstehe vor allem dadurch, dass die Finanzierung

von Mitarbeitern meist nur über solche Projekte möglich ist. Doch die Richtlinien, die beispielsweise verlangen, dass mindestens eine außeruniversitäre Einrichtung und ein ausländischer Partner beteiligt sind, sind für die mathematische Forschung weniger förderlich als für die naturwissenschaftliche oder medizinische Forschung. »Man sucht sich Konstellationen, die passen. Aber oft findet die tatsächliche Forschung orthogonal dazu statt«, stellt Möller fest. Will heißen: Man arbeitet nicht notwendigerweise mit allen Partnern des Projekts intensiv zusammen.

### Modethemen ergeben sich aus den Vorlieben der Forscher

Noch etwas macht die Mathematiker zu bemerkenswert freien Menschen in einer Forschungslandschaft, die durch die Vorgaben der öffentlichen Förderung von Bund, Ländern oder die jeweiligen Rahmenprogramme der Europäischen Union geprägt ist. Der Fortschritt in der Mathematik ist von innen heraus getrieben und wird fast ausschließlich von den Vorlieben der Forscher geprägt. »Zurzeit gibt es beispielsweise viele Arbeiten zur tropischen Geometrie und zur irrationalen höherdimensionalen algebraischen Geometrie, weil vor fünf Jahren ein zentrales Resultat erzielt werden konnte und die Ausschlichtungsphase noch in vollem Gange ist«, sagt Wolfart. »Und auch die Arbeiten von Grigori Perelman zum Ricci-Fluss haben einen ganzen Rattenschwanz an Arbeiten in der Differentialgeometrie nach sich gezogen«, ergänzt Möller.

Die Mathematik ist das vielleicht einzige Forschungsgebiet, in dem Wissen nicht veraltet oder falsch wird. Das heißt aber nicht, dass es nicht auch »Modethemen« gäbe. Beispielsweise beschäftigten sich Anfang des 20. Jahrhunderts viele Mathematiker mit der Invariantentheorie. Sie gehört zu einem der 23 ungelösten Probleme, die der Göttinger Mathematiker David Hilbert im August 1900 beim Mathematiker-Kongress in Paris nannte. »60 Jahre geschah nicht viel, bis Nagata die Frage Hilberts mit einem Gegenbeispiel beantwortete. In den 1970er Jahren erlebte die Invariantentheorie einen Boom, als es dem englischen Mathematiker David Mumford gelang, Modulräume unter Verwendung der Invariantentheorie zu konstruieren«, erklärt Möller. Und Wolfart ergänzt: »Vor Mumfords neuen Beiträgen war die Invariantentheorie für Jahrzehnte aus dem Blickfeld der Mathematiker verschwunden und wurde von ihm sozusagen reanimiert.«

Andere Themen verschwinden aus der mathematischen Forschung, wie die Grundlagen der Geometrie. Sie waren im ganzen 19. Jahrhundert ein heißes Thema, mit Ausläufern in die erste Hälfte des 20. Jahrhunderts hinein. Die Frankfurter Mathematiker Max Dehn und

Ruth Moufang leisteten dazu wichtige Beiträge. »Vielleicht hat die Mathematik hier allzu gute Arbeit geleistet; die wichtigen Fragen sind abschließend geklärt«, urteilt Wolfart.

### Die Bibliothek verliert an Bedeutung

Gemeinsam mit den naturwissenschaftlichen und medizinischen Fächern ist der Mathematik, dass sich das Literaturstudium durch E-Journals und Dokumentenserver geändert hat. »Ich habe früher viele Separata von Arbeiten meiner Kollegen gesammelt. Heute sehe ich meine jüngeren Kollegen nur noch am Bildschirm arbeiten«, sagt Wolfart und fügt hinzu: »Ich hab's nach wie vor lieber auf Papier. Da sehe ich auch die Fehler besser.« Auch Möller sammelt Separata, aber er geht nur noch selten in die Journalabteilung der Bibliothek. Das hat er während seiner Promotion noch regelmäßig gemacht. »Heute lese ich jeden Morgen die Preprints in ArXiv.« Das ist ein Dokumentenserver, auf dem die Vorabdrucke aus den Gebieten Mathematik, Physik, Informatik und Biologie abgelegt werden.

Seitdem es E-Journals gibt, sind aus den Bibliotheken viele Print-Ausgaben von Fachzeitschriften verschwunden. Wissenschaftler der alten Schule wie Jürgen Wolfart bedauern das: »Ich liebe das Blättern. Nicht zuletzt wegen der Zufallsfunde.«

Der Computer und das World Wide Web haben die reine Mathematik letztlich viel weniger verändert als die angewandte Mathematik oder die Natur- und Ingenieurwissenschaften. Gestrandet auf einer einsamen Insel könnte der reine Mathematiker seine Forschung relativ problemlos weiterführen, vorausgesetzt, er hätte genügend Bleistifte und Papier dabei. Fehlen würden ihm lediglich der Austausch mit Kollegen und der Zugang zu E-Journals, aber der ließe sich in heutiger Zeit auch über ein solarbetriebenes iPhone herstellen. ●



### Dr. Anne Hardy

Dr. Anne Hardy, 49, ist Redakteurin von Forschung Frankfurt.

[hardy@pww.uni-frankfurt.de](mailto:hardy@pww.uni-frankfurt.de)