Eine spieltheoretische Analyse von Zulieferer-Abnehmer-Beziehungen auf Basis des JELS-Modells

Eric Sucky

Seminar für Logistik und Verkehr, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, esucky@wiwi.uni-frankfurt.de

1 Problemstellung

Die ganzheitliche Analyse, Planung, Steuerung und Kontrolle unternehmensübergreifender Wertschöpfungsprozesse stellt die zentrale Aufgabe des Supply Chain Management dar (vgl. [3], S. 1-2). Im Rahmen der Analyse einer gemeinsamen Bestell- und Produktionspolitik eines Zulieferers und eines Abnehmers entwickelte *Banerjee* [1] das Joint Economic-Lot-Size Model (JELS-Modell). *Banerjee* [1] zeigt, dass eine gemeinsame Bestimmung der Bestell- und Produktionspolitik zu einer Minimierung der Summe der entscheidungsrelevanten Kosten führt. Verfügt jedoch einer der Akteure über die Marktmacht, seine individuell optimale Bestell- bzw. Produktionspolitik gegenüber dem anderen durchzusetzen, so besteht für ihn kein Anreiz, von seiner optimalen Politik abzuweichen. Eine gemeinsame Bestell- und Produktionspolitik kann daher nur das Ergebnis von Verhandlungen sein. In diesem Beitrag werden auf Basis des JELS-Modells Verhandlungslösungen zwischen Abnehmer und Zulieferer für den Fall analysiert, dass der Zulieferer nur unvollständig über Ausprägungen relevanter Merkmale des Abnehmers informiert ist.

2 Bestell- und Produktionspolitiken im JELS-Modell

2.1 Individuelle Bestell- und Produktionspolitiken

Dem JELS-Modell liegen folgende Annahmen zu Grunde: Es wird ein Abnehmer (A) und ein Zulieferer (P) eines Gutes betrachtet, für das eine im Zeitverlauf gleichbleibende Nachfrage in konstanter Höhe besteht. (A) und (P) bestimmen ihre Bestellmenge bzw. Losgröße unter dem Ziel der Minimierung der individuellen entscheidungsrelevanten Kosten je Periode, welche für (A) die Bestell- und Lagerkosten umfassen und sich für (P) aus den Rüst- und Lagerkosten zusammen setzen. (A) und (P) ermitteln die optimale Bestellmenge bzw. Losgröße mit der klassischen Bestellmengenformel bzw. optimalen Losgrößenformel (vgl. [1], S. 293-294). Die Entscheidungssituation von (A) stellt sich wie folgt dar: Der bekannte Gesamtbedarf, gemessen in Mengeneinheiten je Periode, beträgt b [ME/PE]. Bei einer Periodenlänge von τ

Zeiteinheiten erfolgt der Lagerabgang mit der konstanten Nachfragerate von $\frac{b}{\tau}$ [ME/ZE]. Der Lagerzugang erfolgt unendlich schnell in gleich großen Losen x_A [ME]. Es treten keine Fehlmengen auf; die Bestellmenge entspricht der Liefermenge. Der durchschnittliche Lagerbestand beträgt $\frac{x_A}{2}$ [ME]. Mit dem Lagerhaltungskostensatz h_A [GE/ME ZE] und den Bestellkosten B [GE] ergeben sich die relevanten Kosten von (A) je Periode in Abhängigkeit von x_A. Der Entscheidungssituation von (P) liegen folgende Annahmen zu Grunde: Die Produktionskapazität von (P) beträgt d [ME/PE]. Der Lagerzugang erfolgt mit der konstanten Produktionsrate je Zeiteinheit $\frac{d}{\tau}$ [ME/ZE]. Es gilt $d \geq b$, da für $d < b$ die Nachfrage nicht befriedigt werden kann. (P) verfolgt eine lot-for-lot-production-strategy, d.h., die Liefermenge entspricht dem Produktionslos x_P [ME]. Der durchschnittliche Lagerbestand beträgt $\frac{x_P}{2}\,\frac{b}{d}$ [ME]. Mit dem Lagerhaltungskostensatz h_P und den Rüstkosten R [GE] ergeben sich die relevanten Kosten von (P) je Periode in Abhängigkeit von x_P. *Tab. 1* zeigt die optimalen Bestell- und Produktionspolitiken x_A^* und x_P^* sowie die resultierenden minimalen Kosten von (A) und (P) (vgl. [7], S. 966).

