

Maßgeschneiderte optische Potentiale für Bose-Einstein-Kondensate

Diplomarbeit von Michael Köhl

Vorgelegt beim Fachbereich Physik der
Johann-Wolfgang-Goethe-Universität Frankfurt am Main

Frankfurt am Main, den 25. Juli 1999

Zusammenfassung

Die vorliegende Diplomarbeit beschreibt den Aufbau und erste Anwendungen einer neuartigen Technik zur Manipulation von Fallenpotentialen für Bose-Einstein-Kondensate. Das Dipolpotential, das ein gegen die atomare Resonanz verstimmtter Laserstrahl auf die Atome ausübt, wird hierzu genutzt. Es wurde eine Apparatur aufgebaut, mit der sehr schnelle räumliche Bewegung und gleichzeitige Intensitätsänderung von Laserstrahlen erzielt wird. Durch schnelles Scannen des Laserstrahls in x- und y-Richtung und gleichzeitige Modulation seiner Intensität werden beliebige zeitgemittelte Potentiale erzeugt. Diese Potentiale wurden sowohl als räumliche und/oder zeitliche Modifikation herkömmlicher Magnetfallenpotentiale als auch als eigenständige Fallen mit neuartiger Geometrie verwendet. Mit diesem Aufbau wurden Experimente an Bose-Einstein-Kondensaten durchgeführt, bei denen die große räumliche und zeitliche Auflösung genutzt wurden.

Die Speicherung von Atomen in zeitgemittelten, rotverstimmtten optischen Fallen verschiedener Geometrie wurde demonstriert und eine durch das Scannen hervorgerufene Aufheizung der Probe wurde gefunden und untersucht. Dies ist die erstmalige Speicherung von Bose-Einstein-Kondensaten in zeitgemittelten Dipolfallen, deren Gestalt im Prinzip frei wählbar ist.

Außerdem wurden kollektive Anregungen eines Bose-Einstein-Kondensats in einer Magnetfalle untersucht, die durch zeitgemittelte optische Potentiale induziert wurden. Der Schwerpunkt dieser Untersuchung waren insbesondere Moden mit hohem Drehimpuls, die in rein magnetischen Fallenpotentialen zuvor nicht angeregt worden waren. Bisherige Limitation von Gleichstrommagnetfallen, in denen nur zylindersymmetrische Moden angeregt werden konnten, wurden durch die Verwendung zeitgemittelten optischen Potentials zusätzlich zum Magnetfallenpotential umgangen.

In einem dritten Experiment konnte der suprafluide Charakter eines Bose-Einstein-Kondensats studiert werden. Die kritische Geschwindigkeit für die Bewegung eines Fremdobjektes durch das Kondensat wurde erstmals gemessen. Als Fremdobjekt diente ein gegen die atomare Resonanz blauverstimmtter Laserstrahl, der auf die Atome ein repulsives Potential ausübt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Grundlagen	5
2.1	Bose-Einstein-Kondensation	5
2.1.1	Theorie des entarteten Bose-Gases	5
2.1.2	Experimentelle Realisation: Abbremsen, speichern und kühlen	8
2.1.3	Das Abbilden von Bose-Einstein-Kondensaten	11
2.2	Optische Dipolpotentiale	12
2.2.1	Wechselwirkung von Atomen mit Licht	12
2.2.2	Verlustmechanismen in optischen Dipolpotentialen	15
2.3	Zeitgemittelte Potentiale	17
3	Experimentelle Realisierung	20
3.1	Optik	20
3.1.1	Grundlagen von akusto-optischen Deflektoren	21
3.1.2	Optischer Aufbau	25
3.2	Elektronik	26
4	Durchgeführte Experimente	32
4.1	Speicherung von Bose-Einstein-Kondensaten in zeitgemittelten optischen Dipolfallen	32
4.1.1	Beschreibung des Experiments	32
4.1.2	Messungen an optischen Dipolfallen	35
4.1.3	Speicherung in zeitgemittelten Potentialen neuartiger Geometrie	41
4.2	Kollektive Anregungen eines Bose-Einstein-Kondensats	43
4.2.1	Theorie der kollektiven Anregungen	43
4.2.2	Anregung kollektiver Schwingungen mit optischen Potentialen	45
4.3	Die kritische Geschwindigkeit eines Bose-Einstein-Kondensats	52
4.3.1	Kritische Geschwindigkeit und Vortizes	53
4.3.2	Experimentelle Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit	58
5	Schlußfolgerung und Ausblick	62
	Literaturverzeichnis	64
	Danksagung	68

Kapitel 1

Einleitung

Experimente mit ultrakalten Atomen haben in den vergangenen zwei Jahrzehnten einen neuen Bereich der Atomphysik erschlossen. Große Aufmerksamkeit hat das Gebiet durch die Vergabe des Physiknobelpreises 1997 an Chu, Cohen-Tannoudji und Phillips für die Entwicklung der experimentellen und theoretischen Grundlagen der Laserkühlung erhalten [1, 2, 3]. Durch stetige Verbesserung der Kühl- und Speichermethoden konnten immer tiefere Temperaturen (bis in den Nanokelvinbereich) und immer größere Dichten (bis zu 10^{15}cm^{-3}) erzielt werden. Die erstmalige Realisation von Bose-Einstein-Kondensation in verdünnten atomaren Gasen [4, 5, 6] zeugt von diesem Fortschritt. Um Atome bis in den Nanokelvinbereich abzukühlen, ist eine Vielzahl verschiedener Kühl- und Speicherschritte notwendig. Die Atome verlassen den Atomofen bei etwa 300°C und werden dann bis auf 200 nK abgekühlt - mehr als neun Größenordnungen. Hierbei werden die Methoden der Laserkühlung und der radiofrequenzinduzierten Verdampfungskühlung verwendet, auf die unten noch detaillierter eingegangen wird.

Wie sich Eigenschaften der Atome auf dem Weg vom Gas bei Raumtemperatur zum Kondensat ändern, ist in Abbildung 1.1 gezeigt. Bei hohen Temperaturen können die Atome durch klassische Teilchen ('Billardkugeln') gut beschrieben werden. Je niedriger die Temperatur wird, desto größer ist der Einfluß des quantenmechanischen Wellencharakters. Wenn die Wellenlänge der atomaren Wellenfunktion vergleichbar mit dem interatomaren Abstand wird, kommt es zur Bildung des Bose-Einstein-Kondensats, was dann im Idealfall $T = 0$ alle Atome in einer einzigen Materiewelle vereint. Bose-Einstein-Kondensate in atomaren Gasen stellen wegen der nur schwachen Wechselwirkung der Teilchen untereinander ein einfaches System zum Studium von Vielteilchentheorien, Kohärenzeigenschaften von Materiewellen und makroskopischen Quanteneffekten dar. Um diese Untersuchungen durchführen zu können, ist die gezielte Manipulierbarkeit der Probe entscheidend. In allen bisherigen Experimenten (für eine aktuelle Übersicht siehe z. B. [7]) befindet sich das Kondensat in einem harmonischen Fallenpotential (Magnetfalle oder optische Dipolfalle). In dieser Arbeit wird ein neuartiger Weg aufgezeigt, die herkömmliche zylindersymmetrische Fallengeometrie zu umgehen und nahezu beliebig geformte Fallenpotentiale zu erzeugen. Hierzu wird mit Laserstrahlen so schnell ein bestimmter Raumbereich abgescannt, daß die Atome dem Potential des Lasers nicht adiabatisch folgen können, sondern ein effektives zeitgemitteltes Potential erfahren. Während grundlegende Änderungen an der Fallengeometrie einer Magnetfalle nicht ohne zusätzliche Spulen auskommen würden, erweisen sich die gescannte optische Potentiale als sehr flexibel - entweder in Kombination mit einer herkömmlichen Magnetfalle oder als eigenständige Falle.

Verwendet man die optischen Potentiale zusätzlich zu einem Magnetfallenpotential, in dem

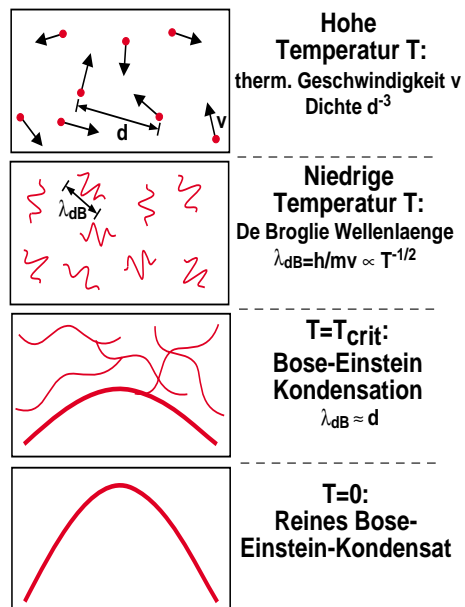


Abbildung 1.1: Bose-Einstein-Kondensation. Schematisch dargestellt sind die vier Bereiche vom Gas bei Raumtemperatur, ein kaltes Gas thermischer Atome, der Übergang zum Bose-Einstein-Kondensat und ein reines Bose-Einstein-Kondensat (von oben nach unten). Mehr Erläuterungen im Text.

das Kondensat gehalten wird, lassen sich lokale Störungen hervorrufen, denn ein Laserstrahl kann leicht auf den Bruchteil der Größe des Kondensats (einige 10 Mikrometer) fokussiert werden. Dies wurde bereits verwendet, um in einer magnetische Quadrupolfalle Fallenverluste durch den Magnetfeldnullpunkt in Zentrum zu vermeiden ('optical plug') [5] und um Schallwellen in Bose-Einstein-Kondensaten anzuregen [8], aber darüberhinaus sind bisher keine Arbeiten berichtet worden, in denen Kondensate mit optischen Methoden lokal manipuliert wurden. Die Speicherung von Bose-Einstein-Kondensaten in rein optischen Potentialen wurde demonstriert [9] und war die Grundlage für eine ganze Serie von Experimenten [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]. Diese Arbeiten beschäftigten sich jedoch mit Bose-Einstein-Kondensaten, die im Fokus eines einzelnen Laserstrahls gespeichert worden waren. Die Speicherung von Bose-Einstein-Kondensaten in beliebig geformten optischen Potentialen wurde bisher nicht realisiert.

Kollektive Anregungen von Bose-Einstein-Kondensaten sind bisher für niedrig liegende Moden experimentell studiert worden [17, 18, 19, 8, 20]. Dabei wurden sowohl Anregungen im Limit verschwindender Temperatur als auch die temperaturabhängige Dämpfung untersucht. Zahlreiche theoretische Arbeiten befassen sich mit kollektiven Anregungen, insbesondere sei auf [21] und die Referenzen darin verwiesen. Höher liegende Moden sind noch nicht in Experimenten untersucht worden. Sie sind insbesondere wegen der Lokalisierung der Dichtestörung an der Oberfläche des Kondensats interessant. Durch die dadurch hervorgerufene starke Kopplung an die thermische Wolke sind neue Theorien, die die Temperaturabhängigkeit der Dämpfung beschreiben, erforderlich. Wir haben höher liegende kollektive Anregungen studiert und eine deutlich größere Dämpfung als für niedrig liegende Moden gemessen.

In dieser Arbeit wurde auch die kritische Geschwindigkeit für die Bewegung eines makroskopischen Objektes durch ein Bose-Einstein-Kondensat gemessen und damit der suprafluide Charakter eines Bose-Einstein-Kondensates gezeigt. Dies ist die erste experimentelle Untersuchungen der Suprafluidität von Bose-Einstein-Kondensaten in atomaren Gasen. Zahlreiche

theoretische Arbeiten haben sich mit der Erzeugung, Stabilität und Detektion von Vortizes beschäftigt (siehe z. B. [22] und Referenzen darin), die allgemein im Zusammenhang mit Suprafluidität als Dissipationsmechanismen betrachtet werden, für die es aber noch keinen experimentellen Nachweis gibt.

Die Arbeit gliedert sich in weitere vier Teile. Im nächsten Kapitel werden die Grundlagen der Bose-Einstein-Kondensation und der Licht-Atom-Wechselwirkung besprochen. Im dritten Kapitel wird die experimentelle Realisation des XY-Scanners behandelt, der die Grundlage der vorgestellten Experimente ist. Im vierten Kapitel werden die durchgeführten Experimente im Detail diskutiert und eine Schlußfolgerung mit Ausblick schließt die Arbeit ab.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Bose-Einstein-Kondensation

2.1.1 Theorie des entarteten Bose-Gases

Bose-Einstein-Kondensation [23, 24] ist einer der gravierendsten Effekte der Quantenmechanik. Seine Grundlagen sind die Ununterscheidbarkeit von Teilchen und die Welleneigenschaft von Materie. Anschaulich erwartet man das Eintreten von Bose-Einstein-Kondensation, wenn die Wellenlänge der Materiewellen λ_{dB} (thermische de-Broglie Wellenlänge) gleich dem interatomaren Abstand wird

$$\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}} \simeq n^{-1/3} . \quad (2.1)$$

Hierin sind \hbar das Plancksche Wirkungsquantum dividiert durch 2π , m die Masse der Atome, k_B die Boltzmann-Konstante, T die absolute Temperatur und n die Anzahldichte der Teilchen. Die Vergrößerung der thermischen de-Broglie Wellenlänge kann als zunehmende Ortsunschärfe der Atome bei abnehmender Temperatur und damit zunehmender Impulsschärfe interpretiert werden. Wird Zustand 2.1 erreicht, kommt es zu einem Phasenübergang zum Kondensat. Der Grundzustand des Systems wird dann makroskopisch besetzt und das Kondensat kann durch eine einzige Wellenfunktion beschrieben werden. Wegen des Pauli-Prinzips ist ein vergleichbarer Zustand für Fermionen ausgeschlossen. Während in Lehrbüchern der Statistischen Mechanik (z. B. [25]) in der Regel der Fall eines Bose-Kondensats im Kastenpotential besprochen wird, wo die Kondensation im Impulsraum stattfindet, ändert sich dieses Verhalten bei Kondensation in einer harmonischen Atomfalle. Selbst für ein ideales (d. h. nicht wechselwirkendes) Bose-Gas sind die beiden Phasen dort räumlich separiert. Bose-Einstein-Kondensation ist ein Phasenübergang erster Ordnung.

Wie entscheidend die Quantenmechanik für diesen Effekt ist, kann man im Vergleich zu anderen Phasenübergängen sehen: ein ideales Gas kondensiert nie - hierzu sind Wechselwirkungen zwischen den Gasteilchen erforderlich. Ein ideales Bose-Gas kondensiert hingegen allein aufgrund seiner Quantenstatistik.

Üblicherweise betrachtet man das ideale Bose-Gas im großkanonischen Ensemble [25]. Hier ist die mittlere Teilchenzahl im Zustand k gegeben durch die Bose-Einstein-Verteilungsfunktion

$$N_k = \frac{1}{e^{(\epsilon_k - \mu)/k_B T} - 1}, \quad (2.2)$$

wobei ϵ_k die Energie im Zustand k und μ das chemische Potential ist. Die Gesamtteilchenanzahl N ist die Summe über alle Zustände k

$$N = \sum_k \frac{1}{e^{(\epsilon_k - \mu)/k_B T} - 1}. \quad (2.3)$$

Die Besetzungszahl des Grundzustandes N_0 wird dominant, wenn bei endlicher Temperatur das chemische Potential gleich der Grundzustandsenergie ϵ_0 wird. Experimentell verwendete Fallen sind üblicherweise harmonisch und so läßt sich die Grundzustandsenergie durch die Eigenfrequenzen eines dreidimensionalen Oszillatorpotentials ausdrücken.

$$\epsilon_0 = \frac{\hbar}{2}(\omega_x + \omega_y + \omega_z). \quad (2.4)$$

Damit folgt für die Anzahl der nicht kondensierten Atome, indem man $\epsilon_0 = \mu$ setzt [21]

$$N - N_0 = \sum_{n_x, n_y, n_z \neq 0} \frac{1}{e^{\hbar(\omega_x n_x + \omega_y n_y + \omega_z n_z)/k_B T} - 1} = \zeta(3) \left(\frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3, \quad (2.5)$$

wobei $\zeta(n)$ die Riemannsche ζ -Funktion und $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ das geometrische Mittel der Fallenfrequenzen ist. Hieraus erhält man die Bedingung für Bose-Einstein-Kondensation in einer harmonischen Falle, indem man $N_0 = 0$ bei der kritischen Temperatur T_c fordert:

$$k_B T_c = \hbar \bar{\omega} \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \simeq 0.94 \hbar \bar{\omega} N^{1/3}. \quad (2.6)$$

Obwohl Gleichungen 2.5 und 2.6 mit den experimentellen Ergebnissen gut übereinstimmen, muß man zur weiteren Untersuchung die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen mit in Betracht ziehen. Die Wechselwirkung von ultrakalten Atomen untereinander unterscheidet sich wesentlich von herkömmlichen Streuproblemen und soll deswegen hier kurz erläutert werden. Um zwei Teilchen mit Drehimpuls l aneinander zu streuen, muß man die Bedingung $\sqrt{l(l+1)} \leq k \cdot a$ erfüllen¹. Dabei bedeutet a die Streulänge, die die typische Reichweite des Potentials charakterisiert, und k die Wellenzahl des einlaufenden Teilchens. Setzt man $k \simeq \frac{1}{\lambda_{dB}}$, so erhält man mit typischen Werten für a von einigen nm (Na: 2.75 nm [27], Rb: 5.77 nm [28], Li²: -1.45 nm [29]) $k \cdot a \ll 1$ und somit ist nur s-Wellenstreuung ($l = 0$) möglich. Die Tatsache, daß $a \ll \lambda_{dB}$ gilt, ermöglicht auch eine einfache Betrachtungsweise der interatomaren Wechselwirkungen: Das interatomare Potential sei $U(\vec{r})$. Die Wechselwirkungsenergie läßt sich dann allgemein durch das Matrixelement $\langle \Psi | U(\vec{r}) | \Psi \rangle = \int d^3 r' \Psi^\dagger(\vec{r}) U(\vec{r} - \vec{r}') \Psi(\vec{r}')$ ausdrücken. Ändert sich die Wellenfunktion nur schwach über die Reichweite des Potential, so läßt sich dies zu

¹Einerseits ist dies ein formales Resultat der quantenmechanischen Partialwellenentwicklung in der Streutheorie [26], andererseits läßt sich dies klassisch verstehen, da der Drehimpuls gleich dem Stoßparameter mal dem Impuls des einlaufenden Teilchens ist.

²Die negative Streulänge in Lithium charakterisiert ein attraktives Potential zwischen den Teilchen. Bose-Einstein-Kondensation in Li wurde erzielt [6], allerdings ist die Anzahl von Atomen im Kondensat durch die attraktive Wechselwirkung prinzipiell beschränkt ($N_0 \simeq 10^3$).

$$U_0 = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 \cdot \int d^3r U(\vec{r}) \quad (2.7)$$

vereinfachen. Aus der Bornschen Näherung erhält man für s-Wellenstreuung $\int d^3r U(\vec{r}) = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$ [26]. Die Wechselwirkungen zwischen den Atomen werden also unabhängig von der exakten Gestalt des Potentials nur durch den Parameter a beschrieben. U_0 wird auch als Pseudopotential [25] oder mean-field bezeichnet. Das mean-field ist das Resultat der großen Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion. Es darf nicht als Zeitmittelung über viele Stöße der Atome betrachtet werden, sondern resultiert aus stoßfreien Wechselwirkungen und ist ein reiner Quanteneffekt [30].

Die Kenntnis des externen Fallenpotentials U_{ext} und der Wechselwirkungen der Teilchen untereinander ermöglicht nun das Aufstellen einer Schrödingergleichung für die Grundzustandswellenfunktion Ψ

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U_{ext}(\vec{r}) + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 \right] \Psi(\vec{r}, t) . \quad (2.8)$$

Diese nichtlineare Schrödingergleichung trägt auch den Namen Gross-Pitaevskii-Gleichung [31, 32]. Die Funktion $\Psi(\vec{r}, t)$ ist ein klassisches Feld und ist der Ordnungsparameter im Landau-Ginzburg-Energiefunktional, aus dessen Minimierung dieselbe Gleichung folgt. Die Tatsache, daß Ψ eine definierte Phase besitzt³, ist eine Folge gebrochener Eichinvarianz [33]. Der Grundzustand (charakterisiert durch die Phase) ist somit unendlichfach entartet. Während die absolute Phase nicht meßbar ist, führt die Phasendifferenz zwischen zwei Kondensatwellenfunktionen zu Interferenzen, wenn man die Kondensate überlagert [34]. Im Gegensatz zur Einteilchen-Quantenmechanik, wo das Betragsquadrat der Wellenfunktion eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit angibt, gilt hier

$$|\Psi(\vec{r}, t)|^2 = n(\vec{r}, t) , \quad (2.9)$$

wobei $n(\vec{r}, t)$ die Teilchendichte ist. Die Wellenfunktion des Grundzustandes kann man durch einen Ansatz

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r}) e^{-i\frac{\mu}{\hbar}t} \quad (2.10)$$

erhalten. Für den Fall vernachlässigbar kleiner kinetischer Energie (Thomas-Fermi-Limit) erhält man

$$\mu \Phi(\vec{r}) = \left(U_{ext}(\vec{r}) + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} n(\vec{r}) \right) \Phi(\vec{r}) \quad (2.11)$$

und somit:

$$n(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{m}{4\pi\hbar^2 a} (\mu - U_{ext}(\vec{r})), & \text{wenn } \mu > U_{ext}(\vec{r}) \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.12)$$

Die Dichteverteilung im Kondensat spiegelt also die invertierte Form des Fallenpotentials wieder. Das chemische Potential ist gegeben durch [21]

³Die Schärfe der Phasenfestlegung ist lediglich durch die Unschärferelation $\Delta\phi \cdot \Delta N_0 \geq \frac{1}{2}$ begrenzt.

$$\mu = \frac{1}{2} \left(15\hbar^2 a \bar{\omega}^3 N_0 \sqrt{m} \right)^{2/5} \quad (2.13)$$

und die Energie pro Atom ist

$$\frac{E}{N_0} = \frac{5}{7} \mu . \quad (2.14)$$

Die Thomas-Fermi-Näherung bricht lediglich für den 'Rand' des Kondensats zusammen, an dem die kinetische Energie mit den anderen Termen der Gross-Pitaevskii-Gleichung vergleichbar wird. Gleichung 2.12 sagt einen 'Knick' in der Wellenfunktion voraus, der einer großen kinetischen Energie entsprechen würde und so energetisch ungünstig ist. Die Längenskala ξ , auf der die kinetische Energie gleich der interatomaren Wechselwirkungsenergie wird, wird im Englischen als 'healing length' bezeichnet. Aus der Gross-Pitaevskii-Gleichung 2.8 erhält man:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{8\pi n a}} . \quad (2.15)$$

Für diesen Randbereich existieren numerische Näherungslösungen, aber die meisten Experimente können im Rahmen des Thomas-Fermi-Limits verstanden werden. Für Natrium bei Dichten um 10^{14}cm^{-3} beträgt $\xi \simeq 300 \text{ nm}$.

2.1.2 Experimentelle Realisation: Abbremsen, speichern und kühlen

Einer der prominentesten Effekte, der durch Bose-Einstein-Kondensation erklärt werden kann, ist die Suprafluidität von Helium [35]. Durch Einsetzen typischer Werte ($n \simeq 10^{22} \text{cm}^{-3}$, $m = 4 \text{ a.m.u.}$) in Gleichung 2.1 erhält man $T_c = 3.5 \text{ K}$, was ziemlich nahe an der experimentell gemessenen Übergangstemperatur von $T_c = 2.17 \text{ K}$ liegt. Alle anderen Elemente sind bei vergleichbaren Dichten und Temperaturen jedoch schon kristallisiert und die Atome somit nicht mehr ununterscheidbar. Der erste Versuch, die Molekülbildung bei der Abkühlung zu umgehen, gelang durch die Verwendung von spinpolarisiertem Wasserstoff in einer Magnetfalle [36, 37]. Wasserstoffmoleküle können sich nur aus zwei Atomen mit unterschiedlicher Spinstellung bilden, und durch Präparation der Probe in einem spinpolarisierten Zustand konnte man atomaren Wasserstoff bis in den mK-Bereich abkühlen. Vor kurzem ist erstmals die Realisierung von Bose-Einstein-Kondensation in atomarem Wasserstoff gelungen [38]. Einen ähnlichen metastabilen Zustand gibt es auch für Alkaliatome. Zur Bildung eines Moleküls ist die Kollision von drei Atomen erforderlich. Zwei Atome formen das Molekül und das dritte trägt überschüssige Energie und Impuls davon. Die Ratenkonstante für Dreikörperrekombination in Natrium liegt bei $K_3 = (1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-30} \text{cm}^6 \text{s}^{-1}$ [9], so daß für Dichten um 10^{14}cm^{-3} die Lebensdauer des atomaren Gases bei 100 s liegt. Bei diesen Dichten liegt die Übergangstemperatur allerdings bei wenigen μK - viel zu niedrig, um mit kryogenischen Techniken erreichbar zu sein. Erst die Entwicklung von Laserkühlung und evaporativem Kühlen haben ein Vordringen in diese Bereiche ermöglicht.

In dem hier besprochenen Experiment, wird metallisches Natrium in einem Atomofen auf 280°C erhitzt, was einer thermischen Geschwindigkeit von $800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ entspricht. Die Atome treten durch eine Düse aus und werden in einem Zeeman-Abbremsers auf etwa 1 K (ca. $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) abgekühlt. Die erstmalige Demonstration eines Zeemanabbremsers findet sich in [39]. Die Abbremsung der Atome erfolgt durch resonanten Strahlungsdruck. Die Atome absorbieren Photonen aus einem ihnen entgegengerichteten Laserstrahl und emittieren diese spontan. Da

die Emission isotrop ist, erhält man, wenn man über zahlreiche Absorptions/Emissionszyklen mittelt, einen Nettoimpulsübertrag auf die Atome entgegengesetzt zu ihrer Flugrichtung. Um die langsamer werdenden Atome in Resonanz mit dem Laserstrahl zu halten, wird ein inhomogenes Magnetfeld entlang der Flugstrecke angelegt. Die durch das Magnetfeld hervorgerufene Verschiebung der atomaren Niveaus (Zeeman-Effekt) kompensiert die Änderung der Dopplerverschiebung beim Abbremsen. In unserem Experiment wird eine modifizierte Version eines Zeeman-Abbremsers verwendet, die einen Nulldurchgang des Magnetfeldes besitzt und so einen Spinflip der Atome bewirkt. Der Abschnitt des Abbremsers nach dem Spinflip kann mit einem schwächeren Magnetfeld betrieben werden, da die Atome schon deutlich an Geschwindigkeit verloren haben. Dadurch kann das Ende des Abbremsers näher an die magneto-optische Falle herangeführt werden, ohne sie zu stören, und somit ein höherer Fluß an langsamen Atomen erzielt werden. Der Zeeman-Abbremsers besitzt einen Fluß von etwa 10^{11} abgebremsen Atomen pro Sekunde. Die Atome gelangen von dem Abbremsers in eine magneto-optische Falle (Dark-SPOT, [40]). Dort werden sie weiter gekühlt und zu Dichten von einigen 10^{11}cm^{-3} komprimiert. Die magneto-optische Falle verwendet eine Kombination eines magnetischen Quadrupolfeldes mit sechs Laserstrahlen. Der Magnetfeldnullpunkt im Zentrum der Falle zeichnet den Punkt aus, an dem die Atome durch die Lichtdruckkräfte der Fallenlaser komprimiert werden. Das inhomogene Magnetfeld und die Polarisierung der Fallenlaserstrahlen bewirken, daß die Atome, wenn sie sich aus dem Zentrum der Falle entfernen, nur die Photonen des ihrer Bewegungsrichtung genau entgegengesetzten Strahls absorbieren und in die Falle zurückgetrieben werden. Im Spezialfall der Dark-SPOT-Falle befinden sich die Atome die meiste Zeit in einem 'dunklen', d. h. mit der Frequenz der Laserstrahlen nicht resonanten, Zustand. Sie werden jeweils nur für eine kurze Zeit am Rand der Falle in den mit dem Fallenlaser resonanten Zustand optisch gepumpt und dort gekühlt. Dieses Schema erlaubt die Erhöhung der üblicherweise in magneto-optischen Fallen erzielbaren Dichten um etwa zwei Größenordnungen. Die niedrigste hierbei erzielbare Temperatur ist die Doppler-Temperatur T_D , die durch $k_B T_D = \frac{\hbar \Gamma}{2}$ gegeben ist [3]. Hierbei ist k_B die Boltzmann-Konstante und Γ die natürliche Linienbreite. Für Natrium gilt $T_D = 240 \mu\text{K}$. Niedrigere Temperaturen können durch Polarisationsgradientenkühlen [41] erreicht werden, nachdem die magneto-optische Falle abgeschaltet worden ist. Wir verwenden Polarisationsgradientenkühlen für 5 ms, und die Atome haben anschließend eine Temperatur von $50 \mu\text{K}$. Die prinzipielle Grenze für Laserkühlverfahren ist die Temperatur, die einem Photonrückstoß entspricht⁴: $E_{rec} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = 1.2 \mu\text{K} \cdot k_B$ für $\lambda = 589 \text{ nm}$ und Natriumatome mit $m = 23 \text{ a.m.u.}$. Neben niedrigen Temperaturen sind jedoch auch hohe Teilchendichten von ca. 10^{14}cm^{-3} zum Erzielen von Bose-Einstein-Kondensation erforderlich und es hat sich gezeigt, daß die Dichten bei denen die bisher bekannten Laserkühlverfahren funktionieren, einige Größenordnungen zu niedrig liegen. Deswegen benötigt man zur Komprimierung der Probe und weiteren Kühlung einen anderen Mechanismus.

Nach dem Polarisationsgradientenkühlen werden die Atome in eine Magnetfalle geladen. Hierbei wird die Wechselwirkung eines inhomogenen Magnetfeldes mit dem magnetischen Moment μ der Atome benutzt. Aus den Maxwell'schen Gleichung folgt, daß man im freien Raum kein lokales statisches Magnetfeldmaximum, sondern nur ein lokales Minimum erzeugen kann. Weil der absolute Grundzustand immer vom Magnetfeldmaximum angezogen wird, kann man

⁴Um dieses Rückstoßlimit zu umgehen, gibt es die Möglichkeit, Atome in geschwindigkeitsselektive Dunkelzustände zu bringen, die nicht mehr an das Lichtfeld koppeln. Diese Mechanismen funktionieren jedoch bisher nicht bei ähnlichen hohen Dichten wie die magneto-optische Falle oder das Polarisationsgradientenkühlen.

in Magnetfallen nie Atome im absoluten Grundzustand speichern. Wir laden Atome im Hyperfeinniveau $|F = 1, m_F = -1\rangle$ des $^2S_{1/2}$ -Grundzustands in die Magnetfalle. Der Versuch, die $m_F = 0$ und $m_F = -1$ Zustände durch optisches Pumpen in den $m_F = -1$ Zustand zu bringen, scheiterte an einer damit verbundenen Aufheizung der Atome. Dadurch können wir maximal $1/3$ der Atome nach dem Polarisationsgradientenkühlen in Magnetfalle laden, was in der Größenordnung von 10^9 Atomen liegt. Die Magnetfalle ist eine elongierte Ioffe-Pritchard-Falle, die ein zylindersymmetrisches harmonisches Oszillatorpotential besitzt. Die verwendeten maximalen Werte für Magnetfeldkrümmung und -gradient sind $B'' = 200 \frac{G}{cm^2}$ bzw. $B' = 280 \frac{G}{cm}$. Das Fallenpotential ist gegeben durch

$$U_{ext} = \frac{\mu}{2}(B''\rho^2 + B'z^2), \quad (2.16)$$

wobei

$$B'' = \frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \quad (2.17)$$

ist. Hier ist B_0 ein homogenes Magnetfeld. Die gemessenen Eigenfrequenzen des harmonischen Potentials U sind $\nu_\rho = 550 \text{ Hz}$ und $\nu_z = 26 \text{ Hz}$ bei maximaler Magnetfeldkrümmung und -gradient. Die Ioffe-Pritchard-Falle oder davon abgewandelte Versionen haben sich als Standardfallen zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten herauskristallisiert. Nach dem Fangen in der Magnetfalle, werden die Atome dort adiabatisch komprimiert, indem das Magnetfeld B_0 von 160 G auf 1 G erniedrigt wird⁵. Damit wird zwar keine Phasenraumdicke gewonnen, weil der Prozeß adiabatisch ist, aber durch die höhere Dichte wird eine größere elastische Kollisionsrate zwischen den Atomen erzielt. Eine hohe Kollisionsrate ist für den nächsten Schritt - das radiofrequenzinduzierte Verdampfungskühlen [42] - erforderlich. Hierbei werden durch die Radiofrequenzstrahlung (zwischen 30 und 1 MHz) Spinflips von dem gefangenen $|F = 1, m_F = -1\rangle$ zu den magnetisch nicht speicherbaren Zeeman-Niveaus $m_F = 0$ und $m_F = -1$ (siehe Abbildung 2.2) induziert. Mit dieser Methode beginnt man nun, die heißesten Atome aus der Falle zu entfernen. Ist die elastische Kollisionsrate der verbliebenen Atome hoch, tritt eine rasche Rethermalisierung der Probe ein und man kann man unter Gewinn an Phasenraumdicke die Atome abkühlen. Nach einigen Sekunden der Evaporation kann die Magnetfalle wieder dekomprimiert werden (indem der Gradient und die Krümmung des Magnetfeldes je um einen Faktor 2 reduziert werden), ohne den Verdampfungsprozeß durch einen Verlust an Kollisionsrate zu beeinträchtigen. Bei der Verdampfungskühlung geht etwa ein Faktor 1000 in der Atomzahl verloren, so daß wir typischerweise Kondensate in der Größenordnung von $5 - 10 \cdot 10^6$ Atomen erhalten. Der erzielte Maximalwert liegt bei $18 \cdot 10^6$. Das Laden der magneto-optischen Falle benötigt 3 Sekunden und das Verdampfungskühlen etwa 20 Sekunden, so daß ein Bose-Einstein-Kondensat etwa alle 30 Sekunden hergestellt werden kann.

Die ersten Kondensate mit diesem neuen Apparat haben wir im Januar 1999 erzielt. Anschließend daran haben wir uns auf Experimente mit zeitgemittelten optischen Potentialen konzentriert, die unten besprochen werden.

⁵Ein schwaches Magnetfeld ist notwendig, um Fallenverluste durch einen Nullpunkt des magnetisches Feldes (Majorana-Flops) zu vermeiden.

2.1.3 Das Abbilden von Bose-Einstein-Kondensaten

Untersuchungen von Bose-Einstein-Kondensaten beruhen auf der Aufnahme von Bildern auf einer CCD-Kamera. Prinzipiell unterscheidet man zwei Abbildungsverfahren, nämlich Absorptionaufnahmen und Phasenkontrastaufnahmen.

Im Absorptionsverfahren werden die Atome mit resonantem Licht beleuchtet und der von ihnen geworfene Schatten auf eine Kamera abgebildet, wie in Abbildung 2.1a gezeigt. Entweder wird der Übergang $|^2S_{3/2}, F = 1\rangle \rightarrow |^2P_{3/2}, F = 2\rangle$ oder der Übergang $|^2S_{3/2}, F = 2\rangle \rightarrow |^2P_{3/2}, F = 3\rangle$ mit gleichzeitigem optischen Pumpen auf $|^2S_{3/2}, F = 1\rangle \rightarrow |^2P_{3/2}, F = 2\rangle$ verwendet (siehe Abbildung 2.2). Aus der gemessenen totalen Absorption und dem bekannten Übergangsmatrixelement kann man die Anzahl der Atome bestimmen. Die optische Dichte⁶ eines Bose-Einstein-Kondensats in der Falle ist jedoch viel zu groß (ca. 100), um ein auswertbares Absorptionssignal zu bekommen. Deswegen schaltet man die Falle aus und überläßt das Kondensat sich selbst. Dabei wird die mean-field-Energie $\frac{4\pi\hbar^2 a}{m} |\Psi(\vec{r}, t)|^2$ (siehe Gleichung 2.8) des Kondensats in kinetische Energie umgewandelt und das Kondensat expandiert ballistisch (gleichzeitig fällt es durch die Erdanziehung nach unten). Nach einer bestimmten Expansionszeit (üblicherweise zwischen 20 und 45 Millisekunden) hat sich die optische Dichte soweit verringert, daß eine Absorptionsmessung durchgeführt werden kann. Bei Betrachtung der mean-field-Energie sieht man, daß Kondensate mit einer höheren Dichte $n(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)|^2$ eine höhere Energie haben und somit schneller expandieren. Aus der Expansionsweite Δx nach einer bekannten Zeit Δt kann somit die maximale Dichte bestimmt werden⁷

$$n(0) = \frac{m^2}{8\pi\hbar^2 a} \left(\frac{\omega_p^2}{1 + \omega_p^2 \Delta t^2} \Delta x^2 \right). \quad (2.18)$$

Diese Messung von Atomanzahl und -dichte ist destruktiv und für jede Messung muß ein neues Kondensat hergestellt werden. Das Absorptionsverfahren wird standardmäßig zur Bestimmung von Atomanzahl und -dichte eingesetzt. Die Genauigkeit der gewonnenen Atomzahlen liegt bei etwa 10%. Dieser Fehler ist hauptsächlich auf Unsicherheiten in der Subtraktion des Bildhintergrundes zurückzuführen. Wir können Absorptionaufnahmen sowohl entlang der Achse der Magnetfalle ('horizontal') als auch orthogonal hierzu ('vertikal') gewinnen.

Das Phasenkontrastverfahren [43] ist ein nicht-destruktives Verfahren, um Abbildungen von Bose-Einstein-Kondensaten zu gewinnen, und bietet sich deswegen besonders zur Untersuchung dynamischer Vorgänge an. Hierbei werden die Atome mit weit von der Resonanz verstimmt Licht⁸ beleuchtet. Die Atome absorbieren das Licht nicht und werden somit nicht aufgeheizt, sondern stattdessen wird das Licht gebrochen und erfährt eine Phasenverschiebung. Klassisch betrachtet wird bei diesem Verfahren der refraktive Anteil des komplexen Brechungsindex verwendet. Das gestreute, phasenverschobene Licht wird anschließend mit dem nicht gestreuten Licht, dessen Phase mittels einer Phasenplatte um $\pi/2$ verschoben wurde, zur Interferenz gebracht, die abgebildet wird (siehe Abbildung 2.1b). Die Phasenplatte ist eine Glasplatte mit einem Aufsatz im Zentrum, der eine Phasenverschiebung des Lichts um $\pi/2$ bewirkt. Sie wird im Fokus des ungestreuten Lichts montiert, damit nur dieses eine Phasenverschiebung erfährt. Daß diese Abbildungstechnik nicht destruktiv ist, liegt an der fehlenden Aufheizung der

⁶Die optische Dichte mißt die Extinktion eines Lichtstrahls in Zehnerpotenzen.

⁷Diese Formel gilt, wenn die Expansion quasi zweidimensional ist. Normalerweise sind ist radiale Fallenfrequenz viel größer als die axiale, so daß diese Bedingung erfüllt ist.

⁸Wir verwenden 1.77 GHz Verstimmung, was etwa 200 Linienbreiten entspricht.

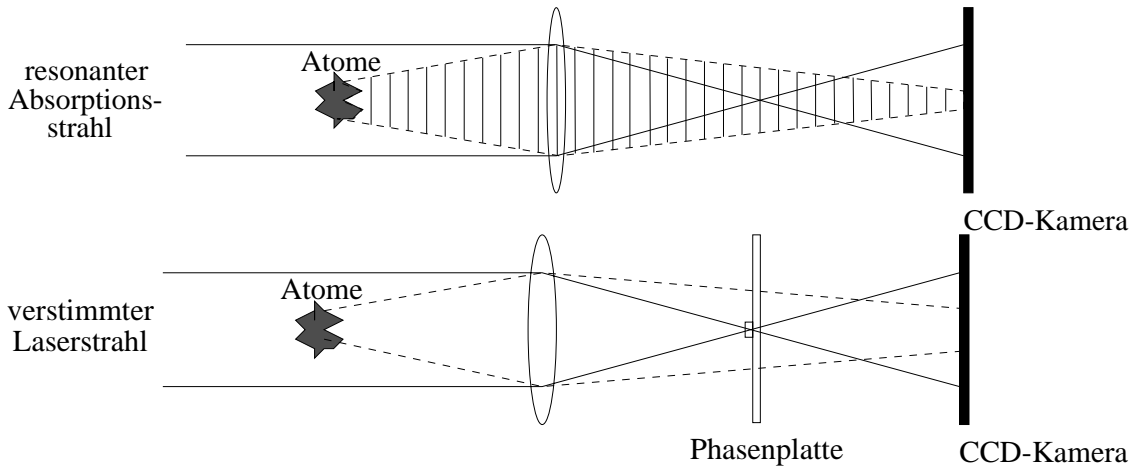


Abbildung 2.1: Das Prinzip von Absorptionen (oben) und Phasenkontrastaufnahmen (unten).

Probe durch gestreute Photonen. Bei der Absorptionsabbildung erfahren die Atome pro Photoabsorption eine Aufheizung von $E_{rec} = 1.2 \mu K \cdot k_B$. Beim Phasenkontrastverfahren kommt es nur zu einer vernachlässigbaren Aufheizung von $0.5 nK \cdot k_B$ pro Photon [43]. Typischerweise werde etwa 10^5 Atome pro Aufnahme aus dem Kondensat entfernt. Erst bei sehr hohen Dichten kommt es zu dem Problem, daß die Phasenverschiebung größer als 2π wird und das Signal nicht mehr eindeutig einer optischen Dichte zugeordnet werden kann. Bei Verwendung des Phasenkontrastverfahrens können wir bis zu 11 Bildern mit einer maximalen Repetitionsrate vom 2 ms aufnehmen. Die Repetitionsrate ist durch die Geschwindigkeit der Kamera limitiert, aber die Anzahl der Bilder kann durchaus um einen Faktor zwei oder drei erhöht werden, wenn man sich auf ein kleineres abzubildendes Gebiet beschränkt. Phasenkontrastaufnahmen sind in den hier vorgestellten Experimenten immer entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle aufgenommen worden.

2.2 Optische Dipolpotentiale

2.2.1 Wechselwirkung von Atomen mit Licht

Optische Dipolpotentiale beruhen auf der Dipolwechselwirkung zwischen einem Atom und einem weit gegen die atomare Resonanz verstimmt Laserfeld. Das einfachste Modell zur Beschreibung dieser Wechselwirkung ist das klassische Lorentz-Modell [44]. Darin stellt das Elektron-Ion-Paar einen klassischen Oszillator dar, dessen Eigenfrequenz ω_0 der atomaren Resonanzfrequenz entspricht und der vom Laserfeld angetrieben wird.

Das nächstkompliziertere Modell geht von einem quantenmechanischen Zweiniveausystem aus, das mit einem klassischen elektrischen Feld wechselwirkt. Dieses sogenannte semiklassische Modell [45] ermöglicht bereits die Bestimmung aller wichtigen Parameter für ein optisches Dipolpotential.

Betrachtet man ein oszillierendes elektrisches Feld

$$\vec{E}(w, t) = E \hat{e} \cos(\omega t) \quad (2.19)$$

mit dem Polarisationsvektor \hat{e} und ein Zweiniveausystem mit dem Grundzustand $|g\rangle$,

dem angeregten Zustand $|e\rangle$ und dem ungestörten Hamiltonoperator H_0 , so kann für ein schwaches⁹ elektrisches Feld die Wechselwirkung in erster Ordnung zeitabhängiger Störungstheorie betrachtet werden [26]

$$H' = -\hat{D} \cdot \hat{e} E \cos(\omega t), \quad (2.20)$$

wobei \hat{D} der elektrische Dipoloperator $\hat{D} = e \cdot \hat{r}$ ist. Der Ansatz $|\psi\rangle = a_g(t) |g\rangle + a_e(t) e^{-i\omega_0 t} |e\rangle$ führt zusammen mit der Schrödingergleichung

$$i \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \frac{H_0 + H'}{\hbar} |\psi\rangle = i\dot{a}_g |g\rangle + (a_e \omega_0 + i\dot{a}_e) e^{-i\omega_0 t} |e\rangle \quad (2.21)$$

auf eine Reihenentwicklung für die Koeffizienten a_g und a_e mit dem Resultat (in erster Ordnung):

$$a_e^{(1)}(t) = \frac{E}{2\hbar} \langle e | \hat{e} \cdot \hat{D} | g \rangle \left(\frac{e^{i(\omega_0 + \omega)t} - 1}{\omega_0 + \omega} + \frac{e^{i(\omega_0 - \omega)t} - 1}{\omega_0 - \omega} \right). \quad (2.22)$$

Die '-1'-Terme sind Transienteneffekte, die nur auftreten, wenn die Störung plötzlich 'angeschaltet' wird, wie dies im Formalismus der Störungstheorie angenommen wird [26]. Im Experiment wird die Störung jedoch adiabatisch angeschaltet, so daß diese Terme nicht vorhanden sind. Der Erwartungswert des atomaren Dipolmomentes ist:

$$\langle \hat{D} \rangle = \langle \psi | \hat{D} | \psi \rangle = \frac{1}{\hbar} |\langle e | \hat{D} \cdot \hat{e} | g \rangle|^2 \frac{2\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} E \cos(\omega t). \quad (2.23)$$

Für den Fall des Zweiniveausystems (allgemein: wenn der Übergang $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ die Oszillatorenstärke 1 besitzt) gilt $|\langle e | \hat{D} \cdot \hat{e} | g \rangle|^2 = \frac{\hbar e^2}{2m\omega_0}$. Das Wechselwirkungspotential zwischen dem induzierten Dipolmoment und dem elektrischen Feld ist somit

$$U = -\frac{1}{2} \overline{\langle \hat{D} \rangle} \cdot \vec{E} = -\frac{e^2 E^2}{4m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (2.24)$$

wobei $\overline{\langle \hat{D} \rangle} \cdot \vec{E}$ das Zeitmittel über die Oszillationen des elektrischen Feldes darstellt und der Faktor $\frac{1}{2}$ dadurch zustande kommt, daß das Dipolmoment lediglich induziert ist. Nach Einführung der Intensität $I = \frac{c}{8\pi} E^2$ gilt:

$$U = -\frac{2\pi e^2 I}{mc (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (2.25)$$

Wegen der Analogie zum gewöhnlichen Starkeffekt (quadratische Abhängigkeit vom elektrischen Feld) wird dieser Effekt auch häufig Wechselfeld- oder AC-Starkeffekt genannt.

Die Betrachtung des Natriumatoms als ein Zweiniveausystem ist unter bestimmten Bedingungen gerechtfertigt: Aus dem Niveauschema des Natriums (Abbildung 2.2) lassen sich drei relevante Energieskalen ablesen, die die Inbetrachtung oder Vernachlässigung von Feinstruktur- und Hyperfeinstrukturaufspaltungen regeln: Die Feinstrukturaufspaltung des 3P-Niveaus $\Delta_{FS} = 515 \text{ GHz}$, die Hyperfeinstruktur (HFS)-Aufspaltung des 3S-Grundzustandes $\Delta_{HFS} = 1.77 \text{ GHz}$ und die HFS-Aufspaltung der $^2P_{1/2}$ bzw. $^2P_{3/2}$ Zustände $\Delta'_{HFS} \approx 200 \text{ MHz}$.

⁹Die Störung durch das elektrische Feld muß klein gegenüber der typischen Anregungsenergie der Atome sein (für Alkaliatome ist dies etwa 2 eV).

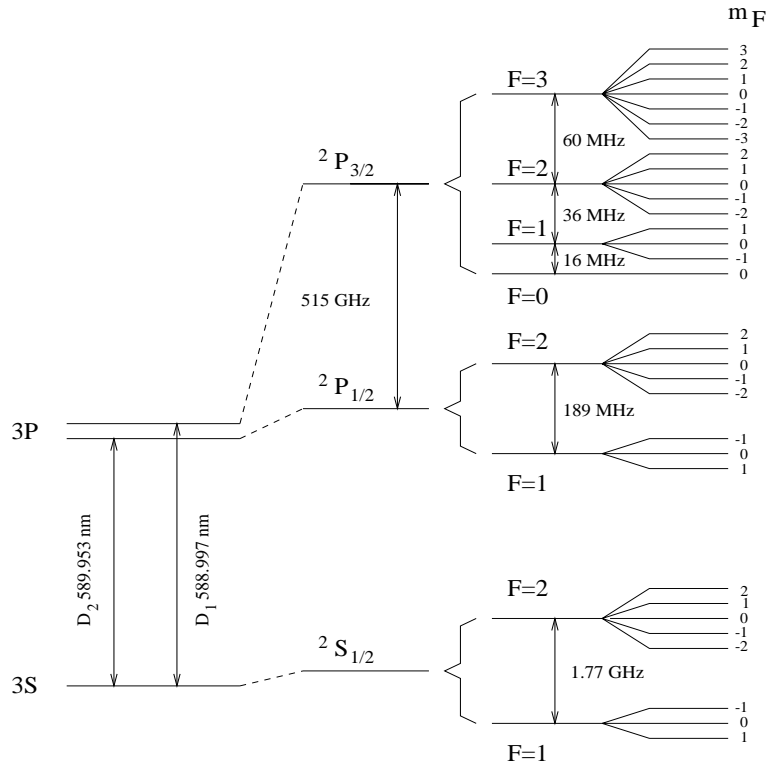


Abbildung 2.2: Niveauschema des Natriums inklusive Hyperfein- und Zeemanaufspaltung.

Zur Erzeugung der optischen Potentiale werden ein diodengepumpter Nd:YAG-Laser der Wellenlänge $\lambda = 1064 \text{ nm}$ oder ein Argonionen-Laser der Wellenlänge $\lambda = 514 \text{ nm}$ verwendet (Verstimmung von der Natriumresonanz $\Delta_{YAG} = 2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ bzw. $\Delta_{Ar} = -7 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$), die die Feinstrukturaufspaltung weit überwiegen. Die Einflüsse des Mehrniveausystems führen zu Korrekturen im Fallenpotential in der Größenordnung [46]

$$\frac{\Delta U}{U} \sim \frac{\Delta_{FS}}{\Delta_{YAG, Ar}} < \frac{1}{100} \quad (2.26)$$

und können somit vernachlässigt werden.

Aus Gleichung 2.25 folgen zwei grundlegende Eigenschaften optischer Dipolfallen:

1. Die Orts- und Zeitabhängigkeit des Potentials wird alleine durch die Orts- und Zeitabhängigkeit der Laserintensität bestimmt.
2. Ist der Laser rotverstimmt gegenüber der atomaren Resonanz ($\omega < \omega_0$), wie im Fall des Nd:YAG, so ist das Potential attraktiv, für blauverstimmt Laser wie den Argonionenlaser ist das Potential repulsiv. Dies hat wichtige Konsequenzen: arbeitet man mit einer blauverstimmtten Falle, gibt man den Atomen die 'Wände' des Potentials vor, fängt sie aber im Intensitätsminimum, was im Idealfall $I = 0$ bedeutet. Blauverstimmtte Fallen werden häufig als zweidimensionale Fallen verwendet, die in der dritten Dimension durch die Gravitation 'geschlossen' werden. In der rotverstimmtten Falle werden die Atome im Intensitätsmaximum gefangen, z. B. im Fokus eines einzelnen Strahls oder in der Überlappregion zweier sich kreuzender Strahlen [46].

Die Intensitätsverteilung eines gaußförmigen Fokus (TEM₀₀-Mode) wird beschrieben durch [47]:

$$I(\rho, z) = \frac{2P}{\pi w_0^2 \left(1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right)} \exp\left(-\frac{2\rho^2}{w_0^2 \left(1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right)}\right). \quad (2.27)$$

P ist die Laserleistung, w_0 ist der $1/e^2$ -Radius des Fokus und $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ ist die Rayleigh-Länge. Entwickelt man die Intensitätsverteilung um $z = 0$, $\rho = 0$, so erhält man in erster Näherung ein zylindersymmetrisches harmonisches Potential mit den Eigenfrequenzen ω_ρ und ω_z :

$$U(\rho, z) = -\frac{4e^2 P}{mc(\omega_0^2 - \omega^2)w_0^2} \left[1 - \left(\frac{z}{z_R}\right)^2 - 2\left(\frac{\rho}{w_0}\right)^2\right] = -U_0 \left[1 - \frac{m}{2}\omega_\rho^2 \rho^2 - \frac{m}{2}\omega_z^2 z^2\right]. \quad (2.28)$$

2.2.2 Verlustmechanismen in optischen Dipolpotentialen

Um das bestmögliche Verhältnis von Verstimmung von der Resonanz und erforderlicher Laserleistung zu finden, werden sie durch den Laser induzierte Verluste betrachtet. Der dominierende Mechanismus hierbei ist die Rayleigh-Streuung.

Ein oszillierender klassischer Dipol mit Dipolmoment \vec{d} emittiert die Leistung [48]:

$$P = \frac{c \cdot k^4}{3} |\vec{d}|^2. \quad (2.29)$$

Substituiert man den Erwartungswert des Dipolmatrixelementes (Gleichung 2.23), so folgt

$$P = \frac{8\pi I \omega^4}{3 c^4} \left(\frac{e^2}{m \omega_0^2 - \omega^2}\right)^2. \quad (2.30)$$

Die Energie eines gestreuten Photons ist $\hbar\omega$, womit die Streurrate für elastische Rayleighstreuung¹⁰ folgt:

$$\Gamma_{Rayleigh} = \frac{P}{\hbar\omega} = \frac{8\pi I \omega^3}{3\hbar c^4} \left(\frac{e^2}{m \omega_0^2 - \omega^2}\right)^2. \quad (2.31)$$

Im Vergleich zur Potentialtiefe U_0 sieht man, daß die Streurrate ebenfalls proportional zur Intensität ist, jedoch mit $(\omega_0^2 - \omega^2)^{-2}$ – statt $(\omega_0^2 - \omega^2)^{-1}$ – skaliert. Dies macht die Wahl von Nahinfrarotlasern mit $\omega \simeq \frac{1}{2}\omega_0$ vorteilhaft. Die Rayleigh-Streurate liegt bei einer Potentialtiefe von $U_0 = 5\mu K$ bei $\Gamma_{Rayleigh} \simeq \frac{1}{100 s}$ für die von uns verwendete Wellenlänge von $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Die mit der Rayleigh-Streuung einhergehende Aufheizung der Atome folgt aus dem Rückstoß, den die Atome bei der Absorption und Reemission der Photonen erfahren. Die Absorption bewirkt einen Energiegewinn $\Delta E = E_{recoil} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ in Richtung des Laserstrahles (longitudinales Heizen), die Reemission ist isotrop, das heißt die Atome gewinnen eine zusätzliche Energie $\Delta E = \frac{E_{recoil}}{3}$ pro Freiheitsgrad. Damit ergeben sich die longitudinale und transversale Heizrate zu:

¹⁰Inelastische Ramanstreuung ist um einen Faktor $(\omega_0^2 - \omega^2)^{-1}$ gegenüber der Rayleighstreuung unterdrückt, weil es sich um einen Zweiphotonprozeß handelt.

$$\begin{aligned}\dot{T}_{long} &= \frac{4}{3} \frac{E_{recoil}}{k_B} \Gamma_{Rayleigh} \\ \dot{T}_{trans} &= \frac{1}{3} \frac{E_{recoil}}{k_B} \Gamma_{Rayleigh}\end{aligned}\quad (2.32)$$

Die Rückstoßenergie beträgt etwa $E_{recoil} = 0.25 \mu K \cdot k_B$ für Nd:YAG, was geringer als die Falltiefe aber von der gleichen Größenordnung wie das chemische Potential ist. Während Verluste durch elastische Rayleighstreuung durch geeignete Wahl der Laserwellenlänge weitgehend unterdrückt werden können, treten für ultrakalte Atome in optischen Dipolfallen weitere Verlustmechanismen auf, die durch Kollisionen der Atome untereinander hervorgerufen werden. Allgemein lassen sich die Verluste durch eine Ratengleichung erfassen:

$$\frac{d}{dt} \frac{N(t)}{N} = -K_1 - K_2 \cdot n(\vec{r}, t) - K_3 \cdot n^2(\vec{r}, t). \quad (2.33)$$

Der Koeffizient K_1 enthält alle dichteunabhängigen Verluste, wie z. B. Kollisionen mit Restgasatomen in der Vakuumapparatur oder Streuung von Photonen. Da die Vakuumbedingungen zur Erzielung von Bose-Einstein-Kondensation bereits sehr hoch sind¹¹, stellt dies keine Limitation für Experimente in optischen Fallen dar. Der zur Dichte proportionale Term $-K_2 \cdot n(\vec{r}, t)$ beschreibt Verluste durch binäre Kollisionen. Wie in Kapitel 2.1.2 erwähnt, können in binären Kollisionen keine Moleküle gebildet werden, weil Energie- und Impulserhaltung verletzt wären. Der dominante Verlustmechanismus hier sind Hyperfeinzustandsänderungen durch die Kollision. Befinden sich die Atome nicht im absoluten Hyperfeingrundzustand, kann dabei die (relativ große) Hyperfeinenergie freigesetzt werden. Für Atome im Bose-Einstein-Kondensat ist dieser Prozeß vollständig unterdrückt, weil sie sich im Hyperfeingrundzustand befinden. Sowohl für Bose-Einstein-Kondensate in Magnetfallen [49] als auch in optischen Fallen [9] wurde kein signifikanter Fallenverlust durch Spinrelaxation gefunden. Dipolare Relaxation, bei der sich nicht nur der Spin-, sondern auch der Bahndrehimpuls ändert, ist üblicherweise um zwei Größenordnungen kleiner als Spinrelaxation.

Dreikörperrekombination, die durch den Koeffizienten K_3 beschrieben wird, stellt jedoch in der Tat eine starke Limitation für Experimente mit Bose-Einstein-Kondensaten in rotverstimmten optischen Fallen dar. Bei diesem Prozeß kollidieren drei Atome miteinander und formen ein Dimer, und das dritte Atom übernimmt überschüssige Energie und Impuls. Für Natrium beträgt $K_3 = (1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-30} \text{cm}^6 \text{s}^{-1}$ (s. o.) und somit ist die Lebensdauer für Dichten über 10^{15}cm^{-3} stark verkürzt. Wir haben in Experimenten mit einem engen Fokus ($\omega_0 = 7 \mu\text{m}$) und einer Falltiefe von $5 \mu\text{K}$ 90% der Atome in den ersten 200 ms verloren. Für die in dieser Arbeit betrachteten blauverstimmten Potentiale, die zusätzlich zu einer Magnetfalle und nicht als eigenständige Fallen verwendet werden, ist die Dreikörperrekombination in erster Näherung gleich derjenigen in Magnetfallen. Typische Dichten dort sind wenige 10^{14}cm^{-3} und somit treten keine nennenswerten Dreikörperverluste auf.

Wegen ihrer geringen Potentialtiefe besitzen rotverstimmte optische Dipolfallen eine 'eingebaute' evaporative Kühlung, was ebenfalls zu Fallenverlusten führt, aber ein Aufheizen der

¹¹Die evaporative Kühlung zum Kondensat dauert etwa 20 Sekunden, das heißt, daß die Lebensdauer $\tau = \frac{1}{K_1}$ mindestens von der gleichen Größenordnung sein muß. In unserem Experiment beträgt τ etwa 1 Minute bei einem Vakuum von $\leq 2 \cdot 10^{-11}$ torr.

Probe verhindert. Da jedoch wegen der hohen Fallenfrequenzen ($\nu_\rho \simeq 1 \text{ kHz}$, $\nu_z \simeq 30 \text{ Hz}$) die Anzahl der nicht kondensierten Atome (Gleichung 2.6):

$$N - N_0 \simeq \left(\frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 \quad (2.34)$$

sehr gering ist ($\frac{N-N_0}{N} \leq 1\%$), ist dieser Verlust für gespeicherte Bose-Einstein-Kondensate nicht relevant.

Über die 'physikalischen' Verlustmechanismen hinaus können auch noch technische Unzulänglichkeiten zur Aufheizung der Probe führen [50]. Fluktuiert die Laserintensität mit Frequenz ν_I , so führt dies zu einer Fluktuation der Stärke des Dipolpotentials. Dieser parametrisch getriebene Oszillator hat eine Resonanz bei $\nu_I = 2\nu_{\text{Falle}}$, wobei ν_{Falle} sowohl ν_ρ als auch ν_z sein kann. Damit verbunden ist ein exponentielles Anwachsen der Energie

$$\langle \dot{E} \rangle = \Gamma_I \cdot \langle E \rangle \quad (2.35)$$

mit

$$\Gamma_I = \frac{1}{\tau_I} = \pi^2 \nu_{\text{Falle}}^2 S_I(2\nu_{\text{Falle}}), \quad (2.36)$$

wobei $S_I(\nu)$ das Leistungsspektrum der Intensitätsschwankung ist. Man kann $S_I(\nu) \simeq \frac{\epsilon^2}{\Delta\nu}$ abschätzen, wobei ϵ die relative RMS-Intensitätsfluktuation und $\Delta\nu$ die Bandbreite sind. Wir haben für eine rotverstimmte Dipolfalle mit $\nu_\rho \simeq 1 \text{ kHz}$, $\nu_z \simeq 30 \text{ Hz}$ die relativen Intensitätsschwankungen mittels einer Photodiode und eines Bandpaßfilters gemessen und erhalten für τ_I :

$$\tau_I(1 \text{ kHz}) = (27 \pm 2) \text{ s}$$

$$\tau_I(30 \text{ Hz}) = (26 \pm 0.7) \text{ s}.$$

Positionsschwankungen des Laserstrahls mit einer Frequenz ν_x lassen sich im Bild eines klassischen getriebenen Oszillators verstehen und besitzen eine Resonanz bei $\nu_x = \nu_{\text{Falle}}$ und eine Heizrate:

$$\Gamma_x = \frac{1}{\tau_x} = \pi^2 \nu_{\text{Falle}}^2 \frac{S_x(\nu_{\text{Falle}})}{\langle \Delta x^2 \rangle}. \quad (2.37)$$

$S_x(\nu)$ wurde nicht experimentell bestimmt. Diese beiden Mechanismen sind unabhängig von der verwendeten Wellenlänge und treffen somit sowohl für rot- als auch für blauverstimmte Potentiale zu.