Tabelle1. Individuelle Bestell- und Produktionspolitiken

	Abnehmer (A)	Zulieferer (P)
Kostenfunktion	$K^A(x_A) = B\frac{b}{x_A} + \frac{x_A}{2}h_A$	$K^P(x_P) = R\frac{b}{x_P} + \frac{x_P}{2}\frac{b}{d}h_P$
Bestellmenge/Losgröße	$x_A^* = \sqrt{\frac{2Bb}{h_A}}$	$x_P^* = \sqrt{\frac{2Rd}{h_P}}$
Minimale Kosten	$K^A(x_A^*) = \sqrt{2Bbh_A}$	$K^P(x_P^*) = b\sqrt{\frac{2Rh_P}{d}}$

2.2 Gemeinsame Bestell- und Produktionspolitik

Zur Ermittlung der gemeinsamen Bestell- und Produktionspolitik ist die Bestellmenge und Losgröße $x_G = x_A = x_P$ so zu wählen, dass die Summe der relevanten Kosten von (A) und (P) minimiert wird (vgl. [1], S. 299). Es gilt:

$$K^G(x_G) = (B + R)\frac{b}{x_G} + \frac{x_G}{2}(h_A + \frac{b}{d}h_P) \tag{1}$$

Im Minimum der entscheidungsrelevanten Kosten von (A) und (P) gilt:

$$\frac{dK^G(x_G)}{dx_G} = \frac{1}{2}(h_A + \frac{b}{d}h_P) - (B + R)\frac{b}{x_G^2} = 0 \tag{2}$$

Im Minimum der Summe der Kosten von (A) und (P) entspricht die Kostensteigerung bei (A) bzw. (P) bei Änderung der Bestell- bzw. Produktionsmenge genau der daraus resultierenden Kostensenkung bei (P) bzw. (A):

$$\frac{1}{2}\frac{b}{d}h_P - R\frac{b}{x_G^2} = -\frac{1}{2}h_A + B\frac{b}{x_G^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{dK^P(x_G)}{dx_G} = -\frac{dK^A(x_G)}{dx_G} \tag{3}$$

Die gemeinsame, kostenminimale Bestellmenge und Losgröße x_G^* sowie die daraus resultierenden Gesamtkosten betragen:

$$x_G^* = \sqrt{\frac{2b(B+R)}{h_A + \frac{b}{d}h_P}} \quad \Rightarrow \quad K^G(x_G^*) = \sqrt{2b(B+R)(h_A + \frac{b}{d}h_P)} \tag{4}$$

2.3 Vergleich der Bestell- und Produktionspolitiken

Verfolgt (P) eine lot-for-lot-production-strategy, so muss das Produktionslos der Bestellmenge entsprechen ($x_P = x_A = x_G$). Im Weiteren ist zu analysieren, wann diese Bedingung erfüllt ist. Das Verhältnis der Rüst- zu den Bestellkosten sowie das Verhältnis der Lagerkosten von (P) und (A) in Abhängigkeit einer bestimmten Bestellmenge und Losgröße x kann mit den Parametern α und β ausgedrückt werden (vgl. [1], S. 299):

$$\alpha = \frac{R\frac{b}{x}}{B\frac{b}{x}} = \frac{R}{B} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{\frac{x}{2}\frac{b}{d}h_P}{\frac{x}{2}h_A} = \frac{bh_P}{dh_A} \tag{5}$$

Mit den Parametern α und β ergeben sich folgende Beziehungen:

$$x_A^* = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}x_P^*, \quad x_P^* = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}x_A^*, \quad x_G^* = \sqrt{\frac{1+\alpha}{1+\beta}}x_A^* = \sqrt{\frac{1+\frac{1}{\alpha}}{1+\frac{1}{\beta}}}x_P^* \tag{6}$$

Nur für $\alpha = \beta$ gilt $x_A^* = x_P^* = x_G^*$. Für $\alpha \neq \beta$ gilt $x_G^* \in]x_A^*, x_P^*[$ und es ergibt sich nur dann eine Lösung, wenn sich (P) an (A) anpasst ($x_P = x_A^* = x_G$), (A) sich an (P) anpasst ($x_A = x_P^* = x_G$) oder (A) und (P) eine gemeinsame Menge $x_A = x_P = x_G$ wählen. *Tab. 2* zeigt die Konsequenzen der Bestell- und Produktionspolitiken x_A^*, x_P^* und x_G^* für (A) und (P) (vgl. [6], S. 189).