2.3 Zeitgemittelte Potentiale

Die Fallenfrequenzen (Gleichung 2.28) stellen die typische Zeitskala dar, mit der das Kondensat auf äußere Einflüsse reagiert. Allen Vorgängen, die viel langsamer ablaufen, kann das Kondensat adiabatisch folgen und bei allen Vorgängen, die viel schneller ablaufen, sieht das Kondensat

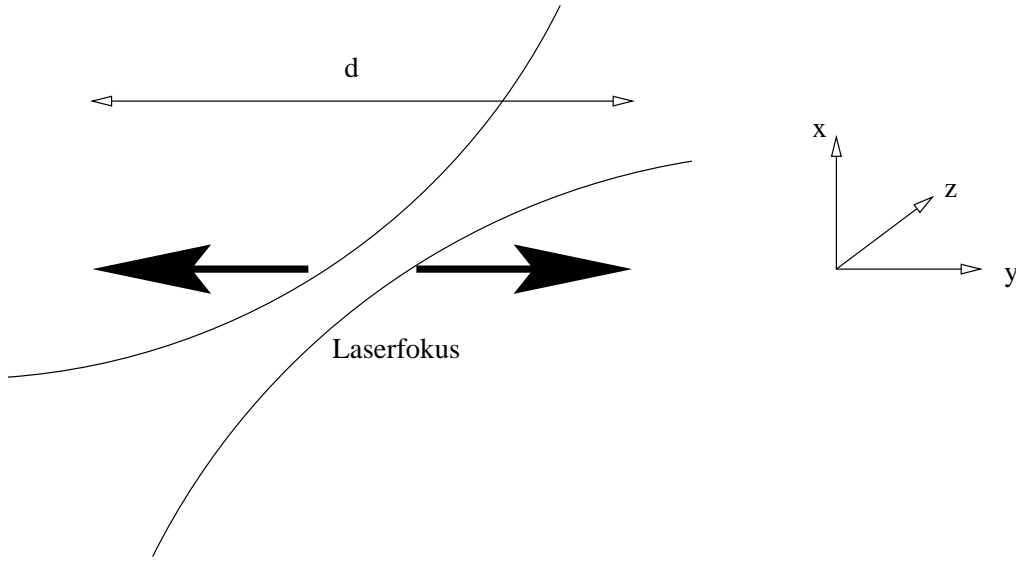


Abbildung 2.3: Schema eines Laserstrahls, der in einer horizontalen Linie mit Breite d hin- und herbewegt wird.

nur ein effektives zeitgemittelttes Potential. Von diesem Verhalten wird zum Beispiel beim Anschalten der rotverstimmten Dipolfalle Gebrauch gemacht: Nachdem sich das Kondensat in der Magnetfalle (typische Fallenfrequenzen: $\nu_\rho \simeq 90 \text{ Hz}$, $\nu_z \simeq 25 \text{ Hz}$) gebildet hat, wird der Infrarotlaser langsam (über 100 ms) eingeschaltet. Dabei geht der alte Grundzustand adiabatisch in den neuen Grundzustand des kombinierten Systems über. Nach schnellem Abschalten der Magnetfalle verbleibt das Kondensat in der optischen Falle. Ein Transfer von 80% der Atome in die optische Falle wurde beobachtet [9] und konnte auch mit unserem Aufbau erzielt werden. Der umgekehrte Effekt tritt auf, wenn man mit dem Laserstrahl sehr schnell einen bestimmten Raumbereich absannt. Ist die Frequenz des Scans viel größer als die Fallenfrequenz, so sehen die Atome das Potential gemittelt über viele Zyklen des Scans. Durch gleichzeitige Modulation der Intensität des Lasers kann eine Vielzahl von (auch zeitabhängigen) Potentialgeometrien erzeugt werden. Die Frequenz des Scans muß jedoch so gewählt sein, daß keine Aufheizung der Probe erzeugt wird. Wählt man gleichzeitig die Intensität des rotverstimmten Lasers so gering, daß Atome nicht im Potentialminimum gespeichert werden können, oder verwendet man einen blauverstimmten Laser, kann man mit optischen Potentialen zeitliche und räumliche Modifikationen zu Magnetfallenpotentialen erzielen.

Für Experimente, bei denen der Laserstrahl in einer gleichförmigen Linie mit Weite d bewegt wird (siehe Abbildung 2.3), kann man die Potentialtiefe berechnen:

$$U^*(x = 0, y = 0, z = 0) = -\frac{U_o}{\delta} \int_{-d/2}^{d/2} \exp\left(-\frac{2\tilde{y}^2}{w_0^2}\right) d\tilde{y}. \quad (2.38)$$

Unter der Annahme, daß die Scanbreite viel größer ist als die Strahlweite w_0 , kann man die Näherung

$$U^*(x = 0, y = 0, z = 0) \simeq -\frac{U_o}{d} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{2\tilde{y}^2}{w_0^2}\right) d\tilde{y} = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} U_o \frac{w_0}{d} \quad (2.39)$$

durchführen. Dabei ist U_0 das Potential des Laserstrahls, wenn er nicht bewegt werden würde.

Die Superposition von Gauß-Funktionen gibt wiederum eine Gauß-Funktion und man erhält für die $1/e^2$ -Radien:

$$w_{0,x} = w_0 \quad (2.40)$$

$$w_{0,y} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} d .$$

Die zweite Gleichung folgt aus dem Vergleich zwischen dem gescannten Laserstrahl 2.39 und einem herkömmlichen anisotropen Gauß-Profil:

$$\frac{U_0}{d} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{2\tilde{y}^2}{w_y^2}\right) d\tilde{y} = U_0 \int \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-2\left(\frac{x^2}{w_{0,x}^2} + \frac{y^2}{w_{0,y}^2}\right)\right) dx dy . \quad (2.41)$$

Nähert man das durch den gescannten Laserstrahl hervorgerufene Potential in Analogie zu Gleichung 2.28 durch ein anisotropes dreidimensionales Oszillatorpotential an, so erhält man

$$U(x, y, z) = -U_0^* \left[1 - \frac{m}{2} \omega_x^2 x^2 - \frac{m}{2} \omega_y^2 y^2 - \frac{m}{2} \omega_z^2 z^2 \right] . \quad (2.42)$$

Für andere Scangeometrien lassen sich ähnliche Überlegungen anstellen. Wir haben jedoch ausschließlich Liniengeometrien und Konfigurationen mit mehreren einzelnen Laserpunkten verwendet.

Kapitel 3

Experimentelle Realisierung

3.1 Optik

Die präzise Kontrolle von Laserstrahlen und die Möglichkeit mit ihnen beliebige Muster zu zeichnen, ist technologisch seit langem beherrschbar. Laserdrucker und Lasershows sind nur zwei von vielen Beispielen. Zur schnellen und exakten Ablenkung von Laserstrahlen bieten sich zwei grundlegend verschiedene Effekte an. Der akusto-optische Effekt, dem die Wechselwirkung von Licht mit einer Schallwelle in einem Kristall zugrunde liegt, und der elektro-optische Effekt, bei dem der Brechungsindex durch ein elektrisches Feld verändert wird [51]. Mechanische Elemente wie piezo- oder galvogetriebene Spiegel wurden für diese Arbeit nicht in Betracht gezogen, weil die erforderlichen Scanfrequenzen (10 - 100 kHz) zu hoch sind und außerdem jegliche Vibration bei ungewollten Frequenzen unterdrückt sein muss, um eine Aufheizung der Probe zu verhindern.

Wir haben uns für die Verwendung eines akusto-optischen Deflektors entschieden. In der Regel sind akusto-optische Kristalle unempfindlicher in ihrer Handhabung als elektro-optische Kristalle (insbesondere in Punkten wie Zerstörung durch zu hohe Laserleistung oder zu hohe Leistung des Treibers). Es erschien uns auch einfacher, einen schnell modulierbaren Treiber für Radiofrequenzen um 25 MHz und Leistungen um 1 W zu bauen, als einen entsprechenden Hochspannungstreiber (bis zu einigen kV), den die elektro-optischen Deflektoren erfordern. Gemäß der Herstellerangaben [52] liegt der Ablenkungswinkel bei $1.5\mu\text{rad}/V$ für den elektro-optischen Deflektor, während für den akusto-optischen Deflektor die Ablenkung bei $2.5\text{mrad}/\text{MHz}$ liegt [53]. Intrinsischer Vorteil eines elektro-optischen Deflektors ist die (im Prinzip) schnellere Zugriffszeit. Die Störung des Brechungsindex, die die Ablenkung des Strahls bewirkt, breitet sich mit Lichtgeschwindigkeit statt mit Schallgeschwindigkeit aus. Diesem Effekt steht jedoch die endliche elektrische Kapazität (etwa 100 pF) des Gerätes entgegen, so daß die erzielten Zugriffszeiten maximal eine Größenordnung besser sind¹ als für akusto-optische Kristalle (üblicherweise Mikrosekunden).

¹Die Zugriffszeit für elektro-optische Deflektoren ist treiber- und ablenkungswinkelabhängig. Die von conoptics Inc. empfohlenen Treiber für die elektro-optischen Deflektoren besitzen 80 ns Zugriffszeit für $\pm 200V$ (Modell 301) bzw. $2.5\mu\text{s}$ für $\pm 400V$ (Modell 302) [52].

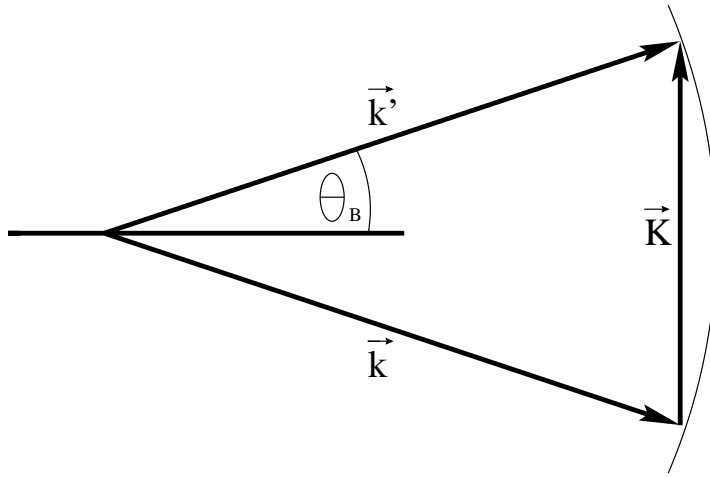


Abbildung 3.1: Bragg-Streuung

3.1.1 Grundlagen von akusto-optischen Deflektoren

Die Funktionsweise eines akusto-optischen Deflektors kann in einem anschaulichen Bild als Bragg-Streuung von Photonen mit Wellenzahl \vec{k} und Frequenz $\omega = |\vec{k}| \cdot c_0/n$ und Phononen in einem Kristall mit Wellenzahl \vec{K} und Frequenz $\Omega = |\vec{K}| \cdot v_s$ beschrieben werden². Darin ist c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, n der Brechungsindex des Mediums und v_s die Schallgeschwindigkeit. Die gestreuten Photonen erfahren eine Ablenkung und eine Frequenzverschiebung.

Wegen Energie- und Impulserhaltung folgt für das gestreute Photon:

$$\omega' = \omega + \Omega \quad (3.1)$$

$$\vec{k}' = \vec{k} + \vec{K} .$$

Unter der Annahme, daß $\Omega \ll \omega$, was sehr gut erfüllt ist, da die optischen Frequenzen etwa sieben Größenordnungen höher liegen als die akustischen, kann man aus Abbildung 3.1 die Bedingung für Bragg-Streuung ablesen:

$$\sin \theta_B = \frac{|\vec{K}|}{2|\vec{k}|} . \quad (3.2)$$

Die Anregung einer Schallwelle in einem Kristall erfolgt durch piezoelektrische Elemente, die mit der entsprechenden Radiofrequenz betrieben werden. Um die Abhängigkeit der Deflektion von Größen wie Schallfrequenz und-intensität zu verstehen, kann man eine ebene akustische Welle betrachten, die durch einen Kristall läuft. Die Atome werden von ihren Gleichgewichtspositionen wegbewegt. In der Näherung kleiner Amplituden (harmonische Näherung) erhält man als relative (d. h. dimensionslose) Entfernung der Atome aus der Gleichgewichtslage

$$s(x, t) = S_0 \cos(\Omega t - Kx) . \quad (3.3)$$

²Zur Beschreibung der Wirkungsweise eines akusto-optischen Deflektors gibt es noch alternative, aber gleichwertigen Modelle, die in der Literatur gefunden werden können.

Nimmt man an, daß die gesamte Energie der einlaufenden Schallwelle in Schwingungsenergie der Atome umgesetzt wird, so erhält man eine Beziehung zwischen der Intensität I der Schallwelle, der Massendichte des Mediums ρ , der Schallgeschwindigkeit v_s und S_0 :

$$I = \frac{1}{2} \rho v_s^3 S_0^2 . \quad (3.4)$$

Der photoelastische Effekt [51] beschreibt die Änderung des Brechungsindex als Funktion von n und $s(x,t)$:

$$\Delta n(x, t) = -\frac{1}{2} \wp n^3 s(x, t) = -\Delta n_0 \cos(\Omega t - Kx) , \quad (3.5)$$

wobei \wp die photoelastische Konstante ist. Δn_0 läßt sich ausdrücken durch

$$\Delta n_0 = \sqrt{\frac{1}{2} M \cdot I} , \quad (3.6)$$

worin $M = \frac{\wp^2 n^6}{\rho v_s^3}$ ein Maß für die Stärke des Effektes in einem bestimmten Material ist. Um das Problem der Wechselwirkung einer einlaufenden Lichtwelle mit einem räumlich und zeitlich veränderlichen Brechungsindex zu lösen, hilft die Annahme, daß $\Omega \ll \omega$ gilt. In guter Näherung sieht die Lichtwelle einen statischen Brechungsindex, der nur vom Ort abhängt. Die Lösung der entsprechenden Gleichungen [54] ergibt für die Effizienz in erster Ordnung Bragg-Streuung

$$\eta = \sin^2 \sqrt{R} \quad (3.7)$$

mit $R = 2\pi^2 n^2 \frac{L^2 \Lambda^2}{\lambda^4} M I$, wobei L die Länge des Kristalls und Λ (bzw. λ) die akustische (bzw. optische) Wellenlänge ist. Man kann sehen, daß die Effizienz bei einem bestimmten Wert von R 'überrollt', d. h. die Effizienz wieder abnimmt. Über diesen Effekt hinaus spielen bei höheren Schallintensitäten auch Zwei- oder Mehrphononenprozesse eine wichtige Rolle, so daß Braggstreuung höherer Ordnung auftritt. Aus diesen Gründen kann der von Gleichung 3.7 vorausgesagte Maximalwert $\eta = 1$ nicht erreicht werden. Hinzu kommt die endliche Divergenz von Laser- und Schallwelle, so daß Photonen mit \vec{k} -Vektoren existieren, die die Bragg-Bedingung nicht erfüllen. Gute akusto-optische Kristalle können Werte bis zu $\eta = 95\%$ aufweisen. Standardmäßig ist $\eta = 80 - 90\%$. Akusto-optische Kristalle können zur Frequenzverschiebung (Gleichung 3.1) und Intensitätsmodulation (Gleichung 3.7) des einfallenden Lichtes verwendet werden. In diesem Zusammenhang werden sie als akusto-optische Modulatoren (AOM) bezeichnet. Kristalle, die vorwiegend zur Ablenkung von Laserstrahlen verwendet werden, werden als akusto-optische Deflektoren (AOD) bezeichnet und sollen im folgenden näher betrachtet werden.

Nimmt man an, daß der Einfallswinkel des Laserstrahls auf den Kristall konstant ist, so kann die Braggbedingung (Gleichung 3.2) nur für eine bestimmte Schallfrequenz erfüllt werden. Die Effizienz fällt bei Änderung von Ω ab wie [54]

$$\eta(\Omega) = \sin^2 \left(\sqrt{R(\Omega)} \right) = \sin^2 \left(\sqrt{R(\Omega_0)} \frac{\Omega}{\Omega_0} \frac{\sin \left(\frac{L}{2} \frac{\Omega - \Omega_0}{v_s} \right)}{\frac{L}{2} \frac{\Omega - \Omega_0}{v_s}} \right) . \quad (3.8)$$

Diese Limitation der Bandbreite $\Delta f = \Delta \Omega / 2\pi$ stellt eine Hürde für die Verwendung herkömmlicher akusto-optischer Modulatoren zur Ablenkung von Laserstrahlen dar. Die Anzahl N von

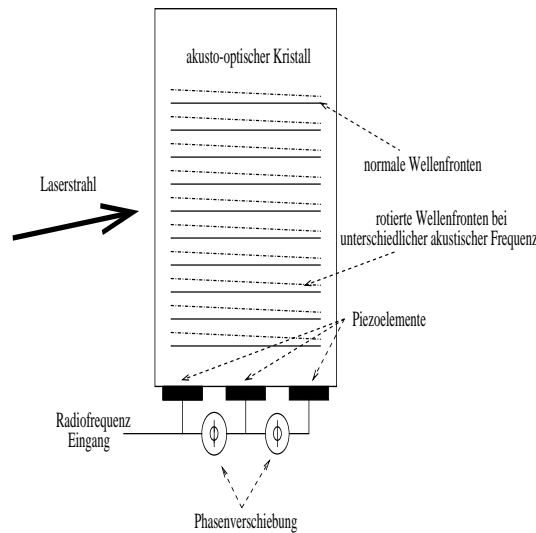


Abbildung 3.2: Ansteuerung des Deflektorkristalls mit Piezoelementen in verschiedener Phase um größere Bandbreite zu erzielen (schematisch).

Punkten, die ein Deflektor auflösen kann, ist gegeben durch den maximalen Ablenkungswinkel $\Delta\theta = \frac{\lambda\Delta f}{v_s}$ geteilt durch die Divergenz des Laserstrahles $\alpha = \frac{\lambda}{D}$, wobei D der Durchmesser des Laserstrahles ist:

$$N = \Delta f \cdot \frac{D}{v_s} = \Delta f \cdot \tau . \quad (3.9)$$

Dabei ist τ die Transitzeit der Schallwelle durch den Laserstrahl. Das maximale N tritt nur auf, wenn ein homogener Laserstrahl die gesamte aktive Fläche des Kristalls beleuchtet. In der Realität ist es geringer. Mit einem gaußförmigen Intensitätsprofil kann man etwa 85% des Maximalwertes erreichen.

Um die Braggbedingung für einen größeren Bereich von Schallfrequenzen und somit Ablenkungswinkeln zu erfüllen, muß man die akustischen Wellenfronten so rotieren, daß der Bragg-Winkel θ_B bei gegebenem Einfallswinkel des Lasers für verschiedene akustische Frequenzen erfüllt bleibt. Die Neigung der Wellenfronten kann erreicht werden, indem entlang des Kristalls verschiedene piezoelektrische Elemente mit unterschiedlicher Phase angesteuert werden [55], siehe Abbildung 3.2. Die dadurch erzielte höhere Bandbreite geht allerdings auf Kosten der maximalen Effizienz. Außerdem ist diese Methode nur für eine gegebene Wellenlänge, die beim Bau zugrunde gelegt wird, wirksam. Unser Deflektor ist für $\lambda = 1064 \text{ nm}$ optimiert, wenn er aber mit dem grünen Licht eines Argonionenlasers ($\lambda = 514 \text{ nm}$) verwendet wird, funktioniert diese Korrektur nicht und er arbeitet als ein herkömmlicher akusto-optischer Modulator. Gemäß 3.7 wird die maximale Effizienz für grünes Licht schon bei viel kleineren Schallintensitäten erreicht. Während im infraroten Bereich etwa 1 Watt Leistung erforderlich ist, reicht im grünen bereits 180 mW, um dieselbe Effizienz zu erzielen.

Einige Zahlenbeispiele:

- Ein typischer akusto-optischer Modulator mit $\Omega_0/2\pi = 80 \text{ MHz}$ besitzt eine Bandbreite von etwa 10 MHz. Der Kristall hat einen aktiven Durchmesser von einigen hundert Mikrometern. Normalerweise wird als Material Tellurdioxid mit einer Schallgeschwindigkeit

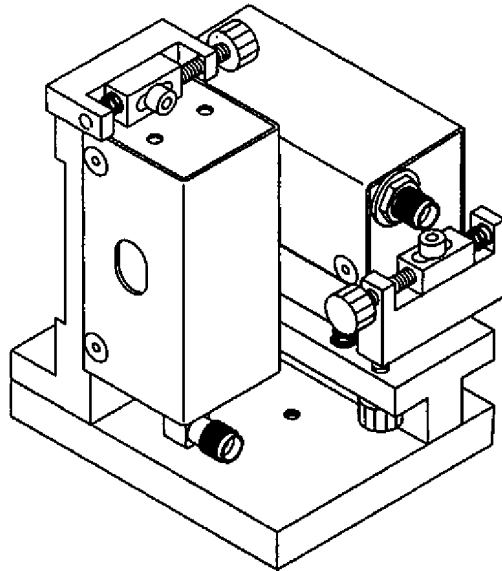


Abbildung 3.3: Der verwendete XY-Deflektor (aus [53])

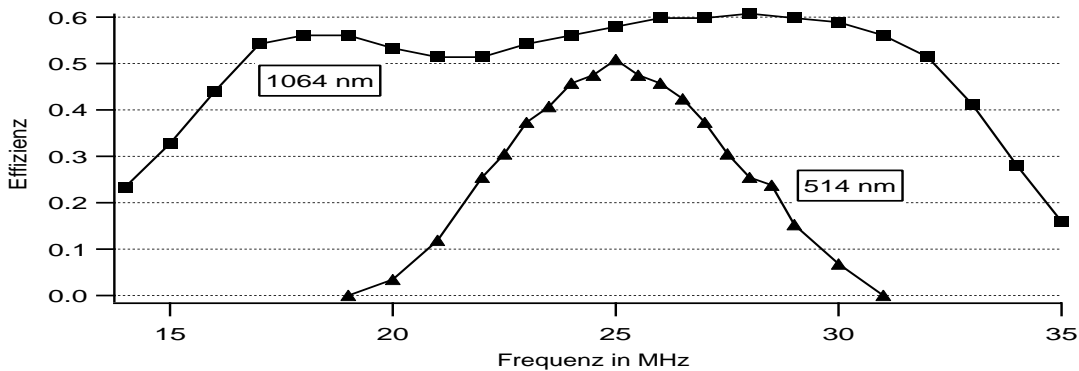


Abbildung 3.4: Effizienz des Deflektorpaars. Ein Deflektor ist konstant bei 25 MHz, der andere wird gescannt. Die verwendeten RF-Leistungen sind 1 W für Infrarot- und 180 mW für Argonionenlaserlicht.

$v_s = 4.2 \frac{mm}{\mu s}$ und $M = 35 \cdot 10^{-15} \frac{m^2}{W}$ verwendet. Daraus ergibt sich ein N von etwa 10 Punkten. Die Maximaleffizienz für $\lambda = 589 \text{ nm}$ liegt bei etwa 90% .

- Der von uns verwendete akusto-optische Deflektor (Intraaction DTD-274HA6) besitzt eine Zentralfrequenz von 25 MHz und eine Bandbreite von 15 MHz. Die aktive Fläche beträgt $4 \times 4 \text{ mm}^2$, und das Material ist ebenfalls Tellurioxid. Allerdings wird eine andere akustische Mode (langsame Schermode) angeregt, die eine Schallgeschwindigkeit von $v_s = 0.62 \frac{mm}{\mu s}$ besitzt und für die $M = 793 \cdot 10^{-15} \frac{m^2}{W}$ gilt. Damit ergeben sich $N = 97$ auflösbare Punkte - eine Größenordnung besser als der 80 MHz-Modulator.

Um eine Ablenkung des Laserstrahls in x- und y-Richtung zu erzielen, sind zwei identische Deflektoren mit orthogonaler Schallausbreitungsrichtung hintereinander gebaut (Abbildung 3.3). Der Hersteller spezifiziert eine kombinierte Effizienz von 50 – 55% über den gesamten Scannbereich [53], was mit unseren Ergebnissen übereinstimmt (Abbildung 3.4).

3.1.2 Optischer Aufbau

Der optische Aufbau (Abbildung 3.5) wurde im wesentlichen von zwei Randbedingungen beeinflusst. Erstens von der erzielbaren Weite des Fokus, der die Potentialtiefe mitbestimmt (Gleichung 2.28) und außerdem die Größenskala für die erzielbaren Störungen festlegt, und zweitens von der Forderung, daß eine Änderung im Ablenkungswinkel durch die Deflektoren zu einer Parallelverschiebung des Laserstrahls in der Falle führt.

Für Experimente mit Infrarotlicht wurde ein diodengepumpter Nd:YAG-Laser (CrystaLaser IRCL-400-1064S) der Wellenlänge $\lambda = 1064 \text{ nm}$ mit einer Leistung von 470 mW verwendet. Obwohl der Hersteller Betrieb in der TEM₀₀-Mode garantiert, waren im Strahlprofil Ringe zu sehen. Bei der Abbildung des Fokus auf eine CCD-Kamera konnte im Fokus eine nicht-gaußsche Intensitätsverteilung gesehen werden. Ebenso wurden beim Versuch der Speicherung von Atomen in dem Fokus des Lasers starke Verzerrungen in der Atomverteilung gefunden (siehe Abbildung 4.2). Aus diesem Grund entschieden wir uns, die Mode durch Verwendung einer Einmodenglasfaser zu filtern. Aus der Glasfaser erhalten wir ca. 200 mW Leistung. Das aus der Faser austretende Licht wird mit einem Achromaten ($f = 8 \text{ mm}$) kollimiert und die Strahlweite kann mittels eines Teleskops aus zwei Linsen justiert werden. Der Laserstrahl tritt dann mit einem Durchmesser von 1-2 mm in den akusto-optischen Deflektor ein.

Für blauverstimmte Potentiale wurde mittels einer einseitig vergüteten Glasplatte etwa 500 mW Leistung von einem Argonionenlaser (Coherent AR 100), der zum Pumpen eines Farbstofflasers verwendet wird, abgespalten. Da der Argonionenlaser auf mehreren Linien (vorwiegend 488 nm und 514 nm) emittiert, war eine Wellenlängenselektion erforderlich, die mit einem Quarzprisma vorgenommen wurde. Es verbleiben etwa 200 mW Leistung bei $\lambda = 514 \text{ nm}$. Die Mode des Argonionenlasers ist relativ gut³, so daß keine Glasfaser verwendet wurde.

Der Aufbau der Optik hinter dem Deflektor wurde so gewählt, daß die beiden Laserstrahlen je von einem Teleskop aus zwei Linsen mit 10:1 Vergrößerung ($f_1 = 100 \text{ mm}$, $f_2 \text{ bzw. } 4 = 1000 \text{ mm}$) vergrößert werden, ehe sie anschließend von einem Dublett in das Zentrum der Magnetfalle fokussiert werden. Die Frontlinsen L3 bzw. L5 besitzen die Brennweiten $f_3 = 145 \text{ mm}$ für IR- bzw. $f_5 = 150 \text{ mm}$ für Argonionenlaserlicht. Da der Argonionenlaserstrahl zusammen mit einem der sechs Fallenstrahlen der magneto-optischen Falle (MOT) in das Fallenzentrum geführt werden mußte, war f_5 festgelegt. Die Kombination dieser beiden Strahlen erfolgte durch Aufkleben eines $3 \times 3 \text{ mm}^2$ großen und 0.5 mm dünnen Aluminiumspiegels auf die Mitte einer vergüteten Glasplatte (Durchmesser 5 cm). Diese Platte wurde um 45° geneigt und 150 mm vor der Fokussierlinse L5 in den Strahlengang eingefügt, wo der Argonionenlaserstrahl kollimiert ist und einem Durchmesser von etwa 3 cm besitzt. Der MOT-Strahl wird auf den Spiegel fokussiert und so mit dem Argonionenstrahl kombiniert. Das dadurch entstandene 'Loch' im Argonionenlaserstrahlprofil hat sich als nicht störend herausgestellt. Der Aluminiumspiegel wird verwendet, um die zirkulare Polarisation des MOT-Strahls aufrecht zu erhalten. Versuche mit einem dichroischen Spiegel scheiterten an dem Problem, die zirkulare Polarisation zu bewahren. Der Infrarotlaserstrahl mußte hingegen mit dem horizontalen Absorptionsstrahl kombiniert werden, was hier mittels eines dichroischen Spiegels (99% Reflektivität für 1064 nm und 95% Transmission für 589 nm) erzielt wurde, da der Probstrahl linear polarisiert ist. Die Verwendung der Dubletts war notwendig, um sphärische Aberration bei einem Öffnungsverhältnis von $1/f = 8$ zu vermeiden. Um die Parallelverschiebung des Strahls in der Falle zu gewährleisten, muß sich die Linse L_1 genau eine Brennweite entfernt von dem Deflektor

³Die Ausgangsleistung des Farbstofflasers ist ein sensibles Maß für die Modenqualität des Argonlasers.

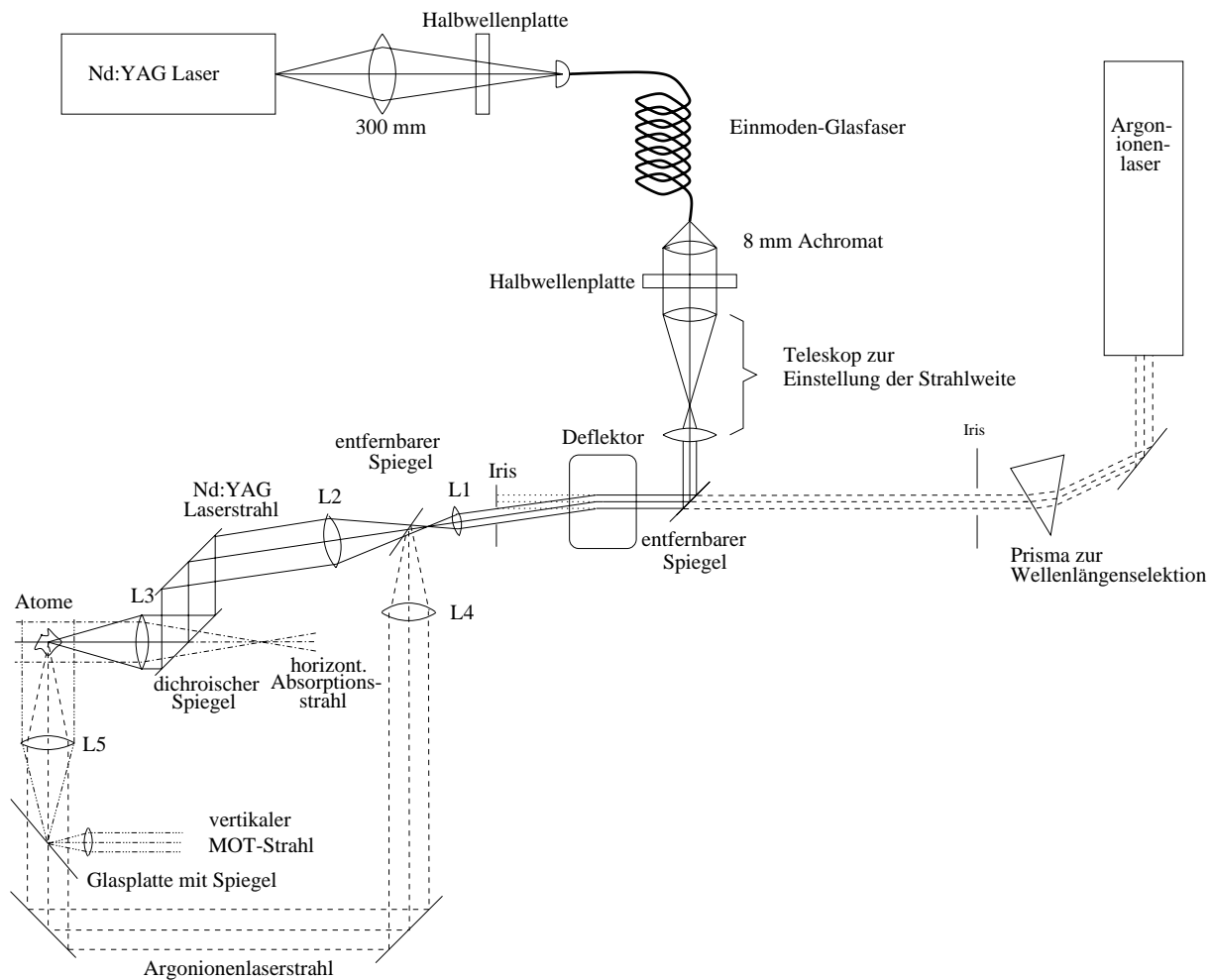


Abbildung 3.5: Schema des optischen Aufbaus.

befinden und L_2 und L_3 müssen $f_2 + f_3$ voneinander entfernt sein (analog für den anderen Strahlengang). Um Astigmatismus im Fokus zu vermeiden, wurden die Fokussierlinsen L_3 (für Nd:YAG) bzw. L_5 (für Argonionenlaser) je in eine Montierung gesetzt, die Rotation um zwei Achsen gestattet, so daß eventuell vorhandener Astigmatismus kompensiert werden kann.

Während im sichtbaren Spektralbereich übliche dielektrische Spiegel (Reflektivität $R > 99\%$, $\lambda = 488 - 690 \text{ nm}$) verwendet werden können, benutzen wir für Infrarotlicht goldbeschichtete Spiegel ($R \simeq 97\%$, $\lambda = 1064 \text{ nm}$).

3.2 Elektronik

Die den akusto-optischen Deflektor antreibende Elektronik wurde selbst entwickelt und gebaut. Gründe für dies waren ein besserer Zuschnitt auf die erwarteten Scananforderungen und der

hohe Preis der kommerziellen Einheit⁴. Im folgenden soll zunächst der Teil, der die Radiofrequenzen erzeugt, und anschließend die Treiberelektronik vorgestellt werden.

Wie in Abbildung 3.4 gezeigt, kann der Deflektor im Frequenzbereich von 17-32 MHz betrieben werden, wobei RF-Leistungen von bis zu 1 Watt pro Deflektor verwendet werden. Herzstück einer jeden RF-Schaltung ist der Oszillator, der die entsprechenden Frequenzen generiert. Wir verwenden spannungsgeregelte Oszillatoren (VCO, voltage controlled oscillator), die für eine angelegte Kontrollspannung eine bestimmte RF-Frequenz ausgeben. Um zusätzliche Regelungselemente zu vermeiden, sollte die VCO-Frequenz linear mit der Kontrollspannung skalieren und die Ausgangsleistung konstant über den benötigten Frequenzbereich sein. Um beide Kriterien zu erfüllen, wählten wir einen VCO, der nur über einen kleinen Bereich seiner Bandbreite gescannt wird. Deswegen verwenden wir je zwei VCOs (Minicircuits ZOS 300) pro Achse des Deflektors, einen der konstant bei 240 MHz betrieben wird, und einen, der bei 215 MHz um ± 8 MHz gescannt werden kann. Die beiden Signale werden in einem RF-Mixer (Minicircuits ZAD-1) gemischt und die Differenzfrequenz genutzt. Für den anderen Kanal wird ein zusätzlicher VCO benötigt, dessen Differenzfrequenz zu demselben 240-MHz-VCO genutzt wird. Beide Kanäle können durch je einen variablen Abschwächer (Minicircuits ZAS-1B) intensitätsmoduliert werden, ehe sie durch Vorverstärker (Minicircuits ZFL-500) und Endverstärker (Minicircuits ZHL-300) verstärkt werden. Ein Schema der RF-Elektronik findet sich in Abbildung 3.6.

Der Deflektor wird im Experiment von vier Kanälen (zwei für Frequenz- und zwei für Intensitätsansteuerung) einer Analogkarte (National Instruments PCI 6713) in einem Computer kontrolliert. Der Zugriff auf die Karte und deren Steuerung erfolgt mit Hilfe eines von C. Kuklewicz entwickelten Programms. Als Bindeglied zwischen der Analogkarte und der RF-Elektronik ist zusätzliche Elektronik erforderlich. Der VCO erfordert eine Eingangsspannung von etwa 9.6 V für 215 MHz und besitzt eine Proportionalitätskonstante von 11 MHz/V. Dem gegenüber stehen die maximalen Ausgangsspannungen der Karte von -10 bis +10 V mit einer Auflösung von 12 Bit. Mit Hilfe eines Operationsverstärkers wird das Computersignal durch 4 geteilt und zu ihm eine konstante Spannung (9.6 V) addiert. Dadurch wird eine größere Auflösung erzielt. Während die verwendeten VCOs in ihrem linearen Verhalten gleich waren, unterschieden sie sich in ihrer absoluten Kalibration um etwa 5%, so daß eine zusätzliche Feinabstimmung der Offsetspannung erforderlich war.

Außerdem zeigte sich beim Scannen einer horizontalen Linie und Abbildung auf die Kamera eine Neigung von etwa 5 Grad, was auf den optischen Aufbau zurückgeführt wurde. Aus diesem Grund wurde eine zusätzliche Kompensation für die Rotation implementiert, die die X- und Y-Ablenkung nach dem Schema

$$x' = \alpha \cdot x + \beta \cdot y \quad (3.10)$$

$$y' = \alpha \cdot y - \beta \cdot x$$

koppelt, wobei α und β durch Potentiometer gewählt werden können. War die Kompensation einmal durchgeführt, zeigte sie sich über Tage stabil. Die Frequenzstabilität der gesamten Schaltung betrug nach einer Aufwärmzeit von 15 Minuten etwa 10 kHz.

⁴Der Preis des von Intraaction Corp. empfohlenen Treibers (DVE 4010D9) und RF-Verstärkers (DPA-502) für XY-Betrieb des Scanners liegt bei ca. \$7000. —.

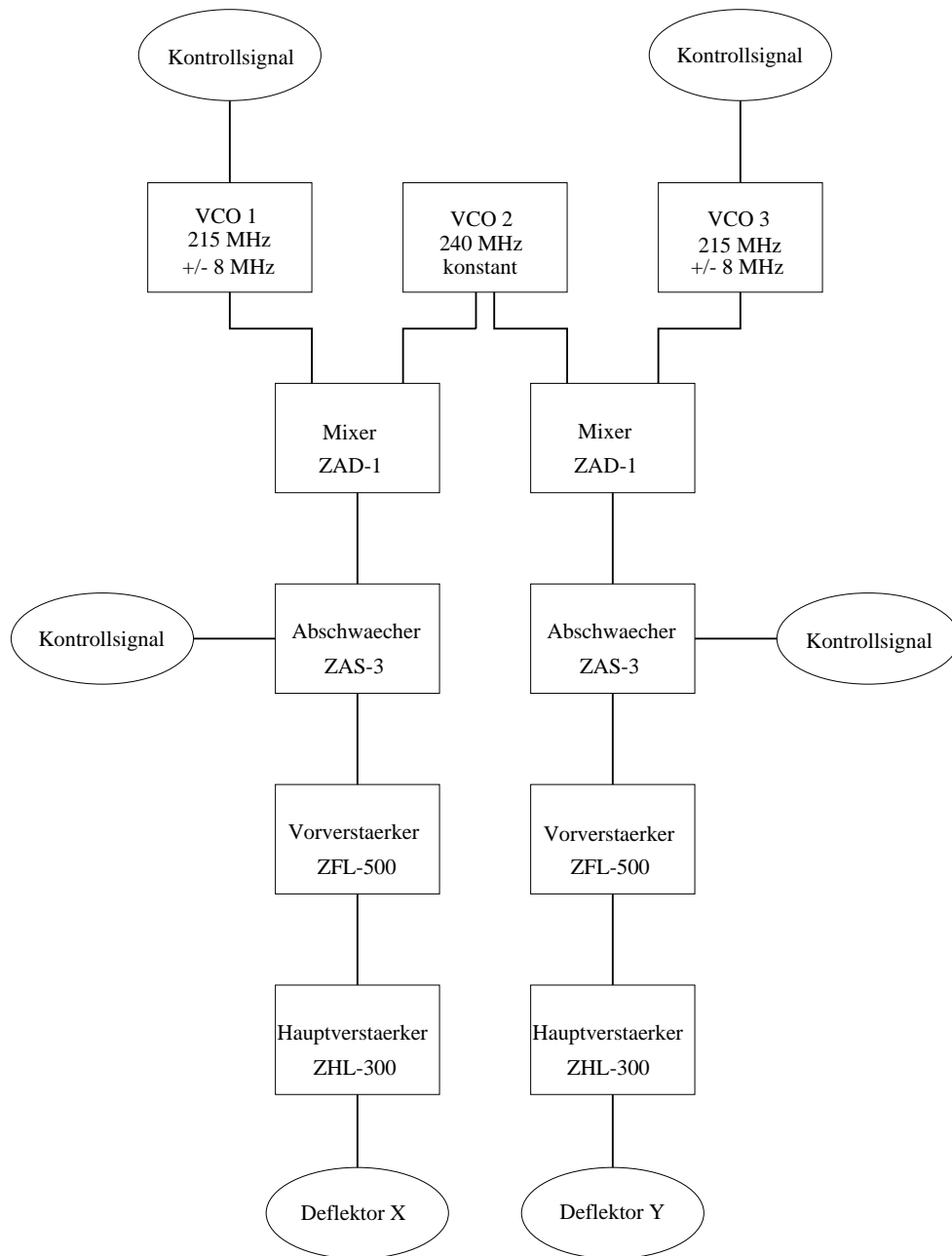


Abbildung 3.6: Schema der RF-Elektronik

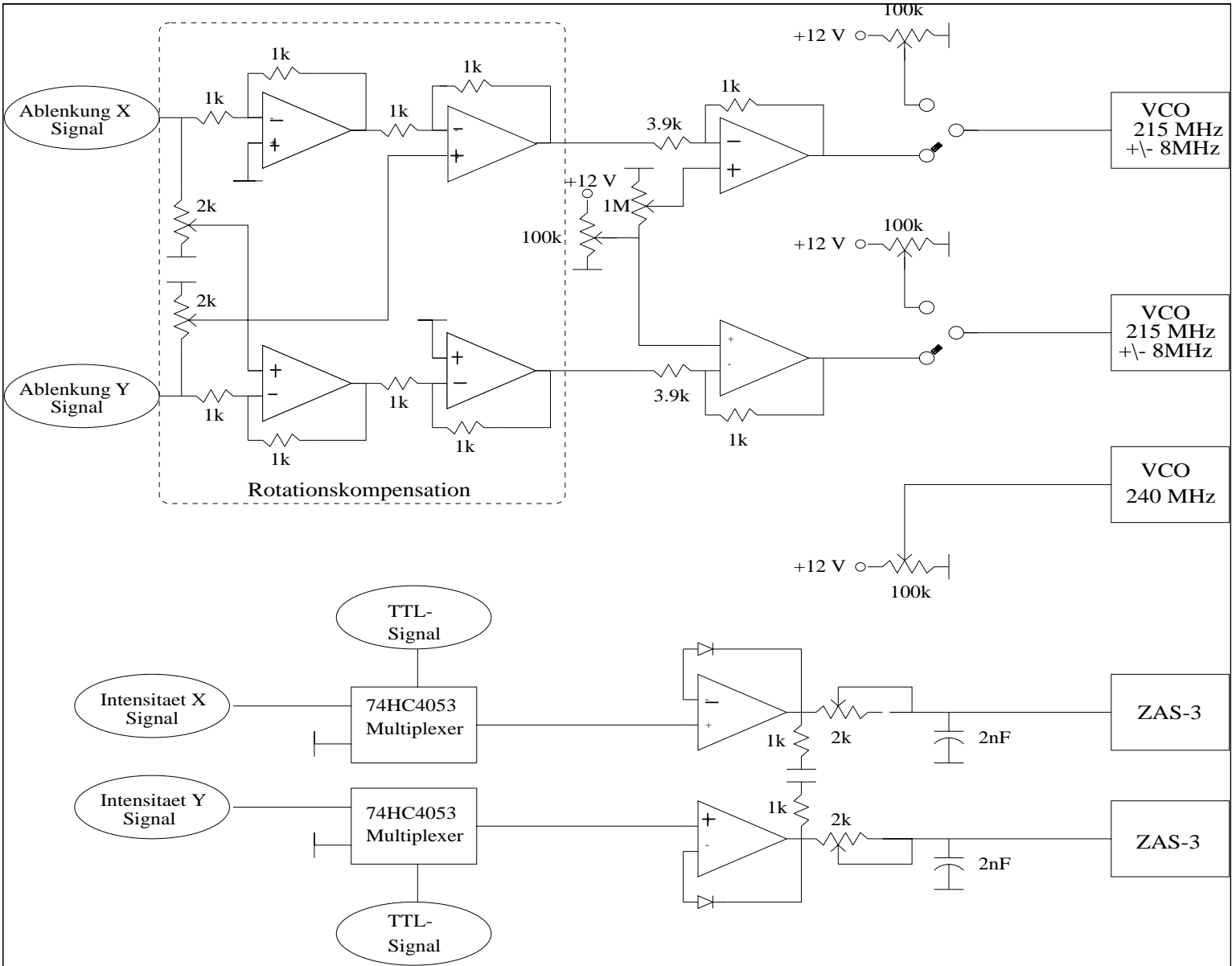


Abbildung 3.7: Schema der Elektronik

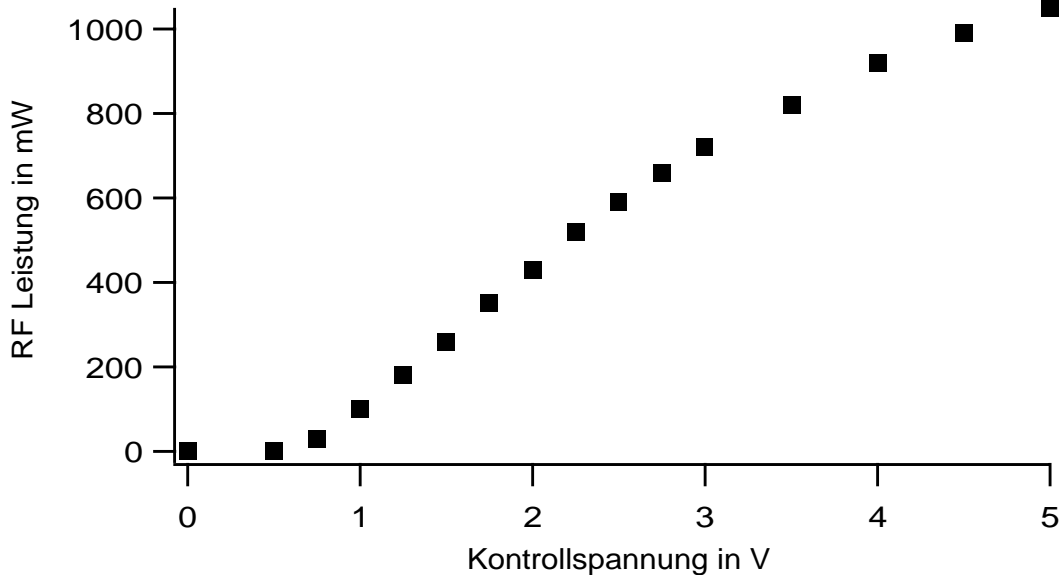


Abbildung 3.8: Ausgangsleistung des RF-Verstärkers als Funktion der Kontrollspannung. Durch Verwendung geeigneter Abschwächer zwischen den einzelnen Komponenten (um Sättigungseffekte zu vermeiden) konnte ein recht lineares Verhalten erzielt werden.

Ein Problem stellten zunächst Fluktuationen mit einer Frequenz von 60 Hz dar, die von schleifenförmigen Nullleitern in der Schaltung aufgenommen wurden. Da sich das Schleifenbilden in der Schaltung wegen der ungünstigen Konstruktion⁵ der kommerziellen RF-Komponenten nicht vermeiden ließ, wurden die Spannungsquellen in einem separaten Gehäuse untergebracht und das Gehäuse der RF-Komponenten, in dem sich nur noch Gleichstrombauelemente befinden, gegen elektromagnetische Wellen abgeschirmt. Dadurch ist eine weitgehende Unterdrückung des 60 Hz -Rauschens gelungen.

Die Elektronik und die Analogkarte sind für hohe Scanraten ausgelegt. Die Ausgaberate der Analogkarte liegt bei $1\ \mu\text{s}^{-1}$ (1 MSample/s), die Elektronik ließ sich bis zu 500 kSample/s betreiben und ist damit genau so schnell wie die Zeitkonstante des Deflektors (Gleichung 3.9). Der Engpaß in der Erzielung hoher Scanraten ist zur Zeit der VCO, dessen Modulationsbandbreite (3 dB) bei 100 kHz liegt. Alle VCO der Firma Minicircuits, die in einem RF-geschützten und mit SMA-Steckern versehenen Gehäuse montiert sind, besitzen diese Modulationsbandbreite. Lediglich oberflächenmontierte Bauelemente weisen Modulationsbandbreiten bis zu 2 MHz auf. Hier besteht noch Raum für technologische Verbesserungen des RF-Aufbaus. Die Limitation durch die Bandbreite kann in Abbildung 3.9 gesehen werden.

⁵Die RF-Komponenten besitzen denselben Nullleiter für RF-Signal und Leistungsaufnahme. Durch die gemeinsame Benutzung eines VCO für beide Kanäle, was aus Gründen der relativen Frequenzstabilität sinnvoll ist, und die Tatsache, daß der Nullleiter für beide Kanäle am akusto-optischen Deflektor zusammengeführt wird, ergibt sich selbst bei Verwendung von je einer Spannungsquelle pro RF-Komponente eine Nullleiterschleife.

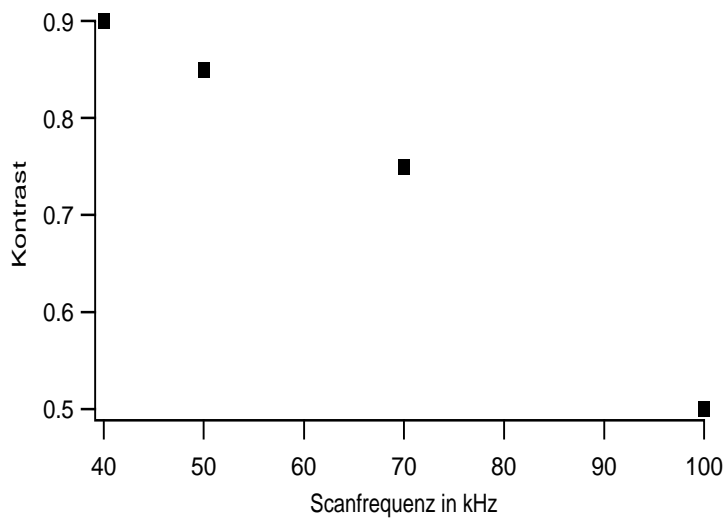


Abbildung 3.9: Kontrast eines Scans, in dem lediglich zwei Punkte im Abstand von $x_1 - x_2 = 100 \mu m$ gesetzt werden, als Funktion der Scanfrequenz. Der Durchmesser des Laserstrahlfokus betrug $7.5 \mu m$ ($\lambda = 1064 nm$). Kontrast ist definiert als $K = 1 - \frac{I(\frac{x_1+x_2}{2})}{\frac{I(x_1)+I(x_2)}{2}}$, wobei x_1 bzw. x_2 die Positionen und $I(x_1)$ bzw. $I(x_2)$ die Intensitäten der gescannten Punkte sind. Die Punkte wurden auf eine CCD-Kamera abgebildet und dort die Intensitäten gemessen.

Kapitel 4

Durchgeführte Experimente

4.1 Speicherung von Bose-Einstein-Kondensaten in zeitgemittelten optischen Dipolfallen

Bose-Einstein-Kondensate in rein optischen Fallen zu speichern, weist Vorteile gegenüber der Speicherung in Magnetfallen auf. Hierzu gehört die Speicherbarkeit aller Hyperfeinniveaus. Aus Abbildung 2.2 sieht man, daß im Magnetfeldminimum einer Ioffe-Pritchard-Falle von den magnetischen Unterniveaus des $^2S_{1/2}$, $F = 1$ Zustandes lediglich der Zustand $m_F = -1$ gespeichert werden kann, nicht jedoch der absolute Grundzustand $m_F = 1$ und der $m_F = 0$ -Zustand. Für Präzisionsmessungen werden $m_F = 0$ Zustände bevorzugt, weil sie nicht an eventuell vorhandene Streumagnetfelder koppeln. Dies ist in optischen Fallen möglich. Während Bose-Einstein-Kondensation in rein optischen Fallen bislang noch nicht erzielt wurde, konnten in Magnetfallen hergestellte Kondensate in optische Fallen transferiert [9] werden, bzw. ultrakalte Atome in einer Magnetfalle durch adiabatisches Anschalten eines rotverstimmten Lasers zur Kondensation gebracht werden [10]. In rein optischen Fallen wurden Feshbachresonanzen [11, 15], die zeitliche Entwicklung der Kondensation [12] und Kondensate mit verschiedenen Spinkomponenten [13, 14, 16] untersucht. Die hier erstmals vorgestellte Zeitmittelung des Fallenpotentials bietet über die allgemeinen Vorteile optischen Fallen hinaus die Möglichkeit, verschiedene Fallengeometrien zu untersuchen.

In diesem Kapitel werden zunächst einzelne optische Dipolfallen betrachtet und deren Lebensdauer untersucht. Darüberhinaus werden gefundene Heizmechanismen in zeitgemittelten optischen Dipolfallen dargestellt und schließlich die rein optische Speicherung in Fallen verschiedener Geometrie demonstriert.

4.1.1 Beschreibung des Experiments

Um die in Kapitel 2.2 hergeleiteten optischen Potentiale mit dem Experiment in Verbindung zu bringen, kann man sie in geeignete Einheiten bringen. Das Fallenpotential $U_0 = U(\rho = 0, z = 0)$ sowie die Fallenfrequenzen ν_ρ und ν_z des Oszillatorpotentials (Gleichung 2.28) in Abhängigkeit von Laserleistung P und Weite des Fokus w_0 lauten:

$$\frac{U_0}{k_B} = 0.73 \mu K \cdot \frac{P}{mW} \cdot \left(\frac{7 \mu m}{w_0} \right)^2$$

$$\nu_\rho = 850 \text{ Hz} \cdot \sqrt{\frac{U_0}{k_B \cdot 1 \mu\text{K}}} \cdot \frac{7 \mu\text{m}}{w_0} \quad (4.1)$$

$$\nu_z = \frac{\nu_\rho}{30} \frac{7 \mu\text{m}}{w_0} .$$

Darin ist k_B die Boltzmann-Konstante, und den numerischen Werten wurde die im Experiment verwendete Wellenlänge $\lambda = 1064 \text{ nm}$ des Nd:YAG-Lasers zugrunde gelegt. Der charakteristische Wert $w_0 = 7 \mu\text{m}$ ist der kleinste Fokus, den wir erzielt haben. An diesen Gleichungen kann man ersehen, daß bereits wenige Milliwatt Leistung zur optischen Speicherung von Bose-Einstein-Kondensaten ausreichen. Dies wurde erstmals mit geringfügig anderen Parametern in [9] demonstriert.

Der Infrarotlaserstrahl verläuft entlang der Symmetrieachse des zigarrenförmigen Kondensats. Entlang der gleichen Achse ist das horizontale Abbildungssystem orientiert, mit dessen Hilfe der Infrarotstrahl dem Kondensat überlagert wird. Die Position des Kondensats in der Magnetfalle wird durch ein Absorptionsbild (Abbildung 4.1a) ermittelt. Anschließend wird der Fokus des Infrarotlaserstrahls auf die Kamera abgebildet (Abbildung 4.1b) und so justiert, daß seine Position mit der Kondensatposition übereinstimmt. Dies muß mit ausreichender Genauigkeit durchgeführt werden, so daß Laserstrahl (Durchmesser $7 \mu\text{m}$) und Kondensat (radiale Ausdehnung ca. $40 \mu\text{m}$) überlappen. Die Justage des Fokus entlang der Ausbreitungsrichtung muß ebenfalls durchgeführt werden, wozu die Fokussierlinse (L5 in Abbildung 3.5) auf einem Verschiebetisch mit Mikrometerschraube sitzt. Typischerweise ist die Rayleigh-Länge des Fokus $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} > 150 \mu\text{m}$ deutlich länger als das Kondensat, so daß sich diese Justage als weniger kritisch als die XY-Position herausgestellt hat. Bei der Überlagerung von Infrarotstrahl und Kondensatbild, das mit gelbem ($\lambda = 589 \text{ nm}$) Licht aufgenommen wurde, muß man außerdem die chromatische Verschiebung der Fokalebene des Abbildungssystems für diese beiden Wellenlängen berücksichtigen. Diese Verschiebung wurde sowohl axial (in Richtung des Laserstrahls) als auch radial gefunden. Um die Korrekturen zu messen, wurde ein Testmuster wechselweise mit gelbem und IR-Licht beleuchtet und das Abbildungssystem damit kalibriert. Die chromatische Verschiebung betrug 1.62 mm axial und $8 \mu\text{m}$ radial.

Um das Kondensat in die Infrarotfalle zu laden, wurde es zunächst in der Magnetfalle erzeugt und anschließend die Magnetfalle adiabatisch dekomprimiert, indem ein homogenes Magnetfeld B_0 entlang der Symmetrieachse der Falle erzeugt wurde. Die radiale Fallenfrequenz ändert sich dadurch gemäß den Gleichungen 2.16 und 2.17 und die Größe des Kondensats in radialer Richtung nimmt zu. Die Größe des Kondensats ist in der Thomas-Fermi-Näherung durch den Thomas-Fermi-Radius gegeben, der über $\mu = \frac{m}{2}\omega^2 R_{TF}^2$ definiert ist. Mit dem chemischen Potential μ aus Gleichung 2.13 ergibt sich

$$R_{TF,\rho} = \left(\frac{15a\hbar^2 N_0}{m^2\omega_\rho^2} \right)^{1/5} . \quad (4.2)$$

Typischerweise lag das schwache Magnetfeld B_0 in der Größenordnung von 1 G und B_z zwischen 8 G und 16 G. Der Gradient des Magnetfeldes lag bei $B' \simeq 140 \frac{\text{G}}{\text{cm}}$ und die axiale Krümmung bei $B'' \simeq 100 \frac{\text{G}}{\text{cm}^2}$. Nach der Dekomprimierung wurde die Intensität des Infrarotlasers über eine Dauer von 100 ms linear erhöht. Dabei geht der Grundzustand der Magnetfalle adiabatisch in den Grundzustand der kombinierten Fallen über. Da das Bose-Einstein-Kondensat immer den absoluten Grundzustand des Systems bevölkert, wurde es adiabatisch in

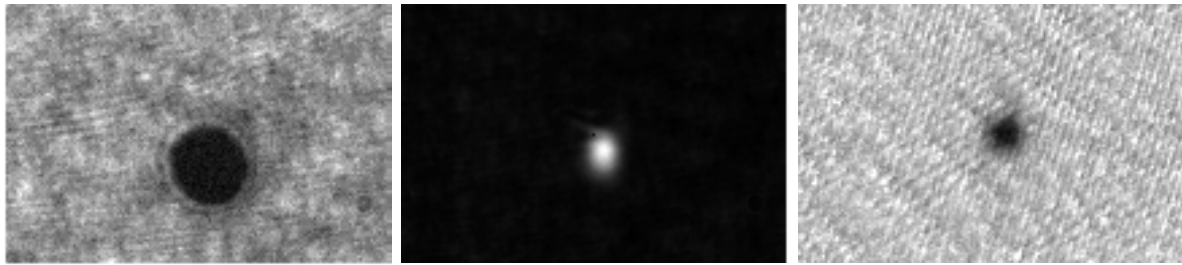


Abbildung 4.1: (von links nach rechts) a) Ein Bose-Einstein-Kondensat in der Magnetfalle, b) der Fokus des Infrarotlasers, c) Kondensat in der optischen Falle. Die Dimensionen der Bilder sind $360 \times 240 \mu\text{m}^2$, die Aufnahme erfolgte entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle (= Ausbreitungsrichtung des Infrarotlaserstrahls)

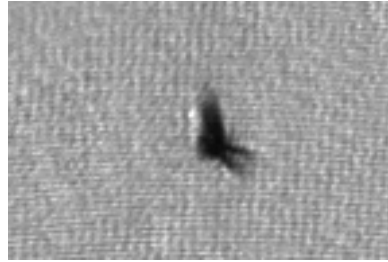


Abbildung 4.2: Ein Bose-Einstein-Kondensat mit 'Ohren'! Atome werden in den Nebenmaxima des nichtgaußschen Fokus gespeichert und geben so dem Kondensat dieses Profil. Gleiche Daten wie Abbildung 4.1.

die kombinierte Falle transferiert. Nach weiteren 100 ms gemeinsamen Betriebs der beiden Fallen, die als Equilibrierungszeit benötigt wurden, wurde die Magnetfalle abgeschaltet. Der Abschaltvorgang dauerte weniger als eine Millisekunde. Bei ausreichender Fallentiefe verblieb das Kondensat danach in der optischen Falle (Abbildung 4.1c). Die Zeitskalen des Transfers sind im wesentlichen nur dadurch bestimmt, daß sie langsamer sein müssen als die typischen Fallenfrequenzen. Die spezifischen Werte wurden empirisch durch Optimierung der Anzahl Atome in der optischen Falle gefunden.

Die in Kapitel 3.1 angesprochene schlechte Modenqualität des Nd:YAG Lasers zeigte sich in starken Verzerrungen der Atomverteilungen in der Falle. Das nicht-gaußsche Strahlprofil führte zu Nebenmaxima in der Intensitätsverteilung und zur Speicherung von Atomen in diesen Bereichen des Fokus. Dies ist in Abbildung 4.2 gezeigt. Diese Deformation des Kondensats konnte erst durch Verwendung der Glasfaser zur Modenbereinigung vermieden werden.

Über das Problem der Modenqualität hinaus führt auch noch Astigmatismus im Strahlengang des Infrarotlasers zu einer nichtgaußschen Intensitätsverteilung des Fokus. Astigmatismus bewirkt die Ausbildung zweier Brennpunkte entlang der Ausbreitungsrichtung des Strahls und wird durch Schrägstellung von Linsen im Strahlengang hervorgerufen. Besonders empfindlich sind diesbezüglich Linsen mit hohem Öffnungsverhältnis. Wie in Kapitel 3.1 erwähnt, kann die Frontlinse geneigt werden, um Astigmatismus zu korrigieren. Das Neigen einer Linse kann Astigmatismus, der zuvor akkumuliert wurde, kompensieren. Die beiden Brennpunkte entlang des Strahls führen zur Bildung zweier optischer Fallen, wie dies in Abbildung 4.3 zu sehen ist.