Tabelle2. Kostenwirkungen von Bestell- und Produktionspolitiken

x_G	Kosten bei Abnehmer (A)	Kosten bei Zulieferer (P)
x_A^*	$K^A(x_A^*) = \sqrt{2Bbh_A}$	$K^P(x_A^*) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \frac{\beta}{\alpha}\right)K^P(x_P^*)$
x_P^*	$K^A(x_P^*) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \frac{\beta}{\alpha}\right)K^A(x_A^*)$	$K^P(x_P^*) = b\sqrt{\frac{2Rd}{h_P}}$
x_G^*	$K^A(x_G^*)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1+\alpha}{1+\beta}}+\sqrt{\frac{1+\beta}{1+\alpha}}\right)K^A(x_A^*)$	$K^P(x_G^*)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1+\frac{1}{\alpha}}{1+\frac{1}{\beta}}}+\sqrt{\frac{1+\frac{1}{\beta}}{1+\frac{1}{\alpha}}}\right)K^P(x_P^*)$

Für $\alpha \neq \beta$ und $\alpha, \beta > 0$ gilt:

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\right) > \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1+\alpha}{1+\beta}} + \sqrt{\frac{1+\beta}{1+\alpha}}\right) > 1 \tag{7}$$

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}+\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\right) > \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1+\frac{1}{\alpha}}{1+\frac{1}{\beta}}}+\sqrt{\frac{1+\frac{1}{\beta}}{1+\frac{1}{\alpha}}}\right) > 1 \tag{8}$$

Ein Abweichen von der individuell optimalen Bestell- bzw. Produktionspolitik ist mit einem Anstieg der relevanten Kosten beim Abweichenden verbunden. Verhalten sich (A) und (P) individuell rational im Sinne der verfolgten Zielsetzungen, so wählen sie ihre jeweils optimalen Mengen x_A^* und x_P^*. Verfügt (A) bzw. (P) über die Marktmacht, seine individuell optimale Menge gegenüber (P) bzw. (A) durchzusetzen, so besteht für (A) bzw. (P) kein Anreiz, eine andere, als die individuell optimale Menge x_A^* bzw. x_P^* zu wählen. Der schwächere Akteur muss von seiner individuell optimalen Menge abweichen und seine Bestell- bzw. Produktionspolitik an die des stärkeren Akteurs anpassen. Sind Verhandlungen möglich, so kann der schwächere Marktteilnehmer versuchen, z.B. durch Kompensationszahlungen, den stärkeren Marktteilnehmer zur Wahl einer anderen als der individuell optimalen Menge zu bewegen. Für den Fall $\alpha \neq \beta$ soll analysiert werden, welche Menge $x_G = x_A = x_P$ realisiert wird, wenn (A) und (P) über x_G verhandeln.

3 Verhandlungen bei unvollständiger Information

3.1 Die Verhandlungssituation bei unvollständiger Information

Es wird angenommen, dass (A) über die Marktmacht verfügt, seine optimale Bestellmenge x_A^* gegenüber (P) durchzusetzen. (P) möchte (A) ein Angebot unterbreiten, eine gemeinsame Menge x_G gegen eine Kompensationszahlung z zu wählen. Zum Zeitpunkt der Festlegung des Vertragsangebots verfügt (P) über unvollständige Information derart, dass (P) die Funktion der relevanten Kosten von (A) nicht mit Sicherheit kennt, d.h., (P) besitzt unvollständige Informationen über den Abnehmertyp (vgl. [5], S. 467). (P) nimmt zwei alternative Funktionen der relevanten Kosten $K_1^A(x)$, $K_2^A(x)$ und damit zwei mögliche Bestellmengen $x_{A,1}^*$, $x_{A,2}^*$ von (A) an. (P) muss für jeden Abnehmertyp (A_1) und (A_2) ein Angebot ermitteln, das diese zu akzeptieren bereit sind (vgl. [5], S. 467). Außerdem müssen die Angebote für (A_1) und (A_2) anreizverträglich sein, d.h., die Angebote sind so zu gestalten, dass jeder Abnehmertyp genau das Angebot akzeptiert, das für ihn bestimmt ist (vgl. [2], S. 561-562). Diese Form der Angebotsgestaltung wird als Selbstwahlmechanismus oder Screening bezeichnet (vgl. [4], S. 79-80).