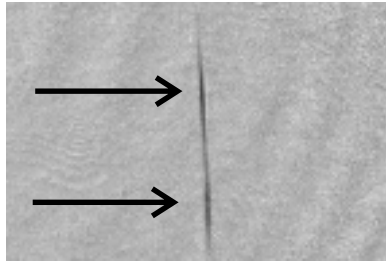


Abbildung 4.3: Optische Dipolfalle mit einem astigmatischen Fokus. In dieser Ansicht orthogonal zur Ausbreitungsrichtung des Infrarotlasers kann man die Ausbildung der beiden Fallen sehen. Die Dimension des Bildes ist $1.44 \times 0.96 \text{ mm}^2$.

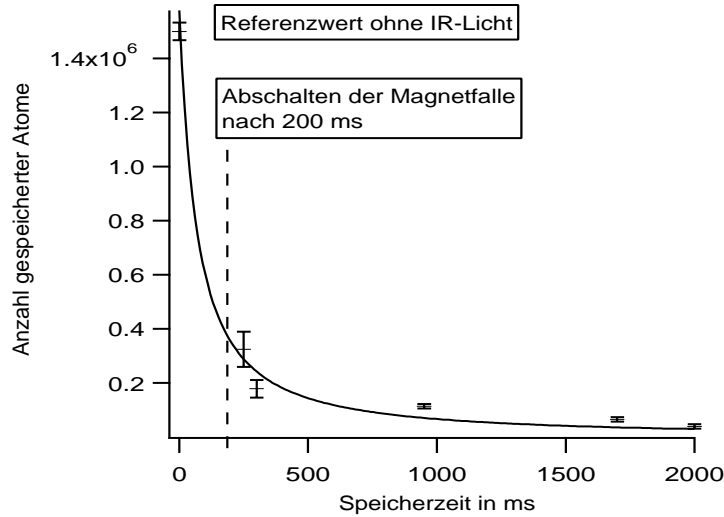


Abbildung 4.4: Lebensdauerermessung der optischen Falle für einen Fokus von $7 \mu\text{m}$.

4.1.2 Messungen an optischen Dipolfallen

In den folgenden Messungen wurde stets mit einer optischen Falle mit einer gaußschen Intensitätsverteilung im Fokus gearbeitet. Als erste Charakterisierung wurde die Lebensdauer von Atomen in der Falle gemessen. Die Atomanzahl läßt sich quantitativ durch ein Absorptionsbild erhalten. Für die optische Dipolfalle mit einem Fokus von $7 \mu\text{m}$ war die Lebensdauer durch Dreikörperrekombination limitiert (siehe Abbildung 4.4). Die in dieser Abbildung gezeigte Kurve zeigt den erwarteten Zerfall, wenn man ausschließlich Dreikörperrekombination als Verlustmechanismus annimmt. Diese Annahme läßt sich aus den gemessenen Dichten zwischen $1.6 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ und $6 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ begründen. Unter dieser Vorgabe läßt sich Gleichung 2.33 analytisch integrieren und man erhält [56]

$$N(t) = \left(\frac{4}{5} a_3 K_3 t + N(0)^{-4/5} \right)^{-5/4}. \quad (4.3)$$

Darin ist $N(0)$ die Atomanzahl zu Beginn in der Falle, $K_3 = 1.1 \cdot 10^{-30} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$ die Dreikörperrekombinationsrate für Natrium und a_3 eine durch die verwendeten Fallenfrequenzen und durch physikalische Konstanten festgelegte Konstante mit Wert $a_3 = 3.2 \cdot 10^{28} \bar{\omega}^{12/5}$ (in SI-Einheiten). Für die optische Falle mit $12 \mu\text{m}$ Fokusweite wurde eine längere Lebensdauer gemessen (Ab-

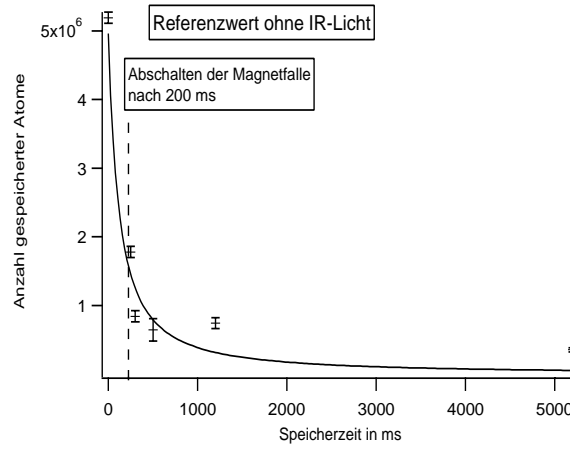


Abbildung 4.5: Lebensdauer messung der optischen Falle für einen Fokus von $12 \mu m$.

bildung 4.5). Wegen Fluktuationen beim Laden der Dipolfalle¹ ist die Messung der Atomzahl in dieser Meßreihe nicht sehr genau. Die gegebenen Fehlerbalken beinhalten lediglich die Meßungenauigkeiten der einzelnen Messungen, nicht jedoch die systematischen Fehler. Die in den Abbildungen 4.4 und 4.5 gezeigten Kurven enthalten keinen freien Parameter. Die mittleren Fallenfrequenzen sind gemäß Gleichung 4.1 zu $\bar{\omega} = 1600 \text{ Hz}$ für $w_0 = 7 \mu m$ und $\bar{\omega} = 980 \text{ Hz}$ für $w_0 = 12 \mu m$ gewählt worden. Das schwächere Abfallen der Meßwerte verglichen mit der theoretischen Kurve bei langen Speicherzeiten im Fall des $12 \mu m$ -Fokus deutet auf einen Einkörperverlust hin, nachdem die Dichte durch Dreikörperrekombination entsprechend gesenkt worden ist.

Um das Fallenvolumen zu vergrößern und damit die Dichte zu verringern, können verschiedene Wege beschritten werden. Das naheliegendste ist es, den Fokus zu erweitern, wie in Abbildung 4.5 geschehen. Gemäß Gleichung 4.1 skaliert $\nu_\rho \sim \frac{1}{w_0}$ und $\nu_z \sim \frac{1}{w_0^2}$. Für die charakteristische Länge eines Oszillators gilt $a_i = \sqrt{\frac{\hbar}{2\pi\nu_i m}}$ und somit skaliert das Volumen $V \sim \frac{1}{w_0^2}$. Problematisch ist hierbei jedoch, daß die Kondensate ein unhandliches Achsenverhältnis (Gleichung 4.1) aufweisen, wenn w_0 zu groß wird. Kondensate mit Achsenverhältnissen von bis zu 60 wurden beobachtet.

Um das Fallenvolumen zu vergrößern, ohne die Länge maßgeblich zu ändern, haben wir sowohl mit einem zylindrischen Fokus als auch mit zeitgemittelten horizontal elongierten Falle experimentiert. Da der zylindrische Fokus - abgesehen vom Volumen - die gleichen Eigenschaften wie der herkömmliche einzelne Fokus erwarten läßt, wurde er als Referenz verwendet, an dem die zeitgemittelten Fallen gemessen wurden. Die zylindrische Falle wurde durch Einfügen einer zylindrischen Linse kurz hinter dem Fokus der Linse L1 in Abbildung 3.5 erreicht². Wir

¹Die Fluktuationen beim Laden der Falle lagen an ausgeprägten Dipoloszillationen des Kondensates in der Magnetfalle. Das Kondensat bewegte sich mit einer Amplitude bis zu 10 Durchmessern. Wir sind auf diesen Mechanismus beim Studium der kollektiven Anregungen (Kapitel 4.2) aufmerksam geworden und konnten durch Veränderung des zeitlichen Ablaufs der Dekomprimierung der Magnetfalle diese Oszillationen unterdrücken. Durch den Infrarotlaserstrahl wird eine Anharmonizität im Magnetfallenpotential erzeugt, die die Dipoloszillationen dämpft. Die Schwingungsenergie wird dabei in Wärme umgewandelt und heizt die Probe auf. Nach dem Bekanntwerden dieses Mechanismus sind wir jedoch nicht mehr zur Untersuchung von optischen Fallen zurückgekehrt. Die Fluktuationen in den hier vorgestellten Daten sind auf diesen Mechanismus zurückzuführen.

²Die Falle wird dabei strenggenommen nicht in einem zylindrischen Fokus, sondern in einem stark astigma-

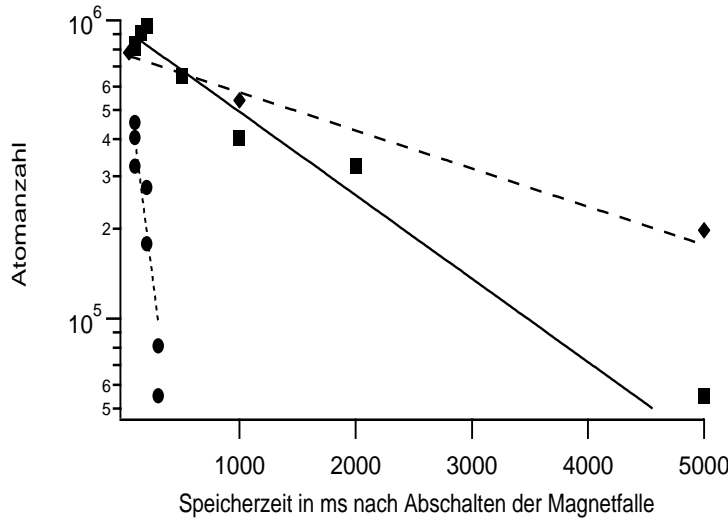


Abbildung 4.6: Vergleich der Lebensdauern von Atomen in zylindrischer Falle mit $45 \mu\text{m}$ Breite (Diamanten), gescannter Falle mit $34 \mu\text{m}$ Scanbreite (Quadrate) und gescannter Falle mit $60 \mu\text{m}$ Scanbreite (Kreise). Die Scanrate ist 50 kHz . Die durch den Fit eines exponentiellen Zerfalls gemessenen Lebensdauern sind 3.4 s für die zylindrische Falle, 1.6 s für den schmaleren Scan und 140 ms für den weiten Scan.

haben mit einem Querschnitt von $7.5 \times 45 \mu\text{m}^2$ ($1/e^2$ -Radien) gearbeitet. Die verwendete Infrarotleistung lag bei 32 mW , was einer maximalen Potentialtiefe von $3.5 \mu\text{K}$ entspricht. Größere Fallen konnten nicht untersucht werden, weil wir nicht mehr als 35 mW Laserleistung an den Ort der Atome bringen konnten. Die in der zylindrischen Falle gemessene Lebensdauer lag bei 3.4 Sekunden, wie Abbildung 4.6 zeigt, und die gemessenen Dichten bei 10^{14} cm^{-3} und somit sind Verluste durch Dreikörperrekombination unterdrückt.

Im Vergleich hierzu wurden zeitgemittelte Fallen untersucht. Mit dem akusto-optischen Deflektor wurde mit einer Rate von 50 kHz eine horizontale Linie gescannt (siehe Abbildungen 2.3 und 4.7). Die Gleichung 2.39 läßt sich auf eine ähnliche Form wie Gleichung 4.1 bringen:

$$\frac{U_0}{k_B} = 0.73 \mu\text{K} \cdot \frac{P}{\text{mW}} \cdot \left(\frac{7 \mu\text{m}}{w_0} \right)^2 \cdot \epsilon, \quad (4.4)$$

wobei ϵ das Achsenverhältnis von x- zu y-Achsenausdehnung darstellt:

$$\epsilon = \frac{w_{0,x}}{w_{0,y}}. \quad (4.5)$$

Die Falle mit Querschnitt $7.5 \times 60 \mu\text{m}^2$ ($1/e^2$ -Radien) wurde mit 35 mW Leistung (Potentialtiefe $2.2 \mu\text{K}$) und die Falle mit Querschnitt $7.5 \times 34 \mu\text{m}^2$ mit 24 mW Leistung (Potentialtiefe $3.2 \mu\text{K}$) betrieben. Die optimalen Infrarotleistungen wurden experimentell gefunden, indem die Atomanzahl nach einer Speicherzeit von 200 ms in der optischen Falle optimiert wurde. Abbildung 4.6 zeigt einen drastischen Verlust von Atomen für eine große Scanbreite.

tischen Fokus gebildet. Der zweite Brennpunkt ist jedoch so weit vom ersten entfernt, daß in ihn keine Atome geladen werden können, wenn der erste mit der Magnetfalle überlappt. Durch Variation des Abstandes zwischen der zylindrischen Linse (Brennweite $f = 125 \text{ mm}$) und dem Brennpunkt von L1 konnte das Achsenverhältnis des Querschnittes gewählt werden.

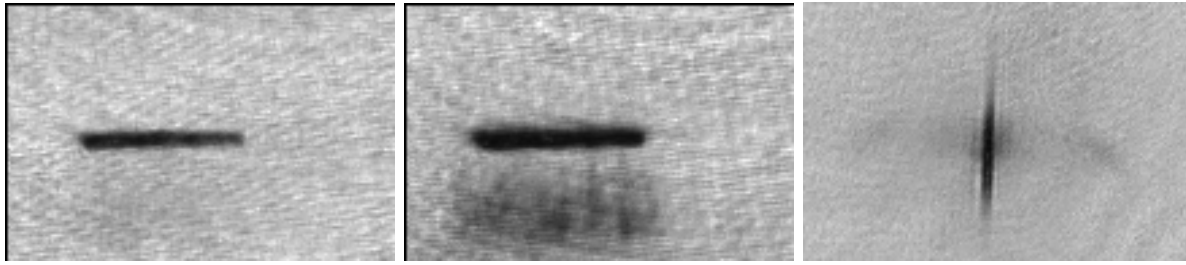


Abbildung 4.7: (von links nach rechts) a) Horizontale gescannte Linie. Breite des Scans $120 \mu\text{m}$, IR-Leistung 35 mW . b) Gleiche Scanbreite, jedoch nur 30 mW Leistung. Man sieht die Atome wegen geringer Potentialtiefe aus der Falle herausfallen. Beide Bilder haben die Dimensionen $360 \times 240 \mu\text{m}^2$ und sind entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle (=Ausbreitungsrichtung des IR-Laserstrahles) aufgenommen. c) Aufnahme von oben. Der Laser breitet sich im Bild von unten nach oben aus, der Scan geht von links nach rechts. Man sieht die Ausdehnung des Scans. Bilddimensionen: $1.44 \times 0.96 \text{ mm}^2$.

Um diesen Mechanismus besser zu verstehen, haben wir eine Reihe von Experimenten durchgeführt, die die Aufheizung eines Bose-Einstein-Kondensats durch einen bewegten Laserstrahl untersuchen. Dafür wurde der Infrarotstrahl wie bisher (100 ms langsames Anschalten + 100 ms zur Equilibrierung) in die Magnetfalle gesendet und dabei gescannt. Anschließend wurde die Magnetfalle mit dem Laser gemeinsam ausgeschaltet und von den Atomen nach 20 Millisekunden ballistischer Expansion ein Absorptionsbild aufgenommen. Das Bose-Einstein-Kondensat besitzt eine parabelförmige Dichteverteilung, was aus Gleichung 2.12 folgt, während die thermische Wolke eine gaußförmige Dichteverteilung³ besitzt, aus deren Breite Δx_i die Temperatur folgt:

$$k_B T = \frac{m}{2} \frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 \Delta t^2} \Delta x_i^2. \quad (4.6)$$

Dabei ist $\omega_i = 2\pi\nu_i$, wobei i die Koordinatenachse angibt, in deren Richtung die Expansion gemessen wird. In unserem Fall ist es die radiale Richtung. Δt ist die Expansionszeit, m die Masse und k_B die Boltzmann-Konstante. Abbildung 4.8 zeigt ein typisches Bild eines Kondensats mit thermischer Wolke, sowie einen horizontalen Schnitt durch das Zentrum des Kondensats mit dem Fit einer Gauß-Funktion an die thermische Wolke. Diese Messung muß in der Magnetfalle durchgeführt werden, weil die optische Falle nur sehr wenige thermische Atome halten kann und die aufgeheizten Atome die Falle sofort verlassen würden. Für die Magnetfalle mit einer Tiefe im mK-Bereich ist dies kein Problem.

Mit dieser Methode haben wir die Temperatur der thermischen Wolke für verschiedene Parameter des Infrarotlaserscans bestimmt und dabei eine scanbedingte Aufheizung der Atome gefunden.

In Anlehnung an die Beobachtung in Abbildung 4.6 haben wir die Scanfrequenz konstant gehalten und die Scanbreite variiert. Das Meßergebnis ist in Abbildung 4.9 gezeigt. Bei Vergrößerung der Scanbreite wurde zugleich die Intensität linear mit der Weite skaliert, um eine konstante zeitgemittelte Potentialtiefe zu erzielen. Folglich können beide dieser Parameter für die beobachtete Aufheizung in Betracht kommen. Außerdem wurde die Aufheizung als Funktion der Scanfrequenz bei fester Scanamplitude studiert. Die Parameter des zeitgemittelten

³Genaugenommen ist es eine Bose-Einstein-Verteilung, aber der Fehler ist selbst bei sehr niedrigen Temperaturen klein.

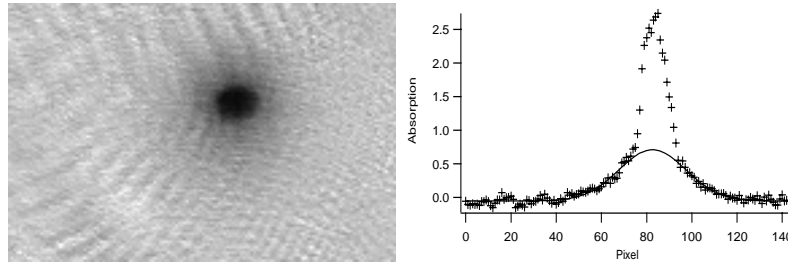


Abbildung 4.8: Beispiel einer bimodalen Temperaturverteilung. Im rechten Teil ist ein horizontaler Schnitt durch das Kondensat zu sehen. Die Beiträge des Kondensats (invertierte Parabel) und der thermischen Wolke (Gaußverteilung) sind gut zu unterscheiden. Zur Bestimmung der Temperatur wird die thermische Wolke durch eine Gaußfunktion angenähert.

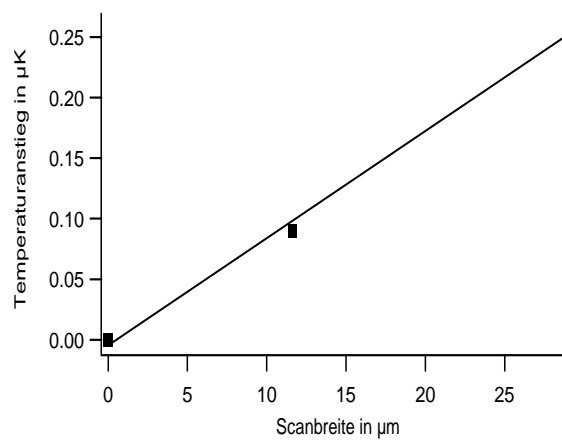


Abbildung 4.9: Die Aufheizung der Probe als Funktion der Scanbreite. Die Scanfrequenz ist 50 kHz , die Meßdauer 200 ms .

Potentials sind $w_{0,x} = 7.5 \text{ } \mu\text{m}$, $w_{0,y} = 60 \text{ } \mu\text{m}$, $U_0 = 2.4 \text{ } \mu\text{K}$. Hieraus folgen die Fallenfrequenzen $\nu_x = 870 \text{ Hz}$, $\nu_y = 110 \text{ Hz}$, $\nu_z = 28 \text{ Hz}$. Der Temperaturanstieg innerhalb von 200 ms ist in Abbildung 4.10 zu sehen.

Der von [50] vorgeschlagene und in Kapitel 2.2.2 erwähnte Heizmechanismus beschreibt das Verhalten von Atomen in einer einzelnen optischen Falle, aufgrund von Fluktuationen des Fallenpotentials, die zu einer Erhöhung der kinetischen Energie der Mikrobewegung der Atome führen. Im Fall der zeitgemittelten Potentiale haben wir allerdings nur kurzreichweitige, periodische Fluktuationen aufgrund des scannenden Laserstrahls. Um die zunächst kohärente Mikrobewegungsenergie in thermische Energie umzusetzen, muß ein Prozeß vorliegen, der zur Dekohärenz führt. Dies können für eine thermische Probe Stöße zwischen Atomen sein. Zwischen Kondensatatomten finden jedoch in erster Näherung keine Stöße statt, die zu einer Impulsverteilung führen, weil die Atome miteinander kohärent sind.

Nimmt man an, daß der Laser, wenn er durch das Kondensat scannt, Schallwellen in ihm anregt, kann man eine Abschätzung für die Frequenzbreite der Anregung erhalten. Diese Phononen sind die elementaren Anregungen in einem Kondensat und ihre Dispersionsrelation ist durch

$$\omega = c \cdot k \quad (4.7)$$

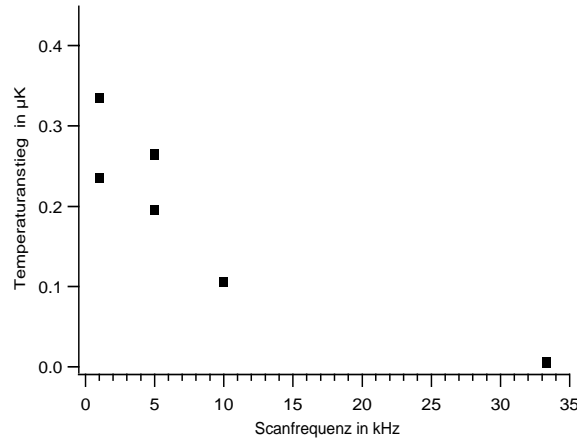


Abbildung 4.10: Aufheizung der Probe als Funktion der Scanfrequenz. Die Potentialtiefe und Scanbreite sind konstant.

mit der Schallgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{4\pi a \hbar^2}{m^2} n} \quad (4.8)$$

gegeben. Die gaußförmige Intensitätsverteilung des Laserfokus mit Breite w_0 regt ein Phononwellenpaket mit der Impulsbreite $\Delta k = \frac{2\pi}{w_0}$ an. Die Frequenzbreite $\Delta\tilde{\omega}$ der Anregung ist gegeben durch die Zeit, die der Laser benötigt, um seine eigene Fokusbreite zu durchqueren. Nimmt man an, daß die Scanbreite d und die Scanfrequenz ν_{Scan} ist, so erhält man

$$\Delta\tilde{\omega} = 2\pi \frac{2d \nu_{Scan}}{w_0} . \quad (4.9)$$

Das Zerfließen des Phononenwellenpaketes durch Dispersion benötigt eine Zeit, in der sich das Wellenpaket um den Durchmesser des Laserstrahls ausdehnen kann: $\Delta T = \frac{w_0}{c}$. Diese Wahl ist lediglich eine Abschätzung und kann dadurch begründet werden, daß bei einer deutlich größeren Ausbreitung keine kohärente Wiederanregung durch den wiederkehrenden Laserstrahl möglich ist. Der anregende Laserstrahl regt in dieser Zeit das Wellenpaket $n = \Delta T \cdot 2\nu_{Scan}$ mal kohärent an. n liegt in der Größenordnung von $5 \cdot \frac{\nu_{Scan}}{1 \text{ kHz}}$ und liefert somit einen signifikanten Beitrag. Die Resonanz 4.9 wird n -mal schärfer, was zu einer Resonanzbreite von

$$\Delta\omega = 2\pi \frac{d \cdot c}{w_0^2} \quad (4.10)$$

führt. Aufgrund dieser Überlegungen erhält man für die in Abbildung 4.10 gezeigte Kurve eine Breite von 4.3 kHz , was zumindest die gleiche Größenordnung liefert, wie der gemessene Wert von 12 kHz . Ob dieses Modell eine quantitative Vorhersage für die Heizrate machen kann, muß noch geprüft werden. Ebenso sind weitere Experimente zur Untersuchung der Abhängigkeit von Parametern wie Weite des Fokus und Einfluß der Intensität erforderlich, um ein Verständnis dieses Mechanismus zu erhalten.

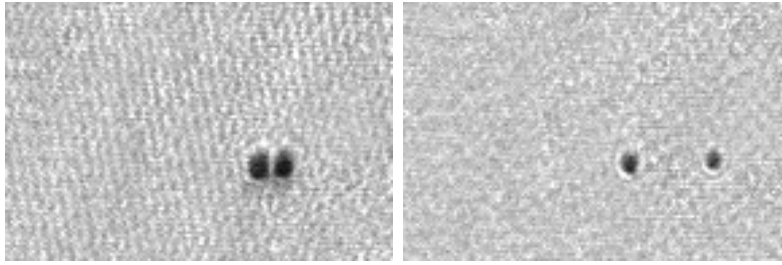


Abbildung 4.11: Zwei optische Dipolfallen. Abstand $22 \mu\text{m}$ (100 ms Speicherzeit) bzw. $90 \mu\text{m}$ (nach 5 s Speicherzeit). Gleiche Daten wie Abbildung 4.7a und b.

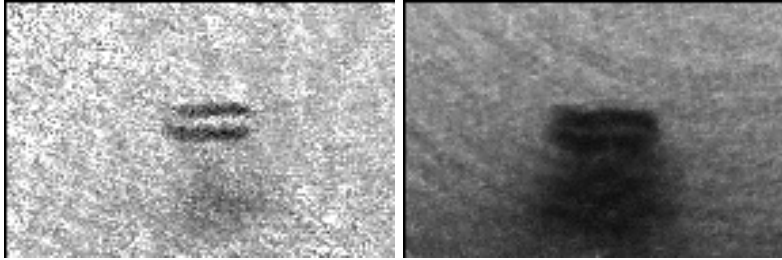


Abbildung 4.12: Zwei gescannte Linien. Scanbreite $60 \mu\text{m}$, Abstand der Fallen $16 \mu\text{m}$. Auch hier sieht man Atome wegen zu geringer Fallentiefe aus der Falle herausfallen. Gleiche Daten wie Abbildung 4.7a und b.

4.1.3 Speicherung in zeitgemittelten Potentialen neuartiger Geometrie

Dieser Abschnitt schließt das Kapitel über die rein optische Speicherung von Bose-Einstein-Kondensaten ab. Es sollen realisierte Fallenkonfigurationen vorgestellt, mit ihnen mögliche Experimente erwähnt und die Ergebnisse der vorangegangenen Abschnitte zusammengefaßt werden.

Eine der besonderen Eigenschaften von Bose-Einstein-Kondensaten ist die Kohärenz der Atome. Die damit verbundene Fähigkeit miteinander zu interferieren ist bereits demonstriert worden [34]. Die Verwendung von optischen Dipolfallen als Ausgangspunkt für Interferenzexperimente hat unter anderem den Vorteil, daß die Kondensate sehr nahe aneinander plaziert werden können, wenn man den Radius des Fallenstrahls klein macht. Dadurch wird nicht nur der Abstand zwischen den Interferenzstreifen größer, sondern es bieten sich auch Möglichkeiten zum Studium von Tunnel- und Josephsoneffekten, wie dies zum Beispiel in einem stehenden Laserfeld demonstriert wurde [57]. Wie Abbildung 4.11 zeigt, konnten wir zwei optische Fallen durch alternieren des Laserfokus zwischen zwei Positionen erzielen. Der Abstand zwischen den Punkten konnte beliebig geändert werden. Statt zweier Punkte kann man, um mehr Atome bei niedrigerer Dichte zu speichern, zwei Linien scannen (Abbildung 4.12). Der Laser scannt eine Linie, springt zur anderen, scannt sie, springt zurück usw.. Leider konnten wir nur einige 10^5 Atome in die beiden Fallen laden, was zu wenig war, um ein Interferenzsignal zu sehen. Ein anderer interessanter Aspekt, in dem Nutzen von beliebigen Geometrien gemacht wird, ist die Untersuchung von mehreren Kondensaten. Während man zwei Kondensate in einer Magnetfalle durch Zerteilen mit einem blauverstimmten Laser erzeugen kann, wird dieses Verfahren bei mehreren Unterteilungen nicht mehr gut durchführbar. Wir konnten mit dem Deflektor drei Fallen erzeugen und die Erweiterung auf höhere Fallenzahlen ist bei mehr verfügbarer

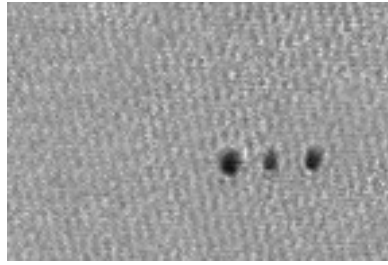


Abbildung 4.13: *Drei optische Dipolfallen mit Abstand von je $45 \mu\text{m}$. Gleiche Daten wie Abbildung 4.7a und b.*

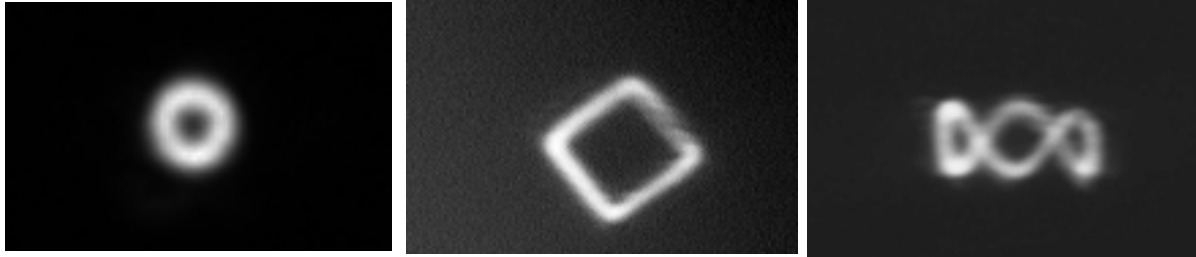


Abbildung 4.14: *Galerie verschiedener mit dem Deflektor gescannter Muster. Die Bilddimensionen sind $180 \times 120 \mu\text{m}^2$ (links) bzw. $360 \times 240 \mu\text{m}^2$ (mitte, rechts). In den größeren Strukturen kann man sehen, wie die Effizienz des Deflektors vom Ort abhängt. Um ein Bose-Einstein-Kondensat in diese Fallenkonfigurationen zu laden, muß die Intensität stabilisiert werden.*

Laserleistung möglich. Mit mehreren Fallen kann man zum Beispiel die Interferenz mehrerer Kondensate untersuchen. Da sich ab drei interferierenden Kondensaten die Phase direkt in eine Intensitätsmodulation im Interferenzmuster niederschlägt, lassen sich unter Umständen Phasendiffusion und Phasenfluktuationen untersuchen. In zukünftigen Experimenten mit verbessertem Laden in die zeitgemittelte optische Falle, können solche Untersuchungen möglich sein.

Abbildung 4.14 zeigt eine Auswahl möglicher Geometrien, die mit dem akusto-optischen Deflektor erzielt werden können. Die Untersuchung von Bose-Einstein-Kondensaten in nicht einfach zusammenhängenden Fallenpotentialen kann neue Experimente ermöglichen, z. B. hinsichtlich von Dauerströmen, die in einer Supraflüssigkeit erwartet werden.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die Speicherung von Bose-Einstein-Kondensaten in zeitgemittelten optischen Fallen gelungen ist. Noch verhindern jedoch geringe Atomzahlen und scanbedingte Heizmechanismen Experimente mit Kondensaten, die in zeitgemittelten rein optischen Fallen gefangen sind. Inwieweit die geringen Atomzahlen durch die besprochenen Dipoloszillationen in der Magnetfalle bedingt sind, muß geprüft werden. Durch experimentelle Verbesserungen im RF-Aufbau sollten höhere Scanfrequenzen erreichbar sein, bei denen Heizmechanismen weiter unterdrückt sind.