3.2 Das Screening-Modell zur Ermittlung optimaler Angebote

(P) legt seinen Überlegungen folgende Annahmen zu Grunde: Es existieren zwei mögliche Abnehmertypen (A_1) und (A_2). Mit einer Wahrscheinlichkeit von $p_1 > 0$ liegt der Abnehmertyp (A_1) vor; mit der Gegenwahrscheinlichkeit von $p_2 = 1 - p_1 > 0$ handelt es sich um Abnehmertyp (A_2). Die Akteure sind risikoneutral. Das Optimierungsproblem von (P) lautet somit:

$$minE[K^P(x_1,z_1,x_2,z_2)] = p_1(K^P(x_1)+z_1)+p_2(K^P(x_2)+z_2) \quad u.d.N. \tag{9}$$

$$K_1^A(x^*_{A,1}) - K_1^A(x_1) + z_1 \geq 0 \text{ und } K_2^A(x^*_{A,2}) - K_2^A(x_2) + z_2 \geq 0 \tag{10}$$

$$K_1^A(x_2) - z_2 - K_1^A(x_1) + z_1 \geq 0 \text{ und } K_2^A(x_1) - z_1 - K_2^A(x_2) + z_2 \geq 0 \tag{11}$$

$$x_1, x_2, z_1, z_2 \geq 0 \tag{12}$$

Die Nebenbedingungen (9) stellen die Teilnahmebedingungen dar: Für jeden Abnehmertyp (A_1) und (A_2) dürfen die aus der Annahme des Angebots von (P) resultierenden Kosten höchsten so hoch sein, wie bei Realisierung der individuell optimalen Bestellmengen $x^*_{A,1}$ bzw. $x^*_{A,2}$. Die Bedingungen (10) stellen die Anreizverträglichkeit sicher. Jeder Abnehmertyp (A_1), (A_2) muss ein Interesse daran haben, genau das Angebot anzunehmen, das für ihn bestimmt ist, d.h. es darf sich nicht lohnen, den jeweils anderen Abnehmertyp zu imitieren. Aus der Lagrange-Funktion

$$\begin{aligned} L(x_1, z_1, x_2, z_2) &= p_1(K^P(x_1) + z_1) + p_2(K^P(x_2) + z_2) \\ -\lambda_1(K_1^A(x^*_{A,1}) &- K_1^A(x_1) + z_1) - \lambda_2(K_2^A(x^*_{A,2}) - K_2^A(x_2) + z_2) \\ -\mu_1(K_1^A(x_2) - z_2 &- K_1^A(x_1) + z_1) - \mu_2(K_2^A(x_1) - z_1 - K_2^A(x_2) + z_2) \end{aligned} \tag{13}$$

lassen sich die Karush-Kuhn-Tucker- (KKT-) Bedingungen herleiten:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = p_1\frac{\partial K^P(x_1)}{\partial x_1} + \lambda_1\frac{\partial K_1^A(x_1)}{\partial x_1} + \mu_1\frac{\partial K_1^A(x_1)}{\partial x_1} - \mu_2\frac{\partial K_2^A(x_1)}{\partial x_1} \geq 0 \tag{14}$$

$$x_1\frac{\partial L}{\partial x_1} = x_1\left(p_1\frac{\partial K^P(x_1)}{\partial x_1} + \lambda_1\frac{\partial K_1^A(x_1)}{\partial x_1} + \mu_1\frac{\partial K_1^A(x_1)}{\partial x_1} - \mu_2\frac{\partial K_2^A(x_1)}{\partial x_1}\right) = 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = p_2\frac{\partial K^P(x_2)}{\partial x_2} + \lambda_2\frac{\partial K_2^A(x_2)}{\partial x_2} - \mu_1\frac{\partial K_1^A(x_2)}{\partial x_2} + \mu_2\frac{\partial K_2^A(x_2)}{\partial x_2} \geq 0 \tag{16}$$

$$x_2\frac{\partial L}{\partial x_2} = x_2\left(p_2\frac{\partial K^P(x_2)}{\partial x_2} + \lambda_2\frac{\partial K_2^A(x_2)}{\partial x_2} - \mu_1\frac{\partial K_1^A(x_2)}{\partial x_2} + \mu_2\frac{\partial K_2^A(x_2)}{\partial x_2}\right) = 0 \tag{17}$$

$$\frac{\partial L}{\partial z_1} = p_1 - \lambda_1 - \mu_1 + \mu_2 \geq 0 \text{ und } z_1\frac{\partial L}{\partial z_1} = z_1\,(p_1 - \lambda_1 - \mu_1 + \mu_2) = 0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial L}{\partial z_2} = p_2 - \lambda_2 + \mu_1 - \mu_2 \geq 0 \text{ und } z_2\frac{\partial L}{\partial z_2} = z_2\,(p_2 - \lambda_2 + \mu_1 - \mu_2) = 0 \tag{19}$$

$$-\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = K_1^A(x^*_{A,1}) - K_1^A(x_1) + z_1 \geq 0 \text{ und } \lambda_1\left(K_1^A(x^*_{A,1}) - K_1^A(x_1) + z_1\right) = 0 \tag{20}$$

$$-\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = K_2^A(x^*_{A,2}) - K_2^A(x_2) + z_2 \geq 0 \text{ und } \lambda_2\left(K_2^A(x^*_{A,2}) - K_2^A(x_2) + z_2\right) = 0 \tag{21}$$

$$-\frac{\partial L}{\partial \mu_1} = K_1^A(x_2) - z_2 - K_1^A(x_1) + z_1 \geq 0 \text{ und } \mu_1\big(K_1^A(x_2) - z_2 - K_1^A(x_1) + z_1\big) = 0 \quad (22)$$

$$-\frac{\partial L}{\partial \mu_2} = K_2^A(x_1) - z_1 - K_2^A(x_2) + z_2 \geq 0 \text{ und } \mu_2\big(K_2^A(x_1) - z_1 - K_2^A(x_2) + z_2\big) = 0 \quad (23)$$

$$x_1, x_2, z_1, z_2, \lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2 \geq 0 \quad (24)$$

Die Analyse der möglichen Kombination der Ausprägungen für $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2$ ergibt, dass für $x_1, x_2, z_1, z_2 > 0$ in sechs Fällen die KKT-Bedingungen erfüllt werden können. In Abhängigkeit der Kostenfunktionen von (A_1), (A_2) und (P) ergeben sich sechs mögliche Angebotsmenus.
Angebotsmenu 1: Im Fall $(\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \mu_1 = 0, \mu_2 = 0)$ ergibt sich:

$$x_1 = \sqrt{\frac{2b(B_1 + R)}{h_{A,1} + \frac{b}{d} h_P}} \text{ mit } z_1 = K_1^A(x_1) - K_1^A(x_{A,1}^*) \quad (25)$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{2b(B_2 + R)}{h_{A,2} + \frac{b}{d} h_P}} \text{ mit } z_2 = K_2^A(x_2) - K_2^A(x_{A,2}^*) \quad (26)$$

Diese Lösung ist optimal, wenn weder (A_1) noch (A_2) einen Anreiz haben, den jeweils anderen zu imitieren, da sie sich bei Annahme des für den jeweils anderen bestimmten Angebots schlechter stellen würden. Die Zahlungen z_1 und z_2 kompensieren genau die Kostenanstiege bei (A_1) und (A_2), die durch die Übergänge von $x_{A,1}^*$ auf x_1 bzw. von $x_{A,2}^*$ auf x_2 induziert werden.
Angebotsmenu 2: Im Fall $(\lambda_1 > 0, \lambda_2 = 0, \mu_1 = 0, \mu_2 > 0)$ ergibt sich:

$$x_1 = \sqrt{\frac{(p_1 R + p_1 B_2 + B_1 - B_2)b}{\frac{p_1}{2}\frac{b}{d} + \left(\frac{p_1}{2} - \frac{1}{2}\right) h_{A,2} + \frac{1}{2} h_{A,1}}} \text{ mit } z_1 = K_1^A(x_1) - K_1^A(x_{A,1}^*) \quad (27)$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{2b(B_2 + R)}{h_{A,2} + \frac{b}{d} h_P}} \text{ mit } z_2 = K_2^A(x_2) - K_2^A(x_1) + K_1^A(x_1) - K_1^A(x_{A,1}^*) \quad (28)$$