Im folgenden wird der Schwerpunkt auf die Kombination von optischen und magnetischen Potentialen gelegt. Die Kondensate werden in der Magnetfalle gehalten und mit optischen Potentialen manipuliert. Zunächst werden kollektive Anregungen besprochen, die wir mit demselben rotverstimmten Laser angeregt haben, anschließend wird die Messung der kritischen Geschwindigkeit eines Bose-Einstein-Kondensats vorgestellt, die wir mit einem blauverstimmten Laser durchgeführt haben.

4.2 Kollektive Anregungen eines Bose-Einstein-Kondensats

Das Studium von Elementaranregungen in supraflüssigem Helium gehörte zu den wichtigsten Beiträgen zum Verständnis dieses Vielteilchensystems. Nach der erstmaligen Realisation von Bose-Einstein-Kondensation in atomaren Gasen wurden auch hier elementare Anregungen studiert [17, 18, 19, 8, 20]. Kollektive Anregungen wurden durch Modulation des Magnetfallenpotentials oder durch Verwendung eines blauverstimmten Laserstrahls induziert. Diese Schemata limitierten jedoch die in Gleichstrommagnetfallen (wie zum Beispiel der Ioffe-Pritchard-Falle) anregbaren Moden zu Moden mit axialer Symmetrie, weil dies der Symmetrie des Magnetfallenpotentials entspricht. Mit Wechselstrommagnetfallen, wie zum Beispiel der TOP-Falle [58], konnten auch niedrig liegende, nicht-axialsymmetrische Moden angeregt werden. Wir konnten durch die Verwendung von zeitgemittelten optischen Potentialen Oberflächenwellen auf einem in einer Magnetfalle gehaltenem Kondensat anregen, die keine axiale Symmetrie besaßen. Dies ist möglich, weil man mit einem rotverstimmten Laser gezielt räumliche Symmetrien und Oszillationsfrequenzen adressieren kann. Dabei ist die Anregung von höher liegenden Moden als bisher gelungen, von deren detailliertem Studium man sich genauere Informationen der thermodynamischen Eigenschaften des Kondensats erhoffen kann. Durch Rotation des von den Laserstrahlen erzeugten Musters konnten wir zusätzlich eine rotierende Quadrupoloszillation anregen. Im folgenden soll zunächst die Theorie der kollektiven Anregungen, soweit sie für unsere Experimente erforderlich ist, dargelegt werden und anschließend die Experimente und Ergebnisse vorgestellt werden.

4.2.1 Theorie der kollektiven Anregungen

Daß Bose-Einstein-Kondensate in verdünnten atomaren Gasen häufig als 'schwach wechselwirkende Systeme' bezeichnet werden, kann durch den Parameter $n \cdot a^3 \ll 1$ festgestellt werden. Hier ist n die Anzahldichte der Teilchen und a die Streulänge. Dies impliziert jedoch nicht, daß der Einfluß der Wechselwirkungen auf das System nur schwach ist. Als Maß für die Stärke der Wechselwirkungen im Vergleich zur kinetischen Energie kann man

$$\frac{E_{int}}{E_{kin}} \propto \frac{N_0 a}{a_{ho}} \quad (4.11)$$

betrachten. Darin ist $a_{ho} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\bar{\omega}}}$ die mit dem Oszillatorpotential assoziierte charakteristische Länge. Für Natrium mit Streulänge $a = 2.75 \text{ nm}$ und $\bar{\omega} = 2\pi \cdot 53 \text{ Hz}$, was für unsere Fallenparameter in diesem Experiment charakteristisch ist, erhält man $\frac{N_0 a}{a_{ho}} \simeq 10^3$ pro 10^6 Atome. In diesem Limit kann die Gross-Pitaevskii-Gleichung (2.8) als hydrodynamische Gleichung umgeschrieben werden. Zerlegt man die Grundzustandswellenfunktion in Amplitude und Phase

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sqrt{n(\vec{r}, t)} e^{i\theta(\vec{r}, t)}, \quad (4.12)$$

wobei die Phase das Geschwindigkeitsfeld

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} \theta(\vec{r}, t) \quad (4.13)$$

festlegt, so kann man die Gross-Pitaevskii-Gleichung als zwei gekoppelte Differentialgleichungen für Dichte und Geschwindigkeitsfeld schreiben:

$$\frac{\partial}{\partial t} n(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}(\vec{r}, t) \cdot n(\vec{r}, t)) = 0 \quad (4.14)$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} \vec{v}(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} \left(U_{ext}(\vec{r}) + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} n(\vec{r}, t) - \frac{\hbar^2}{2m\sqrt{n(\vec{r}, t)}} \nabla^2 \sqrt{n(\vec{r}, t)} + \frac{mv(\vec{r}, t)^2}{2} \right) = 0 . \quad (4.15)$$

Die erste Gleichung ist eine Kontinuitätsgleichung und die zweite ergibt nach Vernachlässigung des Terms⁴ $-\frac{\hbar^2}{2m\sqrt{n(\vec{r}, t)}} \nabla^2 \sqrt{n(\vec{r}, t)}$

$$m \frac{\partial}{\partial t} \vec{v}(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} \left(U_{ext}(\vec{r}) + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} n(\vec{r}, t) + \frac{mv(\vec{r}, t)^2}{2} \right) = m \frac{\partial}{\partial t} \vec{v}(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} \left(\delta\mu + \frac{mv(\vec{r}, t)^2}{2} \right) = 0 , \quad (4.16)$$

was identisch mit der Landau-Gleichung für stationären Fluß einer Supraflüssigkeit in einem externen Potential ist [59]. Diese Gleichung stellt eine gute Näherung dar, solange Wechselwirkungseffekte gegenüber der kinetischen Energie überwiegen bzw. solange die typische Längenskala der Anregung größer als die healing length (Gleichung 2.15) ist. Die Wellenlänge der Anregungen ist von der Größenordnung des Thomas-Fermi-Radius (Gleichung 4.2), was in unserem Fall etwa zwei Größenordnungen über der healing length liegt. Für ein sphärisch symmetrisches harmonisches Oszillatorpotential mit $U_{ext} = \frac{m}{2}\omega_0^2 r^2$ kann man die Störung der Dichteverteilung $\delta\rho$ ausdrücken durch [60]

$$\delta\rho(\vec{r}) = P_l^{(2n)}(r/R_{TF}) r^l Y_{lm}(\theta, \phi) . \quad (4.17)$$

Darin sind $P_l^{(2n)}(x) = 1 + a_2 x^2 + a_4 x^4 + \dots + a_{2n} x^{2n}$ orthonormale Polynome vom Grad $2n$ und $Y_{lm}(\theta, \phi)$ die üblichen Kugelflächenfunktionen, wobei n die Quantenzahl der Anregung in radialer Richtung, l ihren Drehimpuls und m dessen Projektion auf die Quantisierungsachse angibt. Die Dispersionsrelation lautet dann:

$$\omega(n, l) = \omega_0 \sqrt{2n^2 + 2nl + 3n + l} . \quad (4.18)$$

Für den Fall des idealen Bose-Gases ohne Wechselwirkungen würde man

$$\omega(n, l) = \omega_0(2n + l) \quad (4.19)$$

erhalten. Daß man im Fall $n = 0$ von 'Oberflächenwellen' sprechen kann, folgt aus Gleichung 4.17: Die Dichtestörung fällt zum Zentrum des Kondensats mit r^l ab und weist keine Kompressionen oder Verdünnungen im Volumen des Kondensats auf. Mit zunehmendem Drehimpuls sind die Dichtestörungen mehr und mehr auf der Oberfläche des Kondensats lokalisiert. Bei Anregung von Oberflächenwellen unterscheiden sich die Vorhersagen für die Oszillationsfrequenzen des wechselwirkenden und des nichtwechselwirkenden Falls um einen Faktor \sqrt{l} . Der Übergang zwischen diesen beiden Fällen kann für $l = 2$ explizit berechnet werden und man erhält [60]:

$$\omega(n = 0, l = 2) = \sqrt{2 \cdot \left(1 + \frac{E_{kin}}{E_{ho}}\right)} \omega_0 , \quad (4.20)$$

⁴Diese Vernachlässigung ist gerechtfertigt, wenn das Dichteprofil hinreichend glatt ist.

wobei E_{kin} und E_{ho} die kinetische Energie bzw. die potentielle Energie des Grundzustandes ist. Ohne Wechselwirkungen gilt $E_{kin} = E_{ho}$ (Virialtheorem). Nimmt man die Wechselwirkungen hinzu, so muß man das chemische Potential (Gleichung 2.13) in die potentielle Energie einschließen und der Quotient geht mit wachsender Teilchenzahl gegen 0.

Für höhere Moden finden aufgrund der kleineren Anregungswellenlänge jedoch die Dichtefluktuationen auf kleineren Abmessungen statt, so daß die Näherung, die zu Gleichung 4.16 führte, ihre Gültigkeit verliert. Im Limes großer Werte für l und m kommt man vom hydrodynamischen Regime in das Regime der Anregung freier Quasiteilchen. Der l -Wert für den Übergang vom hydrodynamischen zum freie Teilchen Regime kann durch

$$l_c \simeq 2^{1/3} \left(\frac{R_{TF}}{a_{ho}} \right)^{4/3}$$

abgeschätzt werden [61], was in unserem Fall mit $N_0 = 5 \cdot 10^6$ Atomen etwa $l_c = 23$ ergibt.

Für ein axialsymmetrisches harmonisches Oszillatorpotential (wie im Fall unserer Magnetfalle) mit den Eigenfrequenzen ω_r in radialer und ω_z in axialer Richtung kann man explizite Ausdrücke für die Dispersionsrelation nur für einige Spezialfälle der Anregung erhalten. Für den Fall $m = \pm l$ erhält man [60]:

$$\omega(m) = \sqrt{|m|} \omega_r. \quad (4.21)$$

Wegen der Zylindersymmetrie ist l keine gute Quantenzahl mehr. Moden mit unterschiedlichem l können miteinander gekoppelt werden, wie dies zum Beispiel für die $|n = 0, l = 2, m = 0\rangle$ und die $|n = 1, l = 0, m = 0\rangle$ Moden der Fall ist. m ist hingegen auch in der Zylindersymmetrie eine gute Quantenzahl. Wir haben in den durchgeführten Experimenten mit derartigen Moden gearbeitet.

4.2.2 Anregung kollektiver Schwingungen mit optischen Potentialen

Obwohl beim Arbeiten mit $m = \pm l$ Moden eine sphärische Symmetrie der Falle nicht erforderlich ist, bietet eine nahezu sphärische Falle den Vorteil eines großen Thomas-Fermi-Radius und ist somit leichter zu manipulieren. Um in dieses Regime zu kommen, haben wir die Magnetfalle dekomprimiert. Gemäß Gleichungen 2.16 und 2.17 muß man hierzu Krümmung, Gradient und homogenen Anteil des Magnetfeldes so variieren, daß die Bedingung

$$\frac{B'^2}{B_0} \simeq \frac{3B''}{2} \quad (4.22)$$

erfüllt ist. Hierzu sind außerdem zwei Randbedingungen zu beachten:

- Wird das Potential in radialer Richtung schwach, werden die Atome durch die Gravitation aus dem Fallenzentrum bewegt. Hierbei können Dipoloszillationen ($m = 1$) des Kondensats angeregt werden, wenn die Dekomprimierung nicht langsam genug (adiabatisch) erfolgt. Diese Oszillationen sind Eigenzustände eines harmonischen Oszillatorpotentials und werden auch durch die Wechselwirkung der Atome untereinander nicht beeinflusst, da es sich lediglich um eine Oszillation des Massenschwerpunktes handelt. Dipoloszillationen in einem harmonischen Oszillatorpotential sind dämpfungsfrei und können nur durch

das Einbringen einer Anharmonizität (z. B. ein rot- oder blauvestimmter Laserstrahl) gedämpft werden, wobei die Schwingungsenergie dann jedoch in thermische Energie der Atome umgewandelt werden kann und so die Probe aufheizt.

- Eventuell bereits vorhandene Dipolschwingungen der Atome in der Falle werden durch das Dekomprimieren in ihrer Amplitude verstärkt, was direkt aus der Energieerhaltung bei Reduktion der Federkonstante folgt.

Unter Berücksichtigung dieser Aspekte haben wir experimentell einen geeigneten Ablauf der Dekomprimierung gefunden: nachdem die Atome in die Magnetfalle geladen worden sind und diese zu $\nu_\rho = 550 \text{ Hz}$ und $\nu_z = 26 \text{ Hz}$ komprimiert wurde, wird die Evaporation gestartet und die RF-Frequenz in 5 Sekunden von 30 MHz auf 22 MHz gesenkt. Es zeigte sich, daß an diesem Punkt die elastische Kollisionsrate bereits so hoch war, daß Gradient und Krümmung des Magnetfeldes um einen Faktor 2 erniedrigt werden konnten, ohne den weiteren Verlauf der Evaporation zu beeinflussen. Mögliche Oszillationen der Atome durch diese Änderung der Fallenkonfiguration werden durch die folgende Evaporation gedämpft, weil alle Atome, die eine nennenswerte Schwingungsenergie besitzen, verdampft werden. Nach dem Erreichen der Bose-Einstein-Kondensation wird zur weiteren Dekomprimierung ein konstantes Magnetfeld angelegt. Gemäß Gleichung 4.22 wäre ein Feld von etwa 150 G erforderlich, um eine sphärisch symmetrische Falle zu erzielen. Wir haben jedoch bereits ab 20 G Feldstärke ein Aufheizen des Bose-Einstein-Kondensats gefunden. Dies könnte auf Fluktuationen der verwendeten Stromquelle zurückzuführen sein. Für die in diesem Kapitel vorgestellten Experimente haben wir deswegen mit einem homogenen Feld von 10 G gearbeitet, wodurch wir ein Achsenverhältnis von

$$\frac{\nu_\rho}{\nu_z} = \sqrt{\frac{150}{10}} \simeq 4 \quad (4.23)$$

erzielt haben. Die verbliebene radiale Dipoloszillation betrug weniger als einen halben Kondensatdurchmesser, der Kondensatanteil N_0/N betrug mehr als 90%.

Um die radiale Fallenfrequenz präzise zu messen, wurden radiale Dipoloszillationen angeregt, indem der Gradient des Fallenpotentials für 5 ms um 20% erniedrigt wurde. Anschließend konnte das Kondensat bei seiner Eigenfrequenz in der Magnetfalle oszillieren. Die Schwingungen des Kondensats wurden durch ein nichtdestruktives Phasenkontrastbild (siehe Kapitel 2.1.3) ermittelt. Ein typisches Bild mit angeregten Dipoloszillationen zeigt Abbildung 4.15. Die daraus ermittelte Frequenz beträgt

$$\nu_\rho = (90.1 \pm 0.5) \text{ Hz} .$$

Um das Bose-Einstein-Kondensat zu einer $m = |2|$ Quadrupolschwingung anzuregen, haben wir mit dem akusto-optischen Deflektor ein Muster aus zwei Punkten erzeugt, die auf den Rand des Kondensats plaziert wurden. Die Scanrate betrug 10 kHz , die Weite des Fokus $12 \text{ }\mu\text{m}$ und die maximale Intensität $80 \text{ }\mu\text{W}$, woraus eine Potentialtiefe von ca. 20 nK folgt (Gleichung 4.1), was 10 – 20% des chemischen Potentials darstellte (Gleichung 2.13). Abbildung 4.16a zeigt ein Schema des daraus resultierenden Potentials. Die Intensität der beiden Laserpunkte wurde durch Änderung der RF-Leistung im Deflektor mit einer Frequenz von 130 Hz moduliert. Dies entspricht etwa der aus Gleichung 4.18 für die Quadrupoloszillation folgenden Frequenz. Die Intensitätsmodulation wurde für 5 Perioden durchgeführt und das Kondensat konnte in der

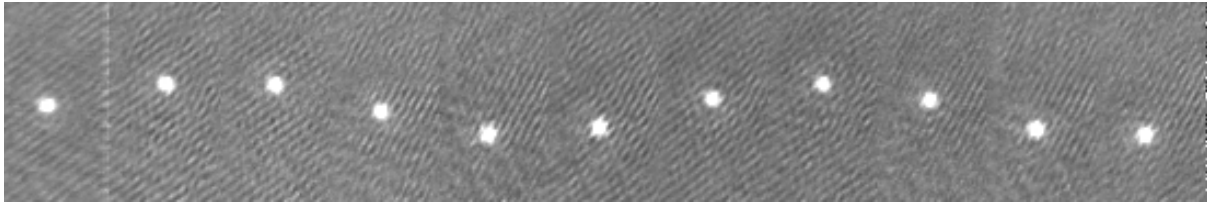


Abbildung 4.15: Dipoloszillationen eines Bose-Einstein-Kondensats in der Magnetfalle. Aufnahme mit nichtdestruktivem Phasenkontrastverfahren. Der zeitliche Abstand zwischen zwei Aufnahmen ist 2 ms, die Höhe des Bildes ist $260 \mu\text{m}$, die Weite eines Teilbildes ist $130 \mu\text{m}$.

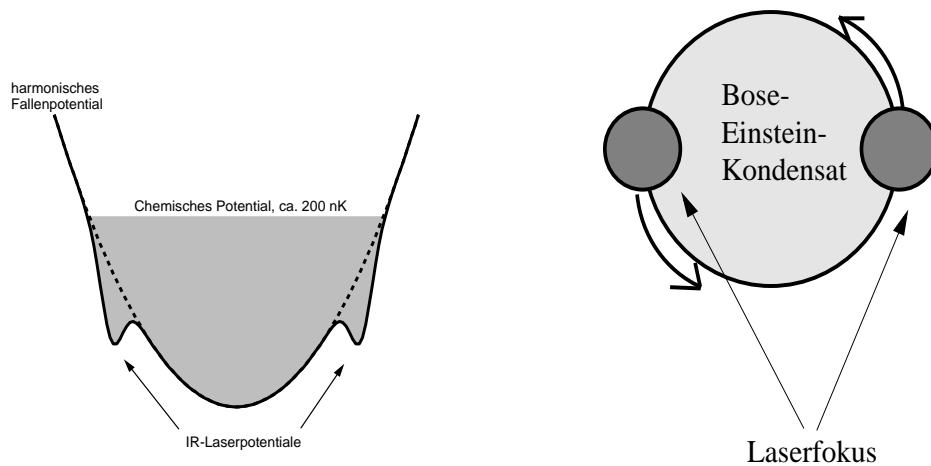


Abbildung 4.16: a) Schema das lokalen Störung des Fallenpotentials durch das attraktive Potential des rotverstimmten Lasers. b) Die Rotation der beiden Laserbrennpunkte um das Zentrum der Falle, um die rotierende Quadrupolmode anzuregen.

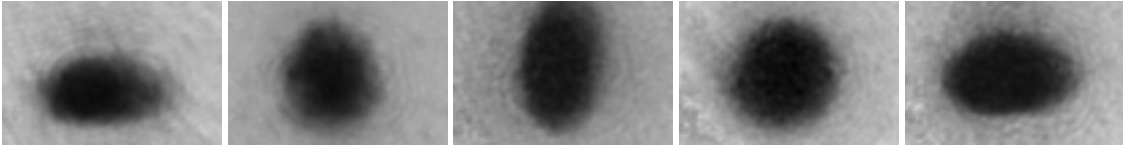


Abbildung 4.17: Quadrupoloszillationen $|m| = 2$. Haltezeiten in der Magnetfalle nach Abschalten des IR-Lasers 3.5 ms, 5.25 ms, 7 ms, 8.75 ms und 10.5 ms (von links nach rechts). Die Aufnahme erfolgte nach 20 ms ballistischer Expansion, die Bilddimensionen sind $720 \times 480 \mu\text{m}^2$.

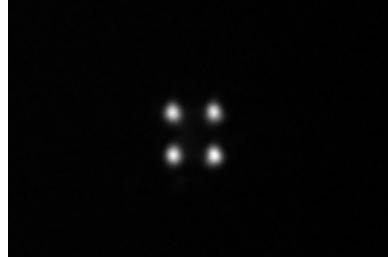


Abbildung 4.18: Abbildung der vier IR-Laserpunkte, mit denen die $|m| = 4$ Oszillationen angeregt werden, auf einer CCD-Kamera. Bilddimensionen sind $360 \times 240 \mu\text{m}^2$. Das Kondensat ist mit dem Laser so justiert, daß die vier Punkte genau auf dem Rand des Kondensats sitzen.

Magnetfalle anschließend für unterschiedliche Zeiten frei oszillieren. Nach Abschalten der Magnetfalle und 20 ms ballistischer Expansion der Atome wurde ein Absorptionsbild aufgenommen. Die unterschiedlichen Phasen der Oszillation, die unterschiedlichen Haltezeiten in der Magnetfalle entsprechen, sind in Abbildung 4.17 dargestellt. Aus dem Achsenverhältnis der Dichteverteilung als Funktion der Zeit konnte die Oszillationsfrequenz bestimmt werden. Eine nennenswerte Dämpfung der Oszillation wurde nicht gefunden, und die Lebensdauer wurde zu 600 ms abgeschätzt, was in Übereinstimmung mit der in [20] berichteten Dämpfungsrate von $\simeq 2 \text{ s}^{-1}$ für die $m=0$ Quadrupoloszillation für ein praktisch reines Kondensat ist. Der dominante Dämpfungsmechanismus entsteht durch die Wechselwirkung mit der thermischen Wolke (Landau-Dämpfung) und die Dämpfungsrate skaliert linear mit der Temperatur T . Die gemessene Oszillationsfrequenz betrug

$$\nu_{|m|=2} = (130.5 \pm 2.5) \text{ Hz} ,$$

was in guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert im hydrodynamischen Limit

$$\nu_{|m|=2}^{\text{theoretisch}} = \sqrt{2}\nu_\rho = (127.4 \pm 0.8) \text{ Hz}$$

ist.

Ein großer Vorteil der optischen Potentiale zur Anregung kollektiver Schwingungen ist die Modenselektivität. Durch die Positionen des Laserfokus werden die Moden räumlich adressiert, durch die Modulation der Intensität ist eine zusätzliche frequenzabhängige Selektion möglich. Beide dieser Vorteile haben wir genutzt, um eine stehende Welle mit $m = |4|$ anzuregen, die eine Superposition aus $m = 4$ und $m = -4$ ist. Hierzu wurden (wie in Abbildung 4.18 gezeigt) mit dem akusto-optischen Deflektor vier Punkte mit einer Rate von 10 kHz gescannt und auf den Rand des Kondensats justiert. Wie oben für die $|m| = 2$ -Oszillation beschrieben, wurde

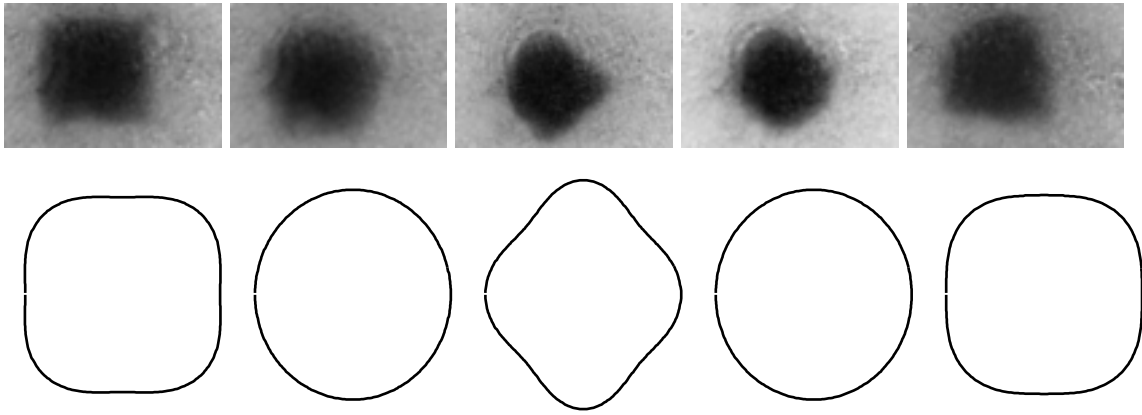


Abbildung 4.19: $|m| = 4$ Oszillationen. Haltezeiten in der Magnetfalle nach Abschalten des IR-Lasers: 1 ms, 2 ms, 3.5 ms, 4.5 ms, 6.5 ms (von links nach rechts). Aufnahme nach 20 ms ballistischer Expansion, die Bilddimensionen sind $720 \times 480 \mu\text{m}^2$. Darunter: berechnete Muster unter Annahme reiner $|m| = 4$ -Oszillationen.

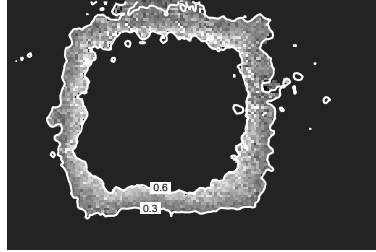


Abbildung 4.20: Beispiel der Auswertung von Abbildung 4.19a. Gezeigt ist das Gebiet zwischen 30% und 60% Absorption, von dem das erste Moment der Dichteverteilung bestimmt wurde.

die Intensität für 5 Perioden mit einer Frequenz von 180 Hz moduliert und nach unterschiedlichen Evolutionszeiten in der Magnetfalle wurde ein Absorptionssbild nach 20 ms ballistischer Expansion aufgenommen (siehe Abbildung 4.19).

Zur Auswertung dieser Aufnahmen wurden die Bereiche zwischen 30% und 60% Absorption extrahiert. Diese Wahl ist willkürlich, aber gemäß Gleichung 4.17 ist die Form der Dichtestörung unabhängig von r , und lediglich die Ausprägung der Störung wird verstärkt, indem man näher zum Rand des Kondensats geht. Von dieser Verteilung (Abbildung 4.20) wurde das erste Moment $\langle r(\theta) \rangle$ der Dichteverteilung als Funktion des Azimutwinkels bestimmt. Diese Verteilung wurde Fourier-analysiert

$$\langle r(\theta) \rangle = r_0 \left(1 + \sum_{l=1}^{\infty} s_l \sin(l \cdot \theta) + c_l \cos(l \cdot \theta) \right) . \quad (4.24)$$

Durch geeignete Wahl des Winkelnullpunktes relativ zu der durch die Laserpunkte vorgegebenen Symmetrie konnte die Sinuskomponente s_l unterdrückt werden. Abbildung 4.21 zeigt die zeitliche Entwicklung des Fourierkoeffizienten c_4 .

Durch Fit mit einer exponentiell gedämpften hamonischen Oszillation konnten Frequenz und Lebensdauer der Anregung bestimmt werden:

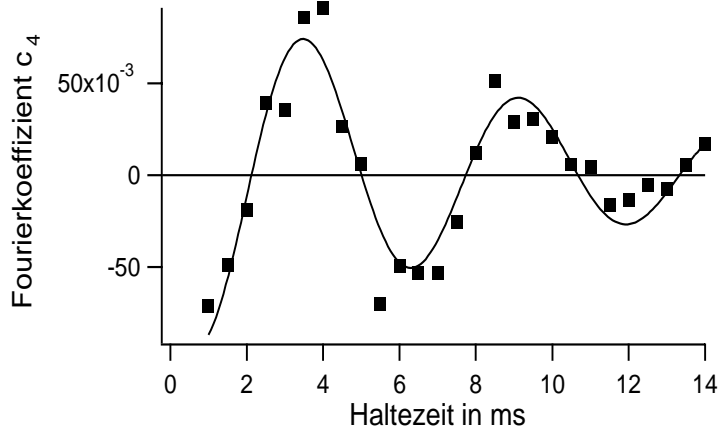


Abbildung 4.21: Fourier-Koeffizient c_4 als Funktion der Haltezeit in der Magnetfalle.

$$\nu_{|m|=4} = (177 \pm 5) \text{ Hz}$$

$$\tau_{|m|=4} = (9.5 \pm 2.2) \text{ ms} .$$

Die Frequenz stimmt mit der Vorhersage für das hydrodynamische Limit (Gleichung 4.18)

$$\nu_{|m|=4}^{\text{theoretisch}} = 2\nu_\rho = 180 \text{ Hz}$$

gut überein. Im Prinzip könnten mit der gewählten Geometrie der Anregung ebenfalls Moden höherer Ordnung wie $|m| = 8, 12, \dots$ angeregt werden. Deren Anregung würde dann nicht-resonant erfolgen und somit um einiges schwächer sein. Auch räumlich gesehen ist eine Anregung höherer Moden durch die Größe des Laserfokus unterdrückt. Für die $|m| = 8$ -Mode beträgt die Wellenlänge $\lambda = 2\pi R_{TF}/m = 18 \mu\text{m}$ an der Oberfläche des Kondensats. Einen optimalen Überlapp von Anregungsgeometrie und Mode ist gegeben, wenn der Laserfokus etwa die Größe einer halben Wellenlänge besitzt. Mit den hier gewählten Parametern ist der Laserfokus jedoch $12 \mu\text{m}$ weit, so daß eine Anregung unwahrscheinlich ist. In den Aufnahmen, die mit der korrekten Symmetrie und Frequenz für $|m| = 4$ gewonnen wurden, konnte keine höhere Mode beobachtet werden. Dies belegt die hohe Modenselektivität des gewählten Anregungsschemas, zeigt aber gleichzeitig auch seine Limitationen: für Moden mit sehr großem m ist ein sehr stark fokussierter Laserstrahl erforderlich. Mit dem existierenden experimentellen Aufbau können wir nicht zu einem kleineren Fokus als $7 \mu\text{m}$ fokussieren.

Die Dämpfung von kollektiven Anregung ist in erster Linie auf die Wechselwirkung des Kondensats mit den thermischen Atome zurückzuführen [19, 20]. Moden mit höherem Drehimpuls l , die gemäß Gleichung 4.17 mehr und mehr an der Oberfläche des Kondensats lokalisiert sind, sind dem Einfluß der thermischen Wolke stärker ausgesetzt und werden somit schneller gedämpft. Die thermische Wolke erfährt nicht nur das Fallenpotential, sondern auch das abstoßende mean-field des Bose-Einstein-Kondensats und deswegen liegt das Potentialminimum für die thermischen Atome am Rand des Kondensats. Der Vergleich zwischen den $|m| = 2$ - und $|m| = 4$ -Moden bei gleichem Kondensatanteil gibt eine stärkere Dämpfung für $|m| = 4$ um

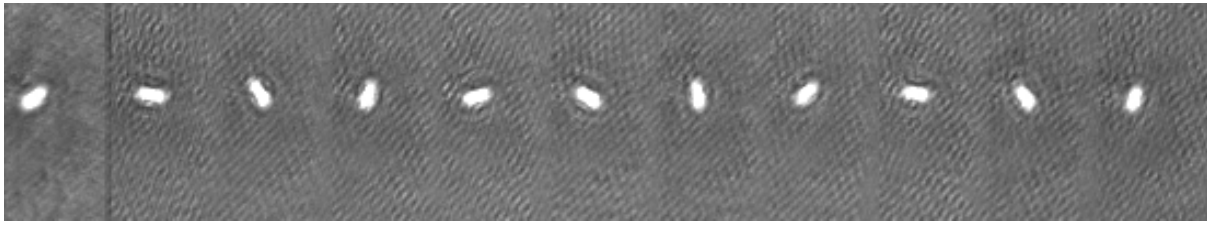


Abbildung 4.22: Rotierende Quadrupolanregung aufgenommen mit nichtdestruktivem Phasenkontrastverfahren. Gleiche Bilddaten wie Abbildung 4.15.

einen Faktor 40. Eine quantitative Untersuchung dieser Dämpfung als Funktion der Temperatur könnte zur einer sehr empfindlichen Thermometriemethode selbst bei hohen Kondensatanteilen führen.