Dies kann optimal sein, wenn (A_2) einen Anreiz hat (A_1) zu imitieren, d.h., (A_2) sich durch Annahme des Angebots für (A_1) besser stellt. Die Zahlung z_2 setzt sich aus der Kompensation der Kosten, die aus dem Übergang von $x_{A,2}^*$ auf x_2 resultieren und einer Imitationsverzichtsprämie zusammen.
Angebotsmenu 3: Im Fall $(\lambda_1 = 0, \lambda_2 > 0, \mu_1 > 0, \mu_2 = 0)$ folgt:

$$x_1 = \sqrt{\frac{2b(B_1 + R)}{h_{A,1} + \frac{b}{d} h_P}} \text{ mit } z_1 = K_1^A(x_1) - K_1^A(x_2) + K_2^A(x_2) - K_2^A(x_{A,2}^*) \quad (29)$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{(p_2 R + p_2 B_1 + B_2 - B_1)b}{\frac{p_2}{2}\frac{b}{d} + \left(\frac{p_2}{2} - \frac{1}{2}\right) h_{A,1} + \frac{1}{2} h_{A,2}}} \text{ mit } z_2 = K_2^A(x_2) - K_2^A(x_{A,2}^*) \quad (30)$$

Dies kann optimal sein, wenn (A_1) einen Anreiz hat (A_2) zu imitieren.
Angebotsmenu 4: Im Fall $(\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \mu_1 = 0, \mu_2 > 0)$ ergibt sich:

$$x_{1_{1,2}} = -\frac{K_1^A(x_{A,1}^*) - K_2^A(x_{A,2}^*)}{h_{A,2} - h_{A,1}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_1^A(x_{A,1}^*) - K_2^A(x_{A,2}^*)}{h_{A,2} - h_{A,1}}\right)^2 - \frac{2(B_2 + B_1)b}{h_{A,2} - h_{A,1}}}$$
$$\text{mit} \quad z_1 = K_1^A(x_1) - K_1^A(x_{A,1}^*) \tag{31}$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{2b(B_2 + R)}{h_{A,2} + \frac{b}{d}h_P}} \quad \text{mit} \quad z_2 = K_2^A(x_2) - K_2^A(x_{A,2}^*) \tag{32}$$

In diesem Fall wird die Imitation von (A_1) durch (A_2) durch eine gegenüber x_G^* veränderten Angebotsmenge für (A_1) verhindert.
Angebotsmenu 5: Im Fall $(\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \mu_1 > 0, \mu_2 = 0)$ ergibt sich:

$$x_1 = \sqrt{\frac{2b(B_1 + R)}{h_{A,1} + \frac{b}{d}h_P}} \quad \text{mit} \quad z_1 = K_1^A(x_1) - K_1^A(x_{A,1}^*) \tag{33}$$

$$x_{2_{1,2}} = -\frac{K_2^A(x_{A,2}^*) - K_1^A(x_{A,1}^*)}{h_{A,1} - h_{A,2}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_2^A(x_{A,2}^*) - K_1^A(x_{A,1}^*)}{h_{A,1} - h_{A,2}}\right)^2 - \frac{2(B_1 + B_2)b}{h_{A,1} - h_{A,2}}}$$
$$\text{mit} \quad z_2 = K_2^A(x_2) - K_2^A(x_{A,2}^*) \tag{34}$$

In diesem Fall wird die Imitation von (A_2) durch (A_1) durch eine gegenüber x_G^* veränderten Angebotsmenge für (A_2) verhindert.
Angebotsmenu 6: Im Fall $(\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \mu_1 > 0, \mu_2 > 0)$ ergibt sich:

$$x_{1_{1,2}} = -\frac{K_1^A(x_{A,1}^*) - K_2^A(x_{A,2}^*)}{h_{A,2} - h_{A,1}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_1^A(x_{A,1}^*) - K_2^A(x_{A,2}^*)}{h_{A,2} - h_{A,1}}\right)^2 - \frac{2(B_2 + B_1)b}{h_{A,2} - h_{A,1}}}$$
$$\text{mit} \quad z_1 = K_1^A(x_1) - K_1^A(x_{A,1}^*) \tag{35}$$

$$x_{2_{1,2}} = -\frac{K_2^A(x_{A,2}^*) - K_1^A(x_{A,1}^*)}{h_{A,1} - h_{A,2}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_2^A(x_{A,2}^*) - K_1^A(x_{A,1}^*)}{h_{A,1} - h_{A,2}}\right)^2 - \frac{2(B_1 + B_2)b}{h_{A,1} - h_{A,2}}}$$
$$\text{mit} \quad z_2 = K_2^A(x_2) - K_2^A(x_{A,2}^*) \tag{36}$$

3.3 Beispiel zur Ermittlung eines optimalen Angebotsmenus

Die abgeleiteten Ergebnisse werden an einem Beispiel verdeutlicht. *Tab. 3* zeigt die Daten des Beispiels, mit $p_1 = p_2 = 0,5$, $d = 15000$ und $b = 10000$. Verfügt (A) über die Marktmacht, $x_{A,1}^*$ bzw. $x_{A,2}^*$ gegenüber (P) durchzusetzen, so ergibt sich mit $K^P(x_{A,1}^*) = 9750$, $K^P(x_{A,2}^*) = 15000$ ohne Verhandlungen: $E\left[K^P(200, 0, 100, 0)\right] = 12375$. Angebotsmenu 5 ist optimal: $x_1 = 242,38, z_1 = 185,25, x_2 = 141,42, z_2 = 606,57$ mit $E\left[K^P\right] = 10832,31$.

Tabelle3. Daten des Beispiels

Zulieferer (P)	Abnehmertyp (A_1)	Abnehmertyp (A_2)
$R = 135, h_p = 45$	$B_1 = 100, h_{A,1} = 50$	$B_2 = 50, h_{A,2} = 100$
$x_P^* = 300$	$x_{A,1}^* = 200$	$x_{A,2}^* = 100$
$K^P(x_P^*) = 9000$	$K_1^A(x_{A,1}^*) = 10000$	$K_2^A(x_{A,2}^*) = 10000$

4 Schlussbetrachtung

Im vorliegenden Beitrag wurde auf der Grundlage JELS-Modells eine gemeinsame Bestell- und Produktionspolitik als Verhandlungslösung entwickelt. Verfügt der Abnehmer über die Marktmacht, seine optimale Bestellpolitik gegenüber dem Zulieferer durchzusetzen und hat der Zulieferer nur unvollständige Informationen über die Funktion der relevanten Kosten des Abnehmers, so lässt sich das optimale Angebotsmenu ermitteln, wenn der Zulieferer die Kostenfunktion des Abnehmers hinreichend genau abschätzen kann. Verhält sich der Abnehmer rational im Sinne seiner Zielsetzung, so nimmt er genau das für ihn bestimmte Angebot an.

Literatur

1. Banerjee, A., A Joint Economic-Lot-Size Model for Purchaser and Vendor, in: Decision Sciences, Vol. 17, 1986, S. 292-311.
2. Illing, G., Private Information as Transaction Costs: The Coase Theorem Revisted, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Vol. 148, 1992, S. 558-576.
3. Knolmayer, G./Mertens, P./Zeier, A., Supply Chain Management auf Basis von SAP-Systemen, Berlin u.a., 2000.
4. Schenk-Mathes, H. Y., Effiziente Gestaltung von Lieferverträgen bei unvollständiger Information, in: Dyckhoff, H./Derigs, U./Salomon, M./Tijms, H. C. (Hrsg.), Operations Research Proceedings 1993, Berlin u.a., 1994, S. 467-473.
5. Schenk-Mathes, H. Y., Gestaltung von Lieferbeziehungen bei Informationsasymmetrie, Wiesbaden, 1999.
6. Toporowski, W., Logistik im Handel, Heidelberg, 1996.
7. Toporowski, W., Unternehmensübergreifende Optimierung der Bestellpolitik - das JELS-Modell mit einem Intermediär, ZfbF 51, 1999, S. 963-989.