Neben den den bisher betrachteten stehenden Oberflächenanregungen, die jeweils Superpositionen aus $m = l$ und $m = -l$ Zuständen waren, haben wir auch eine 'laufende' Welle, d. h. eine reine $m = 2$ Mode angeregt. Hierzu wurden wie im Fall der stehenden Quadrupoloszillation zwei Laserpunkte erzeugt und auf dem Rand des Kondensats plaziert. Im Unterschied zu dem vorherigen Experiment wurde die Intensität der Punkte jedoch nicht moduliert, sondern das Muster wurde bei konstanter Intensität rotiert (Abbildung 4.16b). Die Rotationsfrequenz wurde $\nu_{rot} = \frac{\nu_m}{m} = 66 \text{ Hz}$ gewählt. Die dabei entstehende rotierende Mode ist in Abbildung 4.22 gezeigt. Zu bemerken sind zwei Dinge:

- Die Rotationsfrequenz hat sich als sehr kritisch herausgestellt. Mit $\nu_{rot} = 60 \text{ Hz}$ und $\nu_{rot} = 72 \text{ Hz}$ konnte die Mode nicht angeregt werden. Dies ist erstaunlich, da der Anregungszyklus nur fünf Perioden lang betrieben wurde und somit eine Frequenzbreite von 20% aufweisen sollte. Die nichtresonante Anregungsamplitude war offensichtlich zu schwach. Bei Erhöhung der IR-Laserintensität kam es jedoch zu einer Aufheizung des Bose-Einstein-Kondensats, so daß diese These nicht überprüft werden konnte.
- Man muß in Erinnerung behalten, daß die Tiefe des antreibenden Potentials nur 10 – 20% des chemischen Potentials beträgt. Das Kondensat wird also nicht als ganzes in Rotation versetzt und hat auch nicht als Gesamtheit einen Drehimpuls $m = 2$. Vielmehr kann man für die Wellenfunktion einen Ansatz machen, der einen drehimpulsfreien Term und eine Störung mit Drehimpuls $m = 2$ enthält. Obwohl diese kollektive Anregung ein erster Schritt zum Studium von Bose-Einstein-Kondensaten in rotierenden Bezugssystemen ist, unterscheidet sie sich deutlich von Vortexpuständen die einen kollektiven Drehimpuls durch einen Phasengradienten der Wellenfunktion besitzen (siehe unten).

Bei diesen Experimenten erwies sich die exakte Justage des Infrarotlasers mit der Magnetfalle und die gleiche Intensität aller Laserpunkte als kritisch. Hinsichtlich der relativen Justage von Magnetfalle und Laser machten sich mechanische Vibrationen, die unter Umständen zu einer Kriechbewegung des Verschiebetisches mit der Fokussierlinse führten, bemerkbar. Obwohl der genaue Grund für die beobachteten Driften nicht gefunden wurde, sind mechanische Instabilitäten hierfür wahrscheinlich verantwortlich. Die den Deflektor antreibende RF-Frequenz war konstant, so daß elektronische Driften ausgeschlossen werden können. Ebenso können wir Positionsschwankungen, die durch den Laser hervorgerufen werden, ausschließen, da diese

durch Verwendung der Glasfaser in Intensitätsfluktuationen umgewandelt werden. Um konstante Experimentierbedingungen zu erhalten, wurde die Justage regelmäßig überprüft. Die Intensität der vier Strahlen durfte nicht mehr als 10% voneinander abweichen, um verlässliche Resultate zu bekommen. Vor Beginn des Experiments wurde ein entsprechender Frequenzbereich des Deflektors ausgewählt, der diese Forderung gewährleistet, und die anschließende Feinjustage wurde durch Verstellen von Spiegeln hinter dem Deflektor durchgeführt. Anfängliche Versuche, durch Änderung der RF-Frequenz des Deflektors eine Justage von Laserstrahlen und Magnetfalle zu erzielen, erwiesen sich als ungeeignet, weil sich die relative Balance der Strahlen dadurch änderte.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß es gelungen ist, mit zeitgemittelten optischen Potentialen kollektive Anregungen eines Bose-Einstein-Kondensats in einer Magnetfalle anzuregen. Dabei konnte eine klare Modenselektivität demonstriert werden. Bisherige Limitationen von Gleichstrommagnetfallen bei der Anregung höherer Moden können durch die Verwendung optischer Potentiale umgangen werden.

Im nächsten Kapitel wird eine weitere Eigenschaften von Bose-Einstein-Kondensaten im hydrodynamischen Limit untersucht: das Phänomen der Suprafluidität.

4.3 Die kritische Geschwindigkeit eines Bose-Einstein-Kondensats

Auf die Ähnlichkeit von Bose-Einstein-Kondensaten im hydrodynamischen Regime und den Grundgleichungen von Suprafluidität wurde in Kapitel 4.2 schon hingewiesen. In diesem Kapitel soll darauf noch detaillierter eingegangen werden. Im Gegensatz zu Untersuchungen in supraflüssigem Helium, bieten Bose-Einstein-Kondensate Experimentierbedingungen, die deutlich näher an idealem Verhalten liegen und somit leichter theoretisch zu erfassen sind. Wesentliche Unterschiede sind hierbei einerseits die schwächeren interatomaren Wechselwirkungen und der damit verbundene höhere Kondensatanteil⁵. Wie oben gezeigt, kann in einem magnetisch gespeicherten Bose-Einstein-Kondensat ein Kondensatanteil von 90% erreicht werden und in optischen Fallen liegen praktisch reine Kondensate vor. Andererseits stellen magnetische und optische Potentiale ideale glatte Oberflächen dar, was für flüssiges Helium nie erreicht werden konnte und wo durch Wandkontakt Dissipation einsetzte. Durch schwache Wechselwirkung der Atome sind Bose-Einstein-Kondensate in atomaren Gasen sensibler gegenüber äußeren Störungen, wie Laserstrahlen oder Magnetfeldern. Darüberhinaus ist die lokale räumliche Manipulierbarkeit durch die Möglichkeit der Verwendung von optischen Potentialen um Größenordnungen gesteigert. Die Kontrolle der optischen Potentiale auf Zeitskalen, die viel kleiner als die charakteristischen Zeitskalen des Systems sind, ist möglich, während in Helium thermodynamische Eigenschaften wie Druck oder Temperatur nur auf größeren Zeitskalen verändert werden können. Für einen detaillierteren Vergleich der beiden Systeme sei auf [62] verwiesen.

In Helium wurde der Zusammenbruch der Suprafluidität oberhalb einer bestimmten Geschwindigkeit gefunden. Wir haben die kritische Geschwindigkeit in einem Bose-Einstein-Kondensat gemessen, oberhalb derer Dissipation einsetzt. Die Dissipation ist wahrscheinlich auf die Erzeugung von Vortizes zurückzuführen.

⁵Durch Neutronenstreuung konnte der Kondensatanteil in flüssigem Helium gemessen werden, und die Extrapolation ergibt im Limes $T \rightarrow 0$ einen Wert von $\frac{N_0}{N} \simeq 15\%$ [59]. Diese Verminderung des Kondensatanteils kann auf die interatomaren Wechselwirkungen zurückgeführt werden.

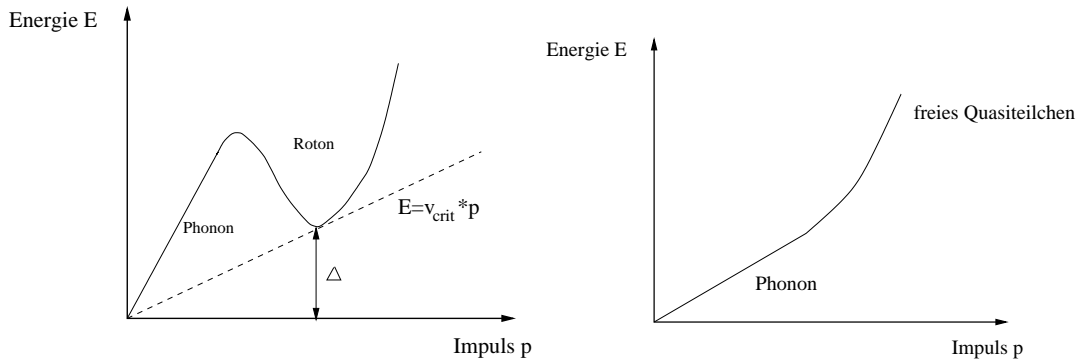


Abbildung 4.23: Die Anregungsspektren von flüssigem Helium (links) und Bose-Einstein-Kondensaten (rechts).

4.3.1 Kritische Geschwindigkeit und Vortizes

Seit der ersten Realisierung von Bose-Einstein-Kondensaten in atomaren Gasen hat es ein großes theoretisches Interesse an Vortizes in diesem System gegeben. Zahlreiche Artikel haben sich mit Fragen nach ihrer möglichen Anregung, Stabilität und Detektion befaßt (siehe z. B. [22] und zahlreiche Referenzen dort). Der experimentelle Nachweis für ihre Existenz in Bose-Kondensaten fehlte jedoch bisher.

Im folgenden soll die Existenz einer kritischen Geschwindigkeit, oberhalb derer der dissipationslose Fluß einer Supraflüssigkeit zusammenbricht, erläutert werden. Wie sich zeigt, sind in der Theorie Vortexzustände damit unmittelbar verknüpft.

In dem einfachsten Modell erhält man die kritische Geschwindigkeit aus Impuls- und Energieerhaltung sowie dem Anregungsspektrum von Helium [59]. Der Energieverlust der Supraflüssigkeit ist auf die Bildung von Anregungen zurückzuführen. Die möglichen Anregungen in flüssigem Helium sind Phononen mit einer Dispersionrelation $E(p) = c \cdot p$, und Rotonen mit $E(p) = \Delta + \frac{(p-p_0)^2}{2\mu}$ (siehe Abbildung 4.23a). Darin sind E und p Energie und Impuls, c die Schallgeschwindigkeit, $\Delta = 8.6 K \cdot k_B$ eine Energielücke und μ eine effektive Masse. Fließt Helium mit einer Geschwindigkeit \vec{v} , so ist die Anregungsenergie im Laborsystem $\Delta E = E - \vec{p} \cdot \vec{v}$ und die Anregung von Quasiteilchen wird energetisch günstig, wenn das Kriterium

$$v > v_{crit} = \min \frac{E(p)}{p} \quad (4.25)$$

erfüllt ist. Für Helium liefert dies $v_{crit} = \Delta/p_0$, ein Wert, der verglichen mit dem experimentell gefundenen mehr als zwei Größenordnungen zu groß ist. Für ein Bose-Einstein-Kondensat weist das Anregungsspektrum keine Rotonen auf, sondern besteht lediglich aus Phononen und freien Quasiteilchen (siehe Abbildung 4.23b). Nach dem Kriterium 4.25 würde die kritische Geschwindigkeit also mit der Schallgeschwindigkeit c zusammenfallen.

Die große Diskrepanz zwischen dem gemessenen und dem theoretischen Wert in Helium wird durch die Anregung von Vortexzuständen erklärt. Bevor wir uns dem eigentlichen Problem der kritischen Geschwindigkeit zuwenden, sollen deswegen hier erst die wichtigsten Eigenschaften von Vortexzuständen vorgestellt werden. Daß Vortizes in einer Supraflüssigkeit existieren, ist zunächst nicht offensichtlich. Eine der grundlegenden Eigenschaften von supraflüssigem Fluß ist das Verschwinden der Rotation, das Landau-Kriterium für Suprafluidität

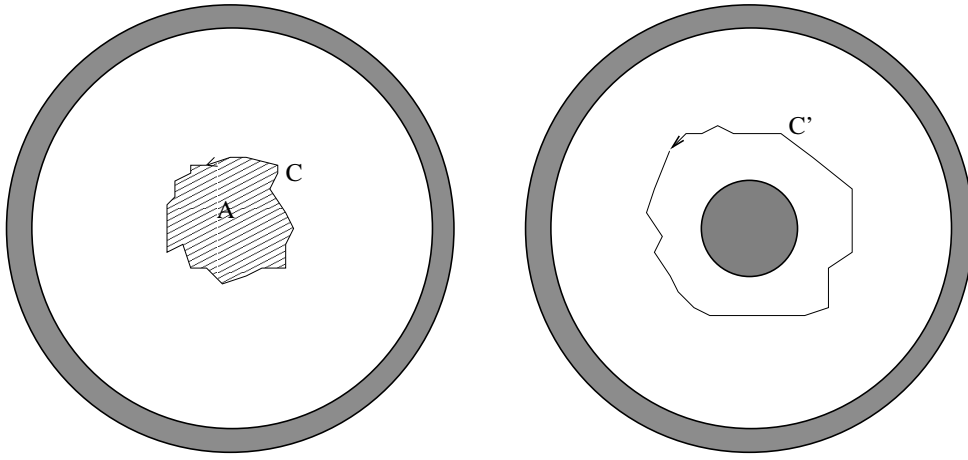


Abbildung 4.24: (von links nach rechts) a) Einfach zusammenhängende Geometrie mit verschwindender Zirkulation. b) Nicht einfach zusammenhängende Geometrie mit der Möglichkeit von Vortexformation.

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = 0 . \quad (4.26)$$

Integriert man somit den Fluß \vec{v} entlang einer geschlossenen Kurve C (siehe Abbildung 4.24a), so erhält man unter Verwendung des Stokesschen Integralsatzes:

$$\oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_A (\vec{\nabla} \times \vec{v}) \cdot d\vec{A} = 0 . \quad (4.27)$$

Nimmt man jedoch eine nicht einfach zusammenhängende Geometrie an, verliert der Stokes'sche Satz seine Gültigkeit. Das Integral entlang einer geschlossenen Kurve C' wird dann durch die Bedingung bestimmt, daß die Wellenfunktion der Supraflüssigkeit eine reelle Funktion mit einem komplexen Phasenfaktor ist (siehe Gleichung 4.12). Dies bedeutet, daß sich bei Rückkehr an den Ausgangsort lediglich eine Phasenverschiebung um ein Vielfaches von 2π ereignen darf. Zusammen mit Gleichung 4.13 ergibt sich dann:

$$\oint_{C'} \vec{v} \cdot d\vec{l} = \frac{\hbar}{m} \oint_{C'} \vec{\nabla} \theta \cdot d\vec{l} = n \cdot 2\pi \frac{\hbar}{m} = \kappa . \quad (4.28)$$

Die Größe κ wird auch als quantisierte Zirkulation und die von der Supraflüssigkeit eingeschlossene Region innerhalb derer die Wellenfunktion gegen Null geht, wird als Vortexkern bezeichnet. Der Vortex, der bisher behandelt wurde, ist ein zweidimensionales Objekt. In drei Dimensionen kann man sich die Struktur als Stapel infinitesimal dünner Vortizes vorstellen, deren Vortexkerne sich entlang einer sogenannten Vortexlinie aufreihen. Dies muß nicht eine von außen vorgegebene Struktur sein, sondern sie kann von der Flüssigkeit selbst gebildet werden, wenn es energetisch günstig ist. Wie in Abbildung 4.25 gezeigt, geht im Vortexkern die Dichte der Supraflüssigkeit gegen Null. Die tangentielle Geschwindigkeit als Funktion des Abstandes r zum Zentrum des Vortex kann aus Gleichung 4.28 erhalten werden:

$$v(r) = \frac{\kappa}{2\pi r} . \quad (4.29)$$

Da wir uns im folgenden immer mit den niedrigsten Anregungen beschäftigen, soll $\kappa = \frac{h}{m}$ gesetzt werden. Die Geschwindigkeit, die am Vortexkernradius a_0 erzielt wird, ist: $v_{max} =$

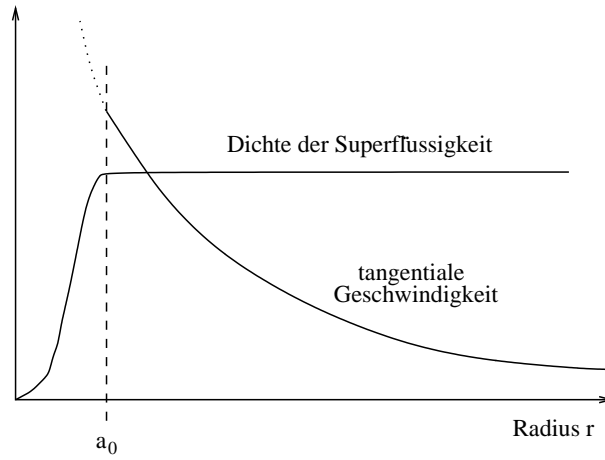


Abbildung 4.25: Geschwindigkeits- und Dichteverteilung in einem Vortex als Funktion des Radius. a_0 bezeichnet den Radius des Vortexkerns.

$\frac{\hbar}{m a_0}$. Die Energie eines Vortex ergibt sich aus der kinetischen Energie der zirkulierenden Atome pro Einheitslänge der Vortexlinie:

$$\epsilon = \int_{a_0}^b \pi \rho v^2 r \, dr = \pi \frac{\hbar^2}{m^2} \rho \ln \left(\frac{b}{a_0} \right). \quad (4.30)$$

Darin ist b der maximale Vortexradius, was durch die Größe des Systems gegeben ist, und $\rho = m \cdot n$ die Massendichte.

Diese bisher allgemein gehaltenen Überlegungen sollen nun auf den Fall eines Bose-Einstein-Kondensats übertragen werden. Die Größe des Vortexkerns a_0 wird bestimmt durch das Verhältnis von Wechselwirkungsenergie zwischen den Atomen und ihrer kinetischen Energie. Dies führt in Analogie zur Diskussion von Gleichung 2.15 dazu, daß die Größe des Vortexkerns eine 'healing length' $\xi = \frac{1}{\sqrt{8\pi a n}}$ ist. Damit erhält man für die maximale Geschwindigkeit des Hauptteils der Supraflüssigkeit (außerhalb des Vortexkerns)

$$v_{max} = v(\xi) = \sqrt{2} \sqrt{\frac{4\pi a \hbar^2 n}{m^2}} = \sqrt{2} \cdot c, \quad (4.31)$$

worin c die Schallgeschwindigkeit (Gleichung 4.8) ist. Außerhalb des Vortexkerns erhält man also die einfache Relation

$$v(r) = \sqrt{2} c \frac{\xi}{r}. \quad (4.32)$$

Im folgenden soll nun die Verbindung zwischen Vortizes und der kritischen Geschwindigkeit aufgezeigt werden und insbesondere gezeigt werden, daß die kritische Geschwindigkeit für die Bewegung eines makroskopischen Objekts in einem Bose-Einstein-Kondensat unterhalb der Schallgeschwindigkeit c liegt. Wesentliche theoretische Beiträge hierfür liefern die Arbeiten [63] und [64]. Dort wird ein zweidimensionales homogenes System einer Supraflüssigkeit in einem Reservoir betrachtet, das einen Zylinder mit Durchmesser d mit einer Geschwindigkeit v_0 umströmt (siehe Abbildung 4.26). Das Reservoir sei so groß gewählt, daß der Fluß an seinem Rand durch den Zylinder nicht gestört wird. Die Größe des Zylinders sei größer als ξ ,

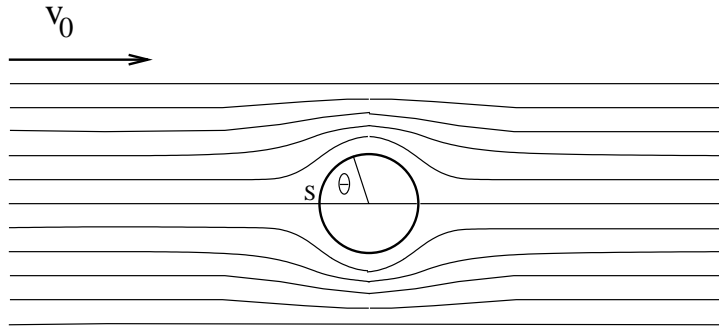


Abbildung 4.26: Stromlinien um einen mit Geschwindigkeit v_0 angeströmten Zylinder. S bezeichnet den Stagnationspunkt.

die Dichte der Flüssigkeit n . Für dieses System wurde gezeigt [63], daß die Lösung der Flußgleichungen 4.14 und 4.15 lokal instabil wird und die rotationsfreie Bewegung der Flüssigkeit zugunsten von Vortexbildung zusammenbricht, wenn die Bedingung

$$3v(\vec{r})^2 - v_0^2 > 2c^2 \quad (4.33)$$

erfüllt ist. Darin ist $v(\vec{r})$ die lokale Geschwindigkeit und c die Schallgeschwindigkeit. Diese Bedingung besagt anschaulich, daß die lokale Geschwindigkeit die Schallgeschwindigkeit übersteigen muß, um einen Vortex zu erzeugen. Die maximale Geschwindigkeit, die lokal erreicht werden kann, kann man aus der Bernoulli-Gleichung für die Strömung einer idealen Flüssigkeit erhalten. Die Bernoulli-Gleichung besagt, daß

$$p(\vec{r}) + \frac{1}{2}\rho v(\vec{r})^2 = \text{const.} \quad (4.34)$$

überall in der Flüssigkeit gilt, wobei p den Druck bezeichnet. Die Druckverteilung um einen umströmten Zylinder ist gegeben durch [65]:

$$p(\theta) = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 (4 \cos^2 \theta - 3) . \quad (4.35)$$

θ ist der in Abbildung 4.26 gezeigte Winkel. Der größte Druck liegt am Stagnationspunkt S vor, wo $p(0) = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2$ gilt. Bei $\theta = \pi/2$ gilt $p(\pi/2) = p_0 - \frac{3}{2}\rho v_0^2$. Die lokale Geschwindigkeit $v(\vec{r})$ am Stagnationspunkt ist 0, so daß sich die Bernoulli-Gleichung schreiben läßt als

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 = p_0 - \frac{3}{2}\rho v_0^2 + \frac{1}{2}\rho v(\theta = \frac{\pi}{2})^2 . \quad (4.36)$$

Hieraus folgt unmittelbar, daß $v(\theta = \pi/2) = 2v_0$, d. h. die maximale Geschwindigkeit an der Zylinderoberfläche ist das zweifache der Anströmgeschwindigkeit. Mit dieser Annahme erhält man aus Gleichung 4.33

$$v_{0,crit} = \sqrt{\frac{2}{11}}c = 0.43 \cdot c \quad (4.37)$$

einen Wert, der klar unter der Schallgeschwindigkeit liegt. [63] und [64] haben diesen Wert mit numerischen Simulationen überprüft und eine Übereinstimmung gefunden. Für Fremdoobjekte mit einem gaußförmigen Potentialverlauf und endlicher Potentialhöhe liegt die kritische

Geschwindigkeit unter derjenigen für den hier betrachteten Zylinder mit unendlicher Potentialhöhe, wie in [64] bemerkt, allerdings ohne eine quantitative Angabe über den Unterschied zu machen.

Um zu sehen, wieviel Energie durch diese Vortizes dissipiert wird, kann man deren Energie und Erzeugungsrate genauer betrachten. Die Vortexenergie (Gleichung 4.30) für Dichten um $n = 10^{14} \text{cm}^{-3}$ liegt bei

$$\epsilon = \pi \frac{\hbar^2}{m^2} \rho \ln \left(\frac{b}{\xi} \right) = 25 \mu\text{K} \cdot k_B \quad (4.38)$$

pro Vortexlinienlänge von $1 \mu\text{m}$. Hierin wurde $\ln \left(\frac{b}{\xi} \right) = 4$ gesetzt, was sich ergibt, wenn man für b den Thomas-Fermi-Radius einsetzt. Die Erzeugungsrate kann in einem einfachen Bild abgeschätzt werden: Strömt die Flüssigkeit mit einer Geschwindigkeit $v_0 > v_{0,crit}$ an den Zylinder, so werden Vortizes an der Zylinderoberfläche erzeugt und mit einer Geschwindigkeit v_0 von dem Zylinder weggetrieben. Die Geschwindigkeitsverteilung des wegtreibenden Vortex (Gleichung 4.32) führt zu einer vom ihm induzierten Geschwindigkeit an der Zylinderoberfläche, die wie

$$\sqrt{2}c \frac{\xi}{v_0 \Delta t} \quad (4.39)$$

abfällt. Δt ist die Zeit, die seit Ablösung des Vortex vergangen ist. Dieser verbleibende Einfluß des Vortex senkt die Geschwindigkeit an der Zylinderoberfläche und ein neuer Vortex kann erst erzeugt werden, wenn

$$2v_0 - 2v_{0,crit} = \sqrt{2}c \frac{\xi}{v_0 \Delta t} \quad (4.40)$$

erfüllt ist. Hieraus folgt unmittelbar die Erzeugungsrate:

$$\Gamma = (\Delta t)^{-1} = \frac{\sqrt{2}v_0(v_0 - v_{0,crit})}{\xi \cdot c} \quad (4.41)$$

Man sieht, daß diese Rate linear gegen Null geht, wenn man sich der kritischen Geschwindigkeit von oben nähert und für große Geschwindigkeiten quadratisch in v_0 wird. Aus den Definitionen von ξ (Gleichung 2.15) und c (Gleichung 4.8) folgt, daß ihr Produkt universell $\xi \cdot c = \frac{\hbar}{\sqrt{2}m}$ ist, was der Erzeugungsrate Γ ihre endgültige Form

$$\Gamma = \frac{2m}{\hbar} v_0 (v_0 - v_{0,crit}) \quad (4.42)$$

gibt. Dieses einfache Modell liefert für hohe Geschwindigkeiten v_0 bis auf den Faktor 2 eine Übereinstimmung mit dem in [64] berichteten Resultat. Nimmt man an, daß die Energiedissipation allein durch Vortexbildung erfolgt, kann sie durch

$$\dot{E} = \epsilon \cdot \Gamma \sim \rho v_0 (v_0 - v_{0,crit}) \quad (4.43)$$

pro Einheitslänge der Vortexlinie erhalten werden. Hieraus ergibt sich die Kraft auf das Fremdobjekt durch Vortexbildung

$$F = \frac{\epsilon \cdot \Gamma}{v_0} \sim \rho (v_0 - v_{0,crit}) \quad (4.44)$$

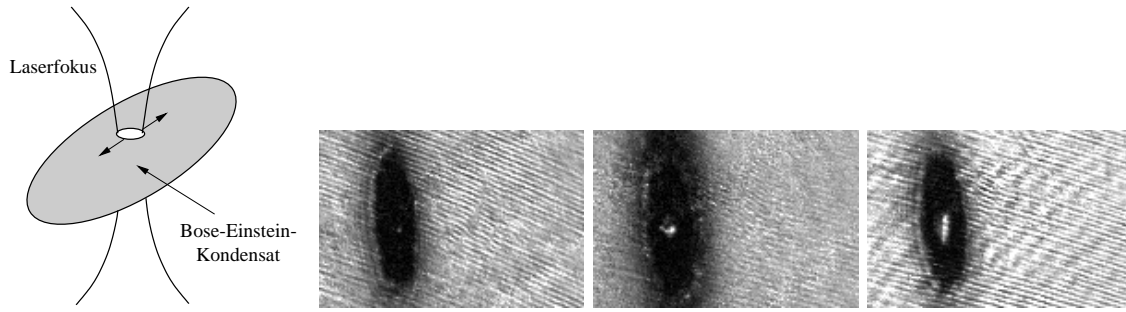


Abbildung 4.27: Auswirkung eines fokussierten Argonienlaserstrahls auf ein Bose-Einstein-Kondensat. (von links nach rechts) a) Schema von Bose-Einstein-Kondensat und Laserstrahl. b) Der Laser ist aus. c) Der Laser ist an. d) Der Laser wird so schnell in einer Linie gescannt, daß die Atome ein zeitgemitteltes Potential sehen. Man kann sehen, daß die Ausdehnung des Scans klein gegenüber den Abmessungen des Kondensats ist. Diese Absorptionenaufnahmen sind in der Magnetfalle gewonnen worden, die Richtung der Aufnahme ist entlang der Ausbreitungsrichtung des Argonienlaserstrahls, die Abmessungen der Bilder sind $360 \times 240 \mu\text{m}^2$.

in Übereinstimmung mit [63]. In [64] wird jedoch argumentiert, daß die Vortexbildung nicht direkt für die Kraftausübung verantwortlich ist, sondern lediglich zu einem Druckgradienten entlang des Fremdobjektes führt. Die Kraft ist dann gegeben durch

$$F = \frac{8}{3}\rho(R + \alpha\xi)v'^2, \quad (4.45)$$

wobei v' die effektive Fließgeschwindigkeit ist, die von der Größenordnung der Anströmgeschwindigkeit v_0 ist, jedoch von den Wechselwirkungen der Teilchen abgesenkt wird. R ist der Radius des Fremdobjektes und α ist ein numerisch zu bestimmender Parameter von der Größe von der Größenordnung 1. In unserem Fall ist jedoch R viel größer als ξ und somit ergibt sich die Energiedissipation zu $\dot{E} \sim \rho R v'^3$. Die Unterscheidung zwischen den beiden Modellen sollte durch die unterschiedliche Abhängigkeit der Energiedissipation von der Geschwindigkeit möglich sein. Ebenso wird im zweiten Modell eine Abhängigkeit von der Größe des Fremdobjektes erwartet, während die Energiedissipation im ersten Modell unabhängig davon ist.

4.3.2 Experimentelle Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit

Um die kritische Geschwindigkeit zu messen, muß man ein fremdes makroskopisches Objekt durch ein Bose-Einstein-Kondensat bewegen. Experimentell am einfachsten ist die Verwendung eines gegen die atomare Resonanz blauverstimmten Laserstrahls. Dieses übt auf die Atome ein repulsives Potential aus und wenn man dessen Intensität hoch genug wählt (das Potential des Lasers muß größer als das chemische Potential sein), kann man ein Loch in das Kondensat 'bohren', wie in Abbildung 4.27 gezeigt. Ist dieses Regime erreicht, geht die Wellenfunktion am Rand des Laserstrahls gegen Null und man kann den Laser als echtes Fremdobjekt betrachten.

Wir verwenden für diese Untersuchungen das grüne Licht eines Argonienlasers ($\lambda = 514 \text{ nm}$), wie bereits in Kapitel 3 erwähnt. Das Potential kann man in praktischen Einheiten ausdrücken durch

$$\frac{U_0}{k_B} = 3.2 \mu\text{K} \cdot \frac{P}{\text{mW}} \cdot \left(\frac{5 \mu\text{m}}{w_0}\right)^2, \quad (4.46)$$

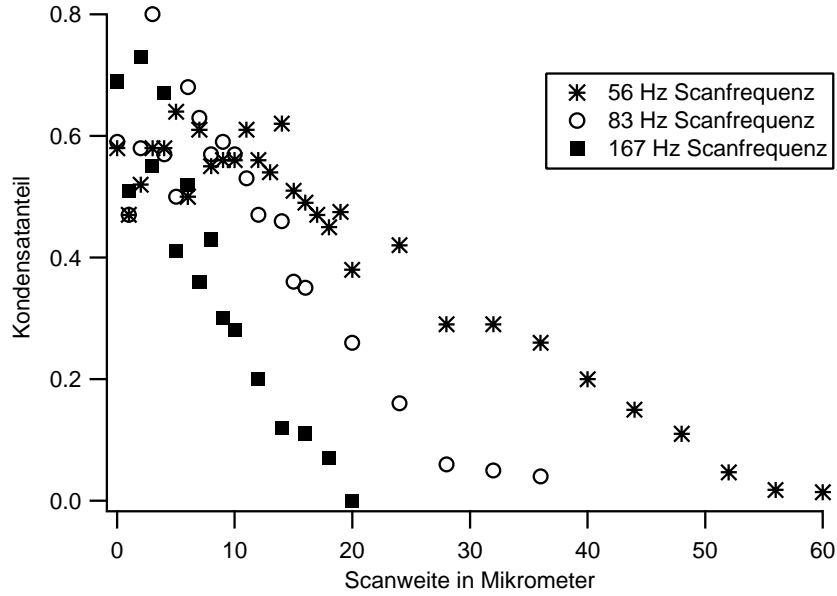


Abbildung 4.28: Messung des Kondensatanteils für verschiedene Scanfrequenzen als Funktion der Scanweite. Die Länge des Kondensates in Scanrichtung betrug $200 \mu\text{m}$.

wobei P die Laserleistung und w_0 der $1/e^2$ -Radius des gaußschen Fokus ist. Wir haben typischerweise mit Leistungen von 0.4 mW gearbeitet, die typische Fokusweite war $w_0 = 5 \mu\text{m}$. Ändert man die Intensität, so führt dies zu einer Änderung des Radius des Lochs R_L im Kondensat. R_L ist gegeben durch die Bedingung, daß das Potential $U(r) = U_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right)$ des Lasers bei Abstand R_L vom Zentrum gleich dem chemische Potential μ ist:

$$R_L = \frac{w_0}{\sqrt{2}} \sqrt{\ln\left(\frac{U_0}{\mu}\right)}. \quad (4.47)$$

Mit einem chemischen Potential von etwa 250 nK erhält man $R_L = 4.5 \mu\text{m}$. Diese Größe muß mit dem Thomas-Fermi-Radius (Gleichung 4.2) in radialer Richtung verglichen werden, wobei man mit den Werten von $N_0 = 5 \cdot 10^6$ Atome und $\nu_\rho = 60.5 \text{ Hz}$ einen Wert von $R_{TF,\rho} = 25 \mu\text{m}$ erhält. Die im Vergleich zum vorherigem Experiment niedrigere radiale Fallenfrequenz wurde durch eine weitere Dekomprimierung der Falle mit einem homogenen Magnetfeld $B_0 = 18 \text{ G}$ erhalten. Wie oben erwähnt trat bei dieser Dekomprimierung eine Aufheizung des Bose-Einstein-Kondensats ein, so daß wir nicht mit Kondensatanteilen von über $\frac{N_0}{N} \simeq 60\%$ arbeiten konnten. Die Fallenfrequenz wurde mit dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Verfahren gemessen.

Im Gegensatz zu den vorhergehend beschriebenen Experimenten wurde in diesem Experiment kein zeitgemittelttes Potential erzeugt, sondern der Laserstrahl relativ langsam durch das Kondensat bewegt. Um keine Schall- oder thermische Anregungen durch das Anschalten des Laser zu induzieren, war der Laser bereits während des gesamten Evaporationsprozesses eingeschaltet. Der Laserstrahl wurde nach Abschluß der Evaporation und der Dekompression mit unterschiedlichen Frequenzen ν unterschiedliche Strecken d bewegt. Das Kondensat wurde zunächst für eine Dauer von 900 ms 'gerührt', ehe ihm 100 ms Equilibrierungszeit gegeben wurden während der der Laser ausgeschaltet war. Anschließend wurde die Magnetfalle abgeschaltet und ein Absorptionsbild der Atome nach 20 ms ballistischer Expansion aufgenommen.

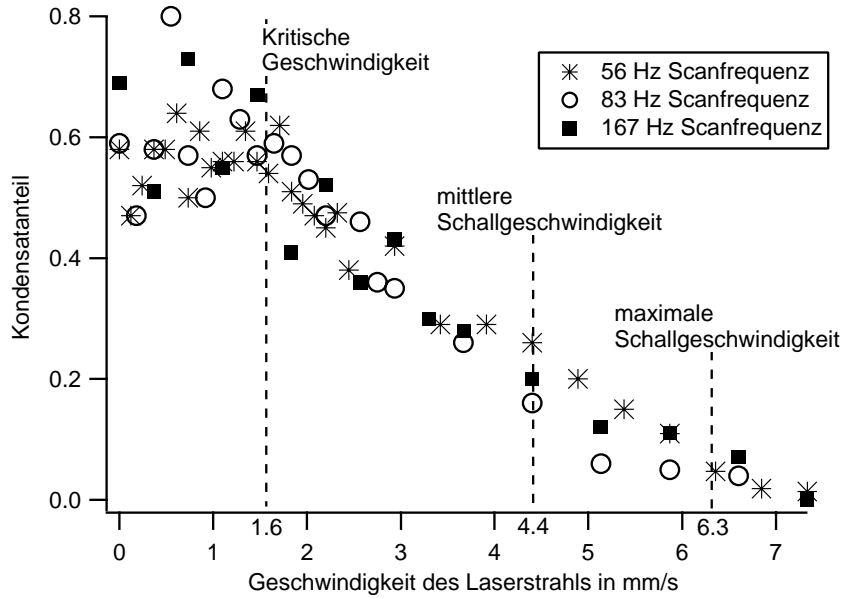


Abbildung 4.29: Auftragung der Kurven aus Abbildung 4.28 als Funktion der Geschwindigkeit. Man sieht das Einsetzen von Dissipation bei $v_{crit} = 1.6 \frac{mm}{s}$.

In den Bildern war jeweils klar die thermische Wolke zu sehen. Die Temperatur der thermischen Wolke hängt mit dem Kondensatanteil gemäß

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3 \quad (4.48)$$

zusammen, was unmittelbar aus den Gleichungen 2.5 und 2.6 folgt. Die kritische Temperatur beträgt etwa $T_c = 1 \mu K$. Aufgrund des steilen Verlaufs des Kondensatanteils als Funktion der Temperatur nahe der kritischen Temperatur, ist er zur Thermometrie für niedrige Kondensatanteile gut geeignet. Der Kondensatanteil wurde in den Aufnahmen gemessen und man erhält die in Abbildung 4.28 gezeigten Kurven. Kombiniert man nun die Scanfrequenz und -amplitude zur Geschwindigkeit des Lasers, fallen alle drei Kurven zusammen (Abbildung 4.29) und man sieht das Einsetzen einer Aufheizung des Kondensats bei der Geschwindigkeit $v_{crit} = 1.6 \frac{mm}{s}$. Diese Geschwindigkeit ist deutlich kleiner als die mittlere und die maximale Schallgeschwindigkeit $c = 4.4 \frac{mm}{s}$ bzw. $c_{max} = 6.3 \frac{mm}{s}$, die zur mittleren bzw. maximalen Dichte korrespondieren. Hiermit ergibt sich ein Verhältnis von $\frac{v_{crit}}{c} = 0.36$. Um Effekte durch Wechselwirkung des Lasers mit der thermischen Wolke auszuschließen, haben wir Kontrollexperimente ohne Kondensat durchgeführt. Die Intensität des Lasers wurde nicht geändert, um gleiche Experimentierbedingungen zu erzielen. Eine Aufheizung der thermischen Wolke wurde nicht gefunden und die durch die Meßgenauigkeit gegebene Obergrenze für ihren Beitrag liegt bei 10% des in dem Kondensat gemessenen Aufheizeffekts. Daß die thermische Wolke nicht meßbar aufgeheizt wurde, wurde auf die geringe Potentialhöhe des Laserpotentials zurückgeführt, das nur für wenige thermische Atome eine Barriere darstellte. Studien des Verhaltens der thermischen Wolke bei höherer Laserleistung sind geplant.

Gemäß Gleichung 4.37 wird erwartet, daß die kritische Geschwindigkeit linear mit der Schallgeschwindigkeit und somit proportional zu $\sqrt{n(\vec{r})}$ skaliert. Wir haben durch Dekomprimierung zu einem homogenen Magnetfeld von 27 G die Fallenfrequenz auf $\bar{\omega}' = 0.87 \cdot \bar{\omega}$

gesenkt, was nach Gleichung 2.13 und 2.12 zu einer Dichteänderung zu $n' = 0.85 \cdot n$ führt. Die Erniedrigung der kritischen Geschwindigkeit um 8% konnte jedoch nicht eindeutig festgestellt werden, da dies innerhalb der Meßunsicherheit lag. Messungen bei einer deutlich höheren Dichte sind in Vorbereitung. Ebenso Messungen, bei denen die Größe des Argonionenlaserfokus verändert wird.

Obwohl das gemessene Verhältnis $\frac{v_{crit}}{c} = 0.36$ recht nahe an dem theoretisch erwarteten Wert von 0.43 (Gleichung 4.37) zu liegen scheint, muß man die zur Herleitung des theoretischen Wertes gemachten Annahmen berücksichtigen. Die Rechnungen wurden für den zweidimensionalen Fall durchgeführt und unter der Annahme, daß Effekte durch die Oberfläche des Kondensats vernachlässigbar sind. Während in unserem Fall die Dichteverteilung entlang der Richtung des Scans in guter Näherung als homogen angenommen werden kann (die Scanweite ist kleiner als $40 \mu m$, wo hingegen die Länge des Kondensats ca. $200 \mu m$ beträgt), ist diese Annahme in radialer Richtung nicht mehr gewährleistet, wenn man sich vom Zentrum des Kondensats entlang des Laserstrahls nach außen bewegt. Die Dichteverteilung findet auf einer kleineren Längenskala (vom Rand des Laserstrahls zum Rand des Kondensats) statt. Durch die Abnahme der Dichte zum Rand hin (Gleichung 2.12), ist außerdem die lokale Schallgeschwindigkeit dort geringer, so daß die kritische Geschwindigkeit dort zuerst erreicht werden wird. Aufgrund der geringeren Dichte ist jedoch die Energiedissipation geringer, was in beiden Modellen übereinstimmend gefunden wird (Gleichung 4.44 bzw. 4.45). Der Einfluß der inhomogenen Dichteverteilung und der endlichen Größe des Kondensats muß noch genauer studiert werden.

Die Position des Argonionenlaserfokus erwies sich als sehr stabil. Selbst über mehrere Stunden des Experimentierens war kein Nachjustieren erforderlich. Im Vergleich mit dem Infrarotlaser wurde dies auf eine höhere mechanische Stabilität des optischen Aufbaus zurückgeführt. Das Einbringen des Laserstrahls in die Glaszelle vertikal wie im Fall des Argonionenlaserstrahls bringt eine höhere Stabilität mit sich, weil alle optischen Komponenten direkt auf den optischen Tisch montiert werden können. Beim horizontalen Einbringen muß der Strahlengang über zwei 'Stockwerke' von optischen Ebenen geführt werden.

Obwohl diese Messungen noch nicht abgeschlossen sind, liefern die ersten Ergebnisse bereits klare Hinweise auf die Existenz einer kritischen Geschwindigkeit. In weiteren Messungen werden sich mögliche Dissipationsmechanismen und Vortexformation untersuchen lassen. Durch die vergleichsweise Einfachheit eines schwach wechselwirkenden Systems, könnten diese Untersuchungen auch ein neues Licht auf Phänomene in supraflüssigem Helium werfen.

Kapitel 5

Schlußfolgerung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Apparatur zur Manipulation von Bose-Einstein-Kondensaten mit räumlich und zeitlich veränderlichen optischen Dipolpotentialen aufgebaut. Das schnelle Bewegen optischer Potentiale mit einem akusto-optischen Deflektor ermöglichte es, Potentiale für Bose-Einstein-Kondensate zu 'zeichnen'. Das erstmalige Speichern von Bose-Einstein-Kondensaten in zeitgemittelten optischen Potentialen wurde demonstriert. Zeitgemittelte optische Potentiale könnten die Möglichkeit zum Studium von Kondensaten in komplexen Geometrien eröffnen. Limitierende Heizmechanismen und Ladefluktuationen wurden untersucht. Der festgestellte Heizmechanismus legt nahe, daß die Heizrate durch höhere Scanfrequenzen deutlich reduziert werden kann. Die Ladefluktuationen können vermutlich mit einem neuen Dekomprimierungsschema umgangen werden, das zur Untersuchung der kollektiven Anregungen und der kritischen Geschwindigkeitsmessung bereits erfolgreich eingesetzt wurde. Die noch ausstehende Demonstration des Speicherns von Bose-Einstein-Kondensaten in nicht einfach zusammenhängenden Geometrien, sollte damit in Zukunft möglich sein. Dieser neue Fallentyp wird das Studium von Phasenkohärenz und Phasendiffusion von Bose-Einstein-Kondensaten und die Interferenz mehrerer Kondensate ermöglichen. Ebenso können dauerhafte Ringströme und Vortizes untersucht werden.

Kollektive Anregungen konnten erstmals mit zeitgemittelten optischen Potentialen angeregt werden. Dadurch konnte die bisherige Limitation der weitverbreiteten Gleichstrommagnetfallen in der Anregung von nicht-zylindersymmetrischen Moden mit hohem Drehimpuls überwunden werden. Das von uns gewählte Anregungsschema zeigte eine hohe Modenselektivität, da die Moden sowohl in der Orts- als auch in der Frequenzdomäne präzise adressiert werden konnten. Die gemessenen Eigenfrequenzen der Moden stimmen mit der Theorie für schwach wechselwirkende Bose-Gase überein. Für die hochliegenden kollektiven Anregungen haben wir eine viel stärkere Dämpfung gemessen als für die bisher studierten niedrig liegenden Anregungen. Dies wird auf die stärkere Lokalisation der Dichtestörung am Rand des Kondensats zurückgeführt (Oberflächenmoden), wo der dämpfende Einfluß der thermischen Wolke größer ist. Eine systematische Studie dieses Effekts kann zu einer sehr empfindlichen Thermometrie-methode selbst bei hohen Kondensatanteilen führen, bei denen bisherige Methoden wegen der zu geringen Anzahl thermischer Atome versagen. Die ebenso vorgestellte Anregung laufender Oberflächenmoden kann als Ausgangspunkt zum Studium von rotierenden Bose-Einstein-Kondensaten verwendet werden. Die Physik rotierender Kondensate ist bisher experimentell nicht untersucht worden, erwartet werden Phänomene wie die Bildung von Vortizes und Dauerströme.

Schließlich wurde die kritische Geschwindigkeit für die Bewegung eines makroskopischen Fremdobjektes durch ein Bose-Einstein-Kondensat gemessen. Als Fremdobjekt diente ein gegen die atomare Resonanz blauverstimmter Laserstrahl. Dieses Experiment liefert eine erste direkte Messung des supraflüssigen Charakters von Bose-Einstein-Kondensaten in atomaren Gasen. Zwischen zwei alternativen in der Literatur vorgeschlagenen Mechanismen, die auf der Erzeugung von Vortizes beruhen, kann mit den bisher gewonnenen Daten noch nicht unterschieden werden. Diese Unterscheidung sollte jedoch nach dem Studium der Abhängigkeit der kritischen Geschwindigkeit von Parametern wie Dichte und Größe des Laserfokus möglich sein. Aufbauend auf diesem Experiment können Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen schwach wechselwirkenden Bose-Einstein-Kondensaten in atomaren Gasen und supraflüssigem Helium mit starken Teilchenwechselwirkungen studiert werden. Insbesondere könnten Untersuchungen von Suprafluidität an Bose-Einstein-Kondensaten Aufschluß über das Einsetzen von Suprafluidität in mesoskopischen Systemen geben, wie dies für Heliumtröpfchen und Heliumfilme beobachtet wurde.

Das Studium von supraflüssigen Eigenschaften von Bose-Einstein-Kondensaten bietet zahlreiche interessante Aspekte. Die von Helium her bekannten makroskopischen Quanteneffekte, wie z. B. Dauerströme und Vortizes, können in Bose-Einstein-Kondensaten durch den höheren Kondensatanteil und die idealeren Fallenbedingungen in reinerer Form untersucht werden. Dadurch können existierende Theorien präziser getestet werden. Darüberhinaus kann der Übergang vom makroskopischen zum mesoskopischen System studiert werden, was im Fall von supraflüssigem Helium experimentell schwierig ist. In mesoskopischen Proben spielen Oberflächeneffekte und die endliche Größe einen zunehmenden Einfluß auf die Eigenschaften des Systems. Die gute lokale Manipulierbarkeit von Bose-Einstein-Kondensaten wird Grundlage vieler dieser Untersuchungen sein.

Literaturverzeichnis

- [1] S. Chu. *The manipulation of neutral particles*. Rev. Mod. Phys., **70** (1998), 685.
- [2] C.N. Cohen-Tannoudji. *Manipulating atoms with photons*. Rev. Mod. Phys., **70** (1998), 707.
- [3] W.D. Phillips. *Laser cooling and trapping of neutral atoms*. Rev. Mod. Phys., **70** (1998), 721.
- [4] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell. *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*. Science, **269** (1995), 198.
- [5] K.B. Davis, M.-O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle. *Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms*. Phys. Rev. Lett., **75** (1995), 3969.
- [6] C.C. Bradley, C.A. Sackett, and R.G. Hulet. *Bose-Einstein Condensation of Lithium: Observation of Limited Condensate Number*. Phys. Rev. Lett., **78** (1997), 985.
- [7] W. Ketterle, D.S. Durfee, and D.M. Stamper-Kurn. *Bose-Einstein condensation in atomic gases*. Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi. 1999.
- [8] M.R. Andrews, D.M. Kurn, H.-J. Miesner, D.S. Durfee, C.G. Townsend, S. Inouye, and W. Ketterle. *Propagation of sound in a Bose-Einstein condensate*. Phys. Rev. Lett., **79** (1997), 553.
- [9] D.M. Stamper-Kurn, M.R. Andrews, A.P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miesner, J. Stenger, and W. Ketterle. *Optical Confinement of a Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., **80** (1998), 2072.
- [10] D.M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A.P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, and W. Ketterle. *Reversible Formation of a Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., **81** (1998), 2194.
- [11] S. Inouye, M.R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D.M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. *Observation of Feshbach Resonances in a Bose-Einstein Condensate*. Nature, **392** (1998), 151.
- [12] H.-J. Miesner, D.M. Stamper-Kurn, M.R. Andrews, D.S. Durfee, S. Inouye, and W. Ketterle. *Bosonic stimulation in the formation of a Bose-Einstein condensate*. Science, **279** (1998), 1005.

- [13] J. Stenger, S. Inouye, D.M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A.P. Chikkatur, and W. Ketterle. *Spin domains in ground state spinor Bose-Einstein condensates*. *Nature*, **396** (1998), 345.
- [14] H.-J. Miesner, D.M. Stamper-Kurn, J. Stenger, S. Inouye, A.P. Chikkatur, and W. Ketterle. *Observation of metastable states in spinor Bose-Einstein condensates*. *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999), 2228.
- [15] J. Stenger, S. Inouye, M.R. Andrews, H.-J. Miesner, D.M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. *Strongly enhanced inelastic collisions in a Bose-Einstein condensate near Feshbach resonances*. *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999), 2422.
- [16] D. M. Stamper-Kurn, J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, and W. Ketterle. *Quantum Tunneling across Spin Domains in a Bose-Einstein Condensate*. *Phys. Rev. Lett.*, **83** (1999), 661.
- [17] D.S. Jin, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell. *Collective Excitations of a Bose-Einstein Condensate in a Dilute Gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **77** (1996), 420.
- [18] M.-O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.M. Kurn, D.S. Durfee, C.G. Townsend, and W. Ketterle. *Collective Excitations of a Bose-Einstein condensate in a Magnetic Trap*. *Phys. Rev. Lett.*, **77** (1996), 988.
- [19] D.S. Jin, M.R. Matthews, J.R. Ensher, C.E. Wieman, and E.A. Cornell. *Temperature-Dependent Damping and Frequency Shifts in Collective Excitations of a Dilute Bose-Einstein Condensate*. *Phys. Rev. Lett.*, **78** (1997), 764.
- [20] D.M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, S. Inouye, M.R. Andrews, and W. Ketterle. *Collisionless and Hydrodynamic Excitations of a Bose-Einstein Condensate*. *Phys. Rev. Lett.*, **81** (1998), 500.
- [21] F. Dalfovo, S. Giorgini, L.P. Pitaevskii, and S. Stringar. *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*. *Rev. Mod. Phys.*, **71** (3) (1999), 463.
- [22] D. L. Feder, C. W. Clark, and B. I. Schneider. *Vortex stability of Interacting Bose-Einstein Condensates confined in Anisotropic Harmonic Traps*. *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999), 4956.
- [23] S.N. Bose. *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*. *Zeitschrift für Physik*, **26** (1924), 178.
- [24] A. Einstein. *Zur Quantentheorie des idealen Gases*. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.*, **Bericht 3** (1925), 18.
- [25] K. Huang. *Statistical Mechanics*. Wiley, New York, 1987.
- [26] F. Schwabl. *Quantenmechanik*. Springer Verlag, Heidelberg, 1997.
- [27] E. Tiesinga, C.J. Williams, P.S. Julienne, K.M. Jones, P.D. Lett, and W.D. Phillips. *A spectroscopic determination of scattering lengths for sodium atom collisions*. *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, **101** (1996), 505.

- [28] H. M. J. M. Boesten, C. C. Tsai, J. R. Gardner, D. J. Heinzen, and B. J. Verhaar. *Phys. Rev. A*, **55** (1997), 636.
- [29] E.R.I. Abraham, W.I. McAlexander, C.A. Sackett, and R.G. Hulet. *Spectroscopic Determination of the s-Wave Scattering Length of Lithium*. *Phys. Rev. Lett.*, **74** (1995), 1315.
- [30] M.-O. Mewes. *Bose-Einstein Condensation of Sodium Atoms*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1997.
- [31] E. P. Gross. *Nuovo Cimento*, **20** (1961), 454.
- [32] L. P. Pitaevskii. *Sov. Phys. JETP*, **13** (1961), 451.
- [33] K. Huang. *Quantum field theory*. Wiley, New York, 1998.
- [34] M.R. Andrews, C.G. Townsend, H.-J. Miesner, D.S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle. *Observation of interference between two Bose condensates*. *Science*, **275** (1997), 637.
- [35] F. London. *The λ -phenomenon of liquid helium and the Bose-Einstein degeneracy*. *Nature*, **141** (1938), 643.
- [36] I.F. Silvera and J.T.M. Walraven. *Stabilization of atomic hydrogen at low temperature*. *Phys. Rev. Lett.*, **44** (1980), 164.
- [37] R.W. Cline, D.A. Smith, T.J. Greytak, and D. Kleppner. *Magnetic confinement of spin-polarized atomic hydrogen*. *Phys. Rev. Lett.*, **45** (1980), 2117.
- [38] D.G. Fried, T.C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S.C. Moss, D. Kleppner, and T.J. Greytak. *Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen*. *Phys. Rev. Lett.*, **81** (1998), 3811.
- [39] J.V. Prodan, W.D. Phillips, and H. Metcalf. *Laser Production of a Very Slow Monoenergetic Atomic Beam*. *Phys. Rev. Lett.*, **49** (1982), 1149.
- [40] W. Ketterle, K.B. Davis, M.A. Joffe, A. Martin, and D.E. Pritchard. *High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap*. *Phys. Rev. Lett.*, **70** (1993), 2253.
- [41] P.D. Lett, R.N. Watts, C.I. Westbrook, W.D. Phillips, P.L. Gould, and H.J. Metcalf. *Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit*. *Phys. Rev. Lett.*, **61** (1988), 169.
- [42] W. Ketterle and N.J. van Druten. *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, volume 37, page 181. Academic Press, San Diego, 1996.
- [43] M.R. Andrews, M.-O. Mewes, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle. *Direct, Non-Destructive Observation of a Bose Condensate*. *Science*, **273** (1996), 84.
- [44] H. A. Lorentz. *The theory of electrons*. Dover, New York, 1952.
- [45] L. Allen and J.H. Eberly. *Optical Resonance and Two-Level Atoms*. Dover Publications, New York, 1975.

- [46] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. Ovchinnikov. *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, volume 42. Academic Press, in press.
- [47] E. Hecht. *Optics*. Addison-Wesley, Reading, 1989.
- [48] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley, New York, 1999.
- [49] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, and J. Dalibard, 1998. preprint, cond-mat/9811339.
- [50] T.A. Savard, K.M. O'Hara, and J.E. Thomas. *Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps*. Phys. Rev. A, **56** (1997), R1095.
- [51] R.W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press, 1991.
- [52] conoptics Inc. *310A Series Electro Optic Laser Beam Deflectors Data Sheet 8901*.
- [53] Intraaction Corp. *Instruction Manual for Model DTD-274HA6 2-Axis Acousto-optic Deflection System*.
- [54] Saleh and Teich. *Fundamentals of Photonics*. Wiley, New York, 1991.
- [55] J. Lekavich. *Basics of Acousto-Optic Devices*. Lasers and Applications, (1986), 59.
- [56] J. Stenger, 1997. priv. Mitteilung.
- [57] B.P. Anderson and M.A. Kasevich. *Macroscopic Quantum Interference from Atomic Tunnel Arrays*. Science, **282** (1998), 1686.
- [58] W. Petrich, M.H. Anderson, J.R. Ensher, and E.A. Cornell. *A Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms*. Phys. Rev. Lett., **74** (1995), 3352.
- [59] D. R. Tilley and J. Tilley. *Superfluidity and Superconductivity*. Adam Hilger, Bristol, 3rd edition, 1990.
- [60] S. Stringari. *Collective excitations of a trapped Bose-condensed gas*. Phys. Rev. Lett., **77** (1996), 2360.
- [61] F. Dalfovo, S. Giorgini, M. Guilleumas, L. Pitaevskii, and S. Stringari. *Collective and single-particle excitations of a trapped Bose gas*. Phys. Rev. A, **56** (5) (1997), 3840.
- [62] A.J. Leggett. *BEC: the Alkali Gases from the Perspective of Research on Liquid Helium*. In *Atomic Physics 16*. American Institute of Physics, 1999.
- [63] T. Frisch, Y. Pomeau, and S. Rica. *Transition to Dissipation in a Model of Superflow*. Phys. Rev. Lett., **69** (1992), 1644.
- [64] T. Winiecki, J. F. McCann, and C. S. Adams. *Pressure drag in linear and nonlinear Quantum Fluids*. Phys. Rev. Lett, **82** (1999), 5186.
- [65] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, Reading, 1959.

Danksagung

Der Abschluß dieser Diplomarbeit bietet Gelegenheit, all denjenigen Dank zu sagen, die diesen großartigen Aufenthalt am MIT für mich ermöglicht haben.

Mein ganz besonderer Dank gilt Wolfgang Ketterle für die Bereitschaft, mich in seiner Forschungsgruppe aufzunehmen und für das Vertrauen und die Unterstützung, die ich vom ersten Tag an erfahren habe. Dadurch daß ich - obwohl ich kaum experimentelle Erfahrung hatte - gleich seit Beginn meines Aufenthalts an Experimenten mitarbeiten konnte, habe ich sehr viel gelernt. Durch seinen intuitiven Zugang zu physikalischen Problemen habe ich viele neue Einsichten in die Physik gewonnen. Auch für die mir ermöglichten Konferenzbesuche und alle seine Bemühungen um diese Arbeit bin ich ihm sehr dankbar.

Meinem Betreuer in Frankfurt, Horst Schmidt-Böcking, bin ich zu großem Dank verpflichtet, daß diese Diplomarbeit überhaupt zustande gekommen ist. Seine unkonventionelle und uneigennützigte Hilfe hat mir vieles erleichtert und ich habe sie allzuoft in Anspruch genommen.

Darüberhinaus will ich betonen, daß forschen immer eine Teamarbeit ist und daß ich das Glück hatte, in einem exzellenten Team arbeiten zu können. Allen voran möchte ich Chandra Raman und Roberto Onofrio danken. Chandra hat mir alle experimentellen Details beigebracht und ich habe unglaublich viel von ihm gelernt. Auch Geduld, wenn am Ende einer langen Nacht wieder einmal keine Ergebnisse vorlagen. Von Roberto habe ich viel Physik gelernt und auch immer wieder den Blick über die Bose-Einstein-Kondensation hinaus erhalten. Seine Hilfe und sein persönlicher Einsatz hat zur Lösung vieler meiner Probleme und zum Gelingen der Experimente einen großen Beitrag geleistet.

Des weiteren gilt mein Dank Dallin Durfee und Chris Kuklewicz. Dallin hat mit seiner Erfahrung im Experimentieren häufig die unvermeidlichen Fehler in meinen Aufbauten gefunden und Chris hat stets ein offenes Ohr für meine Computerprobleme und Softwareänderungswünsche gehabt. Ohne seine Hilfe hätte ich so manchen Kampf gegen den Rechner verloren. Danken möchte ich auch Jeff Gore für seine Hilfe beim zeitaufwendigen Elektronikbauen und -testen und Zoran Hadzibabic für seine Hilfe während der Vervollständigung der Experimente.

Bei allen anderen Mitgliedern der 'Ketterle-Group' konnte ich stets Unterstützung und Rat erfahren, was ich sehr zu schätzen gelernt habe. Ananth Chikkatur, Axel Görlitz, Deep Gupta, Shin Inouye, Dan Stamper-Kurn und Jörn Stenger, vielen Dank für Eure Hilfe und besonders auch Tilman Pfau für das kritische Lesen dieser Arbeit.

Mein Dank gilt auch der Studienstiftung des deutschen Volkes für die Förderung in den vergangenen acht Semestern und insbesondere während diese Auslandsaufenthaltes.

Besonders zu Dank verpflichtet bin ich meinen Eltern, die mein Physikstudium überhaupt erst ermöglicht haben, und von denen ich jede denkbare Unterstützung erhalten habe.

Since most of my co-workers don't speak German I want to express my gratitude also in

English:

After all, doing research is always a team effort and I had the great possibility to work in an excellent team. First of all I want to express my thanks to Chandra Raman and Roberto Onofrio. Chandra explained patiently all experimental details to me when I started out with no experimental experience and I learned tremendously from him. He also taught me patience when after another long night in the lab there were still no results. From Roberto I learned lots of physics and he gave me many insights in physics beyond the topic of Bose-Einstein condensation. His help and personal commitment contributed a lot to solve many of my problems and to make the experiments successful.

Furthermore I want to express my thanks to Dallin Durfee and Chris Kuklewicz. With his experimental experience Dallin managed it to find the unavoidable errors in my setups and I appreciated Chris help with all my computer problems and requests for changes in the software very much. Without him I would have lost quite a few battles against our computers. Last but not least, I want to thank Jeff Gore for his help when we spent hours building and testing electronics and Zoran Hadzibabic for his help in the final stages of the experiments.

All the other members of the 'Ketterle group' always provided support and advice for me. Ananth Chikkatur, Axel Görlitz, Deep Gupta, Shin Inouye, Dan Stamper-Kurn und Jörn Steninger, thanks a lot for everything.